### TESIS DEFENDIDA POR

### Pamela De Grau Amaya

## Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. Modesto Ortiz Figueroa Director del Comité

Dr. Julio Candela Pérez Miembro del Comité Dra. María Tereza Cavazos Pérez Miembro del Comité

M.C. Francisco Suárez Vidal Miembro del Comité

Dr. Jesús Manuel Figueroa Rodríguez Coordinador del programa de posgrado en Maestría en Oceanografía Física Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director de Estudios de Posgrado

15 de enero de 2010

# CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA



# PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS EN OCEANOGRAFÍA FÍSICA

# MODELACIÓN NUMÉRICA DE METEOTSUNAMIS EN LA BAHÍA DE TODOS SANTOS, B.C.

TESIS QUE PRESENTA

## PAMELA DE GRAU AMAYA

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

MAESTRA EN CIENCIAS

Ensenada, Baja California, México, Enero del 2010.

**RESUMEN** de la tesis de **Pamela De Grau Amaya**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRA EN CIENCIAS en OCEANOGRAFÍA FÍSICA. Ensenada, Baja California, México. Enero de 2010.

## MODELACIÓN NUMÉRICA DE METEOTSUNAMIS EN LA BAHÍA DE TODOS SANTOS, B.C.

Resumen aprobado por:

Dr. Modesto Ortiz Figueroa Director de tesis

En este trabajo se analizaron observaciones de alta frecuencia de nivel del mar y de presión atmosférica que mostraron una clara evidencia de la presencia de meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos, Baja California. Se desarrolló un modelo numérico que resuelve, en diferencias finitas las ecuaciones de ondas largas en aguas someras, para simular la propagación de meteotsunamis sintéticos empleando un forzamiento atmosférico similar al observado. Como resultado de estas simulaciones se encontró que para la Bahía de Todos Santos, la máxima amplitud de un meteotsunami sintético es de 20 a 25 cm, cuando una anomalía de 5 milibares en la presión atmosférica se propaga a velocidades de entre 20 a 30 m/s. Los meteotsunamis sintéticos de mayor altura se obtuvieron cuando la perturbación atmosférica provenía de entre los 230° y 260°. Los resultados del modelo numérico revelaron que las frecuencias excitadas por los meteotsunamis corresponden a los modos normales de oscilación o "seiches" observados en la bahía. Se concluye que en un radio de aproximadamente 200 km alrededor de la Bahía de Todos Santos, la longitud de coherencia no es suficiente para generar meteotsunamis de gran altura como los observados en otras partes del mundo. La longitud de coherencia se define en este trabajo como la distancia a lo largo de la trayectoria del meteotsunami en donde se presenta la resonancia de Proudman.

**Palabras Clave:** Bahía de Todos Santos, meteotsunami, resonancia de Proudman, longitud de coherencia.

**ABSTRACT** of the thesis presented by **Pamela De Grau Amaya** as a partial requirement to obtain the MASTER OF SCIENCE degree in PHYSICAL OCEANOGRAPHY. Ensenada, Baja California, Mexico. January, 2010.

#### NUMERICAL MODELING OF METEOTSUNAMIS IN THE

#### **BAY OF TODOS SANTOS, BAJA CALIFORNIA**

High frequency ocean waves like tsunamis associated with the presence of atmospheric fronts have been observed in the Bay of Todos Santos, B.C. These events have been previously reported in other parts of the world and have been called Meteosunamis. It has been reported that a gravity wave in the atmosphere generates a tsunami like wave in the ocean reaching amplitudes greater than 3 m. In the Bay of Todos Santos, however, the maximum observed amplitude of meteotsunamis during the last five years does not exceed 40 cm. We modeled the observed meteotsunamis by forcing the Shallow Water Equations with a 5 mb drop in the atmospheric pressure propagating towards the bay from many different directions. The resulting modeled amplitudes were in agreement with the observed ones. The maximum amplitude was produced by a southwest atmospheric front. Both observed and synthetic meteotsunamis in the Bay of Todos Santos reveal that the frequencies excited by meteotsunamis correspond to that of the natural resonant normal modes of the bay. We conclude that within a radius of 100 km around the Bay of Todos Santos, the "Proudman-resonance coherent distance" is not enough to generate large meteotsunamis in the Bay of Todos Santos. The "Proudman-resonance coherent distance" is defined here as the distance were both the atmospheric front and the resulting ocean wave propagates at the same phase speed.

Keywords: Bay of Todos Santos, meteotsunami, Proudman resonance, coherente distance.

## **DEDICATORIAS**

A aquel que puso la sabiduría en el corazón y dió al espíritu inteligencia.

A ti mamá, que siempre has estado a mi lado. A mi hermano Rodrigo, por ser un gran ejemplo en mi vida. A mi abuelita y mi negrito, por su herencia de amor.

> Y a quien ha llenado de luz mi vida, mi ayuda idónea, Raciel.

### AGRADECIMIENTOS

A mi comité de tesis: Tito, por su paciencia, por haberme aceptado como su aprendiz, y por darme lecciones no sólo de oceanografía física, sino también de vida. A Julio Candela por introducirme al enigmático mundo de los meteotsunamis y confiar en mí. A Tere Cavazos por compartir su pasión por la investigación, por todo su apoyo y por tener siempre tanta disposición. A Francisco Suárez por su tiempo, aportaciones a este trabajo y por mostrarme el quehacer de la ciencia durante la semana del taller de ciencia para jóvenes en el CICESE.

A Edgar Pavia por facilitar las observaciones de la estación meteorológica del CICESE, que opera en Valle de Guadalupe, Baja California.

A Alejandro Parés por facilitar el trabajo, al permitir el uso del cluster del departamento de Oceanografía Física.

A Miguel Lavín, porque no sólo me orientó en el comienzo de mi anteproyecto, me ayudó durante todo el desarrollo de la tesis.

A todo el personal de CICESE que siempre fueron muy amables, Lupita, Don Rafa, Don Arturo.

A todos mis amigos que me acompañaron en este proceso. A las chicas siempre dispuestas a escucharme, Candy, Bere, Esme, Gaby, María Elena, Angy, Lily, Rita, Magnolia, Andrea, Diana. A los chicos siempre alegres y dispuestos a ayudar, Fer, Tapia, Miguel, Eric, Vlado, Lalo, Irving.

A mis compañeros de cubo y amigos: Máximo, por compartir tantos momentos que hicieron muy agradable el trabajo y a Efraín y su familia, por toda su ayuda, por abrirnos las puertas de su hogar y darnos el regalo de su amistad.

A Jorge y Anny por su amistad y apoyo incondicional en todo momento.

A toda mi familia, porque siempre he recibido su apoyo. En especial a mi mamá y a mis abuelitos por toda su ayuda y por mostrarme tanto amor.

A mi otra familia, la familia De Dios por todo su apoyo y por confiar en mi.

A mi esposo y gran amigo, Diego Raciel por estar conmigo a cada momento y ayudarme a terminar con esta gran experiencia en mi vida.

Este trabajo se realizó con el apoyo de una beca de maestría del CONACYT y con el apoyo del Proyecto de Ciencia Básica del CONACYT: "Diseño de un Sistema Regional de Alerta de Tsunamis", con número de registro U51457-F. También agradezco al Departamento de Oceanografía Física por la extensión de tres meses de beca para culminar la escritura de esta tesis.

## CONTENIDO

	Introducción	1					
	Objetivos	(					
Ι	Condiciones necesarias para la generación de meteotsunamis						
	I.1 Efecto del barómetro invertido	7					
	I.2 Resonancia de Proudman	8					
	I.3 Amplificación del meteotsunami de la plataforma continental a la costa	11					
	I.4 Resonancia en los puertos	11					
II	Tsunamis y meteotsunamis observados en el puerto del Sauzal	13					
III	Modelo de propagación de meteotsunamis	21					
IV	Modelos de forzamiento atmosférico para generar meteotsunamis	25					
	IV.1 Diseño de experimentos idealizados para representar el forzamiento						
	atmosférico	25					
V	Validación del modelo numérico para la propagación de meteotsunamis	27					
VI	Simulación de la resonancia de Proudman	29					
VII	Respuesta del nivel del mar vs longitud de coherencia	31					
VIII	Simulación de meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos						
	VIII.1 Diseño de experimentos para la propagación de meteotsunamis						
	en la Bahía de Todos Santos	35					
	VIII.2 Resultados de las simulación numérica para la propagación de						
	meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos	38					
IX	Resultados y Conclusiones	51					
	Bibliografía	53					
	Apéndice I	55					
	I.1 Modelo de Goto <i>et al.</i> , (1997)	55					
	I.2 Integración de las ecuaciones de aguas someras en la vertical	57					
	I.3 Esquema de diferencias finitas centrales en coordenadas esféricas	62					

#### LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Zonas del mundo en donde se han registrado meteotsunamis.	Se indican las
máximas alturas (cresta a valle) alcanzadas por los meteotsunamis.	2
······································	
Figura 2 Condiciones necessarias para la generación de meteotsunamis	1
rigura 2. Condiciones necesarias para la generación de meteorsunamis.	7
	_
Figura 3. Diagrama del efecto del barómetro invertido.	7

