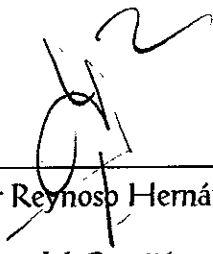


TESIS DEFENDIDA POR  
MARÍA DEL CARMEN MAYA SÁNCHEZ

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITE



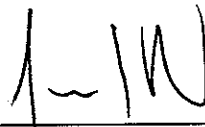
Dr. J. Apolinar Reynoso Hernández

*Director del Comité*



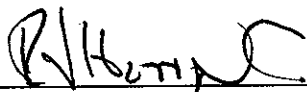
Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

*Miembro del Comité*



Dr. Jesús Favela Vara

*Miembro del Comité*



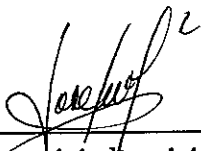
M.C. José de Jesús Ibarra Villaseñor

*Miembro del Comité*



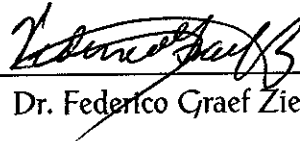
Dr. José Luis Medina Monroy

*Miembro del Comité*



Dr. José Luis Medina Monroy

*Jefe del Departamento de Electrónica y  
Telecomunicaciones*



Dr. Federico Graef Ziehl

*Director de Estudios de Posgrado*

17 de noviembre de 1997

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE  
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA BAJA CALIFORNIA



**CICESE**

DIVISIÓN DE FÍSICA APLICADA

DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES

ALTAS FRECUENCIAS

**ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE DIFERENTES TÉCNICAS DE  
EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO DEL TEC GaAs**

**TESIS**

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

María del Carmen Maya Sánchez

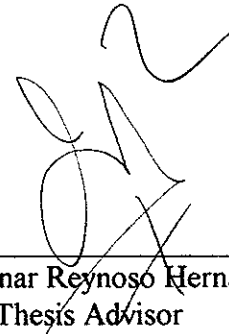
Ensenada Baja California, México. Noviembre de 1997

---

ABSTRACT of the thesis, presented by María del Carmen Maya Sánchez, in order to obtain the MASTER of SCIENCE DEGREE in TELECOMMUNICATIONS AND ELECTRONICS, Ensenada, Baja California, México. November 1997.

## COMPARATIVE STUDY AMONG DIFFERENT NOISE PARAMETER EXTRACTION TECHNIQUES OF GaAs FET

Approved by:



---

Dr. J. Apolinar Reynoso Hernández  
Thesis Advisor

The basic cell of microwave receivers is a low noise amplifier (LNA). The performance of a LNA is featured by the noise figure,  $F$ , and the associated gain,  $G_a$ . These parameters are controlled by the performance of the transistor used in the LNA design. The parameters that determine the noise performance of high frequency transistors are: the minimum noise figure,  $F_o$ , the optimal reflection coefficient  $\Gamma_o$ , and the noise equivalent resistance,  $R_n$ . Hence, reliable techniques for extracting microwave noise parameters of high frequency transistors are needed.

Using the multiple impedance method for noise figure measurements, a number of techniques have been developed in order to extract the noise parameters of high frequency transistors.

This work consists of three parts. The first one is a theoretical study of different techniques for extracting noise parameters from the multiple impedance method. In the second part, a MATLAB software have been developed in order to these techniques be applied. Finally, in the third part these techniques have been compared to each other after the measurement reliability of noise figure and input impedance.


Our results indicate that the most reliable techniques are those of VASILESCU and BOUDIAF. However, when errors in noise figure and impedance measurements are larger than or equal to 10%, none of the studied techniques allow the accurate extraction of high frequency transistors noise parameters.

Keywords: noise figure, noise parameters and extraction techniques.

RESUMEN de la Tesis de María del Carmen Maya Sánchez presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES. Ensenada, Baja California, México. Noviembre 1997.

## ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE DIFERENTES TÉCNICAS DE EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO DEL TEC GaAs

Resumen aprobado por:



---

Dr. J. Apolinar Reynoso Hernández  
Director de Tesis

La célula básica de un receptor de microondas de alta sensibilidad es un amplificador de bajo nivel de ruido. Los parámetros que determinan el rendimiento de estos amplificadores son la pareja: figura de ruido,  $F$ , y ganancia asociada,  $G_u$ . Estos parámetros son impuestos por el tipo de transistor utilizado en el diseño del amplificador. Por otra parte, los parámetros que determinan el rendimiento en ruido de un transistor de alta frecuencia son: la figura de ruido mínima,  $F_o$ , el coeficiente de reflexión óptimo,  $\Gamma_o$ , y la resistencia equivalente de ruido,  $R_n$ . Resalta entonces la necesidad de disponer de técnicas confiables para extraer los parámetros de ruido de un transistor de alta frecuencia.

Basándose en el método de impedancias múltiples para la medición de la figura de ruido, se han desarrollado diferentes técnicas analíticas para extraer los parámetros de ruido de un transistor de alta frecuencia.

El trabajo desarrollado en esta tesis se compone de tres partes. La primera es un estudio teórico de las diferentes técnicas de extracción de parámetros de ruido a partir del método de las impedancias múltiples. La segunda parte trata de la implementación de estas técnicas en un software de ambiente MATLAB. Por último, en la tercera parte se hace un estudio comparativo de estas técnicas basándose en la confiabilidad de las mediciones tanto de la figura de ruido como de la impedancia de entrada.

Los resultados obtenidos indican que las técnicas más confiables son la de VASILESCU y la de BOUDIAF. Sin embargo, cuando se producen errores superiores o iguales al 10% en las mediciones de la figura de ruido y de las impedancias, ninguna técnica de las aquí estudiadas permite la extracción confiable de los parámetros de ruido para los transistores de alta frecuencia.

Palabras clave: figura de ruido, parámetros de ruido y técnicas de extracción.

## DEDICATORIA

A mis padres, Edmundo y Bernarda por el ejemplo y apoyo que me han brindado, pero sobre todo por su cariño y paciencia.

A mis queridos hermanos Pilar, Edmundo, Javier y Susana por confiar en mi.

A Gonzalo, mi novio, por ser además de un gran compañero, mi mejor amigo.

A Malena, Araceli, Tere y Lorena por brindarme su amistad.

---

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco a Dios por haberme indicado el camino y dado paciencia para continuar.

Al Dr. Apolinar Reynoso, mi director de tesis por su apoyo y consejos para realizar el presente trabajo.

Al M. C. Jesús Ibarra, miembro de mi comité de tesis, por sus valiosas aportaciones y ayuda.

A los miembros de mi comité de tesis: Dr. José Luis Medina, Dr. Jesús Favela y Dr. Eugenio Méndez, por sus comentarios y correcciones al presente trabajo.

A mis compañeros microonderos, Mauro, Alfonso, Leo y en especial a Juan Pablo, por su amistad, compañerismo y apoyo.

A mis compañeros telecos y controleros: Martha, Angel, Ana, Edith, Hector, Luis, Pancho, Raul Rivera, Raul Tamayo, Ricardo y en especial a Chuyitito, por ser como son: alegres y excelentes compañeros.

A mis profesores de microondas: M. C. Benjamín Ramírez, M. C. Ricardo Chavez y M. C. Arturo Velázquez, que me proporcionaron las herramientas necesarias para continuar

Al M.C. Jorge Sosa Pedroza, por apoyarme y confiar en mi.

A la Dra. Sylvia Salazar Ortega, por brindarme su ayuda en el desarrollo de la maestría.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

# CONTENIDO

	Página
<b>I. INTRODUCCIÓN</b> .....	<b>1</b>
I.1. Objetivo .....	4
I.2. Organización del Trabajo .....	5
<b>II. ANTECEDENTES</b> .....	<b>6</b>
<b>III. RUIDO EN CUADRIPOLOS</b> .....	<b>9</b>
III.1. Introducción .....	9
III.2. Cuadripolos Ruidosos .....	9
III.3. Figura de Ruido .....	11
<b>IV. TÉCNICAS DE EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO</b> .....	<b>16</b>
IV.1. Introducción .....	16
IV.2. Técnica de Lane .....	17
IV.3. Técnica de Mitama .....	19
IV.4. Técnica de Vasilescu .....	24
IV.5. Técnica de Boudiaf .....	26
IV.6. Técnica de Caruso .....	33
IV.7. Técnica de O'Callaghan .....	36
<b>V. IMPLEMENTACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO</b> .....	<b>40</b>
V.1. Introducción .....	40
V.2. Elección de las Admitancias de Entrada .....	40
V.3. Implementación de Algoritmos .....	41
V.3.1. Algoritmo de la Técnica de Lane .....	43
V.3.2. Algoritmo de la Técnica de Mitama .....	44
V.3.3. Algoritmo de la Técnica de Vasilescu .....	45
V.3.4. Algoritmo de la Técnica de Boudiaf .....	47
V.3.5. Algoritmo de la Técnica de Caruso .....	49
V.3.6. Algoritmo de la Técnica de O'Callaghan .....	50
V.3.7. Algoritmo general .....	51
<b>VI. SIMULACIÓN Y RESULTADOS</b> .....	<b>54</b>
VI.1. Introducción .....	54
VI.2. Acondicionamiento y Simulación .....	54
VI.2.1. Extracción de los Parámetros de Ruido Empleando Datos Con y Sin Errores de Medición .....	57
VI.2.2. Desviación Estándar .....	58
VI.2.3. Extracción de los Parámetros de Ruido en Función del Número de Admitancias de Entrada .....	59

## CONTENIDO (Continuación)

VI.2.4. Tiempo de Cómputo .....	61
VI.2.5. Aplicando Curvas Singulares .....	61
VI.3. Resultados .....	61
VI.3.1. Resultados de la Extracción de los Parámetros de Ruido Empleando Datos Con Errores y Sin Errores en Medición .....	62
VI.3.2. Resultados de la Desviación Estándar de los Parámetros de Ruido .....	73
VI.3.3. Resultados de la Extracción de los Parámetros de Ruido en Función del Número de Admitancias de Entrada .....	86
VI.3.4. Resultados del Consumo de Tiempo Para Extraer los Parámetros de Ruido .....	94
VI.3.5. Resultados de la Extracción de los Parámetros de Ruido Utilizando Curvas Singulares .....	96
VI.3.6. Resultados de la Extracción de los Parámetros de Ruido Empleando Datos Experimentales .....	98
VI.4. Optimización de los Datos Experimentales Empleados para Extraer los Parámetros de Ruido .....	101
VI.4.1. Análisis de los Datos Simulados .....	101
VI.4.2. Errores de Medición de los Coeficientes de Reflexión y de las Figuras de Ruido .....	101
VI.4.3. Optimización de la Fase del Coeficiente de Reflexión .....	104
VI.4.4. Resultados de la Optimización .....	110
VI.5. Conclusiones .....	111
<b>VII. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES GENERALES .....</b>	<b>112</b>
VII.1. Análisis de Resultados y Discusión .....	112
VII.2. Conclusiones .....	116
VII.3. Aportaciones .....	118
VII.4. Recomendaciones .....	118
<b>LITERATURA CITADA .....</b>	<b>120</b>



## CONTENIDO (Continuación)

<b>ANEXO I.</b> Expresiones $G_x^i, \dots, G_z^i, G_{a1}^i, \dots, G_{a4}^i$ Empleadas en la Técnica de Mitama .....	123
<b>ANEXO II.</b> Método de Williamson .....	124
<b>ANEXO III.</b> Método de Newton Raphson .....	126
<b>ANEXO IV.</b> Ejemplos de Curvas Singulares .....	128
<b>ANEXO V.</b> Constantes $C_1, C_2, C_3$ y $C_4$ , empleadas en la técnica de O'Callaghan .....	129
<b>ANEXO VI.</b> Familia de Curvas Singulares Generadas en la Técnica de O'Callaghan .....	131
<b>ANEXO VII.</b> Curva Singular Definida por la Parte Real e Imaginaria de los Coeficientes de Reflexión de Entrada .....	132
<b>ANEXO VIII.</b> Cálculo de la Figura de Ruido del DUT .....	134

## LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Célula básica de un sistema Recepción/Transmisión .....	1
2. Gráfica de la figura de ruido .....	3
3. a) Cuadripolo ruidoso. b) Circuito equivalente con dos fuentes de corriente de ruido: $i_1$ e $i_2$ . c) Circuito equivalente con dos fuentes de voltaje de ruido: $u_1$ y $u_2$ . d) Circuito equivalente dos fuentes de ruido a la entrada: una de corriente ( $i$ ) y otra de voltaje ( $u$ ) .....	10
4. Cuadripolo ruidoso con una admitancia de fuente conectada a la entrada..	12
5. Error estimado $\varepsilon_i$ por la técnica de Mitama, error estimado $\varepsilon_i'$ por la técnica de Lane .....	20
6. Línea recta estimada en la técnica de Boudiaf .....	29
7. Segmento de línea MM' .....	30
8. Diagrama de flujo de la implementación de las técnicas de extracción .....	53
9. Algoritmo empleado para simular mediciones en un mismo punto .....	56
10. Algoritmo utilizado para obtener la desviación estándar de los parámetros de ruido .....	59
11. Algoritmo empleado para extraer los parámetros de ruido variando el número de admitancias de entrada .....	60
12. Dispersión en $F_o$ , con un valor original de 2.8 dB (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original .....	74
13. Dispersión en $R_n$ , con un valor original de $2.5\Omega$ (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original .....	75
14. Dispersión en la magnitud $\rho_o$ , con un valor original de 0.46 (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original .....	76
15. Dispersión en la fase $\theta_o$ con un valor original de $-160^\circ$ (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original .....	77
16. Dispersión en $F_o$ , con un valor original de 0.28 dB (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original ....	78
17. Dispersión en $R_n$ , con un valor original de $32.5 \Omega$ (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original ....	79

## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

Figura	Página
18. Dispersión en la magnitud $\rho_o$ , con un valor original de 0.92 (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original ....	80
19. Dispersión en la fase $\theta_o$ , con un valor original de $13^\circ$ (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz). $v_m$ es el valor medio, $v_o$ es el valor original ....	81
20. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son: $F_o=0.3$ dB, $R_n=19.5\Omega$ y $\Gamma_o=0.81\angle 10^\circ$ (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 1 GHz) .....	82
21. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son: $F_o=1.8$ dB, $R_n=5\Omega$ y $\Gamma_o=0.49\angle 175^\circ$ (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 24 GHz) .....	83
22. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son: $F_o=2.8$ dB, $R_n=2.5\Omega$ y $\Gamma_o=0.46\angle -60^\circ$ (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz) .....	83
23. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son: $F_o=0.28$ dB, $R_n=32.5\Omega$ y $\Gamma_o=0.92\angle 13^\circ$ (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz) .....	84
24. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son: $F_o=1.43$ dB, $R_n=3.5\Omega$ y $\Gamma_o=0.46\angle 162^\circ$ (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 24 GHz) .....	84
25. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son: $F_o=0.33$ dB, $R_n=11\Omega$ y $\Gamma_o=0.96\angle 29^\circ$ (Ultra HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG a 2 GHz) .....	85
26. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son: $F_o=0.83$ dB, $R_n=5\Omega$ y $\Gamma_o=0.24\angle -161^\circ$ (Ultra HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG a 18 GHz) .....	85
27. Constelación de coeficientes de reflexión, empleados para calcular los parámetros de ruido en función del número del número de admitancias de entrada .....	86
28. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son: $F_o=0.3$ dB, $R_n=19.5\Omega$ y $\Gamma_o=0.81\angle 10^\circ$ (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 1 GHz) .....	87
29. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son: $F_o=1.8$ dB, $R_n=5\Omega$ y $\Gamma_o=0.49\angle 175^\circ$ (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 24 GHz) .....	88

## LISTA DE TABLAS

Tabla	Página
I. Extracción de los parámetros de ruido del transistor NE24200 a la frecuencia de 1 GHz .....	66
II. Extracción de los parámetros de ruido del transistor NE24200 a la frecuencia de 24 GHz .....	67
III. Extracción de los parámetros de ruido del transistor NE24200 a la frecuencia de 30 GHz .....	68
IV. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13X, 14X a la frecuencia de 2 GHz .....	69
V. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13X, 14X a la frecuencia de 24 GHz .....	70
VI. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13FA/LG, 14FA/LG a la frecuencia de 2 GHz .....	71
VII. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13FA/LG, 14FA/LG a la frecuencia de 8 GHz) .....	72
VIII. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13FA/LG, 14FA/LG a una frecuencia de 18 GHz, empleando curvas singulares .....	98
IX. Extracción de los parámetros de ruido de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a 4 GHz. Los datos del fabricante son: $F_o=0.23$ dB, $R_n=18.7\Omega$ , $\rho_o=0.87$ y $\theta_o=18^\circ$ ( $\Gamma_o=\rho_o e^{j\theta_o}$ ) .....	100
X. Extracción de los parámetros de ruido de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a 8 GHz. Los datos del fabricante son: $F_o=0.45$ dB, $R_n=17.2\Omega$ , $\rho_o=0.75$ y $\theta_o=36^\circ$ ( $\Gamma_o=\rho_o e^{j\theta_o}$ ) .....	100
XI. Límites e intervalos de la variación de fase para optimizar los coeficientes de reflexión .....	108
XII. Extracción de los parámetros de ruido de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a una frecuencia de 4 GHz, empleando datos experimentales y optimizados .....	110
XIII. Extracción de los parámetros de ruido de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a una frecuencia de 8 GHz, empleando datos experimentales y optimizados .....	111
XIV. Tabla comparativa de las técnicas de extracción de los parámetros de ruido .....	117

# ESTUDIO COMPARATIVO ENTRE DIFERENTES TÉCNICAS DE EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO DEL TEC GaAs

## I. INTRODUCCIÓN

En los sistemas de comunicaciones uno de los principales problemas es la amplificación de señales con nivel de potencia bajo, debido al ruido térmico y al ruido propio de los dispositivos utilizados para el procesamiento de tales señales. Particularmente en los receptores de microondas el nivel de ruido es un factor muy importante, dado que éste limita el nivel mínimo de potencia de recepción de la señal.

El dispositivo que limita la sensibilidad del sistema de recepción, es el amplificador de bajo ruido de la entrada, como se muestra en la figura 1, y esta sensibilidad está en función de las propiedades de ruido del transistor empleado.

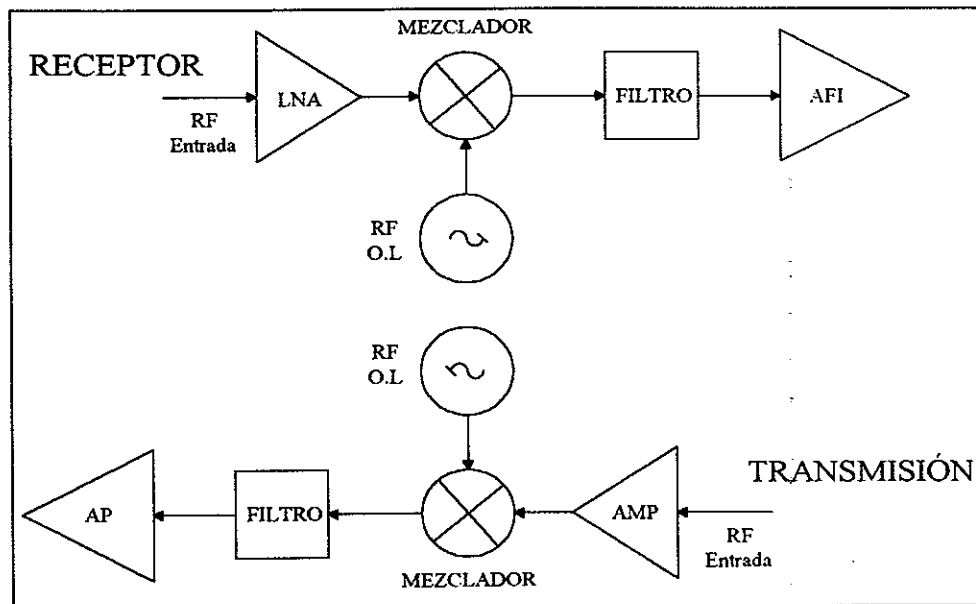


Figura 1. Célula básica de un sistema de Recepción/Transmisión.

La creciente demanda de amplificadores de alta frecuencia y bajo nivel de ruido ha impulsado el estudio del ruido en transistores de alta frecuencia de Arseniuro de Galio del tipo GaAs FET (Transistor de efecto de campo de Arseniuro de Galio) y recientemente transistores de alta movilidad electrónica HEMT y PHEMT (Transistores pseudomorficos de alta movilidad electrónica).

Los diseñadores de amplificadores de bajo ruido tienen a su disposición una creciente variedad de transistores de alto rendimiento, pero para elegir el mejor de los dispositivos disponibles y diseñar un circuito que aproveche todas sus capacidades, es necesario caracterizar sus parámetros de ruido.

Las características de ruido de un transistor se cuantifican con su figura de ruido, la cual está definida por:

$$F = F_o + \frac{R_n}{G_s} |Y_s - Y_o|^2 \quad (1)$$

en donde:

F es la figura de ruido,

$Y_s = G_s + jB_s$  es la admitancia de entrada o de fuente,  $G_s$  es la conductancia de entrada y  $B_s$  es la susceptancia de entrada,

$F_o$  es la figura de ruido mínima,

$R_n$  es la resistencia equivalente de ruido,

$Y_o = G_o + jB_o$  es la admitancia de entrada óptima,  $G_o$  es la conductancia óptima y  $B_o$  es la susceptancia óptima.

En donde los tres últimos factores ( $F_o$ ,  $R_n$  y  $Y_o$ ), se les conocen como parámetros de ruido. De esta expresión se puede observar que la figura de ruido depende de la admitancia de entrada  $Y_s$  presentada al dispositivo, cuya parte real es  $G_s$  e imaginaria es  $B_s$ .

En la figura 2 se muestra la gráfica de la figura de ruido. Se puede observar que se genera un mismo nivel de ruido para diferentes admitancias de entrada, pero conforme el nivel de ruido es menor, el número de admitancias que lo generan disminuye hasta llegar al punto mínimo. Este punto está determinado solamente por una admitancia de entrada, igual a la admitancia de entrada óptima.

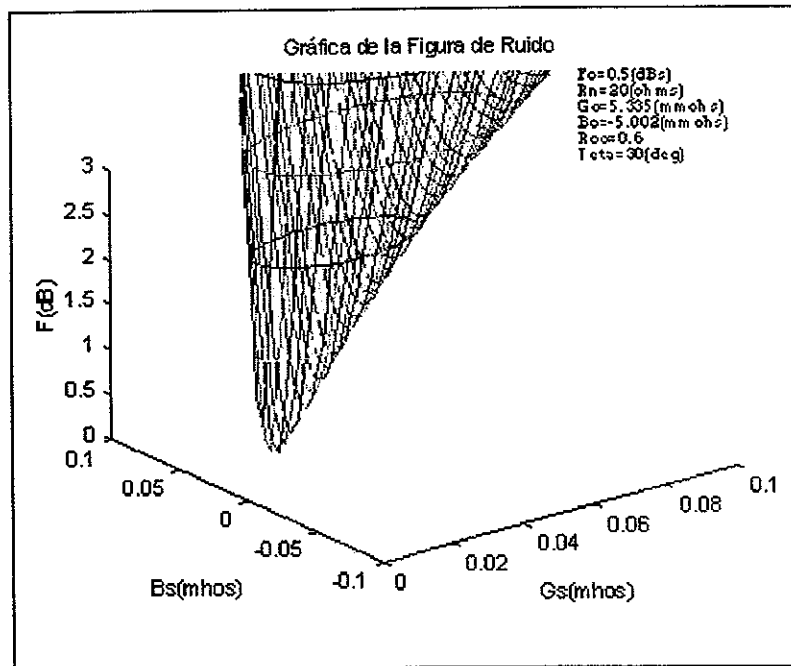


Figura 2. Gráfica de la figura de ruido.

Entonces, el ruido generado por el dispositivo está en función de la admitancia que se presente a la entrada del transistor. Pero además, los parámetros de ruido son los que

describen las características de ruido de éste. Los cuales son constantes para cada transistor a determinada frecuencia y punto de polarización.

Entonces, si se conocen los parámetros de ruido del transistor se puede predecir o determinar que nivel de ruido generará, de acuerdo a la admitancia de entrada que se le esté presentando.

Se han desarrollado diferentes técnicas analíticas para extraer los parámetros de ruido. La principal ventaja de éstas es que se pueden automatizar. Sin embargo, entre ellas existen variaciones en: consumo de tiempo de cómputo, precisión, esfuerzo de implementación y sensibilidad a errores de medición.

## **I.1. OBJETIVO**

El objetivo de esta tesis es: hacer un estudio comparativo entre diferentes técnicas de extracción de los parámetros de ruido en función de su precisión y eficiencia, considerando dentro de esta última como puntos principales: la velocidad de cómputo y respuesta en función de errores en medición y del número de admitancias de entrada; ayudándose de herramientas computacionales y utilizando datos simulados y experimentales.



## **I.2. ORGANIZACIÓN DEL TRABAJO**

En el capítulo II se presentan los antecedentes sobre la extracción de los parámetros de ruido; en el capítulo III se resume la teoría de cuadripolos ruidosos y de la figura de ruido; las principales características de las técnicas de extracción estudiadas se presentan en el capítulo IV; en el capítulo V se describe la implementación de estas y se proporcionan comentarios sobre la influencia de las admitancias de entrada en la precisión de los resultados. En el capítulo VI se describe la metodología desarrollada para realizar el estudio comparativo de las técnicas aplicadas, así como los resultados obtenidos. Finalmente, en el capítulo VII se comentan y discuten los resultados y las conclusiones a las que se llegó.

## II. ANTECEDENTES

A principios de los 60's se inició el estudio y desarrollo de las técnicas de extracción de los parámetros de ruido. Desafortunadamente hasta el momento no se cuenta con algún método estandarizado para medir los parámetros de ruido. Las mediciones requeridas usualmente son sofisticadas, además de que implican un gran consumo de tiempo y no siempre son exactas [IRE, 1960], por lo que ha surgido la necesidad de buscar técnicas más exactas con mediciones realizables y un menor consumo de tiempo.

En 1956 Rothe y Dahlke mostraron que el ruido de un dispositivo activo depende de su admitancia de entrada  $Y_s$ , o del coeficiente de reflexión  $\Gamma_s$ . Además, está en función de cuatro parámetros más, que son los que definen realmente las propiedades de ruido del dispositivo. Estos cuatro parámetros se conocen como parámetros de ruido y son: la figura de ruido mínima  $F_o$ , la conductancia  $G_o$  y susceptancia  $B_o$  de entrada óptima ( $Y_o = G_o + jB_o$ ) y la resistencia equivalente de ruido  $R_n$  [IRE 7.9, 1960].

$$F = F_o + \frac{R_n}{G_s} |Y_s - Y_o|^2 \quad (2)$$

Para extraer los parámetros de ruido se han implementado métodos directos [Froelich, 1986; IRE, 1960; Lange, 1967], que tienen como principal característica el sintonizar la admitancia de entrada al transistor hasta alcanzar una figura de ruido mínima, en donde este punto es la figura de ruido mínima  $F_o$  generada por la admitancia de entrada óptima  $Y_o$ .

El tiempo de extracción de los parámetros de ruido por estos métodos es alto dada la manipulación del sintonizador a la entrada del transistor o del dispositivo bajo prueba (DUT). Además tienen la desventaja de ser inexactos y de presentar una gran dificultad para automatizarse.

Por otra parte, existen otros métodos para extraer los parámetros de ruido, los cuales no presentan grandes inconvenientes de exactitud y automatización, esto son los llamados métodos indirectos [Froelich, 1986; Davison, 1989; Escotte *et al.*, 1994; Meierer y Tsironis, 1995; Benelbar *et al.*, 1996]. Los métodos indirectos son más complicados que los métodos directos, pero son más apropiados para automatizarse. Los métodos indirectos están basados en mediciones de figura de ruido  $F_i$  del transistor de efecto de campo de Arseniuro de Galio (TEC GaAs), para distintas de admitancia de entrada  $Y_{si}$ , no necesariamente iguales a la admitancia de entrada óptima  $Y_o$ . Este grupo de mediciones es manipulado posteriormente dentro de un sistema de ecuaciones para obtener los parámetros de ruido.

Para aplicar los métodos indirectos, se requiere de un mayor número de mediciones que en método directo [Lange, 1967]. Además, se debe tener un mínimo de errores en la medición. Es decir, se debe buscar que la incertidumbre de los datos medidos sea casi nula.

Estos métodos tienen como ventajas: el ser más precisos, no es necesario sintonizar en  $Y_o$  y la posibilidad de automatizarse.

Basándose en los métodos indirectos se han desarrollado una serie de técnicas analíticas [Escotte *et al.*, 1993], en donde a partir de un análisis matemático se resuelve la

expresión de la figura de ruido en función de los cuatro parámetros de ruido, tomando como datos un conjunto de figuras de ruido medidas  $F_i$  con sus correspondientes admitancias de entrada  $Y_{si}$ .

La técnica que se utiliza para tomar los datos experimentales, necesarios para extraer los parámetros de ruido, es la llamada técnica de impedancias múltiples [Escotte *et al.*, 1994; Enciso Aguilar, 1997]. Esta consiste en presentar una admitancia a la entrada del dispositivo bajo prueba (DUT) es decir, a la entrada del transistor y medir a la salida la figura de ruido que se presenta midiendo así, para  $n$  admitancias de entrada,  $n$  figuras de ruido que no son necesariamente las óptimas.

Antes de presentar las características de las técnicas de extracción estudiadas es necesario definir la figura de ruido, para esto se resume primero la teoría de cuadripolos ruidosos, precisando posteriormente la figura de ruido.

### III. RUIDO EN CUADRIPOLOS

#### III.1. INTRODUCCIÓN

Se considera a un cuadripolo ruidoso como una caja negra, en donde sólo se sabe que sus elementos generan cierto ruido que se desea cuantificar. Para determinar tal ruido se representa el cuadripolo ruidoso como un cuadripolo no ruidoso (ideal), cargado a la entrada con dos fuentes de ruido, una de corriente y otra de voltaje. Este se analiza empleando teoría de circuitos, es decir auxiliándose de las expresiones de los parámetros de impedancia, admitancia o ABCD. Una vez planteado este análisis, se obtiene la relación de la figura de ruido utilizando las expresiones de densidad espectral de corriente y de tensión .

#### III.2. CUADRIPOLOS RUIDOSOS

Utilizando la teoría de cuadripolos con fuentes de ruido internas [Rothe y Dahlke, 1956], se representa un cuadripolo ruidoso como una red no ruidosa con fuentes de ruido de voltaje o de corriente conectadas a la entrada y a la salida, en serie o en paralelo respectivamente, como se muestra en la figura 3. El comportamiento eléctrico del cuadripolo se describe por dos ecuaciones lineales entre el voltaje y corriente de entrada  $U_1$  e  $I_1$  y el voltaje y corriente a la salida  $U_2$  e  $I_2$ . Estas ecuaciones pueden ser expresadas en función de admitancias o impedancias.

No se están considerando las fuentes de ruido si el comportamiento del cuadripolo ruidoso se define solamente en función de admitancias o de impedancias; por lo que se ve la

necesidad de incluir las expresiones de las fuentes de corriente de ruido  $i_1$  e  $i_2$  o de las fuentes de voltaje de ruido  $u_1$  y  $u_2$ .

$$\begin{aligned} I_1 &= Y_{11}U_1 + Y_{12}U_2 + i_1 & U_2 &= Z_{21}I_1 + Z_{22}I_2 + u_2 \\ I_2 &= Y_{21}U_1 + Y_{22}U_2 + i_2 & U_1 &= Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + u_1 \end{aligned} \quad (3)$$

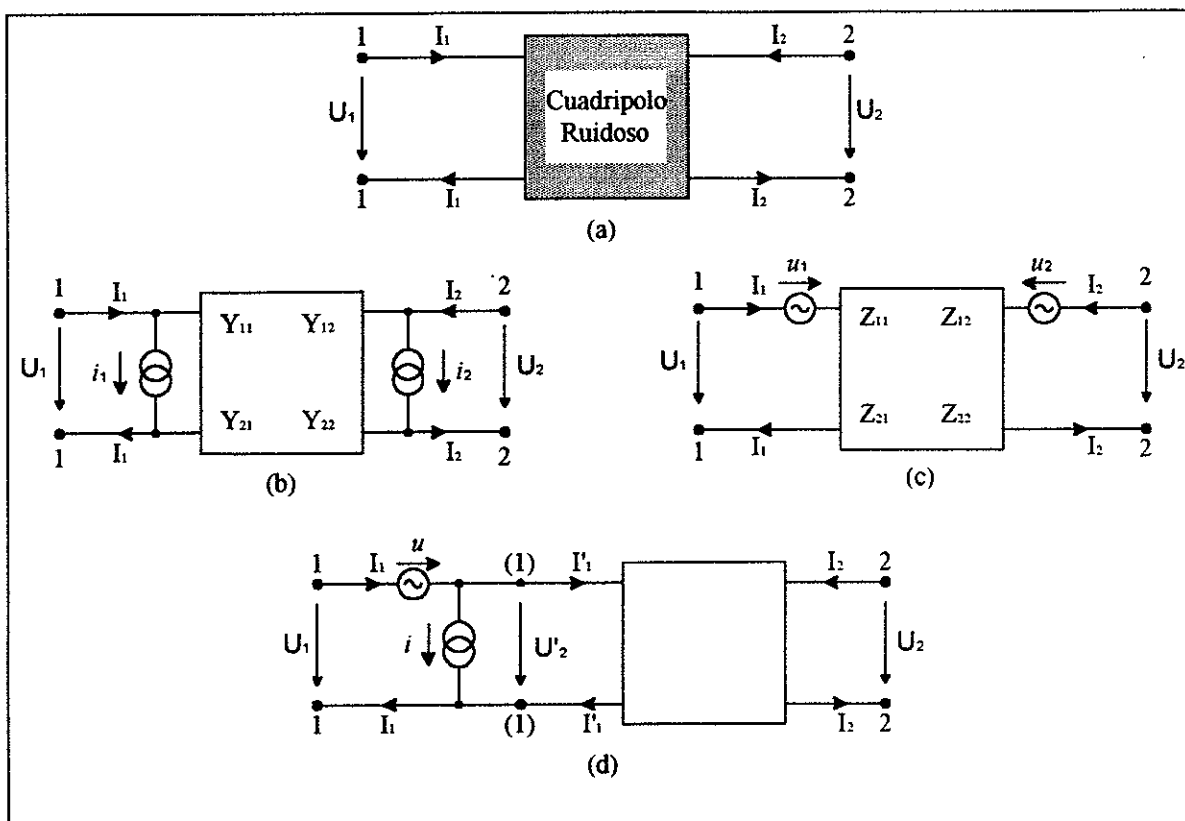


Figura 3. a) Cuadripolo ruidoso. b) Circuito equivalente con dos fuentes de corriente de ruido:  $i_1$  e  $i_2$ . c) Circuito equivalente con dos fuentes de voltaje de ruido:  $u_1$  y  $u_2$ . d) Circuito equivalente con dos fuentes de ruido a la entrada: una de corriente ( $i$ ) y otra de voltaje ( $u$ ).

Para relacionar la fuente de ruido de voltaje con la de corriente se utilizan los parámetros ABCD. Con esta configuración se tienen las dos fuentes de ruido sólo a la entrada del cuadripolo, como se observa en la figura 3.d. Las ecuaciones que describen su comportamiento son:

$$\begin{aligned} I_1 &= AU_2 + BI_2 + i \\ U_1 &= CU_2 + DI_2 + u \end{aligned} \quad (4)$$

en donde:

$$u = -\frac{i_2}{Y_{21}}, \quad i = i_1 + uY_{11} = i_1 - i_2 \frac{Y_{11}}{Y_{21}}; \quad (5)$$

$$u = u_1 + iZ_{11} = u_1 - u_2 \frac{Z_{11}}{Z_{21}}, \quad i = -\frac{u_2}{Z_{21}}. \quad (6)$$

### III.3. FIGURA DE RUIDO

La figura de ruido se define como la relación entre la potencia del cuadripolo ruidoso y la potencia del cuadripolo no ruidoso.

El cuadripolo ruidoso del cual se desea conocer su figura de ruido, se representa como un cuadripolo no ruidoso con dos fuentes externas de ruido: una de voltaje en serie y otra de corriente en paralelo a la entrada, como se muestra en la figura 4. Se conecta a la entrada del cuadripolo ruidoso una admitancia conocida como admitancia de fuente  $Y_s$ . Esta admitancia también tiene una fuente de ruido, que se representa como una fuente de corriente de ruido en paralelo con ella. La fuente de ruido de la admitancia no está correlacionada con las fuentes de ruido del cuadripolo [IRE 7.9, 1960].

