

**Centro de Investigación Científica y de Educación  
Superior de Ensenada, Baja California**



---

**Programa de Posgrado en Ciencias  
en Electrónica y Telecomunicaciones  
con orientación en Telecomunicaciones**

---

**Técnicas de procesamiento en la capa física de sistemas  
MIMO – Multiusuario de última generación**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Doctor en Ciencias

Presenta:

**Fermín Marcelo Rubén Maciel Barboza**

Ensenada, Baja California, México  
2016

Tesis defendida por

**Fermín Marcelo Rubén Maciel Barboza**

y aprobada por el siguiente Comité

---

**Dr. Jaime Sánchez García**  
Codirector del Comité

---

**Dr. Leonel Soriano Equigua**  
Codirector del Comité

**Dr. Horacio Soto Ortíz**

**Dr. Carlos Alberto Brizuela Rodríguez**

**Dr. Ramón Parra Michel**



---

**Dr. Miguel Ángel Alonso Arévalo**  
Coordinador del Posgrado en Electrónica y  
Telecomunicaciones

---

**Dra. Rufina Hernández Martínez**  
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta **Fermín Marcelo Rubén Maciel Barboza** como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones con orientación en Telecomunicaciones.

### **Técnicas de procesamiento en la capa física de sistemas MIMO – Multiusuario de última generación**

Resumen aprobado por:

---

Dr. Jaime Sánchez García  
Codirector de Tesis

---

Dr. Leonel Soriano Equigua  
Codirector de Tesis

La tecnología MIMO ofrece mejoras tanto en la capacidad como en la robustez del enlace de comunicaciones inalámbricas a través de la implementación de múltiples antenas en el transmisor y el receptor. Los sistemas de comunicaciones MIMO multiusuario (MU-MIMO) implican a múltiples estaciones móviles (MSs) y potencialmente múltiples estaciones base (BSs). Los sistemas inalámbricos en el que múltiples usuarios acceden simultáneamente el medio de propagación se ven generalmente limitados por la interferencia y requieren nuevas formas de tratar las características de capacidad y diseño de algoritmos en la capa física (PHY). En esta tesis se estudian los sistemas MU-MIMO en ambientes uni-celular y multi-celular. Para sistemas MU-MIMO uni-celular, se han propuesto en la literatura algoritmos de calendarización de usuarios sub-óptimos, dichos algoritmos imponen restricciones en la cantidad de antenas tanto en el transmisor como en los receptores. En esta tesis se proponen algoritmos de calendarización donde se elimina la restricción en la cantidad de antenas receptoras observándose además un mejor rendimiento en términos de capacidad (medido en bps/Hz) cuando se aplica un esquema de transmisión lineal denominado *Beamforming* Coordinado (CBF) para eliminar la interferencia. Se estudian además los efectos que causa la correlación entre antenas transmisoras así como los errores de estimación de canal para un sistema MU-MIMO masivo, en donde la BS cuenta con una gran cantidad de antenas transmisoras y es capaz de transmitir varias cadenas independientes a los usuarios de manera simultánea. Para sistemas MU-MIMO multi-celular, una técnica novedosa para hacer frente a la interferencia es denominada Alineación de Interferencias (IA). Sin embargo para el desarrollo de IA se requiere un conocimiento global de la información del estado del canal (CSI), una colaboración entre las diferentes BSs, y en la mayoría de los casos una optimización iterativa, lo que conlleva a una sobrecarga y desperdicio de recursos. Para hacer frente a esas problemáticas, en ésta tesis se proponen técnicas para el enlace descendente en un sistema multi-celular donde cada BS pretende dar servicio a un usuario y en donde el usuario recibe interferencia de otras celdas dentro de la red denominada MIMO-IC. Se extiende el trabajo para un enlace ascendente en donde múltiples usuarios desean transmitir a una BS y causan interferencia a otras BSs dentro de la red denominada MIMO-IMAC, se propone una técnica oportunista basada en libro de códigos para minimizar la fuga de interferencia (LIF) que causan los usuarios a otras células y además hacer un uso eficiente de los recursos disponibles.

**Palabras clave:** MIMO multiusuario, calendarización de usuarios, capacidad de canal.

Abstract of the thesis presented by **Fermín Marcelo Rubén Maciel Barboza** as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Electronics and Telecommunications with orientation in Telecommunications.

## **Signal processing techniques at the physical layer for next generation Multiuser – MIMO wireless systems**

Abstract approved by:

---

Dr. Jaime Sánchez García  
Thesis Co-Director

---

Dr. Leonel Soriano Equigua  
Thesis Co-Director

MIMO technology provides improvements in both, the capacity and the robustness of wireless communications link through the implementation of multiple antennas at the transmitter and receiver. The Multiuser MIMO (MU-MIMO) communications systems involve multiple mobile stations (MSs) and potentially multiple base stations (BSs). The wireless systems in which multiple users simultaneously access to the medium are generally limited by interference and require new ways of treating capability features and design of algorithms in the physical layer (PHY). In this thesis the MU-MIMO systems in single-cell and multi-cell environments are studied. For single-cell MU-MIMO systems, the optimal technique to select users for maximizing the capacity is an exhaustive search approach, which in practice results in a very high computational load. In the literature, suboptimal user scheduling algorithms authors have proposed; however, these algorithms have restrictions on the number of antennas at both transmitter and receivers. In this thesis low complexity scheduling algorithms are proposed where the restriction in the number of receiving antennas is removed and better performance in terms of capacity (measured in bps/Hz) are observed when linear transmission scheme called Coordinated Beamforming (CBF) is applied. Effects that cause the correlation between transmit antennas and channel estimation errors for massive MU-MIMO system, where the BS has a large number of transmitting antennas and are capable of transmitting multiple independent data streams for different users simultaneously, are also studied. For multi-cell MU-MIMO systems, a novel technique for dealing with interference is called Interference Alignment (IA). For the development of IA, a global knowledge of the channel state information (CSI), collaboration between different BSs, and in most cases an iterative optimization is required, leading to an overload and waste of resources. To address these problems, in this thesis opportunistic techniques for the downlink multi-cell system are proposed, where each BS aims to serve a user and where the user receives interference from other cells within the network called MIMO interference channels (MIMO-IC). For an uplink multi-cell system with multiple users transmitting to a BS and causing inter-cell and intra-cell interference in the network, which is called MIMO interfering multiple access channel (MIMO-IMAC), opportunistic codebook based techniques to minimize the leakage interference (LIF) that cause users to other cells and also make efficient use of available resources are also proposed.

**Keywords:** Multiuser MIMO, user scheduling, channel capacity.

## Dedicatoria

**A mi madre *Juana Barboza*, a mi padre *Lorenzo Maciel*, a mis hermanas *Carmen* y *Fátima* y principalmente a mi hijo *Juan Mateo*, que son el motor que me obliga a funcionar y tratar de ser mejor persona cada día.**

## Agradecimientos

En primer lugar y siempre doy gracias a Dios por haberme permitido vivir estos grandes momentos. Sin su apoyo y misericordia, nunca podría haber terminado esta tesis.

He sido muy afortunado de haber interactuado con numerosas personas que me han inspirado durante el curso de mi doctorado. Quiero expresar mi sincero agradecimiento a mis co-asesores de tesis, al Dr. Jaime Sánchez García y al Dr. Leonel Soriano Equigua por la confianza, así como su visión y orientación. Su previsión y percepción han ayudado a trazar el curso de mi investigación.

A los miembros de mi comité de tesis doctoral, al Dr. Horacio Soto Ortíz, al Dr. Carlos Brizuela Rodríguez y al Dr. Ramón Parra Michel por sus comentarios, sugerencias y su asesoramiento constructivo.

Al núcleo de profesores e investigadores del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) que fueron parte importante de mi formación académica.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica (FIME) de la Universidad de Colima en donde tuve la oportunidad de realizar estancias de investigación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) de México por la beca de Doctorado proporcionada.

A los compañeros y amigos, en especial a: Sergio Toledo, Francisco Castillo, Viktor Rodríguez, Daniel Reyes, Rodrigo Méndez, Roilhi Ibarra, Giovanni Cabral, Rigoberto Martínez, Andrés Gutierrez, Víctor Castañeda, Reinaldo Pacheco, Manuel Gaytan, Miriam Carrillo, Eduardo García, Leonardo Herrera, Sergio Armas, Diana Díaz, Dan Delatorre, Adriana Salinas, Brenda Anda y Julia Díaz; quienes me permitieron entrar en sus vidas y con los cuales pude compartir experiencias únicas dentro y fuera del Centro de Investigación.

A la Sra Blanca Alvarez, el Sr. Leopoldo Vargas y Argelia Vargas que se encargaron del cuidado, atención y educación de mi hijo Juan Mateo en los periodos en los que he tenido que estar fuera de la ciudad de Colima.

Finalmente, quiero agradecer a de mis padres, hermanas y familiares que me han animado a perseguir mis sueños.

## Tabla de contenido

|   | Página |
|---|--------|
| <b>Resumen español</b> .....  | ii     |
| <b>Resumen inglés</b> .....   | iii    |
| <b>Dedicatorias</b> .....   | iv     |
| <b>Agradecimientos</b> .....  | v      |
| <b>Lista de figuras</b> .....   | ix     |
| <b>Lista de tablas</b> .....  | xii    |
| <br>  |        |
| <b>Capítulo 1. Introducción</b>   |        |
| 1.1 Perspectivas hacia la 5G.....   | 1      |
| 1.2 Evolución de las comunicaciones inalámbricas MIMO.....  | 2      |
| 1.3 Sistemas inalámbricos MU-MIMO uni-celulares.....  | 4      |
| 1.4 Sistemas inalámbricos MU-MIMO multi-celulares.....  | 5      |
| 1.5 Objetivos.....  | 6      |
| 1.6 Contribuciones.....   | 7      |
| 1.6.1 Artículos publicados en revista.....  | 8      |
| 1.6.2 Artículos publicados en congreso.....   | 8      |
| 1.7 Organización.....   | 9      |
| 1.8 Notación matemática.....  | 10     |
| <br>  |        |
| <b>Capítulo 2. Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO con <i>Beamforming</i> Coordinado</b>    |        |
| 2.1 Introducción.....   | 12     |
| 2.2 Modelo del sistema MU-MIMO.....   | 14     |
| 2.2.1 <i>Beamforming</i> Coordinado.....  | 15     |
| 2.3 Selección de usuarios en sistemas MU-MIMO.....  | 17     |
| 2.4 Algoritmos de selección de usuarios con CBF.....  | 19     |
| 2.4.1 Etapa de pre-selección de usuarios.....   | 19     |
| 2.4.2 Algoritmo basado en la ganancia efectiva del canal..  | 20     |
| 2.4.3 Algoritmo basado en el agrupamiento por norma de Frobenius.....                                   | 21     |
| 2.5 Análisis de complejidad.....  | 23     |
| 2.5.1 Complejidad del algoritmo CECUS.....  | 24     |
| 2.5.2 Complejidad del algoritmo FGUS.....   | 24     |
| 2.5.3 Complejidad de algoritmos sub-óptimos.....  | 25     |
| 2.6 Resultados de simulación.....   | 26     |
| 2.7 Conclusiones.....   | 31     |
| <br>  |        |
| <b>Capítulo 3. Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO-Masivo con Diagonalización a Bloques</b> |        |
| 3.1 Introducción.....   | 32     |
| 3.2 Escenarios de aplicación y modelo de señal.....   | 34     |

|  |  |    |
|--|--|----|
| 3.2.1  | Modelo de señal.....   | 36 |
| 3.2.2  | Diagonalización a Bloques.....                                     | 37 |
| 3.3  | Algoritmos de calendarización de usuarios.....                     | 38 |
| 3.3.1  | Algoritmo basado en la capacidad.....                              | 39 |
| 3.3.2  | Algoritmo basado en la norma de Frobenius.....                     | 39 |
| 3.3.3  | Algoritmo basado en la entropía condicional.....                   | 39 |
| 3.3.4  | Algoritmo basado en la descomposición QR.....                      | 40 |
| 3.3.5  | Algoritmo basado en el determinante.....                           | 40 |
| 3.3.6  | Algoritmo basado en la distancia cordal.....                       | 41 |
| 3.3.7  | Complejidad computacional de los algoritmos.....                   | 42 |
| 3.4  | Resultados de simulación.....                                      | 42 |
| 3.4.1  | Impacto de las imperfecciones de canal.....                        | 45 |
| 3.5  | Conclusiones.....  | 49 |
| <br>   |  |    |
| <b>Capítulo 4. Alineación de interferencias en sistemas MIMO-IC</b>                        |  |    |
| 4.1  | Introducción.....  | 50 |
| 4.2  | Alineación de Interferencias.....                                  | 52 |
| 4.2.1  | Cálculo del Sum-Rate.....  | 55 |
| 4.2.2  | Grados de libertad en un sistema MIMO-IC de $K$ -usuarios.....     | 56 |
| 4.3  | Algoritmos de Alineación de Interferencias.....                    | 57 |
| 4.3.1  | Solución de forma cerrada para $K=3$ .....                         | 58 |
| 4.3.2  | Algoritmo de minimización alternada.....                           | 60 |
| 4.3.3  | Algoritmo de maximización de la SINR.....                          | 66 |
| 4.3.4  | DoF alcanzables por los algoritmos de IA.....                      | 70 |
| 4.4  | Retos en la investigación en IA.....                               | 73 |
| 4.4.1  | Interferencia fuera de celda.....                                  | 73 |
| 4.4.2  | Conocimiento parcial del estado del canal en transmisión.....      | 74 |
| 4.4.3  | Calendarización del enlace.....                                    | 74 |
| 4.4.4  | Conformación de interferencia en sistemas de onda milimétrica..... | 74 |
| 4.5  | Conclusiones.....  | 75 |
| <br>   |  |    |
| <b>Capítulo 5. Algoritmos prácticos de calendarización de usuarios en sistemas MIMO-IC</b> |  |    |
| 5.1  | Introducción.....  | 76 |
| 5.2  | Descripción del sistema.....                                       | 78 |
| 5.3  | Revisión de algoritmos de calendarización en sistemas MIMO-IC..... | 81 |
| 5.3.1  | Selección de usuarios para maximizar la SNR.....                   | 82 |
| 5.3.2  | Selección de usuarios para minimizar la INR.....                   | 82 |
| 5.3.3  | Selección de usuarios para maximizar la SINR.....                  | 83 |
| 5.3.4  | Alineación oportunista de interferencias.....                      | 84 |
| 5.3.5  | Selección oportunista de tasa máxima.....                          | 85 |
| 5.4  | Motivación y propuesta de algoritmos de calendarización.....       | 86 |
| 5.4.1  | Volumen de un paralelepípedo en un espacio de mayor dimensión..... | 86 |
| 5.4.2  | Propuestas de algoritmos.....                                      | 89 |

|   |   |            |
|---|---|------------|
| 5.4.2.1   | Alineación de interferencias basado en el volumen directo.....      | 89         |
| 5.2.1.2   | Alineación de interferencias basado en el volumen interferente..... | 90         |
| 5.4.1.3   | Alineación de interferencias basado en el volumen resultante.....   | 91         |
| 5.5   | Análisis de complejidad.....  | 91         |
| 5.6   | Resultados de simulación.....                                       | 96         |
| 5.7   | Conclusiones.....   | 100        |
| <br>  |   |            |
| <b>Capítulo 6. Alineación oportunista de interferencias en sistemas MIMO-IMAC</b> |   |            |
| 6.1   | Introducción.....   | 101        |
| 6.2   | Modelo del Sistema.....   | 102        |
| 6.3   | OIA en sistemas MIMO-IMAC.....                                      | 103        |
| 6.3.1   | Procedimiento general.....  | 104        |
| 6.3.1.1   | Cálculo de la tasa de transmisión.....                              | 107        |
| 6.3.2   | OIA basada en selección de antenas.....                             | 107        |
| 6.3.3   | OIA basada en SVD.....  | 108        |
| 6.3.4   | Métrica de LIF eficiente.....                                       | 109        |
| 6.3.5   | OIA basada en libro de códigos.....                                 | 111        |
| 6.3.5.1   | Cuantización de la LIF.....   | 111        |
| 6.3.5.2   | Cuantización del vector de <i>beamforming</i> .....                 | 112        |
| 6.4   | Resultados de simulación.....                                       | 112        |
| 6.4.1   | Retroalimentación analógica.....                                    | 112        |
| 6.4.2   | Retroalimentación limitada.....                                     | 115        |
| 6.5   | Conclusiones.....   | 120        |
| <br>  |   |            |
| <b>Capítulo 7. Conclusiones y trabajo futuro</b>                                  |   |            |
| 7.1   | Conclusiones.....   | 121        |
| 7.2   | Trabajo futuro.....   | 122        |
| <br>  |   |            |
| <b>Lista de referencias bibliográficas.....</b>                                   |   | <b>124</b> |
| <br>  |   |            |
| <b>Anexo: Acrónimos.....</b>  |   | <b>130</b> |

## Lista de figuras

| Figura |  | Página |
|--------|--|--------|
| 1      | Retos hacia la 5G, facilitadores y principios de diseño.....   | 2      |
| 2      | Configuraciones MIMO en un escenario uni-celular.....  | 5      |
| 3      | Configuraciones MIMO en un escenario multi-celular.....  | 6      |
| 4      | Diagrama de un enlace descendente MU-MIMO.....   | 14     |
| 5      | Sum-rate vs $\alpha$ para $N_r = N_t = 4$ y SNR=20 dB.....   | 27     |
| 6      | Sum-rate vs cantidad de usuarios para $N_r = N_t = 4$ y SNR=20 dB....  | 28     |
| 7      | Sum-rate vs cantidad de usuarios para $N_r = 4, N_t = 8$ y SNR=20 dB..   | 29     |
| 8      | Operaciones flotantes vs cantidad de usuarios para: a) $N_r = 4, N_t = 4$<br>y b) $N_r = 4, N_t = 8$ .....   | 30     |
| 9      | Escenario de Redes Móviles Celulares.....  | 33     |
| 10     | Escenario de Redes WLAN.....   | 34     |
| 11     | Cantidad de usuarios versus capacidad de canal para diferentes<br>algoritmos de calendarización donde: $N_r = 8, N_t = 32, K_s = 4$ y<br>SNR = 20 dB .....                   | 42     |
| 12     | Cantidad de usuarios versus capacidad de canal para diferentes<br>algoritmos de calendarización donde: $N_r = 8, N_t = 64, K_s = 8$ y<br>SNR = 20 dB .....                   | 43     |
| 13     | Complejidad computacional versus número total de usuarios para un<br>sistema MU-MIMO masivo con $N_t = 64, N_r = 8$ y usuarios<br>seleccionados $K_s = 8$ .....              | 43     |
| 14     | Comportamiento de algoritmos de selección de usuarios cuando se<br>tiene correlación de canal para $N_r = 8, N_t = 32, K_s = 4, K = 100$ y<br>SNR = 20 dB .....              | 45     |
| 15     | Comportamiento de algoritmos de selección de usuarios cuando se<br>tienen errores de estimación de canal para $N_r = 8, N_t = 32, K_s = 4,$<br>$K = 100$ y SNR = 20 dB ..... | 46     |

|    |  |    |
|----|--|----|
| 16 | Gráfica de sum-rate para diferentes valores de dispersión angular y distancia entre antenas relativa a la longitud de onda para $N_r = 8$ , $N_t = 32$ , $K_s = 4$ , $K = 100$ y SNR = 20 dB ..... | 47 |
| 17 | Ilustración del enfoque de ortogonalización de recursos.....   | 51 |
| 18 | Ilustración geométrica de la técnica de Alineación de Interferencias.....  | 52 |
| 19 | Sum – rate vs SNR para el algoritmo IA de forma cerrada para $K = 3$ y diferentes valores de $M$ , $N$ y $d_k$ .....   | 61 |
| 20 | IA basado en sub-espacios desde el punto de vista del receptor para el escenario de 3 usuarios en MIMO-IC.....   | 62 |
| 21 | Sum – rate vs SNR para el algoritmo IA de minimización alternada (IA-MA) y el algoritmo IA de forma cerrada (IA-CF) para $K = 3$ diferentes valores de $M$ , $N$ y $d_k$ .....                     | 64 |
| 22 | Cantidad de antenas por nodo requeridas para lograr una cadena de datos por usuario para diferentes valores de $K$ .....   | 66 |
| 23 | Sum-rate vs SNR para el algoritmo IA-MA y el algoritmo IA de maximización del SINR (IA-SINR) para $K = 3$ y diferentes valores de $M$ , $N$ y $d_k$ .....  | 69 |
| 24 | a) Sum-rate vs SNR y b) DoF vs SNR para los algoritmos IA-MA e IA-SINR con $M = 4$ , $N = 8$ y $d_k = 1$ .....   | 71 |
| 25 | a) Sum-rate vs SNR y b) DoF vs SNR para los algoritmos IA-MA e IA-SINR con $M = 4$ , $N = 8$ y $d_k = 2$ .....   | 72 |
| 26 | a) Sum-Rate vs SNR y b) DoF vs SNR para los algoritmos IA-MA e IA-SINR con $M = 4$ , $N = 8$ y $d_k = 3$ .....   | 73 |
| 27 | Modelo del sistema con $M = 3$ y $K_i = 2, \forall i = 1, 2, 3$ .....  | 80 |
| 28 | Complejidad de varios algoritmos de calendarización versus cantidad de usuarios dentro de la célula.....   | 96 |
| 29 | Capacidad versus SNR para diferentes algoritmos de calendarización en MIMO-IC con $M = 3$ , $N_r = 4$ , $N_t = 2$ y $K_i = 20, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ .....                                    | 97 |

|    |   |     |
|----|---|-----|
| 30 | Capacidad versus SNR para diferentes algoritmos de calendarización en MIMO-IC con $M = 3$ , $N_r = 4$ , $N_t = 2$ y $K_i = 200, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ .....                                | 99  |
| 31 | Modelo del sistema MIMO-IMAC con $K = M = N = L = 2$ .....  | 103 |
| 32 | Procedimiento secuencial de la técnica de OIA en MIMO-IMAC.....   | 106 |
| 33 | Sum-LIF versus N, para $K = 3$ , $M = L = 2$ , SNR = 20 dB y $S = [1, 2]$ ....  | 113 |
| 34 | Sum-rate versus SNR, para $K = 3$ , $M = L = 2$ , SNR = 20 dB y $S = [1, 2]$ .....  | 114 |
| 35 | Sum-rate versus N, para $K = 3$ , $M = L = 2$ , SNR = 20 dB y $S = [1, 2]$ ...  | 115 |
| 36 | Sum-rate versus bits de cuantización, para $K = 2$ , $M = 3$ , $L = S = 2$ , $N = 20$ y SNR = 20 dB .....   | 116 |
| 37 | Sum-LIF versus bits de cuantización, para $K = 2$ , $M = 3$ , $L = S = 2$ , $N = 20$ y SNR = 20 dB .....  | 117 |
| 38 | Sum-rate versus cantidad de usuarios, para $K = 2$ , $M = 3$ , $L = S = 2$ y SNR = 20 dB .....  | 118 |
| 39 | Sum-rate para el algoritmo de OIA-cdbk (Yang <i>et al.</i> , 2014) de códigos con cantidades variables de bits-LIF y bits-beamforming, para $K = 2$ , $M = 3$ , $L = S = 2$ y SNR = 20 dB ..... | 119 |
| 40 | Sum-rate para el algoritmo de OIA-basada en libro de códigos con cantidades variables de bits-LIF y bits-beamforming, para $K = 2$ , $M = 3$ , $L = S = 2$ y SNR = 20 dB .....                  | 119 |

## Lista de tablas

| Tabla |   | Página |
|-------|---|--------|
| 1     | Soluciones multiantena para 3GPP.....   | 3      |
| 2     | Comparativa entre los sistemas SU-MIMO y MU-MIMO.....   | 4      |
| 3     | Complejidad de operaciones matriciales.....   | 23     |
| 4     | Comparativa de complejidad computacional de los algoritmos de calendarización de usuarios.....        | 42     |
| 5     | Cantidad de iteraciones y porcentaje de convergencia del algoritmo IA de minimización alternada. .... | 65     |
| 6     | Cantidad de iteraciones y porcentaje de convergencia del algoritmo IA de minimización la SINR.....    | 70     |
| 7     | Complejidad de operaciones matriciales utilizadas en los algoritmos.....                              | 92     |
| 8     | Complejidad de varios algoritmos de calendarización.....  | 95     |

# Capítulo 1. Introducción

---

## 1.1 Perspectivas hacia la 5G

Es sabido que el consumo de datos móviles se ha incrementado significativamente; impulsado por el aumento de dispositivos inteligentes (teléfonos y tabletas), mejoras de hardware (por ejemplo, mejores pantallas), una mejora en el diseño de la interfaz de usuario, servicios atractivos (por ejemplo, streaming de video), y el deseo de tener una conectividad de alta velocidad en cualquier momento y en cualquier lugar (Agyapong *et al.*, 2014; Hossain and Hasan, 2015). Es importante mencionar que más del 70 por ciento de este consumo de datos se produce en el interior de viviendas, oficinas, centros comerciales, estaciones de tren, y otros lugares públicos (Qualcomm, 2013). Por otra parte, a pesar de que el tráfico de datos móviles está aumentando a un ritmo acelerado, el tráfico de señalización también está incrementando 50 % más rápido que el tráfico de datos (NSN, 2012).

Sobre la base de las tendencias actuales, en general se entiende que las redes móviles de quinta generación (5G) deben abordar seis desafíos:

- mayor capacidad,
- mayor tasa de transmisión,
- disminución de la latencia de extremo a extremo (E2E),
- conectividad masiva de dispositivos,
- reducción de costos de inversión y operación, y
- suministro consistente de calidad de experiencia (QoE).

En la Figura 1 se proporciona una visión general de los retos, los elementos facilitadores y los principios de diseño para la red de 5G. El lector interesado puede consultar (5G-PPP, 2013) para más detalles sobre este aspecto.

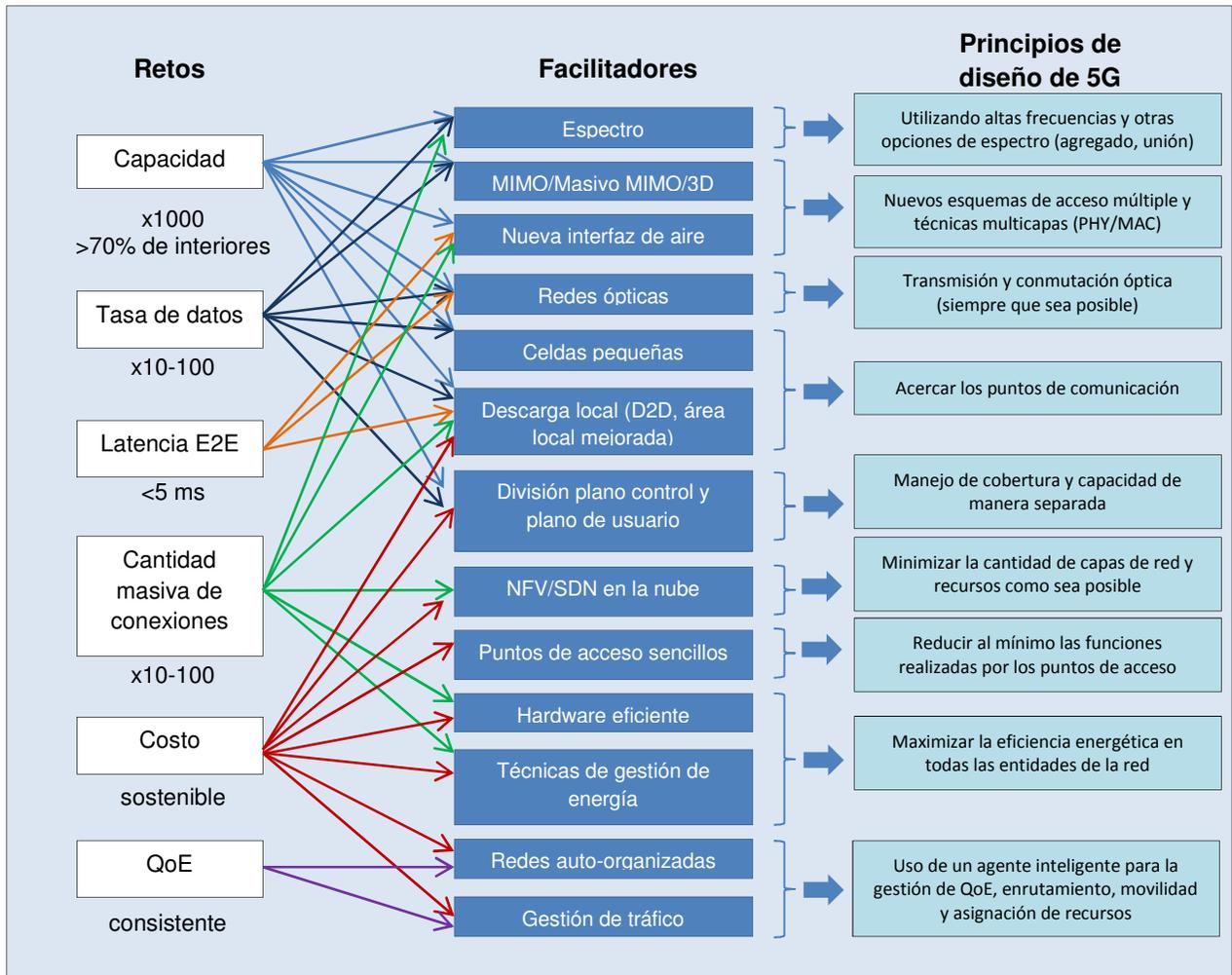


Fig. 1. Retos hacia la 5G, facilitadores y principios de diseño.

## 1.2 Evolución de las comunicaciones inalámbricas MIMO

Las técnicas de antenas múltiples conocidas como sistemas de múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO) se han convertido en una solución atractiva en la capa física (PHY) de sistemas inalámbricos para aumentar las tasas de datos por usuario, las áreas de cobertura de células y la capacidad de la red. El rendimiento del sistema de radio puede mejorarse sustancialmente mediante el uso de las últimas tecnologías MIMO, al tiempo que se conservan los sitios de estaciones base (BS) existentes y las conexiones troncales.

En el marco tecnológico de diferentes estándares de comunicaciones inalámbricas como LTE y IEEE802.11 se prevé hacer uso de configuraciones MIMO. La primera versión de LTE en el proyecto de asociación de tercera generación (3GPP) versión 8 incluye el uso de hasta 4 antenas transmisoras (Tx) en la BS y 2 antenas receptoras (Rx) en las estaciones móviles (MSs). La versión 8 incluye además transmisión en enlace ascendente multipunto coordinado (CoMP) mediante una red de acceso de radio (RAN) centralizada.

Las versiones 9 y 10 agregan más prestaciones para 8 antenas Tx y se incluyen los modos de transmisión (TM) 8 y TM-9 en donde se consideran los sistemas MIMO de usuario simple (SU-MIMO) y los sistemas MIMO Multiusuario (MU-MIMO) como unas soluciones atractivas para mejorar el caudal eficaz así como la cobertura en la célula. La versión 11 permite un enlace descendente CoMP mediante una red troncal, mientras que la versión 12 introduce la red CoMP mejorada con enlace troncal ideal y no ideal. La versión 13 se encuentra estudiando la utilización de una gran cantidad de antenas denominada como sistema MIMO Masivo. En la Tabla 1 se muestran especificaciones de la evolución de los sistemas multi-antena en 3GPP (Nokia, 2015).

**Tabla 1. Soluciones multi-antena para 3GPP.**

|                             |   |
|-----------------------------|---|
| <b>Versión 8<br/>LTE</b>    | MIMO 2x2, 4 Tx en enlace descendente, 4/8Rx en enlace ascendente, enlace ascendente CoMP, catalogada como red de 3.9G |
| <b>Versión 9</b>            | 8 Tx en TM-8  |
| <b>Versión 10<br/>LTE-A</b> | 8 Tx en TM-9, cumple los requisitos de 4G   |
| <b>Versión 11<br/>LTE-B</b> | Enlace descendente CoMP en TM-10  |
| <b>Versión 12<br/>LTE-C</b> | Enlace descendente CoMP, nuevo TM con 4 antenas Tx y libro de códigos   |
| <b>Versión 13<br/>LTE-D</b> | MIMO Masivo, hacia 5G   |

### 1.3 Sistemas inalámbricos MU-MIMO uni-celulares

En los sistemas MU-MIMO de una sola célula (uni-celular), se aprovecha la diversidad espacial y las técnicas de multiplexaje para dar confiabilidad del enlace y alcanzar altas tasas de transmisión (Gamal *et al.*, 1980). Sin embargo, el rendimiento de estos sistemas se puede degradar debido a la interferencia multiusuario (MUI) debido a que la BS se comunica con múltiples usuarios de manera simultánea.

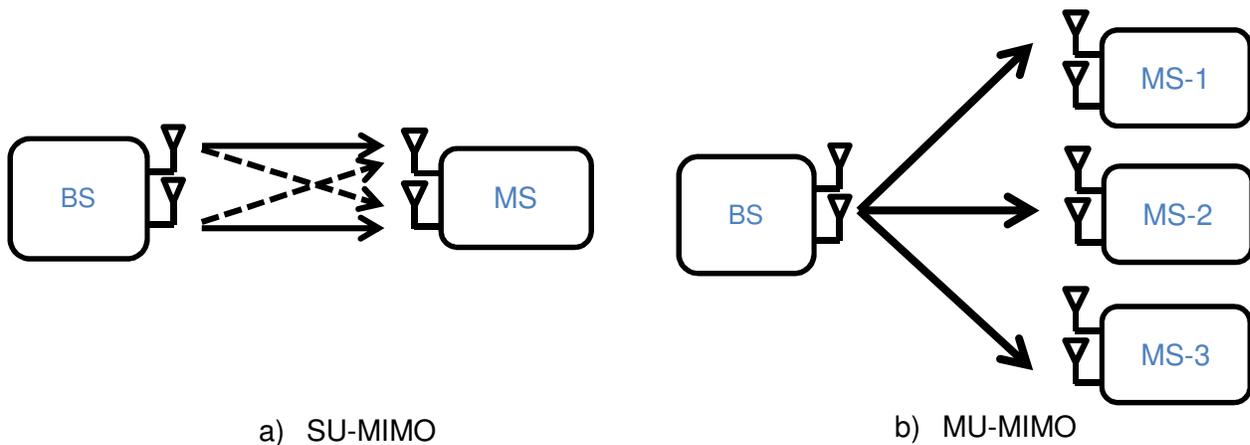
Para sobrellevar la MUI, se han propuesto técnicas de pre-codificación no lineales como “*Dirty Paper Coding*” (DPC) (Costa, 1985) que pueden alcanzar la capacidad máxima pero requieren una complejidad muy alta; por otro lado, técnicas lineales como *Zero Forcing* (ZF), *Block Diagonalization* (BD) y *Coordinated Beamforming* (CBF) (Spencer *et al.*, 2004; Chae *et al.*, 2008), requieren menos complejidad y ofrecen sumas de tasas de transmisión cercanas a las técnicas no lineales.

**Tabla 2. Comparativa entre los sistemas SU-MIMO y MU-MIMO.**

| Característica                   | MU-MIMO                                  | SU-MIMO   |
|----------------------------------|--|---|
| <b>Aspecto principal</b>         | La BS se comunica con múltiples MSs      | La BS se comunica con un solo usuario           |
| <b>Propósito</b>                 | Ganancia de capacidad MIMO               | Incremento de tasa de datos para un usuario     |
| <b>Ventaja</b>                   | Ganancia de multiplexaje                 | No se tiene interferencia                       |
| <b>CSI</b>                       | Se requiere conocimiento perfecto de CSI | En algunos casos no se requiere CSI             |
| <b>Capacidad o caudal eficaz</b> | Alta capacidad para altos niveles de SNR | Alta capacidad inclusive a bajos niveles de SNR |

Para alcanzar altas tasas de transmisión en un sistema MU-MIMO uni-celular, la BS requiere un conocimiento de la información del estado del canal (CSI) de todos los usuarios en la célula (Hassibi and Sharif, 2007). En la Tabla 2 se realiza una comparativa de características importantes entre los sistemas SU-MIMO y MU-MIMO.

En la Figura 2a y la Figura 2b se muestra una configuración básica de un sistema SU-MIMO y MU-MIMO.



**Fig. 2. Configuraciones MIMO en un escenario uni-celular.**

#### 1.4 Sistemas inalámbricos MU-MIMO multi-celulares

Los sistemas MU-MIMO han recibido mucha atención por parte de la comunidad científica especializada en redes inalámbricas. Algunos ejemplos de aplicaciones incluyen las redes multi-celulares (Gesbert *et al.*, 2010) con múltiples canales de acceso y la posibilidad de una coordinación entre las BSs. La coordinación de múltiples células se desarrolla mediante una BS central. El objetivo de la coordinación es mitigar el efecto de la interferencia inter-celular, por lo que se emplean generalmente técnicas de pre-codificación a fin de mitigar dichos efectos.

Por otro lado, cuando no se tiene un enlace de comunicación entre los transmisores, no es posible transmitir de manera conjunta a los usuarios y la interferencia inter-celular viene a ser un factor crucial. Para hacer frente a esta problemática, en años recientes ha surgido una técnica novedosa denominada *Interference Alignment* (IA). La idea básica detrás de IA es que múltiples transmisores intenten alinear la interferencia que causan a receptores no deseados dentro de un sub-espacio de dimensión mínima, de manera que las dimensiones restantes en el receptor puedan utilizarse para una comunicación libre de interferencias (Cadambe and Jafar, 2008; Jafar, 2011; Petters and Heath, 2011).

Un escenario común donde se aplica la técnica IA es en canales interferentes MIMO (MIMO-IC), donde múltiples transmisores envían datos al mismo tiempo a sus respectivos receptores. En la Figura 3 se ilustran las configuraciones de un sistema MU-MIMO con cooperación y sin cooperación.

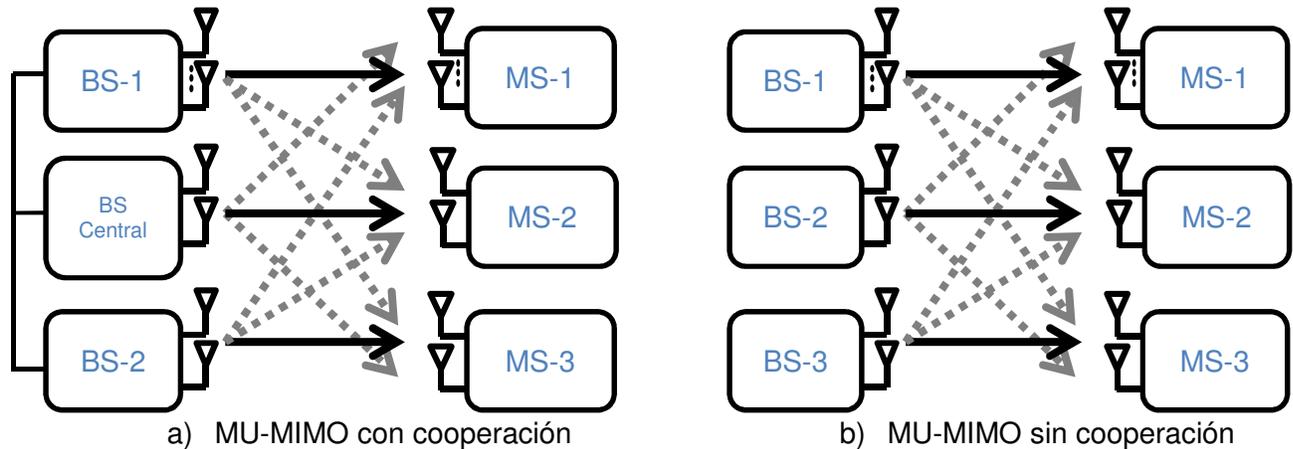


Fig. 3. Configuraciones MIMO en un escenario multi-celular.

## 1.5 Objetivos

El objetivo principal de este trabajo consiste en proponer técnicas de procesamiento en la capa física para sistemas de comunicación inalámbrica MU-MIMO, combinando los beneficios de los sistemas MIMO y las redes cooperativas con el fin de proporcionar altas tasas de transmisión por usuario y una alta capacidad total en redes de nueva generación.

Los objetivos específicos que se plantean son los siguientes:

- Extraer información relevante del estado del arte de sistemas MU-MIMO en un entorno uni-celular: técnicas de *beamforming* y calendarización de usuarios.
- Mejorar la capacidad de suma en sistemas MIMO multiusuario a nivel de capa física mediante nuevas propuestas de algoritmos de calendarización de usuarios.
- Seleccionar un sistema MU-MIMO en un entorno multi-celular para aplicar técnicas de gestión de interferencia y calendarización oportunista de usuarios.

- Incrementar la capacidad total tanto en descendente como ascendente mediante propuestas de técnicas oportunistas de procesamiento en la capa física para el canal interferente MIMO (MIMO-IC) así como para el canal de acceso múltiple interferente MIMO (MIMO-IMAC).

## 1.6 Contribuciones

Las contribuciones de esta tesis se pueden resumir como sigue:

- **Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO:** se proponen dos algoritmos para la calendarización de usuarios en sistemas inalámbricos MU-MIMO utilizando una técnica de transmisión lineal denominada *Beamforming* Coordinado con la finalidad de maximizar la suma de tasas de transmisión. Los algoritmos propuestos se basan en la ganancia efectiva coordinada del canal, la ventaja principal es que no se requiere un proceso iterativo para obtener los vectores de *beamforming* y *combining*, además de que no se tiene restricción en la cantidad de antenas receptoras. Los resultados de simulación muestran que los algoritmos propuestos obtienen un mejor rendimiento comparados con los algoritmos sub-óptimos encontrados en la literatura y mediante una etapa de preselección se logra disminuir la complejidad del algoritmo de calendarización.
- **Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO Masivo:** se realiza una revisión de los diferentes algoritmos de calendarización para un sistema inalámbrico MIMO a gran escala cuando se utiliza un esquema de transmisión lineal denominado Diagonalización a Bloques. Se estudian los efectos de la correlación en antenas transmisoras, así como los errores de estimación de canal. Se compara la complejidad así como el rendimiento de los diferentes algoritmos de calendarización. Se observa que mediante la calendarización de usuario es posible obtener altas tasas de transmisión aún con imperfecciones de canal.
- **Calendarización de usuarios en sistemas MIMO-IC:** se presentan dos algoritmos que presentan baja complejidad comparados con los algoritmos de calendarización oportunista propuestos para una red MIMO-IC bajo la consideración de un conocimiento local del estado del canal en los transmisores

y un enlace de retroalimentación analógico de los receptores hacia los transmisores correspondientes. Los esquemas propuestos se basan en el concepto de volumen del paralelepípedo n-dimensional generado por las columnas de las matrices de canal de los usuarios. Los resultados de simulación muestran que los algoritmos propuestos tienen una mejora en el rendimiento comparado con las técnicas convencionales de alineación oportunista de interferencias, sobre todo en altos niveles de relación señal a ruido (SNR), manteniendo una baja complejidad.