- Figura 4. Observaciones del nivel del mar (residual de marea) del 2005 al 2009, en el observatorio del Sauzal. Los tsunamis de origen sísmico se señalan con un asterisco y se indica el origen del sismo y su magnitud (Mw). Los meteotsunamis se circunscriben con elipses.
- Figura 5. Meteotsunami del 21 de agosto del 2009 en el Sauzal. Se observa la caída de 5 milibares en la presión atmosférica (panel superior) previa a la amplificación de las oscilaciones de alta frecuencia o meteotsunami (panel intermedio). En el panel inferior se muestra una ampliación del meteotsunami para ilustrar la regularidad en el período de ~8 minutos de las oscilaciones del nivel del mar.
- Figura 6. Tsunami proveniente de Samoa del 29 de septiembre del 2009. No se observan anomalías en la presión atmosférica (panel superior). Tsunami (panel intermedio). En el panel inferior se muestra una ampliación de tsunami para ilustrar la regularidad en el período de ~8 minutos de las oscilaciones del nivel del mar.
- Figura 7. "Seiche" del 24 de febrero del 2008 de origen desconocido en la Bahía de Todos Santos. No se observan anomalías en la presión atmosférica (panel superior). Seiche (panel intermedio). En el panel inferior se muestra una ampliación del "seiche" para ilustrar la regularidad en el período de ~8 minutos de las oscilaciones del nivel del mar.
- Figura 8. Meteotsunami del 25 de febrero del 2009 registrado en el Observatorio del Sauzal (panel superior). La presión atmosférica se muestra en el panel inferior. La caída de presión y el tren de ondas de gravedad se circunscriben con una elipse.
  19
- Figura 9. Observaciones de temperatura del aire en rojo, humedad relativa en azul y presión atmosférica en negro, previas al meteotsunami del 25 de febrero del 2009, registrado en el observatorio del Sauzal. 20

#### LISTA DE FIGURAS (continuación)

- Figura 10. Dominio de integración numérica del modelo para los experimentos en la Bahía de Todos Santos. La barra de colores indica la profundidad en metros. Los recuadros con las letras a, b y c, indican las mallas o dominios de integración con diferente resolución espacial. El recuadro rojo contiene a la bahía con batimetría de alta resolución.
- Figura 11. Modelos de forzamiento atmosférico causantes de meteotsunamis: A la izquierda la anomalía en la presión en forma gausiana, a la derecha un tren de ondas modulado por una gausiana. Escalas de color en milibares.
- Figura 12. a) y b) Trenes de ondas modulados por una gausiana, con una cresta y dos valles, el primero orientado hacia el sureste y el segundo hacia el suroeste; b) y c) Trenes de ondas modulados por una gausiana, con tres crestas y cuatro valles, el primero orientado hacia el sur y el segundo hacia el este. Escala de color en milibares.
  26
- Figura 13. Respuesta del nivel del mar al paso de una tormenta tropical de 30 m/s. Comparación de los resultados del modelo de Doug Mercer a la izquierda, con nuestro modelo a la derecha A la mitad del dominio, una línea indica un escalón en la batimetría. La primera mitad se trabajó con 75m y la segunda con 400m de profundidad.
- Figura 14. Experimentos idealizados para observar el efecto de la resonancia de Proudman: en azul el nivel del mar resultado del modelo con una perturbación atmosférica moviéndose a 20 m/s y en rojo moviéndose a 31.32 m/s. **30**
- Figura 15. Experimento para obtener la respuesta del nivel del mar en función de la longitud de coherencia. 32
- Figura 16. Respuesta del nivel del mar en el modelo numérico a una perturbación atmosférica de 5 mb propagándose en resonancia de Proudman a lo largo de diferentes longitudes de coherencia. 32
- Figura 17. Para ilustrar las diferencias en longitud de coherencia entre La Bahía de Todos Santos y el Mar Adriático. Las zonas coloreadas indican profundidades de entre 50 y 100 metros.
   33
- Figura 18. a. Sección transversal de la perturbación atmosférica; b. perturbación atmosférica vista de planta. **36**
- Figura 19. Trayectorias de los experimentos realizados con la perturbación atmosférica propagándose en diferentes direcciones y con diferentes velocidades de propagación. Escala de colores en milibares.
   36

#### LISTA DE FIGURAS (continuación)

- Figura 20. En puntos y líneas se observan los mareógrafos sintéticos en el dominio: a) mareógrafos colocados alrededor de la bahía. b) arreglo longitudinal de mareógrafos y c) arreglo transversal de mareógrafos.
  37
- Figura 21. Máximas amplitudes de las series de nivel del mar para el Sauzal, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidad de propagación de la perturbación atmosférica. Escala de colores en metros.
   38
- Figura 22. Máximas amplitudes de las series de nivel del mar para el Sauzal, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidades de propagación de la perturbación atmosférica entre 10 y 40 m/s.
- Figura 23. Máximas amplitudes del primer modo de las series de nivel del mar para la línea de mareógrafos longitudinales, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidades de propagación de la perturbación atmosférica entre 10 y 40 m/s.
  41
- Figura 24. Máximas amplitudes del primer modo de las series de nivel del mar para la línea de mareógrafos transversales, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidades de propagación de la perturbación atmosférica entre 10 y 40 m/s.
  42
- Figura 25. Estructura espacial del primer modo para la línea de mareógrafos sintéticos transversales. 43
- Figura 26. Estructura espacial del segundo modo la línea de mareógrafos sintéticos transversales. 44
- Figura 27. Estructura temporal del primer modo para la línea de mareógrafos sintéticos transversales. 45
- Figura 28. Estructura temporal del segundo modo para la línea de mareógrafos sintéticos transversales. 45
- Figura 29. Estructura espacial para el primer modo en la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales. 46
- Figura 30. Estructura espacial del segundo modo para la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales. 47
- Figura 31. Estructura temporal del primer modo a lo largo de la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales. 48
- Figura 32. Estructura temporal del segundo modo a lo largo de la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales. 48

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura	33.	Espectro	de	amplitudes	promedio,	en	donde	se	identifican	los	periodos	del
puerto de Ensenada y de la Bahía de Todos Santos.												49

Figura 34. Esquema de diferencias finitas centrales en coordenadas esféricas.62

#### Introducción

En la última década ha aumentado el interés general en fenómenos como los tsunamis de origen sismotectónico debido al impacto que éstos han tenido en diferentes zonas del mundo, ocasionando pérdida de vidas y destrucción. Recientemente se ha acuñado el término meteotsunami para describir a un fenómeno natural similar a un tsunami cuyo origen no es sismotectónico sino atmosférico. Los meteotsunamis, al igual que los tsunamis, son ondas oceánicas barotrópicas de alta frecuencia (períodos de minutos a horas) con longitudes de onda de decenas de kilómetros (Lay y Wallace, 1995). En la mayoría de las zonas en donde se han presentado estos fenómenos, los efectos de su llegada a la costa son inundaciones y daños en instalaciones portuarias y en flotas pesqueras importantes de diferentes zonas del mundo.

El Mar Mediterráneo es la zona en donde se han registrado meteotsunamis con mayor frecuencia, sin embargo, no se ha identificado que este fenómeno presente alguna periodicidad. Se han documentado meteotsunamis en la costa de Malta (Drago, A. F. and A. Michelato, 1976), en las costas del sureste de Sicilia (Candela *et al.*, 1999), en el mar Adriático (Sepić *et al.*, 2009) y en las Islas Baleares, alcanzando alturas excepcionales de hasta ~5 m (Fontseré, 1934; Ramis and Jansá, 1983; Tintoré *et al.*, 1988; Monserrat *et al.*, 1991; Monserrat *et al.*, 2006).

También se han documentado meteotsunamis en otras partes del mundo, como en la Bahía de Nagasaki (Akamatsu, 1982; Hibiya and Kajiura, 1982); en el Mar Báltico (Defant, 1961; Metzner *et al.*, 2000), en el Golfo de Trieste; en Korea y en China; en el Golfo de Maine y en particular, en la Bahía de Todos Santos en Baja California. Las zonas en el mundo en donde se han registrado meteotsunamis se ilustran en la Figura 1.



Figura 1. Zonas del mundo en donde se han registrado meteotsunamis. Se indican las máximas alturas (cresta a valle) alcanzadas por los meteotsunamis.

Los meteotsunamis han sido asociados a ondas de gravedad en la atmósfera producidas a su vez por el paso de frentes fríos. La evidencia de la presencia de estas ondas de gravedad en la atmósfera son los cambios abruptos en las observaciones de presión atmosférica. La velocidad de propagación de las ondas de gravedad se ha determinado recientemente empleando redes de microbarógrafos. En el Mar Adriático se encontraron velocidades entre los 21- 24 m/s (Sepić *et al.*, 2009), coincidentes a las calculadas en Sicilia de 20 m/s (González y Candela, 2010, ms. en preparación).

La respuesta del nivel del mar a las perturbaciones en la presión atmosférica se conoce como el efecto del barómetro invertido, en donde argumentos hidrostáticos muestran que si hay un aumento en la presión atmosférica, se tiene una disminución en el nivel del mar y viceversa. Como resultado a estos cambios hidrostáticos de presión atmosférica propagándose sobre la superficie del océano se genera una onda barotrópica en el océano. Sin embargo, existen algunas condiciones necesarias para que estas ondas se clasifiquen como meteotsunamis (Rabinovich, 2008); la primera es tener una perturbación significativa en la presión atmosférica en un corto tiempo y la segunda es presentar diferentes resonancias en su trayecto a la costa.

Las condiciones resonantes necesarias para que un meteotsunami se amplifique son las siguientes (Vilibić, 2008). La primera es la Resonancia de Proudman, que establece la existencia de un acoplamiento entre la onda de gravedad en la atmósfera con la onda en el océano; de tal manera, que cuando ambas viajan a la misma velocidad, la onda en el mar se amplifica. La segunda condición es la resonancia al entrar a la pendiente y/o a la plataforma continental, en donde las ondas barotrópicas en el océano entran en resonancia al quedar atrapadas por refracción en la topografía de la pendiente y/o de la plataforma continental. A su vez, cuando las ondas se propagan de aguas profundas a aguas más someras, aumenta su amplitud de acuerdo a la Ley de Green. Por último, la resonancia en el interior de bahías y puertos se debe a la excitación de los modos normales topográficos o "seiches" al interactuar la onda en el agua con la geometría única de cada lugar.

