

TESIS DEFENDIDA POR
José Ignacio Ascencio López
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva
Codirector del Comité

Dr. Oscar Ernesto Meruvia Pastor
Codirector del Comité

Dr. Antonio Rodríguez Díaz
Miembro del Comité

Dr. Carlos Alberto Brizuela Rodríguez
Miembro del Comité

Dr. Vitaly Kober
Miembro del Comité

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva
*Coordinador del programa de
posgrado en **Ciencias de la
Computación***

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Director de Estudios de Posgrado

28 de *junio* de 2010.

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
DE LA COMPUTACIÓN**

**IMÁGENES NO FOTORREALISTAS CON STIPPLES ADAPTATIVOS
BASADOS EN LA ESTRUCTURA Y EL TONO**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

JOSE IGNACIO ASCENCIO LÓPEZ

Ensenada, Baja California, México, **junio del 2010.**

RESUMEN de la tesis de **José Ignacio Ascencio López**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de **DOCTOR EN CIENCIAS en CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN**. Ensenada, Baja California. Junio 2010.

IMÁGENES NO FOTORREALISTAS CON STIPPLES ADAPTATIVOS BASADOS EN LA ESTRUCTURA Y EL TONO

Resumen aprobado por:

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva
Codirector de Tesis

Dr. Oscar Ernesto Meruvia Pastor
Codirector de Tesis

En este trabajo se considera la generación de imágenes no fotorrealistas mediante la representación por stipples a partir de una escena objetivo. Se analizan las características esenciales que una imagen stippling debe recrear y se propone un criterio para evaluar la apariencia estética de las imágenes creadas con esta técnica.

Las características que se consideran en este criterio de evaluación son la adecuada distribución espacial de los stipples, la preservación del tono local y la aproximación de la textura original.

Se proponen métodos de generación de imágenes stippling que observan estas características. Se utiliza la heurística de optimización conocida como recocido simulado, para mostrar la funcionalidad del criterio de evaluación estética propuesto, al producir imágenes stippling ricas en formas visuales, bordes y con una distribución acorde a la densidad de la imagen original.

Se presentan además, métodos nuevos para generar imágenes stippling y entre ellos uno para generar imágenes a color, que emula la técnica artística del puntillismo. Este último método utiliza puntos con distribución Poisson disk, dibujados con el color promedio de la zona que cubre el área del punto en la imagen de entrada, cuantizando ese color promedio en el espacio de color CIELab.

Palabras Clave: stippling, distribución Poisson disk, no fotorrealismo.

ABSTRACT of the thesis presented by **José Ignacio Ascencio López** as a partial requirement to obtain the **DOCTOR OF SCIENCE** degree in **COMPUTER SCIENCE**. Ensenada, Baja California, **México June 2010**.

NON-PHOTOREALISTIC IMAGES WITH ADAPTIVE STIPPLES BASED ON STRUCTURE AND TONE

The stippling non-photorealistic image generation technique is considered in this thesis. Essential features of the stippling image creation are analyzed and a evaluation criterion is established in order to assess the aesthetic quality of the resulting images.

The criterion is constructed considering three main characteristics: stipple distribution, local tone preservation and approximation to the original image texture.

New stipple generation methods are presented considering the optimization of the proposed criterion. An objective function aiming to minimize the quality criterion is incorporated into a Simulated Annealing optimization heuristic.

An emulation of Pointillism artistic technique is presented for color images along with the new proposed stippling methods, using the CIELab color space.

Keywords: stippling, Poisson-disk distribution, non-photorealistic rendering.

Dedicatorias

A Maricela, Tato, Guaguis y al Chaparro: mi razón de ser,
lo que soy.

Agradecimientos

Agradezco profundamente la gentil orientación de mis directores Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva y Dr. Oscar Ernesto Meruvia Pastor. Mi crecimiento académico y este documento es también producto de su trabajo. Gracias también a los doctores Carlos Alberto Brizuela Rodríguez, Vitaly Kober y Antonio Rodríguez Díaz por su valiosa orientación durante todo el proceso investigativo.

CONTENIDO

	Página
Resumen español.....	i
Resumen inglés.....	ii
Dedicatorias.....	iii
Agradecimientos.....	iii
Contenido.....	iv
Lista de Figuras.....	v
Lista de Tablas.....	x
Lista de Algoritmos.....	X
 Capítulo I. Introducción.....	 1
I.1 Las imágenes no fotorrealistas.....	1
I.2 El Stippling.....	4
I.3 El Stippling automatizado	6
I.4 Objetivo y estructura de la tesis	7
 Capítulo II. Antecedentes.....	 9
II.1 Tonos medios.....	9
II.2 El Método del rechazo.....	15
II.3 La distribución Poisson disk.....	17
II.4 Técnicas para producir puntos con distribución Poisson disk.....	20
 Capítulo III. Stippling adaptativo incremental.....	 30
III.1 Puntos con distribución Poisson disk asociados a una función de densidad.....	30
III.2 Método propuesto.....	31
III.3 Resultados.....	37
 Capítulo IV. Stippling con conciencia de estructura.....	 45
IV.1 La evaluación estética.....	46
IV.2 Generación de ilustraciones stippling con conciencia de estructura	55
IV.3 Resultados en el uso de la función objetivo.....	60
IV.4 Aproximación Progresiva.....	67
 Capítulo V. Stippling a color.....	 73
V.1 Introducción.....	73
V.2 Antecedentes del stippling a color.....	75
V.3 Puntillismo jerárquico.....	80
 Capítulo VI. Conclusiones.....	 86
Referencias.....	88

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura</i>		Página
1	Ralph's Diner (1982), óleo sobre lienzo ejemplo de Fotorrealismo.....	2
2	Imagen Fotorrealista generada por computadora, modelada en 3D Studio Max.....	2
3	Pintura egipcia. Nótese que la forma ni la posición de las figuras pueden darse. A pesar de esta inexactitud la ilustración logra transmitir su mensaje.....	3
4	Ilustración hecha a mano por el artista Randy Glass con el estilo asociado con 'The Wall Street Journal'.....	5
5	Entrada/salida típica de un cuantizador escalar.....	10
6	Cinco niveles de intensidad aproximada con una unidad de superficie de cuatro puntos.....	12
7	Operación pixel a pixel para producir una imagen <i>halftoning</i> con <i>dithering</i> ordenado.....	12
8	Imagen <i>halftoning</i> generada a través de una matriz <i>Dither</i> 2x2 y su espectro de energía.....	13
9	Distribución del error en el proceso propuesto por Floyd y Steinberg.....	14
10	Figura obtenida con <i>dithering</i> y dispersión de error.....	15
11	Rampa de tonos de gris ilustrada con stipples generados por el método del rechazo	16
12	Características de un conjunto de puntos con distribución PD.....	19
13	a) Conjunto completo de cuadros de Wang, los cuadros marcados con circunferencia es el subconjunto usado por Cohen et al. (2003). b) Pequeña porción del plano con un mosaico válido.....	21
14	a) Construcción de una arista con distribución Poisson disk. b) Conjunto completo de aristas. c) Formación de una esquina. d) Construcción de un cuadro con Lanzamiento de Dardos Relajado. (Lagae y Dutré 2006)	22

LISTA DE FIGURAS (continuación)

<i>Figura</i>		Página
15	El conjunto P de puntos y su vecindad disponible con $c_a=4..$	25
16	El intervalo angular que P oculta de Q (dibujado en azul).....	26
17	Colocación progresiva de stipples. Un nuevo stipple se inserta en la frontera, cuando el costo se expande a un valor mayor a un umbral.....	27
18	a) Generación de 3 conos de altura uniforme en el buffer Z b) Proyección ortogonal al plano xy con el DVC resultante...	29
19	Una vez definido el radio r_p , el centro del disco P se puede calcular como: $(x_p, y_p) = (x_q + r_q + r_p \cos \alpha, y_q + r_q + r_p \sin \alpha)$	34
20	Geometría para calcular la frontera disponible en proporción r_q/r_p	35
21	a) Bordo disponible de Q y discos previamente insertados. b) Intento de inserción con traslape. c) Inserción exitosa.....	36
22	Proceso SAI-B. a) Discos insertados, b) Ilustración stippling	37
23	Imágenes originales utilizadas en este capítulo.....	38
24	Imágenes stippling y sus estadísticas espectrales correspondientes a los métodos: a) Rechazo, b) MT, c) DVC, c) Método SAI-B propuesto	39
25	Imágenes stippling generadas con los métodos: a) Rechazo, b) MW, c) DVC, d) SAI-B	40
26	Imágenes con detalles finos. Ver las líneas formadas por el mástil y las cuerdas. Las ilustraciones se formaron con aproximadamente 43000 stipples.....	42
27	Comparación de imágenes generadas con grandes cantidades de stipples.....	43
28	Ilustración formada con 76000 stipples y calculada en solo 13 seg. con el método SAI-B.....	44

LISTA DE FIGURAS (continuación)

<i>Figura</i>		Página
29	Imagen stippling generada al utilizar SIM como función objetivo y recocido simulado como heurística de optimización. Se utilizaron 6000 stipples y 23.2 hrs de procesamiento.....	48
30	Dos tabulaciones GLCM ($L_{[0,1]}$ y $L_{[0,2]}$) de un segmento de imagen con 4 tonos de gris. $L_d[i,j]$ contiene la frecuencia de co-ocurrencia del tono i con el tono j con la relación espacial d	50
31	Imágenes Stippling a) Hecha a mano por Swift, b) Secord y c) Schlechtweg. Los detalles son las texturas que fueron analizadas y las gráficas ilustran la correlación, el contraste y la energía de sus GLCMs.....	52
32	Segmentos de una figura stippling, realizados con el mismo método (SCET), con la variación en la cantidad de stipples. Las gráficas de la Correlación, Contraste y Energía de las diferentes cantidades.....	53
33	Gráficas de la Correlación, Contraste y Energía de un segmento de imagen que varía en tamaño del stipple y en número de stipples.....	54
34	Detalles de bordes obtenidos al aplicar el filtro LOG a) $\sigma = 3.0$ b) $\sigma = 0.5$	59
35	Proceso de optimización de las posiciones de los stiples. a) Información de Tonos (I), b) Información de bordes (I_b), c) Posición arrojada por rechazo, d) Resultado después de la convergencia.....	60
36	Imágenes consideradas para la evaluación del algoritmo. Las dos primeras poseen alto contraste y las cuatro últimas bajo contraste y detalles finos.....	61
37	Imágenes stippling generadas por a) DVC, b) MW, c) Optimización de la función propuesta (SCET).....	62

LISTA DE FIGURAS (continuación)

<i>Figura</i>		Página
38	a) Imagen stippling creada con CVTs, b) con MW, c) con el método SCET.....	62
39	El bajo contraste de la imagen original dificulta el trabajo para los métodos tradicionales. a) DVC, b) con MW, c) SGPM, d) SCET propuesto.....	63
40	Imágenes stippling generadas por: a) DVC, b) MW c) SGPM, d) SCET	64
41	Imagen formada por 11000 stipples. a) Generada con SGPM, b) SCET	65
42	a) Imagen con realce de bordes por el filtro Unsharp masking. b) Imagen stippling creada con Diagramas de Voronoi Centrados generada a partir de la imagen anterior. c) Stippling con conciencia de estructura a partir de la imagen original.....	66
43	Posiciones con mejor evaluación según el objetivo $t(I)$, b) Posiciones con mejor evaluación según el objetivo $b(I)$. Ninguna de estas posiciones coincide.....	67
44	Disposición de stipples en cuatro ciclos. De blanco los nodos <i>Nuevos</i> , gris claro los nodos <i>Conexión</i> , gris oscuro nodos <i>Frontera</i>	68
45	De lado izquierdo Imágenes stippling generadas con SCET, de lado derecho las resultantes del Algoritmo SAP	72
46	Obra Prima de George Seurat (1984) "Tarde de domingo en la isla Grand Jatte".....	74
47	<i>Dithering</i> blanco y negro de una función de densidad como entrada. b) Intensidades de color relativas. c) <i>Dithering</i> multicolor, (Ostromoukhov y Hersch 99).....	76
48	Imagen producida con una matriz <i>Dither</i> inspirada en la composición del Cairo. a) Muestra la matriz de umbralización. (Ostromoukhov y Hersch 1999).....	77
49	Imagen puntillista creada por Hausner (2005).....	78
50	Imagen puntillista creada por el método de cuantización isoluminante de Luong et al. (2005).....	79
51	a) Modelo HSV, b) Espacio de Color RGB.....	81

LISTA DE FIGURAS (continuación)

*Figura***Página**

50	Diferentes niveles de cuantización uniforme en el espacio HSV a) 12 niveles de cuantización para el matiz, 7 para la saturación y 25 para el valor. b) 25,7 y 7 niveles de cuantización H,S,V. c) 25, 50 y 50. d) 25, 7 y 50 niveles para H,S,V.....	82
51	Modelo CIELab	83
52	Representación puntillista a diferentes escalas cuantizada en el modelo CIEL*a*b*. a) Imagen con 16320 puntos. b) Acercamiento de una zona de interés. c) Nuevo acercamiento con 38 000 puntos.....	84
53	Imagen Puntillista, a) generada por Yang y Yang (2008), b) Nuestro método. La parte baja muestra acercamientos...	85

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Tiempos de ejecución de los diferentes algoritmos, número de puntos vs. segundos. [Mosaicos Wang (MW), requiere además 12 minutos de preprocesamiento].....	41
II	Tiempos de ejecución de las figuras presentadas.....	70

LISTA DE ALGORITMOS

Algoritmo	Página
1 Dispersión de Error, propuesto por Floyd y SteinBerg.....	14
2 El método del rechazo.....	15
3 Algoritmo determinístico de Lloyd para calcular un Diagrama de Voronoi Centrado.....	28
4 Stipplig Adaptativo Incremental (SAI).....	33
5 Función <i>cambiaDiscoBasadoDensidad(P,Q,K)</i>	34
6 Recocido simulado para Stippling.....	56
7 Disposición progresiva de stipples por Aproximación del criterio de evaluación CECET	69

Capítulo I

Introducción

I.1 Las imágenes no fotorrealistas

El Fotorrealismo es un género artístico que aparece por primera vez en Estados Unidos a finales de la década de los 1960, en el que se realiza una pintura a partir de una fotografía o escena de la vida real. Los fotorrealistas utilizan una o varias fotografías para realizar su trabajo creativo argumentando que el uso de la cámara fotográfica y las fotos son en sí, una aceptación del modernismo. Este movimiento es también conocido como Nuevo Realismo o Hiper-realismo.

En la Figura 1 se muestra un trabajo de uno de los máximos representantes del Fotorrealismo, Ralph Goings.

El Fotorrealismo en cómputo, es una tecnología en la cual la computadora se utiliza para modelar el trabajo de otra máquina, la cámara fotográfica (Strothotte y Schlechtweg, 2002). Las imágenes fotorrealistas se forman siguiendo las leyes ópticas involucradas en el proceso fotográfico. El trazado de rayos, los modelos de iluminación, y algunos de los sistemas de diseño asistido por computadora generan imágenes fotorrealistas. Imágenes que son calculadas a partir de modelos numéricos, considerando propiedades ópticas como la reflexión, la refracción, la atenuación en sus diferentes formas, las sombras, etcétera. Estos métodos fotorrealistas, al considerar una mayor cantidad de variables, caracterizan mejor la escena mostrando objetos que asemejan a los reales.



Figura 1: Ralph's Diner (1982), óleo sobre lienzo ejemplo de Fotorrealismo.

En la Figura 2 se presenta un ejemplo de una imagen fotorrealista generada por computadora con el sistema 3D Studio Max de Autodesk Media & Entertainment.



Figura 2: Imagen Fotorrealista generada por computadora, modelada en 3D Studio Max.

Por otro lado, los dibujos artesanales tienen ventajas sobre las ilustraciones fotorrealistas. "Dibujando a mano, es posible liberarse de las limitaciones físicas

de la realidad para converger en una impresión más allá de la simple representación de los detalles que aparecen en la escena” (Hertzmann, 2002). Observe en la Figura 3 un ejemplo de una ilustración producida en tiempos de los egipcios que puede considerarse no fotorrealista.



Figura 3: Pintura egipcia. Nótese que la forma ni la posición de las figuras pueden darse. A pesar de esta inexactitud la ilustración logra transmitir su mensaje.

En cómputo el término *no fotorrealista* se usa para denotar al área que es parte de la graficación y que busca la generación por computadora de imágenes y animaciones que aparentan haberse creado “a mano”. Las imágenes no fotorrealistas intentan captar la escena como un artista o artesano la ilustraría. El No-Fotorrealismo (NPR o Non-Photorealistic image Rendering) se define como la abstracción y estilización de la escena objetivo y ayuda a simplificar señales visuales y transmitir determinados aspectos de la escena con más eficacia (Kang et al. 2009).

En los últimos 10 años el área del cómputo no fotorrealista ha tenido un desarrollo muy notable y ha influido en la propuesta de ambientes visuales para colocar al

hombre en ambientes más 'cálidos' pues las imágenes no fotorrealistas tienen rasgos artísticos. Su impacto es importante en diversas áreas como el arte, la ilustración de textos, la creación de animaciones (y cualquiera de sus campos relacionados como simulaciones, caricaturas, videojuegos, etc.), el desarrollo de ambientes interactivos y más.

Las representaciones más útiles en la ilustración técnica son casi siempre no fotorrealistas. Las regeneraciones de modelos, como los diagramas de vistas de exploración, son excelentes auxiliares en la exposición de las partes de interés en un sistema complejo.

Las técnicas NPR en tres dimensiones son el estilo que comúnmente podemos ver en Videojuegos y películas. Estas técnicas producen en la mayoría de las veces un modelo 3D que corresponde una modificación del modelo de entrada original puesto en un estilo artístico nuevo. La geometría del modelo típicamente es idéntica al original, y solo el material de la superficie sufre modificaciones. La mayoría de las técnicas NPR aplicadas a geometría 3D se realizan para mostrar la escena en proyecciones bidimensionales.

La entrada en un sistema NPR bidimensional es comúnmente una imagen; aunque algunos sistemas toman información de geometría 3D para producir una imagen 2D o una secuencia de video. Sin embargo la mayoría de los sistemas intentan emular un estilo artístico determinado como la acuarela, el impresionismo, los dibujos a tinta y pluma, etc.

1.2 El Stippling

Un estilo artístico y de ilustración (conocido como grabado o punteado), coloca pequeños puntos de tinta sobre el papel de acuerdo con la densidad dada en la impresión del tono. Un artista que cultiva esta técnica es muy cuidadoso al colocar cada punto sobre la hoja para representar espacialmente, en lugar de por

intensidad o color, lo que intenta comunicar. Esto explica porqué puede tomar semanas y hasta meses la elaboración de una ilustración que por naturaleza es de tamaño limitado.



Figura 4 : Ilustración hecha a mano por el artista Randy Glass con el estilo asociado con 'The Wall Street Journal'.

Esta técnica en NPR se conoce como 'stippling' o punteado y busca colocar 'stipples' (primitivos gráficos que pueden ser puntos o círculos) muy aglutinados en regiones oscuras y más separados en regiones luminosas para emular la intensidad de una imagen. Los stipples deben colocarse de manera un tanto aleatoria para que el ojo humano no observe falsos patrones que no son parte de la impresión pretendida, a menos que se induzcan artísticamente estos patrones. Stippling es el arte de pintar con puntos.

En un dibujo o pintura de este estilo, los puntos se hacen con pigmento de un solo color, aplicados con una pluma o brocha; la densidad de los puntos emula la sombra o luminosidad de la superficie. Es similar al puntillismo, el cual utiliza puntos de colores diferentes para recrear la apariencia de tonos. En la Figura 4 se muestra una ilustración típica asociada con 'The Wall Street Journal'. Estos

dibujos usan stippling y 'hatching' (utilizando segmentos de línea) para crear la imagen. Este diseño emula la apariencia de un periódico antiguo (con color madera) y son conocidos como 'Hedcuts'.

Existen otras técnicas NPR que comparten una problemática común con el stippling: hatching, cross hatching, mosaicos, trazado (strokes), texturizado, etc. Al estudiar cuidadosamente el stippling, se está adentrando definitivamente en un área central para NPR, pues con otros elementos adicionales (gradiente direccional, tamaño del mosaico o segmento de curva, etc.) pueden recrearse las otras técnicas.

1.3 El Stippling automatizado

Un tema recurrente en investigación NPR, es la formalización de criterios estéticos en reglas concretas y realizables que se usan como guías para la producción de ilustraciones. En stippling una de estas reglas relaciona la intensidad de la imagen de entrada con la densidad de los stipples en la figura de salida.

Deussen et al. (2000) y Secord (2002) asocian este criterio con los Diagramas de Voronoi Centrados y los relacionan con una característica importante de las imágenes stippling: que los puntos estén regularmente distribuidos en correspondencia con la sombra o tono subyacente. Los diagramas se calculan utilizando la relajación de Lloyd, tema que se describirá más adelante así como otros antecedentes.

Schlechtweg et al. (2006) utiliza agentes inteligentes para simular la interacción de un sistema de partículas sobre la imagen de entrada, lo que finalmente determina la distribución de los puntos de la imagen stippling. Esta forma alternativa es equivalente a los Diagramas de Voronoi Centrados y considera solo la información de intensidad del modelo original.

Otra regla importante es que la distribución de los puntos no produzca falsos patrones que no son inherentes a la imagen original. La distribución de puntos Poisson disk posee esta característica y es estudiada y utilizada en graficación (Yellot, 1983), (Ulichney, 1988), (McCool y Fiume, 1992), (Hiller et al., 2001), (Livingstone, 2002), (Cohen 2003), (Dunbar y Humphreys, 2006), (Kopf et al. 2006), (Jones Touis, 2006), (Lagae y Dutre, 2006), (Ostromoukhov, 2007).

En un área relacionada, Maciejewski et al (2008) y Kim et al. (2009) intentan establecer las similitudes y diferencias entre stippling artístico (manual) y el stippling automatizado, destacando la importancia que tienen otros elementos como la estructura, la correlación de tonos de gris, y el contraste en la textura que contiene la imagen modelo.

1.4 Objetivo y estructura de la tesis

En este trabajo se retoma la formalización de los criterios estéticos para producir imágenes no fotorrealistas utilizando stipples a partir de la definición de las características perceptuales más importantes para abstraer la escena objetivo.

Una de esas características es sin duda la información de intensidad, característica que ha sido ya explotada logrando la producción de imágenes stippling óptimas, considerando el error cuadrático medio como función objetivo.

Sin embargo existen otras características en las imágenes que no han sido explotadas, como lo son la información de bordes y de texturas, mismas que en el presente trabajo se exploran en el proceso de producción de imágenes stippling.

La mayoría de los algoritmos existentes muestran fallas en la representación stippling de imágenes que por su misma naturaleza presentan bajo contraste. En este sentido se plantean otras consideraciones para superar estas limitaciones.

En el documento se presenta una función objetivo que permite ser utilizada como criterio de evaluación estética de las imágenes stippling. Esta función plantea la definición de las características de abstracción esenciales de una imagen para

considerarse en la producción de imágenes stippling: la adecuada distribución espacial de los stipples, la preservación del tono local y la aproximación de la textura original.

Se proponen métodos de generación de imágenes stippling que observan estas características. La implementación de una heurística de optimización (el recocido simulado) muestra la funcionalidad del criterio de evaluación estética propuesto, al producir imágenes stippling ricas en formas visuales, bordes y con una distribución acorde a la densidad de la imagen original.

El material del presente trabajo se organiza de la siguiente manera: en el capítulo que sigue, se presentan los principales métodos que se consideran antecedentes de este trabajo: métodos para la creación de imágenes stippling y métodos para la generación de puntos con distribución Poisson disk.

