Centro de Investigación Científica y de
Educación Superior de Ensenada

MODULADORES INTERFEROMETRICOS CON BAJA DISTORSION

TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS

CARLOS TORRES TORRES

Ensenada, Baja California, Mexico. Octubre del 2001.

TESIS DEFENDIDA POR

CARLOS TORRRES TORRES

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. Alfonso García Weidner

Director del comité

Dra. Elizabeth Ponce Rivas

Miembro del comité

Dr. Anatolii Khomenko

Miembro del comité

Dr. David Salazar Miranda

Miembro del comité

Dr. Heriberto Márquez Becerra

Miembro del comité

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Jefe del Departamento de Óptica

Dr. Luis Alberto Delgado Argote

Director de Estudios de Posgrado

08 de Octubre del 2001

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISIÓN DE FÍSICA APLICADA

DEPARTAMENTO DE ÓPTICA

MODULADORES INTERFEROMÉTRICOS CON BAJA DISTORSIÓN

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

Carlos Torres Torres

Ensenada, Baja California, México, Octubre del 2001.

RESUMEN de la Tesis de **Carlos Torres Torres**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO en CIENCIA en Óptica con especialidad en OPTOELECTRÓNICA. Ensenada Baja California, México, Octubre 2001.

MODULADORES INTERFEROMÉTRICOS CON BAJA DISTORSIÓN

Resumen aprobado por:

Alfonso García Weidner

Dr. Alfonso García Weidner

Director de tesis

En este trabajo se estudia la manera de disminuir la distorsión producida por los moduladores de intensidad luminosa, cuyo principio de operación está basado en la interferencia de haces ópticos, tal como ocurre en los moduladores electro-ópticos (celdas Pockels) o en los moduladores fotoelásticos. Debido a que todos estos moduladores muestran una curva de respuesta sinusoidal, típicamente operan con un rango dinámico máximo del 40%. Se analizó teórica y experimentalmente el efecto de la retroalimentación optoelectrónica en su curva de respuesta. Se estudiaron dos tipos de moduladores ópticos (modulador de Sagnac y modulador de dos etapas) y se encontró que la retroalimentación puede disminuir notablemente la distorsión de la señal modulada al mejorar la linealidad de la curva de respuesta del modulador. La cantidad de distorsión que se puede disminuir, depende de la razón entre la señal moduladora y la señal de retroalimentación, la cual se puede ajustar fácilmente con un amplificador electrónico. Los resultados teóricos y experimentales mostraron una alta correlación, y los dos moduladores propuestos en esta tesis operan con rangos dinámicos superiores al 60%.

Palabras claves: moduladores ópticos, dispositivos de polarización, interferómetros de Sagnac.

ABSTRACT of the Thesis of **Carlos Torres Torres**, presented as a partial requirement to obtain the MASTER in SCIENCE degree in OPTICS with specialty in OPTOELECTRONICS. Ensenada, Baja California, Mexico, October 2001.

LOW DISTORTION INTERFEROMETRIC LIGHT MODULATORS.

Approved by:

Alfonso García Weidner

Dr. Alfonso García Weidner

Thesis director

In this work we studied methods for improving the performance of light intensity modulators by diminishing the distortion of the output modulated light beam. These modulators include electro-optic modulators (Pockels Cells) and photo-elastic modulators, which exhibit a nonlinear sinusoidal transmittance curve, and hence, operating with maximum dynamic range of 40%. We studied theoretically and experimentally the effect that the optoelectronic feedback caused on the transmittance curve. We proposed and analyzed two optical modulators (Sagnac modulator and double stage modulator), and we found that the optoelectronic feedback highly decreases the distortion of the output modulated light beam by diminishing the nonlinearity of the transmittance curve. The amount of distortion that can be diminished depends on the ratio between the modulating and feedback signals, and this ratio can be easily adjusted by the use of an electronic amplifier. Theoretical and experimental results are in good concordance. The two optical modulation schemes developed in this thesis showed an operating dynamic range superior to 60%.

Keywords: optical modulators, polarization devices, Sagnac interferometers.

A mis padres Mireya y Reydezel
por mostrarme que ante todo, con el amor,
los humanos nos volvemos mejores personas.

AGRADECIMIENTOS

Los agradecimientos siempre deberían ser bienvenidos. **Gracias** literalmente significa "**los espíritus de los deseos cumplidos**". Con toda sinceridad le doy las gracias a usted lector de estas líneas.

Quiero agradecer a mi país México, a todo CICESE, a CONACYT, a JUFRA, a todos mis profesores y a la gente que tiene como trabajo contribuir a la educación de los demás. Le doy mis agradecimientos por todo su apoyo durante la elaboración de esta tesis a Alfonso G. Weidner, Marco A. García, Anatolii Khomenko, David Salazar, Heriberto Márquez, Elizabeth Ponce, Israel y Carlos F.

Por su confianza y por su amistad, quiero también agradecer a Marco Luna, Cesar Castillo, Nestor Perea, Maritza Oviedo, Marco Félix, Marco Nava, Mabel Vázquez, Silver Sauceda, Víctor Valles, Héctor Pérez, Hiram Ramírez, Azucena Yuridia, Yasbel Márquez, Eloísa García, Xóchitl Caballero, Miriam López, Mercedes Frontana, J. Carlos León, Hazael Serrano, Alejandro Muñoz, Manuel, Débora, Gaby, Alejandra Alexandres e Itzen.

Enormemente agradezco a mis grandes amigos Hugo González, Samuel V., Roberto Bárcena, Omar Cerino, Roberto Gómez, Julio García, Raúl Martínez y Wenceslao R..

Mis queridos hermanos Reydezel, David y Alejandro, así como mis padres Mireya y Reydezel saben de antemano que mucho les agradezco todo su amor y sus buenos consejos.

Y por darle al tiempo la ocasión de instruirme y etcétera, quiero agradecer a Dios.

CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS

MODULADORES INTERFEROMÉTRICOS CON BAJA DISTORSIÓN

I. INTRODUCCIÓN

En este trabajo se realiza un estudio teórico experimental sobre diferentes moduladores de intensidad luminosa. Particularmente son de nuestro interés, los moduladores que producen variaciones de intensidad luminosa mediante un fenómeno de interferencia óptica debido a una birrefringencia inducida. Los dos mecanismos más prácticos para inducir una birrefringencia son el efecto fotoelástico y el efecto electroóptico lineal. Aunque los resultados experimentales de este trabajo fueron obtenidos utilizando moduladores electroópticos, se pueden obtener los mismos resultados utilizando los mismos arreglos experimentales sustituyendo las celdas Pockels por moduladores fotoelásticos.

Se sabe que debido al fenómeno de interferencia óptica, la función de transmitancia de estos moduladores (intensidad transmitida vs. retardamiento óptico) muestra un comportamiento sinusoidal [Birks y Morkel,1988] , esto es, una respuesta no lineal. Estos moduladores son ajustados para operar en la porción lineal de la curva sinusoidal y son utilizados con señales pequeñas de modulación para mantener la linealidad. La función de transmitancia lineal ocasiona que el dispositivo tenga un menor rango de transmitancia de operación. Se han propuesto algunos arreglos ópticos [García Weidner,1993; Farwell *et al,* 1991; Burns, 1995] para mejorar la linealidad de la respuesta, utilizando varios moduladores (más de dos) de polarización en cascada. Otra alternativa, puede ser encontrada utilizando una señal optoelectrónica de retroalimentación en el sistema. Han sido propuestos también, sistemas biestables de modulación basados en una celda Pockels colocada entre polarizadores cruzados incluyendo retroalimentación [Feldman, 1978; Okada, 1979; Feldman, 1979].

El objetivo del presente trabajo, es el de proponer nuevos arreglos ópticos que sean relativamente sencillos de implementar en el laboratorio, y que además, presenten una curva de respuesta más lineal que la de los moduladores convencionales de este tipo.

Se proponen dos esquemas: uno utilizando un interferómetro de Sagnac, y otro utilizando un interferómetro de polarización de dos etapas. En ambos casos se analiza el efecto de la retroalimentación electrónica en la curva de transmitancia. Ambos esquemas son novedosos y no se encuentran reportados en la literatura.

El primer modulador (Sagnac) ofrece la ventaja de no necesitar polarizadores ópticos en el montaje experimental, con lo cual se puede tener casi un *100%* de intensidad luminosa de salida; dado que su respuesta no depende de la polarización de la luz de entrada, su utilización es recomendable para la modulación de señales de comunicaciones ópticas en donde la luz es guiada a través de fibras que no preservan la polarización. Aunque el interferómetro de Sagnac también exhibe una respuesta no lineal [Dennis *et al*, 1997; Frankel y Esman, 1998], el uso de una señal de retroalimentación mejora la linealidad de la respuesta. Para estudiar la respuesta del interferómetro de Sagnac se utilizó el modelo de circuitos ópticos [Yu y Siddiqui, 1995].

El segundo modulador es un interferómetro de polarización de dos etapas, esto es, un par de placas retardadoras (celdas Pockels) colocadas entre dos polarizadores. Tiene la desventaja de utilizar polarizadores ópticos, pero fue diseñado utilizando el método de la respuesta impulso [Ammann, 1971; Ammann y Yarborough, 1967] (sistemas lineales) para que exhiba una respuesta lineal aun sin retroalimentación. Los dos moduladores propuestos pertenecen a los interferómetros de trayectoria común, por lo que se anticipa que son relativamente estables a variaciones ambientales tales como la temperatura.

II. MODULADORES DE INTENSIDAD LUMINOSA POR BIRREFRINGENCIA INDUCIDA

II.1. Birrefringencia inducida

Los dos mecanismos más comunes para producir una birrefringencia inducida en un medio, son el efecto fotoelástico y el efecto electroóptico lineal (efecto Pockels).

