Resumen de la tesis que presenta Hugo Homero Hidalgo Silva como requisito parcial para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS en FISICA APLICADA con opción en ELECTRONICA Y TELECOMUNICACIONES. Ensenada, Baja California, México. Octubre de 1985.

FILTROS RC-ACTIVOS CON CRISTALES

Resumen aprobado: _____

Dr. Arturo Serrano Santoyo
Director de Tesis

En el trabajo se presentan tres circuitos RC-Activos que incorporan en su estructura un cristal piezoeléctrico. Los circuitos poseen una función transferencia del tipo resonador de segundo orden, apropiada para la realización de filtros de orden alto.

Para obtener los resonadores se estudian tres filtros RC-Activos en cuanto a sensibilidad de parámetros respecto a variaciones de componentes pasivas y activas. Se consideran los bloques básicos que constituyen los circuitos RC-Activos, incorporando en ellos un cristal piezoeléctrico, obteniéndose así tres circuitos RC-Activos con cristal del tipo resonador. Se realizan pruebas experimentales a uno de los resonadores, las que muestran la necesidad de evaluar la sensibilidad de los

circuitos. Se realiza un estudio de sensibilidad pasiva y activa en los resonadores, demostrando el efecto de parásitos de los amplificadoores, especialmente en el numerador de la función transferencia.

Se presenta un esquema de compensación para eliminar el efecto de los amplificadores en la respuesta de los circuitos. Se comprueba la compensación mediante pruebas experimentales realizadas a uno de los resonadores y simulando su funcionamiento en el computador.

Se demuestra que los resonadores obtenidos poseen características de sensibilidad que permiten la utilización de los mismos dentro de filtros de orden mayor.

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA

Y

DE EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISION DE FISICA APLICADA

DEPARTAMENTO DE ELECTRONICA

Y TELECOMUNICACIONES.

'FILTROS RC-ACTIVOS CON CRISTALES'

TESIS

Que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de Maestro en Ciencias presenta:

HUGO HOMERO HIDALGO SILVA

Ensenada, B. C. Octubre de 1985

TESIS APROBADA PARA SU DEFENSA POR:

Dr. Arturo Serrano Santoyo, Director del Comité

M.C. José Luis Medina Monroy, Miembro del Comité

M.C. Arturo Velázquez Ventura, Miembro del Comité

M.C. José Luis Briseño Cervantes, Miembro del Comité

Dr. Arturo Serrano Santoyo, Jefe Interino del Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones

M.C. Martín Luis Celaya Barragán, Director de la División de Físisca Aplicada

C. Nava B

M.C. Cuauhtémoc Nava Button, Director Académico Interino

Tesis presentada en Octubre 8 de 1985

DEDICATORIA

A mis Padres

AGRADECIMIENTOS

El autor desea agradecer al Dr. Rogelio Palomera, quien dirigió la presente tesis, pero al que no fue posible estar presente en el examen de defensa.

También agradece la ayuda brindada por las siguientes personas:

Dr. Arturo Serrano Santoyo

Ing. Salvador Castañeda Avila

M. C. Arturo Velázquez Ventura

M. C. José Luis Medina Monroy

M. C. José Luis Briseño Cervantes

Además reconoce el apoyo económico del CONACYT.

CONTENIDO

		Página
I	INTRODUCCION.	1
II	MODELO DEL CRISTAL PIEZOELECTRICO Y EVALUACION.	6
II.1	Introducción.	6
II.2	Modelo del Cristal Piezoeléctrico.	6
II.3	Obtención Experimental de Parámetros	7
II.4	Modelo Aumentado.	11
II.5	Conclusiones.	13
III.	SENSIBILIDAD EN FILTROS ACTIVOS.	14
III.1	Introducción.	14
III.2	Función Transferencia.	15
III.3	Sensibilidades.	16
III.3.1	Definiciones y Significado.	16
III.3.2	Sensibilidades de Transmisión, Ganancia y Fase.	17
III.4	Los Tres Circuitos RC-Activos.	19
III.4.1	Circuito M.	19
III.4.2	Circuito TOW.	19
III.4.3	Circuito KHN.	20
III.4.4	Obtención de Función Transferencia General	21
III.5	Sensibilidad en los Tres Circuitos.	23
III.5.1	Sensibilidad Pasiva.	23
III.5.1.1	Circuito M.	23

Continuación del Contenido		Página
III.5.1.2	Circuito TOW	24
III.5.1.3	Circuito KHN.	25
III.5.1.4	Comparación de Sensibilidades Pasivas.	25
III.5.2	Sensibilidad Activa.	26
III.5.2.1	Modelo del Amplificador Operacional.	26
III.5.2.2	Aproximación de Parámetros Desplazados.	28
III.5.2.2.1	Efecto de los Amplificadores sobre los Parámetros.	28
III.5.2.3.	Método de aproximación de Q' y ω'.	29
III.5.2.4.	Circuito M	31
III.5.2.5.	Circuito TOW	32
III.5.2.6.	Circuito KHN	32
III.5.2.7.	Comparación de Sensibilidades Activas	33
III.6.	Conclusiones	34
IV.	SINTESIS DE RESONADORES RC-ACTIVOS CON CRISTALES.	36
IV.1	Introducción.	36
IV.2	Síntesis de resonadores RCX-Activos.	38
IV.2.1	Estudio por Bloques.	38
IV.3	Circuito I.	42
IV.4	Circuito II.	44
IV.5	Circuito III.	45
IV.6	Resonadores con Sumador.	47
IV.7	Ejemplo de Diseño y Resultados Experimentales.	48

Continuación del Contenido

		Página
IV.8	Conclusiones.	53
V.	SENSIBILIDAD PASIVA EN RESONADORES.	54
V.1	Introducción.	54
V.2	Cálculo de Sensibilidad Pasiva.	55
V.3	Limitaciones por Sensibilidad Pasiva.	58
V.4	Conclusiones.	59
VI.	SENSIBILIDAD ACTIVA DE LOS RESONADORES.	61
VI.1	Introducción.	61
VI.2	Ecuaciones de los Resonadores.	61
VI.2.1	Resonador I.	61
VI.2.2	Resonador II.	62
VI.2.3	Resonador III.	63
VI.3	Evaluación del Efecto en el Denominador.	63
VI.3.1	Frecuencia ω'.	63
VI.3.1.1	Circuito I.	63
VI.3.1.2	Circuito II.	64
VI.3.1.3	Circuito III.	64
VI.3.2.	Factor Qp Desplazado.	65
VI.4.	Evaluación de Sensibilidad en Numerador	67
VI.4.1	Frecuencia Desplazada ω'_z.	67
VI.4.2	Desplazamiento en Q'_z.	68
VI.4.2.1	Circuitos I y II.	68
VI.5	Conclusiones.	69

Continuación del Contenido

		Página
VII.	COMPENSACION, RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULACION.	71
VII.1	Introducción.	71
VII.2	Compensación Activa y Resultados Experimentales.	71
VII.3	Sensibilidad del Circuito Compensado.	76
VII.3.1	Sensibilidad Activa.	76
VII.3.2	Sensibilidad Pasiva.	77
VII.3.3	Observaciones Sobre Sensibilidad.	77
VII.4	Simulación.	79
VII.4.1	Simulación del Resonador Construido.	79
VII.4.2	Simulación de un circuito a 100Khz.	80
VII.5	Conclusiones.	83
VIII.	CONCLUSIONES.	85
	LITERATURA CITADA.	87
	APENDICE I. Referencia (Hidalgo y Palomera, 1983)	90
	APENDICE II. Coeficientes de las ecuaciones (93)-(101).	96
	LISTA DE SIMBOLOS.	99

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1	Filtros sin inductores.	3
2	Modelo simplificado del cristal piezoeléctrico.	7
3	Medición de parámetros.	8
4	Circuito equivalente el de la figura 3(b) en la frecuencia de resonancia.	9
5	Resultados experimentales para un cristal.	10
6	Modelo aumentado.	11
7	Resultados con el modelo aumentado.	13
8	Esquema de filtros activos.	16
9	Circuito M.	19
10	Circuito TOW.	20
11	Circuito KHN.	21
12	Obtención de función transferencia general.	22
13	Modelo del amplificador operacional.	27
14	Modelo reducido del amplificador.	27
15	Esquema de Szentirmai.	37
16	Lazo RCX-Activo.	41
17	Circuito I.	43
18	Circuito II.	44
19	Circuito III.	46
20	Desplazamiento del cero de transmisión.	48
21	Realización de β_1, β_2.	51
22	Resultados experimentales para el circuito II.	52

Continuación de la Lista de Figuras

Figura		Página
23	Gráfica de W(Xz).	55
24	Sensibilidad pasiva de ω_z.	56
25	Resonador II compensado.	72
26	Resultados del circuito II compensado.	74
27	Simulación por SPICE del circuito compensado.	80
28	Arreglo utilizado en la simulación.	82
29	Resultados de simulación con SPICE en 100Khz.	83

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Coeficientes de (24) para los tres circuitos.	23
II	Sensibilidad pasiva en los filtros RC-Activos.	26
III	Sensibilidades activas en los circuitos RC-Activos.	34
IV	Bloques RC-Activos.	39
V	Bloques RCX-Activos.	42
VI	Sensibilidades activas en los resonadores RCX-Activos.	69
VII	Ecuaciones de diseño del circuito compensado.	75
VIII	Parámetros del circuito compensado.	76

FILTROS RC-ACTIVOS CON CRISTALES

CAPITULO I

INTRODUCCION

En los sistemas electrónicos de comunicación e instrumentación, se necesitan filtros para eliminar las señales indeseables. En la realización de esos filtros se utilizan diversas tecnologías, las que difieren principalmente en los componentes físicos que emplean. Dentro de las técnicas de filtrado se pueden destacar las siguientes: Los filtros mecánicos, los filtros LC, los filtros RC-activos, los filtros de cerámica y los de cristal piezoeléctrico.

Los filtros mecánicos utilizan componentes no eléctricos, tales como resonadores mecánicos, que se acoplan a las señales eléctricas por transductores. Los filtros LC se realizan con inductores y capacitores. Los filtros RC-Activos utilizan resistores, capacitores y amplificadores operacionales. En los filtros de cerámica su componente principal es un cristal de cerámica piezoeléctrico usado como resonador. Por su parte, los filtros de Cristal Monolítico se construyen en un cristal piezoeléctrico de cuarzo.

Para frecuencias de operación menores de 100Khz, los filtros LC han sido reemplazados por los RC-Activos, los cuales evitan el uso de inductores. El inductor se elude siempre que sea posible, por sus características indeseables: gran volumen

en bajas frecuencias, bajo factor Q, imposibilidad de integración, etc.

Para frecuencias de operación mayores a 100Khz, los filtros con cristales se han establecido sin rival. Sin embargo, las técnicas que utilizan componentes electromecánicos, como el cristal piezoeléctrico, no han cambiado sustancialmente desde hace más de veinte años (O'Meara, 1963). Estas tecnologías utilizan la teoría básica de síntesis de filtros LC, cuidando que la topología del circuito incorpore cristales piezoeléctricos. La utilidad del cristal estriba en su alta estabilidad en frecuencia y bajas pérdidas. Cuando se desea obtener circuitos con selectividad menor al 5 por ciento del ancho de banda, es posible sintetizar filtros utilizando cristales y capacitores. Pero si se desea ampliar el ancho de banda, es necesario incorporar inductancias en el circuito (Szentirmai (a), 1973).

Una comparación entre las diferentes tecnologías de filtros que no utilizan inductores se muestra en la figura (1) (Moschytz (b), 1974). La comparación se hace tomando en cuenta selectividad vs. frecuencia. En ella se observa que, mientras que algunas áreas se traslapan, existen otras sin cubrir.

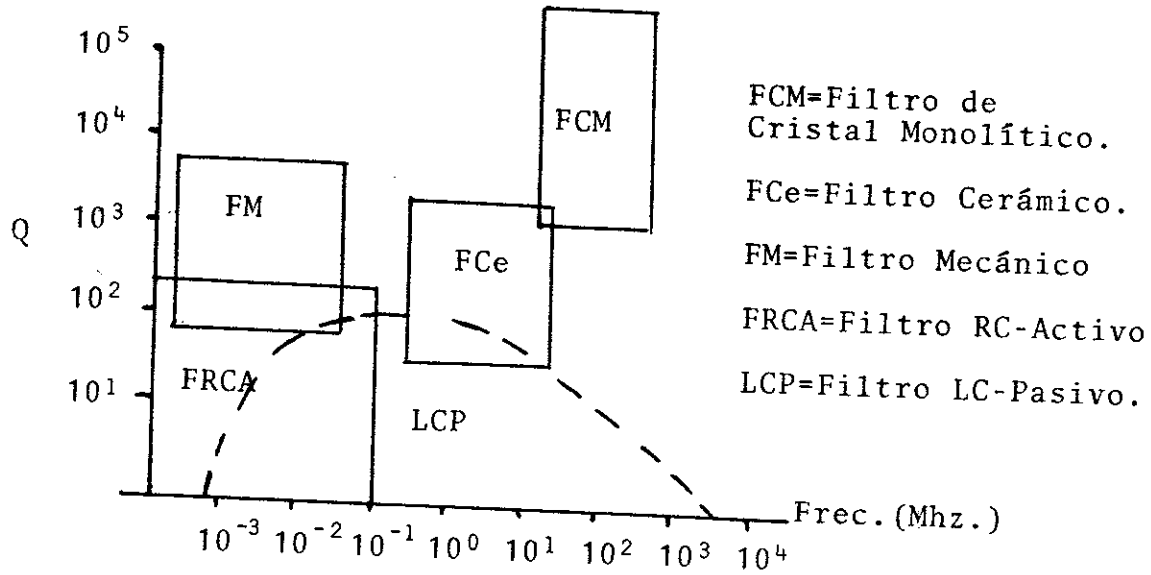


Figura 1.- Filtros sin inductores

Ha habido referencias (Moschytz (a), 1974) indicando la posibilidad de combinar dos tecnologías, la de filtros RC-Activos con la de cristales piezoeléctricos, con el fin de introducir una técnica que no utilice inductores ni transformadores, sino que los reemplace con el cristal piezoeléctrico y el amplificador operacional. Se han realizado sin embargo pocos trabajos para conjuntar esas tecnologías (Means y Ghausi, 1972, Pomichalek y Moos, 1979).

Considerando esto , el objetivo del presente trabajo es el

de proponer un método de síntesis para filtros resonadores a base de capacitores, resistores, amplificadores operacionales y cristales piezoeléctricos. Estos resonadores pueden usarse como bloques para la realización de filtros de orden mayor.

Con este fin , la tesis se ha estructurado de la manera siguiente:

En el capítulo II se estudia el modelo del cristal piezoeléctrico y se caracteriza un cristal en particular, el cual se utiliza en las pruebas experimentales de uno de los resonadores.

Luego, en el capítulo III se estudia la sensibilidad de tres filtros RC-Activos, con el fin de observar sus limitaciones, especialmente al aumentar la frecuencia de operación.

En el capítulo IV se estudian las técnicas de diseño de Filtros Activos, con el fin de adaptar la inclusión de componentes piezoeléctricos y se sintetizan tres circuitos resonadores de segundo orden. Además se presentan resultados experimentales para uno de los circuitos, a partir de los cuales se observa la necesidad de compensar el efecto de los componentes parásitos, para lo que es necesario estudiar la sensibilidad de los resonadores.

En los capitulos V y VI se realizan estudios de sensibilidad en los resonadores obtenidos, observando sus limitaciones y maneras de compensarlas.

Finalmente, en el capitulo VII se presenta un esquema de compensación y se simula en el computador el funcionamiento del circuito construido, mostrando un buen acuerdo entre los resultados experimentales y las curvas de simulación. En este capitulo también se presenta la simulación por computadora del comportamiento de un circuito en 100Khz, mostrando su capacidad para trabajar en frecuencias altas.

CAPITULO II

MODELO DEL CRISTAL PIEZOELECTRICO Y EVALUACION

II.1 Introducción.

Un cristal piezoeléctrico es un cuerpo que vibra en tres dimensiones cuando se le aplica un potencial eléctrico entre sus caras, y genera un potencial al aplicarle un esfuerzo mecánico. La relación entre el esfuerzo aplicado y la respuesta obtenida depende de las propiedades piezoeléctricas del material, del tamaño y forma del mismo, así como del sentido de la fuerza aplicada.

Colocando dos placas en caras opuestas del cristal y conectando una terminal en cada placa, se puede caracterizar eléctricamente al cristal y representarlo por un circuito equivalente que modele su comportamiento. En lo siguiente, se tratará al cristal como un circuito eléctrico encapsulado con dos conectores externos.

II.2 Modelo del Cristal Piezoeléctrico.

Los cristales piezoeléctricos se modelan comúnmente mediante el circuito que se ve en la figura 2a. El cristal posee normalmente una disipación de potencia despreciable, reduciéndose 2(a) al modelo sin pérdidas 2(b).

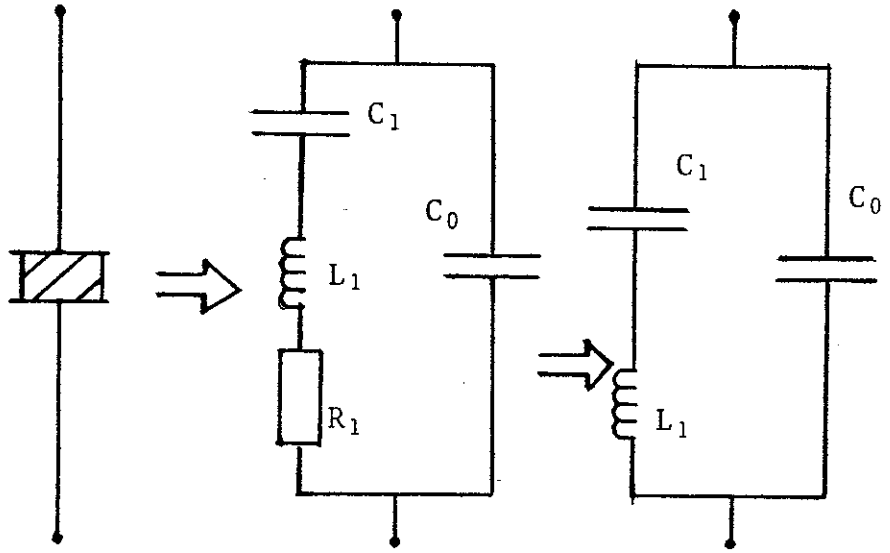


Figura 2. Modelo simplificado del cristal piezoeléctrico

La admitancia del modelo sin pérdidas está dada por:

$$Y(s)=\frac{sCo(s^2+\omega_A^2)}{(s^2+\omega_R^2)} \qquad (1)$$

en donde

$$\omega_R^2 = 1/L_1C_1$$
$$\omega_A^2 = \omega_R^2(1+1/\rho) \qquad (2)$$
$$\rho = Co/C_1$$

II.3 Obtención Experimental de los Parámetros.

Existen varios procedimientos experimentales que permiten determinar los valores de R1, ω_R, ω_A, y Co para un cristal dado. En nuestro caso se utilizó el método propuesto por (Pegeot,

Gagnepain, 1977), el cual hace uso del circuito mostrado en la figura 3a. Si substituimos el cristal por el modelo, el circuito que se analiza es entonces el de la figura 3b.

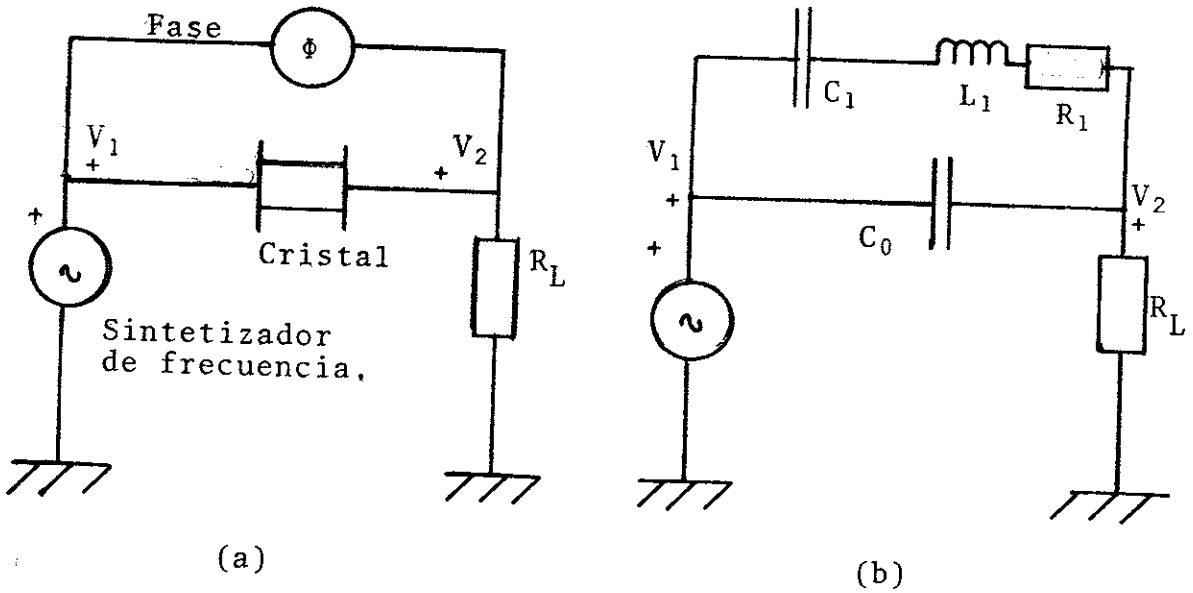


Figura 3.-Medición de parámetros.