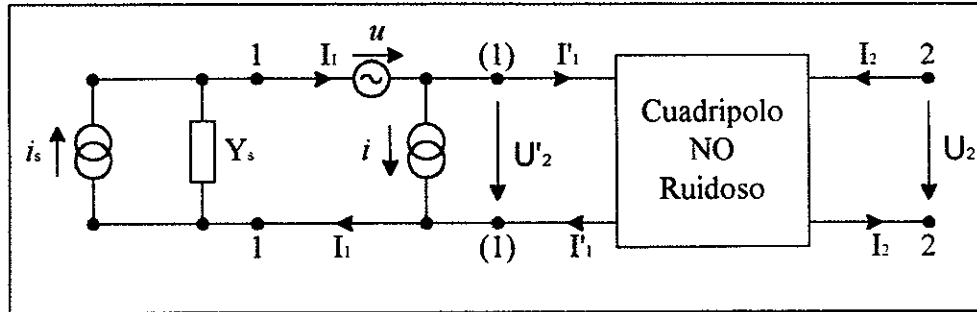


Figura 4. Cuadripolo ruidoso con una admitancia de fuente conectada a la entrada.

La corriente total a la entrada del cuadripolo se escribe como:

$$i_{tot} = i_s + uY_s + i. \quad (7)$$

La fuente de ruido  $i$  del cuadripolo, tiene una parte  $i_n$  no correlacionada con  $u$  y otra totalmente correlacionada con  $u$ .

$$i = i_n + uY_{cor}. \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (7) se tiene:

$$i_{tot} = i_s + i_n + u(Y_s + Y_{cor}). \quad (9)$$

Entonces, se escribe la figura de ruido como:

$$F = \frac{\overline{|i_{tot}|^2}}{\overline{|i_s|^2}} = \frac{\overline{|i_s|^2} + \overline{|i_n|^2} + \overline{|u|^2}|Y_s + Y_{cor}|^2}{\overline{|i_s|^2}}. \quad (10)$$

La densidad espectral en tensión y las densidades espectrales en corriente se definen como:

$$\begin{aligned} \overline{|u|^2} &= 4kT_0 R_n \Delta f, \\ \overline{|i_n|^2} &= 4kT_0 G_n \Delta f, \\ \overline{|i_s|^2} &= 4kT_0 G_s \Delta f, \end{aligned} \quad (11)$$



en donde:

$k$  es la constante de Boltzmann,

$T_0$  es la temperatura absoluta en grados Kelvin,

$\Delta f$  es el ancho de banda,

$R_n$  y  $G_n$  son la resistencia equivalente de ruido de  $u$  y la conductancia equivalente de ruido de  $i_n$ , respectivamente y

$G_s$  es la parte real o conductancia de la admitancia de entrada.

Sustituyendo (11) en (10) se tiene:

$$\begin{aligned}
 F &= 1 + \frac{4kT_0(G_n + R_n|Y_s + Y_{cor}|^2)}{4kT_0G_s} \\
 &= 1 + \frac{G_n}{G_s} + \frac{R_n}{G_s} \left[ (G_s + G_{cor})^2 + (B_s + B_{cor})^2 \right].
 \end{aligned} \tag{12}$$

Para calcular el valor óptimo de  $F$  se minimiza (12) en función de la admitancia de entrada  $Y_s$ ; es decir, se calculan las derivadas parciales de  $F$  con respecto de  $G_s$  y  $B_s$  y se iguala con cero.

$$\frac{\partial F}{\partial G_s} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial F}{\partial B_s} = 0, \tag{13}$$

de donde se encuentra que:

$$\begin{aligned}
 B_o &= -B_{cor}, \\
 G_o &= \sqrt{\frac{G_n}{R_n} + G_{cor}^2}, \\
 F_o &= 1 + 2R_n \left( G_{cor} + \sqrt{\frac{G_n}{R_n} + G_{cor}^2} \right).
 \end{aligned} \tag{14}$$

Expresando la ecuación (12) en función de (14) se llega a:

$$F = F_o + \frac{R_n}{G_s} \left[ (G_s - G_o)^2 + (B_s - B_o)^2 \right]. \quad (15)$$

Esta última relación es la expresión conocida de la figura de ruido.

en donde:

F es la figura de ruido,

$Y_s = G_s + jB_s$  es la admitancia de entrada o de fuente,  $G_s$  es la conductancia de entrada y  $B_s$  es la susceptancia de entrada,

$F_o$  es la figura de ruido mínima,

$R_n$  es la resistencia equivalente de ruido,

$Y_o = G_o + jB_o$  es la admitancia de fuente óptima,  $G_o$  es la conductancia óptima y

$B_o$  es la susceptancia óptima.

Entonces, la figura de ruido mínima se define como el mínimo valor de ruido que es capaz de generar el transistor cuando a la entrada se le presenta la admitancia de fuente óptima, la cual tiene una parte real (conductancia óptima) y una imaginaria (susceptancia óptima). Finalmente, la resistencia equivalente de ruido indica la sensibilidad del cuadripolo a cambios en la admitancia de fuente. Es decir, indica qué tan rápido cambia la figura de ruido de su valor mínimo conforme nos alejamos de la admitancia de fuente óptima.

Utilizando la relación de la admitancia en función del coeficiente de reflexión:

$$Y_s = \frac{1}{Z_o} \left[ \frac{1 - \Gamma_s}{1 + \Gamma_s} \right],$$

$$Y_o = \frac{1}{Z_o} \left[ \frac{1 - \Gamma_o}{1 + \Gamma_o} \right],$$
(16)

en donde:  $Z_o$  es la impedancia característica (50 ohms)<sup>1</sup>

La expresión de la figura de ruido F se puede expresar en función de coeficientes de reflexión sustituyendo la ecuación (16) en (15)

$$F = F_o + 4 \frac{R_n}{Z_o} \frac{|\Gamma_s - \Gamma_o|^2}{|1 + \Gamma_o|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)},$$
(17)

en donde:

$\Gamma_s = \rho_s e^{j\theta_s}$  es el coeficiente de reflexión de fuente, con magnitud  $\rho_s$  y fase  $\theta_s$  y

$\Gamma_o = \rho_o e^{j\theta_o}$  es el coeficiente de reflexión óptimo, con magnitud  $\rho_o$  y fase  $\theta_o$ .

Finalmente, se observa que la figura de ruido es función de la admitancia (o del coeficiente de reflexión) de entrada y se cuantifica a través de los cuatro parámetros de ruido: figura de ruido mínima  $F_o$ , resistencia equivalente de ruido  $R_n$ , conductancia de entrada óptima  $G_o$  y susceptancia de entrada óptima  $B_o$ , o bien, magnitud  $\rho_o$  y fase  $\theta_o$  del coeficiente de reflexión óptimo.

---

<sup>1</sup>  $Z_o$  no confundir con  $Z_o$ , en donde esta última no es la impedancia característica, sino  $1/G_o$  y  $G_o$  es la conductancia óptima.

## IV. TÉCNICAS DE EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO

### IV.1. INTRODUCCIÓN

Como se mencionó en el capítulo II, se han desarrollado diversas técnicas analíticas para extraer los parámetros de ruido de un transistor, cuya principal característica es la de extraer los parámetros a partir de un análisis matemático y empleando figuras de ruido y admitancias de entrada medidas.

Con estas técnicas es posible automatizar el cálculo de los parámetros de ruido, utilizando como datos un conjunto de  $n$  valores medidos de la figura de ruido  $F_i$  y sus correspondientes admitancias de entrada  $Y_{si}$ . Vale la pena aclarar que  $Y_{si}$  no tiene que estar necesariamente sintonizada en  $Y_o$ .

Algunas técnicas, para calcular los parámetros de ruido, minimizan una función de error definida como la suma de las diferencias entre las figuras de ruido medidas y estimadas [Lane, 1969; Caruso y Sannino, 1978; Sannino, 1979; O'Callaghan y Mondal, 1991]. Existen otras técnicas en donde se hacen consideraciones diferentes, por ejemplo: en la técnica de Mitama [Mitama y Katoh, 1979], para calcular los parámetros de ruido, también se minimiza una expresión de error. Sólo que en este caso, se considera que existen errores de medición tanto en la figura de ruido  $F_i$  como en la admitancia de entrada  $Y_{si}$ . En cambio en la técnica de Vasilescu [Vasilescu *et al.*, 1989] se resuelve un sistema de cuatro ecuaciones no lineales. Por otra parte, en la técnica de Boudiaf [Boudiaf *et al.*, 1992] se expresa la relación de la

figura de ruido como una línea recta, y se emplea el algoritmo de Williamson [Williamson, 1968] para extraer los parámetros de ruido.

Otras técnicas extraen los parámetros de ruido utilizando métodos de optimización [Gupta, 1970 ] o bien, en algunos otros casos, calculan los parámetros de ruido en función de un modelo de ruido del transistor [Hillbrand y Russer, 1976].

En este capítulo se presentan las técnicas desarrolladas por: Lane, Mitama, Vasilescu y Boudiaf. Además, se consideran también los trabajos publicados por Caruso y O'Callaghan, cuya aportación principal son los comentarios presentados sobre los problemas que se generan al no elegir correctamente las admitancias de entrada para tomar los datos de las figuras de ruido.

## IV.2. TÉCNICA DE LANE

Basado en el método de impedancias múltiples [Escotte *et al.*, 1994; Enciso Aguilar, 1997], Lane resuelve un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, en donde se requieren como datos un conjunto de  $n$  valores medidos de  $F_i$ ,  $G_{si}$  y  $B_{si}$  en donde  $i=1, \dots, n$ . Se recomienda que  $n$  sea mayor o igual que 7, para una mayor precisión en la solución del sistema de ecuaciones.

En esta técnica, se utiliza la expresión de la figura de ruido en función de admitancias, como sigue:

$$F_i = F_o + \frac{R_n}{G_{si}} \left[ (G_{si} - G_o)^2 + (B_{si} - B_o)^2 \right]. \quad (18)$$

Desarrollando la ecuación (18) para escribir la expresión de la figura de ruido en función de cuatro parámetros (A, B, C y D), se tiene:

$$F = A + BG_s + \frac{C + BB_s^2 + DB_s}{G_s}, \quad (19)$$

en donde los parámetros de ruido están definidos por:

$$\begin{aligned} F_o &= A + \sqrt{4BC - D^2}, \\ R_n &= B, \\ B_o &= -\frac{D}{2B}, \\ G_o &= \frac{\sqrt{4BC - D^2}}{2B}. \end{aligned} \quad (20)$$

Dado que se requieren conocer mas de cuatro valores, se define una función de error como:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \left[ A + B \left( G_{si} + \frac{B_{si}^2}{G_{si}} \right) + \frac{C}{G_{si}} + D \frac{B_{si}}{G_{si}} - F_i \right]^2. \quad (21)$$

Se desea ahora, encontrar los valores de A, B, C y D que minimizan el error dado por la ecuación (21). Donde  $n$  es el numero de datos. Para esto se calculan las derivadas parciales de  $\varepsilon$  en función de los cuatro parámetros y se igualan a cero:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial A} &= 0, & \frac{\partial \varepsilon}{\partial B} &= 0, \\ \frac{\partial \varepsilon}{\partial C} &= 0, & \frac{\partial \varepsilon}{\partial D} &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

Resolviendo (22) y ordenando se encuentra un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas

$$\mathbf{XY} = \mathbf{Z}, \quad (23)$$

en donde:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n \left( G_{si} + \frac{B_{si}^2}{G_{si}} \right) & \sum_{i=1}^n \frac{1}{G_{si}} & \sum_{i=1}^n \frac{B_{si}}{G_{si}} \\ \sum_{i=1}^n \left( G_{si} + \frac{B_{si}^2}{G_{si}} \right) & \sum_{i=1}^n \left( G_{si} + \frac{B_{si}^2}{G_{si}} \right)^2 & \sum_{i=1}^n \left( 1 + \frac{B_{si}^2}{G_{si}^2} \right) & \sum_{i=1}^n \left( B_{si} + \frac{B_{si}^3}{G_{si}^2} \right) \\ \sum_{i=1}^n \frac{1}{G_{si}} & \sum_{i=1}^n \left( 1 + \frac{B_{si}^2}{G_{si}^2} \right) & \sum_{i=1}^n \frac{1}{G_{si}^2} & \sum_{i=1}^n \frac{B_{si}}{G_{si}^2} \\ \sum_{i=1}^n \frac{B_{si}}{G_{si}} & \sum_{i=1}^n \left( B_{si} + \frac{B_{si}^3}{G_{si}^2} \right) & \sum_{i=1}^n \frac{B_{si}}{G_{si}^2} & \sum_{i=1}^n \frac{B_{si}^2}{G_{si}^2} \end{bmatrix}, \quad (24)$$

$$\mathbf{Y} = [\mathbf{A} \quad \mathbf{B} \quad \mathbf{C} \quad \mathbf{D}]^T,$$

$$\mathbf{Z} = \left[ \sum_{i=1}^n F_i \quad \sum_{i=1}^n F_i \left( G_{si} + \frac{B_{si}^2}{G_{si}} \right) \quad \sum_{i=1}^n F_i \frac{1}{G_{si}} \quad \sum_{i=1}^n F_i \frac{B_{si}}{G_{si}} \right]^T.$$

Multiplicando ambos lados de (23) por la inversa de  $\mathbf{X}$  tenemos:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{X}^{-1} \mathbf{Z} \quad (25)$$

Los elementos de  $\mathbf{Y}$  son los valores que minimizan el error  $\epsilon$ . Sustituyendo A,B,C y D en (20) se obtiene  $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$  y  $B_o$ .

### IV.3. TÉCNICA DE MITAMA

En esta técnica se minimiza la distancia que existe entre los valores estimados y los valores medidos, considerando así tanto los errores que se generan al medirse la figura de ruido  $F$  como los que se generan al medir la admitancia de entrada  $Y_s = G_s + jB_s$ . Esta distancia es la longitud desde un punto medido a lo largo de una línea perpendicular al paraboloide,

como se observa en la figura 5. El cual está generado por los valores estimados. La función de error es entonces, la suma de los errores estimados para cada punto medido.

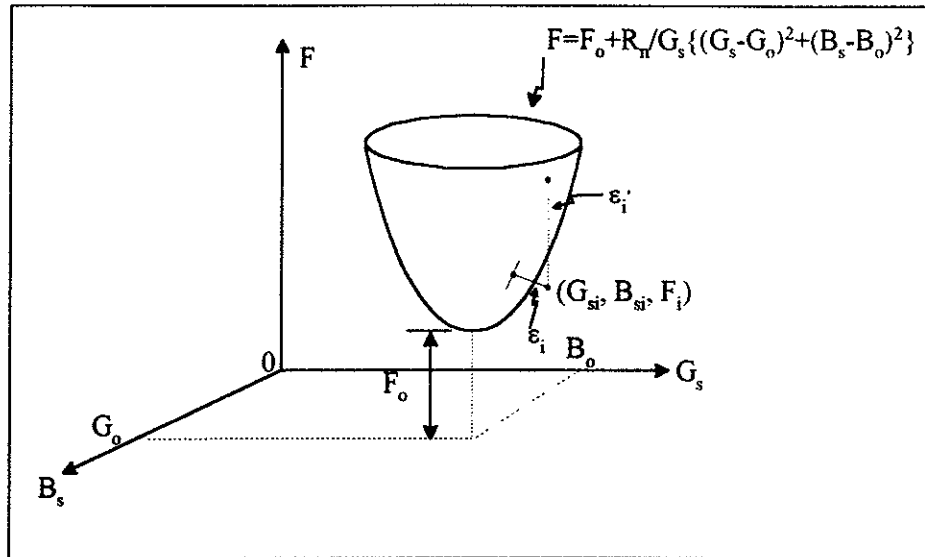


Figura 5. Error estimado  $\epsilon_i$  por la técnica de Mitama, error estimado  $\epsilon_i'$  por la técnica de Lane.

Se aplica un desarrollo en series de Taylor de primer orden alrededor de cero a la función que define la figura de ruido, obteniendo la función de error en función solamente de los parámetros de ruido ( $F_0$ ,  $R_n$ ,  $G_0$  y  $B_0$ ). Minimizando posteriormente la función de error se obtiene un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. Resolviendo este sistema y haciendo las sustituciones apropiadas se encuentran los valores de los parámetros de ruido. Al igual que en la técnica de Lane, se proporcionan como datos un conjunto de  $n$  valores medidos de figura de ruido con sus respectivas admitancias de entrada ( $F_i$ ,  $G_{si}$  y  $B_{si}$   $i=1, \dots, n$ ). En este método se calculan valores iniciales de los parámetros de ruido (utilizando la técnica de Lane). En seguida se describe la técnica con mayor detalle.

Haciendo un cambio de variables en la ecuación (15) que expresa la figura de ruido:



$$G_s = x, B_s = y, F = z, F_0 = a_1, R_n = a_2, G_0 = a_3 \text{ y } B_0 = a_4, \quad (26)$$

y despejando F se tiene:

$$G(x, y, z, a_1, a_2, a_3, a_4) = -z + a_1 + \frac{a_2}{x} \left[ (x - a_3)^2 + (y - a_4)^2 \right]. \quad (27)$$

Definiendo los errores estimados como:

$$\begin{aligned} V_{xi} &= x'_i - X_i, & V_{yi} &= y'_i - Y_i, & V_{zi} &= z'_i - Z_i, \\ V_{a1} &= a'_1 - a_1^0, & V_{a2} &= a'_2 - a_2^0, & V_{a3} &= a'_3 - a_3^0, & V_{a4} &= a'_4 - a_4^0, \end{aligned} \quad (28)$$

en donde:  $x'_i, y'_i, z'_i, a'_1, a'_2, a'_3$  y  $a'_4$  son valores estimados;  $X_i, Y_i$  y  $Z_i$  son valores medidos y  $a_1^0, a_2^0, a_3^0$  y  $a_4^0$  son valores iniciales calculados a partir de la técnica de Lane ( $i=1,2,\dots,n$  en donde  $n$  es el número de puntos medidos de F, G<sub>s</sub> y B<sub>s</sub>).

Los valores estimados deben satisfacer la relación

$$G(x'_i, y'_i, z'_i, a'_1, a'_2, a'_3, a'_4) = 0 \quad (29)$$

y deben minimizar

$$S = \sum_{i=1}^n \left( w_{xi} V_{xi}^2 + w_{yi} V_{yi}^2 + w_{zi} V_{zi}^2 \right)_{\min}, \quad (30)$$

donde  $w_{xi}, w_{yi}$  y  $w_{zi}$  son los factores de peso o ponderación que están determinados de acuerdo a la exactitud de las mediciones y el subíndice *min* indica el valor mínimo dentro del paréntesis.

Cuando  $w_{xi} = w_{yi} = w_{zi} = 1$ , la cantidad

$$\varepsilon_i = \left\{ \left( w_{xi} V_{xi}^2 + w_{yi} V_{yi}^2 + w_{zi} V_{zi}^2 \right)_{\min} \right\}^{1/2}, \quad (31)$$

representa la longitud de un segmento de línea, desde un punto medido  $i$  hasta un punto normal al paraboloides representado por (29), como se muestra en la figura 5.

El valor mínimo dentro del paréntesis de (30) ocurre cuando la línea dibujada desde el punto medido es perpendicular a la paraboloides, que precisamente estaría definido por  $\epsilon_i$  cuando  $w_{xi} = w_{yi} = w_{zi} = 1$ .

En la ecuación (31) se presentan los errores debidos tanto a la figura de ruido ( $F_i$ ) como a las admitancias de entrada ( $Y_{si}$ ).

Suponiendo que los errores estimados son pequeños, se expande en serie de Taylor la función  $G(x'_i, y'_i, z'_i, a'_1, a'_2, a'_3, a'_4)$  y se retienen solamente los términos de primer orden. Se tiene que:

$$G'_o + G'_x V_{xi} + G'_y V_{yi} + G'_z V_{zi} + G'_{a1} V_{a1} + G'_{a2} V_{a2} + G'_{a3} V_{a3} + G'_{a4} V_{a4} = 0, \quad (32)$$

en donde:

$$G'_o = G(X_i, Y_i, Z_i, a_1^0, a_2^0, a_3^0, a_4^0), \quad (33)$$

$$G'_x = \left. \frac{\partial G}{\partial x} \right|_{x=X_i, y=Y_i, z=Z_i, a_1=a_1^0, a_2=a_2^0, a_3=a_3^0, a_4=a_4^0}, \quad (34)$$

y expresiones similares para  $G'_y, \dots, G'_{a4}$  (Anexo I).

Escribiendo las expresiones definidas por (30) y (31) en función de (32), (33) y (34) se tiene:

$$\epsilon_i = \sqrt{w_i} |d_i|, \quad (35)$$

$$S = \sum_i w_i d_i^2, \quad (36)$$

en donde:

$$d_i = -(G_{a1}^i V_{a1}^i + G_{a2}^i V_{a2}^i + G_{a3}^i V_{a3}^i + G_{a4}^i V_{a4}^i + G_0^i), \quad (37)$$

$$\frac{1}{w_i} = \frac{(G_x^i)^2}{w_{xi}} + \frac{(G_y^i)^2}{w_{yi}} + \frac{(G_z^i)^2}{w_{zi}}.$$

Las ecuaciones (35) y (36) muestran las expresiones de  $\epsilon_i$  y  $S$  respectivamente, pero ahora sólo en función del conjunto de valores medidos de  $X_i$ ,  $Y_i$ , y  $Z_i$ , y de las incógnitas  $V_{a1}$ ,  $V_{a2}$ ,  $V_{a3}$  y  $V_{a4}$ . Optimizando (36) en función de las cuatro incógnitas  $V_{a1}$ ,  $V_{a2}$ ,  $V_{a3}$  y  $V_{a4}$ , se tiene:

$$\frac{\partial S}{\partial V_{a1}} = 0 ; \quad \frac{\partial S}{\partial V_{a2}} = 0 ; \quad \frac{\partial S}{\partial V_{a3}} = 0 ; \quad \frac{\partial S}{\partial V_{a4}} = 0 \quad (38)$$

Resultando el siguiente sistema de cuatro ecuaciones:

$$\mathbf{XY} = \mathbf{Z}, \quad (39)$$

en donde:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^7 W_i (G_{a1}^i)^2 & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a2}^i G_{a1}^i & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a3}^i G_{a1}^i & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a4}^i G_{a1}^i \\ \sum_{i=1}^7 W_i G_{a1}^i G_{a2}^i & \sum_{i=1}^7 W_i (G_{a2}^i)^2 & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a3}^i G_{a2}^i & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a4}^i G_{a2}^i \\ \sum_{i=1}^7 W_i G_{a1}^i G_{a3}^i & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a2}^i G_{a3}^i & \sum_{i=1}^7 W_i (G_{a3}^i)^2 & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a4}^i G_{a3}^i \\ \sum_{i=1}^7 W_i G_{a1}^i G_{a4}^i & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a2}^i G_{a4}^i & \sum_{i=1}^7 W_i G_{a3}^i G_{a4}^i & \sum_{i=1}^7 W_i (G_{a4}^i)^2 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{Z} = \left[ -\sum_{i=1}^7 W_i G_{a1}^i G_0^i \quad -\sum_{i=1}^7 W_i G_{a2}^i G_0^i \quad -\sum_{i=1}^7 W_i G_{a3}^i G_0^i \quad -\sum_{i=1}^7 W_i G_{a4}^i G_0^i \right]^T, \quad (40)$$

$$\mathbf{Y} = [V_{a1} \quad V_{a2} \quad V_{a3} \quad V_{a4}]^T.$$

$Y$  es la incógnita, entonces multiplicando por  $X^{-1}$  ambos lados de la ecuación (39) se tiene:

$$Y = X^{-1}Z. \quad (41)$$

Se calculan finalmente los parámetros de ruido empleando las siguientes relaciones, obtenidas a partir de (28):

$$\begin{aligned} a'_1 &= V_{a1} + a_1^0, \\ a'_2 &= V_{a2} + a_2^0, \\ a'_3 &= V_{a3} + a_3^0, \\ a'_4 &= V_{a4} + a_4^0. \end{aligned} \quad (42)$$

#### IV.4. TÉCNICA DE VASILESCU

En esta técnica se desarrolla un sistema de cuatro ecuaciones no lineales para encontrar los parámetros de ruido  $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$  y  $B_o$ . Para aplicarla sólo se requiere un conjunto de cuatro datos, es decir  $F_i$ ,  $G_{si}$ ,  $B_{si}$  con  $i=1,2,3,4$ .

Haciendo el cambio de variable  $G_s=R_s^{-1}$  en la expresión de la figura de ruido (15), se encuentra que :

$$\begin{aligned} F_i &= F_o + R_n R_{si} \left[ (G_{si} - G_o)^2 + (B_{si} - B_o)^2 \right], \\ i &= 1,2,3,4 ; \quad R_{si} = \frac{1}{G_{si}}, \end{aligned} \quad (43)$$

Para eliminar  $F_o$ , se forma una nueva ecuación haciendo la resta  $F_{i+1} - F_i$ . Escribimos entonces:

$$-d_i = a_i(G_o^2 + B_o^2) + 2b_i B_o - \frac{c_i}{R_n}, \quad i = 1,2,3 \quad (44)$$

en donde:

$$\begin{aligned} a_i &= R_{si} - R_{s(i+1)}, \\ b_i &= B_{s(i+1)}R_{s(i+1)} - B_{si}R_{si}, \\ c_i &= F_i - F_{i+1}, \\ d_i &= G_{si} - G_{s(i+1)} + R_{si}B_{si}^2 - R_{s(i+1)}B_{s(i+1)}^2. \end{aligned} \quad (45)$$

La ecuación (44) se divide entre  $a_i$  y se efectúa la resta de  $(-d_{i+1}/a_{i+1}) + (d_i/a_i)$  eliminando  $(G_o^2 + B_o^2)$  y dejando la expresión sólo en función de  $B_o$  y  $R_n$

$$g_i = e_i B_o + \frac{f_i}{R_n}, \quad i = 1,2 \quad (46)$$

en donde:

$$\begin{aligned} e_i &= 2(b_i a_{i+1} - b_{i+1} a_i), \\ f_i &= a_i c_{i+1} - a_{i+1} c_i, \\ g_i &= d_{i+1} a_i - d_i a_{i+1}. \end{aligned} \quad (47)$$

En la ecuación (46) se tienen dos ecuaciones con dos incógnitas ( $B_o$  y  $R_n$ ).

Resolviendo el sistema se obtiene:

$$\begin{aligned} R_n &= \frac{e_2 f_1 - e_1 f_2}{e_2 g_1 - e_1 g_2}, \\ B_o &= \frac{g_2 f_1 - g_1 f_2}{e_2 f_1 - e_1 f_2}. \end{aligned} \quad (48)$$

Por sustitución se encuentran las dos incógnitas restantes:

$$G_o = \left[ \left( -d_1 + \frac{c_1}{R_n} - 2B_o b_1 \right) \frac{1}{a_1} - B_o^2 \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (49)$$

$$F_o = F_1 - R_n R_{s1} \left[ (G_1 - G_o)^2 + (B_{s1} - B_o)^2 \right].$$

#### IV.5. TÉCNICA DE BOUDIAF

En esta técnica se considera el grado de incertidumbre de los datos medidos, haciendo mediciones repetitivas en  $F_i$  y  $Y_{si}$  (o  $\Gamma_{si}$ ). Para extraer los parámetros de ruido se expresa la relación de la figura de ruido como una línea recta, calculando primero la resistencia equivalente de ruido ( $R_n$ ) y la figura de ruido mínima ( $F_o$ ) y posteriormente el coeficiente de reflexión óptimo ( $\Gamma_o$ ). Sin embargo, en esta técnica se requieren estimaciones iniciales de  $R_n$  y  $Y_o$ .

El análisis se divide en dos etapas. En la primera, utilizando el algoritmo de Williamson [Williamson, 1968] se calculan  $R_n$  y  $F_o$ ; este algoritmo consiste en ajustar una línea recta a un conjunto de puntos dispersos. La pendiente de esta línea, que determina a  $R_n$ , se obtiene con la ayuda de un método de optimización a partir de una estimación inicial de  $R_n$ , calculada con la técnica de Lane. Una vez que se obtiene la pendiente se calcula el punto de cruce por la ordenada ( $F_o$ ). En la segunda etapa se genera un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas a partir del cual se obtiene el valor de la admitancia de entrada óptima ( $Y_o = G_o + jB_o$ ). En seguida se describe la técnica con mayor detalle.

Expresando, primero la figura de ruido en términos de los coeficientes de reflexión

(17)

$$F_i = F_o + 4 \frac{R_n}{Z_o} \frac{|\Gamma_{si}^j - \Gamma_o|^2}{|1 + \Gamma_o|^2 (1 - |\Gamma_{si}^j|^2)} \quad (50)$$

Haciendo cambio de variables

$$y_i^j = \alpha + \beta x_i^j \quad (51)$$

en donde:

$$\begin{aligned} y_i^j &= F_i^j, & x_i^j &= \frac{|\Gamma_{si}^j - \Gamma_o|^2}{|1 + \Gamma_o|^2 (1 - |\Gamma_{si}^j|^2)}, \\ \alpha &= F_o, & \beta &= 4 \frac{R_n}{Z_o}, \end{aligned} \quad (52)$$

$i=1, \dots, N_g$        $N_g$  = Número de coeficientes de fuente medidos  
 $j=1, \dots, N_m$        $N_m$  = Número de mediciones efectuadas en el mismo punto

Con los valores medidos de  $x_i^j$  e  $y_i^j$  en el mismo punto se calculan sus medias estadísticas  $x_{mi}$  e  $y_{mi}$  con sus respectivas varianzas  $p_i$  y  $q_i$ . Antes de calcular  $x_{mi}$  se deben de obtener los valores de  $x_i^j$  a partir de un valor inicial de  $\Gamma_o$  ( $Y_o$ ) calculado mediante la técnica de Lane.

Se puede observar que con esta transformación, la figura de ruido pasó de ser una paraboloides de tres dimensiones en el plano ( $\Gamma, F$ ) a una línea recta en el plano ( $X, Y$ ) (figura 6), en donde  $\beta$  es la pendiente y  $\alpha$  es el cruce por la ordenada. Entonces el problema se reduce a calcular  $\beta$  y  $\alpha$ , en donde  $\beta$  está en función de  $R_n$  y  $\alpha$  de  $F_o$ . Una vez calculadas

estas dos constantes sólo resta por conocer  $\Gamma_0$  ( $Y_0$ ), que se encuentra resolviendo la expresión de  $x_{mi}$ .

### 1era etapa: Cálculo de $R_n$ y $F_0$

Las constantes  $\beta$  y  $\alpha$  se calculan a partir de las siguientes expresiones (Anexo II):

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{Ng} w_i z_i y'_{mi}}{\sum_{i=1}^{Ng} w_i z_i x'_{mi}}, \quad (53)$$

en donde

$$\begin{aligned} w_i &= (q_i + \beta^2 p_i)^{-1}, & z_i &= w_i (x'_{mi} q_i + p_i \beta y'_{mi}), \\ x'_{mi} &= x_{mi} - \bar{x}_m, & y'_{mi} &= y_{mi} - \bar{y}_m, \\ \bar{x}_m &= \frac{\sum_{i=1}^{Ng} w_i x_{mi}}{\sum_{i=1}^{Ng} w_i}, & \bar{y}_m &= \frac{\sum_{i=1}^{Ng} w_i y_{mi}}{\sum_{i=1}^{Ng} w_i}. \end{aligned} \quad (54)$$

Todas la variables que se utilizan para calcular  $\beta$  están en función de ella misma (función implícita), por lo que es necesario utilizar un método de optimización (Anexo III) en donde el valor inicial de  $\beta$  ( $\beta_{mi}$ ) se obtiene a partir de un valor inicial de  $R_n$  calculado por la técnica de Lane. Una vez encontrada  $\beta$ ,  $\alpha$  se calcula empleando la ecuación (51), como sigue:



$$\alpha = \bar{y}_m - \beta \bar{x}_m. \quad (55)$$

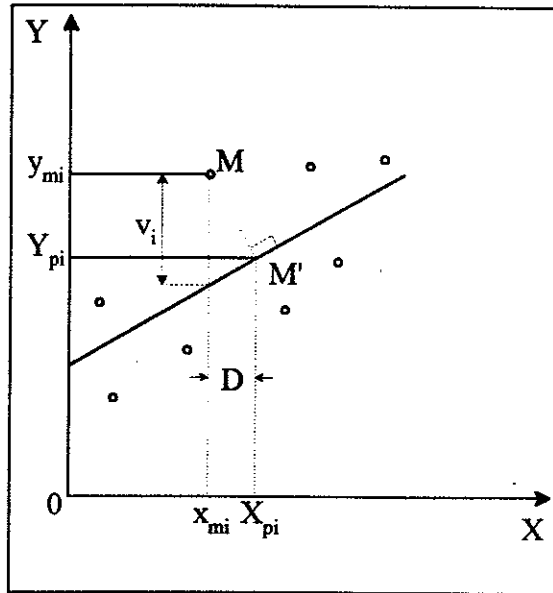


Figura 6. Línea recta estimada en la técnica de Boudiaf.

### 2da etapa: Cálculo de $\Gamma$ .

Trazando un segmento de línea ( $MM'$ ) perpendicular a la línea recta ajustada en la 1era etapa, desde un punto medido  $x_{mi}$  hasta un punto  $X_{pi}$ , como se muestra en la figura 6.

En donde  $X_{pi}$  es igual a

$$X_{pi} = x_{mi} + D, \quad (56)$$

$D$  se calcula auxiliándose de la figura 7.

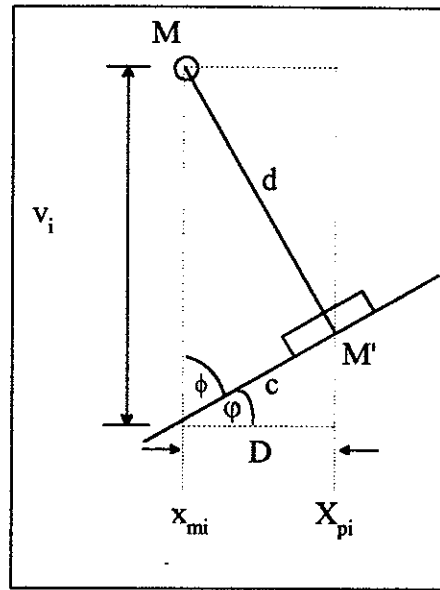


Figura 7. Segmento de línea  $MM'$ .

Sabiendo que la distancia que existe de un punto a una recta,  $d$  está dado por:

$$d = \frac{v_i}{\sqrt{\beta^2 + 1}}, \quad (57)$$

en donde:

$$v_i = y_{mi} - \alpha - \beta x_{mi}. \quad (58)$$

Utilizando (57) el cateto  $c$  se expresa por:

$$c = \frac{\beta v_i}{\sqrt{\beta^2 + 1}}, \quad (59)$$

y el ángulo  $\phi$  es igual a:

$$\phi = \arcsen\left(\frac{1}{\sqrt{\beta^2 + 1}}\right). \quad (60)$$

De acuerdo a la figura 7 el ángulo  $\phi$  está dado por:

$$\varphi = 90^\circ - \arcsen\left(\frac{1}{\sqrt{\beta^2 + 1}}\right). \quad (61)$$

Por otra parte,

$$\cos\varphi = \frac{1}{\sqrt{\beta^2 + 1}}. \quad (62)$$

Entonces, empleando (62) y (59), D es igual a

$$D = c \cos\varphi = \frac{\beta v_i}{\beta^2 + 1}. \quad (63)$$

Para calcular  $\beta^2 + 1$  se parte de la expresión de  $w_i$  dada en la ecuación (54)

$$w_i = \frac{1}{q_i + \beta^2 p_i}. \quad (64)$$

Desarrollando (64) y considerando que  $w_i(p_i - q_i) \ll 1$  se encuentra que:

$$\beta^2 + 1 = \frac{1}{w_i p_i}. \quad (65)$$

Sustituyendo (65) en (63) se tiene que:

$$D = \beta v_i w_i p_i. \quad (66)$$

Finalmente, sustituyendo (66) y (58) en (56) se obtiene:

$$X_{pi} = x_{mi} + w_i p_i (y_{mi} - \alpha - \beta x_{mi}) \beta. \quad (67)$$

Ahora el coeficiente de reflexión se calcula ajustando al punto  $X_{pi}$

$$X_{pi} = \frac{|\Gamma_o - \Gamma_{smi}|^2}{|1 + \Gamma_o|^2 (1 - |\Gamma_{smi}|^2)}. \quad (68)$$

Para linealizar (68), se utilizan las expresiones de los coeficientes de reflexión en función de su magnitud y fase:

$$\Gamma_o = \rho_o e^{j\theta_o} \quad ; \quad \Gamma_{smi} = \rho_{smi} e^{j\theta_{smi}} , \quad (69)$$

obteniendo la siguiente relación, en donde las incógnitas son  $\rho_o^2$ ,  $\rho_o \cos(\theta_o)$  y  $\rho_o \sin(\theta_o)$ .

$$(A_i - 1)\rho_o^2 + 2(A_i + \rho_{smi} \cos(\theta_{smi}))\rho_o \cos(\theta_o) + 2\rho_{smi} \sin(\theta_{smi})\rho_o \sin(\theta_o) = \rho_{smi}^2 - A_i ,$$

$$A_i = X_{pi} (1 - \rho_{smi}^2) . \quad (70)$$

Para calcular los valores de las incógnitas, se realizan primero los siguientes cambios de variables a la ecuación (70)

$$\begin{aligned} a_i &= A_i - 1, & b_i &= 2(A_i + \rho_{smi} \cos \theta_{smi}) , \\ c_i &= 2(\rho_{smi} \sin \theta_{smi}) , & d_i &= \rho_{smi}^2 - A_i , \end{aligned} \quad (71)$$

$$U = \rho_o^2, \quad V = \rho_o \cos \theta_o, \quad W = \rho_o \sin \theta_o . \quad (72)$$

La función de error se define entonces de la forma:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n [Ua_i + Vb_i + Wc_i - d_i]^2 . \quad (73)$$

Para calcular U, V y W se minimiza  $\varepsilon$  como función de estos tres parámetros.