II.1.1. Efecto fotoelástico

El efecto fotoelástico tiene una gran importancia tecnológica debido a sus diversas aplicaciones, como lo son el estudio de estructuras mecánicas, el desarrollo de sensores ópticos, etc. El efecto fotoelástico puede ser descrito como el cambio en los valores del índice de refracción *"n"*, debido a la existencia de un estado de esfuerzos en un material. Esta relación puede ser descrita por :

$$\Delta B_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n_{ij}}\right)^2 = q_{ijkl}\ \sigma_{kl} \qquad (1)$$

donde B_{ij} es el tensor de impermeabilidad dieléctrica (relativa) , q_{ijkl} es el tensor piezo-óptico de cuarto orden, σ_{kl} es el tensor de esfuerzos. Los coeficientes del tensor piezo-óptico son del orden de $10^{-12}\ m^2/N$, y pueden ser representados por una matriz de *6x6* (ver apéndice I). El índice de refracción inducido en un material está especificado por la indicatriz óptica (o elipsoide de índices), la cual es un elipsoide cuyos coeficientes son las componentes del tensor de impermeabilidad $B_{ij} = \frac{1}{n_{ij}^2}$. La ecuación está dada por :

$$B_{ij} x_i x_j = 1 \qquad (2)$$

donde $x_{i,j}$ son los ejes principales del material. Cabe aclarar que el índice de refracción es un escalar (no un tensor) que describe la velocidad de propagación óptica en un medio, pero que puede ser calculado mediante una relación tensorial.

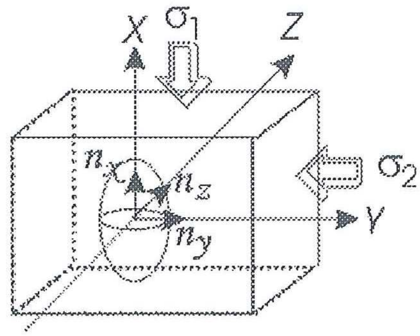


Fig. 1. Elipsoide de índices.

En la figura 1 se considera una placa de vidrio (puede ser un cristal, plástico, o una fibra óptica), colocada paralela al plano *x-y* y sometida a esfuerzos laterales sobre el mismo plano con las componentes σ_1 y σ_2. La luz viaja a lo largo del eje *z*.

Si B^0 son las componentes de B_{ij} cuando no hay esfuerzos aplicados ($\sigma_{ij} = 0$), entonces $\Delta B_{ij} = B_{ij} - B^0$, y se tiene que :

$$B_{ij} = \Delta B_{ij} + B^0 = q_{ijkl}\sigma_{ij} + B^0 \qquad (3)$$

$$B_{ij} = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{11} & q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{12} & q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{11}-q_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{11}-q_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{11}-q_{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \Omega \\ \Omega \\ \Omega \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q_{11}\sigma_1 + q_{12}\sigma_2 + \Omega \\ q_{12}\sigma_1 + q_{11}\sigma_2 + \Omega \\ q_{12}(\sigma_1 + \sigma_2) + \Omega \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

donde $\Omega = \dfrac{1}{{n_0}^2}$, representa al índice de refracción antes del esfuerzo. Entonces la ecuación del elipsoide de índices bajo la acción de un esfuerzo mecánico es :

$$\left(q_{11}\sigma_1 + q_{12}\sigma_2 + \frac{1}{n_0^2}\right)x^2 + \left(q_{12}\sigma_1 + q_{11}\sigma_2 + \frac{1}{n_0^2}\right)y^2 + \left(q_{12}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{n_0^2}\right)z^2 = 1 \qquad (4)$$

de la ecuación anterior se obtienen los valores de los índices de refracción para cada eje :

$$\frac{1}{n_x^2} = q_{11}\sigma_1 + q_{12}\sigma_2 + \frac{1}{n_0^2} \qquad (5)$$

$$\frac{1}{n_y^2} = q_{12}\sigma_1 + q_{11}\sigma_2 + \frac{1}{n_0^2} \qquad (6)$$

$$\frac{1}{n_z^2} = q_{12}(\sigma_1 + \sigma_2) + \frac{1}{n_0^2} \qquad (7)$$

Debido a que los valores del índice de refracción ($n \approx 1.5$) son mucho mayores que la birrefringencia inducida ($\Delta n \approx 10^{-4}$), se puede hacer una expansión en series de Taylor para expresar los índices de x,y como :

$$n_x = n_0 - \frac{n_0^3}{2}(q_{11}\sigma_1 + q_{12}\sigma_2) \qquad (8)$$

$$n_y = n_0 - \frac{n_0^3}{2}(q_{12}\sigma_1 + q_{11}\sigma_2) \qquad (9)$$

finalmente, podemos obtener la diferencia de los índices de refracción (birrefringencia inducida) de la siguiente manera :

$$\Delta n = n_x - n_y = \frac{n_0^3}{2}(q_{12} - q_{11})(\sigma_1 - \sigma_2) \qquad (10)$$

II.1.2. Efecto electroóptico

El efecto electroóptico es el fenómeno asociado al cambio en el índice de refracción de un material debido a la aplicación de un campo eléctrico. Cabe mencionar que si la dependencia del cambio del índice de refracción es proporcional al cuadrado del campo eléctrico aplicado, el efecto es conocido como efecto electroóptico cuadrático o efecto Kerr, mientras que si la dependencia es lineal el fenómeno se conoce como efecto electroóptico lineal o efecto Pockels.

El efecto Pockels sólo se manifiesta en los cristales no-centrosimétricos, *21* de las *32* clases de simetría existentes son cristales no-centrosimétricos, mismos que son además piezo-eléctricos. El efecto electroóptico puede ser descrito por :

$$\Delta B_{ij} = \Delta\left(\frac{1}{n_{ij}}\right)^2 = r_{ijk}\ E_k \tag{11}$$

donde r_{ijk} es el tensor electroóptico, E_k es el campo eléctrico aplicado. Los coeficientes del tensor electroóptico son del orden de 10^{-12} m/V, y pueden ser representados por una matriz de $3x6$ (ver apéndice I).

Uno de los materiales más utilizados para el efecto electroóptico son los cristales de ADP (fosfato dihidrogenado de amonio). El ADP es un cristal birrefringente de simetría tetragonal clase $\bar{4}2m$ y las únicas tres componentes no nulas de su tensor electroóptico son $r_{41} = r_{52}$, r_{63} . La ecuación de su elipsoide de índices en presencia de un campo eléctrico se puede escribir como :

$$\left(\frac{1}{n_x^2}+r_{1k}E_k\right)x^2+\left(\frac{1}{n_y^2}+r_{2k}E_k\right)y^2+\left(\frac{1}{n_z^2}+r_{3k}E_k\right)z^2+2yzr_{4k}E_k+2xyr_{6k}E_k=1 \qquad (12)$$

En la figura 2, se muestra una celda Pockels, la cual consiste de un cristal con el corte ADP-45X, en el cual el voltaje es aplicado en la dirección x, mientras que la luz viaja a $45°$ de los ejes y-z. Para este corte, el elipsoide de índices queda :

$$\left(\frac{1}{n_o^2}\right)x^2+\left(\frac{1}{n_o^2}\right)y^2+\left(\frac{1}{n_e^2}\right)z^2+2yz\ r_{41}E_x=1 \qquad (13)$$

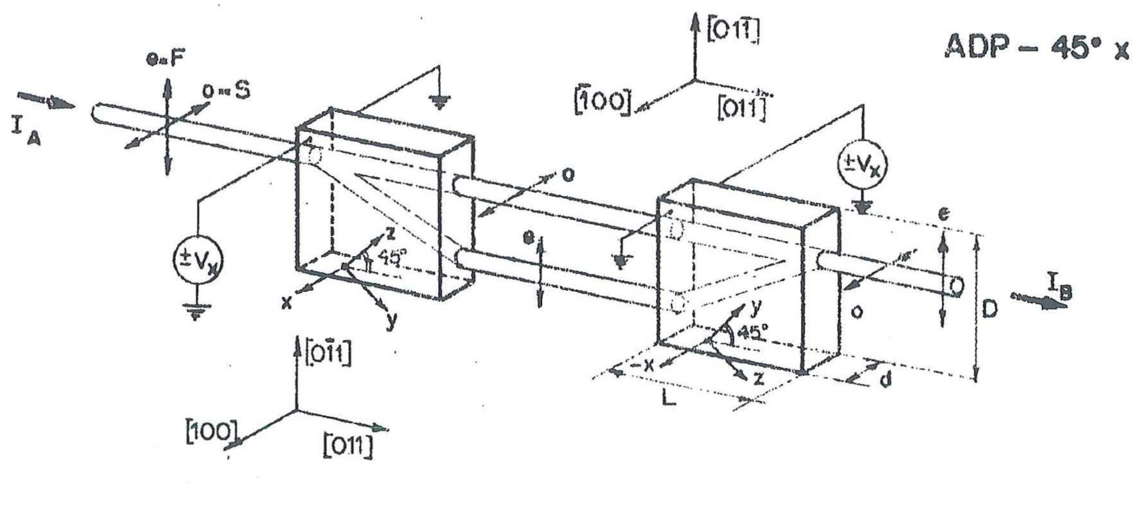


Fig. 2. Propagación óptica en dos cristales ADP.

donde n_o es el índice de refracción ordinario, y n_e es el índice de refracción extraordinario. En forma similar al cálculo del efecto fotoelástico, de la ecuación anterior se puede encontrar el valor de la birrefringencia inducida [Yariv y Yeh, 1984].

$$\Delta n = \frac{\sqrt{2}\ r_{41}\ E_x}{\left(\frac{1}{n_o^2}+\frac{1}{n_e^2}\right)^{3/2}} \tag{14}$$

II.2. Modulador convencional

En general, cuando un medio óptico es sometido a una presión mecánica o a la acción de un campo eléctrico, el valor de sus índices de refracción se pueden ver modificados. Si se coloca al material entre un par de polarizadores, entonces el haz óptico que atraviese al dispositivo, mostrará variaciones en la intensidad luminosa transmitida proporcionales a las variaciones de la presión o el voltaje aplicado. Esto es, el dispositivo actuará como un transductor que convierte una señal en forma de presión mecánica (o voltaje), a una señal en forma de energía óptica.