El método de medición consiste en los siguientes pasos:

1.- Se busca la frecuencia de resonancia f_R, que corresponde a una diferencia de fase cero. En esas circunstancias el circuito corresponde a un divisor de voltaje (figura 4), de donde se obtiene

$$R1 = R_L(V1 - V2)/V2 \qquad (3)$$

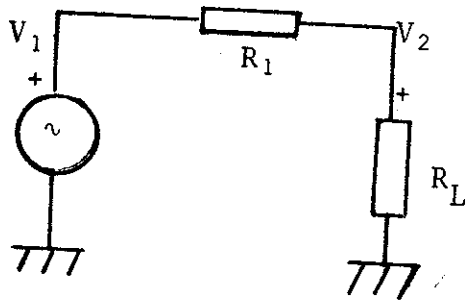


Figura 4.-Circuito equivalente al de la fig. 3(b) en la frecuencia de resonancia

2.- Se ajusta la frecuencia del generador para obtener f_1 y f_2, frecuencias que corresponden a una diferencia de fase de 45 grados, ó sea los puntos de potencia media en la respuesta. El factor Q se encuentra entonces por la relación:

$$Q = \frac{f_R}{(f_1 - f_2)} \cdot \frac{R_1 + R_L}{R_1} \qquad (4)$$

3.- De los valores obtenidos para Q, f_R y R1 , se pueden encontrar L1 y C1 por

$$Q = \frac{2\pi R_1 f_R}{L_1} = \frac{1}{2\pi R_1 C_1 f_R} \qquad (5)$$

Se aplicó este método a un cristal marca ERIE, con frecuencia de resonancia especificada de 38.4 Khz., para el que se obtuvieron los parámetros siguientes:

$R_1 = 8.68\ K\Omega$

$Co = 10.13\ pF$

$$\omega_R = (38.4)2\pi \text{ Krad}$$

$$\omega_A = (38.430)2\pi \text{ Krad}$$

En la figura 5 se comparan valores obtenidos experimentalmente para el circuito de la figura 3a, con la función transferencia modelada para el circuito de la figura 3b.

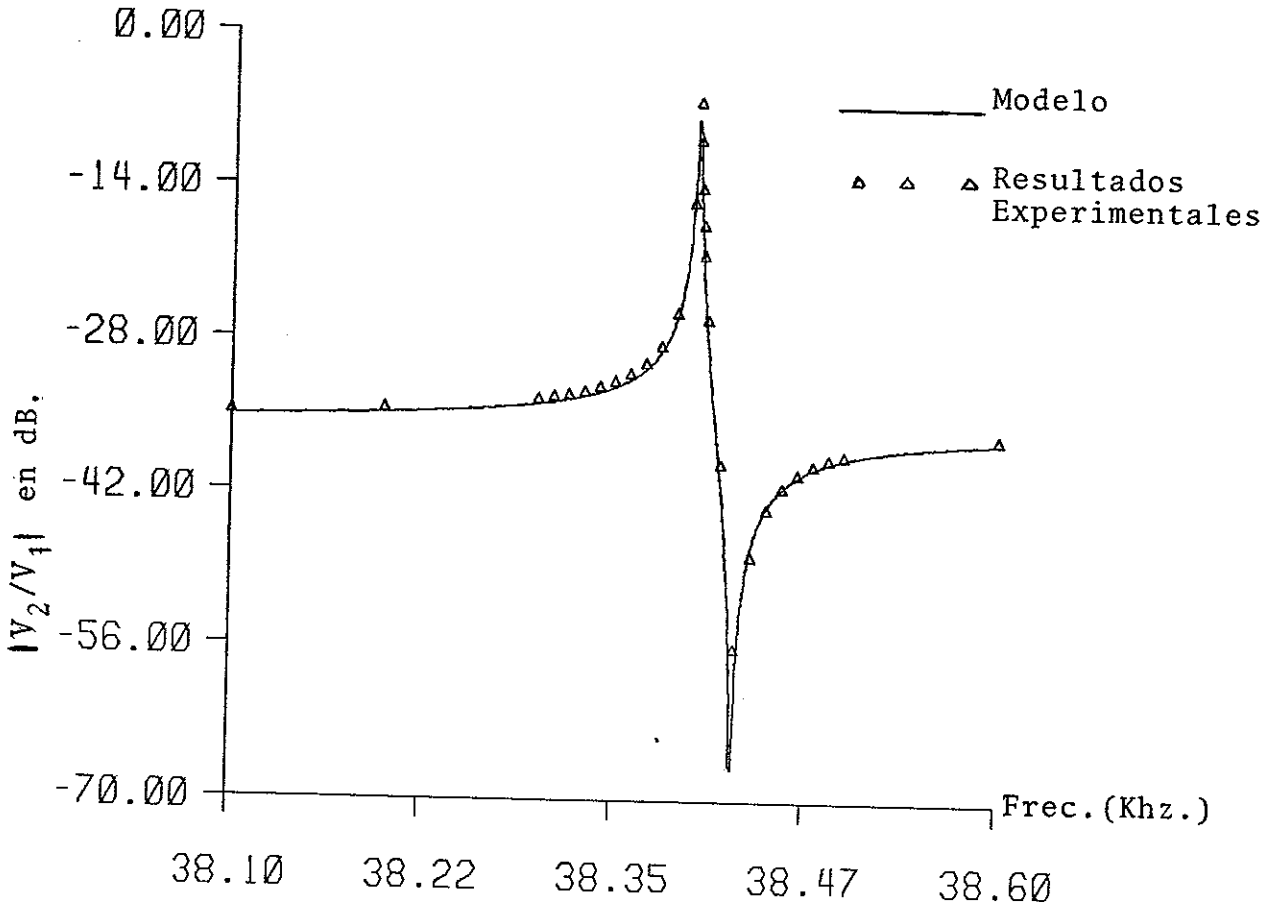


Figura 5.- Resultados Experimentales para un cristal.

Allí se observa que el modelo se comporta de acuerdo con los resultados experimentales, excepto en la frecuencia ω_A , que correspone a mínima transmisión. En esa frecuencia, el cristal presenta pérdidas que no se tomaron en cuenta en el modelo.

II.4 Modelo Aumentado

Para considerar las pérdidas alrededor de ω_A, el modelo se modificó, agregándole otro resistor, Ro, en paralelo con Co, como se observa en la figura 6.

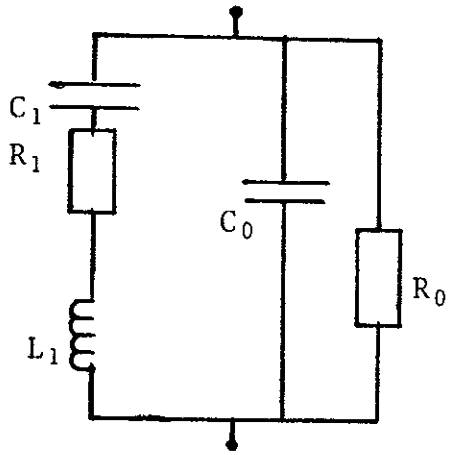


Figura 6.- Modelo Aumentado.

Para medir el parámetro Ro, se observa que la admitancia del nuevo modelo es ahora:

$$Y(s) = \frac{RoCos^3 + (1+RoCoR_1/L_1)s^2 + (RoCo\omega_R^2 + (\frac{Ro+R_1}{L_1}))s + \omega_R^2}{Ro(s^2 + (R_1/L_1)s + \omega_R^2)} \qquad (6)$$

la cual, en $s=j\omega_A$,

$$Y(j\omega_A) \simeq 1/Ro$$

Entonces basta medir la transferencia del circuito de la figura

3a en la frecuencia ω_A , para obtener Ro utilizando una ecuación similar a (3).

Aplicando el nuevo modelo al cristal caracterizado anteriormente, se obtuvo que $Ro \simeq 10 M\Omega$, un valor relativamente grande, lo que explica que normalmente se desprecie. La función transferencia del circuito de la figura 3a, considerando el modelo aumentado, se muestra en la figura 7, junto con los resultados experimentales. En ella se observa que el nuevo modelo se aproxima mejor al comportamiento del resonador.

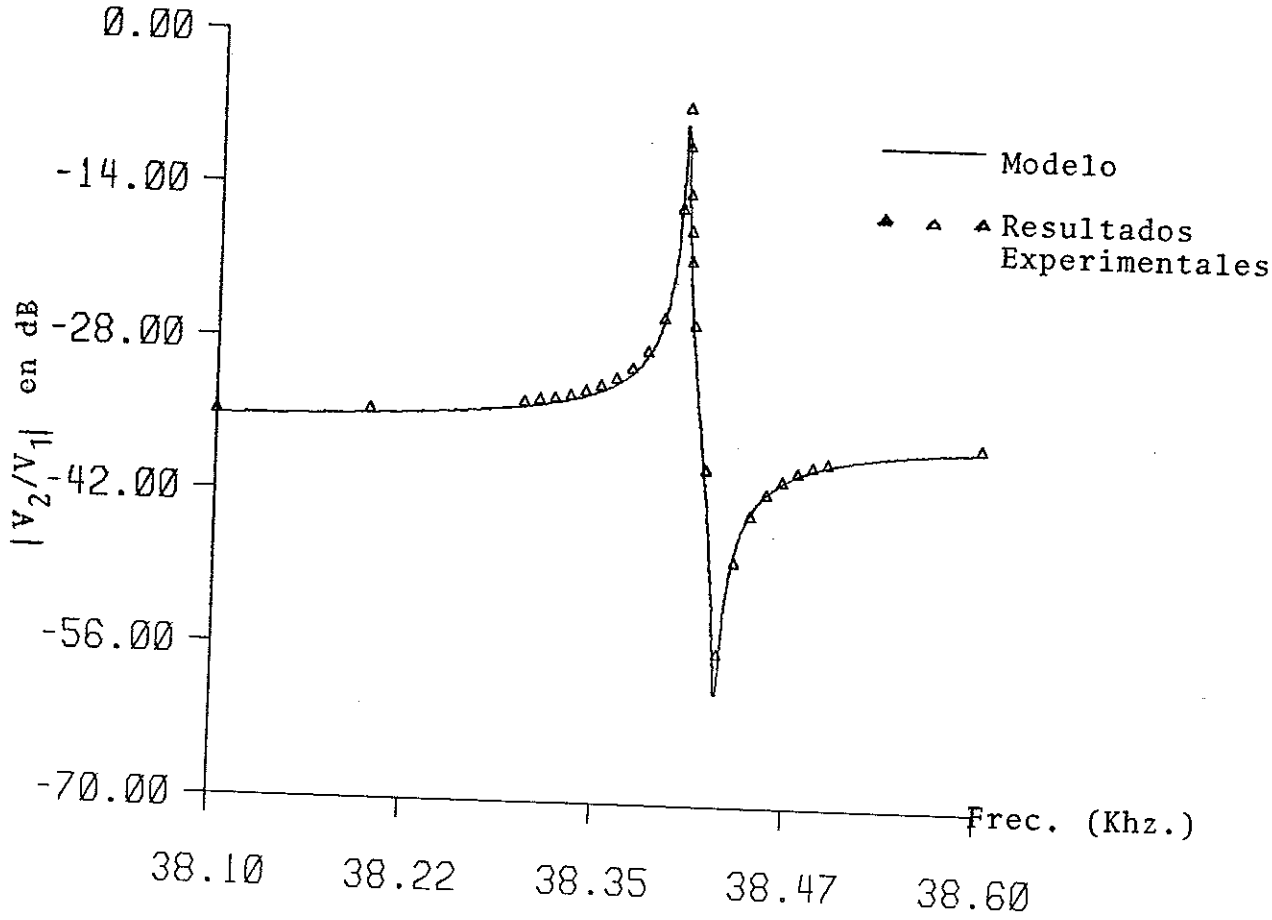


Figura 7.- Resultados con el modelo aumentado

II.5 Conclusiones.

Se evaluó el modelo eléctrico de los cristales de cuarzo, mostrando ligero desacuerdo sólo en la frecuencia de antiresonancia. El modelo se modificó para incluir pérdidas en esa frecuencia.

CAPITULO III

SENSIBILIDAD EN FILTROS RC-ACTIVOS

Antes de tratar la síntesis de circuitos RC-Activos con cristales, se juzgó conveniente estudiar dos características importantes en los filtros RC-Activos: su sensibilidad pasiva y su sensibilidad activa, con el fin de tener una base analítica sobre la cual estudiar la sensibilidad de los circuitos que incorporarán cristales. Para ello se considerarán tres circuitos RC-Activos, dos de los cuales se sabe que poseen alta sensibilidad activa. No obstante se estudiarán porque su estructura está constituida por bloques que servirán de base en la síntesis de los circuitos con cristales.

III.1 Introducción.

Los filtros RC-Activos de orden alto se pueden realizar en una gran cantidad de formas, por ejemplo: simulando inductancias, conectando bloques de segundo orden en cascada, utilizando el concepto resistencia negativa dependiente de la frecuencia, conectando bloques en arreglos de retroalimentación múltiple , etc.

Las conexiones en cascada y retroalimentación múltiple han recibido considerable atención, la primera debido a ser fácil de diseñar y la otra por su menor sensibilidad (Laker et al, 1979). Ambas utilizan como bloques básicos circuitos de orden menor ó igual a tres, siendo muy común el uso de bloques bicuadráticos,

a los cuales se referirá en lo siguiente.

III.2 Función Transferencia.

La función transferencia de voltaje de un circuito bicuadrático se puede representar por

$$T(s)= Vo/Ve = \frac{a_2s^2 + a_1s + a_0}{b_2s^2 + b_1s + b_0} \qquad (7)$$

donde s= variable frecuencia compleja= $\sigma + j\omega$

Vo= voltaje de salida

Ve= voltaje de entrada

a_i ; b_i = coeficientes reales de la función transferencia

En este capitulo nos concentraremos en tres circuitos RC-Activos que se pueden representar de manera general como la figura 8, y cuya transferencia (7) se escribe también como:

$$T(s)= Vo/Ve = K \frac{s^2 + (\omega_z/Qz)s + \omega_z^2}{s^2 + (\omega_p/Q_p)s + \omega_p^2} \qquad (8)$$

donde ω_z, ω_p = frecuencias de cero y polo respectivamente.

Qz, Qp = factores de selectividad de cero y polo.

$$\omega_z^2 = a_0/a_2 \qquad \omega_p^2= b_0/b_2 \qquad (9)$$

$$Qz = \frac{\sqrt{a_0/a_2}}{a_1} \qquad Qp = \frac{\sqrt{b_0/b_2}}{b_1} \qquad (10)$$

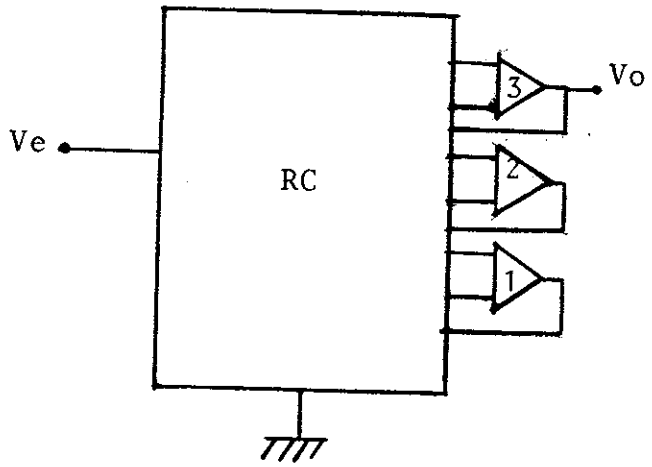


Figura 8.- Esquema de filtros activos

Al considerar amplificadores operacionales ideales, los coeficientes a_i y b_i dependen exclusivamente de los componentes pasivos. Las características de los amplificadores ideales son:

Ganancia infinita

Impedancia de entrada infinita

Impedancia de salida cero.

III.3 Sensibilidades

III.3.1 Definiciones y Significado.

Una forma de evaluar el efecto que causan pequeños cambios de los componentes en la función transferencia, consiste en hacer uso de la Función de Sensibilidad, que se define como (Moschytz, (a) 1974):

$$S(F,x) = \frac{dF/F}{dx/x} \qquad (11)$$

donde S(F,x) es la relación entre el cambio relativo de la función F(s) y el cambio relativo del elemento x.

También de utilidad son las funciones de sensibilidad semi-relativas, que se usan cuando x ó F son cero:

$$'S(F,x) = x \frac{dF}{dx} \qquad (12)$$

$$S'(F,x) = \frac{1}{F} \frac{dF}{dx} \qquad (13)$$

y la 'Sensibilidad Absoluta', útil cuando x y F se desvanecen:

$$'S'(F,x) = dF/dx \qquad (14)$$

III.3.2 Sensibilidad de Transmisión, Ganancia y Fase.

Para $s=j\omega$, la ecuación (8) puede reescribirse en la forma

$$T(s)\Big|_{s=j\omega} = |T(j\omega)|\, e^{j\phi(\omega)} = e^{(\alpha + j\phi)} \qquad (15)$$

donde $\alpha(\omega)$ y $\phi(\omega)$ son las funciones ganancia y fase de $T(j\omega)$, respectivamente. La función sensibilidad de transmisión:

$$S(T,x) = \frac{d\bar{T}/\bar{T}}{dx/x} \qquad (16)$$

se descompone en

$$S(T,x) = 'S(\alpha,x) + jS'(\phi,x) \qquad (17)$$

donde las funciones $'S(\alpha,x)$ y $S'(\phi,x)$ son las sensibilidades semi-relativas ganancia-componente y fase-componente, respectivamente. Debido a que en los filtros generalmente se desea modificar la ganancia de la función transferencia, únicamente se considera la sensibilidad ganancia-componente. De [8] se puede demostrar que

$$'S(\alpha,x) = S(k,x) + 'S(\alpha,\omega_z)S(\omega_z,x) + 'S(\alpha,Qz)S(Qz,x) - 'S(\alpha,\omega_p)\cdot S(\omega_p,x) - 'S(\alpha,Qp)S(Qp,x) \qquad [18]$$

En la ecuación [18], observamos que la sensibilidad de ganancia respecto a un componente es una suma de productos de dos sensibilidades: La sensibilidad semi-relativa de ganancia respecto al parámetro y la sensibilidad del parámetro respecto al componente. Las primeras dependen de la frecuencia, y han sido estudiadas por Hilberman [Hilberman,1973]: no dependen de la topología del circuito. Las sensibilidades parámetro-componente si dependen de la topología de cada circuito, más no de la frecuencia. Por eso se utilizan comúnmente como medidas de comparación entre los filtros activos. Por lo tanto, usaremos estas últimas para estudiar nuestros circuitos.

III.4 Los Tres Circuitos RC-Activos.

III.4.1 Circuito M.

Este circuito, debido a G. S. Moschytz (Moschytz,1972) y cuyo diagrama se observa en la figura 9, posee la función transferencia dada por (8) con los parámetros siguientes:

$$
\begin{aligned}
k &= -(R_5/R_4)/(1+R_5/R_3) \\
\omega_z &= \omega_p = 1/\sqrt{R_1C_1R_2C_2} \\
Qz &= \sqrt{R_1C_1R_2C_2}/(R_1C_1+R_2C_2) \\
Qp &= -Qz(1+R_5/R_3)/(1-R_5/R_3)
\end{aligned}
\qquad (19)
$$

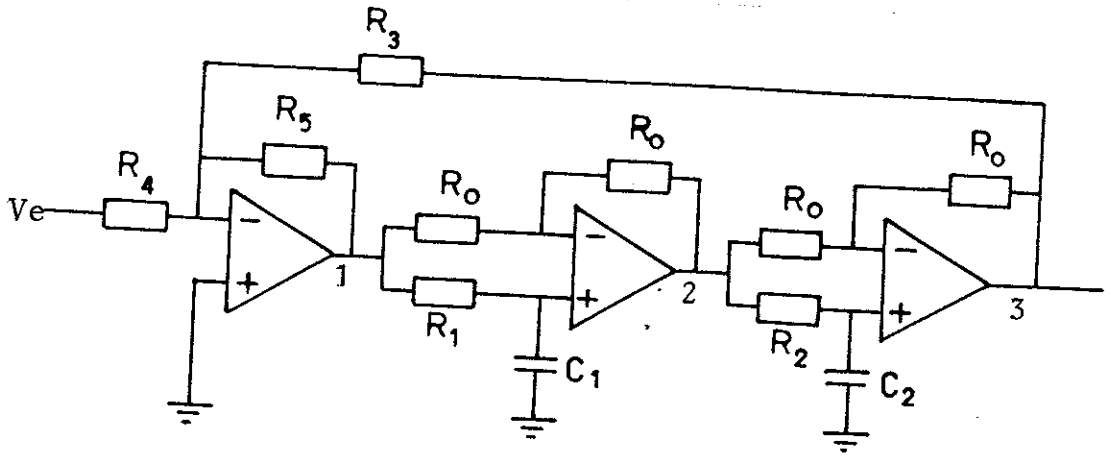


Figura 9.- Circuito M

III.4.2 Circuito TOW .

