

TESIS DEFENDIDA POR  
**Javier Félix Baldenegro**  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

---

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales  
*Director del Comité*

---

Dr. Roberto Conte Galván  
*Miembro del Comité*

---

Dr. Arturo Velázquez Ventura  
*Miembro del Comité*

---

Dr. Luis Armando Villaseñor  
González  
*Miembro del Comité*

---

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva  
*Miembro del Comité*

---

Dr. Luis Alejandro Márquez Martínez  
*Coordinador del programa de  
posgrado en Electrónica y  
Telecomunicaciones*

---

Dr. David Hilario Covarrubias  
Rosales  
*Director de Estudios de Posgrado*

6 de Octubre de 2008

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
DE ENSENADA**



---

**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS  
EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

---

**ANÁLISIS DE PRESTACIONES DE UN SISTEMA MÓVIL CDMA EMPLEANDO  
APROXIMACIÓN LPA EN ANTENAS INTELIGENTES**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

JAVIER FÉLIX BALDENEGRO

Ensenada, Baja California, México, Octubre de 2008.

**RESUMEN** de la tesis de **Javier Félix Baldenegro**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES con orientación en TELECOMUNICACIONES. Ensenada, Baja California. Octubre de 2008.

## **ANÁLISIS DE PRESTACIONES DE UN SISTEMA MÓVIL CDMA EMPLEANDO APROXIMACIÓN LPA EN ANTENAS INTELIGENTES**

Resumen aprobado por:

---

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales  
Director de Tesis

Dado que la mayoría de los algoritmos de actualización sucesiva de la dirección de llegada (DOA), empleados en antenas inteligentes, son diseñados bajo la consideración de que el movimiento del usuario móvil es casi despreciable y, por otra parte, es conocido que este tipo de no estacionariedad del canal radio causa una fuerte degradación en la prestaciones del sistema en entornos de usuarios con alta movilidad, en esta tesis se aborda el reto de mejorar las prestaciones de los sistemas de comunicaciones móviles celulares de tercera generación considerando una mayor precisión en la localización de fuentes y de interferentes, empleando para ello algoritmos que representan el estado del arte, como lo son los algoritmos LPA (Local Polynomial Approximation) que permite modelar, mediante una expansión truncada de Taylor, el comportamiento de una DOA variante en tiempo. El algoritmo LPA hace posible la modelación de un usuario móvil y su seguimiento mediante la dirección de llegada variante en tiempo. Como resultado de una adecuada estimación de fuentes con alta movilidad, se han derivado expresiones cerradas para la relación señal a ruido más interferentes (SINR) y relación de error en el bit (BER), además de un análisis de capacidad de usuarios.

En base a los resultados presentados en este trabajo, se demuestra la separabilidad de usuarios que coinciden en posición angular pero que tienen velocidades diferentes, se cuantifican las mejoras que se produce en un sistema de comunicaciones móviles celulares con CDMA, en particular las prestaciones con respecto a SINR, BER y capacidad de usuarios al considerar una probabilidad de interrupción.

En resumen, se demuestra que es posible obtener una mejora en las prestaciones, mediante la combinación antenas inteligentes – LPA en sistemas de comunicaciones móviles celulares, comparada con la obtenida en el simple caso de antenas inteligentes diseñadas para entornos no estacionarios.

**Palabras Clave:** Dirección de arribo variante en el tiempo, estimación no paramétrica LPA, prestaciones en comunicaciones móviles CDMA

**ABSTRACT** of the thesis presented by **Javier Félix Baldenegro** as a partial requirement to obtain the MASTER OF SCIENCE degree in ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS majoring in TELECOMMUNICATIONS. Ensenada, Baja California, México. October 2008.

**PERFORMANCE ANALYSIS OF CDMA MOBILE SYSTEM EMPLOYING  
APROXIMATION LPA WITHIN SMART ANTENNA**

Most of the existing direction of arrival (DOA) tracking algorithms for the smart antenna systems are designed under the assumption that the target user motion is almost negligible, while it is well known that this sort of nonstationarity causes serious degradation in performance under moving user environments, in this thesis the main idea is improving the performance of third generation cellular mobile communications systems considering greater accuracy in the location of interfering sources and, using this algorithm to represent the state of the art, as are the algorithms LPA (Local Polynomial Approximation) that can model, through an expansion truncated Taylor, the behavior of a time-varying DOA. The algorithm makes it possible LPA modeling of a mobile user and follow them up with the direction of arrival-time option. As a result of proper estimates of sources with high mobility, have been derived expressions closed for the signal to noise interfering more (SINR) and the relationship of error bit (BER), in addition to an analysis of capacity of users.

Based on the results presented in this work, it is showed the identification of users who match angular position but have different velocities, it quantifies the improvements that occurs in a cellular mobile communication system with CDMA, in particular benefits with respect to SINR, BER and ability of users to consider a outage probability. In short, it shows that it is possible to obtain an improvement in benefits, by combining smart antennas - LPA in cellular mobile communications systems, compared to that obtained in the simple case of smart antennas designed for non-stationary environments.

**Keywords:** time-varying Direction of arrival, LPA non parametric estimation, improving CDMA mobile communications

Dedicatoria

*A mi familia, en especial a mis padres...*

## Agradecimientos.

Agradecer el apoyo incondicional de mis hermanos, que siempre me han motivado a lo largo de este proyecto académico y de vida.

Al Dr. David H. Covarrubias Rosales por su dirección en este trabajo de tesis, gracias por sus consejos, paciencia y oportunidades que complementaron mi formación como estudiante de posgrado.

A los miembros del comité de tesis Dr. Roberto Conte Galván, Dr. Arturo Velázquez Ventura, Dr. Luis Armando Villaseñor González y Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva, gracias por sus consejos y aportaciones realizadas en el desarrollo de esta tesis.

Al Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI) y a mis amigos del grupo: José, Armando y Horacio, gracias a su ayuda, apoyo y compañía se pudo mantener la unidad.

También agradecer a mis amigos y compañeros de la generación con la que inicié, Ivan, Andalón, Varun, Beto, Jonatan, Carlitos, Kobe, Aldo, Andrés, Mario, Daniel, Dania, Sergio, Marco, Jorge, Paul, Sarai, Luis, Raymundo, por todas las experiencias que vivimos. Así como a mis compañeros de la generación 2006 por sus muestras de amistad.

A todo el personal del CICESE y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por permitirme continuar con mis estudios y por el apoyo económico suministrado.

## CONTENIDO

	<b>Página</b>
<b>Resumen español</b> .....	<b>i</b>
<b>Resumen inglés</b> .....	<b>ii</b>
<b>Dedicatorias</b> .....	<b>iii</b>
<b>Agradecimientos</b> .....	<b>iv</b>
<b>Contenido</b> .....	<b>v</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>viii</b>
<b>Lista de Tablas</b> .....	<b>x</b>
<b>Capítulo I. Introducción</b> .....	<b>1</b>
I.1 Antecedentes.....	1
I.2 Planteamiento del problema.....	3
I.3 Objetivo de la tesis.....	4
I.4 Metodología de la investigación.....	5
I.5 Organización de la tesis.....	6
<b>Capítulo II. Teoría de detección de fuentes empleando agrupación de antenas</b> .....	<b>8</b>
II.1 Introducción.....	8
II.2 Conceptos básicos de antenas inteligentes en la detección de fuentes.....	9
II.2.1 Geometría de un agrupamiento de antenas.....	9
II.2.2 Vector de direccionamiento.....	11
II.2.3 Modelo de la señal utilizada.....	11
II.3 Detección de fuentes.....	12
II.4 Inferencia estadística.....	14
II.5 Técnicas de estimación del DOA.....	15
II.5.1 Estimación paramétrica.....	15
II.5.1.1 Métodos convencionales para la estimación del DOA.....	16
II.5.1.2 Métodos de Máxima Verosimilitud.....	17
II.5.1.3 Métodos de subespacio para la estimación del DOA.....	17
II.5.2 Estimación no paramétrica.....	19
II.6 Algoritmos de estimación de fuentes.....	20
II.7 Conclusiones.....	21

## CONTENIDO (continuación)

<b>Capítulo III. Algoritmo LPA como estimador no paramétrico en detección de fuentes</b> .....	22
III.1 Introducción.....	22
III.2 Estimación no paramétrica.....	23
III.3 Aproximación de Polinomio Local.....	23
III.3.1 Ventana.....	23
III.3.2 Proceso de la estimación no paramétrica.....	26
III.3.3 Escala.....	29
III.3.4 Precisión de LPA.....	29
III.4 Estimador LPA para detección de fuentes con movilidad.....	30
III.4.1 Modelo del sistema y algoritmo LPA.....	31
III.5 Análisis de prestaciones asintóticas.....	34
III.6 Conclusiones.....	40
<b>Capítulo IV. Simulación y análisis numérico de LPA en detección de fuentes empleando agrupación de antenas</b> .....	41
IV.1 Introducción.....	41
IV.2 Proceso de simulación para el estimador de fuentes.....	42
IV.3 Consideraciones de simulación.....	44
IV.4 Seguimiento de dos fuentes.....	44
IV.5 Análisis del error de estimación.....	47
IV.6 Tiempo de ejecución.....	50
IV.7 Seguimiento e identificación de dos fuentes que se cruzan angularmente.....	51
IV.8 Respuesta espectral del estimador LPA.....	51
IV.9 Efectos del número de muestras y de elementos de antena, sobre la respuesta espectral de LPA.....	54
IV.10 Conclusiones.....	55
<b>Capítulo V. Prestaciones de estimación no paramétrica en sistemas CDMA</b> .....	57
V.1 Introducción.....	57
V.2 Análisis de la relación señal a ruido más interferentes en un sistema de comunicaciones celulares CDMA de alta movilidad.....	58
V.3 Análisis de la probabilidad de bit erróneo.....	62
V.4 Efecto de la ganancia de procesamiento sobre la probabilidad de bit erróneo..	65
V.5 Análisis de la capacidad del sistema en función de la probabilidad de Interrupción.....	66
V.6 Conclusiones.....	72
<b>Capítulo VI. Conclusiones, contribuciones y trabajo futuro</b> .....	74
VI.1 Conclusiones.....	74
VI.1.1 En cuanto a detección de fuentes en comunicaciones móviles.....	75
VI.1.2 Sobre la estimación no paramétrica.....	75

## CONTENIDO (continuación)

VI.1.3 Con respecto a la herramienta LPA.....	76
VI.1.4 En cuanto a la aplicación en CDMA.....	77
VI.2 Contribuciones.....	79
VI.3 Trabajos futuros.....	79
<b>Referencias.....</b>	<b>81</b>
<b>Apéndice A. Función de degradación LPA para un sistema CDMA.....</b>	<b>85</b>

## LISTA DE FIGURAS

<i>Figura</i>		<b>Página</b>
1	Plantilla de la organización de la tesis.....	5
2	Agrupamiento lineal uniforme de N elementos de antena con un ángulo de incidencia $\theta$ de las señales provenientes de las fuentes...	10
3	Clasificación de las técnicas de estimación espectral.....	14
4	Diagrama de flujo para la estimación de los coeficientes $c_0$ y $c_1$ ...	43
5	Seguimiento de 2 fuentes de alta movilidad con el estimador LPA.	45
6	Comparación de prestaciones en el rastreo de fuentes. (a) Trayectoria original de la fuente. (b) Estimador LPA. (c) Estimador convencional. Tomado de (Katkovnik et al., 2000).....	46
7	Error de estimación en posición y velocidad al variar el número de muestras.....	47
8	Error producido por una estimación que se basa en los coeficientes $c_0$ y $c_1$ cuando se tiene un entorno de usuarios con velocidad constante.....	49
9	Tiempo de procesado del estimador LPA normalizado en base a 4.9 segundos.....	50
10	Seguimiento de dos fuentes que se cruzan espacialmente.....	51
11	Respuesta espectral del estimador LPA para el caso de dos fuentes que coinciden en posición angular pero que tienen velocidades diferentes en curva de nivel.....	52
12	Respuesta en dos dimensiones del estimador LPA. La ubicación de las fuentes es indicada con una cruz. Tomado de (Katkovnik et al., 2000).....	53
13	Respuesta espectral del estimador LPA para el caso de dos fuentes que coinciden en posición angular pero que tienen velocidades diferentes, representado en 3 dimensiones.....	53

14	Efectos de variar la cantidad de datos en el estimador LPA.....	55
15	Degradación de la SINR para una antena convencional y LPA, contra la velocidad del usuario de interés cuando la SNR=10 dB...	61
16	BER de un sistema CDMA-BPSK con L=5 contra el número total de usuarios para una SINR de entrada de 10 dB.....	63
17	BER de un sistema CDMA-BPSK con L=10 contra el número total de usuarios para una SINR de entrada de 10 dB.....	64
18	Efecto de la ganancia de procesamiento sobre la BER al tener 30 usuarios.....	66
19	Probabilidad de interrupción en función del número de usuarios dada una BER de 0.001 con L=5.....	70
20	Probabilidad de interrupción en función del número de usuarios dada una BER de 0.001 con L=10.....	71

## LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Características de los principales métodos de estimación de fuentes paramétricos.....	18
II	Parámetros del sistema CDMA con antena inteligente.....	60

### I.1 Antecedentes

Los denominados sistemas de comunicaciones móviles celulares de tercera generación (3G) enfrentan retos muy serios en cuanto a capacidad de manejo de tráfico heterogéneo, es decir servicios que van más allá del clásico tráfico de voz de los sistemas 2G, capacidad para dar servicio a un mayor número de usuarios, y sobre todo asegurar una calidad de servicio (QoS) al menos con las mismas características que los sistemas cableados. Cada uno de los tópicos anteriores deriva en un conjunto de líneas de investigación que abordan por separado los compromisos anteriores. Por otro lado, el problema de incrementar la capacidad de los sistemas 3G se aborda desde dos aspectos: el primero de ellos mediante la técnica de acceso al medio (MAC), sea por división de códigos (CDMA), por división de tiempo (TDMA), por división espacial (SDMA) y/o una implementación híbrida de éstos. La segunda alternativa se aborda mediante mejoras en las prestaciones de la antena de la estación base. Este último aspecto ha derivado en una nueva tecnología, de mucho auge en la actualidad, conocida como antenas inteligentes.

En relación a la técnica CDMA (Code Division Multiple Access), ésta tiene su fundamento teórico en las técnicas de espectro ensanchado (spread spectrum). Con esta técnica, la señal ocupa una anchura de banda muy superior a la que sería estrictamente necesaria para su transmisión. Además como consecuencia de su gran ancho de banda, y del método que se utiliza para expandir la señal, la señal ensanchada que se obtiene es similar al ruido blanco. Con CDMA se resuelven los problemas fundamentales de

desvanecimientos por multitrayecto y la interferencia procedente de otros usuarios del sistema. Además, como al utilizar esta técnica se tiene una forma de onda similar al ruido blanco, la privacidad es inherente. El problema del multitrayecto se soluciona gracias a que, al utilizar señales de gran ancho de banda, se tiene mucha resolución en el dominio temporal, de manera que se pueden separar ecos de la señal muy próximos en el tiempo y combinarlos de forma coherente si se utiliza el receptor Rake, obteniendo de esta forma diversidad. En cuanto a la interferencia, al tener las señales ensanchadas un espectro similar al ruido blanco, las señales interferentes provenientes de otros usuarios serán vistas como dicho ruido, mucho más fácil de eliminar. Además de resolver los problemas anteriores, CDMA tiene las siguientes ventajas: mayor capacidad, mejor calidad de voz al eliminar los efectos audibles de los desvanecimientos, disminución del número de llamadas interrumpidas en traspasos y la posibilidad de compartir la banda con otros sistemas.

En conjunción con lo anterior, una tecnología muy importante en la cual, aún hay mucho por hacer, son las agrupaciones (array) de antenas, cuyos beneficios potenciales impactan directamente en las necesidades actuales de los usuarios y operadores celulares:

- Disminución de interferencias.
- Traspasos de llamadas óptimos.
- Mayor área de cobertura.
- Mejor calidad en el enlace de radio.
- Aumento en la capacidad del sistema.

Dentro de la alternativa de un sistema de comunicaciones móviles celulares habilitado con antenas inteligentes, en esta tesis se abordará el reto de mejorar las prestaciones de los sistemas de comunicaciones móviles celulares de tercera generación considerando una mayor precisión en la localización de fuentes y de interferentes, empleando para ello algoritmos que representan el estado del arte, como lo son los algoritmos LPA (Local Polynomial Approximation) e investigando sobre los avances más recientes de los sistemas CDMA que implementan antenas inteligentes.

## I.2 Planteamiento del problema

Una meta en los sistemas móviles celulares es tener coberturas controladas, para lo cual es necesario optimizar el diagrama de radiación de las antenas. Un método muy empleado para controlar dicho diagrama es formar una agrupación de antenas, esto se logra ensamblando elementos radiantes en una configuración geométrica y eléctrica apropiada, donde el campo total de una agrupación es el vector de superposición de los campos radiados de los elementos individuales. Para obtener un diagrama muy directivo, es necesario que los diagramas formados por cada elemento de antena de la agrupación interfieran constructivamente en la dirección deseada. Uno de los métodos más empleados para modificar la respuesta de la agrupación es modificar su configuración geométrica, la cual puede ser lineal, circular, elíptica, enrejada, etc.

Los sistemas CDMA ven afectada la calidad del enlace de la estación base a la estación móvil conforme crece el número de usuarios activos en cada sector. Esto mismo produce que se eleve el nivel de interferencia. Recordar que la porción del espectro asignado a cada estación base se tiene que compartir entre un mayor número de móviles, siendo cada uno de ellos interferente a los demás. Aquí es donde entran en acción las agrupaciones de antenas, ayudando a obtener coberturas más controladas, menos interferencias y consecuentemente un mejor alcance. En un sistema CDMA, puede ser empleado una agrupación de antena en la estación base para la conformación del diagrama de radiación para los enlaces ascendentes (UL) y descendentes (DL). En el UL la señal recibida es primeramente procesada por un filtro acoplado de tal manera puedan ser determinadas las posiciones de chip (o retardos) de las trayectorias dominantes del usuario de interés. La agrupación de antena es empleada para determinar la dirección de llegada (DoA) del multitrayecto o bien, para formar el diagrama de radiación.

La mayoría de los algoritmos de actualización sucesiva de la dirección de llegada (DoA), empleados en antenas inteligentes, son diseñados bajo la consideración de que el movimiento del usuario móvil es casi despreciable. Por otra parte, es conocido que este tipo de no estacionariedad del canal radio causa una fuerte degradación en la prestaciones del sistema en entornos de usuarios con alta movilidad. La motivación de emplear una aproximación de polinomio local (LPA, Local Polynomial Approximation) es modelar, mediante una expansión truncada de Taylor, el comportamiento de una DoA variante en tiempo. El algoritmo LPA hace posible la modelación de un usuario móvil y su seguimiento mediante la dirección de llegada variante en tiempo. Por lo tanto, la premisa es que cuando se emplea la combinación antenas inteligentes – LPA en sistemas de comunicaciones móviles celulares, es posible obtener una mejora en las prestaciones, comparada con la obtenida en el simple caso de antenas inteligentes diseñadas para entornos no estacionarios. En esta tesis, para evaluar las prestaciones del sistema de antenas inteligentes empleando LPA, bajo un escenario CDMA de comunicaciones móviles celulares, se derivarán los parámetros de relación señal a ruido más interferentes (SINR) y relación de error en el bit (BER) promedios. La SINR y la BER promedio se analizarán en una forma cerrada bajo la consideración de una estimación perfecta de la DoA.

### **I.3 Objetivo de la tesis**

En esta tesis se plantea la modelación y simulación de un sistema de acceso múltiple por división de código (CDMA) empleando una aproximación LPA (Local Polynomial Approximation) en antenas inteligentes en un escenario de movilidad de los usuarios. Bajo la consideración anterior, se derivarán expresiones cerradas para la relación señal a ruido más interferentes (SNIR) y relación de error en el bit (BER) mediante las cuales se generarán una serie de estadísticas que permitirán realizar un análisis de las prestaciones del sistema.

## I.4 Metodología de la investigación

La metodología empleada para el desarrollo de este trabajo, se muestra en la Figura 1 y se refleja a través de los capítulos que forman esta tesis:

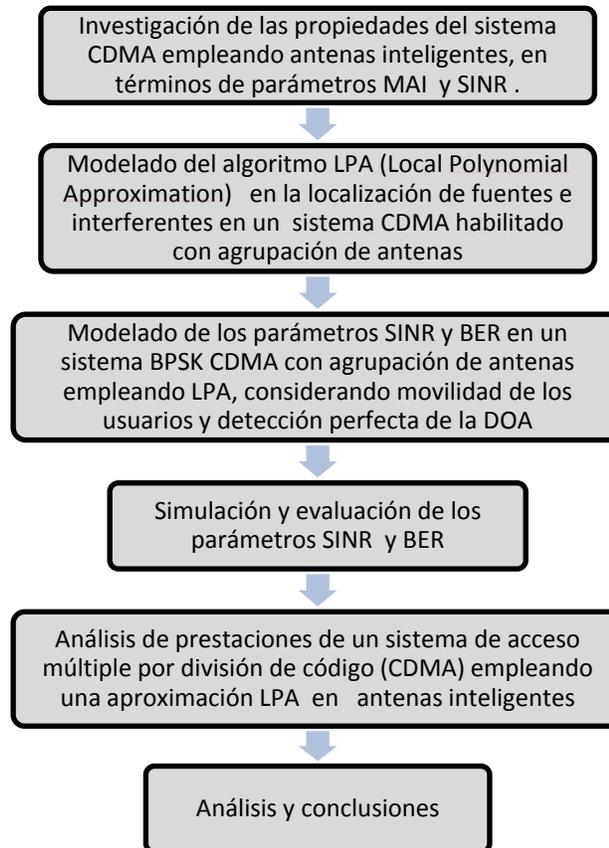


Figura 1. Plantilla de la organización de la tesis

Para la obtención de resultados en la estimación del DOA y del entorno CDMA se requiere de simulaciones empleando la plataforma MATLAB<sup>®</sup>.

## I.5 Organización de la tesis

Este trabajo está compuesto por seis capítulos, con la siguiente organización:

En el capítulo II, “Teoría de detección de fuentes empleando agrupación de antenas”, se establecen las bases de lo que es la detección de fuentes utilizando un agrupamiento de antenas, se incluyen las características y modelado del agrupamiento así como el porqué es útil en la detección de fuentes. También se presentan las técnicas de estimación existentes y sus prestaciones, para así justificar el empleo de una técnica no paramétrica presentada en el capítulo III, “Algoritmo LPA como estimador no paramétrico en detección de fuentes”, la cual representa el estado del arte en la localización espacial de fuentes ya que proporciona beneficios que las otras técnicas no ofrecen.

En este tercer capítulo, se trabaja por primera vez dentro del grupo de investigación con una estimación no paramétrica para resolver el problema de la detección de fuentes con alta movilidad, se incluye el desarrollo de expresiones cerradas para la obtención del sesgo y varianza del estimador-LPA en el caso de fuentes móviles y se discute el problema de la elección de la ventana óptima.

En el capítulo IV, “Simulación y análisis numérico de LPA en detección de fuentes empleando agrupación de antenas”, se muestran las simulaciones relacionadas directamente a la estimación de fuentes utilizando la aproximación de polinomio local considerando movilidad en los usuarios, respetando las consideraciones y la secuencia de simulación que se indican dentro del mismo capítulo. Esperando que el sistema de antena inteligente tenga una identificación y seguimiento adecuados de los usuarios para entornos de alta movilidad lo cual se analizará con la respuesta espectral cuando se tienen fuentes muy cercanas entre si.