Al aplicar una presión mecánica $P(t)$ o un voltaje $V(t)$ a una muestra cristalina de longitud L, se introduce un retardamiento óptico Γ entre las componentes rápida y lenta de la propagación óptica, por lo que el cristal puede verse como una placa retardadora controlada por presión o voltaje. Para una longitud de onda λ el retardamiento está dado por:

$$\Gamma(t) = \frac{2\ \pi}{\lambda} \Delta n(t) L = \frac{\pi\ P(t)}{P_{\pi}} = \frac{\pi\ V(t)}{V_{\pi}} \tag{15}$$

donde P_{π} y V_{π} son constantes denominadas presión y voltaje de media onda respectivamente, y son los valores de presión y voltaje que inducen un retardamiento óptico de 180^{o} (media onda).

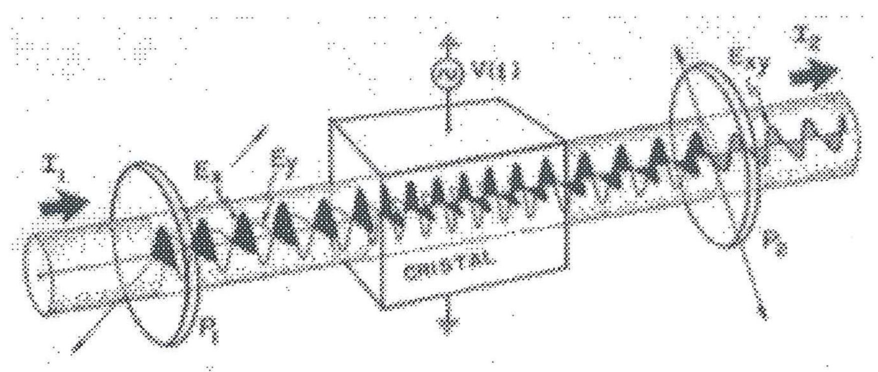


Fig. 3. Modulador electroóptico convencional.

Supongamos el caso de un modulador electroóptico como el que se muestra en la figura 3. Colocando un cristal electroóptico entre dos polarizadores se construye un modulador de intensidad luminosa convencional. Utilizando las matrices de Jones del apéndice II, la intensidad de salida $I'(t)$ de este arreglo se puede calcular de la siguiente manera,

$$I\ '(t) = \left| [An]\ [Mod]\ [Pol]\ \vec{E} \right|^{2} \tag{16}$$

donde *[An]* es la matriz del polarizador de salida (analizador), *[Mod]* es la matriz de una placa retardadora (modulador), *[Pol]* es la matriz del polarizador de entrada, y $\vec{E}$ es el campo eléctrico del haz óptico incidente. Ψ_P, Ψ_A y Ψ_F son las inclinaciones azimutales del polarizador, del analizador y del eje "rápido" (introducido por el efecto Pockels) del cristal respectivamente. Si tomamos como referencia al polarizador de entrada ($\Psi_P=0°$), entonces la transmitancia en intensidad T del dispositivo, queda determinada por la siguiente ecuación:

$$T = \frac{I'(t)}{I} = cos^2\left(\frac{\Gamma(t)}{2}\right) cos^2(\psi_A) + sen^2\left(\frac{\Gamma(t)}{2}\right) cos^2(\psi_A - \psi_F) \tag{17}$$

En general, el polarizador de entrada elimina el *50%* de la luz incidente no polarizada, por lo que I representa la intensidad de entrada después de pasar por el primer polarizador. Esta ecuación toma un valor extremo, cuando el cristal electroóptico es colocado entre dos polarizadores cruzados (90°), los cuales están formando un ángulo de *45°* con los ejes birrefringentes inducidos, a este arreglo se le denomina modulador convencional y su ecuación de transmitancia se reduce a :

$$T = sen^2\left(\frac{\Gamma(t)}{2}\right) \tag{18}$$

Dado que un cristal electroóptico puede introducir un retardamiento fijo Γ_N debido a su birrefringencia natural, el retardamiento total del sistema es la suma de este retardamiento del cristal y el inducido por el campo eléctrico aplicado. El retardamiento óptico inducido en el cristal puede describirse por la siguiente ecuación :

$$\Gamma(t) = \pi \, \frac{v_{DC} + v_{AC}(t)}{V_\pi} = \Gamma_{DC} + \Gamma_{AC}(t) \tag{19}$$

donde $\Gamma_{AC}(t)$ es el retardamiento debido a la componente alterna del voltaje aplicado (v_{AC}), y Γ_{DC} es el retardamiento debido a la componente directa del voltaje aplicado (v_{DC}) y/o a la componente de retardamiento natural Γ_N .

Es recomendable la utilización de un voltaje *DC* que introduzca un retardamiento constante de $\Gamma_{DC}=90^o$, o bien, introducir en el sistema una placa retardadora de un cuarto de onda con su eje paralelo a Ψ_F, para así trabajar la modulación en la región central de la curva de transmitancia (ver figura 4).

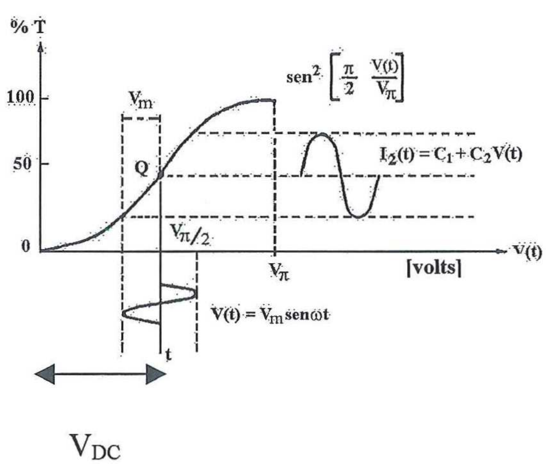


Fig. 4. Función de transmitancia del modulador convencional.

II.2.2. Distorsión

Para calcular la distorsión de la señal de salida de un modulador, se asume que la modulación se efectúa en el punto de operación (para el caso del modulador convencional el punto de operación está dado por $\Gamma_{DC}=90^o$), y con un voltaje de modulación $\Gamma_{AC} = V_\theta \cos(\omega\ t)$.

Tomando la ecuación de transmitancia del modulador convencional, la señal de salida es:

$$I_2 = I_1 sen^2\left(\frac{\Gamma_{DC} + V_\theta \cos(\omega\ t)}{2}\right) \tag{20}$$

y esta puede expresarse como :

$$I_2 = I_1\left(v_o + v_1 J_1(V_\theta)\cos(\omega\ t) + v_3 J_3(V_\theta)\cos(3\omega\ t) + \ldots\right)$$

$$= I_1\left(\rho_o + \rho_1 \cos(\omega\ t) + \rho_3 \cos(3\omega\ t) + \ldots\right) \tag{21}$$

donde $J_n\ (V_\theta)$ es una función Bessel de primera especie y orden n. En el apéndice III se muestran la gráficas de $J_n\ (V_\theta)$ para el intervalo de interés $0 \leq V_\theta \leq \frac{\pi}{2}$.

El porcentaje de distorsión de la señal modulada es:

$$\%\ \delta\ i = \frac{\left|\sum_{n=1}^{\infty} \rho_{2n+1}\right|}{|\rho_1|} \times 100 \approx \frac{|\rho_3|}{|\rho_1|} \times 100 \tag{22}$$

donde ρ_1, ρ_3 representan los coeficientes del primer y tercer armónico de la señal modulada.

III. MODULADOR DE SAGNAC

III.1. Descripción del modulador de Sagnac

El lazo o anillo de Sagnac es una estructura muy útil para implementar una amplia variedad de componentes de fibra óptica. Existen dos configuraciones básicas: el anillo en forma de resonador [Stokes *et al*, 1982], y el anillo en forma de interferómetro o reflector [Mortimer,1988]. Es posible fabricar un interferómetro de fibra óptica tipo Sagnac [Dennis *et al*, 1997; Fang, 1997; Frankel y Esman, 1998; Whitaker *et al*,1992; Dennis *et al*, 1996; Yu y Siddiqui, 1994; Yu y Siddiqui, 1995] formando un lazo cerrado de fibra entre los puertos de salida de un acoplador bidireccional (*2x2*). Se han propuesto diferentes esquemas de modulación electroóptica utilizando interferómetros de Sagnac con fibras monomodales [Dennis *et al*, 1997]. Algunos emplean como elemento de modulación un interferómetro Mach Zehnder dentro del lazo de Sagnac [Fang, 1997; Frankel y Esman, 1998; Whitaker *et al*,1992; Dennis *et al*, 1996; Yu y Siddiqui, 1994], al cual se le aplica una señal de *RF* en configuración de onda viajera, algunos de ellos requieren componentes adicionales, como lo son los controladores de polarización [Dennis *et al*, 1996]. Otros esquemas utilizan un doble lazo con dos moduladores [Dennis *et al*, 1997; Yu y Siddiqui, 1994], así como una celda Faraday dentro del arreglo interferométrico [Yu y Siddiqui, 1994]. También han sido reportados arreglos utilizando una celda Kerr y controladores de polarización [Yu y Siddiqui, 1995].