- **Alineación oportunista de interferencias en sistemas MIMO-IMAC:** se proponen técnicas de calendarización oportunista de usuarios para el enlace ascendente de un canal interferente de acceso múltiple MIMO (MIMO-IMAC) empleando vectores de *beamforming* cuantificados en los usuarios para mitigar la fuga de interferencia (LIF) que los usuarios causan a las células adyacentes. El algoritmo propuesto está basado en una nueva métrica de correlación para medir la LIF entre las matrices de canal interferentes y la matriz de canal del nodo directo. Los resultados de simulación muestran una mejora en la suma de tasas de transmisión para todos los valores de SNR y un número práctico de usuarios dentro de cada celda. Se propone además una técnica de OIA basado en libro de códigos donde tanto la métrica de LIF así como los vectores de beamforming se cuantizan y envían información a la BS respectiva mediante un enlace de retroalimentación limitado (digital).

Las contribuciones de esta tesis han sido publicadas en revistas y congresos arbitrados:

### 1.6.1 Artículos publicados en revista

[R1] **F. M. Maciel Barboza**, J. Sanchez Garcia, L. Soriano Equigua, F. R. Castillo Soria and J. Flores Troncoso, "User Scheduling Algorithms in Multiuser Massive MIMO Systems Towards 5G," *IEEE Latin America Transactions*, vol. 13, no. 12, pp. 3781-3787, Dec. 2015. DOI: 10.1109/TLA.2015.7404908.

[R2] **F. M. Maciel-Barboza**, L. Soriano-Equigua, J. Sánchez-García, F. R. C. Soria, and Victor H. Castillo, "User Selection Algorithms for MU-MIMO Systems with

Coordinated Beamforming," *ETRI Journal*, vol. 38, no. 1, pp. 62-69, Feb. 2016. DOI: 10.4218/etrij.16.0114.1177.

## 1.6.2 Artículos publicados en congreso

[C1] **F. M. Maciel Barboza**, J. Sánchez García, F. R. Castillo Soria, L. Soriano Equigua, V. H. Castillo Topete, "Practical User Scheduling Algorithms for the MIMO Inference Channel", *International Conference on ICT Convergence (ICTC) 2015*, Jeju, South Korea, pp. 275-279, Oct. 28-30, 2015.

[C2] **F. M. Maciel Barboza**, H. F. Paulino Cárdenas, J. Sánchez García, L. Soriano Equigua, R. Madrigal Sánchez, V. H. Castillo Topete, "Distributed algorithm for Opportunistic Interference Alignment in MIMO-IMAC Systems", *IEEE ROC&C 2015*, Acapulco, Gro., Mexico, Nov. 8-11, 2015.

[C3] **F. M. Maciel Barboza**, J. Sánchez García, L. Soriano Equigua, V. H. Castillo Topete, M. Elena Fuentes, "Beamforming in cooperative relay networks: A review", *IEEE ROC&C 2013*, Acapulco, Gro. México, Nov. 10-14, 2013

[C4] Samantha P. Jiménez, **Fermín M. Maciel**, Leonel Soriano-Equigua, Victor H. Castillo, José Luis Álvarez, "A differential evolution-based algorithm for calculating beamformers in MIMO systems", *10th Iberian Conference on Information Systems and Technologies (CISTI'2015)*, Aveiro, Portugal, pp. 1-5, Jan. 17-20, 2015.

## 1.7 Organización

En el capítulo 2 se presentan dos algoritmos de calendarización de usuarios propuestos para sistemas inalámbricos MIMO con *Beamforming* Coordinado.

En el capítulo 3 se presenta un estudio de algoritmos de calendarización en sistemas MIMO Masivo Multiusuario donde se presenta una técnica para modelar los efectos de correlación de antenas y errores de estimación de canal. En los siguientes capítulos se estudian los sistemas cooperativos donde varios transmisores intentan comunicarse con múltiples usuarios al mismo tiempo.

En el capítulo 4 se describen conceptos básicos de la técnica de Alineación de Interferencias para sistemas MIMO-IC, se presentan algoritmos con diferentes funciones de costo y se estudia la cantidad de grados de libertad que alcanzan los mismos.

En el capítulo 5 se estudia la calendarización de usuarios en sistemas MIMO-IC y se proponen algoritmos prácticos con el procesamiento en el receptor.

En el capítulo 6 se estudia el enlace ascendente de acceso múltiple cooperativo denominado MIMO-IMAC, se proponen algoritmos para la disminución de la fuga de interferencia que causan los usuarios a otras celdas, así como técnicas para cuantificar la señal transmitida por el enlace de retroalimentación.

Finalmente en el capítulo 7 se presentan las conclusiones de la tesis y se mencionan algunas perspectivas de trabajos futuros.

## 1.8 Notación matemática

En esta tesis se utilizan las letras en negrita mayúsculas y minúsculas para denotar matrices y vectores,  $\mathbf{A}$  y  $\mathbf{a}$  respectivamente. Las operaciones en escalares, vectores y matrices se denotan a continuación:

|                                  |   |
|----------------------------------|---|
| $\mathbf{A}^T$                   | Transpuesta de $\mathbf{A}$   |
| $\mathbf{A}^H$                   | Hermitiana de $\mathbf{A}$  |
| $\mathbf{A}^{-1}$                | Inversa de $\mathbf{A}$   |
| $\mathbf{A}^\dagger$             | Pseudo-inversa de $\mathbf{A}$                                      |
| $\ \mathbf{A}\ , \ \mathbf{a}\ $ | Norma Euclidiana de la matriz $\mathbf{A}$ y el vector $\mathbf{a}$ |
| $\ \mathbf{A}\ _F$               | Norma de Frobenius de $\mathbf{A}$                                  |
| $\mathbf{A}(:, l)$               | $l$ -ésimo vector columna de $\mathbf{A}$                           |
| $\text{card}(\Omega)$            | Cardinalidad del conjunto $\Omega$                                  |
| $\lceil a \rceil$                | Función techo, donde se le asigna un número real entero más         |

|                            |  |
|----------------------------|--|
|                            | próximo por exceso al número real $a$  |
| $E\{\mathbf{A}\}$          | Valor esperado de $\mathbf{A}$   |
| $ a $                      | Valor absoluto de $a$  |
| $\det(\mathbf{A})$         | Determinante de $\mathbf{A}$   |
| $\text{diag}(\mathbf{A})$  | Elementos de la diagonal de $\mathbf{A}$   |
| $\text{svd}(\mathbf{A})$   | Descomposición en valores singulares de $\mathbf{A}$   |
| $\text{rank}(\mathbf{A})$  | Rango de la matriz $\mathbf{A}$  |
| $\mathbf{I}_N$             | Matriz identidad de dimensiones $N \times N$   |
| $\text{prod}(\Omega)$      | Multiplicatoria de los elementos del conjunto $\Omega$   |
| $\text{trace}(\mathbf{A})$ | Traza de la matriz $\mathbf{A}$ , definido como la sumatoria de los elementos de la diagonal de $\mathbf{A}$ |
| $\min(a,b)$                | Valor mínimo entre las variables $a$ y $b$   |
| $\exp(a)$                  | Función exponencial de $a$   |
| $\text{span}(\mathbf{A})$  | Sub-espacio generado por las columnas de $\mathbf{A}$  |
| $\max(a,b)$                | Valor máximo entre las variables $a$ y $b$   |
| $\text{eig}(\mathbf{A})$   | Eigen-valores de la matriz $\mathbf{A}$  |
| $\text{mean}(a)$           | Valor medio de $a$   |
| $\text{null}(\mathbf{A})$  | Espacio nulo de $\mathbf{A}$   |
| $CN(\mu, \sigma)$          | Variable aleatoria con distribución normal con media $\mu$ y varianza $\sigma$                               |

## Capítulo 2. Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO con Beamforming Coordinado.

---

### 2.1 Introducción

Durante las últimas décadas hemos sido testigos de la transición de las comunicaciones, de usar una antena transmisora hacia el uso de múltiples antenas tanto en el transmisor como en el receptor, lo cual se conoce como sistema MIMO; partiendo desde conceptos teóricos se ha evolucionado a técnicas prácticas para mejorar el rendimiento de las redes inalámbricas. La comunicación punto a punto MIMO (monousuario) promete grandes ganancias tanto para la capacidad del canal como para confiabilidad, esencialmente a través del uso de códigos espacio-tiempo (orientado a la ganancia de diversidad) en combinación con la transmisión de cadenas multiplexadas (orientado a la maximización de la tasa), sirviendo principalmente como un refuerzo en el rendimiento de la capa física (Gesbert *et al.*, 2007).

La situación con las técnicas de múltiples usuarios MU-MIMO es radicalmente diferente, ya que estas técnicas implican el uso compartido del canal por los usuarios, lo que afecta profundamente el diseño del protocolo de acceso múltiple. En el acceso múltiple por división espacial, la interferencia multiusuario resultante es procesada por las múltiples antenas, que, además de proporcionar diversidad por enlace, también entregan los DoF necesarios para la separación espacial de los usuarios.

La capacidad de transmisión en un canal multiusuario se define como la suma de tasas de datos de todos los usuarios. La estrategia óptima para un sistema MU-MIMO de enlace descendente conlleva técnicas teóricas de cancelación de interferencias conocidos como *Dirty Paper Coding* (Costa, 1983). DPC logra la región de capacidad en un enlace descendente MU-MIMO (Peel *et al.*, 2005).

Debido a que las técnicas no lineales orientadas hacia DPC implican una alta complejidad en su implementación, se han propuesto técnicas lineales de baja complejidad como Diagonalización a Bloques (Spencer *et al.*, 2004), y *Beamforming Coordinado* (Chae *et al.*, 2008; Soriano-Equigua *et al.*, 2011). CBF tiene la limitante de que la máxima cantidad de usuarios que pueden ser atendidos no debe ser mayor a la

cantidad de antenas transmisoras; mientras que la técnica BD tiene la limitante de que la cantidad de antenas transmisoras debe ser mayor que la suma de antenas receptoras en todos los usuarios, restringiendo la cantidad de usuarios atendidos en un recurso de tiempo y/o frecuencia.

En CBF, la BS envía una sola cadena de datos por usuario y elimina la restricción en la cantidad de antenas receptoras que existe en BD. En la técnica CBF se realiza una optimización de los *beamformers* en transmisión y de los *combiners* en recepción para eliminar completamente la interferencia, suponiendo un completo CSI en la BS. La CSI se puede obtener en sistemas con dúplex en división de tiempo (TDD) si la BS estima el canal de subida y aplica el principio de reciprocidad para el enlace descendente (Goldsmith, 2005).

Con la finalidad de maximizar la tasa de datos, la BS requiere seleccionar un conjunto de usuarios que van a ser atendidos. La técnica óptima para la selección es un enfoque de fuerza bruta donde se eligen usuarios en una búsqueda exhaustiva entre todos los usuarios posibles con el fin de encontrar el mejor grupo que maximice la suma de tasas de transmisión, sin embargo, ésta estrategia requiere un costo computacional excesivo y en algunos casos prohibitivo.

En este capítulo se presentan contribuciones de algoritmos de selección de usuarios sub-óptimos en sistemas MU-MIMO que trabajan con el esquema de separación espacial CBF. Primeramente en la sección 2.2 se define el modelo del sistema MU-MIMO y se describe la técnica CBF para calcular los *Beamformers* y Combinadores en la BS. En la sección 2.3 se realiza una revisión del estado del arte de algoritmos de calendarización de usuario en sistemas MU-MIMO. En la sección 2.4 se describen los algoritmos de selección de usuarios propuestos. En la sección 2.5 se realiza un análisis de complejidad de los algoritmos propuestos así como los que se encuentran en la literatura. Los resultados de simulación se muestran en la sección 2.6 y finalmente se presentan las conclusiones del capítulo en la sección 2.7.

## 2.2 Modelo del Sistema MU-MIMO

Considere un enlace descendente para un sistema MU-MIMO como el que se muestra en la Figura 4. En este caso se considera que la BS está equipada con  $N_t$  antenas transmisoras y un total de  $K$  usuarios equipados cada uno con  $N_r$  antenas receptoras. Se supone un escenario con una gran cantidad de usuarios (esto es  $K \gg N_t$ ) en donde la BS no puede atender de manera simultánea a todos ellos, debido a que si se atiende a una cantidad mayor a  $N_t$  usuarios, se obtiene un decremento en la capacidad. Por lo tanto, se requiere una selección de un sub-conjunto de usuarios que serán atendidos.

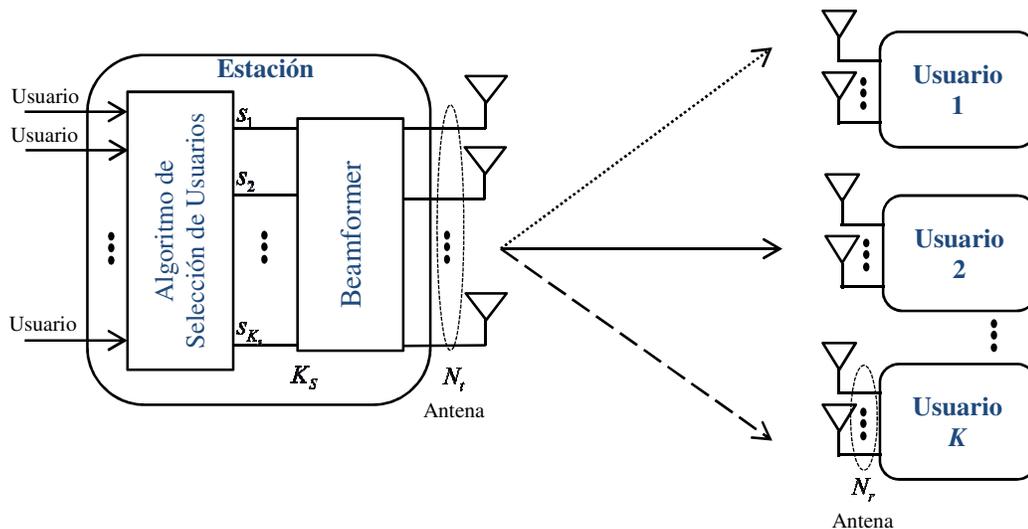


Figura 4. Diagrama de un enlace descendente MU-MIMO.

Considere un sub-conjunto  $\Gamma = \{s_1, s_2, \dots, s_{K_s}\}$  que contiene a los usuarios que han sido seleccionados para la transmisión, donde  $\text{card}(\Gamma) = K_s$  es la cantidad total de usuarios seleccionados para ser atendidos. La señal transmitida por la BS correspondiente al usuario  $s_k \in \Gamma$  es representada por  $x_k$ . Cada usuario seleccionado puede obtener una cadena de datos, y la señal recibida por  $y_k$  después de aplicar el vector de combinación  $w_k$  en el  $k$ -ésimo usuario está dada por

$$y_k = \mathbf{w}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k x_k + \sum_{l \in \Gamma, l \neq k}^{K_S} \mathbf{w}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_l x_l + \mathbf{w}_k^H \mathbf{n}_k \quad (1)$$

donde el primer término del lado derecho de la ecuación (1) corresponde a la señal deseada por el usuario  $k$ , el segundo término representa la interferencia causada por la transmisión simultánea a otros usuarios y  $\mathbf{n}_k$  es el vector de ruido Gaussiano con media cero y varianza  $\sigma_n^2$ . El vector de beamforming para el  $k$ -ésimo usuario está dado por  $\mathbf{f}_k$ . El canal entre la BS y el  $k$ -ésimo usuario es representado por la matriz  $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ , donde cada entrada corresponde a una variable aleatoria Gaussiana independiente e idénticamente distribuida (i.i.d).

### 2.2.1 Beamforming Coordinado

En las técnicas de CBF (Chae *et al.*, 2008; Soriano-Equigua *et al.*, 2011) el transmisor calcula  $\mathbf{f}_k$  de manera que el sub-espacio generado por sus columnas se encuentre en el espacio nulo de  $\mathbf{w}_l^H \mathbf{H}_l, \forall l \neq k$ , de manera que  $\mathbf{w}_l^H \mathbf{H}_l \mathbf{f}_k = 0$  para  $l = 1, \dots, k-1, k+1, \dots, K$ , sujeto a la restricción  $\|\mathbf{w}_k\|^2 = \|\mathbf{f}_k\|^2 = 1, \forall k$ . De esta manera  $\mathbf{f}_k$  no causa ninguna interferencia hacia el  $l$ -ésimo usuario. Si removemos el término de interferencia en la ecuación (1), la señal recibida se puede representar como

$$y_k = \mathbf{w}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k x_k + \mathbf{w}_k^H \mathbf{n}_k \quad (2)$$

En el lado del receptor, la técnica combinación de tasa máxima (MRC) es un diseño razonable para calcular los vectores de combinación, los cuales se obtienen a partir de la ecuación (2), resultando en

$$\mathbf{w}_k = \frac{\mathbf{H}_k \mathbf{f}_k}{\|\mathbf{H}_k \mathbf{f}_k\|} \quad (3)$$

Para calcular el vector de beamforming  $\mathbf{f}_k$ , la BS, inicializa primero el vector de combinación igual al vector singular izquierdo, correspondiente al valor singular mayor. Sea la descomposición en valores singulares (SVD) de  $\mathbf{H}_k$  igual a  $\mathbf{H}_k = \mathbf{U}_k \mathbf{\Sigma}_k \mathbf{V}_k^H$ , por lo tanto el vector de combinación del  $k$ -ésimo usuario está dado por  $\mathbf{w}_k(i) = \mathbf{U}_k^{(*1)}$ , donde el superíndice (\*1) representa a la primera columna de la matriz  $\mathbf{U}_k$  y la notación ( $i$ ) se utiliza para especificar la  $i$ -ésima iteración, entonces  $\mathbf{w}_k(0)$  es el vector de combinación inicial. La BS calcula el vector de *beamforming* como sigue

$$\mathbf{f}_k(1) = \frac{\mathbf{q}_k}{\|\mathbf{q}_k\|} \quad (4)$$

donde

$$[\mathbf{q}_1 \dots \mathbf{q}_K] = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1^H \mathbf{H}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{w}_K^H \mathbf{H}_K \end{bmatrix}^\dagger \quad (5)$$

y  $[\cdot]^\dagger$  denota la pseudo-inversa de una matriz. Para las iteraciones  $i \geq 2$  el algoritmo se dice que converge si la diferencia  $\|\mathbf{f}_k(i) - \mathbf{f}_k(i-1)\| \leq \varepsilon$ , donde  $\varepsilon$  es una constante predefinida generalmente en el orden de  $10^{-6}$ , de otro modo continua con la siguiente iteración. La convergencia del algoritmo CBF no está garantizada, sin embargo en (Chae *et al.*, 2008) se observa que converge al menos en la mayoría de los casos. Por esta razón, se utiliza un número máximo de iteraciones, por ejemplo  $i_{\max} = 50$  para el caso de  $N_r = N_t = K_s = 4$ .

A partir de la ecuación (1), se puede expresar la relación señal a ruido más interferencia (SINR) del  $k$ -ésimo usuario como sigue

$$\text{SINR}_k = \frac{P_k |\mathbf{w}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k|^2}{\sigma_n^2 + P_l \sum_{l \neq k} |\mathbf{w}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_l|^2} \quad (6)$$

Si tomamos en cuenta que la técnica CBF logra eliminar completamente la interferencia y el término de suma es igual a cero, de acuerdo a la ecuación (2) se tiene

$$\text{SINR}_k = \frac{P_k |\mathbf{w}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k|^2}{\sigma_n^2} \quad (7)$$

donde  $P_k$  representa la potencia asignada al usuario  $k$ . La estrategia CBF puede alcanzar la siguiente capacidad de canal

$$C = E \left\{ \sum_k \log_2 (1 + \text{SINR}_k) \right\} \quad (8)$$

donde  $E\{\cdot\}$  representa el valor esperado.

### 2.3 Selección de usuarios en sistemas MU-MIMO

En general, cuando la cantidad de usuarios en un sistema MU-MIMO es mayor al máximo número de los que pueden ser atendidos, la BS requiere seleccionar a un conjunto de usuarios que maximice la tasa de datos. La selección de usuarios óptima puede llevarse a cabo mediante un enfoque de fuerza bruta, sin embargo, éste enfoque conlleva una carga computacional muy elevada de  $O\left(\binom{N_t}{\lfloor N_t/N_r \rfloor} \left\lceil \frac{N_t}{N_r} \right\rceil N_t^3\right)$  como se deduce en (Shen *et al.*, 2006).

Para resolver ésta problemática, se han propuesto en la literatura varios algoritmos de selección de usuarios. En (Yoo and Goldsmith, 2006), los autores proponen un algoritmo que selecciona un conjunto de usuarios semi-ortogonales para

terminales móviles equipados con una sola antena. En (Shen *et al.*, 2006), se proponen dos algoritmos para la técnica de BD (algoritmo-c y algoritmo-n). En cada paso del algoritmo-c, se selecciona un usuario que maximice la suma de tasas de transmisión, sin embargo, en el algoritmo-n se selecciona a un usuario que maximice la norma de Frobenius del canal.

En (Jin *et al.* 2011), los autores proponen un algoritmo de selección de usuarios basado en la descomposición QR, en este algoritmo se busca maximizar el producto de los elementos de la diagonal de la matriz triangular superior R, después de realizar la factorización QR. Un enfoque similar se presenta en (Ko and Lee, 2012a). La diferencia entre las dos propuestas mencionadas anteriormente recae en el hecho de que el último está basado en el determinante de la matriz compuesta del canal de los usuarios, de manera que se mide tanto la ortogonalidad como la calidad del canal de los usuarios. Más adelante, los autores en (Sun *et al.*, 2014) demostraron que tanto la eficiencia energética como el límite superior de capacidad de canal están en función de  $\lambda$ , donde  $\lambda = \det(\mathbf{H}\mathbf{H}^H)$  puede interpretarse como el volumen de la matriz de canal  $\mathbf{H}$ .

En (Zhou *et al.*, 2011) y (Ko and Lee, 2012b), los autores proponen utilizar la distancia cordal como medida de ortogonalidad entre los espacios de canales para la selección de usuarios; y obtienen un rendimiento comparable a (Ko and Lee, 2012a) con una reducción en la complejidad. Recientemente (Gupta and Chaturvedi, 2013) utilizaron la entropía diferencial condicional como una medida para seleccionar de manera iterativa a los usuarios, el algoritmo puede verse como una extensión de (Ko and Lee, 2012a). En este último caso, los autores demostraron que la capacidad promedio del algoritmo basado en la entropía condicional es estrictamente mejor que el algoritmo-n, el algoritmo basado en la descomposición QR y el algoritmo basado en distancia cordal; y aun cuando la gráfica de capacidad del algoritmo-c y el algoritmo-n se traslapan, la cantidad de operaciones flotantes del último algoritmo mencionado es significativamente menor.

## 2.4 Algoritmos de selección de usuarios con CBF

Los algoritmos mencionados en la sección anterior han sido propuestos para esquemas de transmisión multiusuario donde las terminales cuentan con una sola antena en el caso de la técnica de ZF (Yoo and Goldsmith, 2006) y la técnica BD para el caso de usuarios con múltiples antenas (Jin *et al.*, 2011; Jin *et al.*, 2011; Ko and Lee, 2012a; Sun *et al.*, 2014; Zhou *et al.*, 2011; Ko and Lee, 2012b). Hasta donde se tiene conocimiento, no se han propuesto algoritmos de selección de usuarios para el caso particular donde se atiende a la misma cantidad de usuarios que antenas transmisoras disponibles y usuarios con múltiples antenas como en el caso del esquema CBF.

En esta sección se describen dos algoritmos de selección de usuarios para sistemas MU-MIMO en conjunto con la técnica CBF, propuestos y publicados en (Maciel-Barboza *et al.*, 2016). Los algoritmos propuestos tienen un rendimiento cercano al de búsqueda exhaustiva y mejoran los algoritmos mencionados en la sección anterior, manteniendo una baja complejidad gracias a una etapa de preselección de usuarios.

### 2.4.1 Etapa de pre-selección de usuarios

A fin de reducir la complejidad en el algoritmo de selección de usuarios, en (Youtuan *et al.*, 2007) los autores deducen una métrica para evaluar la correlación entre los canales MIMO  $\mathbf{H}_j$  y  $\mathbf{H}_i$ . Se utiliza la norma cuadrática de Frobenius de la matriz de correlación cruzada promedio como un estimado

$$\xi_{i,j} = \|\tilde{\mathbf{H}}_i \mathbf{H}_i \mathbf{H}_j^H \tilde{\mathbf{H}}_j\|_F^2 / (N_{r,i} N_{r,j}), \quad (9)$$

donde  $\tilde{\mathbf{H}}$  es el recíproco de la norma Euclidiana del vector renglón de  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$  y sus elementos están dados por

$$\tilde{\mathbf{H}} = \text{diag} \left\{ \|\mathbf{H}\|_1^{-1}, \dots, \|\mathbf{H}\|_{N_r}^{-1} \right\}. \quad (10)$$

La métrica  $\xi_{i,j}$  se utiliza para pre-seleccionar a las matrices de usuarios que tengan menos correlación. Mediante la etapa de pre-selección, una gran cantidad de usuarios quedan fuera de la búsqueda en iteraciones intermedias.

## 2.4.2 Algoritmo basado en la ganancia efectiva del canal

La idea básica del algoritmo es maximizar la ganancia de canal coordinada en el transmisor al seleccionar a un sub-conjunto de usuarios; sin embargo en vez de utilizar el método CBF (que es un algoritmo iterativo y no converge en algunos casos) para calcular los vectores de pesos, se propone calcular los vectores de *beamforming* y combinación en un solo paso dentro del proceso de selección. En el Algoritmo 1 se describe el algoritmo basado en la ganancia efectiva del canal coordinada (CECUS).

---

**Algoritmo 1.** Algoritmo basado en la ganancia efectiva del canal coordinada

---

**Entrada:**  $N_r, N_t, K_s, \Omega_i = \{1, 2, \dots, K\}, \Gamma_i = \emptyset^{K_s \times 1}, \mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}; \forall k \in \Omega_i$

1.  $i = 1$ , calcular  $\pi_k = \|\mathbf{H}_k\|_F^2, \forall k \in \Omega_i$ .
2. Seleccionar el usuario  $s_1$  que entregue la mayor ganancia de canal, es decir,  $s_1 = \arg \max_{k \in \Omega_i} \pi_k$  y actualizar  $i = i + 1$ ,  $\Omega_i = \Omega_{i-1} - \{s_{i-1}\}, \Gamma_i = \Gamma_{i-1} + \{s_{i-1}\}$ .
3. Implementar la etapa de pre-selección y obtener el nuevo conjunto  $\Omega_i = \{k \in \Omega_i \mid \xi_{u_{i-1}, k} < \alpha\}$ .
4. Para todo  $k \in \Omega_i$ ,
  - i) Sea  $\Psi$  un conjunto temporal de usuarios  $\Psi = \Gamma_i + \{k\}$ , donde  $\text{card}(\Psi) = L$ ;
  - ii) Calcular el combinador  $\mathbf{w}_l = \mathbf{U}_l(:, 1), \forall l \in \Psi$ , y obtener  $[\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_L] = \left\{ \left[ (\mathbf{w}_1^H \mathbf{H}_1)^T, \dots, (\mathbf{w}_L^H \mathbf{H}_L)^T \right]^T \right\}^\dagger$ . Entonces, el vector de *beamforming* normalizado está dado por  $\mathbf{f}_l = \mathbf{q}_l / \|\mathbf{q}_l\|$ ;
  - iii) Calcular la suma de ganancias efectivas de canal  $\text{Eff}_k = \sum_{u \in \Gamma} |\mathbf{w}_u^H \mathbf{H}_u \mathbf{f}_k|^2 + |\mathbf{w}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{f}_k|^2$ .
5. Seleccionar  $s_i = \arg \max_{k \in \Omega_i} \text{Eff}_k$  y actualizar  $i = i + 1$ ,  $\Omega_i = \Omega_{i-1} - \{s_{i-1}\}, \Gamma_i = \Gamma_{i-1} + \{s_{i-1}\}$ ; si  $\text{card}(\Gamma_i) < K_s$  regresar al paso 3.
6. Terminar el proceso de selección de usuarios actualizando los *beamformers* y *combiners* utilizando el algoritmo CBF descrito en la sección para todos los usuarios en  $\Gamma_i$ .

**Salida:**  $\Gamma_i, \mathbf{H}_j; \forall j \in \Gamma_i$

---

La primera propuesta se inspira en el algoritmo sub-óptimo basado en la capacidad presentado en (Shen *et al.*, 2009), el cual ha sido diseñado especialmente para la técnica de BD. El primer contraste de nuestro algoritmo se encuentra en el paso 1 y el paso 2, donde en vez de elegir al primer usuario que maximice la capacidad individual, se selecciona al primer usuario que maximice la energía total del canal, es decir, la suma de eigenvalores de  $\mathbf{H}\mathbf{H}^H$  igual a  $\mathbf{H}_F^2$ . La segunda diferencia se encuentra en el paso 3 donde se aplica la etapa de pre-selección mencionada en la sección 2.4.1, donde se propone utilizar un valor de umbral  $\alpha$  (un número pequeño positivo), de manera que el conjunto  $\Omega_i$  sea un conjunto no vacío y la cantidad de usuarios seleccionados satisfaga la condición de  $\text{card}(\Gamma) = N_t$ . Se debe tener en cuenta que si el umbral  $\alpha$  es muy pequeño (tiende a cero), se tiene una disminución en la ganancia de diversidad entregada por múltiples usuarios; por otro lado si  $\alpha$  es grande (tiende a 1), entonces se tiene un incremento en la complejidad del algoritmo. En la sección 2.5 se dan más detalles al respecto.

Es necesario observar que se realiza un cambio en la dimensión de la matriz del canal utilizando el combinador,  $(\mathbf{w}^H \mathbf{H}) \in \mathbb{C}^{1 \times N_t}$ , de manera que los vectores de beamforming pueden calcularse mediante un simple forzado a cero como en (Yoo and Goldsmith, 2006) para sistemas con una sola antena; además los vectores de beamforming necesitan ser calculados solamente para los usuarios dentro del conjunto  $\Omega_i$ . Finalmente es importante mencionar que el algoritmo no utiliza la métrica de capacidad directamente, en vez de ello, se propone utilizar la suma de ganancias efectivas suponiendo que no se tiene interferencia entre usuarios después de aplicar el vector de forzado a cero.

### 2.4.3 Algoritmo basado en el agrupamiento por norma de Frobenius

Con la finalidad de reducir aún más la complejidad del algoritmo CECUS, en esta sección se propone un algoritmo basado en el agrupamiento por norma de Frobenius (FGUS). En el algoritmo FGUS, los usuarios se clasifican de acuerdo a la energía del canal, luego se reordenan para formar una matriz  $\chi$ . La diferencia entre los algoritmos FGUS y CECUS consiste en la búsqueda de usuarios restantes, en FGUS la búsqueda

de usuarios solo toma en cuenta usuarios dentro de la  $i$ -ésima columna de  $\chi$ , por lo tanto, de esta manera se logra reducir la complejidad del algoritmo CECUS. El algoritmo FGUS se describe en los pasos del Algoritmo 2.

---

**Algoritmo 2.** Algoritmo basado en el agrupamiento por norma de Frobenius

---

**Entrada:**  $N_r, N_t, K_s, \Omega_i = \{1, 2, \dots, K\}, \Gamma_i = \emptyset^{K_s \times 1}, \mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}; \forall k \in \Omega_i$

1.  $i=1$ , calcular  $\pi_k = \|\mathbf{H}_k\|_F^2, \forall k \in \Omega_i$ ; ordenar  $\pi$  en orden descendente y guardar el índice correspondiente a cada usuario en un nuevo conjunto  $\gamma$ . Sea  $\chi = \text{redim}(\gamma, \lceil K/N_t \rceil, N_t)$ , donde  $\text{redim}(A, b, c)$  retorna una matriz de dimension  $b \times c$  reordenando el vector  $A$ .
2. Seleccionar el primer usuario que entregue la mayor ganancia de canal, es decir,  $s_1 = \chi(1, 1)$  y actualizar  $i = i + 1, \Gamma_i = \Gamma_{i-1} + \{s_{i-1}\}$ .
3. Para todo  $k \in \chi(:, i)$ ,
  - i) Sea un nuevo conjunto de usuarios,  $\Psi = \Gamma_i + \chi(k, i)$
  - ii) Para todo  $l \in \Psi$ , encontrar el *combiner*  $\mathbf{w}_l = \mathbf{U}_l(:, 1)$  y obtener  $\mathbf{q}_l$  como en la ecuación (2.5); los *beamformers* normalizados están dados por  $\mathbf{f}_l$ .
  - iii) Para todo  $l \in \Psi$ , calcular  $\text{Eff}_l = \sum_{s \in \Gamma} |\mathbf{w}_s^H \mathbf{H}_s \mathbf{f}_l|^2 + |\mathbf{w}_l^H \mathbf{H}_l \mathbf{f}_l|^2$ , al igual que en el algoritmo anterior.
4. Seleccionar el índice de usuario  $s_i = \arg \max_{k \in \chi(:, i)} \text{Eff}_k$  y actualizar  $i = i + 1, \Gamma_i = \Gamma_{i-1} + \{s_{i-1}\}$ ; si  $\text{card}(\Gamma) < K_s$ , regresar al paso 3; de otra manera, se termina el algoritmo en el paso 5.
5. Repetir el paso 5 del algoritmo CECUS.

**Salida:**  $\Gamma_i, \mathbf{H}_j; \forall j \in \Gamma_i$

---

En el paso 1, el algoritmo FGUS calcula la norma de Frobenius de los  $K$  usuarios en la célula; la BS clasifica a los usuarios en orden descendente de acuerdo a la energía del canal, y seguidamente divide a los usuarios en  $N_t$  grupos. En el paso 2, el algoritmo selecciona al usuario con la mayor energía del canal. Cabe hacer notar que en este algoritmo, se elimina la etapa de pre-selección debido a que la cantidad de usuarios en cada iteración es  $\lceil K/N_t \rceil$ , evitando de esta manera el trabajo extensivo de encontrar valores adecuados del umbral de pre-selección  $\alpha$ . En el paso 3, se toman los usuarios ya seleccionados con anterioridad y los usuarios en el grupo  $i$  y se forma un nuevo conjunto de usuarios, de este nuevo conjunto se calcula la suma de ganancias efectivas. En el paso 4, se selecciona un nuevo usuario que maximice la suma de ganancias efectivas en conjunto con los usuarios seleccionados en iteraciones

anteriores. Se repiten los pasos 3 y 4 hasta que se tenga un total de  $K_s = N_t$  usuarios seleccionados. Finalmente en el paso 5, el algoritmo actualiza los *beamformers* y *combiners* utilizando el algoritmo CBF descrito en la sección 2.2.1.

## 2.5 Análisis de complejidad

En esta sección se evalúa cuantitativamente la complejidad de los algoritmos de selección de usuarios. La complejidad se mide en cantidad de operaciones flotantes conocidas como Flops (Golub and Van Loan, 1996) y se denotan mediante la letra  $F$ . Para matrices complejas  $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  y vectores  $\mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  y  $\mathbf{f} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ . La multiplicación de Matriz-Vector demanda  $F_{\mathbf{H}\mathbf{f}} = 2NM$ . La forma sesquilineal  $\mathbf{w}^H \mathbf{H} \mathbf{f}$  requiere  $F_{\mathbf{w}^H \mathbf{H} \mathbf{f}} = 2NM + N - 1$ . Cada multiplicación de matrices no cuadradas  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  y  $\mathbf{B} \in \mathbb{C}^{M \times P}$  tiene un costo de  $F_{\mathbf{AB}} = 2MNP$  operaciones flotantes. La SVD de una matriz real tiene un costo de  $F_{\text{svd}(\mathbf{H})} = 4NM^2 + 8N^2M + 9N^3$ , el cual es 4 a 6 veces mayor para matrices complejas (Bae and Lee, 2011). Un camino sencillo y preciso para calcular la pseudo-inversa es mediante la SVD, el costo computacional de la pseudo-inversa es dominado por la SVD, el cual es muchas veces mayor que la multiplicación matriz por matriz. En la Tabla 1 se resume el conteo de flops de las operaciones mencionadas con anterioridad.

**Tabla 3. Complejidad de operaciones matriciales**

| Operaciones Matriciales                     | Flops                     |
|---|---------------------------|
| Norma de Frobenius ( $\ \mathbf{H}\ _F^2$ ) | $4MN$                     |
| Pseudo-inversa, SVD                         | $24NM^2 + 48N^2M + 54N^3$ |
| Multiplicación por un vector                | $2MN$                     |
| Multiplicación matricial                    | $2MNP$                    |
| Forma sesquilineal                          | $2NM + 2N - 1$            |

La complejidad de los algoritmos propuestos se divide en tres partes:  $F_a$ , que corresponde a la selección del primer usuario,  $F_b$  al algoritmo de selección de usuarios y  $F_c$  debido a los cálculos extra requeridos para  $\xi_{i,j}$  en la etapa de pre-selección.

### 2.5.1 Complejidad del Algoritmo CECUS

Para el algoritmo CECUS (Alg1, para evitar ambigüedades) descrito en la sección 2.4.2, se requiere en el primer paso calcular la norma de Frobenius de  $K$  usuarios, suponiendo que después de la etapa de preselección, se tienen  $\text{card}(\Omega_i) = \beta_i K$  usuarios restantes, donde  $1 > \beta_1 > \dots > \beta_{K_s} > 0$ , el costo computacional del algoritmo es el siguiente

$$F_{\text{Alg1}} = F_a + F_b + F_c, \quad (11)$$

donde

$$F_a = 4KN_r N_t, \quad (12)$$

$$F_b = \sum_{i=2}^{K_s} \left\{ (\beta_i K - i + 1) \times (24iN_t^2 + 48i^2N_t + 54i^3 \dots + 2N_r N_t + N_r - 1) \right\} + (\beta_1 K + 1) \times (24N_r N_t^2 + 48N_r^2 N_t \dots + 54N_r^3 + 2N_r N_t), \quad (13)$$

$$F_c = \sum_{i=2}^{K_s} (\beta_{i-1} K - i - 1) \times (8N_r^2 N_t + 8N_r N_t - 2N_r N_t^2). \quad (14)$$

### 2.5.2 Complejidad del Algoritmo FGUS

En el algoritmo FGUS (Alg2, para evitar ambigüedades) descrito en la sección 2.4.3, se propone utilizar un agrupamiento de usuarios con el fin de reducir la complejidad en la etapa de selección. En el caso del Alg2  $F_a$  es idéntico al Alg1, sin embargo en  $F_b$ , se reemplaza  $K$  por  $\hat{K} = \left\lceil \frac{K}{N_r} \right\rceil$  y no se considera la etapa de preselección de usuarios, por lo tanto,  $\beta_i = 1, \forall i$  y  $F_c = 0$ . El conteo de operaciones del Alg2 se resume como

$$F_{Alg2} = F_a + F_b, \quad (15)$$

donde

$$F_b = \sum_{i=2}^{K_s} \left\{ (\hat{K} - i + 1) \times (24i^2 N_t + 48i N_t^2 + 54i^3 + 2N_r N_t + N_r - 1) \right\} + (K - \hat{K} + 1) \times (24N_r^2 N_t + 48N_r N_t^2 + 54N_r^3 + 2N_r N_t). \quad (16)$$

### 2.5.3 Complejidad de algoritmos sub-óptimos

Para complementar los resultados alcanzables de los algoritmos propuestos, en esta sección se presenta la cantidad de operaciones flotantes de algoritmos sub-óptimos que se encuentran en la literatura, estos son: algoritmo basado en el determinante (DUS), algoritmo basado en la distancia cordal (ChUS) y algoritmo basado en la entropía condicional (CEUS).