Ya en el capítulo V, “Prestaciones de estimación no paramétrica en sistemas CDMA”, se realiza un análisis de las prestaciones en términos de SINR, BER y, se

presenta una contribución al estado del arte de los sistemas de comunicaciones móviles celulares que implementan antenas inteligentes en términos de capacidad de usuarios que pueden ser atendidos simultáneamente con una probabilidad de interrupción considerando un entorno de alta movilidad.

Por último, en el capítulo VI, “Conclusiones, contribuciones y trabajo futuro”, se enumeran las conclusiones más importantes obtenidas en esta tesis, así como las aportaciones del trabajo de investigación llevado a cabo en el desarrollo de la misma.

## Capítulo II

---

### Teoría de detección de fuentes empleando agrupación de antenas

---

#### II.1 Introducción

La detección de fuentes de señales incidentes en un agrupamiento de sensores, es un problema fundamental en el procesamiento de agrupamientos empleados en muchos campos como radar, sonar, comunicaciones, procesamiento de datos sísmicos, y más. Sin embargo, dentro del contexto de los sistemas de comunicaciones inalámbricas, la estimación de la dirección de arribo (DOA: direction of arrival) representa un problema de mayor complejidad (Fuhl et al., 1998), dado que en un sistema de radar o sonar, se tienen pocas fuentes y estimar el DOA es un problema relativamente sencillo. Por otra parte, la complejidad de estimar el DOA es mayor si consideramos el caso de varias fuentes<sup>1</sup>.

El propósito de este capítulo es establecer las bases de lo que es la detección de fuentes utilizando un agrupamiento de antenas, para lo cual se requiere conocer conceptos básicos de lo que es un agrupamiento de antenas y como es que nos servirá en la localización de fuentes.

---

<sup>1</sup> En nuestro caso este término será referido a móviles activos en entornos celulares.

También se requiere conocer las técnicas de estimación existentes y analizar las prestaciones que éstas nos ofrecen, para así justificar el empleo de una técnica no paramétrica la cual representa el estado del arte en la localización espacial de fuentes ya que proporciona beneficios que las otras técnicas no ofrecen.

## **II.2 Conceptos básicos de antenas inteligentes en la detección de fuentes**

Una antena inteligente combina un agrupamiento de antenas con una unidad de procesamiento digital de señales (DSP) que optimiza dinámicamente los diagramas de radiación y recepción en su respuesta a una señal de interés en su entorno (Yepes, 2006).

A continuación, se presentarán algunos conceptos básicos de los sistemas de antenas inteligentes con el propósito de comprender parte de la teoría de detección de fuentes al utilizar una agrupación de antenas. Estos conceptos son la geometría de un agrupamiento de antenas, el vector de direccionamiento y el modelo de la señal utilizada.

### **II.2.1 Geometría de un agrupamiento de antenas**

Un agrupamiento de antenas puede asumir diferentes geometrías. Dependiendo de esta conformación geométrica, se tendrán características específicas de cobertura angular y se tendrá una resolución unidimensional, bidimensional o tridimensional según sea el caso (Mendoza, 2006). Las configuraciones geométricas más comunes de agrupamientos de antenas son lineal, circular, planar o elíptica (Balanis, 2005).

El agrupamiento de antenas a considerar en este trabajo es un agrupamiento lineal uniforme (ALU), el cual está compuesto de  $L$  elementos de antena espaciados de manera uniforme a una distancia  $d$ , como se muestra en la Figura 2.

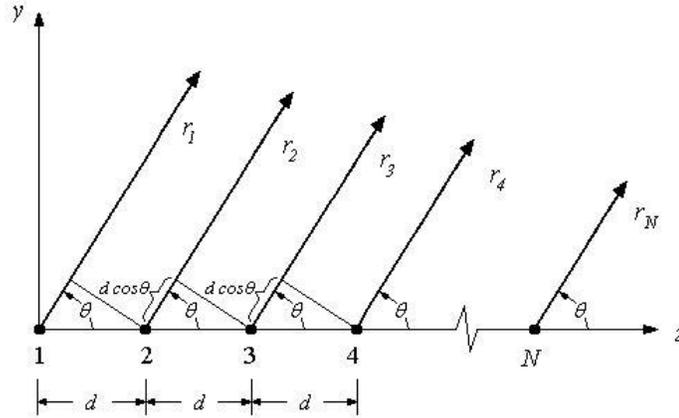


Figura 2. Agrupamiento lineal uniforme de  $N$  elementos de antena con un ángulo de incidencia  $\theta$  de las señales provenientes de la fuentes.

Suponemos que el agrupamiento de antenas está localizado en campo lejano<sup>2</sup> con respecto a las fuentes. También se supone que las ondas planas se propagan en un medio homogéneo y que el agrupamiento está compuesto por elementos omnidireccionales idénticos libres de distorsión, esto es, el único efecto de propagación de la fuente al agrupamiento es solo el tiempo de retardo. El sistema de coordenadas del agrupamiento se utiliza como referencia para derivar los tiempos de arribo del frente de onda a cada elemento de antena. De acuerdo a la Figura 1, para un ALU con sensores alineados sobre el eje  $x$  y cuyo primer elemento de referencia está situado en el origen, el tiempo de arribo definido como el tiempo de propagación de una onda plana que proviene de la  $l$ -ésima fuente y que incide en el  $n$ -ésimo elemento del agrupamiento, viene dado por:

$$\tau_k(\theta_l) = \frac{d}{c}(n-1)\text{sen}(\theta_l) \quad (1)$$

donde  $n$  representa al  $n$ -ésimo elemento y  $c$  es la velocidad de la luz, la señal inducida en el elemento referencia debido a la  $l$ -ésima fuente se expresa de forma común en notación compleja como:

$$s_l(t) = m_l(t)e^{j2\pi f_0 t} \quad (2)$$

<sup>2</sup> Región donde la distribución angular del campo electromagnético es independiente de la distancia a la que se encuentra la antena.

donde  $m_l(t)$  denota la función de modulación compleja y  $f_0$  denota la frecuencia portadora.

## II.2.2 Vector de direccionamiento

Suponiendo un agrupamiento de antenas y usuarios que se encuentran en el campo lejano, podemos considerar frentes de ondas planos que inciden sobre el agrupamiento con un desfase en la señal recibida en cada uno de los elementos de antena modelado con el vector de direccionamiento:

$$A(\phi(t)) = [a_0(\phi(t)), \dots, a_{L-1}(\phi(t))]^T, \quad \text{con } a_l(\phi(t)) = e^{-j2\pi d l \sin \phi(t) / \lambda} \quad (3)$$

donde  $\phi(t)$  es el DOA en el tiempo  $t$ ,  $d$  es el espacio entre elementos y  $\lambda$  es la longitud de onda de la señal,  $[\cdot]^T$  significa la transpuesta.

El vector de direccionamiento contiene las respuestas de los  $L$  elementos del agrupamiento de una fuente de banda estrecha y de potencia unitaria; y representa los desfases en la señal debido a la ubicación espacial de los elementos de antena respecto a la geometría del agrupamiento.

## II.2.3 Modelo de la señal utilizada

Considerando una agrupación de  $r$  antenas que reciben señales generadas por  $q$  fuentes de banda estrecha, con conocida frecuencia central  $w$  y localizaciones espaciales  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  la salida de la agrupación puede expresarse en representación compleja como:

$$x(t) = \sum_{k=1}^q a(\theta_k) s_k(t) + n(t) \quad (4)$$

donde:  $x(t) = [x_1(t), \dots, x_r(t)]^T$  es el vector de las señales recibidas por los sensores del agrupamiento,  $s_k(t)$  es la señal emitida por la  $k$ -ésima fuente recibida como referencia en el sensor número 1 de la agrupación,

$$a(\theta_k) = [1, e^{-jw\tau_2(\theta_k)}, \dots, e^{-jw\tau_r(\theta_k)}] \quad (5)$$

es el *vector de direccionamiento* del agrupamiento dirigido hacia  $\theta_k$ ,  $\tau_i(\theta_k)$  es el retardo de propagación entre el primer y el  $i$ -ésimo sensor de la forma de onda que proviene de la dirección  $\theta_k$ ,  $n(t) = [n_1(t), \dots, n_r(t)]^T$  es el vector de ruido.

La ecuación (4) también se puede expresar como:

$$X(t) = A(\theta)S(t) + n(t) \quad (6)$$

donde  $A(\theta)$  es la matriz de  $r$  sensores por  $q$  fuentes del vector de direccionamiento del agrupamiento  $A(\theta) = [a(\theta_1), \dots, a(\theta_q)]$  y  $s(t)$  es el vector  $q \times 1$  de las señales  $s(t) = [s_1(t), \dots, s_q(t)]^T$ .

Considerando que se han tomado  $M$  muestras en instantes  $t_1, t_2, \dots, t_M$ , los datos pueden expresarse como:

$$X = A(\theta)S + N \quad (7)$$

donde  $X$  y  $N$  son las matrices  $r \times M$  :  $X = [x(t_1), \dots, x(t_M)]$ ,  $N = [n(t_1), \dots, n(t_M)]$  y  $S$  es la matriz  $q \times M$  :  $S = [s(t_1), \dots, s(t_M)]$ .

El objetivo es encontrar los DOAs de las fuentes  $\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_q$  de las  $M$  muestras  $x(t_1), \dots, x(t_M)$  del agrupamiento (Covarrubias, 2007).

Con los conceptos anteriores se puede comprender la manera en que un agrupamiento de antenas recibe las señales necesarias para que los estimadores de fuentes realicen su función.

## II.3 Detección de fuentes

El problema clásico en el procesamiento de señal de un agrupamiento de antena, es determinar la localización de una fuente radiante relativa a la localización de un

agrupamiento de antenas. Existe un interés por estimar la dirección de arribo de una señal en la presencia de ruido y señales interferentes. La agrupación de antenas resuelve este problema explotando la separación espacial en la localización donde se originan las señales deseadas e interferentes. Filtra los datos colectados considerando una apertura espacial de la misma manera en que un filtro FIR procesa temporalmente los datos muestreados (Van Trees et al., 2002).

La estimación de dirección de llegada DOA es completamente similar al problema de análisis espectral. De hecho, cuando las fuentes están distribuidas la estimación de la densidad de potencia en cada dirección se plantea del mismo modo que la estimación de la densidad espectral de potencia. Así pues, salvo en las circunstancias en las que la diversidad espacial no introduce cambios con respecto al muestreo uniforme, habitual en densidad espectral, los estimadores de DOA son idénticos a los estimadores espectrales<sup>3</sup>. En la Figura 3 se muestra una clasificación de las técnicas de estimación espectral en función del conocimiento de la función de distribución que sigue la variable aleatoria objeto de estudio (Covarrubias, 2006).

El propósito de la detección de fuentes empleando agrupación de antenas, consiste en estimar las direcciones de arribo de las señales provenientes de terminales móviles (fuentes) respecto a la estación base. Dicha localización requiere de algoritmos que permitan a los agrupamientos de antenas implementados en sistemas de comunicaciones móviles celulares, dar una respuesta en tiempo real y a su vez una actualización continua de la localización espacial de fuentes (Mendoza et al., 2007).

---

<sup>3</sup> Es una técnica de estimación que obtiene diversos parámetros en función del espectro de potencia.

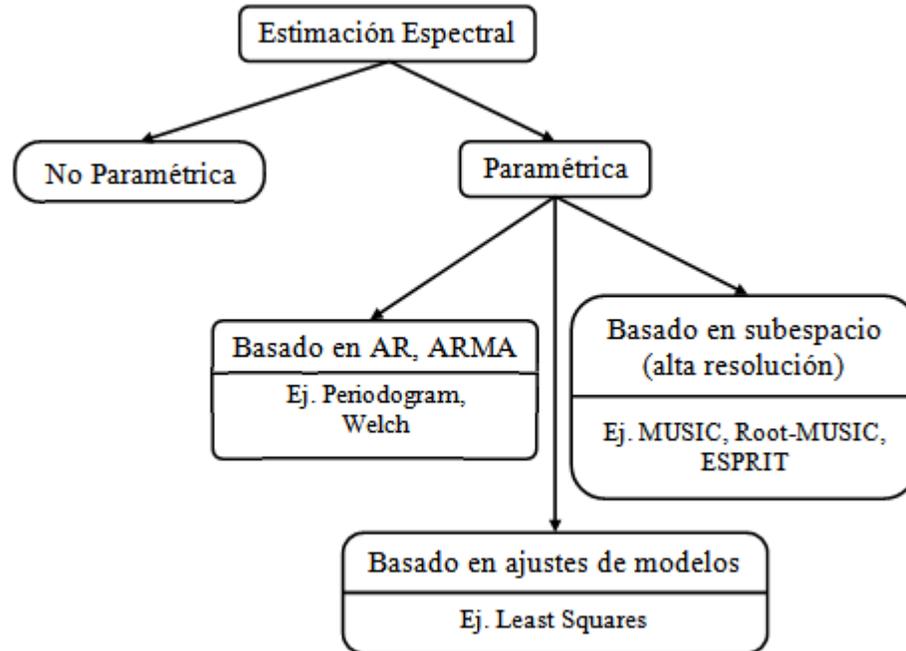


Figura 3. Clasificación de las técnicas de estimación espectral

Estos algoritmos se pueden clasificar dependiendo de su técnica de estimación:

- Técnicas de estimación Paramétricas: Está en función de un conjunto de parámetros y de las estadísticas de los datos.
- Técnicas de estimación No Paramétrica: Posee una débil dependencia de parámetros ya que la estructura es proporcionada por los datos.

En el apartado II.5 se describen a mayor detalle pero antes de eso se definirá el concepto de inferencia estadística ya que refuerza la idea de los que es una estimación.

## II.4 Inferencia estadística

Se basa en las conclusiones a la que se llega por la ciencia experimental basándose en información incompleta (de una parte de la población). La inferencia estadística es una parte de la estadística que permite generar modelos probabilísticos a partir de un conjunto de observaciones. Del conjunto de observaciones que van a ser analizadas, se eligen

aleatoriamente sólo unas cuantas, que es lo que se denomina muestra, y a partir de dicha muestra se estiman los parámetros<sup>4</sup> del modelo, y se contrastan las hipótesis establecidas, con el objeto de determinar si el modelo probabilístico es el adecuado al problema real que se ha planteado. La utilidad de la inferencia estadística, consiste en que si el modelo se considera adecuado, puede usarse para la toma de decisiones o para la realización de las previsiones convenientes. En el desarrollo del tema se utilizarán variables aleatorias, que son variables determinadas por el azar. La inferencia estadística parte de un conjunto de observaciones de una variable, y a partir de estos datos “infiere” o genera un modelo probabilístico; por tanto es la consecuencia de la investigación empírica, cuando se está llevando a cabo, y como consecuencia de la ciencia teórica, cuando se están generando estimadores, o métodos, con tal o cual característica para casos particulares. La inferencia estadística es, en consecuencia, un planteamiento inductivo. De una manera más resumida: es la parte de la estadística matemática que se encarga del estudio de los métodos para la obtención del modelo de probabilidad que sigue una variable aleatoria de una determinada población, a través de una muestra obtenida de la misma.

## **II.5 Técnicas de estimación del DOA**

Existen varios métodos de estimación de la posición angular de fuentes, los cuales se pueden clasificar en métodos paramétricos y no paramétricos. En los primeros se conoce la forma funcional de la función de distribución que sigue la variable aleatoria objeto de estudio y sólo se tiene que estimar los parámetros que la determinan. Para los segundos, no se conoce la forma funcional de la distribución que sigue la variable aleatoria objeto de estudio.

### **II.5.1 Estimación paramétrica**

---

<sup>4</sup> Un parámetro es un número que representa algún aspecto del comportamiento de una variable aleatoria.

El objetivo principal de la inferencia estadística es utilizar la información contenida en una serie de observaciones experimentales para determinar el comportamiento de cierta característica de una población representada por una variable aleatoria  $X$ .

Las conclusiones a las que atañe la inferencia se refieren habitualmente a ciertas medidas (parámetros) de dicha variable, tales como la esperanza, varianza, probabilidad de cierto suceso, etc.

Las conclusiones van a basarse en la información suministrada por un grupo de muestras seleccionadas al azar de la población siguiendo las pautas que marca la Teoría de Muestras<sup>5</sup>, es decir, las conclusiones van a basarse en una muestra aleatoria simple.

El objetivo de los métodos paramétricos de estimación paramétrica es aproximar el valor de algún parámetro desconocido de una variable aleatoria  $X$  empleando la información recogida en una muestra.

A continuación se describen algunos métodos de estimación paramétricos para la estimación del DOA, comúnmente caracterizados por ser complejos y cuyas prestaciones dependen de muchos parámetros. Estos son el número de usuarios móviles y la distribución espacial, el número de elementos del agrupamiento de antena y su espaciamiento así como el número de muestras de la señal.

### **II.5.1.1 Métodos convencionales para la estimación del DOA**

Los métodos convencionales de estimación del DOA, basan su funcionamiento en dirigir electrónicamente lóbulos en todas direcciones y observar picos de potencia a la salida para cada una de estas posiciones. Estas técnicas no explotan la naturaleza del modelo estadístico de la señal. El ancho del lóbulo principal y la magnitud de los lóbulos laterales limitan la efectividad cuando se tienen señales en múltiples direcciones, esto es

---

<sup>5</sup> Procedimientos para tomar muestras de manera apropiada.

debido a que las señales, bajo una región angular amplia, contribuyen al promedio de potencia medida en cada dirección observada. Es por esto, que además de requerir mucho tiempo para realizar la estimación de fuentes, son técnicas de baja resolución (Rappaport, 2001). Algunos de los métodos más utilizados son el método de mínima varianza de Capon (Capon, 1969) y el método Retardo-y-Suma (Lacoss, 1971).

### **II.5.1.2 Métodos de Máxima Verosimilitud**

Los métodos de máxima verosimilitud son algoritmos estocásticos que realizan una estimación a partir del comportamiento estadístico de las señales. Estos métodos son muy robustos con muy alta resolución, aún bajo ambientes hostiles donde se tenga una relación señal a ruido (SNR) muy baja (Bonilla, 2005).

El inconveniente de la aplicación de estos algoritmos es su alta complejidad computacional (Van Tress et al., 2002), que los hacen inviables cuando se requiere una estimación continua del DOA.

### **II.5.1.3 Métodos de subespacio para la estimación del DOA**

Los métodos basados en subespacio explotan la estructura del modelo de datos (Rappaport, 1999). Estos métodos confían en las siguientes propiedades de la matriz de covarianza<sup>6</sup> del agrupamiento de antenas: (1) El espacio generado por sus vectores propios puede ser dividido en dos subespacios, llamados el subespacio de señal y el subespacio de ruido; y (2) los vectores de dirección correspondientes a las direcciones de las fuentes son ortogonales al subespacio de ruido. Como el subespacio de ruido es ortogonal al subespacio de señal, estos vectores de dirección están contenidos en el subespacio de señal. El subespacio de ruido es generado por los vectores propios asociados a los valores propios más pequeños de la matriz de correlación, y el subespacio de señal es generado por los vectores propios asociados con sus valores propios más grandes.

---

<sup>6</sup> matriz que tiene los resultados de comparar y corregir las posibles diferencias existentes entre los elementos de un vector

Los métodos basados en la estructura de los valores propios de la matriz de covarianza del agrupamiento de antenas, hacen una búsqueda de las posiciones angulares, en las cuales las señales recibidas son ortogonales al subespacio de ruido y por ende, están contenidas en el subespacio de señal.

Las primeras propuestas de algoritmos basados en subespacios son el algoritmo MUSIC (MUltiple SIgnal Clasification) propuesto por Schmith (Schmidt et al., 1986) y el algoritmo ESPRIT (Estimation of Signal Parameters vía Rotational Invariance Technique) propuesto por Roy (Roy et al., 1989).

Estos algoritmos son de alta resolución, sin embargo, requieren, el cálculo de los valores y vectores propios de la matriz de covarianza cada vez que se requiere hacer la estimación del DOA, esto requiere de mucho tiempo de computo, lo cual resulta inconveniente su aplicación bajo entornos dinámicos, debido a que se requiere la estimación de fuentes sucesivamente y en tiempo real.

En la Tabla I se muestra un resumen de las características de los principales métodos paramétricos.

<b>Tabla I. Características de los principales métodos paramétricos de estimación de fuentes</b>	
<b>Algoritmo</b>	<b>Característica</b>
<b>MUSIC</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- alta resolución</li> <li>- Sus salidas las proporciona en espectros de potencia</li> <li>- Consumo de tiempo considerable</li> </ul>

ROOT-MUSIC	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Basado en la solución de raíces polinomiales</li> <li>- Se aplica solamente en agrupamientos lineales uniformes (ALU)</li> </ul>
ESPRIT	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Reduce el tiempo computacional con respecto a MUSIC</li> <li>- Basado en la división del agrupamiento de sensores en sub-agrupamientos</li> </ul>
Máxima Verosimilitud	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Empleo de tiempo computacional muy elevado</li> <li>- Preferentemente utiliza supercomputadoras</li> <li>- Precisión elevada en la estimación</li> </ul>

## II.5.2 Estimación no paramétrica

La regresión no paramétrica es una forma del análisis de regresión en el cual el predictor no toma una forma predeterminada pero es construido de acuerdo a la información derivada de los datos. La regresión no paramétrica requiere tamaños de muestras más grandes que la regresión basada en modelos paramétricos porque los datos tienen que suministrar la estructura así como la estimación del modelo.

Como resultado, los procedimientos de estimación no paramétrica no tienen parámetros significativos asociados. Dos tipos de técnicas no paramétricas son redes neuronales artificiales y la estimación con Kernels. En el siguiente capítulo se estudiará el *estimador no paramétrico LPA* para detección de fuentes donde se demostrarán las ventajas de este tipo de estimador para entornos de alta movilidad.

## II.6 Algoritmos de estimación de fuentes

Existen diferentes estimadores del DOA para agrupamientos de antenas de geometría arbitraria. Sin embargo, estos estimadores que son apropiados para señales en ambientes correlados, como el de Máxima Verosimilitud Determinístico (DML: Deterministic Maximum Likelihood) y el de Ajuste de Subespacio Ponderado (WSF: Weighted Subspace Fitting) (Krim et al., 1996), (Viberg et al., 1991), son muy complicados e involucran una búsqueda multidimensional de parámetros. Peor aún, la convergencia general no está garantizada (Stoica et al., 1990). En el caso de MUSIC Multidimensional (Zoltowski et al., 1986), mientras la idea es simple, también involucra una búsqueda de parámetros multidimensionales, como lo sugiere su nombre.

Por otro lado, se tienen estimadores de DOA computacionalmente sencillos pero estos requieren condiciones especiales de los Agrupamientos Lineales Uniformes (ALU). Entre los estimadores basados en ALUs están el ESPRIT (Roy et al., 1989) y el MUSIC (Schmidt et al., 1986) con desvanecimiento espacial (Pillai, 1989), y Root-WSF (Krim et al., 1996), (Viberg et al., 1991). Específicamente, estos estimadores toman ventaja de la forma Vandermonde<sup>7</sup> del vector de direccionamiento de los ALUs para reducir la complejidad computacional (Lau et al., 2002). Ejemplos incluyen MUSIC con desvanecimiento espacial que requiere una descomposición de eigenvalores y búsqueda en una dimensión, y Root-WSF que también necesita descomposición en eigenvalores (Lau et al., 2002).