Este circuito (Tow, 1968) se muestra en la figura 10 y tiene por función transferencia la siguiente:

$$T(s) = V_3/Ve = \frac{k\omega_p^2}{s^2 + \omega_p s/Qp + \omega_p^2} \qquad (20)$$

con

$$k = -R_3/R_4$$
$$\omega_p^2 = R_6/(R_5R_2R_3C_1C_2) \qquad (21)$$
$$Qp = R_1C_1\omega_p$$

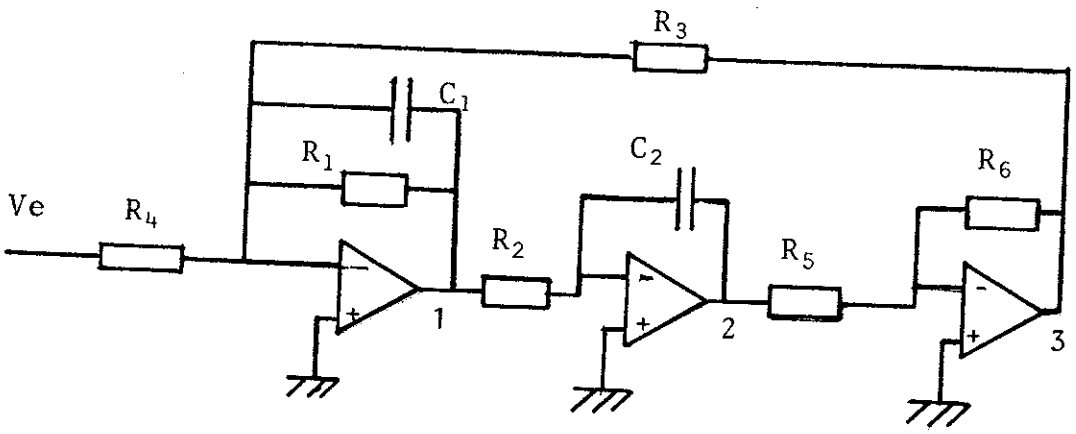


Figura 10.- Circuito TOW.

III.4.3 Circuito KHN.

Este filtro, propuesto por Kerwin, Huelsman y Newcomb, (Kerwin et al, 1967) se muestra en la figura 11 y, junto con el anterior, han sido de los más utilizados en bajas frecuencias. Sus ecuaciones de diseño son:

$$T(s) = V_3/Ve = \frac{k\omega_p^2}{s^2 + \omega_p s/Qp + \omega_p^2} \qquad (22)$$

con

$$k = \frac{1 + R/R_3}{1 + R_2/R_1}$$

$$\omega_p^2 = (R/R_3)/(R_8 R_9 C_1 C_2) \qquad (23)$$

$$Qp = \sqrt{\frac{R R_3 R_8 C_1}{R_9 C_2}} \; \frac{1 + R_2/R_1}{R + R_3}$$

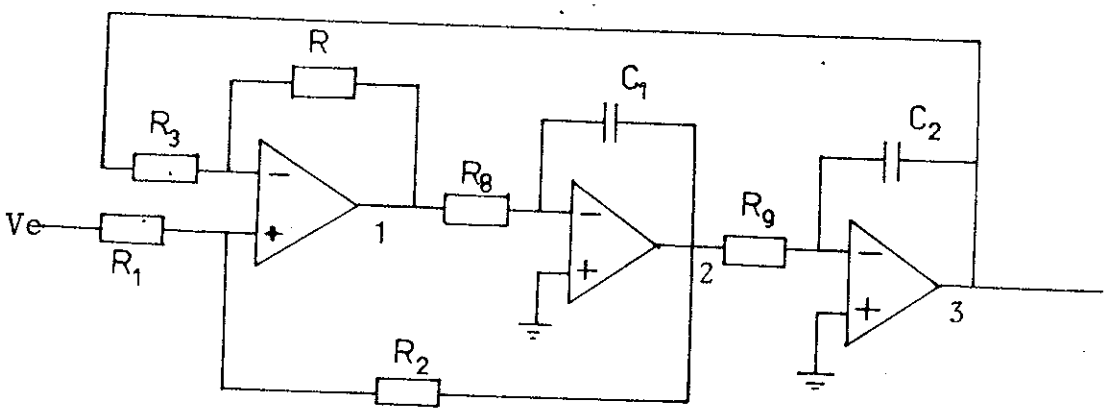


Figura 11.- Circuito KHN

III.4.4 Obtención de Función Transferencia General.

En los tres circuitos, se puede obtener una función transferencia general, de la forma (8). Una manera de

realizarla es con un tercer amplificador conectado como sumador de las salidas del circuito, como se observa en la figura 12.

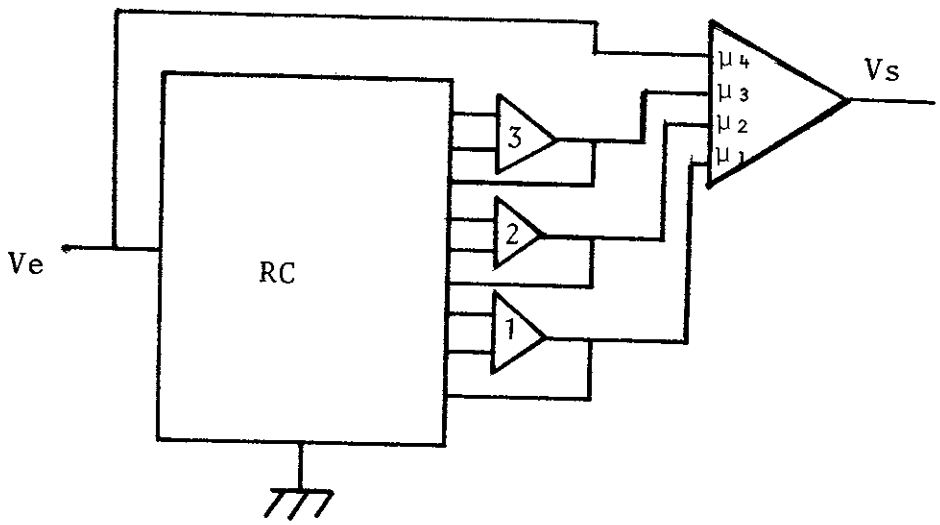


Figura 12.- Obtención de Función Transf. general

La función Transferencia general es ahora,

$$T(s) = \frac{Vs}{Ve} = Ko\ \frac{As^2 + Bs + C}{s^2 + \omega_p s/Qp + \omega_p^2} \qquad (24)$$

donde A, B y C están dados para cada circuito en la forma que se ve en la Tabla I.

TABLA I.- Coeficientes de (24) para los tres circuitos

Circuito	A	B	C	ω_0	Ko
M	$-\mu_1+\mu_2-\mu_3$	$2\omega_0(\mu_3-\mu_1)$	$-\omega_0^2(\mu_1+\mu_2+\mu_3)$	$1/RC$	$\frac{R_5/R_4}{1+R_5/R_3}$
TOW	μ_4	$\mu_4\omega_p/Qp - \omega_0\mu_1$	$\omega_p^2(\mu_4+\mu_2'-\mu_3')$ $\mu_2'=\mu_2R_5R_3/(R_1R_6)$ $\mu_3'=\mu_3R_3/R_4$	$1/R_4C_1$	1
KHN	$-\mu_1$	$\mu_2\omega_0$	$-\mu_3\omega_0^2$	$1/R_9C_2$	$\frac{1+R/R_3}{1+R_2/R_1}$

III.5 Sensibilidad en los tres circuitos.

Ahora aplicaremos las definiciones de sensibilidad de la sección III.3, en los tres filtros RC-Activos.

III.5.1 Sensibilidad Pasiva.

III.5.1.1 Circuito M. Las sensibilidades pasivas parámetro-componente para el circuito M son, aplicando (11)

$$S(k,R_4) = -1 \qquad (25)$$

$$S(k,R_3) = (R_5/R_3)/(1+R_5/R_3) \qquad (26)$$

$$S(k,R_5) = (1+2R_5/R_3)/(1+R_5/R_3) \qquad (27)$$

Haciendo $R_1C_1 = R_2C_2$:

$$\omega_z = \omega_p = 1/\sqrt{RC} \qquad (28)$$

entonces,

$$S(\omega_p,R) = S(\omega_p,C) = -1/2 \qquad (29)$$

y

$$S(Qp,R_3) = -S(Q_p,R_5) = \frac{4Q_p^2 - 1}{4Q_p} \qquad (30)$$

Si $Q_p \longrightarrow \infty$, $R_5/R_3 \longrightarrow 1$, entonces

$$S(Qp,R_3) \simeq Qp \qquad (31)$$

En las ecuaciones anteriores se observa que las sensibilidades pasivas de ω_z, ω_p, y k son pequeñas (<3/2), sin embargo, para altos Q's, $S(Qp,R_3)$ y $-S(Qp,R_5)$ tienen valores grandes, del orden de Q_p.

III.5.1.2 Circuito TOW.

Aplicando (11) en los parámetros de este circuito, se tienen las sensibilidades pasivas:

$$S(\omega_p,x) = \pm 1/2 \qquad x = R_2,R_3,R_5,R_6,C_1,C_2 \qquad (32)$$

$$S(k,R_3) = S(k,R_4) = \pm 1 \qquad (33)$$

$$S(Qp,y) = \pm 1/2 \quad y = R_2, R_3, R_5, R_6, C_1, C_2 \tag{34}$$

$$S(Qp,R_1) = 1 \tag{35}$$

De las ecuaciones anteriores se observa que, como en el filtro M, la sensibilidad pasiva de ω_p y k es pequeña (<1). Además, $S(Q_p, x)$ está en el mismo intervalo de valores que $S(\omega_p, x)$ y $S(k,x)$, mientras que el circuito M posee alta sensibilidad pasiva en Q_p .

III.5.1.3. Circuito KHN.

Para este filtro, las sensibilidades pasivas son

$$S(k,R_1) = -S(k,R_2) = \frac{-R_2/R_1}{1 + R_2/R_1}$$

$$S(k,R_3) = -S(k,R) = \frac{R/R_3}{1 + R/R_3} \tag{36}$$

$$S(\omega_p, x) = \pm 1/2, \quad x = R_1, R_3, R_8, R_9, C_1, C_2 \tag{37}$$

$$S(Qp,y) = \pm 1/2, \quad y = R_8, R_9, C_1, C_2$$

$$S(Qp,R_1) = -S(Qp,R_2) = \frac{-R_2/R_1}{1 + R_2/R_1}$$

$$S(Qp,R_3) = S(Qp,R) = \frac{R/R_3 - 1}{2(R/R_3 + 1)} \tag{38}$$

Nuevamente, en este circuito se nota que las sensibilidades pasivas son pequeñas (<1).

III.5.1.4 Comparación de Sensibilidades Pasivas.

La Tabla II resume los resultados anteriores, en ella se nota que los circuitos TOW y KHN poseen los mismos límites en

sensibilidad pasiva. En cambio, en el circuito M existe mayor sensibilidad pasiva, directamente proporcional a Q_p.

TABLA II.-Sensibilidad pasiva en los filtros RC-Activos

Circuito	$S(k,x)$	$S(\omega_p,x)$	$S(Qp,x)$
M	≤ 1	$-1/2$	$\leq Qp$
TOW	≤ 1	$\pm 1/2$	≤ 1
KHN	<1	$\pm 1/2$	≤ 1

De lo anterior se confirma que en sensibilidad pasiva los circuitos KHN y TOW muestran mejor comportamiento. Sin embargo, para completar nuestro análisis es necesario considerar también el efecto de los parásitos del amplificador operacional, ya que éstos afectan de manera considerable el funcionamientos de los circuitos en frecuencias más altas (>10 Khz) y su efecto depende de la topología de cada circuito.

III.5.2.- Sensibilidad Activa.

III.5.2.1. Modelo del Amplificador Operacional .

En la sección anterior se obtuvieron las sensibilidades pasivas en tres filtros RC-Activos, considerando al amplificador operacional 'ideal', esto es, con ganancia infinita.

Un modelo del amplificador operacional que considera efectos parásitos se ve en la figura 13 (Bruton, 1980), donde Zcm son las impedancias de entrada en modo común, Zo es la

impedancia de salida y A(s) es la ganancia finita, que se aproxima por la función 'polo dominante':

$$A(s) = \frac{-Ao}{1 + Aos/B} \qquad (39)$$

Donde Ao es la ganancia en DC, y B es el producto ganancia-ancho de banda=AoBW.

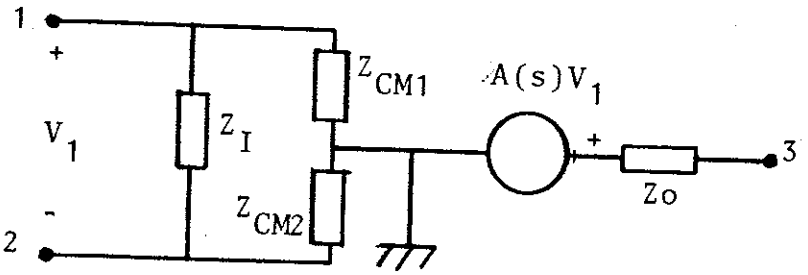


Figura 13.- Modelo del amplificador.

En comparación con los efectos de la respuesta en frecuencia A(s), los de las impedancias de entrada y salida finitas son despreciables. Así, el modelo que se empleará será el que se ve en la figura 14.

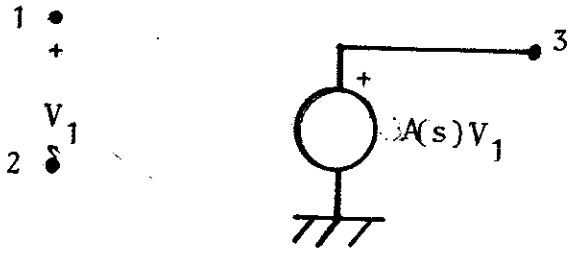


Figura 14.- Modelo reducido del amplificador

III.5.2.2 Aproximación de parámetros desplazados.

III.5.2.2.1 Efecto de los amplificadores sobre los parámetros.

Como se observó en el párrafo III.2, un filtro RC-Activo se puede representar por la figura 8 con transferencia de voltaje ideal dada por (8). Ahora bien, al considerar que los amplificadores operacionales poseen una transferencia finita dada por (39), la función de transferencia del circuito deja de ser de segundo orden, tanto en el numerador como en el denominador, transformándose en una función como la siguiente (Geiger,1980):

$$T(s)=\frac{No + \sum_{1}^{3} N_1/A_1 + N_2/A_2 + N_{12}/A_1A_2}{Do + \sum_{1}^{3} Di/Ai + \sum_{i\neq j} Dij/AiAj + Dp/A_1A_2A_3} \qquad (40)$$

En donde los N_j y D_j son polinomios en s que dependen únicamente de los componentes pasivos R y C, Do es el denominador ideal para ($Aj \longrightarrow \infty$) y Dp es el polinomio característico de la red pasiva RC. El término N_3/A_3 no existe debido a que la salida está tomada en A_3.

Con el fin de simplificar el desarrollo, se considerarán los tres amplificadores modelados por la misma función, i.e. $A_1=A_2=A_3=A$. Esto es bastante realista si se utilizan amplificadores construidos en el mismo circuito integrado. Además aproximaremos la función (39), suponiendo que $Ao/B>>1$:

$$A(s) = -B/s \qquad (41)$$

Al substituir (41) en (40) se observa que, ahora el

denominador es de grado N+2 y el numerador de grado N+1, con N=número de amplificadores. Además D se puede expresar como:

$$D(s) = b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \ldots + bo \qquad (42)$$

El desarrollo se realiza considerando el efecto de B sobre los parámetros del denominador, ya que su comportamiento es de gran importancia en la banda pasante. Además el numerador se puede tratar de manera similar. El denominador de (40) se puede reescribir de la manera siguiente :

$$D(s) = (s+p_m)(s+p_{m-1})\ldots\ldots\ldots(s+p_3)(s^2+\omega' s/Q' + \omega'^2) \qquad (43)$$

Donde ω' y Q' son la frecuencia del polo y el factor Qp, desplazados por la influencia de B . Para encontrar ω' y Q' se han desarrollado varias técnicas de aproximación, (Moschytz (b), 1974, Akerberg y Mossberg, 1974) Sin embargo, en el apéndice A se reproduce una referencia (Hidalgo y Palomera, 1983) en la que se advierte que esos métodos pueden no producir resultados confiables, allí mismo se observan las precauciones que se deben considerar, y en (Hidalgo, 1984) se presenta un método directo para obtener los parámetros desplazados.

III.5.2.3 Método de Aproximación de Q' y ω'.

El método a seguir (Hidalgo, 1984) consta de los siguientes pasos:

1.-Se desprecian términos mayores que s^3 en (42).

2.-Se aproxima $s^3 = -(\omega')^2 s$

3.-Se escriben los coeficientes b_i en la forma siguiente:

$$\left.\begin{aligned} bo &= \omega_p^2 \\ b_1 &= \omega_p/Qp + b_{11}(1/B) \\ b_2 &= 1 + b_{21}(1/B) + b_{22}(1/B^2) \\ b_3 &= b_{31}(1/B) + b_{32}(1/B^2) + b_{33}(1/B^3) \end{aligned}\right\} \quad (44)$$

4.- Se despejan en :

$$\omega' = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + b_{21} + b_{22}}} \quad (45)$$

$$Q' = \frac{Qp\sqrt{1+b_{21}+b_{22}}}{1 + \frac{Qp}{\omega_p}\,\frac{b_1'+b_2'+b_3'}{1 + b_{21}+b_{22}}} \quad (46)$$

con

$$\left.\begin{aligned} b_1' &= b_{11} - \omega_p^2 b_{31} \\ b_2' &= b_{11}b_{21} - \omega_p^2 b_{32} \\ b_3' &= b_{11}b_{22} - \omega_p^2 b_{33} \end{aligned}\right\} \quad (47)$$

En (46) se observa que la sensibilidad activa de Q' respecto a B se puede disminuir si se cumple que

$$b_i' = 0 \quad \forall i \tag{48}$$

Bajo estas consideraciones, veamos los tres circuitos anteriores, suponiendo amplificadores de ganancia dada por (41).

III.5.2.4 Circuito M.

En este circuito, (figura 11) considerando $|T(\omega_p)|=1$, (ésto es, haciendo $R_5=R_3 \,||\, R_4$) y $A(s)=-B/s$ se obtienen los coeficientes

$$\left.\begin{aligned} b6 &= \omega_p^2 \\ b_1 &= \omega_p/Qp + \frac{6\omega_p\varepsilon}{1+R_5/R_3} \\ b_2 &= 1 + (12\varepsilon + 12\varepsilon^2)/(1+R_5/R_3) \\ b_3 &= (6 + 24\varepsilon + 8\varepsilon^2)/B(1+R_5/R_3) \end{aligned}\right\} \tag{49}$$

con $\varepsilon = \omega_p/B$ (50)

Sustituyendo en (45)-(47) obtenemos, para Qp alto:

$$\omega' = \frac{\omega_p}{\sqrt{1+6\varepsilon}} \tag{51}$$

y

$$Q' = Qp \frac{\sqrt{1 + 6\varepsilon}}{1 + \frac{6Qp\varepsilon^2}{1+6\varepsilon}} \qquad (52)$$

III.5.2.5 Circuito TOW.

Para el circuito TOW tenemos:

$$\left.\begin{aligned} bo &= \omega_p^2 \\ b_1 &= \omega_p/Qp + \omega_p\varepsilon/Qp \\ b_2 &= 1 + (3+4/Qp)\varepsilon + (2+3/Qp)\varepsilon^2 \\ b_3 &= \{4 + 2\varepsilon(4+3/Qp) + 2\varepsilon^2(2+1/Qp)\}\ 1/B \end{aligned}\right\} \qquad (53)$$

Asi, aplicando (45)-(47) y suponiendo Qp alto se obtienen:

$$\omega' = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + 3\varepsilon + 2\varepsilon^2}} \qquad (54)$$

$$Q' = \frac{Qp\ \sqrt{1+3\varepsilon+2\varepsilon^2}}{1 - \frac{Qp(4\varepsilon+8\varepsilon^2+2\varepsilon^3)}{\sqrt{1 + 3\varepsilon+2\varepsilon^2}}} \qquad (55)$$

III.5.2.6 Circuito KHN.

Este filtro posee coeficientes bi dados por:

$$\left.\begin{aligned} bo &= \omega_p^2 \\ b_1 &= (\omega_p/Qp)(1+\varepsilon) \\ b_2 &= 1 + (2+1/Qp)\varepsilon + \varepsilon^2 \\ b_3 &= \{4 + 6\varepsilon + 2\varepsilon^2\}\ 1/B \end{aligned}\right\} \quad (56)$$

de nuevo, aplicando (45)-(47)

$$\omega' = \frac{\omega_p}{\sqrt{1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2}} \quad (57)$$

$$Q' = Qp\ \frac{\sqrt{1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2}}{1 - \dfrac{Qp(4\varepsilon+6\varepsilon^2+2\varepsilon^3)}{1 + 2\varepsilon + \varepsilon^2}} \quad (58)$$

III.5.2.7 Comparación de Sensibilidades Activas.