En el caso de los meteotsunamis que pueden llegar a ser destructivos es de suma importancia considerar la eficiencia en la transferencia de energía por resonancia (Hibiya y Kajiura, 1982; Mercer *et al.*, 2002, Monserrat *et al.*, 2006). Las condiciones necesarias para la generación y amplificación de meteotsunamis se ilustran en la Figura 2.



Figura 2. Condiciones necesarias para la generación de meteotsunamis.

En los últimos cinco años, en el observatorio de nivel del mar del Sauzal, en La Bahía de Todos Santos, Baja California, se han registrado oscilaciones de alta frecuencia que consideramos son meteotsunamis. A diferencia de la mayoría de los eventos estudiados en trabajos anteriores, estas oscilaciones son de algunas decenas de centímetros, es decir, hasta este momento no se han presentado eventos extremos que hayan ocasionado problemas en esta bahía, sin embargo, se ha observado que la conjunción de meteotsunamis con mareas vivas pudiera representar un peligro para la operación portuaria.

Con la finalidad de encontrar los mecanismos particulares para la amplificación de los meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos, en este trabajo se realizaron una serie de experimentos numéricos para simular tanto la generación como la propagación de meteotsunamis en un radio de 100 km en la vecindad de la Bahía de Todos Santos empleando el modelo de propagación de ondas largas o de Aguas Someras (Pedlosky, 1979).

En los capítulos I y II, para entender mejor la fenomenología, se describen con mayor detalle las condiciones necesarias para que se presente un meteotsunami y se muestran los meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos registrados durante los últimos cinco años en el observatorio de alta frecuencia del nivel del mar del Puerto de El Sauzal.

En el capítulo III se presenta el modelo utilizado para simular la propagación de meteotsunamis. La parte medular de esta investigación es el diseño de los experimentos numéricos y los resultados de las simulaciones realizadas que se presentan en el capítulo IV y, finalmente, se presentan las conclusiones obtenidas con este trabajo.

## Objetivos

#### Objetivo general

 Modelar numéricamente diferentes mecanismos que puedan generar meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos.

## **Objetivos** particulares

- Validar los resultados de las simulaciones con las observaciones de meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos.
- Determinar las características de la perturbación atmosférica necesarias para generar el meteotsunami con mayor amplitud para la Bahía de Todos Santos.
- Describir la respuesta de la Bahía de Todos Santos a los diferentes forzamientos en la presión atmosférica.

Todos los objetivos particulares se realizaron a partir de los resultados de los experimentos numéricos.

#### I.1 Efecto del barómetro invertido.

El primero en descubrir el efecto del barómetro invertido fue Gissler en 1747, él observó una respuesta del nivel del mar ante cambios en la presión atmosférica. Este efecto como su nombre lo indica considera el balance de fuerzas final entre el aire y el agua, inverso a como se mide normalmente usando un barómetro, es decir si se tiene un aumento en la presión atmosférica, el peso de la propia columna de aire sobre la superficie del nivel del mar obliga al agua a descender y a reajustar la superficie, por el contrario, si existe una disminución en la presión del aire, el nivel del agua se ajusta aumentando su nivel. En la Figura 3 se ilustra el efecto del barómetro invertido resultante del balance de fuerzas que existe en el agua y la atmósfera.



Figura 3. Diagrama del efecto del barómetro invertido.

Este hundimiento o elevación de la superficie del agua debido al efecto del barómetro invertido se propaga como una onda larga de gravedad con una amplitud equivalente a la anomalía en la presión atmosférica cuando ésta a su vez se propaga sobre la superficie del océano.

Es posible conocer los efectos de una perturbación en la presión atmosférica sobre la superficie del nivel del mar, identificando y desarrollando las ecuaciones fundamentales de conservación de masa y de momento en una dimensión espacial y el tiempo (Proudman, 1929).

Cuando el desplazamiento vertical  $\eta$  de la superficie del agua respecto del nivel del mar es significativo en comparación con la profundidad media de la columna de agua *h*, la ecuación de continuidad toma la siguiente forma:

$$\frac{\partial\{(h+\eta)u\}}{\partial x} + \frac{\partial(\eta)}{\partial t} = 0.$$
 (1)

La otra ecuación necesaria para conocer la respuesta del agua es la ecuación de conservación de momento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial(p)}{\partial x}.$$
(2)

Si denotamos la presión atmosférica como  $p_a$ , entonces:

$$p = p_a + gp\eta \tag{3}$$

La ecuación (2) toma la forma:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x}$$
(4)

Si consideramos el ajuste del nivel del mar como  $\eta' = \eta - \eta_a$ , donde  $\eta_a$  es el cambio en

la elevación del agua por el barómetro invertido que esta dado por  $\eta_a = \frac{p_a}{\rho g}$ .

podemos rescribir la ecuación (4) de la siguiente manera:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -g \frac{\partial (\eta - \eta_a)}{\partial x}$$
(5)

Considerando que nos encontramos lejos de la costa en donde los efectos no lineales no son significativos y que la superficie del agua está en equilibrio, podemos despreciar el segundo termino de la ecuación (5) y describir el efecto de la propagación de un disturbio en la presión atmosférica, sobre la superficie del nivel del mar.

Ecuación de continuidad

$$h\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial \eta}{\partial t} = 0 \tag{6}$$

Ecuación de movimiento

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -g \frac{\partial (\eta - \eta_a)}{\partial x} \tag{7}$$

Podemos redefinir la propagación de la perturbación atmosférica por:

$$\eta_a = F(x - Ut) \tag{8}$$

Donde la constante U es la velocidad de propagación de la perturbación y F es una función que puede considerar las diferentes variables físicas que puedan estar actuando. Buscando una solución para las ecuaciones 7 y 8, podemos expresar:

$$\eta = MF(x - Ut) \tag{9}$$

En donde *M* es un factor numérico constante. Sustituyendo esta representación de  $\eta$  en la ecuación de continuidad (ecuación 6):

$$\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{U}{h} M F'(x - Ut) \tag{10}$$

Integrando la ecuación 10, se encuentra la siguiente solución:

Sabiendo que cuando  $\eta_a = 0, u = -\frac{U}{h}MF(x - Ut)$  (11)

0. Sustituyendo como viaja la perturbación atmosférica, la representación de  $\eta$  y la solución anterior (ecuaciones 8, 9 y 11), en la ecuación de movimiento (ecuación 7):

$$-\frac{U^2}{h}MF'(x-Ut) = g(1-M)F'(x-Ut)$$
(12)

De donde podemos conocer la amplitud y la elevación debidas a la perturbación atmosférica:

#### Amplitud

$$M = \frac{1}{1 - U^2 / gh}$$
(13)

Elevación

$$\eta = \frac{\eta_a}{1 - U^2 / gh} \tag{14}$$

Observando estas expresiones se puede concluir lo siguiente:

- Si U=0, la perturbación no viaja
- Si U< la raíz de gh, entonces la elevación tiene el mismo signo que la forma en equilibrio, pero con una magnitud mayor.
- Si U> la raíz de gh, la elevación tiene el signo opuesto que la forma de equilibrio y si esa razón es grande la elevación es muy pequeñita.
- Si U=la raíz de gh, la elevación se hace muy grande, tenemos resonancia de Proudman.

Así que cuando la velocidad de propagación de la perturbación atmosférica es igual a la velocidad de propagación de la onda en el océano, se presenta un acoplamiento entre ambas ondas, amplificando a la onda en el océano y esto es conocido como la resonancia de Proudman.

#### I.3 Amplificación del meteotsunami de la plataforma continental a la costa

Cuando un meteotsunami se aproxima hacia la costa con rapidez de fase  $c = \sqrt{gh}$ , donde g es la gravedad y h es la profundidad en el océano, aumenta su altura debido a que el frente de la onda se propaga con menor rapidez que la parte posterior de la onda.

La Ley de Green estable una relación entre las profundidades y alturas iniciales y finales de la onda (Lamb, 1932), de tal manera que es posible calcular la altura final de la onda, de la siguiente manera:

$$\eta_f = \eta_i \sqrt[4]{\frac{h_i}{h_f}} \tag{15}$$

#### I.4 Resonancia en los puertos

En un cuerpo de agua, ya sea mar abierto, bahías o puertos, se presentan una serie de oscilaciones libres o naturales denominadas modos normales de oscilación y dependen en gran medida de la forma y de la profundidad del cuerpo de agua. Estas oscilaciones o "seiches" pueden persistir durante varios ciclos antes de que comiencen a decaer por efecto de la fricción.

Existen diferentes fenómenos físicos que pueden hacer que un cuerpo de agua oscile libremente, uno de ellos son los meteotsunamis. Cuando la onda que entra a una cuenca tiene un espectro amplio, entran en resonancia las oscilaciones que comparten sus bandas de frecuencia con las frecuencias de los distintos modos normales de oscilación del cuerpo de agua.

La siguiente fórmula es una aproximación muy sencilla para conocer los períodos de los modos normales en una cuenca rectangular con profundidad constante h y longitud L, en donde el periodo del modo fundamental del cuerpo de agua estará dado por:

$$T = \frac{2L}{(gh)^{1/2}}$$
(16)

El número 2 indica que para el modo fundamental, la longitud de la cuenca es igual a media longitud de onda,  $L = \frac{1}{2} \lambda$ . En caso de tener ondas binodales, trinodales, n-nodales, el periodo se obtiene dividiendo la expresión por 2, 3, n.