De los varios métodos de alta resolución de estimación de fuentes, el más empleado es el algoritmo MUSIC (Multiple Signal Classification), el cual se basa en la matriz de correlación de la señal incidente en el agrupamiento de antenas. Sin embargo, por el mismo procesamiento este método demanda una gran carga computacional debido a la descomposición del subespacio de vectores propios de la matriz de correlación. Para enfrentar el problema de la complejidad computacional se pueden emplear algoritmos

---

<sup>7</sup> Matriz que presenta una progresión geométrica

como PAST (Projection Approximation Subspace Tracking) y Bi-SVD (Bi-Iteration Singular Value Descomposition) que se basan en la actualización sucesiva (rastreo) del subespacio mediante muestras instantáneas (Rappaport, 1999). Con lo que se obtiene la reducción potencial del tiempo de procesamiento y la precisión de los dos algoritmos para estimar las fuentes en un ambiente dinámico, en contraste con los errores del algoritmo MUSIC convencional (Mendoza et al., 2007).

## II.7 Conclusiones

En este capítulo se describió el concepto de detección de fuente mejor conocido como DOA dentro de un entorno de comunicaciones móviles celulares, para lo cual fue necesario definir lo que es un agrupamiento de antenas ya que mediante éste, se obtiene la información necesaria para realizar la estimación de la ubicación de las fuentes.

También se explicaron los métodos de estimación paramétrica más comunes y se comentaron algunos de los algoritmos de esta categoría mencionando algunas características que limitan su aplicación.

Con respecto a la estimación no paramétrica, se explicó parcialmente debido a que en el siguiente capítulo se retomará con mayor profundidad al estudiar el algoritmo de estimación de fuentes de *Aproximación de Polinomio Local* (LPA: Local Polynomial Approximation). El estimador de fuentes no paramétrico LPA, es la piedra angular de este trabajo de tesis debido a la cantidad de beneficios que se obtendrán al obtener un DOA mejorado dentro de un entorno de alta movilidad (Katkovnik et al., 2002) y aplicándolo a un sistema de comunicaciones móviles celulares con antena inteligente (Sung et al. 2007).

## **Algoritmo LPA como estimador no paramétrico en detección de fuentes**

---

### **III.1 Introducción**

En años recientes, ha habido un crecimiento en el interés de la localización y rastreo de múltiples fuentes con rápido desplazamiento angular. En este capítulo, se desarrolla un nuevo enfoque no paramétrico para este problema basado en una aproximación de polinomio local (Katkovnik, 1998) para la estimación de direcciones de arribo variantes en el tiempo. El utilizar esta técnica de localización de fuentes, representa un reto para el grupo de investigación donde se desarrolla esta tesis, debido a que es la primera vez que se utiliza un estimador no paramétrico para la detección de fuente con alta movilidad.

El objetivo del presente capítulo es lograr una estimación de las direcciones de arribo de fuentes en movimiento y con esto se cubrirá una parte de los objetivos de la tesis. Pero antes de iniciar con el análisis del estimador no paramétrico, se dará un recordatorio de lo que es estimación no paramétrica para después presentar la Aproximación de Polinomio Local (LPA) de forma genérica, siguiendo con el empleo de LPA como un estimador no paramétrico en detección de fuentes.

Se finaliza con el desarrollo de expresiones cerradas para la obtención del sesgo y varianza del estimador-LPA en el caso de fuentes móviles y se discute el problema de la elección de la ventana óptima.

## III.2 Estimación no paramétrica

Una estimación no paramétrica se realiza bajo una estadística no paramétrica, la cual es una rama de la estadística que estudia las pruebas y modelos estadísticos cuya distribución subyacente no se ajusta a los llamados criterios paramétricos. Su distribución no puede ser definida a priori, pues son los datos observados los que la determinan. La utilización de estos métodos (también llamados libres de distribución) se hace recomendable cuando no se puede asumir que los datos se ajusten a una distribución conocida.

Otra justificación para el uso de métodos no paramétricos es su simplicidad. En ciertos casos, aún cuando el uso de métodos paramétricos es justificado, los métodos no paramétricos podrían ser más fácil de implementar.

## III.3 Aproximación de Polinomio Local (LPA)

LPA es una herramienta universal flexible para realizar aproximaciones. LPA es aplicado para diseñar un estimador usando un ajuste de polinomio a una ventana deslizante<sup>8</sup>. La ventana así como el orden del polinomio, definen el estimador deseado.

### III.3.1 Ventana

Siendo  $y$  una función escalar de un argumento escalar  $x$ , se desea reconstruir esta función utilizando las observaciones

$$z_s = y(X_s) + \varepsilon_s, \quad s = 1, \dots, n \quad (8)$$

donde las coordenadas de observación  $X_s$  son conocidas y  $\varepsilon_s$  son los errores de estimación con media cero.

---

<sup>8</sup> Conjunto de datos que se encuentran en la vecindad del punto que se requiere estimar

Se está haciendo una consideración no global con respecto a  $y$  pero se considera que localmente puede ser bien aproximada con una clase sencilla de funciones paramétricas. Las series de Taylor pueden servir como una buena aproximación de funciones estimadoras.

En un vecindario de  $x$  la aproximación está dada por  $y(X_s)$ :

$$y(x) \approx y(x) - y^{(1)}(x)(x - X_s) + y^{(2)}(x)(x - X_s)^2 / 2 + \dots \quad (9)$$

donde  $x$  representa el punto central de la estimación,  $X_s$  es la cantidad de datos utilizados y las derivadas de  $y$  son los términos de la expansión en la serie de Taylor.

Dado que las funciones  $y(x)$  y las derivadas  $y^{(1)}(x)$  y  $y^{(2)}(x)$  son desconocidas en (9) se puede realizar un ajuste de datos para  $y(X_s)$  de la forma

$$y(x) \approx C_0 - C_1(x - X_s) + C_2(x)(x - X_s)^2 / 2 + \dots, \quad (10)$$

donde los coeficientes  $C_0$ ,  $C_1$  y  $C_2$  en (3) son usados como estimadores para  $y(x)$ ,  $y^{(1)}(x)$  y  $y^{(2)}(x)$ , respectivamente.

Tener el modelo de la forma (10), permite una interpretación útil de los coeficientes  $C_k$  como las derivadas de  $y$ .

En la ecuación (10) se utiliza el polinomio de primer orden  $x$  con el signo negativo con el fin de tener  $C_1$  como el estimador de  $y^{(1)}(x)$ . Por supuesto que la ecuación (10) puede ser escrita con signos positivos para todos los monomios

$$y(x) \approx C_0 + C_1(x - X_s) + C_2(x)(x - X_s)^2 / 2 + \dots, \quad (11)$$

pero la estimación de  $y^{(1)}(x)$  es  $-C_1$ .

Con el fin de conservar el significado de los coeficientes  $C_k$  como estimadores de las derivadas, se usarán polinomios de orden impar dentro del modelo (10) con los signos negativos.

Para formalizar un ajuste de datos, el método de mínimos cuadrados ponderados proporciona el siguiente criterio:

$$J(x, C) = \sum_s w(x - X_s) e_s^2, \quad (12)$$

con  $e_s = z_s - y(x, X_s)$  y  $y(x, X_s) = C_0 - C_1(x - X_s) + C_2(x)(x - X_s)^2 / 2$  donde  $w$  es la función ventana;  $y(x, X_s)$  indica una aproximación polinomial;  $e_s$  es la diferencia entre la observación  $z_s$  y la aproximación  $y(x, X_s)$ .  $C$  es el vector de los componentes  $C_0$ ,  $C_1$ , y  $C_2$ .

La función ventana  $w$  es centrada en el punto de interés  $x$ . La coordenada  $x$  posiciona a la ventana, y  $w(x - X_s)$  en (12) define un conjunto de observaciones vecinas  $X_s$  así como las ponderaciones (tipo de ventana) para la estimación en el punto  $x$ . Minimizando (12) para  $C$ , se encontraría una estimación para el parámetro  $C$ :

$$\hat{C} = \arg \min_c [J(x, C)] \quad (13)$$

En general, es claro que los coeficientes  $C$  son diferentes para cada punto  $x$ . La notación  $\hat{C}(x)$  enfatiza que la estimación de  $C$  depende de  $x$ . La estimación de ventana deslizante hace que los coeficientes de  $C$  en el modelo (10) varíen con  $x$ .

El modelo (10) puede ser de cero, primero o segundo orden dependiendo de la potencia utilizada en los polinomios. El parámetro  $\hat{C}(x)$  proporciona directamente la estimación de la función  $y(x)$  de las derivadas  $y^{(r)}$ :

$$\hat{y}(x) = \hat{C}_0, \quad \hat{y}^{(1)}(x) = \hat{C}_1, \quad \hat{y}^{(2)}(x) = \hat{C}_2 \quad (14)$$

### III.3.2 Proceso de la estimación no paramétrica

Los estimadores de ventana deslizante (12) y (13) la situación pertenecen a una clase de los llamados estimadores no paramétricos. A continuación se abundará más en el significado de lo que es una estimación paramétrica y no paramétrica.

Para una estimación paramétrica, el criterio (12) y la estimación (13) se transforman en

$$J(C) = \sum_s w_s e_s^2, \quad e_s = z_s - y(X_s), \quad (15)$$

$$y(X_s) = C_0 - C_1 X_s + C_2 X_s^2 / 2$$

donde los pesos  $w_s$  son fijos y

$$\hat{C} = \arg \min_c J(C) \quad (16)$$

Un modelo paramétrico de orden cero con  $y(x) = C_0$  proporciona una estimación de  $\hat{y}(x) = \hat{C}_0$  constante para toda  $x$ . El modelo paramétrico de primer orden  $y(x) = C_0 - C_1 x$  da una estimación lineal  $\hat{y}(x) = \hat{C}_0 - \hat{C}_1 x$  en  $x$ , y el modelo paramétrico de segundo orden  $y(x) = C_0 - C_1 x + C_2 x^2 / 2$  obviamente proporciona una estimación cuadrática sobre  $x$ .

El orden del polinomio define completamente el tipo de curva de estimación (constante, lineal o cuadrática).

Para el caso de ventana deslizante de (12) y (13) es completamente diferente, donde el orden del polinomio no especifica de manera explícita el tipo de curva de estimación, la cual depende esencialmente de los datos observados.

La ventana de estimación en (13) no puede ser representada como una función polinomial del orden dado en el modelo local. En términos ligeramente diferentes, la curva estimada con (12) y (13) no puede ser parametrizada como una función polinomial de un orden dado, de este modo se aclaran los términos de estimación paramétrica y no paramétrica.

Un punto clave al distinguir la diferencia entre estimación paramétrica y no paramétrica es que, se observa que los pesos  $w_s$  son constantes en (15) y varían con  $x$  en (12).

Los modelos de señal son usados de manera muy diferente entre ambos tipos de estimación. Para el tipo paramétrico, el modelo  $\hat{y}(x) = \widehat{C}_0 - \widehat{C}_1 x + \widehat{C}_2 x^2 / 2$  es global y usado en esta forma para toda  $x$ . De esta manera, si se requiere calcular las derivadas, estas son  $\hat{y}^{(1)}(x) = -\widehat{C}_1 + \widehat{C}_2 x$  y  $\hat{y}^{(2)}(x) = \widehat{C}_2$ .

En el enfoque no paramétrico, se utiliza el modelo  $\hat{y}(x, X_s) = \widehat{C}_0(x) - \widehat{C}_1(x)(x - X_s) + \widehat{C}_2(x)(x - X_s)^2 / 2$  en (12) para  $X_s = x$  solamente, dado  $\hat{y}(x) = \hat{y}(x, X_s) \Big|_{x=X_s=\widehat{C}_0(x)}$ .

Para la estimación de las derivadas se tiene

$$\hat{y}^{(1)}(x) = \partial_{X_s} \hat{y}(x, X_s) \Big|_{x=X_s=\widehat{C}_1(x)} \quad (17)$$

y

$$\hat{y}^{(2)}(x) = \partial_{X_s}^2 \hat{y}(x, X_s) \Big|_{x=X_s=\widehat{C}_2(x)} \quad (18)$$

Así, en la estimación no paramétrica, el modelo es explícitamente local y usado para cada uno de los puntos de estimación. Los coeficientes en las ecuaciones (12) y (13) son calculados para una  $x$  fija y el modelo es usado solamente para esta  $x$ .

La dependencia en  $x$  en el caso paramétrico es definida por las funciones bases (polinomios) de el modelo y los coeficientes son fijos. En el caso no paramétrico, las cosas son completamente diferente: la dependencia en  $x$  es definida por los coeficientes variantes  $\widehat{C}_0(x)$ ,  $\widehat{C}_1(x)$ ,  $\widehat{C}_2(x)$  mientras las funciones base son usadas con un valor fijo de cero en el argumento.

La naturaleza no paramétrica de la ventana de estimación sigue a la técnica usada para cada  $x$  en (12) cuando ajusta con diferentes pesos para datos distintos.

La localización relaja la sensibilidad de los modelos paramétricos estándar hacia el orden del modelo y transforma el ajuste del polinomio en una herramienta mucho más flexible de lo que puede ser esperado de un enfoque paramétrico estándar.

La estimación  $\widehat{y}(x) = \widehat{C}_0(x)$  (así como la estimación de las derivadas) puede ser dada en forma de operador kernel (filtro) lineal en la siguiente observación:

$$\widehat{y}(x) = \sum_s g(x, X_s) z_s \quad (19)$$

empleando la siguiente notación:

$$g(x, X_s) = w(x - X_s) \phi^T(x - X_s) \Phi^{-1} \phi(0),$$

con

$$\Phi = \sum_s w(x - X_s) \phi(x - X_s) \phi^T(x - X_s), \quad (20)$$

donde  $\phi(x) = [1, -x, x^2/2, \dots]^T$  es el vector de polinomios de LPA. Esta es una expresión general donde la longitud del vector  $\phi$  es igual al orden del polinomio más uno.

### III.3.3 Escala

El tamaño de la función ventana  $w$  en (12) es un parámetro importante y natural para la aproximación local. Si la ventana es larga y establece pesos residuales iguales, entonces la estimación no paramétrica coincide con la paramétrica. La diferencia entre ambos enfoques desaparece. En este caso la curva de estimación es constante, lineal o cuadrática, dependiendo del grado del polinomio usado en el modelo, y habilita un máximo desvanecimiento de ruido aleatorio en las observaciones.

Si la ventana es de un tamaño mínimo, entonces la curva de estimación pasa muy cercana a través de los puntos de observación y no hay desvanecimiento de los datos. De esta manera, el tamaño de la ventana controla el nivel de desvanecimiento habilitado por el estimador.

### III.3.4 Precisión de la Aproximación de Polinomio Local

La precisión de LPA es caracterizada por un error definido como la diferencia entre la señal verdadera y la estimada:

$$e_y(x, h) = y(x) - \hat{y}_h(x), \tag{21}$$

$$e_{y^{(r)}}(x, h) = y^{(r)}(x) - \hat{y}_h^{(r)}(x)$$

donde  $e_y$  es el error de estimación de la señal  $y$  y  $e_{y^{(r)}}$  es el error de estimación de la derivada  $y^{(r)}$ ,  $x$  y  $h$  representan el punto de la estimación y la cantidad de datos utilizados, respectivamente. Para el modelo de observación en (8), estos errores están compuestos del sesgo y de los componentes aleatorios correspondientes a la  $y$  determinística y al ruido

aleatorio  $\varepsilon$ , respectivamente. Definiendo al sesgo como la diferencia entre la señal verdadera y el valor esperado de la estimación:

$$m_{\hat{y}_h}(x, h) = y(x) - E\{\hat{y}_h(x)\} \quad (22)$$

$$m_{\hat{y}_h^{(r)}}(x, h) = y^{(r)}(x) - E\{\hat{y}_h^{(r)}(x)\}$$

Entonces es posible determinar el error cuadrático medio utilizando (Katkovnik et al., 2002):

$$L_{\hat{y}_h}(x, h) = m_{\hat{y}_h}^2(x, h) + \sigma_{\hat{y}_h}^2(x, h) \quad (23)$$

$$L_{\hat{y}_h^{(r)}}(x, h) = m_{\hat{y}_h^{(r)}}^2(x, h) + \sigma_{\hat{y}_h^{(r)}}^2(x, h)$$

Aquí existe un compromiso entre el sesgo y la varianza que será determinado por la elección de la escala  $h$ .

### III.4 Estimador LPA para detección de fuentes con movilidad

La mayoría de los algoritmos de seguimiento de la dirección de arribo existentes para sistemas de antenas inteligentes son diseñados bajo la consideración de que el movimiento del usuario de interés es casi despreciable, mientras que es bien sabido que este orden de no estacionariedad causa serias degradaciones en las prestaciones de ambientes de usuarios móviles (Katkovnik et al., 2002), (Katkovnik et al., 2000). En (Katkovnik et al., 2002), (Katkovnik et al., 2000), (Lee et al., 2005), (Park et al., 2004); han sido presentados algoritmos eficientes para la estimación del DOA de rápida variación para sistemas de radar, y la idea principal del aprovechamiento LPA propuesto, es explotar una expansión de la Serie de Taylor truncada localmente con la intención de aproximar DOAs variantes en el tiempo. Con el algoritmo LPA es posible modelar el movimiento de

un usuario apropiadamente y rastrear el correspondiente DOA variante en el tiempo. Por lo tanto, cuando la antena inteligente LPA es usada en sistemas de comunicaciones móviles, se obtendrán mejores prestaciones que una simple antena inteligente convencional diseñada para ambientes no estacionarios.

### III.4.1 Modelo del sistema y Algoritmo LPA

Dentro de un sistema de comunicaciones móviles se considera una célula aislada con un usuario de interés y  $M-1$  interferentes. Un agrupamiento lineal uniforme con  $L$  elementos equiespaciados es utilizado para la antena en una estación base. También se considera que:

- 1) Todos los usuarios están localizados en el campo lejano de la antena utilizada en la estación base.
- 2) El modelo de propagación de ondas planas es utilizado para las señales (Liberti et al., 1999).
- 3) Los usuarios y los elementos del agrupamiento están en el mismo plano horizontal con las coordenadas angulares azimutales (Katkovnik et al., 2002), (Liberti et al., 1999).
- 4) El acoplamiento mutuo entre los elementos del agrupamiento es ignorado.

Para el modelo de la señal de la antena LPA se utiliza la expresión (3), recordando que el vector de direccionamiento  $A(\phi(t))$  del agrupamiento de antena en el tiempo  $t$  puede ser escrito como

$$\begin{aligned} A(\phi(t)) &= [a_0(\phi(t)), \dots, a_{L-1}(\phi(t))]^T, \\ a_l(\phi(t)) &= e^{-j2\pi dl \sin \phi(t) / \lambda}, \end{aligned} \tag{24}$$

donde  $\phi(t)$  es el DOA en el tiempo  $t$ ,  $d$  es el espacio entre elementos y  $\lambda$  es una longitud de onda (Katkovnik et al., 2002), (Katkovnik et al., 2000).

En el algoritmo LPA, el DOA en la  $k$ -ésima muestra es modelado por series de Taylor, y expresado de la siguiente manera a través de una aproximación:

$$\phi(t + kT_s) = z_0 + z_1 kT_s, \quad (25)$$

donde  $T_s$  es el intervalo de muestreo; más aún  $z_0 = \phi(t)$  y  $z_1 = \phi^{(1)}$  son dados. La meta del algoritmo es obtener la estimación  $\hat{Z}$  del vector  $Z = [z_0, z_1]^T$  (Katkovnik et al., 2002), (Katkovnik et al., 2000).

El objetivo es encontrar la estimación de  $\hat{Z}$  realizando un procedimiento similar a (Katkovnik et al., 2002), pero utilizando el vector de la señal recibida en banda base de un sistema CDMA. Asumiendo un control de potencia perfecto en un sistema CDMA con el esquema de modulación BPSK (Binary Phase Shift Keying) (Song et al., 1999), (Mohamed et al., 1998), (Liberti et al., 1999) bajo un ambiente de ruido blanco Gaussiano aditivo (AWGN: additive White Gaussian noise), el vector de la señal recibida en banda base en el  $k$ -ésimo tiempo de muestreo después del desanchamiento de ruido pseudoaleatorio (PN pseudo-noise) puede ser presentado como

$$\begin{aligned} R(t + kT_s) &= s_1(t + kT_s)A(\phi_1(t + kT_s)) \\ &+ \sum_{m=2}^M \rho_{1,m} s_m(t + kT_s)A(\phi_m(t + kT_s)) \\ &+ N(t + kT_s). \end{aligned} \quad (26)$$

Donde  $s_1(t) \in \{1, -1\}$  y  $\phi_1(t)$  son los símbolos de los datos y el DOA del usuario de interés en el tiempo  $t$ ; y  $s_m(t) \in \{1, -1\}$  y  $\phi_m(t)$  son los símbolos de los datos y del DOA del  $m$ -ésimo usuario en el tiempo  $t$ , respectivamente.  $\rho_{1,m}$  representa la correlación cruzada entre el código PN del usuario de interés y los  $m$ -ésimos usuarios; y  $N(t)$  indica el vector

$L \times 1$  de ruido blanco con componentes independientes, variables aleatorias Gaussianas con valores complejos y media cero con varianza  $\sigma_n^2$ .

El estimador LPA para  $\hat{Z}$  es obtenido de un criterio de mínimos cuadrados ponderados con ventana rectangular, y finalmente obtenido como la maximización de la siguiente función de potencia LPA  $P_L(t, Z)$  en la salida del combinador de la antena (Katkovnik et al., 2002):

$$P_L(t, Z) = \frac{1}{L(K+1)} \sum_{k=-K/2}^{K/2} \left| A^H(Z, kT_s) R(t + kT_s) \right|^2, \quad (27)$$

donde  $(\cdot)^H$  representa a la transpuesta Hermitiana, con la estimación de la forma

$$\hat{Z}(t) = \arg \left[ \max_Z P_L(t, Z) \right]. \quad (28)$$

En el otro caso, la antena inteligente convencional es definida como el agrupamiento de antenas que siempre utiliza una estimación del DOA invariante en el tiempo, dependiendo solamente en un parámetro  $\phi_1$ , a pesar del movimiento del usuario, debido a que ha sido diseñado bajo la suposición de un movimiento de usuario nulo. De esta manera, su función de potencia  $P_{con}(t, \phi_1)$  utilizando el enfoque de mínimos cuadrados es obtenida como un caso especial de la antena LPA suponiendo  $z_0 = \phi_1$  y  $z_1 = 0$ , tal como se realiza en (Katkovnik et al., 2000)

$$P_{con}(t, \phi_1) = \frac{1}{L} A^H(\phi_1) C(t) A(\phi_1), \quad (29)$$

donde

$$C(t) = \frac{1}{K+1} \sum_{k=-K/2}^{K/2} R(t+kT_s)R^H(t+kT_s), \quad (30)$$

La función (29) será referida como el estimador LPA. La maximización de esta función requiere una búsqueda en 2 dimensiones sobre  $c_0$  y  $c_1$ . Puesto que (27) es una función lineal con respecto al momento de segundo orden de la señal  $\mathbf{r}$ , su respuesta a múltiples fuentes representa una superposición directa de respuestas particulares a cada fuente (similarmente al estimador convencional (Haykin, 1991)). Por tanto, el estimador LPA (27) puede ser aplicado a múltiples fuentes bien separadas. De manera interesante, (27) es bastante similar a la llamada función estimadora modificada obtenida en (Friedlander, et al., 1995) en aplicaciones de estimación del DOA en agrupamientos variantes en el tiempo. Destacando que en el caso de localización de fuentes invariantes en el tiempo,  $c_1 = 0$  y el vector de direccionamiento (3) se vuelve independiente del tiempo  $kT$ . De ahí, se obtiene que (27) puede ser transformada a la función estimadora convencional de una dimensión (Haykin, 1991), (Katkovnik et al., 2000). Al mismo tiempo, la formulación anterior del estimador LPA es bastante diferente de aquella para la Máxima Verosimilitud (ML: Maximum Likelihood) determinística estándar (Ziskind et al., 1988) y el estimador convencional (Haykin, 1991). Es más, en la formulación estándar de ML, los vectores de direccionamiento de las fuentes son considerados como invariantes en el tiempo los cuales conducen a una forma diferente de la función estimadora.