En el capítulo tres se presenta un nuevo método para generar puntos con distribución Poisson disk asociado a la imagen de entrada. En el capítulo cuatro se discuten los criterios de evaluación estética de las imágenes stippling con la propuesta de una función objetivo. El capítulo cinco describe una aplicación orientada al stippling a color y finalmente el capítulo seis presenta las conclusiones y aportaciones del trabajo.

Capítulo II

Antecedentes

En este capítulo se presentan los principales métodos que se consideran antecedentes de este trabajo investigativo: métodos para la creación de imágenes stippling y métodos para la generación de puntos con distribución Poisson disk.

II.1 Tonos medios

El Stippling es una técnica de control artístico de los procesos *halftoning* o de tonos medios. Consiste en colocar cuidadosamente pequeños puntos de tinta sobre un papel para aproximar diferentes tonos. Es un proceso donde la imagen de entrada multitonal se convierte en una imagen compuesta por primitivos gráficos de color negro sobre un fondo blanco. La reducción en la cantidad de tonos utilizados, (la entrada puede utilizar 256 niveles de gris, la salida solo dos), involucra un proceso de cuantización.

Una cuantización escalar es una conversión de una cantidad (posiblemente valores continuos o valores discretos en un intervalo muy amplio) a una representación finita, por ejemplo se cuantiza al convertir números reales a enteros. La cuantización puede verse también como la compresión de un intervalo de valores a un solo valor o quantum. La cuantización escalar puede representarse como $y = Q(x)$, donde $Q(.)$ es la función de cuantización. Un

cuantizador escalar de K -niveles de cuantización se especifica con $K+1$ niveles de decisión ($d_0, d_1, \dots, d_K$).

$$Q(u) = y_i \quad \text{SI } d_{i-1} \leq u \leq d_i \quad i = 1, 2, \dots, K.$$

Cada región desde d_{i-1} hasta d_i es referida como un bin de cuantización. Un ejemplo con las entradas/salidas características de un cuantizador escalar se muestra en la Figura 5.

El error de cuantización puede definirse como $e(u) = Q(u) - u$. El error es una información importante en la descripción de las características de un cuantizador escalar.

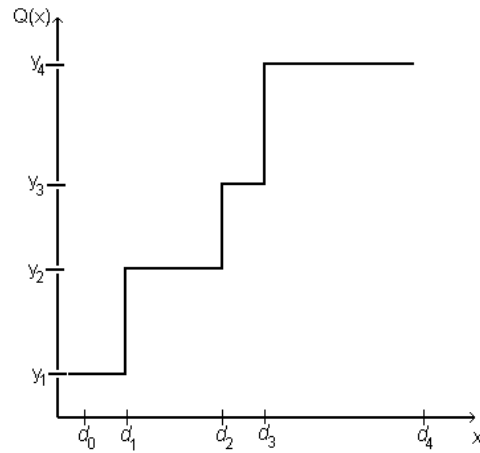


Figura 5: Entrada/salida típica de un cuantizador escalar.

Dada una función de densidad de probabilidad $p(x)$ de una variable aleatoria X , es posible escribir el valor esperado a la n -ésima potencia (el momento de n -ésimo orden) del error de cuantización de X como

$$M_n = E[X^n] = \int (e(x))^n p(x) dx = \sum_{i=1}^K \int_{d_{i-1}}^{d_i} (y_i - x)^n p(x) dx. \quad (1)$$

De particular interés es el error cuadrático medio MSE porque éste es utilizado en el diseño de cuantizadores óptimos. El problema de encontrar un cuantizador óptimo fue resuelto en primera instancia por Lloyd (1982). Por ello es referido

comúnmente como método cuantizador de Lloyd o simplemente relajación de Lloyd.

Para determinar el cuantizador óptimo primero se deriva (1) con $n=2$ respecto a d_i para obtener

$$(y_i - x_i)^2 - (y_{i+1} - x_i)^2 = 0 \quad o \quad x_i = \frac{y_i + y_{i+1}}{2} \quad i = 1, 2, \dots, K-1. \quad (2)$$

Esta expresión es una condición necesaria para cuantizadores óptimos, y expresa que el nivel de decisión entre dos bins consecutivos será el punto medio de las salidas correspondientes. Es el punto medio del bin, la posición que menor error tiene al convertirse en un quantum o valor de salida.

En segundo término se deriva (1) con $n=2$ respecto a y_i para obtener

$$\int_{d_{i-1}}^{d_i} (y_i - x) p(x) dx = 0 \quad o \quad y_i = \frac{\int_{d_{i-1}}^{d_i} x p(x) dx}{\int_{d_{i-1}}^{d_i} p(x) dx} \quad i = 1, 2, \dots, K. \quad (3)$$

Que es la otra condición necesaria para un cuantizador óptimo. El centro de masas es la posición que menor error tiene al convertirse en un quantum o valor de salida.

Así el método de Lloyd es un algoritmo iterativo, donde la posición del punto medio se mueve al centroide en cada iteración hasta alcanzar la convergencia. El algoritmo se presenta de nuevo en la sección II.4 para el cálculo de los Diagramas de Voronoi Centrados.

Halftoning es un proceso donde una imagen de tonos continuos (o 256 tonos) se convierte a una imagen con solo dos tonos. Un uso muy común es la tecnología de impresión. Para imprimir una imagen, cada unidad se imprime con pequeños círculos de tinta negra cuya área total es proporcional a la densidad de la misma sección de la fotografía original. Los tonos medios de periódicos utilizan de 60 a 80 unidades de tamaño y forma variables por pulgada, mientras que los tonos medios en revistas y libros emplean de 110 a 200 unidades por pulgada (Ulichney,

1987). En la Figura 6 se muestra un área de 2x2 para emular 5 diferentes tonos de intensidad.

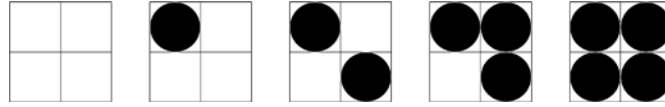


Figura 6: Cinco niveles de intensidad aproximada con una unidad de superficie de cuatro puntos

Una de las técnicas más populares para el *halftoning* son las matrices de Oscilación o matriz *Dither*.

Consideremos una imagen $f(x,y)$ de tamaño N_x por N_y con valores de pixel en el intervalo $\{0,1,\dots,D-1\}$. Para generar la imagen de tonos medios $b(x,y)$ por este método, se usa el arreglo $d(u,v)$ de tamaño M_u por M_v llamado matriz *Dither*, donde los elementos son umbrales de cada nivel. Cada elemento de la matriz *Dither* toma valores en el intervalo $\{0,1,\dots,D-1\}$. Para generar la salida se realiza la umbralización elemento por elemento de los píxeles de la imagen con los componentes de la matriz *Dither* como se muestra en la Figura 7.

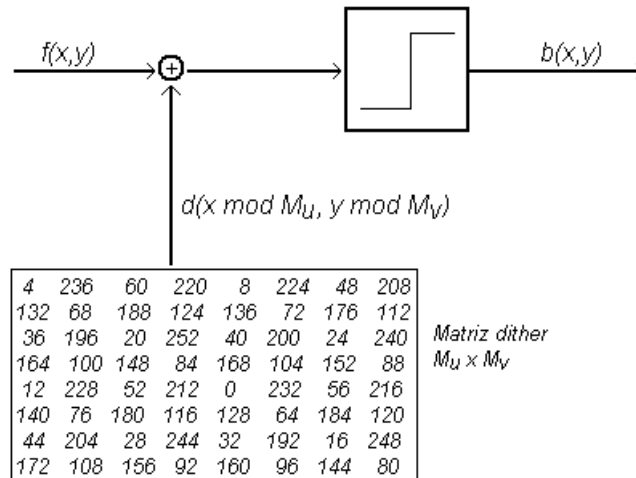


Figura 7: Operación pixel a pixel para producir una imagen *halftoning* con *dithering* Ordenado.

Existen diversos esfuerzos por producir matrices *Dither* que dispersen los pixeles como los procesos iterativos utilizados en Ulichney (1993).

Las condiciones de optimalidad de estos esfuerzos se evidencian al verificar que ambos, imagen y su espectro de energía exhiben fuerte periodicidad inducida por el tamaño y la dispersión de los elementos de la matriz *Dither* (Wong 2005). En la Figura 8 se muestra una imagen obtenida por una matriz *Dither* $d = \begin{Bmatrix} 64 & 192 \\ 0 & 128 \end{Bmatrix}$ y su espectro de energía correspondiente, donde puede constatar los patrones periódicos inducidos por el *dithering*.



Figura 8: Imagen *halftoning* generada a través de una matriz *Dither* 2x2 y su espectro de energía.

II.1.1 La Dispersión del Error.

La dispersión de error es un pos-proceso que se puede aplicar después de la cuantización para disminuir el error de la imagen cuantizada. La técnica más conocida para la dispersión del error fue desarrollada por Floyd y Steinberg (1975). El proceso está descrito en la Figura 9, y el Algoritmo 1.

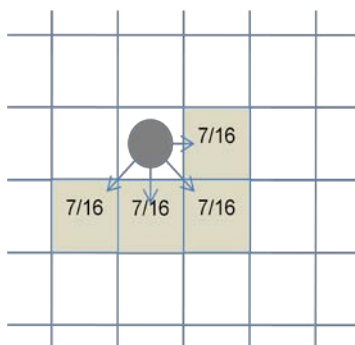


Figura 9 : Distribución del error en el proceso propuesto por Floyd y Steinberg.

Algoritmo 1: Dispersión de Error, propuesto por Floyd y Steinberg.

```

DispersiónError(f)
for y ← 1 to height(f)
  for x ← 1 to width(f)
  {
    k ← Q(f(x,y)+e(x,y))
    g(x,y) ← k
    error ← f(x,y) - k
    e(x+1,y) ← e(x+1,y)+(7/16)*error
    e(x-1,y+1) ← e(x-1,y+1)+(3/16)*error
    e(x,y+1) ← e(x,y+1)+(5/16)*error
    e(x+1,y+1) ← e(x+1,y+1)+(1/16)*error
  }

```

En este algoritmo, $f(x,y)$ es la imagen a cuantizar, $e(x,y)$ es el error de la posición (x,y) , y $Q(f(x,y)+e(x,y))$ indica el proceso de cuantización. La imagen de salida es $g(x,y)$. Una proporción del error (es decir, la diferencia entre el valor exacto del píxel y el valor aproximado que se presenta) se suma a los valores de los cuatro píxeles vecinos del píxel considerado; La forma en que se distribuye el error tiene relación con la secuencia habitual que tenemos al leer (de izquierda a derecha y de arriba abajo).

La Figura 10 muestra el resultado de aplicar la matriz *Dither* 2x2 como esquema de cuantización y la dispersión de error. Y aunque este pos-procesamiento

disminuye los patrones inducidos, esta imagen no es NPR y logra buenos resultados solo para fines de impresión.



Figura 10: Imagen obtenida con *dithering* y dispersión de error.

II.2 El Método del Rechazo

El Método del rechazo es un método probabilístico fácil de implementar y de una complejidad $O(n)$. Considera la imagen de entrada como una función de densidad de probabilidad (fdp), que describe la probabilidad de que algún evento ocurra en la región considerada. La fdp es por ello, una información a priori con la que es posible calcular la posición en que habrán de colocarse los primitivos gráficos y, como en las imágenes halftoning, la intensidad es emulada por integración espacial de los puntos.

La oscuridad de una zona ($1 - intensidad$), determina que en regiones oscuras de la imagen de entrada, la cantidad de stipples u otros primitivos gráficos, sea mayor que en zonas claras.

Dada una fdp 2D $f(x,y)$ con $x,y \in [0,1]$, el

Algoritmo 2: El método del rechazo

```

P ← ∅
while |P| < N do {
    (x,y) ← R(0,1)2
    p(x,y) ← U(0,1)
    if (p(x,y) > f(x,y))
        P ← P ∪ {p(x,y)}
}

```

método genera en primera instancia un conjunto de puntos $P = \{(x, y) | (x, y) \in [0, 1]^2\}$, de posición aleatoria con una distribución R , donde R pudiera ser por ejemplo la distribución uniforme. Después se genera un valor aleatorio uniforme $p(x, y) \in U_{0,1}$ para cada punto (x, y) y se conservan solo aquellos cuyo valor $p(x, y) > f(x, y)$ como se describe en el Algoritmo 2.

En la Figura 11 se muestra la rampa de tonos de gris $[f(x, y) = 1 - x]$ generada por este método.

El uso de secuencias pseudo-aleatorias como las de Sobol (Strothotte y Schlechtweg, 2002) pueden utilizarse en lugar de función de distribución R , para mejorar la respuesta lineal en la percepción de una rampa de tonos de gris. Pero sin duda la Distribución Poisson disk, que ha tenido mayor difusión por sus características de ruido azul, produce los mejores patrones de muestreo para NPR y un rango amplio de aplicaciones (Lagae y Dutre, 2006).

Adicionalmente Yellot (1983) encontró en sus estudios que las células foto receptoras en la retina del ojo están esparcidas de acuerdo a la distribución Poisson disk, indicando con ello que este patrón de muestreo es efectivo para la percepción de las imágenes.

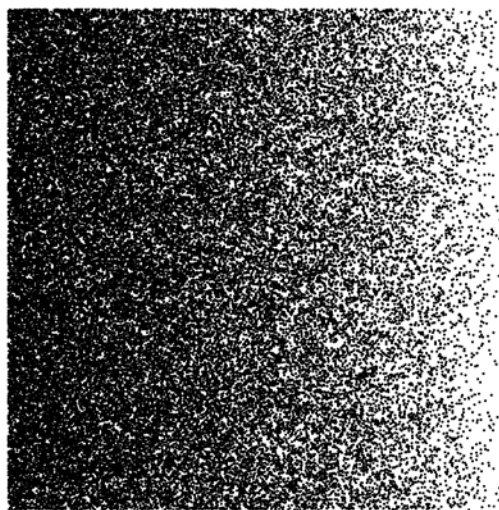


Figura 11: Rampa de tonos de gris ilustrada con stipples generados por el método del rechazo.

II.3 La distribución Poisson disk

La distribución de Poisson es una distribución de probabilidad discreta, que expresa la probabilidad de un número k de eventos ocurriendo en un tiempo fijo, si estos eventos ocurren con una tasa media λ conocida, y son independientes del tiempo desde el último evento:

$$f(k, \lambda) = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}. \quad (4)$$

Ejemplos de procesos con distribución Poisson son:

- El número de errores de ortografía que una persona comete al escribir una página.
- El número de servicios web atendidos por un servidor por minuto.
- El número de estrellas en un determinado volumen de espacio.
- La distribución de receptores visuales en la retina del ojo humano.

La distribución Poisson disk (PD) es una distribución uniforme de puntos 2D en la cual todos los puntos satisfacen la restricción de una distancia mínima. La mitad de esa distancia se conoce como radio de la distribución. Un conjunto de puntos tendrá una distribución Poisson disk si se colocan discos de radio determinado en cada posición sin que se den traslapes entre los discos.

Entonces un conjunto de puntos tendrá distribución Poisson disk si tienen una distribución uniforme, y además las distancias punto a punto no son menores de un cierto límite.

Para generar un conjunto de puntos con distribución PD, se puede utilizar el algoritmo conocido como “Lanzamiento de Dardos” (Cook, 1986). Este algoritmo genera un punto en posición aleatoria con distribución uniforme, y se rechaza si no satisface la condición de separación mínima con los puntos previamente generados. Este proceso continúa hasta que no se puedan agregar más puntos.

Como puede advertirse, es un algoritmo sencillo pero difícil de controlar; pues en lugar de especificar el número de puntos necesarios, se proporciona el radio que la distribución habrá de observar, y por ello resulta difícil predecir cuál será el número total de puntos en la distribución. Y si el proceso se detiene de forma temprana, la densidad de los puntos no es uniforme.

II.3.1 Estadísticas espectrales como criterio de calidad en puntos con distribución PD

Las características de la distribución de puntos pueden ser analizadas utilizando técnicas de Fourier (Ulichney, 1988) y es de hecho el criterio más importante para evaluar la calidad de los algoritmos en la generación de puntos con distribución Poisson disk.

El espectro de energía de la distribución de N puntos $\{x_0, \dots, x_{N-1}\} \in [0,1)^2$ está dado por

$$R_f(u) = \left| F \frac{1}{N} \sum_{j=0}^N \delta(x - x_j) \right|^2. \quad (5)$$

Donde F denota la transformada de Fourier y δ es la función delta Dirac. El espectro de energía de una distribución PD es radialmente simétrico. De ahí se pueden derivar un par de estadísticas unidimensionales: la primera es la *media radial* del espectro de energía dada por

$$P_i = \frac{1}{S_i} \int_0^{2\pi} \int_{f_i}^{f_{i+1}} R_f(f \cos \theta, f \sin \theta) f df d\theta. \quad (6)$$

La cual mide el promedio radial de energía en un conjunto de anillos concéntricos definidos por los intervalos de frecuencia $[f_i, f_{i+1})$. S_i es el área del anillo i , y está dada por $\pi(f_{i+1}^2 - f_i^2)$.

La otra estadística importante es la *anisotropía* que determina cuando el conjunto de puntos tiene características estadísticas similares en diferentes direcciones. La anisotropía del espectro de energía está dada por:

$$A_i = \frac{s_i^2}{p_i^2}, \quad (7)$$

$$\text{con } s_i^2 = \frac{1}{s_i} \int_0^{2\pi} \int_{f_i}^{f_{i+1}} (R_f(f \cos \theta, f \sin \theta) - P_i)^2 df d\theta. \quad (8)$$

El promedio radial del espectro de energía de una distribución Poisson disk tiene una estructura específica. El pico inicial es seguido por una región de baja energía. A esta región le sigue una transición y fin de la baja frecuencia que corresponde al radio del disco, seguido por una región plana de alta frecuencia, en la cual está contenida la mayor parte de la energía. En la Figura 12 se muestra un conjunto de puntos generado con el algoritmo *Lanzamiento de Dardos*. En su espectro de energía pueden fácilmente advertirse la simetría radial, la forma típica de la media radial y la baja anisotropía.

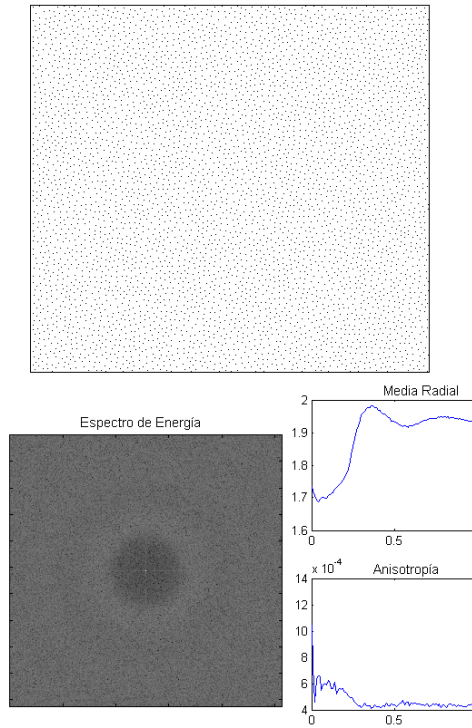


Figura 12: Características de un conjunto de puntos con distribución PD.

II.4 Técnicas para producir puntos con distribución Poisson disk

McCool y Fiume (1992) propusieron una versión mejorada del algoritmo *Lanzamiento de Dardos* la cual se conoce como Lanzamiento de Dardos Relajado.

Los puntos se colocan inicialmente con un radio grande, y cuando no hay más espacio para un mayor número de puntos, el radio se reduce en alguna razón. Este algoritmo tiene varias ventajas comparado al inicial: es más rápido, permite especificar el número de puntos deseados (en lugar del radio), y la terminación se garantiza (no quedarán espacios suficientes para insertar un nuevo disco).

Después de generar la distribución Poisson disk, McCool y Fiume aplican la relajación de Lloyd, para evitar el problema de suponer radios dispares. Este pos-proceso minimiza la diferencia entre las distancias mínima y máxima.

También es posible producir resultados similares a los alcanzados por la relajación del lanzamiento de dados usando el método de Lloyd directamente sobre un conjunto de puntos generados aleatoriamente con distribución uniforme, como lo indican Hiller et al. (2001).

II.4.1 Algoritmos basados en mosaicos

La generación de grandes conjuntos de puntos con distribución Poisson disk mediante la técnica de *Lanzamiento Relajado de Dardos* o por el uso directo del método de Lloyd sobre posiciones aleatorias, resulta un proceso bastante lento, del orden de pocos miles de puntos por minuto.

En los algoritmos basados en mosaicos se cubre un plano Euclidiano infinito con un conjunto de polígonos que contienen patrones de puntos, de manera que no se dejan espacios sin cubrir y no se dan traslapes entre ellos. Cada polígono es la unidad básica, y típicamente es un cuadrado aunque puede tomar otras formas, y

las reglas del algoritmo describen cómo colocar cada polígono uno enseguida del otro.

Es posible utilizar este algoritmo para llenar espacios muy grandes (virtualmente infinitos) donde cada polígono contenga un conjunto de puntos con distribución PD, y al repetir periódicamente los cuadros, se llene el plano con puntos. Desafortunadamente, el uso de mosaicos periódicos repercute en la formación de artefactos o patrones de puntos repetitivos que se evidencia con una alta anisotropía en el espectro de Fourier.

Lagae y Dutré (2006) y en otro trabajo Kopf et al. (2006), proponen estrategias para formar mosaicos no periódicos utilizando cuadros de Wang.

Un cuadro de Wang es un polígono con códigos de colores asociados a cada arista. Para construir un mosaico válido utilizando cuadros de Wang hay que colocarlos de manera tal que todas las aristas contiguas coincidan en color (no se permite rotar el cuadro). Con un conjunto suficientemente grande de cuadros, éstos se pueden acomodar sin formar repeticiones o periodos (Berger 1966).

Cohen et al., (2003) utilizaron un conjunto de 8 cuadros para formar mosaicos no periódicos (ver Figura 13). Cada cuadro tiene asociados dos colores en las aristas horizontales y dos colores para las aristas verticales y con ellos es posible construir un conjunto de 16 cuadros diferentes (utilizados también por Lagae y Dutré 2006).

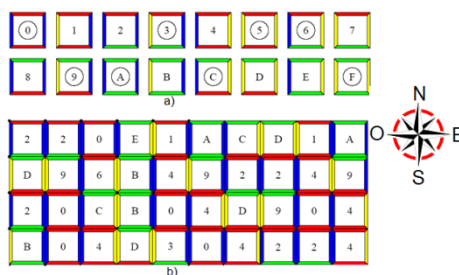


Figura 13: a) Conjunto completo de cuadros de Wang, los cuadros marcados con circunferencia forman el subconjunto usado por Cohen et al. (2003). b) Pequeña porción del plano con un mosaico válido.

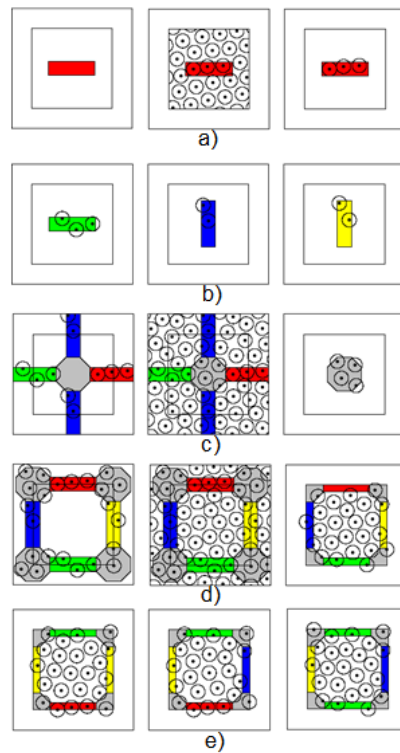


Figura 14: a) Construcción de una arista con distribución Poisson disk. b) Conjunto completo de aristas. c) Formación de una esquina. d) Construcción de un cuadro con Lanzamiento de Dardos Relajado. e) Cuatro ejemplos de cuadros con distribución Poisson disk (Lagae y Dutré 2006).