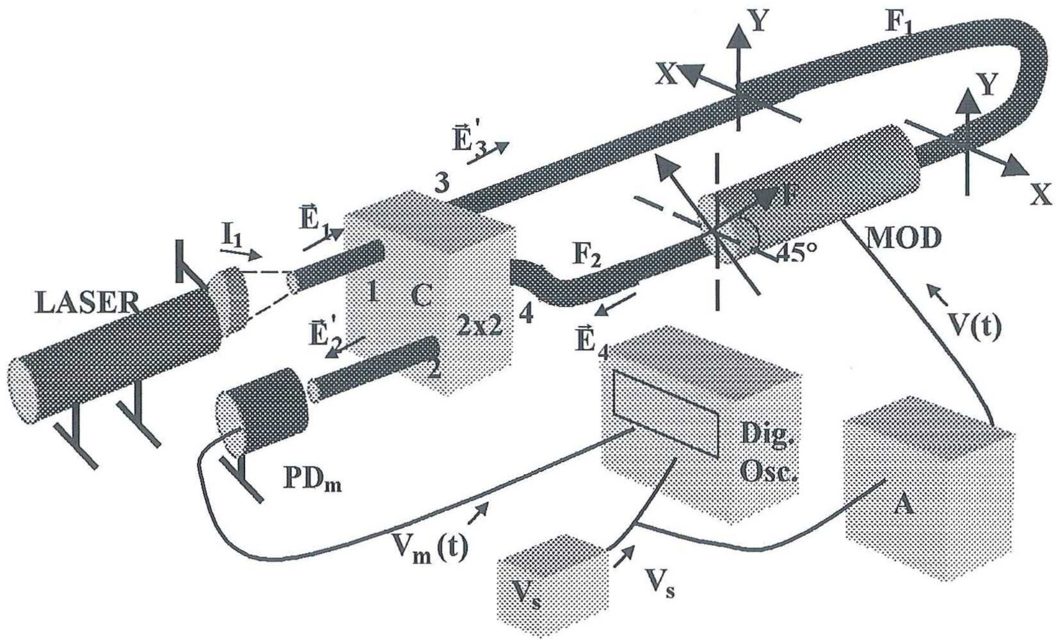


Fig. 5. Modulador Sagnac.

El arreglo experimental se muestra en la figura 5. La luz emitida por un láser de *He-Ne* con una intensidad $I_1 = 10\ mW$, es guiada por una fibra óptica hasta el puerto de entrada *(1)* de un acoplador bidireccional *2X2* de fibra óptica *C*. El acoplador *C* tiene un coeficiente de acoplamiento $k=0.5$. Los haces luminosos a la entrada del acoplador, son representados por los vectores de Jones $\boldsymbol{E_i}$ $(i = 1,2,3,4)$, y los haces ópticos emergentes son representados por los vectores primos $\boldsymbol{E'_i}$. Los puertos *(3)* y *(4)* del acoplador son conectados a un lazo de Sagnac, el cual está constituído por dos fibras ópticas monomodales *F1, F2,* con una longitud de *40 cm.* cada una, y un modulador electroóptico *MOD* al cual se le aplica una señal de voltaje $v(t) = V_{DC} + V_{AC}\ sen\ (2\pi f\, t\,)$. El modulador *MOD* está formado por una celda Pockels con cristales de *ADP-45X* y tiene su eje rápido orientado a 45^o con respecto al sistema de coordenadas fijas del laboratorio. La intensidad luminosa I'_2 *(t)* que emerge del puerto *(2)* es capturada por un fotodetector PD_m, y éste se encuentra conectado a un osciloscopio digital.

El puerto *(2)* es utilizado como puerto de salida. El campo emergente E'_2 y su intensidad de luz de salida I'_2 están dados por :

$$\vec{E}_2' = [J_{12}]\ \vec{E}_1 \tag{23}$$

$$I_2' = \left|\vec{E}_2'\right|^2 = \vec{E}_2'^{\dagger} \cdot \vec{E}_2' \tag{24}$$

donde $[J_{12}]$ es la matriz de Jones que representa el sistema óptico que recorre la luz al viajar del puerto *(1)* al puerto *(2)* dentro del arreglo experimental, y el símbolo † denota la transpuesta del complejo conjugado. Entonces, la función de transmitancia en intensidad entre estos dos puertos es :

$$T_{12} = \frac{I_2'}{I_1} = \frac{\left|\vec{E}_2'\right|^2}{\left|\vec{E}_1\right|^2} = \frac{\vec{E}_1^{\dagger}\ [J_{12}]^{\dagger}\ [J_{12}]\ \vec{E}_1}{\left|\vec{E}_1\right|^2} \tag{25}$$

La matriz de Jones $[J_{12}]$ puede ser expresada como sigue :

$$[J_{12}] = [K_{42}]\ [M_i]\ [J_C]\ [K_{13}] + [K_{32}]\ [J_A]\ [M_i]\ [K_{14}] \tag{26}$$

donde $[J_C]$ y $[J_A]$ son las matrices de Jones del lazo del interferómetro en el sentido de las manecillas del reloj y en sentido inverso respectivamente, $[M_i]$ es una matriz de conversión de coordenadas debido a la flexión de la fibra en el lazo de Sagnac (similar a la reflexión en un espejo) y $[K_{pq}]$ representa la matriz del acoplador direccional C entre los puertos p y q.

$$[K_{42}]=[K_{13}]=\begin{bmatrix}\sqrt{(1-k)} & 0\\ 0 & \sqrt{(1-k)}\end{bmatrix} \qquad [K_{32}]=[K_{14}]=\begin{bmatrix}i\sqrt{k} & 0\\ 0 & i\sqrt{k}\end{bmatrix}$$

$$[M_i]=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \tag{27}$$

Si consideramos que las matrices $[J_C\ ]$ y $[J_A\ ]$ representan componentes ópticos lineales sin pérdidas los cuales en referencia de la dirección de propagación de la luz son recíprocos, entonces las matrices son unitarias y por lo tanto pueden ser escritas de la siguiente manera :

$$[J_C]=[J_A]^{\mathbf{T}}=\begin{bmatrix}J_{XX} & J_{XY}\\ J_{YX} & J_{YY}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}J_{XX} & -J^*_{YX}\\ J_{YX} & J^*_{XX}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A+iB & C+iD\\ -C+iD & A-iB\end{bmatrix} \tag{28}$$

con $|J_{xx}|^2 + |J_{yx}|^2 = A^2+B^2+C^2+D^2 = 1$

Substituyendo las ecuaciones (26-28) en la ecuación (25) se obtiene:

$$T_{12}=4\ D^2k\ (1-k)\ +(2k-1)^2=D^2 \tag{29}$$

De esta ecuación, es posible observar que T_{12} es independiente del estado de polarización de la luz de entrada. La matriz de Jones $[J_C]$ para un modulador electroóptico está dado por la matriz de Jones de una placa retardadora lineal. Entonces, la componente

J_{yx} está dada por $J_{yx} = i \; sin \; (2 \; \psi_F) \; sin \; (\Gamma/2)$, donde ψ_F es la orientación del eje rápido (en nuestro caso $\psi_F = 45^o$), y así, la intensidad de salida en el puerto *(2)* puede ser escrita:

$$I'_2 = T_{12} \; I_1 = I_1 \; \sin^2 \left(\frac{\Gamma}{2}\right) = I_1 \; \sin^2 \left\{\frac{\pi \; V}{2 \; V_\pi}\right\} = I_1 \; \sin^2 \{V_A\} \qquad (30)$$

La cual es similar a la del modulador convencional, pero a diferencia de éste, se observa que la intensidad luminosa de salida I'_2 puede tomar valores que van desde el *0 %* hasta el *100%* de la intensidad de luz de entrada I_1, con sólo variar el voltaje aplicado y es independiente del estado de polarización de entrada.

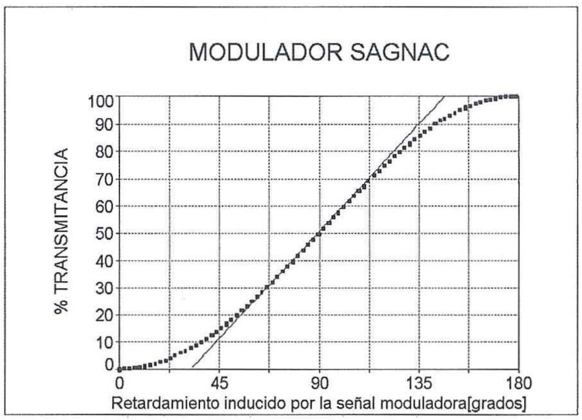


Fig. 6. Comparación entre la función de transmitancia del modulador y una función lineal.

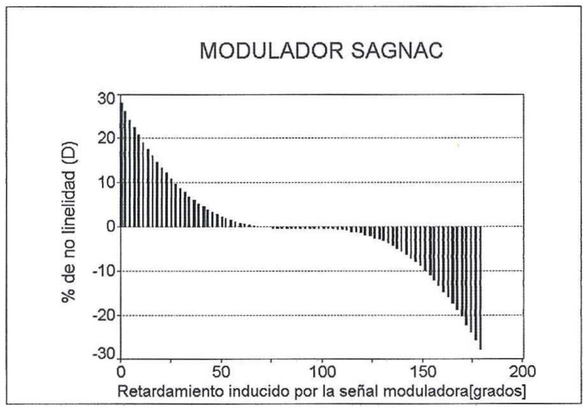


Fig. 7. Diferencia entre la función de transmitancia del modulador y una función lineal.