Al hacer una breve comparación de la carga computacional entre los métodos convencionales y el estimador LPA, se tiene que el estimador convencional está basado en una búsqueda sobre una dimensión y su carga computacional está dada por  $O(nNL)$ , donde  $N$  es el número de muestras y  $L$  es el número de puntos en el dominio angular. Sucesivamente, estimadores LPA utilizan una búsqueda en dos dimensiones y tienen mayor carga computacional  $O(nNLP)$ , donde  $P$  es el número de puntos en el dominio de la velocidad angular. Por lo tanto, el orden de la carga computacional del método LPA es  $P$  veces mayor que el algoritmo convencional.

### III.5 Análisis de prestaciones asintóticas

Esta sección presenta los resultados del análisis asintótico del estimador LPA en el caso de una fuente en movimiento. Se enfatiza, sin embargo, que este análisis de prestaciones también es válido para múltiples fuentes que están debidamente separadas al menos en uno de los parámetros (i.e., en ángulo o velocidad angular). Introduciendo el vector de error de estimación

$$\Delta c = [\Delta c_0, \Delta c_1]^T = \hat{c} - c \quad (31)$$

donde  $\hat{c}$  representa la estimación de  $\mathbf{C}$  obtenida al maximizar la función estimadora LPA (27).

Entonces, la siguiente proposición se valida:

*Proposición:* Permitiendo  $h \rightarrow 0$ ,  $T \rightarrow 0$ , tal que  $h/T \rightarrow \infty$  y  $h^3/T \rightarrow \infty$  y dejando a la fuente de la forma de onda  $s$  permanecer constante dentro del intervalo de observación.

Entonces

$$E\{\Delta c_0\} = \frac{h^2 \theta^{(2)}(t)}{2} \int w(v) v^2 dv \quad (32)$$

$$E\{\Delta c_1\} = \frac{h^2 \theta^{(3)}(t)}{6} \frac{\int w(v) v^4 dv}{\int w(v) v^2 dv} \quad (33)$$

$$\text{var}\{\Delta c_0\} = \frac{TK}{h \cos^2 \theta(t)} \int w^2(v) dv \quad (34)$$

$$\text{var}\{\Delta c_1\} = \frac{TK \int w^2(v)v^2 dv}{h^3 \cos^2 \theta(t) \left( \int w(v)v^2 dv \right)^2} \quad (35)$$

$$\text{cov}\{\Delta c_0, \Delta c_1\} = 0 \quad (36)$$

donde

$$K = \frac{6\lambda^2 \left(1 + \frac{1}{nSNR}\right)}{(2\pi d)^2 n(n^2 - 1)SNR} \quad (37)$$

y la relación señal a ruido (SNR) es definida como

$$SNR = \frac{|s|^2}{\sigma^2} . \quad (38)$$

Esta proposición aclara una dependencia explícita de la precisión alcanzada en los parámetros de fuente y agrupamiento. De acuerdo a (32), el sesgo de la estimación del DOA es proporcional a la segunda derivada  $\theta^{(2)}$ , mientras que el sesgo en la estimación de la velocidad angular es proporcional a  $\theta^{(3)}$ . Sin embargo, las varianzas de la estimación del DOA y velocidad angular no dependen de las derivadas de  $\theta(t)$  del todo. Considerando el caso convencional con la ventana rectangular

$$w(v) = \begin{cases} 1, & -1/2 \leq v \leq 1/2 \\ 0, & \text{otro caso} \end{cases} \quad (39)$$

y  $N = h/T$  muestras, se encuentra que (34) puede ser reescrita como

$$E\left\{\left(\hat{\theta} - E\{\hat{\theta}\}\right)^2\right\} = \frac{6\lambda^2\left(1 + \frac{1}{nSNR}\right)}{(2\pi d)^2 Nn(n^2 - 1)SNR \cos^2 \theta} . \quad (40)$$

Cabe señalar que la forma de (40) es similar a la expresión válida y conocida para el caso estacionario, como en (Stoica et al., 1989), para el estimador convencional (el cual corresponde al estimador determinístico de máxima verosimilitud para el caso de una fuente)<sup>9</sup>. La única diferencia es que, de acuerdo a las suposiciones, aquí se utiliza la SNR instantánea (38), mientras que la SNR en (Stoica et al., 1989) es definida a través del valor que es promediado sobre el intervalo de observación.

Una conclusión importante siguiendo a (40), es que la varianza de la estimación de  $\theta$  basada en el estimador LPA no es afectada por una posible no estacionariedad de la fuente. Por lo tanto, el efecto de la no estacionariedad es manifestada solo en el sesgo de  $\hat{\theta}(t)$ , el cual contiene mayores derivadas de mayor orden de  $\theta$  y, sin embargo, depende de los parámetros del movimiento de la fuente.

A continuación, para determinar el parámetro  $h$  óptimo al minimizar el error cuadrático medio (MSE: mean square error) de la estimación de  $\theta$  se tiene que, combinando (32) y (34), el MSE está dado por

$$\begin{aligned} E\{\Delta c_0^2\} &= E\left\{\left(\hat{\theta} - \theta\right)^2\right\} \\ &= \frac{TK}{h \cos^2 \theta(t)} \int w^2(v) dv + \left( \frac{h^2 \theta^{(2)}(t)}{2} \int w(v) v^2 dv \right)^2 . \end{aligned} \quad (41)$$

Minimizando (41) con respecto a  $h$ , se obtiene que el valor óptimo para este parámetro esta dado por

---

<sup>9</sup> Sin embargo, en términos del sesgo de estimador LPA y convencionales, son esencialmente diferentes.

$$h_{o,opt} = \left( \frac{TK \int w^2(v) dv}{\left[ \theta^{(2)}(t) \cos \theta(t) \int w(v) v^2 dv \right]^2} \right)^{1/5} \quad (42)$$

Teniendo en cuenta que (42) depende de el ángulo  $\theta(t)$  y de su segunda derivada  $\theta^{(2)}(t)$ . Para una variación lenta de  $\theta$ , la derivada de segundo orden se vuelve pequeña, y de acuerdo a (42), la longitud de ventana óptima tiende a incrementarse. Insertando (42) en (41), se puede expresar el MSE óptimo en la siguiente forma:

$$\min_h E \{ \Delta c_0^2 \} = \text{var}_{opt} \{ \Delta c_0 \} (1 + \beta_0^2) \quad (43)$$

donde

$$\text{var}_{opt} \{ \Delta c_0 \} = \frac{TK}{h_{o,opt} \cos^2 \theta(t)} \int w^2(v) dv \quad (44)$$

y

$$\beta_0 = \frac{|E \{ \Delta c_0 \}|_{opt}}{\sqrt{\text{var}_{opt} \{ \Delta c_0 \}}} = \frac{1}{2} \quad (45)$$

Teniendo en cuenta que se obtuvo (45) al utilizar (41) para calcular  $\beta_0^2$  e insertando (42) dentro de la expresión resultante para  $\beta_0^2$ . La ecuación (45) muestra que la longitud de ventana óptima corresponde al compromiso sesgo-varianza  $|E \{ \Delta c_0 \}| \approx \sqrt{\text{var} \{ \Delta c_0 \}}$ . En otras palabras, este compromiso requiere que el cuadrado del sesgo sea del mismo nivel que la varianza. De modo interesante, el parámetro  $\beta_0$  es independiente de  $\theta$  y sus derivadas.

Para el MSE de la estimación de la velocidad angular, se obtiene

$$E\{\Delta c_1^2\} = \frac{TK \int w^2(v)v^2 dv}{h^3 \cos^2 \theta(t) \left( \int w(v)v^2 dv \right)^2} + \left( \frac{h^2 \theta^{(3)}(t) \int w(v)v^4 dv}{6 \int w(v)v^2 dv} \right)^2. \quad (46)$$

El MSE (46) es minimizado si

$$h_{1,opt} = \left( \frac{27TK \int w^2(v)v^2 dv}{\left( \theta^{(3)}(t) \cos \theta(t) \int w(v)v^4 dv \right)^2} \right)^{1/7}. \quad (47)$$

Insertando (47) en (46), se obtiene que

$$\min_h E\{\Delta c_1^2\} = \text{var}_{opt} \{\Delta c_1\} (1 + \beta_1^2) \quad (48)$$

donde

$$\text{var}_{opt} \{\Delta c_1\} = \frac{TK}{h_{1,opt}^3 \cos^2 \theta(t)} \frac{\int w^2(v)v^2 dv}{\left( \int w(v)v^2 dv \right)^2} \quad (49)$$

y

$$\beta_1 = \frac{|E\{\Delta c_1\}|_{opt}}{\sqrt{\text{var}_{opt} \{\Delta c_1\}}} = \sqrt{\frac{3}{4}}. \quad (50)$$

Teniendo en cuenta que (50) se obtuvo al utilizar (46) para calcular  $\beta_1^2$  e insertando (47) dentro de la expresión resultante para  $\beta_1^2$ . Se sigue de (50) que el compromiso óptimo de sesgo-varianza para la estimación de velocidad angular es independiente de los parámetros de la fuente y corresponde a la situación donde el cuadrado del sesgo y la

varianza tienen el mismo orden, es decir,  $|E\{\Delta c_1\}| \approx \sqrt{\text{var}\{\Delta c_1\}}$ . Esto corresponde a la condición similar obtenida para la estimación de  $c_0$ .

### **III.6 Conclusiones**

Se conceptualizó la estimación no paramétrica, destacando su simplicidad y robustez ante la estimación paramétrica. Se analizó LPA así como sus partes (ventana, escala, polinomio) y como afectan en la estimación.

También se definió la precisión que tiene el estimador y la manera de cuantificarla.

Se obtuvo un estimador de fuentes empleando LPA, el cual permite localizar fuentes en base a su posición y velocidad angular. También se obtuvieron las expresiones de sesgo y varianza que permitirán realizar un análisis de robustez del estimador.

Dado lo anterior, el siguiente paso es presentar simulaciones de detección de fuentes con sus prestaciones las cuales se presentan en el siguiente capítulo.

## Capítulo IV

---

### **Simulación y análisis numérico de LPA en detección de fuentes empleando agrupación de antenas**

---

#### **IV.1 Introducción**

En el presente capítulo se muestran las simulaciones relacionadas directamente a la estimación de fuentes utilizando la aproximación de polinomio local considerando movilidad en los usuarios ó fuentes.

Primero se presenta el diagrama de flujo que muestra la manera en que se realizó la simulación. Después, se enlistan las consideraciones de simulación para de ahí pasar directamente a las gráficas del seguimiento (rastreo) de 2 fuentes; con lo cual, se muestra la capacidad del estimador de fuentes LPA como un estimador típico. Posteriormente se muestra un análisis del error de estimación, como resultado de promediar un conjunto grande de simulaciones individuales, donde también se incluye una gráfica del tiempo de ejecución. Ya una vez en el apartado IV.7, se mostrará el potencial del estimador no paramétrico con LPA, al poder dar seguimiento a dos fuentes que se cruzan angularmente, en más de una ocasión sin perder el rastreo por parte del estimador. Inmediatamente después, se mostrará la respuesta espectral del estimador LPA, con lo que visualmente se mostrará la manera en que es posible hacer la distinción de los usuarios al proporcionar directamente velocidad y posición angular. Finalmente se analizan los efectos del número de muestras y de elementos de antena, sobre la respuesta espectral de LPA.

## IV.2 Proceso de simulación para el estimador de fuentes

La Figura 4 muestra un diagrama de flujo para la estimación del vector de coeficientes  $C$ , el cual contiene la información de posición y velocidad angular de un usuario. Al realizar la estimación de más de una fuente, se tienen que considerar los diversos picos que aparecerán en la respuesta espectral de la función de potencia LPA ya que son una superposición directa de respuestas particulares para cada fuente (Katkovnik et al., 2000).

Para la estimación del DOA de diversas fuentes, se siguió el siguiente procedimiento:

Se generan usuarios con posiciones aleatorias dentro de un intervalo de 120 grados que corresponden a la ventana de visibilidad de un agrupamiento de antenas y con velocidades de  $\pm 5$  grados por segundo, consideradas como alta movilidad según (Katkovnik et al., 2002). Se agrega ruido AWGN con una intensidad moderada de alrededor de 20 dB. Esta señal compuesta por diversos usuarios mas el ruido AWGN, incide sobre el agrupamiento de antenas en donde se hace un muestreo de la señal en función del tipo de ventana que se utiliza. Esta señal muestreada adquiere un formato debido al factor de agrupamiento que tiene la antena inteligente y con esto introducimos la señal dentro de la función de potencia LPA. En este punto se realiza una búsqueda en 2 dimensiones de los coeficientes del vector  $C$ , los valores que se encuentren en un pico espectral corresponderán a una dirección de arribo con su respectiva velocidad. El tiempo de convergencia de este algoritmo depende de la resolución en posición y velocidad, así como del número de elementos de antena que se relaciona con el número de muestras.

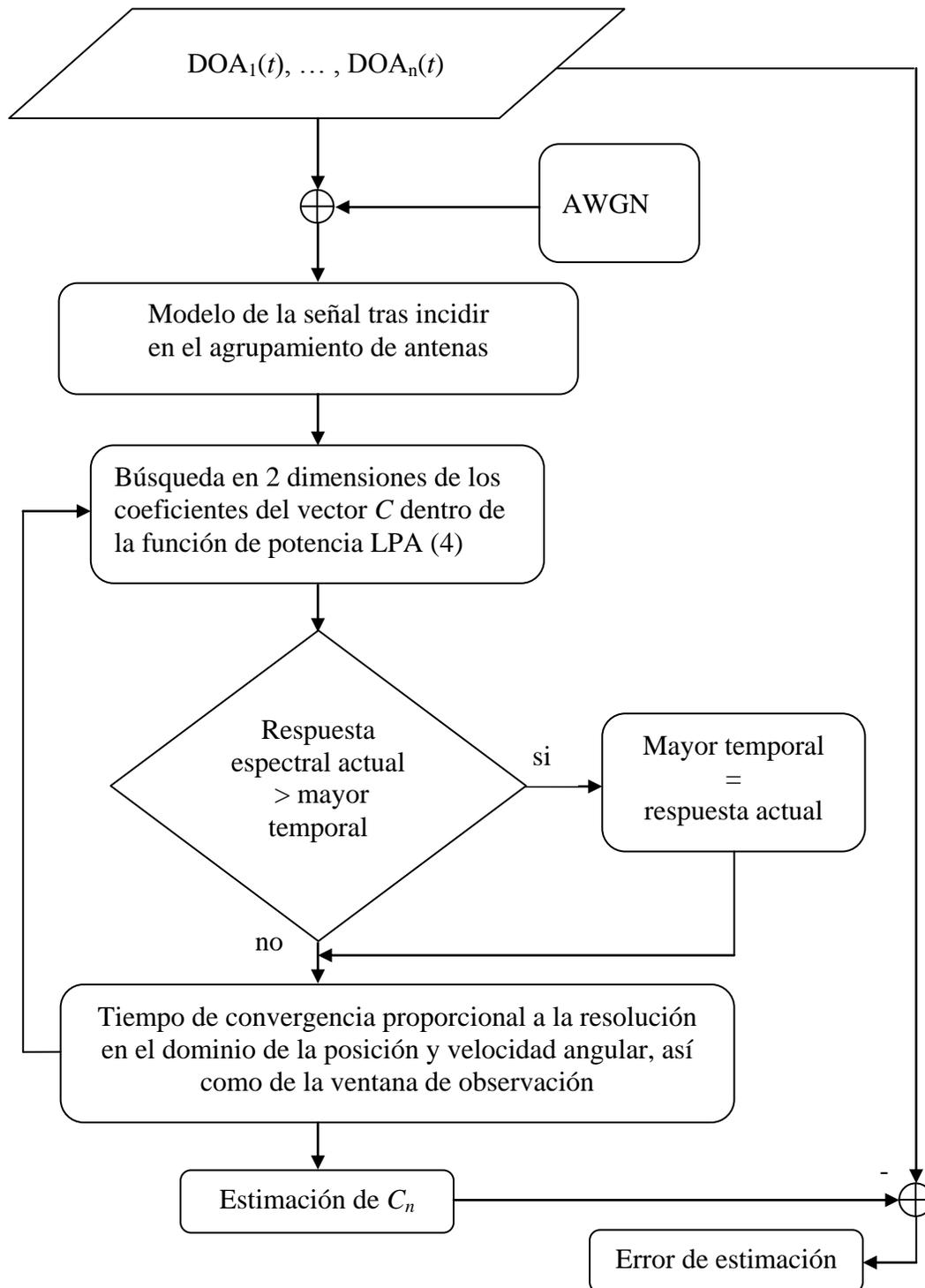


Figura 4. Diagrama de flujo para la estimación de los coeficientes  $c_0$  y  $c_1$

### **IV.3 Consideraciones de simulación**

Para el proceso de simulación se consideraron los siguientes parámetros:

- ALU equiespaciado media longitud de onda
- usuarios ubicados en campo lejano
- se utiliza el modelo de propagación de ondas planas
- el ALU y los usuarios se encuentran en el mismo plano de azimut
- se desprecia el acoplamiento mutuo entre elementos de antena
- esquema CDMA con modulación BPSK
- ganancia de procesado de 128
- polinomio de orden 2 para el ajuste de datos
- ventana rectangular
- periodo de muestreo = 0.1 segundos
- número de muestras = 40

de los cuales el esquema de modulación BPSK, la ganancia de procesado, el polinomio de orden 2 y la ventana rectangular; son fijos. Para el caso del número de elementos del ALU, periodo de muestreo y número de muestras, es posible variar un poco los parámetros para ver su efecto en la respuesta. Por ejemplo para el ALU, se mantiene la separación de media longitud de onda pero se utilizaran 2 agrupamientos de 5 y 10 elementos cada uno. Para el periodo de muestreo y número de muestras, con 0.1 segundos y 40, respectivamente, se obtienen buenas estimaciones aunque es posible variar un poco estos parámetros en el caso de que se tengan 2 fuentes muy cercanas espectralmente.

Las consideraciones de usuarios en campo lejano, modelo de propagación de ondas planas, el acoplamiento mutuo nulo y la ubicación en el mismo plano de azimut, sirven para simplificar el problema.

### **IV.4 Seguimiento de dos fuentes**

La Figura 5 muestra la capacidad del estimador LPA en la detección de fuentes tal y como lo haría otro estimador que soporte alta movilidad de usuarios. En las abscisas se

tiene tiempo, para las ordenadas se tiene ubicación angular, entonces se tiene el comportamiento de 2 usuarios que describen una trayectoria sinusoidal. Para el usuario 1 en la línea superior continua y para el usuario 2 en la línea inferior continua. La estimación con LPA se tiene en línea punteada superior para el usuario 1 y en la línea punteada inferior para el usuario 2. De manera subjetiva, se aprecia un correcto seguimiento de la fuente a pesar de la alta movilidad que presentan los usuarios cuando alcanzan velocidades pico de 4 y 5 grados por segundo, siendo esta situación cuando los usuarios atraviesan el punto de inflexión de la trayectoria sinusoidal. Cuando los usuarios pasan cerca de los picos o valles de la trayectoria sinusoidal, la velocidad que les corresponde es reducida y el estimador LPA tampoco tiene problemas en detectar la posición angular adecuada.

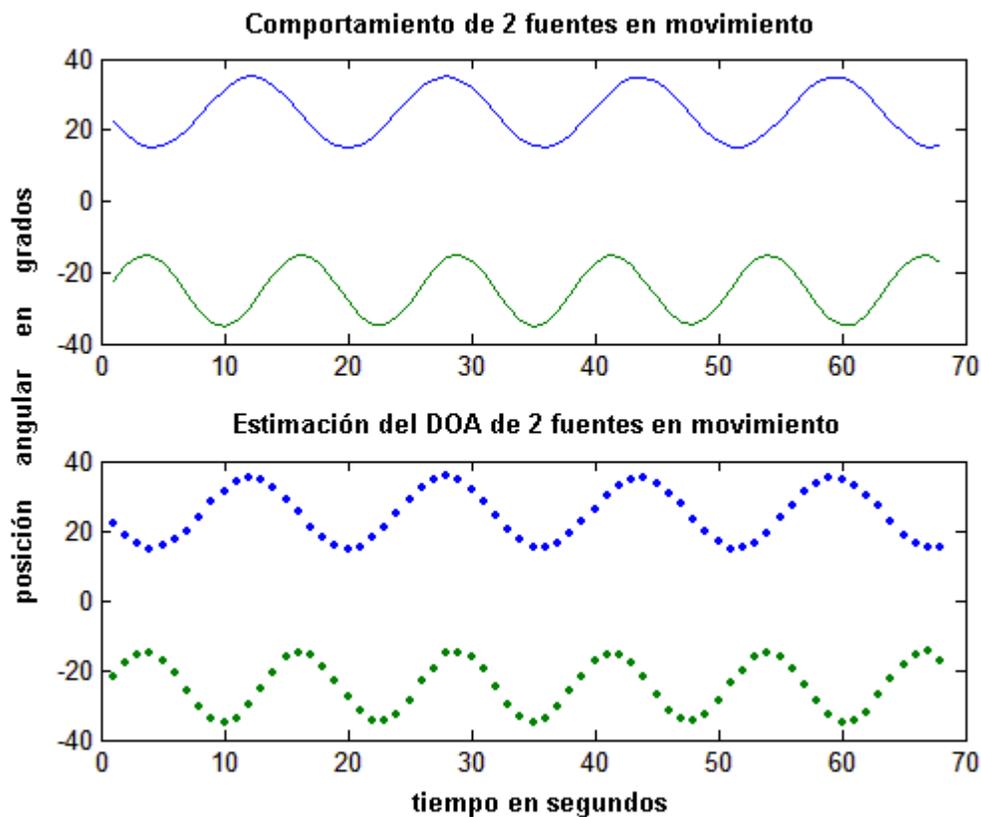


Figura 5. Seguimiento de 2 fuentes de alta movilidad con el estimador LPA

Con esto se demuestra la capacidad del estimador LPA para la detección y seguimiento de fuentes, rastreando simultáneamente a 2 usuarios que presentan alta movilidad. Este resultado se valida con la Figura 6 en la cual se muestra el mismo resultado que obtuvieron V. Katkovnik y A.B. Gershman en la publicación "Local polynomial approximation based beamforming of source localization and tracking in nonstationary environments", (Katkovnik *et al.*, 2000) en donde se compara con un estimador que no considera la alta movilidad de usuarios y que presenta serias deficiencias con respecto al estimador LPA.