La importancia de conocer los modos normales de oscilación en una bahía o un puerto es para evitar en lo posible que se presente resonancia en estos cuerpos de agua.

#### Capítulo II. Tsunamis y meteotsunamis observados en el Puerto del Sauzal

A finales del año 2004 se instaló un observatorio de tsunamis en el Puerto de El Sauzal, Baja California. El observatorio de tsunamis consiste de un sensor de presión instalado a 4 metros bajo el nivel medio de marea. El sensor de presión tiene una resolución de 0.002% de la profundidad, lo que permite detectar variaciones de 2 milímetros en el nivel del mar cuando el instrumento se instala a una profundidad de 100 metros. La frecuencia de muestreo es 16 Hz y los datos de presión se recuperan a intervalos de tiempo de 1 segundo promediando 16 muestras y a intervalos de tiempo de 1 minuto promediando 960 muestras. A la par del observatorio de tsunamis se instaló en el puerto una estación meteorológica cuyas observaciones (presión atmosférica, temperatura y humedad relativa del aire, entre otras) se registran a intervalos de tiempo de 5 minutos.

Las observaciones de alta frecuencia de las variables meteorológicas y de la presión subsuperficial (nivel del mar) permiten identificar a los tsunamis de origen sísmico y a los meteotsunamis.

Tanto los tsunamis de origen sísmico como los meteotsunamis se identifican en el residual de marea cuando éstos superan la amplitud del "ruido de fondo" de ~10 centímetros de amplitud. El residual de marea se obtiene sustrayendo las variaciones del nivel del mar propias de la marea astronómica de las observaciones del nivel del mar.

Los tsunamis de origen sísmico se identifican con relativa facilidad debido a su origen, es decir, dada la localización de un sismo fuerte en el Océano Pacífico se puede estimar su tiempo de arribo al observatorio de tsunamis. En contraste, no todas las oscilaciones de alta frecuencia que superan la amplitud del ruido de fondo se pueden clasificar como meteotsunamis. La característica importante en este caso consiste en identificar simultáneamente anomalías o perturbaciones en la presión atmosférica que puedan relacionarse como causantes de las oscilaciones de alta frecuencia o "seiches" en la Bahía de Todos Santos. En las Figura 4 se muestra el residual de marea de El Sauzal, en donde se

señalan tanto los meteotsunamis como los tsunamis de origen sísmico. Una ampliación de la Figura 4 permite ilustrar de cerca tanto a un meteotsunami como a un tsunami de origen sísmico y a un "seiche" de origen desconocido (picos en la serie de tiempo, no señalados con asterisco o con elipse). Por ejemplo: En la Figura 5 se muestra el meteotsunami del 21 de agosto del 2009 en el Sauzal, en donde también se aprecia el salto o anomalía en la presión atmosférica. En la Figura 6 se muestra al tsunami de Samoa del 29 de septiembre del 2009 que llega al Sauzal hasta el día 30; y en la Figura 7 se muestra el "seiche" de origen desconocido del 25 de febrero del 2008, en donde no se observa ninguna anomalía en la presión atmosférica. En los tres casos se muestra a su vez una ampliación del nivel del mar para ilustrar la regularidad en el período de ~8 minutos de las oscilaciones del nivel del mar. Este período en las oscilaciones de alta frecuencia del nivel del mar se encuentra en todos los casos que se muestran en la Figura 4, ya sean meteotsunamis, tsunamis o seiches. Con seguridad, este período corresponde a uno de los modos normales de oscilación de la Bahía de Todos Santos.



Figura 4. Observaciones del nivel del mar (residual de marea) del 2005 al 2009, en el observatorio del Sauzal. Los tsunamis de origen sísmico se señalan con un asterisco y se indica el origen del sismo y su magnitud (Mw). Los meteotsunamis se circunscriben con elipses.



Figura 5. Meteotsunami del 21 de agosto del 2009 en el Sauzal. Se observa la caída de 5 milibares en la presión atmosférica (panel superior) previa a la amplificación de las oscilaciones de alta frecuencia o meteotsunami (panel intermedio). En el panel inferior se muestra una ampliación del meteotsunami para ilustrar la regularidad en el período de  $\sim$ 8 minutos de las oscilaciones del nivel del mar.



Figura 6. Tsunami proveniente de Samoa del 29 de septiembre del 2009. No se observan anomalías en la presión atmosférica (panel superior). Tsunami (panel intermedio). En el panel inferior se muestra una ampliación de tsunami para ilustrar la regularidad en el período de ~8 minutos de las oscilaciones del nivel del mar.



Figura 7. "Seiche" del 24 de febrero del 2008 de origen desconocido en la Bahía de Todos Santos. No se observan anomalías en la presión atmosférica (panel superior). Seiche (panel intermedio). En el panel inferior se muestra una ampliación del "seiche" para ilustrar la regularidad en el período de  $\sim$ 8 minutos de las oscilaciones del nivel del mar.

El meteotsunami que ocurrió el 25 de febrero del 2009 en el Sauzal (Figura 8) es particularmente importante en el desarrollo de este trabajo porque además de que se observa la caída en la presión atmosférica, se observa un conjunto de oscilaciones que indican la presencia de un tren de ondas de gravedad en la atmósfera. La respuesta del nivel del mar a este tren de ondas es de casi 20 cm. de amplitud y las oscilaciones van decayendo una vez que no se tienen más oscilaciones en la presión atmosférica.



Figura 8. Meteotsunami del 25 de febrero del 2009 registrado en el Observatorio del Sauzal (panel superior). La presión atmosférica se muestra en el panel inferior. La caída de presión y el tren de ondas de gravedad se circunscriben con una elipse.

Asociado a la anomalía de presión atmosférica del 25 de febrero se observó un descenso de aproximadamente 5 °C en temperatura del aire y un aumento abrupto en la humedad relativa (Figura 9), indicando sin lugar a la presencia de un frente frío en la zona durante esas horas.



Figura 9. Observaciones de temperatura del aire en rojo, humedad relativa en azul y presión atmosférica en negro, previas al meteotsunami del 25 de febrero del 2009, registrado en el observatorio del Sauzal.

La modelación numérica para la propagación de meteotsunamis, se llevó acabo adaptando el modelo de Goto et al., (1997; ver Apéndice I), para poder producir meteotsunamis sintéticos. La adaptación consistió en introducir un término para representar la perturbación en la presión atmosférica, el cual se incluyó de dos maneras diferentes en las ecuaciones de aguas someras.

El primer forzamiento se definió como un ajuste en el nivel del mar que se introdujo en la ecuación de conservación de masa siguiendo el efecto del barómetro invertido, como lo hizo Mercer (2002). La perturbación en la presión atmosférica está dada por:

$$p' = p'_{a} + \rho g \eta \tag{17}$$

Donde  $p'_a$  es la perturbación en la presión atmosférica, g es la aceleración de la gravedad, y  $\eta$  es el desplazamiento de la superficie libre del mar. La densidad del agua se considera uniforme y constante. La ecuación anterior puede reescribirse como:

$$p' = \rho g \eta' \tag{18}$$

Donde  $\eta' = \eta - \eta_a$  es el ajuste del nivel del mar.  $\eta_a$  es el cambio en la elevación del agua por el barómetro invertido y está dado por  $\eta_a = \frac{p'a}{\rho g}$ .

Finalmente las ecuaciones de momento utilizadas son:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta'}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho}$$
(19)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta'}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho}$$
(20)

$$\frac{\partial \eta'}{\partial t} + \frac{\partial (hu)}{\partial x} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} = -\frac{\partial \eta_a}{\partial t}$$
(21)

La segunda forma de modelar el forzamiento por cambios en la presión atmosférica consiste en introducir directamente el gradiente de presión atmosférica en las ecuaciones de movimiento, como lo realizado por Malacic y M. Orlíc (1993):

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho}$$
(22)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p_a}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho}$$
(23)

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (hu)}{\partial x} + \frac{\partial (hv)}{\partial y} = 0$$
(24)

La diferencia entre incluir el forzamiento por cambios en la presión atmosférica en las ecuaciones de movimiento o en la de conservación de masa, es que al colocar en la ecuación de conservación de masa una perturbación en la presión atmosférica, el ajuste del nivel del mar es instantáneo, mientras que al colocar el forzamiento en las ecuaciones de movimiento se logra un tiempo más realista de respuesta del nivel del mar, motivo por el que en este trabajo se empleó esta segunda forma de forzamiento para simular a los meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos.

Las ecuaciones de aguas someras forzadas con la perturbación atmosférica se resolvieron en un conjunto de tres mallas anidadas de diferente resolución espacial, éstas se anidaron para estar dinámicamente interconectadas. La malla más grande y con menor resolución espacial se extiende desde la bahía hasta mar abierto, por lo cual se despreciaron los términos no lineales y se utilizaron las ecuaciones en coordenadas esféricas para evitar errores debidos a la curvatura de la Tierra. Cerca de la costa, en la malla con mayor resolución espacial en donde los términos no lineales sí son importantes, se usaron coordenadas rectangulares.

La batimetría utilizada para la malla exterior se extrajo del banco de datos ETOPO2, mientras que para la malla interior se usó una batimetría histórica con resolución espacial de tres segundos. En la Figura 10 se ilustran las tres mallas anidadas.



Figura 10. Dominio de integración numérica del modelo para los experimentos en la Bahía de Todos Santos. La barra de colores indica la profundidad en metros. Los recuadros con las letras a, b y c, indican las mallas o dominios de integración con diferente resolución espacial. El recuadro rojo contiene a la bahía con batimetría de alta resolución.