En la figura 6 se muestra la gráfica de la función de transmitancia, a la cual se le ha ajustado una línea recta T_L alrededor de su región más lineal, esto es alrededor del punto de operación *Q* (*50%* de transmisión). También se ha graficado la diferencia $D = T_{12} - T_L$, la cual nos da una medida de la desviación no lineal de la función de transmitancia.

III.2. Serie de Taylor para la función de transmitancia

Para obtener una expansión en series de Taylor de la ecuación (30) alrededor del punto de operación Q $(V=\pi/4)$, introducimos un corrimiento en el eje del voltaje haciendo

$V=\left(V_A-\frac{\pi}{4}\right)$. Considerando que $sen^2(x)=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos(2x)$, obtenemos :

$$I_2=\alpha sen^2\left(V+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\alpha}{2}\left(1-\cos\left(2V+\frac{\pi}{2}\right)\right)$$

$$=\frac{\alpha}{2}(1+sen(2V))=\frac{\alpha}{2}\left(1+\sum_{N=0}^{\infty}\frac{(2V)^{(2N+1)}(-1)^{(2N+1)}}{(2N+1)!}\right)$$

$$=\frac{\alpha}{2}\left(1+a_1V-a_3V^3+a_5V^5-a_7V^7+a_9V^9-\ldots\right) \tag{31}$$

con $a_1=2, a_3=\frac{4}{3}, a_5=\frac{4}{15}, a_7=\frac{8}{315}, a_9=\frac{4}{2835}$.

III.3. Espectro de frecuencias del modulador

El espectro de frecuencias nos da una medida de la distorsión que sufre la señal de salida del modulador, y para calcularla se debe asumir un voltaje de modulación de entrada. Suponiendo que se modula con una señal de voltaje $V=V_{DC}+V_{AC}=V_{DC}+V_\theta\cos(\omega\ t)$, donde $\omega=2\pi f$, y el valor del voltaje V_θ está expresado en radianes, es decir, por el número de radianes que el voltaje V_θ induce en el retardamiento óptico Γ. Para un voltaje V, su valor V_θ expresado en radianes es, $V_\theta=\frac{\pi\ V}{V_\pi}$.

Entonces, si $V_{DC} = \frac{\pi}{4}$ y $V_\pi = \pi$ (ambos medidos en radianes) tenemos que :

$$I_2 = I_1 sen^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\frac{\pi}{4}+V_\theta\cos(\omega\, t)}{V_\pi}\right) = I_1\left\{\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos\left[\frac{\pi}{V_\pi}\left(\frac{\pi}{4}+V_\theta\cos(\omega\, t)\right)\right]\right\}$$

$$= I_1\left\{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}sen(V_\theta\cos(\omega\, t))\right\} \tag{32}$$

Es importante notar que en la práctica normalmente se requiere que $0 \le V_\theta \le \frac{V_\pi}{2}$, ó equivalentemente expresado en radianes $0 \le V_\theta \le \frac{\pi}{2}$. Utilizando la relación :

$$sen(z\cos\theta) = 2\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k J_{2k+1}(z)\cos\{(2k+1)\theta\}$$

$$= 2\{J_1(z)\cos\theta - J_3(z)\cos(3\theta) + J_5(z)\cos(5\theta) - J_7(z)\cos(7\theta) + J_9(z)\cos(9\theta) - \ldots\}$$

y considerando hasta el noveno armónico de la serie, entonces :

$$I_2 = I_1\left\{\frac{1}{2} + J_1(V_\theta)\cos(\omega\, t) - J_3(V_\theta)\cos(3\omega\, t) + J_5(V_\theta)\cos(5\omega\, t)\right.$$
$$\left. - J_7(V_\theta)\cos(7\omega\, t) + J_9(V_\theta)\cos(9\omega\, t)\right\} \tag{33}$$

donde $J_n(V_\theta)$ es una función Bessel de primera especie y orden n.

Para este intervalo, se puede utilizar la relación $J_n(z) = \left[\frac{z}{2}\right]^n \sum_{k=0}^{\infty}\left\{\frac{\left[-\frac{z}{4}\right]^k}{k!(n+k)!}\right\}$ y escribir el espectro de la siguiente manera :

$$\frac{I_2}{I_1}=\frac{1}{2}+\left(\frac{V_\theta}{2}-\frac{V_\theta^3}{16}+\frac{V_\theta^5}{384}-\frac{V_\theta^7}{18432}+\frac{V_\theta^9}{1474560}\right)\cos(\omega)-$$

$$\left(\frac{V_\theta^3}{48}-\frac{V_\theta^5}{768}+\frac{V_\theta^7}{30720}-\frac{V_\theta^9}{2211840}\right)\cos(3\omega)+\left(\frac{V_\theta^5}{3840}-\frac{V_\theta^7}{92160}+\frac{V_\theta^9}{5160960}\right)\cos(5\omega)-$$

$$\left(\frac{V_\theta^7}{645120}+\frac{V_\theta^9}{20643840}\right)\cos(7\omega)+\left(\frac{V_\theta^9}{185794560}\right)\cos(9\omega) \tag{34}$$

III.4. Resultados experimentales

Se utilizó como modulador electroóptico una celda Pockels *ADP-45°X* con $V_\pi = 225\ V$. Se aplicó al modulador una señal moduladora V_s de baja frecuencia ($f \approx 6Hz$). Se midió la curva de transmitancia del modulador, la cual se muestra en la siguiente figura, junto con su curva teórica,

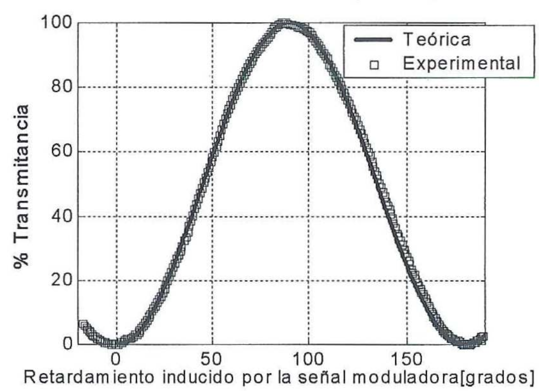


Fig. 8. Curva de transmitancia del modulador Sagnac.

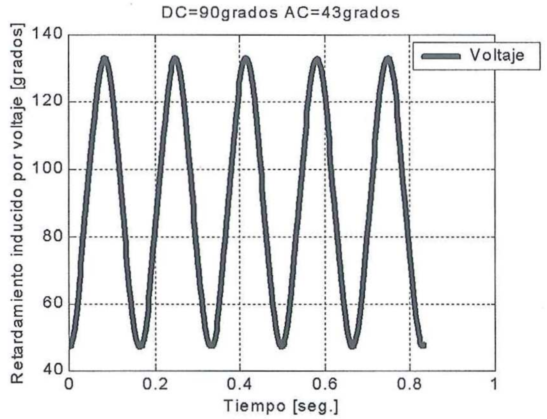


Fig. 9. Voltaje aplicado al modulador Sagnac.

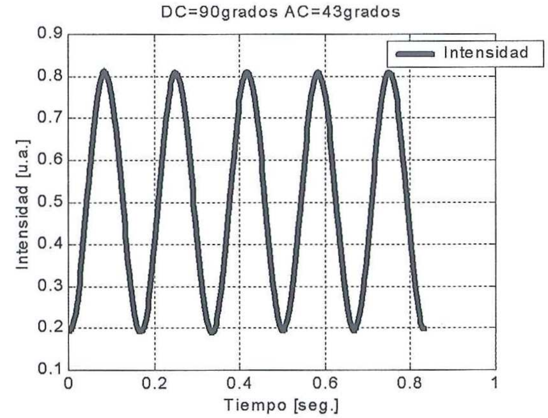


Fig. 10. Intensidad de salida del modulador Sagnac.

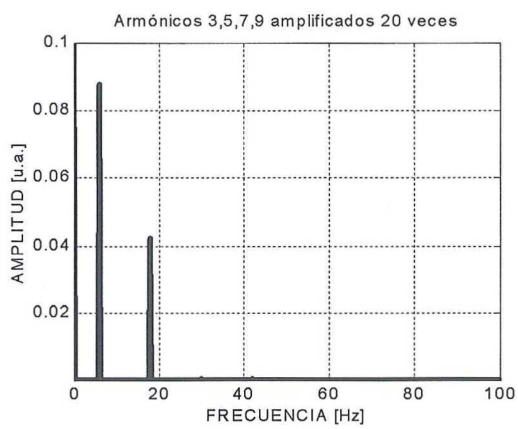


Fig. 11. Espectro de la intensidad modulada. Distorsión=2.2%

IV. MODULADOR DE SAGNAC RETROALIMENTADO

IV.1. Descripción del modulador de Sagnac retroalimentado

El arreglo experimental se muestra en la figura 12 y su circuito óptico equivalente [Yu y Siddiqui, 1995] se muestra en la figura 13. El esquema es muy similar al del arreglo óptico del capítulo anterior.