Las expresiones para ω': (51),(54) y (57) muestran que en los tres circuitos se tiene un comportamiento muy similar, además el efecto de B en ellas no es notable. Esto no sucede así en las expresiones para Q'. Por tal motivo, compararemos los circuitos en base a $S(Q',\varepsilon)$. Las tres ecuaciones para Q' se pueden aproximar aún más, despreciando los términos ε^3 en el filtro N y los términos ε^2, ε^3 en los circuitos TOW y KHN. Las ecuaciones se reducen entonces como se muestra en la Tabla III, donde además se muestra la sensibilidad activa $S(Q',\varepsilon)$, obtenida usando la ecuación (11).

TABLA III.- Sensibilidades activas en los circuitos RC-Activos

Circuito	Q'	$S(Q',\varepsilon)$
M	$\frac{Qp}{1 + 6Qp\varepsilon^2}$	$-12Q'\varepsilon^2$
TOW	$\frac{Qp}{1 - 4Qp\varepsilon}$	$4Q'\varepsilon$
KHN	$\frac{Qp}{1 - 4Qp\varepsilon}$	$4Q'\varepsilon$

En la Tabla III, se observa que para el circuito M, $S(Q',\varepsilon)$ no contiene términos de primer orden en ε. Esto se esperaba, debido a que cumple con la restricción $b_1'=0$ en (48). Para los circuitos TOW y KHN, la dependencia es lineal y la misma en ambos casos, notando que el signo negativo existente en el denominador de Q' produce que el Q realizado sea mayor que el diseñado, afectando la estabilidad de los circuitos.

III.6 Conclusiones.

De la comparación anterior y de la realizada en la sección III.5.1.4, se concluye lo siguiente:

A) El circuito M posee menor sensibilidad activa respecto a

B que los otros dos.

B) Los circuitos KHN y TOW presentan el fenómeno conocido como 'ensanchamiento en Q', debido al signo negativo en b', mismo que no existe en M.

C) El filtro M posee un alcance en frecuencia superior a los otros dos, como se puede apreciar en (Hidalgo y Palomera, 1983).

D) Sin embargo, como se vió en la sección III.5.1, la alta sensibilidad pasiva del filtro M lo limita a circuitos de Qp bajo (<10).

De lo anterior, notamos que, por un lado, existen circuitos con baja sensibilidad pasiva, a los cuales les afecta en gran medida el parásito B, especialmente en frecuencias altas.

En el otro lado, está el circuito M, con baja sensibilidad activa pero con sensibilidad pasiva alta en Q, lo que es indeseable para los circuitos que se desea diseñar, debido al alto valor de Q que tiene el cristal piezoeléctrico.

En el siguiente capítulo, se estudiará la estructura de los tres circuitos considerados, separándola en bloques básicos RC-Activos, los cuales servirán para derivar los bloques RCX-Activos, que a su vez se utilizarán en la síntesis de los filtros RC-Activos con cristales. Los circuitos RCX también son afectados, como se verá en los siguientes capítulos, por variaciones en componentes activas y pasivas. El presente capítulo servirá de guía para evaluar el efecto de esas variaciones.

CAPITULO IV

SINTESIS DE RESONADORES RC-ACTIVOS CON CRISTALES

IV.1 Introducción.

En este capítulo se presenta un método de síntesis de una clase de filtros RCX: los resonadores. Estos se estudiarán en base a los bloques básicos que constituyen los circuitos RC-Activos. Un resonador posee un función transferencia dada por

$$T(s) = -K_A \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \omega_p^2} \qquad (59)$$

ésto es, ambos factores Qz y Qp son infinitos. Su utilidad principal estriba en su aplicación para simular circuitos LC escalera de orden alto.

En (Szentirmai, (b) 1973) se propone un método para realizar la simulación de un circuito como el de la figura 15a, por la configuración de la figura 15b, donde los bloques Ti se realizan con circuitos RC-Activos con transferencias $T_1 = Y_1/s$, $T_2 = sZ_2$, $T_3 = Y_3/s$ y $T_4 = sZ_4$. Este método ha demostrado preservar las características de baja sensibilidad de la contraparte pasiva LC, dentro de la banda pasante.

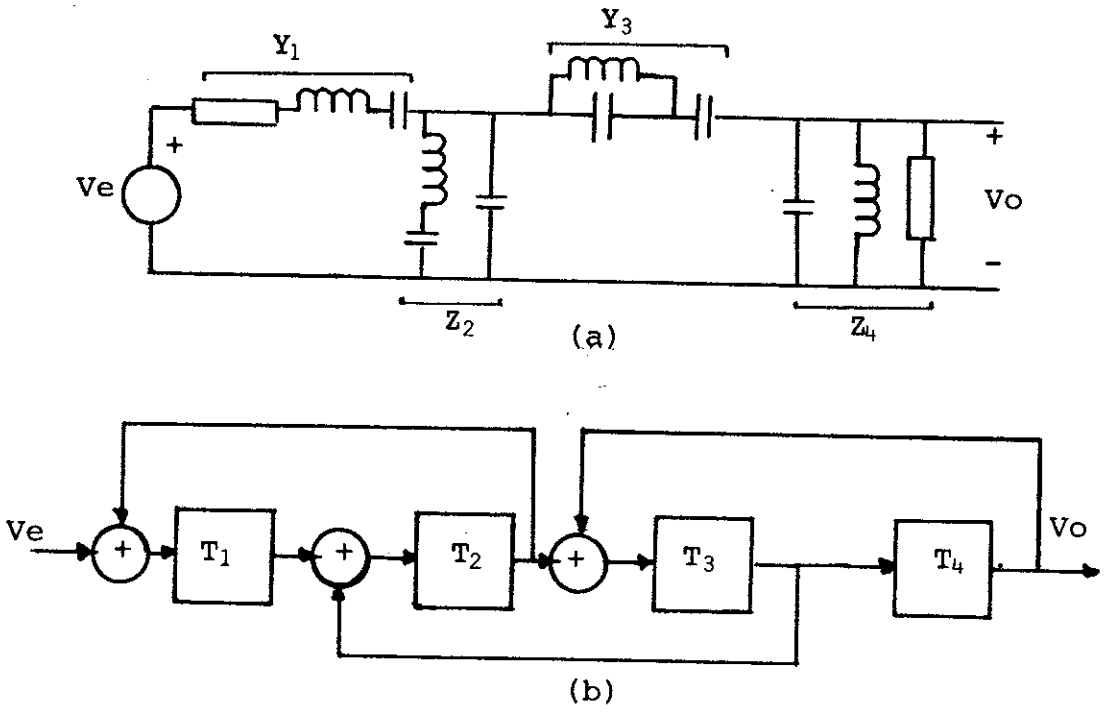


Figura 15, Esquema de Szentirmai.

La estructura del filtro 15a está en forma tal que permite la realización de los bloques T2 y T3 por cristales piezoeléctricos, tal como se lleva a cabo en los circuitos pasivos con cristales. Sin embargo, los cristales limitan el ancho de banda total del circuito a menos del 5% de la frecuencia central (Szentirmai (a), 1973). Si se desea ampliar el ancho de banda, es necesario utilizar inductores externos, aparte de los que integran a los cristales. Además es necesario modificar la topología de la escalera, convirtiéndola en una

cascada de 'celosias', las cuales poseen una gran sensibilidad a variaciones en los componentes que producen los ceros de transmisión.

La alternativa que se presenta aquí, es realizar la simulación de bloques resonadores del esquema de la figura 15b, tales como T2 y T3, por circuitos RC-Activos que contengan un cristal piezoeléctrico. Los bloques de los extremos poseen Q finito, generalmente bajo, su simulación se puede realizar entonces por circuitos comúnes RC-Activos. Aún más, se podria estudiar su realización por bloques RCX-Activos también, pero ese desarrollo no se realizará en este trabajo.

Al tratar de aumentar el ancho de banda total de la escalera, aumenta la distancia polo-cero de los resonadores. El objetivo del trabajo será encontrar circuitos resonadores en los que se pueda aumentar esa distancia, manteniendo la sensibilidad dentro de valores tolerables, sin utilizar inductores.

IV.2 Síntesis de resonadores RCX-Activos.

IV.2.1 Estudio por Bloques.

La estructura de los filtros RC-Activos considerados en el capítulo III, está formada por tres pequeños subcircuitos dentro

de un lazo realimentado.

Los subcircuitos, ó bloques básicos se muestran en la Tabla IV, junto con su función transferencia ideal.

TABLA IV.- Bloques RC-Activos.

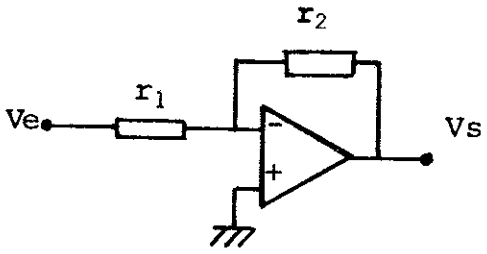
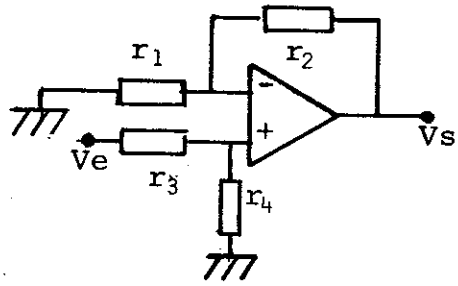
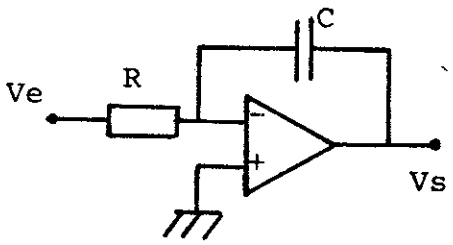
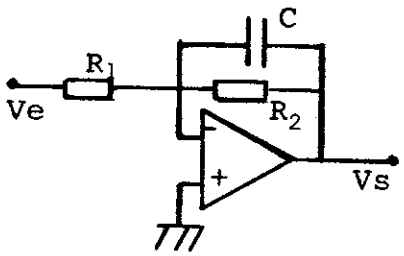
Bloque Básico RC-Activo	Función Transferencia
 Amplificador Inversor	$Vs/Ve = -r_2/r_1$
 Amplificador No Inversor	$Vs/Ve = \frac{1+r_2/r_1}{1+r_3/r_4}$

TABLA IV (Continuación)



$Vs/Ve = -(1/RC)/s$

Integrador

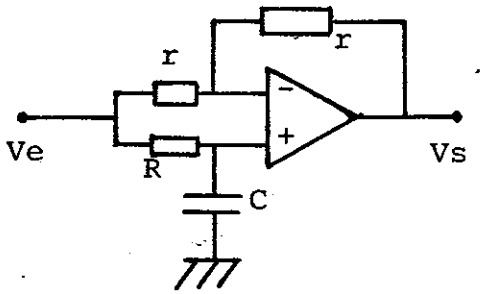


$$Vs/Ve = \frac{-\omega_1}{s + \omega_2}$$

$\omega_1 = 1/R_1C$

$\omega_2 = 1/R_2C$

Integrador con Pérdidas



$$Vs/Ve = \frac{-(s - \omega_0)}{(s + \omega_0)}$$

$\omega_0 = 1/RC$

Pasa Todo 1er. Orden

Si en esos bloques básicos se reemplaza un componente por un cristal, obtenemos los tres circuitos RCX-Activos de la Tabla V.

En ella se observa que los bloques RCX poseen una función transferencia de resonador. Sin embargo sus frecuencias de interés, ω_z y ω_p están limitadas por los parámetros del cristal,

dentro del intervalo $\omega_R < \omega_{z,p} < \omega_A$ al que llamaremos en adelante Δc. Una excepción la constituye el bloque C, en el que ω_z puede estar fuera de ese intervalo.

Para obtener un circuito en el que se tenga más libertad en la obtención de ω_z y ω_p , se puede formar un lazo realimentado con los bloques anteriores, como el de la figura 16, obteniendo así tres circuitos diferentes, que se estudiarán enseguida.

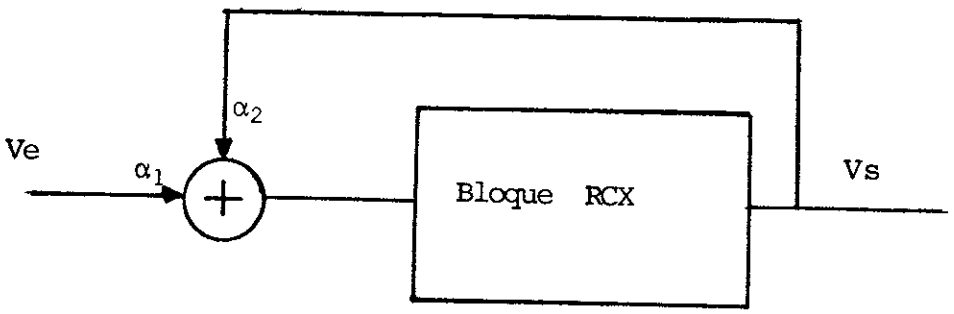
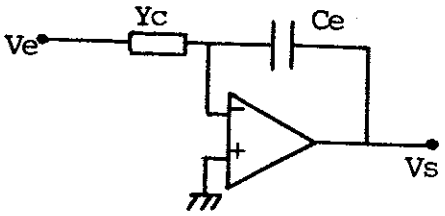
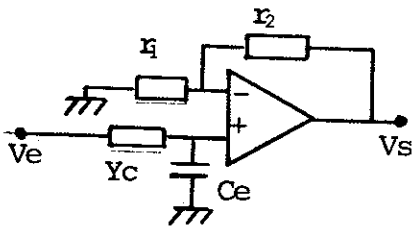
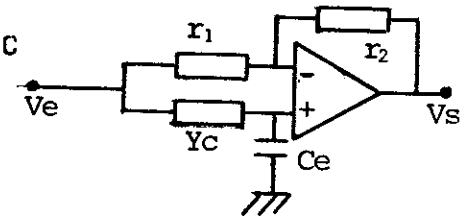


Figura 16.- Lazo RCX-Activo

TABLA V.- Bloques RCX-Activos.

Bloques Básicos con cristal Yc=Ycristal		K_A	Parámetros de Función Transferencia [59] ω_z	ω_p
A		-Co/Ce	ω_A	ω_R
B		$\frac{r_2/r_1+1}{Ce/Co+1}$	ω_A	$\omega_R(1+1/\rho_p)^{1/2}$ $\rho_p=\rho(1+Ce/Co)$
C		$-\frac{r_2/r_1+Co/Ce}{1+Co/Ce}$	$\omega_R(1+1/\rho_z)^{1/2}$	$\omega_R(1+1/\rho_p)^{1/2}$ $\rho_z=\rho(1-(r_2/r_1)(Ce/Co))$

IV.3 Circuito I.

Este circuito se muestra en la figura 17, y posee las funciones transferencia ideales siguientes:

$$T1 = V1/Ve = K1 \frac{s^2 + \omega_A^2}{s^2 + \omega_I^2} \qquad (60)$$

$$T2 = V2/Ve = -K2 \frac{s^2 + \omega_R^2}{s^2 + \omega_I^2} \qquad (61)$$

donde

$$\omega_I = \omega_R(1+1/\rho_I)^{1/2} \qquad (62a)$$

en la que:

$$\rho_I = \rho(1+X_I) \qquad (62b)$$

y

$$X_I = \frac{1 + R_4/R_3}{1 + R'/R_1 + R'/R_2}\,\frac{Ce}{Co}$$

$$K_1 = \frac{X_I(Co/Ce)(R'/R_1)}{X_I + 1} \qquad (63)$$

$$K_2 = K_1 Ce/Co$$

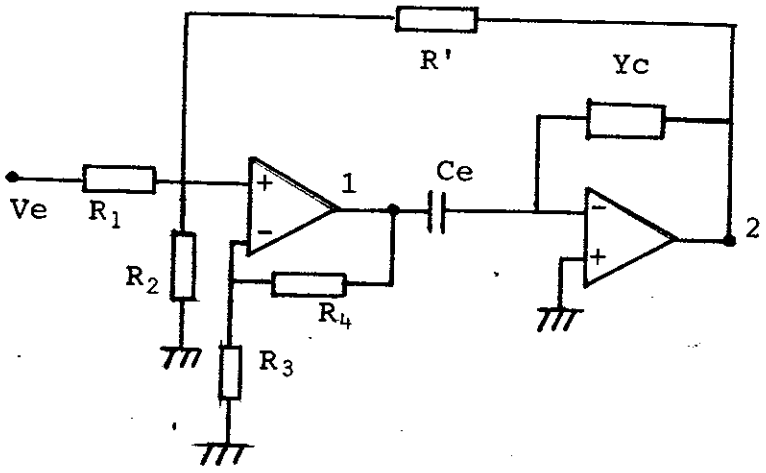


Figura 17.- Circuito I

IV.4 Circuito II.

Usando el bloque básico B, se obtiene el resonador II, que se ve en la figura 18, con transferencias ideales:

$$T1 = V1/Ve = -K_1' \frac{s^2 + \omega_c^2}{s^2 + \omega_{II}^2} \qquad (64)$$

$$T2 = V2/Ve = -K_2' \frac{s^2 + \omega_A^2}{s^2 + \omega_{II}^2} \qquad (65)$$

con

$$K_1' = \frac{r_3}{r_1} \frac{X_{II}(1+Co/Ce)}{X_{II} + 1}$$

$$K_2' = \gamma_0 \frac{(Co/Ce)(r_3/r_1)}{(X_{II} + 1)} X_{II} \qquad (66)$$

$$X_{II} = \frac{Ce/Co}{1 + \gamma_0 r_3/r_2}$$

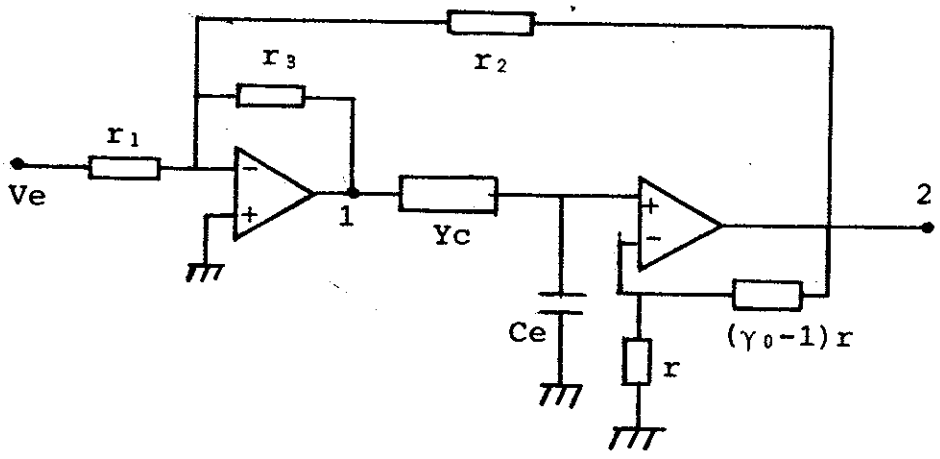


Figura 18.- Circuito II.

ω_{II} y ω_c son de la misma forma que ω_I, pero con ρ_{II} y ρ_c en lugar de ρ_I dados por

$$\rho_c = \rho(1+Ce/Co)$$

$$\rho_{II} = \rho(1+X_{II}) \qquad (67)$$

Como se ve de (62), (63), (66) y (67), la distancia entre el polo y el cero de los resonadores puede ajustarse mediante X_I y X_{II}. Sin embargo esa distancia está limitada a la región Δc .

Parece que no se resolvió el problema de la limitación en alcance del polo y el cero, pero no es así, como se verá en la sección IV.6.

IV.5 Circuito III.

Este circuito se forma con el bloque C, como se muestra en la figura 19, y posee las funciones transferencia siguientes:

$$T_1 = \frac{-K_1'' (s^2+\omega_c^2)}{(s^2+\omega_{III}^2)} \qquad (68)$$

$$T_2 = \frac{-K_2'' (s^2+\omega_z^2)}{(s^2+\omega_{III}^2)} \qquad (69)$$

con

$$K_1'' = \frac{(R_1/R_2)(1 + Co/Ce)}{(1 + R_1/R_3)(X_{III} + 1)} X_{III}$$

$$K_2'' = \frac{-(R_1/R_2)(Xz+1)}{(1 + R_1/R_3)(X_{III} + 1)\ X_z} X_{III} \qquad (70)$$

y

$$Xz = - \frac{R_4 Ce}{R_5 Co} \qquad (71)$$

$$X_{III} = \frac{1 + R_1/R_3}{1 - \frac{R_5 R_1}{R_4 R_3}} \cdot \frac{Ce}{Co} \qquad (72)$$

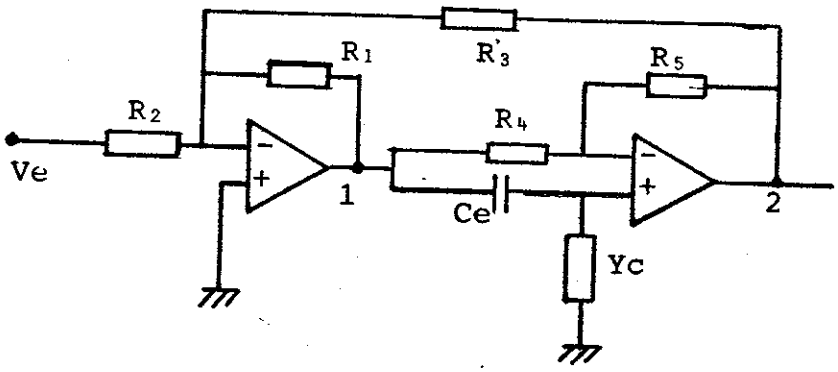


Figura 19.- Resonador III

Una característica importante en este circuito es que Xz es negativa, lo que produce que ω_z siempre esté fuera de Δ_c . Además, X_{III} también puede llegar a ser negativa, luego ω_{III} puede establecerse en cualquier lugar de la frecuencia.