Cohen et al (2003) proponen un procedimiento estocástico para crear el mosaico: los cuadros se colocan en orden, de oeste a este y de norte a sur. El primer cuadro se elige en forma aleatoria y el primer renglón de cuadros se completa agregando cuadros cuya arista O coincida con la arista de su izquierda. El primero de las líneas siguientes se elige de forma que su arista N coincida en color con la arista de arriba. El resto se eligen entre aquellos cuya arista N coincida con la arista de arriba y su arista O coincida con la izquierda. Al elegir un cuadro se hace de manera aleatoria entre aquellos que cumplen las restricciones. Usando K colores para las aristas es posible formar un conjunto de K^4 cuadros, y cada cuadro del cuerpo principal puede elegirse dentro de K^2 combinaciones, mientras que los que tienen una sola restricción o arista con que coincidir se eligen entre $2K^2$ combinaciones. La Figura 13 muestra un conjunto con $K=2$ (dos colores para aristas horizontales y 2 para verticales) y un ejemplo de mosaico válido.

Para colocar un número grande de puntos en un plano de dimensiones virtualmente infinitas, es necesario crear un conjunto de cuadros de Wang con puntos base. La idea general consiste en colocar puntos con distribución PD en cada cuadro, resolviendo la distribución en los bordes y esquinas de los cuadros para su adecuado ensamble, con lo que se posibilita la repetición de los subconjuntos de puntos (correspondientes a cada tipo de cuadro) sin formar repeticiones. Kopf et al. (2006) generan puntos PD en velocidades del orden de millones de puntos por segundo, una vez que se calcularon los cuadros base. Encontrar un conjunto de puntos con distribución Poisson disk tiene un costo computacional de orden lineal si se tienen calculados los puntos de los cuadros base.

Por la influencia de la vecindad, se provoca que al llenar un cuadro con puntos, pocos de ellos se coloquen en los bordes y las esquinas como restricciones. Esto provoca una baja densidad de puntos en estas regiones. Dagae y Dutré (2005) presentan un procedimiento donde calculan primero los puntos que habrán de colocarse en los bordes de cada color utilizando Lanzamiento de Dardos Relajado, después, dejando fijos los cuatro bordes que limitan una esquina, nuevamente con Lanzamiento de Dardos Relajado se calculan los puntos que estarán en las esquinas y finalmente, dejando los puntos en bordes y esquinas, se llena el cuerpo del cuadro. Este procedimiento se muestra en la Figura 14.

Por su parte Kopf et al. (2006) utilizan un cuadro base con los puntos calculados con Lanzamiento de Dardos Relajado. Con cualquiera de los dos procedimientos, el resultado es una secuencia progresiva de puntos con distribución Poisson disk, con la que pueden cubrirse porciones del plano arbitrariamente grandes, con una buena calidad espectral y en tiempos tan cortos como los requeridos para realizar el mosaico. Específicamente, en una secuencia progresiva de puntos con Mosaicos Wang, la anisotropía es muy baja y la energía radial media es cercana al perfil del ruido azul deseado (Kopf et al., 2006).

Sin embargo en zonas de densidad altas (que pueden ser generadas por escalamientos de la imagen), la cantidad de puntos de un cuadro puede no ser suficiente. Kopf et al. (2006) presentan un procedimiento mediante el cual se producen nuevos Mosaicos Wang dentro de cada cuadro de manera recursiva. Con este procedimiento es posible generar densidades arbitrariamente altas usando una subdivisión recursiva.

El algoritmo *Mosaicos Wang* permite además asociar un valor ordinal a cada punto como lo hace el *Lanzamiento de Dardos*. Si se producen los puntos por mosaicos, al usar varios cuadros en la secuencia progresiva, se consideran los valores ordinales de los cuadros fuente, resolviendo conflictos (puntos de diferente cuadro con el mismo valor ordinal) en una forma aleatoria. Esto posibilita el generar ilustraciones stippling como las que se presentan en la siguiente sección.

Wei L. (2008) presenta un algoritmo para la generación de grandes cantidades de puntos con distribución Poisson disk y lo realiza en tiempos similares que Kopf et al. (2006). Subdivide un celda del dominio de muestreo en una malla de celdas utilizando la GPU. Entonces dibuja puntos de manera concurrente en múltiples celdas que estén suficientemente separadas, de manera que no presenten conflictos entre ellas. En dos dimensiones utiliza una estructura de datos (quad-tree), para seguir el proceso de subdivisión y asignar una jerarquía a cada muestra.

II.4.2 Algoritmos incrementales

Dunbar y Humpherys (2006) proponen el algoritmo que ellos llaman *Muestreo de Frontera* (Boundary sampling), que es un algoritmo incremental donde cada nuevo candidato se elige dentro una región de distancia r , con respecto a uno de los puntos ya existentes.

Utilizan una relación de generación ordenada y definida por la vecindad disponible para cada punto $p \in P$ como

$$N_p = D(p, 4r) - \bigcup_{p' \in P} \begin{cases} D(p', c_a r) & p' < p \\ D(p', 2r) & p' \geq p \end{cases} \quad (9)$$

Con $2 < c_a \leq 4$, donde $D(x, r)$ describe al disco de radio r alrededor del punto x . c_a corresponde al radio de la circunferencia exterior para formar cada anillo. La vecindad disponible es $N = \bigcup_{p \in P} N_p$ que se ilustra en la Figura 15

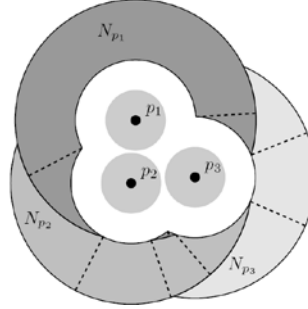


Figura 15: El conjunto P de puntos y su vecindad disponible con $c_a = 4$ (Dunbar y Humpherys 2006)

Cada conjunto disjunto N_p lo calculan usando la sustracción booleana entre los discos. Un caso especial se da cuando c_a toma el valor mínimo ($c_a = 2$). En este caso, la vecindad disponible de cada punto se limita a una colección de arcos circulares centrados en los puntos, al que llaman *bordo disponible*.

Se elige un nuevo candidato en una posición aleatoria a lo largo del *bordo disponible*. Una vez que un candidato fue elegido, el *bordo disponible* tiene que ser recalculado con la intersección del círculo del candidato con sus vecinos inmediatos. Si el punto candidato es P y Q es un vecino con coordenadas polares (d, θ) , entonces el intervalo del ángulo que P oculta es $(\theta - \cos^{-1}(\frac{d}{4r}), \theta + \cos^{-1}(\frac{d}{4r}))$ como se ilustra en la Figura 16.

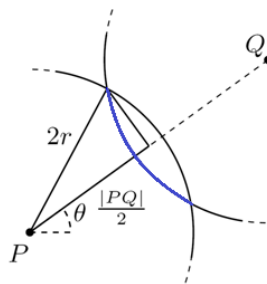


Figura 16: El intervalo angular que P oculta de Q (dibujado en línea ancha) puede calcularse por geometría

Después que se han determinado los intervalos válidos, pueden agregarse nuevos puntos repitiendo el proceso en las posiciones disponibles del bordo, hasta que el bordo disponible quede vacío.

Agregar un nuevo punto solo requiere restar un intervalo angular del bordo del candidato. Este algoritmo como se puede apreciar, corre en un tiempo $O(N)$.

Jones (2006) por otro lado construye un conjunto de puntos de forma también incremental, almacenando las regiones Voronoi de los puntos vecinos en un árbol balanceado, e insertando puntos en estas regiones uno a uno. Este algoritmo al utilizar regiones Voronoi tiene un costo $O(N \log N)$ y es un algoritmo que asegura su término ya que no quedarán espacios en los que pueda insertarse un nuevo punto sin romper la restricción de distancia mínima.

Bridson (2007) propone un algoritmo similar a Dunbar y Humphreys, donde los puntos candidatos se dibujan solo en la región cercana a los puntos existentes, pero en lugar de calcular la región válida, se usa el rechazo sobre mallas rectangulares para irlos descubriendo. En ninguno de los tres métodos incrementales es posible asociar una jerarquía o rango a cada punto, pues se van creando alrededor de los puntos ya existentes y no representan como en el Lanzamiento de Dardos Relajado y Mosaicos Wang, un orden de importancia conforme se fueron descubriendo.

Otro trabajo cuyo impacto ha sido muy importante en el área NPR ha sido sin duda el propuesto por de Mould (2007), que presenta el algoritmo para calcular las

posiciones de los stipples utilizando un grafo ponderado. Este algoritmo corre en tiempo $O(N \log M)$; $M \ll N$, y transforma la imagen de entrada en un grafo regular, con aristas ponderadas por la magnitud de la intensidad. La técnica opera calculando trayectorias sobre el grafo representativo de la imagen, y progresivamente coloca los stipples en la trayectoria de menor longitud que excede un umbral. Este algoritmo produce regiones irregulares sobre el plano restringido por la imagen.



Figura 17: Colocación progresiva de stipples. Un nuevo stipple se inserta en la frontera, cuando el costo se expande a un valor mayor a un umbral

El algoritmo progresivo inicia con un punto generador y fluyen a su alrededor, recorridos de mínima distancia sobre el grafo (ver Figura 17). Cuando la distancia mínima excede al umbral, se coloca un nuevo punto generador sobre algún punto de la frontera. La nueva frontera se genera alrededor de los puntos instalados, creciendo nuevamente hasta alcanzar el umbral y continua así hasta que todo el grafo se ha explorado. La posición de la frontera en que se coloca el stipple, es el nodo con mayor magnitud gradiente, porque se quiere que los stipples ocupen preferentemente los bordes de la imagen.

La ventaja de este método es que captura información de tono, además de la forma, de mejor manera que los métodos previamente explicados.

II.4.3 Diagramas de Voronoi Centrados

Los métodos presentados por Deussen et al. (2000) y Secord (2002) generan imágenes stippling mediante Diagramas de Voronoi Centrados. Utilizan el cuantizador escalar de Lloyd que minimiza el error cuadrático medio en la cuantización. En los siguientes párrafos se explica brevemente esta técnica.

Dados $A \in R^d$, una función de probabilidad $p(x)$, y k puntos generadores x_i en A , ($i = 1, 2, \dots, k$), los elementos del conjunto $\{A_i\}_{i=1}^k$ son regiones Voronoi de A en correspondencia con cada punto generador $\{x_i\}_{i=1}^k$ si para cada i , $A_i = \{y \in A: |y - x_i| \leq |y - x_j|, i \neq j\}$. Una región Voronoi A_i estará formada por el conjunto de posiciones y que estén más cercanos a un punto generador x_i que a cualquier otro generador x_j .

A todo el conjunto de regiones Voronoi $A = \bigcup_{i=1}^k A_i$ se le conoce como Diagrama de Voronoi (Voronoi Tessellation).

Cada punto generador x_i es por la misma definición, el centro geométrico de cada región A_i . El centro de masas c_i de cada región Voronoi A_i , está dado por

$$c_i = \frac{\int_{A_i} x p(x) dx}{\int_{A_i} p(x) dx} \quad (10)$$

Un Diagrama de Voronoi Centrado (DVC) es un Diagrama de Voronoi donde sus puntos generadores coinciden con los centros de masa ($c_i = x_i, \forall i$).

Algoritmo 3: Algoritmo determinístico de Lloyd para calcular un Diagrama de Voronoi Centrado.

1. Elección aleatoria de los k puntos generadores iniciales $\{x_i\}_{i=1}^k$
2. Determinar las regiones Voronoi $\{A_i\}_{i=1}^k$ que corresponden a los puntos generadores $\{x_i\}_{i=1}^k$
3. Calcular los centros de masa $\{c_i\}_{i=1}^k$ de las regiones Voronoi $\{A_i\}_{i=1}^k$
4. Hacer $x_i = c_i$ para $i=1, \dots, k$ y volver al paso 2 hasta lograr la convergencia.

El algoritmo determinístico propuesto por Lloyd (1982), para calcular un Diagrama de Voronoi Centrado con k puntos se presenta en el Algoritmo 3.

La técnica utilizada por Secord y Deussen agiliza el cálculo de los diagramas de Voronoi Centrados utilizando la tarjeta gráfica (GPU) al generar mediante bibliotecas OpenGL, conos de color-índice determinado, con ápice posicionado en cada punto generador y altura uniforme (Hoff, et al. 1999). Al generar una proyección ortogonal vista desde arriba en el buffer de profundidad o buffer Z, la intersección de los conos forma un plano que corresponde al diagrama Voronoi Centrado (que se ilustra en la Figura 18).

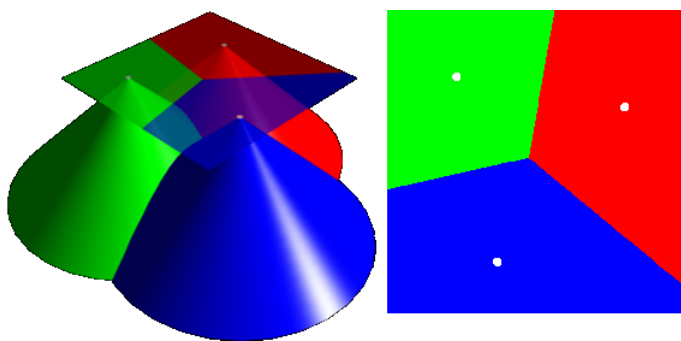


Figura 18:a) Generación de 3 conos de altura uniforme en el buffer Z. b) Proyección ortogonal al plano xy con el DVC resultante (Hoff, et al. 1999).

Capítulo III

Stippling adaptativo incremental

En el proceso de crear una imagen stippling, se puede considerar la imagen de entrada como una función de densidad de probabilidad (fdp), que describe la probabilidad de que algún evento ocurra en la región considerada. Los puntos con distribución Poisson disk, en lugar de seguir una distribución uniforme, deberán adaptarse de acuerdo a la fdp, y emular la intensidad de la imagen de entrada, con la distribución espacial de los puntos (sin perder las características de ruido azul).

III.1 Puntos con distribución Poisson disk asociados a una función de densidad

Comparativamente, los métodos de *Muestreo de Frontera* (Dunbar y Humphreys, 2006), *Mosaicos no periódico de Wang* (Kopf et al., 2006) y la implementación paralela de Wei L. (2008) ofrecen excelentes características de tiempos de ejecución al calcular conjuntos de puntos con distribución Poisson disk sin repercusiones muy graves en la calidad. El primero es de orden lineal y produce 200,000 puntos por segundo en una computadora convencional (P4 de 3GHz) sin la necesidad de cálculos previos. Por su lado, Kopf et al. (2006) alcanzan velocidades del orden de millones de puntos por segundo, una vez que se calcularon los puntos de los cuadros base. Además al utilizar el algoritmo Mosaicos Wang o el algoritmo paralelo de Wei, es posible asociar un rango a cada punto.

La característica de contar con una jerarquía asociada a cada punto del conjunto es importante en el muestreo, particularmente porque esta jerarquía puede ser usada para colocar una cantidad arbitraria de puntos de acuerdo a la densidad requerida. En la Figura 24-b) se muestra la representación de la imagen siguiendo el procedimiento con Mosaicos Wang para calcular los puntos y con ellos generar la imagen stippling. Este procedimiento permitió insertar los puntos donde la jerarquía asociada es mayor a la intensidad original.

Por su lado, los Diagramas de Voronoi Centrados, permiten generar imágenes stippling con el uso del algoritmo de *relajación de Lloyd* presentado en la sección pasada (Algoritmo 3). Este algoritmo resuelve de manera óptima el proceso de cuantización, considerando al error cuadrático medio como criterio y observando tanto la condición de punto medio como la condición centroidal.

Las estrategias Divide y Vencerás para la implementación del algoritmo de Lloyd tienen un costo computacional de $O(Kn \lg n)$ donde K es el número de iteraciones utilizadas y n es el número de píxeles. Sin embargo el tiempo de ejecución pudo disminuir significativamente utilizando la técnica de Hoff et al. (1999) sobre la GPU. Aún con ello, un inconveniente de este algoritmo, como se verá en la sección de resultados, es el tiempo de ejecución.

III.2 Método propuesto

De forma similar a los algoritmos incrementales vistos en la sección anterior, el algoritmo adaptativo que se propone en este trabajo (Stippling Adaptativo Incremental o SAI), intenta acomodar puntos que cumplan con la restricción de distancia mínima (característica de la distribución PD), pero para usarla en una función de densidad arbitraria como lo es una imagen en tonos de gris, esta distancia debe ser ponderada por la densidad local.

Tal como en la propuesta de Meruvia et al. (2003) se considera a los puntos como el centro de discos que cubren una región que corresponde en densidad a la función emulada. Todos los discos aunque tengan diferente radio, estarán cubriendo la misma masa K (o densidad de tono acumulada), generando discos más grandes en zonas claras y discos de radio menor en zonas oscuras. Como resultado, las zonas claras se representarán con pocos puntos mientras en zonas oscuras será necesaria una mayor cantidad de puntos para su adecuada ilustración. Como puede advertirse, se están considerando los términos masa, densidad, densidad de tono y oscuridad como sinónimos.

Algoritmo propuesto

El proceso de generación de una ilustración stippling siguiendo nuestro algoritmo SAI inicia, como puede apreciarse en el Algoritmo 4, colocando un disco en posición aleatoria válida Q y de radio inicial r_1 obtenido a partir de:

$$r_1 = \frac{A}{D_t/K} . \quad (11)$$

Donde A es el área total de la imagen (ancho*alto de la imagen o $M * N$), D_t es la densidad total ($\sum_{x=0}^M \sum_{y=0}^N (255 - f(x,y))$), con $f(x,y)$ representando la imagen digital y K es la densidad que cubrirá cada stipple, un parámetro que puede ser proporcionado por el usuario.

El radio del disco $Q(r_q)$, debe ser re-calculado para aproximar la densidad local de la posición (x_q, y_q) . Esta densidad local puede ser aproximada al aplicar un filtro Gaussiano sobre la ventana de $2r_q \times 2r_q$, o por un conteo de las densidades contenidas en el círculo circunscrito en dicha ventana. La frontera disponible en este momento será la circunferencia de radio $2r_q$ sobre la cual un nuevo punto podrá ser generado. El nuevo disco P con radio inicial r_1 , se coloca en un ángulo aleatorio α sobre la frontera disponible. Esta posición puede calcularse con:

$$(x_p, y_p) = (x_q + (r_q + r_1)\cos \alpha, y_q + (r_q + r_1)\sin \alpha) . \quad (12)$$

Algoritmo 4: Stipplig Adaptativo Incremental (SAI)

```

C ← Φ
P ← newDisk(validRandomPosition, r1);
Enqueue(P, C);
Inserta(P, listaSalida);
dibujaDisco(P, disksBuffer);
while (C ≠ Φ){
    Q ← Dequeue(C);
    while(RangoDisponible(Q) {
        α ← random(RangoDisponible(Q));
        P ← Vect ((xq + (rq + r1)cos α, yq + (rq + r1)sin α), r1)
        D ← cambiaDiscoBasadoDensidad(P, Q, K);
        if(!Traslape(D, disksBuffer)){
            Enqueue(D, C);
            Inserta(D, listaSalida);
            dibujaDisco(D, disksBuffer);
        }
        SustraeRango(D, Q);
    }
}

```

Enseguida r_p se reajusta de acuerdo a la densidad local de (x_p, y_p) mediante la función $\text{cambiaDiscoBasadoDensidad}(P, Q, K)$ que iterativamente cambia el tamaño del radio r_p y la posición del disco (x_p, y_p) hasta alcanzar la densidad deseada K . En la implementación limitamos el número de iteraciones a 6, aunque en 2 ciclos casi siempre se logra la aproximación de la densidad K . En el último ciclo de la función $\text{cambiaDiscoBasadoDensidad}(P, Q, K)$ presentada en el Algoritmo 5, se recalcula la posición de P usando ahora: $(x_p, y_p) = (x_q + (r_q + r_p)\cos \alpha, y_q + (r_q + r_p)\sin \alpha)$, y a este disco lo renombramos como D (ver Figura 19).

Algoritmo 5: Función *cambiaDiscoBasadoDensidad(P,Q,K)*

```

densidadDisco ← densidadLocal(P, imagenEntrada);
proporción ←  $\sqrt{K/\text{densidadDisco}}$ ;
while (proporción >  $\pm \text{eps}$  and  $i < 6$ ) {
   $r_n \leftarrow \text{proporción} * r_p$ ;
   $P \leftarrow \text{disk}((x_q + (r_q + r_p)\cos \alpha, y_q + (r_q + r_p)\sin \alpha), r_n)$ ;
  densidadDisco ← densidadLocal(P, imagenEntrada);
  proporción ←  $\sqrt{K/\text{densidadDisco}}$ ;
   $i \leftarrow i + 1$ ;
}

```

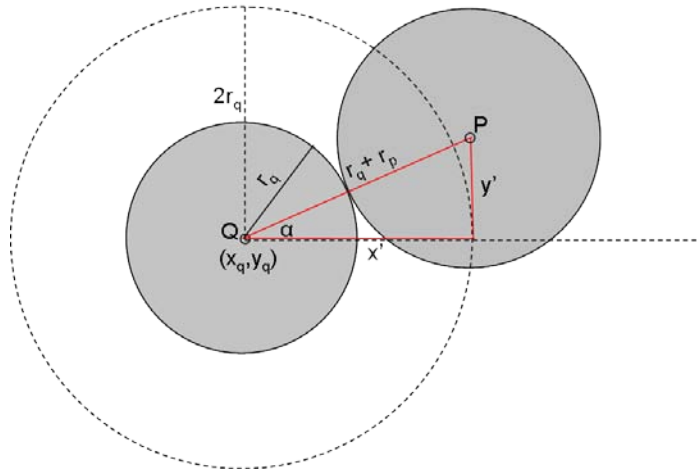


Figura 19: Una vez definido el radio r_p , el centro del disco P se puede calcular como: $(x_p, y_p) = (x_q + (r_q + r_p)\cos \alpha, y_q + (r_q + r_p)\sin \alpha)$.

Después de la inserción exitosa o fallida del disco D , la nueva frontera disponible se afecta de acuerdo a la proporción $\frac{r_q}{r_d}$ como se ilustra en la Figura 20. Se siguen insertando nuevos discos alrededor de Q y cuando Q no tenga más frontera disponible, el primer disco de la cola toma las veces de Q , y sobre su frontera se insertarán los nuevos discos siguiendo el proceso descrito, hasta que la frontera disponible esté vacía.

Cuando se considera un nuevo punto Q , la frontera disponible puede aproximarse con un “buffer-esténcil” que permite la inserción de nuevos discos, solo en las áreas donde no se den traslapes con los discos previos. Este buffer se implementa

La posición final de los stipples se obtiene al colocar un punto en el centroide de cada disco almacenado en `listaSalida`.

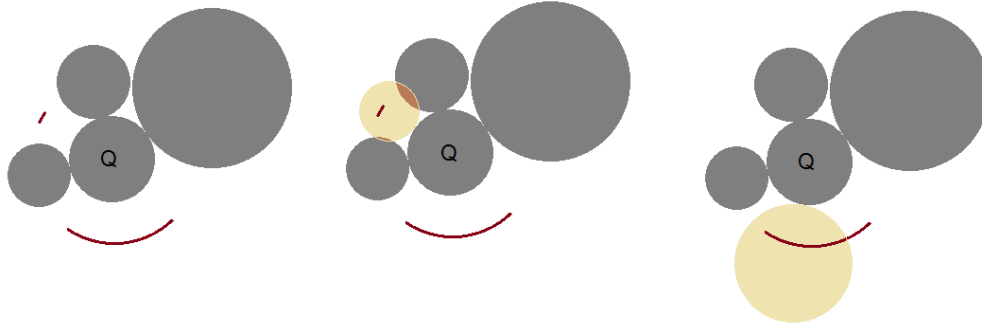


Figura 21: a) Bordo disponible de Q y discos previamente insertados. b) Intento de inserción con traslape. c) Inserción exitosa.