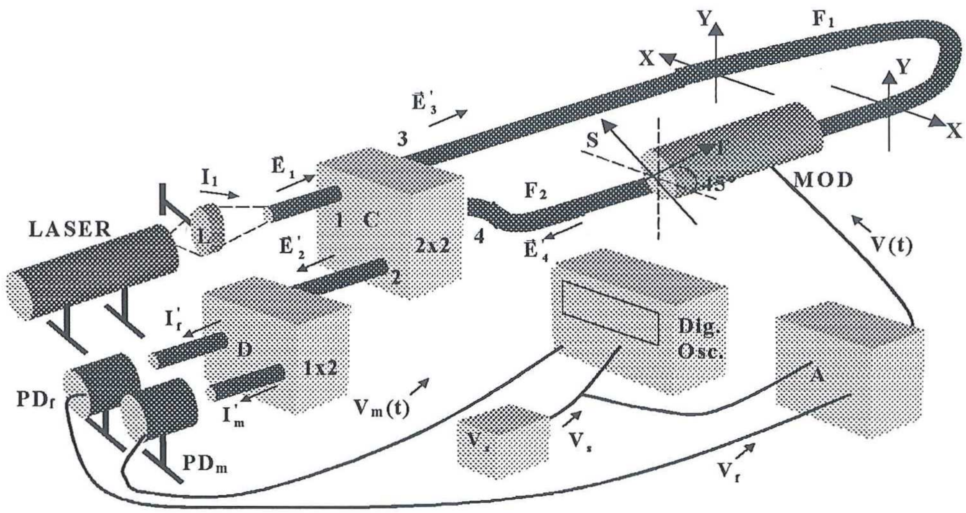


Fig. 12. Esquema del modulador electroóptico de Sagnac retroalimentado.

La luz emitida por un láser de *He-Ne* con una intensidad $I_1 = 10\ mW$, es colectada por una lente L y guiadada por una fibra óptica hasta el puerto de entrada *(1)* de un acoplador bidireccional *2X2* de fibra óptica C ($k=0.5$). La intensidad luminosa $I'_2\ (t)$ que emerge del puerto *(2)* es introducida al puerto *(I)* de un acoplador direccional *1X2* que tiene un coeficiente de acoplamiento $k_f = 0.1$. La intensidad de luz modulada de salida $I'_m = k_m I'_2$

emergiendo por el puerto *(II)* del acoplador *D* (con $k_m=1-k_f$) es capturada por un fotodetector PD_m, y éste se encuentra conectado a un osciloscopio digital. Por otra parte, la intensidad de luz $I'_f = k_f I'_2$ es capturada por un fotodetector PD_f, y convertida a una señal eléctrica $V_f = \beta I'_f = \beta k_f I'_2$ donde β es el factor de conversión dado en *[V/W]*.

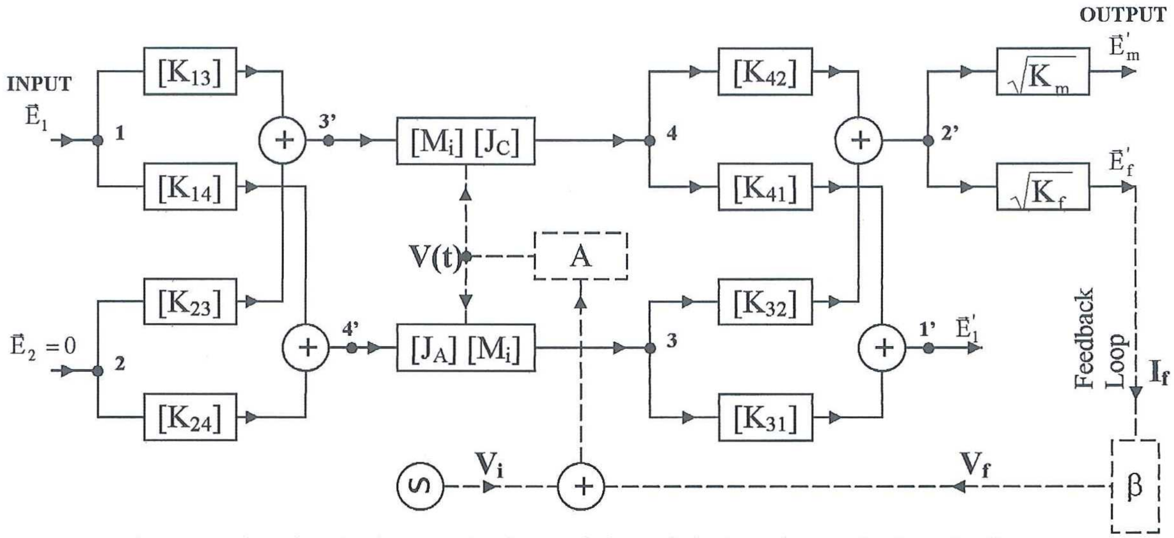


Fig. 13. Circuito óptico equivalente del modulador electroóptico de Sagnac retroalimentado.

La señal eléctrica modulada V_s y la señal de retroalimentación V_f son conectadas a un amplificador electrónico *A*, y entonces la señal de voltaje resultante $V=\alpha(V_s+V_f)$ es aplicada al modulador, donde α es el factor de ganancia del amplificador. Utilizando el cálculo de Jones en forma similar al procedimiento del capítulo anterior, la ecuación de la intensidad luminosa de salida I'_m está dada por :

$$I'_m = T_{12}\ k_m I_1 = k_m I_1\ \sin^2\left(\frac{\Gamma}{2}\right) = k_m I_1\ \sin^2\left\{\frac{\pi\ V}{2\ V_\pi}\right\} \tag{35}$$

Finalmente, introduciendo los siguientes términos :

$$V_A = \left(\frac{\pi\ \alpha}{2\ V_\pi} \right) V_s\ , \qquad \xi = \left(\frac{\pi\ \alpha}{2\ V_\pi} \right) \frac{\beta\ k_f}{k_m} \tag{36}$$

es posible escribir una expresión para la intensidad de luz modulada :

$$I'_m = k_m\ I_1\ \sin^2 \left\{ V_A + \xi\ I'_m \right\} \tag{37}$$

De esta ecuación es posible observar que la intensidad de luz de salida I'_m puede alcanzar cerca del *100%* de la intensidad de luz de entrada I_1.

IV.2. Efecto de la retroalimentación en la función de transmitancia

Usando la ecuación anterior, en la figura 14 se muestran las curvas teóricas de la intensidad de luz normalizada I'_m (con $k_m\ I_1 = 1$) *vs.* V_A para valores de $-1 < \xi < 1$. Como puede observarse de la figura, para $\xi \neq 0$ la función de transmitancia se vuelve más lineal. Se puede demostrar que para $|\ \xi\ | > 1$, el modulador presenta biestabilidad óptica o incluso un comportamiento multiestable.

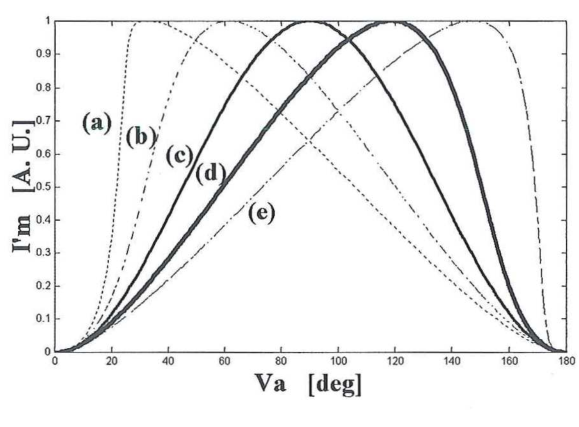


Fig. 14. Curvas teóricas de la intensidad de luz normalizada I'_m *vs.* V_A
a) $\xi = 1$, *b)* $\xi = 0.5$, *c)* $\xi = 0$, *d)* $\xi = -0.5$, *e)* $\xi = -1$

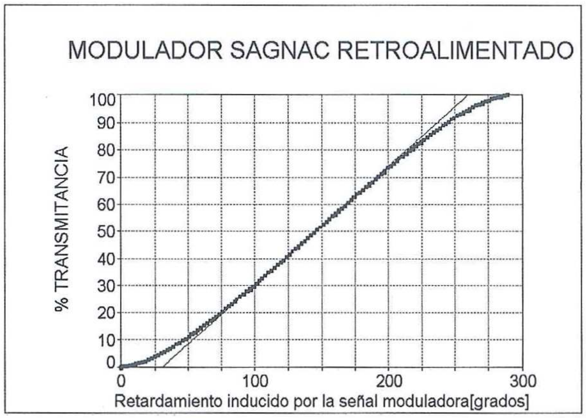


Fig. 15. Comparación entre la función de transmitancia del modulador con $\xi = -1$ y una función lineal.

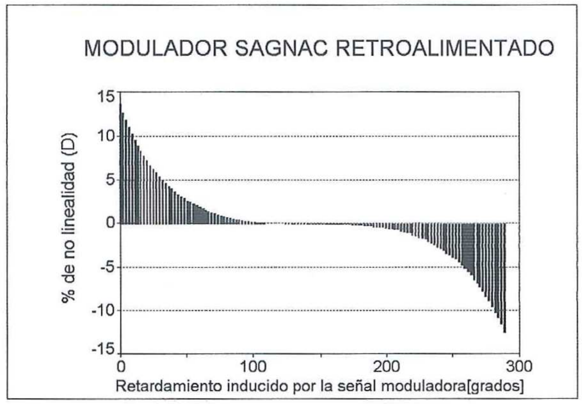


Fig. 16. Diferencia entre la función de transmitancia del modulador con $\xi = -1$ y una función lineal.

En la figura 15 se muestra la gráfica de la función de transmitancia, a la cual se le ha ajustado una línea recta T_L alrededor de su región más lineal, esto es alrededor del punto de operación Q (*50%* de transmisión). También se ha graficado la diferencia $D = T - T_L$, la cual nos da una medida de la desviación no lineal de la función de transmitancia.

IV.3. Serie de Taylor para la función de transmitancia

Realizaremos ahora una expansión en series de Taylor para la ecuación de transmitancia alrededor del punto de operación Q dado por $V_A + \xi\, I'_m = V_Q + \xi\, I'_Q = \pi/4$ (*50%* de transmisión), para las regiones en que $-1 < \xi < 0$.