En este modelo las condiciones de frontera en la malla exterior son abiertas, es decir, se utilizó la radiación libre de ondas hacia el exterior del dominio de integración. Lo anterior se logra con la solución de la ecuación de onda a lo largo de las características:

$$(U,V) = \pm \eta \ \sqrt{gh} \tag{25}$$

Cuando el signo es positivo las ondas entran libremente al dominio, por el contrario si el signo es negativo, las ondas salen del dominio.

#### Capítulo IV. Modelos de forzamiento atmosférico para generar meteotsunamis

#### IV.1 Diseño de experimentos idealizados para representar el forzamiento atmosférico

Con la finalidad de representar adecuadamente el forzamiento atmosférico causante de los meteotsunamis, se diseñaron dos diferentes formas analíticas de forzamiento (Figura 11). La primera, usando una forma gausiana para simular un salto en la presión atmosférica (Mercer, 2002), y la segunda, un tren de ondas modulado por una gausiana para considerar tanto al salto en la presión como a una serie de oscilaciones en la presión atmosférica similares a las observadas durante el meteotsunami del 25 de febrero del 2009 en la Bahía de Todos Santos.



Figura 11. Modelos de forzamiento atmosférico causantes de meteotsunamis: A la izquierda la anomalía en la presión en forma gausiana, a la derecha un tren de ondas modulado por una gausiana. Escalas de color en milibares.

En el caso del forzamiento con un tren de ondas, el forzamiento se diseñó de tal manera que el frente de presión pudiera propagarse en cualquier dirección, con un número prescrito de crestas perpendiculares a la dirección de propagación. Con fines ilustrativos se muestran en la Figura 12 cuatro diferentes forzamientos propagándose en diferentes direcciones.

Figura 12. a) y b) Trenes de ondas modulados por una gausiana, con una cresta y dos valles, el primero orientado hacia el sureste y el segundo hacia el suroeste; b) y c) Trenes de



ondas modulados por una gausiana, con tres crestas y cuatro valles, el primero orientado hacia el sur y el segundo hacia el este. Escala de color en milibares.
## Capítulo V. Validación del modelo numérico para la propagación de meteotsunamis

Con la finalidad de saber si el modelo estaba reproduciendo de manera adecuada la respuesta del nivel del mar, se realizó un experimento idealizado igual al realizado por Doug Mercer, 2002. En este experimento se simuló una tormenta tropical viajando a una velocidad de 30 m/s sobre una batimetría con un escalón en la mitad del dominio de integración, en la primera mitad del dominio se tenía un fondo plano de 75m de profundidad y de 400m en la otra mitad. Los resultados fueron satisfactorios y se ilustran en la Figura 13. En los resultados de ambos modelos se observa que poco después de que la tormenta cruza el escalón en la batimetría se forma una estela a cada lado como una huella en el agua. Avanzada la tormenta en la segunda mitad del dominio, se observa el reflejo de una onda en sentido contrario al movimiento de la tormenta, esto por la energía que se refleja al chocar la onda inicial con el escalón. Una vez que la tormenta sale del dominio sólo se observan las estelas en el agua.



Figura 13. Respuesta del nivel del mar al paso de una tormenta tropical de 30 m/s. Comparación de los resultados del modelo de Doug Mercer a la izquierda, con nuestro modelo a la derecha A la mitad del dominio, una línea indica un escalón en la batimetría. La primera mitad se trabajó con 75m y la segunda con 400m de profundidad.

## Capítulo VI. Simulación de la resonancia de Proudman

Para observar la resonancia de Proudman se realizaron una serie de experimentos en una batimetría con un fondo plano de 100 m de profundidad y una perturbación en la presión atmosférica usando el tren de ondas modulado por una gausiana moviéndose con velocidades desde 20 hasta 31.32 m/s.

Los experimentos idealizados para observar la resonancia de Proudman muestran como efectivamente existe una amplificación del nivel del mar al acercarse la velocidad de propagación de la perturbación atmosférica a la velocidad de fase de la onda en el océano. En la Figura 14 se observa la respuesta del nivel del mar al forzamiento atmosférico moviéndose a 20 m/s y a 31.32 m/s. Es evidente que en el segundo caso se amplifica la respuesta del nivel del mar debido a la resonancia de Proudman.

En estos experimentos se utilizó un fondo plano de 100 m de profundidad para que la velocidad de la onda en el agua fuera exactamente igual a la de la anomalía en la presión atmosférica cuando ésta se mueve a 31.32 m/s. La amplificación por resonancia se observa desde el momento en el que la anomalía en la presión atmosférica alcanza el 90% de la velocidad de fase de la onda en el agua.



Figura 14. Experimentos idealizados para observar el efecto de la resonancia de Proudman: en azul el nivel del mar resultado del modelo con una perturbación atmosférica moviéndose a 20 m/s y en rojo moviéndose a 31.32 m/s.

## Capítulo VII. Respuesta del nivel del mar vs longitud de coherencia

Para que exista resonancia de Proudman es necesario que ambas ondas, la oceánica y la atmosférica viajen con la misma velocidad de fase. Considerando como constante la velocidad de fase de la onda de gravedad en la atmósfera, tener resonancia dependerá de la velocidad de la onda en el océano, que a su vez depende de la profundidad de la columna de agua. Así que en las zonas en donde se tenga la profundidad adecuada existirá resonancia, por tanto podemos definir la "longitud de coherencia" como la distancia a lo largo de la cual se tenga resonancia de Proudman, es decir, como la distancia en donde la diferencia de fase entre ambas ondas sea constante o lo que es lo mismo, una distancia en donde ambas ondas son coherentes.

Con la finalidad de observar la respuesta del nivel del mar en función de la longitud de coherencia, se realizó un experimento en un océano de fondo plano con 100 m de profundidad y una perturbación atmosférica que se propagó a 31.32 m/s, en donde se observó el nivel del mar a lo largo del dominio de integración, en este caso a lo largo de la longitudes de coherencia desde 1 hasta 100 Km. En la Figura 15 se ilustra esquemáticamente el experimento para obtener la respuesta del nivel del mar en función de la longitud de coherencia.



Figura 15. Experimento para obtener la respuesta del nivel del mar en función de la longitud de coherencia.

Como era de esperarse, la amplitud de la respuesta del nivel del mar aumenta a medida que aumenta la longitud de coherencia. Aun cuando en el modelo empleado se incluyen los términos no lineales de advección y fricción, la relación entre la respuesta del nivel del mar y la longitud de coherencia es cuasi-lineal (Figura 16).



Figura 16. Respuesta del nivel del mar en el modelo numérico a una perturbación atmosférica de 5 mb propagándose en resonancia de Proudman a lo largo de diferentes longitudes de coherencia.

El haber definido la "longitud de coherencia" y el haber encontrado la respuesta del nivel del mar en función de la longitud de coherencia, permite explicar las diferencias sustanciales entre los meteotsunamis observados alrededor del mundo. Los eventos de meteotsunamis con mayores amplitudes en el mundo se han reportado en el mar Mediterráneo, llegando a tener varios metros de amplitud, mientras que los eventos registrados en la Bahía de Todos Santos, hasta el momento, solamente han alcanzado centímetros de amplitud. Este hecho se explica mapeando geográficamente la "longitud de coherencia" para anomalías atmosféricas propagándose con velocidades de entre 20 y 30 m/s, es decir, mapeando o delimitando áreas geográficas en el océano con profundidades de entre 50 y 100 metros ya que a estas profundidades se presentaría resonancia de Proudman para ondas en la atmósfera moviéndose a velocidades de entre 20 y 30 m/s. En la Figura 17 se ilustran las diferencias sustanciales en las longitudes de coherencia entre la Bahía de Todos Santos y el Mar Adriático.



Figura 17. Para ilustrar las diferencias en longitud de coherencia entre La Bahía de Todos Santos y el Mar Adriático. Las zonas coloreadas indican profundidades de entre 50 y 100 metros.

Como se observa en la Figura 17, la longitud de coherencia en el Mar Adriático es mucho mayor que en la Bahía de Todos Santos. Esta característica es un factor muy importante para la amplificación los meteotsunamis y explica en gran parte el hecho de que en nuestra zona de estudio los meteotsunamis no tengan grandes amplitudes. También se observan longitudes de coherencia importantes adyacentes tanto a Sicilia como a la isla de Malta. En ambos lugares se han reportado meteotsunamis importantes (Candela *et al.*, 1999), especialmente en Sicilia en donde a los meteotsunamis se le da el nombre Marrubios.

### VIII.1 Diseño de experimentos para la propagación de meteotsunamis en la Bahía de

# **Todos Santos**

A fin de conocer si existía una dirección de propagación y una velocidad de fase en la que la perturbación atmosférica amplificara a los meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos, se realizaron una serie de experimentos propagando al frente de presión con velocidades desde 10 hasta 100 m/s, a intervalos de 10 m/s, con diferentes ángulos geográficos de donde provenía la perturbación.

En todos los experimentos se prescribió una distancia radial de 285 km desde el centro de la perturbación atmosférica hasta el centro de la bahía. La forma de la perturbación atmosférica se eligió considerando los resultados en los experimentos idealizados y las características de los saltos de presión observados en la zona. Se utilizó un tren de ondas modulado por una gausiana con una anomalía de presión negativa de 5 mb y una longitud de onda de 54 Km. En las Figuras 18 y 19 se describen las características de la perturbación atmosférica y sus diferentes direcciones de aproximación a la bahía.



Figura 18. a. Sección transversal de la perturbación atmosférica; b. perturbación atmosférica vista de planta.



Figura 19. Trayectorias de los experimentos realizados con la perturbación atmosférica propagándose en diferentes direcciones y con diferentes velocidades de propagación. Escala de colores en milibares.