Al igual que en el caso de los circuitos RC-Activos, un estudio de sensibilidad mostrará las limitaciones en los parámetros del resonador, esto se realizará en el capítulo siguiente.

IV.6 Resonadores con Sumador.

Como se observa de las ecuaciones (60), (61), (64) y (65), la frecuencia de cero transferencia en los circuitos I y II está limitada al intervalo Δ_c. Esa limitación se resuelve usando un circuito sumador para las salidas de cada resonador, como se muestra en la figura (20), donde:

$$Ts = \beta_1 T_1 + \beta_2 T_2 = K_A \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \omega_p^2} \qquad (73)$$

con

$$\omega_{z,p} = \omega_R \, (1+1/\rho_{z,p})^{1/2} \qquad (74)$$

como antes,

$$\rho_{z,p} = \rho \, (1+X_{z,p}) \qquad (75)$$

donde

$$X_{z,p} = K_{z,p}Ce/Co \qquad (76)$$

con z para el cero y p para el polo. Ahora es posible ajustar las frecuencias de interés por medio de los parámetros Xz y Xp.

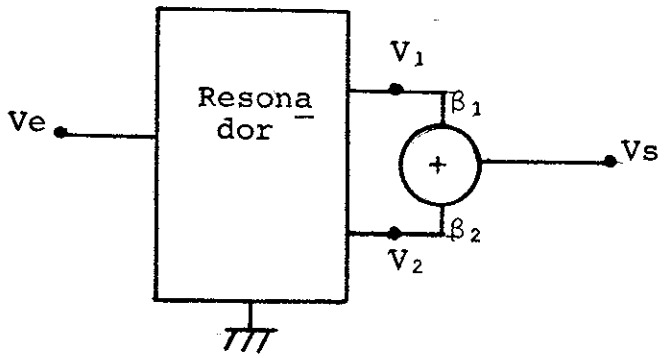


Figura 20.- Desplazamiento del cero de transmisión

La ganancia K_A se puede ajustar con β_1, β_2 y las constantes K_1, K_2, K_1' y K_2' .

Para salir de la región Δc es necesario que Xz ó Xp sean negativas, como se ve de (75). Pero como sólo Xz puede ser negativa en estos dos circuitos, el polo estará dentro del intervalo impuesto por el cristal piezoeléctrico.

IV.7 Ejemplo de diseño y Resultados Experimentales.

Consideremos el diseño de un circuito con función transferencia dada por (73), utilizando el resonador II. Tomando como parámetros conocidos ω_z , ω_p y K_A, se debe seleccionar un cristal para el cual ω_p esté dentro del intervalo Δc, ésto es, $\omega_R < \omega_p < \omega_A$. Aparte de ω_R y ω_A es necesario

determinar también los parámetros Co, ω_C y ρ .

De las ecuaciones (64) a (67) y (73) a (76) se pueden establecer otras ecuaciones de diseño más directas, como las siguientes:

$$\beta_1 K_1 = K_A \frac{(\omega_z/\omega_A)^2 - 1}{(\omega_c/\omega_A)^2 - 1} \qquad (77)$$

$$\beta_2 K_2 = K_A - \beta_1 K_1 \qquad (78)$$

$$X_{II} = \frac{1}{\rho\,((\omega_{II}/\omega_R)^2 - 1)} - 1 \qquad (79)$$

$$\gamma_0 r_3/r_2 = \frac{Ce/Co}{X_{II}} - 1 \qquad (80)$$

$$K_2 = \frac{\gamma_0 K_1}{1 + Ce/Co} \qquad (81)$$

$$K_1 = \frac{r_3}{r_1} \frac{1 + Ce/Co}{(Ce/Co)(1+1/X_{II})} \qquad (82)$$

En las ecuaciones anteriores es posible ajustar los parámetros K_1, K_2 y Ce, para obtener r_3/r_1, γ_0, r_3/r_2, β_1 y β_2 . Por ejemplo, un circuito con parámetros:

$$K_A = 0.5$$

$$\omega_z = 2\pi(38.5)\,Krad$$

$$\omega_p = 2\pi(38.4)\,Krad$$

se diseñará usando el cristal caracterizado en el capítulo II. Para ello basta sustituir los parámetros del cristal y del resonador en las ecuaciones (77) a (82). Al hacerlo, estableciendo $K_1 = K_2 = 1$ y Ce=81.4pF, obtenemos

$$r_3 / r_1 = 1.2$$

$$\gamma_0 = 9.04$$

$$r_3 / r_2 = 0.2$$

$$\beta_1 = -1.459725$$

$$\beta_2 = 1.9597$$

β_1 y β_2 se pueden realizar mediante el circuito de la figura (21), donde $\beta_1 = -R_1/R_2$ y $\beta_2 = (1+R_1/R_2)/(1+R_3/R_4)$, tal que

$$R_1 / R_2 = 1.4597$$

$$R_3 / R_4 = 0.255$$

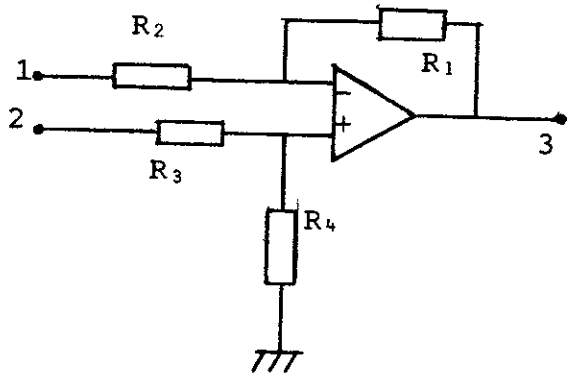


Figura (21) Realización de β_1, β_2.

El circuito se construyó en el laboratorio, obteniéndose los resultados que se observan en la figura (22) . En ella se muestra también la curva de la función transferencia obtenida sin considerar parásitos en los amplificadores. Al desarrollar esa curva se utilizó para el cristal el modelo de la figura (6). También se incluye la curva obtenida considerando amplificadores modelados por (39) con B=1Mhz, que es el valor que da el fabricante para el amplificador LM301, el cual fue el modelo utilizado. En la construcción del circuito fué necesario introducir un resistor en paralelo con Ce, para proveer polarización DC al amplificador 2, el resistor se escogió de 10MΩ para no afectar el funcionamiento del circuito en las frecuencias de interés.

De la figura (22) se observa que la curva que considera

amplificadores reales preveé un comportamiento irregular en el cero de transmisión, el cual se observó en la práctica, como se nota de los resultados que se ven en la misma figura. Debido a ello, es necesario evaluar el efecto de componentes parásitos en los amplificadores, esa evaluación se realizará en los dos capítulos siguientes.

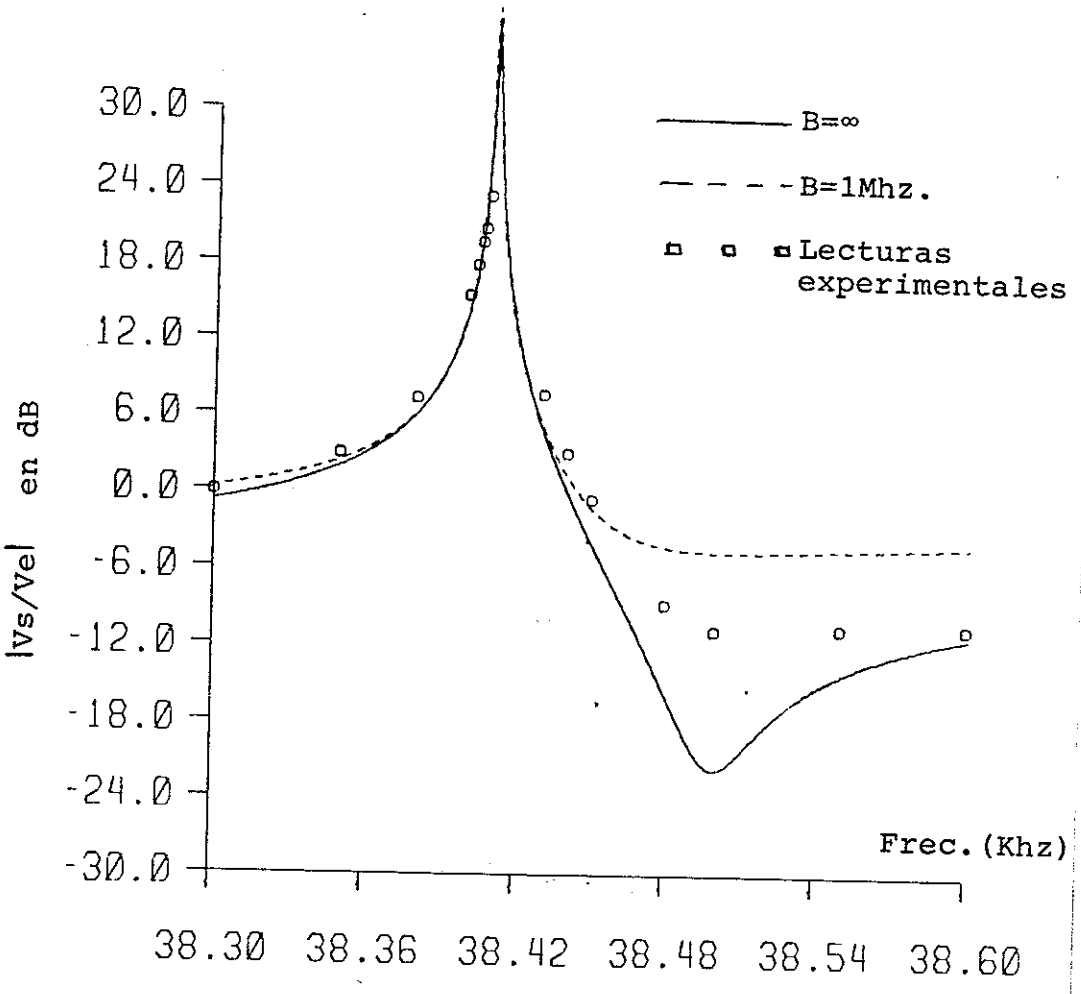


Figura (22), Resultados Experimentales para el circuito II

IV.7 Conclusiones.

Se propusieron tres resonadores RCX-Activos, la obtención de los cuales se realizó tomando como base la estructura de los filtros RC-Activos estudiados en el capítulo III.

Debido a que los circuitos obtenidos realizan el polo y el cero con un componente piezoeléctrico, se prevee un comportamiento muy estable en cuanto a desplazamiento en frecuencia.

Se presentaron resultados experimentales, en los que se observó la necesidad de evaluar el efecto de parásitos en los amplificadores. Para ello es necesario estudiar las sensibilidades de cada circuito, lo cual se realizará en los capítulos siguientes.

CAPITULO V

SENSIBILIDAD PASIVA EN LOS RESONADORES

V.1 Introducción.

Los tres circuitos obtenidos en el capitulo anterior poseen una función transferencia general dada por (73). De ella, se puede evaluar la sensibilidad pasiva para los tres resonadores. Para ello, reescribamos la ecuación (74) en la forma siguiente:

$$W = (\omega_Z/\omega_R) = 1 + 1/\rho_Z \qquad (83)$$

que se observa graficada en función de Xz, en la figura 23. De ésta, se nota que para tener $\omega_Z > \omega_A$, es necesario que $-1<Xz<0$ y para que $0< \omega_Z < \omega_R$, Xz debe estar dentro del intervalo $-\infty<Xz<(-1-1/\rho)$.

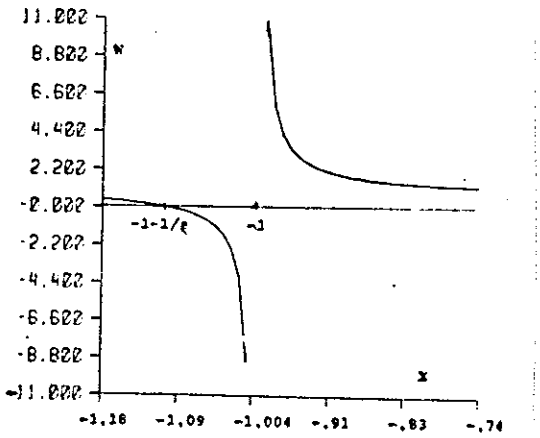


Figura 23.-Gráfica de W(Xz).

La sensibilidad que se evaluará será la de los parámetros ω_p, ω_z y K_A, respecto a los componentes externos al cristal, debido a que el cristal posee una tolerancia muy pequeña a cambios en sus componentes (una tolerancia típica en la frecuencia ω_R es del orden del 0.008%).

V.2 <u>Cálculo de Sensibilidad Pasiva</u>.

Aplicando la ecuación de sensibilidad (11) en (83), se obtiene la sensibilidad pasiva:

$$S(\omega_z, Xz) = \frac{-Xz}{2(1+Xz)(1+\rho_z)} \qquad (84)$$

Que se ve graficada en la figura (24), donde destacan las siguientes áreas:

I.- $\omega_R < \omega_z < \omega_A$, que produce resultados de sensibilidad mínima.

II.- $\omega_A < \omega_z < \infty$, que corresponde a ceros a la derecha del polo, su sensibilidad se incrementa al alejarse de ω_A .

III.- $0 < \omega_z < \omega_R$, produce ceros a la izquierda del polo , se incrementa la sensibilidad al alejarse de ω_R .

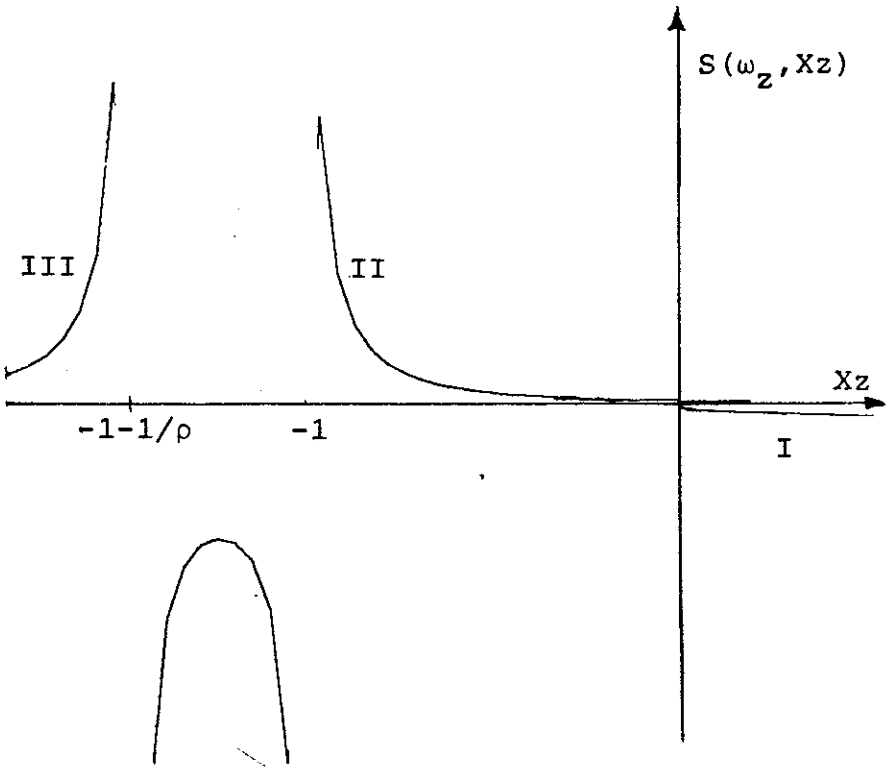


Figura 24.- Sensibilidad pasiva de ω_z .

En X=-1 y X=-1-1/ρ la sensibilidad de la frecuencia ω_z tiende a infinito, lo que no permite realizar circuitos en esas frecuencias, corresponden a funciones pasa bajas ($\omega_z \longrightarrow \infty$) y pasa altas ($\omega_z$=0).

Otro parámetro afectado por Xz es la constante ganancia K_A, que se puede expresar para los tres circuitos como:

$$K_A = h \frac{1 + 1/Xz}{1 + 1/X_p} \qquad (85)$$

donde h está dado de la manera siguiente:

Circuito	h
I	$-\beta_2 R4/R3$
II	$-\beta_1 r_3 / r_1$
III	$\dfrac{-R_1/R_2}{1 + R_1/R_3}$

La sensibilidad importante en este parámetro es

$$S(K_A, X_z) = \frac{-X_z}{1 + X_z} \qquad (86)$$

debido a que Xz es negative. Luego, existen dos sensibilidades pasivas importantes para los resonadores RCX-Activos: $S(\omega_z, Xz)$

y $S(K_A, X_z)$, las dos dependiendo fuertemente de la distancia polo-cero. El desplazamiento en frecuencia es de gran importancia en los circuitos de alta selectividad, razón por la que el enfoque siguiente será esencialmente en la sensibilidad de ω_z .

V.3 Limitaciones por Sensibilidad Pasiva.

Del desarrollo anterior, se pueden notar las limitaciones que se imponen al salir de la región I: $(\omega_R < \omega < \omega_A)$ al alejarse por cualquier lado de ω_p y salir ω_z de I, las sensibilidades del cero y de la constante ganancia se ven incrementadas. Sin embargo, se puede fijar un límite a la distancia entre polo y cero, tal que la sensibilidad no exceda de cierto valor preestablecido.

Si por ejemplo se establece $S(\omega_z, X) < 1$, la ecuación (84) se puede aproximar por

$$S(\omega_z, X_z) = \frac{-X_z}{2\rho(1+X_z)^2} \qquad (87)$$

De la cual, llamando Xm al valor de X_z que hace que $S(\omega z, Xm) = 1$ se llega al valor límite de Xm:

$$X_m = -1 \pm \frac{1}{\sqrt{2\rho}} \approx \frac{1}{4\rho} \qquad (88)$$

Si definimos

$$\delta_1 = \omega_A / \omega_R - 1$$
$$\delta_z = \omega_z / \omega_p - 1 \qquad (89)$$

las cuales se aproximan para $\rho >> 1$ por:

$$\delta_1 \simeq 1/2\rho \qquad (90)$$

$$\delta_z \simeq 1/2\rho_z \qquad (91)$$

comparando δ_z con δ_1 , tenemos que

$$\delta_{zmax.} = \frac{\delta_1}{1 + X_m} \simeq \sqrt{2\rho}\ \delta_1 \qquad (92)$$

Mostrando que se puede de antemano saber hasta dónde expander la distancia $\omega_z - \omega_p$, sin que la sensibilidad pasiva del cero sufra un incremento notable. Asi, fijando como máximo un valor unitario para la sensibilidad pasiva, el valor δ_z máximo estará dado por (92).

V.4 Conclusiones.

En los resonadores obtenidos en el capitulo IV , la

sensibilidad pasiva se incrementa al aumentar la distancia $\omega_z - \omega_p$.

El efecto es más notable cuando esa distancia es mayor que Δc. Sin embargo, se obtuvieron cotas para esa diferencia, en función del parámetro ρ del cristal .

CAPITULO VI

SENSIBILIDAD ACTIVA DE LOS RESONADORES

VI.1 Introducción.

Ahora se evaluará el efecto del parásito Bi: producto ganancia-ancho de banda finito, considerando amplificadores modelados por la ecuación (41), y utilizando el método de evaluación de Q' que se usó en el capitulo III.

Debido a que el desarrollo es muy similar en los tres casos, primero se mostrarán las ecuaciones de los numeradores y denominadores, al utilizar (41). Luego se presentarán las ecuaciones finales para ω' , y Q' .

VI.2 Ecuaciones de los Resonadores.

VI.2.1 Resonador I.

El denominador de la función transferencia del circuito I, es de la forma

$$D_1 = d_{11}(s^2+\omega_I^2) + d_{12}(s^2+\omega_a^2)s/B + (s^2+\omega_c^2)(s/B)^2 \qquad (93)$$

donde se consideran amplificadores de ganancias iguales a s/B.

Los numeradores del circuito I son, por su parte:

$$N_1 = n_{11}(s^2+\omega_A^2) + n_{12}(s^2+\omega_C^2)s/B \qquad (94)$$

$$N_2 = -n_{13}(s^2+\omega_R^2) \qquad (95)$$

Donde los n_{jj}, así como los d_{kl} del denominador, son constantes dadas por los parámetros pasivos del circuito, en el apéndice II se presentan todos los coeficientes de los tres circuitos.