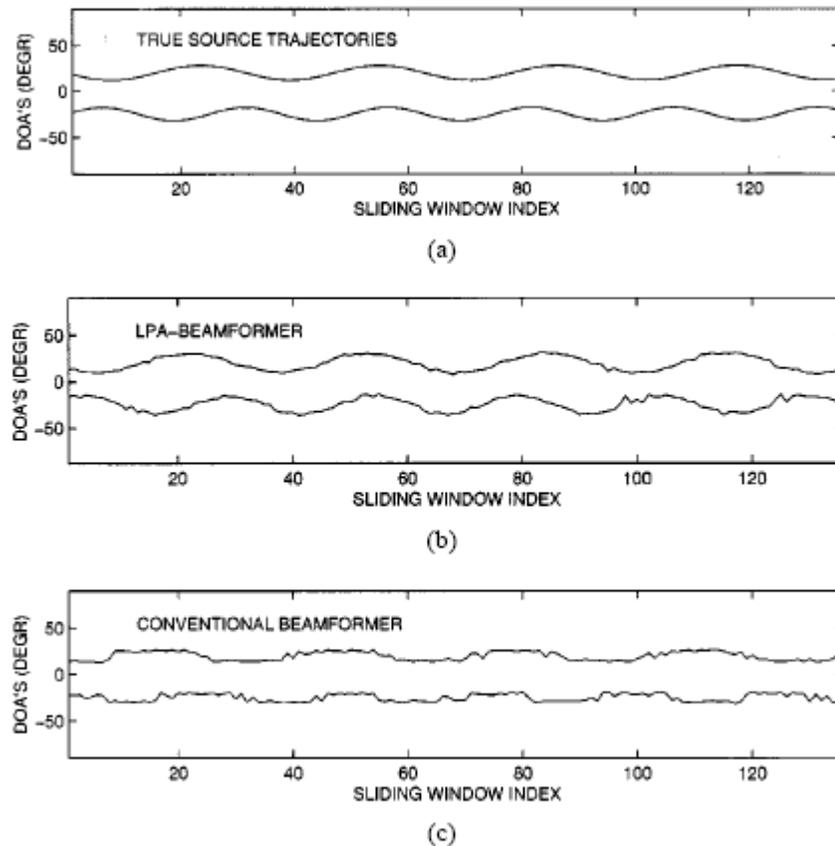


Figura 6. Comparación de prestaciones en el rastreo de fuentes.  
 (a) Trayectoria original de la fuente. (b) Estimador LPA. (c) Estimador convencional.  
 Tomado de (Katkovnik *et al.*, 2000).

## IV.5 Análisis del error de estimación

El error de estimación se obtuvo al realizar la diferencia entre el DOA de la fuente y su estimación, similar a (21). Para esto se realizó un promedio del error para un número grande de estimaciones de DOAs aleatorios obteniendo los resultados de la Figura 7, la cual muestra en las abscisas una variación del número de muestras y en las ordenadas el nivel del error de estimación en posición angular para (a) y error de estimación en velocidad angular para (b). En estas gráficas se utilizó un periodo de ventana de 0.1 segundos y cada estimación se realizó con usuarios que tenían posición angular y velocidad angular aleatorios para una distribución uniforme dentro del intervalo 30 a 150 grados en posición y de -5 a 5 grados/segundos para velocidad.

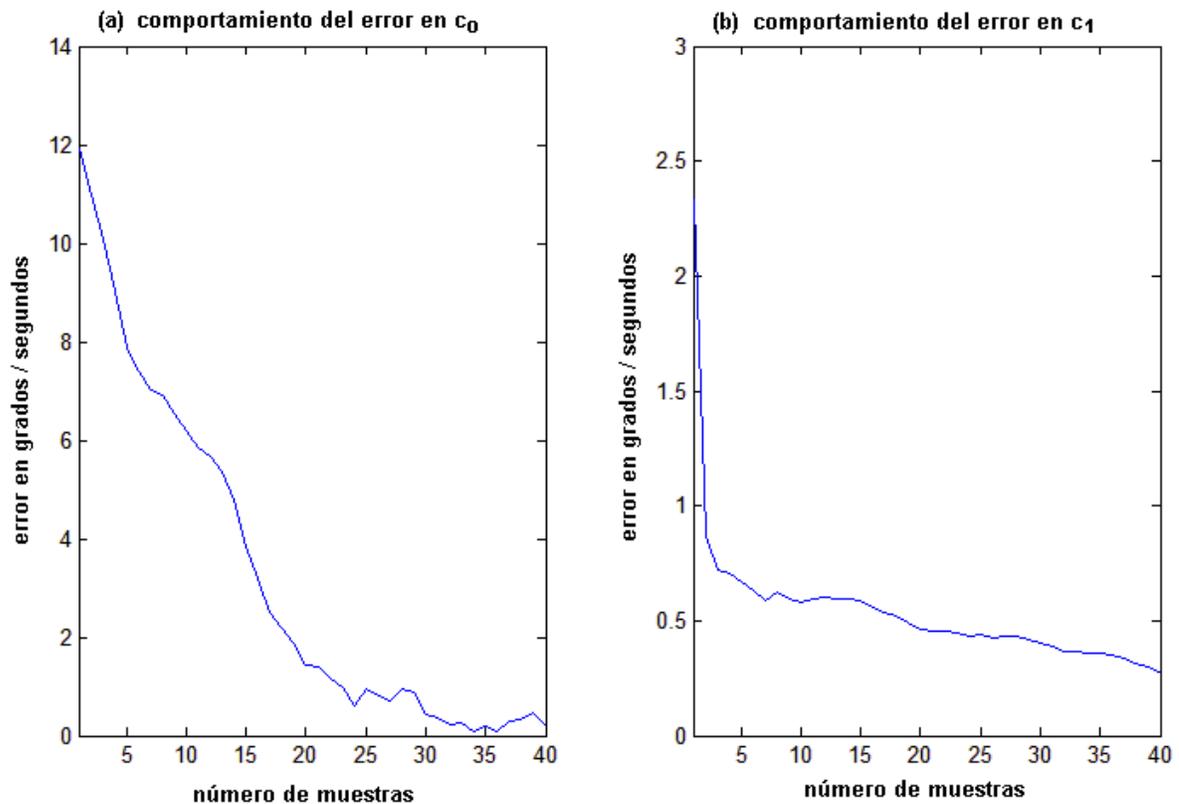


Figura 7. Error de estimación en posición y velocidad al variar el número de muestras

Se puede apreciar en la figura 7(a) que para pocas muestras, el error de estimación en posición angular será muy grande por lo cual una estimación con pocas muestras no

será de utilidad. Entonces, dependiendo de los requerimientos en la precisión se requerirá emplear más muestras para tener una estimación de regular a buena. Si consideramos el intervalo entre 30 y 40 muestras, tendremos un valor esperado del error de aproximadamente 0.26 grados con errores mínimos de hasta menos de 0.01 grados.

En la figura (b), el comportamiento del error en la velocidad angular también disminuye a medida que se incrementa el número de muestras empleadas en la estimación, con la diferencia de que el error cae rápidamente para menos de 5 muestras y de ahí en adelante este error disminuye suavemente con el incremento del número de muestras, con el inconveniente de que ya no es tan significativa esta reducción del error. Considerando el intervalo de 30 a 40 muestras, que para (a) es adecuado, se tiene un valor esperado del error de estimación en la velocidad angular de 0.34 grados/segundo, con errores mínimos de hasta 0.27 grados/segundos.

Con el análisis anterior se demuestra que el estimador LPA funciona adecuadamente cuando se utilizan más de 30 muestras en la estimación.

Para el caso en el que se considerara un entorno de usuarios con velocidad constante y se aprovechara la característica del estimador LPA que proporciona la estimación de la velocidad angular, se podría hacer una estimación de la posición del usuario al considerar la posición inicial y agregando el desplazamiento producido por la velocidad durante el intervalo de tiempo  $k$  con lo cual se genera la Figura 8.

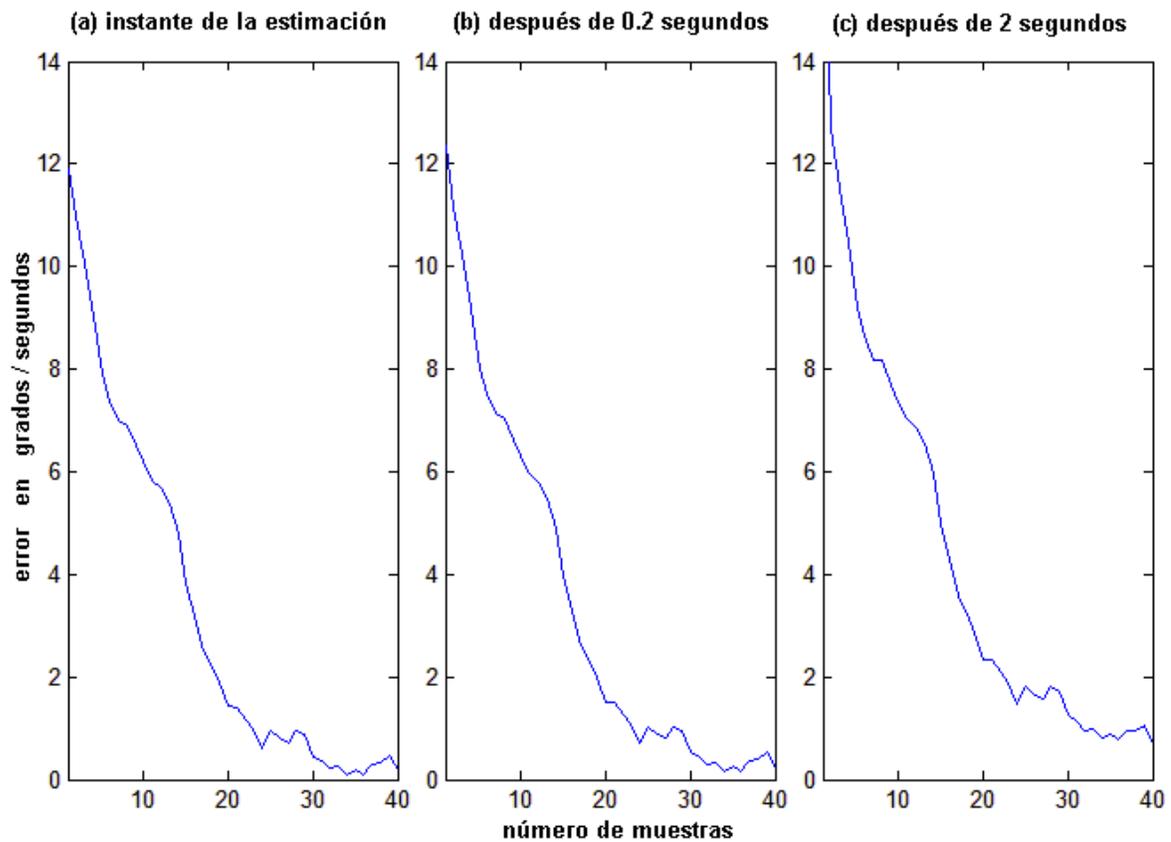


Figura 8. Error producido por una estimación que se basa en los coeficientes  $c_0$  y  $c_1$  cuando se tiene un entorno de usuarios con velocidad constante.

La información que nos proporciona la Figura 8 es que dado un entorno favorable para el estimador LPA, como es el caso de usuarios con velocidad constante, es posible mantener un error de estimación reducido a pesar de que el algoritmo LPA realice las estimaciones con menor frecuencia, si se aprovecha la velocidad angular estimada para predecir la posición de los usuarios en instantes de tiempo futuros. En (a) se tiene la estimación en el instante cero, similar a la Figura 7, en (b) se hace una predicción después de 0.2 segundos teniendo un valor esperado del error de aproximadamente 0.332 grados con mínimos de hasta 0.15 grados. Para (c), después de 2 segundos se tendrá un valor esperado del error de aproximadamente 0.95 grados con mínimos de hasta 0.7 grados. Estas cifras se pueden considerar como buenas si se tiene en cuenta que los usuarios tienen alta movilidad del orden de  $\pm 5$  grados/segundo.

## IV.6 Tiempo de ejecución

Dado que el estimador LPA está basado en una búsqueda sobre 2 dimensiones, la carga computacional está dada por  $O(nNLP)$ , donde  $N$  es el número de muestras,  $L$  es el número de puntos en el dominio angular,  $P$  es el número de puntos en el dominio de la velocidad angular y  $n$  es la complejidad intrínseca del algoritmo. El tiempo de convergencia es lineal al variar cualquiera de los parámetros básicos. En la Figura 9 solamente se muestra el tiempo de convergencia con respecto al número de muestras, pero tendría un comportamiento similar si variamos el número de elementos de antenas del agrupamiento o si utilizamos mas observaciones dentro de la ventana de observación.

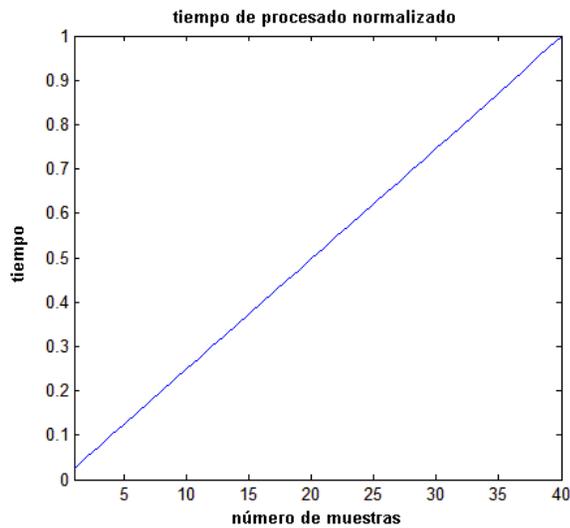


Figura 9. Tiempo de procesamiento del estimador LPA normalizado en base a 4.9 segundos

Cabe señalar que no es recomendable incrementar mucho el dominio de posición y velocidad angular para aumentar la precisión de la estimación, ya que de cualquier manera, el ruido AWGN ocasiona errores que afectan en la estimación de manera de no se produzca ningún efecto positivo y sí el retraso en la convergencia del algoritmo. Aquí es donde se encuentra el sesgo de este estimador.

## IV.7 Seguimiento e identificación de dos fuentes que se cruzan angularmente

En el apartado IV.4 se presentó el seguimiento de dos fuentes utilizando el estimador LPA y se mencionó que el rastreo lo podría realizar un estimador convencional siempre y cuando la movilidad sea baja. Pero si ahora consideramos a dos fuentes que tienen la misma posición angular pero velocidades diferentes, veamos en la Figura 10 la respuesta que se obtiene con el estimador LPA:

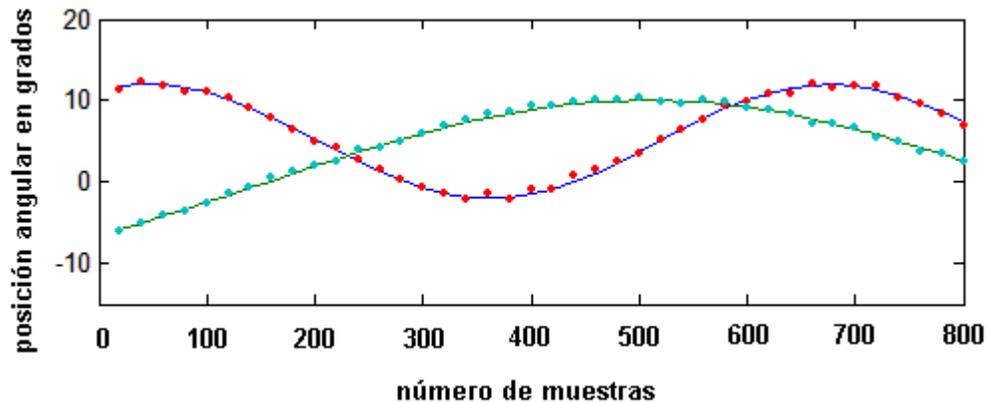


Figura 10. Seguimiento de dos fuentes que se cruzan espacialmente

las líneas sólidas representan las trayectorias de dos fuentes que coinciden en la posición angular de 3 grados en la muestra 230 y de 9 grados para la muestra 590. La línea punteada es la estimación LPA, con lo cual se demuestra que el estimador LPA es capaz de seguir a estas fuentes a pesar de que coinciden angularmente en 2 ocasiones.

## IV.8 Respuesta espectral del estimador LPA

En la Figura 11 se presenta la respuesta espectral del estimador LPA en curvas de nivel donde visualmente se pueden apreciar las regiones de mayor intensidad de la señal que representan la posición y velocidad de los usuarios.

Las cruces “+” indican la posición de los usuarios. En este caso, 2 usuarios se encuentran en la posición angular de 20 grados pero tienen velocidades de 3 y -3 grados respectivamente, con esto es suficiente para que el estimador LPA pueda resolver el

problema de separación de fuentes que se encuentran muy cercanas entre sí, con la única condición de que tengan velocidades suficientemente diferentes.

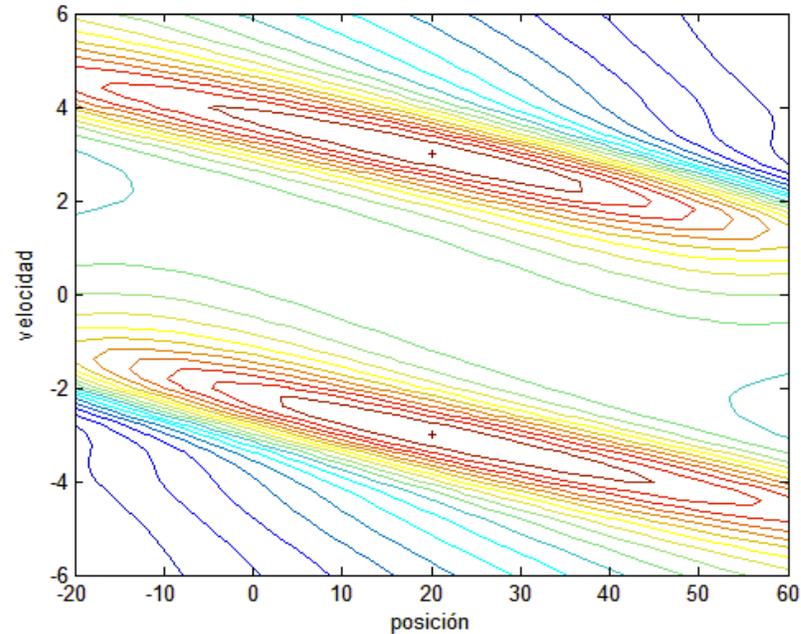


Figura 11. Respuesta espectral del estimador LPA para el caso de dos fuentes que coinciden en posición angular pero que tienen velocidades diferentes en curva de nivel.

Este resultado se valida con la Figura 12 en la cual se muestra el mismo resultado que obtuvieron V. Katkovnik y A.B. Gershman en la publicación "Local polynomial approximation based beamforming of source localization and tracking in nonstationary environments", (Katkovnik *et al.*, 2000) en donde se muestra la respuesta del estimador LPA cuando existen dos fuentes que coinciden en posición angular. Con esto se exhibe el verdadero potencial de la estimación no paramétrica con LPA en la detección de fuentes de alta movilidad ya que los algoritmos de estimación de fuentes convencionales no pueden realizar esta separación de usuarios.

En la Figura 13, se muestra la misma respuesta espectral del estimador LPA pero en este caso los contornos se visualizan en 3 dimensiones con el objetivo de apreciar los picos espectrales, los cuales representan las ubicaciones de los usuarios.

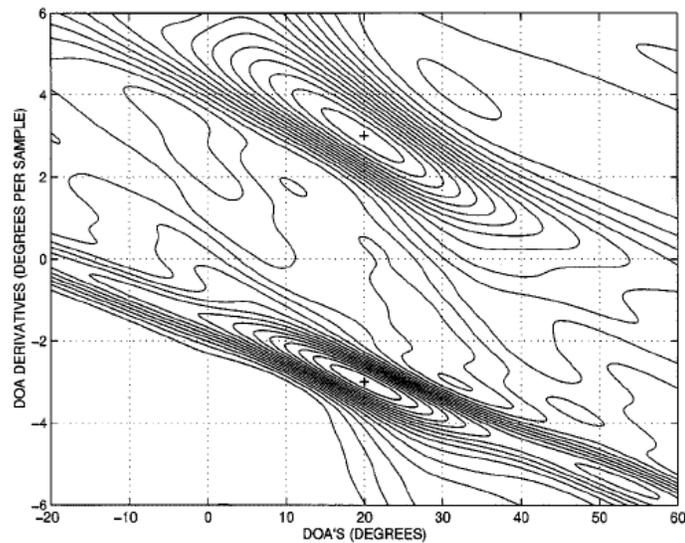


Figura 12. Respuesta en dos dimensiones del estimador LPA. La ubicación de las fuentes es indicada con una cruz. Tomado de (Katkovnik *et al.*, 2000).

El principal requisito para realizar la separación de usuarios es que las velocidades sean lo suficientemente diferentes para hacer una separación espectral y así poder identificar a cada uno. Con esto queda demostrada la robustez del estimador LPA.

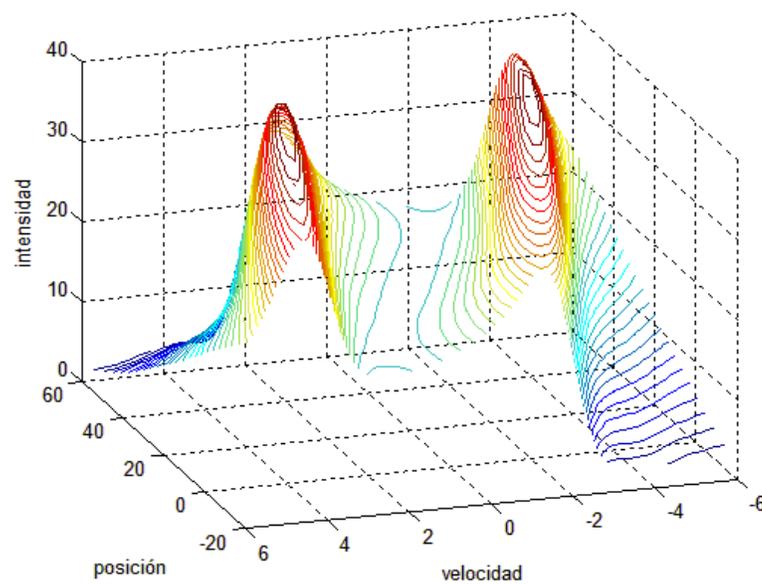


Figura 13. Respuesta espectral del estimador LPA para el caso de dos fuentes que coinciden en posición angular pero que tienen velocidades diferentes, representado en 3 dimensiones.

#### **IV.9 Efectos del número de muestras y de elementos de antena, sobre la respuesta espectral de LPA**

Como se mostró en el capítulo II, el estimador LPA solo depende de 2 parámetros, el grado del polinomio que en este caso es fijo de orden 2, y la ventana utilizada. Por la manera en que se adquieren los datos a estimar, el número de elementos de antenas también influye en la estimación. En la Figura 14 se muestra la respuesta espectral para dos fuentes que coinciden en la posición angular de 20 grados pero con velocidades diferentes de 1.25 y 3.75 grados/segundos, donde se varía la cantidad de muestras y número de antenas de la siguiente manera: (a) 5 sensores y 40 muestras, (b) 5 sensores y 80 muestras, (c) 5 sensores y 160 muestras, (d) 10 sensores y 40 muestras, (e) 10 sensores y 80 muestras, (f) 10 sensores y 160 muestras. A medida que se incrementan los datos utilizados para la estimación, los picos espectrales son mas definidos, en este caso que se encuentran representados mediante curvas de nivel, a mayor contornos concéntricos, mejor es la estimación.