La complejidad del algoritmo DUS (Ko and Lee, 2012a) es la siguiente

$$F_{DUS} \approx \left( 8N_t^2 N_r + 8N_t N_r^2 + \frac{4}{3} N_r^3 - \frac{3}{2} N_r^2 + \frac{13}{6} N_r \right) \sum_{i=2}^{K_s} (K - i + 1) + \left( 8N_t N_r^2 + \frac{4}{3} N_r^3 - \frac{3}{2} N_r^2 + \frac{19}{6} N_r \right) \times K. \quad (17)$$

La complejidad del algoritmo ChUS (Ko and Lee, 2012b) se resume como sigue

$$F_{ChUS} \approx \sum_{i=2}^{K_s} \left\{ \left[ 8(i-1)^2 N_r^2 N_t - 2(i-1) N_r N_t + 7(i-1) N_r N_t^2 \right] + \left[ 8N_r^2 N_t - 2N_r N_t + 7N_r N_t^2 + 4N_t^2 \right] \times (K - i + 1) \right\} + 4KN_r N_t. \quad (18)$$

La cantidad total de operaciones flotantes del algoritmo CEUS (Gupta and Chaturvedi, 2013) está dada por

$$F_{\text{CEUS}} \approx \sum_{i=1}^{K_s} \left\{ F_{\Omega} \times (i-1) + \left[ \frac{4}{3} N_r^3 - \frac{3}{2} N_r^2 + \frac{19}{6} N_r + 8N_t^2 N_r + 8N_t N_r^2 \right] \times i \right\} \times (K-i+1) + K \times F_{\Omega}, \quad (19)$$

donde  $F_{\Omega}$  se define como

$$F_{\Omega} = 32N_t^2 N_r + 16N_t N_r^2 + 2N_t^2 + N_r + 4N_r^3 - \frac{1}{2} N_r^2 - \frac{3}{2} N_r. \quad (20)$$

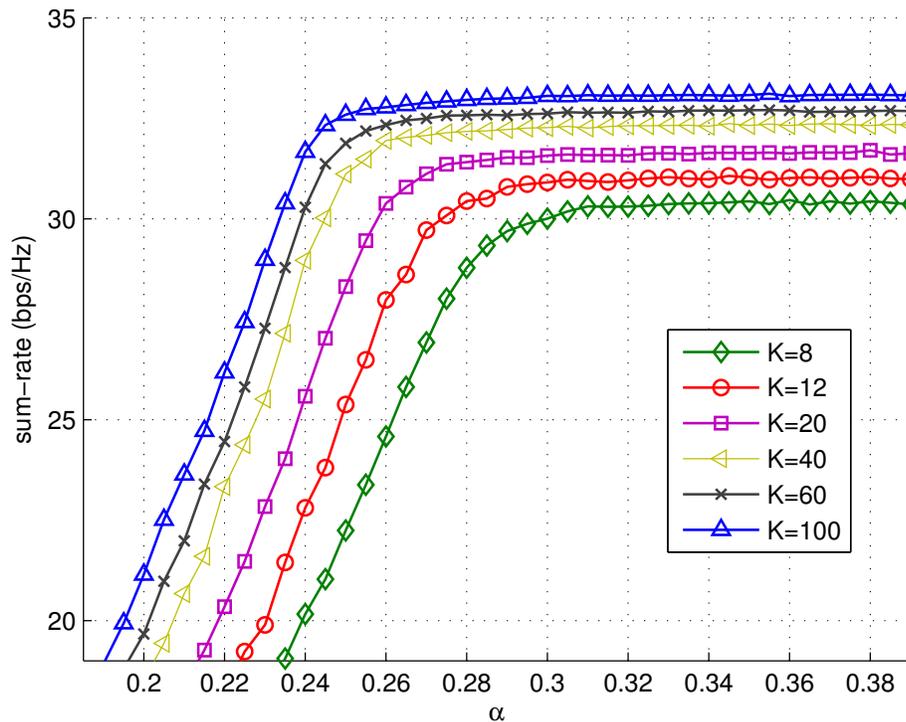
## 2.6 Resultados de Simulación

En esta sección, con la finalidad de comparar el rendimiento de los algoritmos propuestos, se muestran resultados de simulación. En las simulaciones se toman en cuenta las siguientes consideraciones:

- i) Los canales entre cada par de antenas transmisora y receptora se consideran independientes.
- ii) Potencia total unitaria distribuida de manera uniforme entre los usuarios.
- iii) Estimación perfecta de los canales en los receptores.
- iv) Conocimiento completo de los canales de usuarios en la BS.

A diferencia de los algoritmos descritos en (Kum *et al.*, 2014) que han sido propuestos para sistemas con dúplex por división de frecuencia (FDD), los algoritmos propuestos en este capítulo se diseñan para sistemas TDD que emplean reciprocidad para estimar el canal descendente a partir del canal de subida. Se compara el rendimiento de los siguientes algoritmos:

- i) Algoritmo óptimo (mediante búsqueda exhaustiva).
- ii) Alg1 y Alg2, descritos en la sección 2.4, sin pre-selección.
- iii) Alg1/presel, se refiere al Alg1 con la etapa de pre-selección.
- iv) Algoritmo DUS propuesto en (Ko and Lee, 2012a).
- v) Algoritmo ChUS propuesto en (Zhou *et al.*, 2011).
- vi) Algoritmo CEUS propuesto en (Gupta and Chaturvedi, 2013).
- vii) Algoritmo de selección aleatoria (RUS).



**Figura 5. Sum-rate vs  $\alpha$  para  $N_r = N_t = 4$  y SNR=20 dB.**

En la Figura 5 se muestra una comparativa de sum-rate para diferentes valores de  $\alpha$  (umbral de pre-selección) para  $N_r = 4, N_t = 4$ , SNR=20dB y la cantidad total de usuarios  $K$  en un intervalo de 8 a 100. Se observa que si el umbral de pre-selección es muy pequeño, entonces la tasa de transmisión decrece debido a la pérdida de ganancia de diversidad. En términos de Sum-Rate, el valor de óptimo de  $\alpha$  para  $K \geq 40$  es  $\alpha \geq 0.26$ . Sin embargo, es importante recalcar que cuanto más alto es el valor del umbral de pre-selección, se incrementa la complejidad del algoritmo de selección de usuarios.

En la Figura 6 se muestra un resultado de Sum-Rate para diferente cantidad de usuarios cuando se tienen 4 antenas en la BS, cada usuario cuenta con 4 antenas y la SNR=20. Puede observarse que el rendimiento del Alg1 propuesto en esta sección, es mejor que los algoritmos CEUS, ChUS y DUS. En general, el Alg2 tiene un menor rendimiento que le Alg1, sin embargo, cuando la cantidad de usuarios incrementa, el Alg2 tiene un rendimiento similar al Alg1. Para el Alg1 se considera  $\beta_i = 1, \forall i$ . En el caso del Alg1/pre-selección se toman diferentes valores de umbral de preselección para diferentes cantidades de usuarios, en la Figura 6 se considera  $\alpha = \{0.35, 0.32, 0.31, 0.30, 0.29, 0.285, 0.27\}$  para  $K = \{8, 12, 16, 20, 40, 60, 80, 100\}$ . Es interesante considerar soluciones que optimicen los valores de  $\alpha$  para diferentes parámetros de sistema, sin embargo, se difiere esta cuestión para un trabajo futuro.

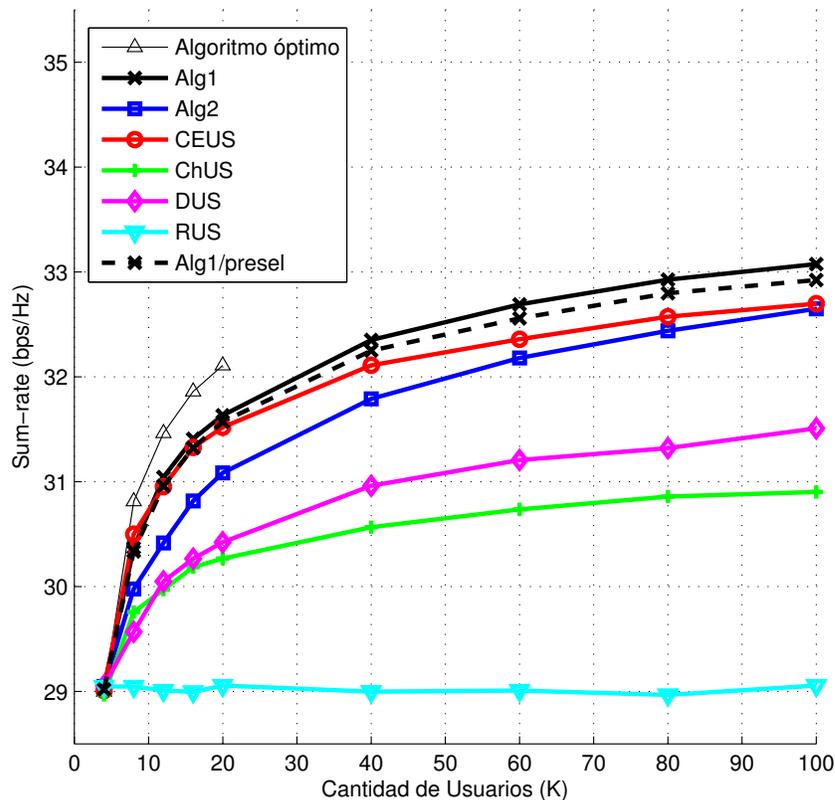
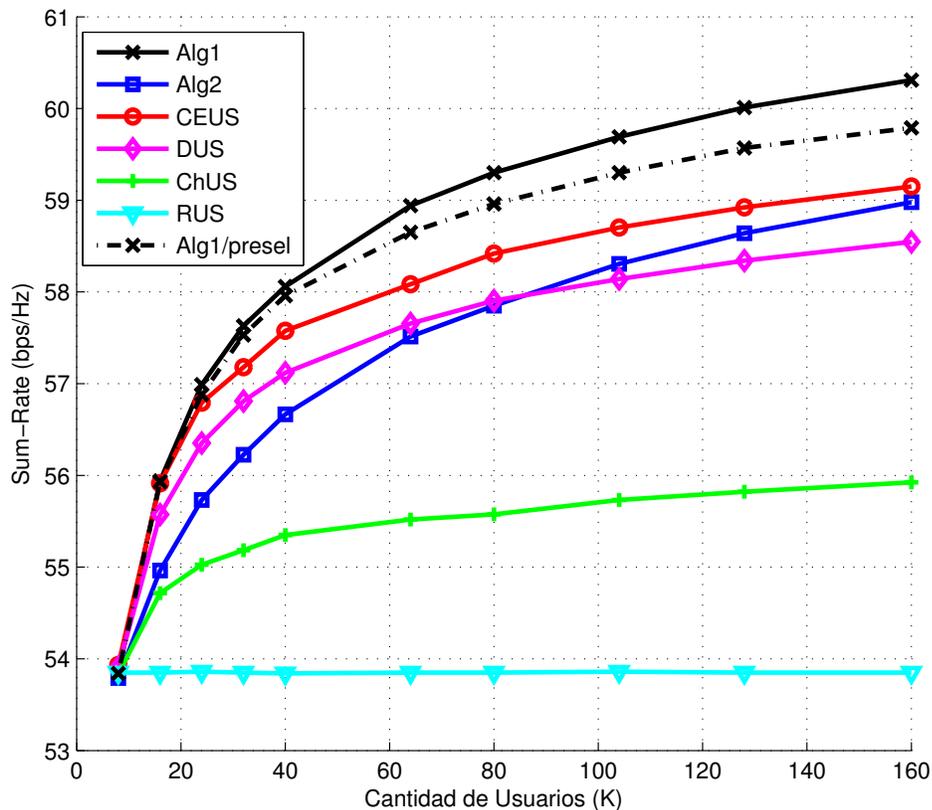


Figura 6. Sum-Rate vs cantidad de usuarios para  $N_r = N_t = 4$  y SNR=20 dB.

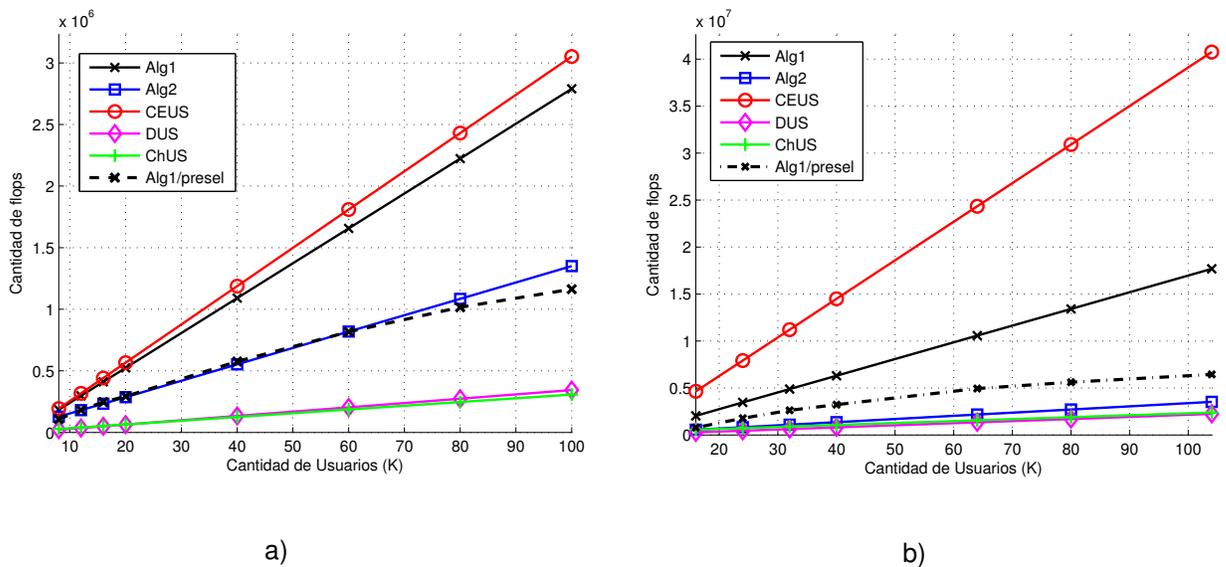
En la Figura 7 se muestran resultados de Sum-Rate para diferentes cantidades de usuarios cuando el número de antenas transmisoras es 8, la cantidad de antenas en cada receptor es 4 y la SNR=20 dB. La cantidad de usuarios seleccionados es igual a 8, se tiene en este caso que  $\alpha = \{0.18, 1.175, 0.17, 0.165, 0.16, 0.155, 0.15, 0.145\}$  para  $K = \{16, 24, 32, 40, 60, 80, 104, 128, 160\}$ . Puede observarse nuevamente que el Alg1 tiene un mejor rendimiento que los algoritmos CEUS, ChUS y DUS. Cuando la cantidad de usuarios se incrementa, el Alg2 supera el rendimiento del algoritmo DUS y su rendimiento se aproxima al algoritmo CEUS.



**Figura 7. Sum-rate vs cantidad de usuarios para  $N_r = 4, N_t = 8$  y SNR=20 dB.**

En la Figura 8 se compara la cantidad de operaciones flotantes para los diferentes algoritmos sub-óptimos y los algoritmos propuestos para  $N_r = N_t = 4$  (Figura 8a) y  $N_r = N_t = 8$  (Figura 8b). Se observa que los algoritmos DUS y ChUS tienen menos

complejidad que el resto, sin embargo, si verificamos en la Figura 6, estos algoritmos presentan un rendimiento pobre en términos de Sum-Rate. Las propuestas de Alg1 y Alg2 requieren menos operaciones que el algoritmo CEUS. Se observa un resultado interesante del Alg1/preselección, con una cantidad de operaciones aproximadas a las del Alg2 cuando la cantidad de usuarios se incrementa. Esto sucede debido a que a mayor cantidad de usuarios, los valores óptimos de  $\alpha$  disminuyen (como se observa en la Figura 5); por lo tanto, la complejidad disminuye entregando aun así un buen rendimiento en términos de sum-rate.



**Figura 8. Operaciones flotantes vs cantidad de usuarios para: a)  $N_r = 4, N_t = 4$  y b)  $N_r = 4, N_t = 8$**

De acuerdo a los resultados obtenidos en ésta sección, el Alg1/preselección y el Alg2 entregan un buen compromiso (*trade-off*) entre sum-rate y complejidad, siendo estrategias de baja complejidad con posible aplicabilidad en la capa física en sistemas multiusuario para la siguiente generación de sistemas inalámbricos como lo es 3GPP LTE-Advanced.

## 2.7 Conclusiones

En este capítulo, se proponen dos algoritmos de selección de usuarios para sistemas MU-MIMO basados en el criterio de *beamforming* coordinado. La idea principal de los algoritmos propuestos es maximizar la suma de las ganancias efectivas coordinadas de un conjunto de usuarios. Los resultados de simulación muestran que el comportamiento de los algoritmos propuestos para una cantidad razonable de usuarios (<200) es comparable con el rendimiento obtenido por un enfoque óptimo de búsqueda exhaustiva y la capacidad que entregan es mejor que los algoritmos sub-óptimos propuestos en la literatura. Entre las ventajas de los algoritmos propuestos se pueden mencionar: baja complejidad (se encuentra un compromiso entre sum-rate y complejidad mediante una etapa de pre-selección), no se tienen restricciones en la cantidad de antenas receptoras y la capacidad de atender a un número de usuarios igual a la cantidad de antenas transmisoras.

## Capítulo 3. Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO-Masivo con Diagonalización a Bloques.

---

### 3.1 Introducción

Durante las últimas décadas, la comunicación inalámbrica se ha beneficiado de avances sustanciales y se considera como el medio principal que permitirá la innovación de productos de consumo en el futuro, por lo que las empresas se verán obligadas a implementar cambios en su organización para aprovechar al máximo las oportunidades que les brinde el comercio electrónico (Tarazona *et al.*, 2014). Para satisfacer las necesidades de diversas aplicaciones, se requieren importantes logros tecnológicos para garantizar que los dispositivos inalámbricos tengan arquitecturas adecuadas para ofrecer una amplia gama de servicios a los usuarios (Jiang and Hanzo, 2007).

La tecnología de comunicaciones con múltiples antenas tanto en el transmisor como en el receptor conocida como MIMO está madurando y se está incorporando en los nuevos estándares de comunicaciones inalámbricas de banda ancha como LTE, LTE-A y WiMAX Móvil (Dahlman *et al.*, 2008; Paz and Rodriguez, 2013). Actualmente, el estándar LTE-A propone el uso de hasta 8×8 MIMO, tanto para sistemas monousuario como multiusuario. Básicamente, a medida que se incrementa la cantidad de antenas en el transmisor/receptor, mayor es el rendimiento ya sea en términos de tasa de transmisión de datos o confiabilidad del enlace. En los sistemas MU-MIMO, las ventajas son aún más impresionantes, debido a que tales sistemas ofrecen la posibilidad de transmitir simultáneamente a varios usuarios y la flexibilidad de seleccionar y calendarizar a los usuarios para la transmisión/recepción simultánea.

Los sistemas MU-MIMO han sido investigados durante la últimas décadas, sin embargo, sólo hasta fechas recientes se ha propuesto el uso de una gran cantidad de antenas en los sistemas MIMO conocidos como sistemas MIMO Masivo o sistemas de antenas a gran escala (Rusek *et al.*, 2013). Se espera que los sistemas MIMO Masivo, con cientos de elementos de antenas en la BS, se introduzcan eventualmente en el

estándar de 5G de sistemas celulares, como parte de las principales técnicas para mejorar la velocidad de transmisión de datos.

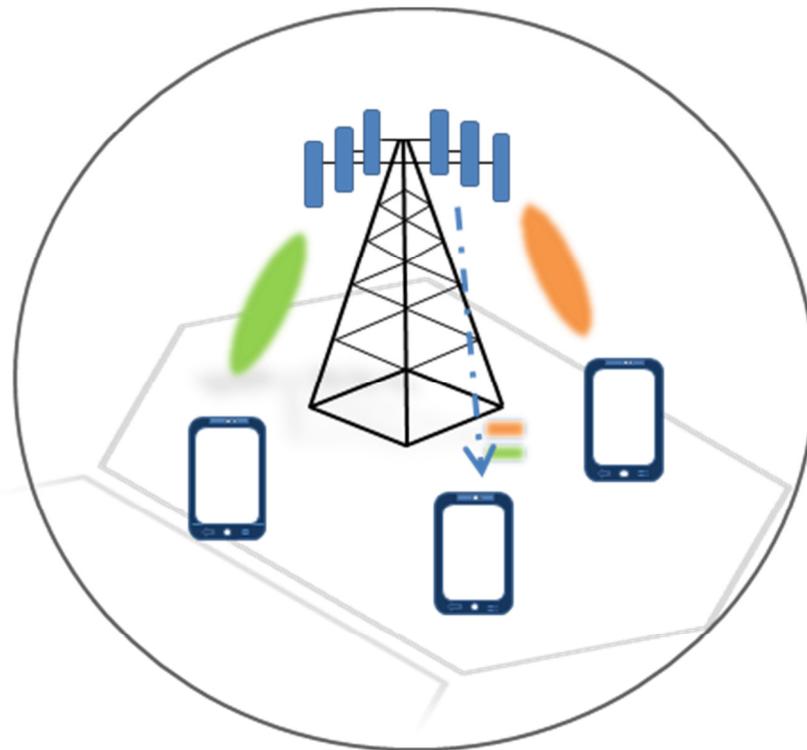
En los esquemas MIMO Masivo, la BS puede atender a un número limitado de usuarios para la transmisión en el enlace de bajada. Cuando los MSs están equipados con múltiples antenas, es posible transmitir varias cadenas de datos independientes, sin embargo, el número de usuarios atendidos simultáneamente puede resultar menor. Por lo tanto, se requiere un algoritmo de planificación eficiente para seleccionar el grupo de usuarios que serán atendidos simultáneamente por la BS compartiendo recursos de tiempo y frecuencia disponibles, mediante multicanalización espacial. El algoritmo de planificación (selección de usuarios, calendarización) debe evitar agrupar usuarios con alta correlación espacial para así disminuir la interferencia entre los mismos y maximizar el rendimiento del sistema.

En este capítulo se presenta una revisión de los algoritmos de calendarización propuestos más recientemente para sistemas de comunicación MU-MIMO, que a través de una estructura sencilla en la BS son adecuados para su implementación práctica. Además, se estudia el rendimiento en la capacidad promedio de los algoritmos de calendarización en sistemas de antenas a gran escala. Finalmente, se toman en cuenta aspectos prácticos de modelado de canal como es el impacto de las imperfecciones de canal en los diferentes algoritmos, para ello se presenta una técnica para obtener un modelo de canal MIMO espacialmente correlacionado.

En la sección 3.2 se ejemplifican escenarios de aplicación hacia redes futuras, además, se define el modelado de la señal y se realiza una revisión del esquema de diagonalización a bloques. En la sección 3.3 se realiza una revisión del estado del arte de algoritmos de calendarización de usuario. Los resultados de simulación se muestran en la sección 3.4, primeramente para condiciones ideales y luego para imperfecciones de canal así como correlación de antenas. Por último, se presentan las conclusiones del capítulo en la sección 3.5.

### 3.2 Escenarios de Aplicación y Modelo de Señal

Entre los escenarios de aplicación de las técnicas MU-MIMO Masivo se tiene la red móvil celular prevista como continuación de LTE-A, la cual se ilustra en la Figura 9. En este escenario se prevé contar con una colección de cientos de antenas en la BS, atendiendo simultáneamente a una gran cantidad de usuarios móviles con el mismo recurso de tiempo-frecuencia. La proposición básica de MIMO Masivo es aprovechar todos los beneficios de MIMO convencional, pero a mayor escala.

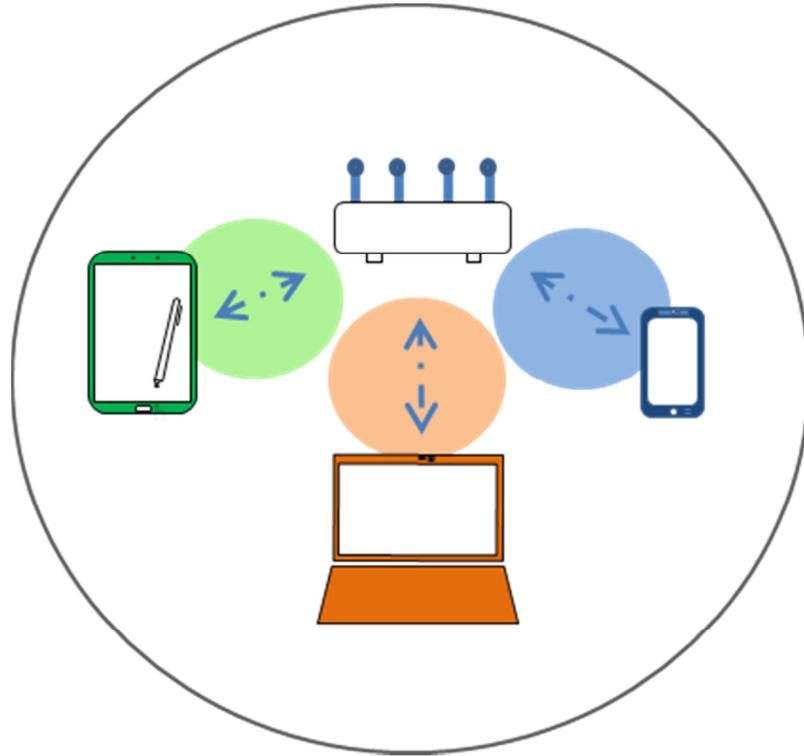


**Figura 9. Escenario de Redes Móviles Celulares.**

En conjunto, MIMO Masivo es el facilitador para el desarrollo de redes futuras de banda ancha, las cuales serán eficientes en el aprovechamiento de la energía y el espectro disponibles. La ventaja principal se basa en la multicanalización espacial, que a su vez depende del conocimiento del canal en la estación base.

Otro escenario importante se refiere a las futuras redes inalámbricas de área local (WLANs), el cual se muestra en la Figura 10. En este caso la utilización de antenas adicionales ayuda a enfocar la energía de la señal transmitida en regiones cada vez más pequeñas. Esto trae grandes mejoras en el rendimiento y la eficiencia

energética, en particular cuando se combina con la calendarización simultánea de un gran número de terminales de usuario (teléfonos inteligentes, tabletas, computadoras).



**Figura 10. Escenario de Redes WLAN.**

Mientras MIMO Masivo hace que muchos de los problemas tradicionales de investigación sean irrelevantes, plantea nuevos problemas que requieren atención; por ejemplo, el reto de hacer que muchos de los componentes de baja precisión y de bajo costo trabajen juntos de manera efectiva, la necesidad de una estimación eficiente de la CSI, la asignación de recursos para los dispositivos móviles, el aprovechamiento de los grados adicionales de libertad que proporciona un exceso de antenas de servicio, así como la reducción del consumo de energía; para lograr un alto rendimiento total del sistema.

### 3.2.1 Modelo de Señal

Considere un enlace de bajada para un sistema MU-MIMO en el cual la BS con  $N_t$  antenas transmisoras se comunica con  $K$  usuarios independientes. Cada usuario está equipado con  $N_r$  antenas receptoras, suponiendo que  $N_t \gg N_r$ . Sea  $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ , la matriz de canal de bajada para el  $k$ -ésimo usuario, donde  $k = 1, 2, \dots, K$ . Se considera que la BS tiene conocimiento perfecto de la CSI de cada usuario y que cada usuario conoce perfectamente su propio canal. La CSI se puede obtener en sistemas con TDD si la BS estima el canal de bajada a partir del canal de subida mediante reciprocidad y sondeo de canal (Goldsmith, 2005).

El vector de datos del  $k$ -ésimo usuario,  $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$ , es pre-procesado en el transmisor con la matriz de *beamforming*  $\mathbf{W}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times N_r}$  para producir un vector de señal  $\mathbf{x}_k \in \mathbb{C}^{N_t \times 1}$ . El vector de señal recibida de dimensiones  $N_r \times 1$  correspondiente al  $k$ -ésimo usuario se puede expresar como

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \sum_{j=1}^K \mathbf{W}_j \mathbf{s}_j + \mathbf{n}_k \quad (21)$$

donde  $\mathbf{n}_k \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$  representa el ruido aditivo blanco Gaussiano (AWGN) con media cero y varianza  $E\{\mathbf{n}_k \mathbf{n}_k^H\} = \sigma_n^2 \mathbf{I}_{N_r}$ . Se define la matriz de canal agregada de todos los  $K$  usuarios como

$$\mathbf{H} = [\mathbf{H}_1^T \ \mathbf{H}_2^T \ \dots \ \mathbf{H}_K^T]^T \in \mathbb{C}^{\sum_k N_r \times N_t} \quad (22)$$

y la matriz de pre-codificación agregada de los  $K$  usuarios como

$$\mathbf{W} = [\mathbf{W}_1^T \ \mathbf{W}_2^T \ \dots \ \mathbf{W}_K^T]^T \in \mathbb{C}^{N_t \times \sum_k N_r} \quad (23)$$

### 3.2.2 Diagonalización a Bloques

Una técnica que elimina completamente la interferencia entre usuarios y es ampliamente utilizada en sistemas MU-MIMO es BD (Spencer *et al.*, 2004). Sin embargo, en este esquema se impone la restricción de que el número total de antenas en todos los usuarios no debe ser mayor que el número de antenas transmisoras, es decir,  $\sum_k N_r \leq N_t$ . En BD se diseña  $\mathbf{W}_k$  para pre-eliminar la interferencia multiusuario tal que  $\mathbf{H}_k \mathbf{W}_j = 0$ , para  $k \neq j$ . El esquema BD cancela solamente la interferencia multiusuario, en cuanto a la interferencia entre-antenas se procesa utilizando esquemas de detección, por ejemplo, ecualización espacial lineal ZF (Hoefel, 2015).

Se puede, por lo tanto, convertir el canal multiusuario en su equivalente de canales de un solo usuario, de manera que el vector de señal recibida de la ecuación (21) se convierte en  $\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{W}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{n}_k$ . Esto se logra cuando el producto de matrices  $\mathbf{H}\mathbf{W}$  da como resultado una matriz diagonal por bloques.

Se define una nueva matriz de canal agregada para el usuario  $k$  como

$$\bar{\mathbf{H}}_k = [\mathbf{H}_1^T \cdots \mathbf{H}_{k-1}^T \mathbf{H}_{k+1}^T \mathbf{H}_K^T]^T \quad (24)$$

Para lograr eliminar la interferencia multiusuario, se diseña  $\mathbf{W}_k$  tal que se encuentre en el espacio nulo de  $\bar{\mathbf{H}}_k$ . Se denota la SVD de  $\bar{\mathbf{H}}_k$  como  $\bar{\mathbf{H}}_k = \bar{\mathbf{U}}_k (\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_k \mathbf{0}) (\bar{\mathbf{V}}_k^1 \bar{\mathbf{V}}_k^0)$ . Donde  $\bar{\boldsymbol{\Sigma}}_k$  es una matriz diagonal de dimensión  $r_k \times r_k$  (donde  $r_k = \text{rank}(\bar{\mathbf{H}}_k)$ ) que contiene  $r_k$  valores singulares diferentes de cero.  $\bar{\mathbf{V}}_k^0$  contiene los  $N_t - r_k$  vectores singulares derechos. Por lo tanto, existen  $N_r$  columnas de  $\bar{\mathbf{V}}_k^0$  que forman el espacio nulo de  $\bar{\mathbf{H}}_k$ , y se pueden transmitir  $N_r$  cadenas de datos al  $k$ -ésimo usuario.

El canal multiusuario, que se divide en  $K$  canales MIMO monousuario paralelos, se expresa mediante la matriz de canal equivalente como

$$\mathbf{H}_{k,e} = \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{V}}_k^0 \quad (25)$$

La capacidad de canal instantánea que se puede lograr en el esquema BD es

$$C_{BD} = \sum_{k=1}^K \log_2 \det \left( \mathbf{I} + \frac{P}{\sigma_n^2} \mathbf{H}_{k,e} \mathbf{H}_{k,e}^H \right) \quad (26)$$

donde  $P$  es la potencia transmitida, en este caso se considera que la potencia se distribuye de manera uniforme entre todas las antenas transmisoras, es decir,  $P = 1/N_t$ . A esta métrica comúnmente se le llama Sum-Rate debido a que se refiere a la suma de tasas de transmisión de todos los usuarios.

En ésta sección, se tomó la suposición de que  $N_t \geq \sum_{k=1}^K N_r$ , lo cual no siempre se satisface cuando el número de usuarios  $K$  en el sistema es demasiado grande. En la siguiente sección se describen los algoritmos de calendarización y selección de usuarios propuestos para sistemas MU-MIMO.

### 3.3 Algoritmos de Calendarización de Usuarios

Cuando en el sistema se tiene una gran cantidad de usuarios, el algoritmo de calendarización óptimo requiere una búsqueda exhaustiva entre todas las combinaciones posibles de subconjuntos de usuarios que pueden ser atendidos de manera simultánea, el cual se vuelve computacionalmente muy complejo cuando  $K \gg N_t/N_r$ . Por lo tanto en esta sección se presentan algoritmos sub-óptimos que se pueden encontrar en la literatura, éstos utilizan diferentes métricas de canal para poder seleccionar a los usuarios a los cuales se va a transmitir de manera simultánea en el mismo recurso de tiempo-frecuencia. En los algoritmos,  $s_i$  representa al usuario seleccionado en la  $i$ -ésima iteración.  $\Upsilon$  y  $\Omega$  representan el conjunto de usuarios seleccionados y el grupo de usuarios restantes respectivamente. El algoritmo termina cuando se hayan seleccionado  $K_s = \lceil N_t/N_r \rceil$  usuarios.

### 3.3.1 Algoritmo basado en la capacidad

Este algoritmo fue propuesto originalmente en (Shen *et al.*, 2006). Se basa en seleccionar el primer usuario con la mayor capacidad de canal instantánea, seguidamente, para los usuarios restantes, se calendariza de manera iterativa al siguiente usuario que suministre el máximo rendimiento total en conjunto con aquellos usuarios seleccionados con anterioridad. Matemáticamente el procedimiento se puede representar como

$$s_i = \arg \max_{k \in \Omega} C_{BD}(\{k\} \cup \Upsilon) \quad (27)$$

### 3.3.2 Algoritmo basado en la norma de Frobenius

En este algoritmo primero se selecciona al usuario que maximice la energía del canal, es decir, la norma cuadrática de Frobenius,  $\|\mathbf{H}_k\|_F^2$  (Shen *et al.*, 2006). Posteriormente se selecciona de manera iterativa al siguiente usuario que entregue la suma de energía equivalente, en conjunto con aquellos usuarios seleccionados en iteraciones anteriores.

$$s_i = \arg \max_{k \in \Omega} \sum_{j \in \{k\} \cup \Upsilon} \|\mathbf{H}_j^{eq}\|_F^2 \quad (28)$$

### 3.3.3 Algoritmo basado en la entropía condicional

Este algoritmo utiliza la métrica de entropía condicional para calendarizar de manera iterativa a los usuarios. Para maximizar la capacidad, en (Gupta and Chaturvedi, 2013) se propone no sólo maximizar la entropía diferencial sino que además se busca minimizar el sub-espacio común entre las matrices de los usuarios. Después de seleccionar al primer usuario que maximice la entropía diferencial (Zhang and Lee, 2008) se selecciona  $s_i$  de  $k \in \Omega - \{s_{i-1}\}$  de tal manera a que se maximice  $H(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{s \in \Upsilon})$  y se minimice  $I(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{s \in \Upsilon})$  como sigue

$$s_i = \arg \max_{k \in \Omega - s_{i-1}} \{H(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{s \in \Upsilon}) - I(\mathbf{y}_k, \mathbf{y}_{s \in \Upsilon})\} \quad (29)$$

donde  $H(a, b)$  e  $I(a, b)$  denotan la entropía diferencial y la información mutua de  $a$  y  $b$  respectivamente. Resolviendo se obtiene

$$s_i = \arg \max_{k \in \Omega} \left\{ \log_2 \det(\mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\Omega}_n \mathbf{H}_k^H) + \sum_{s \in \Upsilon} \log_2 \det(\mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{H}_k \boldsymbol{\Omega}_{s,k} \mathbf{H}_k^H) \right\} \quad (30)$$

donde  $\boldsymbol{\Omega}_n$  se inicializa como  $\boldsymbol{\Omega}_n = P\mathbf{I}_{N_t}$  y se actualiza en cada iteración de la siguiente manera

$$\boldsymbol{\Omega}_n = \boldsymbol{\Omega}_n - \boldsymbol{\Omega}_n \mathbf{H}_{s_{i-1}}^H (\mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{H}_{s_{i-1}} \boldsymbol{\Omega}_n \mathbf{H}_{s_{i-1}}^H)^{-1} \mathbf{H}_{s_{i-1}} \boldsymbol{\Omega}_n \quad (31)$$

### 3.3.4 Algoritmo basado en la descomposición QR

En (Jin *et al.*, 2011) los autores proponen un algoritmo basado en volumen donde se busca maximizar el producto de los elementos de la matriz triangular superior  $\mathbf{R}_{k \cup j}$  después de aplicar la factorización  $[\mathbf{H}_k^T \ \mathbf{H}_j^T]^T = \mathbf{Q}_{k \cup j} \mathbf{R}_{k \cup j}$ . El algoritmo se puede resumir como sigue

$$s_i = \arg \max_{k \in \Omega} \left\{ \text{prod} \left[ \text{diag}(\mathbf{R}_{\{k\} \cup \Upsilon}) \right] \right\} \quad (32)$$

### 3.3.5 Algoritmo basado en el determinante

Este algoritmo propuesto en (Sun *et al.*, 2014) puede verse como una extensión del algoritmo en (Jin *et al.*, 2011), en este caso se utiliza también la métrica del volumen generado por la concatenación de matrices, aunque a diferencia del anterior se utiliza el determinante

$$s_i = \arg \max_{k \in \Omega} \left( \lambda_{\{k\} \cup \Upsilon} \right) \quad (33)$$

donde  $\lambda_{\{k\} \cup \Upsilon} = \det \left( \mathbf{H}_{\{k\} \cup \Upsilon} \mathbf{H}_{\{k\} \cup \Upsilon}^H \right)$  representa el volumen de la matriz concatenada del usuario  $k$  con los usuarios que se encuentran en el grupo  $\Upsilon$ . Al final del algoritmo se realiza una sustitución uno-por-uno y se reemplaza a los usuarios ya seleccionados en iteraciones anteriores por aquellos que proporcionen un mayor volumen.

### 3.3.6 Algoritmo basado en la distancia cordal

En este algoritmo se busca a los usuarios para los cuales sus matrices de canal mantengan la mayor ortogonalidad posible. Se utiliza la distancia cordal (Zhou *et al.*, 2011) para medir el ángulo entre dos matrices

$$d_{cd}(\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2) = \sqrt{\sum_{j=1}^{N_r} \sin^2 \varphi_j} \quad (34)$$

donde  $\varphi_j$  es el ángulo principal entre dos sub-espacios generados respectivamente por los renglones de  $\mathbf{H}_1$  y  $\mathbf{H}_2$ . En (Jin *et al.*, 2011) se deduce una forma alternativa para medir la distancia cordal como

$$d_{cd}(\mathbf{H}_1, \mathbf{H}_2) = \sqrt{N_r - \text{trace}(\mathbf{G}_1 \mathbf{G}_2^H \mathbf{G}_2 \mathbf{G}_1^H)} \quad (35)$$

donde  $\mathbf{G}_k$  se obtiene después de aplicar el proceso de ortogonalización de Gram-Schmidt a  $\mathbf{H}_k$ . Por lo tanto el algoritmo basado en distancia cordal se resume como sigue

$$s_i = \arg \max_{k \in \Omega} \{d_{cd}(\mathbf{H}_k, \mathbf{H}_\Upsilon)\} \quad (36)$$

### 3.3.7 Complejidad computacional de los algoritmos

La complejidad computacional de los algoritmos se calcula en base a la cantidad de operaciones flotantes (Golub and Van Loan, 1996). En la Tabla 4 se compara la complejidad computacional de los algoritmos de calendarización mencionados en las sub-secciones anteriores.

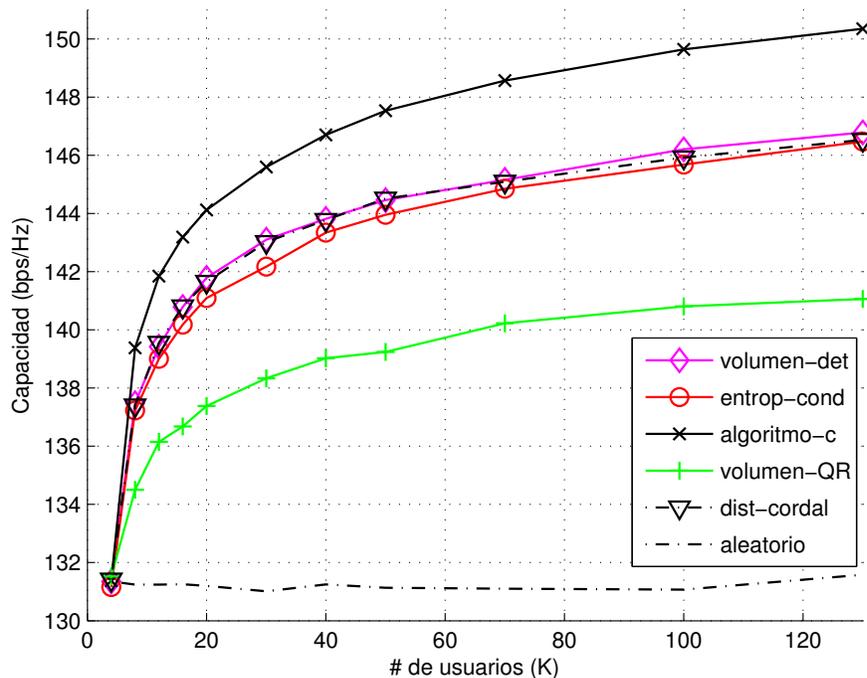
**Tabla 4. Comparativa de complejidad computacional de los algoritmos de calendarización de usuarios**

| Esquema                                   | Complejidad  |
|---|--|
| Algoritmo basado en la capacidad          | $\approx O(KK_s^2N_t^3)$   |
| Algoritmo basado en la norma de Frobenius | $< O(KK_s^2N_t^3)$   |
| Algoritmo basado en entropía-condicional  | $\approx O(KK_sN_t^3)$   |
| Algoritmo basado en descomposición QR     | $\approx O(KN_t^3)$  |
| Algoritmo basado en el determinante       | $\approx O(KK_s^{-1}N_t^3)$  |
| Algoritmo basado en la distancia cordal   | $\approx O\left(K \begin{bmatrix} N_t \\ N_r \end{bmatrix} N_t^3\right)$ |

## 3.4 Resultados de Simulación

En esta sección, se proveen los resultados de capacidad de canal (medido en bits por segundo por Hertz) y el conteo de operaciones flotantes de los algoritmos mencionados en la sección anterior utilizando configuraciones de MIMO Masivo. El sum-rate es el promedio de 1000 realizaciones de canal. Los resultados se grafican para diferentes valores de usuarios en el sistema ( $K$ ) y se supone que es posible atender a  $K_s = N_t/N_r$  usuarios. La potencia total en la BS se fija a  $P=1$  y se realiza una distribución uniforme de la misma entre las antenas transmisoras.