VI.2.2 Resonador II.

Para el resonador II, el denominador se puede escribir como sigue:

$$D_2 = d_{21}(s^2+\omega_{II}^2) + \{d_{22}s/B + (s/B)^2\}(s^2+\omega_C^2) \qquad (96)$$

Los numeradores de este circuito son de la forma:

$$N_{12} = -\{n_{21} + n_{22}s/B\}(s^2 + \omega_C^2) \qquad (97)$$

$$N_{22} = -n_{23}(s^2 + \omega_A^2) \qquad (98)$$

VI.2.3 Resonador III.

El resonador III posee un denominador en su función transferencia semejante al del circuito II:

$$D_3 = d_{31}(s^2+\omega_{III}^2) + \{d_{32}s/B + (s/B)^2\}(s^2+\omega_c^2) \qquad (99)$$

Los numeradores también son de la forma de los del circuito II:

$$N_{13} = -\{n_{31} + n_{32}s/B\}(s^2+\omega_c^2) \qquad (100)$$

$$N_{23} = n_{33}(s^2+\omega_z^2) \qquad (101)$$

VI.3 Evaluación del Efecto en el Denominador.

Ahora se aplicará de nuevo el método propuesto en (Hidalgo, 1984) para evaluar el efecto de B sobre ω_p y Q_p .

VI.3.1 Frecuencia desplazada ω' .

VI.3.1.1 Circuito I.

Para el circuito I, la frecuencia de polo es como sigue:

$$\omega_I' = \frac{\omega_I}{\{1 + (\omega_c/B)^2/d_{11}\}^{1/2}} \qquad (102)$$

VI.3.1.2 Circuito II.

En este resonador, el desplazamiento es prácticamente despreciable:

$$\omega_{II}' = \frac{\omega_{II}}{\{1 + (\omega_c/B)^2/d_{21}\}^{1/2}} \qquad (103)$$

VI.3.1.3 Circuito III.

La frecuencia de polo real de este circuito es de la misma forma que la del anterior:

$$\omega_{III}' = \frac{\omega_{III}}{\{1 + (\omega_c/B)^2/d_{31}\}^{1/2}} \qquad (104)$$

Debido a que la dependencia de ω' respecto a 1/B es de segundo orden, podemos afirmar que el parásito B no afecta apreciablemente a la frecuencia de polo en ninguno de los circuitos.

VI.3.2 Factor Qp desplazado.

En lo tres casos, el Qp desplazado, Qp' se puede escribir como sigue:

$$Q'_{pi} = \frac{(1+ \varepsilon_c^2/d_i^!)^{3/2}}{\frac{d_{i2}}{d_{i1}}\left[\frac{\omega_x}{\omega_p}\varepsilon_x - \varepsilon_p + \frac{\omega_c}{\omega_p}\varepsilon_x^2\,\varepsilon_c\right]} \qquad (105)$$

donde i=1,2,3 para los resonadores I,II y III, respectivamente, además:

$$\varepsilon_x = \omega_x/B$$
$$\varepsilon_p = \omega_p/B \qquad (106)$$
$$\varepsilon_c = \omega_c/B$$

con $\omega_x = \omega_a$ para el circuito I y $\omega_x = \omega_c$ para los circuitos II y III.

ω_a está dado por:

$$\omega_a^2 = \omega_R^2(1+1/\rho_A) \qquad (107)$$

donde

$$\rho_a = \rho(1+d_{12}Co/Ce) \qquad (108)$$

ω_a puede establecerse mediante d_{12}, tal que si $\omega_a = \omega_p$, el término de primer orden respecto a B^{-1} en el denominador de (105) se cancela para el circuito I.

En los circuitos II y III ω_a es igual a ω_c, que está muy cerca de ω_p, por lo que se puede predecir entonces que el efecto del parásito B en el denominador de esos dos circuitos no será notable.

Debido a que idealmente $B \longrightarrow \infty$ y por tanto, $Q' \longrightarrow \infty$, la sensibilidad que se empleará será la 'sensibilidad absoluta', (ecuación (14)).

Definiendo entonces

$$Fp = 1/Q'_p \qquad (109)$$

y aplicando (14) se obtiene, para los tres circuitos:

Circuito I, $\omega_x = \omega_p \quad \varepsilon_x = \varepsilon_p = \varepsilon$

$$'S'(Fp,\varepsilon) = 2\,\frac{d_{12}}{d_{11}}(\omega_c/\omega_p)\varepsilon\varepsilon_c \qquad (110)$$

$$'S'(Fp,\varepsilon_c) = \frac{d_{12}}{d_{11}}(\omega_c/\omega_p)\varepsilon^2 \qquad (111)$$

circuitos II y III, $\omega_x = \omega_c$, $\varepsilon_x = \varepsilon_c = \varepsilon$

$$'S'(Fp,\varepsilon) = \frac{d_{i2}}{d_{i1}} \cdot \frac{\omega_c}{\omega_p} \qquad (112)$$

$$'S'(F,\varepsilon_2) = -\frac{d_{j2}}{d_{j1}} \qquad [113]$$

En las ecuaciones anteriores se observa que la sensibilidad activa del circuito I es despreciable, mientras que en los otros dos circuitos es prácticamente igual a d_{j2}/d_{j1}.

VI.4 Evaluación de Sensibilidad en Numerador.

En los circuitos I y II, el cero de transmisión se forma sumando las dos salidas de los amplificadores. Luego, el numerador en los dos casos es como sigue:

$$N_{Ti} = \beta_{i1}N_1+\beta_{i2}N_2 = n'_{i1}(s^2+\omega_z^2) + n'_{i2}(s^2+\omega_c^2)s/B \qquad [114]$$

con i=1,2 para los resonadores I y II.

VI.4.1 Frecuencia desplazada ω'_z.

Para los tres circuitos se tiene que:

$$\omega'_z = \omega_z \qquad [115]$$

Esto es, los circuitos son insensibles al efecto de B sobre su

cero de transferencia, una caracteristica importante para los circuitos de alta selectividad.

VI.4.2 Desplazamiento en Qz'

VI.4.2.1 Circuitos I y II.

De (114) se obtiene Qz' , el Qz real para el numerador en los resonadores I y II:

$$Q'_{zi} = \frac{n'_{i1}/n'_{i2}}{(\omega_c/\omega_z)\varepsilon_c - \varepsilon_z} \qquad (116)$$

y las sensibilidades absolutas, llamando Fz=1/Qz:

$$'S'(Fz,\varepsilon_c) = \frac{n'_{i2}}{n'_{i1}} \frac{\omega_c}{\omega_z}$$
$$'S'(Fz,\varepsilon_z) = -\frac{n'_{i2}}{n'_{i1}}, \qquad (117)$$

$$\text{con } \varepsilon_z = \omega_z/B$$

Las ecuaciones anteriores son similares a las obtenidas para el denominador de los circuitos II y III, sin embargo, ahora ω_z no necesariamente estará cercano a ω_c, debido a que el cero de transmisión se escogió fuera de Δc.

Por lo tanto, al alejar ω_z de Δc, se incrementa la sensibilidad activa del numerador, en este caso respecto al producto ganancia-ancho de banda B. Eso explica la disminución de Qz que se observó para el circuito II en el capitulo IV.

Para el circuito III, el cero se forma en la salida del amplificador 2, la que no es afectada por B. Por lo tanto, éste circuito es insensible a B en el numerador.

TABLA VI

Sensibilidades activas en los resonadores RCX-Activos.

Resonador	$'S'(Fz,\vec{B})$	$'S'(Fp,\vec{B})$
I	$\frac{n'_{12}}{n'_{11}}(\omega_c^2/\omega_z - \omega_z)$	0
II	$\frac{n'_{22}}{n'_{21}}(\omega_c^2/\omega_z - \omega_z)$	$\frac{d_{22}}{d_{21}}(\omega_c^2/\omega_p - \omega_p)$
III	0	$\frac{d_{32}}{d_{31}}(\omega_c^2/\omega_p - \omega_p)$

VI.5 Conclusiones.

En el presente capitulo se evaluó el efecto de B sobre el

denominador y el numerador de la función transferencia de los resonadores sintetizados. En todos los circuitos, ω_z y ω_p son insensibles a B. Los resultados se resumen en la Tabla VI, en la que se observa que los tres resonadores poseen baja sensibilidad activa en el Qp.

Sin embargo, en el numerador, los resonadores I y II ven afectado su factor Qz al aumentar el ancho de banda. Esto es, el factor Qz disminuye su valor, como se observa en los resultados experimentales del capítulo IV, para el resonador II. En el siguiente capítulo se mostrará una forma de compensar esa atenuación y se harán observaciones sobre las sensibilidades importantes de los resonadores en general.

CAPITULO VII

COMPENSACION, RESULTADOS EXPERIMENTALES Y SIMULACION

VII.1 Introducción.

En el capitulo anterior se demostró que el comportamiento anormal del circuito II en ω_z, es ocasionado por el efecto del producto ganancia-ancho de banda finito B sobre el Qz realizado. Para resolver ese problema se presenta en este capitulo un esquema de compensación que también puede utilizarse para el circuito I . Se presentan resultados experimentales para el circuito compensado, así como resultados obtenidos por simulación en computadora.

VII.2 Compensación Activa y Resultados Experimentales.

Para corregir el defecto que se observó en la sección IV.7, se presenta el siguiente esquema: Si modificamos el circuito II en la forma que se muestra en la figura 25, utilizando la técnica conocida como 'alimentación en avance' (Moschytz, 1974, (b)), los numeradores se alteran entonces como sigue:

$$N_1 = \frac{\gamma_0}{1 + \gamma_0} \frac{1}{A} + \eta_1 \qquad (118)$$

$$N_2 = \frac{\gamma_1}{1 + \gamma_1} \frac{1}{A} + \eta_2 \qquad (119)$$

donde

$$\eta_1 = \frac{\gamma_1\gamma_2}{(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)} + \frac{\gamma_0}{(1+\gamma_0)(1+\gamma_1)} \qquad (120)$$

$$\eta_2 = \frac{\gamma_0(s^2+\omega_A^2)}{(1+\gamma_0)(1+Ce/Co)(s^2+\omega_c^2)} + \frac{\gamma_1}{(1+\gamma_1)(1+\gamma_2)} \qquad (121)$$

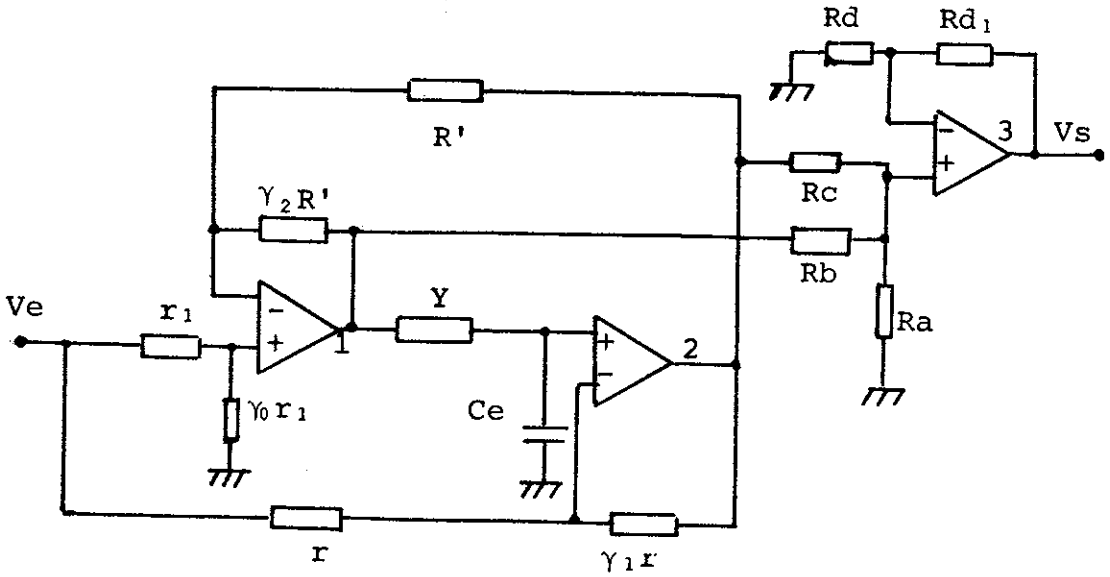


Figura (25). Resonador II Compensado.

En (118) y (119) se nota que ahora los dos numeradores se ven afectados por los amplificadores. Sin embargo, al realizar la suma, obtenemos la función

$$T(s) = Vs/Ve = \frac{1}{D}\left[\left(\frac{\beta_1\gamma_0}{1+\gamma_0} - \frac{\beta_2\gamma_1}{1+\gamma_1}\right)\frac{1}{A} + \beta_1\eta_1 + \beta_2\eta_2\right] \qquad (122)$$

donde:

$$\beta_1 = \frac{(1+R_{d1}/R_d)R_a/R_b}{1 + R_a/R_b + R_a/R_c}$$

$$\beta_2 = \frac{(1+R_{d1}/R_d)R_a/R_c}{1+ R_a/R_b + R_a/R_c}$$

tal que si:

$$\beta_1\gamma_0(1+\gamma_1) = \beta_2\gamma_1(1+\gamma_0) \qquad (123)$$

se elimina el efecto de B sobre el cero del resonador. Las ecuaciones de diseño son, además de (123),

$$K_{II} = X_{II}(Co/Ce) = \frac{1}{1 + \gamma_2(1+\gamma_1)} \qquad (124)$$

$$Kz=Xz(Co/Ce) = M_2/M_1 \qquad (125)$$

$$K_A = M_1 K_{II} \frac{1 + Xz}{1 + X_{II}} \qquad (126)$$

en la que

$$M_1 = \frac{\beta_2\gamma_0(1+\gamma_1+\gamma_2)}{(1 + \gamma_0)} + M_2 \qquad (127)$$

$$M_2 = \beta_1 \left(\gamma_1\gamma_2 + \frac{\gamma_0(1+\gamma_2)}{1 + \gamma_0} \right) - \beta_2\gamma_1 \qquad (128)$$

Las ecuaciones anteriores son dependientes entre si y se pueden resolver usando el procedimiento de la tabla VII. Aplicando ese procedimiento, con las mismas frecuencias del diseño del capitulo IV, se obtuvieron los parámetros que se ven

en la tabla VIII, utilizando esos parámetros se construyó el circuito compensado, produciendo los resultados que se muestran en la figura 26. Notando de ella bastante concordancia entre los resultados experimentales y las curvas teóricas.

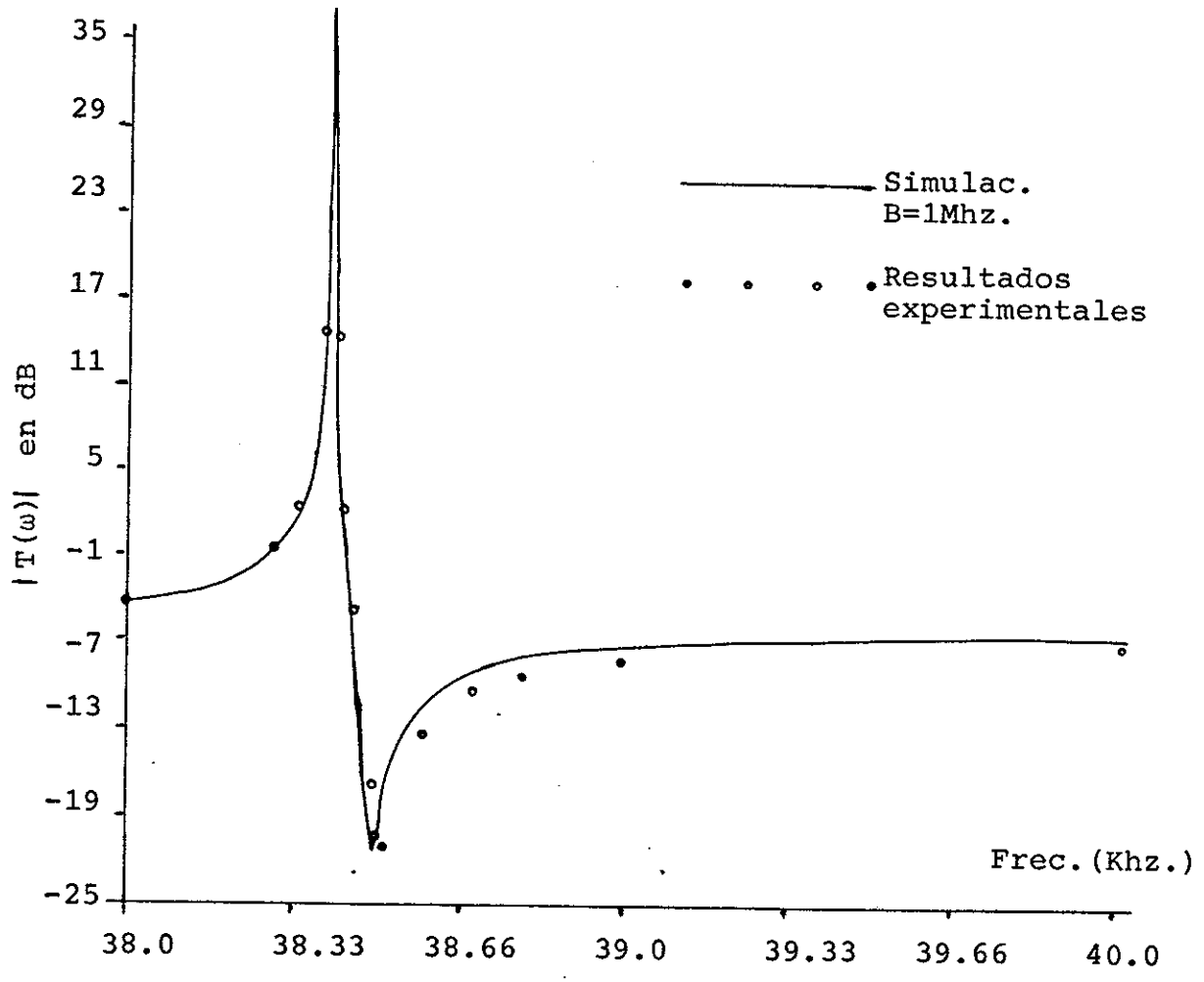


Figura 26.- Resultados del circuito II compensado.

TABLA VII.- Ecuaciones de diseño del circuito compensado.

Llamando $P_1 = \gamma_1$

$$P_2 = (1/K_{II} - 1)/(1+\gamma_1)$$

$$P_3 = Kz$$

$$P_4 = \frac{K_A(1+K_{II}Ce/Co)}{K_{II}(1+KzCe/Co)}$$

dados K_{II}, Kz, K_A :

PRIMER PASO

Asignar P_1 y P_2 tal que

$$|(P_2-P_1)^2(P_3-1)| > |4P_2P_3(P_2+1)(P_1+1)^2|$$

SEGUNDO PASO

Encontrar β_2 de:

$$\beta_2 = \alpha_0 \pm \sqrt{\alpha_0^2 - \alpha_1}$$

donde

$$\alpha_0 = \frac{(P_2-P_1)(P_3-1)P_4}{2P_1P_2(P_1+1)(P_2+1)}$$

$$\alpha_1 = \frac{P_3P_4^2(P_3-1)}{P_1^2P_2(P_2+1)}$$

TERCER PASO

Encontrar β_1 :

$$\beta_1 = -\beta_2^2 \frac{P_1(1+P_2)}{P_4(P_3-1)}$$

y γ_0:

$$\gamma_0 = \frac{1}{\alpha_3\beta_1 - 1}$$

donde

$$\alpha_3 = \frac{(P_1+1)(P_2+1)}{P_4(1-P_3)}$$

TABLA VIII.- Parámetros del circuito compensado.

γ_0	= 16.47
γ_1	= 2.0
γ_2	= 0.4495
Ra/Rb	= 6.16
Ra/Rc	= 8.71
Rd_1/Rd	= 7.0
Ce	= 68. pF

VII.3 Sensibilidad en el Circuito Compensado.

VII.3.1 Sensibilidad Activa.

Al despejar A=B/s en la ecuación (122) y resolver, se observa que el numerador de ésta adquiere la forma de la ecuación (114), donde ahora:

$$n'_{22} = \frac{\beta_1\gamma_0(1+\gamma_1)-\beta_2\gamma_1(1+\gamma_0)}{(1+\gamma_0)(1+\gamma_1)} \qquad (129)$$

Además el Qz' adquiere la forma de la ecuación (116), de la que se observa que, cuanto mejor se cumpla $n'_{22}=0$, el Q_z' se aproxima más al ideal. Hay que notar que la ecuación (117) se obtuvo suponiendo un cristal sin pérdidas. En la práctica, aunque

$n'_{22}=0$, el circuito poseerá un Qz' finito, dado por los parásitos del cristal.

VII.3.2 Sensibilidad Pasiva.