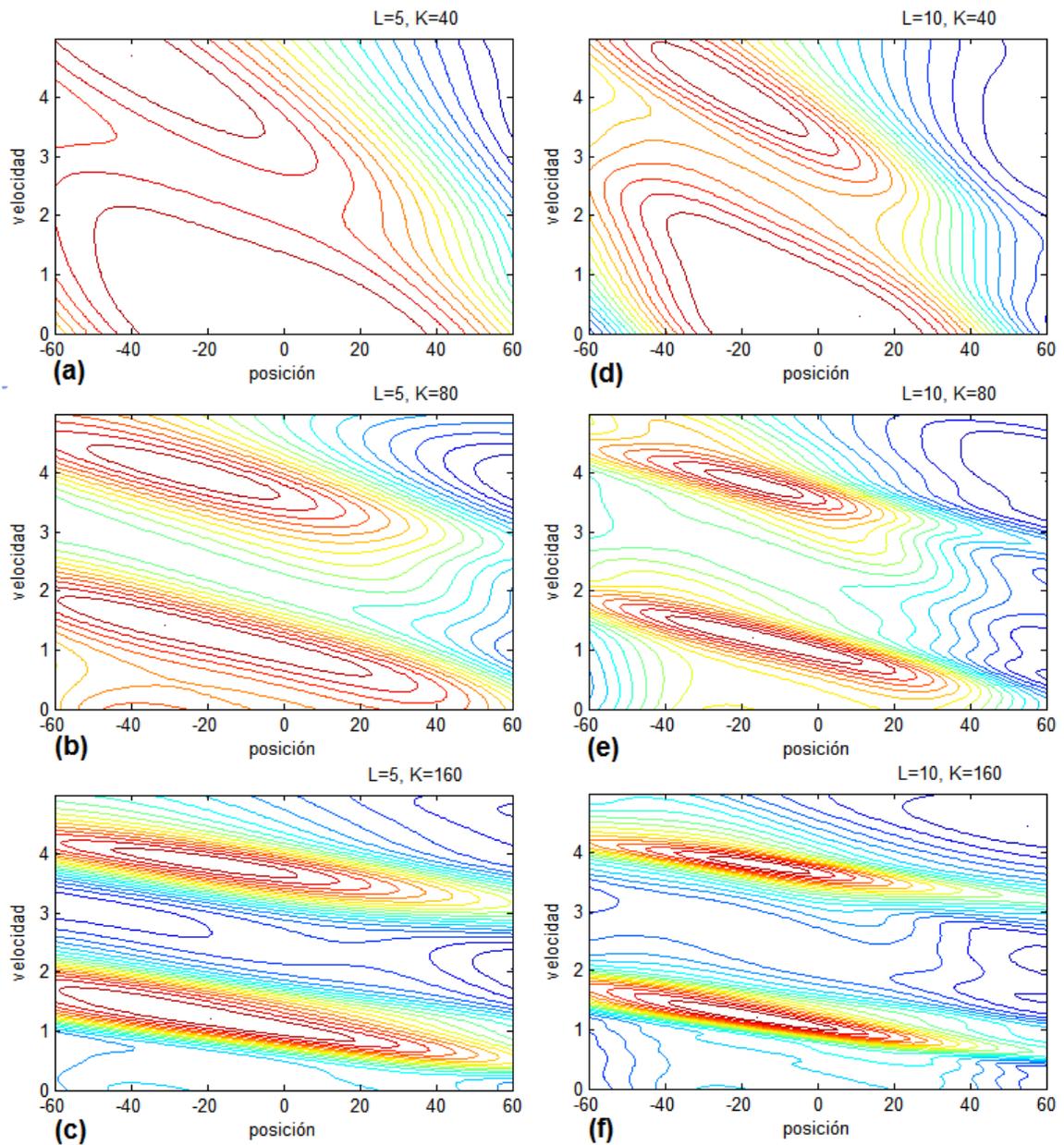


Figura 14. Efectos de variar la cantidad de datos en el estimador LPA

## IV.10 Conclusiones

Con el presente capítulo se ha demostrado la capacidad del estimador no paramétrico con LPA para estimar adecuadamente las direcciones de arribo de fuentes

móviles. Esto quedó claro al realizar un seguimiento de dos fuentes con la característica de alta movilidad del orden de 5 grados por segundo, en donde el estimador LPA estimaba el DOA instantáneo de cada fuente lo cual permitía un rastreo de la trayectoria generada por los usuarios.

Además de poder realizar el rastreo, el error de estimación se mantuvo reducido, siendo la estimación muy buena a pesar de que 2 fuentes coincidían en posición angular más de una vez.

Se mostró la respuesta espectral del estimador LPA con la cual es posible realizar una separación de usuarios a pesar de que estos tengan la misma posición angular si su velocidad difiere lo suficiente como para generar dos picos dentro de la respuesta espectral del estimador LPA.

La estimación de la velocidad angular, además de la posición angular, proporciona la ventaja de este estimador en ambientes de alta movilidad y separación de usuarios sobre otros algoritmos de estimación del DoA. Con esto queda claro que el estimador LPA aprovecha el movimiento de las fuentes para mejorar las capacidades de localización.

Al comprobar la funcionalidad así como las prestaciones del estimador no paramétrico con LPA para la estimación de fuentes, será interesante analizar cómo puede mejorarse las prestaciones de un sistema de comunicaciones móviles celulares CDMA al utilizar una antena inteligente que considera alta movilidad de usuarios, lo que abre las puertas al siguiente capítulo.

**Prestaciones de estimación no paramétrica en sistemas CDMA**

---

**V.1 Introducción**

Al realizar una estimación de la dirección de arribo de fuentes variantes en el tiempo, los estimadores convencionales introducen errores ya que no consideran entornos de alta movilidad; por lo tanto, requieren de una actualización sucesiva. Dicha actualización no es suficiente cuando el tiempo de estimación es grande comparado con la variación de la posición de los usuarios. Aquí es donde los estimadores no paramétricos presentan grandes ventajas con respecto a los convencionales al estimar además de la posición angular, también la velocidad. Esto permite que el sistema de antenas inteligentes tenga una identificación y seguimiento adecuados de los usuarios para entornos de alta movilidad.

Dado lo anterior, el presente capítulo tiene como objetivo realizar un análisis de las prestaciones en términos de SINR, BER y, principalmente contribuir al estado del arte de los sistemas de comunicaciones móviles celulares que implementan antenas inteligentes. La aportación que se presenta es en términos de capacidad de usuarios que pueden ser atendidos simultáneamente con una probabilidad de interrupción máxima en función de una cota de probabilidad de bit erróneo considerando un entorno de alta movilidad.

Así, se espera obtener mejoras que benefician tanto a usuarios, al incrementar la capacidad y/o cobertura, como a prestadores de servicios al mejorar la relación de infraestructura física/servicios ofrecidos. Lo anterior, por medio de incrementar las prestaciones de un sistema de comunicaciones móviles celulares, habilitado con antenas inteligentes, que emplean LPA considerando alta movilidad dentro de un entorno CDMA.

## V.2 Análisis de la relación señal a ruido más interferentes (SINR) en un sistema de comunicaciones celulares CDMA de alta movilidad

Para obtener la SINR de un sistema de antena inteligente que utiliza LPA, es conveniente separar los componentes del valor esperado  $E\{P_L(t, Z)\}$  de las potencias LPA (usuario de interés e interferentes) que están en función del tiempo  $t$  y del vector  $Z$  que contiene la posición angular y velocidad angular, más la potencia de ruido. Entonces se obtiene la SINR promedio como una función de los componentes de potencia.

En este análisis se considera:

- 1) el DOA angular del usuario de interés es una función lineal en el tiempo donde al utilizar las componentes de posición ( $\phi_1$ ) y velocidad ( $\phi_1^{(1)}$ ) del vector  $Z$ , en conjunto con el tiempo de muestreo  $T_s$  y la  $k$ -ésima muestra  $k$  se obtiene el DOA para cualquier instante de tiempo  $(t + kT_s)$  de la siguiente forma  $\phi(t + kT_s) = \phi_1 + \phi_1^{(1)} kT_s$ .
- 2) el DOA del usuario de interés es estimado perfectamente,
- 3) todos los interferentes son estáticos durante un intervalo de observación,
- 4) las componentes de posición  $\phi_1$  y  $\phi_m$ , donde  $m$  es el  $m$ -ésimo usuario interferente de  $M-1$  usuarios, son independientes y distribuidos uniformemente sobre  $[-\pi/2, \pi/2]$ , que corresponde a la ventana de visibilidad teórica de un agrupamiento lineal uniforme de antenas.
- 5) la potencia de cada usuario es constante dentro de todas las muestras.

La estimación perfecta del DOA permite que el vector de direccionamiento  $A^H(Z, kT_s)$  dentro de la función de potencia LPA (27) sea representado como  $A^H(\phi_1 + \phi_1^{(1)} kT_s)$ , y la potencia instantánea de la señal de interés y los componentes de ruido en la salida tienen la forma

$$P_s = \frac{1}{L(K+1)} (K+1)L^2 \alpha_1 = L\alpha_1 \quad (51)$$

y

$$P_N = \frac{1}{L(K+1)}(K+1)L\sigma_n^2 = \sigma_n^2 \quad (52)$$

respectivamente, donde  $\alpha_1$  es el valor esperado del cuadrado del valor absoluto del conjunto de valores que puede tomar la señal BPSK, o sea,  $E\{|s_1|^2\}$ .  $L$  y  $K$  son el número de elementos de antenas y la  $k$ -ésima muestra, respectivamente. Adicionalmente, la potencia media de las componentes interferentes está dada por

$$P_I = \frac{1}{L(K+1)} \sum_k \sum_{m=2}^M E\{|A^H(\phi_1 + \phi_1^{(1)}kT_s)A(\phi_m)|^2\} \alpha_m \quad (53)$$

donde  $\alpha_m = E\{|\rho_{1,m} \cdot s_m|^2\}$ , con  $\rho_{1,m}$  como la correlación cruzada entre el código PN del usuario de interés y los  $m$ -ésimos usuarios. Se tiene  $s_m$  como el conjunto de valores que puede tomar la señal BPSK para el  $m$ -ésimo usuario.

Ahora, la SINR promedio  $\gamma$  es obtenida como

$$\gamma = \frac{P_s}{P_I/G + P_N} \quad (54)$$

donde  $G$  representa la ganancia de procesado en un sistema CDMA (Song et al., 1999), (Liberti et al., 1999).

Utilizando las funciones de Bessel de orden cero (Gradshteyn et al., 2000) para  $P_I$ , la SINR promedio  $\gamma_L$  de la antena inteligente que emplea LPA, puede ser representada como

$$\gamma_L = \frac{L \cdot \alpha_1}{GL \sum_{m=2}^M \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} J_0^2(\pi(p-q)) \alpha_m + \sigma_n^2} \quad (55)$$

donde  $J_0(\pi(p-q)) = E\{\exp\{j\pi(p-q)\sin(\phi_m)\}\}$ .

La expresión (55), cuya demostración se encuentra en el apéndice A, indica que la SINR promedio de un sistema CDMA con antenas inteligentes que emplea LPA, es independiente de la velocidad angular  $\phi_1^{(1)}$  del usuario de interés. La expresión (55) tiene la

misma forma que la expresión conocida para un sistema CDMA con antena inteligente convencional en ambientes estacionarios (Liberti et al., 1999).

Bajo ambientes no estacionarios, la SINR promedio  $\gamma_{con}$  de una antena inteligente convencional es expresada como

$$\gamma_{con} = \frac{\frac{1}{L(K+1)} \sum_k E\{|A^H(\phi_1)A(\phi_1 + \phi_1^{(1)}kT_s)|^2\} \cdot \alpha_1}{\frac{1}{GL} \sum_{m=2}^M E\{|A^H(\phi_1)A(\phi_m)|^2\} \alpha_m + \sigma_n^2}, \quad (56)$$

donde cada una de las componentes significan lo mismo que en las expresiones anteriores y destacando que en esta expresión el parámetro de velocidad afecta a la SINR resultante.

Entonces, para evaluar la SINR se tienen las consideraciones de simulación de la Tabla II, donde la primer parte corresponde a la configuración del sistema CDMA y la segunda parte indica la configuración del agrupamiento de antenas.

Tabla II. Parámetros del sistema

Configuración del sistema CDMA	
Ganancia de procesamiento ( $G$ )	128
Esquema de modulación	BPSK
Configuración de la antena inteligente con LPA	
Número de elementos de antena ( $L$ )	5, 10
Espacio entre elementos ( $d$ )	$\lambda/2$
Periodo de muestreo ( $T_s$ )	0.1 segundos
Número de muestras ( $K$ )	40

De manera adicional, para caracterizar la degradación de la SINR debido a la velocidad del usuario de interés, se define la degradación relativa de la SINR como se indica con la siguiente expresión:

$$D = 10 \cdot \log \frac{\gamma}{\gamma_{\phi^{(1)}=0}} [dB], \quad (57)$$

donde  $\gamma_{\phi_1^{(1)}=0}$  es la SINR del usuario de interés que se encuentra estático.

La Figura 15 muestra los valores de degradación para las antenas inteligentes LPA y convencional de acuerdo a la velocidad  $v$  del usuario de interés, cuando la entrada de la relación señal a ruido (SNR) es de 10 dB. Para la antena LPA, representada por círculos, la SINR es independiente de la velocidad del usuario. En el caso de la antena convencional en línea sólida para  $L=5$  y línea discontinua para  $L=10$ , se demuestra una degradación bastante significativa a medida que la velocidad se incrementa. Esta degradación también se ve afectada en gran medida con el número de elementos de antena del agrupamiento, con lo que a mayor número de elementos, mayor es la degradación. Cuando la velocidad es 10 grados por cada segundo, la antena convencional sufre una degradación de -0.9 dB para el caso de 5 elementos de antena y de -2.2dB para el caso de 10 elementos de antena, respectivamente, mientras que para el caso de la antena LPA no hay degradación para cada caso.

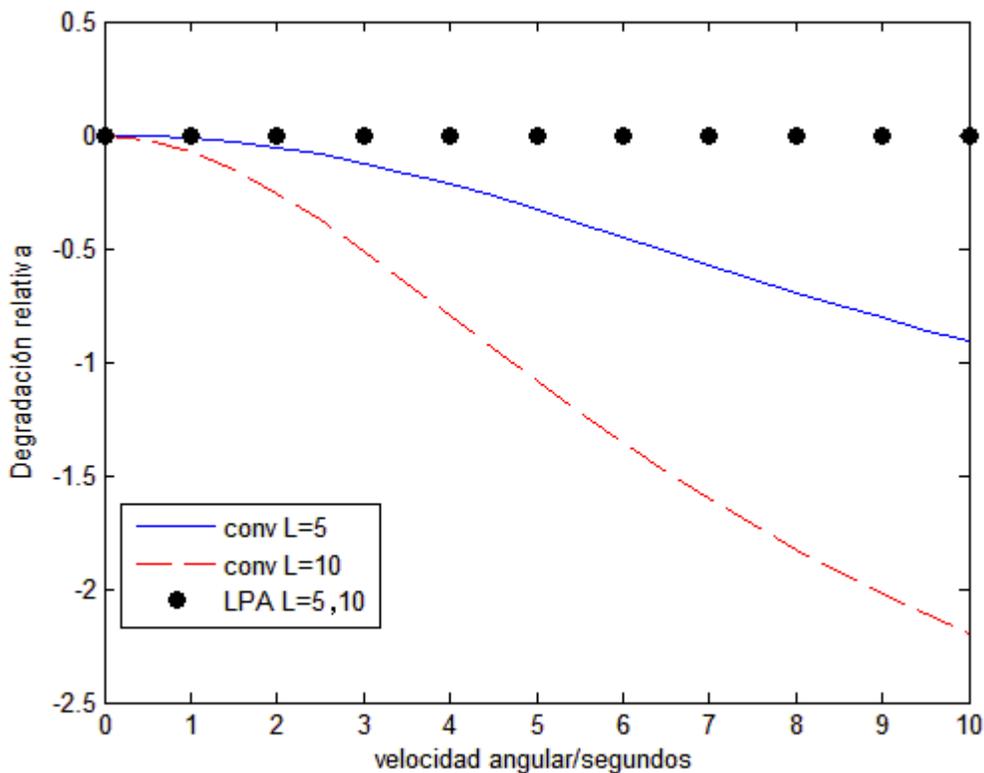


Figura 15. Degradación de la SINR para una antena convencional y LPA, contra la velocidad del usuario de interés cuando la SNR=10 dB.

Esto representa una información muy valiosa, ya que se puede asegurar un nivel de SINR, sin importar la velocidad que tenga un usuario al que se le presta un servicio y al mantener un nivel de potencia. También se puede esperar beneficios en la probabilidad de bit erróneo (BER o  $P_b$ ).

Este resultado es similar al obtenido por S. Sung y V. Katkovnik en la publicación "Performance Analysis of CDMA mobile system employing LPA smart antenna", (Sung et al., 2007) en donde se obtienen valores de degradación de la SINR en función de la velocidad de usuario con el mismo comportamiento obtenido en esta tesis y con lo cual se valida el trabajo realizado.

### V.3 Análisis de la probabilidad de bit erróneo

La probabilidad de bit erróneo en la presencia de un usuario de interés e interferentes, se puede obtener utilizando la probabilidad de error condicional  $P(e|\phi_1, \phi_m)$  sobre las funciones de densidad de probabilidad de  $\phi_1$  y  $\phi_m$ , es decir,  $P_b = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} P(e|\phi_1, \phi_m) p(\phi_1) p(\phi_m) d\phi_1 d\phi_m$  con independencia entre  $\phi_1$  y  $\phi_m$  (Song et al., 1999) y (Spagnolini, 2004). Bajo ruido con distribución Gaussiana, la expresión es escrita utilizando la SINR instantánea  $\gamma(\phi_1, \phi_m)$  como

$$P_b = \frac{1}{\pi^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} Q(\sqrt{\gamma(\phi_1, \phi_m)}) d\phi_1 d\phi_m \quad (58)$$

donde  $Q(x) = \int_x^{\infty} 1/\sqrt{2\pi} e^{-u^2/2} du$ .

Para evaluar la BER, también se utilizaron las consideraciones de simulación de la tabla I. Ahora, en la Figura 16 se muestra la probabilidad de bit erróneo de un sistema CDMA con modulación BPSK para el caso de antenas convencionales y LPA de 5 elementos en el agrupamiento, de acuerdo con el número total de usuarios, cuando la SNR de entrada es de 10 dB.

De acuerdo a la Figura 16, se puede confirmar que la probabilidad de bit erróneo del sistema, al utilizar antenas inteligentes que empleen LPA, es independiente de la velocidad de usuario. Para el caso de una antena inteligente convencional, se produce una degradación significativa en la probabilidad de bit erróneo a medida que se incrementa la velocidad y fijando un número de usuarios. Bajo los requerimientos de una BER de  $10^{-3}$ , se observa que el máximo número de usuarios que una antena convencional puede soportar, es de 21, 19 y 15 para velocidades de  $v=0$  grados/segundos,  $v=5$  grados/segundos y  $v=10$  grados/segundos, respectivamente. Mientras que para el caso de una antena inteligente que emplea LPA, puede mantener el servicio de 19 usuarios para todos los casos.

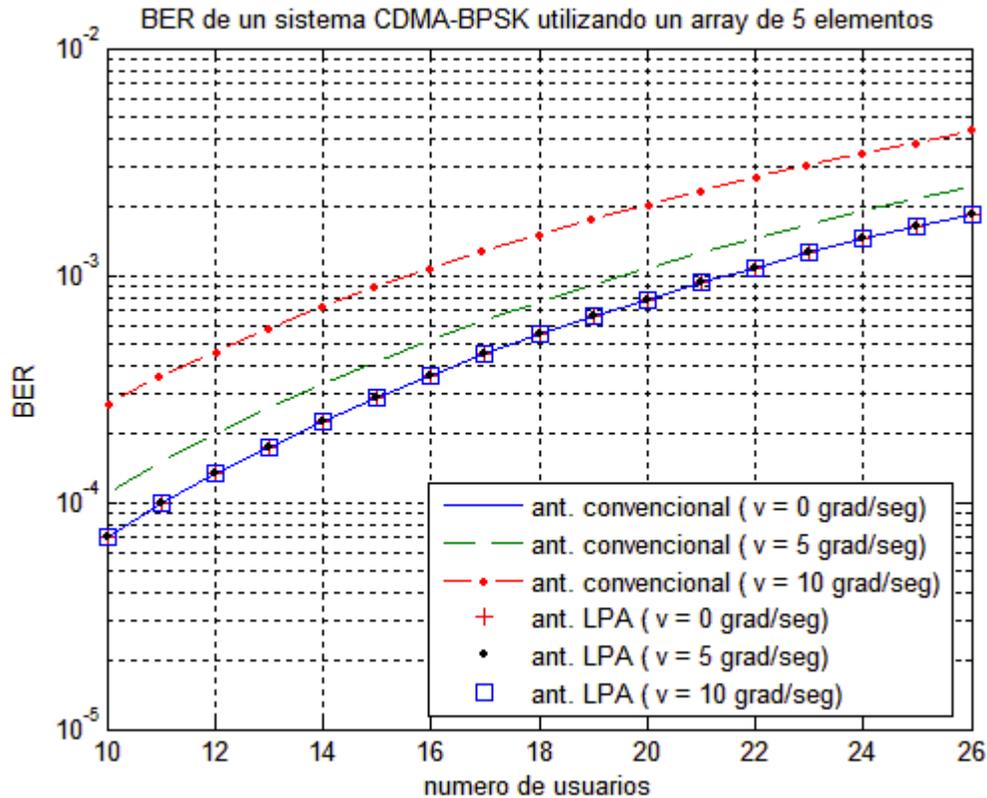


Figura 16. BER de un sistema CDMA-BPSK con  $L=5$  contra el número total de usuarios para una SINR de entrada de 10 dB.

Este resultado es similar al obtenido por S. Sung y V. Katkovnik en la publicación "Performance Analysis of CDMA mobile system employing LPA smart antenna", (Sung et

al., 2007) en donde se obtienen valores de probabilidad de bit erróneo contra el número de usuarios atendidos para las tres velocidades de usuario que se consideraron en el presente irabajo. Al comparar ambos trabajos, se aprecia un comportamiento similar con lo cual se valida el trabajo realizado en esta tesis.

En la Figura 17 se muestra la BER para un número de usuarios, similar a la Figura 16 pero en este caso para un agrupamiento de antenas de 10 elementos. Para los requerimientos de una BER de  $10^{-3}$  se observa que el máximo número de usuarios que una antena convencional puede soportar es de 26, 19 y 12 para velocidades de  $v=0$  grados/segundos,  $v=5$  grados/segundos y  $v=10$  grados/segundos, respectivamente. Mientras que una antena inteligente que emplea LPA puede soportar 26 usuarios sin que la velocidad del usuario afecte en la probabilidad de bit erróneo.