Con la finalidad de observar la respuesta del nivel del mar resultante de las simulaciones, se obtuvieron series de tiempo para diferentes arreglos de mareógrafos sintéticos colocados en el dominio de integración al interior de la bahía. En la Figura 20 se muestran las localidades en donde se ubicaron los mareógrafos sintéticos.



Figura 20. En puntos y líneas se observan los mareógrafos sintéticos en el dominio: **a**) mareógrafos colocados alrededor de la bahía. **b**) arreglo longitudinal de mareógrafos y **c**) arreglo transversal de mareógrafos.

# VIII.2 Resultados de las simulación numérica para la propagación de meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos

De las series de tiempo de nivel del mar resultado de la modelación de todos los experimentos, se tomaron los valores máximos de amplitud para el mareógrafo sintético colocado en la zona del Sauzal, para ver si en alguna dirección en particular se amplificaba mucho más la onda oceánica. En la Figura 21 se pueden observar las máximas amplitudes del nivel del mar obtenidas para cada velocidad y dirección de propagación de la perturbación atmosférica o del frente. En particular, en esta figura se observa que las máximas amplitudes en el nivel del mar resultan de perturbaciones en la presión atmosférica propagándose a velocidades cercanas a los 100 m/s.



Figura 21. Máximas amplitudes de las series de nivel del mar para el Sauzal, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidad de propagación de la perturbación atmosférica. Escala de colores en metros.

Este hecho en el modelo, aun cuando no es realista, indica que las longitudes de coherencia frente a la Bahía de Todos Santos, son mayores para perturbaciones atmosféricas propagándose a velocidades cercanas a los 100 m/s, mientras que las longitudes de coherencia son muy cortas para perturbaciones atmosféricas propagándose a velocidades realistas cercanas a los 30 m/s (ver Figura 21). Estos resultados confirman lo que en teoría se esperaba, que las velocidades de propagación de las ondas de gravedad en la atmósfera no son muy grandes y se encuentran entre los 20 y 30 m/s según los cálculos que se han hecho a partir de las observaciones. Por esta razón el resto de los resultados de los experimentos que se mostrarán se enfocarán en las velocidades de los 10 a los 40 m/s.

Ampliando la Figura 21 para el rango de velocidades de entre 10 y 40 m/s (Figura 22), encontramos dos bandas en donde se concentran las máximas amplitudes. La primera cuando la perturbación atmosférica proviene del ángulo geográfico de entre los 220° y los 260° grados. Esta banda se presenta en todas las velocidades de propagación y, la segunda, cuando proviene de entre los 280° y 295° grados, pero se presenta en todas las velocidades por encima de los 15 m/s de velocidad de propagación.



Figura 22. Máximas amplitudes de las series de nivel del mar para el Sauzal, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidades de propagación de la perturbación atmosférica entre 10 y 40 m/s.

Con la finalidad de observar la estructura espacio-temporal de la respuesta del nivel del mar en la bahía, se realizó una descomposición en valores singulares (SVD) de las series de nivel del mar obtenidas en los arreglos longitudinal y transversal de mareógrafos sintéticos.

Para el arreglo longitudinal (Figura 23), se encontraron las máximas amplitudes del primer modo entre los 18 y 20 cm en una banda de direcciones en donde la perturbación atmosférica proviene de entre los 220° y los 260° grados.



Figura 23. Máximas amplitudes del primer modo de las series de nivel del mar para la línea de mareógrafos longitudinales, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidades de propagación de la perturbación atmosférica entre 10 y 40 m/s.

En la línea de mareógrafos sintéticos transversales se observan características muy similares a las del primer modo longitudinal, un primer modo transversal de 20 a 25 cm de máxima amplitud en la banda de entre los 225° y 245° grados de dirección de propagación del frente atmosférico.



Figura 24. Máximas amplitudes del primer modo de las series de nivel del mar para la línea de mareógrafos transversales, resultado de los experimentos para cada dirección y velocidades de propagación de la perturbación atmosférica entre 10 y 40 m/s.

Tanto en la línea de mareógrafos sintéticos transversales como longitudinales, encontramos que en todos los experimentos los dos primeros modos resultantes de la descomposición en valores singulares son los más importantes ya que explican la mayor parte de la varianza.

El primer modo de la línea de mareógrafos transversales representa el 35 % de la varianza y el segundo modo el 30 %. Las estructuras espaciales para ambos modos muestran que en la zona norte de la bahía se encuentran mayores amplitudes que en la parte sur. En las Figuras 25 y 26 se muestran los dos primeros modos para la línea de mareógrafos sintéticos transversales. En la estructura espacial del primer modo se puede observar el movimiento transversal del nivel del mar en la bahía con un punto nodal ligeramente desplazado hacia

la parte sur, mientras que en el segundo modo se observa el punto nodal desplazado al norte.



Figura 25. Estructura espacial del primer modo para la línea de mareógrafos sintéticos transversales.



Figura 26. Estructura espacial del segundo modo la línea de mareógrafos sintéticos transversales.

Analizando las estructuras en el tiempo tanto del primero como del segundo modo en los mareógrafos transversales, se pueden identificar dos periodos de oscilación importantes en ambos modos, un periodo de ocho minutos y un periodo combinado de seis minutos. En las Figuras 27 y 28 se muestran estos dos primeros modos en el tiempo para ilustrar los periodos predominantes en la mayoría de las estructuras encontradas en los experimentos.



Figura 27. Estructura temporal del primer modo para la línea de mareógrafos sintéticos transversales.



Figura 28. Estructura temporal del segundo modo para la línea de mareógrafos sintéticos transversales.

Para los mareógrafos sintéticos colocados longitudinalmente en la bahía, el primer modo representa el 43 % de la varianza y el segundo modo el 26 %. Ambos modos muestran que espacialmente las mayores amplitudes se encuentran hacia la costa, muy cercanas a la boca del estero de Punta Banda.

Las Figuras 29 y 30 corresponden a la estructura espacial de los dos primeros modos para la línea de mareógrafos longitudinales. En el primer modo identificamos dos puntos nodales, uno próximo a la parte central de la bahía y el otro más cercano a la costa. La distribución espacial en el segundo modo es más compleja, se observan cinco nodos, dos en el centro y tres a los extremos de la línea longitudinal.



Figura 29. Estructura espacial para el primer modo en la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales.



Figura 30. Estructura espacial del segundo modo para la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales.

La estructura temporal de los dos primeros modos en la línea de mareógrafos longitudinales nos muestra que al igual que en los mareógrafos transversales, también existen los dos periodos de ocho y seis minutos. Estos periodos se pueden identificar en las Figuras 31 y 32 correspondientes a la estructura temporal del primero y segundo modo, respectivamente.



Figura 31. Estructura temporal del primer modo a lo largo de la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales.



Figura 32. Estructura temporal del segundo modo a lo largo de la línea de mareógrafos sintéticos longitudinales.

Los periodos de 6 y 8 minutos identificados tanto en los dos primeros modos transversales como en los longitudinales, corresponden a dos periodos característicos de la bahía. En la Figura 33 se muestra un espectro de amplitudes promedio de observaciones de nivel del mar registradas en la Bahía de Todos Santos, en donde se puede observar que el espectro se divide en dos partes, la primera parte con periodos menores a 4 minutos representa a los periodos característicos del puerto de Ensenada y lo marca una gran caída en la amplitud del espectro, posteriormente se identifican los periodos característicos de la bahía y claramente se observan estos dos picos espectrales justo en los periodos de 6 y 8 minutos.



Figura 33. Espectro de amplitudes promedio, en donde se identifican los periodos del puerto de Ensenada y de la Bahía de Todos Santos.

El hecho de que la estructura temporal, tanto de los dos primeros modos transversales como de los dos primeros modos longitudinales, sea similar en cuanto a que se observen ambos periodos de 6 y 8 minutos, indica que la forma normal de oscilar de la bahía no es la de una onda estacionaria pura ya sea transversal o longitudinal, sino la de una forma natural de oscilar en donde se observa propiamente la propagación de la onda alrededor de la bahía como aquellas oscilaciones que se observan en una copa de agua.

El análisis de las observaciones de alta resolución de nivel del mar y de la presión atmosférica en el Puerto de El Sauzal, permitió la identificación de eventos importantes de meteotsunamis en la Bahía de Todos Santos, los cuales fueron determinantes para el diseño del forzamiento atmosférico que se utilizó en el modelo numérico de generación y propagación de meteotsunamis.

Para poder percatarnos de la presencia de más eventos de meteotsunamis y conocer más de las características de la perturbación en la atmósfera, es necesario tener mediciones de presión atmosférica con mayor resolución. Colocar redes de microbarógrafos serviría para determinar mediante observaciones, velocidades y direcciones de propagación de las ondas de gravedad en la atmósfera.

El modelo numérico utilizado para simular la propagación de meteotsunamis es una buena herramienta, ya que reprodujeron satisfactoriamente las características del fenómeno observado. Y como resultado de las simulaciones numéricas realizadas para la Bahía de Todos Santos, se encontró que la máxima amplitud de un meteotsunami sintético es de 20 a 25 cm, considerando una anomalía de 5 milibares en la presión atmosférica propagándose a velocidades de 20 a 30 m/s.

Las simulaciones numéricas también permitieron encontrar una dirección preferencial de propagación del frente atmosférico en la que el meteotsunami presenta sus máximas amplitudes. Esta dirección de la que cual provenía la perturbación atmosférica fue de entre los 230° y 260°.