En cuanto al término n'_{22} en (129), podemos obtener sus sensibilidades semirelativas:

$$'S(n'_{22}, \gamma_0) = \frac{\gamma_0\beta_1}{(1+\gamma_0)^2} \qquad (130)$$

$$'S(n'_{22}, \gamma_1) = \frac{-\gamma_1\beta_2}{(1+\gamma_1)^2} \qquad (131)$$

$$'S(n'_{22}, \beta_1) = \frac{\gamma_0\beta_1}{(1+\gamma_0)} \qquad (132)$$

$$'S(n'_{22}, \beta_2) = \frac{-\gamma_1\beta_2}{(1+\gamma_1)} \qquad (133)$$

En las que notamos que la sensibilidad pasiva de n'_{22} no es excesivamente grande, si γ_0 y γ_1 son mayores que 1, la sensibilidad tendrá sus valores máximos en

$$'S(n'_{22}, \beta_1) \simeq \beta_1 \qquad (134)$$

$$'S(n'_{22}, \beta_2) \simeq \beta_2 \qquad (135)$$

VII.3.3 Observaciones sobre Sensibilidad.

Dubois y Hasler observaron en (Dubois y Hasler, 1981) que

en la construcción de filtros Escalera Activa de baja sensibilidad, se requieren resonadores con las siguientes características:

Las sensibilidades pasivas $'S(1/Qp, x)$ y $'S(1/Qz, x)$ deben ser mínimas

$$\text{para } Q_z = Q_p = \infty$$

Donde x es cualquier componente pasivo.

Mientras que variaciones en los componentes pasivos que producen K_A , ω_z , ω_p no afectan de manera importante el comportamiento del circuito total.

Por otro lado, en cuanto a sensibilidad activa, en las celdas bicuadráticas se debe buscar minimizar

$$S'(K_A, 1/B),\ S'(\omega_z, 1/B),\ S'(\omega_p, 1/B) \qquad (136)$$

$$\text{cuando } B \rightarrow \infty$$

ésto es, las sensibilidades activas $'S(1/Q_z, 1/B)$, $'S(1/Q_p, 1/B)$ no son muy relevantes.

En los bloques propuestos se observa lo siguiente:

1.- Las sensibilidades pasivas de Qp y Qz son despreciables, ya que el Qp y Qz están dados por el factor Q del cristal. Las sensibilidades pasivas más grandes para los resonadores sintetizados son $S(\omega_z, x)$ y $S(K_A, x)$.

2.- Las sensibilidades activas importantes para la Escalera Activa, ecuaciones (136), son cero en los bloques resonadores que aquí se obtuvieron. La sensibilidad activa $'S'(1/Qz, 1/B)$ es la que más afectó el comportamiento de los resonadores, pero se pudo controlar por compensación.

De lo anterior se comprueba que los resonadores que se

obtuvieron son apropiados para la construcción de filtros Escalera Activa.

VII.4 Simulación

Después de haber obtenido los resultados anteriores, se contó con el programa de simulación de circuitos eléctricos SPICE versión 2E.3, realizándose entonces la simulación del resonador II compensado.

VII.4.1 Simulación del resonador construido.

Se simuló el circuito construido usando los parámetros de la Tabla VIII y los del cristal utilizado. Los resultados se observan graficados en la figura 27, donde se compara con los obtenidos anteriormente. De ella se comprueba que el modelado del resonador, considerando amplificadores con un polo en el origen es apropiado para estos circuitos.

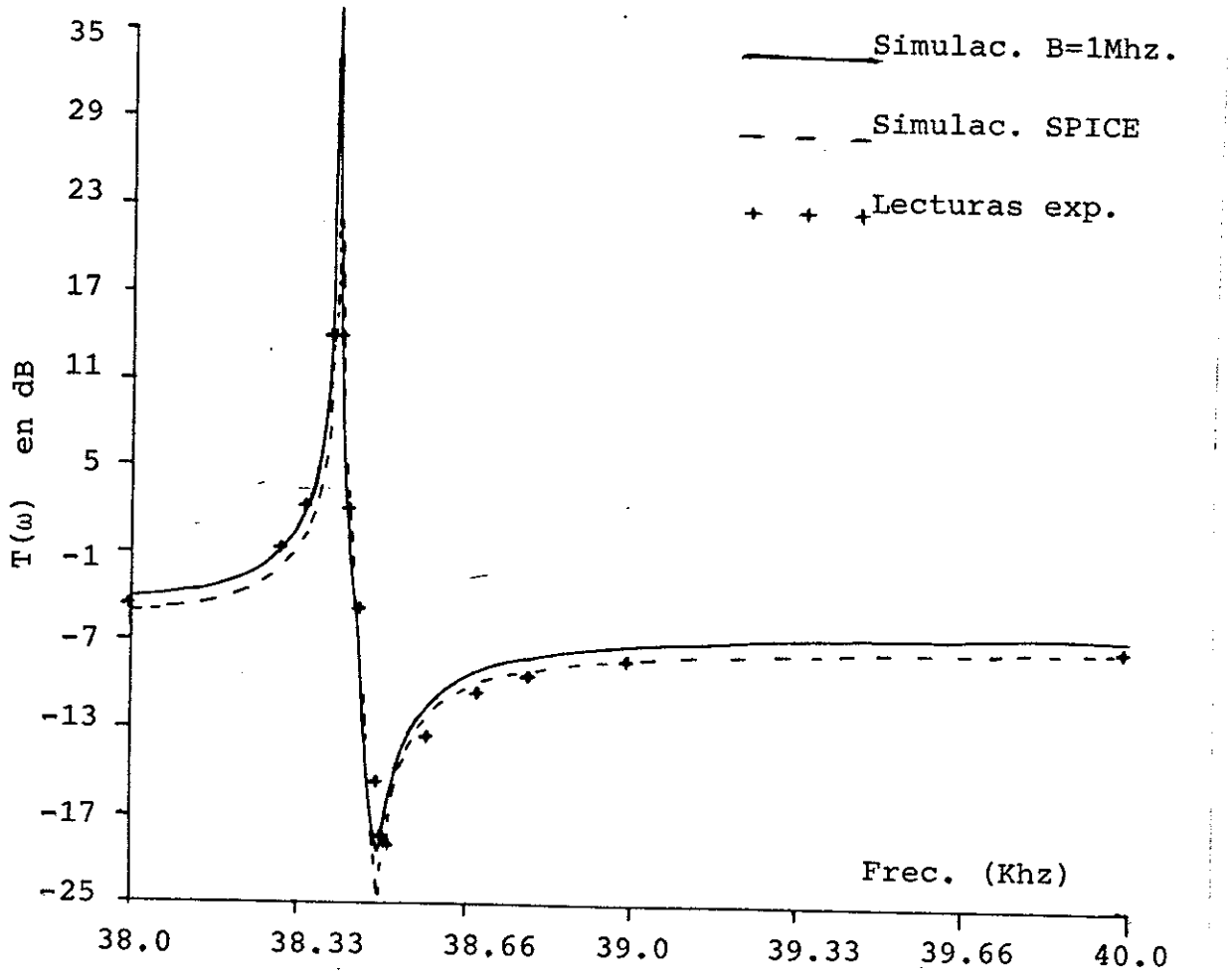


Figura (27), Simulación por SPICE del circuito compensado

VII.4.2 <u>Simulación de un circuito en 100khz</u>.

Se realizó también la simulación por SPICE de un circuito para trabajar en 100Khz, el diseño se basó en el resonador del tipo II, considerando un cristal con las características siguientes:

$$\omega_R = 2\pi\ 100.0\text{Krad}$$

Co=45.0pF

$$\rho = 200$$

$$\omega_R = 2\pi 100.249 \text{Krad}$$

$$R_1 = 5\text{K}\Omega$$

$$R_0 = 10\text{M}\Omega$$

Las especificaciones para el resonador son:

$$\omega_p = 2\pi\ 100.1\text{Krad}$$

$$\omega_z = 2\pi\ 105.0\text{Krad}$$

$$K_A = 1/2$$

Aplicando el procedimiento de la Tabla VII, se obtienen

$$\gamma_0 = 24.16$$

$$\gamma_1 = 2.0$$

$$\gamma_2 = 0.161$$

$$Ra/Rb = 4.45$$

$$Rd_1/Rd = 29.$$

$$Ra/Rc = 6.42$$

El circuito amplificador que se utilizó en la simulación corresponde al de un amplificador operacional CA3030, que se escogió por su ancho de banda amplio. Los datos del fabricante se obtuvieron del manual (Anónimo,1984).

Debido a la relativamente alta corriente de polarización de entrada del amplificador (6μA), fué necesario colocar transistores de efecto de campo en la entrada de los amplificadores. El arreglo utilizado por amplificador se

muestra en la figura 28.

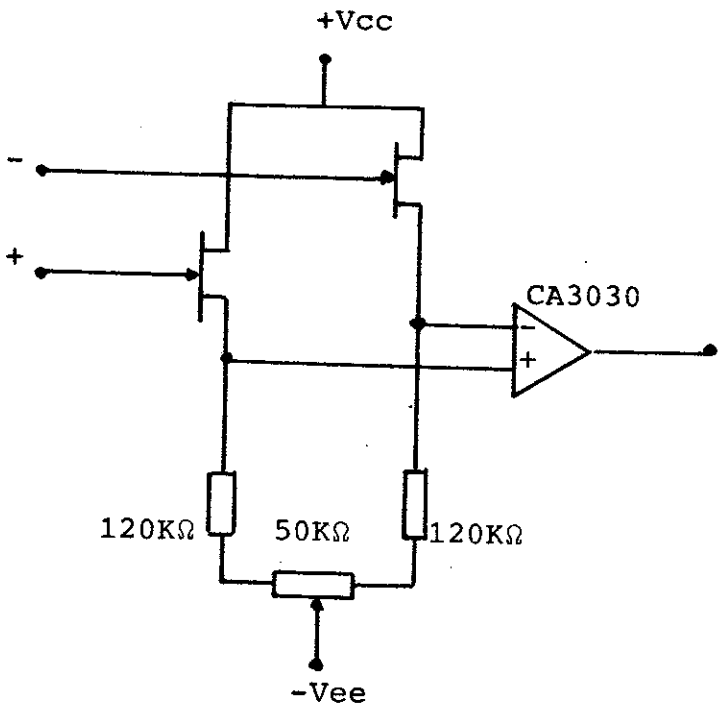


Figura 28. Arreglo utilizado en la simulación.

Las características de los transistores corresponden a las de los 2N3955:

Vto=-2.V

BETA=2.5E-03

Rd=450 Ω

Cgs=1pF

Cgd=3.4pF

En esta ocasión no se utilizó el resistor Re, considerando la alta impedancia de entrada de los FETs.

La figura 29 muestra la función transferencia obtenida por

el programa SPICE, usando los datos anteriores y la obtenida considerando amplificadores ideales.

De la figura 29, se comprueba que el Resonador II puede llegar a funcionar satisfactoriamente en frecuencias altas, utilizando componentes adecuados.

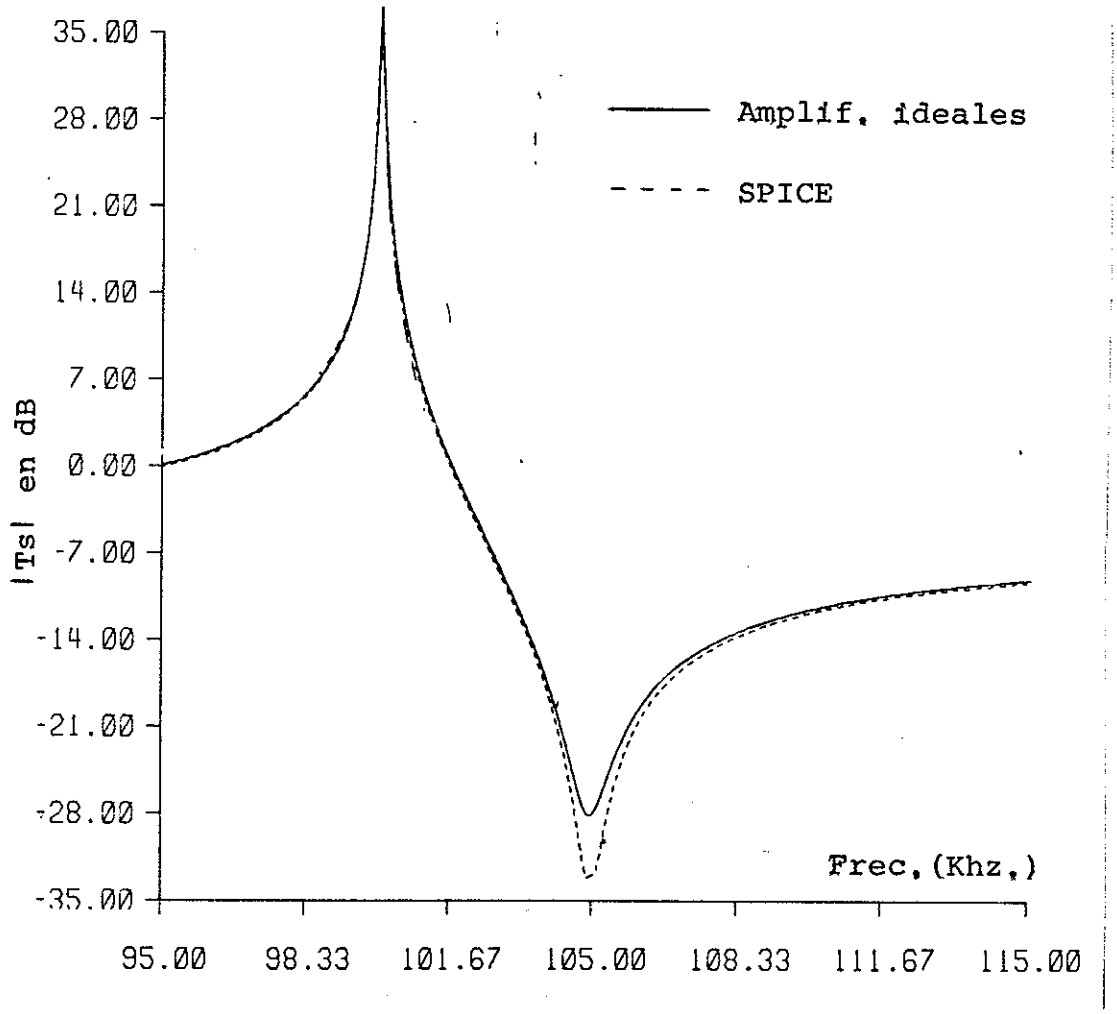


Figura 29, Resultados de Simulación con Spice en 100khz

VII.5 Conclusiones.

Los resultados experimentales del capitulo IV mostraron la necesidad de compensar el circuito resonador II. En el presente capitulo se realizó esa compensación, la cual se comprobó en el

laboratorio, demostrando que es posible eliminar el efecto de B sobre el factor Qz del circuito.

La simulación por el programa SPICE mostró resultados de acuerdo con los obtenidos experimentalmente.

Se simuló un circuito compensado para una frecuencia de 100Khz en dos formas: obteniendo la función transferencia ideal, considerando B=∞ y utilizando SPICE. Los resultados mostraron que el circuito puede utilizarse en frecuencias mayores, usando componentes adecuados.

CAPITULO VIII

CONCLUSIONES

Se presentan tres circuitos con función transferencia ideal del tipo resonador, cada circuito se sintetiza mediante la conexión de un bloque básico de segundo orden dentro de un lazo retroalimentado. Para ello se obtienen tres bloques básicos usando de referencia circuitos RC-Activos , cada bloque está constituído por un amplificador, un cristal piezoeléctrico y componentes resistivos y capacitivos.

Resultados experimentales muestran la necesidad de estudiar las sensibilidades activa y pasiva de cada resonador. En sensibilidad pasiva, se demuestra que los tres circuitos poseen el mismo comportamiento: La sensibilidad importante es $S(\omega_z, X_z)$, sobre todo al aumentar el alcance polo-cero. Se encuentran límites para ω_z en función del parámetro ρ del cristal, para una sensibilidad $S(\omega_z, X_z)$ especifica.

Al evaluar sensibilidad activa, se demuestra que el efecto en el denominador de la función transferencia de los tres circuitos es despreciable. El efecto principal se observa en el numerador, indicando la necesidad de compensar los circuitos I y II . Se presenta una técnica de compensación, la cual se prueba experimentalmente para el resonador II, logrando inhibir el efecto del parásito B de los amplificadores en el circuito.

Se demuestra que, en cuanto a sensibilidades, los resonadores son apropiados para construir filtros de orden alto, del tipo escalera activa.

Se realiza la simulación por el programa SPICE2E.3 de un circuito en 100.Khz, demostrando que el resonador puede funcionar en frecuencias altas.

LITERATURA CITADA

Akerberg, D. y K. Mossberg. 1974. A Versatile Active RC Building Block with Inherent Compensation for the Finite Bandwith of the Amplifier. IEEE Transactions on Circuits and Systems. 21(1): 75-78.

Anónimo. 1984. RCA Linear Integrated Circuits. RCA Corp. Somerville, N. J., 1080 pp.

Bruton, Leonard T. 1980. RC-Active Circuits. Prentice Hall. Englewood Cliffs, N.J. 513 pp.

Dubois, Daniel y M. Hasler. 1981. Sensitivity of RC-Active Filters. Proceedings European Conference on Circuit Theory and Design, Varsovia.

Geiger, Randall. 1980. Parasitic Pole-Approximation Techniques for Active Filter Design. IEEE Transactions on Circuits and Systems. 27(9): 793-799.

Hidalgo, Hugo, y R. Palomera. 1983. Comments on two methods of approximation of real Q in Biquadratic Filters. International Journal of Circuit Theory and Applications. 11(4): 415-420.

Hidalgo, Hugo, 1984: Obtención del parámetro Qr en filtros RC-Activos de Segundo Orden. Memoria de VI Reunión Académica de Ingeniería Electrónica Electro 84. 380pp.

Hilberman, Dan, 1973. An Approach to the Sensitivity and

Statistical Variability of Biquadratic Filters. IEEE Transactions on Circuit Theory. 20,382-390.

Kerwin, W. J., L. P. Huelsman, y R. W. Newcomb. 1967. State Variable Synthesis for Insensitive Integrated Circuit Transfer Functions. IEEE Journal of Solid State Circuits. 2:87-92.

Laker, K., R. Schauman, y M. Ghausi. 1979. Multiple Loop Feedback Topologies for the Design of Low Sensitivity Active Filters. IEEE Transactions on Circuits and Systems. 26:1-21.

Means, D. R. y M. S. Ghausi. 1972. Inductorless Filters Design Using Active Elements and Piezoelectric Resonators. IEEE Transactions on Circuit Theory. 19:247-253.

Moschytz, G. S. 1974 (a). Linear Integrated Networks: Fundamentals. Van Nostrand-Reinhold. New York, 583 pp.

Moschytz, G. S. 1974 (b). Linear Integrated Networks: Design. Van Nostrand-Reinhold. New York. 694 pp.

Moschytz, G. S. 1972. A High Q Insensitive Active RC Network, Similar to the Tarmy-Ghausi Circuit, but Using Single-Ended Operational Amplifiers. Electronics Letters. 8(18):458-459.

O'Meara, T. R. 1960. The synthesis of a Class of Wide Band Lattice Crystal Filter with Symetrical Insertion Loss Characteristics. IRE Transactions on Circuit Theory. 7:121-127.

Pegeot, Claude y J.J. Gagnepain, 1977. Quartz Crystal Parameters Measurement System. IEEE Transactions on

Instrumentation and Measurement. 26(4):300-304.

Pomichalek, J. y P. Moos. 1979. The Synthesis of Active Electromechanical Filters with Nullors. Proceedings of Fourth International Symposium on Network Theory. Ljubljana, Yugoslavia. Georgi Publishing Co. Saint Saphorin. 498 pp.

Szentirmai, G. 1973 (a). Crystal and Ceramic Filters, p. 121-156. En Modern Filter Theory and Design. (Temes, G. y Sanjit M., ed.) John Wiley and Sons, New York. 566 pp.

Szentirmai, George. 1973 (b). Synthesis of Multiple-Feedback Active Filters. Bell System Technical Journal. 52(4):527-555.

Tow, James.1968. Active RC Filters, A State Space Realization. Proceedings of the IEEE. 56:(1137-1139).

APENDICE I

Referencia (Hidalgo y Palomera, 1983)

COMMENTS ON TWO METHODS OF APPROXIMATION OF REAL Q IN BIQUADRATIC FILTERS

HUGO HIDALGO AND ROGELIO PALOMERA
CICESE, Fisica Aplicada, Ensenada, B.C., Mexico

INTRODUCTION

A lot of work has been done with biquadratic RC active filters. By now, it is well recognized that the real behaviour of the filter differs from the ideal one, proposed with ideal amplifiers. In particular, two parameters of interest, the pole frequency ω_0 and the q-factor Q will be shifted to the actually realized ones, ω' and Q'.

An important step in the design of filters is to find the real value or shift of these parameters. Usually, a high order polynomial must be handled for this purpose, and the dominant roots of this polynomial determine ω' and Q'. The polynomial may be solved with the use of digital computers. Yet, good approximations usually suffice and are desirable for both numerical and analytical information.

Among the various methods of approximation that have appeared in the literature,[1-4] there are three that reduce the order of the polynomial to three. The first method, which may be called T1, further reduces the order with the hypothesis $s^3 \approx -\omega_0^2 s$.[1,5] The other two methods, T2,[2] and T3,[4,6] match coefficients between two polynomial expressions, but differ in accuracy of the coefficients considered. The purpose of this work is to discuss, separately, the hypotheses underlying T1 and T3.