Una variación al algoritmo SAI se realiza incorporando el gradiente que define bordes y formas como los plantea Mould. La posición de P puede dirigirse al centroide considerando la masa como $m = \beta D + \gamma E$ donde D es la densidad, E la magnitud del gradiente, $\beta, \gamma \in [0,1]$, ponderaciones de las cantidades D y E . A esta modificación le llamamos -E.

El algoritmo SAI como puede observarse, tiene un tiempo de ejecución de $O(n)$, donde n es el número de stipples, pues para cada disco se realizan un número constante de operaciones que en sí mismas tienen un costo constante: posicionamiento inicial, aproximación del radio de acuerdo a la densidad local, reposicionamiento del disco y el cálculo de la frontera disponible.

En la Figura 22 se muestra el proceso del método SAI-B. Observe que en zonas claras de la imagen (ver Figura 23.a) los discos tienen mayor tamaño que las zonas oscuras.

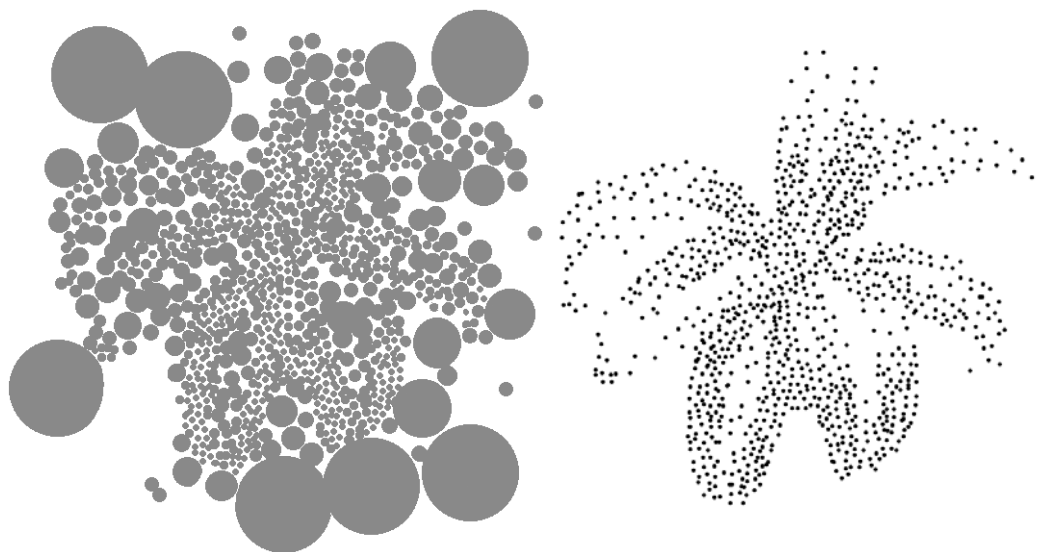


Figura 22 : Proceso SAI-B. a) Discos insertados, b) Ilustración stippling

III.3 Resultados

Las imágenes de prueba utilizadas en esta sección se muestran en la Figura 23. Los resultados se pueden observar en las figuras 24, 25 y 26. En términos de las estadísticas radiales, se observa que todos los métodos presentan baja anisotropía. Sin embargo la figura generada con el método del rechazo no tiene simetría radial; al ser generada con puntos en posiciones aleatorias uniformes, no tiene las características de los puntos con distribución Poisson disk. La forma típica de la media radial en puntos con distribución PD (pico inicial seguido por una región de baja energía y una transición final de la baja frecuencia seguido por una región plana) se observa de mejor manera en DVC, con una forma muy semejante en SAI-B y un poco más atípica en Mosaicos Wang (MW). Si observamos el espectro de energía para el método MW, se nota que los anillos que rodean las bajas frecuencias, presentan una definición más baja, aspecto que repercute en la forma de la media radial.

Note que la Figura 24.d) reproduce de mejor manera la información de bordes, y se acercan a las características de ruido azul en el espectro de energía.

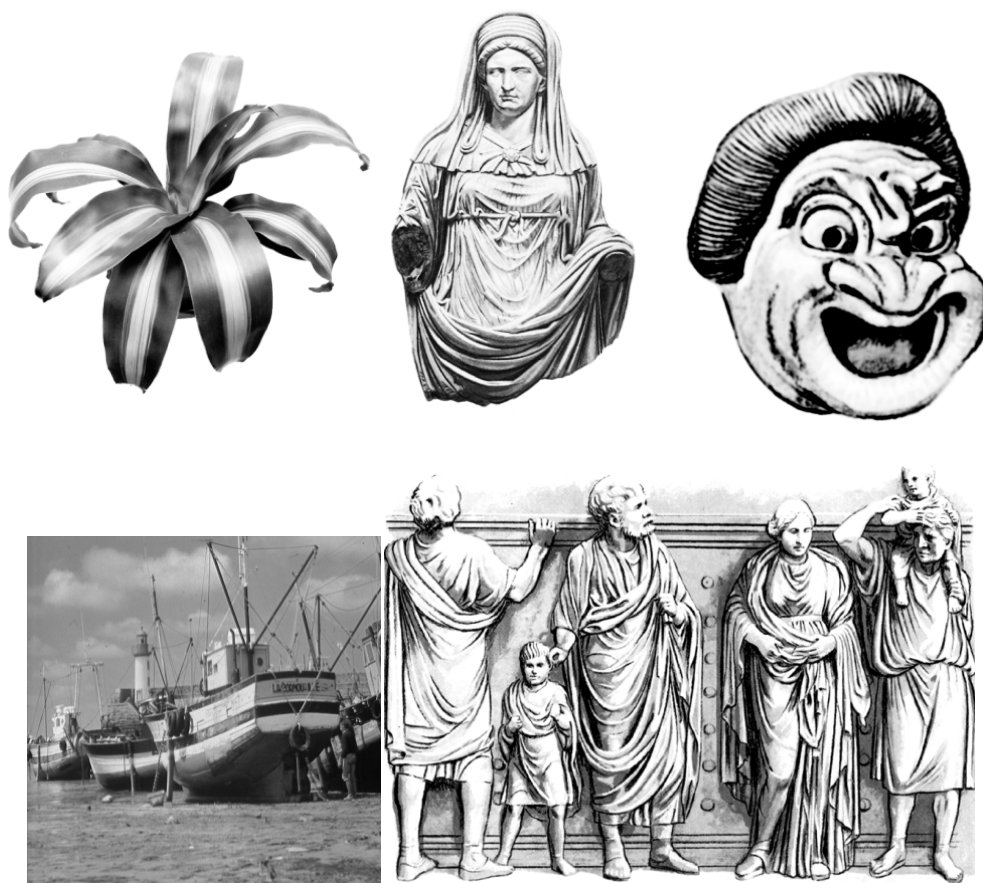


Figura 23: Imágenes originales utilizadas en este capítulo.

En la Figura 25 se pueden apreciar resultados similares de la figura anterior. Las figuras Figura 25.c) y Figura 25.d) presentan una mejora significativa en la definición de bordes, formas y cambios suaves en zonas de bajo contraste. Es importante comentar que en la Figura 25.c) generada por el método de Diagramas de Voronoi Centrados ((Deussen, et al., 2000) y (Secord, 2002)), se observan unos patrones circulares inducidos por el método, a los que se le conoce como efecto *cadena*, que no resultan muy evidentes en la Figura 24.c). Estos patrones pueden disminuirse (como en la Figura 24.c) al aplicar un escalamiento antes de utilizar el método de Lloyd, con implicaciones en el tiempo de ejecución como puede observarse en la Tabla I.

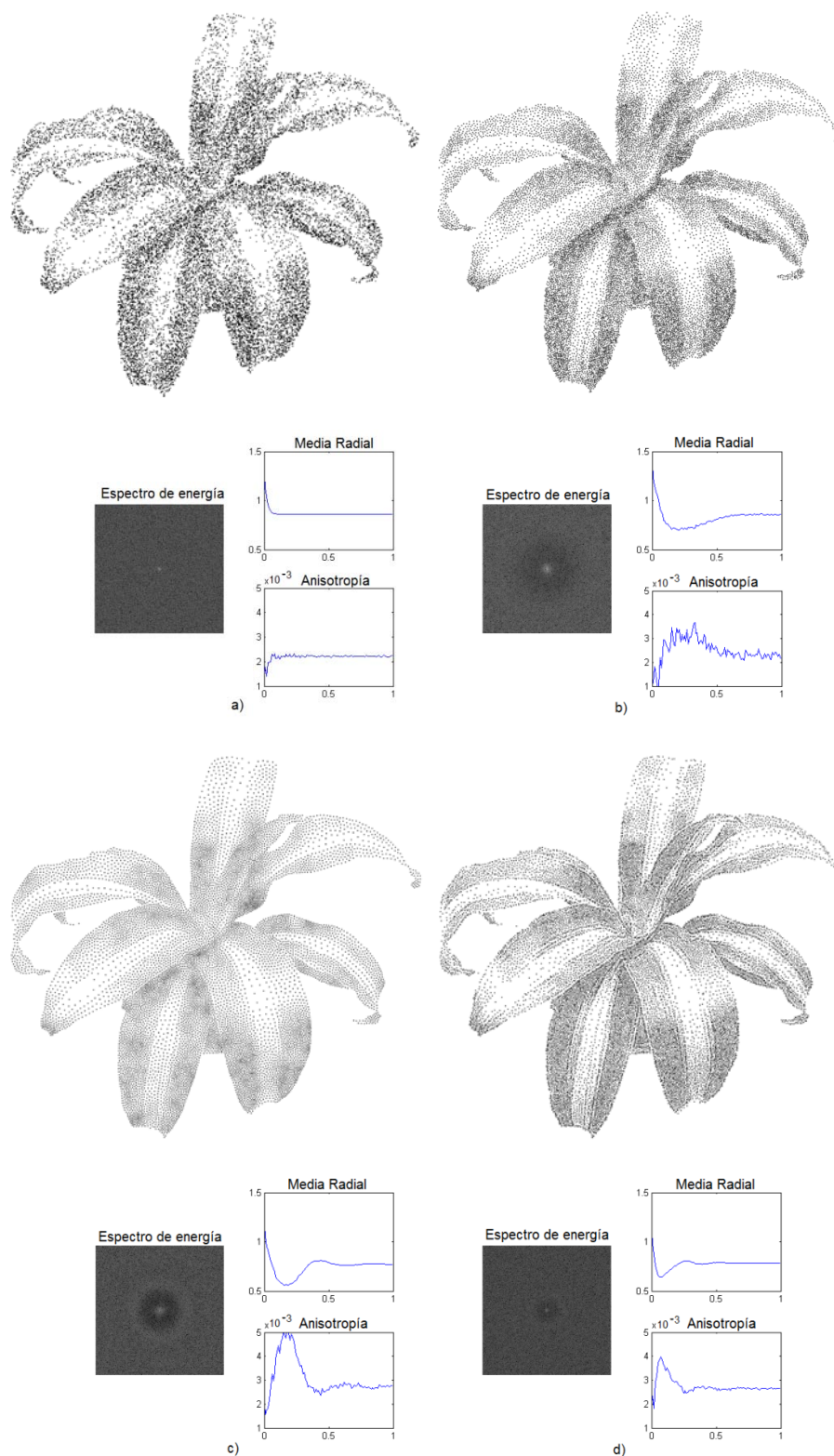


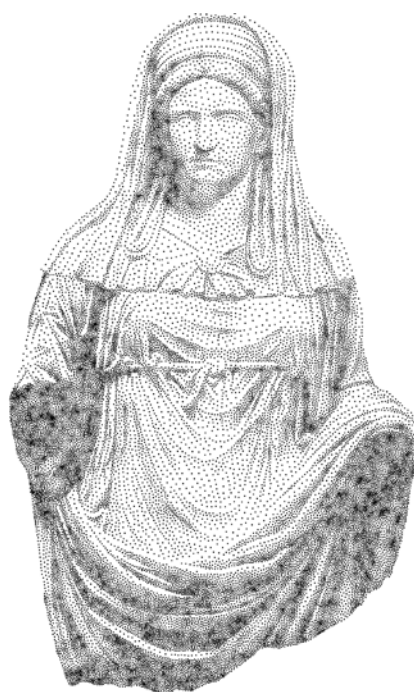
Figura 24: Imágenes stippling y sus estadísticas espectrales correspondientes a los métodos: a) Rechazo, b) MW, c) DVC, c) Método SAI-B propuesto.



a)



b)



c)



d)

Figura 25: Imágenes stippling generadas con los métodos: a) Rechazo, b) MW, c) DVC, d) SAI-B.

En términos de tiempo de ejecución, la Tabla I muestra la comparación del tiempo utilizado en cada uno de los métodos, descrito en segundos para generar las Figuras 24, 25, 26 y 27. El tiempo requerido para DVC es mucho mayor que SAI-B, y ninguno de los dos requiere preprocesamiento. El método de MW es el más rápido de todos, sin embargo es importante decir que lleva un preprocesamiento de más de 12 minutos para calcular los puntos de los cuadros base. Estos resultados se obtuvieron utilizando una PC con procesador Intel Core 2 Quad CPU DE 2.66GHz, con 4 GB de RAM y una tarjeta gráfica NVIDIA QUADRO NSV y una Macintosh con procesador Intel Duo 2.5 GHz, 4GB RAM y NVIDIA GeForce 8600M GT para producir las imágenes con Diagramas de Voronoi Centrados.

Tabla I: Tiempos de ejecución de los diferentes algoritmos, número de puntos vs. segundos. [Mosaicos Wang (MW), requiere además 12 minutos de preprocesamiento].

Método	Rechazo		MW		DVC		SAI-B	
Figura	stipples	tiempo	stipples	tiempo	stipples	tiempo	stipples	tiempo
Figura 24 Planta	15000	0.019s	15054	0.07s	15000	54s	15159	1.85s
Figura 25 Madona	25000	0.032s	24326	0.11s	25000	90s	24744	3.07s
Figura 26 Bote	-	-	43775	0.13s	43000	110s	43547	4.8s
Figura 27 Máscara	-	-	166506	0.4s	166000	**3h	166858	61.2s

El tiempo de ejecución para producir la ilustración stippling de la Figura 27.b) no puede precisarse porque en la implementación de Secord, es necesario realizar magnificaciones de varios órdenes para evitar la aparición de falsos patrones (con 3 amplificaciones tardó más de 3 horas). La aparición de estos patrones 'cadena' está también relacionada con el número de stipples, así en las figuras 25.c) y 26.b) si se realizan nuevas magnificaciones, se reduciría la aparición de estos patrones que resultan evidentes, pero también aumentaría el tiempo de ejecución.

En la Figura 27.a) y 27.b) pueden apreciarse imágenes stippling generadas con Mosaicos Wang (Kopf et al., 2006) y el algoritmo paralelo de Wai (2008). Con cantidades grandes de stipples, estos algoritmos parecen funcionar bien pues su calidad estética es similar a la de los otros métodos, además de la ventaja en el tiempo de ejecución.

Sin embargo en figuras con mayor contraste y cantidades menores de stipples el método Mosaico de Wang al igual que el método paralelo de Wei, son menos atractivos. Ver por ejemplo detalles como el mástil y las cuerdas en la Figura 26.

En la Figura 28 puede observarse una imagen stippling formada por 76000 primitivos gráficos calculada en pocos segundos, con buena definición de bordes.

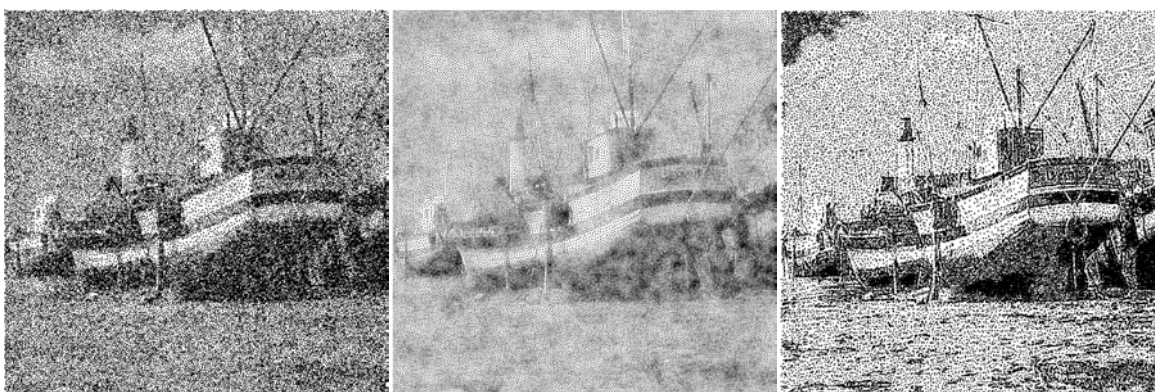


Figura 26: Imágenes con detalles finos. Ver las líneas formadas por el mástil y las cuerdas. Las ilustraciones se formaron con aproximadamente 43000 stipples.

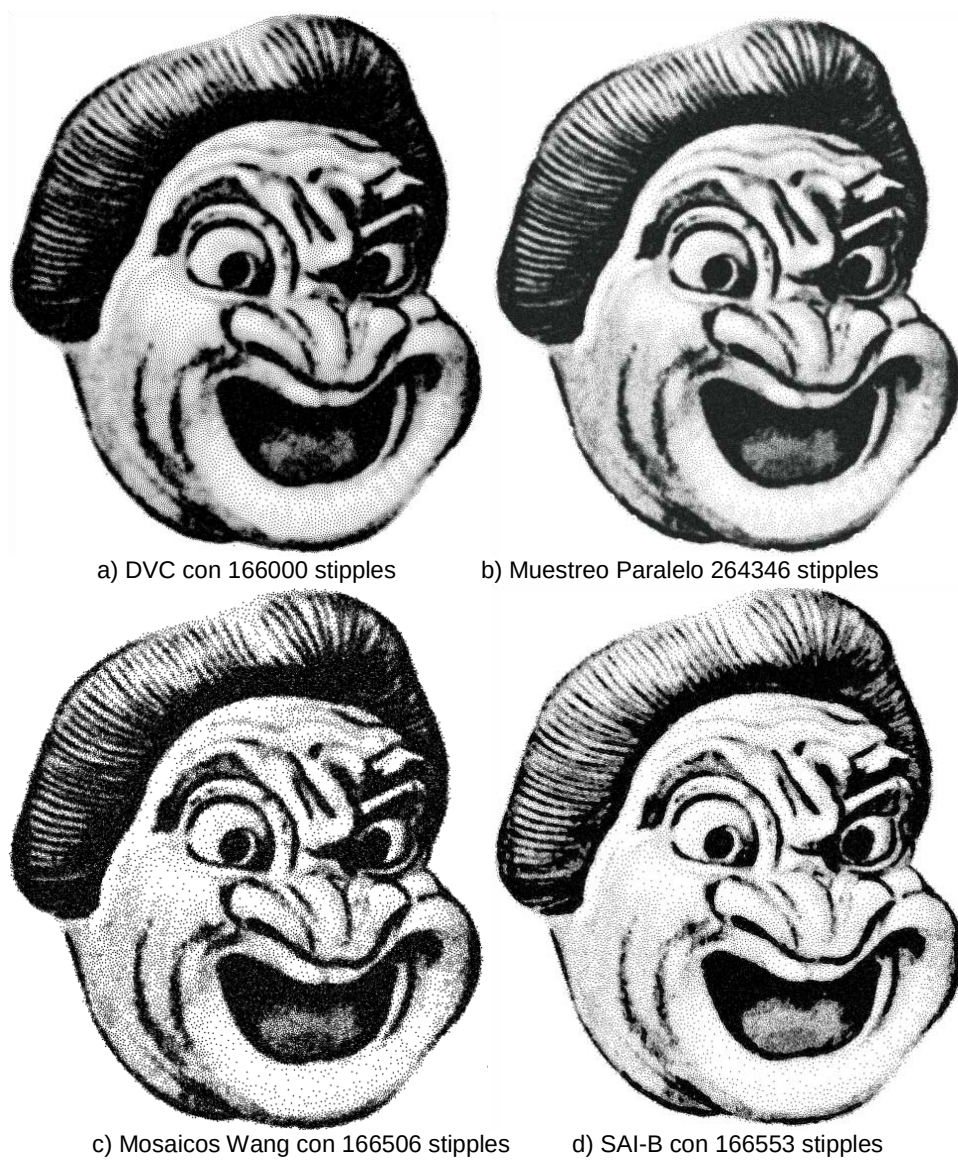


Figura 27: Comparación de imágenes generadas con grandes cantidades de stipples.



Figura 28: Ilustración formada con 76000 stipples y calculada en solo 13 seg. con el método SAI-B.

Capítulo IV

Stippling con conciencia de estructura y tono

Los algoritmos para la generación automática de imágenes stippling son desarrollados con la idea de reproducir en lo posible, las características de abstracción esenciales de la imagen de entrada. Los métodos básicos presentados en capítulos anteriores, se enfocan en la mayoría de los casos, a reproducir características asociadas con la densidad, pero casi todos ellos fallan al reproducir imágenes de bajo contraste y descuidan otros tópicos como son la estructura y bordes de la imagen original.

En este capítulo se aborda el tema de la evaluación estética de imágenes stippling que se generan de forma automatizada. Se propone una función objetivo que puede utilizarse como un criterio para la valoración de la calidad en una imagen stippling. Esta función objetivo plantea cuáles han de ser las características esenciales de una imagen digital que han de considerarse al construir una imagen stippling. Estas características involucran la adecuada distribución espacial de los stipples, la producción de ilustraciones que preserven el tono local y aproximen la textura de la imagen original. Utilizando la función objetivo propuesta y una heurística de optimización (el recocido simulado), se muestra su funcionalidad al producir imágenes stippling ricas en formas visuales, bordes y con distribución acorde a la densidad original.

IV.1 La evaluación estética

Los métodos presentados por Deussen et al (2000) y Secord (2002) generan imágenes stippling mediante Diagramas de Voronoi Centrados. Utilizan el cuantizador escalar de Lloyd que minimiza el error cuadrático medio (entre la escena fuente y la imagen stippling). Las condiciones necesarias para el optimizador escalar son la condición de punto medio y la condición centroidal. Aunque en estos métodos se considera la preservación del tono local, no se evalúan las características de bordes y forma, al calcular el error.

En este contexto, Wai-Man et al. (2008), Maciejewski et al. (2008) y Mould (2007), proponen que al colocar los primitivos gráficos se debe cuidar la reproducción de texturas, preservando los detalles estructurales mediante el resaltado de los bordes.

Wai-Man et al. (2008) utilizan el Índice de Similitud Estructural (SSIM) como función objetivo para generar imágenes halftoning, produciendo imágenes con alta calidad estética que resalta bordes y formas sin introducir alias. Por la importancia del índice en la generación de imágenes halftoning, nos detendremos en la presentación de esta alternativa.

IV.1.1 El Índice de Similitud Estructural

El Índice de Similitud Estructural (SSIM por Structural Similarity Index Measure) fue descrito originalmente por Wang et al. (2004) como alternativa para evaluar la distorsión de una imagen, comparada con la original, después de un proceso, por ejemplo la imagen obtenida de una descompresión con pérdida. Este índice de similitud entre las señales (que en nuestro estudio son imágenes) x, y es:

$$SSIM(x, y) = [l(x, y)]^\alpha \cdot [c(x, y)]^\beta \cdot [s(x, y)]^\gamma. \quad (13)$$

Este índice considera los componentes de luminosidad (l), contraste (c) y estructura (s). Las señales x, y son imágenes, cada una con N elementos. La luminosidad está en función de las medias μ_x y μ_y de la manera siguiente

$$l(x, y) = \frac{2\mu_x\mu_y + k_1}{\mu_x^2 + \mu_y^2 + k_1} . \quad (14)$$

donde

$$\mu_x = \sum_{i=1}^N w_i x_i . \quad (15)$$

y k_1 (k_2 y k_3 en las ecuaciones siguientes) es una constante pequeña para evitar inestabilidades. Esta formulación es consistente con la Ley de Weber en el sentido que el modelo es más sensitivo al cambio de luminosidad relativa que al cambio absoluto de la misma (ΔI) como sucede con el sistema visual humano.