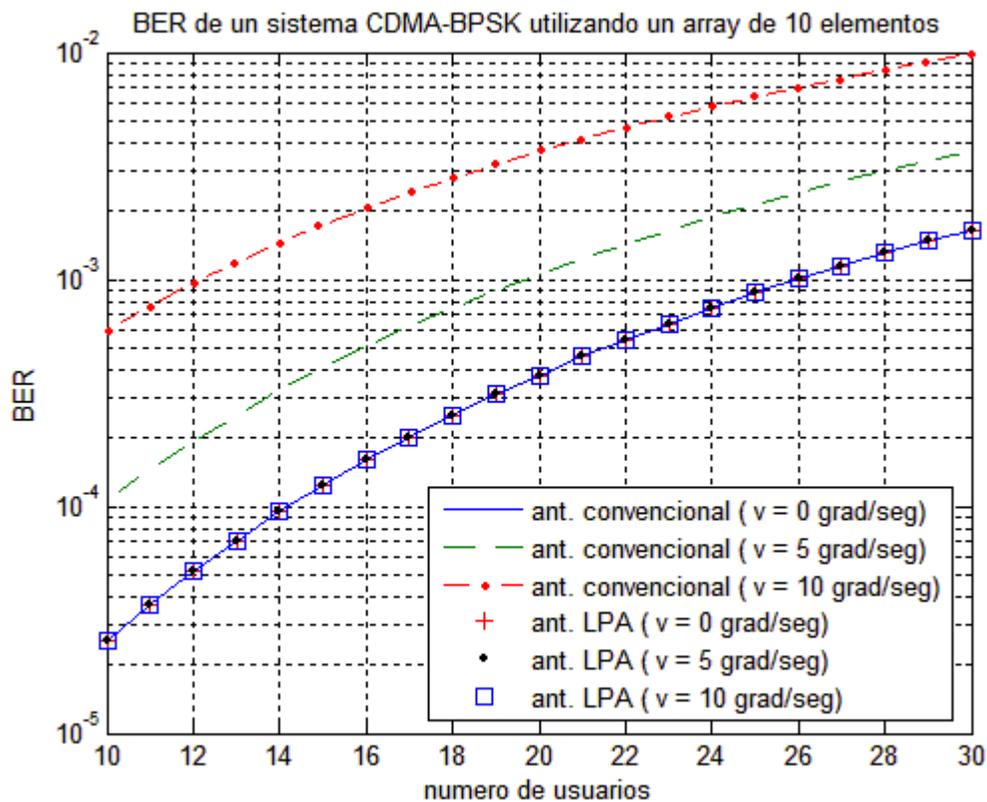


Figura 17. BER de un sistema CDMA-BPSK con  $L=10$  contra el número total de usuarios para una SINR de entrada de 10 dB.

Este resultado se valida con lo obtenido por S. Sung y V. Katkovnik en la publicación "Performance Analysis of CDMA mobile system employing LPA smart antenna", (Sung et al., 2007) en donde se muestra la respuesta de la probabilidad de bit erróneo en función de la cantidad de usuarios que pueden ser atendidos para el caso de 3 velocidades consideradas en el presente trabajo y con un agrupamiento de antenas de 10 elementos. Ambos resultados presentan un comportamiento similar.

Comparando los casos de 5 y 10 elementos de antena, Figuras 16 y 17 respectivamente, cuando se tiene una velocidad de 10 grados/segundos se tiene que para la antena convencional de 10 elementos ocurre una mayor degradación. Esto implica que la antena convencional se vuelve más sensitiva a la variación de la velocidad del usuario, a medida que el número de elementos de antena del agrupamiento se incrementa.

Con esto se muestra la independencia de una antena inteligente con LPA ante un entorno de alta movilidad y también queda en evidencia la desventaja de una antena inteligente convencional.

#### **V.4 Efecto de la ganancia de procesamiento sobre la probabilidad de bit erróneo**

Si se analiza la probabilidad de bit erróneo en función de la ganancia de procesamiento, se obtiene un resultado como el de la Figura 18. En dicha figura se muestra el efecto de variar la ganancia para el caso de una antena convencional con velocidades de usuarios de 0, 5 y 10 grados/segundos en líneas sólida, discontinua y punteada-discontinua, respectivamente. Se observa una disminución de la BER al realizarse un incremento de velocidad. Para el caso de una antena LPA, representada por marcas para las tres velocidades de 0, 5 y 10 grados/segundos, la BER se mantiene constante sin importar el incremento de velocidad.

Analizando de otra manera, si se desea mantener una BER máxima de 0.001, para el caso de una antena convencional se tendría que incrementar la ganancia de procesamiento a

176, 196 y 264 para mantener la probabilidad error para cada usuario al tener velocidades de 0, 5 y 10 grados/segundos respectivamente. Para el caso de la antena LPA, la ganancia de procesamiento es la misma que se requiere para mantener un nivel de BER para cierta cantidad de usuarios sin importar la velocidad de éstos.

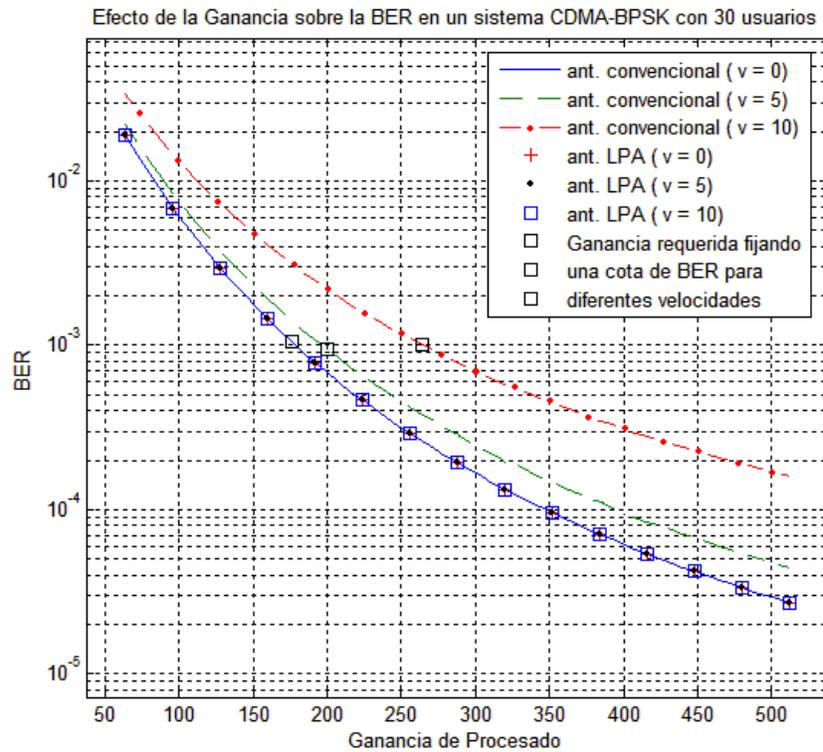


Figura 18. Efecto de la ganancia de procesamiento sobre la BER al tener 30 usuarios.

## V.5 Análisis de la capacidad del sistema en función de la probabilidad de interrupción

En este apartado se presenta como aportación al estado del arte, un análisis de capacidad dentro de un sistema de comunicaciones móviles celulares con CDMA con características únicas. El entorno que se maneja es de usuarios con alta movilidad utilizando un algoritmo de estimación de fuente con LPA, el cual permite realizar una estimación tanto de la posición como de la velocidad. Con esto se garantiza una mejor ubicación de usuarios con respecto a algoritmos convencionales de detección de fuentes.

Así, el sistema de antena inteligente tiene la posibilidad de atender más eficientemente a un usuario con alta movilidad, es decir, se traduce a una mayor capacidad de usuarios dentro de un entorno de móviles celulares.

La probabilidad de interrupción (outage probability) está definida como la probabilidad de que se presente una interrupción dentro de un tiempo específico (ATIS, 2000). La interrupción es la condición en un sistema de telecomunicaciones en la cual un usuario es privado del servicio cuando no se asegura una calidad de servicio requerida. Por lo tanto, habrá un umbral de interrupción, el cual establece el mínimo nivel de desempeño con el cual el sistema sea confiable. En el caso de CDMA, podemos definir la probabilidad de interrupción como la probabilidad de que la relación entre la potencia de usuario y la potencia de las interferencias, sea menor que el nivel de captura.

Suponiendo que una estación base emplea un agrupamiento de antena linealmente uniforme con  $M$  elementos, en un escenario donde existen  $N$  usuarios distribuidos aleatoriamente en cada una de las celdas. Cada usuario transmite un código pseudoaleatorio con una ganancia de procesamiento  $G$  y una potencia  $P$  de la señal transmitida por la estación base con control de potencia perfecto, y  $\sigma^2$  es la potencia de ruido del sistema. Ya que el control de potencia de los móviles enganchados a las células adyacente es realizado por esas células, la potencia de la interferencia de estos móviles cuando el usuario deseado está activo está dada por (Gilhousen et al., 1991):

$$I_{ik} = P \left( \frac{r_{ik}^{(k)}}{r_{ik}^{(0)}} \right)^4 \frac{\|\alpha_{ik}^{(0)}\|^2}{\|\alpha_{ik}^{(k)}\|^2} = P \cdot \beta_{ik}^2 \quad (59)$$

donde  $r_{ik}^{(k)}$  es la distancia entre el  $ik$ -ésimo usuario de la  $k$ -ésima célula y su estación base servidora,  $\alpha_{ik}^{(k)}$  es una variable aleatoria gaussiana compleja con media cero que incluye la magnitud de los desvanecimientos,  $r_{ik}^{(0)}$  es la distancia entre el mismo  $ik$ -ésimo usuario en la  $k$ -ésima célula y la célula servidora del usuario deseado (estación base 0), y finalmente,  $\alpha_{ik}^{(0)}$  es la correspondiente amplitud del desvanecimiento. La estación móvil está enganchada a la estación base con una atenuación mínima  $\beta_{ik} \leq 1$  (Gilhousen et al., 1991)

De acuerdo a (Naguib et al., 1994), la razón entre la energía de bit y la densidad de interferencia más ruido puede expresarse como:

$$\frac{E_b}{N_0 + I_0} = \frac{G}{\frac{\sigma^2}{M \cdot P} + I_1 + I_2} \quad (60)$$

donde  $I_1$  e  $I_2$  son las potencias de las razones interferencia a señal debido a los usuarios enganchados a la célula central y a las células vecina, y están dadas por

$$I_1 = \sum_{i_0=2}^N \mathcal{G}_{i_0} \|a_0^* a_{i_0}\|^2 \quad (61)$$

$$I_2 = \sum_{k=1}^K \sum_{i_k=1}^N \mathcal{G}_{i_0} \beta_{i_k}^2 \|a_0^* a_{i_0}\|^2 \quad (62)$$

donde  $K$  es el número de celdas vecinas interferentes,  $a_{i_k}$  es el vector  $M \times 1$  de respuesta del agrupamiento de antenas para una señal que llega desde el  $i_k$ -ésimo usuario en la  $k$ -ésima célula y se supone que  $a_{i_k}^* a_{i_k} = 1$ , y  $\mathcal{G}_{i_0}$  es una variable de Bernoulli con probabilidad de éxito  $\nu$  que modela la actividad de voz del usuario deseado.

Entonces la probabilidad de interrupción se expresa como (Naguib et al., 1994):

$$P_{out} = \Pr(BER > P_0) = \Pr\left(\frac{E_b}{N_0 + I_0} < S\right) = \Pr\left(I_1 + I_2 > \frac{G}{S} - \frac{\sigma^2}{M \cdot P}\right) \quad (63)$$

Esta expresión de la probabilidad de interrupción en función de las variables aleatorias  $I_1$  e  $I_2$ . La distribución de estas variables depende del número de usuarios activos  $K$  y la distancia entre ellos, los vectores de respuesta y los parámetros del agrupamiento, y los efectos del desvanecimiento y sombreado. Para obtener la probabilidad de interrupción en función del número de usuarios, es necesario especificar las características del agrupamiento de antenas (número de elementos de antena, la separación  $d / \lambda$  entre ellas y la geometría) con el fin de poder encontrar la distribución de  $\|a_0^* a_{i_k}\|^2$ , y de aquí la distribución de  $I_1$  e  $I_2$ .

Ya que el número de usuarios interferentes es aleatorio, (Naguib et al., 1994) propone que se sustituya el término  $\|a_0^* a_{i_k}\|^2$  en  $I_1$  e  $I_2$  por una variable aleatoria de Bernoulli  $\chi_{i_k}$  con una probabilidad de éxito  $HPBW/2$ , donde  $HPBW$  es el ancho de haz a media potencia del agrupamiento de antenas, y es igual a  $\varepsilon \left\{ \|a_0^* a_{i_k}\|^2 \right\}$ . Esta variable aleatoria representa la actividad de la interferencia de los usuarios, los cuales afectarán al usuario deseado si caen dentro de dicho diagrama de radiación. Por lo tanto:

$$I_1 = \sum_{i_0=2}^N \mathcal{G}_{i_0} \chi_{i_0} = \sum_{i_0=2}^N \phi_{i_0} \quad (64)$$

$$I_2 = \sum_{k=1}^K \sum_{i_k=1}^N \mathcal{G}_{i_k} \chi_{i_k} \beta_{i_k}^2 = \sum_{k=1}^K \sum_{i_k=1}^N \phi_{i_k} \beta_{i_k}^2 \quad (65)$$

donde  $\phi_{i_k} = \mathcal{G}_{i_k} \chi_{i_k}$  es una variable aleatoria de Bernoulli con probabilidad de éxito  $\bar{\nu} = \nu \cdot (HPBW / 2\pi)$ .

Para un número grande de usuarios  $N$ , la variable aleatoria  $I_2$  (interferencia debido a los  $K \cdot N$  usuarios) puede ser aproximada por una variable aleatoria gaussiana con media  $\mu_i N$  y varianza  $\sigma_i^2 N$  que depende de  $\bar{\nu}$ , el grado de sombreado  $\sigma_s$ , y el número  $K$  de células interferentes. En (Naguib et al., 1994) realizando simulaciones y considerando 18 células vecinas interferentes (dos coronas de celdas vecinas) se encontraron los momentos estadísticos de la interferencia, los cuales están dados por:

$$\mu_i = 0.523 \bar{\nu} \quad (66)$$

$$\sigma_i^2 = 0.463 \bar{\nu} - 0.274 \bar{\nu}^2 \quad (67)$$

Además, la variable aleatoria  $I_1$  tiene una distribución binomial en función del número de interferentes y  $\bar{\nu}$ . Si se expresa  $\delta = G/S - \sigma^2 / P \cdot M$ , ya que  $I_1$ ,  $I_2$  y  $\phi_{i_k}$  son independientes, se pueden utilizar los resultados de (Gilhousen et al., 1991) para mostrar que:

$$P_{\text{interrupción}} = \sum_{k=0}^{N-1} \binom{N-1}{k} \bar{\nu}^k (1-\bar{\nu})^{N-1-k} \cdot Q\left(\frac{\delta - k - \mu_i N}{\sqrt{\sigma_i^2 N}}\right) \quad (68)$$

La cual proporciona la probabilidad de interrupción como función del número de usuarios móviles por célula que pueden ser atendidos.

En la Figura 19 se muestra la probabilidad de interrupción, en función del número de usuarios, dada una BER de 0.001 para el caso de una antena convencional de 5 elementos y 3 velocidades de 0, 3 y 6 grados/segundos en línea sólida, discontinua y punteada-discontinua, respectivamente.

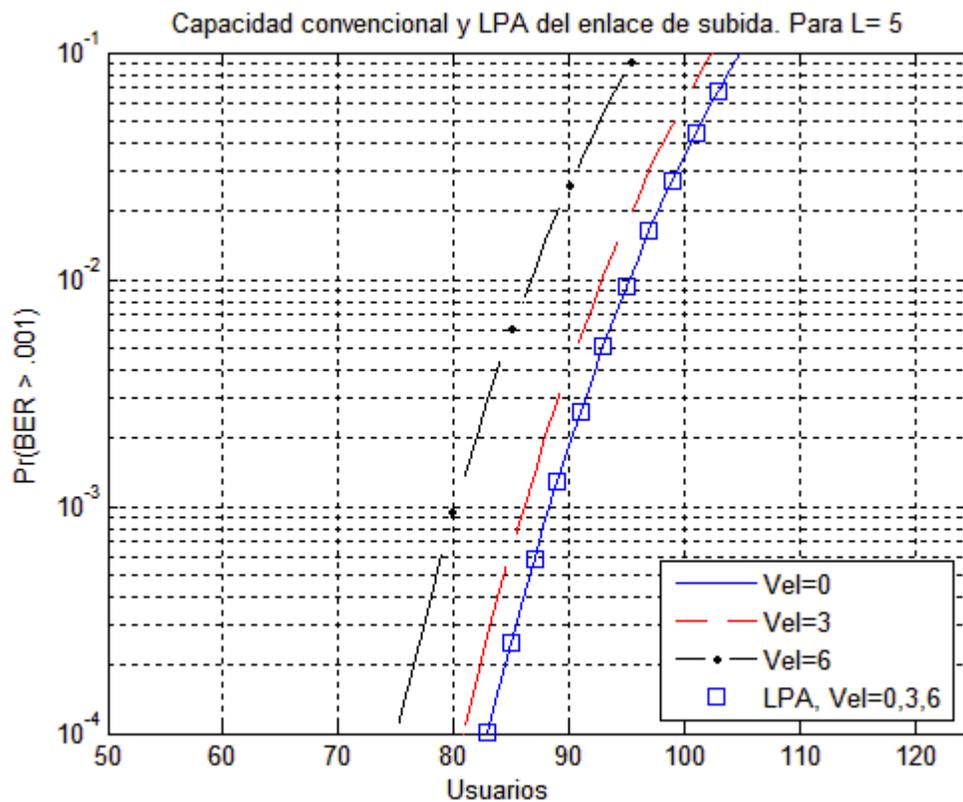


Figura 19. Probabilidad de interrupción en función del número de usuarios dada una BER de 0.001 con L=5

Se observa que a medida que se incrementa la velocidad, la capacidad disminuye dada una cota de probabilidad de interrupción. Para el caso de una antena LPA, indicada en

cuadrados, la capacidad se mantiene constante a pesar de que se incremente la velocidad de los usuarios. Esto se traduce a una mejora en la capacidad para entornos de alta movilidad.

También al hacer un análisis del comportamiento, considerando una cantidad de usuarios fija e incrementando la velocidad de los usuarios, la probabilidad de interrupción aumenta, lo cual es una situación desfavorable al utilizar una antena convencional. Para el caso de una antena LPA, la velocidad no afecta en la probabilidad de interrupción.

La Figura 20 es similar a la Figura 19, se muestra la probabilidad de interrupción en función del número de usuarios que están siendo atendidos para una BER de 0.001 pero en este caso el agrupamiento de antenas es de 10 elementos.

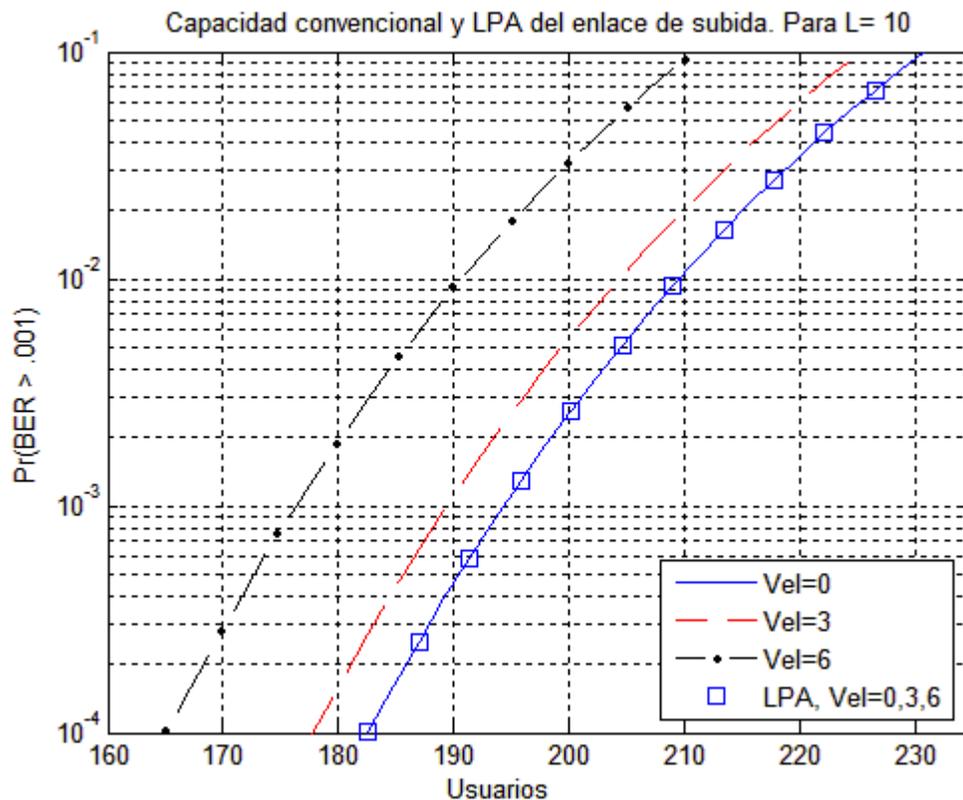


Figura 20. Probabilidad de interrupción en función del número de usuarios dada una BER de 0.001 con L=10

Entonces, al utilizar una antena convencional y fijar una probabilidad de interrupción de 0.001, se tiene una capacidad de 194, 189 y 176 usuarios atendidos para las velocidades de 0, 3, 6 grados/segundos, respectivamente. Con una antena LPA, los usuarios que pueden ser atendidos con una probabilidad de interrupción de 0.001 es de 194 para todas las velocidades.

Con información anterior se puede decir que la antena LPA tiene una mejora en capacidad con respecto a una antena convencional en 2.6% y 10.2% para las velocidades de 3 y 6 grados/segundos, respectivamente.

## **V.6 Conclusiones**

Ha sido aprovechado el estimador LPA para detección de fuentes en un sistema con antena inteligente dentro de un entorno CDMA con modulación BPSK. Con esto se han demostrado las mejoras esperadas en las prestaciones del sistema de comunicaciones móviles en términos de la relación señal a ruido más interferentes, probabilidad de bit erróneo y capacidad de usuarios.

La SINR promedio de un sistema CDMA con antena inteligente LPA es analizada de una forma cerrada y esta expresión se introdujo dentro de la expresión de la BER para así obtener la respuesta para el caso de fuentes variantes en el tiempo.

Debido a que la técnica de estimación de fuentes con LPA considera un modelo apropiado para fuentes en movimiento y así poder rastrear DOAs variantes en el tiempo, los resultados para una antena inteligente con LPA muestran que la SINR es independiente de la velocidad de usuario bajo la consideración de una estimación perfecta del DOA y además presenta una mejora, en el caso de un agrupamiento de 5 elementos, de .33dB y .89dB para velocidades de 5 grados/segundos y 10 grados/segundos, respectivamente. Para el caso de 10 elementos de antenas, la mejora es de 1.08dB y 2.19dB para velocidades de 5 grados/segundos y 10 grados/segundos, respectivamente.

Como consecuencia, se tiene como aportación principal el hecho de que el sistema permite atender al mismo número de usuarios para un valor de BER requerida sin importar la variación de la velocidad de usuario. Esto es una mejora ante los sistemas que utilizan una antena inteligente convencional, ya que muestran una degradación significativa en la SINR y en la capacidad debido al incremento de la velocidad de usuario.