Tomando entonces:

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial U} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial V} = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial W} = 0 . \quad (74)$$

De esto resulta el siguiente sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas ( $\rho_o^2$ ,  $\rho_o \cos \theta$  y  $\rho_o \sin \theta$ ),

$$\mathbf{XY}=\mathbf{Z} \quad (75)$$

en donde:

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n a_i^2 & \sum_{i=1}^n a_i b_i & \sum_{i=1}^n a_i c_i \\ \sum_{i=1}^n a_i b_i & \sum_{i=1}^n b_i^2 & \sum_{i=1}^n c_i b_i \\ \sum_{i=1}^n a_i c_i & \sum_{i=1}^n c_i b_i & \sum_{i=1}^n c_i^2 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} U \\ V \\ W \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n a_i d_i \\ \sum_{i=1}^n a_i d_i \\ \sum_{i=1}^n c_i d_i \end{bmatrix}. \quad (76)$$

Y se obtiene multiplicando ambos lados de la ecuación (75) por la inversa de X

$$\mathbf{Y}=\mathbf{X}^{-1}\mathbf{Z}. \quad (77)$$

De la ecuación (52) despejando  $\beta$  se obtiene  $R_n$ .  $F_o$  se calcula directamente de  $\alpha$  (55) y finalmente  $\Gamma_o$  (o  $Y_o$ ) se determina con las ecuaciones (77) y (72).

#### IV.6. TÉCNICA DE CARUSO

Al igual que en la técnica de Lane, Caruso obtiene un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas. En el desarrollo que se realiza mediante esta técnica se parte de la expresión de la figura de ruido en función de los coeficientes de reflexión.

La principal característica de esta técnica es la de obtener una serie de criterios sobre las singularidades debidas a la mala elección de los coeficientes de reflexión de entrada  $\Gamma_s$  (o admitancias de entrada  $Y_s$ ), que se pueden presentar al calcular la matriz de coeficientes para extraer los parámetros de ruido. Estos criterios se generan a partir de la solución encontrada para extraer los parámetros de ruido.

Representando la figura de ruido en función de los coeficientes de reflexión (17) y haciendo un cambio de variable se tiene:

$$F_i = F_o + 4N \frac{|\Gamma_{si} - \Gamma_o|^2}{(1 - |\Gamma_{si}|^2)(1 - |\Gamma_o|^2)}, \quad \text{con } N = R_n G_o, \quad (78)$$

en donde  $\Gamma_o = \rho_o e^{j\theta_o}$  y  $\Gamma_{si} = \rho_{si} e^{j\theta_{si}}$ . Reduciendo (78) a un sistema lineal de ecuaciones se tiene:

$$F_i = a + b \frac{1}{1 - \rho_{si}^2} + c \frac{\rho_{si} \cos \theta_{si}}{1 - \rho_{si}^2} + d \frac{\rho_{si} \text{sen} \theta_{si}}{1 - \rho_{si}^2}, \quad (79)$$

donde:

$$\begin{aligned} a &= F_o - \frac{4N}{1 - \rho_o^2}, & b &= 4N \frac{1 + \rho_o^2}{1 - \rho_o^2}, \\ c &= -8N \frac{\rho_o \cos \theta_o}{1 - \rho_o^2}, & d &= -8N \frac{\rho_o \text{sen} \theta_o}{1 - \rho_o^2}. \end{aligned} \quad (80)$$

Despejando de (80) se encuentran las siguientes relaciones de los parámetros de ruido:

$$\begin{aligned} F_o &= a + \frac{b + \Delta}{2}, & N &= \frac{\Delta}{4}, \\ \rho_o &= \sqrt{\frac{b - \Delta}{b + \Delta}}, & \theta_o &= \tan^{-1} \left( \frac{d}{c} \right), \\ \Delta &= \sqrt{b^2 - c^2 - d^2}. \end{aligned} \quad (81)$$

Para calcular a, b, c y d, se resuelve (79) de la siguiente manera:

$$\Theta = (\mathbf{M}'\mathbf{M})^{-1} \mathbf{M}'\Psi, \quad (82)$$

en donde:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{1-\rho_{s1}^2} & \frac{\rho_{s1} \cos\theta_{s1}}{1-\rho_{s1}^2} & \frac{\rho_{s1} \text{sen}\theta_{s1}}{1-\rho_{s1}^2} \\ 1 & \frac{1}{1-\rho_{s2}^2} & \frac{\rho_{s2} \cos\theta_{s2}}{1-\rho_{s2}^2} & \frac{\rho_{s2} \text{sen}\theta_{s2}}{1-\rho_{s2}^2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \frac{1}{1-\rho_{sn}^2} & \frac{\rho_{sn} \cos\theta_{sn}}{1-\rho_{sn}^2} & \frac{\rho_{sn} \text{sen}\theta_{sn}}{1-\rho_{sn}^2} \end{bmatrix}, \quad \Theta = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{bmatrix}, \quad \Psi = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ \vdots \\ F_n \end{bmatrix}. \quad (83)$$

La solución está dada por el vector  $\Theta$ . Sustituyendo a, b, c y d en (81), se determinan los parámetros de ruido.

Se observa que la Matriz  $\mathbf{M}$  es singular si existe dependencia lineal entre alguno de sus renglones o columnas, esto ocurre si:

$$\begin{aligned} \rho_s = \text{cte}; & \quad \rho_s \cos\theta_s = \text{cte}; & \quad \rho_s \text{sen}\theta_s = \text{cte}; \\ \tan\theta_s = \text{cte}; & \quad \frac{\rho_s \text{sen}\theta_s}{1-\rho_s^2} = \text{cte}. \end{aligned} \quad (84)$$

Por lo tanto, si a la entrada del dispositivo se presenta un conjunto de coeficientes de reflexión de magnitud o fase constante (Anexo IV), se obtiene una dependencia lineal entre los renglones o columnas de la matriz  $\mathbf{M}$  y por consiguiente una matriz singular.

A las curvas que cumplen las condiciones anteriores se les conoce como curvas singulares.

#### IV.7. TÉCNICA DE O'CALLAGHAN

Al igual que en la técnica presentada anteriormente, una de las principales características de esta técnica es la de generar criterios para elegir las admitancias de entrada, necesarias para determinar los parámetros de ruido. Estos criterios evitan un mal condicionamiento en el sistema de ecuaciones empleado para calcular los parámetros de ruido y disminuyen la dependencia de la incertidumbre en la medición de los datos; factores que provocan mayores errores en los parámetros de ruido o bien resultados incongruentes.

Para obtener los parámetros de ruido se utiliza una representación vectorial de la figura de ruido, obteniendo un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, el cual se resuelve aplicando el método de Cholesky [Kreyszig, 1979].

Expresando ahora la relación de la figura de ruido en función de admitancias de entrada (15) como:

$$F = F_o - 2R_n G_o + R_n \frac{G_s^2 + B_s^2}{G_s} - 2R_n B_o \left( \frac{B_s}{G_s} \right) + R_n (G_o^2 + B_o^2) \frac{1}{G_s}. \quad (85)$$

Dado un conjunto de  $n$  puntos medidos de  $F_i$ ,  $G_{si}$  y  $B_{si}$  con  $i=1,2,\dots,n$ , la figura de ruido se puede escribir en forma vectorial, como sigue:

$$\bar{F}_m \cong C_1 \bar{V}_1 + C_2 \bar{V}_2 + C_3 \bar{V}_3 + C_4 \bar{V}_4, \quad (86)$$

en donde:

$$\bar{F}_m = (F_{m1}, F_{m2}, \dots, F_{mi}, \dots, F_{mn})^T, \quad (87)$$



$$\begin{aligned}
\bar{V}_1 &= (1, 1, \dots, 1)^T, \\
\bar{V}_2 &= \left( \frac{G_{s1}^2 + B_{s1}^2}{G_{s1}}, \frac{G_{s2}^2 + B_{s2}^2}{G_{s2}}, \dots, \frac{G_{si}^2 + B_{si}^2}{G_{si}}, \dots, \frac{G_{sn}^2 + B_{sn}^2}{G_{sn}} \right)^T, \\
\bar{V}_3 &= \left( \frac{B_{s1}}{G_{s1}}, \frac{B_{s2}}{G_{s2}}, \dots, \frac{B_{si}}{G_{si}}, \dots, \frac{B_{sn}}{G_{sn}} \right)^T, \\
\bar{V}_4 &= \left( \frac{1}{G_{s1}}, \frac{1}{G_{s2}}, \dots, \frac{1}{G_{si}}, \dots, \frac{1}{G_{sn}} \right)^T, \\
C_1 &= (F_o - 2R_n G_o), \quad C_2 = R_n, \\
C_3 &= -2R_n B_o, \quad C_4 = R_n (G_o^2 + B_o^2).
\end{aligned} \tag{88}$$

La magnitud del error está dada por:

$$\varepsilon = \left[ \sum_{i=1}^n (F_m - C_1 V_{1i} - C_2 V_{2i} - C_3 V_{3i} - C_4 V_{4i})^2 \right]^{1/2}, \tag{90}$$

donde  $V_{1i}, \dots, V_{4i}$  son los componentes de  $\bar{V}_1, \dots, \bar{V}_4$  respectivamente. La magnitud del vector de error  $\bar{\varepsilon}$  descrita por (90) es mínima cuando el vector de error  $\bar{\varepsilon}$  es ortogonal a todos los vectores  $\bar{V}_i$ . Entonces:

$$\left\langle \left( \bar{F}_m - \sum_{j=1}^4 C_j \bar{V}_j \right), \bar{V}_i \right\rangle = 0, \quad i = 1, \dots, 4 \tag{91}$$

Reordenando (91) se tiene:

$$\sum_{j=1}^4 \langle \bar{V}_i, \bar{V}_j \rangle C_j = \langle \bar{F}_m, \bar{V}_i \rangle. \tag{92}$$

Desarrollando esta última expresión se genera el siguiente sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas ( $C_1, \dots, C_4$ ):

$$\begin{bmatrix} \langle \bar{V}_1, \bar{V}_1 \rangle & \langle \bar{V}_1, \bar{V}_2 \rangle & \langle \bar{V}_1, \bar{V}_3 \rangle & \langle \bar{V}_1, \bar{V}_4 \rangle \\ \langle \bar{V}_2, \bar{V}_1 \rangle & \langle \bar{V}_2, \bar{V}_2 \rangle & \langle \bar{V}_2, \bar{V}_3 \rangle & \langle \bar{V}_2, \bar{V}_4 \rangle \\ \langle \bar{V}_3, \bar{V}_1 \rangle & \langle \bar{V}_3, \bar{V}_2 \rangle & \langle \bar{V}_3, \bar{V}_3 \rangle & \langle \bar{V}_3, \bar{V}_4 \rangle \\ \langle \bar{V}_4, \bar{V}_1 \rangle & \langle \bar{V}_4, \bar{V}_2 \rangle & \langle \bar{V}_4, \bar{V}_3 \rangle & \langle \bar{V}_4, \bar{V}_4 \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle \bar{F}, \bar{V}_1 \rangle \\ \langle \bar{F}, \bar{V}_2 \rangle \\ \langle \bar{F}, \bar{V}_3 \rangle \\ \langle \bar{F}, \bar{V}_4 \rangle \end{bmatrix} \quad (93)$$

En donde las constantes  $C_1, C_2, C_3, C_4$  se calculan utilizando el método de Cholesky [Kreyszig, 1979] (Anexo V) y los valores de los parámetros de ruido ( $F_o, R_n, G_o$  y  $B_o$ ) se encuentran sustituyendo estas constantes en (89).

El sistema de ecuaciones obtenido para extraer los parámetros de ruido (ec. 93) esta mal condicionado cuando los vectores  $\bar{V}_1, \dots, \bar{V}_4$  son linealmente dependientes o cuando la incertidumbre en su determinación es comparable con su magnitud. Esto causa que los coeficientes  $C_1, \dots, C_4$  no están definidos de manera única.

Hay 11 posibles casos en los que  $\bar{V}_1, \dots, \bar{V}_4$  son linealmente dependientes:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \alpha_1 \bar{V}_2, & \bar{V}_1 &= \alpha_2 \bar{V}_3, & \bar{V}_1 &= \alpha_3 \bar{V}_4, \\ \bar{V}_2 &= \alpha_4 \bar{V}_3, & \bar{V}_2 &= \alpha_5 \bar{V}_4, & \bar{V}_3 &= \alpha_6 \bar{V}_4, \\ \bar{V}_1 &= \alpha_7 \bar{V}_2 + \beta_7 \bar{V}_3, & \bar{V}_1 &= \alpha_8 \bar{V}_2 + \beta_8 \bar{V}_4, & \bar{V}_1 &= \alpha_9 \bar{V}_3 + \beta_9 \bar{V}_4, \\ \bar{V}_2 &= \alpha_{10} \bar{V}_3 + \beta_{10} \bar{V}_4, & \bar{V}_1 &= \alpha_{11} \bar{V}_2 + \beta_{11} \bar{V}_3 + \gamma_{11} \bar{V}_4, \end{aligned} \quad (94)$$

donde  $\alpha, \beta$  y  $\gamma$  son constantes. Cada expresión de las 11 mostradas genera una familia de círculos o líneas en el plano de admitancias (Anexo VI).

Finalmente, los criterios de selección de las admitancias de fuente son:

1. La incertidumbre de los vectores en  $\bar{V}_2, \bar{V}_3$  y  $\bar{V}_4$  no debe ser fuertemente dependiente de la incertidumbre en los valores del coeficiente de reflexión de fuente. Además, la incertidumbre de un vector debe ser mucho menor que su magnitud.

2. Idealmente  $\bar{V}_1, \dots, \bar{V}_4$  deben ser ortogonales. Sin embargo, dado que los componentes de estos vectores son los valores de la admitancias de fuente, estos no pueden ser completamente ortogonales. Entonces se determina el grado de ortogonalidad con:

$$\cos(\bar{V}_i, \bar{V}_j) = \frac{\langle \bar{V}_i, \bar{V}_j \rangle}{|\bar{V}_i| \cdot |\bar{V}_j|} \quad i \neq j. \quad (95)$$

Si  $\cos(\bar{V}_i, \bar{V}_j) = 0$  indica que los vectores  $\bar{V}_i$  y  $\bar{V}_j$  son ortogonales y  $\cos(\bar{V}_i, \bar{V}_j) = 1$  indica que los vectores  $\bar{V}_i$  y  $\bar{V}_j$  son paralelos. En este último caso, habría una dependencia lineal entre ellos. La elección de admitancias de fuente se debe de hacer de tal forma que nos permita minimizar simultáneamente la magnitud de estos factores.

## **V. IMPLEMENTACIÓN DE LAS TÉCNICAS DE EXTRACCIÓN DE LOS PARÁMETROS DE RUIDO**

### **V.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se describen los algoritmos de las seis técnicas de extracción de los parámetros de ruido desarrolladas en el capítulo anterior. Presentándose también las condiciones necesarias para elegir las admitancias de entrada.

Estas técnicas fueron implementadas en lenguaje de Matlab [Penny y Lindfield, 1995; Hanselman y Littlefield, 1996] en forma de menú, agregándose además el graficado de la figura de ruido y de los errores relativos porcentuales generados en cada técnica.

### **V.2. ELECCIÓN DE LAS ADMITANCIAS DE ENTRADA**

Para aplicar las técnicas descritas en el capítulo IV, se requiere de un grupo de datos de figuras de ruido medidas con su respectivas admitancias de entrada (o coeficientes de reflexión).

El valor de las admitancias que se elijan, para presentarlas a la entrada del DUT y medir su correspondiente figura de ruido, es crucial en la solución de las expresiones para la extracción de los parámetros de ruido. Esto se debe a que los elementos de la matriz empleada (ec. 24, 40, 76, 83 y 93) para extraer los parámetros de ruido, están en función solamente de las admitancias o de los coeficientes de reflexión de entrada. Cabe mencionar que cuando esta matriz se hace singular la solución es indeterminada.

Si las admitancias elegidas para extraer los parámetros de ruido cumplen alguna o algunas condiciones de singularidad, se dirá entonces que el sistema está mal condicionado. Las condiciones que pueden llegar a ocurrir con mayor frecuencia son que: la magnitud o la fase del coeficiente de reflexión sea constante o bien, la parte real o imaginaria de la admitancia sea constante (Anexo IV). Además de estas existe otras condiciones, mostradas en la ec. 84 y en el Anexo VI. Entonces, para evitar que la matriz empleada en la extracción de los parámetros de ruido sea singular, la parte real o imaginaria de las admitancias de entrada no deben ser constantes o bien, la magnitud o fase de los coeficientes de reflexión no deben ser constantes.

Por otra parte, se menciona en la literatura [Davison *et al.*, 1989] que es recomendable distribuir de manera uniforme la constelación de admitancias de entrada en la carta de Smith, esto con el fin de evitar singularidades y mejorar la precisión en la extracción de los parámetros de ruido.

### **V.3. IMPLEMENTACIÓN DE ALGORITMOS**

Como se describió anteriormente, la característica en común de las técnicas implementadas es el grupo de datos necesarios para aplicarlas: las figuras de ruido medidas y sus correspondientes admitancias ( $F_i$ ,  $G_{si}$ ,  $B_{si}$ ). Sin embargo, el desarrollo de cada técnica es diferente, dadas las condiciones bajo las cuales se realizó el análisis matemático para calcular los parámetros de ruido. A continuación se presenta cada uno de estos algoritmos.

Las figuras de ruido que se emplean inicialmente del banco de ruido están dadas en dB y las admitancias de entrada en mMhos, para generarlas como datos de entrada a cualquiera de las técnicas implementadas se deben de normalizar:  $F_i$  en valores numéricos y  $G_{si}$  y  $B_{si}$  en mhos.

Para determinar el error total en cada técnica se utilizó el valor porcentual del error relativo residual RMS (ERR)

$$ERR = \left( \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{F_{medi} - F_{esti}}{F_{medi}} \right)^2} \right) \cdot 100\% , \quad (96)$$

donde:  $n$  es el número de datos tomados,  $F_{medi}$  son las figuras de ruido medidas y  $F_{esti}$  son las figuras de ruido estimadas una vez que se encuentran y sustituyen los parámetros de ruido (ec. 15).

Para graficar los errores en cada punto medido, generados por la técnica aplicada, se utilizó el valor porcentual del error relativo con respecto a los valores medidos de la figura de ruido.

$$Error\_relativo = \left| \frac{F_{med} - F_{esti}}{F_{med}} \right| \cdot 100\% . \quad (97)$$

En seguida se describe el algoritmo de cada una de las técnicas aplicadas y finalmente se muestra el algoritmo general utilizado para la implementación en el software escrito en lenguaje de Matlab.

### V.3.1. Algoritmo de la técnica de Lane

Para calcular los parámetros de ruido, en esta técnica se resuelve un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (ec. 23 y 24), tomando como datos el conjunto de figuras de ruido medidas con sus respectivas admitancias de entrada. Los pasos que se siguen son los siguientes:

1. Se proporciona el conjunto de datos de entrada ( $F_i$ ,  $G_{si}$ ,  $B_{si}$ ).
2. Se efectúan las sustituciones y operaciones necesarias para resolver el sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas generado en esta técnica (ec. 24).
3. Se calcula  $Y=[A B C D]^T$  (ec. 25).
4. Se sustituyen los valores de A, B, C y D para calcular los parámetros de ruido (ec. 20).
5. Se sustituyen los parámetros de ruido y las admitancias de entrada  $Y_{si}=G_{si}+jB_{si}$  en la expresión de la figura de ruido para obtener las figuras de ruido estimadas  $F_{esti}$  (ec. 15).
6. Se obtienen los valores porcentuales de los errores relativos para cada punto medido (ec. 97).
7. Se obtiene el valor porcentual del error relativo residual ERR (ec. 96).
8. Se muestran los parámetros de ruido ( $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$ ,  $B_o$ ) y el valor porcentual del error relativo residual ERR.

### V.3.2. Algoritmo de la técnica de Mitama

En ésta técnica también se resuelve un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (ec. 39 y 40), pero esta considera tanto la incertidumbre que existe al medir las figuras de ruido como las admitancias de entrada. Se requieren también valores iniciales de los parámetros de ruido, calculados por la técnica de Lane. El procedimiento es como sigue:

1. Se proporciona el conjunto de datos de entrada ( $F_i$ ,  $G_{si}$ ,  $B_{si}$ ).
2. Se calculan los valores iniciales de  $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$  y  $B_o$ , es decir  $a_1^0$ ,  $a_2^0$ ,  $a_3^0$  y  $a_4^0$  respectivamente (ec. 26).
3. Se calculan las funciones  $G_x^i, \dots, G_{a4}^i$  y  $G_0^i$  (Anexo I).
4. Considerando que  $w_{xi} = w_{yi} = w_{zi} = 1$ , se calculan los factores de ponderación  $w_i$  (ec. 37).
5. Se sustituyen  $G_x^i, \dots, G_{a4}^i$ ,  $G_0^i$  y  $w_i$  para resolver el sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas generado en esta técnica (ec. 40).
6. Se calcula  $Y = [V_{a1} \ V_{a2} \ V_{a3} \ V_{a4}]^T$  (ec. 41).
7. Se sustituyen  $a_1^0$ ,  $a_2^0$ ,  $a_3^0$ ,  $a_4^0$ ,  $V_{a1}$ ,  $V_{a2}$ ,  $V_{a3}$  y  $V_{a4}$  en las expresiones correspondientes (ec. 42) para calcular los parámetros de ruido.
8. Se sustituyen los parámetros de ruido y las admitancias de entrada  $Y_{si} = G_{si} + jB_{si}$  en la expresión de la figura de ruido para obtener las figuras de ruido  $F_{esti}$  (ec. 15).
9. Se obtienen los valores porcentuales de los errores relativos para cada punto medido (ec. 97).
10. Se obtiene el valor porcentual del error relativo residual ERR (ec. 96).



11. Se muestran los parámetros de ruido ( $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$ ,  $B_o$ ) y el valor porcentual de error relativo residual ERR.

### V.3.3. Algoritmo de la técnica de Vasilescu

Dado que esta técnica emplea sólo un grupo de cuatro datos de entrada ( $i=1,2,3,4$ ), primero se indicará el algoritmo propiamente de la técnica de Vasilescu para encontrar los parámetros de ruido y después se mencionaran los puntos adicionales que se implementaron, considerando que en la mayoría de las ocasiones el número de datos de entrada con que se cuenta es mayor a 4. La secuencia a seguir es la siguiente, la está enumerada con a, b y c, dado que es parte de otro algoritmo.

- a. Se proporciona el conjunto de datos de entrada ( $F_i$ ,  $G_{si}$ ,  $B_{si}$   $i=1,2,3,4$ ).
- b. Se sustituyen estos valores en las expresiones obtenidas en esta técnica para encontrar los parámetros de ruido (ec. 45 y 47), observando que son cálculos directos, sin ningún despeje adicional. El orden de los datos es indiferente dado que los resultados son los mismos, siempre y cuando las figuras de ruido correspondan a las admitancias de entrada.
- c. Se obtienen  $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$ ,  $B_o$  (ec. 48 y 49).

Este algoritmo se aplica como una subrutina dentro de otra rutina, que genera el número de combinaciones y determina cual combinación es la que se elegirá. La elección se realiza en función al error relativo residual ERR; es decir que para cada combinación se calculan los parámetros de ruido ( $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$ ,  $B_o$ ) y su respectivo error relativo residual ERR,

eligiéndose el grupo de parámetros de ruido cuyo error relativo residual ERR sea mínimo.

En seguida se describe el algoritmo de esta segunda rutina.

1. Se calcula el número de combinaciones.

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}, \quad (98)$$

donde  $n$  es el número total de datos y  $r$  en este caso es igual a cuatro.

2. Se calculan las combinaciones y se almacenan en forma de vector.
3. Para cada combinación, se calculan los parámetros de ruido utilizando el algoritmo mencionado anteriormente.
4. Así mismo, para cada combinación se obtiene el error relativo residual ERR (ec. 96) (Valor numérico, no porcentual).
5. Se eligen los parámetros de ruido con los cuales se haya generado el menor ERR.
6. Una vez que se obtuvieron los parámetros de ruido adecuados se sustituyen, al igual que las admitancias de entrada  $Y_{si}=G_{si}+jB_{si}$ , en la expresión de la figura de ruido para obtener las figuras de ruido estimadas  $F_{esti}$  (ec. 15).
7. Se calculan los valores porcentuales de los errores relativos para cada punto medido (ec. 97).
8. Igualmente se obtiene el valor porcentual del error relativo residual ERR (ec. 96).
9. Se muestran los parámetros de ruido ( $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$ ,  $B_o$ ) y el valor porcentual del error relativo residual ERR.

### V.3.4. Algoritmo de la técnica de Boudiaf

Como se mencionó en el capítulo anterior, la técnica de Boudiaf se efectúa en 2 etapas. En la primera se calcula la figura de ruido óptima y la resistencia equivalente de ruido, ajustando el grupo de datos medidos a la mejor recta (algoritmo de Williamson). En la segunda etapa se calcula el coeficiente de reflexión óptimo ( $\Gamma_o$ ), resolviendo un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas (ec. 75 y 76).

En esta técnica se emplean coeficientes de reflexión en vez de admitancias de entrada y se requieren también valores iniciales de  $R_n$  y  $Y_o$ . Se siguen entonces los siguientes pasos:

1. Se proporciona el conjunto de datos de entrada ( $F_i^j$ ,  $G_{si}^j$ ,  $B_{si}^j$ ).
2. Aplicando la técnica de Lane, se calculan los valores iniciales de la resistencia equivalente de ruido ( $R_{nini}$ ) y de la admitancia de entrada optima ( $Y_o = G_o + jB_o$ ), en donde el coeficiente  $\beta$  se calcula de (52):

$$\beta_{ini} = 4 \frac{R_{nini}}{Z_o}, \quad (99)$$

donde  $Z_o$  es la impedancia característica (50 ohms). Para aplicar la técnica de Lane, se deben utilizar los valores medios de  $F_i^j$ ,  $G_{si}^j$ ,  $B_{si}^j$ .

3. Se efectúa la conversión de admitancias ( $Y$ ) a coeficientes de reflexión ( $\Gamma$ ),  $Y_{si}^j = G_{si}^j + jB_{si}^j$  y  $Y_{ini} = G_{ini} + jB_{ini}$  a  $\Gamma_{si}^j = \rho_{si}^j e^{j\theta_{si}^j}$  y  $\Gamma_{ini} = \rho_{ini}^{j\theta_{ini}}$  respectivamente, utilizando la ec. (16).
4. Se calcula  $x_i^j$  empleando la expresión

$$x_i^j = \frac{|\Gamma_{si}^j - \Gamma_{imi}|^2}{|1 + \Gamma_{imi}|^2 (1 - |\Gamma_{si}^j|^2)} \quad (100)$$

5. Se calculan  $x_{mi}$  e  $y_{mi}$  con sus respectivas varianzas  $p_i$  y  $q_i$ .
6. Se calcula  $\beta$  aplicando el método de optimización de Newton (Anexo III).
7. Se calcula  $\alpha$  (ec. 55).
8. Se calcula  $X_{pi}$  (ec. 67).
9. Se resuelve el sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas para calcular el coeficiente de reflexión óptimo  $\Gamma_o$ , esto es:
  10. Se calculan los elementos de las matrices  $\mathbf{X}$  y  $\mathbf{Z}$  (ec. 71 y 76).
  11. Se calculan los elementos  $\mathbf{Y}$  (ec. 77).
12. Se calculan la resistencia equivalente de ruido  $R_n$ , la figura de ruido mínima  $F_o$  y el coeficiente de reflexión óptimo  $\Gamma_o$  (ec. 52, 55 y 72).
13. Para tener parámetros de ruido estándares, se efectúa la conversión de coeficiente de reflexión óptimo  $\Gamma_o = \rho_o^{j\theta_o}$  a admitancia de entrada óptima  $Y_o = G_o + jB_o$ , (ec. 16).
14. Se sustituyen los parámetros de ruido y las admitancias de entrada  $Y_{si} = G_{si} + jB_{si}$  en la expresión de la figura de ruido para obtener las figuras de ruido estimadas  $F_{esti}$  (ec. 15).
15. Se obtienen los valores porcentuales de los errores relativos, para cada punto medido (ec. 97).
16. Se obtiene el valor porcentual del error relativo residual ERR (ec. 96).
17. Se muestran los parámetros de ruido ( $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$ ,  $B_o$ ) y el valor porcentual de error relativo residual ERR.

### V.3.5. Algoritmo de la técnica de Caruso

Esta técnica es similar a la de Lane, en donde se resuelve un sistema lineal de ecuaciones; sin embargo, en esta técnica se considera un paso adicional, que consiste en convertir las admitancias de entrada a coeficientes de reflexión. Entonces, el procedimiento a seguir es el siguiente:

1. Se proporciona el conjunto de datos de entrada ( $F_i$ ,  $G_{si}$ ,  $B_{si}$ ).
2. Se hace la conversión de admitancias ( $Y$ ) a coeficientes de reflexión ( $\Gamma$ ),  $Y_{si}=G_{si}+jB_{si}$  a  $\Gamma_{si}=\rho_{si}^{j\theta_{si}}$  (despejando de la ec. 16).
3. Se calculan los elementos de la matriz  $M$  y  $\Psi$  (ec. 83).
4. Se calcula el vector solución  $\Theta=[a \ b \ c \ d]^T$  (ec. 82).
5. Se sustituyen los valores de  $a$ ,  $b$ ,  $c$  y  $d$  para calcular los parámetros de ruido (ec. 81).
6. Para tener parámetros de ruido estándares, se efectúa la conversión de coeficiente de reflexión óptimo  $\Gamma_o=\rho_o^{j\theta_o}$  a admitancia de entrada óptima  $Y_o=G_o+jB_o$ , (ec. 16).
7. Se sustituyen los parámetros de ruido y las admitancias de entrada  $Y_{si}=G_{si}+jB_{si}$  en la expresión de la figura de ruido para obtener las figuras de ruido estimadas  $F_{esti}$  (ec. 15).
8. Se calculan los valores porcentuales de los errores relativos para cada punto medido (ec. 97).
9. Se obtiene el valor porcentual del error relativo residual ERR (ec. 96).
10. Finalmente, se muestran los parámetros de ruido ( $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$ ,  $B_o$ ) y el valor porcentual del error relativo residual ERR.

### V.3.6. Algoritmo de la técnica de O'Callaghan

En esta técnica al igual que en la anterior, se resuelve un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas (ec. 93). Para resolver tal sistema se emplea el método de Cholesky, tal como se hizo en O'Callaghan *et al.* [1991]. El procedimiento es el siguiente:

1. En primer lugar, se proporciona el conjunto de datos de entrada ( $F_i, G_{si}, B_{si}$ ).
2. Se calculan los elementos de los vectores  $\bar{V}_1, \bar{V}_4, \bar{F}$  (ec. 87 y 88).
3. Se calculan las constantes  $C_1, \dots, C_4$  (Anexo V).
4. Se despeja y se sustituyen las constantes  $C_1, \dots, C_4$  para obtener los parámetros de ruido,

$$\begin{aligned}
 R &= C, \\
 B &= -\frac{C}{2R}, \\
 G &= \sqrt{\frac{C}{R} - B}, \\
 F &= C + 2R G.
 \end{aligned} \tag{101}$$

5. Se sustituyen los parámetros de ruido y las admitancias de entrada  $Y_{si}=G_{si}+jB_{si}$  en la expresión de la figura de ruido para obtener las figuras de ruido estimadas  $F_{esti}$  (ec. 15)
6. Se obtienen los valores porcentuales de los errores relativos para cada punto medido (ec. 97).
7. Se obtiene el valor porcentual del error relativo residual ERR (ec. 96).
8. Finalmente, se muestran los parámetros de ruido ( $F_o, R_n, G_o, B_o$ ) y el valor porcentual del error relativo residual ERR.

### V.3.7. Algoritmo general

Se implementaron las seis técnicas de extracción de los parámetros de ruido en Matlab, manejándolas como subrutinas. Se presenta un menú, en donde se elige la técnica de extracción que se desea utilizar o bien si se desean utilizar más de una a la vez. Una vez elegida una o varias técnicas, se solicita el conjunto de datos medidos ( $F_i$ ,  $G_{si}$  y  $B_{si}$ ) para procesarlos y hacer la extracción. Se calculan también los valores porcentuales de los errores relativos y ERR para cada técnica. Una vez terminados los cálculos se muestran los resultados de los parámetros de ruido y su error residual ERR. Posteriormente, se tiene la opción del graficado de los errores relativos porcentuales y de la figura de ruido, se puede elegir o ignorar y hacer una nueva extracción de los parámetros de ruido. En la figura 8 se muestra el diagrama de flujo de la implementación de la técnicas de extracción de los parámetros de ruido.

Los datos de entrada se deben estandarizar: las figuras de ruido ( $F_i$ ) en valores numéricos, la admitancia de entrada ( $Y_{si}=G_{si}+jB_{si}$ ) en mhos. Del banco de ruido se tienen como datos coeficientes de reflexión y no admitancias de entrada, por lo tanto, se debe hacer la conversión a admitancias de entrada para poder manipularlos. Esto es con el fin de estandarizar los datos que se van a emplear.

En algunas técnicas como en la de Boudiaf, se trabaja con coeficientes de reflexión, pero las conversiones necesarias se hacen dentro de cada subrutina de acuerdo a lo que se requiera. En esta misma técnica, se necesita un grupo de mediciones repetitivas es decir, que se mida más de una vez en un mismo punto para determinar el grado de incertidumbre que

se tiene al hacer las mediciones. De otra manera la técnica no se podría aplicar. Ahora si se desean utilizar los mismos datos para aplicar otras técnicas, además de la de Boudiaf, se toman los valores medios de la mediciones repetitivas, dado que el resto de las técnicas sólo requieren una medición por cada admitancia de entrada. Todo lo anterior se identifica en el programa de forma automática haciendo los ajustes o advertencias pertinentes. Excepto en las unidades dimensionales de los datos, el programa considera valores estandarizados.



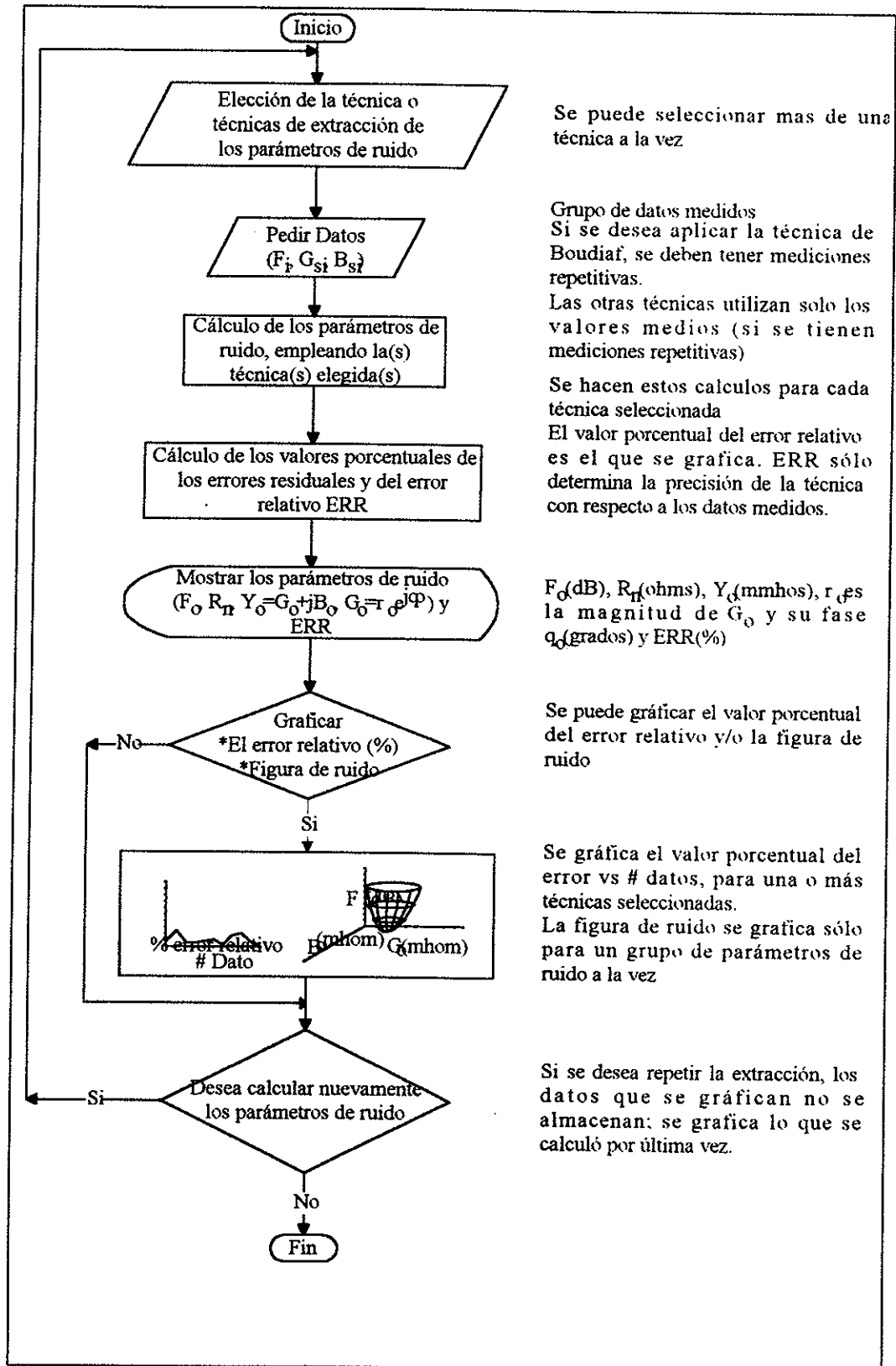


Figura 8. Diagrama de flujo de la implementación de las técnicas de extracción.