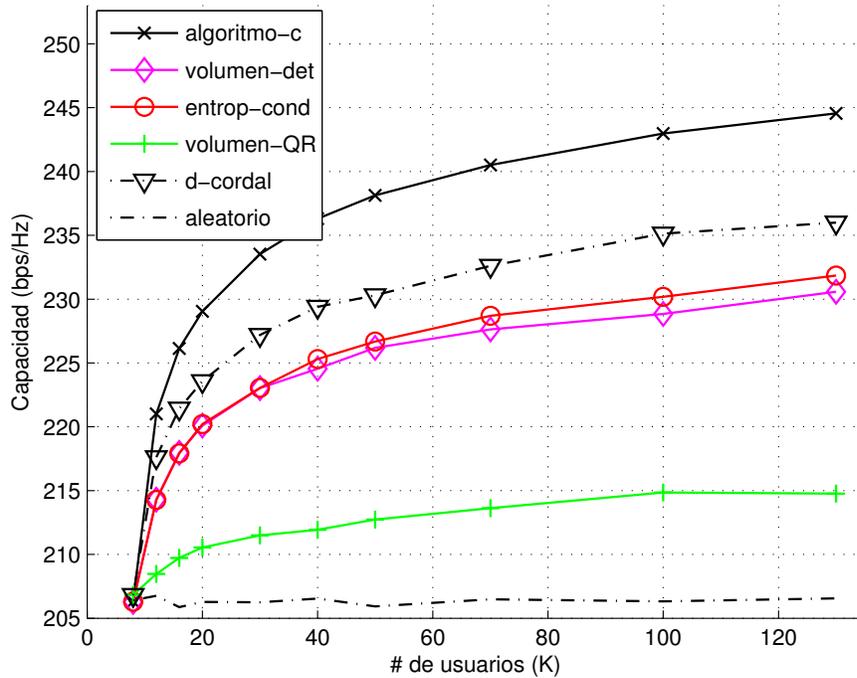
En la Figura 11 se muestra una gráfica de capacidad de canal promedio (bps/Hz) versus cantidad total de usuarios en el sistema para varios algoritmos de calendarización de usuarios cuando se tienen  $N_t = 32$  antenas en la BS y los móviles están equipados con  $N_r = 4$  antenas, en este caso es posible atender a 8 usuarios simultáneamente, donde cada usuario es capaz de recibir hasta  $\min(N_r, N_t) = 4$  cadenas de datos independientes. Se observa que el algoritmo-c obtiene mejor rendimiento que los demás algoritmos sub-óptimos debido a que utiliza directamente la métrica de capacidad para seleccionar a los usuarios.



**Figura 11. Cantidad de usuarios versus capacidad de canal para diferentes algoritmos de calendarización donde:  $N_r = 8$ ,  $N_t = 32$ ,  $K_s = 4$  y  $\text{SNR} = 20$  dB .**

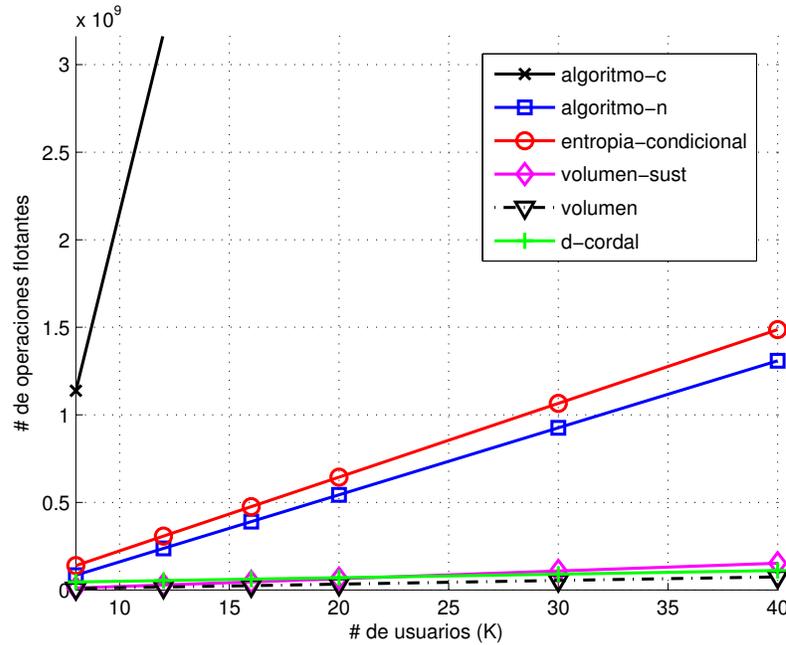
En la Figura 12 se muestra una gráfica de capacidad promedio versus cantidad total de usuarios, en este caso la BS cuenta con 64 antenas y cada usuario móvil posee 8 antenas, en esta configuración el esquema BD es capaz de atender hasta un máximo de 8 usuarios y cada usuario es capaz de recibir  $\min(N_r, N_t) = 8$  cadenas de datos

independientes. Nuevamente se observa que el algoritmo-c obtiene el mejor rendimiento (aprox. 245 bps/Hz) que además tiene un incremento con el número de usuarios en el sistema.



**Figura 12. Cantidad de usuarios versus capacidad de canal para diferentes algoritmos de calendarización donde:  $N_r = 8$ ,  $N_t = 64$ ,  $K_s = 8$  y SNR = 20 dB .**

En la Figura 13 se compara el número de operaciones flotantes necesarias en cada algoritmo graficadas con respecto al número total de usuarios. Se puede observar que el algoritmo-c requiere una complejidad computacional muy alta en comparación con los demás algoritmos sub-óptimos, y aunque en la Figura 11 y la Figura 12 se muestra que la capacidad promedio del algoritmo-c y el algoritmo d-cordal se aproximan a una constante cuando se incrementa  $K$ , en la Figura 13, se aprecia que la diferencia en complejidad computacional del algoritmo-c y el algoritmo d-cordal se incrementa con  $K$ . Esto es debido a que el cálculo de la distancia cordal es mucho más simple comparado con el cálculo de SVD requerida en cada iteración del algoritmo-c.



**Figura 13. Complejidad computacional versus número total de usuarios para un sistema MU-MIMO masivo con  $N_t = 64$ ,  $N_r = 8$  y usuarios seleccionados  $K_s = 8$ .**

### 3.4.1 Impacto de las imperfecciones de canal

Un requerimiento particular para realizar BD es tener disponible la CSI de todos los usuarios en el transmisor. Los resultados ilustrados en la sección anterior consideran conocimiento perfecto de CSI además de que supone un desvanecimiento i.i.d. en cada antena. Sin embargo, en la práctica, no solamente la información del estado del canal contiene errores, sino que además pueden existir otras imperfecciones como es la correlación de los canales.

Con el fin de modelar la correlación entre antenas transmisoras, se considera el modelo de Kronecker (Ozcelik *et al.*, 2005). El canal MIMO del  $k$ -ésimo usuario se modela como

$$\mathbf{H}_k = \mathbf{H}_k^w \mathbf{R}_{Tx}^{1/2} \quad \forall k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (37)$$

donde  $\mathbf{H}_k^w \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$  se genera como una variable aleatoria i.i.d Gaussiana compleja con media cero y varianza unitaria.  $\mathbf{R}_{Tx} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$  es la matriz de correlación espacial en el

transmisor. Los elementos de  $\mathbf{R}_{Tx}$  se calculan a partir de un parámetro de correlación  $\alpha$  (3GPP, 2014),

$$\mathbf{R}_{Tx}(i, j) = |\alpha|^{|i-j|} \quad \text{para } i, j \in \{1, 2, \dots, N_t\} \quad (38)$$

donde  $0 \leq |\alpha| \leq 1$ . Este modelo es ampliamente utilizado en la literatura y en la industria y representa la correlación entre los elementos de un arreglo de antenas lineal y uniforme. El parámetro  $\alpha$  representa la correlación espacial entre dos antenas adyacentes, el cual se puede aproximar como en (Huang and Thompson, 2008)

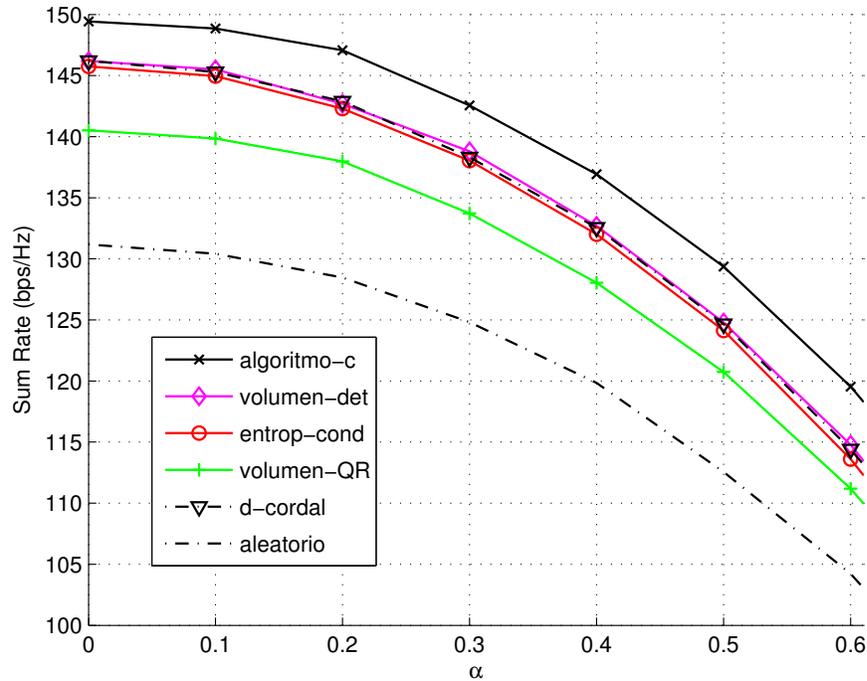
$$\alpha = \exp \left[ -23A_s \left( \frac{d}{\lambda} \right)^2 \right] \quad (39)$$

donde  $A_s$ ,  $d$  y  $\lambda$  representan la dispersión angular, la distancia entre dos elementos de antena y la longitud de onda de la frecuencia de la portadora respectivamente.

Ahora bien, con el fin de modelar los errores en la estimación de canal y la desactualización del canal debido a la variación en tiempo, se considera la incertidumbre de Gauss-Markov (Makouei *et al.*, 2011) definida como

$$\mathbf{H}_k^w = \sqrt{1 - \beta^2} \hat{\mathbf{H}}_k^w + \beta \mathbf{E}_k \quad (40)$$

donde  $\mathbf{H}_k^w$  es el canal Gaussiano (verdadero),  $\hat{\mathbf{H}}_k^w$  es la observación con imperfecciones y  $\mathbf{E}_k$  es un término i.i.d Gaussiano referente al error en la estimación del canal. El parámetro  $\beta$  caracteriza el error en estimación de canal de manera que  $\beta = 0$  corresponde al perfecto conocimiento del estado del canal y  $\beta = 1$  corresponde a la desactualización completa del estado del canal y los valores de  $0 < \beta < 1$  corresponden al conocimiento parcial del canal de transmisión.



**Figura 14. Comportamiento de algoritmos de selección de usuarios cuando se tiene correlación de canal para  $N_r = 8$ ,  $N_t = 32$ ,  $K_s = 4$ ,  $K = 100$  y SNR = 20 dB .**

En la Figura 14 se ilustra la capacidad para diferentes valores de  $\alpha$  así como en la Figura 15 se observa la capacidad para diferentes valores de  $\beta$  cuando se tienen  $N_r = 8$  y  $N_t = 32$ , en este caso,  $K_s = 4$  y  $K = 100$ . En los resultados también se observa que el rendimiento de todos los algoritmos disminuye cuando la correlación entre las antenas se incrementa. Por otro lado se observa que el rendimiento de los algoritmos se degrada a medida que aumenta el error en la estimación de canal. Aun así, se demuestra que en los sistemas MIMO Masivo, es posible alcanzar altas tasas de transmisión total inclusive con imperfecciones de canal.

En la Figura 16 se muestra una gráfica de sum-rate para diferentes valores de separación entre antenas transmisoras y dispersión angular medida en grados. Se observa que con una distancia de  $0.5\lambda$  y con una dispersión angular de 40 grados, es posible aproximar a las tasas de transmisión de cuando se tiene un canal i.i.d.

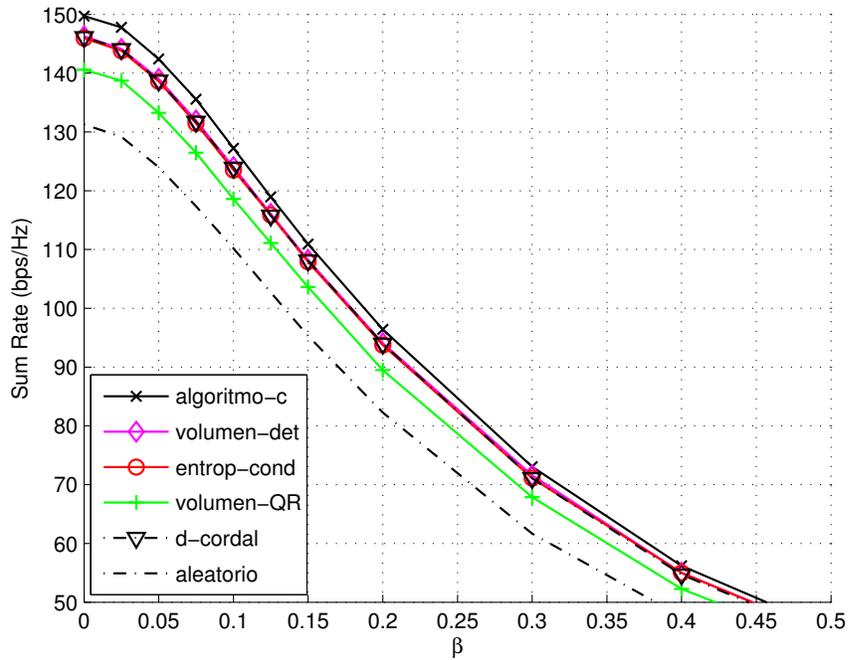


Figura 15. Comportamiento de algoritmos de selección de usuarios cuando se tienen errores de estimación de canal para  $N_r = 8$ ,  $N_t = 32$ ,  $K_s = 4$ ,  $K = 100$  y  $\text{SNR} = 20$  dB .

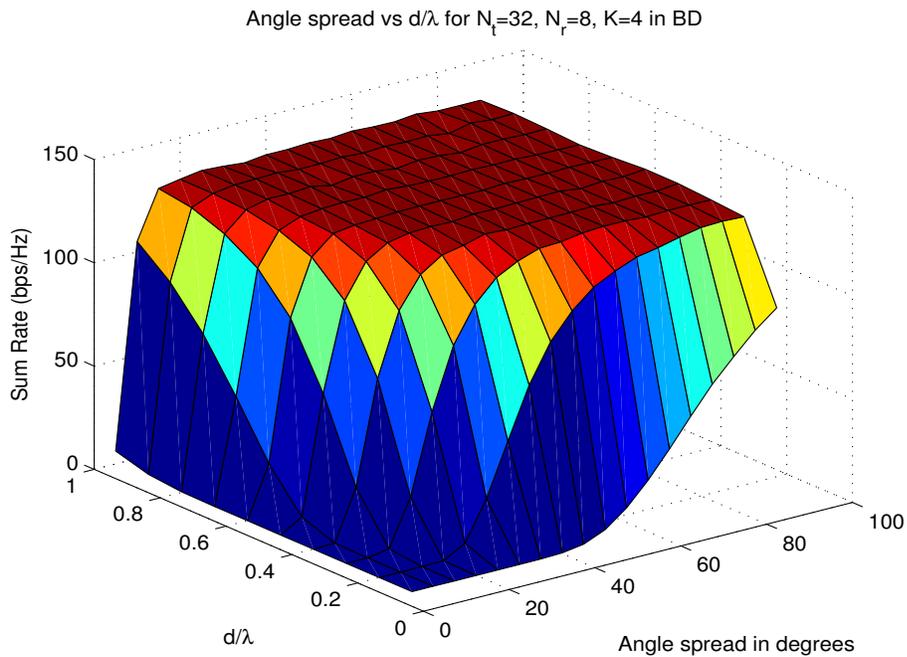


Figura 16. Gráfica de sum-rate para diferentes valores de dispersión angular y distancia entre antenas relativa a la longitud de onda para  $N_r = 8$ ,  $N_t = 32$ ,  $K_s = 4$ ,  $K = 100$  y  $\text{SNR} = 20$  dB .

### 3.5 Conclusiones

En este capítulo, se discuten los algoritmos de calendarización utilizados para sistemas MU-MIMO donde se pretende encontrar al mejor grupo de usuarios para la transmisión simultánea en el mismo recurso de tiempo-frecuencia. Se observa que los algoritmos de calendarización en conjunto con la técnica de BD en sistemas de antenas a gran escala obtienen una muy alta capacidad (cerca de 245 bps/Hz para  $N_r = 8$  y  $N_t = 64$ ), incluso con imperfecciones de canal debidos a correlación entre antenas y errores en estimación. Con esto se demuestra la importancia de los algoritmos de calendarización en los sistemas MIMO Masivo, como uno de los caminos principales para mejorar tanto la eficiencia espectral como la eficiencia energética de los sistemas de comunicación de banda ancha de 5G.

## Capítulo 4. Alineación de Interferencias en sistemas MIMO-IC

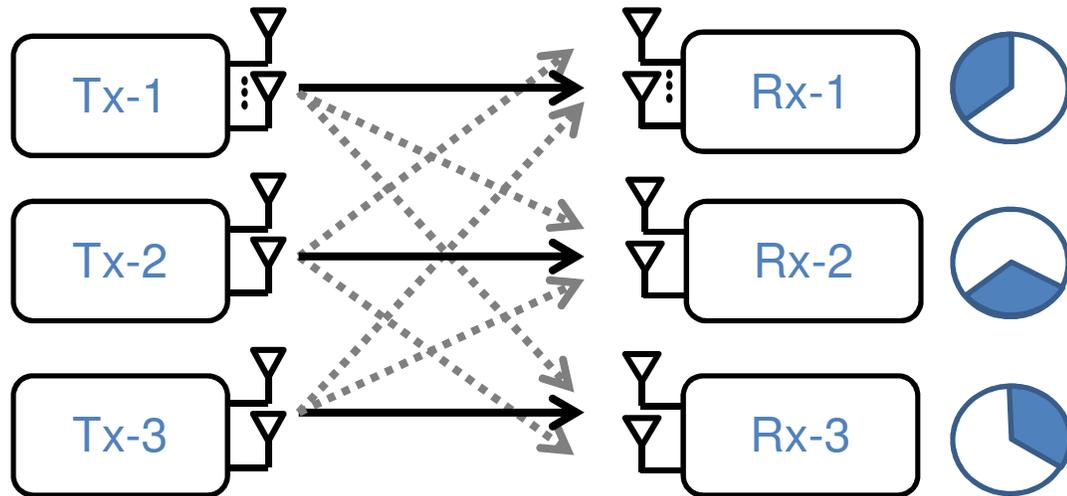
---

### 4.1 Introducción

Las comunicaciones inalámbricas han evolucionado rápidamente en los últimos años y hoy en día están presentes en todas partes. La interferencia es un aspecto fundamental en las redes de comunicaciones inalámbricas. La interferencia es el resultado de la superposición de las señales que se transmiten a través del aire y que son observadas por múltiples usuarios que comparten el espectro. Existen diferentes caminos para sobrellevar la interferencia y tres enfoques tradicionales son: decodificar la interferencia, tratar la interferencia como un ruido y ortogonalizar las señales deseadas y las interferentes.

Decodificar la interferencia es menos común en la práctica debido a la complejidad que conlleva (Cadambe and Jafar, 2008), además de ser difícil de generalizar para más de dos usuarios. Tratar la interferencia como ruido podría ser una opción cuando los niveles de interferencia son bajos, pero esta condición es un factor limitante y muy poco probable que se cumpla en la mayoría de los casos. Por último, el enfoque más común para evitar la interferencia es ortogonalizar las señales deseadas y las señales interferentes. Sin embargo, con este método, se tiene una limitación inherente en la capacidad debido a la interferencia, ya que el número total de las dimensiones de la señal se divide entre los usuarios (Jafar, 2011).

En la Figura 17 se ilustra el enfoque de ortogonalización, donde los recursos se dividen entre los usuarios, los recursos pueden ser dimensiones espaciales, dimensiones en frecuencia, ranuras de tiempo, entre otros.



**Figura 17. Ilustración del enfoque de ortogonalización de recursos.**

Recientemente, han emergido nuevas estrategias para la gestión de interferencia: conformación de la interferencia y aprovechamiento de la interferencia (Lee and Heath Jr., 2016). El concepto clave de conformación de interferencia es la creación de un espacio de interferencia, cuando los transmisores propagan sus señales de manera que el efecto de la interferencia agregada es minimizado o eliminado en el receptor. IA es una técnica representativa de conformación de interferencia.

En este capítulo se describen conceptos básicos de IA, en la sección 4.2 se describe el modelo del sistema IA en un sistema MIMO-IC, así como los DoF que se pueden alcanzar. En la sección 4.3 se describen algoritmos de IA así como resultados comparativos de los mismos mediante simulación. En la sección 4.4 se mencionan algunos de los retos de investigación para llevar a la práctica los algoritmos avanzados de gestión de interferencia. Finalmente, en la sección 4.4 se presentan las conclusiones del capítulo.

## 4.2 Alineación de Interferencias

La idea básica de la técnica de IA es que múltiples transmisores pretenden alinear las señales interferentes hacia los receptores no deseados en un sub-espacio de mínima dimensión; de manera que en cada receptor, las dimensiones restantes pueden utilizarse para la comunicación libre de interferencias (Cadambe and Jafar, 2008; Gomadam *et al.*, 2008; Peters and Heath Jr., 2009; Ghasemi *et al.*, 2010; Jafar, 2011; Huang *et al.*, 2011; Peters and Heath Jr., 2011). Esto permite que cada receptor elimine la interferencia simplemente cancelando todo lo que caiga en este sub-espacio.

En la Figura 18 se ilustra un escenario común donde se aplica la técnica IA denominado sistema MIMO-IC, donde se tienen tres transmisores que envían datos al mismo tiempo a sus respectivos receptores y alinean sus señales hacia los dos receptores no deseados.

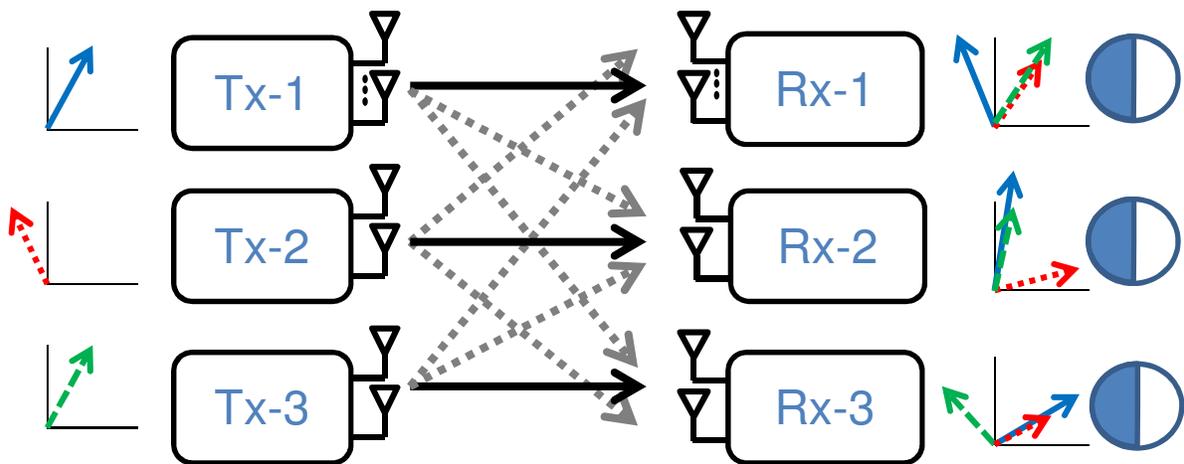


Figura 18. Ilustración geométrica de la técnica de Alineación de Interferencias.

Se ha demostrado que con IA, cada usuario puede obtener la mitad de los recursos disponibles, sin importar a cuántos usuarios se está transmitiendo al mismo tiempo (Cadambe and Jafar, 2008). El requisito para que la IA sea factible es que la dimensionalidad (antenas, ranuras de tiempo, ranuras en frecuencia, entre otros) debe crecer con el número de pares transmisor/receptor. De esta manera, cada transmisor es capaz de enviar datos sin ninguna interferencia a una tasa correspondiente a la mitad de los DoF que se obtendría si no estuvieran presentes otros transmisores interferentes.

El escenario más común donde se emplea la técnica IA es el sistema MIMO-IC de  $K$ -usuarios; el cual consiste en  $K$  pares de transmisores y receptores al igual como se ilustra en la figura 18 (donde  $K=3$ ). En este tipo de sistema cada transmisor envía información hacia su receptor correspondiente y genera interferencia a  $K-1$  receptores.

En el sistema MIMO-IC de  $K$ -receptores la señal recibida por el  $k$ -ésimo receptor está dada por

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k \mathbf{s}_k + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + \mathbf{n}_k \quad (41)$$

donde

- $\mathbf{H}_{[k,i]} \in \mathbb{C}^{N \times M}$  representa la matriz compleja del canal entre el transmisor  $i$  y el receptor  $k$ ,  $\forall i, k \in \{1, 2, \dots, K\}$ . Donde  $N$  es la cantidad de antenas en el receptor y  $M$  es la cantidad de antenas en el transmisor.
- $\mathbf{V}_k \in \mathbb{C}^{M \times d}$  es la matriz de pre-codificación del  $k$ -ésimo transmisor. Donde  $d$  se refiere a los DoF asignados a cada receptor.
- $\mathbf{s}_k \in \mathbb{C}^{d \times 1}$  es la señal transmitida al usuario  $k$ .
- $\mathbf{n}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  es el vector de ruido blanco Gaussiano aditivo en el receptor  $k$ .
- $\mathbf{y}_k \in \mathbb{C}^{N \times 1}$  es el vector complejo recibido en el usuario  $k$ .

La sumatoria en la ecuación (41) corresponde a la interferencia de los transmisores no intencionados. Debido a que este término es significativo, no puede ser ignorado y tratado como ruido.

Con el fin de introducir el razonamiento detrás de la técnica de IA, primero se aplica un filtro en el receptor  $\mathbf{U}_k \in \mathbb{C}^{N \times d}$ , lo cual nos lleva a

$$\mathbf{U}_k^H \mathbf{y}_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k \mathbf{s}_k + \mathbf{U}_k^H \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i \mathbf{s}_i + \mathbf{U}_k^H \mathbf{n}_k \quad (42)$$

El segundo término en la ecuación (42) debe ser igual a cero si la sumatoria cae en el espacio nulo de  $\mathbf{U}_k$ , mientras que la señal deseada no se encuentre dentro de este sub-espacio. En general, el término de la sumatoria deberá tener un intervalo igual a la cantidad de cadenas transmitidas por todos los transmisores no deseados. Esto significa que se requiere una cantidad de antenas extras en el receptor  $k$  para cancelar la interferencia y poder separar sus propias cadenas de datos cuando se aplica un receptor de ZF.

A fin de reducir la dimensión del espacio nulo requerido para capturar las señales interferentes en  $\mathbf{U}_k$ , la idea de IA es diseñar los pre-codificadores  $\mathbf{V}_i$ , con  $i \neq k$ , de manera que los términos interferentes generen un sub-espacio de menor dimensión. Esta dimensión del sub-espacio reservado para interferencia se denomina “sub-espacio de interferencias”, así mismo el sub-espacio ortogonal restante se denomina “sub-espacio de la señal deseada”.

La condición de IA se puede escribir matemáticamente como

$$\mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i = 0, \quad \forall k \neq i, \quad (43a)$$

$$\text{rank}(\mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k) = d. \quad (43b)$$

Nótese que cuando los elementos de las matrices de canal son generadas como variables aleatorias e independientes a partir de una distribución continua, y se pueden encontrar  $\mathbf{U}_k$  y  $\mathbf{V}_i$  que satisfagan la condición de la ecuación (43a), la condición de la ecuación (43b) puede lograrse con probabilidad 1 (Gomadam *et al.*, 2008).

Como ejemplo, considere un sistema MIMO-IC de 3-receptores. En este caso cada pre-codificador debe diseñarse de manera que satisfaga los siguientes sistemas de ecuaciones

$$\text{span}(\mathbf{H}_{[1,2]} \mathbf{V}_2) = \text{span}(\mathbf{H}_{[1,3]} \mathbf{V}_3) \quad (44a)$$

$$\text{span}\left(\mathbf{H}_{[3,2]}\mathbf{V}_2\right) = \text{span}\left(\mathbf{H}_{[3,1]}\mathbf{V}_1\right) \quad (44b)$$

$$\text{span}\left(\mathbf{H}_{[2,1]}\mathbf{V}_1\right) = \text{span}\left(\mathbf{H}_{[2,3]}\mathbf{V}_3\right) \quad (44c)$$

donde  $\text{span}(\mathbf{X})$  indica el sub-espacio generado por las columnas de  $\mathbf{X}$ . Cada una de estas condiciones corresponde a los transmisores no deseados que alinean sus señales para que caigan en el sub-espacio de interferencias desde el punto de vista de diferentes receptores.

#### 4.2.1 Cálculo del Sum-Rate

A partir de la ecuación (42) la SINR de la  $l$ -ésima cadena de datos en el  $k$ -ésimo receptor es igual a

$$\text{SINR}_{[k,l]} = \frac{\mathbf{U}_k^{[*l]H} \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k^{[*l]} \mathbf{V}_k^{[*l]H} \mathbf{H}_{[k,k]}^H \mathbf{U}_k^{[*l]}}{\mathbf{U}_k^{[*l]H} \mathbf{B}_{kl} \mathbf{U}_k^{[*l]}} \frac{P_k}{d_k} \quad (45)$$

donde  $(\cdot)^{[*l]}$  representa la  $l$ -ésima columna de una matriz, y  $\mathbf{B}_{kl}$  es la matriz de covarianzas de la interferencia más ruido para la  $l$ -ésima cadena de datos del  $k$ -ésimo usuario, definido como

$$\mathbf{B}_{kl} = \sum_{i=1}^K \frac{P_i}{d_i} \sum_{d=1}^{d_i} \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i^{[*d]} \mathbf{V}_i^{[*d]H} \mathbf{H}_{[k,i]}^H - \frac{P_k}{d_k} \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k^{[*d]} \mathbf{V}_k^{[*d]H} \mathbf{H}_{[k,k]}^H + \mathbf{I}_{N_k} \quad (46)$$

donde  $P_i$  y  $d_i$  representan la potencia y la cantidad de cadenas de datos (también conocidos como grados de libertad o DoF) asignados al  $i$ -ésimo usuario. La tasa de transmisión de la  $l$ -ésima cadena del  $i$ -ésimo usuario está dado por

$$R_{[k,l]} = \log_2 \left( 1 + \text{SINR}_{[k,l]} \right) \quad (47)$$

La tasa de transmisión total instantánea conocida como *Sum-Rate* se obtiene mediante la suma de las tasas de todas las cadenas del total de los usuarios en el sistema, suponiendo que a todos los usuarios se le asignan  $d$  cadenas y se tienen  $K$  usuarios

$$\text{Sum-Rate-ins} = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^d R_{[k,l]} \quad (48)$$

El Sum-Rate finalmente se encuentra calculando un promedio de las tasas de transmisión instantáneas sobre diferentes realizaciones de canal

$$\text{Sum-Rate} = E \left\{ \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^d R_{[k,l]} \right\} \quad (49)$$

donde  $E\{\cdot\}$  representa el valor esperado.

#### 4.2.2 Grados de libertad en un sistema MIMO-IC de $K$ -usuarios

Los DoF para el sistema MIMO-IC con  $K=2$  se encontraron inicialmente en (Jafar and Fakhreddin, 2007) para un caso general de diferente cantidad de antenas transmisoras y receptoras  $(M^k, N^k), \forall k = (1, 2)$ , el cual está dado por

$$\eta_{\text{MIMO-IC}_2} = \min \left[ M^1 + M^2, \max(M^1, N^2), \max(M^2, N^1) \right] \quad (50)$$

Luego, los autores en (Cadambe y Jafar, 2008) demostraron que los DoF para un número  $K$  arbitrario, con todos los nodos con  $M$  antenas es igual a

$$\eta_{\text{MIMO-IC}_K} = \frac{KM}{2} \quad (51)$$

el cual es igual a la ecuación (50) cuando  $K=2$  y todos los transmisores/receptores contando con la misma cantidad de antenas ( $M=N$ ). La caracterización de los DoF

representa un mayor reto cuando los nodos no tienen la misma cantidad de antenas. En (Gou and Jafar, 2010) se demostró que los DoF del sistema MIMO-IC de  $K$ -usuarios ( $M \times N$ ) se puede encontrar cuando la relación

$$R = \frac{\max(M, N)}{\min(M, N)} \quad (52)$$

es un número entero. Si  $K \leq R$ , entonces un receptor de ZF es suficiente y de esta manera todos los usuarios obtienen una cantidad de DoF igual al  $\min(M, N)$ . De otra manera, cuando  $K \geq R+1$ , los DoF por usuario nuevamente no se limitan por la cantidad de usuarios, y cada usuario obtiene la cantidad de DoF igual a  $\min(M, N) \frac{R}{R+1}$  cuando se aplica la técnica de IA.

### 4.3 Algoritmos de IA

En esta sección se describen algunos algoritmos representativos que se encuentran en la literatura, los cuales se pueden dividir en dos grandes grupos: el primero tiene como único objetivo la alineación de los interferentes; en el segundo cuando IA es sólo una parte de los objetivos, ya que además se toma en consideración el rendimiento del canal directo.

Específicamente, cada transmisor debe enfrentar el compromiso entre encontrar un pre-codificador que minimice la interferencia que se observa por el usuario correspondiente (enfoque egoísta o de ayuda a sí mismo) y minimizar la interferencia que cada transmisor causa a los receptores no-deseados (enfoque altruista o de no causar daño).

### 4.3.1 Solución de forma cerrada para $K=3$

En general no se tienen algoritmos que entreguen una solución de forma cerrada, con la excepción de algunos casos muy específicos. Uno de esos casos es el sistema MIMO-IC con  $K=3$  (Cadambe and Jafar, 2008) y busca el objetivo de pura alineación de interferencias para generar los pre-codificadores en los transmisores y los filtros en recepción. Este algoritmo puede ser muy útil para comprender los conceptos de la técnica de IA presentados en la sección 4.2.

La solución para el caso de  $K=3$  se calcula resolviendo el sistema de ecuaciones (44a-44c), para después aplicar un filtro ZF en la recepción. Sin pérdida de generalidad, el sistema de ecuaciones debe ser restringido a

$$\text{span}\left(\mathbf{H}_{[1,2]}\mathbf{V}_2\right) = \text{span}\left(\mathbf{H}_{[1,3]}\mathbf{V}_3\right) \quad (53a)$$

$$\mathbf{H}_{[3,2]}\mathbf{V}_2 = \mathbf{H}_{[3,1]}\mathbf{V}_1 \quad (53b)$$

$$\mathbf{H}_{[2,1]}\mathbf{V}_1 = \mathbf{H}_{[2,3]}\mathbf{V}_3 \quad (53c)$$

Todavía se tienen infinitas soluciones para el sistema de ecuaciones (53a-53c), pero las ecuación (53b) y la ecuación (53c) son fijas, de manera que  $\mathbf{V}_2$  y  $\mathbf{V}_3$  se pueden escribir en función de  $\mathbf{V}_1$  de la siguiente manera

$$\text{span}\left(\mathbf{H}_{[1,2]}\mathbf{H}_{[3,2]}^{-1}\mathbf{H}_{[3,1]}\mathbf{V}_1\right) = \text{span}\left(\mathbf{H}_{[1,3]}\mathbf{H}_{[2,3]}^{-1}\mathbf{H}_{[2,1]}\mathbf{V}_1\right) \quad (54a)$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{H}_{[2,3]}^{-1}\mathbf{H}_{[3,1]}\mathbf{V}_1 \quad (54b)$$

$$\mathbf{V}_3 = \mathbf{H}_{[2,3]}^{-1}\mathbf{H}_{[2,1]}\mathbf{V}_1 \quad (54c)$$

Entonces la solución para  $\mathbf{V}_1$  es cualquier sub-conjunto de  $S$  eigenvectores de la siguiente matriz

$$\mathbf{T} = \mathbf{H}_{[3,1]}^{-1} \mathbf{H}_{[3,2]} \mathbf{H}_{[1,2]}^{-1} \mathbf{H}_{[1,3]} \mathbf{H}_{[2,3]}^{-1} \mathbf{H}_{[2,1]} \quad (55)$$

Por lo tanto, se tienen  $C_{2S}^S = \binom{2S}{S}$  opciones para escoger el pre-codificador para el primer transmisor.

Este diseño de pre-codificadores garantiza que los interferentes sean alineados para cada usuario. Seguidamente se aplica un filtro ZF en el receptor para eliminar completamente la interferencia y revertir el efecto del canal. Entonces las matrices de filtrado en recepción se diseñan de manera a que

$$\mathbf{U}_1^H \left[ \mathbf{H}_{[1,2]} \mathbf{V}_2 \right] = 0,$$

$$\mathbf{U}_2^H \left[ \mathbf{H}_{[2,1]} \mathbf{V}_1 \right] = 0, \quad (56)$$

$$\mathbf{U}_3^H \left[ \mathbf{H}_{[3,1]} \mathbf{V}_1 \right] = 0.$$

Cada sub-conjunto diferente de  $\mathbf{T}$  conlleva a una solución distinta de IA. A fin de determinar la mejor solución (en términos de sum-rate, por ejemplo), también es necesario determinar la matriz en recepción  $\mathbf{U}_k^H$ . La mejor solución se puede encontrar mediante una búsqueda exhaustiva sobre  $C_{2S}^S$ . El costo computacional podría no ser excesivo para valores razonables de  $S$  (por ejemplo de 1 a 5). El pseudo-código del algoritmo que entrega una solución de forma cerrada se muestra en el Algoritmo 3. En el Algoritmo 3, en vez de utilizar la inversa como en el caso de la ecuación (55), se utiliza la pseudo-inversa, esto es para poder usar diferentes valores de  $M$  y  $N$  (matrices no cuadradas).

---

**Algoritmo 3.** Alineación de Interferencias, solución de forma cerrada para  $K = 3$ 


---

**Entrada:**  $M$ ,  $N$ ,  $d_k$ ,  $\mathbf{H}_{[k,i]}$ ;  $\forall i \neq k \in \{1, 2, 3\}$

1. Utilizando la ecuación (4.15) inicializar  $\mathbf{T}$
2.  $\mathbf{T} = \mathbf{H}_{[3,1]}^\dagger \mathbf{H}_{[3,2]} \mathbf{H}_{[3,2]}^\dagger \mathbf{H}_{[1,2]} \mathbf{H}_{[1,3]} \mathbf{H}_{[1,3]}^\dagger \mathbf{H}_{[2,3]} \mathbf{H}_{[2,3]}^\dagger \mathbf{H}_{[2,1]}$
3. Asignar  $S$  eigenvectores de  $\mathbf{T}$  como  $\mathbf{V}_1$
4. Utilice las ecuaciones (54b)-(54c) para obtener  $\mathbf{V}_2$  y  $\mathbf{V}_3$
5.  $\mathbf{V}_2 = \mathbf{H}_{[2,3]}^\dagger \mathbf{H}_{[3,1]} \mathbf{V}_1$
6.  $\mathbf{V}_3 = \mathbf{H}_{[2,3]}^\dagger \mathbf{H}_{[2,1]} \mathbf{V}_1$
7. Calcular las matrices de recepción para cada usuario,  $\{\mathbf{U}_k\}_{k=1}^3$ , de acuerdo a la ecuación (56)
8.  $[\mathbf{U}_{\text{svd}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\text{svd}}, \mathbf{V}_{\text{svd}}] = \text{svd}(\mathbf{H}_{[1,2]} \mathbf{V}_2)$
9.  $\mathbf{U}_1 = \mathbf{U}_{\text{svd}}(:, d_k + 1 : M)$
10.  $[\mathbf{U}_{\text{svd}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\text{svd}}, \mathbf{V}_{\text{svd}}] = \text{svd}(\mathbf{H}_{[2,1]} \mathbf{V}_1)$
11.  $\mathbf{U}_2 = \mathbf{U}_{\text{svd}}(:, d_k + 1 : M)$
12.  $[\mathbf{U}_{\text{svd}}, \boldsymbol{\Sigma}_{\text{svd}}, \mathbf{V}_{\text{svd}}] = \text{svd}(\mathbf{H}_{[3,1]} \mathbf{V}_1)$
13.  $\mathbf{U}_3 = \mathbf{U}_{\text{svd}}(:, d_k + 1 : M)$

**Salida:**  $\{\mathbf{V}_k\}_{k=1}^3$ ,  $\{\mathbf{U}_k\}_{k=1}^3$

---

En la Figura 19 se muestra el Sum-Rate versus SNR para diferentes valores de  $M$ ,  $N$  y  $d_k$  se observa que para obtener por ejemplo un grado de libertad (DoF=1) es necesario tener 2 antenas receptoras debido a que una de ella se utiliza para eliminar la interferencia; al agregar más antenas transmisoras se obtiene ganancia de diversidad. Con el incremento de antenas tanto en el transmisor como en el receptor es posible incrementar los grados de libertad así como la suma de tasas de transmisión.

### 4.3.2 Algoritmo de minimización alternada

Se ha mencionado en la sub-sección anterior que existe gran dificultad para encontrar soluciones de IA de forma cerrada para canales con coeficientes constantes para más de 3 usuarios; en (Petters and Heath Jr., 2009; Petters and Heath Jr., 2011), los autores proponen un algoritmo iterativo para IA en MIMO-IC para una cantidad

arbitraria de usuarios, antenas y cadenas espaciales. El algoritmo es una minimización alternada (MA) sobre las matrices de pre-codificación y los sub-espacios de interferencia en los receptores, además, se prueba en (Petters and Heath Jr., 2011) que el algoritmo converge, aunque no necesariamente a un óptimo global. El algoritmo de MA es un algoritmo iterativo basado en sub-espacios y por lo tanto busca cumplir el criterio de IA como en el caso del algoritmo de forma cerrada descrita en la sub-sección anterior.