La respuesta de la Bahía de Todos Santos, resultado de los experimentos numéricos, mostró que en todos los casos, las frecuencias excitadas corresponden a los modos normales de oscilación observados para la bahía. Esto por la identificación de dos periodos importantes de 6 y 8 minutos en las series de tiempo simuladas, los cuales corresponden a dos de los

periodos característicos de la bahía identificados en observaciones. Las estructuras espaciales de la descomposición en valores singulares de los mareogramas sintéticos, mostraron que las máximas amplitudes se presentan en la parte este y norte de la costa de la Bahía de Todos Santos debido a que sus menores profundidades son menores que en las partes sur y oeste de la bahía.

La relación encontrada entre la longitud de coherencia y la respuesta del nivel del mar, revela que la batimetría adyacente a cada región juega un papel trascendental en las alturas de ola con la que se presentan los meteotsunamis y, podemos concluir que en un radio de ~200 km alrededor de la Bahía de Todos Santos, la longitud de coherencia no es suficiente para que los meteotsunamis representen un peligro en la Bahía de Todos Santos.

- AKAMATSU, H., 1982. On seiches in Nagasaki Bay. Pap. Meteorol. Geophys, 33(2): 95-115.
- CANDELA-PEREZ, J. S., S. MAZZOLA, C. SAMMARI, R. LIMEBURNER, C. J. LOZANO, B. PATTI, y A. BONNANO, 1999. The "Mad Sea" phenomenon in the Strait of Sicily, J. Phys. Oceanogr., 29: 2210-2231 p0.
- DEFANT, A., 1961. Physical Oceanography. Pergamon Press, Oxford, 2.
- DRAGO, A. F., y A. MICHELATO, 1976. An approach to the study of the "Marrubio" phenomenon. Bollettino di Geofisica Teorica ed Applicata, 8: 60, 3-10 p.
- FONTSERÉ, E., 1934. Les seixes de la costa catalane . Servei Meteorologic de Catalunya, Notes d'Estudi, 58.
- GONZÁLEZ-NAVARRO, I. y J. CANDELA-PEREZ, 2010. Manuscrito en preparación.
- GOTO, C., Y. OGAWA, N. SHUTO, y F. IMAMURA, 1997. IUGG/IOC TIME Project: Numerical Method of Tsunami Simulation with the Leap-Frog Scheme, Intergovernmental Oceanographic Commission of UNESCO, Manuals and Guides # 35, Paris, 4 Parts.
- HIBIYA, T., y K. KAJIURA, 1982. Origin of "Abiki" phenomenon (a kind of seiche) in Nagasaki Bay, J. Oceanogr. Soc. Jpn., 38: 172-182 p.
- KOWALIK, Z., 1987. Influence of the Size, Shape and Orientation of the Earthquakes Source Area in the Shumagin Seismic Gap on the Resulting Tsunami. J. Phys. Oceanogr., 17: 1057-1062 p.
- LAMB, H., 1932. Hydrodynamics, 6 th edition, Cambridge Univ. Press, Cambridge, USA. 738 pp.
- LAY, T. y T. C. WALLACE, 1995. Modern global seismology. Academic Press, Inc. Primera edición. California. 521 pp.
- MALACIC, y M. ORLIC, 1993. On the Origin of the Inverted- Barometer Effect at Subinertial Frequencies, Il Nuovo Cimento C, 16: 265-288 p.
- MERCER D., J. SHENG, R. GREATBATCH y J. BOBANOVIC, 2002. Barotropic waves generated by storms moving rapidly over shallow water. Journal of Geophysical research, 107: C10, 3152.

- METZNER, M., M. GADE, I. HENNINGS, y A.B. RABINOVICH, 2000. The observation of seiches in the Baltic Sea using a multi data set of water level. J. Mar. Syst., 24: 67-84 p.
- MONSERRAT, S., A. IBBERSON y A.J. THORPE, 1991. Atmospheric gravity waves and the rissaga phenomenon. Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 117: 553-570 p.
- MONSERRAT, S., I. VILIBIĆ, y A. B. RABINOVICH, 2006. Meteotsunamis: atmospherically induced destructive ocean waves in the tsunami frequency band, Nat. Hazards Earth Syst. Sci., 6(6): 1035-1051 p.
- PEDLOSKY, J., 1979. Geophysical Fluid Dynamics. Springer-Verlag. 624 pp.
- PROUDMAN, J., 1929. The effects on the sea of changes in atmospheric pressure, Geophys. Suppl. Mon. Notices R. Astr. Soc., 2(4): 197-209 p.
- RAMIS, C. y A. JANSA, 1983. Condiciones meteorológicas simultáneas a la aparición de oscilaciones del nivel del mar de amplitud extraordinaria en el Mediterráneo occidental. Rev. Geofísica, 39:35-42 p.
- RABINOVICH, A.B., 2008. Seiches and harbour oscillations. In: Handbook of Coastal and Ocean Engineering (ed. Y.C. Kim), World Scientific, Singapore, in press.
- SEPIĆ J., I. VILIBIC, y D. BELUSIC, 2009. The source of the 2007 Ist meteotsunami (Adriatic Sea). Journal of Geophysical research, 114: C3, 3-4 p.
- SHUTO, N., 1991. Numerical Simulation of Tsunamis Its present and Near Future. Natural Hazards, 4: 171-191 p.
- TINTORÉ, J., D. GOMIS, S. ALONSO y D. P. WANG, 1988. A theoretical study of large sea level oscillations in the Western Mediterranean. J. Geophys. Res., 93: 10 797-10 803.
- VILIBIĆ, I., 2008. Numerical simulations of the Proudman resonance. Cont. Shelf Res., 28: 574-581 p.

# **Apéndice I**

### I.1 Modelo de Goto *et al.*, (1997)

El modelo de Goto et al., (1997), resuelve el modelo de aguas someras el cual es usado para describir el movimiento de ondas que se propagan en aguas donde la profundidad es mucho menor que su longitud de onda (Pedlosky, 1979). Esa es la razón por la cual la propagación de las ondas de meteotsunamis puede ser descrita por este modelo, ya que al igual que los tsunamis estos se caracterizan por tener longitudes de onda grandes, de decenas de kilómetros, comparadas con la profundidad del agua en donde se propagan, de decenas a centenas de metros.

Una de las características del modelo de aguas someras u ondas largas es que considera la densidad como constante y a un fluido invíscido. Con estas condiciones la ecuación de conservación de masa se puede expresar como la ecuación de continuidad de volumen, también conocida como condición de incompresibilidad del fluido:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$
(26)

La otra ecuación necesaria para describir la propagación de las ondas es la ecuación de conservación de momento:

$$\frac{D\vec{u}}{Dt} + 2\vec{\Omega}x\vec{u} = -\frac{1}{\rho}\vec{\nabla}p \tag{27}$$

El efecto de rotación de la Tierra sobre la aceleración horizontal (término de Coriolis,  $2\overline{\Omega}x\overline{u}$ ) no es significativo ya que se consideran números de Rossby altos, sin embargo se incluye en las ecuaciones por formalismo.

Sabemos que las escalas horizontales de movimiento son mucho mayores que las escalas verticales, tomando en cuenta esto podemos emplear la aproximación hidrostática, la cual

permite simplificar las componentes horizontales de la ecuación de conservación de momento:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial h'}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho},$$
(28)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -g \frac{\partial h'}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho}.$$
(29)

En donde h'=h+ $\eta$ , es la profundidad instantánea de la columna de agua o la profundidad desde la máxima altura del nivel del agua de la onda, hasta el fondo, h corresponde a la profundidad medida de la columna de agua y  $\eta$  representa el desplazamiento vertical de la superficie del agua respecto del nivel del mar. Se incluyen los términos  $\tau_x/\rho$  y  $\tau_y/\rho$ , representan la fricción en el fondo en las direcciones x y y, y note que ya no se escriben los términos de Coriolis.

Una implicación de la aproximación hidrostática es que las velocidades horizontales del campo son independientes de la profundidad, lo que permite simplificar la solución numérica de las ecuaciones 26, 28 y 29 integrándolas.

### I.2 Integración de las ecuaciones de aguas someras en la vertical

Si queremos determinar la ecuación de continuidad para ondas largas, es necesario introducir las condiciones de frontera tanto en el fondo como en la superficie. En el caso del fondo la velocidad del fluido debe de ser tangencial o cero. Si en la frontera de la superficie la ecuación es F(x, y, z, t) = 0, por tanto cada punto en la superficie tiene:

$$\frac{dF}{dt} = \frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} + v \frac{\partial F}{\partial y} + w \frac{\partial F}{\partial z} = 0$$
(30)

Si  $F(t + \partial t, x + u\partial t, y + v\partial t, z + w\partial t) = 0$ , entonces cada partícula estará en la superficie, cuando  $\partial t$  es un pequeño intervalo de tiempo.