## **VI. SIMULACIÓN Y RESULTADOS**

### **VI.1. INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se presentan los resultados de las simulaciones llevadas a cabo para realizar el estudio comparativo de precisión y eficiencia de las seis técnicas de extracción de los parámetros de ruido.

Para desarrollar tal estudio se realizaron pruebas de robustez a errores de medición y de convergencia de los parámetros de ruido en función del número de admitancias de entrada, probándose también la teoría sobre curvas singulares. Además se registró el tiempo de cómputo y se calculó, para cada técnica, la desviación estándar de los parámetros de ruido con respecto a los datos del fabricante.

Se presenta también, como una aplicación práctica, la extracción de los parámetros de ruido empleando datos experimentales, en donde surgieron problemas debidos a fuertes errores de medición. Para atacar estos problemas se efectuó una optimización sobre los datos experimentales.

### **VI.2. ACONDICIONAMIENTO Y SIMULACIÓN**

El estudio comparativo de las técnicas de extracción implementadas se realizó empleando mediciones simuladas. Es decir, a partir de una constelación de admitancias de entrada y de un grupo de parámetros de ruido conocidos se calcularon las figuras de ruido. Los errores de medición y variaciones de repetitividad se simularon sumando perturbaciones

a las figuras de ruido y a las admitancias de entrada, obteniendo finalmente un grupo de datos apropiados para hacer la extracción.

¿Por qué generar mediciones repetitivas? Si se cuenta sólo con una medición en cada punto de la constelación de admitancias de entrada, no es posible calcular las varianzas de los datos adquiridos, lo que trae como consecuencia el no poder aplicar la técnica de Boudiaf, ya que ésta requiere de un grupo de mediciones tomadas en un mismo punto. Debido a esto, es necesario simular al menos otro grupo con el mismo número de datos para poder aplicar los seis métodos.

Entonces, el procedimiento desarrollado para simular errores en mediciones de  $F_i$  y  $Y_{si}$  es el siguiente (figura 9):

1. Proporcionar un grupo de parámetros de ruido conocidos.
2. Elegir una constelación de admitancias de entrada.
3. Calcular las figuras de ruido con la constelación de admitancias de entrada y los parámetros de ruido conocidos.
4. Generar perturbaciones aleatorias en  $F_i$  y  $\theta_{si}$  ( $\Gamma_{si} = \rho_{si} e^{j\theta_{si}}$ ) considerando que:

$$G_{si} + jB_{si} = \frac{1}{50} \left[ \frac{1 - \Gamma_{si}}{1 + \Gamma_{si}} \right] \quad (102)$$

Se alteran los datos aleatoriamente alrededor de su valor original; sumando a  $F_i$  un error de  $\pm 10\%$  de  $F_i$  y a  $\theta_{si}$  un error de  $\pm 1^\circ$ .  $\rho_{si}$  no fue alterada, dado que en la práctica generalmente presenta errores de medición despreciables en comparación con  $\theta_{si}$ .

5. Efectuar la conversión de  $\Gamma_{si}$  a  $Y_{si}$

Finalmente los datos utilizados son  $(F_i^j, G_{si}^j, B_{si}^j)$ , recordar que estos deben de estar estandarizados: F con valor numérico, G y B en mhos.

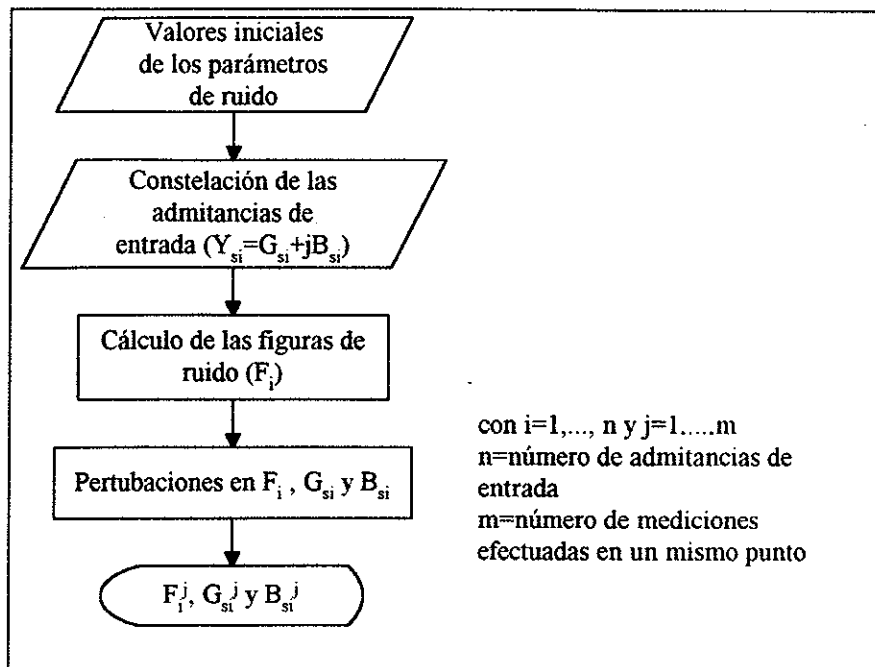


Figura 9. Algoritmo empleado para simular mediciones en un mismo punto.

Como se mencionó anteriormente, para llevar a cabo el estudio comparativo se observaron respuestas en función de: errores en medición en las figuras de ruido y en las admitancias de entrada, así como, del número de admitancias de entrada y del tiempo de computo. Además, se estudiaron los problemas que se tienen al elegir la constelación de admitancias de entrada alrededor o sobre las curvas singulares.

### VI.2.1. Extracción de los parámetros de ruido empleando datos con y sin errores de medición

Con el fin de observar la convergencia y robustez de las seis técnicas de extracción de los parámetros de ruido, se emplearon datos con errores y sin errores de medición, considerando los siguientes casos:

a)  $F_i$  y  $Y_{si}$  sin errores en medición:

$$F_i = F_o + \frac{R_n}{G_s} |Y_{si} - Y_o|^2 . \quad (103)$$

b)  $F_i$  con errores ( $\epsilon_F$ ) de  $\pm 10\%$  y  $Y_{si}$  sin errores:

$$F_i = F_o + \frac{R_n}{G_s} |Y_{si} - Y_o|^2 \pm \epsilon_F . \quad (104)$$

c)  $Y_{si}$  con errores ( $\epsilon_Y$ ) y  $F_i$  con errores debidos a  $Y_{si}$ , en donde los errores de  $Y_{si}$  están en función de perturbaciones de  $\pm 1^\circ$  en la fase de  $\Gamma_{si}$  (ec. 102) :

$$F_i = F_o + \frac{R_n}{G_s} |Y_{si} \pm \epsilon_Y - Y_o|^2 . \quad (105)$$

d)  $Y_{si}$  con errores ( $\epsilon_Y$ ) y  $F_i$  con errores del  $\pm 10\%$  más los provocados  $Y_{si}$  (inciso c):

$$F_i = F_o + \frac{R_n}{G_s} |Y_{si} \pm \epsilon_Y - Y_o|^2 \pm \epsilon_F . \quad (106)$$

Para simular los datos con errores en medición se siguió la metodología mostrada en la figura 9, considerando una constelación de 10 coeficientes de reflexión de entrada y 5 mediciones en cada punto. Es decir,  $F_i^j$ ,  $G_{si}^j$ ,  $B_{si}^j$  con  $i=1,2,\dots,10$  y  $j=1,2,\dots,5$ .

En el caso de datos libres de errores en medición, también se siguió la secuencia de la figura 9, con la excepción de que se sumaron las perturbaciones de tal manera que los

valores medios fueran los datos originales. Es decir, no se sumaron números aleatorios sino valores predeterminados. En total se eligieron 10 coeficientes de reflexión y 3 mediciones para cada punto, por lo que  $(F_i^j, G_{st}^j, B_{st}^j)$   $i=1,2,\dots,10$  y  $j=1,2,3$ .

### **VI.2.2. Desviación estándar**

Se calculó la desviación estándar de los parámetros de ruido, con el fin de determinar la consistencia de las técnicas de extracción y sus resultados en función de los errores en mediciones tomadas en un mismo punto. Para llevar a cabo tal tarea, auxiliándose de la secuencia mostrada en la figura 9, se calcularon los datos de  $F_i^j$ ,  $G_{st}^j$  y  $B_{st}^j$  para extraer posteriormente los parámetros de ruido; repitiendo esta secuencia 300 veces, como se muestra en la figura 10. Calculando finalmente la media y la desviación estándar de los parámetros de ruido resultantes en cada técnica con respecto a los valores originales.

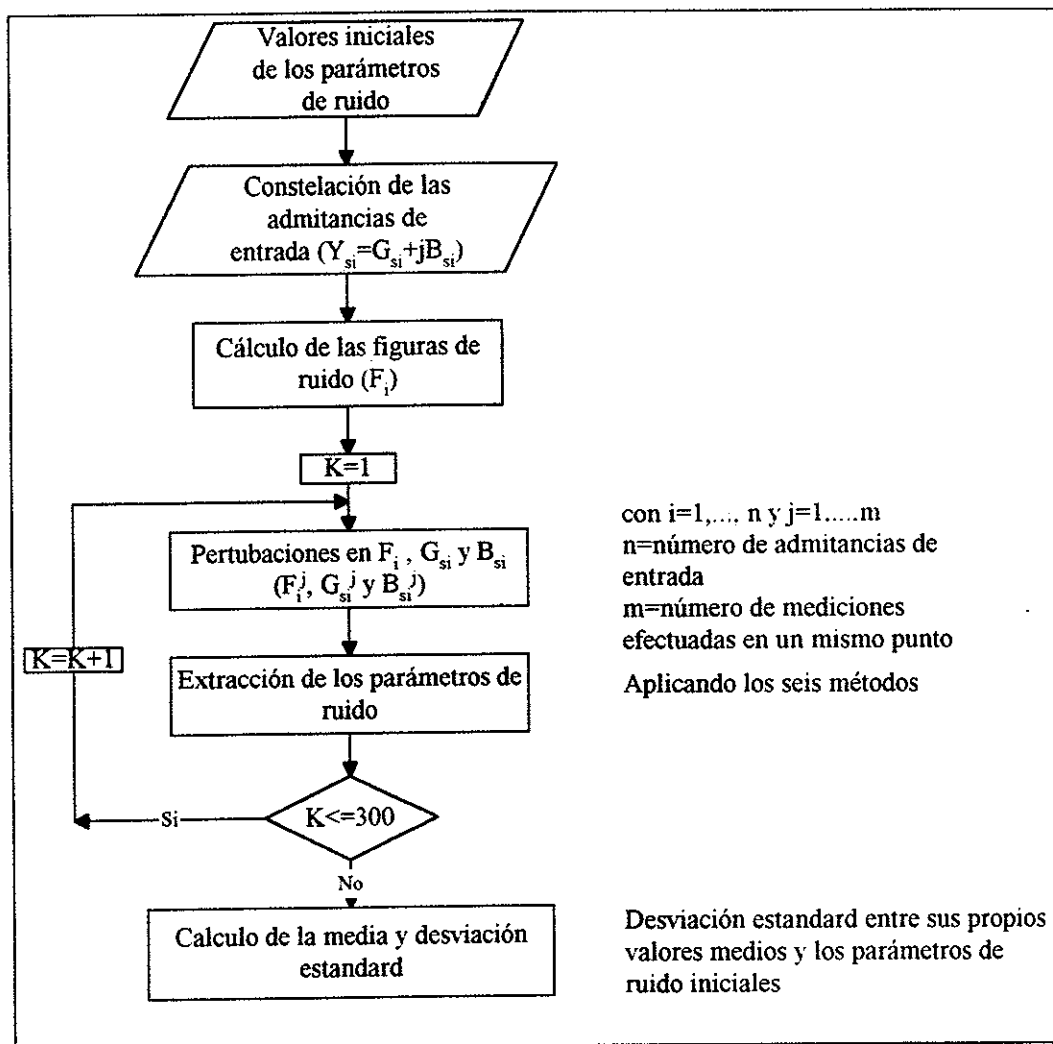


Figura 10. Algoritmo utilizado para obtener la desviación estándar de los parámetros de ruido.

### VI.2.3. Extracción de los parámetros de ruido en función del número de admitancias de entrada.

Para observar la convergencia de los parámetros de ruido en función del número de datos de entrada, se extrajeron estos variando el número de admitancias de entrada  $n$  con sus correspondientes figuras de ruido, como se muestra en la figura 11.

En este caso, se eligió una constelación de 12 admitancias de entrada y 5 mediciones en cada punto, quedando finalmente un grupo de datos:  $F_i^j$ ,  $G_{si}^j$  y  $B_{si}^j$  con  $i=1,2,\dots,12$  y  $j=1,2,\dots,5$ . Sabiendo que en las técnicas de extracción se resuelve un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, se debe tener entonces un mínimo de cuatro admitancias o coeficientes de reflexión de entrada, por lo tanto  $n$  se varia desde 4 a 12.

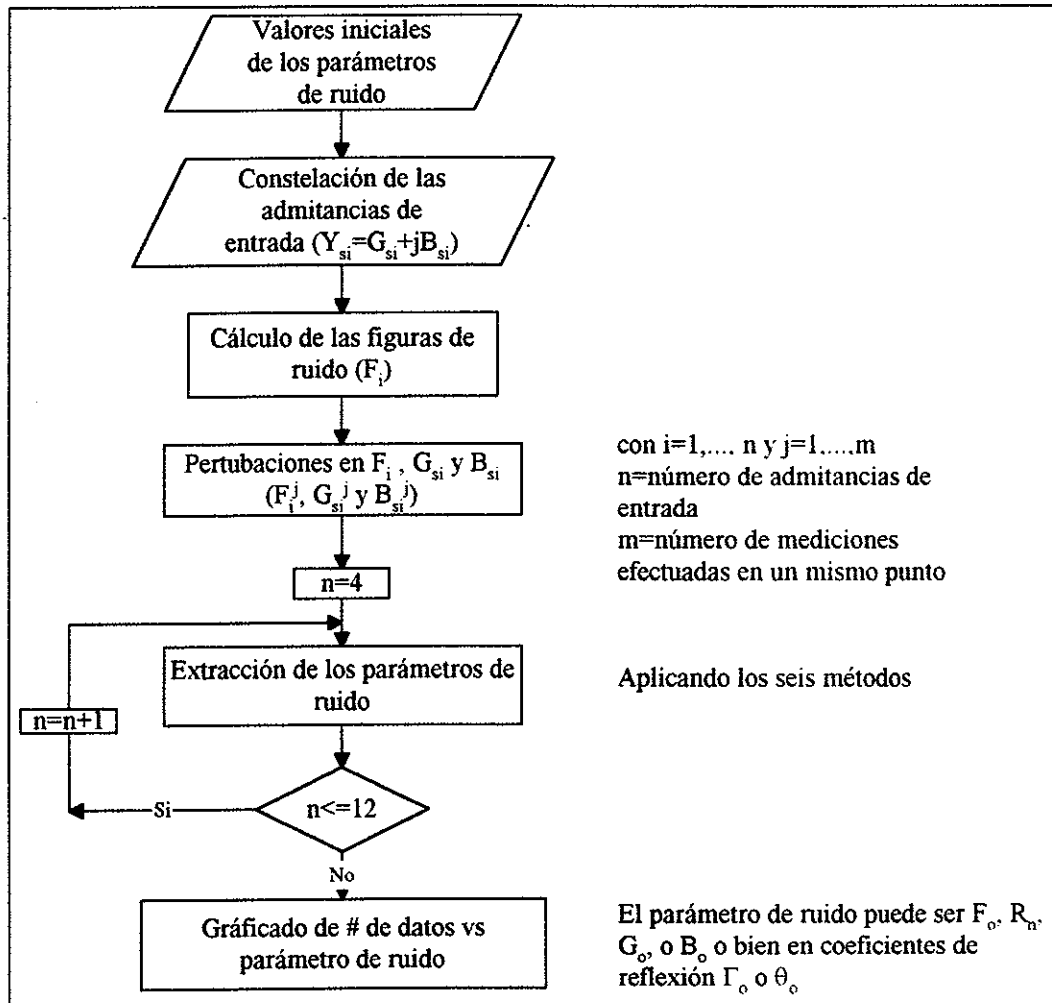


Figura 11. Algoritmo empleado para extraer los parámetros de ruido variando el número de admitancias de entrada.



#### **VI.2.4. Tiempo de cómputo**

Se midió el tiempo que consume cada técnica en extraer los parámetros de ruido en función del número de admitancias de entrada. Para esto se emplea un algoritmo similar al mostrado en la figura 11, en donde además de extraer los parámetros de ruido se mide el tiempo que consume cada técnica en hacer la extracción y en vez de graficar parámetros de ruido vs # de datos, se grafica el tiempo de cómputo vs # de datos.

#### **VI.2.5. Aplicando curvas singulares**

Se investigó la sensibilidad de las técnicas de extracción a curvas singulares, utilizando los criterios de Caruso y O'Callaghan. Para tal caso se emplean dos constelaciones ubicadas exactamente sobre curvas singulares y otra en la vecindad de una curva singular. En las primeras se consideran datos libres de errores de medición y en la segunda, datos con errores de medición.

### **VI.3. RESULTADOS**

Al extraer los parámetros de ruido se observó que las técnicas de Lane, Caruso y O'Callaghan llegan a los mismos resultados, debido a que en estas técnicas se toman en cuenta las mismas consideraciones, por tal motivo en la mayoría de los resultados sólo se muestra la técnica de Lane, puesto que las otras dos generan la misma respuesta.

Se emplea indistintamente la notación de coeficientes de reflexión y de admitancias, dado que en la práctica el primer término es utilizado con mayor frecuencia. Por consecuencia cuando se hace referencia a coeficientes de reflexión se está haciendo referencia también a admitancias y viceversa.

Los valores iniciales de los parámetros de ruido necesarios para desarrollar las simulaciones, se tomaron de hojas de datos de transistores de bajo ruido, los cuales son:

Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200

1. Frecuencia=1 GHz,  $F_o=0.3$  dB,  $R_n=19.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.81\angle 10^\circ$
2. Frecuencia=24 GHz,  $F_o=1.8$  dB,  $R_n=5.0\Omega$  y  $\Gamma_o=0.49\angle 175^\circ$
3. Frecuencia=30 GHz,  $F_o=2.8$  dB,  $R_n=2.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.46\angle -160^\circ$

Ultra HEMT FHX13X, 14X

4. Frecuencia=2 GHz,  $F_o=0.28$  dB,  $R_n=32.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.92\angle 13^\circ$
5. Frecuencia=24 GHz,  $F_o=1.43$  dB,  $R_n=3.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.46\angle 162^\circ$

Ultra HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG

6. Frecuencia=2 GHz,  $F_o=0.33$  dB,  $R_n=11\Omega$  y  $\Gamma_o=0.96\angle 29^\circ$
7. Frecuencia=18 GHz,  $F_o=0.83$  dB,  $R_n=5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.24\angle -161^\circ$

### **VI.3.1. Resultados de la extracción de los parámetros de ruido empleando datos con errores y sin errores de medición.**

En las tablas I-VII se muestra la extracción de los parámetros de ruido, considerando los datos con cuatro tipos de errores en medición: datos libres de errores, datos con errores sólo en la figura de ruido, datos con errores debidos a la admitancia de entrada, y datos con

errores tanto en la admitancia de entrada como en la figura de ruido, como fue definido en la sección VI.2.1.

En la tabla I se analiza el transistor HJ FET NE24200 a 1 GHz. En ésta se puede observar, que cuando no existen errores en medición, todas la técnicas obtienen los resultados correctos. Cuando se tienen errores sólo en la figura de ruido, los resultados difieren de los valores originales, pero además, en la técnica de Mitama se observa que el valor de la figura de ruido mínima es incorrecta, dado que no puede ser negativa. Ahora, si los errores ocurren sólo en admitancia de entrada también se presentan diferencias entre los resultados finales y los valores reales, pero estas diferencias son pequeñas. Sin embargo, si los errores suceden tanto en la admitancia de entrada como en la figura de ruido las diferencias entre los valores reales y estimados son mayores.

En la tabla II se analiza el mismo transistor a 24 GHz. Se observan en ésta, resultados con un comportamiento parecido al de la tabla I. Notándose nuevamente, que cuando se tienen errores tanto en la figura de ruido como en la admitancia de entrada, se presentan mayores diferencias entre los valores correctos y los estimados. Estas diferencias se acentúan en la técnica de Mitama. En la tabla III se analiza el transistor a 30 GHz, y al igual que en los casos anteriores, cuando existen errores en medición los resultados difieren de los valores originales. Particularmente, cuando estos se presentan en la figura de ruido y la admitancia de entrada, excepto en la técnica de Mitama, ya que ésta tienen las mayores diferencias cuando los errores ocurren sólo en la figura de ruido.

En las tablas IV y V se analiza un transistor HEMT FHX13X, 14X a 2 y 24 GHz respectivamente. En éstas se puede observar que, cuando no existe errores de medición los resultados que se obtienen son exactamente los valores originales. En cambio, cuando existen errores en medición en la figura de ruido y/o en la admitancia de entrada, los resultados difieren de los valores originales. Sin embargo, estas diferencias se acentúan en la tabla V, cuando los errores existen tanto en la figura de ruido como en la admitancia de entrada, observándose esto principalmente en la figura de ruido mínima.

En las tablas VI y VII se analiza un transistor HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG a 2 y 18 GHz respectivamente. En ambas tablas se puede observar que cuando no existe errores en medición se obtienen los resultados correctos. Sin embargo, en la tabla VI se observa que cuando los errores en medición se deben sólo a la figura de ruido, existen diferencias entre los valores reales y estimados. Pero cuando los errores se deben a la admitancia de entrada, en las técnicas de Lane, Mitama, Caruso y O'Callaghan, se obtienen como resultados valores imaginarios. Esto no ocurre en la técnica de Vasilescu y Boudiaf, incluso sus resultados resultan ser muy cercanos a los valores reales. Ahora, cuando los errores se deben tanto a la figura de ruido como a la admitancia de entrada, los resultados de las seis técnicas difieren de los valores originales, observándose nuevamente en la técnica de Mitama que la figura de ruido mínima y la conductancia óptima son negativas. Finalmente en la tabla VII, se puede observar que si existen errores de medición en la figura de ruido, en la admitancia de entrada o en ambas, los resultados difieren de los valores originales.

Resumiendo, cuando no se tienen errores en medición todas las técnicas convergen a los parámetros de ruido originales con un error  $ERR=0$ . Sin embargo, cuando se tienen errores en medición, los resultados finales difieren de los valores originales e incrementa el valor de ERR en todas ellas.

Cuando los errores se deben únicamente a errores en la admitancia de entrada, los parámetros de ruido se aproximan más al valor original y el ERR es menor que cuando existen errores en la figura de ruido, excepto en la tabla VI. Dado que en ésta se presentan valores imaginarios.

La técnica de Mitama es la que muestra mayor sensibilidad a errores de medición, mientras que la técnica de Vasilescu en la mayoría de los casos es la que se acerca más a los parámetros de ruido originales. Por otra parte, la técnica de Lane en algunos casos tiene buen comportamiento, pero se presentan problemas en esta técnica cuando la magnitud del coeficiente de reflexión es mayor que 0.9, como se observa en la tabla VI. En este caso, las técnicas de Vasilescu y Boudiaf son las que convergen a los parámetros correctos, las cuatro restantes generan valores imaginarios o resistencias negativas.

No obstante, en la tabla IV, cuando se tienen errores de medición tanto en la admitancia de entrada como en la figura de ruido, se observa que en todas las técnicas la figura de ruido mínima difiere considerablemente del valor original. Esto sucede cuando la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo es mayor a 0.9 y la figura de ruido mínima es menor de 0.3 dB.

Tabla I. Extracción de los parámetros de ruido del transistor NE24200 a la frecuencia de 1 GHz.

	$F_o$	$R_n$	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
	(dB)	(ohms)	$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Valores iniciales	0.3	19.5	2.115	-1.73	0.81	10	
Sin errores en medición							
Lane	0.3	19.5	2.115	-1.73	0.81	10	0.0
Mitama	0.3	19.5	2.115	-1.73	0.81	10	0.0
Vasilescu	0.3	19.5	2.115	-1.73	0.81	10	0.0
Boudiaf	0.3	19.5	2.115	-1.73	0.81	10	0.0
Caruso	0.3	19.5	2.115	-1.73	0.81	10	0.0
O'Callaghan	0.3	19.5	2.115	-1.73	0.81	10	0.0
Con errores en F							
Lane	0.2995	20.48	2.606	-1.339	0.7704	7.793	0.4890
Mitama	-0.1528	18.83	-2.166	-1.244	1.242	7.204	0.9193
Vasilescu	0.2938	20.48	2.697	-1.51	0.7635	8.795	0.4139
Boudiaf	0.3564	20.36	2.606	-1.339	0.7704	7.793	0.5518
Caruso	0.2995	20.48	2.606	-1.339	0.7704	7.793	0.4890
O'Callaghan	0.2995	20.48	2.606	-1.339	0.7704	7.793	0.4890
Con errores en $Y_o$							
Lane	0.3171	19.49	2.227	-1.699	0.8009	9.829	0.0356
Mitama	0.3058	19.50	2.153	-1.700	0.8069	9.831	0.0281
Vasilescu	0.3132	19.50	2.206	-1.713	0.8026	9.91	0.0216
Boudiaf	0.3123	19.55	2.272	-1.693	0.7973	9.8	0.0363
Caruso	0.3171	19.49	2.227	-1.699	0.8009	9.829	0.0356
O'Callaghan	0.3171	19.49	2.227	-1.699	0.8009	9.829	0.0356
Con errores en F y $Y_o$							
Lane	0.2675	20.71	3.764	-1.942	0.6858	11.49	0.6944
Mitama	0.4797	20.5	5.197	-1.627	0.5898	9.969	0.6144
Vasilescu	0.2971	20.23	3.521	-1.571	0.7022	9.269	0.5125
Boudiaf	0.3384	20.32	3.763	-1.942	0.6859	11.49	0.4983
Caruso	0.2675	20.71	3.764	-1.942	0.6858	11.49	0.6944
O'Callaghan	0.2675	20.71	3.764	-1.942	0.6858	11.49	0.6944

Tabla II. Extracción de los parámetros de ruido del transistor NE24200 a la frecuencia de 24 GHz.

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Valores iniciales	1.8	5	57.61	-6.475	0.49	175	
Sin errores en medición							
Lane	1.8	5	57.61	-6.475	0.49	175	0.0
Mitama	1.8	5	57.61	-6.475	0.49	175	0.0
Vasilescu	1.8	5	57.61	-6.475	0.49	175	0.0
Boudiaf	1.8	5	57.61	-6.475	0.49	175	0.0
Caruso	1.8	5	57.61	-6.475	0.49	175	0.0
O'Callaghan	1.8	5	57.61	-6.475	0.49	175	0.0
Con errores en F							
Lane	1.822	4.757	58.91	-8.276	0.5014	174	0.3097
Mitama	1.910	5.480	52.45	-8.602	0.4601	171.9	1.1364
Vasilescu	1.829	4.231	62.13	-9.395	0.5222	174	0.4101
Boudiaf	1.879	4.71	58.91	-8.276	0.5014	174	0.4097
Caruso	1.822	4.757	58.91	-8.276	0.5014	174	0.3097
O'Callaghan	1.822	4.757	58.91	-8.276	0.5014	174	0.3097
Con errores en $Y_s$							
Lane	1.803	4.903	58.1	-6.482	0.4931	175.1	0.0424
Mitama	1.801	4.979	57.66	-6.51	0.4904	175	0.0292
Vasilescu	1.799	4.935	57.92	-6.443	0.4919	175.1	0.0440
Boudiaf	1.802	4.904	58.03	-6.472	0.4927	175.1	0.0684
Caruso	1.803	4.903	58.1	-6.482	0.4931	175.1	0.0424
O'Callaghan	1.803	4.903	58.1	-6.482	0.4931	175.1	0.0424
Con errores en F y $Y_s$							
Lane	1.772	4.997	57.97	-7.13	0.4934	174.6	0.2288
Mitama	1.747	6.288	51.01	-5.17	0.4415	174.7	0.7720
Vasilescu	1.762	5.825	54.08	-5.79	0.4652	174.8	0.3154
Boudiaf	1.782	5.004	57.97	-7.128	0.4934	174.6	0.2637
Caruso	1.772	4.997	57.97	-7.13	0.4934	174.6	0.2288
O'Callaghan	1.772	4.997	57.97	-7.13	0.4934	174.6	0.2288

Tabla III. Extracción de los parámetros de ruido del transistor NE24200 a la frecuencia de 30 GHz

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Valores iniciales	2.8	2.5	45.43	18.13	0.46	-160	
Sin errores en medición							
Lane	2.8	2.5	45.43	18.13	0.46	-160	0.0
Mitama	2.8	2.5	45.43	18.13	0.46	-160	0.0
Vasilescu	2.8	2.5	45.43	18.13	0.46	-160	0.0
Boudiaf	2.8	2.5	45.43	18.13	0.46	-160	0.0
Caruso	2.8	2.5	45.43	18.13	0.46	-160	0.0
O'Callaghan	2.8	2.5	45.43	18.13	0.46	-160	0.0
Con errores en F							
Lane	2.842	2.349	44.36	21.82	0.4812	-156.9	0.3280
Mitama	2.880	3.545	32.28	10.10	0.2986	-151.5	2.5606
Vasilescu	2.817	2.292	44.59	23.51	0.495	-156.3	0.3532
Boudiaf	2.849	2.314	44.36	21.82	0.4812	-156.9	0.3746
Caruso	2.842	2.349	44.36	21.82	0.4812	-156.9	0.3280
O'Callaghan	2.842	2.349	44.36	21.82	0.4812	-156.9	0.3280
Con errores en $Y_s$							
Lane	2.799	2.463	45.71	18.36	0.463	-160.1	0.0163
Mitama	2.800	2.477	45.5	18.23	0.461	-160	0.0366
Vasilescu	2.799	2.474	45.62	18.3	0.4621	-160	0.0136
Boudiaf	2.798	2.463	45.74	18.41	0.4635	-160.1	0.0205
Caruso	2.799	2.463	45.71	18.36	0.463	-160.1	0.0163
O'Callaghan	2.799	2.463	45.71	18.36	0.463	-160.1	0.0163
Con errores en F y $Y_s$							
Lane	2.896	2.062	47.35	19.22	0.4773	-160.8	0.5087
Mitama	2.852	2.542	48.99	9.528	0.4382	-169.7	1.1397
Vasilescu	2.841	2.824	42.17	13.58	0.4086	-160.8	0.5905
Boudiaf	2.949	2.008	47.35	19.22	0.4773	-160.8	0.6752
Caruso	2.896	2.062	47.35	19.22	0.4773	-160.8	0.5087
O'Callaghan	2.896	2.062	47.35	19.22	0.4773	-160.8	0.5087



Tabla IV. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13X, 14X a la frecuencia de 2 GHz.

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Valores iniciales	0.28	32.5	0.8441	-2.275	0.92	13	
Sin errores en medición							
Lane	0.28	32.5	0.8441	-2.275	0.92	13	0.0
Mitama	0.28	32.5	0.8441	-2.275	0.92	13	0.0
Vasilescu	0.28	32.5	0.8441	-2.275	0.92	13	0.0
Boudiaf	0.28	32.5	0.8441	-2.275	0.92	13	0.0
Caruso	0.28	32.5	0.8441	-2.275	0.92	13	0.0
O'Callaghan	0.28	32.5	0.8441	-2.275	0.92	13	0.0
Con errores en F							
Lane	0.3398	33.48	1.616	-2.314	0.8523	13.28	0.3639
Mitama	0.5187	33.83	2.347	-2.434	0.7927	14.07	0.6005
Vasilescu	0.4124	33.26	1.748	-2.371	0.8413	13.62	0.3194
Boudiaf	0.3112	33.54	1.616	-2.314	0.8523	13.28	0.4264
Caruso	0.3398	33.48	1.616	-2.314	0.8523	13.28	0.3639
O'Callaghan	0.3398	33.48	1.616	-2.314	0.8523	13.28	0.3639
Con errores en $Y_s$							
Lane	0.3071	32.48	0.9475	-2.282	0.9107	13.05	0.0199
Mitama	0.2781	32.49	0.8294	-2.291	0.9214	13.09	0.0228
Vasilescu	0.2623	32.49	0.7751	-2.295	0.9263	13.11	0.0249
Boudiaf	0.3062	32.5	0.9508	-2.28	0.9103	13.04	0.0156
Caruso	0.3071	32.48	0.9475	-2.282	0.9107	13.05	0.0199
O'Callaghan	0.3071	32.48	0.9475	-2.282	0.9107	13.05	0.0199
Con errores en $F$ y $Y_s$							
Lane	0.8078	31.59	3.639	-2.386	0.6959	14.06	0.7579
Mitama	0.9122	33.01	5.378	-2.764	0.5829	16.92	1.5525
Vasilescu	0.7668	30.2	3.058	-2.796	0.7393	16.29	1.1289
Boudiaf	0.7772	31.48	3.641	-2.387	0.6958	14.07	0.7708
Caruso	0.8078	31.59	3.639	-2.386	0.6959	14.06	0.7579
O'Callaghan	0.8078	31.59	3.639	-2.386	0.6959	14.06	0.7579

Tabla V. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13X, 14X a la frecuencia de 24 GHz.

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Valores iniciales	1.43	3.5	46.84	-16.89	0.46	162	
Sin errores en medición							
Lane	1.43	3.5	46.84	-16.89	0.46	162	0.0
Mitama	1.43	3.5	46.84	-16.89	0.46	162	0.0
Vasilescu	1.43	3.5	46.84	-16.89	0.46	162	0.0
Boudiaf	1.43	3.5	46.84	-16.89	0.46	162	0.0
Caruso	1.43	3.5	46.84	-16.89	0.46	162	0.0
O'Callaghan	1.43	3.5	46.84	-16.89	0.46	162	0.0
Con errores en F							
Lane	1.395	4.265	44.49	-11.1	0.4109	165.4	0.5461
Mitama	1.534	3.341	46.34	-14.02	0.4401	163.9	1.1249
Vasilescu	1.414	3.861	45.82	-12.96	0.4306	164.5	0.4115
Boudiaf	1.455	4.165	44.49	-11.1	0.4109	165.4	0.5882
Caruso	1.395	4.265	44.49	-11.1	0.4109	165.4	0.5461
O'Callaghan	1.395	4.265	44.49	-11.1	0.4109	165.4	0.5461
Con errores en $Y_s$							
Lane	1.427	3.445	47.24	-17.02	0.4631	162.2	0.0387
Mitama	1.433	3.484	46.84	-16.85	0.4597	162	0.0593
Vasilescu	1.428	3.451	47.21	-16.88	0.4621	162.3	0.0439
Boudiaf	1.428	3.438	47.24	-17.08	0.4634	162.2	0.0350
Caruso	1.427	3.445	47.24	-17.02	0.4631	162.2	0.0387
O'Callaghan	1.427	3.445	47.24	-17.02	0.4631	162.2	0.0387
Con errores en F y $Y_s$							
Lane	1.382	4.131	43.74	-14.79	0.4275	161.1	0.2857
Mitama	1.419	4.156	42.99	-14.68	0.4217	160.6	0.4171
Vasilescu	1.41	4.042	43.86	-14.68	0.4275	161.3	0.3235
Boudiaf	1.396	4.102	43.74	-14.79	0.4275	161.1	0.2810
Caruso	1.382	4.131	43.74	-14.79	0.4275	161.1	0.2857
O'Callaghan	1.382	4.131	43.74	-14.79	0.4275	161.1	0.2857

Tabla VI. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13FA/LG, 14FA/LG a la frecuencia de 2 GHz.