Esto lo podemos verificar considerando μ_y como un factor de μ_x (esto es $\mu_y = R\mu_x$), donde R representa el factor de distorsión de la luminosidad respecto a la señal de referencia, y sustituyendo en (14) tenemos

$$l(x, y) = \frac{2R + \frac{k_1}{\mu_x^2}}{1 + R^2 + \frac{k_1}{\mu_x^2}} \cong \frac{2R}{1 + R^2} . \quad (16)$$

Y como suponemos k_1 suficientemente pequeño respecto a μ_x , hace que $l(x, y)$ esté en función de R , en lugar de $\Delta I = \mu_y - \mu_x$.

La comparación del contraste $c(x, y)$ tiene una formulación similar, pero está en función de la desviación estándar:

$$c(x, y) = \frac{2\sigma_x\sigma_y + k_2}{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + k_2}, \quad (17)$$

$$\text{con} \quad \sigma_x = (\sum_{i=1}^N w_i (x_i - \mu_x)^2)^{1/2}. \quad (18)$$

La medida de similitud estructural se valora como la correlación entre las dos señales:

$$s(x, y) = \frac{\sigma_{xy} + k_3}{\sigma_x \sigma_y + k_3}. \quad (19)$$

Los parámetros α, β, γ utilizados en la expresión (13) son usados para ajustar la importancia relativa de los tres componentes (en estos estudios usaron $\alpha, \beta, \gamma = 1$).

Una aportación importante de este trabajo es la consideración, además de la información de densidad (utilizada en Diagramas de Vonori Centrados, Rechazo, Mosaicos Wang, etc.), de otros componentes como la estructura.

El índice de similitud *SSIM* considera 3 componentes: luminosidad, contraste y estructura; que en otras ilustraciones pueden ser indispensables para generar imágenes atractivas como en el halftoning, pero las ilustraciones stippling tienen por naturaleza, alto contraste y como consecuencia varianza alta, y por ello es difícil que la imagen stippling se parezca a la original en términos del contraste. De hecho si se utiliza *SSIM* como función objetivo, la diferencia en contraste de las imágenes x y y provoca una lenta convergencia y la generación de una imagen stippling de escasa calidad estética (ver Figura 29). Por otro lado, la información de luminosidad utilizada por Wai-Man et al. (2008) es redundante con la similitud en tono.

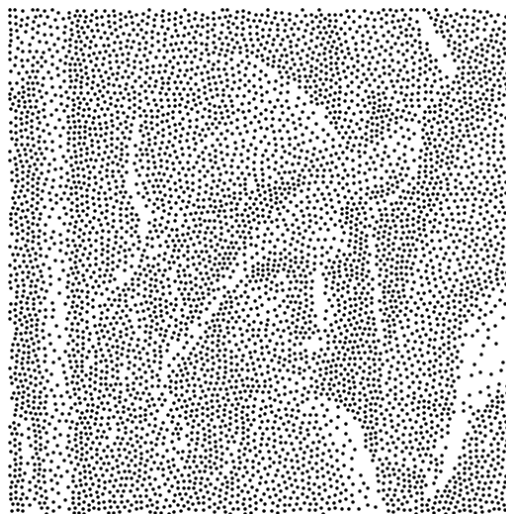


Figura 29: Imagen stippling generada al utilizar *SSIM* como función objetivo y recocido simulado como heurística de optimización. Se utilizaron 6000 stipples y 23.2 hrs de procesamiento.

En relación al componente estructural utilizado en este trabajo, la correlación entre la imagen de entrada y la imagen stippling mide la similitud a grosso modo y cuando se desea analizar con más detalle las diferencias en estructuras finas (como las texturas), el índice estructural como lo plantean Wang et al. (2004) y Wai-Man et al. (2008) no hace distinciones significativas.

IV.1.2 Matriz de Correlación de Tonos de Gris

Los métodos estadísticos son métodos alternativos a los estructurales para el análisis de texturas. Entre estos métodos se encuentra la Matriz de Co-ocurrencia de Tonos de Gris (Gray Level Co-occurrence Matrix o GLCM por sus siglas en inglés) y el análisis del espectro de energía que se comentó en la sección II.3. Los estudios de percepción psicológica de Julez et al. (1973) indican que el análisis de texturas por GLCM es muy semejante a los niveles de percepción humana y se ha utilizado de manera exitosa para el análisis, la síntesis, la segmentación y clasificación de texturas.

Una GLCM es una tabulación de las frecuencias de diferentes combinaciones de niveles de gris en una vecindad dada, que ocurren en una imagen I . El valor $L_{\vec{d}}[i, j]$ indica cuántas veces el valor i co-ocurre con el valor j en una relación espacial dada por $\vec{d}$. En el vector de desplazamientos $\vec{d} = [d_r, d_c]$, d_r indica los corrimientos en los renglones y d_c los desplazamientos en las columnas. Luego la matriz de co-ocurrencia de tonos de gris $L_{\vec{d}}[i, j]$ para alguna imagen I , se define por:

$$L_{\vec{d}}[i, j] = |\{[r, c] | I[r, c] = i \text{ y } I[r + d_r, c + d_c] = j\}| \quad . \quad (20)$$

La Figura 30 ilustra el cálculo de dos matrices de co-ocurrencia de tonos de gris sobre un segmento de imagen de 4×4 con 4 niveles de gris y correspondientes a los vectores de desplazamiento $\vec{d} = [0, 1]$ y $\vec{d} = [1, 1]$. El valor $L_{\vec{d}}[0, 0]$ de la primer matriz puede leerse que en dos ocasiones el pixel de referencia con intensidad 0

tiene como vecino al este a otro pixel también de intensidad 0. En la segunda matriz $L_{\vec{d}}[0,2]$ indica que en tres ocasiones sucede que el pixel de intensidad 0 es vecino en dirección sureste con un pixel de intensidad 2.

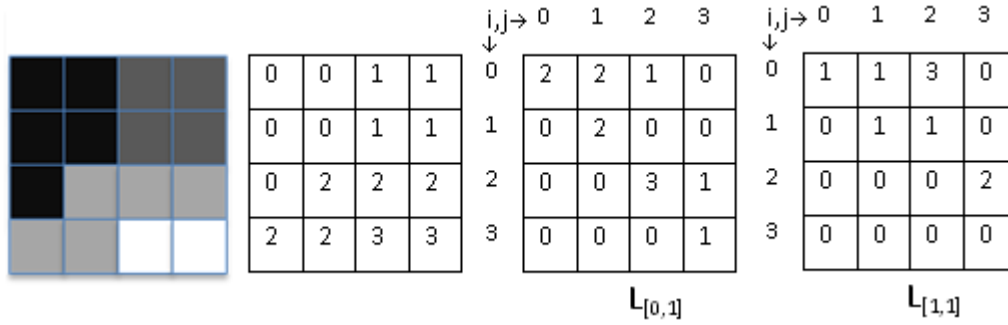


Figura 30: Dos tabulaciones GLCM ($L_{[0,1]}$ y $L_{[0,2]}$) de un segmento de imagen con 4 tonos de gris. $L_d[i,j]$ contiene la frecuencia de co-ocurrencia del tono i con el tono j con la relación espacial d .

Una vez que $L_{\vec{d}}$ se calcula, comúnmente se normaliza pues se considera que los valores de la matriz de co-ocurrencia de niveles de gris normalizada $P_{\vec{d}}$, representa la probabilidad de que un nivel de gris ocurra respecto a otro nivel de gris en la vecindad indicada por $\vec{d}$.

$$P_{\vec{d}}[i,j] = \frac{L_{\vec{d}}[i,j]}{\sum_i \sum_j L_{\vec{d}}[i,j]} . \quad (21)$$

Sobre esta matriz se pueden observar varios indicadores de las características de la imagen analizada. Por ejemplo, cuando los valores de la diagonal principal son altos, indican que la imagen analizada tiene bajo contraste, pues los valores de la diagonal muestran co-ocurrencias del mismo nivel de gris ($i = j$). Entre más nos alejemos de la diagonal, los valores indican mayor diferencia entre pixeles. Así el *contraste* es la suma de las variaciones al cuadrado:

$$Contraste = \sum_i \sum_j (i - j)^2 P_{\vec{d}}[i,j] . \quad (22)$$

El término $(i - j)$ funciona como un peso de incremento exponencial, pues cuando i es igual a j , representa valores de intensidad idéntica y su peso es cero, cuando i difiere de j en uno, es un contraste pequeño y su peso es uno, cuando i difiere de j en 2, incrementa su peso a 4, etc.

Otro indicador es la *energía*, que mide la uniformidad en la textura. En este indicador, el mismo valor $P_{\vec{d}}[i,j]$ se utiliza como peso. Los valores altos de *energía*, se relacionan con imágenes muy ordenadas o que tienen formas periódicas (Haralick et al. 1973). La *energía* se define como

$$Energía = \sum_i \sum_j P_{\vec{d}}^2[i,j] . \quad (23)$$

Otro indicador importante es la *correlación*. La *correlación* en una GLCM expresa el coeficiente de correlación entre dos niveles de gris en la textura. Valores altos de *correlación* implican una relación lineal entre niveles de pixeles vecinos.

$$Correlación = \sum_i \sum_j \frac{(i-\mu_i)(j-\mu_j)N_{\vec{d}}[i,j]}{\sigma_i \sigma_j} . \quad (24)$$

donde $\mu_i, \mu_j, \sigma_i, \sigma_j$ son las medias y las desviaciones típicas de los renglones y columnas de $P_{\vec{d}}$.

$$\mu_i = \sum_j i P_{\vec{d}}[i,j],$$

$$\mu_j = \sum_i j P_{\vec{d}}[i,j],$$

$$\sigma_i^2 = \sum_j (i - \mu_i)^2 P_{\vec{d}}[i,j],$$

$$\sigma_j^2 = \sum_i (j - \mu_j)^2 P_{\vec{d}}[i,j].$$

Maciejewski et al. (2008) utilizan GLCM para tipificar muestras de texturas tomadas de imágenes stippling. En su evaluación consideran tanto dibujos artísticos como imágenes generadas por computadora, encontrando similitudes y diferencias basadas en el análisis estadístico. Por este trabajo es posible sustentar cuán importante es la información de estructura para la generación de ilustraciones stippling de alta calidad.

Se verificaron los resultados de Maciejewski et al. (2008) en el análisis de las texturas mostradas en la Figura 31. Para ello se recortó un bloque de 50x50 pixeles de imágenes stippling elaboradas por Swift, Secord, y Schlechtweg (Maciejewski et al. 2008). La primera es una imagen hecha a mano y las restantes

generadas por métodos automatizados. Sobre ellas se realizan varios desplazamientos horizontales ($d = [0,1], [0,2], \dots, [0,40]$).

Los resultados obtenidos en la implementación realizada para esta tesis concuerdan básicamente con los descritos en Maciejewski et al. (2008): Alta correlación en desplazamientos menores a los 5 píxeles con una caída posterior (ver Figura 31). Mayor oscilación en imágenes stippling generadas por computadora (que implican la presencia de un patrón subyacente).

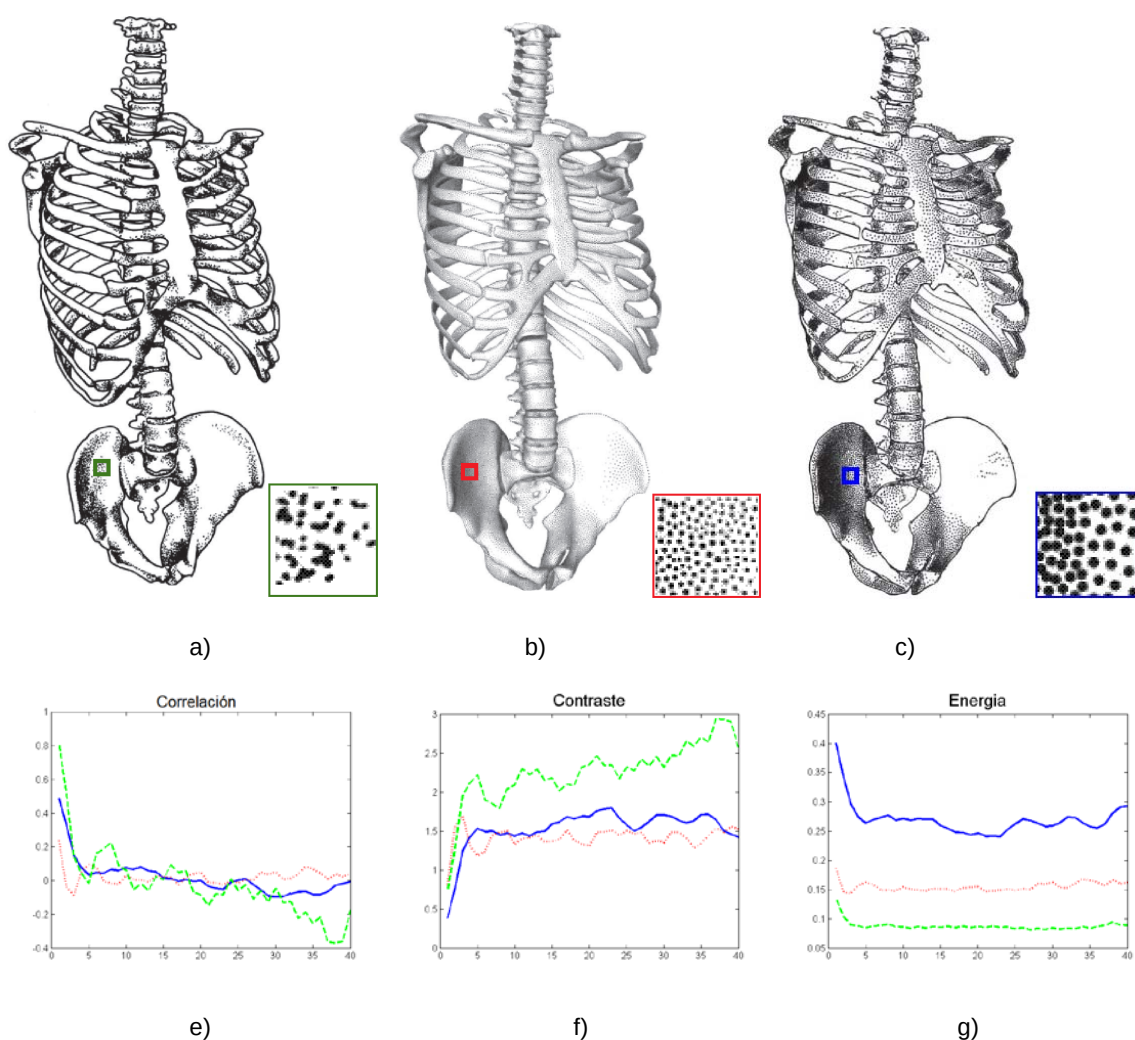


Figura 31: Imágenes Stippling a) Hecha a mano por Swift, b) Secord y c) Schlechtweng. Los detalles resaltados en los cuadros son las texturas que fueron analizadas y las gráficas ilustran los indicadores de la GLCM: e) la correlación, f) el contraste y g) la energía. La gráfica de línea discontinua corresponde al dibujo hecha a mano por Swift, con puntos la gráfica que muestra la estadística de Secord y de línea continua para Schlechtweng.

El tamaño en la curva de oscilación está relacionado con el tamaño y la forma del stipple. En el contraste (Figura 31.f) se confirma una mayor suavidad en las curvas de Swift (artista) que las automatizadas. En esta gráfica no se observan grandes diferencias entre Secord y Schlechtweg. En cuanto a la energía se confirman las similitudes y discrepancias entre el dibujo hecho a mano y los computarizados.

Sin embargo, una crítica que puede realizarse al trabajo, es que este análisis es muy dependiente del tamaño y forma del primitivo gráfico usado, aspectos que son muy desligados del método; entonces no se tipifica directamente al método. Esto puede apreciarse en las figuras 32 y 33.

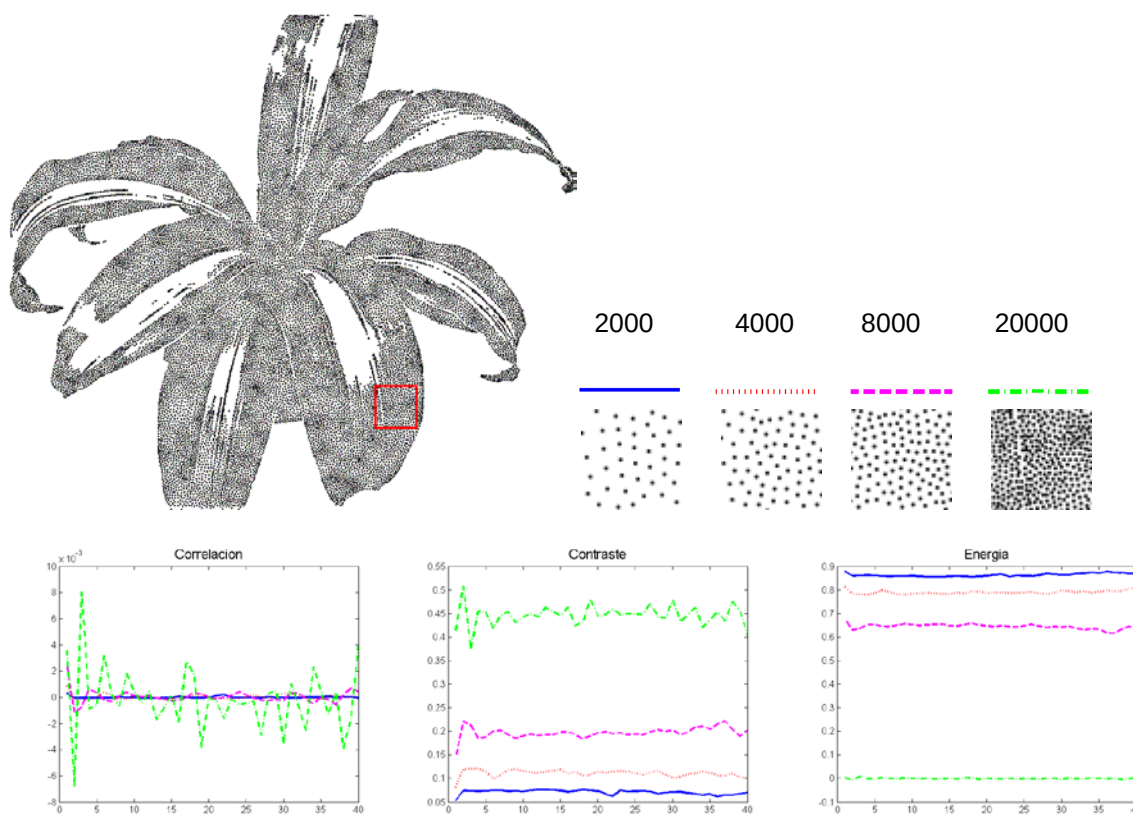


Figura 32: Segmentos de una figura stippling, realizados con el mismo método (SCET), con la variación en la cantidad de stipples. Las gráficas de la Correlación, Contraste y Energía de las diferentes cantidades.

La medida de correlación en esta figura nos muestra que el incremento en la cantidad de stipples provoca un incremento en la oscilación. El contraste aumenta

de forma paulatina al incrementarse el número de stipples. En la energía, la presencia más obvia de bordes al aumentar la cantidad de los stipples, disminuye uniformidad.

En la Figura 33, puede observarse que las gráficas de correlación de las texturas con igual tamaño de stipple se parecen más entre sí que las texturas que varían en cantidad de stipples. La oscilación crece al aumentar de tamaño del stipple más que al aumentar el número de ellos. El contraste igualmente presenta mayores similitudes en imágenes con stipples grandes por un lado y también similitudes altas en imágenes con stipples pequeños, por el otro; y tienen similitud menor cuando las imágenes tienen diferencias por número de stipples. La uniformidad en la GLCM parece ir acorde con la densidad en la imagen.

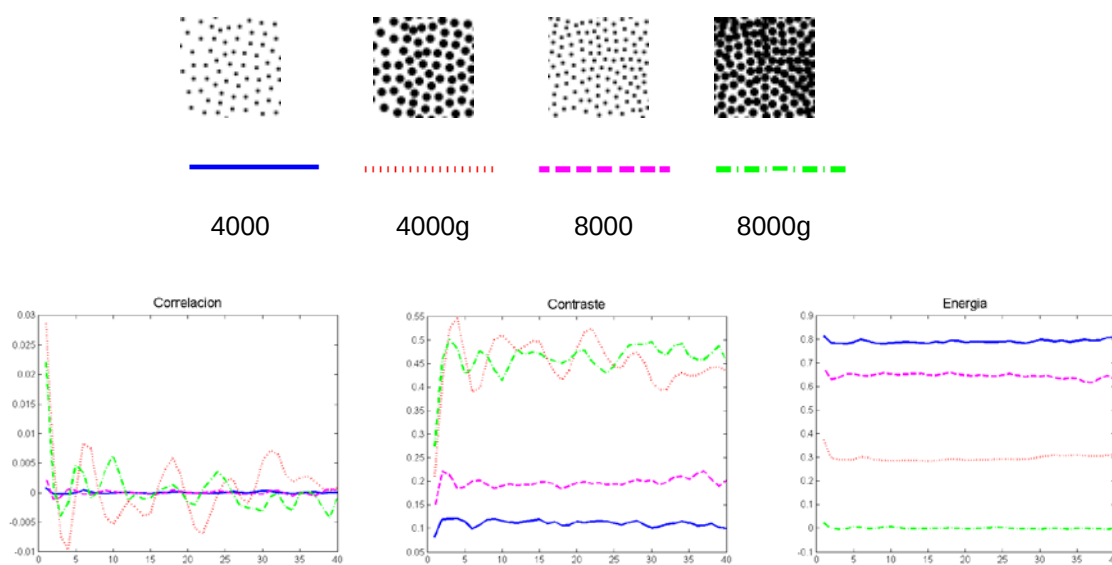


Figura 33: Gráficas de la Correlación, Contraste y Energía de un segmento de imagen que varía en tamaño del stipple y en número de stipples.

A pesar de la crítica por la gran dependencia que tiene del tamaño del primitivo gráfico la aportación de Maciejewski et al. (2008) es interesante al proponer la textura en el stippling como principio estético.

Kim et al. (2009) presentan una continuación del trabajo anterior donde intentan emular el estilo de un artista al crear imágenes stippling. Consideran mapas de stipples creados por un artista para cada tono de gris (en el trabajo consideran 10 tonos), y mediante la heurística de Metropolis intentan optimizar la posición de los stipples considerando como función de optimización de regiones el mapa de puntos asociado al tono promedio dado por el autor. El trabajo presenta problemas al representar zonas con variación de tonos. Sin embargo, es importante destacar la aportación del trabajo en la atención que debe prestarse a la textura para la reproducción de imágenes stippling y el intento por emular el estilo de un artista; aunque este intento todavía está lejos de su culminación.

En ese sentido, la evaluación estética con Conciencia de Estructura (SCET) que se propone en este trabajo usa la información de los bordes y texturas, además de la información de intensidad de la imagen a reproducir con stipples. Como se explica más adelante, el filtro para evaluar los bordes que se propone es el Laplaciano de una Gaussiana o LOG. Este presenta la ventaja de poderse “modular” para lograr bordes con estructuras finas o texturas, y utilizar esta información en el cálculo de la posición de los stipples.