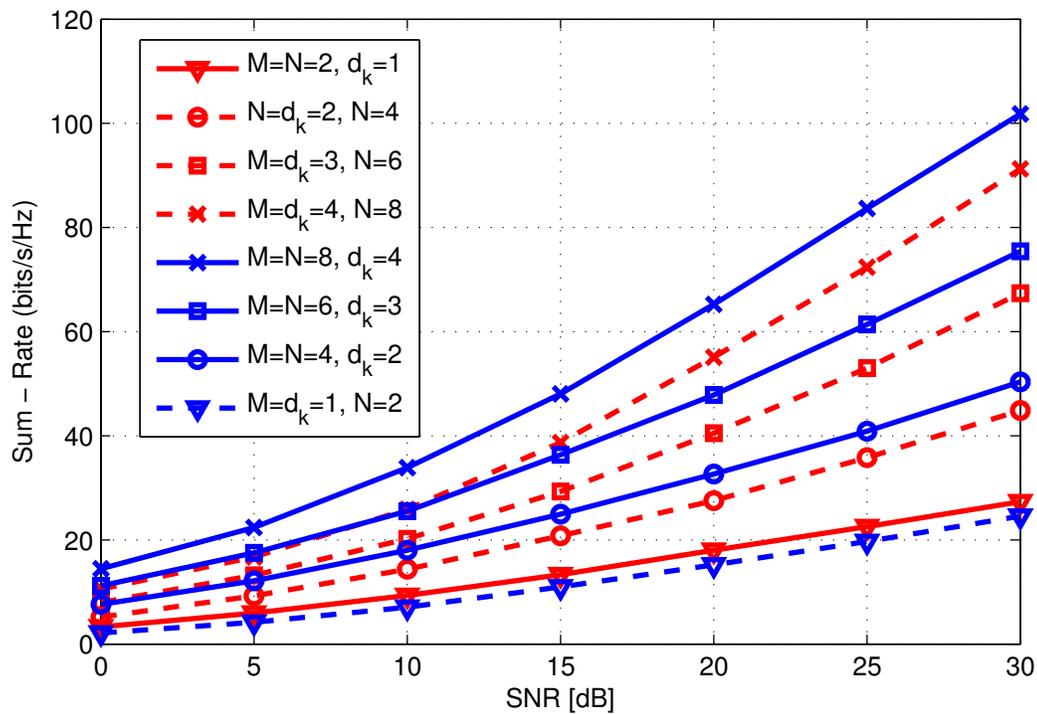
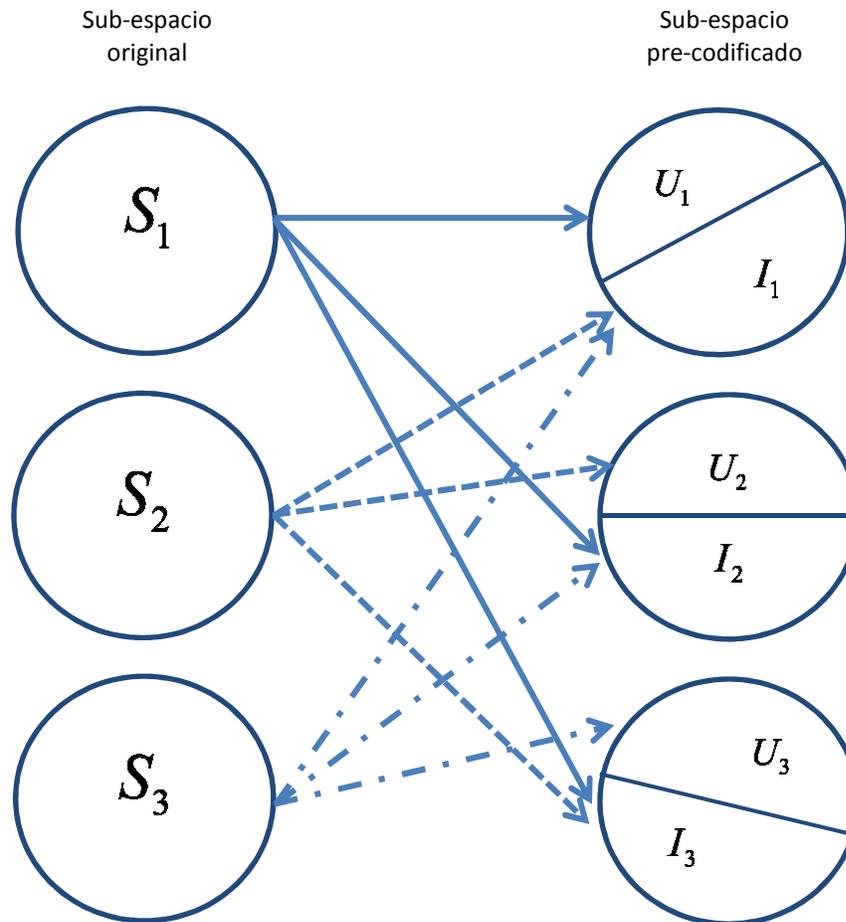


Figura 19. Sum – Rate vs SNR para el algoritmo IA de forma cerrada para  $K = 3$  y diferentes valores de  $M$ ,  $N$  y  $d_k$ .



**Figura 20.** IA basado en sub-espacios desde el punto de vista del receptor para el escenario de 3 usuarios en MIMO-IC.

En cada paso del algoritmo, el sub-espacio de interferencia en el  $k$ -ésimo receptor es cambiado a un sub-espacio que contenga tanta interferencia como sea posible (con esto también se cambia el sub-espacio de la señal deseada). De esta manera se diseñan los pre-codificadores de todos los transmisores interferentes para proyectar sus señales al sub-espacio de interferencia del receptor  $k$ . En la Figura 20 se proporciona una ilustración de IA basado en sub-espacios desde el punto de vista del receptor donde  $S_k$  corresponde al sub-espacio original del receptor  $k$ , así como  $U_k$  e  $I_k$  representan los sub-espacios pre-codificados de la señal deseada y la interferencia respectivamente. Matemáticamente, en (Petters and Heath Jr., 2009) se utiliza una métrica intuitiva entre una matriz y un sub-espacio, esto se realiza encontrando

soluciones de optimización para un algoritmo iterativo. Por lo tanto el transmisor intenta minimizar la siguiente función objetivo

$$J = \min_{\substack{\mathbf{V}_i^H \mathbf{V}_i = \mathbf{I}, \forall i \\ \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}, \forall k}} \sum_{k=1}^K \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^K \left\| \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i \right\|_F^2 \quad (57)$$

donde  $\|\cdot\|_F^2$  representa la norma cuadrática de Frobenius de una matriz y  $\mathbf{C}_k$  es una base ortonormal para el subespacio de interferencias  $I_k$  del receptor  $k$ . Si es factible la IA, entonces la ecuación (57) decrece y tiende a cero con el incremento de la cantidad de iteraciones. El algoritmo IA mediante minimización alternada se muestra en el Algoritmo 4.

---

**Algoritmo 4.** Alineación de Interferencias mediante minimización alternada

---

**Entrada:**  $M, N, K, d_k, \mathbf{H}_{[k,i]}; \forall i \neq k \in \{1, 2, \dots, K\}$

1. Inicializar  $\mathbf{V}_i$  de manera arbitraria para todo  $i$ .
2. Asignar los  $N - d_k$  eigenvectores dominantes de  $\sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i \mathbf{V}_i^H \mathbf{H}_{[k,i]}^H, \forall k$  como las columnas de  $\mathbf{C}_k$ .
3. Asignar los  $d_k$  eigenvectores menos dominantes de  $\sum_{i \neq k} \mathbf{H}_{[k,i]} (\mathbf{I}_N - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H) \mathbf{H}_{[k,i]}^H, \forall i$  como las columnas de  $\mathbf{V}_i$ .
4. Repetir los pasos 2 y 3 hasta que la función de costos de la ecuación (57) converja, es decir,  $J \leq \epsilon$ .

**Salida:**  $\{\mathbf{V}_k\}_{k=1}^K, \{\mathbf{U}_k\}_{k=1}^K$

---

Con el fin de ilustrar el comportamiento del algoritmo, en la Figura 21 se muestra una gráfica de Sum-Rate vs SNR, suponiendo que se corre el algoritmo IA de minimización alternada (IA-MA) para una cantidad fija de 20 iteraciones y  $\epsilon = 10^{-3}$ . Se muestran también de manera comparativa los resultados del algoritmo IA de forma cerrada (IA-CF) descrito en la sub-sección anterior.

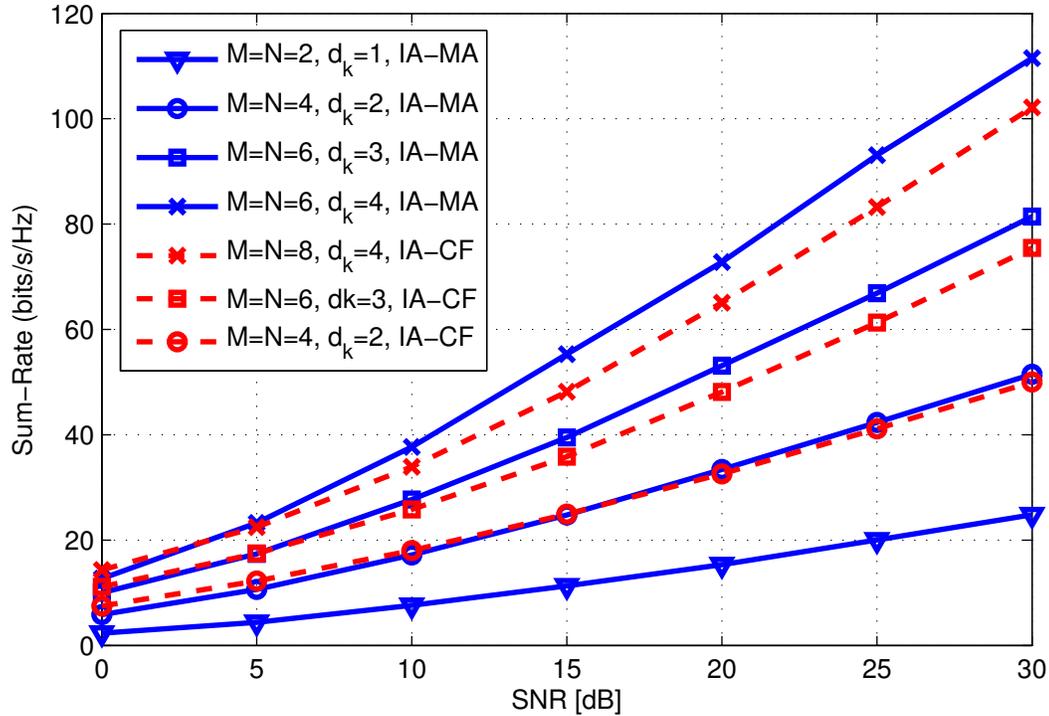


Figura 21. Sum - Rate vs SNR para el algoritmo IA de minimización alternada (IA-MA) y el algoritmo IA de forma cerrada (IA-CF) para  $K = 3$  diferentes valores de  $M$ ,  $N$  y  $d_k$ .

En el escenario de estudio, se tienen tres pares de transmisor-receptor y se grafica el Sum-Rate para diferentes cantidades de antenas transmisoras y receptoras, así como la cantidad de cadenas transmitidas por usuario. Se observa un rendimiento similar de los algoritmos IA-MA e IA-CF para una cantidad pequeña de antenas ( $M = N = 2$ ), sin embargo, con el incremento de antenas en ambos pares se observa que el algoritmo IA-MA muestra un mejor desempeño en cuanto a tasa de transmisión.

A fin de observar cuál es la cantidad de iteraciones requeridas para que el algoritmo converja (es decir, la función objetivo sea menor que una constante predefinida,  $J \leq \varepsilon$ ) en la Tabla 5 se muestra una comparación de la cantidad de iteraciones promedio requeridas para diferentes configuraciones de antenas y cadenas de datos en un sistema con  $K = 3$ . Se muestra además el porcentaje de veces en que el algoritmo converge para una cantidad máxima de 1000 iteraciones y  $\varepsilon = 10^{-3}$ . Cuando se aumenta la cantidad de antenas en los pares transmisor-receptor, así como las cadenas de datos, también se incrementa la cantidad de iteraciones necesarias para

que el algoritmo converja; aunque se observa en la Figura 21 que una cantidad pequeña de iteraciones puede entregar un buen desempeño.

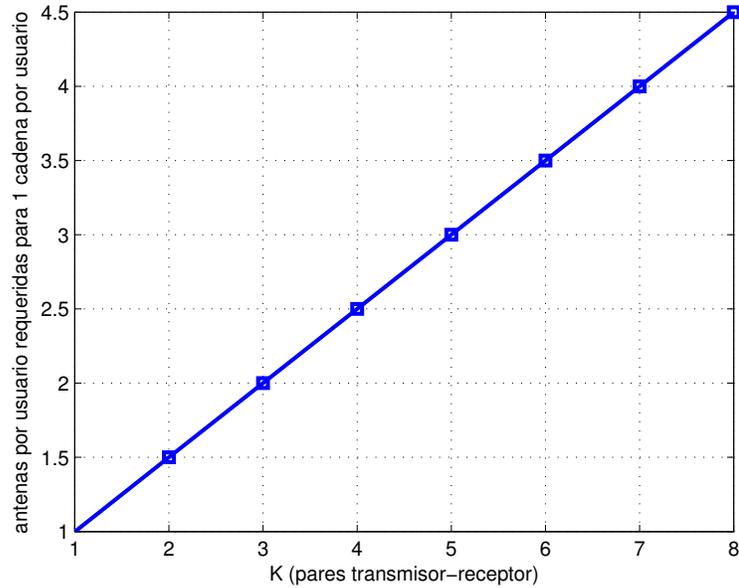
**Tabla 5. Cantidad de iteraciones y porcentaje de convergencia del algoritmo IA de minimización alternada.**

| Parámetros           | Cantidad de iteraciones promedio | % de convergencia en 1000 iteraciones |
|----------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| $M = N = 2, d_k = 1$ | 200                              | 85                                    |
| $M = N = 4, d_k = 2$ | 500                              | 65                                    |
| $M = N = 6, d_k = 3$ | 800                              | 27                                    |
| $M = N = 8, d_k = 4$ | 900                              | 19                                    |

Como se había mencionado con anterioridad, el algoritmo IA-MA puede funcionar para cualquier cantidad de pares de transmisor receptor. Para declarar que una cierta cantidad de antenas/cadenas asignadas son factibles para un sistema de  $K$  usuarios, se supone que la función objetivo debe caer bajo  $J \leq \varepsilon$ , donde  $\varepsilon = 10^{-4}$  en 5000 iteraciones y 100 realizaciones de canal generadas de manera aleatoria.

En la Figura 22 se grafica la cantidad de antenas requeridas para lograr una cadena de datos por usuario para diferentes valores de  $K$ . Se observa que la cantidad de antenas por usuario necesarias para recibir una cadena de datos libre de interferencia se incrementa a medida que aumenta el número de pares de transmisor-receptor en el sistema. Por ejemplo para alcanzar una cadena de datos por usuario en un sistema de cinco pares de transmisor-receptor se requieren tres antenas en cada receptor.

Teniendo en cuenta el escenario anterior de  $K$  pares transmisor-receptor, y cada usuario recibiendo una cadena de datos, se observa intuitivamente que se requieren  $(K+1)/2$  antenas en cada nodo.



**Figura 22.** Cantidad de antenas por nodo requeridas para lograr una cadena de datos por usuario para diferentes valores de  $K$ .

### 4.3.3 Algoritmo de maximización de SINR

En esta sección se describe un algoritmo que busca maximizar la SINR después del post-procesamiento propuesto en (Gomadam *et al.*, 2008). Una cuestión importante de este algoritmo es la relación de dualidad entre la condición de alineación en un canal interferente y su canal recíproco que se obtiene al intercambiar la dirección de comunicación. Sea la notación  $\bar{\mathbf{A}}$  que indica la matriz en la dirección inversa de una matriz  $\mathbf{A}$  en una dirección regular. Utilizando este concepto, se puede escribir el precodificador, el filtro de recepción y los canales individuales en la red recíproca como

$$\bar{\mathbf{V}}_k = \mathbf{U}_k \quad (58a)$$

$$\bar{\mathbf{U}}_k = \mathbf{V}_k \quad (58b)$$

$$\bar{\mathbf{H}}_{[i,k]} = \mathbf{H}_{[k,i]}^H \quad \forall i, k \in (1, 2, \dots, K) \quad (58c)$$

Con ésta notación la ecuación (43a) y la ecuación (43b) se pueden reescribir en la dirección inversa como sigue

$$\tilde{\mathbf{V}}_k^H \tilde{\mathbf{H}}_{[i,k]} \tilde{\mathbf{U}}_i = 0, \quad \forall k \neq i, \quad (59a)$$

$$\text{rank} \left( \tilde{\mathbf{V}}_k^H \tilde{\mathbf{H}}_{[k,k]}^H \tilde{\mathbf{U}}_k \right) = d_k. \quad (59b)$$

De ésta manera, una solución para la dirección regular puede ser válida para la dirección inversa y viceversa. Utilizando esta relación, el algoritmo de maximización de SINR trata de encontrar un filtro en el receptor en la dirección regular para pre-codificadores fijos; seguidamente se revierte la dirección (ahora el transmisor es el receptor y vice versa) y se intenta encontrar los filtros en recepción (originalmente transmisor), para los filtros en recepción encontrados en el primer paso se utilizan los pre-codificadores en el orden inverso.

Si deseamos maximizar el  $\text{SINR}_{kl}$  de la ecuación (45) con respecto a los filtros en recepción  $\{\mathbf{U}_k\}_{k=1}^K$ , mientras se mantienen fijas las matrices de pre-codificación  $\{\mathbf{V}_k\}_{k=1}^K$ , el filtro en recepción correspondiente a la  $l$ -ésima cadena del usuario  $k$  está dado por

$$\mathbf{U}_k^{[*l]} = \frac{\mathbf{B}_{kl}^{-1} \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k^{[*l]}}{\left\| \mathbf{B}_{kl}^{-1} \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k^{[*l]} \right\|} \quad (60)$$

De la misma manera y utilizando el concepto de reciprocidad en el canal y el resultado de la ecuación (60) se actualiza el pre-codificador de la  $l$ -ésima cadena del usuario  $k$

$$\mathbf{V}_k^{[*l]} = \frac{\tilde{\mathbf{B}}_{kl}^{-1} \mathbf{H}_{[k,k]}^H \mathbf{U}_k^{[*l]}}{\left\| \tilde{\mathbf{B}}_{kl}^{-1} \mathbf{H}_{[k,k]}^H \mathbf{U}_k^{[*l]} \right\|} \quad (61)$$

donde  $\bar{\mathbf{B}}_{kl}$  es la matriz de covarianzas de la interferencia más ruido del canal recíproco definido como

$$\bar{\mathbf{B}}_{kl} = \sum_{i=1}^K \frac{P_i}{d_i} \sum_{d=1}^{d_i} \mathbf{H}_{[k,i]}^H \mathbf{U}_i^{[*d]} \mathbf{U}_i^{[*d]H} \mathbf{H}_{[k,i]} - \frac{P_k}{d_k} \mathbf{H}_{[k,k]}^H \mathbf{U}_k^{[*d]} \mathbf{U}_k^{[*d]H} \mathbf{H}_{[k,k]} + \mathbf{I}_{N_k} \quad (62)$$

El algoritmo de IA para maximización del SINR se resume en el Algoritmo 5.

---

**Algoritmo 5.** Alineación de Interferencias para maximizar SINR

---

**Entrada:**  $M, N, d_k, \mathbf{H}_{[k,i]}; \forall i \neq k \in \{1, 2, \dots, K\}$

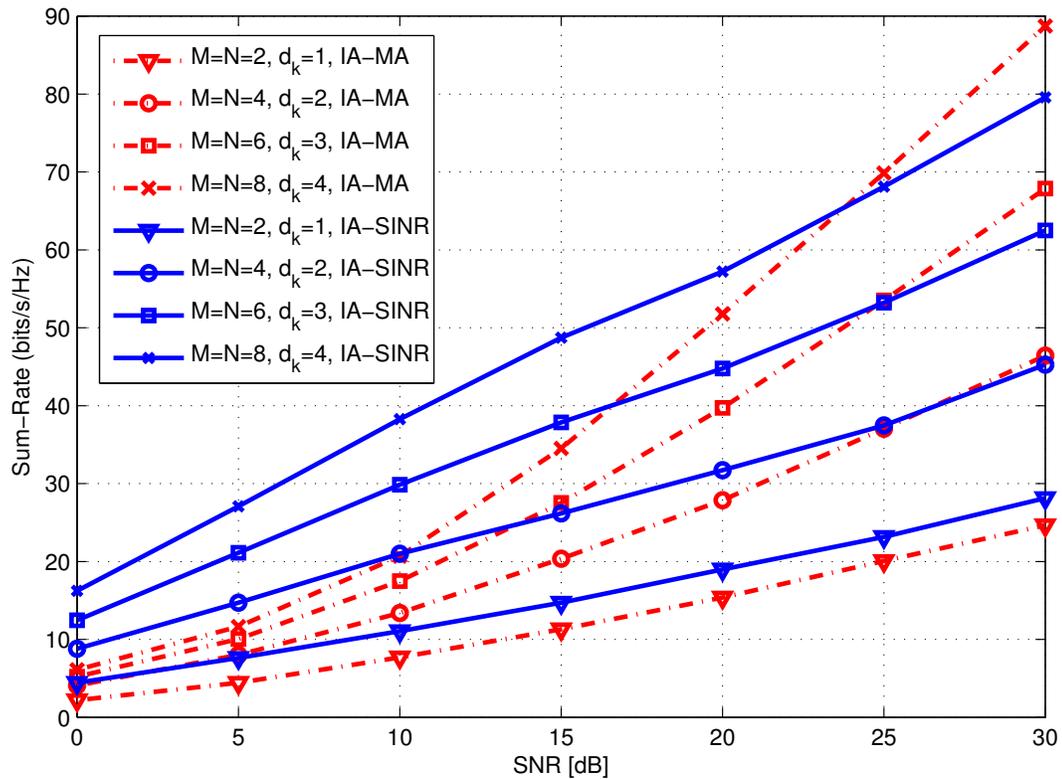
1. Inicializar  $\mathbf{V}_i$  de manera arbitraria para todo  $i$ .
2. Calcular  $\mathbf{B}_{kl}$  de acuerdo a la ecuación (46) para todo  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  y para todo  $l \in \{1, 2, \dots, d_k\}$ ;
3. Calcular el filtro en recepción  $\mathbf{U}_k^{[*l]}$  de acuerdo a la ecuación (60) para todo  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  y para todo  $l \in \{1, 2, \dots, d_k\}$ ;
4. Revertir la dirección de la comunicación utilizando la ecuación (58);
5. En la red recíproca, calcular  $\bar{\mathbf{B}}_{kl}$  de acuerdo a la ecuación (46) para todo  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  y para todo  $l \in \{1, 2, \dots, d_k\}$ ;
6. Calcular el filtro en recepción  $\bar{\mathbf{U}}_k^{[*l]}$  de acuerdo a la ecuación (60) para todo  $k \in \{1, 2, \dots, K\}$  y para todo  $l \in \{1, 2, \dots, d_k\}$ ;
7. Invertir el orden de la comunicación y actualice los pre-codificadores utilizando la ecuación (58b).
8. Repetir los pasos 2 al 6 hasta que converja.

**Salida:**  $\{\mathbf{V}_k\}_{k=1}^K, \{\mathbf{U}_k\}_{k=1}^K$

---

En la Figura 23 se ilustra una comparativa de Sum-Rate vs SNR para el algoritmo IA-MA y el algoritmo IA de maximización del SINR (IA-SINR) para diferentes valores de  $M, N$  y  $d_k$  con  $K=3$ . En las simulaciones se busca la convergencia del algoritmo IA-SINR cuando la suma de la diferencia entre las matrices de pre-codificación de todos los usuarios caiga bajo un umbral  $\sum_{k=1}^K \|\mathbf{V}_k^{(i-1)} - \mathbf{V}_k^{(i)}\| \leq \epsilon$ , es decir, que ya no se observen cambios en el precodificador realizando la  $i$ -ésima iteración.

Se observa en la Figura 23 que el algoritmo IA-SINR ofrece un mejor rendimiento a niveles bajos y medios de SNR para los diferentes valores de  $M$ ,  $N$  y  $d_k$  esto es debido a que el algoritmo mencionado en esta sección toma en consideración la ganancia del canal directo para calcular las matrices de pre-codificación y filtrado en recepción. Sin embargo a altos niveles de SNR, se observa que el algoritmo IA-MA muestra un mejor desempeño, con esto podemos deducir que a altos niveles de SNR resulta crucial tomar en cuenta las señales interferentes.



**Figura 23.** Sum-rate vs SNR para el algoritmo IA-MA y el algoritmo IA de maximización del SINR (IA-SINR) con  $K = 3$  y diferentes valores de  $M$ ,  $N$  y  $d_k$ .

En la Tabla 6 se muestra la cantidad de iteraciones promedio requeridas para el algoritmo IA-SINR, se observa que el algoritmo converge con una baja cantidad de iteraciones, además de que se asegura la convergencia en al menos la mayoría de los casos.

**Tabla 6. Cantidad de iteraciones y porcentaje de convergencia del algoritmo IA de minimización de la SINR.**

| Parámetros           | Cantidad de iteraciones promedio | % de convergencia en 1000 iteraciones |
|----------------------|----------------------------------|---------------------------------------|
| $M = N = 2, d_k = 1$ | 10                               | 99                                    |
| $M = N = 4, d_k = 2$ | 12                               | 100                                   |
| $M = N = 6, d_k = 3$ | 17                               | 100                                   |
| $M = N = 8, d_k = 4$ | 22                               | 100                                   |

#### 4.3.4 DoF alcanzables por los algoritmos de IA

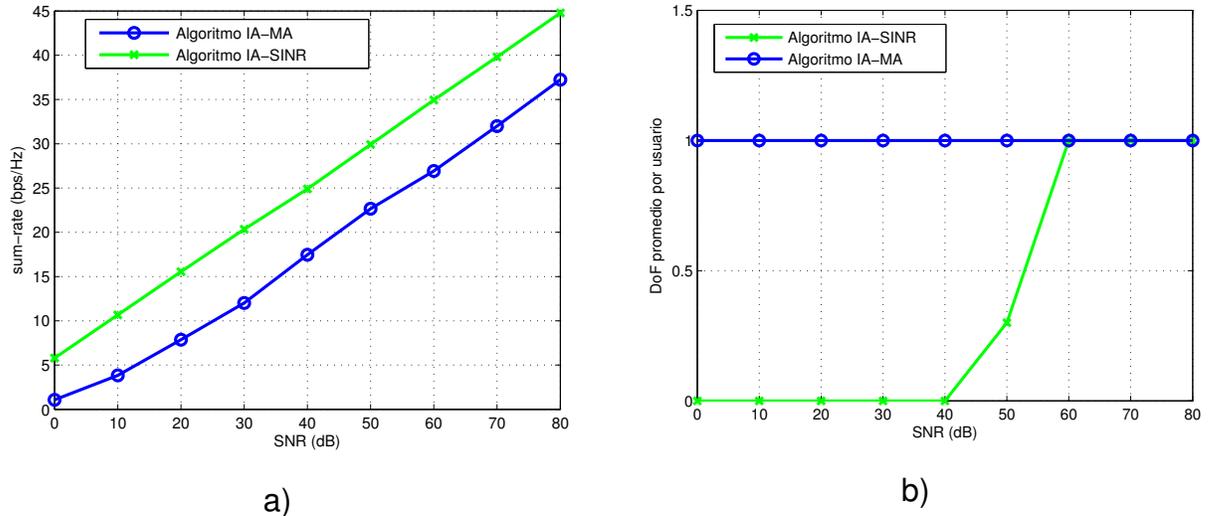
El objetivo de esta sección es el de observar cuál es la cantidad de grados de libertad que se pueden alcanzar en los algoritmos de IA. Se supone una configuración de  $K = 3$ ,  $M = 4$  y  $N = 8$ . Los grados de libertad alcanzables se miden de acuerdo a la cantidad promedio de eigenvalores que se encuentran en la señal deseada y las señales interferentes de la siguiente manera

$$\text{mean}\left(\sum(\text{eig}[S])\right) \leq \eta - \text{mean}\left(\sum(\text{eig}[J])\right) \leq \eta \quad (63)$$

donde las funciones  $\text{mean}(\cdot)$  y  $\text{eig}(\cdot)$  corresponden al valor medio y a los eigen-valores y  $\eta$  representa el umbral de exactitud, el cual se fija en  $10^{-6}$ .  $S = [S_1, S_2, \dots, S_K]$  y  $J = [J_1, J_2, \dots, J_K]$ , cuyos elementos individuales se definen como sigue

$$S_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{[k,k]} \mathbf{V}_k \quad (64a)$$

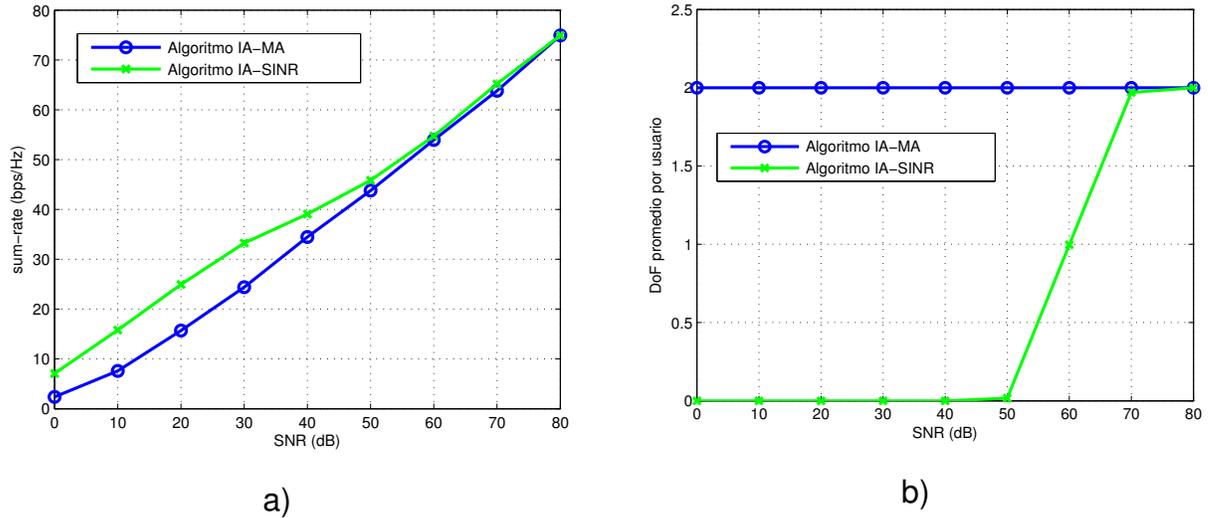
$$J_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{[k,i]} \mathbf{V}_i, \forall i \neq k \quad (64b)$$



**Figura 24. a) Sum-rate vs SNR y b) DoF vs SNR para los algoritmos IA-MA e IA-SINR con  $M = 4$ ,  $N = 8$  y  $d_k = 1$ .**

En la Figura 24 se grafica el Sum-Rate vs SNR (Figura 24a) y los DoF alcanzables por usuario (Figura 24b) de acuerdo a la ecuación (63) para un amplio intervalo de SNR. Se observa que ambos algoritmos entregan una alta capacidad, arrojando un mejor desempeño el algoritmo IA-SINR comparado con el algoritmo IA-MA. El resultado de DoF alcanzables por ambos algoritmos, nos muestra que el algoritmo IA-MA logra los  $d_k = 1$  para todos los niveles de SNR, sin embargo, el algoritmo IA-SINR requiere niveles muy altos de SNR (aproximadamente de 60 dB) logra alcanzar los DoF.

En la Figura 25 se observan las mismas métricas de la Figura 24, en este caso se requieren dos grados de libertad (DoF=2) por usuario. Se observa que a altos niveles de SNR, ambos algoritmos entregan un desempeño similar en términos de Sum-Rate. Sin embargo se observa nuevamente que el algoritmo IA-MA logra efectivamente los dos grados de libertad en todos los niveles de SNR, mientras que el algoritmo IA-SINR sólo los logra a los 70 dB de SNR.



**Figura 25. a) Sum-rate vs SNR y b) DoF vs SNR para los algoritmos IA-MA e IA-SINR con  $M = 4$ ,  $N = 8$  y  $d_k = 2$ .**

En la Figura 26 se observan las mismas métricas de la Figura 24, en este caso se requieren tres grados de libertad por usuario. Se observa que los algoritmos no logran un mayor desempeño que cuando se tienen dos grados de libertad, esto es debido a que para dicha configuración de 4 antenas transmisoras y 8 antenas receptoras, no es factible alcanzar los tres grados de libertad, inclusive se puede observar en la Figura 26b que se tiene una disminución de los DoF en el algoritmo IA-MA a un grado de libertad DoF, de igual manera el algoritmo IA-SINR sólo logra alcanzar un grado de libertad a los 65 dB de SNR y dos grados de libertad a los 80 dB de SNR. Por lo tanto, se puede deducir que para esta configuración no es factible lograr más de dos grados de libertad.

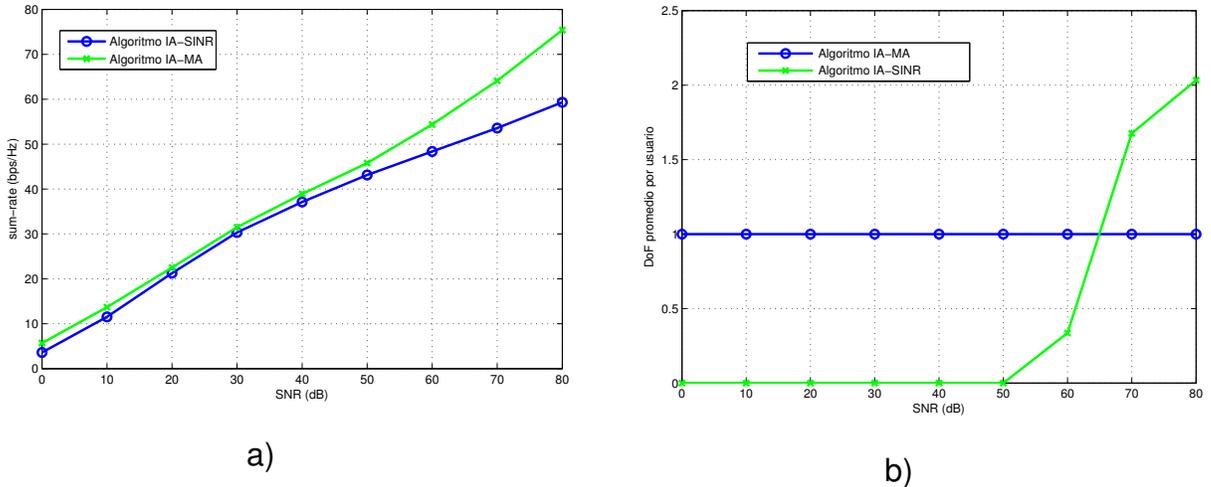


Figura 26. a) Sum-Rate vs SNR y b) DoF vs SNR para los algoritmos IA-MA e IA-SINR con  $M = 4$ ,  $N = 8$  y  $d_k = 3$ .

## 4.4 Retos de investigación en IA

A pesar de las ganancias en el rendimiento teórico de las técnicas de gestión avanzada de interferencia descritas en las secciones previas, existen varios retos en la investigación para pasar de la teoría a la práctica, a continuación se mencionan algunos de ellos.

### 4.4.1 Interferencia fuera de la celda

Las técnicas de gestión de interferencia revisadas en este capítulo han sido desarrolladas para configuraciones de redes de interferencia idealizadas. Esas configuraciones consideran una cantidad en particular de pares de transmisor-receptor, ignorando la interferencia potencial proveniente de afuera del conjunto cooperativo.

Para realizar los métodos avanzados de gestión de interferencia en sistemas inalámbricos futuros, se deberían reevaluar utilizando modelos estocásticos (Andrews *et al.*, 2011) que capturen de manera precisa el impacto de la estructura espacial irregular de la ubicación de los nodos inalámbricos y las características dependiendo de las frecuencias de operación (por ejemplo: bajas frecuencias o bandas milimétricas).

#### **4.4.2 Conocimiento parcial del estado del canal en transmisión**

Una problemática mayor que se encuentra en la mayoría de las estrategias avanzadas es que ellas muestran un incremento sustancial en la tasa de transmisión solamente cuando se tiene un buen conocimiento global de la CSI en los transmisores.

En la práctica, sin embargo, adquirir dicho conocimiento global de la CSI es un reto muy difícil, debido a la naturaleza distribuida de los transmisores y ambientes dinámicos de propagación inalámbrica. Para lograr ganancias potenciales en sistemas inalámbricos prácticos, una alternativa para estudios futuros es explorar los efectos utilizando solamente las estadísticas del CSI.

#### **4.4.3 Calendarización del enlace**

El diseño de algoritmos de calendarización y selección de los usuarios basados en IA que generen una mínima sobrecarga de CSI sería bastante prometedor. Esto podría brindar mejoras adicionales en el rendimiento a través de la ganancia de multiplexaje así como la ganancia de diversidad que se logra al tener una gran cantidad de usuarios en la red MIMO-IC. Adicionalmente, resultaría interesante investigar el rendimiento de los algoritmos de calendarización considerando una conectividad de red variante en el tiempo.

#### **4.4.4 Conformación de interferencia en sistemas de onda milimétrica**

Las frecuencias de onda milimétrica (mmWave) son candidatas prometedoras para la siguiente generación de sistemas celulares así como las redes WLAN. Las mmWave ofrecen la ventaja de poder manejar tasas de transmisión del orden de los gigabit-por-segundo debido al amplio ancho de banda disponible en mmWave, además de poder utilizar una gran cantidad de antenas en configuraciones empaquetadas en áreas pequeñas. Como futura tendencia de investigación es posible explorar algoritmos de IA para transmisiones multiusuario que utilizan un procesador híbrido MIMO el cual consiste en un beamformer de canal de radio frecuencia (análogo) y un beamforming de banda base MIMO (digital) para comunicaciones con mmWave.

## 4.5 Conclusiones

La gestión de interferencia resulta de suma importancia en todas las redes inalámbricas. En este capítulo se discuten algunos aspectos acerca de la gestión de interferencia desarrolladas recientemente para sistemas MIMO-IC. Estas estrategias denominadas de Alineación de Interferencia utilizan el principio de conformación de las señales interferentes para alcanzar mejoras en el rendimiento comparado con aquellos sistemas que omiten la interferencia. Se discuten las ganancias potenciales en términos de Sum-Rate para varios escenarios de redes interferentes, además se analizan los grados de libertad que pueden alcanzarse. El capítulo finaliza con una discusión acerca de algunas tendencias de investigación para hacer más práctica la gestión de interferencias.

## Capítulo 5. Algoritmos Prácticos de Calendarización de usuarios en sistemas MIMO-IC

---

### 5.1 Introducción

Los sistemas de comunicación inalámbrica para la siguiente generación tienen por objetivo proporcionar servicios de datos de alta velocidad con recursos de radio limitados. El plan de trabajo hacia la 5G abarca una amplia visión y prevé objetivos de diseño que incluyen: incremento en la tasa de datos pico de 10-100 veces, incremento de la capacidad de la red de 1000 veces, incremento de la eficiencia energética de 10 veces y una disminución de la latencia de 10-30 veces, preparando el camino hacia las comunicaciones inalámbricas del orden de los Gigabit por segundo (Rodríguez, 2015).

En los sistemas de comunicaciones inalámbricas la interferencia es por lo tanto siempre una preocupación importante debido a que todos los usuarios comparten el mismo medio, el aire. Como una de las soluciones prometedoras para mejorar la eficiencia espectral y el caudal eficaz, se han propuesto sistemas con procesamiento cooperativo combinados con los sistemas MIMO. Una técnica cooperativa de transmisión inalámbrica que reduce el impacto de la interferencia se denomina Alineación de Interferencias (Cadambe and Jafar, 2008). La idea de IA es coordinar a múltiples transmisores de manera que su interferencia mutua se alinee en un sub-espacio de recepción, facilitando una simple cancelación de la interferencia en los receptores.

En (Petters and Heath, 2011) se propuso un algoritmo IA de minimización alternada para sistemas MIMO-IC, la propuesta se refiere a un algoritmo iterativo basado en sub-espacios y tiene el único objetivo de alinear las señales interferentes. En cada paso del algoritmo el sub-espacio de interferencias en el receptor  $k$  es cambiado a un sub-espacio que contenga toda la interferencia que sea posible. Sin embargo, no se realiza ningún esfuerzo para maximizar la potencia de la señal deseada o minimizar el error. Los autores en (Gomadam *et al.*, 2011) proponen un algoritmo que busca maximizar el SINR después del post-procesado en vez de la alineación perfecta de los interferentes. El algoritmo en (Gomadam *et al.*, 2011) aprovecha la relación de dualidad

entre la condición de alineación en un canal de interferencia y su canal recíproco obtenido intercambiando la dirección de comunicación.

Una problemática importante en los algoritmos propuestos en (Petters and Heath, 2011) y (Gomadam *et al.*, 2011) es el requerimiento de un conocimiento global del estado del canal, de manera que los transmisores necesitan compartir información del estado de canal, lo cual conlleva a una sobrecarga y desperdicio de recursos muy grande (*overhead*). Las técnicas de alineación oportunista de interferencias (OIA) se han propuesto para sobrellevar la problemática de las estrategias clásicas de IA. Las técnicas de OIA son estrategias que aprovechan la diversidad multiusuario que se obtiene al tener una gran cantidad de usuarios dentro de la red, en los cuales se adopta una calendarización de usuarios en conjunto con una dimensión espacial IA (Lee and Choi, 2010; Lee and Choi, 2011; Lee and Choi, 2012; Cho *et al.*, 2012).

En (Lee and Choi, 2010), los autores proponen unas técnicas prácticas de OIA en un ambiente de retroalimentación limitada. En (Lee and Choi, 2011) y (Lee and Choi, 2012) los autores proponen una técnica de OIA en sistema MIMO-IC con una configuración generalizada de antenas. La técnica propuesta en (Lee and Choi, 2012) generaliza las propuestas previas (Lee and Choi, 2010) adoptando múltiples cadenas por usuario. Sin embargo, debido a que la calendarización de usuarios se basa solamente en la medida de alineación de interferentes, las técnicas mencionadas de OIA sufren de degradación del Sum-Rate. En (Cho *et al.*, 2012) los autores proponen dos técnicas de selección oportunista para sistemas MIMO-IC de  $K$ -usuarios, en los cuales se modifica la técnica convencional de OIA para considerar no solamente los grados de alineación, sino que además tomar en cuenta la potencia de la señal deseada.