La medida de la mejora de la antena LPA sobre la antena convencional con respecto a la cantidad de usuarios atendidos dada una cota de error de  $10^{-3}$ , es de 26% y 40% para velocidades de 3 grados/segundos y 6 grados/segundos, respectivamente, para el caso de 5 elementos de antena. Para el caso de 10 elementos de antena la mejora es de 58% y 116% para las velocidades de 3 grados/segundos y 6 grados/segundos, respectivamente.

Las mejoras en términos de capacidad de usuarios en términos de probabilidad de interrupción de una antena inteligente LPA contra una antena inteligente convencional son de 2.6% y 10.2% para las velocidades de 3 y 6 grados/segundos, respectivamente.

En conclusión, bajo un entorno de usuarios móviles, un sistema CDMA que emplee una antena inteligente con LPA garantizará mejores prestaciones que un sistema con antena inteligente convencional.

## Capítulo VI

---

### Conclusiones, contribuciones y trabajo futuro

---

En base al objetivo de esta tesis, que es el análisis de prestaciones de un sistema de comunicaciones móviles celulares CDMA empleando LPA con antenas, considerando también la metodología de la investigación seguida y el planteamiento del problema, se presentan diversas conclusiones y aportaciones. Además, se presentan las propuestas de los posibles trabajos futuros como continuación de esta tesis.

Un aspecto importante de este trabajo es su originalidad y trascendencia porque se está abordando el estado del arte en la estimación no paramétrica que ha sido empleada en muchas áreas de la ingeniería, pero poco utilizada en los sistemas de comunicaciones móviles celulares habilitados con antenas inteligentes. He aquí entonces la importancia y originalidad de este trabajo, en el cual se busca estimar fuentes variantes en el tiempo utilizando el algoritmo de estimación no paramétrica de Aproximación de Polinomio Local para estimar la posición angular y velocidad angular de diversas fuentes que están en un ambiente de alta movilidad, y de esta manera, aportar nuevas estadísticas al estado del arte al combinar los resultados de una buena estimación de fuentes aplicado a un sistema de comunicaciones móviles celulares CDMA.

#### VI.1 Conclusiones

Las conclusiones fueron agrupadas de acuerdo a las relacionadas con la detección de fuentes en comunicaciones móviles, sobre la estimación no paramétrica, con respecto a la herramienta LPA y en cuanto a la aplicación en CDMA.

### **VI.1.1 En cuanto a detección de fuentes en comunicaciones móviles**

Se lograron establecer las bases de lo que es la detección de fuentes, mejor conocido como DOA, dentro de un entorno de comunicaciones móviles celulares que implementa un agrupamiento de antenas, para lo cual se requirió introducir conceptos básicos de lo que es un agrupamiento de antenas y la matemática relacionada a la localización de fuentes.

Se explicaron los métodos de estimación paramétrica más comunes y se analizaron algunos de los algoritmos de esta categoría mencionando algunas características que limitan su aplicación.

Se introdujo el estimador de fuentes no paramétrico LPA, el cual es la piedra angular de este trabajo de tesis debido a la cantidad de beneficios que se obtendrán al obtener un DOA mejorado dentro de un entorno de alta movilidad (Katkovnik et al. 2002) y aplicándolo a un sistema de comunicaciones móviles celulares con antena inteligente (Sung et al. 2007).

### **VI.1.2 Sobre la estimación no paramétrica**

Se explicó como la estimación no paramétrica es una herramienta universal flexible para realizar aproximaciones y que tiene la ventaja de no necesitar a priori las estadísticas de los datos con los que se trabaja. También tiene la ventaja de no requerir de muchos parámetros para realizar la estimación.

Dado el modelo de dirección de arriba que se desarrolló, utilizando dos coeficientes que definen el comportamiento de los usuarios (posición angular y velocidad angular), es más sencillo realizar una estimación no paramétrica debido a la baja dependencia de parámetros requeridos para realizar una estimación.

### VI.1.3 Con respecto a la herramienta LPA

Previamente, al desarrollo del modelado y simulación de la detección de fuentes empleando la Aproximación de Polinomio Local, se estudió la teoría necesaria para comprender, y aplicar la estimación con LPA. A continuación se presentan los puntos más importantes sobre LPA:

- Se define perfectamente por un tipo de ventana y grado de polinomio.
- Una vez que se tiene el grado de polinomio a utilizar, éste queda fijo.
- La forma de la ventana también queda fija, y solo es necesario variar la cantidad de muestras requeridas a si como su periodo de muestreo.
- Para que la estimación sea adecuada, solo se requiere que las fuentes no estén correlacionadas y estén suficientemente separadas por posición o velocidad.
- El compromiso entre sesgo y varianza se define con la cantidad de muestras que se utilizan para la estimación.

Se ha demostrado la capacidad del estimador no paramétrico con LPA para estimar precisamente las direcciones de arribo de fuentes móviles. Esto quedó claro al realizar un seguimiento de dos fuentes con la característica de alta movilidad del orden de 5 grados por segundo, en donde el estimador LPA estimaba el DOA instantáneo de cada fuente lo cual permitía un rastreo de la trayectoria generada por los usuarios.

Además de poder realizar el rastreo, el error de estimación se mantuvo reducido, siendo la estimación muy buena a pesar de que 2 fuentes coincidían en posición angular más de una vez.

Se mostró la respuesta espectral del estimador LPA, con la cual es posible realizar una separación de usuarios, a pesar de que estos tengan la misma posición angular pero si

su velocidad difiere lo suficiente, como para generar dos picos dentro de la respuesta espectral del estimador LPA.

La estimación de la velocidad angular, además de la posición angular, proporciona la ventaja de este estimador en ambientes de alta movilidad y separación de usuarios sobre otros algoritmos de estimación del DoA. Con esto queda claro que el estimador LPA aprovecha el movimiento de las fuentes para mejorar las capacidades de localización de fuentes.

Se caracterizó la precisión de LPA por medio de un error definido como la diferencia entre la señal verdadera y la estimada, encontrándose que el estimador LPA tiene niveles de error reducidos del orden de .26 grados cuando se emplean entre 30 y 40 muestras para la estimación

Se realizó un análisis de prestaciones asintóticas para el estimador LPA para el caso de una fuente en movimiento, el cual es válido para múltiples fuentes si estas están lo suficientemente identificables por posición angular o velocidad angular, encontrándose en este caso los valores adecuados de los parámetros de simulación para mantener un sesgo y varianza reducidos.

#### **VI.1.4 En cuanto a la aplicación en CDMA**

Ha sido aprovechado el estimador LPA para detección de fuentes en un sistema con antena inteligente dentro de un entorno CDMA con modulación BPSK. Con esto se han demostrado las mejoras esperadas en las prestaciones del sistema de comunicaciones móviles, en términos de la relación señal a ruido más interferentes (SINR), probabilidad de bit erróneo (BER) y capacidad de usuarios.

La SINR promedio de un sistema CDMA con antena inteligente LPA fue analizada de una forma cerrada y esta expresión se introdujo dentro de la expresión de la BER para así obtener la respuesta para el caso de fuentes variantes en el tiempo.

Debido a que la técnica de estimación de fuentes con LPA considera un modelo apropiado para fuentes en movimiento y así poder rastrear DOAs variantes en el tiempo, los resultados para una antena inteligente con LPA demostraron que la SINR es independiente de la velocidad de usuario bajo la consideración de una estimación perfecta del DOA y además presentó una mejora, en el caso de un agrupamiento de 5 elementos, de .33dB y .89dB para velocidades de 5 grados/segundos y 10 grados/segundos, respectivamente. Para el caso de 10 elementos de antenas, la mejora obtenida fue de 1.08dB y 2.19dB para velocidades de 5 grados/segundos y 10 grados/segundos, respectivamente.

Como consecuencia, se tiene como aportación principal el hecho de que el sistema permite atender al mismo número de usuarios para un valor de BER requerida sin importar la variación de la velocidad de usuario. Esto es una mejora ante los sistemas que utilizan una antena inteligente convencional, ya que muestran una degradación significativa en la SINR y en la capacidad debido al incremento de la velocidad de usuario.

La medida de la mejora de la antena LPA, sobre la antena convencional con respecto a la cantidad de usuarios atendidos dada una cota de error de  $10^{-3}$ , fue de 26% y 40% para velocidades de 3 grados/segundos y 6 grados/segundos, respectivamente, en el caso de 5 elementos de antena. Para el caso de 10 elementos de antena, la mejora fue de 58% y 116% para las velocidades de 3 grados/segundos y 6 grados/segundos, respectivamente.

Las mejoras en términos de capacidad de usuarios atendidos, considerando la probabilidad de interrupción de una antena inteligente LPA contra una antena inteligente convencional fueron de 2.6% y 10.2% para las velocidades de 3 y 6 grados/segundos, respectivamente.

En conclusión general, bajo un entorno de usuarios móviles, un sistema CDMA que emplee una antena inteligente con LPA garantizará mejores prestaciones que un sistema con antena inteligente convencional.

Entonces, dado los resultados obtenidos se ha cumplido favorablemente con todos los objetivos de la tesis. Incluyendo aportaciones no contempladas al inicio de esta investigación.

## **VI.2 Contribuciones**

A continuación se presentan las principales contribuciones de este trabajo de tesis obtenidas tanto, en detección de fuentes, como en análisis de capacidad en función de la probabilidad de interrupción.

El análisis de capacidad de usuarios en función de la probabilidad de interrupción presentado en este trabajo, es una aportación muy importante, ya que después de una búsqueda extensa, no se encontró ningún trabajo similar.

En (Katkovnik et al, 2002), no se presenta un análisis completo del efecto de la escala en la estimación de fuentes, por lo que en este trabajo de tesis se presentaron de resultados de la estimación al variar la cantidad de muestras utilizadas.

También, se contribuye al mostrar la separabilidad de usuarios ya sea por velocidad angular o posición angular sin importar que coincidan en posición angular o velocidad angular, respectivamente.

## **VI.3 Trabajos futuros**

Dentro del grupo de investigación donde se realizó esta tesis, se realizarán las publicaciones necesarias para resaltar las contribuciones que esta tesis aporta al estado del arte de entornos de alta movilidad.

Como recomendaciones para líneas futuras de investigación, basadas en el problema que se abordó en este trabajo de tesis, se pueden mencionar:

- Utilizar un modelo que incluya aceleración de usuarios para realizar una identificación, separación y seguimiento de estos usuarios.
- En base a tener una mejora en la estimación de fuentes con movilidad adversa, se tendrá un mejor nivel de SINR con respecto a un sistema que no considera la aceleración de manera similar al que se obtuvo al incluir velocidad cuando no se tenía contemplada y así, realizar nuevos análisis de prestaciones sobre un sistema análogo al utilizado en esta tesis.
- Un nuevo análisis de capacidad de usuarios en función de la probabilidad de interrupción para entornos de alta movilidad con aceleración en el movimiento de los usuarios considerando detección de fuentes que incluyan la aceleración angular.

## REFERENCIAS

- Alliance for Telecommunications Industry Solutions. 2007. Glossary of Telecommunications Terms 2007. <http://www.atis.org/glossary>. [Consulta: Febrero/2008]
- Balanis, C.A. 2005. Antenna Theory Analysis and Design, John Wiley & Sons, Tercera Edición, 1136 pp.
- Bonilla Hernandez. 2005. Modelado y Simulación de la Aproximación de Máxima Verosimilitud (ML) Incondicional en la Determinación del DoA en Campo Cercano. Tesis de Maestría, CICESE, Ensenada, B.C., México. 103 pp.
- Capon, J. 1969. High resolution frequency-wavenumber spectral analysis. Proc. of the IEEE, 57(8): 1408-1418 p.
- Covarrubias, D.H. 2006. Antenas inteligentes para comunicaciones móviles celulares. Apuntes del curso ET819, CICESE, Ensenada, B.C., México. 48 pp. Inédito.
- Covarrubias, D.H. 2007. Localización de fuentes empleando agrupación de antenas. Conferencia, “III Escuela Franco-Mexicana de Telecomunicaciones”, noviembre de 2007. ITESM, Campus Monterrey, N.L., México.
- Friedlander, B. y A. Zeira. 1995. Direction finding with time-varying arrays. IEEE Trans. Signal Processing. 43:927–937 p.
- Gilhousen, K., M. Jacobs, R. Padovani, A. Viterbi, L. Weaver y C. Wheatley. 1991. On the capacity of a cellular CDMA System. IEEE Trans Veh Technol. 40(2): 303-311 p.
- Gradshteyn, I.S. y I.M. Ryzhik. 2000. Table of Integrals. Series, and Products, Academic Press. 6th ed. 1171 pp.
- Haykin, S. 1991. Array processing. Array processing in Advances in Spectrum Estimation, S. Haykin, Ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2:1–63 p.
- Katkovnik, V. 1998. Discrete-time local polynomial approximation of instantaneous frequency. IEEE Trans. Signal Processing. 46: 2626–2637p.
- Katkovnik, V. y A. B. Gershman. 2000. A local polynomial approximation based beamforming for source localization and tracking in nonstationary environments. IEEE Signal Processing Letter. 7: 3–5.V.

- Katkovnik, V. y A.B. Gershman. 2002. Performance study of the local polynomial approximation based beamforming in the presence of moving sources. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 50(8):1151-1157 p.
- Krim, H. y M. Viberg. 1996. Two decades of array signal processing research: The parametric approach. *IEEE Signal Processing Mag.*, 13:67–94 p.
- Lacoss, R.T. 1971. Data adaptive spectral analysis method. *Geophysics.* 36:661-675 p.
- Lau, B.K., Leung, Y.H., Liu, Y., Teo, K.L. 2002. Direction of arrival estimation in the presence of correlated signals and array imperfections with uniform circular arrays. *Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2002. Proceedings. (ICASSP '02).* IEEE International Conference on. 3:3037-3040 p.
- Lee, M.S., V.Katkovnik y Y.H. Kim. 2005. Minimax robust M-beamforming for radar array with antenna switching. *IEEE Trans. Antennas Propag.* 53(8):2549-2557 p.
- Liberti, J.C. and Rappaport. 1999. *Smart Antennas for Wireless Communication*, Prentice Hall.
- Mendoza, J.F. 2006. Estimación del DOA empleando métodos de rastreo de subespacio aplicados a MUSIC y ESPRIT. Tesis de Maestría, CICESE, Ensenada, B.C., México: 68 pp.
- Mendoza, J.F., Covarrubias, D.H., López, C.A. 2007. Localización espacial de fuentes en comunicaciones móviles empleando actualización sucesiva de subespacio, *IEEE Latin America Transactions.* 8 pp.
- Mohamed, N.A. y J.G. Dunham, 1998. Performance analysis of CDMA mobile systems using antenna arrays and multi-user detection. *IEEE Asilomar Conference on Signals, Systems, and Computers.* 2:1833-1837 p.
- Naguib, A.F., A. Paulral y T. Kailath. 1994. Capacity improvement with base-station antenna arrays in cellular CDMA. *IEEE Trans Veh Technol.* 43(3): 691-698p.
- Park, D.H. y K.K. Lee. 2004. High resolution local polynomial approximation beamforming for wide band moving sources. *IEICE Trans. Commun.*, E87-B(6): 1770-1773 p.
- Pillai, S. U. 1989, *Array Signal Processing*. New York: Springer-Verlag. 221 pp.

- Rappaport T. 1999, Smart antennas for wireless communication IS-95 and third generation CDMA applications., Prentice Hall. 376 pp.
- Rappaport, T. 2001. Wireless Communications: Principles and Practice. Prentice Hall. Segunda edición. New Jersey. 707 pp.
- Roy R. y T. Kailath. 1989, ESPRIT-estimation of Signal Parameters Via Rotational Invariance Techniques, IEEE. Trans. on Acoustics, Speech and Signal Processing. 37(7): 984-995p.
- Schmidt R.O. 1986, Multiple emitter location and signal parameter estimation, IEEE. Trans. Antennas Propag. 34(3): 276-280p.
- Song, Y.S. and H.M. Kwon. 1999. Analysis of a simple smart antenna for CDMA wireless communications. IEEE Vehicular Technology Conference. 1:254-258 p.
- Spagnolini, U. 2004. A simplified model to evaluate the probability of error in DS-CDMA systems with adaptive antenna arrays. IEEE Trans. Wireless Commun. 3(2):578-587.
- Stoica, P. y A. Nehorai. 1989. MUSIC, maximum likelihood and Cramer-Rao bound. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing. 37:720 – 741 p.
- Stoica, P. y A. Nehorai. 1990. Performance study of conditional and unconditional direction-of-arrival estimation. IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing. 38: 1783 – 1795.
- Sung, S., H. Kang, V. Katkovnik y K. Kim. 2007. Performance Analysis of CDMA Mobile System Employing LPA Smart Antenna. IEICE Trans. Commun. E90-B(1):184-188 p.
- Van Trees H.L. 2002. Optimum array processing. Part IV of detection, estimation and modulation theory. John Wiley and Sons, Inc. Primera Edición. New York. 1443 pp.
- Viberg, M., Ottersten, B., Kailath, T. 1991. Detection and estimation in sensor arrays using weighted subspace fitting. Signal Processing, IEEE Transactions on. 39(11):2436 – 2449 p.
- Yepes Arbeláez. 2006. Conformación digital de haz adaptativa vía el método de proyección paralela en agrupamiento de antenas. Tesis de Maestría, CICESE, Ensenada, B.C., México. 101 pp.

- Ziskind y M. Wax, 1988. Maximum likelihood localization of multiple sources by alternating projection. *IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing*, 36:1553–1560 p.
- Zoltowski, M., F. Haber, 1986. A vector space approach to direction finding in a coherent multipath environment. *IEEE Trans. Antennas and Propagation*, 34(9):1069-1079 p.

## Apéndice A. Función de degradación LPA para un sistema CDMA

Para obtener la potencia de interferencia promedio de un sistema CDMA-BPSK con antena LPA. Se tiene

$$P_I = \frac{1}{L(K+1)} \sum_{m=2}^M \bar{I}_m \cdot \alpha_m \quad (\text{A.1})$$

En la ecuación  $P_I = \frac{1}{L(K+1)} \sum_k \sum_{m=2}^M E \left\{ \left| A^H(\phi_1 + \phi^{(1)} k T_s) A(\phi_m) \right|^2 \right\} \alpha_m$  que corresponde a la ec.

(53), donde  $\bar{I}_m = \sum_k E \left\{ \left| A^H(\phi_1 + \phi^{(1)} k T_s) A(\phi_m) \right|^2 \right\}$ . Sustituyendo las expresiones de  $\mathbf{A}$ , se

obtiene

$$\begin{aligned} \bar{I}_m &= \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} E \left\{ \exp\{j\pi(p-q)\sin(\phi_m)\} \right\} \\ &\quad \cdot E \left\{ \sum_k \exp\{-j\pi(p-q)\sin(\phi_1 + \phi^{(1)} k T_s)\} \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

donde el espacio entre elementos ha sido considerado como media longitud de onda-

Como  $\phi_m$  es independiente y distribuida uniformemente en  $[-\pi/2, \pi/2]$ , se puede simplificar a

$$E \left\{ \exp\{j\pi(p-q)\sin(\phi_m)\} \right\} = J_0(\pi(p-q)) \quad (\text{A.3})$$

donde  $J_0(\cdot)$  es la función de Bessel de orden cero (Gradshteyn et al., 2000).

Representando los términos del usuario de interés en (A.2) de una manera compacta, se expresa como

$$\begin{aligned} &E \left\{ \sum_k \exp\{-j\pi(p-q)\sin(\phi_1 + \phi_1^{(1)} k T_s)\} \right\} \\ &= E \left\{ \sum_k \cos[Y \sin(\phi_1 + kc)] - j \sin[Y \sin(\phi_1 + kc)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

donde  $Y = \pi(p-q)$  y  $c = \phi_1^{(1)} T_s$ . Dada la suposición que un DOA angular del usuario de interés es una función lineal en el tiempo,  $\phi_1^{(1)}$  es una constante. Además, se hace notar que  $c \neq 0$  bajo ambientes no estacionarios.

Ahora, con la intención de observar el efecto del término de muestreo  $kc$  en el algoritmo LPA bajo ambientes no estacionarios, las series de la función de Bessel en seno y coseno con sus argumenos armónicos, son aplicados en (A.4). Asumiendo que el intervalo de muestro es  $[-K/2, K/2]$  donde  $K$  es un número entero par, se obtiene

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=-K/2}^{K/2} \cos[Y \sin(\phi_1 + kc)] = (K+1)J_0(Y) \\
& + 2[2J_2(Y) \cos 2\phi_1 + 2J_4(Y) \cos 4\phi_1 + \dots] \\
& + 2[2J_2(Y) \cos 2\phi_1 \cos 2c + 2J_4(Y) \cos 4\phi_1 \cos 4c + \dots] \\
& + \dots + \\
& 2[2J_2(Y) \cos 2\phi_1 \cos Kc + 2J_4(Y) \cos 4\phi_1 \cos 2Kc + \dots] \tag{A.5}
\end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=-K/2}^{K/2} \sin[Y \sin(\phi_1 + kc)] = \\
& + 2[J_1(Y) \sin \phi_1 + J_3(Y) \sin 3\phi_1 + \dots] \\
& + 2[2J_1(Y) \sin \phi_1 \cos c + 2J_3(Y) \sin 3\phi_1 \cos 3c + \dots] \\
& + \dots + \\
& 2[2J_1(Y) \sin \phi_1 \cos \frac{K}{2}c + 2J_3(Y) \sin 3\phi_1 \cos 3\frac{K}{2}c + \dots] \tag{A.6}
\end{aligned}$$

donde  $J_d(\cdot)$ ,  $d=0, \dots$  es la función de Bessel de orden  $d$ . Además, como  $\phi_1$  está distribuida uniformemene en  $[-K/2, K/2]$ . Se obtiene

$$E \left\{ \sum_{k=-K/2}^{K/2} \cos[Y \sin(\phi_1 + kc)] \right\} = (K+1)J_0(Y) \tag{A.7}$$

y

$$E \left\{ -j \sum_{k=-K/2}^{K/2} \sin[Y \sin(\phi_1 + kc)] \right\} = 0 \tag{A.8}$$

Por lo tanto, debido a la eliminación del término de muestreo  $kc$ , (A.4) es representado de manera simple como  $(K+1)J_0(\pi(p-q))$ . Esto muestra que el término de muestreo  $kc$

para el rastreo del DOA del usuario de interés en el algoritmo LPA, no tiene efecto en la componente de la potencia de interferencia. De ahí, este resultado permite que  $P_I$  de una antena LPA bajo ambiente no estacionario, tenga la misma forma que la expresión de una antena inteligente convencional bajo ambientes estacionarios (Rappaport, 1999).

Reescribiendo (A.2), utilizando el resultado anterior, (A.3) e insertando final en (A.1), se obtiene

$$P_I = \frac{1}{L} \sum_{m=2}^M \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} J_0^2(\pi(p-q)) \cdot \alpha_m \quad (\text{A.9})$$

Finalmente, insertando (51), (52) y (A.9) dentro de (54), se obtiene la forma cerrada

$$\gamma_L = \frac{L \cdot \alpha_1}{\frac{1}{GL} \sum_{m=2}^M \sum_{p=0}^{L-1} \sum_{q=0}^{L-1} J_0^2(\pi(p-q)) \cdot \alpha_m + \sigma_n^2} \quad (\text{A.10})$$