La serie de Taylor la evaluamos utilizando la fórmula :

$$I'_m = \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{d^n I'_m}{dV_A^n} \right]_{V_Q, I'_Q} \frac{V_A^n}{n!} \right\} \tag{38}$$

$$= \left\{ \left[I'_m \right]_{V_Q, I'_Q} + \left[\frac{dI'_m}{dV_A} \right]_{V_Q, I'_Q} V_A + \left[\frac{d^2 I'_m}{dV_A^2} \right]_{V_Q, I'_Q} \frac{V_A^2}{2!} + \left[\frac{d^3 I'_m}{dV_A^3} \right]_{V_Q, I'_Q} \frac{V_A^3}{3!} + \left[\frac{d^4 I'_m}{dV_A^4} \right]_{V_Q, I'_Q} \frac{V_A^4}{4!} + \ldots \right\}$$

para lo cual la intensidad luminosa de salida la expresamos como :

$$I'_m = \frac{k_m I_1}{2} \left(1 - \cos^2 \left(2 \left(V_A + \xi I'_m \right) \right) \right) \tag{39}$$

entonces,

$$\left(I'_m \right)_{I'_Q, V_Q} = \frac{k_m I_1}{2} \left(1 - \cos\left(2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \right) \right) = \frac{k_m I_1}{2} \tag{40}$$

y las derivadas las calculamos en forma implícita. Para la primera derivada tenemos :

$$\frac{dI'_m}{dV_A} = \frac{k_m I_1}{2} \left[sen\left(2 \left(V_A + \xi I'_m \right) \right) \right] \left[2 + 2\xi \frac{dI'_m}{dV_A} \right] \tag{41}$$

despejando se obtiene :

$$\frac{dI'_m}{dV_A} = \frac{k_m I_1 \, sen\left(2 \left(V_A + \xi I'_m \right) \right)}{\left[1 - k_m I_1 \, \xi sen\left(2 \left(V_A + \xi I'_m \right) \right) \right]} \tag{42}$$

y evaluando en el punto de operación :

$$\left[\frac{dI'_m}{dV_A} \right]_{I'_Q, V_Q} = \frac{k_m I_1 \, sen\left(2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \right)}{\left[1 - k_m I_1 \, \xi sen\left(2 \left(\frac{\pi}{4} \right) \right) \right]} = \frac{k_m I_1}{1 - k_m I_1 \, \xi} \tag{43}$$

En forma similar, se obtienen las otras derivadas :

$$\left[\frac{d^2 I'_m}{dV_A^2}\right]_{I'_Q,V_Q} = \left[\frac{d^4 I'_m}{dV_A^4}\right]_{I'_Q,V_Q} = \left[\frac{d^6 I'_m}{dV_A^6}\right]_{I'_Q,V_Q} = \ldots \left[\frac{d^{2n} I'_m}{dV_A^{2n}}\right]_{I'_Q,V_Q} = 0$$

$$\left[\frac{d^3 I'_m}{dV_A^3}\right]_{I'_Q,V_Q} = \frac{-4k_m I_1}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)^4}$$

$$\left[\frac{d^5 I'_m}{dV_A^5}\right]_{I'_Q,V_Q} = \frac{-16k_m I_1 \left(1 + 9k_m I_1 \xi\right)}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)^7}$$

$$\left[\frac{d^7 I'_m}{dV_A^7}\right]_{I'_Q,V_Q} = \frac{-64k_m I_1 \left(1 + 54k_m I_1 \xi + 225k_m^2 I_1^2 \xi^2\right)}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)^{10}}$$

$$\left[\frac{d^9 I'_m}{dV_A^9}\right]_{I'_Q,V_Q} = \frac{-256k_m I_1 \left(1 + 243k_m I_1 \xi + 4131k_m^2 I_1^2 \xi^2 + 11025k_m^3 I_1^3 \xi^3\right)}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)^{13}} \tag{44}$$

Entonces para $-1 < \xi < 0$, la serie de Taylor está dada por :

$$I'_m = \frac{k_m I_1}{2} + \frac{k_m I_1}{1 - k_m I_1 \xi} V_A + \frac{-4k_m I_1}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)} \frac{V_A^3}{3!} + \frac{-16k_m I_1 \left(1 + 9k_m I_1 \xi\right)}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)^7} \frac{V_A^5}{5!}$$

$$+ \frac{-64k_m I_1 \left(1 + 54k_m I_1 \xi + 225k_m^2 I_1^2 \xi^2\right)}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)^{10}} \frac{V_A^7}{5!}$$

$$+ \frac{-256k_m I_1^3 \left(1 + 243k_m I_1 \xi + 4131k_m^2 I_1^2 \xi^2 + 11025k_m^3 I_1^3 \xi^3\right)}{\left(k_m I_1 \xi - 1\right)^{13}} \frac{V_A^9}{9!} \ldots \tag{45}$$

la cual la podemos escribir en la forma :

$$I_m^{'} = \frac{k_m I_1}{2}\left(1 + b_1 V_A - b_3 V_A^3 + b_5 V_A^5 - b_7 V_A^7 + b_9 V_A^9 - \ldots\right) \tag{46}$$

Podemos ahora comparar los coeficientes b_i de esta serie, con los coeficientes a_i de la serie de Taylor para el caso de un modulador sin retroalimentación,

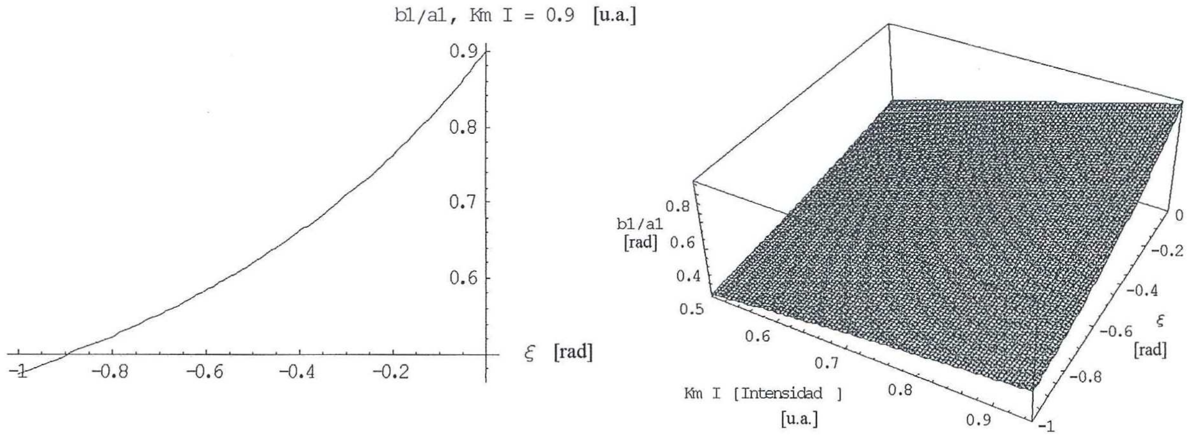
$$\frac{b_1}{a_1} = \left(\frac{1}{1 - k_m I_1 \xi}\right), \qquad \frac{b_3}{a_3} = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^4, \qquad \frac{b_5}{a_5} = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^7 \left(1 + 9 k_m I_1 \xi \right)$$

$$\frac{b_7}{a_7} = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^{10} \left(1 + 54 k_m I_1 \xi + 225 k_m^2 I_1^2 \xi^2\right)$$

$$\frac{b_9}{a_9} = \left(\frac{b_1}{a_1}\right)^{13} \left(1 + 243 k_m I_1 \xi + 4131 k_m^2 I_1^2 \xi^2 + 11025 k_m^3 I_1^3 \xi^3\right) \tag{47}$$

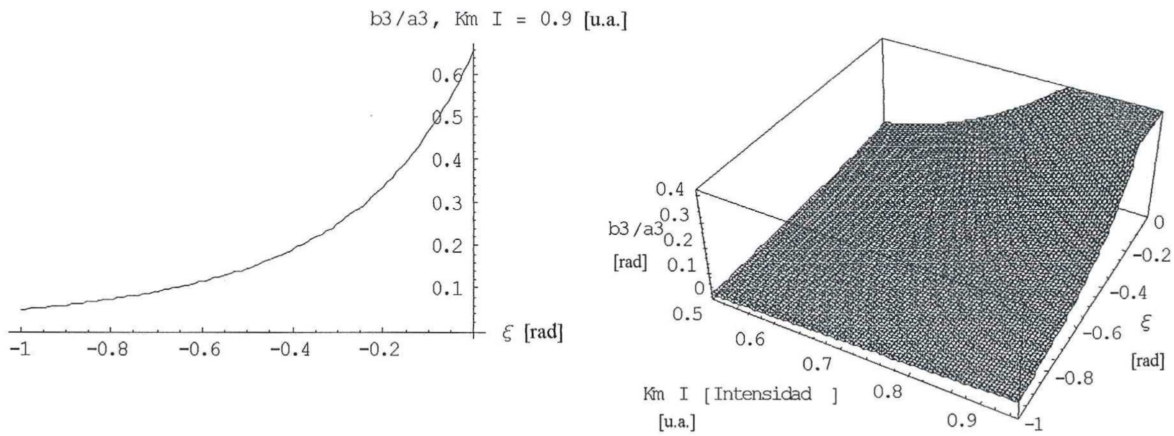
Recordando que $-1 < \xi < 0$, podemos observar que $b_i < a_i$ $(i = 1,3,5\ldots)$, esto es, los términos que contribuyen a la no linealidad se hacen más pequeños para $\xi \neq 0$.