En este capítulo se presentan dos algoritmos de baja complejidad propuestos para una red MIMO-IC bajo la consideración de un conocimiento local del estado del canal en los transmisores y un enlace de retroalimentación analógico de los receptores hacia los transmisores correspondientes (Maciel-Barboza *et al.*, 2015b). Los esquemas propuestos se basan en el concepto de volumen del paralelepípedo  $n$ -dimensional generado por las columnas de las matrices de canal de los usuarios. La interpretación geométrica es: cuanto menor es la cantidad de elementos perpendiculares, menor es el

volumen, debido a que la correlación está directamente relacionada con el concepto de ortogonalidad; el volumen generado por el conjunto de variables aleatorias se relaciona con el coeficiente de correlación. Los resultados de simulación muestran que los algoritmos propuestos tienen una mejora en el rendimiento comparado con las técnicas convencionales de OIA, sobre todo en altos niveles de SNR, manteniendo una baja complejidad.

El resto del capítulo se organiza como sigue: en la sección 5.2 se describe el modelo del sistema. Se realiza una revisión del concepto OIA y se describen algoritmos de calendarización para sistemas MIMO-IC en la sección 5.3. En la sección 5.4 se presentan los dos algoritmos de baja complejidad propuestos. Los resultados numéricos se presentan en la sección 5.5. Finalmente, se presentan las conclusiones en la sección 5.6.

## 5.2 Descripción del Sistema

Se considera un enlace descendente de un sistema MIMO-IC de  $M$  -Células. En la  $i$ -ésima célula, se tiene una BS equipada con  $N_t$  antenas transmisoras y un grupo de  $K$  usuarios equipados con  $N_r$  antenas receptoras. En la Figura 27 se muestra el modelo del sistema donde  $M=3$  y se tienen 2 usuarios por célula. Cada transmisor selecciona a un usuario en su grupo correspondiente y envía  $d$  cadenas de datos al usuario seleccionado. Consecuentemente, los transmisores y los usuarios seleccionados forman un sistema MIMO-IC de  $M$  -Células.

Para la calendarización de usuarios, cada transmisor sólo requiere una información parcial retroalimentada por los usuarios, el cual es un simple escalar. No se permite colaborar o compartir información entre los transmisores. La operación del sistema consta de los siguientes 4 pasos:

- Paso 1: Cada nodo envía la señal de referencia a todos los usuarios.
- Paso 2: Cada usuario retroalimenta un valor analógico a su transmisor correspondiente.
- Paso 3: Cada transmisor selecciona a un usuario dentro de su grupo correspondiente.
- Paso 4: Cada transmisor atiende al usuario seleccionado utilizando vectores de *beamforming* aleatorios.

Una vez formado el sistema MIMO-IC de  $M$  - Células. Se supone un modelo de canal con desvanecimiento plano a bloques, en donde el canal permanece constante durante un bloque de tiempo y es i.i.d. entre bloques. La señal recibida en el usuario  $k$  en la  $i$ -ésima célula está dada por

$$y_{k_i} = \sqrt{a} \mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{W}_i \mathbf{x}_i + \sum_{j=1, j \neq k}^M \sqrt{b} \mathbf{H}_{j,k_i} \mathbf{W}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{n}_{k_i} \quad (65)$$

donde  $\mathbf{x}_i$  es la señal transmitida por la  $i$ -ésima BS con una potencia de transmisión  $P = E\{|x_i|^2\}$ ,  $\mathbf{H}_{j,k_i} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$  denota la matriz de canal del transmisor  $j$  al  $k$ -ésimo usuario en el  $i$ -ésimo grupo de usuarios. El  $i$ -ésimo transmisor genera una matriz de beamforming aleatoria  $\mathbf{W}_i \in \mathbb{C}^{N_t \times d}$ , tal que  $\mathbf{W}_i^H \mathbf{W}_i = \mathbf{I}_d$ , donde  $\mathbf{I}_d$  representa la matriz identidad de dimensiones  $d \times d$ , donde  $d$  se refiere a los grados de libertad (DoF) que puede lograr cada receptor y  $(\cdot)^H$  denota la matriz transpuesta conjugada.  $\mathbf{n}_i \in \mathbb{C}^{N_r \times 1}$  representa el vector de ruido AWGN con distribución  $CN(0, \mathbf{I}_{N_r})$ . Las variables  $a$  y  $b$  representan la pérdida por propagación de la señal deseada y la pérdida por propagación de las señales interferentes, respectivamente. El término de suma en la ecuación (65) corresponde a la interferencia inter-celular.

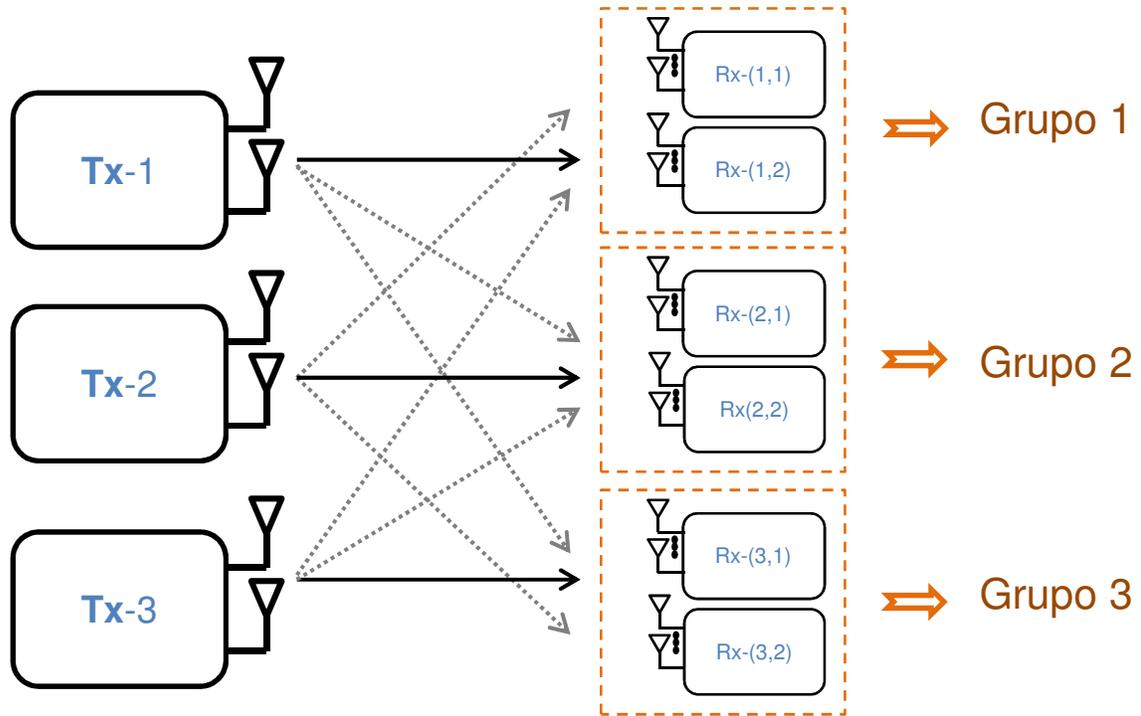


Figura 27. Modelo del sistema con  $M = 3$  y  $K_i = 2, \forall i = 1, 2, 3$ .

Aplicando un filtro en el lado del receptor  $\mathbf{V}_{k_i} \in \mathbb{C}^{N_r \times d}$ , la señal post-procesada está dada por

$$\mathbf{V}_{k_i}^H \mathbf{y}_{k_i} = \sqrt{a} \mathbf{V}_{k_i}^H \mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{W}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{V}_{k_i}^H \sum_{j=1, j \neq k}^M \sqrt{b} \mathbf{H}_{j,k_i} \mathbf{W}_j \mathbf{x}_j + \mathbf{V}_{k_i}^H \mathbf{n}_{k_i} \quad (66)$$

Similar a los trabajos previos (Cho *et al.*, 2012), (Lee and Choi, 2013), se supone que los usuarios móviles son capaces de estimar perfectamente la matriz de covarianzas de la señal deseada para el  $k$ -ésimo usuario en el grupo  $i$ , la cual está dada por

$$\mathbf{Q}_{i,k_i} = a \frac{P}{d} \mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{W}_i \mathbf{W}_i^H \mathbf{H}_{i,k_i}^H \quad (67)$$

De manera similar, la matriz de covarianzas de interferencias del usuario  $k$  en la  $i$ -ésima célula está dada por

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{i,k_i} = b \frac{P}{d} \sum_{j=1, j \neq k}^M \mathbf{H}_{j,k_i} \mathbf{W}_j \mathbf{W}_j^H \mathbf{H}_{j,k_i}^H \quad (68)$$

Teniendo en cuenta la señal recibida de la ecuación (66), la SINR está dada por

$$SINR_{i,k_i} = \frac{\mathbf{V}_{k_i}^H \mathbf{Q}_{i,k_i} \mathbf{V}_{k_i}}{\mathbf{I}_d + \mathbf{V}_{k_i}^H \tilde{\mathbf{Q}}_{i,k_i} \mathbf{V}_{k_i}} \quad (69)$$

Entonces, la capacidad instantánea (medida en bps/Hz) del sistema MIMO-IC de  $M$  células, teniendo en cuenta que la BS- $i$  atiende al usuario  $k$ , está dada por

$$C = \sum_{i=1}^M \log_2 \left[ \det \left( \mathbf{I}_d + SINR_{i,k_i} \right) \right] \quad (70)$$

donde  $\det(\mathbf{A})$  representa el determinante de la matriz  $\mathbf{A}$ .

### 5.3 Revisión de Calendarización de usuarios en sistemas MIMO-IC

En esta sección, se analizan algoritmos de calendarización convencionales para sistemas MIMO-IC y varios métodos para generar la matriz de filtro de post-procesado para diferentes funciones de costos.

### 5.3.1 Selección de usuarios para maximizar la SNR (max-SNR)

En este algoritmo, cada transmisor selecciona al usuario que entregue la mayor SNR sin tener en cuenta a los interferentes. Cada receptor aplica una matriz de post-procesado que maximice la SNR promedio. En el  $k$ -ésimo receptor, la matriz de post-procesado se diseña de manera que

$$\mathbf{V}_{k_i}^{\text{SNR}} \triangleq \arg \max_{\mathbf{V}_k} \log_2 \left| \mathbf{I}_{N_t} + \frac{P}{N_t} \mathbf{V}_{k_i} \mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{H}_{i,k_i}^H \mathbf{V}_{k_i}^H \right| \quad (71)$$

Como resultado se tiene  $\mathbf{V}_{k_i}^{\text{SNR}} = [\mathbf{v}_1(\mathbf{A}_k), \dots, \mathbf{v}_{N_t}(\mathbf{A}_k)]^H$ , donde  $\mathbf{A}_k = \mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{H}_{i,k_i}^H$ . La tasa correspondiente en el  $k$ -ésimo usuario está dada por  $\log_2 \prod_{n=1}^{N_t} \left( 1 + \frac{P}{N_t} \lambda_n(\mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{H}_{i,k_i}^H) \right)$ . Entonces la información que retroalimenta es igual a  $\prod_{n=1}^{N_t} \left( 1 + \frac{P}{N_t} \lambda_n(\mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{H}_{i,k_i}^H) \right)$ , y el índice del usuario seleccionado por la  $i$ -ésima célula está dado por

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} \prod_{n=1}^{N_t} \left( 1 + \frac{P}{N_t} \lambda_n(\mathbf{H}_{i,k_i} \mathbf{H}_{i,k_i}^H) \right) \quad (72)$$

### 5.3.2 Selección de usuarios para minimizar la INR (min-INR)

En este caso la BS selecciona al usuario que entregue la mínima relación interferencia a ruido (INR). La matriz de post-procesado correspondiente al  $k$ -ésimo receptor del  $i$ -ésimo grupo de usuarios está dada por  $\mathbf{V}_{k_i}^{\text{INR}}$  cuya  $l$ -ésima columna está definida como

$$\mathbf{v}_{k_i,l}^{\text{INR}} = u_l(\tilde{\mathbf{Q}}_{i,k_i}), \quad l = N_r - d + 1, \dots, N_r \quad (73)$$

En el  $i$ -ésimo grupo, el usuario  $k$  retroalimenta la INR promedio a la  $i$ -ésima BS como  $\frac{1}{d} \sum_{l=N_r-d+1}^{N_r} \sigma_l(\tilde{\mathbf{Q}}_{i,k_i})$ . Entonces, el transmisor  $i$  selecciona al usuario  $s_i$  como sigue

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} \frac{1}{d} \sum_{l=N_r-d+1}^{N_r} \sigma_l(\tilde{\mathbf{Q}}_{i,s_i}) \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (74)$$

### 5.3.3 Selección de usuarios para maximizar la SINR (max-SINR)

En este algoritmo, cada BS selecciona a un usuario que entregue la mayor SINR. El  $k$ -ésimo receptor en el  $i$ -ésimo grupo de usuarios aplica un filtro de post-procesado  $\mathbf{V}_{k_i}^{\text{SINR}}$  cuya  $l$ -ésima columna está dada por

$$\mathbf{v}_{k_i,l}^{\text{SINR}} = v_l\left(\left(\tilde{\mathbf{Q}}_{i,k_i}\right)^{-1} \mathbf{Q}_{i,k_i}\right), \quad l = 1, 2, \dots, d \quad (75)$$

donde  $v_l(\mathbf{A})$  representa el  $l$ -ésimo eigenvector correspondiente al eigenvalor  $\lambda_l$  de una matriz  $\mathbf{A}$ . El usuario seleccionado en la  $i$ -ésima BS está dado por

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} \frac{1}{d} \sum_{l=1}^d \lambda_l\left(\left(\tilde{\mathbf{Q}}_{i,s_i}\right)^{-1} \mathbf{Q}_{i,s_i}\right) \quad (76)$$

### 5.3.4 Alineación Oportunista de Interferencias (OIA)

En el algoritmo de OIA, cada receptor utiliza la distancia cordal como un método adecuado para medir la calidad de alineación de los interferentes (Lee and Choi, 2013). La distancia cordal estima la distancia entre sub-espacios (Conway *et al.*, 1996). Denotando las matrices generadoras de dos sub-espacios  $L_1$  y  $L_2$  como  $\mathbf{L}_1 \in \mathbb{C}^{N_r \times d}$  y  $\mathbf{L}_2 \in \mathbb{C}^{N_r \times d}$ , respectivamente, las columnas de  $\mathbf{L}_1$  y  $\mathbf{L}_2$  son ortogonales tal que  $\mathbf{L}_1^H \mathbf{L}_1 = \mathbf{I}_d$  y  $\mathbf{L}_2^H \mathbf{L}_2 = \mathbf{I}_d$ . Los ángulos principales  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_d$  entre los sub-espacios generados por  $\mathbf{L}_1$  y  $\mathbf{L}_2$  están dados por

$$\begin{aligned} D_c^2(L_1, L_2) &= d - (\cos^2 \theta_1 + \cos^2 \theta_2 + \dots + \cos^2 \theta_d) \\ &= d - \text{trace}(\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_1^H \mathbf{L}_2 \mathbf{L}_2^H) \\ &= \frac{1}{2} \|\mathbf{L}_1 \mathbf{L}_1^H - \mathbf{L}_2 \mathbf{L}_2^H\|_F^2 \end{aligned} \quad (77)$$

donde  $\|\mathbf{A}\|_F^2$  representa la norma cuadrática de Frobenius de la matriz  $\mathbf{A}$ .  $\mathbf{L}_1$  y  $\mathbf{L}_2$  se definen como matrices que consisten en vectores bases ortonormales que generan el espacio de columnas de las matrices interferentes. Por lo tanto, en el caso de 3 células, un usuario dentro de la célula mide el grado de ortogonalidad de 2 canales que vienen de células interferentes. El usuario seleccionado en la  $i$ -ésima célula está dado por

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} D_c^2(L_j, L_m), \quad \forall i \neq j \neq m \quad (78)$$

Una vez que un transmisor seleccione a un usuario con la mayor alineación de interferencias, la matriz de post-procesado en el usuario seleccionado puede diseñarse de acuerdo a varios criterios a partir de la ecuación (73) o la ecuación (75) por ejemplo, resultando

$$\mathbf{V}_{s_i}^{\text{OIA}} = \mathbf{V}_{s_i}^{\text{INR}} \quad (79)$$

o

$$\mathbf{V}_{s_i}^{\text{OIA}} = \mathbf{V}_{s_i}^{\text{SINR}} \quad (80)$$

Es decir que solamente los usuarios seleccionados requieren calcular sus matrices de post-procesado.

### 5.3.5 Selección oportunista de tasa máxima (OMR)

En (Cho *et al.*, 2012), con la finalidad de mejorar la capacidad, los autores proponen una selección oportunista de tasa máxima (OMR), la cual tiene el mismo orden de complejidad que el algoritmo OIA. En el  $i$ -ésimo grupo, el  $k$ -ésimo usuario retroalimenta a la  $i$ -ésima BS la tasa estimada, definida como

$$R_{k_i} = \det\left(\mathbf{I}_{N_r} + \mathbf{Q}_{i,k_i} \left(\mathbf{I}_{N_r} + \tilde{\mathbf{Q}}_{i,k_i}\right)\right) \quad (81)$$

De acuerdo a esto, el usuario seleccionado por el  $i$ -ésimo transmisor está dado por

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} R_{s_i}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (82)$$

En este algoritmo, cada usuario estima  $R_{k_i}$  utilizando operaciones matriciales básicas tales como multiplicación, inversa y el determinante, y solamente los usuarios seleccionados requieren calcular su matriz de post-procesado de acuerdo a la ecuación (73) o la ecuación (75). A diferencia de las estrategias convencionales como la maximización de la SINR o la minimización de la INR donde cada usuario debe calcular su matriz de post-procesado, en las técnicas OMR y OIA sólo los usuarios seleccionados aplican el vector de post-procesado. Por lo tanto la complejidad

computacional de la técnica OMR viene siendo similar a la técnica OIA. La ventaja del algoritmo OMR es que se puede aplicar a sistemas MIMO-IC con cualquier cantidad de células, sin embargo la estrategia OIA está limitada a un sistema de 3 células.

## 5.4 Motivación y propuesta de algoritmos de calendarización

En esta sección, se plantea primeramente la motivación en la que se basan los algoritmos propuestos y a continuación se describen los algoritmos propuestos.

### 5.4.1 Volumen de un paralelepípedo en un espacio de mayor dimensión

En tres dimensiones (3D), un paralelepípedo es un prisma cuyas caras son paralelogramos. El volumen de un paralelepípedo de 3D está dado por el triple producto escalar

$$\begin{aligned} V_{3D} &= |\mathbf{a} \cdot (\mathbf{b} \times \mathbf{c})| \\ &= |\mathbf{c} \cdot (\mathbf{a} \times \mathbf{b})| = |\mathbf{b} \cdot (\mathbf{c} \times \mathbf{a})| \end{aligned} \tag{83}$$

En  $n$ -dimensiones ( $nD$ ), un paralelepípedo es un politopo generado por los  $n$  vectores  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n$  en un espacio de vectores perteneciente al conjunto de los números reales

$$\text{span}(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n) = t_1 \mathbf{v}_1 + t_2 \mathbf{v}_2 + \dots + t_n \mathbf{v}_n \tag{84}$$

donde  $t_i \in [0,1]$  para  $i=1,2,\dots,n$ . En la interpretación usual, el espacio de vectores es tomado como un espacio Euclidiano, y el contenido del paralelepípedo está dado por

$$|\det(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n)| \quad (85)$$

donde  $|a|$  se refiere al valor absoluto de  $a$ . El signo del determinante se toma como la orientación del volumen del paralelepípedo.

Dados  $k$  vectores  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$  en un espacio  $n$ -dimensional su envolvente convexa (junto con el vector cero)

$$\{\sum t_i \mathbf{v}_i \mid 0 \leq t_i \leq 1\} \quad (86)$$

es denominado un paralelepípedo, generalizando la noción de un paralelogramo, o más bien su interior en un plano. Si la cantidad de vectores es igual a la dimensión (es decir  $k = n$ ) entonces,

$$\mathbf{A} = [\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k] \quad (87)$$

es una matriz cuadrada, y el volumen del paralelepípedo está dado por

$$V(\mathbf{A}) = V(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n) = |\det(\mathbf{A})| \quad (88)$$

donde las columnas de  $\mathbf{A}$  están dadas por los vectores  $\mathbf{v}$ .

Para el caso de  $k < n$ , se puede aplicar una analogía para el determinante que se aplica cuando la cantidad de vectores no es igual a la dimensión del espacio. La respuesta está dada por el Gramian-arternativo (Barth, 1999). Definimos el Gramian-arternativo de  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$  como

$$G(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n) = \left| \det(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) \right| \quad (89)$$

La matriz  $\mathbf{A}^H \mathbf{A}$  contiene toda la información geométrica de los vectores  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$ , esto es, la magnitud de los vectores y los ángulos entre ellos. Nótese que se pierde la orientación particular de los vectores así como su incrustación en el espacio  $n$ -dimensional. Sin embargo, esta información es suficiente para calcular el volumen.

Regresando al caso donde  $k = n$ , entonces se tiene que  $\det(\mathbf{A}^H \mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^H) \det(\mathbf{A}) = |\det(\mathbf{A})|^2$ . En (Barth, 1999) se demuestra que  $G(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n) \geq 0$  y debido a que en la ecuación (88) se define que  $V(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n) = |\det(\mathbf{A})|$ , para el caso de  $k < n$  se obtiene

$$V(\mathbf{A}) = V(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k) = \sqrt{\det(\mathbf{A}^H \mathbf{A})} = \sqrt{G(\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_n)} \quad (90)$$

Ahora, nótese que en el caso de  $k > n$ , los vectores son linealmente dependientes, de manera que el volumen de  $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2, \dots, \mathbf{v}_k$  es cero. En este caso el Gramian es cero. Hasta aquí, se puede resumir que el Gramian es siempre no negativo, e igual a cero si los vectores son linealmente dependientes. En (Miao and Ben-Israel, 1992), los autores estudian la relación entre los ángulos principales y el volumen de una matriz. Se demostró que el volumen asociado a una matriz de dimensiones  $m \times n$  en un conjunto  $\mathbb{R}_r^{m \times n}$ , donde  $r$  es el rango de una matriz, es decir el volumen  $k$ -dimensional de  $A \in \mathbb{R}_r^{m \times n}$ ,  $0 < k \leq r$  se define como

$$V(\mathbf{A}) = \prod_{i=1}^r \sigma_i \quad (91)$$

donde  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_r$ , corresponden a los valores singulares de  $\mathbf{A}$ . Por lo tanto, se puede deducir que la métrica del volumen de una matriz preserva la magnitud de los canales.

#### 5.4.2 Propuestas de Algoritmos

El concepto básico de IA es minimizar las dimensiones que ocupan las señales interferentes. Aunque las dimensiones de cada señal interferente son irreducibles, las dimensiones ocupadas por todas las señales se pueden minimizar alineando las señales interferentes al mismo sub-espacio. Cuando la cantidad de usuarios es finita, es entendible que en cada usuario, los canales provenientes de varios transmisores interferentes no pueden acceder a un sub-espacio común en cada receptor. Sin embargo, cuando la cantidad de usuarios se incrementa se puede encontrar a un usuario cuyas señales interferentes estén lo más traslapadas posible.

En esta sección se describe el procedimiento de las propuestas: i) IA basado en Volumen Directo (VDIA), ii) IA basado en el volumen de Interferentes (VIA) y iii) IA basado en volumen diferencial (VD-VI) para sistemas MIMO-IC.

##### 5.4.2.1 Alineación de Interferencias basado en el volumen directo (VDIA)

Usando el resultado de la ecuación (91), se define el volumen del canal directo como

$$V_{Directo}(k, i) = V(\mathbf{H}_{i, k_i} \mathbf{W}_i) \quad (92)$$

La interpretación del volumen del canal directo es la siguiente: cuanto mayor es el volumen, mayor es la ortogonalidad y la magnitud de los vectores recibidos. En consecuencia, es posible separar las cadenas de datos recibidas. En el algoritmo VDIA, el usuario seleccionado en el  $i$ -ésimo transmisor está dado por

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} V_{directo}(s, i), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (93)$$

El algoritmo VDIA difiere de los algoritmos OIA y OMR en que requiere sólo el conocimiento del canal directo, mientras que en OIA requiere estimar los canales interferentes, y en el algoritmo OMR se requieren calcular tanto los canales directos como interferentes. Por lo tanto el algoritmo VDIA tiene menos complejidad debido a que sólo requiere el cálculo del determinante. El algoritmo VDIA puede verse como un enfoque no-altruista, debido a que no toma en cuenta la interferencia que puede causarse a los usuarios en otras células.

#### 5.4.2.2 Alineación de Interferencias basado en el volumen interferente (VIIA)

En la segunda propuesta (VIIA), se mide el volumen de los canales interferentes concatenando las matrices de canal interferentes. El volumen de interferentes en el  $k$ -ésimo receptor en el  $i$ -ésimo grupo de usuarios está dado por

$$V_{Interf}(k, i) = V \left( \left[ \left( \mathbf{H}_{1,k_i} \mathbf{W}_1 \right)^T, \dots, \left( \mathbf{H}_{i-1,k_i} \mathbf{W}_{i-1} \right)^T, \left( \mathbf{H}_{i+1,k_i} \mathbf{W}_{i+1} \right)^T, \dots, \left( \mathbf{H}_{M,k_i} \mathbf{W}_M \right)^T \right] \right) \quad (94)$$

Del análisis anterior en la sección 5.4.1, se sabe que cuanto menos perpendicular son los componentes, menor es el volumen. Debido a que la correlación está directamente relacionada con el concepto de ortogonalidad, la métrica del volumen generado por un conjunto de vectores se relaciona con el coeficiente de correlación.

En el algoritmo VIIA, el usuario seleccionado para ser atendido por el  $i$ -ésimo transmisor está dado por

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} V_{Interf}(s, i), \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (95)$$

El concepto de  $V_{Interf}(k, i)$  nos da una noción de la ortogonalidad y, a diferencia del enfoque OIA, nos indica además qué tan fuerte es la potencia de la interferencia causada a un usuario. El algoritmo VIIA puede verse como un enfoque altruista debido a que los usuarios utilizan la información de células interferentes para seleccionar a los usuarios.

#### 5.4.2.3 Alineación de Interferencia basado en el volumen diferencial (VD-VI)

En esta propuesta se combinan las dos métricas  $V_{Directo}(k, i)$  de la ecuación (92) y  $V_{Interf}(k, i)$  de la ecuación (94), por lo tanto el usuario seleccionado por el transmisor  $i$  está dado por

$$s_i = \arg \max_{s \in K_i} \{V_{Directo}(s, i) - V_{Interf}(s, i)\}, \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (96)$$

En este algoritmo se considera el volumen directo así como el volumen que causan los canales interferentes. El usuario que maximiza la diferencia entre el volumen generado por el canal directo y el volumen generado por los canales interferentes es seleccionado de acuerdo a la ecuación (96).

## 5.5 Análisis de Complejidad

Una suma y una multiplicación o división de números reales se cuenta como un flop, de manera que una suma compleja y una multiplicación compleja se cuentan como dos flops y seis flops respectivamente. En la Tabla 7 se resume la complejidad de varias operaciones matriciales, donde  $\mathbf{A} \in \mathbb{C}^{N \times D}$  (y  $N \geq D$ ) denota una matriz compleja

de dimensiones  $N \times D$ , y  $\mathbf{B}, \mathbf{C} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  son matrices hermitianas de dimensión  $N \times N$  y  $\mathbf{D} \in \mathbb{C}^{D \times L}$ .

**Tabla 7. Complejidad de operaciones matriciales utilizadas en los algoritmos**

| Símbolo                                      | Operación  | Complejidad en Flops                                 |
|--|--|--|
| $\alpha \mathbf{A}, \mathbf{A} + \mathbf{A}$ | $\mathbf{A} + \mathbf{A}$  | $2ND$  |
| $\mathbf{B} \oplus \mathbf{I}$               | $\mathbf{B} + \mathbf{I}$  | $N$  |
| Fro( $\mathbf{A}$ )                          | $\ \mathbf{A}\ _F$   | $4ND$  |
| $\mathbf{A} \otimes \mathbf{A}$              | $\mathbf{A}\mathbf{A}^T$   | $8ND^2 - 2ND$  |
| $\mathbf{A} \times \mathbf{D}$               | $\mathbf{A}\mathbf{D}$   | $2NDL - NL$  |
| $G(\mathbf{A})$                              | Ortogonalización de Gram-Schmidt de $\mathbf{A}$ mediante reducción de Householder | $8ND^2 - 2ND$  |
| $I(\mathbf{B})$                              | Inversa de $\mathbf{B}$  | $8N^3 - 5N^2 - 3N$                                   |
| det( $\mathbf{B}$ )                          | Determinante de $\mathbf{B}$   | $6N! + 2 \sum_{m=2}^N \frac{m-1}{m} \prod_{i=m}^N i$ |
| tr( $\mathbf{B}\mathbf{C}$ )                 | Traza de $\mathbf{B}\mathbf{C}$  | $2N^3 - N^2 + 2N$                                    |
| SVD( $\mathbf{A}$ )                          | Descomposición en valores singulares de $\mathbf{A}$                               | $24N^2D + 48ND^2 + 54D^3$                            |

En el algoritmo max-SNR cada usuario requiere una operación  $\otimes$ , una SVD,  $2N_i$  sumas reales y  $N_i$  multiplicaciones reales para retroalimentar información a su correspondiente BS, de manera que la complejidad computacional total está dada por

$$\begin{aligned}
 F_{\max\text{-SNR}} &= K \times (8N_r N_i^2 - 2N_r N_i) + K \times (24N_r^3 + 48N_r^3 + 54N_r^3) + K \times 3N_i \\
 &= K \times \left( 128N_r^3 - N_r^2 + \frac{3}{2}N_r \right)
 \end{aligned} \tag{97}$$

En el algoritmo min-INR se requiere el cálculo de la matriz de covarianzas de interferencias  $\tilde{\mathbf{Q}}_{i,k_i} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$ , para ello se necesitan dos operaciones  $\otimes$ , una sumatoria

de matrices, escalado en potencia y una SVD de una matriz. En total, teniendo en cuenta que  $d = \frac{N_r}{2}$  para el algoritmo min-INR se tiene una complejidad total de

$$\begin{aligned} F_{\min\text{-INR}} &= K \times 2(8N_r N_t^2 - 2N_r N_t) + K \times 2N_r N_t + K \times (24N_r^3 + 48N_r^2 + 54N_r) \\ &= K \times (130N_r^3 - N_r^2) \end{aligned} \quad (98)$$

En el algoritmo max-SINR, se requiere el cálculo de la matriz de covarianzas directa e interferente, una operación de  $I(\cdot)$ , una  $\otimes$ , una  $\text{svd}(\cdot)$  y  $\frac{N_r}{2}$  sumas reales.

$$\begin{aligned} F_{\max\text{-SINR}} &= K \times (2N_r^3 + N_r^2) + K \times (4N_r^3 + 3N_r^2) + K \times (8N_r^3 - 5N_r^2 - 3N_r) + \dots \\ &\quad \dots + K \times (2N_r^2) + K \times (126N_r^3) + K \times \frac{N_r}{2} \\ &= K \times \left( 140N_r^3 + N_r^2 - \frac{5}{2}N_r \right) \end{aligned} \quad (99)$$

En el esquema OIA, se requieren dos procesos de ortogonalización de Gram-Schmidt, dos operaciones  $\otimes$ , una suma matricial y una  $\text{Fro}(\cdot)$  para construir la información a retroalimentar. Los usuarios seleccionados requieren una complejidad adicional de  $130N_r^3 + 3N_r^2$  para calcular la matriz de post-procesado. Por lo tanto la complejidad del algoritmo OIA viene dada por

$$\begin{aligned} F_{\text{OIA}} &= K \times 4(8N_r N_t^2 - 2N_r N_t) + K \times 2N_r^2 + K \times 4N_r^2 + (130N_r^3 + 3N_r^2) \\ &= K \times (8N_r^3 + 2N_r^2) + (130N_r^3 + 3N_r^2) \end{aligned} \quad (100)$$

En el esquema OMR, se requieren cuatro  $\otimes$ , una  $+$ , una  $\oplus$ , una  $I(\cdot)$  y un  $\det(\cdot)$ . Por lo tanto la complejidad total del algoritmo OMR es

$$F_{\text{OMR}} = K \times \left( 22N_r^3 - 8N_r^2 - 2N_r + 6N_r! + 2 \sum_{n=1}^{N_r} \frac{n-1}{n} \prod_{i=n}^{N_r} i \right) \quad (101)$$

En el algoritmo VDIA se requiere una  $\times$ , una operación  $\otimes$ , y el cálculo del determinante, lo que conlleva a una complejidad de

$$F_{\text{VDIA}} = K \times \left( \frac{5}{2} N_r^3 - \frac{3}{2} N_r^2 + 6N_r! + 2 \sum_{n=1}^{N_r} \frac{n-1}{n} \prod_{i=n}^{N_r} i \right) \quad (102)$$

Sin embargo otra forma más simple de encontrar el resultado del volumen directo es mediante la multiplicación de los elementos de la diagonal de la matriz  $\mathbf{R}$  después de la descomposición QR, y una manera de calcular la descomposición QR es mediante la reducción de Householder (Meyer, 2000; Jin *et al.*, 2011). Por lo tanto la complejidad se reduce a

$$\begin{aligned} F_{\text{VDIA}} &= K \times \left( \frac{5}{2} N_r^3 - \frac{3}{2} N_r^2 + 8N_r^3 - 2N_r^2 \right) \\ &= K \times \left( \frac{17}{2} N_r^3 - \frac{5}{2} N_r^2 \right) \end{aligned} \quad (103)$$

Por último, el algoritmo VIIA requiere dos operaciones  $\times$ , una operación  $\otimes$  y una descomposición QR.

$$F_{\text{VIIA}} = K \times (17N_r^3 - 5N_r^2) \quad (104)$$

En la Tabla 8 se resume la complejidad computacional de los algoritmos de calendarización descritos anteriormente cuando  $N_r = 2d$ . En la Figura 28, se muestra la complejidad computacional de los diferentes algoritmos de calendarización para  $M = 3$ ,  $N_r = 4$ ,  $N_t = 2$ ,  $d = 2$  y una cantidad variable de usuarios en cada célula. Se puede observar que los algoritmos max-SNR, min-INR y max-SINR presentan una complejidad mayor que los demás debido a que requieren que todos los usuarios calculen su vector de post-procesado. El algoritmo OMR presenta una complejidad parecida al algoritmo basado en el volumen diferencial (VD-VI), el algoritmo VIIA requiere una menor complejidad y finalmente los algoritmos OIA y VDIA son los que presentan una complejidad más baja.

**Tabla 8. Complejidad de varios algoritmos de calendarización**

| Algoritmo | Complejidad en la selección de usuarios   |
|-----------|---|
| max-SNR   | $K \times \left( 128N_r^3 - N_r^2 + \frac{3}{2}N_r \right)$   |
| min-INR   | $K \times (130N_r^3 - N_r^2)$   |
| max-SINR  | $K \times \left( 140N_r^3 + N_r^2 - \frac{5}{2}N_r \right)$   |
| OIA       | $K \times (8N_r^3 + 2N_r^2)$  |
| OMR       | $K \times \left( 22N_r^3 - 8N_r^2 - 2N_r + 6N_r \cdot 2 \sum_{n=1}^{N_r} \frac{n-1}{n} \prod_{i=n}^{N_r} i \right)$ |
| VDIA      | $K \times \left( \frac{17}{2}N_r^3 - \frac{5}{2}N_r^2 \right)$  |
| VIIA      | $K \times (17N_r^3 - 5N_r^2)$   |

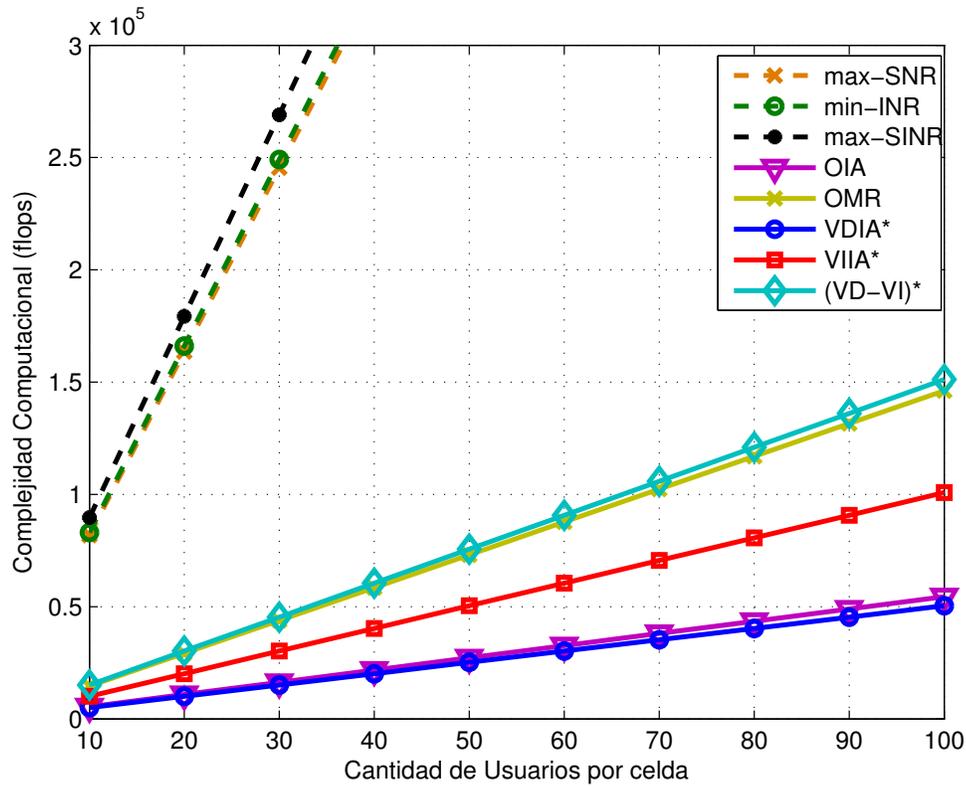
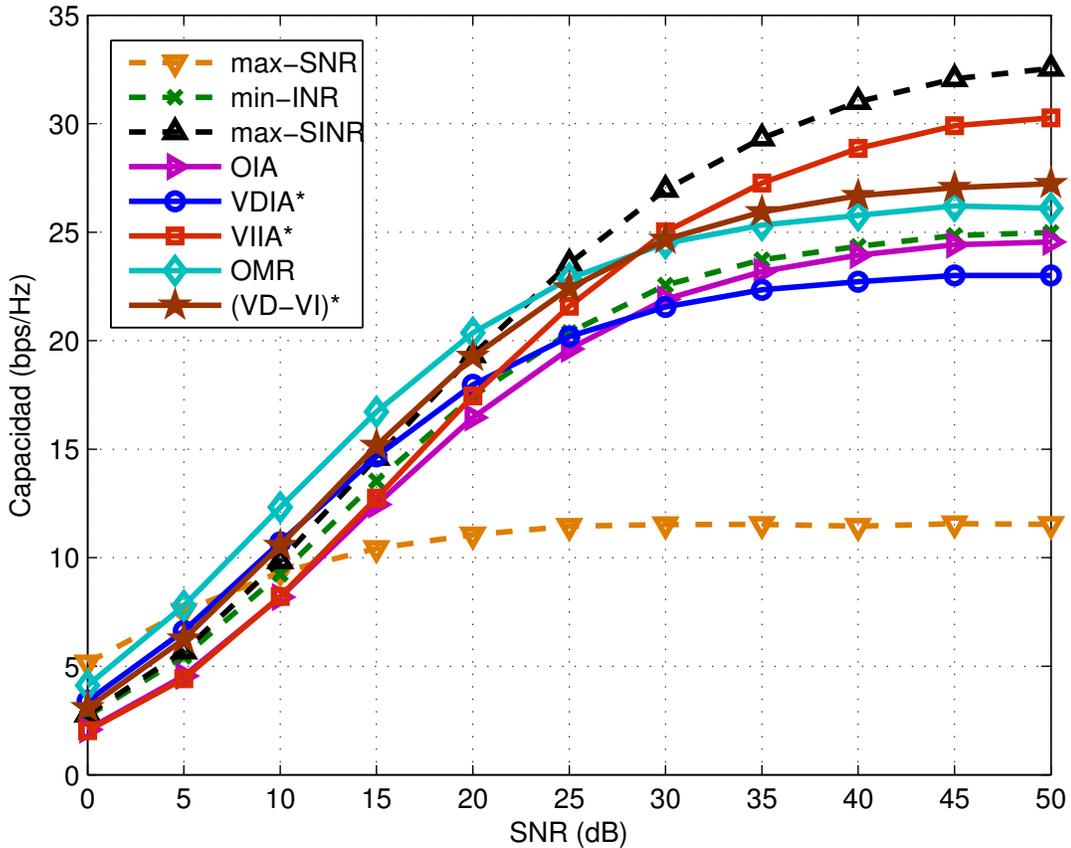


Figura 28. Complejidad de varios algoritmos de calendarización versus cantidad de usuarios dentro de la célula.

## 5.6 Resultados de simulación y discusión

En las simulaciones, la cantidad de células es  $M = 3$ , y cada transmisor en la BS está equipado con  $N_t = 2$  antenas. Se adopta un canal de desvanecimiento Rayleigh a bloques, donde los coeficientes de canal permanecen fijos durante la transmisión de un bloque y cambian independientemente entre bloques. Se supone un conocimiento perfecto de la CSI en cada terminal de usuario equipado con  $N_r = 2$  antenas. Los coeficientes de pérdida por trayectoria están fijados en  $\{a, b\} = \{1, 0.8\}$ .

La métrica de rendimiento en la red es la capacidad, definida como el valor esperado de la capacidad instantánea de la ecuación (5.6). Nótese que se emplea  $\mathbf{V}_{k_i}^{\text{SINR}}$  para los algoritmos OIA, OMR, VDIA y VIIA como matriz de post-procesado.