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Valores iniciales	0.33	11	0.4355	-5.17	0.96	29	
Sin errores en medición							
Lane	0.33	11	0.4355	-5.17	0.96	29	0.0
Mitama	0.33	11	0.4355	-5.17	0.96	29	0.0
Vasilescu	0.33	11	0.4355	-5.17	0.96	29	0.0
Boudiaf	0.33	11	0.4355	-5.17	0.96	29	0.0
Caruso	0.33	11	0.4355	-5.17	0.96	29	0.0
O'Callaghan	0.33	11	0.4355	-5.17	0.96	29	0.0
Con errores en F							
Lane	0.469	12.13	4.834	-4.69	0.6281	27.88	0.5107
Mitama	0.4722	12.87	6.684	-5.12	0.5251	31.89	1.1313
Vasilescu	0.4297	11.82	3.553	-4.825	0.7129	27.93	0.4107
Boudiaf	0.4734	11.94	4.834	-4.69	0.6281	27.88	0.4636
Caruso	0.469	12.13	4.834	-4.69	0.6281	27.88	0.5107
O'Callaghan	0.469	12.13	4.834	-4.69	0.6281	27.88	0.5107
Con errores en $Y_s$							
Lane	0.297+0.0j	10.99	0+0.623j	-5.157	1	25.54	-----
Mitama	0.293+0.0j	10.99+4.7j	0.0	-5.15-1.05j	1	27.5	-----
Vasilescu	0.3307	10.99	0.4273	-5.149	0.9607	28.89	0.0161
Boudiaf	0.3083	10.98	0.1297	-5.157	0.9876	28.92	0.0167
Caruso	0.297+0.0j	0+2.23j	0.0	-3.922	1	22.19	-----
O'Callaghan	0.297+0.0j	10.99	0+0.623j	-5.157	1	25.54	-----
Con errores en F y $Y_s$							
Lane	0.3686	10.65	0.6338	-5.464	0.9427	30.59	0.2407
Mitama	-1.9180	10.73	-22.68	-4.789	7.826	125.6	19.9006
Vasilescu	0.3706	10.68	0.8569	-5.807	0.924	32.44	0.3979
Boudiaf	0.3608	10.72	0.6354	-5.465	0.9426	30.6	0.2138
Caruso	0.3686	10.65	0.6338	-5.464	0.9427	30.59	0.2407
O'Callaghan	0.3686	10.65	0.638	-5.646	0.9427	30.59	0.2407

Tabla VII. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13FA/LG, 14FA/LG a la frecuencia de 18 GHz.

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Valores iniciales	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	
Sin errores en medición							
Lane	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	0.0
Mitama	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	0.0
Vasilescu	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	0.0
Boudiaf	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	0.0
Caruso	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	0.0
O'Callaghan	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	0.0
Con errores en F							
Lane	0.8482	5.094	30.39	5.906	0.2356	-157.1	0.3286
Mitama	0.956	3.895	33.93	8.215	0.2964	-158.1	0.6869
Vasilescu	0.9178	5.052	29.73	5.917	0.2273	-155.5	0.6251
Boudiaf	0.8918	4.927	30.39	5.906	0.2356	-157.1	0.4572
Caruso	0.8482	5.094	30.39	5.906	0.2356	-157.1	0.3286
O'Callaghan	0.8482	5.094	30.39	5.906	0.2356	-157.1	0.3286
Con errores en $Y_s$							
Lane	0.8298	5.005	31.19	5.209	0.2398	-160.8	0.0135
Mitama	0.8299	4.999	31.23	5.215	0.2401	-160.9	0.0145
Vasilescu	0.8299	4.999	31.21	5.217	0.2401	-160.9	0.0124
Boudiaf	0.8301	5.006	31.15	5.194	0.2393	-160.8	0.0287
Caruso	0.8298	5.005	31.19	5.209	0.2398	-160.8	0.0135
O'Callaghan	0.8298	5.005	31.19	5.209	0.2398	-160.8	0.0135
Con errores en F y $Y_s$							
Lane	0.8016	5.03	31.26	6.356	0.2503	-157.6	0.3127
Mitama	0.8753	5.508	27.56	4.81	0.1874	-153.3	1.3291
Vasilescu	0.8243	4.658	31.57	7.578	0.2653	-155.1	0.5981
Boudiaf	0.9244	4.674	31.26	6.357	0.2503	-157.6	0.4096
Caruso	0.8019	5.030	31.26	6.356	0.2503	-157.6	0.3123
O'Callaghan	0.8019	5.030	31.26	6.356	0.2503	-157.6	0.3123

### **VI.3.2. Resultados de la desviación estándar de los parámetros de ruido.**

Se aplicó el algoritmo mostrado en la figura 10 para calcular la desviación estándar de los parámetros de ruido en función de errores de medición, tomadas en un mismo punto. En este caso se consideraron errores de medición tanto en la figura de ruido como en la admitancia de entrada. Es decir, se consideró el peor caso.

Se observó en las trescientas iteraciones, que en algunas ocasiones se obtienen valores imaginarios de los parámetros de ruido estimados o bien resistencias negativas. Estos problemas se presentan en las técnicas de Lane, Mitama, Caruso y O'Callaghan. No obstante se buscó que los resultados que se almacenaran, para calcular posteriormente la media y varianza de los parámetros de ruido, fueran solamente valores reales y resistencias positivas.

En las figuras 12-19 se muestran los parámetros de ruido calculados en las trescientas iteraciones. Además, se muestran también las líneas correspondientes a la media y a los valores originales. Los datos graficados fueron obtenidos a partir de los valores iniciales de los parámetros de ruido del HJ FET NE24200 a 30 GHz y del HEMT FHX13X a 2 GHz. Se muestran sólo estas gráficas por ser las más ilustrativas del grupo de valores iniciales de parámetros de ruido.

En la mayoría de los casos la técnica de Mitama es la que muestra mayor dispersión en los resultados de los parámetros de ruido.

En las gráficas de la figura 16 se observa que las figuras de ruido mínimas, calculadas por las técnicas de extracción, caen alrededor de 0.5 dB, siendo pocos los puntos que caen cercanos al valor real que es de 0.28 dB.

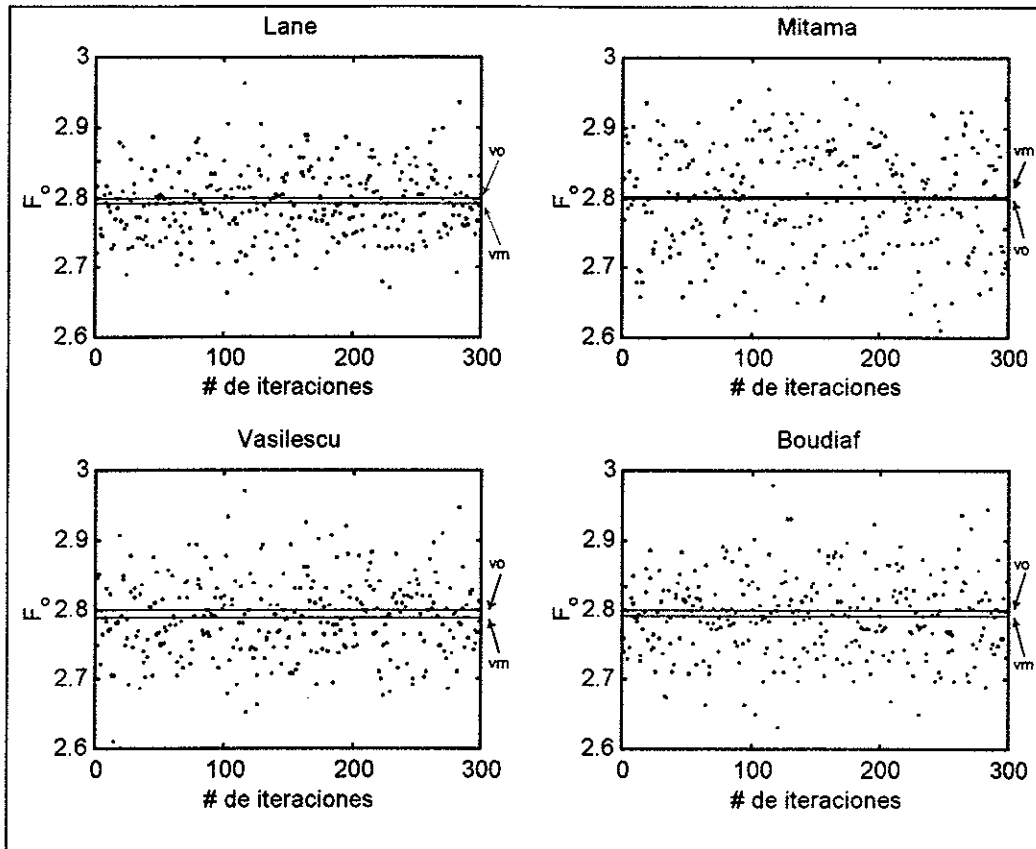


Figura 12. Dispersión en  $F_0$ , con un valor original de 2.8 dB (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz). vm es el valor medio, vo es el valor original.

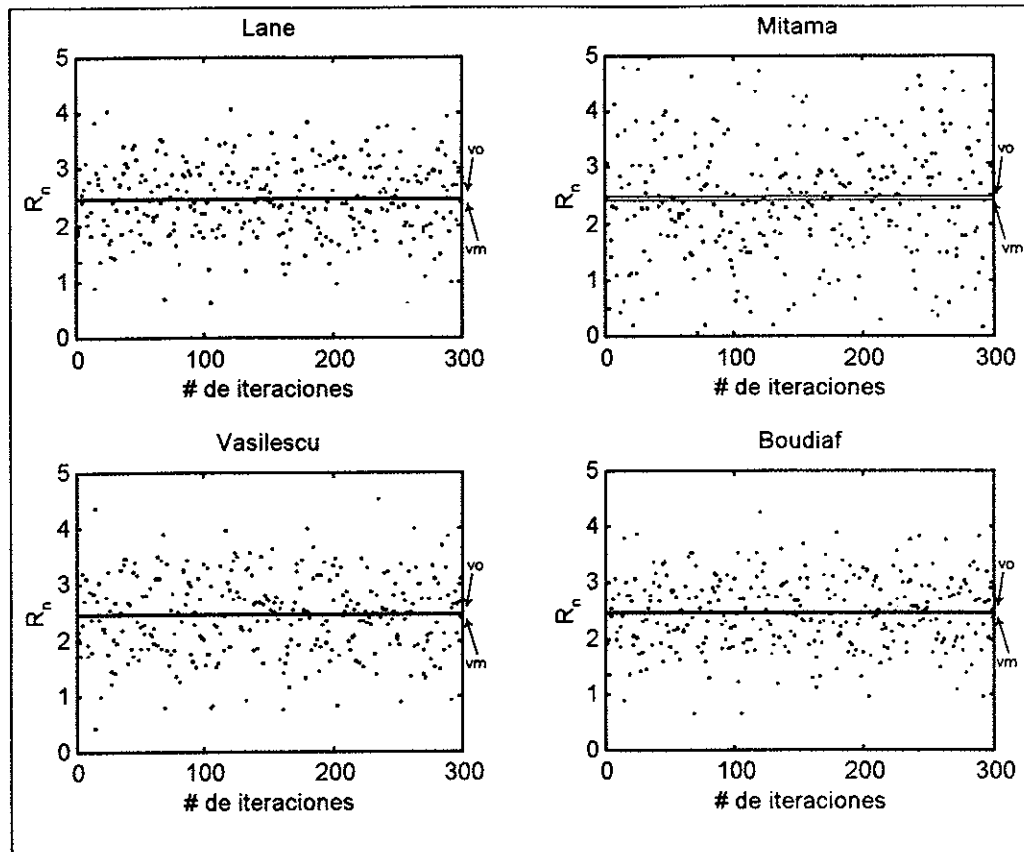
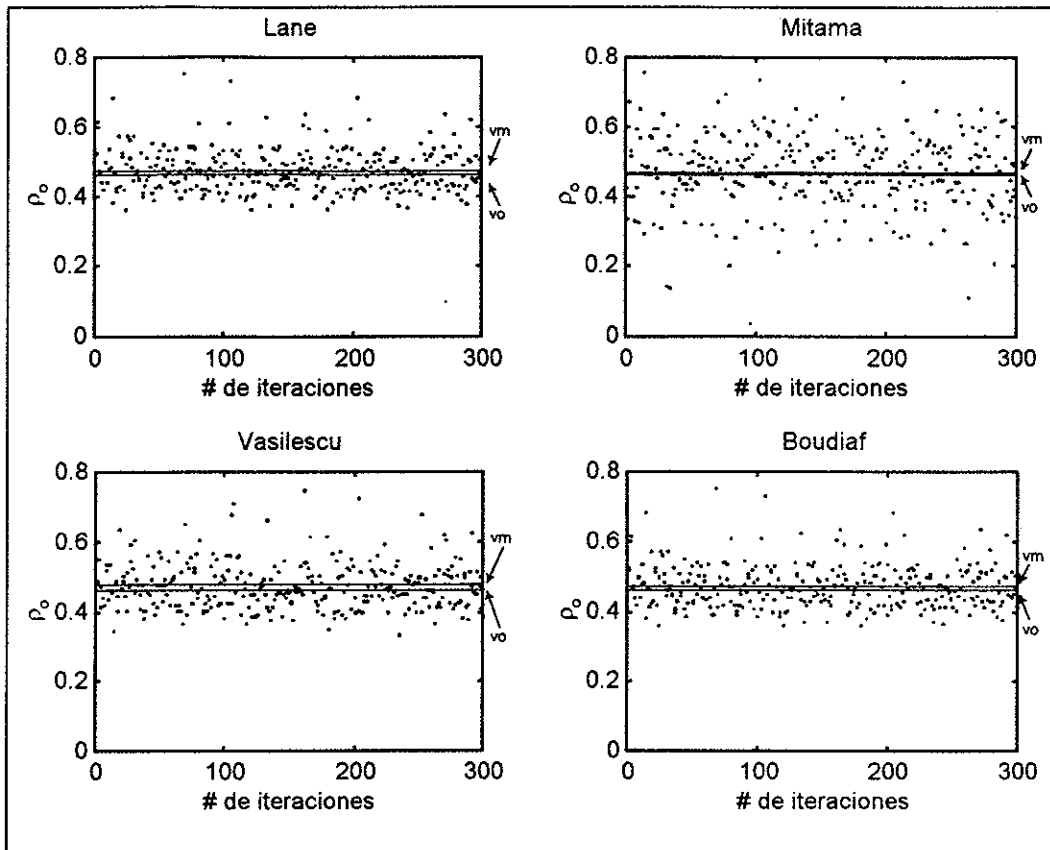


Figura 13. Dispersión en  $R_n$ , con un valor original de  $2.5\Omega$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz).  $vm$  es el valor medio,  $vo$  es el valor original.



**Figura 14. Dispersión en la magnitud  $\rho_0$ , con un valor original de 0.46 (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz). vm es el valor medio, vo es el valor original.**



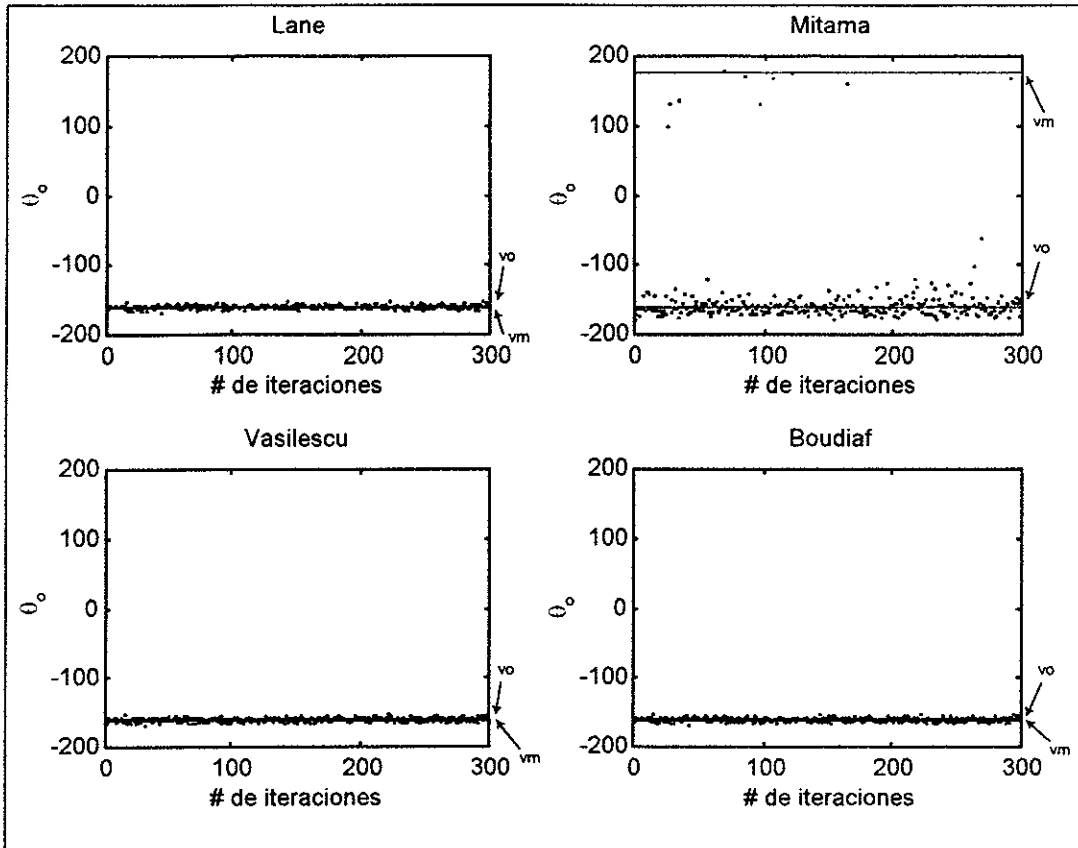


Figura 15. Dispersión en la fase  $\theta_0$ , con un valor original de  $-160^\circ$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz). vm es el valor medio, vo es el valor original.

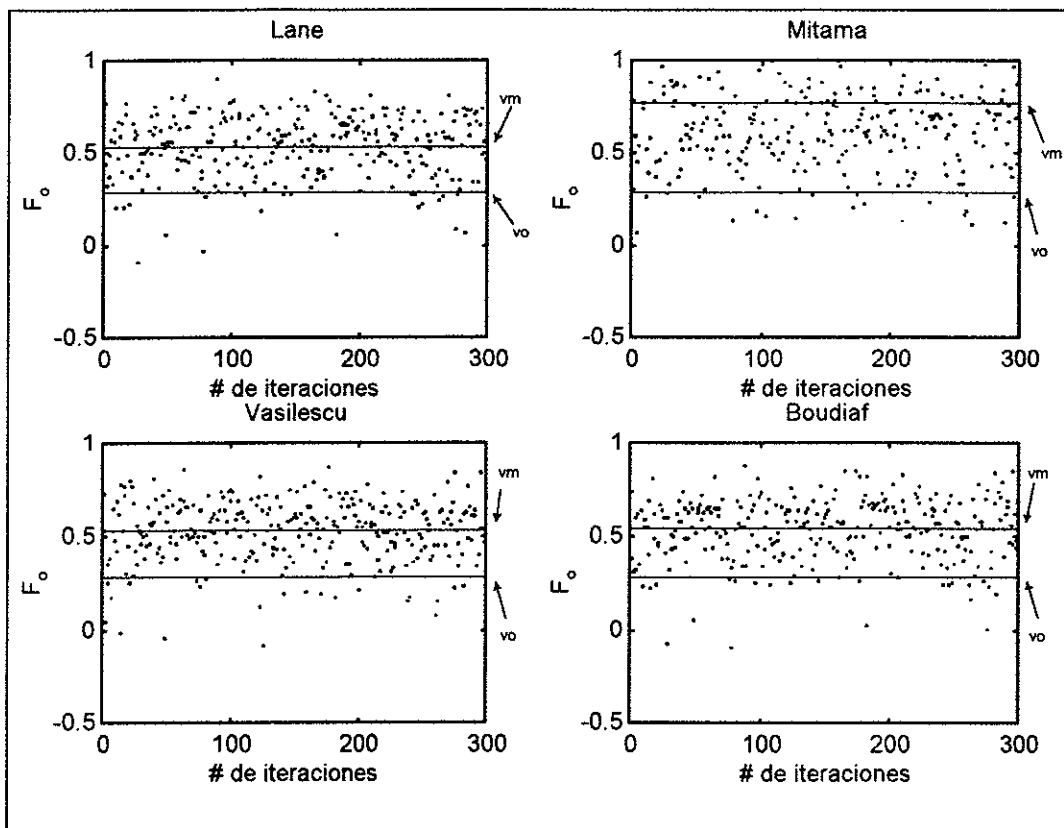


Figura 16. Dispersión en  $F_0$ , con un valor original de 0.28 dB (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz).  
vm es el valor medio, vo es el valor original.

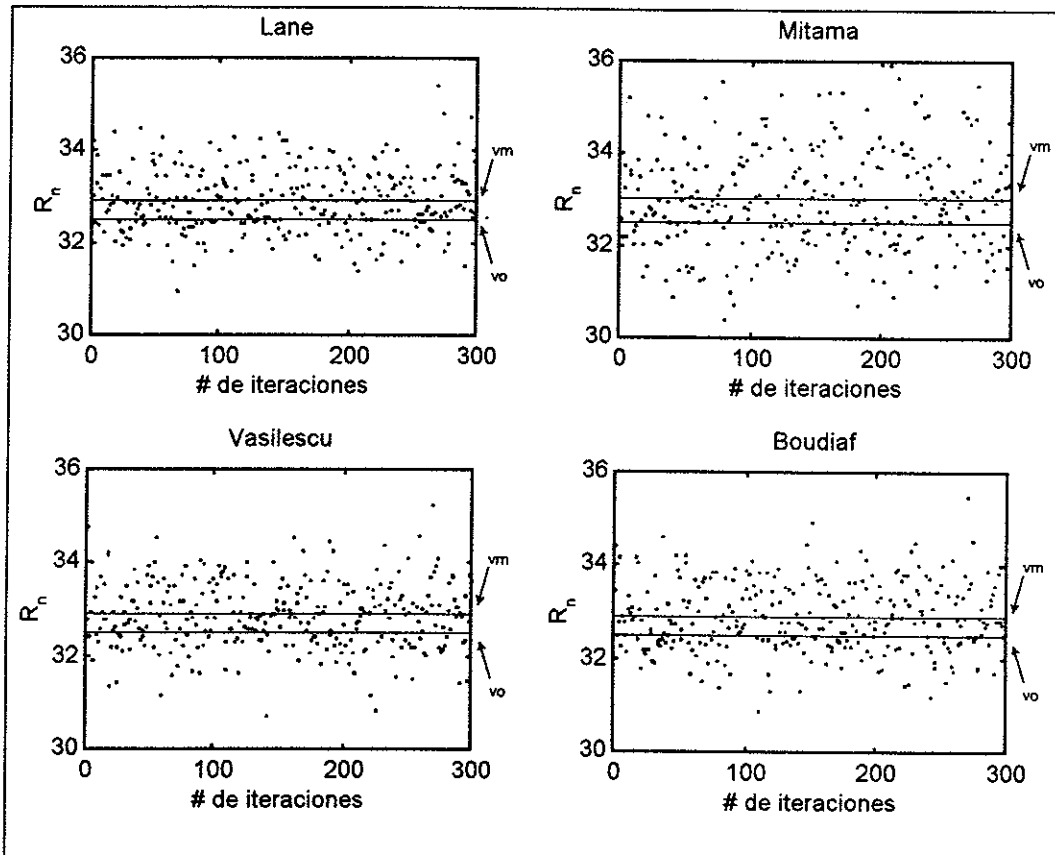
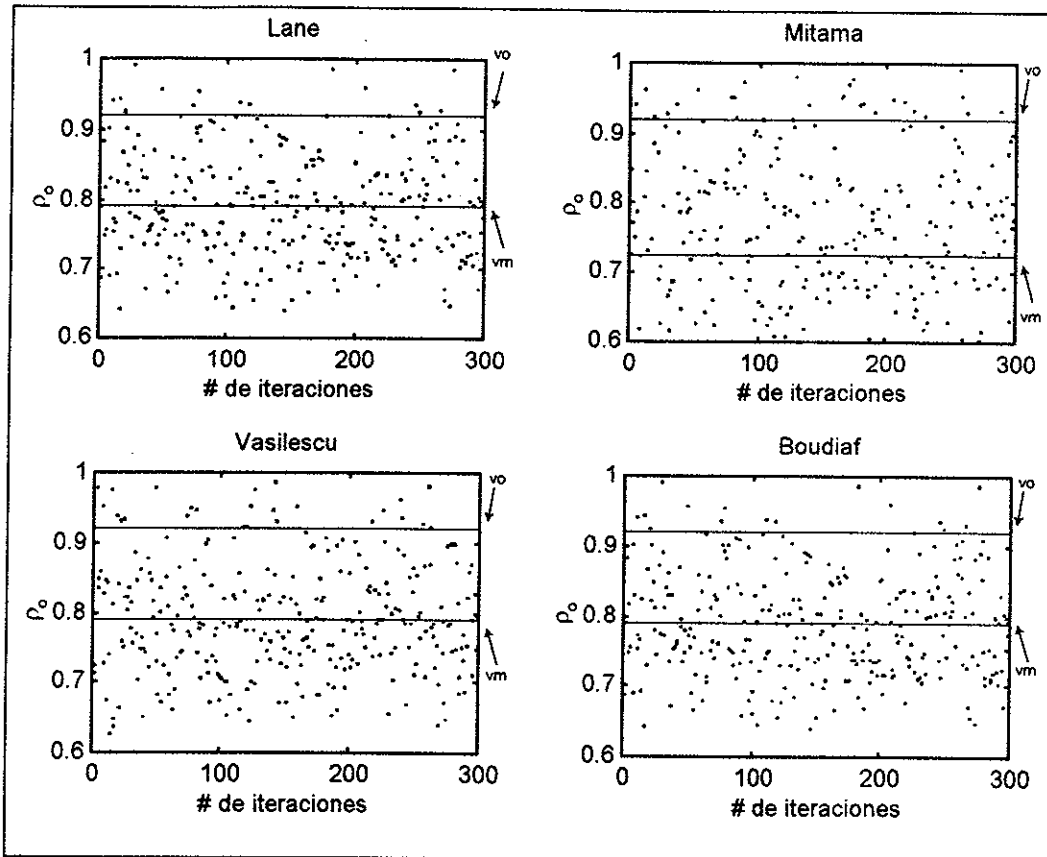


Figura 17. Dispersión en  $R_n$ , con un valor original de  $32.5\Omega$  (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz).  $vm$  es el valor medio,  $vo$  es el valor original.



**Figura 18. Dispersión en la magnitud  $\rho_0$ , con un valor original de 0.92 (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz). vm es el valor medio, vo es el valor original.**

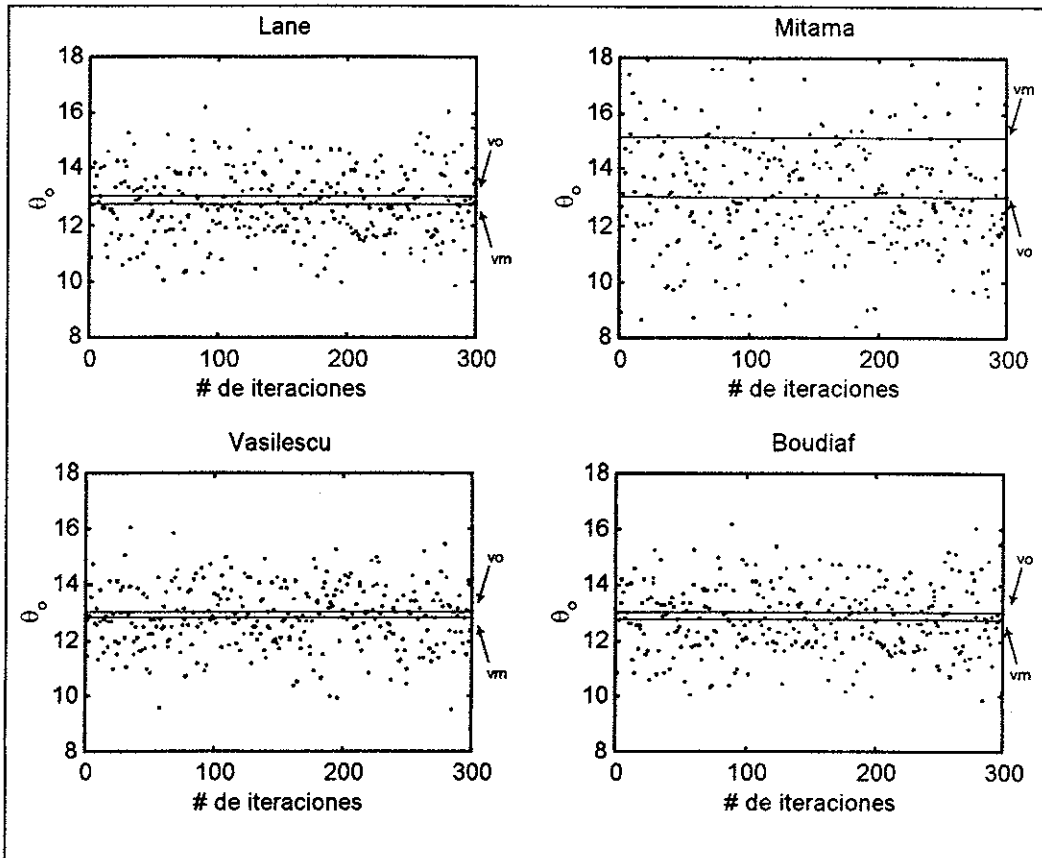


Figura 19. Dispersión en la fase  $\theta_0$ , con un valor original de  $13^\circ$  (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz).  $vm$  es el valor medio,  $vo$  es el valor original.

En las figuras 20-26 se muestra la desviación estándar entre los valores reales de los parámetros de ruido y los obtenidos por las técnicas aplicadas. Cabe aclarar que los resultados de la desviación estándar están normalizados.

En la figura 20, la mayor desviación es en  $F_0$  y en la técnica de Mitama también en  $\theta_0$ . En las figuras 21 y 22, la mayor desviación es en  $R_n$ , y en la técnica de Mitama también en  $\theta_0$ . En las figura 23 y 25, la mayor desviación es en  $F_0$ . En la figura 24 La mayor desviación es en  $R_n$ . En la figura 26, la desviación es aproximadamente constante para  $F_0$ ,  $R_n$  y  $\rho_0$ , excepto para la técnica de Mitama en donde la mayor desviación es en  $\theta_0$ .

Por lo tanto se puede observar que a bajas frecuencias  $F_o$  tiene mayor desviación y en altas frecuencias ocurre una mayor desviación en  $R_n$ . Además, la técnica de Mitama es la que muestra mayor desviación en los parámetros de ruido, particularmente en la fase del coeficiente de reflexión. Las otras cinco técnicas muestran una desviación aproximadamente constante entre ellas. En algunos casos la técnica de Vasilescu presenta una desviación mayor que las técnicas de Boudiaf y Lane, por ejemplo en las figura 22 y 24, pero estas diferencias son poco considerables. En general, los parámetros que muestran mayor desviación estándar a bajas frecuencias son: la figura de ruido mínima  $F_o$  y la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo  $\rho_o$ , y a altas frecuencias: la resistencia equivalente de ruido  $R_n$  y la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo  $\rho_o$ .

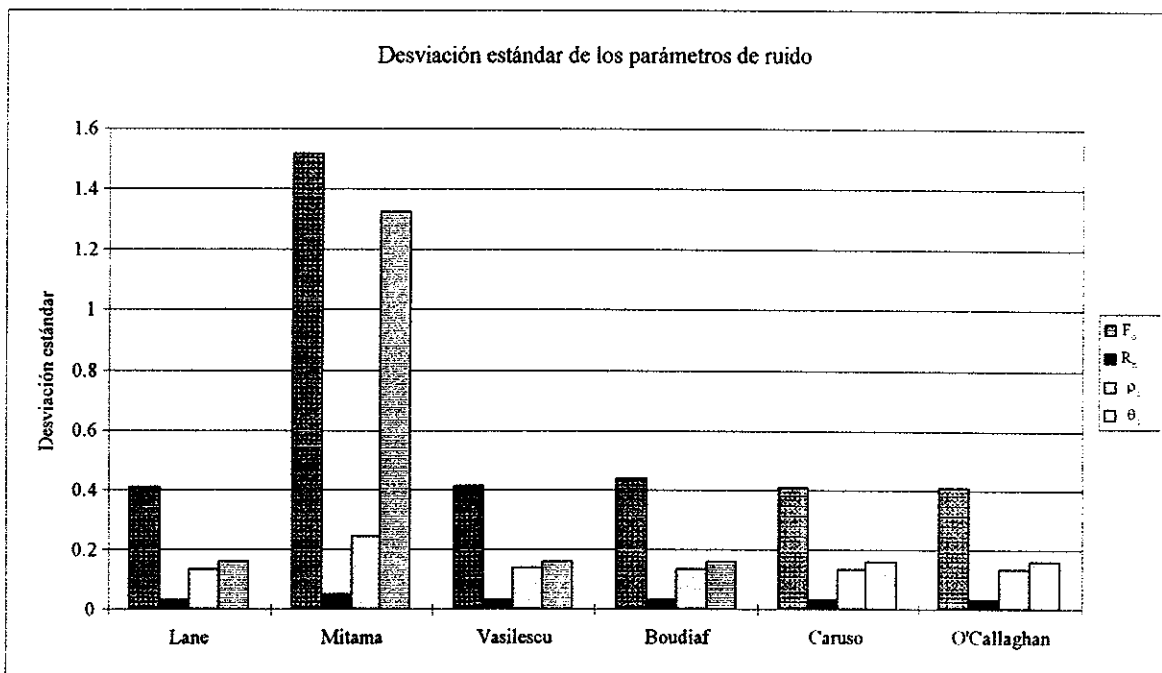


Figura 20. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son:  $F_o=0.3$  dB,  $R_n=19.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.81\angle 10^\circ$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 1 GHz).

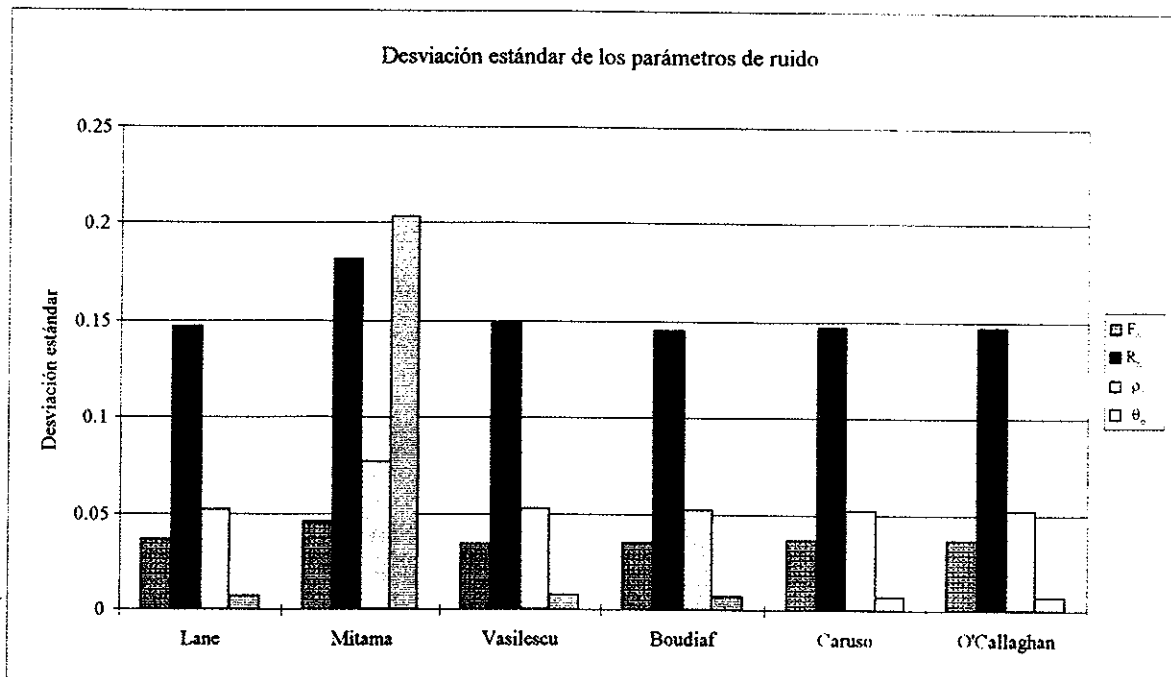


Figura 21. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son:  $F_0=1.8$  dB,  $R_n=5\Omega$  y  $\Gamma_0=0.49\angle-175^\circ$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 24 GHz).