En el fondo  $z = z_0$ , entonces  $F = z - z_0(x, y)$ . Sustituimos en la ecuación 30:

$$\frac{\partial(z-z_0)}{\partial t} + u \frac{\partial(z-z_0)}{\partial x} + v \frac{\partial(z-z_0)}{\partial y} + w \frac{\partial(z-z_0)}{\partial z} = 0$$
(31)

Nos quedan los siguientes términos:

$$-u\frac{\partial z_0}{\partial x} - v\frac{\partial z_0}{\partial y} + w = 0$$
(32)

Los cuales pueden ser reescritos:

$$u(x, y, z_0)\frac{\partial z_0}{\partial x} + v(x, y, z_0)\frac{\partial z_0}{\partial y} - w(x, y, z_0) = 0$$
(33)

En la superficie z = h'(x, y, t). Entonces F = z - h'(x, y, t). Sustituyendo en la ecuación 30:

$$\frac{\partial(z-h')}{\partial t} + u\frac{\partial(z-h')}{\partial x} + v\frac{\partial(z-h')}{\partial y} + w\frac{\partial(z-h')}{\partial z} = 0$$
(34)

Nos quedan los siguientes términos:

$$-\frac{\partial h'}{\partial t} - u\frac{\partial h'}{\partial x} - v\frac{\partial h'}{\partial y} + w = 0$$
(35)

Los cuales pueden ser reescritos:

$$\frac{\partial h'}{\partial t} + u(x, y, h')\frac{\partial h'}{\partial x} + v(x, y, h')\frac{\partial h'}{\partial y} - w(x, y, h') = 0$$
(36)

Ahora integrando desde el fondo hasta la superficie (Con respecto a z)

$$\int_{z_0}^{h'} \frac{\partial u}{\partial x} dz + \int_{z_0}^{h'} \frac{\partial v}{\partial y} dz + w(x, y, h') - w(x, y, z_0) = 0$$
(37)

Los primeros dos términos pueden reescribirse, ya que sus límites de integración dependen de x, y:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{z_0}^{h'} udz = u(x, y, h')\frac{\partial h'}{\partial x} - u(x, y, z_0)\frac{\partial z_0}{\partial x} + \int_{z_0}^{h'}\frac{\partial u}{\partial x}dz$$
(38)

$$\frac{\partial}{\partial y} \int_{z_0}^{h'} v dz = v(x, y, h') \frac{\partial h'}{\partial y} - v(x, y, z_0) \frac{\partial z_0}{\partial y} + \int_{z_0}^{h'} \frac{\partial v}{\partial y} dz$$
(39)

Sustituimos usando la regla de Leibniz de las ecuaciones 38 y 39:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{z_0}^{h'} udz + \frac{\partial}{\partial y}\int_{z_0}^{h'} vdz + u(x, y, z_0)\frac{\partial z_0}{\partial x} + v(x, y, z_0)\frac{\partial z_0}{\partial y} - u(x, y, h')\frac{\partial h'}{\partial x} - v(x, y, h')\frac{\partial h'}{\partial y} + \dots$$

$$\dots + \frac{\partial h'}{\partial t} + w(x, y, h') - w(x, y, z_0) = 0$$
(40)

 $u(x, y, z_0)\frac{\partial z_0}{\partial x} + v(x, y, z_0)\frac{\partial z_0}{\partial y} = w(x, y, z_0)$ 

Donde:

Y

$$-u(x, y, h')\frac{\partial h'}{\partial x} - v(x, y, h')\frac{\partial h'}{\partial y} = \frac{\partial h'}{\partial t} - w(x, y, h')$$
(42)

Por lo tanto:

$$\frac{\partial}{\partial x}\int_{z_0}^{h'} udz + \frac{\partial}{\partial y}\int_{z_0}^{h'} vdz + \frac{\partial h'}{\partial t} = 0$$
(43)

Cuando un meteotsunami se propaga en el océano abierto, es posible considerar que el fondo es plano, es decir que h es constante, por lo cual podemos tomar las derivadas de h como derivadas solo de  $\eta$ .

Integrando la ecuación 43, se obtiene la ecuación de conservación de masa integrada en la vertical:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \tag{44}$$

En donde:

(41)

$$U = \int_{z_0}^{\Psi} u dz = u [h(x, y) + \eta(x, y, t)]$$
(45)

$$V = \int_{z_0}^{\Psi} v dz = v [h(x, y) + \eta(x, y, t)]$$
(46)

Integrando desde el fondo hasta la superficie, de manera muy similar a como se hizo con anterioridad, se integran las ecuaciones 45 y 46:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{U^2}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{UV}{h} \right) + gh \frac{\partial \eta}{\partial x} + \frac{gm^2}{h^{7/3}} U \sqrt{U^2 + V^2} = 0$$
(47)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{UV}{h} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{V^2}{h} \right) + gh \frac{\partial \eta}{\partial y} + \frac{gm^2}{h^{7/3}} V \sqrt{U^2 + V^2} = 0$$
(48)

Donde m es el parámetro de rugosidad de Manning y en nuestro estudio es considerando constante m=0.025.

Es importante mencionar que los términos alineales (fricción y advección) se omiten de las ecuaciones (47) y (48) cuando el meteotsunami se propaga en mar abierto. (Shuto, 1991 y Kowalik, 1987) demostraron que en profundidades mayores a 50 metros, tanto la fricción como los términos advectivos son insignificantes en comparación con los términos lineales. Este resultado simplifica las ecuaciones (47) y (48) en la propagación de meteotsunamis en mar abierto y reduce significativamente el tiempo de cómputo empleado en la solución numérica de las ecuaciones.

En el estudio de propagación de meteotsunamis en mar abierto, además de omitir los términos alineales, es conveniente expresar las ecuaciones (44), (47) y (48) en un sistema

de coordenadas esféricas con la finalidad de minimizar la distorsión por la curvatura de la Tierra. El término de Coriolis se ha incluido por formalidad:

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{R\cos(\xi)} \left[ \frac{\partial U}{\partial \lambda} + \frac{\partial}{\partial \xi} (V\cos(\xi)) \right] = 0, \qquad (49)$$

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{gh}{R\cos(\xi)}\frac{\partial\eta}{\partial\lambda} = fV, \qquad (50)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{gh}{R} \frac{\partial \eta}{\partial \xi} = -fU, \qquad (51)$$

donde  $U = uh(\lambda, \xi)$  y  $V = vh(\lambda, \xi)$  son respectivamente las componentes del flujo de masa en las direcciones meridional  $(\xi)$  y longitudinal $(\lambda)$ ; *R* es el radio del planeta; la fuerza de Coriolis está representada por  $f = 2\Omega sen(\xi)$ , siendo  $\Omega$  la velocidad angular del planeta.

# I.3 Esquema de diferencias finitas centrales en coordenadas esféricas

A manera de ejemplo se resuelven las ecuaciones lineales en coordenadas esféricas. En la Figura 34 se muestra el esquema de diferencias finitas centrales en coordenadas esféricas.



Figura 34. Esquema de diferencias finitas centrales en coordenadas esféricas.

El conjunto de ecuaciones (49), (50) y (51), expresado en el esquema de diferencias finitas centrales de la Figura 34, toma la forma:

$$\frac{\eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + \frac{1}{R\cos\xi_m} \left[ \frac{U_{j+\frac{1}{2},m}^n - U_{j-\frac{1}{2}}^n}{\Delta\lambda} + \frac{V_{j,m+\frac{1}{2}}^n \cos\xi_{m+\frac{1}{2}} - V_{j,m-\frac{1}{2}}^n \cos\xi_{m-\frac{1}{2}}}{\Delta\xi} \right] = 0, \quad (52)$$

$$\frac{U_{j+\frac{1}{2},m}^{n+1} - U_{j+\frac{1}{2}}^{n}}{\Delta t} + \frac{gh_{j+\frac{1}{2},m}}{R\cos\xi_{m}} \frac{\eta_{j+1,m}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta\lambda} = fQ, \qquad (53)$$
$$\frac{V_{j,m+\frac{1}{2}}^{n+1} - V_{j+m+\frac{1}{2}}^{n}}{\Delta t} + \frac{gh_{j,m+\frac{1}{2}}}{R} \frac{\eta_{j,m+1}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}}}{\Delta \xi} = -fP, \qquad (54)$$

donde,

$$Q = \frac{1}{4} \left[ V_{j+1,m+\frac{1}{2}}^{n} + V_{j+1,m-\frac{1}{2}}^{n} + V_{j,m+\frac{1}{2}}^{n} + V_{j,m-\frac{1}{2}}^{n} \right],$$

$$P = \frac{1}{4} \left[ U_{j+\frac{1}{2},m+1}^{n} + U_{j+\frac{1}{2},m}^{n} + U_{j-\frac{1}{2},m+1}^{n} + U_{j-\frac{1}{2},m}^{n} \right].$$

Las incógnitas  $\eta$ , U y V de (52), (53) y (54), quedan explícitamente expresadas:

$$\eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} = \eta_{j,m}^{n-\frac{1}{2}} - R_1 \left[ U_{j+\frac{1}{2},m}^n - U_{j-\frac{1}{2},m}^n + V_{j,m+\frac{1}{2}}^n \cos\xi_{m+\frac{1}{2}} - V_{j,m-\frac{1}{2}}^n \cos\xi_{m-\frac{1}{2}} \right]$$
(55)

$$U_{j+\frac{1}{2},m}^{n+1} = U_{j+\frac{1}{2},m}^{n} - R_2 h_{j+\frac{1}{2},m} \left[ \eta_{j+1,m}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} \right] + R_3 Q$$
(56)

$$V_{j,m+\frac{1}{2}}^{n+1} = V_{j,m+\frac{1}{2}}^{n} - R_4 h_{j,m+\frac{1}{2}} \left[ \eta_{j,m+1}^{n+\frac{1}{2}} - \eta_{j,m}^{n+\frac{1}{2}} \right] - R_5 P, \qquad (57)$$

donde,

$$\Delta s = \Delta \lambda = \Delta \xi; \quad R_1 = \Delta t / (R \cos \xi_m \Delta S); \quad R_2 = g \Delta t / (R \cos \xi_m \Delta S); \quad R_3 = 2 \Delta t \Omega sen \xi_m;$$

$$R_4 = g\Delta t / (R\Delta s); R_5 = 2\Delta t \Omega sen \xi_{m+1/2}.$$

La condición de frontera externa del modelo prescribe la radiación libre de ondas hacia el exterior del dominio de integración empleando la solución de la ecuación de onda a lo largo de las características:

$$(\mathbf{U},\mathbf{V}) = \pm \ \eta \sqrt{gh} \ . \tag{58}$$

El signo positivo o negativo en (58) se toma de tal manera que las ondas pasen libremente por la frontera y salgan del dominio de integración.