**Figura 29. Capacidad versus SNR para diferentes algoritmos de calendarización en MIMO-IC con  $M = 3$ ,  $N_r = 4$ ,  $N_t = 2$  y  $K_i = 20, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ .**

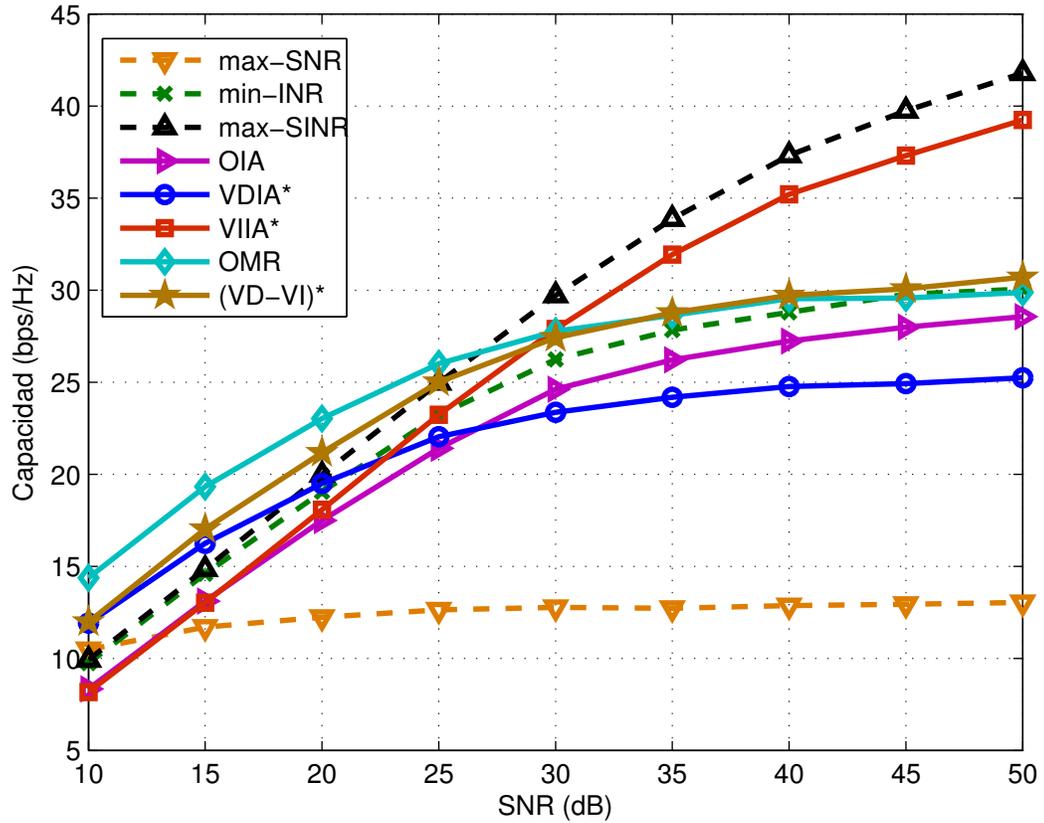
En la Figura 29 se compara la capacidad que entregan los diferentes esquemas para valores crecientes de SNR, en este caso se fija  $K_i = 20, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ . Para bajos valores de SNR (0 dB), se puede notar que el algoritmo max-SNR muestra un mejor rendimiento seguido del algoritmo OMR y las propuestas VDIA y VIIA, respectivamente. En este caso una selección aleatoria con un post-procesamiento que minimiza la INR entrega el comportamiento más bajo. Es importante recalcar que la propuesta VDIA requiere una menor complejidad computacional que todos los demás algoritmos, menos el enfoque aleatorio. Para valores medios de SNR (>10 dB), se observa un mejor comportamiento en el algoritmo OMR, seguido de los algoritmos VDIA y el algoritmo

combinado (VD-VI). En este caso se observa un comportamiento similar por los dos algoritmos propuestos. El rendimiento del algoritmo max-SINR es inferior al de los algoritmos mencionados anteriormente, sin embargo, existe una brecha entre los algoritmos OIA y min-INR. El rendimiento más bajo se obtiene mediante VIIA.

Por lo tanto, la propuesta de algoritmo VDIA proporciona un buen compromiso entre tasa de transmisión y complejidad. Para valores altos de SNR (>30 dB), la capacidad más alta se obtiene mediante el algoritmo max-SINR y el algoritmo VIIA. El algoritmo VDIA muestra un rendimiento muy similar al algoritmo OIA, aunque el algoritmo VDIA es menos complejo debido a que sólo requiere información de canales directos. El algoritmo combinado (VD-VI) obtiene una capacidad ligeramente superior al algoritmo OMR seguido del algoritmo min-INR. El algoritmo VDIA alcanza un rendimiento similar al algoritmo OIA. El enfoque max-SNR parece no ser adecuado para valores altos de SNR, ya que muestra un rendimiento muy pobre. El algoritmo VIIA es la técnica más aceptable, ya que tiene un muy alto rendimiento y reducción de la complejidad a diferencia del algoritmo max-SINR como se muestra en la Figura 28.

En la Figura 30 se compara la capacidad que entregan los diferentes esquemas para valores crecientes de SNR, en este caso se incrementa la cantidad de usuarios a  $K_i = 200, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ . A bajos niveles de SNR, el mejor rendimiento en términos de capacidad lo entrega el algoritmo OMR, seguido del algoritmo compuesto (VD-VI) y el algoritmo VDIA. Se observa que OIA y VIIA tienen un rendimiento inferior a todos los demás. Tal como es de esperarse, a altos niveles de SNR, el algoritmo max-SNR tiene un desempeño muy bajo debido a que no considera a los interferentes, existe una brecha pequeña entre el comportamiento del algoritmo VDIA y del algoritmo OIA; por otro lado, el algoritmo VIIA tiene un rendimiento superior con una ventaja de casi 10 bps/Hz comparado con el algoritmo OMR y una diferencia de aproximadamente 2 bps/Hz comparado con el algoritmo max-SINR. Esto podría interpretarse como: a bajos niveles de SNR es posible que el sistema funcione adecuadamente sin considerar los nodos interferentes en la etapa de selección; sin embargo, el algoritmo VDIA de igual manera requiere la estimación de canal de todos los nodos dentro del sistema para calcular el filtro en la recepción. A altos niveles de SNR el algoritmo VIIA entrega un

rendimiento muy superior a los demás algoritmos sub-óptimos y aunque exista una diferencia entre el algoritmo max-SINR, el algoritmo VIIA requiere una complejidad computacional menor.



**Figura 30. Capacidad versus SNR para diferentes algoritmos de calendarización en MIMO-IC con  $M = 3$ ,  $N_r = 4$ ,  $N_t = 2$  y  $K_i = 200, \forall i \in \{1, 2, 3\}$ .**

## 5.7 Conclusiones

En este capítulo se proponen dos algoritmos de calendarización para sistemas MIMO-IC. En el primer algoritmo propuesto (VDIA), cada transmisor selecciona al usuario que entregue el mayor volumen de la matriz de canal directa. La segunda propuesta (VIA), presenta una mayor complejidad debido a que requiere la información de los canales interferentes para la calendarización de usuarios. Para bajos niveles de SNR la propuesta VDIA entrega un buen compromiso entre rendimiento y capacidad, sin embargo, a altos niveles de SNR tiene un desempeño bajo al no considerar a los nodos interferentes; no obstante, la técnica VIA es más adecuada para su implementación en sistemas que requieran funcionar a altos niveles de SNR. La técnica VIA tiene un rendimiento muy superior a los algoritmos sub-óptimos manteniendo una baja complejidad computacional.

## Capítulo 6. Alineación oportunista de interferencias en sistemas MIMO-IMAC

---

### 6.1 Introducción

La técnica de IA es una de las estrategias de pre-codificación prometedoras para reducir la interferencia en el canal interferente (IC) de  $K$ -células (Cadambe and Jafar, 2008). La idea principal de IA es alinear las señales de interferencia de usuarios en otras células en un sub-espacio predefinido reservado para la interferencia, aumentando de esta manera el espacio libre de interferencias para la transmisión de datos. IA es un elemento clave para lograr óptimos DoF en varios modelos de IC. Sin embargo, las técnicas convencionales de IA (Cadambe and Jafar, 2008; Petters and Heath, 2011) plantean cuatro retos importantes: i) conocimiento global de la CSI, ii) extensión en el dominio de frecuencia o en el dominio del tiempo, iii) optimización iterativa para calcular la pre-codificadores y decodificadores, y iv) coordinación entre las BSs ubicadas en diferentes células.

Para sobrellevar todos estos retos, se han propuesto técnicas de OIA para el enlace descendente (Cho *et al.*, 2012; Lee and Choi, 2013; Liu *et al.*, 2014; Maciel-Barboza *et al.*, 2015; Sinha and Chaturvedi, 2015) así como para el enlace ascendente (Jung and Shin, 2011; Yang *et al.*, 2013; Yoon *et al.*, 2014; Liu *et al.*, 2015; Jin *et al.*, 2015; Yang *et al.*, 2014; Yoon *et al.*, 2016). En el escenario de un canal ascendente de acceso múltiple interferente (IMAC) con OIA (Jung and Shin, 2011), la BS selecciona de manera oportunista a usuarios que generan el valor mínimo de fuga de interferencia a otras BSs con la suposición de que los usuarios cuentan con una sola antena receptora; en (Yang *et al.*, 2013), los autores generalizan la técnica de OIA para usuarios con múltiples antenas (MIMO). En (Yang *et al.*, 2013), se proponen dos tipos de OIA en escenarios MIMO-IMAC: OIA basado en selección de antenas y OIA basado en SVD, en los cuales un usuario requiere calcular un vector de *beamforming* en transmisión que minimice la LIF a otras células en la red y solamente los usuarios seleccionados requieren enviar información acerca de los vectores de *beamforming* a la BS correspondiente mediante un enlace de retroalimentación.

Con la finalidad de reducir los requerimientos de enviar pilotos y utilizar recursos adicionales, se pueden utilizar técnicas de pre-codificación basados en libros de códigos (Soriano-Equigua *et al.*, 2011; Yang *et al.*, 2014). Con la finalidad de tener en cuenta el tiempo de vida limitado de los dispositivos móviles, en (Yoon *et al.*, 2014) se propone un algoritmo eficiente de OIA con restricciones de potencia. En (Liu *et al.*, 2015), se propone una técnica de OIA y cancelación mediante la realización de la selección del usuario, el diseño del decodificador y control de potencia con una SINR garantizada para cada usuario seleccionado.

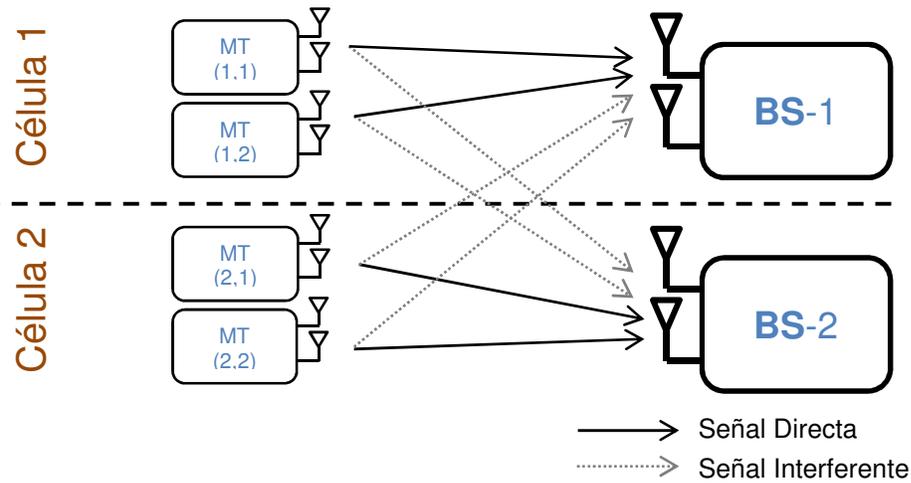
Recientemente, en (Jin *et al.*, 2015) se propone una solución OIA de *cross-layer* entre la capa física (PHY) y la capa de acceso múltiple (MAC) para RANs con una aplicabilidad práctica a redes WLANs futuras, adicionalmente en (Yoon *et al.*, 2016) se realiza una investigación extensiva del esquema de OIA en canales con pobre desvanecimiento, el cual es un escenario para canales de onda milimétrica (mmWave).

En este capítulo se propone una métrica eficiente de LIF para OIA basado en libro de códigos en un escenario ascendente denominado MIMO-IMAC. En la técnica propuesta los usuarios miden la LIF además de la ganancia del canal directo, los usuarios requieren cuantizar los valores calculados de LIF y envían a la BS correspondiente el índice asociado al valor calculado. Los usuarios seleccionados envían información correspondiente al vector de *beamforming* a la BS utilizando un enlace de retroalimentación limitado. Los resultados de simulación muestran una mejora en la capacidad del sistema así como una disminución de la cantidad de bits de cuantización del *beamformer* así como los bits de LIF.

## 6.2 Modelo del sistema

Se considera un sistema TDD MIMO-IMAC con  $K$ -células, donde cada una de ellas consiste de una BS con  $M$  antenas y  $N$  terminales móviles (MT) con  $L$  antenas cada uno. La cantidad de usuarios seleccionados para transmitir en el enlace ascendente se denota por  $S \leq M$ . En la Figura 31 se muestra el ejemplo de un sistema de dos células, donde  $M = N = L = 2$ , se puede observar que en cada célula, la BS

recibe la señal directa de los usuarios dentro de la misma, además de las señales interferentes de los usuarios en la célula adyacente.



**Figura 31. Modelo del sistema MIMO-IMAC con  $K = M = N = L = 2$ .**

La matriz de canal del usuario  $j$  en la celda  $i$  hacia la  $k$ -ésima BS (en la celda  $k$ ) se denota por  $\mathbf{H}_k^{[i,j]} \in \mathbb{C}^{M \times L}$ , donde  $i, k \in \Omega \triangleq \{1, \dots, K\}$  y  $j \in \Psi \triangleq \{1, \dots, N\}$ . Se supone un canal con desvanecimiento plano en frecuencia cuasi-estático; es decir, los coeficientes permanecen constantes durante la transmisión de un bloque, y varían independientemente en cada bloque de símbolos. Cada elemento de  $\mathbf{H}_k^{[i,j]}$  es una variable aleatoria i.i.d. de acuerdo a  $\sim CN(0,1)$ .

### 6.3 OIA en sistemas MIMO-IMAC

En primer lugar, se describe el procedimiento general del esquema OIA para sistemas MIMO-IMAC, y luego se deriva la tasa de suma alcanzable y se presenta la interpretación geométrica de los esquemas OIA basado en selección de antenas, OIA basado en SVD y el sistema propuesto para la métrica de LIF.

### 6.3.1 Procedimiento general

*Señal de Referencia:* en esta etapa cada BS genera una matriz base de referencia a la cual se alinean los vectores interferentes. La matriz base orto-normal de la  $k$ -ésima BS está dada por  $\mathbf{Q}_k = [\mathbf{q}_{k,1}, \dots, \mathbf{q}_{k,M-S}] \in \mathbb{C}^{M \times (M-S)}$ . La  $k$ -ésima BS calcula además el espacio nulo de  $\mathbf{Q}_k$ , definido por  $\mathbf{U}_k = [\mathbf{u}_{k,1}, \dots, \mathbf{u}_{k,S}] \triangleq \text{null}(\mathbf{Q}_k)$ , donde  $\mathbf{u}_k \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  es orto-normal. Entonces, la  $k$ -ésima BS envía mediante *broadcast*  $\mathbf{U}_k$  a todos los usuarios. Este procedimiento se realiza una sola vez por cada BS.

**Paso 1 – Diseño del vector de ponderación:** el vector de ponderación del usuario  $j$  en la  $i$ -ésima célula está dado por  $\mathbf{w}^{[i,j]}$ , donde  $\|\mathbf{w}^{[i,j]}\|^2 = 1$ . Se presentarán dos métodos de diseño para  $\mathbf{w}^{[i,j]}$  en las siguientes sub-secciones. A partir de la noción de  $\mathbf{U}_k$  y  $\mathbf{H}_k^{[i,j]}$ , el usuario  $j$  en la  $i$ -ésima célula calcula la LIF que se recibe en la BS y no está alineada al espacio de interferencias a partir de

$$\tilde{\eta}_k^{[i,j]} = \left\| \text{Proj}_{\perp \mathbf{Q}_k} \left( \mathbf{H}_k^{[i,j]} \mathbf{w}^{[i,j]} \right) \right\|^2 \quad (105)$$

$$= \left\| \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_k^{[i,j]} \mathbf{w}^{[i,j]} \right\|^2 \quad (106)$$

donde  $i \in \{1, 2, \dots, K\}$ ,  $j \in \{1, 2, \dots, N\}$  y  $k \in \{1, \dots, i-1, i+1, \dots, K\}$ .

**Paso 2 – Métrica de retroalimentación de LIF:** La métrica de calendarización del usuario  $j$  en la  $i$ -ésima célula se denota por  $\eta^{[i,j]}$ , y se define como la suma de las LIFs

$$\eta^{[i,j]} = \sum_{k=1, k \neq i}^K \tilde{\eta}_k^{[i,j]} \quad (107)$$

Todos los usuarios reportan su métrica de LIF a la BS correspondiente.

**Paso 3 – Selección oportunista de usuarios:** después de recibir las métricas de LIF de  $N$  usuarios en la célula, cada BS selecciona  $S$  usuarios que entreguen la menor métrica de LIF. Seguidamente el usuario  $j$  en la  $i$ -ésima célula (únicamente nos referimos de aquí en adelante a los  $S$  usuarios seleccionados) reporta la información de su vector de ponderación  $\mathbf{w}^{[i,j]}$  a la  $i$ -ésima BS para la decodificación coherente.

**Paso 4 – Comunicación en enlace ascendente:** la señal recibida en la  $i$ -ésima BS está dada por

$$\mathbf{y}_i = \sum_{j=1}^S \mathbf{H}_i^{[i,j]} \mathbf{w}^{[i,j]} x^{[i,j]} + \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{m=1}^S \mathbf{H}_i^{[m,k]} \mathbf{w}^{[m,k]} x^{[k,m]} + \mathbf{z}_i \quad (108)$$

donde  $x^{[i,j]}$  es la señal transmitida por el usuario  $j$  en la  $i$  celda,  $\mathbf{z}_i \in \mathbb{C}^{M \times 1}$  es el ruido aditivo complejo Gaussiano  $\sim CN(0,1)$  en la  $i$ -ésima BS.

**Paso 5 – Etapa de detección:** En la  $i$ -ésima BS se multiplica la señal recibida por  $\mathbf{U}_i$  para eliminar la interferencia inter-celular. Luego se aplica un ecualizador de ZF (Zero Forcing) para eliminar la interferencia que causan los usuarios dentro de la celda (interferencia intra-celular) definido como

$$\mathbf{F}_i = [\mathbf{f}_{i,1}, \dots, \mathbf{f}_{i,S}] \triangleq \left( \left[ \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_i^{[i,1]} \mathbf{w}^{[i,1]}, \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_i^{[i,2]} \mathbf{w}^{[i,2]}, \dots, \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_i^{[i,S]} \mathbf{w}^{[i,S]} \right]^{-1} \right)^H \quad (109)$$

De manera que la  $i$ -ésima BS obtiene suficientes estadísticas para realizar la decodificación paralela

$$\mathbf{r}_i = [r_{i,1}, \dots, r_{i,S}]^T \triangleq \mathbf{F}_i^H \mathbf{U}_i \mathbf{y}_i \quad (110)$$

Para una descripción completa, en la Figura 32 se muestra el procedimiento de manera secuencial.

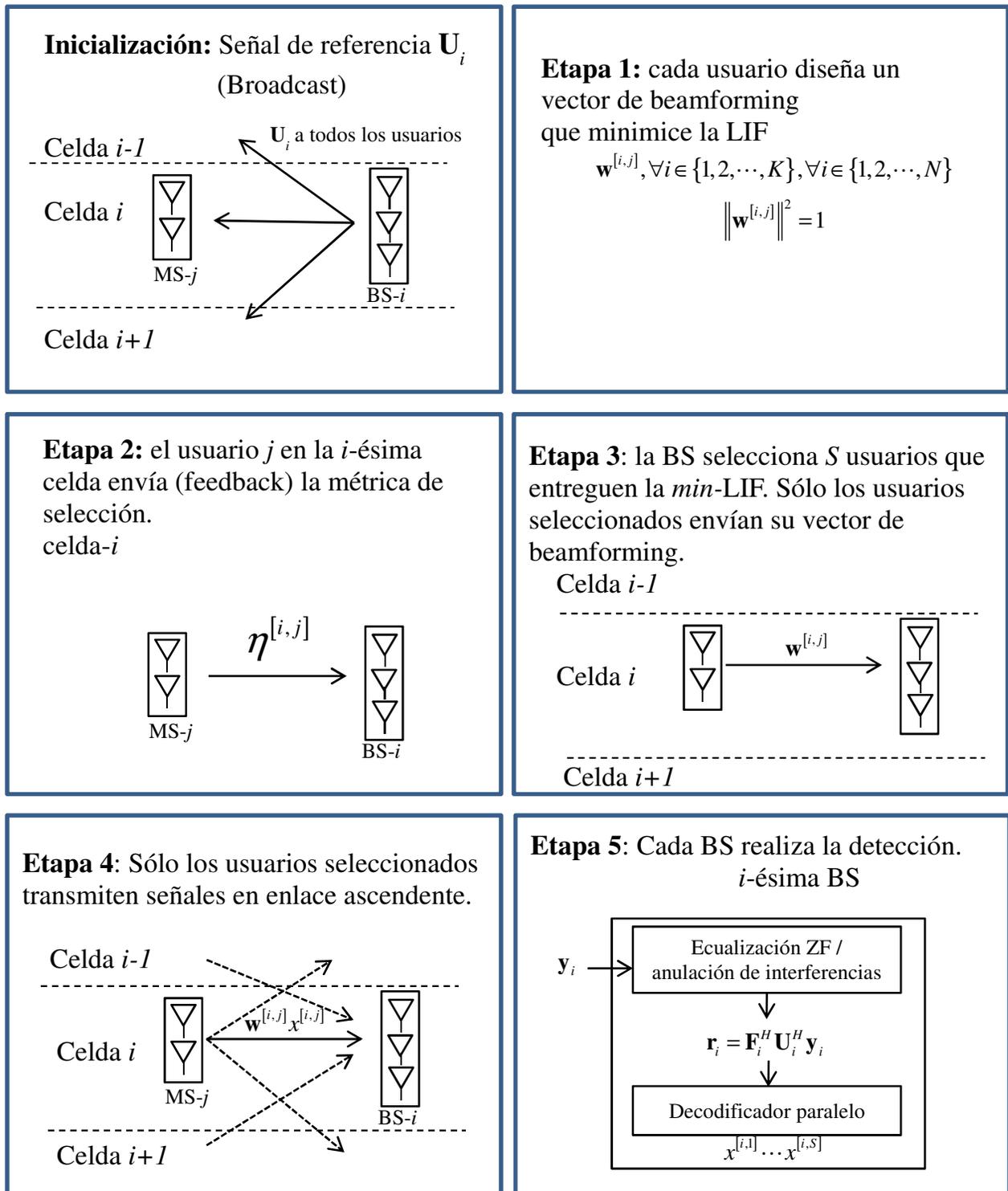


Figura 32. Procedimiento secuencial de la técnica de OIA en MIMO-IMAC.

### 6.3.1.1 Cálculo de la tasa de transmisión

La tasa de transmisión para la  $j$ -ésima cadena de datos después de aplicar el filtro de ZF en la  $i$ -ésima BS está dada por

$$R^{[i,j]} = \log\left(1 + \text{SINR}^{[i,j]}\right) \quad (111)$$

donde  $\text{SINR}^{[i,j]}$  es la relación señal a ruido más interferencia del usuario  $j$  en la BS- $i$ , la cual está definida como

$$\text{SINR}^{[i,j]} = \frac{\text{SNR}}{\|\mathbf{f}_{i,j}\|^2 + I_{i,j}} \quad (112)$$

en el que  $I_{i,j}$  es la suma de interferencias, definida como

$$I_{i,j} = \sum_{k=1, k \neq i}^K \sum_{m=1}^S \left| \mathbf{f}_{i,j}^H \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_i^{[k,m]} \mathbf{w}^{[k,m]} \right|^2 \text{SNR} \quad (113)$$

### 6.3.2 OIA basada en selección de antenas

En la estrategia de OIA basada en selección de antenas (OIA-AS) (Yang *et al.*, 2013), sólo se selecciona una antena transmisora por cada usuario, es decir,  $\mathbf{w}^{[i,j]} \in \{\mathbf{e}_1, \dots, \mathbf{e}_L\}$ , donde  $\mathbf{e}_l$  denota la  $l$ -ésima columna de la matriz identidad de dimensiones  $L \times L$ . Expresando la  $l$ -ésima columna de  $\mathbf{H}_k^{[i,j]}$  como  $\mathbf{h}_{k,l}^{[i,j]}$ ,  $l \in \{1, \dots, L\}$ , entonces el  $j$ -ésimo usuario en la  $i$ -ésima célula elige el vector de *beamforming* óptimo como  $\mathbf{w}_{\text{AS}}^{[i,j]} = \mathbf{e}_{\tilde{l}(i,j)}$ , donde el índice  $\tilde{l}(i,j)$  se obtiene a partir de

$$\tilde{l}(i,j) = \arg \min_{1 \leq l \leq L} \sum_{k=1, k \neq i}^K \left\| \mathbf{U}_k^H \mathbf{h}_{k,l}^{[i,j]} \right\|^2 \quad (114)$$

Por lo tanto la métrica de selección está dada por

$$\eta_{AS}^{[i,j]} = \sum_{k=1, k \neq i}^K \left\| \mathbf{U}_k^H \mathbf{h}_{k, \tilde{l}(i,j)}^{[i,j]} \right\|^2 \quad (115)$$

y se retroalimenta a la  $i$ -ésima BS. Debido a que la  $\tilde{l}(i, j)$ -ésima columna de la matriz del canal, es el vector de canal efectivo en la  $i$ -ésima BS, no se requiere una retroalimentación si el usuario  $j$  en la  $i$ -ésima célula transmite los símbolos pilotos de enlace ascendente únicamente por la antena  $\tilde{l}(i, j)$  después de ser seleccionado para transmitir.

### 6.3.3 OIA basada en SVD

En la estrategia de OIA basada en SVD (OIA-SVD) (Yang *et al.*, 2013), cada usuario calcula el vector de ponderación óptimo que minimice la LIF. La misma técnica de *beamforming* también se considera en (Wang *et al.*, 2011; Yang *et al.*, 2013). La métrica de LIF para la estrategia OIA-SVD se define por

$$\eta_{SVD}^{[i,j]} = \sum_{k=1, k \neq i}^K \left\| \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_k^{[i,j]} \mathbf{w}^{[i,j]} \right\|^2 = \left\| \mathbf{G}^{[i,j]} \mathbf{w}^{[i,j]} \right\|^2 \quad (116)$$

donde  $\mathbf{G}^{[i,j]} \in \mathbb{C}^{(K-1)S \times L}$  es la matriz apilada de canales cruzados que está dada por

$$\mathbf{G}^{[i,j]} = \left[ \left( \mathbf{U}_1^H \mathbf{H}_1^{[i,j]} \right)^T, \dots, \left( \mathbf{U}_{i-1}^H \mathbf{H}_{i-1}^{[i,j]} \right)^T, \left( \mathbf{U}_{i+1}^H \mathbf{H}_{i+1}^{[i,j]} \right)^T, \dots, \left( \mathbf{U}_K^H \mathbf{H}_K^{[i,j]} \right)^T \right]^T \quad (117)$$

Se define la SVD de  $\mathbf{G}^{[i,j]}$  como

$$\mathbf{G}^{[i,j]} = \mathbf{A}^{[i,j]} \mathbf{S}^{[i,j]} \mathbf{B}^{H[i,j]} \quad (118)$$

donde  $\mathbf{A}^{[i,j]} \in \mathbb{C}^{(K-1)S \times L}$  es la matriz singular izquierda y  $\mathbf{B}^{[i,j]} \in \mathbb{C}^{L \times L}$  es la matriz singular derecha que se compone de  $L$  columnas orto-normales. La matriz de valores

singulares está dada por  $\mathbf{S}^{[i,j]} = \text{diag}(\sigma_1^{[i,j]}, \dots, \sigma_L^{[i,j]})$ , donde  $\sigma_1^{[i,j]} \geq \dots \geq \sigma_L^{[i,j]}$  son los valores singulares de  $\mathbf{G}^{[i,j]}$ . El vector óptimo está dado por

$$\mathbf{w}_{\text{SVD}}^{[i,j]} = \mathbf{b}_L^{[i,j]} \quad (119)$$

donde  $\mathbf{b}_L^{[i,j]}$  es el  $L$ -ésimo vector columna de  $\mathbf{B}^{[i,j]}$ . Con ésta elección la métrica de LIF se simplifica a

$$\eta_{\text{SVD}}^{[i,j]} = \sigma_L^{[i,j]^2} \quad (120)$$

Todos los usuarios retroalimentan sus métricas de LIF a las BSs correspondientes de manera que la  $i$ -ésima BS selecciona  $S$  usuarios con la métrica menor de  $\eta_{\text{SVD}}^{[i,j]}$  entre los  $N$  usuarios.

#### 6.3.4 Métrica de LIF eficiente

En esta sección se describe una métrica de LIF la cual se envía a la BS correspondiente mediante un enlace analógico libre de errores (Maciel-Barboza, 2015c). En nuestra propuesta el usuario  $j$  en la  $i$ -ésima célula mide la LIF calculando el volumen que generan las matrices de canal, basado principalmente en el concepto de volumen de un paralelepípedo definido en la sección 5.4.1.

Cada usuario requiere calcular 2 métricas, la primera es el volumen de interferencias definido como

$$\text{Vol}_1^{[i,j]} = \text{Vol}(\mathbf{G}_1^{[i,j]}) \quad (121)$$

donde  $\mathbf{G}_1^{[i,j]}$  es la matriz apilada de canales cruzados definida en la ecuación (117). De manera que utilizando los resultados de (Miao and Ben-Israel, 1992) nos queda

$$\text{Vol}_1^{[i,j]} = \prod_{i=1}^L \sigma_i^{[i,j]} \quad (122)$$

donde  $\sigma_i^{[i,j]}$  corresponde al  $i$ -ésimo valor singular de  $\mathbf{G}^{[i,j]}$ . Los algoritmos OIA-AS y OIA-SVD tienen una métrica de LIF que únicamente mide la interferencia hacia las celdas adyacentes, pero no toma en consideración la ganancia del canal directo. La segunda métrica que se propone, toma en consideración la ganancia del canal directo además de los canales interferentes, para ello definimos la matriz del canal directo como

$$\mathbf{G}_D^{[i,j]} = \mathbf{U}_i^H \mathbf{H}_i^{[i,j]} \quad (123)$$

La segunda métrica, que se define como el volumen del canal directo más interferencia, está dada por

$$Vol_{DI}^{[i,j]} = Vol \left( \left[ \left( \mathbf{G}_D^{[i,j]} \right)^T, \left( \mathbf{G}^{[i,j]} \right)^T \right]^T \right) \quad (124)$$

ésta se puede calcular utilizando los resultados de la sección 5.4.1. Teniendo en cuenta las dos métricas  $Vol_I^{[i,j]}$  y  $Vol_{DI}^{[i,j]}$  el usuario  $j$  en la  $i$ -ésima célula retroalimenta a la  $i$ -ésima BS un simple escalar dado por

$$\eta_{Vol}^{[i,j]} = \frac{Vol_{DI}^{[i,j]}}{Vol_I^{[i,j]}} \quad (125)$$

En la estación base se reciben las métricas de los  $N$  usuarios dentro de la célula, de los cuales se elige a los  $S$  que entreguen la mayor métrica de  $\eta_{Vol}^{[i,j]}$ . Una ventaja sobre el algoritmo OIA-SVD es que sólo los usuarios seleccionados requieren calcular sus vectores de peso  $\mathbf{w}^{[i,j]}$ , debido a que no lo necesitan para calcular  $\eta_{Vol}^{[i,j]}$ . Otro punto importante es que la propuesta requiere aproximadamente el mismo orden de complejidad que OIA-SVD, ya que para calcular el volumen se puede utilizar la SVD y así encontrar los valores singulares.

### 6.3.5 OIA basada en libro de códigos

Con la finalidad de disminuir la señalización entre los MTs y las BSs en la técnica OIA, se propone una estrategia de OIA basada en libro de códigos, donde tanto la métrica de LIF, como los vectores de *beamforming* se cuantizan y utilizan un enlace de retroalimentación limitado (digital). En esta sección se describe el proceso de cuantización de la métrica de LIF y los vectores de *Beamforming*.

#### 6.3.5.1 Cuantización de la LIF

Utilizando un libro de códigos  $C_{\text{LIF}}^{[i,j]} = \{\delta_1, \dots, \delta_{2^{B_{\text{LIF}}}}\}$ , el cuantizador de LIF consiste de  $2^{B_{\text{LIF}}}$  elementos y cuantiza la LIF  $\eta^{[i,j]}$  a

$$q_{\text{LIF}}^{[i,j]}(\eta) = \arg \min_{\delta \in C_{\text{LIF}}^{[i,j]}} (\eta^{[i,j]} - \delta)^2 \quad (126)$$

El cuantizador de LIF divide el espacio  $K$ -dimensional en  $2^{B_{\text{LIF}}}$  regiones de Voronoi  $V_1, \dots, V_{2^{B_{\text{LIF}}}}$  (Gray, 1984), de manera que

$$V_i = \{\eta^{[i,j]} \mid q_{\text{LIF}}^{[i,j]}(\eta) = d_i\} \quad (127)$$

De esta forma el usuario  $j$  en la célula  $i$  envía a la  $i$ -ésima BS el índice que corresponda a la LIF cuantizada  $q_{\text{LIF}}^{[i,j]}(\eta)$  mediante un enlace de retroalimentación de  $B_{\text{LIF}}$  bits, ésta etapa se incluye en el paso 2 del algoritmo de OIA descrito en la sección 6.3.1. La generación del libro de códigos  $C_{\text{LIF}}^{[i,j]}$  se realiza una sola vez y depende de los parámetros del sistema, tales como la cantidad de antenas en los MTs, la cantidad de antenas en las BSs y la cantidad de células.

### 6.3.5.2 Cuantización del vector de *beamforming*

Denotando el libro de códigos que consiste de  $2^{B_{BF}}$  como  $C_{BF}^{[i,j]} = \{\mathbf{c}_1, \dots, \mathbf{c}_{2^{B_{BF}}}\}$ , donde  $\mathbf{c}_i \in \mathbb{C}^{L \times 1}, i = 1, \dots, 2^{B_{BF}}$ , el vector de *beamforming* del usuario  $j$  en la célula  $i$  está dado por

$$\mathbf{w}^{[i,j]} = \arg \max_{\mathbf{c} \in C_{BF}^{[i,j]}} \left| \left( \mathbf{b}_L^{[i,j]} \right)^H \mathbf{c} \right|^2 \quad (128)$$

donde  $\mathbf{b}_L^{[i,j]}$  es el  $L$ -ésimo vector columna de  $\mathbf{B}^{[i,j]}$  definido en la ecuación (6.14). Únicamente los  $S$  usuarios seleccionados en la etapa 3 del algoritmo OIA envían los índices que corresponden al vector de *beamforming* mediante un enlace de retroalimentación limitado.

## 6.4 Resultados de simulación

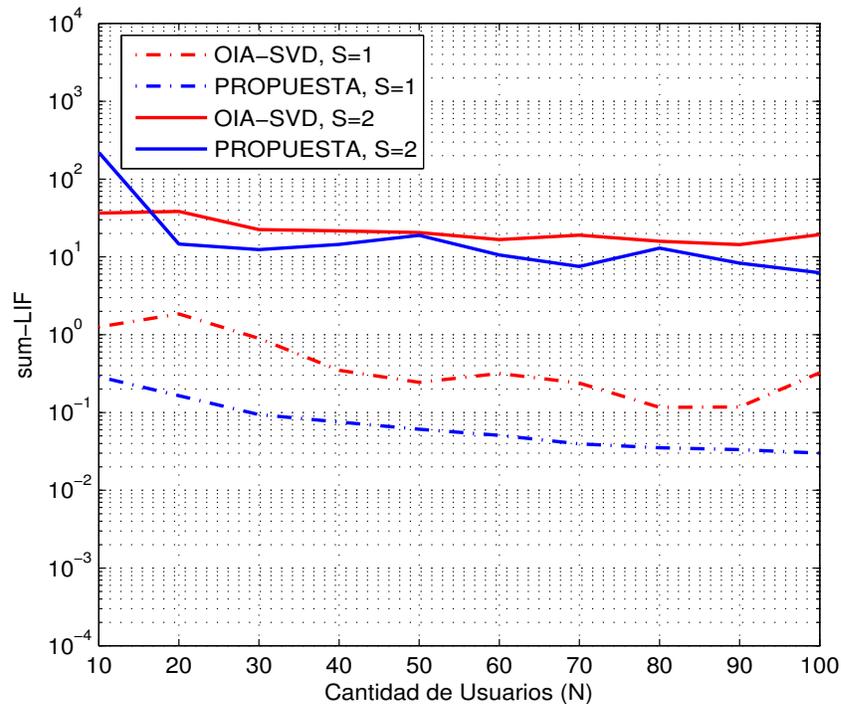
En esta sección se muestran resultados de simulación para verificar el rendimiento de los algoritmos distribuidos propuestos para sistemas MIMO-IMAC suponiendo un enlace de retroalimentación analógica libre de errores primeramente y para un enlace de retroalimentación limitada más adelante.

### 6.4.1 Retroalimentación analógica

En esta sección se compara el algoritmo propuesto en la sección 6.3.4 con los algoritmos OIA-SVD y OIA-AS (Yang *et al.*, 2013). Para todos los casos el número de células es  $K = 3$ , la cantidad de antenas en la BS es  $M = 2$  y la cantidad de antenas en cada usuario es  $L = 2$ .

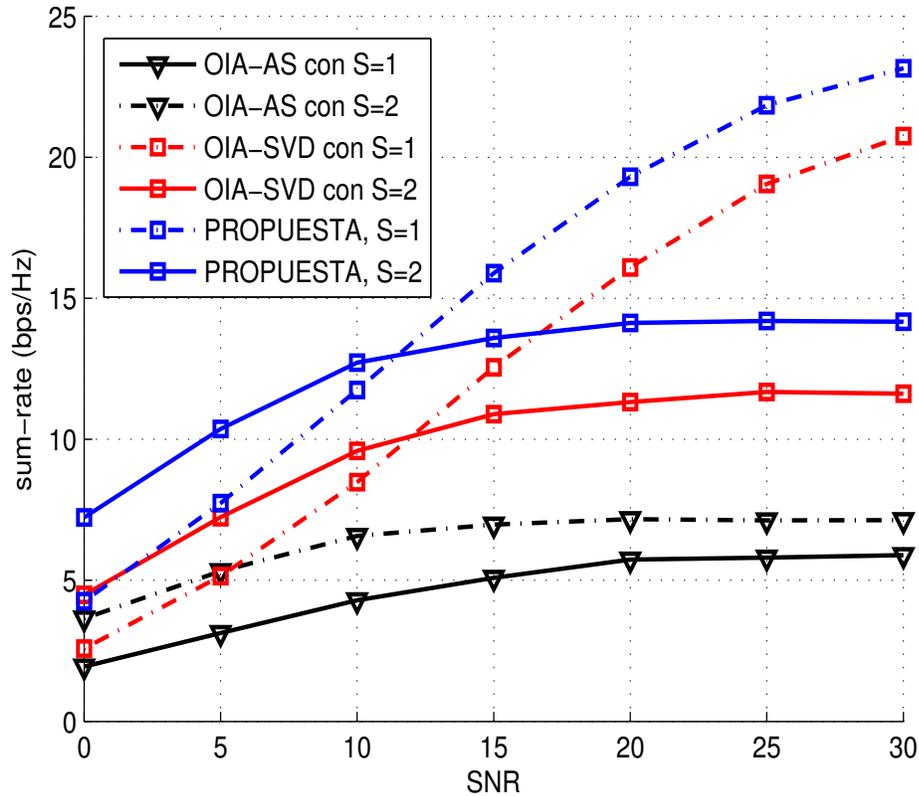
En la Figura 33 se muestra una gráfica de la sum-LIF versus cantidad de usuarios dentro de la celda ( $N$ ). Donde  $sum - LIF \triangleq \sum_{k=1, k \neq j}^K \sum_{j=1}^S \left\| \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_k^{[i,j]} \mathbf{w}^{[i,j]} \right\|^2$ . Esta métrica de rendimiento nos permite evaluar la calidad de los esquemas OIA propuestos. Se puede apreciar que el algoritmo propuesto logra disminuir la fuga de interferencia

que generan los usuarios hacia células adyacentes. Es de notarse que cuando se tiene 1 usuario dentro de cada célula, la métrica de sum-LIF es mucho menor que cuando se tienen 2 usuarios.



**Figura 33. Sum-LIF versus N, para  $K=3$ ,  $M=L=2$ ,  $\text{SNR}=20$  dB y  $S=[1,2]$ .**

En la Figura 34 se muestra una gráfica de sum-rate versus SNR. Se observa que el sum-rate de los esquemas se satura a altos niveles de SNR con 2 usuarios, debido a que la interferencia inter-celular no puede bajar a cero cuando se incrementa el SNR. Para bajos valores de SNR, los casos con  $S=2$  logran una tasa de transmisión mayor, sin embargo, debido a la saturación de los niveles de interferencia a valores altos de SNR se logra un sum-rate mayor con  $S=1$ .



**Figura 34. Sum-Rate versus SNR, para  $K=3$ ,  $M=L=2$ ,  $N=100$  y  $S=[1,2]$ .**

En la Figura 35 se muestra una gráfica de sum-rate versus cantidad de usuarios ( $N$ ) cuando  $\text{SNR}=20$  dB. Se observa que la brecha entre el algoritmo propuesto y el algoritmo OIA-basado en SVD se incrementa con el aumento de usuarios en la célula. Se observa que para una cantidad de 100 usuarios se logra una brecha de aproximadamente 3 bps/Hz. También se observa que se logra una mayor tasa de transmisión cuando se tiene 1 usuario que cuando se tienen 2 usuarios. Siguiendo la misma tendencia dada en la Figura 34, donde se observó una saturación a altos niveles de SNR.