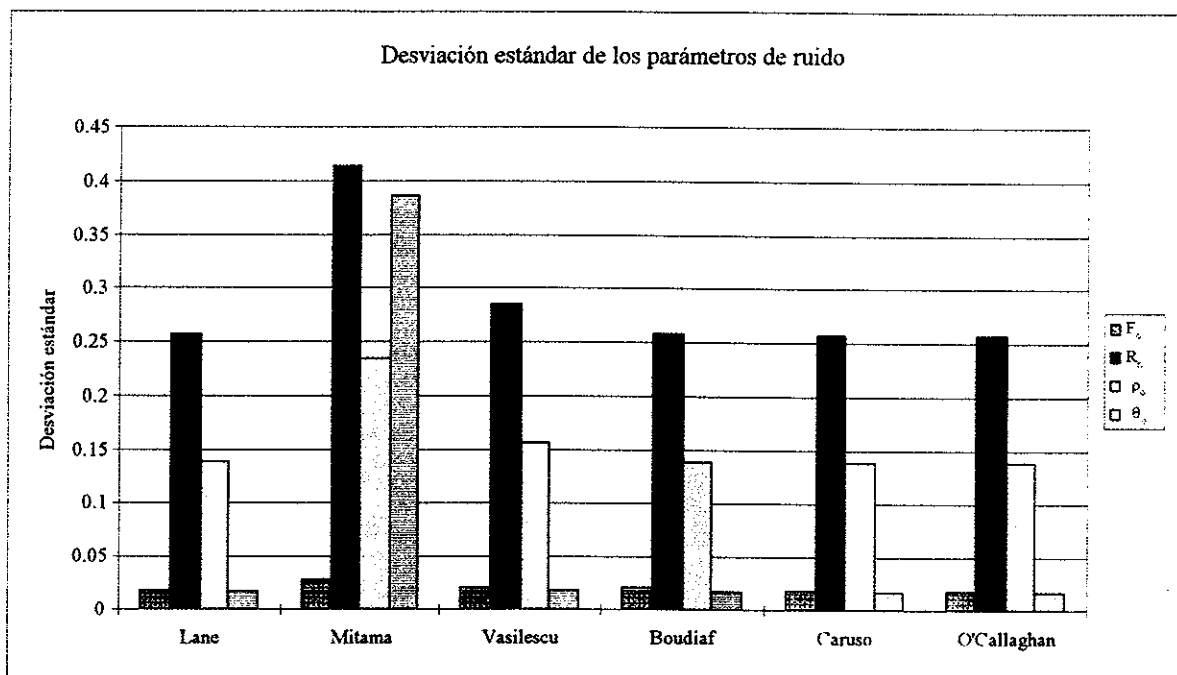


Figura 22. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son:  $F_0=2.8$  dB,  $R_n=2.5\Omega$  y  $\Gamma_0=0.46\angle-160^\circ$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz).

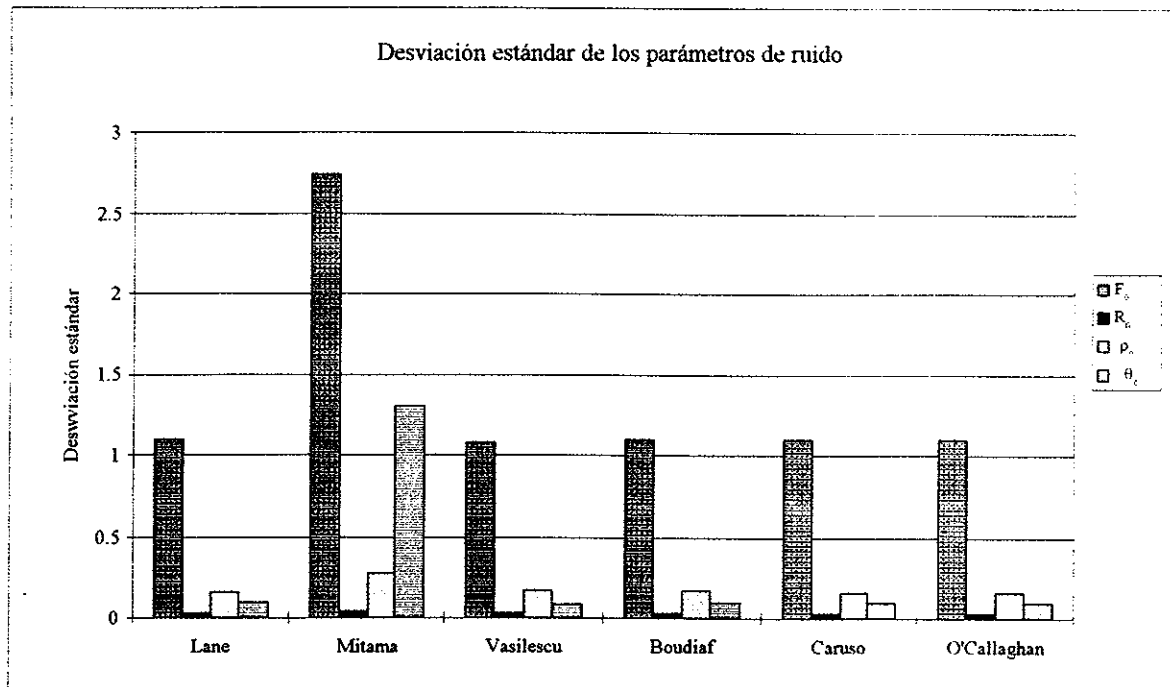


Figura 23. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son:  $F_o=0.28$  dB,  $R_o=32.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.92\angle 13^\circ$  (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz).

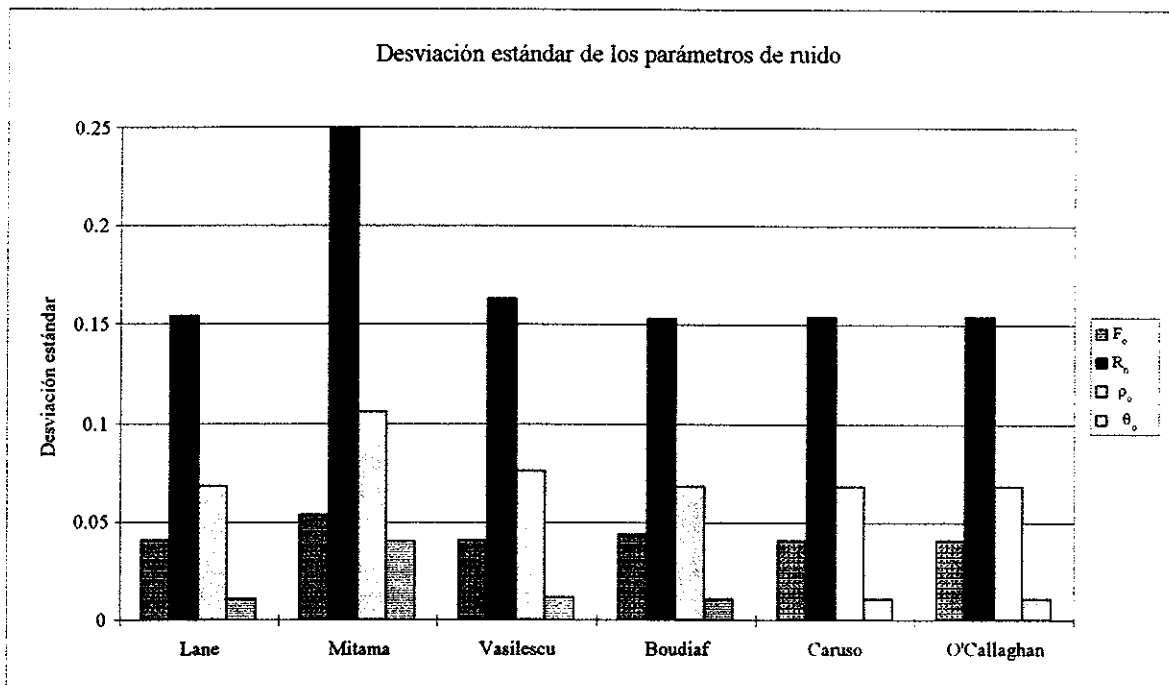


Figura 24. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son:  $F_o=1.43$  dB,  $R_o=3.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.46\angle 162^\circ$  (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 24 GHz).



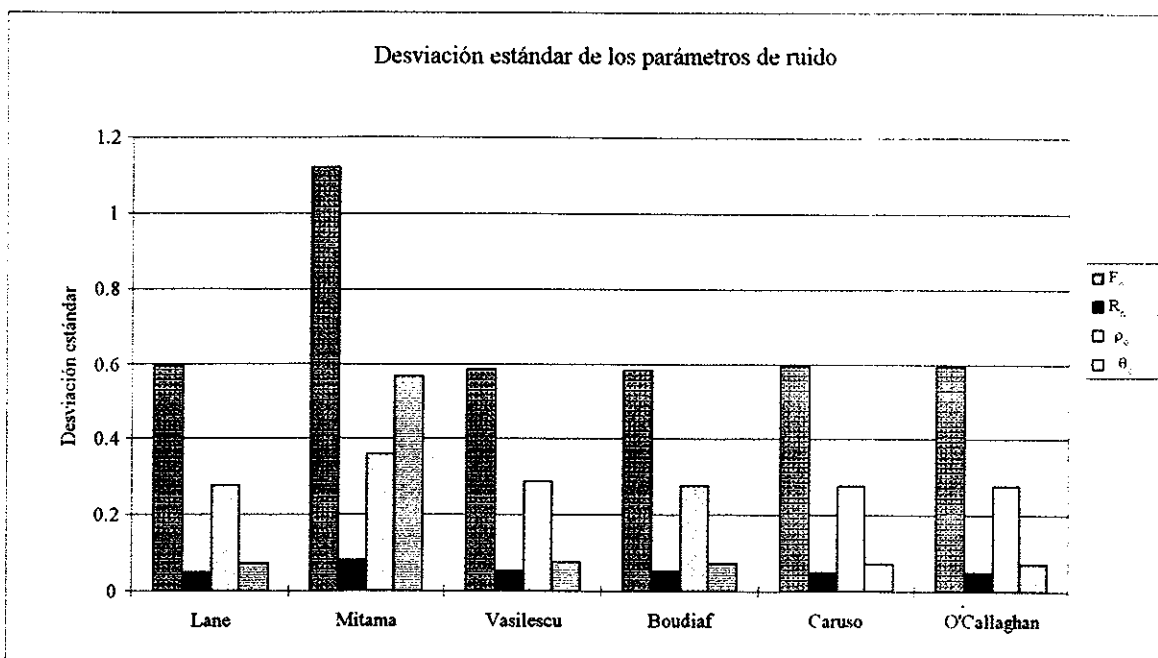


Figura 25. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son:  $F_n=0.33$  dB,  $R_n=11\Omega$  y  $\Gamma_n=0.96\angle 29^\circ$ (Ultra HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG a 2 GHz).

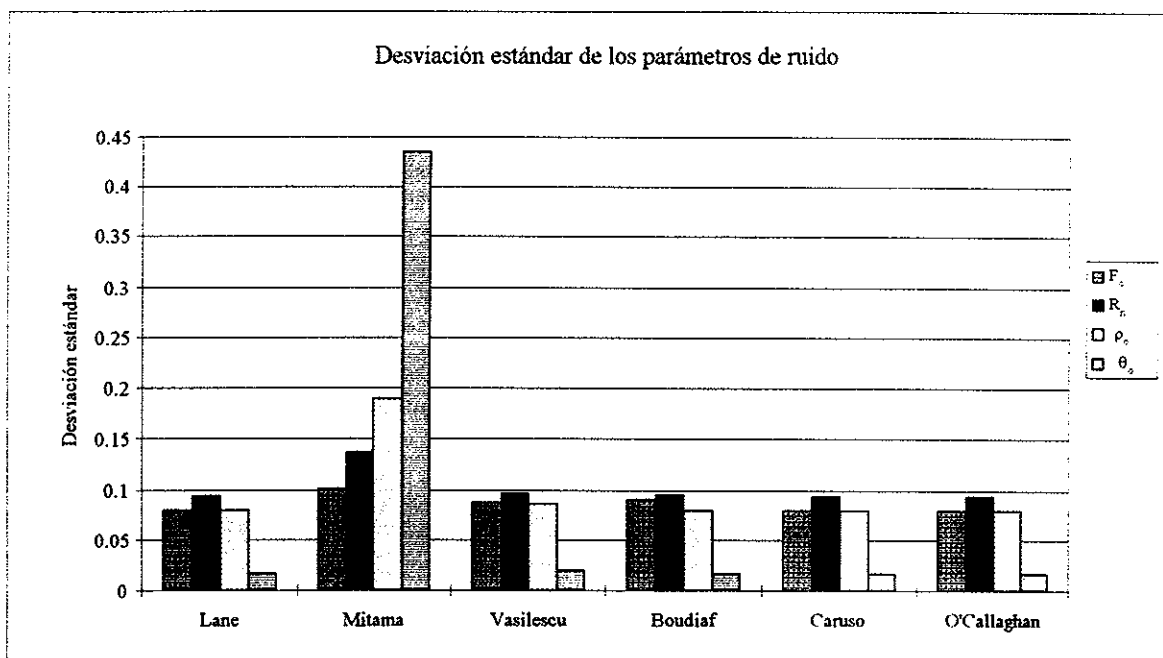


Figura 26. Desviación estándar vs técnicas de extracción. Los valores reales son:  $F_n=0.83$  dB,  $R_n=5\Omega$  y  $\Gamma_n=0.24\angle -161^\circ$ (Ultra HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG a 18 GHz).

### VI.3.3. Resultados de la extracción de los parámetros de ruido en función del número de admitancias de entrada.

Para estudiar la extracción de los parámetros de ruido en función de número de admitancias de entrada, se eligió una constelación de 12 coeficientes de reflexión como se muestra en la figura 27. Considerando, al igual que en el punto anterior, errores en medición tanto en la figura de ruido  $F_i$  como en la admitancia de entrada  $Y_{si}$ . Se varió el número de admitancias de entrada desde 4 hasta 12, calculando para cada caso los parámetros de ruido.

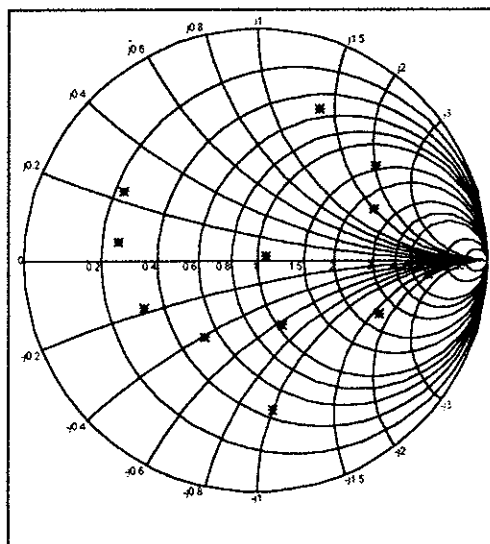


Figura 27. Constelación de coeficientes de reflexión empleada para calcular los parámetros de ruido en función del número de admitancias de entrada.

En las figuras 28, 29, 31, 32 y 34 se puede observar que cuando el número de admitancias de entrada es igual a cuatro, los resultados de los parámetros de ruido en todas las técnicas son iguales, no obstante estos no son los valores correctos. Sin embargo, cuando el número de admitancias aumenta, los resultados difieren entre cada la técnica, tendiendo hacia los valores reales.

En la figura 28, exceptuando la técnica de Mitama, el comportamiento que siguen los resultados de los parámetros de ruido en cada técnica es similar. Además, se observa que a partir de 7 admitancias de entrada los resultados permanecen casi constantes. En la figura 29 sucede algo similar que en la figura anterior, sólo que en este caso los resultados permanecen constantes a partir de 11 admitancias de entrada. No obstante, cuando se tienen 10 admitancias de entrada los resultados son aproximados a los reales.

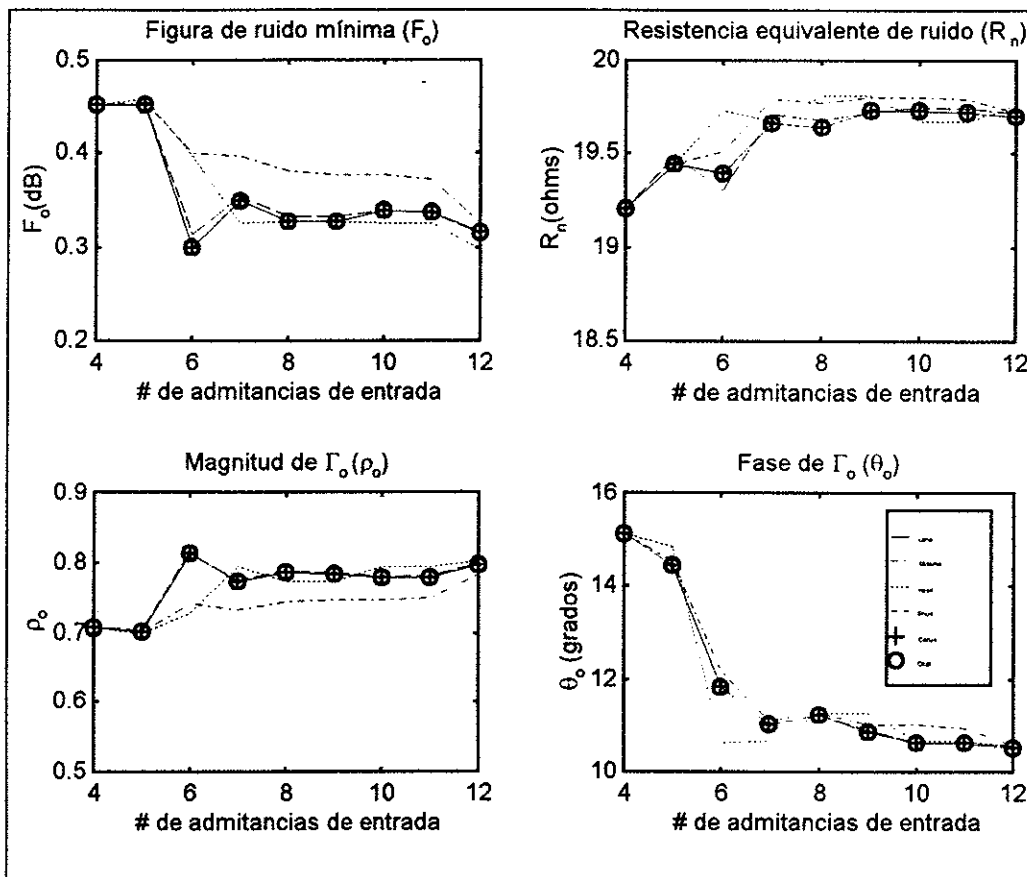


Figura 28. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son:  $F_n=0.3$  dB,  $R_n=19.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.81\angle 10^\circ$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 1 GHz).

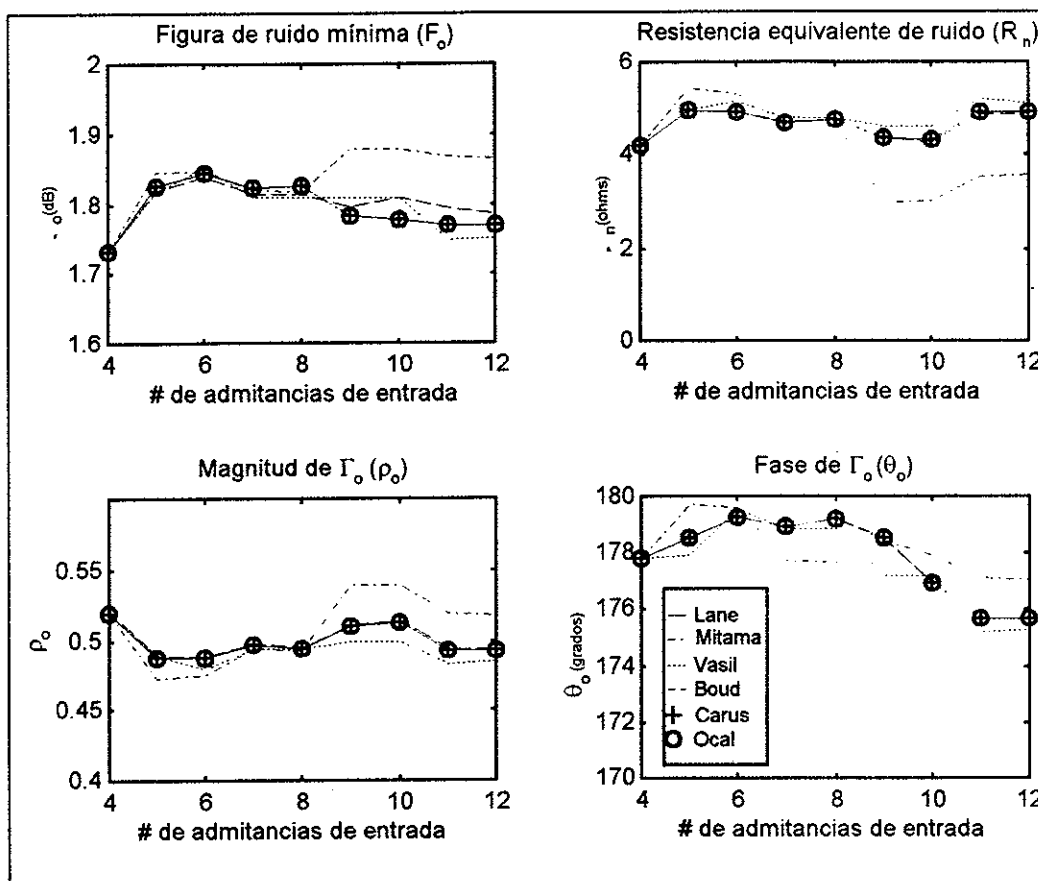


Figura 29. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son:  $F_n=1.8$  dB,  $R_n=5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.49\angle 175^\circ$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 24 GHz).

En la figura 30 se observa que cuando el número de admitancias de entrada es igual a 4, se obtienen los mismo resultados de los parámetros de ruido, excepto en  $R_n$  en la técnica de Boudiaf. Además, se observa que los resultados de los parámetros de son constantes a partir de 5 admitancias de entrada, excepto en la técnica de Mitama, dado que en ésta se presentan cambios bruscos en  $R_n$  y  $\rho_o$ .

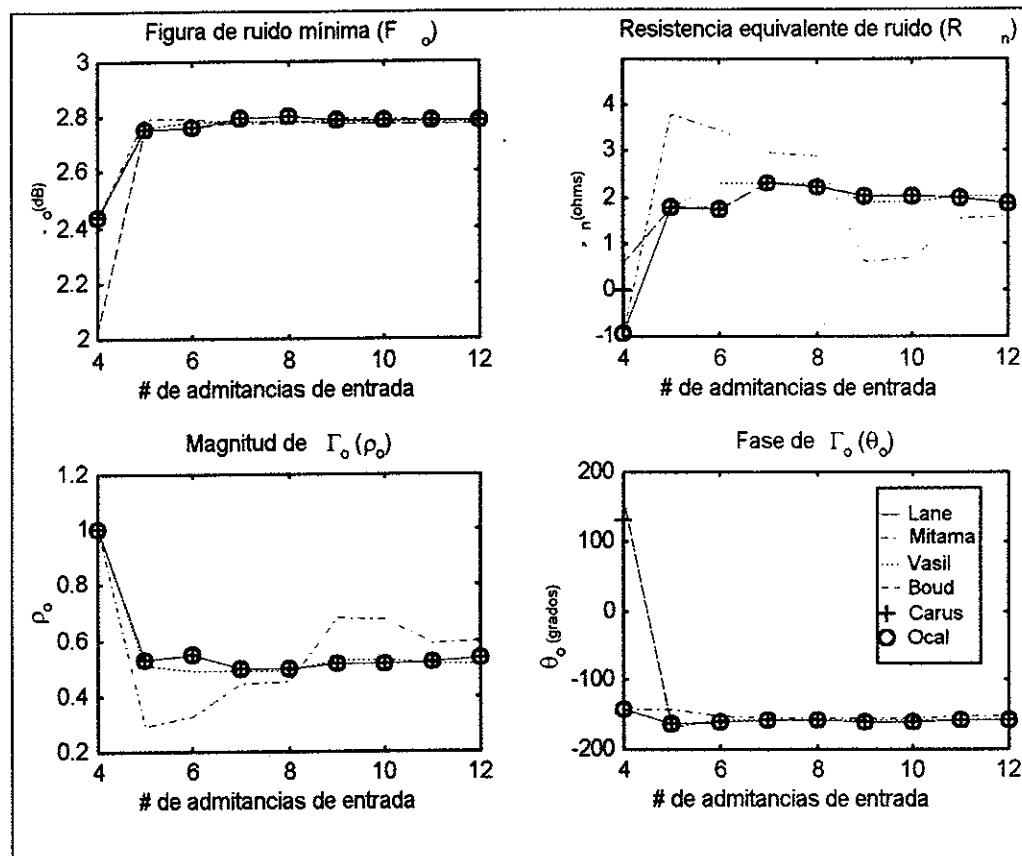


Figura 30. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son:  $F_n=2.8$  dB,  $R_n=2.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.46\angle-160^\circ$  (Ultra "low noise" pseudomorphic HJ FET NE24200 a 30 GHz).

En la figura 31, se pueden observar, excepto en la técnica de Vasilescu, cambios brusco en los resultados de los parámetros de ruido. En este caso sólo la técnica de Vasilescu muestra resultados constantes a partir de 10 admitancias de entrada.

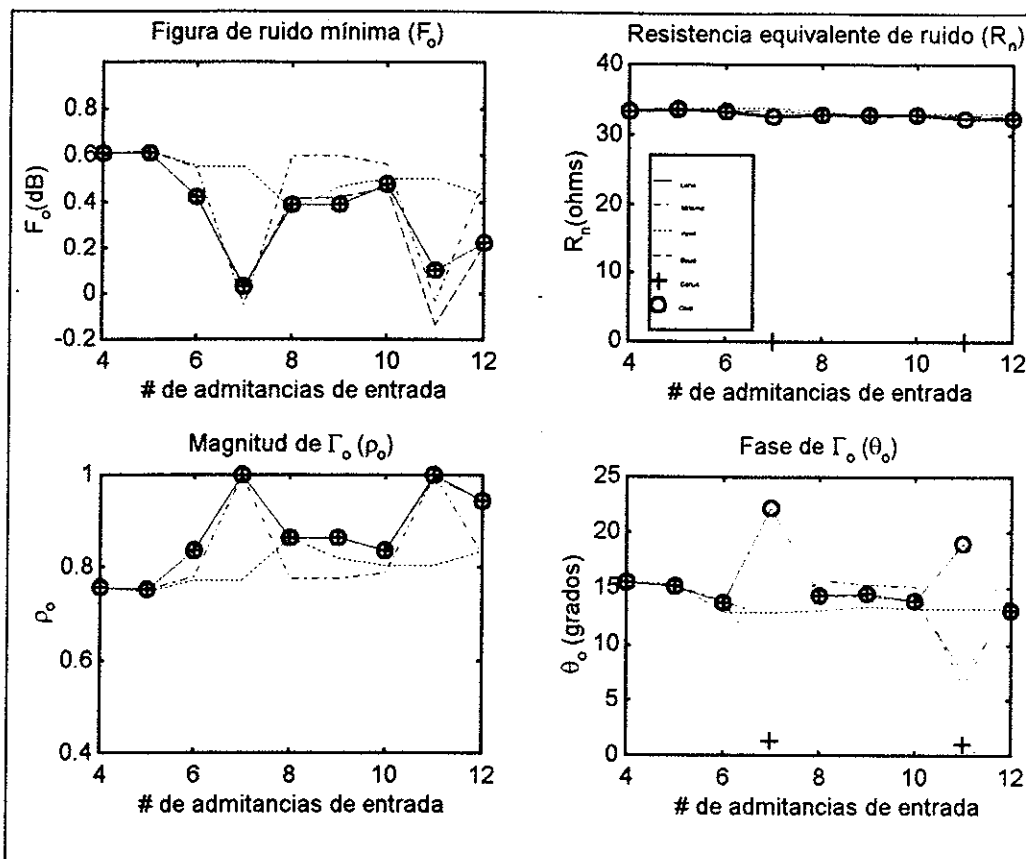


Figura 31. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son:  $F_n=0.28$  dB,  $R_n=32.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.92\angle 13^\circ$  (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 2 GHz).

En la figura 32, se observa un comportamiento similar que en la figura 29; en donde, excepto en la técnica de Mitama, los resultados de los parámetros de ruido en cada técnica siguen el mismo comportamiento. Además, se pueden observar resultados constantes a partir de 9 admitancias de entrada.

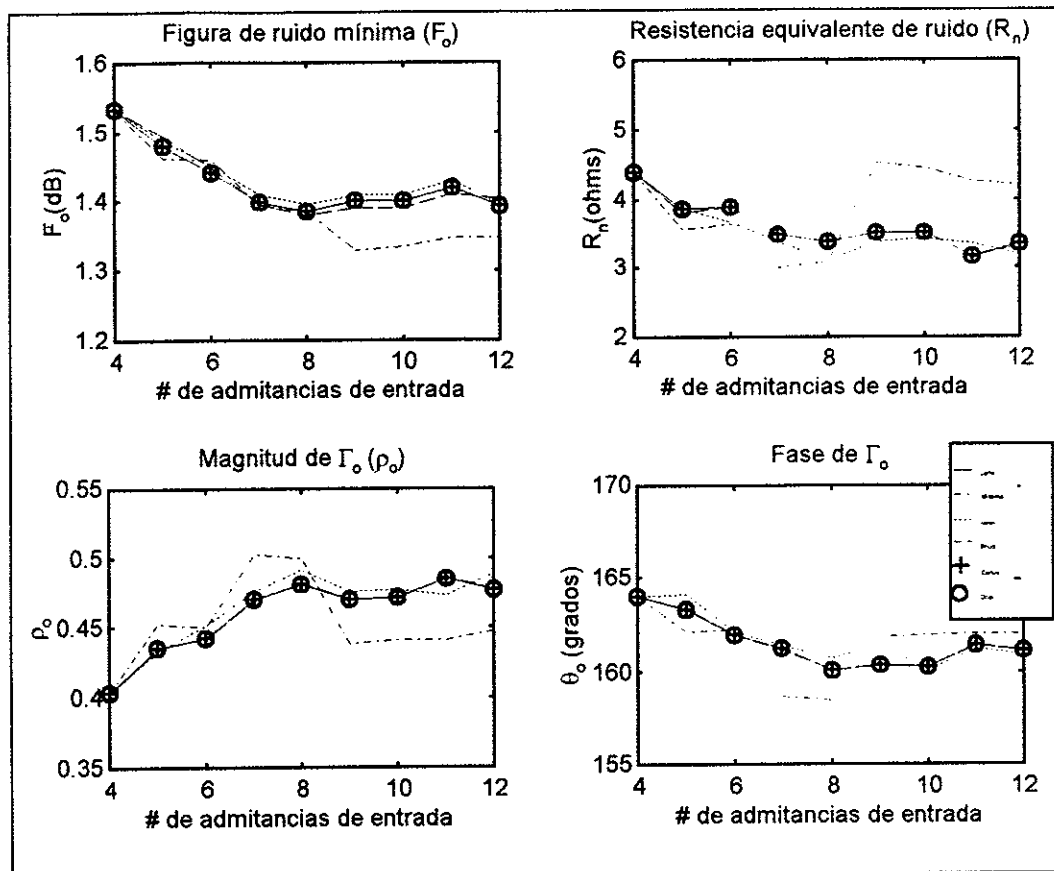


Figura 32. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son:  $F_n=1.43$  dB,  $R_n=3.5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.46\angle 162^\circ$  (Ultra HEMT FHX13X, 14X a 24 GHz).

En la figura 33, excepto en  $R_n$ , se observan cambios bruscos en los resultados de los parámetros de ruido obtenidos por la técnica de Mitama. Además, en la magnitud del coeficiente de reflexión  $\rho_o$ , se tienen resultados iguales a 1, lo que significa una conductancia igual a cero. También, en este caso la técnica que tienen un mejor comportamiento es la técnica de Vasilescu. Se notan resultados constantes en  $F_o$  y  $\rho_o$  a partir de 10 admitancias de entrada y en  $R_n$  y  $\theta_o$  a partir de 5 admitancias de entrada.

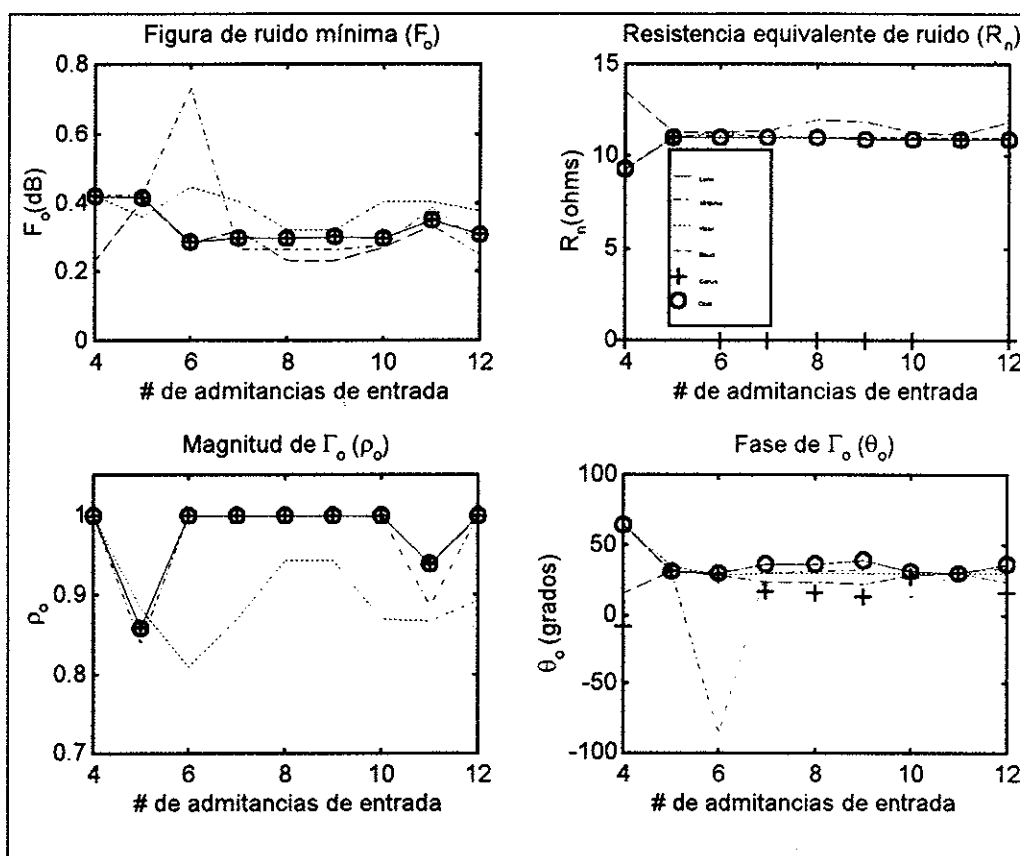


Figura 33. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son:  $F_o=0.33$  dB,  $R_n=11\Omega$  y  $\Gamma_o=0.96\angle 29^\circ$  (Ultra HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG a 2 GHz).



Finalmente, en la figura 34, se observa que todas las técnicas tienen una respuesta similar, excepto la técnica de Mitama en  $\theta_o$ . En  $F_o$  y  $\rho_o$  los resultados tienen un comportamiento aproximadamente constante a partir de 5 admitancias de entrada y en  $R_n$  y  $\theta_o$  los cambios son poco considerables a partir de 9 admitancias de entrada.

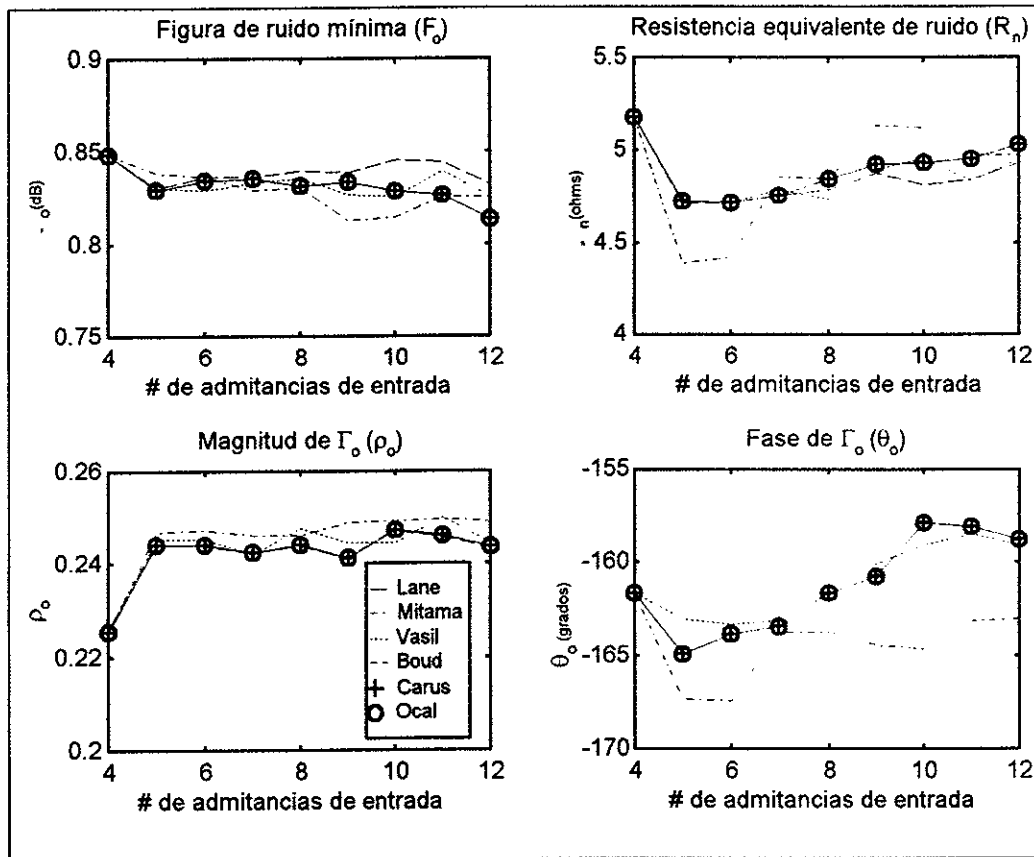


Figura 34. Parámetros de ruido vs el número de admitancias de entrada. Los valores reales son:  $F_o=0.83$  dB,  $R_n=5\Omega$  y  $\Gamma_o=0.24\angle-161^\circ$  (Ultra HEMT FHX13FA/LG, 14FA/LG a 18 GHz).