IV.2 Generación de ilustraciones stippling con conciencia de estructura y tono

La evaluación para la generación de imágenes stippling que se presenta en este trabajo utiliza dos componentes: el primero considera la disimilitud en tono entre la imagen original y la imagen stippling. El segundo considera la disimilitud en bordes. Con estos criterios se forma una función objetivo que puede utilizarse dentro de una heurística de optimización como el recocido simulado (Kirkpatrick et al. 1983) para producir imágenes stippling mejor evaluadas en relación a la función objetivo.

IV.2.1 Procedimiento

El criterio de evaluación y generación de imágenes stippling que se presenta en este trabajo utiliza dos componentes:

- La similitud en tono entre la imagen original y la imagen stippling.
- La similitud en bordes.

Dada una imagen en tonos de gris I , y una imagen stippling I_s que le corresponda, el criterio de evaluación estética con conciencia de estructura y tono se expresa como:

$$CECET(I, I_s) = \alpha T(I, I_s) + \beta B(I, I_s) \quad (25)$$

donde $T(I, I_s)$ mide la disimilitud tonal entre la imagen de tonos de gris y la imagen stippling; y $B(I, I_s)$ es la disimilitud en bordes. α y β son ponderaciones que observan $\alpha + \beta = 1$. En este trabajo se utilizó $\alpha, \beta = \frac{1}{2}$.

Este criterio puede también utilizarse como función objetivo que al minimizarse producirá la imagen stippling I_s . Inicialmente I_s puede calcularse colocando N stipples en posiciones aleatorias o puede usarse algún otro método que acelere la convergencia como el rechazo. Mediante la estrategia de *recocido simulado* u otra heurística, se puede minimizar la función objetivo.

El algoritmo que se está

Algoritmo 6: Recocido simulado para Stippling.

```

Inicializa  $I_s$ 
 $E_{ant} \leftarrow \alpha T(I, I_s) + \beta B(I, I_s)$ 
 $temp \leftarrow 1$ 
 $limite \leftarrow 0.01$ ;
while(  $temp > limite$  )
{
    do (K times)
    {
         $I_s \leftarrow \text{intercambio}()$ ;
         $E_{nueva} \leftarrow \alpha T(I, I_s) + \beta B(I, I_s)$ 
         $dE \leftarrow E_{nueva} - E_{ant}$ 
        // Acepta o rechaza de acuerdo a
        // la estrategia de recocido simulado
        if (random() <  $e^{\min(0, -dE/temperatura)}$  )
             $E_{ant} \leftarrow E_{nueva}$ ;
        else
            deshaceIntercambio();
    }
     $temp \leftarrow \text{factorRecocido} * temp$ ;
}

```

proponiendo utiliza el *recocido simulado* (ver Algoritmo 6). En el ciclo interno, la función *intercambio()* se ejecuta, cambiando la posición de un stipple por una posición aleatoria. En la implementación se considera la posición q que cambia su posición dentro de un vecindario. La nueva posición p se elige aleatoriamente con distribución Gaussiana alrededor de q , como lo muestra la instrucción Matlab:

```
p = GaussRandom(q,  $\sigma_{\min}$ +temperature* $\sigma_{\max}$ );  
% genera un distribucion gaussiana con media en el origen y desvS dada
```

El intercambio se acepta o se rechaza siguiendo la estrategia de recocido simulado (aceptar cuando un valor aleatorio uniforme en (0,1) resulta menor a $\exp(\min(0, \frac{-dE}{temperature}))$). Se realizan un número K de iteraciones en cada nivel de temperatura, hasta alcanzar el siguiente nivel. *deshaceIntercambio()* regresa el stipple a su posición inicial q , cuando el intercambio fue rechazado. En las iteraciones iniciales es probable que aunque el cambio no aporte mejoras, se acepte, pero conforme disminuya la temperatura, esta probabilidad decrece hasta aceptar solo los cambios que mejoren la evaluación de la función. En la implementación se usó un factor de recocido de 0.8 y un límite de paro de 0.01 en el decrecimiento de la temperatura.

IV.2.2 Función Objetivo

Es conocido que la integración espacial del Sistema Visual Humano (HVS) actúa de forma similar al efecto de un filtro Gaussiano ((Wai-Man et al. 2008) y (Wanget al. 2004)). Por ello un filtro que considere la información esencial de una imagen, como el componente tonal y la estructura, puede considerar esta distribución como modelo de percepción.

En nuestro criterio de evaluación, el índice de disimilitud de tono T evalúa el error cuadrático medio con ponderación gaussiana entre la imagen de tonos de gris y la imagen stippling

$$T(I, I_s) = \frac{1}{M} \|t(I) - t(I_s)\|, \quad (26)$$

donde $t(I)$ es la imagen de tonos de gris después de aplicar un filtro suavizador gaussiano,

$$t(I(x, y)) = e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}} * I(x, y), \quad (27)$$

M es el total de pixeles en la imagen, $\| \cdot \|$ es la norma euclidiana y $(*)$ representa la operación de convolución.

En la aplicación se utilizó una ventana local de 11x11 sobre la que se usan los filtros y se calcula el error como lo utilizaron Wang et al. (2004), Maciejewski et al. (2008) y Kim et al. (2009).

Por otro lado, en nuestro criterio de evaluación, el índice de disimilitud del borde B es también el error cuadrático medio con ponderación gaussiana entre los bordes de la imagen de tonos de gris y los bordes de la imagen stippling

$$B(I, I_s) = \frac{1}{M} \|b(I) - b(I_s)\|. \quad (28)$$

En este trabajo se utiliza como filtro de bordes el Laplaciano de una Gaussiana (LOG). Este filtro propuesto por Marr y Hildreth (1980) y descrito en (Gonzalez y Woods, 2008), es un operador con características de uso de la segunda derivada de la imagen digital y tiene la capacidad de ser ‘modulado’ para actuar en cualquier escala (desde los bordes más sobresalientes hasta el detalle fino que corresponde a la textura).

Este operador es $\nabla^2 G$ donde ∇^2 es el operador Laplaciano ($\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$) y G es la función Gaussiana 2D

$$\nabla^2 G(x, y) = \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}, \quad (29)$$

a esta expresión se le llama LOG y algunas veces *Mexican hat operator* por la forma gráfica de su función.

Luego

$$b(I) = (\nabla^2 G) * I = \left\{ \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \right\} * I(x, y), \quad (30)$$

y similarmente

$$b(I_s) = (\nabla^2 G) * I_s = \left\{ \left[\frac{x^2 + y^2 - 2\sigma^2}{\sigma^4} \right] e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}} \right\} * I_s(x, y). \quad (31)$$

Por medio de este filtro y su capacidad de modular el tipo de bordes que se desea distinguir, se permite que el método resalte la textura acorde con σ y no se quede solo con los bordes mayores, como mencionan Maciejewski et al. (2008). En la Figura 34 se muestran imágenes que corresponden a diferentes detalles en bordes, en Figura 34.a) se utilizó $\sigma = 3.0$, mientras que en la Figura 34.b) usó $\sigma = 0.5$. Esta opción da la oportunidad de aplicaciones interactivas donde el usuario controle el nivel de detalle en bordes que desea tenga la imagen stippling a generar.

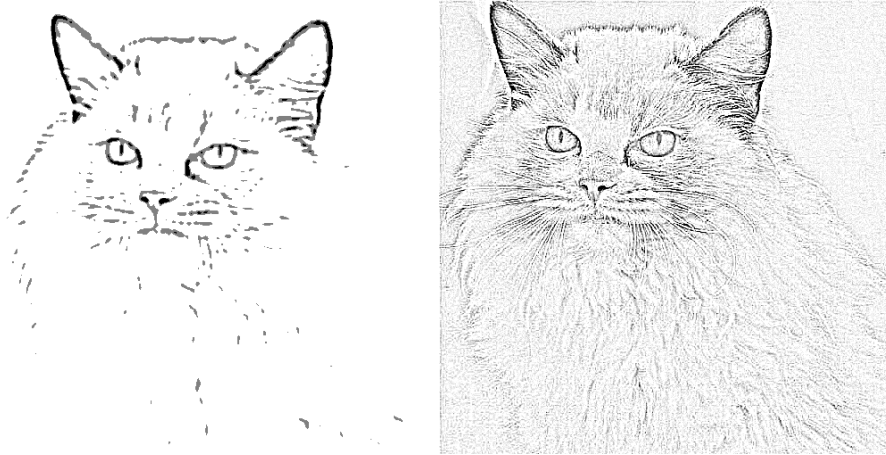


Figura 34: Detalles de bordes obtenidos al aplicar el filtro LOG a) $\sigma = 3.0$ b) $\sigma = 0.5$

IV.3 Resultados en el uso de la función objetivo

En este trabajo se implementó una aplicación Matlab que considera los dos componentes de la función objetivo para la generación de imágenes stippling: la información de intensidad (I) que corresponde a la imagen de tonos de gris que sirve como entrada al sistema, y la información de bordes (I_b) calculada con el filtro LOG y mostrada en la Figura 35.b). La aplicación inicia generando N posiciones aleatorias donde se colocan los stipples. Utilizando la heurística de recocido simulado y después de su convergencia, se llega a posiciones más cercanas a la óptima (de acuerdo a la función objetivo) como se muestra en la Figura 35.d) y las figuras posteriores.

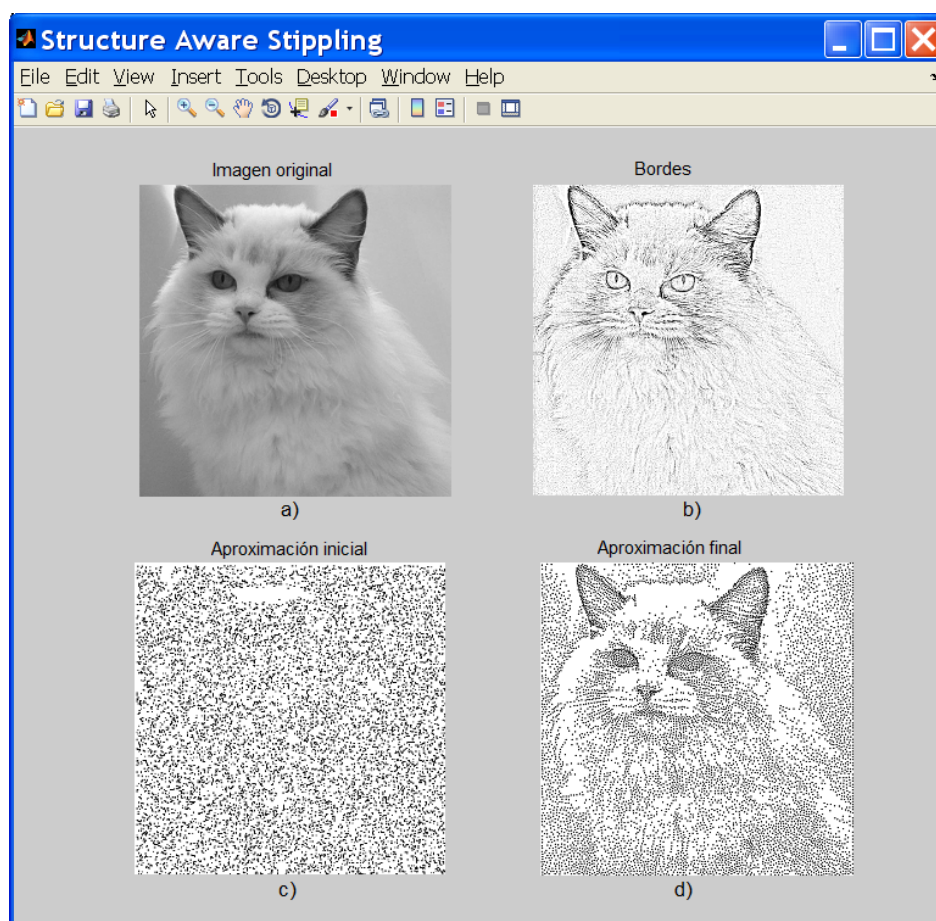


Figura 35: Proceso de optimización de las posiciones de los stiples. a) Información de Tonos (I), b) Información de bordes (I_b), c) Posición arrojada por rechazo, d) Resultado después de la convergencia.

Las imágenes originales usadas en este capítulo se presentan en la Figura 36. Las primeras dos tienen líneas bien definidas (alto contraste), característica que facilita su representación por el método de relajación de Lloyd, pues los bordes son por naturaleza, evidentes. Sin embargo las últimas cuatro imágenes tienen bordes menos acentuados que dificultan la representación con stipples como se verá en los comparativos siguientes.



Figura 36: Imágenes consideradas para la evaluación del algoritmo. Las dos primeras poseen alto contraste y las cuatro últimas bajo contraste y detalles finos.

La figuras 37 y 38 muestran los resultados comparativos por tres métodos: los Diagramas de Voronoi Centrados (DVC) (Secord, 2002), el método que utiliza Mosaicos Wang (MW) (Kopf et al. 2006) y el recocido simulado usando la función objetivo propuesta (SCET). En las primeras imágenes se observan los buenos resultados que pueden ofrecer los Diagramas de Voronoi Centrados en imágenes

con alto contraste (figuras 37.a) y 38.a)), y con resultados similares, las imágenes stippling generadas por la optimización de la función objetivo propuesta (figuras 37.c) y 38.c)).

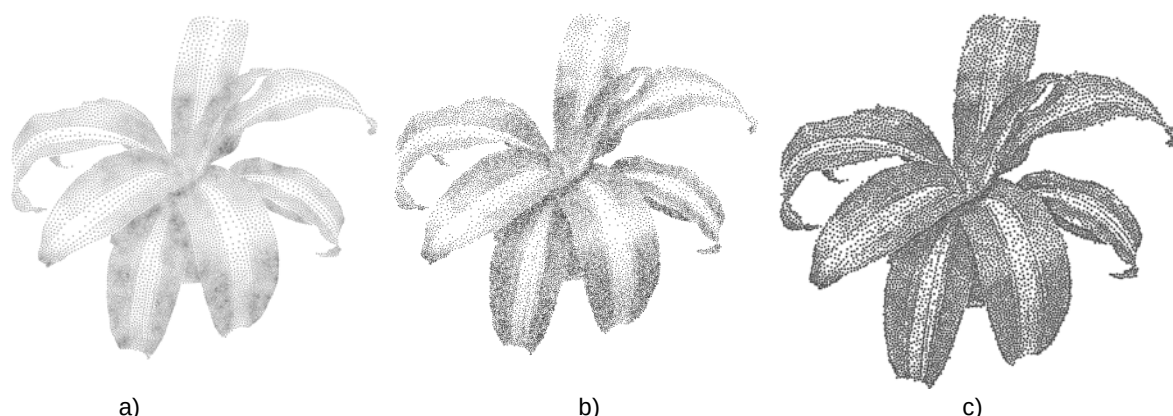


Figura 37: Imágenes stippling generadas por a) DVC, b) MW, c) Optimización de la función propuesta SCET.

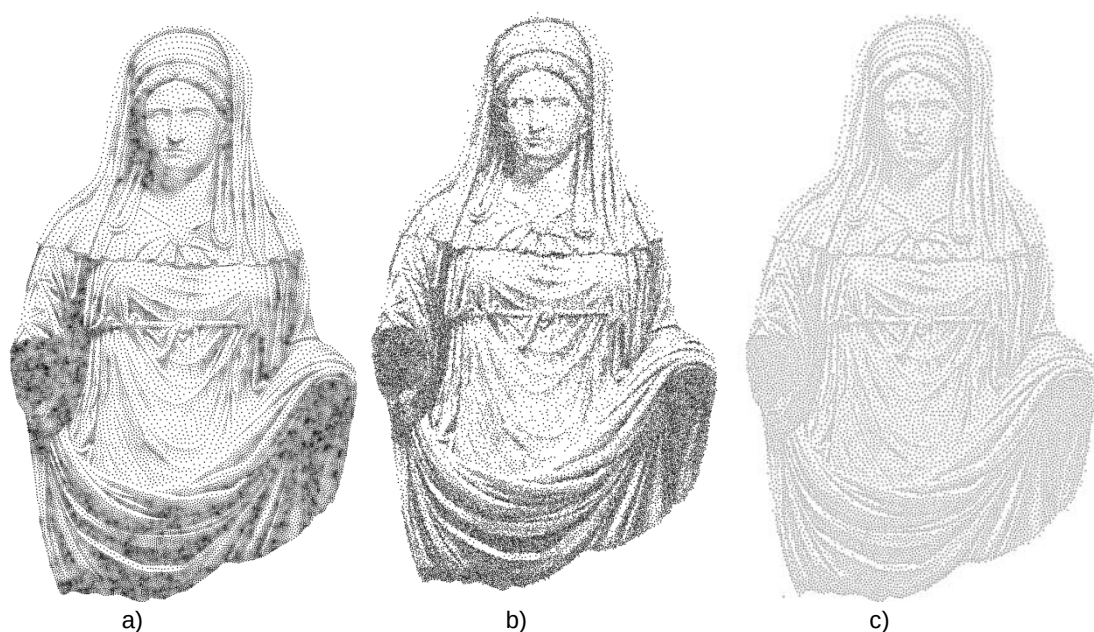


Figura 38: a) Imagen stippling creada con DVC, b) con MW, c) con el método SCET.

En las siguientes figuras se muestra cómo los resultados de David Mould (al que llamaremos de stippling por grafos ponderados o SGPM) incorporan información de bordes y superan los alcanzados por los Diagramas de Voronoi Centrados de Secord. Sin embargo, tomando los resultados de Mould como referencia, las imágenes generadas mediante la función objetivo con optimización local tienen

todavía mejores características en forma y línea. En la Figura 39.a), los DVC producen una imagen con muy pocos rasgos que la identifican con la imagen original. La naturaleza de escaso contraste, la hace difícil de reproducir. Situación similar aunque menos crítica al generarla con MW (Figura 39.b). El stippling por grafos ponderados de David Mould (Figura 39.c) genera mejores resultados superados solo por el método SCET propuesto en este trabajo (Figura 39.d) en apariencia estética.

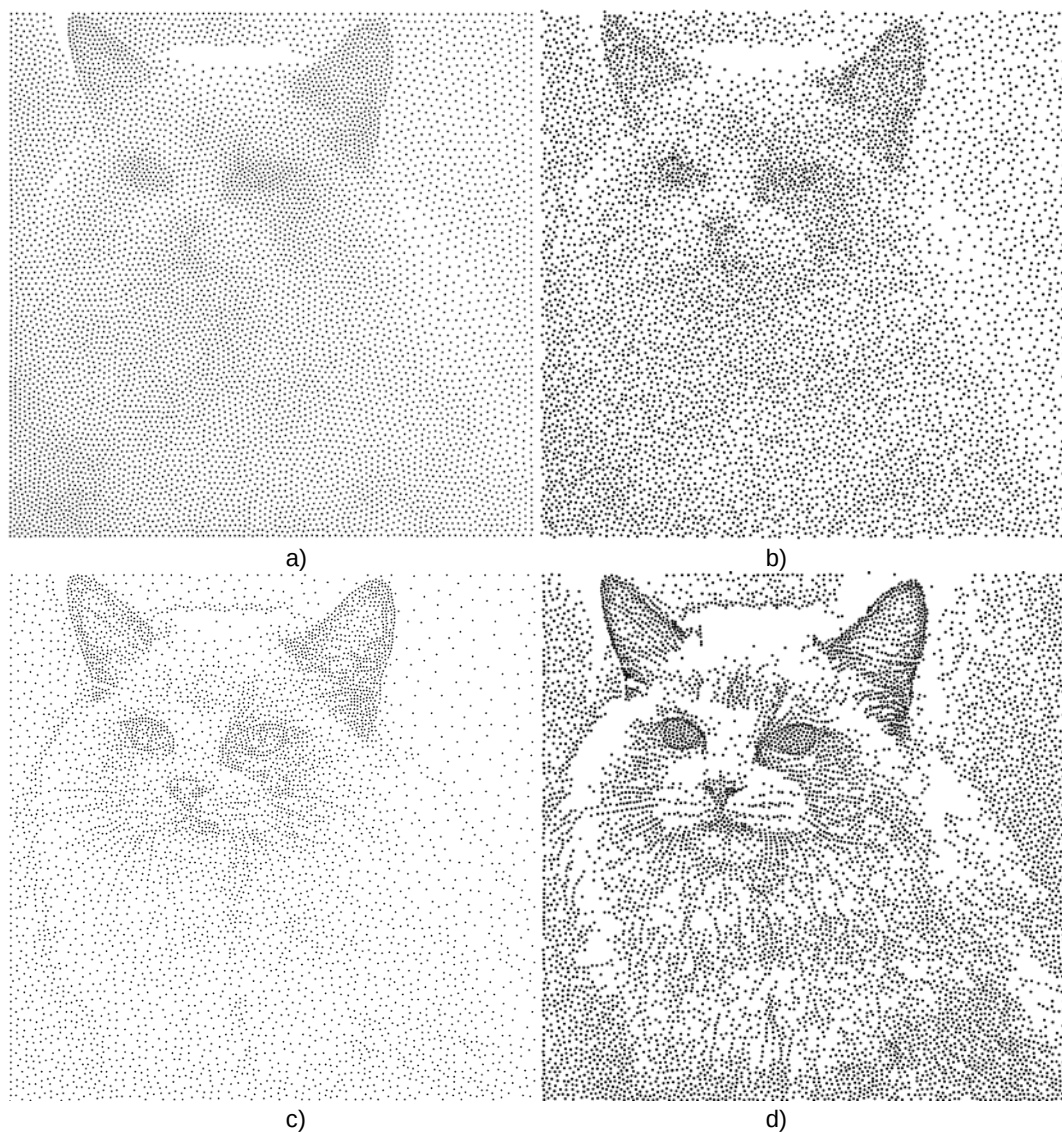


Figura 39: El bajo contraste de la imagen original dificulta el trabajo para los métodos tradicionales. a) DVC, b) con MW, c) SGPM, d) SCET propuesto.

Los resultados de la Figura 40 refrendan los resultados anteriores, haciendo evidente que el resaltar formas estructurales de la imagen es fundamental al crear imágenes stippling. En este caso particular, los detalles finos como arrugas y el pelo de la barba pudieron distinguirse modulando $\sigma = 1.5$.

La Figura 41 presentaba originalmente bajo contraste y menos detalles estructurales. En ella se evidencia que aún los resultados presentados por Mould (SGPM) Figura 41.a) pueden mejorarse si se utiliza el método SCET propuesto.



Figura 40: Imágenes stippling generadas por: a) DVC, b) MW c) SGPM, d) SCET.

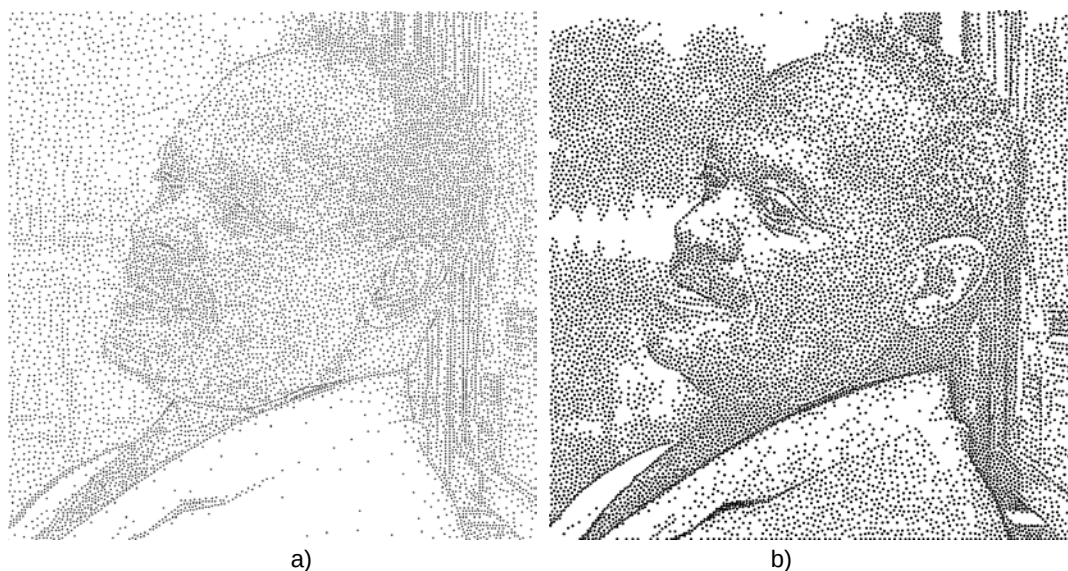


Figura 41. Imagen formada por 11000 stipples. a) Generada con SGPM, b) SCET.