As is seen below, the difference between T1 and T2 arises from the hypothesis $s^3 \approx -\omega_0^2 s$; when this is changed into $s^3 \approx -\omega'^2 s$, both methods are identical. However, T1 has given very good results in the past; furthermore, when T2 is applied to the same examples where T1 has been used, the numerical and analytical results are very similar. It seems therefore that the change must be justified, and this is done with an example where T1 and T2 give rather different information.

Received 8 November 1982 *Revised 6 July 1983*

The difference between T2 and T3 seems to be simply numerical. Yet, the same example used before serves to illustrate the limitations of T3, by showing that the analytical information obtained from it may be misleading. This implies that the limitations and actual behaviour of the biquadratic filter may be inadequately established.

The approximation used for the operational amplifiers is the single pole model at the origin. This is a very common and useful model. The conclusions are nevertheless applicable to other rational models for the OA.

THE METHODS

Let the ideal transfer function of a biquadratic RC-active circuit be given as

$$T(s)=\frac{a_2N(s)}{a_2s^2+a_1s+a_0}=\frac{N(s)}{s^2+\omega_0s/Q+\omega_0^2} \tag{1}$$

The ideal pole frequency ω_0 and selectivity q-factor Q are

$$\omega_0=\sqrt{(a_0/a_2)}, \qquad Q=\sqrt{(a_0a_2)}/a_1 \tag{2}$$

When the gain of the amplifier is considered frequency dependent, modelled by a rational function of the complex frequency s, the denominator is no longer biquadratic but it is of the form

$$D(s)=b_ms^m+b_{m+1}s^{m-1}+\ldots+b_0 \tag{3}$$

It may also be expressed by

$$D(s)=(s+p_m)(s+p_{m-1})\ldots(s+p_3)(s^2+\omega's/Q'+\omega'^2) \tag{4}$$

where ω' and Q' are the realized pole frequency and q-factor, respectively. With N OAs modelled with single pole functions, $m=N+2$.

Since ω' and Q' are in the dominant poles, and the rest of the roots are far to the left, a third order approximation generally suffices and one works with

$$D(s)=b_3s^3+b_2s^2+b_1s+b_0 \tag{5}$$

The effective q-factor Q' and frequency ω' are approximated from (5). If $A_j=B_j/s$, the coefficients b_i are of the form

$$b_i=a_i+\sum_{j=1}^{N}n_{ij}/B_j+\sum_{j<k}n_{ijk}/B_jB_k+\sum_{j<k<l}n_{ijkl}/B_jB_kB_l+\ldots \tag{6}$$

with $a_3=0$.

The methods discussed here, used to approximate ω' and Q', are:

Method T1

The third order term is approximated by $s^3=-s\omega_0^3$, since one is working around the $s=j\omega_0$ value:

$$D(s)=b_2s^2+(b_1-b_3\omega_0^2)s+b_0 \tag{7}$$

From (7) one obtains then, using the same concepts as in (2),

$$\omega'=\sqrt{(b_0/b_2)} \tag{8}$$

$$Q'=\frac{\sqrt{(b_0b_2)}}{b_1-b_3\omega_0^2} \tag{9}$$

Method T2

$D(s)$ has one real negative root, far from the two dominant ones, i.e.

$$D(s) = (s+p_1)(s+p_2)(s+p_3) = (s+p_3)(s^2+\omega' s/Q'+\omega'^2) \tag{10}$$

with $p_3 \gg p_1, p_2$. Assuming $p_3 \gg \omega'$ and matching coefficients of (10) and (5) one arrives at

$$p_3 = b_2/b_3 \tag{11}$$

$$\omega' = \sqrt{(b_0/b_2)} \tag{12}$$

$$Q' = \frac{b_2\sqrt{(b_0 b_2)}}{b_1 b_2 - b_0 b_3} \tag{13}$$

Method T3

Same development as in T2. However the coefficients b_i are approximated by

$$b_i = a_i + \sum_j n_{ij}/B_j \tag{14}$$

because $1/B_j \ll 1$.

It may be noticed that ω' is the same for T1 and T2; also, there is not a significant difference from the value obtained with T3. Therefore our discussion will be centred on Q'.

Let us now analyse an example with the three methods.

EXAMPLE: MOSCHYTZ'S ALLPASS LOOP CONFIGURATION[7]

The ideal transfer function of Moschytz's network (Figure 1), with $A_i \to \infty$, is given by

$$T(s) = V_0/V_i = \frac{-k_0(s-\omega_0)^2}{s^2+\omega_0 s/Q+\omega_0^2} \tag{15}$$

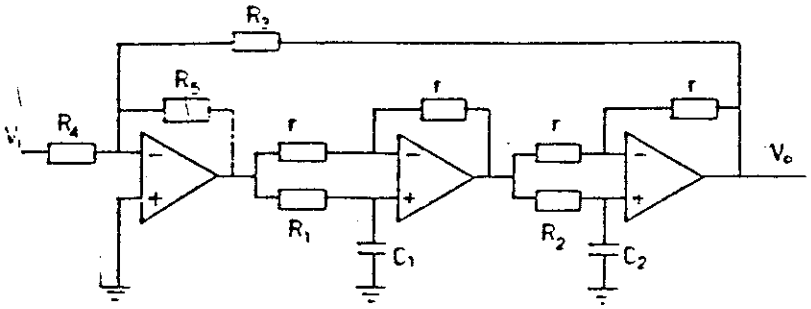


Figure 1. Moschytz's allpass loop filter

The design equations are $\omega_0 = 1/RC$, $Q = (1+\gamma_3)/2(1-\gamma_3)$ and $k_0 = \gamma_4/(1+\gamma_3)$, with $RC = R_1C_1 = R_2C_2$, $\gamma_3 = R_5/R_3$ and $\gamma_4 = R_5/R_4$.

The ideal gain at $s = j\omega_0$ is

$$|T(j\omega_0)| = \frac{\gamma_4}{1-\gamma_3} \tag{16}$$

Using the approximation $A_i = B/s$ for the operational amplifiers and eliminating high order terms, one has the following coefficients

$$b_3 = \{5+\gamma_3+\gamma_4+8(2+\gamma_3+\gamma_4)\varepsilon+4(1+\gamma_3+\gamma_4)\varepsilon^2\}/(1+\gamma_3)B$$

$$b_2 = 1 + [2(5+\gamma_3+\gamma_4)\varepsilon/(1+\gamma_3)] + [4(2+\gamma_3+\gamma_4)\varepsilon^2/(1+\gamma_3)]$$
$$b_1 = [\omega_0/Q] + [(5+\gamma_3+\gamma_4)\omega_0\varepsilon/(1+\gamma_3)]$$
$$b_0 = \omega_0^2 \qquad (17)$$

where $\varepsilon = \omega_0/B$.

For simplicity, let us assume $|T(j\omega_0)| = 1$, i.e. $\gamma_3 + \gamma_4 = 1$.

T1 and T2

Using (9) and (13), with $\gamma_3 + \gamma_4 = 1$, one gets

$$\text{T1:} \quad Q' = \frac{Q\sqrt{[1+12(\varepsilon+\varepsilon^2)/(1+\gamma_3)]}}{1-[Q(24\varepsilon^2+8\varepsilon^3)/(1+\gamma_3)]} \qquad (18)$$

and

$$\text{T2:} \quad Q' = \frac{Q\sqrt{[1+12(\varepsilon+\varepsilon^2)/(1+\gamma_3)]}}{1+\dfrac{24Q\varepsilon^2}{(1+\gamma_3)^2}\dfrac{(2-\gamma_3)+(\varepsilon/3)(8-\gamma_3)}{1+12(\varepsilon+\varepsilon^2)/(1+\gamma_3)}} \qquad (19)$$

It follows immediately that T1 provides information about a Q enhancement, not present in (19). Comparing both methods with the computer results for Q of 100 (Figure 2), it is seen that the Q-enhancement does not exist and that (19) fits the computer results very well. Experimentally, it can be checked that the Q-enhancement is not present at all.

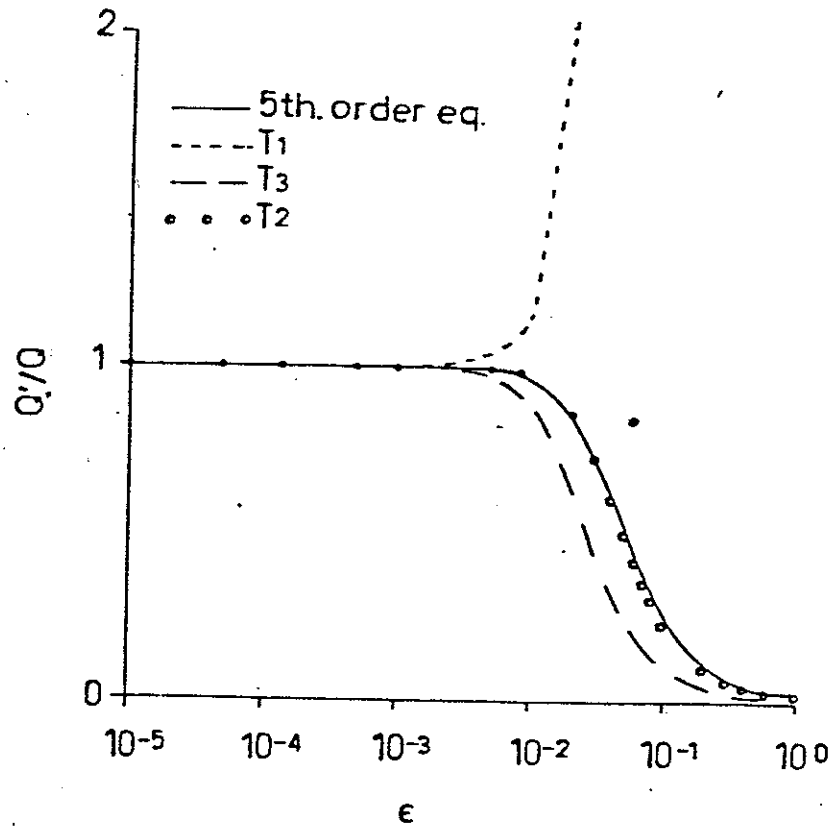


Figure 2. Numerical example of approximation for $Q = 100$

For low frequencies where the single pole model has more validity, the numerical results from both methods are almost indistinguishable, mainly because of the small effect of ε in the denominator of (19); yet the interval of frequencies where both methods agree is reduced if the term proportional to $Q\varepsilon$ appears in the denominator, which may be the case in another example.

The sensitivity information, shifts, etc. will also be different and (18) tends to give higher figures than (19), the latter being very close to the computer results. The differences are critical even for $\varepsilon = 10^{-2}$, where the model for the OA is still admissible.

The difference between T1 and T2 becomes more relevant when other models for the OA are used.

T2 and T3

Keeping only the first powers of ε in (17), as implied by (13), one arrives at

$$\text{T3:}\quad Q' = \frac{Q\sqrt{[1+12\varepsilon/(1+\gamma_3)]}}{1+\dfrac{72Q\varepsilon^2}{(1+\gamma_3)^2(1+12\varepsilon/(1+\gamma_3))}} \tag{20}$$

The numerical approximation for $Q = 100$ is seen in Figure 2. There is a shift from the computed value, which may be or not significant depending on the accuracy desired. If only the lowest powers of ε are kept in (19), based on $\varepsilon \ll 1$, one arrives at

$$\text{T2':}\quad Q' = \frac{Q\sqrt{[1+12\varepsilon/(1+\gamma_3)]}}{1+\dfrac{24Q(12-\gamma_3)\varepsilon^2}{(1+\gamma_3)^2(1+12\varepsilon/(1+\gamma_3))}} \tag{21}$$

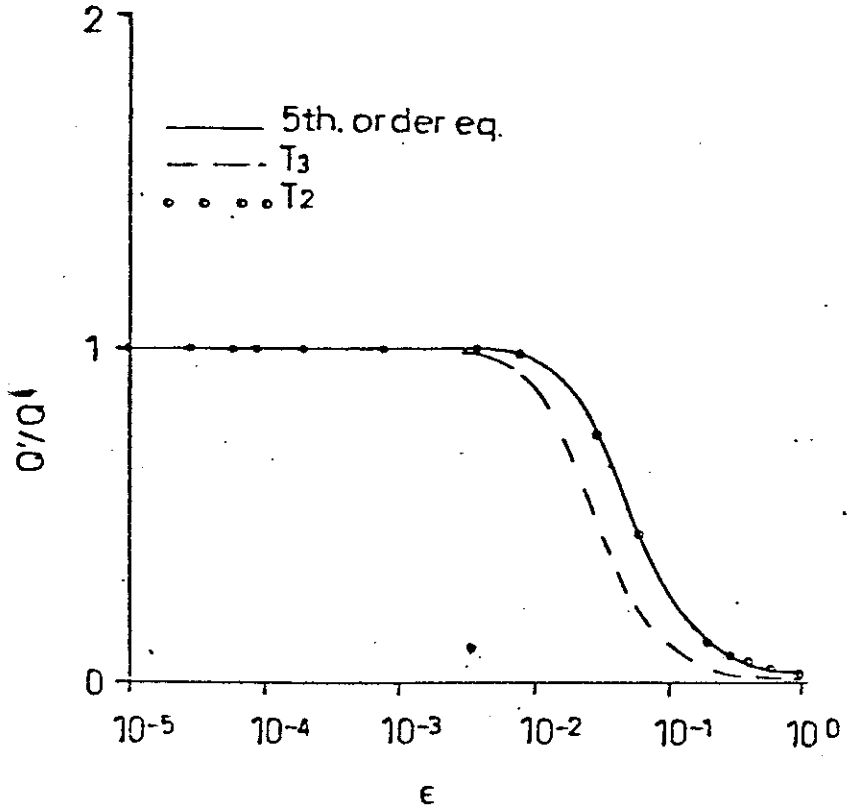


Figure 3. Comparison for $Q = 100$ between (21) and (20)

It may be appreciated from (21), when compared with (20), that the coefficients of $Q\varepsilon^2$ in the denominators are different. A graphical comparison is given in Figure 3. For high Qs, (21) may be further approximated by

$$Q = \frac{Q}{1+\dfrac{24(2-\gamma_3)}{(1+\gamma_3)^2}Q\varepsilon^2} \tag{22}$$

which is still a better approximation than (20).

The difierences arise because of the subtraction in the equation (12). The terms in ε are the same for both T2 and T3, but not those of ε^2. If the coefficients of ε are null, the dominant effects come from the terms in ε^2.

But more than the numerical disagreement, it is the analytical information what becomes misleading. In particular, the sensitivity figures obtained from (19) are much higher than those from (17). Furthermore, it is found that the figures from (22) or (21) agree more with the computer results than those of (20).

In conclusion, it must be said that the numerical hypothesis that led to (13) may be applied only if the coefficient of ε in $b_1b_2 - b_0b_3$ is not zero, otherwise the analytical information obtained may not be adequate for other purposes.

ACKNOWLEDGEMENT

The second author has been supported by the Consejo Nacional de Ciencia y Tecnologia (CONACYT), México.

REFERENCES

1. D. Akerberg and K. Mossberg, 'A versatile active *RC* building block with inherent compensation for the finite bandwidth of the amplifier', *IEEE Trans. Circuits and Systems*, **CAS-21**, 75–78 (1974).
2. R. Tarmy and M. S. Ghausi, 'Very high-*Q* insensitive active *RC*-networks', *IEEE Trans Circuit Theory*, **CT-17**, 358–366 (1970).
3. W. B. Mikhael and B. B. Bhattacharyya, 'A practical design for insensitive *RC* active filters', *IEEE Trans. Circuits and Systems*, **CAS-22**, 407–415 (1975).
4. G. S. Moschytz, *Linear Integrated Networks-Design*, Van Nostrand Reinhold, New York, 1975, pp. 589–594.
5. N. Fliege, 'Analysis and synthesis of *RC*-active filters with non ideal amplifiers', *NTZ*, **25**, 281–287 (1972).
6. Wilson, Bedri and Bowron, '*RC* active networks with reduced sensitivity to amplifier gain-bandwidth product', *IEEE Trans. Circuits and Systems*, **CAS-21**, 618–626 (1974).
7. G. S. Moschytz, 'High-*Q* factor insensitive active *RC* network, similar to the Tarmy–Ghausi circuit but using single ended operational amplifiers', *Electronics Letters*, **8**, 458–459 (1972).

PIECEWISE-LINEAR MODEL AND ALGORITHM OF A NON-LINEAR DEVICE

HUANG LI-REN

The Science Researching Institute of The Communication Ministry, Chongqing Branch, China

INTRODUCTION

In the course of analysing and synthesizing large signal non-linear systems, we cannot describe the non-linear device by the usual small signal linear model, but by the piecewise-linear model. Chua and Kang have introduced the canonical representation of piecewise-linear functions,[1] which has been applied by Chua and Ying to find solutions of piecewise-linear cricuits.[2] This paper proposes another method of approximating non-linear device characteristics with piecewise-linear functions, and gives an algorithm formula. According to this formula, one can easily find the single piecewise-linear representation of a non-linear device, which can be directly applied to find solutions of general non-linear systems.

Received 19 April 1983 *Revised 11 July 1983*

A P E N D I C E II

Coeficientes de las ecuaciones (93)-(101).

$$d_{11} = \frac{X_I + 1}{(1+R_4/R_3)(Ce/Cb+1)}$$

$$d_{12} = \frac{Ce/Cb + R_4/R_3 + 2}{(1+R_4/R_3)(Ce/Cb+1)}$$

I

$$n_{11} = \frac{R'/R_1}{1 + R'/R_1 + R'/R_2} \cdot \frac{1}{(Ce/Cb+1)}$$

$$n_{12} = \frac{R'/R_1}{1 + R'/R_1 + R'/R_2}$$

$$n_{13} = -\frac{R'/R_1}{1+R'/R_1 + R'/R_2} \cdot \frac{Ce/Cb}{Ce/Cb+1}$$

$$d_{21} = \frac{1 + 1/X_{II}}{\gamma_0 (1+Cb/Ce)(1+r_3/r_1 + r_3/r_2)}$$

$$d_{22} = \frac{1 + \gamma_0 + r_3/r_1 + r_3/r_2}{\gamma_0(1+r_3/r_1 + r_3/r_2)}$$

II

$$n_{21} = \frac{r_3/r_1}{\gamma_0 (1 + r_3/r_2 + r_3/r_1)}$$

$$n_{22} = \frac{r_3/r_1}{1 + r_3/r_1 + r_3/r_2}$$

$$n_{23} = \frac{r_3/r_1}{(Ce/Cb+1)(1 + r_3/r_1 + r_3/r_2)}$$

Apendice II (Continuación)

$$d_{31} = \frac{(1 + R_1/R_3)(1 + 1/X_{III})}{(1+R_5/R_4)(1+R_1/R_2+R_1/R_3)(Cb/Ce + 1)}$$

$$d_{32} = \frac{1}{(1+R_1/R_2 +R_1/R_3)} + \frac{1}{1 + R_5/R_4}$$

III

$$n_{31} = \frac{R_1/R_2}{1 + R_1/R_2 + R_1/R_3} \cdot \frac{1}{1 + R_5/R_4}$$

$$n_{32} = \frac{R_1/R_2}{1 + R_1/R_2 + R_1/R_3}$$

$$n_{33} = \frac{R_1/R_2(1 + X_Z)}{(1 + R_1/R_2 + R_1/R_3)(1 + R_4/R_5)(Ce/Cb + 1)}$$

LISTA DE SIMBOLOS

ω_R	Frecuencia resonante del cristal piezoeléctrico.
ω_A	Frecuencia antiresonante del cristal piezoeléctrico.
Δc	Intervalo en frecuencia del cristal piezoeléctrico.
ρ	Relación que determina Δc.
Ycr	Admitancia del cristal.
ω_z	Frecuencia del cero de transferencia en filtros activos.
ω_p	Frecuencia del polo de transferencia en filtros activos.
Qz	Factor de selectividad en el numerador de la transferencia de filtros activos de segundo orden.
Qp	Factor de selectividad en el denominador de la transferencia de filtros activos de segundo orden.
k	Constante de ganancia en filtros activos.
A(s)	Ganancia finita del amplificador operacional.
B	Producto Ganancia-Ancho de banda del amplificador operacional.
S(F,x)	Sensibilidad de F respecto a x.
ω'	Frecuencia ω_p desplazada por el efecto de B.
Q'	Factor de selectividad Qp desplazado por el efecto de B.
K_A	Constante ganancia de los resonadores activos con cristales.
$\omega_I, \omega_{II}, \omega_{III}$	Frecuencias de polo de transferencia de los resonadores I, II y III, respectivamente.
X_I, X_{II}, X_{III}	Parámetros que modifican ω_I, ω_{II}, y ω_{III}, respectivamente.
Xz, Xp	Parámetros que modifican a ω_z y ω_p, respectivamente.
δ_1	Intervalo $\omega_A - \omega_R$, normalizado a ω_R.
δ_2	Intervalo $\omega_z - \omega_p$, normalizado a ω_p.