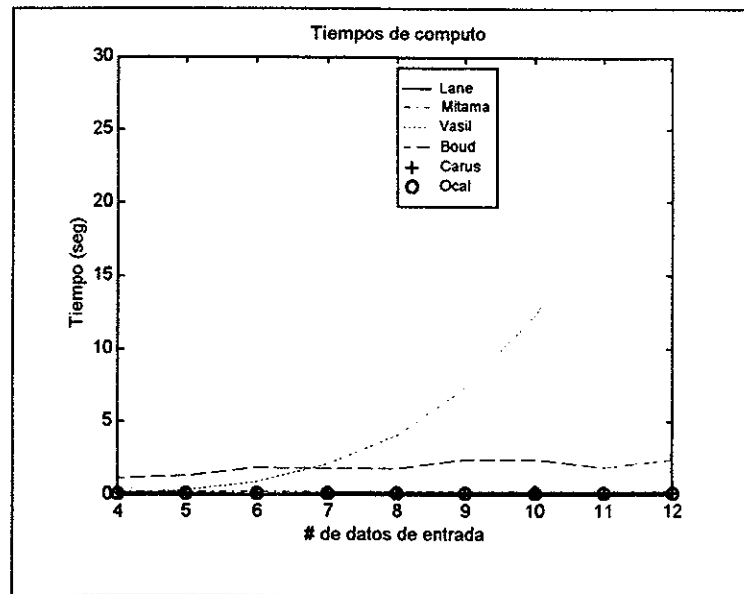
En resumen, se puede observar que cuando el número de admitancias de entrada es igual a 4, en la mayoría de los casos todas las técnicas convergen a los mismos valores de los parámetros de ruido, no obstante estos no son los parámetros correctos. Conforme se

aumenta el número de admitancias de entrada, los resultados empiezan a divergir tendiendo hacia los valores correctos. A partir de 10 admitancias de entrada, los parámetros de ruido se mantienen casi constantes dejando de presentarse grandes cambios, observándose esto principalmente en la resistencia equivalente de ruido  $R_n$ .

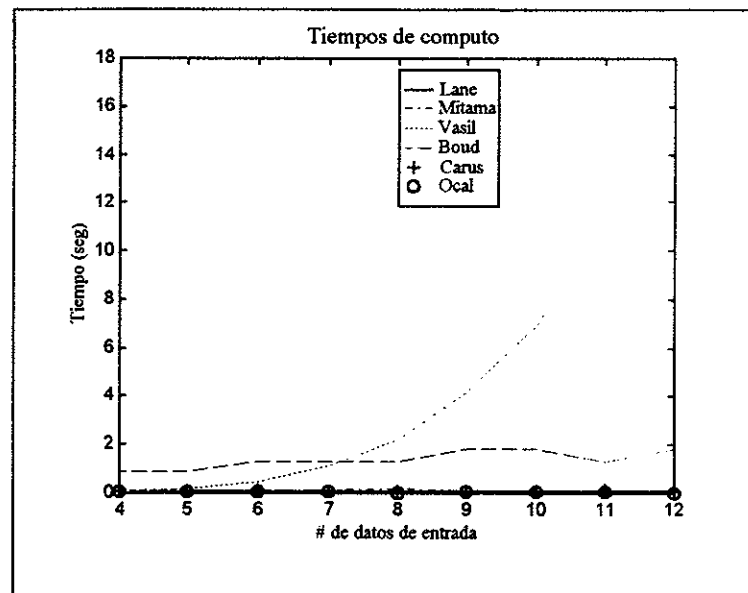
#### **VI.3.4. Resultados del consumo de tiempo para extraer los parámetros de ruido.**

Para medir el tiempo que consume cada método en hacer la extracción de los parámetros de ruido, se utilizó una constelación de 12 coeficientes de reflexión

En la figura 35 se observa que en la técnica de Vasilescu, a mayor número de datos de entrada mayor es el tiempo de cómputo empleado para calcular los parámetros de ruido, aumentando éste en forma exponencial. La técnica de Boudiaf, para extraer los parámetros de ruido, consume un tiempo aproximadamente constante y mayor que en las otras cuatro técnicas, dado que emplea un método de optimización para calcular la resistencia equivalente  $R_n$ . Las técnicas de Lane, Mitama, Caruso y O'Callaghan muestran un consumo de tiempo constante y menor a 1 segundo, esto se debe a la sencillez del desarrollo que emplean para extraer los parámetros de ruido.



(a)



(b)

**Figura 35. Tiempo que consume cada técnica en extraer los parámetros de ruido, empleando: (a) una PC 386 con 40 MHz de velocidad y 8 MB de ram, (b) una PC 486 con 66 MHz de velocidad y 8 MB de ram.**

### VI.3.5. Resultados de la extracción de los parámetros de ruido utilizando curvas singulares.

Se emplearon curvas singulares para observar su influencia en la extracción de los parámetros de ruido. Para esto se consideran los tres tipos de curvas que se muestran en la figura 36 y que se describen a continuación:

- Tipo 1. Constelación que cumple con la condición de  $|Y_s|^2 = \text{constante} = 0.5$ .
- Tipo 2. Curva singular que cumple con las características mencionadas por O'Callaghan con  $\alpha = -1$ ,  $\beta = \delta = \gamma = 1$  (Anexo VII).
- Tipo 3. Constelación de coeficientes de reflexión en la vecindad de la curva singular,  $|Y_s|^2 = \text{constante} = 1.5$ .

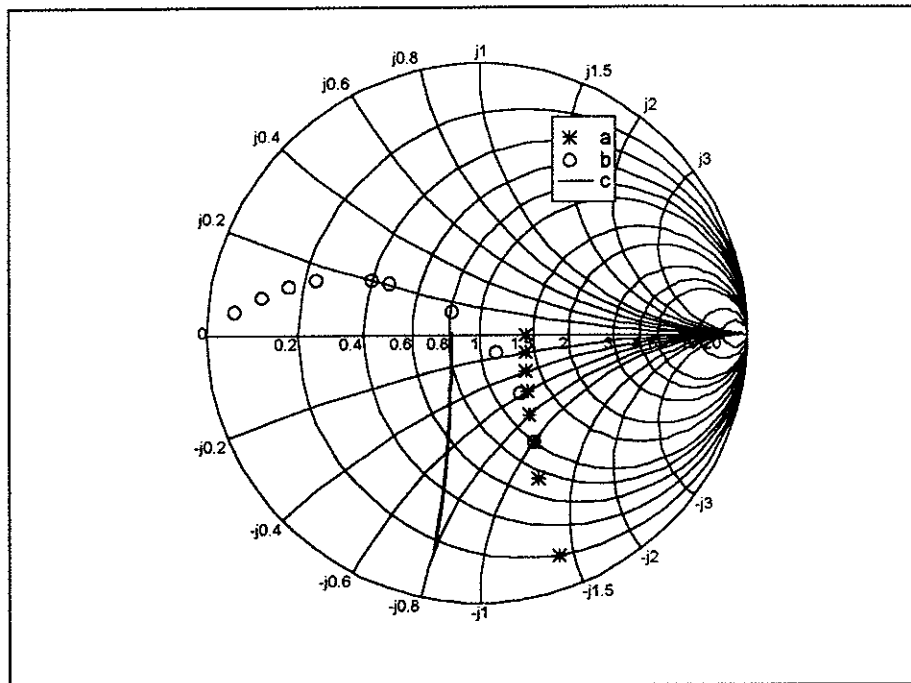


Figura 36. Constelación de curvas singulares: a)  $|Y_s|^2=0.5$ , b) Curva descrita por O'Callaghan con  $\alpha = -1$ ,  $\beta = \delta = \gamma = 1$  y c)  $|Y_s|^2=1.5$ .

En las constelaciones tipo 1 y tipo 2 se emplearon datos libres de errores en medición, y en la constelación tipo 3 se emplearon datos con errores en medición.

Se tomaron como valores iniciales el grupo de parámetros de ruido del HEMT FHX13FA/LG a una frecuencia de 18 GHz:  $F_o=0.83$  dB  $R_n=5\Omega$ ,  $\rho_o=0.24$  y  $\theta_o=-161^\circ$  ( $\Gamma_o=\rho_o e^{j\theta_o}$ ).

En la tabla VIII, se muestran los resultados de la extracción de los parámetros de ruido empleando las constelaciones de coeficientes de reflexión de entrada que cumplen con las condiciones enumeradas anteriormente.

Cuando se utilizan las constelaciones tipo 1 y tipo 2, se puede observar que se presentan incongruencias en los resultados, como valores imaginarios o resistencias negativas.

Sin embargo, cuando se utiliza la constelación tipo 3, los resultados de la extracción de los parámetros de ruido no presentan valores imaginarios y exceptuando la técnica de Mitama, tampoco se presentan resistencias negativas. No obstante los valores que se obtienen no son los reales. Para esta constelación también se efectuó la simulación con datos libres de errores de medición, resultando de la extracción exactamente los valores originales (ERR=0). Por lo tanto, si se tienen errores de medición y se emplea una constelación de coeficientes de reflexión que esta en la vecindad de una curva singular, los parámetros de ruido resultantes parecieran ser los correctos, cuando en realidad difieren considerablemente de los valores reales.

**Tabla VIII. Extracción de los parámetros de ruido del transistor FHX13FA/LG, 14FA/LG a una frecuencia de 18 GHz, empleando curvas singulares.**

	F <sub>o</sub> (dB)	R <sub>n</sub> (ohms)	Y <sub>o</sub> (mMhos)		Γ <sub>o</sub>		ERR (%)
			G <sub>o</sub>	B <sub>o</sub>	ρ <sub>o</sub>	θ <sub>o</sub> (°)	
Valores iniciales	0.83	5	31.22	5.177	0.24	-161	
Tipo 1. Constelación con  Y <sub>s</sub>   <sup>2</sup> = cte = 0.5							
Lane	0.608	1.702	73.99	15.21	0.589	-173.5	11.0444
Mitama	0.587	2.198	27.59	6.822	0.212	-146.2	7.3849
Vasilescu	1.156	11.07	18.36	2.338	0.074	-58.5	5.3e-15
Boudiaf	0.3056	0.913	59.81	16.32	0.528	-169.3	4.4504
Caruso	5.82+j7.8	0+j1.3e19	1.4e-16	7.207	1	-39.63	-----
O'Callaghan	-.45+j.3	-0.052	0-j606	-500.9	1	177.9	-----
Tipo 2. Constelación con α=-1, β=δ=γ=1.							
Lane	10.69+j9.5	5	0+j952.9	961.1	1	-178.8	-----
Mitama	11.08+j10	5+j0	0+j942	962.8-j0.15	1	-178.8	-----
Vasilescu	0.868	5	30.07	2.96	0.209	-167.0	2.34e-15
Boudiaf	5.964	-0.04883	20	0.003	0.0001	-45	55.5987
Caruso	1.65+j1.8	0-j7.7e17	-3.9e-16	4.147	1	-23.43	-----
O'Callaghan	1.12+j1.2	5	0+j35.6	-29.62	1	-33.34	-----
Tipo 3. Constelación en la vecindad de  Y <sub>s</sub>   <sup>2</sup> = cte = 1.5.							
Lane	0.4992	2.093	56.52	14.99	0.5063	-168.8	0.0624
Mitama	3.8760	28.53	-342.4	-174.3	1.0970	177.3	6062.4
Vasilescu	0.2748	13.03	7.087	2.602	0.4841	-16.88	0.0716
Boudiaf	0.5001	2.090	58.51	-5.762	0.4946	175.7	2.0578
Caruso	0.4992	2.093	56.52	14.99	0.5063	-168.8	0.0624
O'Callaghan	0.4992	2.093	56.52	14.99	0.5063	-168.8	0.0624

### VI.3.6. Resultados de la extracción de los parámetros de ruido empleando datos experimentales.

Se muestra la extracción realizada a un grupo de datos experimentales, obtenidos del banco de ruido montado en el laboratorio de microondas. A partir de estos datos se generaron 4 grupos más, para simular mediciones tomadas en un mismo punto, dado a que sólo se contaba con una medición en cada punto.

El transistor utilizado fue un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a 4, 8 GHz, con una polarización de  $V_{DS}=2V$  e  $I_{DS}=10$  mA.

A 4 y 8 GHz (Tablas IX y X) los parámetros de ruido extraídos resultaron diferentes a los reportados por el fabricante; esto se debe a que los datos que reportan son una media del grupo de dispositivos que caracterizan, por lo que estos parámetros no son necesariamente los que corresponden a este transistor.

En la tabla IX, se observa que las técnicas de Vasilescu y Mitama obtienen figuras de ruido negativas; además, la técnica de Mitama obtiene también, una conductancia negativa. Las cuatro técnicas restantes son las que muestran mejores resultados a 4 GHz. En la tabla X, las técnicas de Vasilescu y de Lane y por consecuencia las de Caruso y O'Callaghan son las que presentan un menor error ERR. En ambas tablas, se puede observar, que la fase del coeficiente de reflexión óptimo es el parámetro en donde todas las técnicas convergen, y en la tabla IX se observa también, convergencia en la magnitud del coeficiente de reflexión.

Sin embargo, las diferencias entre los resultados obtenidos por cada técnica se deben a que, al medir en el banco de ruido se producen errores, provocando mayor inexactitud en los resultados obtenidos. De manera que las técnicas de Vasilescu y Mitama parecen ser las más sensibles a errores de medición, pero esto no se puede asegurar dado que, como se menciono anteriormente, los datos tomados tienen considerables errores en medición.

**Tabla IX. Extracción de los parámetros de ruido de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a 4 GHz. Los datos del fabricante son:  $F_o=0.23$  dB,  $R_n=18.7\Omega$ ,  $\rho_o=0.87$  y  $\theta_o=18^\circ$  ( $\Gamma_o=\rho_o e^{j\theta_o}$ ).**

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ ( $^\circ$ )	
Lane	0.139	20.57	1.08	-9.01	0.914	48.62	0.6331
Mitama	-1.904	19.85	-9.80	-8.78	2.308	57.13	5.21
Vasilescu	-0.062	21.36	0.61	-9.12	0.950	49.05	0.5641
Boudiaf	0.088	20.77	1.16	-9.08	0.908	48.95	0.5656
Caruso	0.139	20.57	1.08	-9.01	0.914	48.62	0.6331
O'Callaghan	0.139	20.57	1.08	-9.01	0.914	48.62	0.6331

**Tabla X. Extracción de los parámetros de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a 8 GHz. Los datos del fabricante son:  $F_o=0.45$  dB,  $R_n=17.2\Omega$ ,  $\rho_o=0.75$  y  $\theta_o=36^\circ$  ( $\Gamma_o=\rho_o e^{j\theta_o}$ ).**

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ ( $^\circ$ )	
Lane	0.906	19.73	5.75	-15.71	0.70	79.16	2.223
Mitama	-0.017	28.96	11.11	-17.13	0.54	91.41	6.897
Vasilescu	0.203	20.65	1.56	-16.93	0.91	80.7	2.286
Boudiaf	0.123	24.23	6.23	-14.85	0.67	76.68	2.745
Caruso	0.906	19.73	5.75	-15.71	0.70	96.16	2.223
O'Callaghan	0.906	19.73	5.75	-15.71	0.70	96.16	2.223

Se observa en los resultados de las tablas I-VII, IX y X, que al emplear datos con errores considerables en medición, se extraen parámetros de ruido erróneos. Para resolver este problema se buscó disminuir los errores de medición de los datos experimentales. Para esto, se investigó que factores eran los que alteraban los datos, buscando posteriormente la manera de corregirlos, llegando a obtener así la optimización de los datos medidos y con estos extraer nuevamente los parámetros de ruido correctos.



#### **VI.4. OPTIMIZACIÓN DE LOS DATOS EXPERIMENTALES EMPLEADOS PARA EXTRAER LOS PARÁMETROS DE RUIDO.**

El problema a resolver es entonces: minimizar los errores que se hacen presentes al medir la figura de ruido y los coeficientes de reflexión.

Para realizar tal tarea, se analizaron primero los resultados que se tenían de las extracciones de los parámetros de ruido empleando valores simulados (sec. VI.3.1). Posteriormente se investigó que lectura medida es la que ocasiona problemas. Una vez identificado el problema, se buscó una manera de solucionarlo, empleando primero valores simulados, para posteriormente aplicar la solución encontrada a los valores medidos con los que se contaba.

##### **VI.4.1. Análisis de datos simulados**

Como ya se había mencionado en la sección VI.3.1 cuando se emplean datos simulados con errores en medición en la figuras de ruido y en las admitancias de entrada, los resultados que se obtienen de la extracción de los parámetros de ruido difieren de los valores originales. Sin embargo, si los errores en medición son pequeños o no existen, los resultados de las seis técnicas convergen y los errores ERR son iguales a cero.

##### **VI.4.2. Errores de medición de los coeficientes de reflexión y de la figuras de ruido**

En el banco de ruido, de donde fueron tomados los datos experimentales, no se mide directamente las figura de ruido, lo que se miden son potencias con un analizador de

espectros. Las figuras de ruido son calculadas posteriormente empleando las potencias medidas y los coeficientes de reflexión de entrada  $\Gamma_{s_i}$  (Anexo VIII) [Enciso Aguilar, 1997; Escotte *et al.*, 1994].

Los coeficientes de reflexión a la entrada del transistor se generan con un sintonizador. Pero estos tampoco se miden directamente, dado que el transistor o dispositivo bajo prueba (DUT) está montado y no permite tener acceso directo para medirlos. Entonces estos se miden antes de montar el DUT en el banco de ruido registrándose las posiciones del sintonizador.

Una vez conectado el DUT, sólo se controlan las posiciones del sintonizador pero ya no se pueden medir los coeficientes de reflexión, por lo que ahora la exactitud en los coeficientes de reflexión dependen de la repetitividad del sintonizador.

Para detectar que lectura o lecturas son las que generan errores en las figuras de ruido medidas, se variaron las dos variables necesarias para calcularse: potencias medidas y el coeficiente de reflexión de la entrada.

Es importante mencionar que para detectar los problemas de errores en medición, se contaba con los valores necesarios para calcular nuevamente las figuras de ruido, estos son:

- Coeficientes de reflexión a la entrada del receptor  $\Gamma_r$
- La constante  $KBG_0$  del receptor
- Parámetros de ruido del receptor  $F_{oR}$ ,  $R_{nR}$  y  $\Gamma_{oR}$
- Parámetros S del DUT

- Potencias medidas en el analizador de espectro correspondientes a la admitancia de entrada  $P_{mi}$

Entonces, variando primero la potencia medida dentro de un rango de  $\pm 10\%$  de su valor, se observa que los cambios en las figuras de ruido del DUT no son considerables.

Sin embargo, al variar el  $\Gamma_{si}$ , se observaron cambios considerables en los resultados de las figuras de ruido del DUT. Esto es de esperarse, dado que las expresiones que nos permiten obtener las figuras de ruido DUT dependen todas ellas del coeficiente de reflexión  $\Gamma_{si}$  de entrada. Por lo tanto pequeños errores en los coeficientes de reflexión llevan a tener errores importantes en las figuras de ruido. Es importante mencionar, que se consideran errores solamente en la fase del coeficiente de reflexión, debido a que esta es más sensible a errores de medición.

Entonces, cuando se tienen errores al medir o determinar los coeficientes de reflexión de entrada  $\Gamma_{si}$ , se producen errores en las figuras de ruido.

Finalmente, por todas las razones expuestas anteriormente, se encontró que el problema esta en la fase del coeficiente de reflexión de entrada presentado al DUT. Además, una razón más por la cual la importancia de disminuir errores de medición en  $\Gamma_{si}$  es que, si ésta se aleja del valor real, se altera el nivel de figura de ruido. Como se recordará, un grupo de admitancias de entrada pueden generar un mismo plano de valores constantes de figura de ruido, pero si se sale de ese grupo se está en otro plano. Por lo tanto, si el valor leído o calculado de figura de ruido corresponde a una admitancia de entrada determinada y si existe un error en dicha admitancia, será ésta la que produzca la figura de ruido.

### **VI.4.3. Optimización de la fase del coeficiente de reflexión**

Una vez que se determinó cual de las lecturas es la que ocasiona el problema, se buscó encontrar un algoritmo que lo corrigiera. Obviamente esto se podía corregir tomando nuevamente la lectura de los datos, evitando tener errores en la fase del coeficiente de reflexión y en general de todo el equipo empleado. Pero la idea era encontrar una posible solución al problema de errores en medición y extraer así confiablemente los parámetros de ruido.

Se pensó en un algoritmo o rutina para optimizar la fase de los coeficientes de reflexión medidos. Para llevar a cabo tal tarea se repitió el procedimiento del cálculo de las figuras de ruido, que se desarrolla en el banco de ruido (Anexo VIII).

Para desarrollar tal algoritmo se partió primero de valores de parámetros de ruido conocidos, contando con los datos necesarios del banco de ruido para repetir el procedimiento de cálculo de las figuras de ruido.

Con los datos del banco de ruido y de los parámetros de ruido ya conocidos se calcularon potencias medidas, completando así todos los valores necesarios para calcular nuevamente las figuras de ruido.

Con los datos completos se inició la optimización. Cabe aclarar que se le llama así, "algoritmo de optimización", porque lo que se hace es minimizar los errores que existen entre las figuras de ruido medidas y estimadas, pero esto no significa que se vaya a emplear algún algoritmo matemático.

Entonces, primero se varió la fase de tres coeficientes de reflexión ya conocidos. En seguida, con estos se calcularon nuevos valores figuras de ruido y se extrajeron los parámetros de ruido. Posteriormente, éste nuevo grupo de figuras de ruido y admitancias de entrada, fueron ajustados a sus valores reales. Es decir, se encontraron nuevamente los valores verdaderos de la fase de los coeficientes de reflexión de entrada, para lo cual se empleó el algoritmo mostrado en la figura 37. Considerando en este caso solamente cinco iteraciones, dado que la primera iteración no es necesaria, porque ya se conocen que coeficientes de reflexión se van a variar.

En este algoritmo se calculan las figuras de ruido, para cada valor de la fase de  $\Gamma_{si}$  que se va determinando, haciendo también la extracción de los parámetros de ruido para cada caso.

El punto de control del algoritmo es un arreglo ERR\_DUT, en donde sus elementos son los errores relativos residuales de cada una de las técnicas, esto es:

$$\text{ERR\_DUT} = [\text{ERR\_Lane}, \text{ERR\_Mitama}, \text{ERR\_Vasilescu}, \text{ERR\_Boudiaf}, \text{ERR\_Caruso}, \text{ERR\_O'Callaghan}].$$

Si ERR\_DUT disminuye hasta un valor de  $1 \times 10^{-6}$ , entonces se considera que los parámetros de ruido que se obtienen son los correctos y por lo tanto la fase de los coeficientes de reflexión y las figuras de ruido son las reales.

Una vez que se probó con datos simulados la funcionalidad del algoritmo, se procedió a implementarlo para obtener los valores reales de las figuras de ruido medidas y

de la fase de los coeficientes de reflexión, para el transistor JS8905-AS a la frecuencia de 4 y 8 GHz (Tablas IX y X).

El algoritmo resultante para optimizar  $\Gamma_{si}$ , es el mostrado en la figura 37, en donde se aplicó la siguiente secuencia.

1. Se calculó la constante  $KBG_0$  del receptor y sus parámetros de ruido
2. Se calcularon las figuras de ruido totales ( $F_{Ri} + F_{DUTi}$ ) y las del receptor ( $F_{Ri}$ ), para obtener finalmente las figuras de ruido del DUT
3. Se calcularon los errores ERR (NO porcentual) en cada técnica almacenándolos en un solo vector  $ERR\_DUT = [ERR\_Lane, ERR\_Mitama, ERR\_Vasilescu, ERR\_Boudiaf, ERR\_Caruso, ERR\_O'Callaghan ]$
4. Se comparó  $ERR\_DUT$  con un error menor al  $1 \times 10^{-6}$
5. Si esto no se cumple se varía la fase de los coeficientes de reflexión, calculando nuevamente para cada caso las figuras de ruido del receptor, las figuras de ruido totales, las figuras de ruido del DUT y  $ERR\_DUT$ .  $\Gamma_{si}$  se varía hasta que  $ERR\_DUT$  llegue a su valor mínimo. Se busca como meta el disminuir el ERR de cada método.
6. El valor optimizado de  $\Gamma_{si}$  con su correspondiente figura de ruido  $F_i$  forman el nuevo grupo de datos.

No se varían todos los  $\Gamma_{si}$ , sino que solamente se varían tres de los  $n$  valores. Para determinar cuales de los  $n$  se variarán, se hacen primero cambios en fase en cada uno de los  $\Gamma_{si}$ , registrando los ERR. Se identifican tres  $\Gamma_{si}$  con los cuales el ERR sea más sensible, o

bien disminuya. Una vez que estos se conocen, se indica cuales son en la rutina implementada para optimizarlos.

Dentro de la rutina de optimización, los tres  $\Gamma_{ii}$  se varían  $\pm k$  en intervalos de  $p$  (tabla XI), calculando en cada caso las figuras de ruido del DUT y sus parámetros de ruido.

Los movimientos en fase de coeficientes de reflexión tienen la siguiente secuencia:

- No\_iteraciones=1
  - Se mueve la fase de uno de los tres coeficientes de reflexión, manteniendo los dos restantes fijos, registrando en que posición se tiene el menor error ERR\_DUT. Se repite el procedimiento para los tres coeficientes. Una vez concluido este movimiento de fases, se fija el coeficiente de reflexión en el que se haya obtenido el menor ERR\_DUT, en la posición en que se obtuvo.
- No\_iteraciones=2 a 6
  - Se fijan 2 de los coeficientes de reflexión y se mueve un tercero dentro del rango definido (Tabla XI) hasta una posición en donde el ERR\_DUT disminuya, se deja en ese punto y se procede a variar otro de los coeficientes de reflexión manteniendo los otros dos fijos, uno en su posición original y el otro en su nueva posición. Nuevamente se varía el coeficiente de reflexión dentro del rango indicado, dejándolo en la posición en donde el ERR\_DUT es menor, repitiendo este procedimiento para el tercer coeficiente de reflexión. Fijando finalmente, la fase de los tres coeficientes de reflexión en posiciones tales que hacen que disminuya ERR\_DUT.

La diferencia del No\_iteraciones entre 2 y 6 radica en los límites e intervalos dentro de los cuales se mueve la fase del coeficiente de reflexión.

**Tabla XI. Límites e intervalos de la variación de fase para optimizar los coeficientes de reflexión.**

No_iteraciones	límites (k) e intervalos (p)	l(1)	l(2)	l(3)	Observaciones
1	$\pm k=5, p=0.2$	• • ↓	↓ • •	• ↓ •	l=[1er $\Gamma_s$ , 2do $\Gamma_s$ , 3er $\Gamma_s$ ] • fija, ↓ variando Se registra el menor ERR_DUT de los tres. Se cambian ahora las posiciones en l de los coeficientes de reflexión l(1)= $\Gamma_s$ , menor ERR, l(2) y l(3), las dos restantes
2-3	$\pm k=5, p=0.2$	• • ↓	↓ • •	• ↓ •	Se mueve cada $G_s$ , fijándose ahora en donde se tiene el menor ERR_DUT
4-5	$\pm k=2, p=0.1$	• • ↓	↓ • •	• ↓ •	Este procedimiento es el mismo para el resto del No_iteraciones
6	$\pm k=1, p=0.05$	• • ↓	↓ • •	• ↓ •	

La optimización se pudo realizar gracias a que se contaba con los datos necesarios del banco de ruido para repetir el cálculo de las figuras de ruido, situación que no sucede en la mayoría de los casos, ya que generalmente se tiene sólo el grupo de datos de  $F_i$ ,  $G_{si}$  y  $B_{si}$ , que son los que finalmente se requieren para hacer la extracción y si estos tienen errores de medición se reflejará en los parámetros de ruido resultantes. Por lo tanto, es de vital importancia evitar errores, principalmente en la fase de los coeficientes de reflexión, dado que estos generan errores en las figuras de ruido.



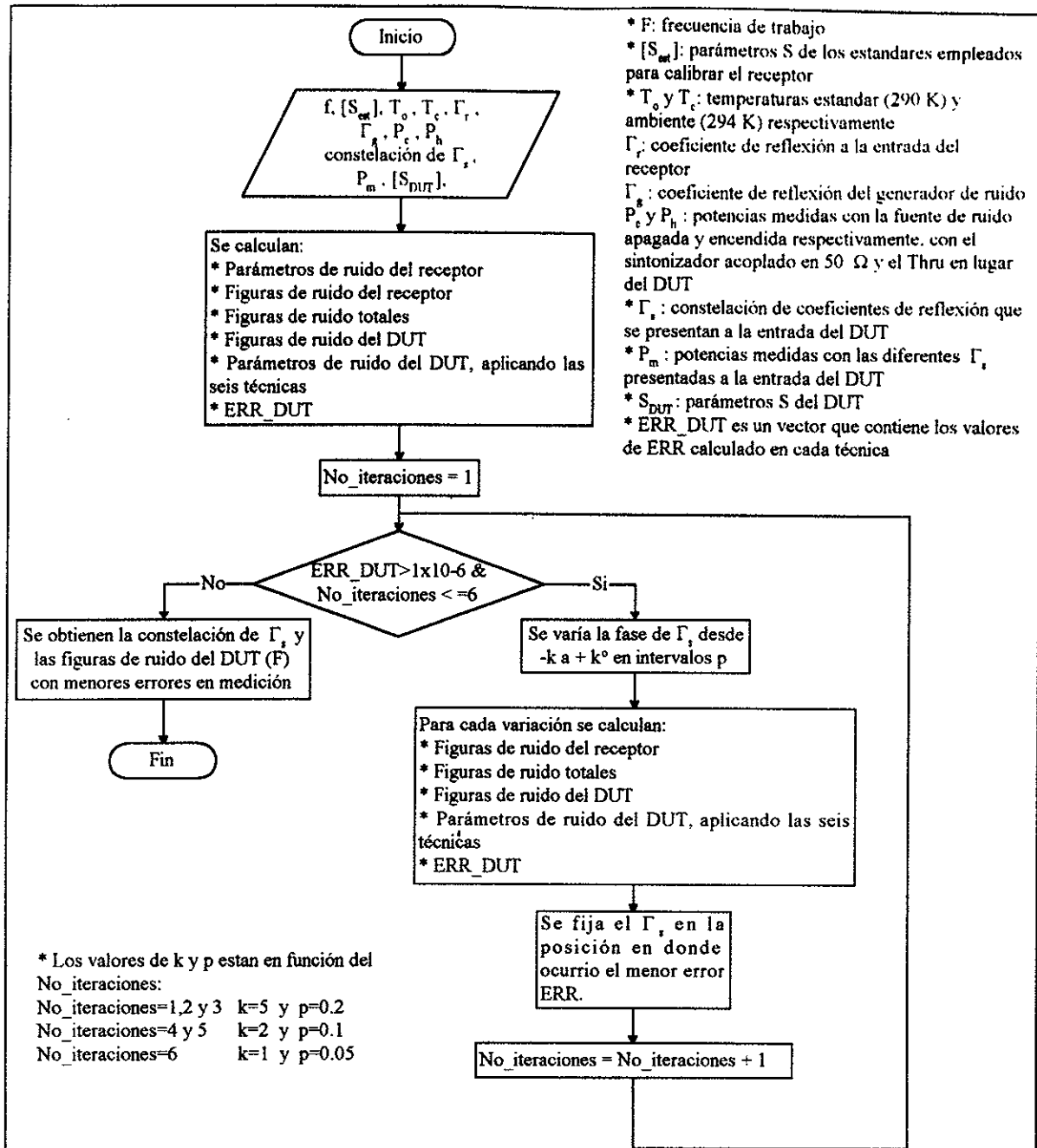


Figura 37. Algoritmo empleado para optimizar los coeficientes de reflexión  $\Gamma_{si}$  disminuyendo errores en el proceso de medición.

#### VI.4.4. Resultados de la optimización

En las tablas XII y XIII se muestran los resultados de la extracción de los parámetros de ruido una vez optimizados los datos experimentales a 4 y 8 GHz respectivamente.

Comparando con los resultados obtenidos a partir de los valores originales de los datos experimentales (tablas IX y X), se puede observar que el error ERR disminuye en todas las técnicas y los resultados de los parámetros de ruido convergen entre sí, por lo que se considera que se han obtenido los valores correctos.

**Tabla XII. Extracción de los parámetros de ruido de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a una frecuencia de 4GHz, empleando datos experimentales y optimizados .**

	F <sub>o</sub> (dB)	R <sub>n</sub> (ohms)	Y <sub>o</sub> (mMhos)		Γ <sub>o</sub>		ERR (%)
			G <sub>o</sub>	B <sub>o</sub>	ρ <sub>o</sub>	θ <sub>o</sub> (°)	
Datos del fabricante	0.23	18.7	1.425	-3.152	0.87	18	
<b>Datos experimentales</b>							
Lane	0.139	20.57	1.08	-9.01	0.914	48.62	0.6331
Mitama	-1.904	19.85	-9.80	-8.78	2.308	57.13	5.21
Vasilescu	-0.062	21.36	0.61	-9.12	0.950	49.05	0.5641
Boudiaf	0.088	20.77	1.16	-9.08	0.908	48.95	0.5656
Caruso	0.139	20.57	1.08	-9.01	0.914	48.62	0.6331
O'Callaghan	0.139	20.57	1.08	-9.01	0.914	48.62	0.6331
<b>Datos experimentales optimizados</b>							
Lane	0.521	20.81	3.926	-8.691	0.7178	48.37	0.4897
Mitama	0.486	20.84	3.768	-8.486	0.7258	47.25	0.489
Vasilescu	0.489	21.2	4.138	-8.592	0.7041	48.04	0.4288
Boudiaf	0.451	21.03	3.776	-8.717	0.7273	48.38	0.4323
Caruso	0.521	20.81	3.926	-8.691	0.7178	48.37	0.4897
O'Callaghan	0.521	20.81	3.926	-8.691	0.7178	48.37	0.4897

**Tabla XIII. Extracción de los parámetros de ruido de un HEMT de bajo ruido JS8905-AS a una frecuencia de 8 GHz, empleando datos experimentales y optimizados.**

	$F_o$ (dB)	$R_n$ (ohms)	$Y_o$ (mMhos)		$\Gamma_o$		ERR (%)
			$G_o$	$B_o$	$\rho_o$	$\theta_o$ (°)	
Datos del fabricante	0.45	17.2	3.15	-6.35	0.75	36	
<b>Datos experimentales</b>							
Lane	0.906	19.73	5.75	-15.71	0.70	79.16	2.223
Mitama	-0.017	28.96	11.11	-17.13	0.54	91.41	6.897
Vasilescu	0.203	20.65	1.56	-16.93	0.91	80.7	2.286
Boudiaf	0.123	24.23	6.23	-14.85	0.67	76.68	2.745
Caruso	0.906	19.73	5.75	-15.71	0.70	96.16	2.223
O'Callaghan	0.906	19.73	5.75	-15.71	0.70	96.16	2.223
<b>Datos experimentales optimizados</b>							
Lane	0.9785	19.20	7.182	-15.62	0.6445	80.50	1.493
Mitama	0.5317	21.74	6.210	-15.54	0.6818	79.06	1.426
Vasilescu	0.5034	20.08	4.736	-16.04	0.7510	79.38	1.386
Boudiaf	0.5702	21.54	7.173	-15.26	0.6396	79.26	1.372
Caruso	0.9785	19.20	7.182	-15.62	0.6445	80.50	1.493
O'Callaghan	0.9785	19.20	7.182	-15.62	0.6445	80.50	1.493

## VI.5. CONCLUSIONES

A través de todos los resultados mostrados se puede observar que cuando los errores de medición son relativamente pequeños, las técnicas tienden hacia los valores originales, con pequeñas o ninguna diferencia entre ellas. Sin embargo, cuando se tienen errores importantes de medición ( $\epsilon_F \approx 10\%$  o  $\epsilon_Y \approx 1^\circ$ ) las técnicas de Lane, Mitama, Caruso y O'Callaghan producen resultados incorrectos. Pero, si los errores de medición son considerables como se mostró en las secciones VI.3.6 y VI.4.2, ninguna técnica obtiene resultados satisfactorios del todo. Por estas razones, para extraer los parámetros de ruido de manera confiable, es necesario disminuir la incertidumbre en la medición de los coeficientes de reflexión ( $\Gamma_o$ ), particularmente en la fase.