Como estrategia alternativa, podría considerarse que al utilizar imágenes con bajo contraste, pudiese resultar ventajoso realizar un preprocesamiento a la imagen donde se resalten bordes, y con la imagen mejorada, utilizar algún método como DVC para generar la imagen stippling. *Unsharp Masking* es un proceso para resaltar la forma de la imagen y se realiza substrayendo una imagen suavizada (unsharp) de la imagen original (Gonzalez y Woods, 2008). En la Figura 42 se muestran los resultados al seguir esta estrategia. La primer imagen fue producida con la aplicación del filtro Unsharp Masking. La Figura 42.b) muestra el uso de DVC sobre la imagen con bordes resaltados. La Figura 42.c) es la imagen resultante de SCET sobre la imagen original (sin aplicar unsharp masking). Esta última imagen tiene definitivamente mejores atributos visuales que la Figura 42.b).

Para lograr imágenes con bordes tan definidos como la Figura 42.c) utilizando DVC, sería necesario aplicar un filtro que aumente drásticamente el contraste, pero al aplicar este filtro se cambian necesariamente las características de la imagen haciendo de zonas con cambios suaves, zonas con tono plano, afectando otros atributos de la imagen.

Los Diagramas de Voronoi Centrados, como se ha mostrado en este apartado, logran buenos resultados cuando la imagen de entrada tiene características de alto contraste. El modificar el contraste con Unsharp Masking, modificación del rango dinámico u otro método podría ayudar en la representación de los bordes con la imagen stippling pero a costa de perder otra información importante como lo son las zonas de la imagen con cambios graduales.



Figura 42: a) Imagen con realce de bordes por el filtro Unsharp masking. b) Imagen stippling creada con Diagramas de Voronoi Centrados generada a partir de la imagen anterior. c) Stippling con conciencia de estructura a partir de la imagen original, sin filtrado.

IV.4 Aproximación Progresiva

Una consideración que ha de tenerse presente es el tiempo de ejecución del método de optimización. Nuestra implementación se ejecutó sobre una computadora Intel Core 2 Quad CPU DE 2.66GHz, con 4 GB de RAM, y tarjeta de video NVIDIA Quadro NVS 290, el tiempo para generar una imagen stippling de 2048x2048 con 15000 stipples, como las presentadas en las figuras 39, 40, 41 y 42, es superior a los 262 minutos (4.3 hrs, ver Tabla 2).

Sin embargo es posible encontrar una solución aproximada en menor tiempo al considerar la función de evaluación propuesta (8) como una función multi-objetivo. Las heurísticas (como el recocido simulado y el cómputo evolutivo) han sido una alternativa para resolver los conflictos entre los objetivos (Coello et al. 2002); en nuestro caso al mover el stipple a una posición donde mejore la evaluación por tono $T(I, I_s)$ puede afectar la evaluación que considera la información de bordes $B(I, I_s)$. En la Figura 43 se muestran las posiciones con mejor evaluación considerando ambos objetivos por separado, sin embargo ninguna de las posiciones con mejor evaluación considerando ambos criterios coincide.

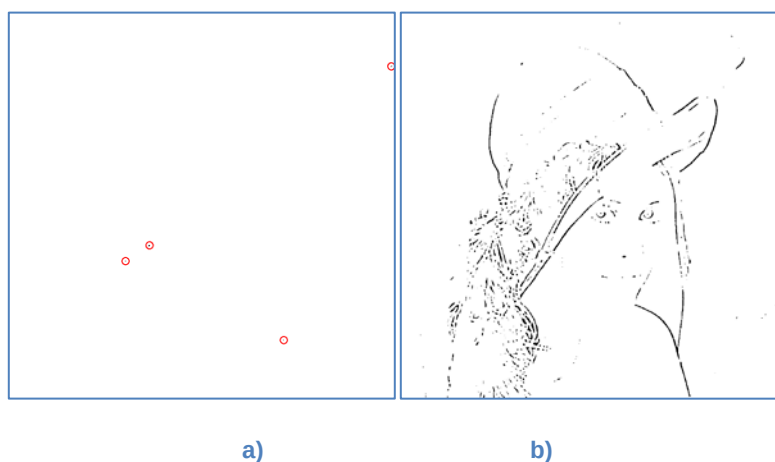


Figura 43 : Posiones con mejor evaluación según el objetivo $t(I)$, b) Posiciones con mejor evaluación según el objetivo $b(I)$. Ninguna de estas posiciones coincide.

Basados en el concepto de eficiencia de Pareto para resolver los conflictos entre los objetivos (Coello et al. 2002), se pudo implementar un nuevo método para

aproximar la solución. Enseguida se presenta el funcionamiento de este nuevo método al que llamaremos SAP (Stipping por Aproximación Progresiva del criterio de evaluación CECET).

De manera similar al método de stippling por grafos ponderados presentado por Mould (2007), se considera la imagen de entrada como un grafo denso y una posición inicial. Y de manera similar al algoritmo de Dijkstra se relajan las aristas hasta alcanzar distancias superiores a un umbral.

El grafo $G = (V, E)$ está formado por todas las posiciones de pixel como vértices (V) donde cada vértice está conectado a sus 8 vecinos y el peso de cada arista es inicialmente igual a la intensidad del pixel vecino.

El Algoritmo 7 utiliza como el algoritmo de Dijkstra, una cola con prioridad basada en las distancias. Cada vértice o nodo puede alcanzar tres estados (*Nuevo*, *Frontera*, *Conexión*) como se observa en la Figura 44. Todo nodo es inicialmente *Nuevo*. En el momento en que un nodo está en la cola es un nodo *Frontera* y los nodos procesados son nodos *Conexión*.

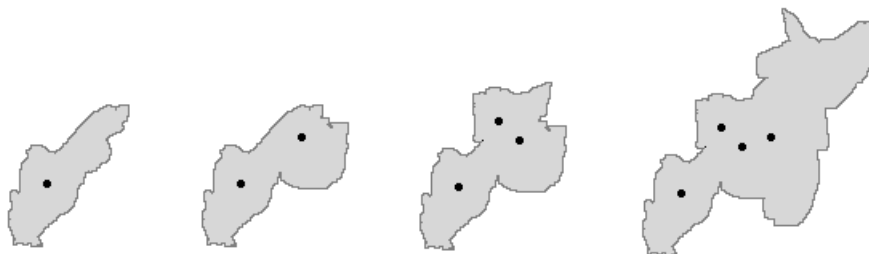


Figura 44 : Disposición de stipples en cuatro ciclos. De blanco los nodos *Nuevos* (píxeles aún no considerados), gris claro los nodos *Conexión*, gris oscuro nodos *Frontera*.

En un principio la cola solo contiene la posición inicial (u) con una distancia asociada de cero. Enseguida, sus nodos vecinos $v = Adj[u]$ actualizan su distancia sumando la distancia del nodo padre $u.d$ al tono de gris ponderado de esa posición ($t(v)$, ver ecuación 27). Luego, estos nodos v se insertan a la cola con prioridad para después ser considerados nodos padre u y se repite el proceso hasta alcanzar nodos con distancia superior a un umbral.

Algoritmo 7 : Disposición progresiva de stipples por Aproximación del criterio de evaluación CECET.

```

u.d  $\leftarrow$  0;
C  $\leftarrow$   $\Phi$ ;
Enqueue(C,u);
While (C  $\neq$   $\Phi$ ) {
    u  $\leftarrow$  NodoBordeMax(C);
    pintaStipple(u);
    u.d  $\leftarrow$  0;
    while(u.d < umbral){
        u  $\leftarrow$  DequeueMin(C);
        u.s  $\leftarrow$  Conexión;
        for cada v  $\in$  Vecino(u) {
            if v.s == Nuevo {
                v.d  $\leftarrow$  u.d + t(v);
                Enqueue(C,v);
                v.s  $\leftarrow$  Frontera;
            }
            elseif v.s == Frontera
                Relaja(u,v);
        }
    }
}

```

Cuando esto sucede, todos los nodos *Frontera* que se encuentran en la cola tienen un error pequeño si se considera solo el primer criterio de la ecuación (25), de ellos, elegimos aquel que tenga valores mayores en bordes ($b(u)$ siguiendo la ecuación 30) para ahora minimizar el error por bordes. Esta función está indicada en la línea $u \leftarrow \text{NodoBordeMax}(C)$. En este nodo elegido, se colocará un stipple

y se actualizará su distancia poniéndola en cero para volver al lazo mayor que termina cuando no haya nodos *Frontera* a considerar.

En el Algoritmo 7 la función $\text{DequeueMin}(C)$ extrae el nodo de distancia menor de la cola C . Esta cola con prioridad pudo implementarse utilizando un heap. La función $\text{Relaja}(u, v)$, actualiza la distancia del nodo v de la siguiente manera:

```

if  $u.d + t(v) < v.d$ 
     $v.d \leftarrow u.d + t(v);$ 

```

Aunque los resultados presentados en la Figura 45 no alcanzan la calidad estética de la optimización de la función con recocido simulado, resultan en una excelente aproximación considerando que el tiempo de ejecución de las figuras presentadas fue en promedio 0.5 segundos (ver Tabla 2).

Tabla 2: Tiempos de ejecución de las figuras presentadas.

Método		DVC	MW	SGPM	SCET	SAP
Figura	Stipples					
Planta	10000	54s	0.2s	-	325m	-
Venus	12000	90s	0.2s	-	471s	-
Gato	8000	45s	0.2s	0.8s	262m	0.45s
Viejo	9000	61s	0.2s	0.9s	452m	0.48s
Moreno	11000	65s	0.2s	0.9s	452m	0.48s
Bote	43000	110s	0.23s	-	-	2.6

Aunque Mould (2007) fue el primero en utilizar el grafo denso formado por los pixeles de la imagen para generar una imagen stippling, existen diferencias claras en el concepto e implementación con nuestro método SAP. Mould utiliza la información de iluminación y bordes directamente para caracterizar la distancia entre dos nodos, utilizando una ponderación de $\frac{1}{4}$ para el tono y $\frac{3}{4}$ para los bordes (magnitud de gradiente). Nuestro método utiliza una ponderación gaussiana tanto en el tono como en los bordes (expresiones 27 y 30) que emula la integración espacial del HVS y una alternativa para obtener bordes modulados. En la

implementación se utiliza un buffer de memoria (SDL_Surface como se menciona en el capítulo III), para almacenar el estatus de los nodos como está representado en la Figura 44 y como índice en el momento en que es necesario relajarlo (actualizar su distancia) que repercute en el tiempo de ejecución. Los resultados en las imágenes stippling evidencian las diferencias.





Figura 45 : De lado izquierdo Imágenes stippling generadas con SCET, de lado derecho las resultantes del Algoritmo SAP.

Capítulo V

Stippling a color

En este capítulo se presenta un método para la creación de imágenes stippling a color a partir de algoritmos para la generación de puntos con distribución Poisson disk y la cuantización en el espacio de color CIELab.

V.1 Introducción

Uno de los más famosos estilos de pintura en el No-Fotorrealismo es el Impresionismo que estudia la interacción entre la luz y las sombras, y explota la impresión que la escena provoca en una persona, sin poner demasiado énfasis en detalles irrelevantes. En NPR no han sido pocos los trabajos relacionados con este estilo.

Entre los estilos impresionistas, el Puntillismo es muy atractivo: Una pintura puntillista usualmente tarda mucho tiempo en terminarse e involucra un proceso tedioso de colocación precisa de puntos de color e intensidad, lo cual es apropiado para la computadora.

Estrictamente hablando, el puntillismo se refiere a la técnica de utilizar puntos de color puro, de una manera tal, que vistos desde la distancia apropiada, éstos adquieren una luminosidad máxima.

El puntillismo está relacionado con el divisionismo o realmente es una variante de esta técnica. El puntillismo y el divisionismo representan el color deseado al

colocar dos colores primarios juntos y observados a la distancia. En términos amplios, fundamentan que es posible obtener matices brillantes de color como verde, naranja o púrpura, por un conjunto de puntos (o manchas) de colores primarios que el ojo del espectador promedia ópticamente (en lugar de pintar con una mezcla).

En el trabajo de Seurat, quien es el principal exponente del puntillismo (Enciclopedia Libre Universal en Español, 2009), el número de colores en su paleta es muy restringido (utilizó solo 11 colores en el trabajo mostrado en la Figura 46).

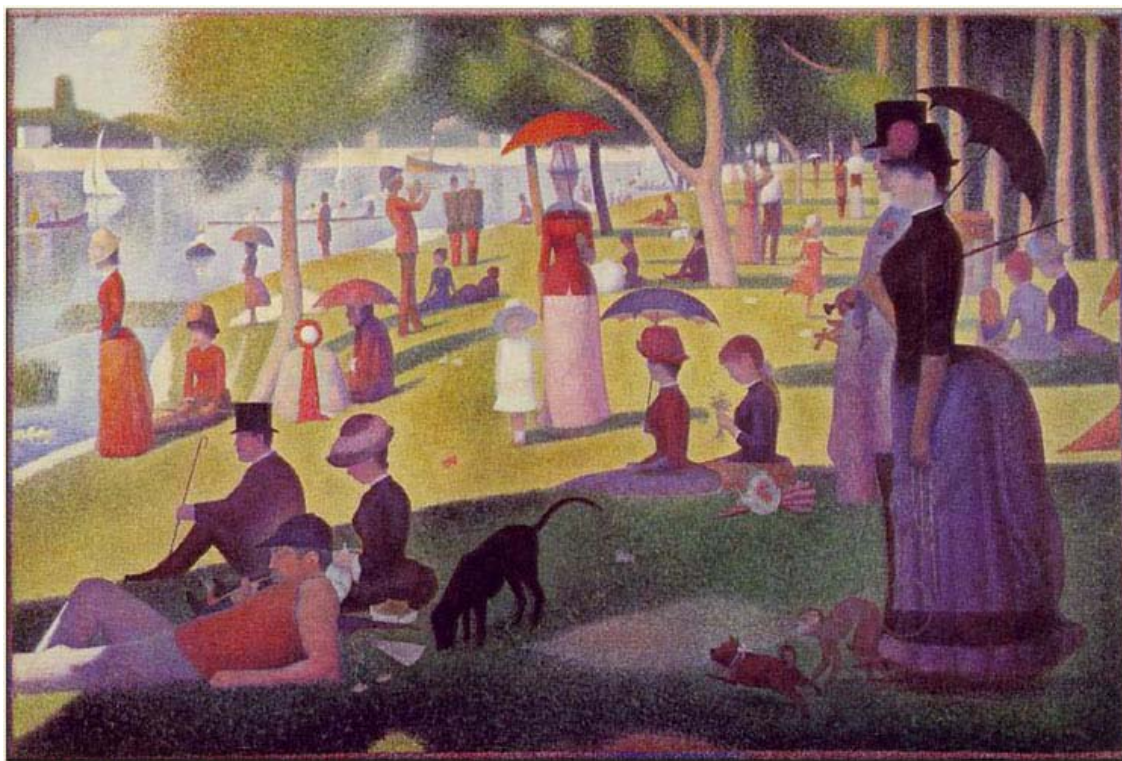


Figura 46: Obra prima de George Seurat (1884) "Tarde de domingo en la isla Grand Jatte".

Seurat utilizó pequeños puntos de rojo, verde y blanco para ilustrar el pasto, café, verde y blanco con líneas verticales para ilustrar la corteza de los árboles, y brochazos un poco más grandes para pintar la ropa y las caracterizaciones de fondo.

Con el fin de estudiar con más detalle la interacción de los colores y sus complementarios, algunos puntillistas confeccionaron un disco en el que reunían todos los matices del arco iris, unidos unos a otros mediante un número determinado de colores intermedios. En su paleta también utilizaban el blanco mezclado con los colores primarios, lo que les permitía obtener una multitud de tonos que iban de un color con una ligera presencia de blanco hasta un blanco casi puro. El disco se completaba de manera que los matices puros se concentraban en torno al centro, desde donde iban desvaneciéndose hacia el blanco hasta llegar a la periferia. (Enciclopedia Libre Universal en Español, 2009).

V.2 Antecedentes del stippling a color

La emulación de la técnica pictórica del puntillismo con ilustraciones NPR que exploten la tendencia de la visión humana a integrar el color sobre regiones espaciales pequeñas, tienen como primer antecedente al *dithering* y *halftoning* multicolor y otros tópicos principalmente orientados en el contexto de impresiones offset.

El *dithering* multicolor puede presentar las mismas ventajas que el *dithering* estándar, con la creación de matrices *Dither* del tamaño y orientación deseados y la generación de umbrales de acuerdo al crecimiento esperado. El caso básico considera una imagen de tonos de gris normalizada (desde 0 para el blanco hasta 1 para el negro), al cuantizarla con dos niveles de intensidad, una posición de salida se marcará como 1 (negro) si la densidad $f(x)$ es superior al valor umbral $t(x)$ y 0 en caso contrario (ver Figura 47).

Ostromoukhov y Hersch (1999) extienden el *dithering* utilizando color. Supóngase que se desea representar una imagen con 4 valores de color básicos (o cuatro tintas para la impresión), c_1, c_2, c_3, c_4 . Cada pixel de la imagen de salida, en la separación del color, usa un porcentaje relativo d_i de cada color básico c_i . Uno de los colores básicos debe ser blanco (por ejemplo c_4). Para extender el *dithering* a

múltiples colores se procede a intersectar las cantidades acumulativas relativas de los colores d_1 , $d_1 + d_2$ y $d_1 + d_2 + d_3$ con la función *Dither* t (ver Figura 47.c). En el intervalo donde $d_1(x) > t(x)$, la posición de salida se pintará del color básico c_1 .

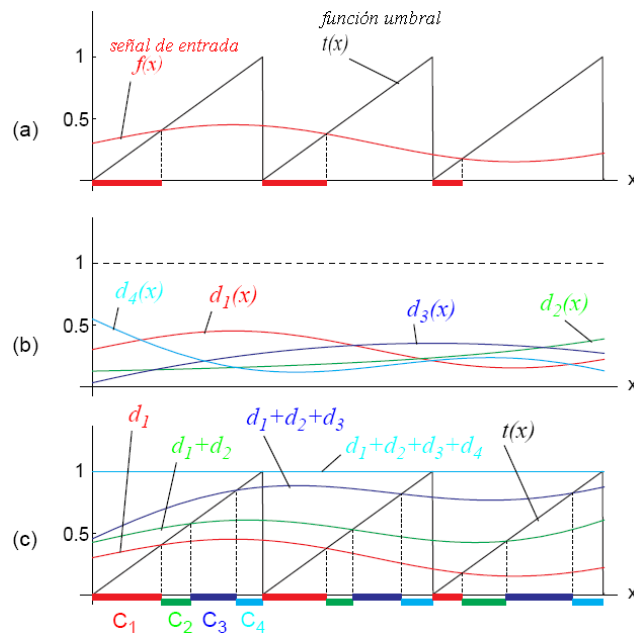


Figura 47: a) *Dithering* blanco y negro de una función de densidad como entrada. b) Intensidades de color relativas. c) *Dithering* multicolor, (Ostromoukhov y Hersch 99).

En el intervalo donde $(d_1(x) + d_2(x)) > t(x)$ y $d_1(x) \leq t(x)$ la posición de salida se pintará del color c_2 . En el intervalo donde $(d_1(x) + d_2(x) + d_3(x)) > t(x)$ y $(d_1(x) + d_2(x)) \leq t(x)$ la posición de salida se pintará del color c_3 . El intervalo restante donde $(d_1(x) + d_2(x) + d_3(x) + d_4(x)) > t(x)$ y $(d_1(x) + d_2(x) + d_3(x)) \leq t(x)$ se pintará del color básico c_4 . El *dithering* a color generalmente se aplica con 4 colores básicos, porque una posición en el espacio de color 3D de la gama para impresión, puede describirse con el baricentro de la combinación de 4 colores.

Sin embargo, con *dithering* multicolor, contrario las reglas básicas del stippling, es imposible crear imágenes sin la producción de patrones ajenos a la imagen original (ver patrones artísticos inducidos intencionalmente en la Figura 48). Los patrones aparecen también al considerar el recorrido en la imagen, línea por línea.

La restricción de los sistemas de despliegue e impresoras de escaneo por línea, es una restricción que los artistas e ilustradores no tienen; pues colocan puntos de color manualmente, sin utilizar mallas de posiciones regulares.

Resulta claro, por el capítulo anterior, que el muestreo de puntos con distribución Poisson disk, calculado por cualquiera de los métodos, resolverá en parte, la introducción de patrones ajenos a la imagen.



Figura 48: Imagen producida con una matriz *Dither* inspirada en la composición del Cairo. a) Muestra la matriz de umbralización. (Ostromoukhov y Hersch 1999)

Hausner (2005) propone una solución para quitar las regularidades utilizando Diagramas de Voronoi Centrados construidos mediante el algoritmo de relajación de Lloyd. En su propuesta promedia el color de cada región Voronoi, cuantiza ese valor promedio y le aplica el proceso de dispersión de error usando un recorrido por el grafo DVC para encontrar los vecinos a los que distribuye el error en cantidades iguales. Hausner cuantiza la región utilizando el modelo CMYK y pueden observarse sus resultados en la Figura 49.

Luong et al. (2005) proponen reproducir los colores de la imagen de entrada (color fuente) con un conjunto de colores distintos que sean isoluminantes (con la misma

luminosidad), pues fundamentan que color y luminancia son procesados por el sistema visual humano en forma separada, y que la información se integra para dar la percepción de la imagen final.

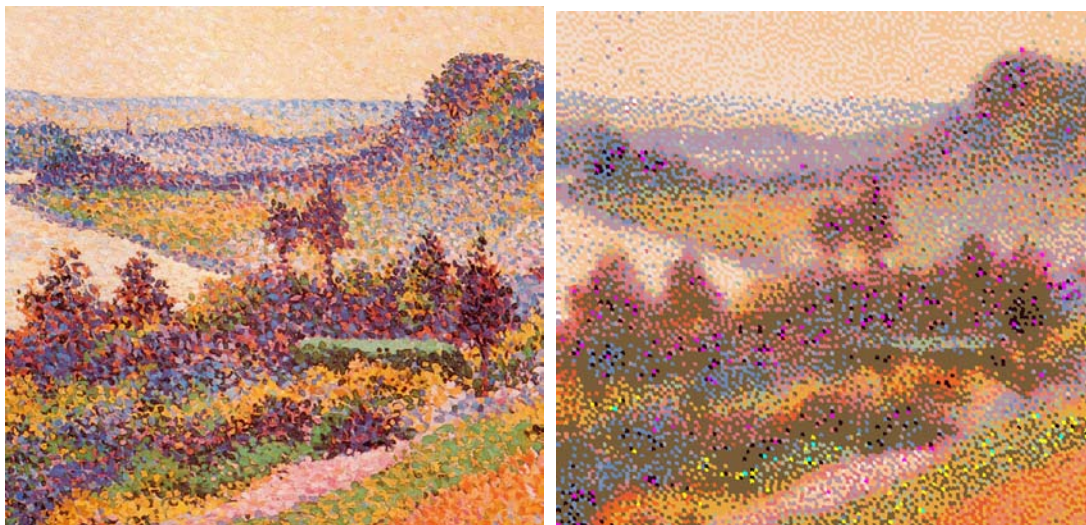


Figura 49: Detalle de la obra “The Seine at Herblay” de Maximilien Luce’s y la reconstrucción creada por Hausner (2005)

La teoría del sistema aditivo es motivación fundamental de los artistas puntillistas (y divisionistas), que creen que la mezcla óptica realizada al colocar pequeños puntos de color de diferente matiz pero cercanos en brillo, forman pinturas más vivas que al utilizar mezclas físicas de los pigmentos. Los puntos de color no solo promedian el color fuente, porque también promedian la luminancia fuente. Dado un color C en el espacio de color lineal y un conjunto de pesos $\{w_1, w_2, \dots, w_n\}$ que suman 1, se puede encontrar un conjunto de colores $\{c_1, c_2, \dots, c_n\}$ de manera tal que $C = \sum_{i=1}^n w_i c_i$ donde para toda i , $lum(c_i) = lum(C)$:

Luong et al. (2005) utilizan cuatro colores con igual peso ($w_i = 1/4$) que corresponde a un cuadrado centrado en C con alguno de los vértices en la frontera del cubo RGB.