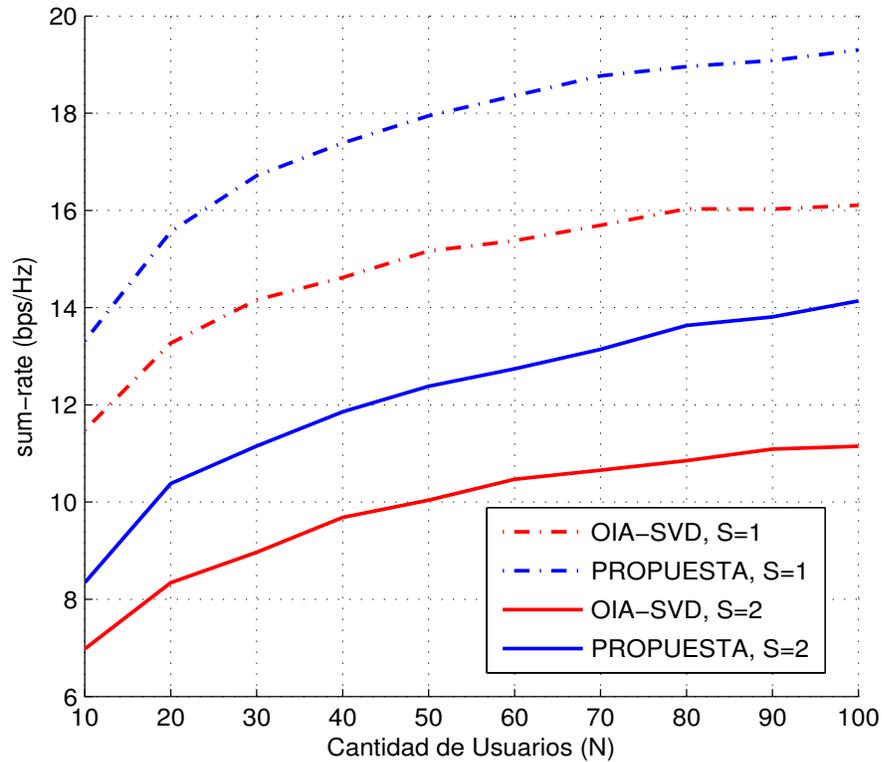


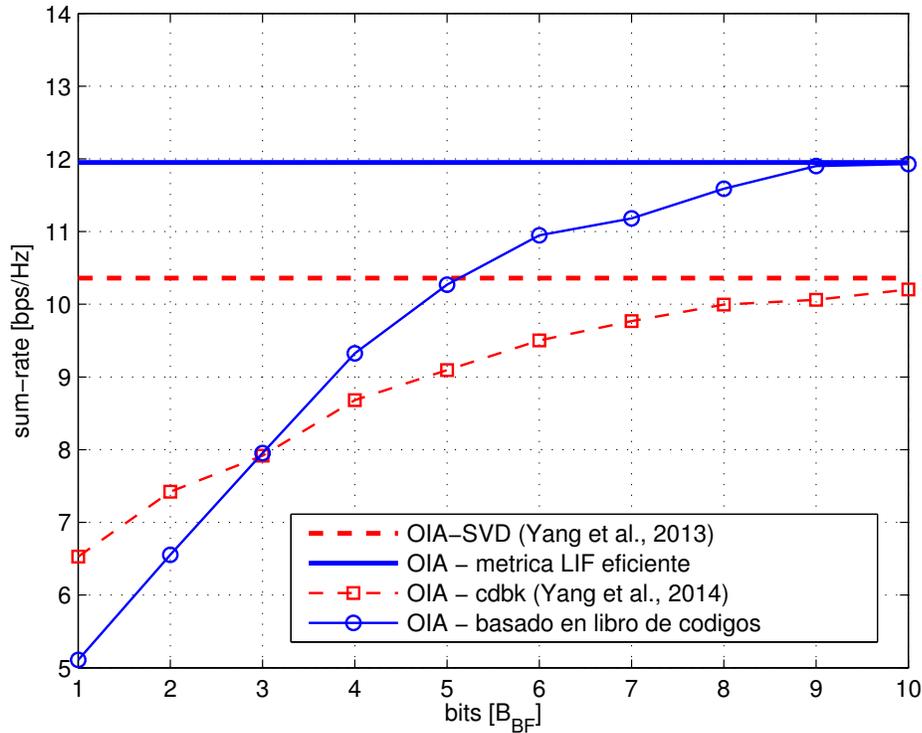
Figura 35. Sum-Rate versus N, para  $K = 3$ ,  $M = L = 2$ ,  $\text{SNR} = 20$  dB y  $S = [1, 2]$ .

#### 6.4.2 Retroalimentación limitada

En esta sección se evalúa el rendimiento del algoritmo OIA basado en libro de códigos en términos de Sum-Rate y en términos de LIF, es decir,

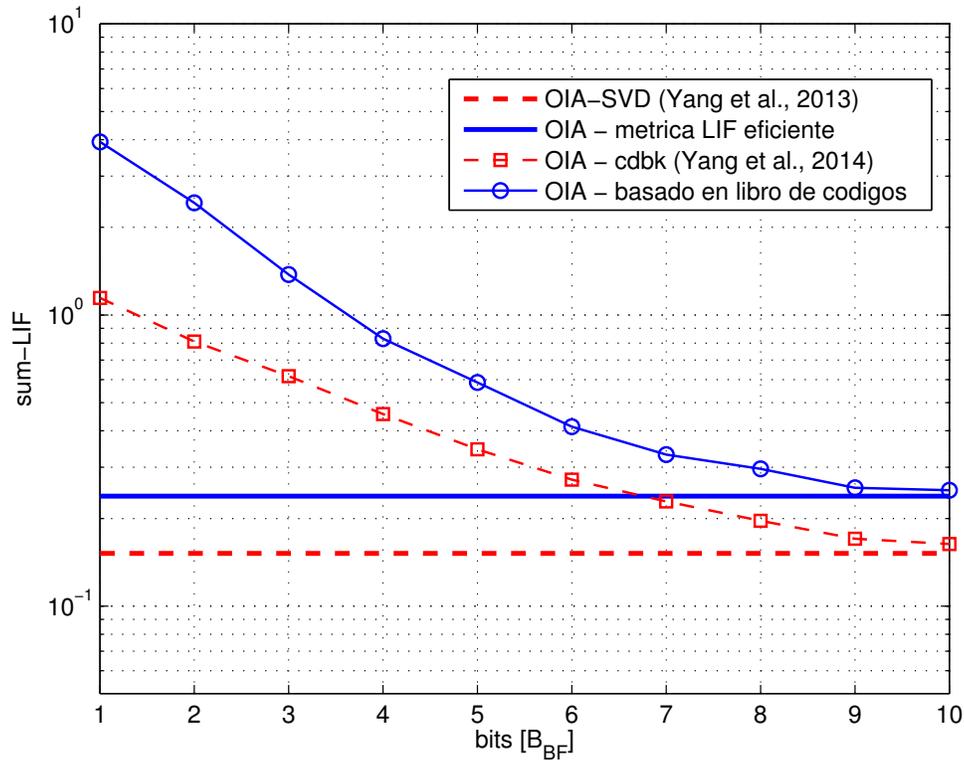
$$\text{sum-LIF} = \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^S \left\| \mathbf{G}^{[i,j]} \mathbf{w}^{[i,j]} \right\|^2, \text{ y su rendimiento se compara con técnicas convencionales}$$

OIA-SVD (Yang *et al.*, 2013) y OIA basado en libro de códigos (Yang *et al.*, 2014). En las simulaciones se considera un sistema con  $K = 2$  células, los MTs están equipados con  $L = 2$  antenas y cada BS cuenta con  $M = 3$  antenas. La cantidad de usuarios en cada célula está dada por  $N = 20$  y se tienen  $S = 2$  usuarios seleccionados por célula.



**Figura 36. Sum-Rate versus bits de cuantización, para  $K=2$ ,  $M=3$ ,  $L=S=2$ ,  $N=20$  y  $SNR=20$  dB.**

En la Figura 36 se muestra una gráfica de rendimiento del sum-rate versus cantidad de bits del libro de código del bemaforming ( $B_{BF}$ ), se supone primeramente que se tiene un conocimiento perfecto de la LIF en la BS. Se observa que el algoritmo propuesto (OIA - métrica LIF eficiente) entrega un mejor rendimiento en términos de sum-rate comparado con el algoritmo OIA-SVD. Puede verse un cruce entre las gráficas del algoritmo OIA - basado en libro de códigos y el algoritmo OIA - cdbk propuesto en (Yang *et al.*, 2014) en 3 bits y con el algoritmo OIA-SVD en 5 bits. En ambos casos (OIA-cdbk y OIA-basado en libro de códigos) se alcanza el mismo rendimiento que cuando se utiliza un enlace analógico (OIA-SVD y OIA - métrica LIF eficiente) con 10 bits de cuantización.

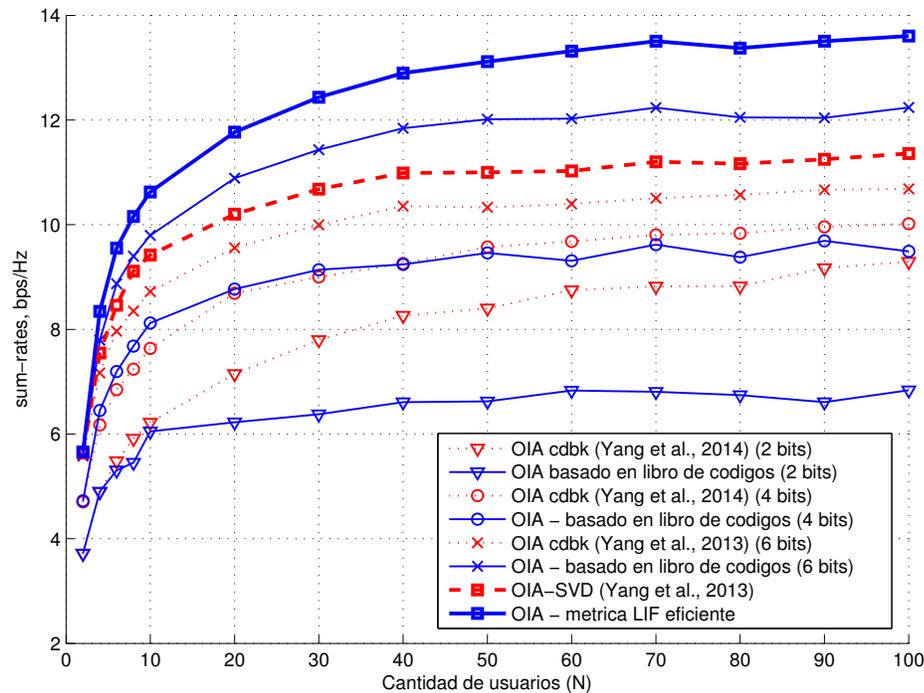


**Figura 37. Sum-LIF versus bits de cuantización, para  $K = 2$ ,  $M = 3$ ,  $L = S = 2$ ,  $N = 20$  y  $\text{SNR} = 20$  dB**

En la Figura 37 se ilustra una gráfica logarítmica-lineal de sum-LIF versus cantidad de bits del libro de código del bemaforming ( $B_{BF}$ ). Se observa que el esquema propuesto con retroalimentación analógica (OIA – métrica LIF eficiente) presenta una pérdida en sum-LIF comparado con el algoritmo OIA-SVD así como con la estrategia OIA – cdbk. Esto demuestra que una métrica menor de LIF no necesariamente conlleva a un mejor rendimiento en términos de sum-rate.

En la Figura 38 se ilustra una gráfica de sum-rate versus cantidad de usuarios dentro de la célula ( $N$ ). Se observa que el esquema propuesto con retroalimentación limitada basada en libro de códigos presenta una pérdida en sum-rate comparado con el algoritmo OIA-cdbk (Yang *et al.*, 2014) cuando la cantidad de bits es 2 y 4, sin embargo para 6 bits de cuantización presenta un mejor rendimiento incluso que el algoritmo OIA SVD que utiliza un enlace de retroalimentación analógico libre de errores,

el cual en la práctica es imposible de obtener. Con el incremento en la cantidad de usuarios se encuentra un mejor rendimiento de los algoritmos en términos de sum-rate.



**Figura 38. Sum-rate versus cantidad de usuarios, para  $K = 2$ ,  $M = 3$ ,  $L = S = 2$  y  $\text{SNR} = 20$  dB .**

En la Figura 39 se ilustra una gráfica en 3D de sum-rate cuando se varían la cantidad de bits de cuantización de la LIF (bits-LIF) así como los bits de cuantización del vector de *beamforming* (bits-*beamforming*) para el algoritmo OIA – cdbk (Yang *et al.*, 2014). Se observa que se requiere al menos 6-8 bits-LIF así como del 8-10 bits-*beamforming* para obtener un máximo rendimiento en términos de sum-rate.

En la Figura 40 se ilustra una gráfica en 3D de sum-rate cuando se varían la cantidad de bits-LIF los bits-*beamforming* para el algoritmo OIA – basada en libro de códigos. Se observa que se requieren al menos de 2 a 4 bits-LIF así como de 8 a 10 bits-*beamforming* para obtener un máximo rendimiento en términos de sum-rate. Con esto se nota una disminución en el requerimiento de bits-LIF en el algoritmo propuesto de un 100 % manteniendo el mismo requerimiento de bits-*beamforming*.

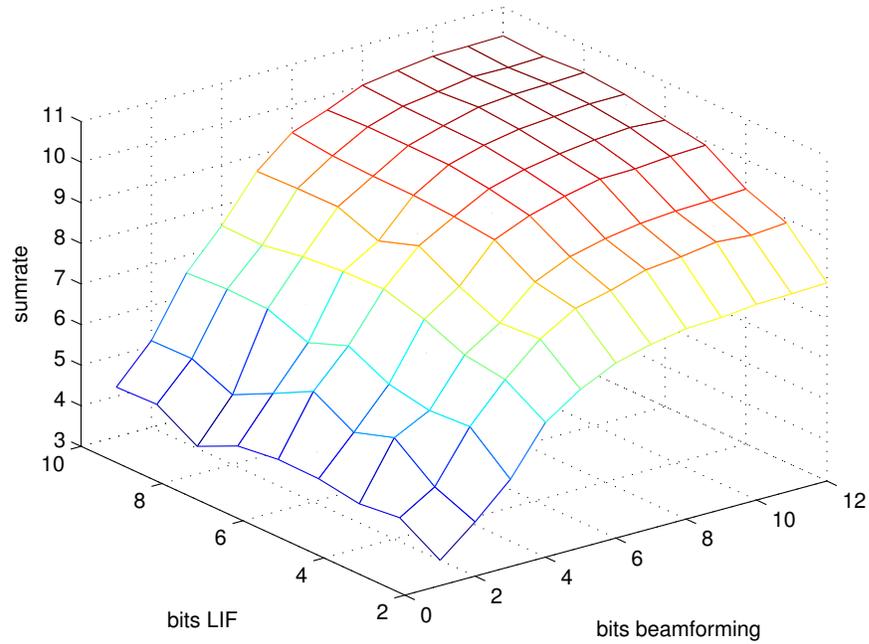


Figura 39. Sum-rate para el algoritmo OIA-cdbk (Yang *et al.*, 2014) con cantidades variables de bits-LIF y bits-beamforming, para  $K = 2$ ,  $M = 3$ ,  $L = S = 2$  y  $\text{SNR} = 20$  dB .

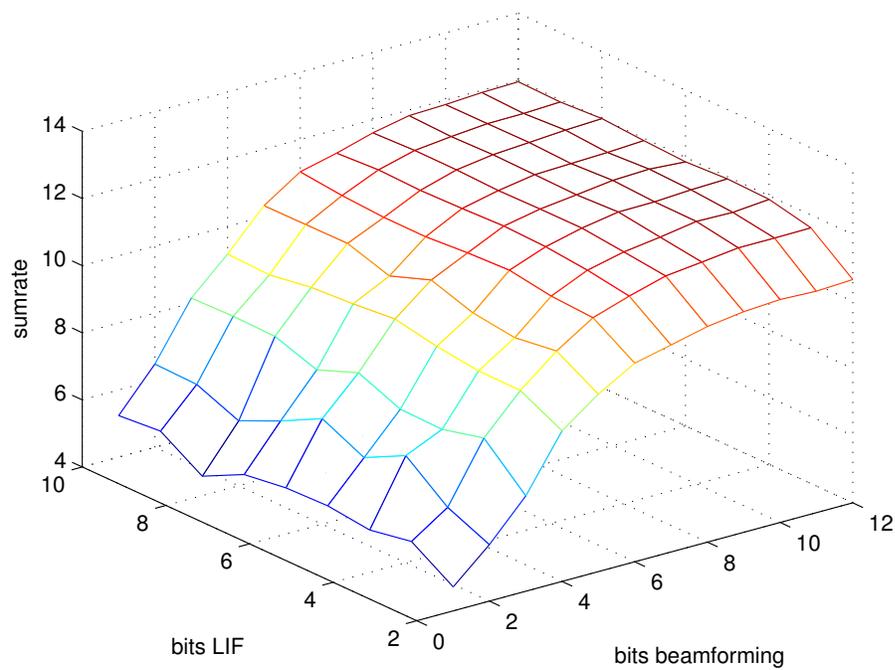


Figura 40. Sum-rate para el algoritmo OIA-basada en libro de códigos con cantidades variables de bits-LIF y bits-beamforming, para  $K = 2$ ,  $M = 3$ ,  $L = S = 2$  y  $\text{SNR} = 20$  dB .

## 6.5 Conclusiones

En este capítulo se proponen algoritmos para la OIA en el enlace ascendente de un sistema multi-celular denominado MIMO-IMAC. El algoritmo propuesto se basa principalmente en una nueva métrica de LIF para la selección oportunista de usuarios. Mediante resultados de simulación se observó una disminución en la suma de fuga de interferencia, así como un incremento de la tasa de transmisión para todos los valores de SNR logrando una brecha de aproximadamente 5 dB de SNR para lograr la misma tasa de transmisión que el algoritmo OIA-basado en SVD. Para un incremento en la cantidad de usuarios dentro de cada celda, se logra una mejora de aproximadamente 3 bps/Hz, manteniendo el mismo orden de complejidad que los algoritmos propuestos en la literatura. Se propuso además un algoritmo OIA basado en libro de códigos, donde se cuantifica tanto la métrica de LIF así como el vector de *beamforming* y se utiliza un enlace de retroalimentación limitado. Se observa un mejor rendimiento del algoritmo propuesto en términos de sum-rate para una cantidad práctica de usuarios, además de una disminución del requerimiento de la cantidad de bits de LIF.

## Capítulo 7. Conclusiones y trabajo futuro

---

### 7.1 Conclusiones

La tecnología de antenas múltiples conocida como MIMO puede mejorar significativamente la capacidad y la robustez del enlace de comunicación inalámbrica. En esta tesis doctoral, se estudia la aplicación de sistemas de antena MIMO en un entorno multi-usuario. Se presentan nuevas técnicas de transmisión MIMO en la capa física para el canal en el enlace descendente de una sola célula y en el canal descendente así como ascendente de un sistema multi-celular para mejorar la eficiencia espectral y la calidad de la señal en las redes futuras. Se proponen varios algoritmos de procesamiento de señales para hacer frente a la interferencia inherente a un sistema MIMO multiusuario, para ofrecer alta capacidad, reducir la interferencia inter-celular e intra-celular, y mejorar la robustez contra el desvanecimiento de canal.

**Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO**, se estudió un enlace descendente de un canal MU-MIMO de célula simple con la técnica de transmisión CBF. Se propusieron algoritmos de calendarización de usuarios con la finalidad de maximizar la suma de tasas de transmisión. Los resultados de simulación mostraron que los algoritmos propuestos obtienen un mejor rendimiento en términos de sum-rate comparados con los algoritmos sub-óptimos encontrados en la literatura; además, mediante una etapa de pre-selección se logró reducir la complejidad manteniendo una alta capacidad total.

**Calendarización de usuarios en sistemas MU-MIMO Masivo**, se estudió un enlace descendente de un canal MU-MIMO Masivo de célula simple con la técnica de transmisión de BD. Se comparó el rendimiento y así la complejidad de los diferentes algoritmos de calendarización. Se propuso una técnica para simular los efectos de la correlación en antenas transmisoras, así como los errores de estimación de canal y se observó que mediante la calendarización de usuarios es posible alcanzar altas tasas de transmisión.

**Calendarización de usuarios en sistemas MIMO-IC**, se estudió un enlace descendente de un sistema MIMO-IC en un entorno multi-celular con la técnica de transmisión de IA. Se simularon los algoritmos IA cooperativos y se midieron los DoF alcanzables por las diferentes estrategias. Se propusieron algoritmos de OIA, que aprovechan la diversidad multiusuario y que toman en cuenta consideraciones prácticas para sobrellevar las problemáticas de la técnica de IA como el requerimiento de la CSI global, cooperación entre las BS, así como una optimización iterativa para el cálculo de los vectores de *beamforming* y los vectores de combinación. Los resultados de simulación mostraron una mejora en el rendimiento de sum-rate manteniendo una baja complejidad para su implementación.

**Alineación oportunista de interferencias en sistemas MIMO-IMAC**, se estudió un MIMO-IMAC en un entorno multi-celular con la estrategia de transmisión OIA. Se propuso una métrica eficiente para medir la LIF que causan los usuarios a células adyacentes al transmitir en un enlace ascendente. Se propuso además una técnica de OIA basado en libro de códigos donde tanto la métrica de calendarización así como el vector de *beamforming* se cuantizan y envían información a sus respectivas BSs mediante un enlace de retroalimentación limitada. Los resultados de simulación mostraron una mejora en la tasa de transmisión, además de una disminución en la cantidad de bits necesarios para la retroalimentación de la información. De esta manera se observó que las técnicas propuestas lograron ser más eficientes en términos de suma de tasas de transmisión total así como en la disminución en los requerimientos del enlace de retroalimentación.

## 7.2 Trabajo futuro

En esta sección, se proveen ideas para futuras investigaciones relacionadas con esta tesis.

Las tecnologías Full Duplex (FD) han sido recientemente tomadas en cuenta como una solución prometedora para mejorar la eficiencia espectral; sin embargo, la

ventaja potencial de los sistemas FD podrían verse limitados por nuevos retos, como el caso de la interferencia inter-terminal, que no aparece en los sistemas Half Duplex (HD). Un tema de investigación a futuro son las técnicas de *beamforming* y de calendarización de usuarios cuando la BS funciona en modo FD y atiende a una cantidad de MSs en modo HD que desean transmitir tanto en modo ascendente como descendente de manera simultánea.

En esta tesis se estudiaron algoritmos de calendarización oportunista de usuarios con la finalidad de maximizar las tasas de transmisión en un entorno uni-celular así como multi-celular considerando una red homogénea. Sin embargo, las conexiones de extremo a extremo pueden involucrar redes heterogéneas. La heterogeneidad vuelve el problema de la calendarización más complicada debido a que podría haber una diferencia sustancial en la tasa de transmisión entre las redes troncales de alta velocidad y los enlaces de acceso de baja velocidad.

Se espera que las comunicaciones dispositivo a dispositivo (D2D) sean incorporadas en las redes inalámbricas para lograr una alta eficiencia espectral en las futuras redes. Por lo tanto, la interferencia vendría entre la red celular central y la comunicación D2D, dicha interferencia es una seria problemática aún sin resolver y que requiere investigación en áreas de calendarización y gestión celular.

En redes de radio cognitiva (CR), se puede dar acceso oportunista a usuarios secundarios (SUs) al espectro con licencia, con la condición de que la interferencia de los SUs no deben exceder a cierto umbral para los usuarios primarios (PUs). La gestión y calendarización oportunista de usuarios en sistemas de CR es aún un problema sin resolver a ser investigado.

Debido al rápido aumento del consumo de energía y las emisiones globales de CO<sub>2</sub> en redes inalámbricas modernas, la comunicación verde se está convirtiendo en un aspecto de investigación atractivo para la academia y la industria. Las señales de radio frecuencia (RF) pueden transmitir información y transportar energía de manera simultánea, por lo tanto la transferencia de información inalámbrica así como la transferencia de energía son aspectos importantes para las redes verdes.

## Lista de referencias bibliográficas

- 3GPP (2014). Universal Mobile Telecommunications Systems (UMTS); Spatial Channel Model for Multiple Input Multiple Output (MIMO) simulations, Technical report TR 125.996 v12.0.0. Recuperado en fecha 20 de mayo del 2016 de: [http://www.etsi.org/deliver/etsi\\_tr/125900\\_125999/125996/12.00.00\\_60/tr\\_125996v120000p.pdf](http://www.etsi.org/deliver/etsi_tr/125900_125999/125996/12.00.00_60/tr_125996v120000p.pdf).
- 5G-PPP (2013), Advanced 5G Network Infrastructure for the Future Internet — Public Private Partnership in Horizon 2020, Whitepaper. Recuperado de: [https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2014/02/Advanced-5G-Network-Infrastructure-PPP-in-H2020\\_Final\\_November-2013.pdf](https://5g-ppp.eu/wp-content/uploads/2014/02/Advanced-5G-Network-Infrastructure-PPP-in-H2020_Final_November-2013.pdf)
- Andrews, J. G., Baccelli, F., and Ganti, R. K. (2011). A tractable approach to coverage and rate in cellular networks. *IEEE Transactions on Communications*, 59(11), 3122-3134.
- Agyapong, P. K., Iwamura, M., Staehle, D., Kiess, W., and Benjebbour, A. (2014). Design considerations for a 5G network architecture. *IEEE Communications Magazine*, 52(11), 65-75.
- Bae, J., and Lee, J. (2011). Low Complexity Antenna Selection for V-Blast Systems with OSIC detection. *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2011(1), 6.
- Barth, N. R. (1999). The Gramian and k-Volume in n-Space: Some Classical Results in Linear Algebra. *Journal of Young Investigators*, 2(1), 1-4.
- Cadambe, V. R., Jafar, S. A. (2008). Interference alignment and degrees of freedom of the K user interference channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(8), 3425–3441.
- Chae, C. B., Mazzarese, D., Inoue, T., and Heath, R. W. (2008). "Coordinated Beamforming for the Multiuser MIMO Broadcast Channel With Limited Feedforward. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(12), 6044-6056.
- Cho, C.; Kang, J. W.; Kim, S. H. (2012). Opportunistic maximum rate user selection with low complexity in MIMO interference channel. *IEEE 23rd International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)*, 732-637.
- Conway, J. H., Hardin, R. H. and Sloane, N. J. A. (1996). Packing lines, planes, etc.: packing in Grassmannian Spaces, *Exper. Math*, 5(2), 139-159.
- Costa, M. (1983), Writing on dirty paper coding. *IEEE Transactions on Information Theory*, 29(3), 439–441.
- Dahlman, E., Parkvall, S., Skold, J., and Beming, P. (2008). 3G Evolution HSPA and LTE for Mobile Broadband, *Academic Press*.

- El Gamal, A., and Cover T. M. (1980). Multiple user information theory. *Proceedings of the IEEE*, 68(12), 1466-1483.
- Gesbert, D., Hanly, S., Huang, H., Shamai, S. and Yu, W. (2010). Multi-Cell MIMO Cooperative Networks: A New Look at Interference. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 28(9), 1380–1408.
- Gesbert, D., Kontouris, M., Heath Jr., R. W., Chae, C. B. (2007). Shifting the MIMO paradigm. *IEEE Signal Processing Magazine*, 24 (5), 36-46.
- Ghasemi, A., Motahari, A. S., Khandani, A. K. (2010). Interference alignment for the K user MIMO interference channel. *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, 360–364.
- Goldsmith, A. (2005). *Wireless Communications*. New York, NY, USA, Cambridge University Press.
- Golub, G. H., and Van Loan, C.F. (1996). *Matrix Computations*, 3rd ed. Baltimore, MD, USA: The John Hopkins Univ. Press.
- Gomadam, K., Cadambe, V. R., Jafar, S. A. (2008). Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment. *Proceedings of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM-2008)*, 1–6.
- Gomadam, K., Cadambe, V. R., and Jafar, S. A. (2011): A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks. *IEEE Transactions on Information Theory*, 57(6), 3309-3322.
- Gou, T., and Jafar, S. A. (2010). Degrees of freedom of the K user  $M \times N$  MIMO interference channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 56(12), 6040–6057.
- Gupta, G., and Chaturvedi, A. K. (2013). Conditional Entropy Based User Selection for Multiuser MIMO Systems. *IEEE Communications Letters*, 17(8), 1628-1631.
- Gray, R. M. (1984). Vector quantization. *IEEE ASSP Magazine*, 1, 4–29.
- Hassibi, B. and Sharif, M. (2007). Fundamental limits in MIMO broadcast channels. *IEEE Journal on Selected Areas in Communication*, 25(7), 1333–1344.
- Hoefel, R. P. F. (2015). Multi-User OFDM MIMO in IEEE 802.11ac: A Simulation Framework to Analysis and Synthesis. *IEEE Latin America Transactions*, 13(2), 540-545.
- Hossain, E., and Hasan, M. (2015). 5G cellular: key enabling technologies and research challenges. *IEEE Instrumentation & Measurement Magazine*, 18(3), 11-21.
- Huang, H., Papadias, C. B., Venkatesan, S. (2011). *MIMO Communications for Cellular Networks*. Springer, New York.

- Huang, S., and Thompson, J. S. (2008). Simulation Models for Investigation of Multiuser Scheduling in MIMO Broadcast Channels. *ETRI Journal*, 30(6), 765-773.
- Jafar, S. A., and Fakhereddin, M. (2007). Degrees of Freedom for the MIMO Interference Channel. *IEEE Transactions on Information Theory*, 53(7), 2637–2642.
- Jafar, S. A. (2011). Interference Alignment—A new Look at Signal Dimensions in a Communication Network, *Foundations and Trends in Communications and Information Theory*, vol. 7. Now Publishers Inc., Boston.
- Jiang, M.; and Hanzo, L. (2007). Multiuser MIMO-OFDM for Next-Generation Wireless Systems. *Proceedings of the IEEE*, 95(7), 1430-1469.
- Jin, H., Jeon, S-W., and Jung, B. C. (2015). Opportunistic Interference Alignment for Random Access Networks. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 64(12), 5947-5954.
- Jin, L., Gu, X., and Hu, Z. (2011). Low Complexity Scheduling Strategy for Wireless Multiuser Multiple Input Multiple Output Downlink Systems. *IET Communications*, 5(7), 990-995.
- Jung, B. C., and Shin, W.-Y. (2011). Opportunistic Interference Alignment for Interference Limited Cellular TDD Uplink,” *IEEE Communications Letters*, 15(2), 148-150.
- Ko, K., and Lee, J. (2012a). Determinant based MIMO Scheduling with Reduced Pilot Overhead, *EURASIP Journal on Wireless Communications and Networking*, 2012(1), 71.
- Ko, K., and Lee, J. (2012b). Multiuser MIMO User Selection Based on Chordal Distance. *IEEE Transactions on Communications*, 60(3), 649-652.
- Kum, D., Kang, D. and Choi, S. (2014). Novel SINR-based User Selection for an MU-MIMO System with Limited Feedback. *ETRI Journal*, 36(1), 62-68.
- Lee, N., and Heath Jr., R. W. (2016). Advanced Interference Management Technique: Potential and Limitations. To appear in *Wireless Communications Magazine*, 2016.
- Peters, S. W., and Heath , R. W. (2011). Cooperative Algorithms for MIMO Interference Channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(1), 206-218.
- Lee, J. H., and Choi, W. (2010). Opportunistic Interference Aligned User Selection in Multiuser MIMO Interference Channels. *Global Telecommunications Conference (GLOBECOM 2010)*, 1-5.
- Lee, J. H., and Choi, W. (2011). Interference Alignment by Opportunistic User Selection in 3-User MIMO Interference Channels. *2011 IEEE International Conference on Communications (ICC)*, Kyoto, 2011, 1-5.

- Lee, J. H., and Choi, W. (2013). On the achievable DoF and user scaling law of opportunistic interference alignment in 3-transmitter MIMO interference channels. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 12(6), 2743-2753.
- Liu, H., Gao, H., Long, W., and Lv, T. (2014). A novel scheme for downlink opportunistic interference alignment. *2014 21st International Conference on Telecommunications (ICT)*, Lisbon, 231-235.
- Liu, G., Sheng, M., Wang, X., Jiao, W., Li, Y., and Li, J. (2015). Opportunistic Interference Alignment and Cancellation for the Uplink of Cellular Networks. *IEEE Communications Letters*, 19(4), 645-648.
- Maciel-Barboza, F. M., Sánchez-García, J., Soriano-Equigua, L., Castillo Soria, F. R. and Flores-Troncoso, J. (2015a). User Scheduling Algorithms in Multiuser Massive MIMO Systems Towards 5G. *IEEE Latin America Transactions*, 13(12), 3781-3787.
- Maciel-Barboza, F. M., J. Sánchez-García, Castillo-Soria, F. R., Soriano-Equigua, L., and Castillo-Topete, V. H. (2015b). Practical user scheduling algorithms for the MIMO interference channel. *2015 International Conference on Information and Communication Technology Convergence (ICTC)*, Jeju, 275-279.
- Maciel-Barboza, F. M., Paulino Cárdenas, H. F., Sánchez García, J., Soriano Equigua, L., Madrigal Sánchez, R., and Castillo Topete, V. H. (2015c), "Distributed algorithm for Opportunistic Interference Alignment in MIMO-IMAC Systems", *IEEE ROC&C 2015*, Acapulco, Gro.
- Maciel-Barboza, F. M., Soriano-Equigua, L., Sánchez-García, J., Castillo-Soria, F. R, and Castillo-Topete, V.H. (2016). User Selection Algorithms for MU-MIMO Systems with Coordinated Beamforming. *ETRI Journal*, 38(1), 62-69.
- Makouei, B. N., Andrews, J. G., Heath Jr., R. W. (2011). MIMO Interference Alignment over Correlated Channels with Imperfect CSI. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 59(6), 2783-2794.
- Meyer, Carl D. (2000). *Matrix Analysis and Applied Linear Algebra*. (Ed.). Soc. for Industrial and Applied Math., Philadelphia, PA, USA.
- Miao, J. and Ben-Israel, A. (1992). On principal angles between subspaces in  $\mathbb{R}^n$ , *Linear Algebra and its Applications*, 171, 81-98.
- Nokia (2015), Multi-antenna Optimization in LTE: Extended Coverage, Enhanced Data Rates and Higher Capacity with Existing Macro Sites. Whitepaper. Recuperado de: <http://resources.alcatel-lucent.com/asset/200187>.
- NSN (2012). Signaling is Growing 50% Faster than Data Traffic. White Paper. Recuperado de <http://docplayer.net/6278117-Signaling-is-growing-50-faster-than-data-traffic.html>.

- Ozcelik, H., Czink, N., Bonek, E. (2005). What makes a good MIMO channel model?. *Proceedings of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC)*, 156-160.
- Paz, P., and Rodriguez, B. (2013). Performance Comparison between de Air Interfaces of LTE and Mobile WiMAX. *IEEE Latin\_America Transactions*, 11(4), 1001-1006.
- Peel, C. B., Hochwald, B. M., and Swindlehurst, A. L. (2005). A vector Perturbation Technique for Near Capacity Multiantenna Multiuser Communications. *IEEE Transactions on Communications*, 53 (1), 195-202.
- Peters, S. W., Heath Jr., R. W. (2009). Interference Alignment via Alternating Minimization. *Proceedings of IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, 2445–2448.
- Peters, S. W., and Heath Jr., R. W. (2011). Cooperative algorithms for MIMO interference channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 60(1), 206–218.
- Qualcomm (2013). The 1000x Mobile Data Challenge. White Paper.
- Rodríguez, J. (2015). Fundamentals of 5G Wireless Networks, *John Wiley & Sons, Ltd*, United Kingdom.
- Rusek, F., Persson, D., Kiong Lau, B., Larsson, E. G., Marzetta, T. L., Edfors, O., and Tufvesson, F. (2013). Scaling Up MIMO: Opportunities and Challenges with Very Large Arrays. *IEEE Signal Processing Magazine*, 30(1), 40-60.
- Shen, Z, Chen, R., Andrews, J. G., and Heath Jr., R. W. (2006). Low Complexity User Selection Algorithms for Multiuser MIMO Systems with Block Diagonalization. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 54(9), 3658-3663.
- Sinha A. K., and Chaturvedi, A. K. (2015). Low Complexity Opportunistic Interference Alignment in K-Transmitter MIMO Interference Channels. <http://arxiv.org/pdf/1507.00138v2.pdf>.
- Soriano-Equigua, L., Sánchez-García, J., Flores-Troncoso, J. and Heath Jr., R. W. (2011). Noniterative Coordinated Beamforming for Multiuser MIMO Systems with Limited Feedforward. *IEEE Signal Processing Letters*, 18(12), 701-704.
- Spencer, Q., Swindlehurst, A.L., and Haardt, M. (2004). Zero Forcing Methods for Downlink Spatial Multiplexing in Multiuser MIMO Channels. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 52(2), 462–471.
- Sun, C., Ge, J., Li, J., Zhu, B. (2014). Low Complexity User Scheduling Algorithm for Energy Efficient Multiuser Multiple Input Multiple Output Systems. *IET Communications*, 8(3), 343-350.
- Tarazona, G. M., Pelayo, B. C., Sanjuán, O. and Rodríguez, L. A. (2014). e-Commerce Metamodel Based on MDA. *IEEE Latin\_America Transactions*, 12(4), 699-705.

- Wang L., Li, Q., Li, S., and Chen, J. (2011). A general algorithm for uplink opportunistic interference alignment in cellular network. *2011 IEEE GLOBECOM Workshops*, pp. 433–440.
- Yang, H. J., Shin, W.-Y., Jung, B. C., and Paulraj, A. (2013). Opportunistic interference alignment for MIMO interference multiple access channels. *IEEE Wireless Communications*, 12(5), 2180-2192.
- Yang, H. J., Shin, W.-Y., Jung, B. C., and Paulraj, A. (2014). Codebook based opportunistic interference alignment. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 62(11), 2922-2937.
- Ying, L., Gu, X., and Hu, Z. (2011). Low complexity scheduling strategy for wireless multiuser multiple-input-multiple-output downlink system. *IET Communications*, 5(7), 990-995.
- Yoo, T., Goldsmith, A. (2006). On the Optimality of Multiantenna Broadcast Scheduling Using Zero-Forcing Beamforming. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 24(3), 528-541.
- Yoon, J., Shin, W.-Y., and Lee, H. S. (2014). Energy-Efficient Opportunistic Interference Alignment. *IEEE Communications Letters*, 18(1), 30-33.
- Yoon, J., Shin, W.-Y., and Lee, H. S. (2016). Opportunistic Interference Alignment in Poor Scattering Channels. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 65(2), 768-779.
- Youtuan, Z., Zhihua, T., Jinkang, Z. (2007). An Improved Norm-Based User Selection Algorithm for Multiuser MIMO Systems with Block Diagonalization. *IEEE 66-th Vehicular Technology Conference*, 601-605.
- Zhang, X., and Lee, J. (2008). Low Complexity MIMO Scheduling with Channel Decomposition Using Capacity Upperbound. *IEEE Transactions on Communications*, 56(6), 871-876.
- Zhou, B., Bai, B., Li, Y., Gu, D. Luo, Y. (2011). Chordal Distance Based User Selection Algorithm for the Multiuser MIMO Downlink with Perfect and Partial CSI. *IEEE International Conference on Advanced Information Networking and Applications (AINA)*, 72-80.

## Anexo: Acrónimos

|        |   |
|--------|---|
| 3GPP   | 3rd Generation Partnership Project                      |
| 4G     | Cuarta generación                                       |
| 5G     | Quinta generación                                       |
| AWGN   | Additive White Gaussian Noise                           |
| BD     | Block Diagonalization                                   |
| BS     | Base Station  |
| CBF    | Coordinated Beamforming                                 |
| CECUS  | Coordinated Effective Channel gain based User Selection |
| CEUS   | Conditional Entropy based User Selection                |
| ChUS   | Chordal distance based User Selection                   |
| CoMP   | Coordinated Multipoint                                  |
| CR     | Cognitive Radio   |
| CSI    | Channel State Information                               |
| D2D    | Device to Device  |
| DPC    | Dirty Paper Coding                                      |
| DUS    | Determinant based User Selection                        |
| E2E    | End to End  |
| FDD    | Frequency Division Duplex                               |
| FGUS   | Frobenius norm Grouping based User Selection            |
| FD     | Full Duplex   |
| HD     | Half Duplex   |
| i.i.d. | Independent and identically distributed                 |
| IA     | Interference Alignment                                  |
| IA-CF  | IA Closed Form  |
| IA-MA  | IA basado en Minimización Alternada                     |
| IC     | Interference Channels                                   |
| IMAC   | Interfering Multiple Access Channels                    |
| INR    | Interference to Noise Ratio                             |
| LIF    | Leakage of Interference                                 |
| LTE    | Long Term Evolution                                     |
| LTE-A  | LTE - Advanced  |

|           |   |
|-----------|---|
| MIMO      | Multiple Input Multiple Output              |
| MIMO-IC   | MIMO - Interfering Channels                 |
| MIMO-IMAC | MIMO – Interfering Multiple Access Channels |
| MRC       | Maximal Ratio Combining                     |
| MS        | Mobile Station                              |
| MT        | Mobile Terminal                             |
| MUI       | Multiuser Interference                      |
| MU-MIMO   | Multiuser – MIMO                            |
| NFV       | Network Function Virtualization             |
| OIA       | Opportunistic Interference Alignment        |
| OIA-AS    | OIA based on Antenna Selection              |
| OIA-SVD   | OIA based on Singular Value Decomposition   |
| OMR       | Opportunistic Maximum Rate                  |
| PHY       | Physical Layer                              |
| PU        | Primary User                                |
| QoE       | Quality of Experience                       |
| RAN       | Radio Access Network                        |
| RF        | Radio Frequency                             |
| RUS       | Random User Selection                       |
| Rx        | Receiver                                    |
| SDN       | Software Defined Networks                   |
| SINR      | Signal to Interference plus to Noise Ratio  |
| SNR       | Signal to Noise Ratio                       |
| SU        | Secondary Users                             |
| SU-MIMO   | Single User – MIMO                          |
| SVD       | Singular Value Decomposition                |
| TDD       | Time Division Duplex                        |
| TM        | Transmission Mode                           |
| Tx        | Transmitter                                 |
| VDIA      | Volume of Direct channels based IA          |
| VIIA      | Volume of Interfering channels based IA     |
| WLAN      | Wireless Local Area Networks                |
| ZF        | Zero Forcing                                |