## VII. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES GENERALES

### VII.1. ANÁLISIS DE RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En este trabajo de tesis se realizó un estudio comparativo entre diferentes técnicas de extracción de los parámetros de ruido del transistor de efecto de campo de Arseniuro de Galio TEC GaAs. Tales parámetros son de gran importancia para determinar el comportamiento en ruido del transistor. Además, son necesarios para el diseño de amplificadores de bajo ruido.

Se revisaron, analizaron e implementaron, en lenguaje de Matlab, las técnicas de extracción de los parámetros de ruido desarrolladas por: Lane [Lane, 1969], Mitama [Mitama y Katoh, 1979], Vasilescu [Vasilescu *et al.*, 1989], Boudiaf [Boudiaf *et al.*, 1992], Caruso [Caruso y Sannino, 1978] y O'Callaghan [O'Callaghan y Mondal, 1991], en donde estas dos últimas emplean las mismas consideraciones que la técnica de Lane, con la diferencia de que en ellas se presentan criterios que sirven para elegir las admitancias de entrada.

Para aplicar estas técnicas, se simularon valores medidos de las figura de ruido, partiendo de parámetros de ruido conocidos y de una constelación elegida de admitancias de entrada. Para simular errores en medición, se sumaron perturbaciones a las figuras de ruido y a la constelación de admitancias de entrada. Estas perturbaciones son del orden de  $\pm 10\%$  en la figura de ruido y de  $\pm 1^\circ$  en la fase del coeficiente de reflexión, convirtiéndolo posteriormente a admitancias de entrada.

Se calcularon los parámetros de ruido en función de: errores en medición, número de admitancias de entrada y el uso de curvas singulares. Midiendo el tiempo que consume cada técnica en extraer los parámetros de ruido. Se calculó también, en cada técnica, la desviación estándar de los parámetros de ruido con respecto a los valores iniciales. Graficando así mismo, alrededor del valor medio y del valor original, los parámetros de ruido calculados en diferentes tiempos. Esto con el fin de determinar la repetitividad de los parámetros de ruido en función de errores en el proceso de medición.

Por otra parte, se calcularon los parámetros de ruido empleando datos experimentales tomados del banco de ruido del laboratorio de microondas. Observándose errores en los resultados de la extracción de los parámetros de ruido, provocados por incertidumbres en la fase de los coeficientes de reflexión de entrada. Lo que llevó a utilizar un algoritmo para corregir tales errores

Al hacer la extracción de los parámetros de ruido sin tener errores en medición, se observó que todas las técnicas convergen a los valores correctos de los parámetros de ruido. Sin embargo, cuando se emplean figuras de ruido y admitancias de entrada con errores debidos a la medición, las técnicas obtienen resultados que difieren de los valores correctos. Estas diferencias están en función de la magnitud de los errores en el proceso.

Los resultados obtenidos en este trabajo indican que la técnica de Mitama es la más sensible a errores de medición. Por otra parte, si los errores de medición son pequeños, las técnicas de Lane, Caruso y O'Callaghan llegan a resultados aproximados a los reales, pero si estos errores aumentan, presentan inconsistencias como resistencias negativas o valores

imaginarios. Las técnicas de Vasilescu y Boudiaf son las más exactas y las más inmunes a errores de medición.

Cuando la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo es mayor a 0.9 y la figura de ruido mínima es menor a 0.3 dB, se presentan problemas al extraer los parámetros de ruido ya que, si existen errores en la medición, las figuras de ruido mínimas calculadas por las diferentes técnicas, difieren en más de un 100% del valor real.

Al graficar la dispersión de los parámetros de ruido y calcular su desviación estándar, se observó nuevamente que la técnica de Mitama es la que muestra una mayor desviación y dispersión de sus resultados. En las técnicas de Vasilescu y Boudiaf existe mayor concentración de los parámetros de ruido alrededor de su valor medio, lo que indica que son métodos más repetitivos. Los parámetros de ruido con mayor desviación son: a bajas frecuencias, la figura de ruido mínima  $F_0$  y la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo  $\rho_0$ , y a altas frecuencias la resistencia equivalente de ruido  $R_n$  y la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo  $\rho_0$ .

Cuando se extraen los parámetros de ruido con cuatro admitancias de entrada, todas las técnicas convergen a los mismo resultados, pero estos no son los reales. Los resultados entre cada técnica difieren conforme se va aumentando el número de admitancias de entrada, tendiendo hacia el valor correcto. A partir de diez admitancias de entrada los parámetros de ruido son constantes, observándose esto particularmente en la técnica de Vasilescu. La técnica de Mitama es la que muestra cambios más bruscos en función del número de admitancias de entrada.

En la técnica de Vasilescu, conforme aumenta el número de admitancias de entrada, aumenta el tiempo necesario para calcular los parámetros de ruido, a diferencia de la técnica de Boudiaf en donde el consumo de tiempo es independiente del número de admitancias de entrada. Dada la sencillez de las cuatro técnicas restantes, el consumo de tiempo es menor a 1 seg.

Al utilizar admitancias de entrada que caen en curvas singulares o en su vecindad, los resultados que obtienen las técnicas de extracción son erróneos y en algunos casos en las técnicas de Lane, Mitama, Caruso y O'Callaghan se observan valores imaginarios o resistencias negativas.

Los datos de las figuras de ruido y de las admitancias de entrada, tomados del banco de ruido, tenían errores provocados por incertidumbres en la fase del coeficiente de reflexión, que se reflejaban al extraer los parámetros de ruido. Con el fin de eliminar estas incertidumbres, se implementó un algoritmo para determinar los valores correctos de la fase de los coeficientes de reflexión. Al hacer la extracción de los parámetros de ruido, empleando los nuevos valores de las figuras de ruido y de admitancias de entrada, se observó que los parámetros de ruido eran similares en las seis técnicas. Además estos diferían de los que se extrajeron originalmente, particularmente en la magnitud del coeficiente de reflexión y en la figura de ruido mínima.

## VII.2. CONCLUSIONES

Se realizó un estudio comparativo entre las seis técnicas de extracción de los parámetros de ruido.

El estudio desarrollado indica que la técnica más sensible a errores de medición es la de Mitama. Las técnicas de Lane, Caruso y O'Callaghan muestran resultados aceptables, excepto cuando la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo es mayor a 0.9 y los errores en la fase del coeficiente de reflexión de entrada son cercanos  $\pm 1^\circ$ . Las técnicas de Vasilescu y Boudiaf generan errores ERR de  $\approx 1\%$ , siendo la primera la más robusta a errores de medición y la que consume mayor tiempo para calcular los parámetros de ruido. Los métodos de Mitama y Boudiaf emplean valores iniciales de los parámetros de ruido, lo que las lleva a ser más sensibles a los mismos. Finalmente la técnica más precisa es la de Vasilescu, pero tiene un mayor consumo de tiempo, la técnica de Boudiaf también genera buena precisión, sólo que depende de valores iniciales, es decir, es menos robusta a errores e incertidumbres en medición.

Cuando se extraen los parámetros de ruido, utilizando figuras de ruido y admitancias de entrada con errores de medición, provocados por perturbaciones cercanas o mayores a  $\pm 5^\circ$  en la fase del coeficiente de reflexión, ninguna técnica obtiene resultados correctos. Esto se nota principalmente en la figura de ruido mínima y en la magnitud del coeficiente de reflexión óptimo. Lo que nos lleva a concluir que cuando las incertidumbres en la fase de los coeficientes de reflexión a la entrada son aproximadamente  $\pm 5^\circ$  no se puede considerar que alguna técnica obtenga resultados satisfactorios. Es decir, para hacer la extracción de los



parámetros de ruido confiablemente es necesario disminuir al máximo la incertidumbre en la fase del coeficiente de reflexión de entrada.

Independientemente de la técnica de extracción empleada, cuando se elige un grupo de admitancias de entrada que cae en alguna curva singular o su vecindad, se obtienen resultados erróneos de los parámetros de ruido, incluso en algunos casos resultan valores imaginarios o bien resistencias o conductancias negativas.

En la tabla XIV se muestra las principales características de las técnicas de extracción estudiadas.

**Tabla XIV. Tabla comparativa de las técnicas de extracción de los parámetros de ruido.**

	Lane	Mitama	Vasilescu	Boudiaf	Caruso	O'Callaghan
Implementación	Sencilla	Compleja	Compleja*	Compleja	Sencilla	Sencilla
Mediciones repetitivas	No se requieren	No se requieren	No se requieren	Si	No se requieren	No se requieren
Precisión con datos:						
• Sin errores de medición	✓	✓	✓	✓	✓	✓
• Con errores de medición en F y Y <sub>s</sub>	½	X	✓	✓	½	½
• Errores en $\theta_s > \pm 5^\circ$	X	X	X	X	X	X
• Uso de Curvas singulares	X	X	X	X	X	X
Sensibilidad a valores iniciales	No se emplean	Si	No se emplean	Si	No se emplean	No se emplean
Tiempo de computo	Cte, menor a 1 seg	Cte, menor a 1 seg	Incrementa exponencialmente con el número de admitancias de entrada	Cte $\approx$ 1 seg	Cte, menor a 1 seg	Cte, menor a 1 seg
Nota: Cte= constante; ✓=bueno; ½ = regular; X = malo.						
* Si se tienen 4 admitancias de entrada, la implementación es sencilla: si el número de admitancias de entrada es mayor a 4 la implementación es compleja.						

### VII.3. APORTACIONES

Las aportaciones más importantes del trabajo de tesis son las siguientes:

- Implementación en un software de programación escrito en Matlab, que incluye las seis técnicas de extracción de los parámetros de ruido: Lane, Mitama, Vasilescu, Boudiaf, Caruso y O'Callaghan .
- Realizar de un programa en Matlab para disminuir la incertidumbre en la fase del coeficiente de reflexión y extraer así confiablemente los parámetros de ruido.
- Mostrar que para transistores con magnitud de  $\Gamma_o$  ( $\rho_o$ ) cercana a la unidad ninguna de las técnicas permite determinar correctamente la figura de ruido mínima.

### VII.4. RECOMENDACIONES

Considerando la influencia que se observó de los errores de medición en la extracción de los parámetros de ruido, se hacen la siguientes recomendaciones a futuro:

- Continuar con el estudio de la extracción de los parámetros de ruido en función de errores en medición, para determinar así, con mayor precisión, su influencia y generar posibles soluciones para corregirlos.
- Realizar un algoritmo más robusto, que permita disminuir los errores generados en el proceso de medición, en particular en la fase del coeficiente de reflexión. De tal forma que cubra las características de localizarlos y corregirlos. Además, implementar un algoritmo que permita disminuir los errores generados en el proceso de medición sin

necesidad de contar con datos del banco de ruido, es decir, que parta únicamente de los valores medidos de las figuras de ruido y las admitancias de entrada.

Se hace además, la siguiente recomendación con el fin de tener un medio de comparación de los resultados de la extracción de los parámetros de ruido:

- Trabajar con el modelado de ruido en transistores de microondas, para hacer así una comparación entre los resultados que se obtienen de la extracción de los parámetros de ruido utilizando técnicas analíticas y utilizando los elementos del circuito eléctrico equivalente.

**LITERATURA CITADA**

- Benelbar, R., B. Huyart , and R.G. Bosisio. 1996. "Microwave noise characterization of two-port devices using an uncalibrated tuner". IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 44(10): pp.1725-1728.
- Boudiaf, A., M. Laporte, J. Dangla and G. Vernet. 1992. "Accuracy Improvements in two-port noise parameter extraction method". IEEE MTT-S Int. Microwave Symp. Dig. pp. 1569-1572.
- Caruso, G. and M. Sannino. 1978. "Computer aided determination of microwave two-port noise parameters". IEEE Trans. Microwave Theory Tech. MTT-26 (9): pp. 639-642.
- Davidson, A. C., B. W. Leake and E. Strid. 1989. "Accuracy improvements in microwave noise parameter measurements". IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 37(12): pp. 1973-1978.
- Enciso Aguilar, M. A. 1997. "Medición automatizada de un MESFET empleando el método de impedancias múltiples". Tesis de maestría CICESE, en desarrollo.
- Escotte, L., R. Plana and J. Graffeuil. 1993. "Evaluation of noise parameter extraction methods". IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 41(3): pp. 382-387.
- Escotte, L., F. Séjalon and J. Graffeuil. 1994. "Noise parameter measurement of microwave transistors at cryogenic temperatures". IEEE Trans. Instrum. Meas. 43(4): pp. 536-543.

- Friis, H. T. 1944. "Noise figures of radio receivers". Proc. IRE. 32: pp.419-422.
- Froelich R. 1986. "Measurement of GaAs FET noise parameters". Watkins-Johnson Company Tech-notes. 13(6): pp.2-11.
- Gupta, M. S. 1970. "Determination of the noise parameters of the linear 2-port". Electron. lett. 6(17): pp. 543-544.
- Hanselman, D. y B. Littlefield. 1996. "Matlab, edición de estudiante. Guía de usuario. Versión 4". Prentice Hall International. Primera edición en español.
- IRE Subcommittee on Noise 1960. "IRE standards on methods of measuring noise in linear twoports, 1959". Proc. IRE 48: pp. 60-68.
- IRE Subcommittee 7.9 on Noise 1960. "Representation of noise in linear twoports". Proc. IRE 48: pp. 69-74.
- Kreyszig, E. 1979. "Advanced engineering mathematics". John Wiley & Sons. Cuarta edición. New York. pp. 807.
- Lane, R. Q. 1969. "The determination of noise parameters". Proc. IEEE. 57: pp. 1461-1462.
- Lange, J. 1967. "Noise characterization of linear twoports in terms of invariant parameters". IEEE J. Solid-State Circuits 2(2): pp. 37-40.
- Penny, J. and G. Lindfield. 1995. "Numerical methods using Matlab". Prentice Hall/Ellis Horwood.
- Meierer, R. and C. Tsironis. 1995. "An on-wafer noise parameter measurement technique with automatic receiver calibration". Microwave Journal. March.

- Mitama, M. and H. Katoh. 1979. "An improved computational method for noise parameter measurement". IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 27(6): pp. 612-615.
- O'Callaghan, J. M. and J.P. Mondal. 1991. "A vector approach for noise parameter fitting and selection of source admittances". IEEE Trans. Microwave Theory Tech. 39(8): pp. 1376-1382.
- O'Callaghan, J. M., A. Alegret, L. Pradell and I. Corbella. 1996. "Ill conditioning loci in noise parameter determination". Electron. Lett. 32(18): pp. 1680-1681.
- Rothe, H. and W. Dahlke. 1956. "Theory of noisy Fourpoles". Proc. IRE 44: pp. 811-818.
- Sannino Mario. 1979. "On the determination of device noise and gain parameters". Proc. IEEE. 67: pp. 1364-1366.
- Vasilescu, G., G. Alquie, and M. Krim. 1989. "Exact computation of two-port noise parameter". Electron. Lett. 25(4): pp. 292-293.
- Williamson, J. H. 1968. "Least-squares fitting of a straight line". Canadian Journal of Physics. 46: pp. 1845-1847.

## ANEXO I. Expresiones de $G_x^i, \dots, G_z^i, G_{a_1}^i, \dots, G_{a_4}^i$ empleadas en la técnica de Mitama

En la técnica de Mitama después de aplicar la serie de Taylor a la función:  $G(x^i, y^i, z^i, a^i, a^i, a^i, a^i)$ , los valores de las derivadas parciales de (27) con respecto de  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $a_3$  y  $a_4$  evaluadas en los puntos medidos  $X_i, Y_i, Z_i$  y los valores iniciales  $a_1^0, a_2^0, a_3^0$ , y  $a_4^0$  respectivamente son:

$$G_x^i = \frac{a_2^0}{X_i} \left[ 2(X_i - a_3^0) \right] - \left[ (X_i - a_3^0) + (Y_i - a_4^0) \right] \frac{a_2^0}{X_i^2}, \quad (107)$$

$$G_y^i = \frac{2a_2^0}{X_i} (Y_i - a_4^0), \quad (108)$$

$$G_z^i = -1, \quad (109)$$

$$G_{a_1}^i = 1, \quad (110)$$

$$G_{a_2}^i = \frac{1}{X_i} \left[ (X_i - a_3^0)^2 + (Y_i - a_4^0)^2 \right], \quad (111)$$

$$G_{a_3}^i = -2 \frac{a_2^0}{X_i} (X_i - a_3^0), \quad (112)$$

$$G_{a_4}^i = -2 \frac{a_2^0}{X_i} (Y_i - a_4^0). \quad (113)$$

## ANEXO II. Método de Williamson

El método de Williamson [Williamson, 1968] define una función de error  $S$ , como la suma ponderada de la diferencia entre los puntos medidos  $(x_i, y_i)$ <sup>1</sup> y los puntos estimados  $(X_i, Y_i)$

$$S = \sum_{i=1}^{N_g} \frac{(x_i - X_i)^2}{p_i} + \frac{(y_i - \alpha - \beta X_i)^2}{q_i}, \quad (114)$$

en donde  $p_i$  y  $q_i$  son las varianzas de los puntos medidos  $x_i$  e  $y_i$  respectivamente y  $N_g$  es el número de punto medidos. Derivando  $S$  con respecto de  $X_i$ , se tiene:

$$\frac{\partial S}{\partial X_i} = 0 \quad (115)$$

Despejando  $X_i$

$$\begin{aligned} X_i &= w_i (q_i x_i + \beta p_i (y_i - \alpha)), \\ w_i &= (q_i + \beta^2 p_i)^{-1}, \end{aligned} \quad (116)$$

en donde  $w_i$  es el factor de peso en el punto  $i$ , en términos de la varianza en  $Y$  causada por la varianza en  $X$ . Entonces  $S$  es igual a:

$$S = \sum_{i=1}^{N_g} w_i (\alpha + \beta x_i - y_i)^2 \quad (117)$$

Para estimar  $\alpha$  y  $\beta$  se desarrollan las derivadas parciales de  $S$  en función de estas dos variables y se igualan con cero:

$$\frac{\partial S}{\partial \alpha} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial S}{\partial \beta} = 0 \quad (118)$$

<sup>1</sup> Los puntos  $x_i$  e  $y_i$  al considerarlos en la técnica de Boudiaf son  $x_{mi}$  e  $y_{mi}$ , que son los valores medios de  $x_i^j$  e  $y_i^j$



Desarrollando estas expresiones y haciendo algunos cambios de variables se obtiene:

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^{Ng} w_i z_i y'_i}{\sum_{i=1}^{Ng} w_i z_i x'_i} \quad ; \quad \alpha = \bar{y} - \beta \bar{x}, \quad (119)$$

en donde:

$$\begin{aligned} x'_i &= x_i - \bar{x}, & y'_i &= y_i - \bar{y}, \\ \bar{x} &= \frac{\sum_{i=1}^{Ng} w_i x_i}{\sum_{i=1}^{Ng} w_i}, & \bar{y} &= \frac{\sum_{i=1}^{Ng} w_i y_i}{\sum_{i=1}^{Ng} w_i}, \\ z_i &= w_i (x'_i q_i + p_i \beta y'_i). \end{aligned} \quad (120)$$

### ANEXO III. Método de Newton Raphson

El problema consiste en encontrar para que valores de  $\beta$ , la siguiente relación es igual con cero:

$$f(\beta) = \frac{\sum_{i=1}^{Ng} w_i z_i y'_i}{\sum_{i=1}^{Ng} w_i z_i x'_i} - \beta, \quad (121)$$

el cual se reduce a encontrar las raíces de la función  $f(\beta)$ , para tal caso se utiliza la formula de Newton Raphson:

$$\beta_{i+1} = \beta_i - \frac{f(\beta_i)}{f'(\beta_i)}. \quad (122)$$

en donde  $\beta_{i+1}$ , es el nuevo valor calculado,  $\beta_i$  es el valor inicial  $f(\beta_i)$  es la función evaluada en el valor inicial y  $f'(\beta_i)$  es la derivada de la función evaluada en el valor inicial. Para aplicar esté método se emplea el diagrama de flujo que se muestra en la figura 38.

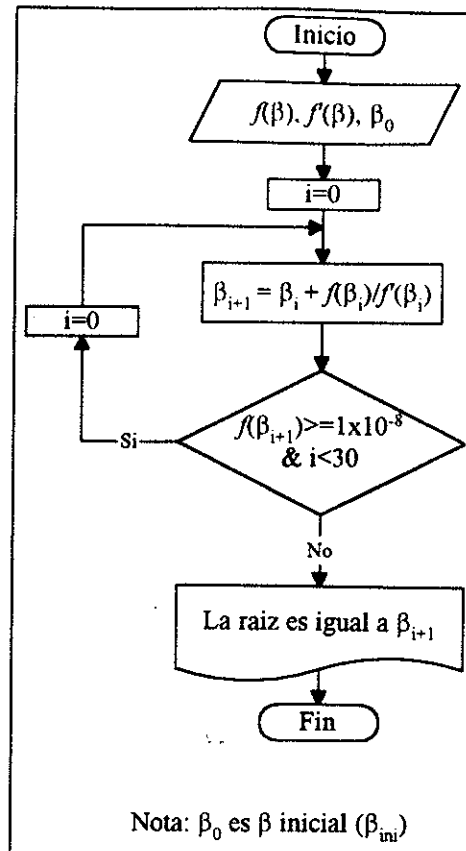


Figura 38. Algoritmo de optimización de Newton Raphson.

Ahora surge otra problema; en el algoritmo de Williamson para obtener  $\beta$  utilizan recursos matemáticos para linealizar la expresión que originalmente tiene 3 raíces. Por lo que en algunas ocasiones, dado el valor inicial de  $\beta$ , se cae en una raíz negativa, que indica resistencia negativa, llevando esto a efectuar un ajuste en el método de optimización para seleccionar solamente la raíz positiva, que es la que se desea encontrar.

## ANEXO IV. Ejemplos de curvas singulares.

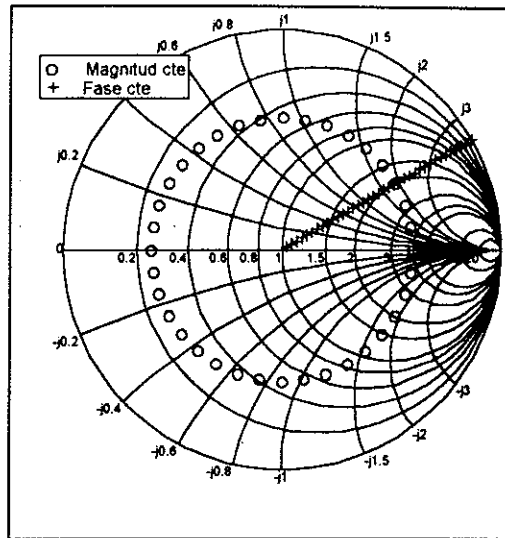


Figura 39. Coeficientes de reflexión con magnitud o fase constante.

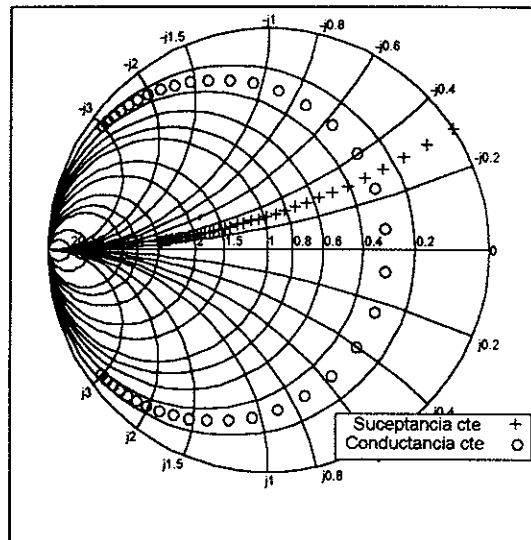


Figura 40. Admitancias con conductancia o suceptancia constante.

## ANEXO V. Constantes $C_1$ , $C_2$ , $C_3$ y $C_4$ empleadas en la técnica de O'Callaghan

Los valores de las constantes  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $C_3$  y  $C_4$  en la técnica de O'Callaghan, utilizando el método de Cholesky [Kreyszig, 1979], son :

$$a_{11} = |\bar{V}_1|, \quad (123)$$

$$a_{12} = \frac{\langle \bar{V}_1, \bar{V}_2 \rangle}{a_{11}}, \quad (124)$$

$$a_{13} = \frac{\langle \bar{V}_1, \bar{V}_3 \rangle}{a_{11}}, \quad (125)$$

$$a_{14} = \frac{\langle \bar{V}_1, \bar{V}_4 \rangle}{a_{11}}, \quad (126)$$

$$a_{22} = \sqrt{|\bar{V}_2|^2 - a_{12}^2}, \quad (127)$$

$$a_{23} = \frac{\langle \bar{V}_2, \bar{V}_3 \rangle - a_{12}a_{13}}{a_{22}}, \quad (128)$$

$$a_{24} = \frac{\langle \bar{V}_2, \bar{V}_4 \rangle - a_{12}a_{14}}{a_{22}}, \quad (129)$$

$$a_{33} = \sqrt{|\bar{V}_3|^2 - a_{13}^2 - a_{23}^2}, \quad (130)$$

$$a_{34} = \frac{\langle \bar{V}_3, \bar{V}_4 \rangle - a_{13}a_{14} - a_{23}a_{24}}{a_{33}}, \quad (131)$$

$$a_{44} = \sqrt{|\bar{V}_4|^2 - a_{14}^2 - a_{24}^2 - a_{34}^2}, \quad (132)$$

$$z_1 = \frac{\langle \overline{F}_m, \overline{V}_1 \rangle}{a_{11}}, \quad (133)$$

$$z_2 = \frac{\langle \overline{F}_m, \overline{V}_2 \rangle - a_{12}z_1}{a_{22}}, \quad (134)$$

$$z_3 = \frac{\langle \overline{F}_m, \overline{V}_3 \rangle - a_{13}z_1 - a_{23}z_2}{a_{33}}, \quad (135)$$

$$z_4 = \frac{\langle \overline{F}_m, \overline{V}_4 \rangle - a_{14}z_1 - a_{24}z_2 - a_{34}z_3}{a_{44}}, \quad (136)$$

$$C_4 = \frac{z_4}{a_{44}}, \quad (137)$$

$$C_3 = \frac{z_3 - a_{34}C_4}{a_{33}}, \quad (138)$$

$$C_2 = \frac{z_2 - a_{23}C_3 - a_{24}C_4}{a_{22}}, \quad (139)$$

$$C_1 = \frac{z_1 - a_{12}C_2 - a_{13}C_3 - a_{14}C_4}{a_{11}}, \quad (140)$$

**ANEXO VI. Familia de curvas singulares generadas en la técnica de O'Callaghan**

$$\left(G_s - \frac{1}{2\alpha_1}\right)^2 + B_s^2 = \frac{1}{4\alpha_1^2}, \quad (141)$$

$$G_s - \alpha_2 B_s = 0, \quad (142)$$

$$G_s = \alpha_3, \quad (143)$$

$$G_s^2 + \left(B_s - \frac{\alpha_4}{2}\right)^2 = \frac{\alpha_4^2}{4}, \quad (144)$$

$$G_s^2 + B_s^2 = \alpha_5, \quad (145)$$

$$B_s = \alpha_6, \quad (146)$$

$$\left(G_s - \frac{1}{2\alpha_7}\right)^2 + \left(B_s + \frac{\beta_7}{2\alpha_7}\right)^2 = \frac{1}{4\alpha_7} + \frac{\beta_7^2}{4\alpha_7^2}, \quad (147)$$

$$\left(G_s - \frac{1}{2\alpha_8}\right)^2 + B_s^2 = \frac{1}{4\alpha_8^2} - \frac{\beta_8}{\alpha_8}, \quad (148)$$

$$G_s - \alpha_9 B_s = \beta_9, \quad (149)$$

$$G_s^2 + \left(B_s - \frac{\alpha_{10}}{2}\right)^2 = \beta_{10} + \frac{\alpha_{10}^2}{4}, \quad (150)$$

$$\left(G_s - \frac{1}{2\alpha_{11}}\right)^2 + \left(B_s + \frac{\beta_{11}}{2\alpha_{11}}\right)^2 = \frac{1}{4\alpha_{11}^2} + \frac{\beta_{11}^2}{4\alpha_{11}^2} - \frac{\gamma_{11}}{\alpha_{11}}. \quad (151)$$

## ANEXO VII. Curva singular definida por la parte real e imaginaria de los coeficientes de reflexión de entrada

La expresión de la figura de ruido ( $F$ ) en función de coeficientes de reflexión  $\Gamma_s$  [O'Callaghan et al., 1996]:

$$F = F_o + 4N \frac{|\Gamma_s - \Gamma_o|^2}{(1 - |\Gamma_s|^2)(1 - |\Gamma_o|^2)}, \quad N = G_o R_n, \quad (152)$$

$F_o$  es la figura de ruido mínima,  $R_n$  es la resistencia de ruido equivalente,  $\Gamma_o$  es el coeficiente de reflexión óptimo y  $G_o$  es la conductancia óptima (parte real de la admitancia óptima).

Linealizandola

$$F = x_1 + x_2 \frac{1}{1 - \rho_s^2} + x_3 \frac{\rho_s \cos \theta_s}{1 - \rho_s^2} + x_4 \frac{\rho_s \text{sen} \theta_s}{1 - \rho_s^2}, \quad (153)$$

con  $\Gamma_s = \rho_s e^{j\theta_s}$ ,  $\Gamma_o = \rho_o e^{j\theta_o}$  y

$$\begin{aligned} x_1 &= F_o - 4N \frac{1}{1 - \rho_o^2}, & x_2 &= 4N \frac{1 + \rho_o^2}{1 - \rho_o^2}, \\ x_3 &= -8N \frac{\rho_o \cos \theta_o}{1 - \rho_o^2}, & x_4 &= -8N \frac{\rho_o \text{sen} \theta_o}{1 - \rho_o^2}. \end{aligned} \quad (154)$$

La ecuación linealizada de la figura de ruido define un sistema de ecuaciones, con una ecuación para cada par de  $n$  datos medidos de  $F_i$  y  $\Gamma_{si}$ , reescribiéndola en forma matricial como  $\mathbf{Ax} \approx \mathbf{b}$ , donde  $\mathbf{A}$  es una matriz de  $n \times 4$  y  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{b}$  son vectores columna



$$\begin{aligned}
A(i,1) &= 1, & A(i,2) &= \frac{1}{1 - \rho_s^2}, \\
A(i,3) &= \frac{\rho_s \cos\theta_s}{1 - \rho_s^2}, & A(i,4) &= \frac{\rho_s \text{sen}\theta_s}{1 - \rho_s^2}, \\
\mathbf{x} &= (x_1, x_2, x_3, x_4)^T, & \mathbf{b} &= (F_1, F_2, \dots, F_n)^T.
\end{aligned} \tag{155}$$

Los valores de  $x_1, \dots, x_4$  se calculan utilizando la técnica de mínimos cuadrados, minimizando  $\|\mathbf{Ax}-\mathbf{b}\|^2$  en función de los componentes de  $\mathbf{x}$ , sustituyendo y despejándolos finalmente para obtener los parámetros de ruido,  $F_o$ ,  $R_n$  y  $\Gamma_o$ .

Existe una dependencia lineal entre las columnas de  $\mathbf{A}$  cuando cuatro valores reales  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  y  $\delta$  satisfacen

$$\alpha + \beta \frac{1}{1 - \rho_s^2} + \gamma \frac{\rho_s \cos\theta_s}{1 - \rho_s^2} + \delta \frac{\rho_s \text{sen}\theta_s}{1 - \rho_s^2}, \tag{156}$$

haciendo algunos cambios de variables:  $x=\text{Re}[\Gamma_s]$ ,  $y=\text{Im}[\Gamma_s]$  la expresión anterior se describe como:

$$\left(x - \frac{\gamma}{2\alpha}\right)^2 + \left(y - \frac{\delta}{2\alpha}\right)^2 = 1 + \frac{\beta}{\alpha} + \frac{\gamma^2 + \delta^2}{4\alpha^2}, \tag{157}$$

cuando  $\alpha \neq 0$ , esta ecuación define curvas o arcos en la carta de Smith, mientras que si  $\alpha = 0$  la ecuación se reduce a la expresión de una línea recta. Entonces cualquier línea, curva o circunferencia en la carta de Smith nos lleva a un mal condicionamiento del problema de extracción de los parámetros de ruido. Si la constelación de coeficientes de reflexión elegida para medir las figura de ruido, se toma sobre una curva, circunferencia o línea en la carta de Smith, se puede esperar una gran dependencia de errores en los resultados (parámetros de ruido) con los errores experimentales.

## ANEXO VIII. Cálculo de las figuras de ruido del DUT

En el banco de ruido (figura 41), no se lee directamente la figura de ruido para cada admitancia de entrada, las lecturas que se obtienen son de potencia, utilizando el analizador de espectro. Los datos de potencia obtenidos se manipulan para obtener la figura de ruido correspondiente a la admitancia presentada a la entrada del DUT (Dispositivo bajo prueba).

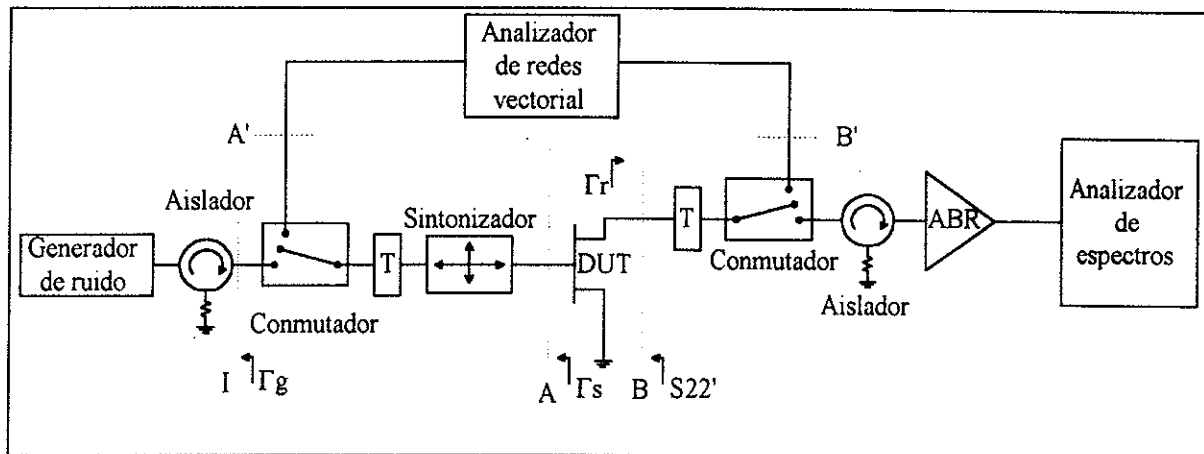


Figura 41. Banco de ruido.

Las figuras de ruido del DUT se calculan aplicando la fórmula de Friis [Friis, 1944], como se muestra en seguida:

$$F_{DUT}(\Gamma_{si}) = F_{toti}(\Gamma_{si}) - \frac{F_{Ri}(S22') - 1}{G_{DUTi}} \quad (158)$$

En donde  $F_{toti}$  son las figuras de ruido medidas del DUT en cascada con el receptor [Escotte *et al.*, 1994; Enciso Aguilar 1997],

$$F_{tot} = \frac{P_{mi}}{KBG_o T_o} \frac{|1 - \Gamma_r S_{22i}|^2 |1 - S_{11} \Gamma_{si}|^2}{(1 - |\Gamma_{si}|^2) |S_{21}|^2} - \frac{T_c}{T_o} + 1 \quad (159)$$

$P_{mi}$  es la potencia medida en el analizador de espectro,  $KBG_n$  es una constante del receptor,  $\Gamma_r$  es el coeficiente de reflexión a la entrada del receptor,  $T_c$  y  $T_o$  son la temperatura ambiente y absoluta respectivamente, con valores de 294 y 290 K.  $S_{mn}$  ( $m=1,2$   $n=1,2$ ) son los parámetros S del DUT medidos entre los planos de referencia A y B,  $S_{22i}'$  son los coeficientes de reflexión a la salida del DUT,

$$S_{22i}' = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21}\Gamma_{sr}}{1 - S_{11}\Gamma_{sr}} \quad (160)$$

$F_{Ri}(S_{22i}')$  son las figuras de ruido del receptor con un coeficiente de reflexión de entrada  $S_{22i}'$ ,

$$F_{Ri}(S_{22i}') = F_{oR} + 4 \frac{R_{nR}}{Z_o} \frac{|S_{22i}' - \Gamma_{oR}|^2}{(1 - |S_{22i}'|^2)(1 + |\Gamma_{oR}|^2)} \quad (161)$$

$F_{oR}$ ,  $R_{nR}$ ,  $\Gamma_{oR}$  son los parámetros de ruido del receptor,  $Z_o$  es la impedancia característica ( $50\Omega$ ).  $G_{DUTi}$  es la ganancia disponible del DUT,

$$G_{DUTi} = \frac{(1 - |\Gamma_{sr}|^2)|S_{21}|^2}{|1 - S_{11}\Gamma_{sr}|^2(1 - |S_{22i}'|^2)} \quad (162)$$