La técnica usada por Luong et al. arroja buenos resultados visuales (ver Figura 50), pero no ofrece control sobre los colores que es posible utilizar, porque siguiendo su procedimiento, se pueden usar virtualmente todos los colores de la

frontera en el cubo de color RGB. Tampoco realiza una cuantización sobre la luminosidad y estas decisiones están lejos de ser parecidas a las tomadas por los artistas del puntillismo.



Figura 50: Imagen puntillista creada por el método de cuantización isoluminante de Luong et al. (2005)

V.3 Puntillismo jerárquico

En este trabajo se utiliza el mosaico no periódico de Wang (Kopf et al. 2006) para esparcir los puntos en posiciones aleatorias con distribución Poisson disk, en lugar de colocar los puntos sobre una malla regular como lo hacen Loung et al. (2005). Se planteó inicialmente realizar la cuantización del color sobre los modelos de color HSV y CIELab (que son modelos cercanos a la percepción humana del color y al proceso que utilizan los pintores), realizando la cuantización sobre los componentes cromáticos y acromáticos, cada uno con un factor de cuantización diferente.

El usar la división recursiva de los Mosaicos Wang permite además hacer escalamientos y utilizar el posicionamiento jerárquico o ranking para controlar la densidad de puntos en concordancia con la escala.

Para crear el mosaico no periódico, en la implementación se utilizaron dos colores índice por cada arista del cuadro ($k=2$) y un conjunto completo de Mosaicos Wang (16 cuadros). Se resolvieron las restricciones de puntos cercanos a aristas y esquinas como lo hicieron Lagae y Dutré (2006). El mosaico se calculó como una secuencia progresiva y la división recursiva como viene en la propuesta de Kopf et al. (Kopf et al. 2006)(ver sección II.3).

Teniendo ya el conjunto de puntos que formará la ilustración NPR, solo falta determinar de qué color se pintará cada punto. Al respecto Livingstone (2002) escribe que "los elementos preponderantes en el arte han sido color, forma, textura y líneas. Pero hay una distinción fundamental entre color y luminancia. Color (como una adición a las propiedades de superficies de los objetos a reproducir) puede conllevar emoción y simbolismo, pero la luminancia (lo que se ve en fotografías blanco y negro) por sí sola define forma, textura y línea".

V.3.1 Cuantización del color en el modelo HSV

La importancia en el rol que juegan el color y la luminancia, y la cercanía que tiene el modelo HSV con la paleta de un pintor, fue la razón por la que se decidió evaluar este modelo.

Los artistas utilizan preferentemente el modelo HSV sobre otras alternativas como RGB o CMYK, por las similitudes en la forma en que los humanos perciben el color. RGB y CMY definen el color en términos de la combinación de componentes primarios, mientras que HSV encapsula información sobre el color en términos más familiares a los humanos: ¿Qué color es? ¿Qué tan vibrante es? ¿Qué tan luminoso u oscuro es?

El modelo HSV es un modelo orientado al usuario con un sistema de coordenadas cilíndrico en un espacio definido por una pirámide hexagonal invertida (Foley et al., 1994). H se asocia con la información del matiz o color puro, S a la saturación y V al valor o luminosidad (ver Figura 51.a).

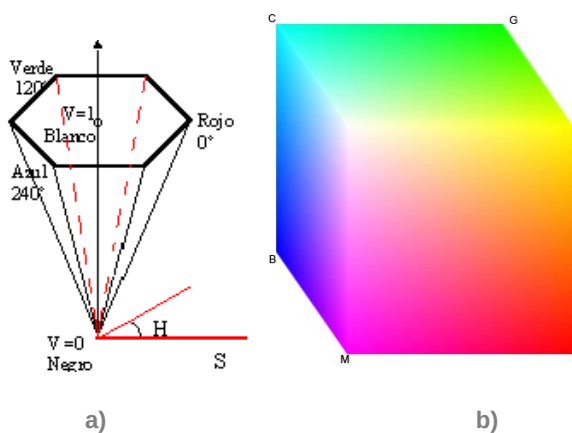


Figura 51: a) Modelo HSV, b) Espacio de Color RGB

El modelo HSV permite separar el componente cromático de los acromáticos. Una mala decisión sería realizar la cuantización en el espacio RGB porque esto equivale a realizar cortes periódicos en cada uno de los ejes (R,G,B) sin diferenciar entre colores vivos (los valores de color que se encuentran en las aristas RY, YG, GC, CB, BM y MR, ver Figura 51.b) y su luminosidad o saturación.

En la cuantización conviene tener consideraciones especiales para la luminosidad, sin llegar al extremo de no cuantizarla (como lo hace Luong et al.), y utilizar un factor menor por su importancia en la percepción de formas, textura y bordes. También conviene cuantizar con menos niveles los matices, en congruencia con el estándar de compresión JPEG (el factor de calidad actúa con menores niveles de cuantización sobre los componentes cromáticos u y v que sobre el componente acromático Y del modelo de color YUV).

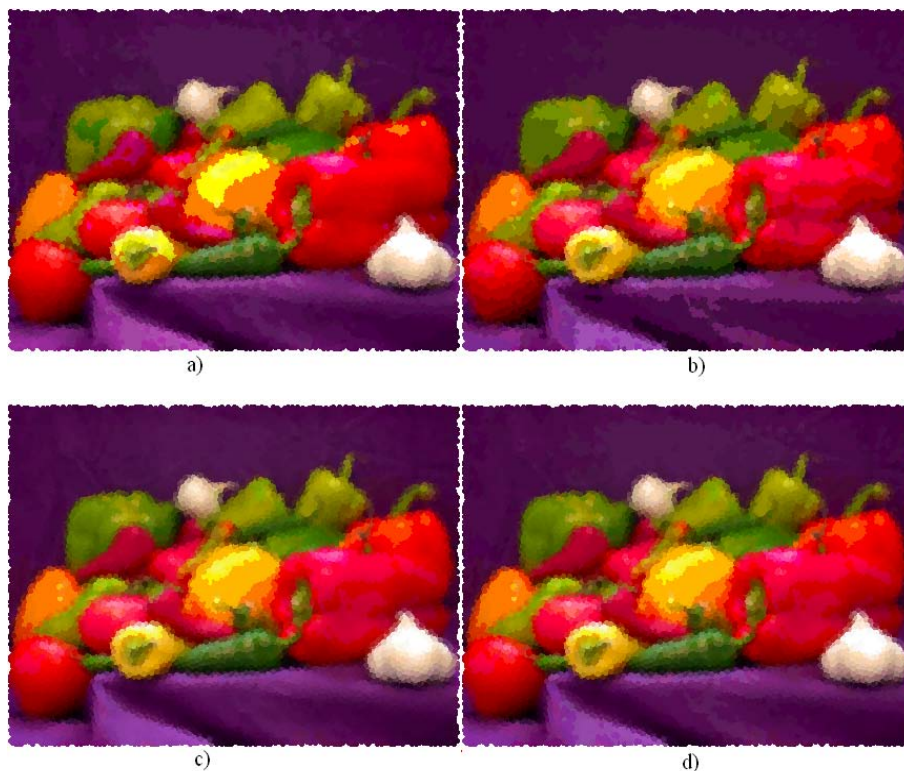


Figura 52: Diferentes niveles de cuantización uniforme en el espacio HSV a) 12 niveles de cuantización para el matiz (H), 7 para la saturación (S) y 25 para el valor (V). b) 25, 7 y 7 niveles de cuantización H,S,V. c) 25, 50 y 50. d) 25, 7 y 50 niveles para H,S,V

La Figura 52 muestra el resultado del método propuesto con diferentes niveles de cuantización. En esta figura se advierten mejores condiciones perceptuales con mayores niveles de cuantización del valor (V), que el matiz (H) y la saturación (S) en congruencia con las afirmaciones de Livingstone (2002).

V.3.2 Cuantización en el espacio CIELab

CIELab es también un modelo diseñado para aproximar la visión humana que puede utilizarse en la cuantización. Proviene del espacio XYZ pero es perceptualmente más lineal, en el sentido en que un cambio uniforme en los componentes de color del modelo $L^*a^*b^*$, corresponde a un cambio uniforme en la percepción del color (Hoffmann, 2009), (Neophytou y Mueller, 2008). Esta característica es importante porque puede ubicarse cada color en un punto del espacio tridimensional (con los tres componentes L^* , a^* , b^*) y utilizarse la distancia euclidiana para medir similitud entre colores, una medida más parecida a la percepción humana, a diferencia de otros espacios de color.

En el modelo CIELab, el componente L^* describe un porcentaje de luminosidad, mientras que a^* indica una posición entre magenta-verde, y b^* una posición en azul-amarillo (ver Figura 53).

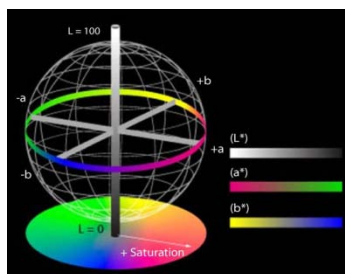


Figura 53: Modelo CIELab, (Yang y Yang 2008),

Atendiendo nuevamente al rol que juegan el color y la luminancia en la percepción se realizó la cuantización utilizando este espacio de color, con factores de cuantización menores en el componente L^* que en los componentes cromáticos (a^* y b^*). Los resultados fueron atractivos como se aprecia en la Figura 54, en la que se usaron 20 niveles de cuantización para la luminosidad y 7 para los otros componentes. La Figura 54.a) se muestra más atractiva en comparación con las imágenes de la Figura 52 aún cuando éstas tuvieran mayores niveles de decisión en el espacio HSV. Por lo que es posible concluir que la cuantización en el espacio de color CIELab arroja mejores resultados.



a)



b)



c)

Figura 54: Representación puntillista a diferentes escalas cuantizada en el modelo CIE $L^*a^*b^*$. a) Imagen con 16320 puntos. b) Acercamiento de una zona de interés. c) Nuevo acercamiento con 38 000 puntos.

El Mosaico de Wang permite realizar una secuencia progresiva de puntos con distribución Poisson disk, con la que pueden cubrirse porciones del plano arbitrariamente grandes, con una buena calidad espectral y en tiempos muy cortos una vez que se ha calculado la distribución de puntos en los cuadros base.

En la Figura 54 se muestra la representación de la imagen siguiendo el procedimiento propuesto para simular el puntillismo con diferentes escalas. Los tiempos requeridos se consumen principalmente en tareas como el cálculo del color promedio de la zona de influencia de cada punto, más que la misma distribución de puntos.

En el proceso de cuantización del color conviene utilizar un mayor número de niveles de densidad en la luminosidad que la información de color porque en la visión humana se considera preponderante la percepción de la luminosidad sobre el color. El proceso de cuantización obtuvo mejores resultados utilizando el modelo de color oponente CIE Lab que es un espacio del color donde los cambios en la percepción son reflejados en la misma proporción sobre el modelo, y donde el componente L aproxima fuertemente la percepción humana de la luminosidad.

Estos resultados se confirman en la publicación de Yang y Yang (2008) la cual utiliza también puntos con distribución Poisson disk y cuantización del color sobre el modelo CIELab. Una ventaja de su trabajo es el cálculo del gradiente y el uso de manchas con forma distinta para dar la ilusión del halo que usa también Seurat en sus pinturas (ver Figura 55).

La técnica artística del puntillismo puede calcularse automáticamente con muy buenos resultados a partir de una imagen digital, utilizando el Mosaico Wang para calcular la posición de los puntos a pintar y cuantizando el color sobre el modelo CIELab. Esta técnica es invariante al escalamiento si se utiliza la división recursiva de los mosaicos para calcular los puntos con la densidad necesaria al agrandar o reducir la imagen que se quiere reproducir.

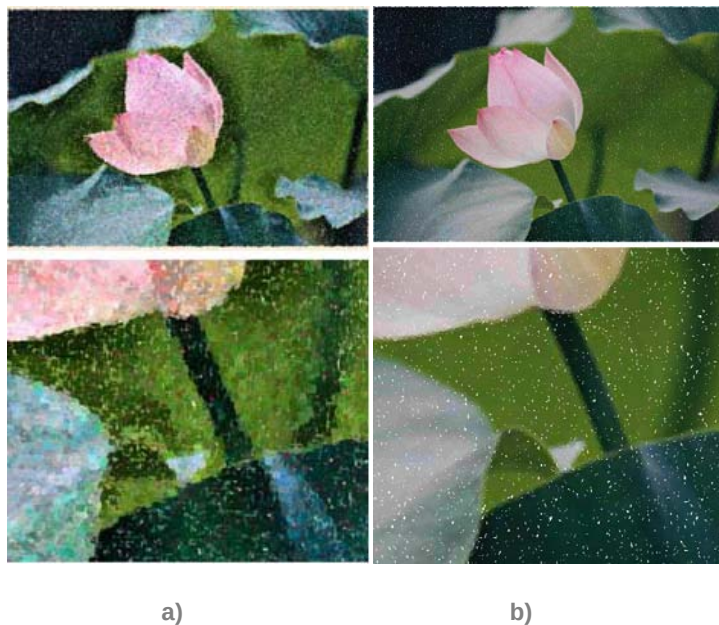


Figura 55: Imagen Puntillista, a) generada por Yang y Yang (2008), b) Nuestro método. La parte baja muestra acercamientos.

Capítulo VI

Conclusiones

El stippling, como un proceso halftoning, utiliza la integración espacial de los primitivos gráficos (stipples) para reproducir la información de intensidad de una imagen dada.

Al generar imágenes stippling es importante considerar, además de la información de tono, otras características importantes para la abstracción de la imagen como son los bordes y la información estructural, pues esta información es importante para la apreciación estética de una ilustración.

En este trabajo se propuso un criterio de evaluación estética que considera tanto la información de tono como la información estructural de una imagen de entrada. Este criterio se probó utilizando una heurística de optimización (recocido simulado) y los resultados mostraron imágenes stippling con una calidad superior a las obtenidas por otros métodos (Rechazo, MW, DVC y SGPM).

El componente de bordes del criterio propuesto, puede modularse para ajustarse a diferentes grados de detalle en el realce de la estructura, a diferencia del método de stippling por grafos ponderados de Mould (SGPM). Cuando se usa un criterio basado en la GLCM se tiene una fuerte dependencia en el tamaño del primitivo gráfico, más aún que su posición, sin embargo puede auxiliar en la caracterización de la textura.

El método SAP propuesto acelera el proceso de producción de imágenes stippling a partir de la función de optimización (criterio de evaluación propuesto), utilizando

grafos ponderados y el algoritmo de Dijkstra para disminuir los conflictos entre los objetivos de la función (información de tonos y estructura) y aproximar el frente de Pareto.

Por otro lado, el método incremental propuesto (SAI-B), permite generar una imagen stippling en tiempo lineal, sin necesidad de un preproceso, conservando las características de ruido azul, y una clara definición de bordes. En este sentido, los indicadores espectrales media radial y anisotropía, pueden utilizarse para realizar la evaluación.

La técnica artística del puntillismo puede aproximarse automáticamente con muy buenos resultados, a partir de una imagen digital, utilizando Mosaicos de Wang para calcular la posición de los puntos a pintar y cuantizando el color sobre el modelo CIELab. En el proceso conviene cuantizar con más intervalos de decisión el componente de Luminosidad, porque este elemento aporta más información perceptual que los componentes cromáticos a y b .

Referencias

- Coello Coello, C., Van, V. D. y Lamont, G. (2002). *Evolutonary Algorithms for Solving Multi-Objetive Problems*. Springer. Segunda Edición. New York, 761pp.
- Cohen, M. F., Shade, J., Hiller, S. y Deussen, O. (2003). Wang tiles for image and texture generation. *ACM Transactions on Graphics* , 22 (3): 287-294.
- Cook, R. (1986). Stochastic sampling in computer graphics. *proceedings of ACM SIGGRAPH* , 5 (1): 51-72.
- Deussen, O., Hiller, S., van Overveld, C., y Strothotte, T. (2000). Floating Points: A Method for Computing Stipple Drawings. *Computer Graphics Forum*, 19: 40-51.
- Dunbar, D., y Humphreys, G. (2006). A Spatial Data Structure for Fast Poisson-Disk Sample Generation. *ACM SIGGRAPH Transaction on graphics* , 25 (3): 503-508.
- Foley, J., Dam, A. v., Feiner, S., & Phillips, R. (1994). *Introduction to Computer Graphics*. Addison Wesley. Reading Massachusetts, 650pp.
- Gao, X., Lu, W., Tao, D., y Li, X. (2009). Image Quality Assessment Based on Multiscale Geometric Analysis. *IEEE Transactions on image processing* , 18 (7): 1409-1423.
- Gonzalez, R., y Woods, R. (2008). *Digital Image Processing*. Pearson. Tercera edición, 954pp.
- Haralick, R., Shanmugam, K., y Dinstein, I. (1973). Textural Features for Image Classification. *IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics* , 3 (6): 610-621.
- Hausner, A. (2005). Pointillist halftoning. *Computer Graphics and Imaging*:134-139.
- Hertzmann, A. (2002). Fast Paint Texture.Proc. Non-Photorealistic Animation and Rendering. Annecy Francia: 91-96.
- Hiller, S., Deussen, O., y Keller, A. (2001). Tilled Blue Noise Samples. *Proccedings Vison Modeling and Vizualization* : 265-272.
- Hoff, K., Culver, T., Keyser, J., Lin, M., y Manocha, D. (1999). Fast computation of generalized Voronoi Diagrams using graphics hardware. *Proceedings of SIGGRAPH ACM*: 277-286.
- Hoffmann, G. (2009). *CIELAB Color Space*. consulta mayo 28, 2010, from <http://www.fho-empden.de/~hoffmann/cielab03022003.pdf>: <http://www.fho-empden.de/~hoffmann/cielab03022003.pdf>

- Jones Touis, R. (2006). Efficient Generation of Poisson-Disk Sampling. *Journal of Graphics Tools* , 11 (2): 27-36.
- Julez, B., Gilbert, E., Shepp, L., y Frisch, H. (1973). Inability of humans to discriminate between visual textures that agree in second-order statistics. *Perception* , 2 (4): 391-405.
- Kim, S., Maciejewski, R., Isenberg, T., Andrews, W., Chen, W., y Costa-Sousa, M., (2009). Stippling by Example. *NPAR* : 41-50.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C., y Vecchi, M. (1983). Optimization by Simulated Annealing. *Science. New Series* : 671-680.
- Kopf, J., Cohen-Or, D., Deussen, O., & Lischinski, D. (2006). Recursive Wang Tiles for Real-Time Blue Noise. *ACM Transactions on Graphics Proceedings of SIGGRAPH* , 25 (3), 509-518.
- La Enciclopedia Libre Universal en Español*. Consulta 2009, julio 29, de <http://enciclopedia.us.es/index.php/Puntillismo>.
- Lagae, A., y Dutre, P. (2006). A comparison of Methods for Generating Poisson Disk Distributions. *Computer graphics Forum* 27(1): 114-129 .
- Livingstone, M. (2002). *Vision and Art: The Biology of Seeing*. Harry N. Abrams.
- Lloyd, S. P. (1982). Least squares quantization in PCM." . *IEEE Transactions on Information Theory*: 129-137.
- Luong, T., Seth, A., Klein, A., y Lawrence, J. (2005). Isoluminant Color Picking for Non-Photorealistic Rendering. *Proceedings of Graphics Interface 2005* : 233 - 240.
- Maciejewski, R., Isenberg, T., y Andrews, W. (2008). Measuring Stipple Aesthetics in Hand-Drawn and Computer-Generated Images. *IEEE Computer Graphics and Applications* , 28 (2): 62-74.
- Marr, D., y Hildreth, E. (1980). Theory of Edge Detection. *Proc. R. Soc. Lond.* , B207:187-217.
- McCool, M., y Fiume, E. (1992). Hierarchical Poisson disk sampling distributions. *Graphic interface* : 94-105.
- Meruvia Pastor, O., Freudenberg, B., y Strothotte, T. (2003). Real-Time Animated Stippling. *IEEE Computer Graphics and Applications* : 62-68.
- Mould, D. (2007). Stipple Placement using Distance in a Weighted Graph. *Computational Aesthetics 2007. Eurographics*: 45-52.
- Ostromoukhov, V. (2007). Sampling with Polyominoes. *ACM Transactions on Graphics* , 26(3): 78-86.
- Ostromoukhov, V., y Hersch, R. (1999). Multi-Color and Artistic Dithering. *Siggraph 1999, Computer Graphics Proc.*: 425-432.

- Schlechtweg, S., Germer, T., y Strothotte, T. (2006). RenderBots-Multi Agent Systems for Direct Image Generation. *the Eurographics Association and Blackwell Publishing* , 24 (2): 137-148.
- Matthews, Cliff; Call, Scott; Noyce, Gareth; Menten, Gaëtan; Jones, Tim; Kraus, Marco (2010)SDL Simple Directmedia Layer. Consulta junio 2010, de www.libsdl.org
- Secord, A. (2002). Weighted Voronoi Stippling. *2nd International Symposium on Non-Photorealistic Animation and Rendering, NPAR 2002* : 37-43.
- Shen, J. (2009). Least-Squares Halftoning via Human Vision System and Markov Gradient Descent (LS-MGD): Algorithm an Analysis. *SIAM* , 51 (3), 567-589.
- Strothotte, T., & Schlechtweg, S. (2002). *Non-Photorealistic Computer Graphics, Modeling, Rendering, and Animation*. San Francisco, CA: Morgan Kaufman Publishers (ElseVier Science): 650 pp.
- Ulichney, R. (1987). *Digital Halftoning*. MIT Press, Cambridge, Massachusetts:: 391pp.
- Ulichney, R. (1988). Dithering with bluenoise. *Proc. of the IEEE* , 76: 56-79.
- Wah, P. (2005). Image Quantization, Halftoning, and Printing. En A. Bovik, *Handbook of Image & Video Processing, segunda edición*. Elsevier , Austin Texas: 925-937.
- Wai-Man, P., Yingge, Q., Tien-Tsin, W., y Cohen, D. (2008). Structure-aware halftoning. *Transactions on Graphics*, 27(3): 89-1-8 .
- Wang, Z., Bovik, A., Sheikh, H., y Simonelli, E. (2004). Image Quality Assessment: From Error Measurement to Structural Similarity. *IEEE Trans. Image Processing* , 13: 600-612.
- Wei, L. (2008). Paralell Poisson Disk Sampling. *ACM Trans. Graph.* 27: 3 .
- Yang, C.-K., & Yang, H.-L. (2008). Realization of Seurat's pointillism via non-photorealistic rendering. *Visual Computer* : 303-322.
- Yellot, J. (1983). Spectral consequences of photoreceptor sampling in the rhesus retina. *Science* , 221: 382-385.