En las siguientes figuras, se muestran las gráficas de b_i/a_i para diferentes valores de ξ y de $k_m I_1$. Para todas las gráficas bidimensionales, $k_m I_1 = 0.9$.



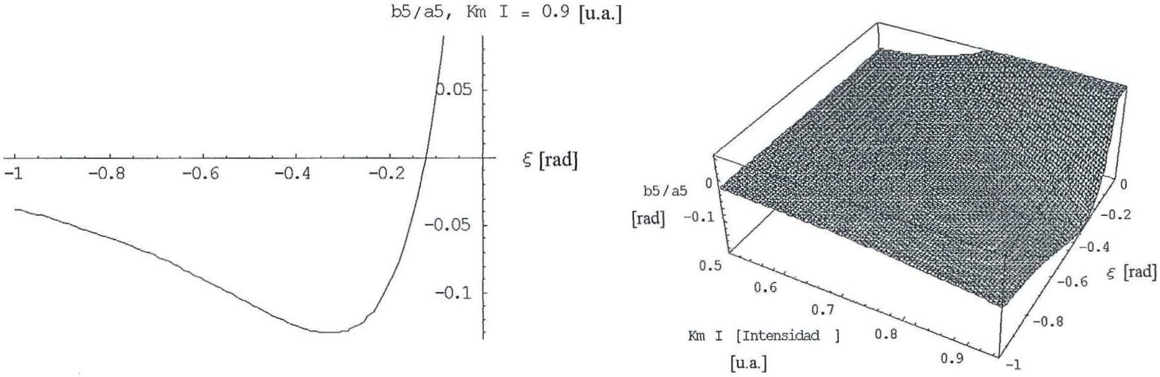
(a) (b)

Fig. 17. Comparación de b_1/a_1 (a) ξ vs. b_1/a_1 (b) ξ vs. b_1/a_1 vs. $k_m I_1$.



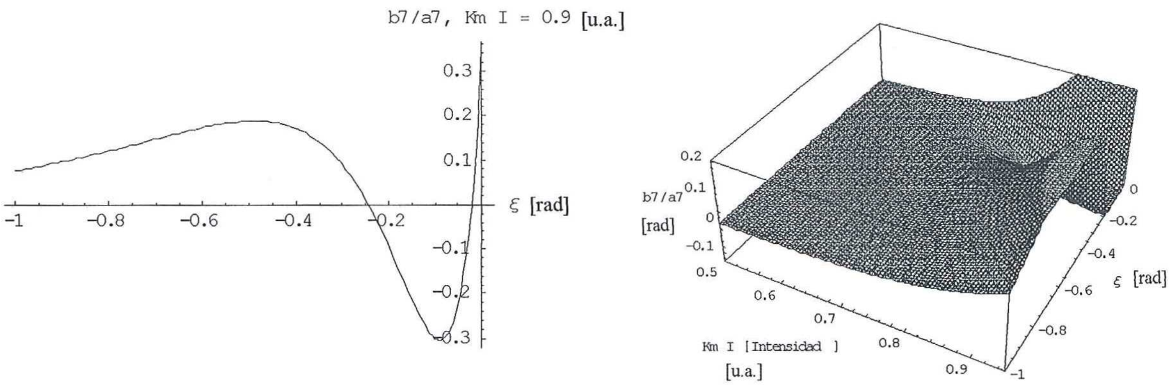
(a) (b)

Fig. 18. Comparación de b_3/a_3 (a) ξ vs. b_3/a_3 (b) ξ vs. b_3/a_3 vs. $k_m I_1$.



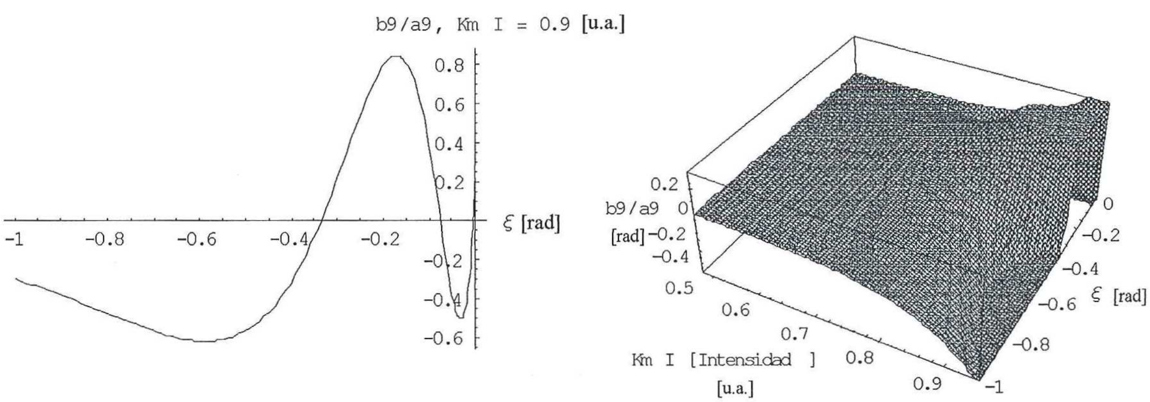
(a) (b)

Fig. 19. Comparación de b_5/a_5 (a) ξ vs. b_5/a_5 (b) ξ vs. b_5/a_5 vs. $k_m\, I_1$.



(a) (b)

Fig. 20. Comparación de b_7/a_7 (a) ξ vs. b_7/a_7 (b) ξ vs. b_7/a_7 vs. $k_m\, I_1$.



(a) (b)

Fig. 21. Comparación de b_9/a_9 (a) ξ vs. b_9/a_9 (b) ξ vs. b_9/a_9 vs. $k_m\, I_1$.

IV.4. Espectro de frecuencias del modulador

El espectro de frecuencias lo calculamos en forma similar al caso del modulador sin retroalimentación del capítulo anterior. Consideramos nuevamente un voltaje modulador de la forma $V = V_\theta \cos(\omega t)$ y lo sustituimos en la ecuación para $I_m^{'}$, con lo cual obtenemos :

$$I_m^{'} = \frac{k_m I_1}{2}\{1 + b_1 V_\theta \cos(\omega\ t) - b_3 V_\theta^3 \cos^3(\omega\ t) + b_5 V_\theta^5 \cos^5(\omega\ t) - b_7 V_\theta^7 \cos^7(\omega\ t) + b_9 V_\theta^9 \cos^9(\omega\ t)\} \tag{48}$$

Desarrollando términos y agrupando se obtiene :

$$I_m^{'} = k_m I_1 \left\{ \left(\frac{1}{2} + \frac{b_1 V_\theta}{2} - \frac{3 b_3 V_\theta^3}{8} + \frac{5 b_5 V_\theta^5}{16} - \frac{35 b_7 V_\theta^7}{128} + \frac{63 b_9 V_\theta^9}{256} \right) \cos(\omega\ t) + \left(\frac{b_3 V_\theta^3}{8} + \frac{5 b_5 V_\theta^5}{32} - \frac{21 b_7 V_\theta^7}{128} + \frac{21 b_9 V_\theta^9}{128} \right) \cos(3\omega\ t) + \left(\frac{b_5 V_\theta^5}{32} - \frac{7 b_7 V_\theta^7}{128} + \frac{9 b_9 V_\theta^9}{128} \right) \cos(5\omega\ t) + \left(\frac{b_7 V_\theta^7}{128} + \frac{9 b_9 V_\theta^9}{512} \right) \cos(7\omega\ t) + \left(\frac{b_9 V_\theta^9}{512} \right) \cos(9\omega\ t) \right\} \tag{49}$$

IV.5. Resultados experimentales

Se utilizó un láser de *He-Ne* con potencia de *10mW*, la longitud de las fibras *F1* y *F2* fue de *1 m* cada una, se utilizó como modulador electroóptico una celda Pockels *ADP-45°X* con V_π = *225 V*. Fue aplicada al modulador una señal moduladora V_s de baja frecuencia (*f* ≈ *6Hz*). Se midieron las siguientes curvas de transmitancia:

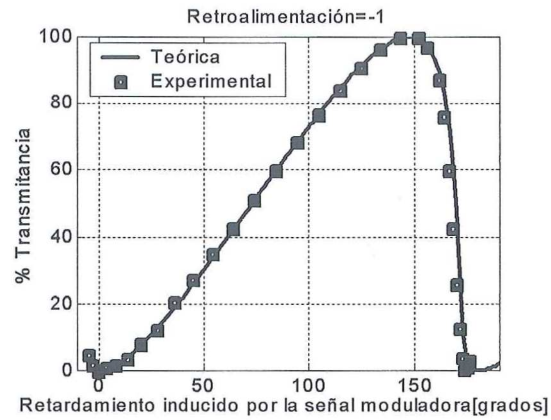


Fig. 22. Función de transmitancia teórica y experimental, ξ=-1

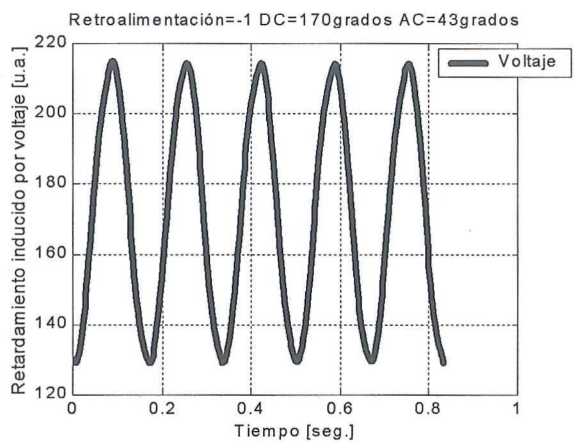


Fig. 23. Señal de voltaje de modulación, ξ=-1

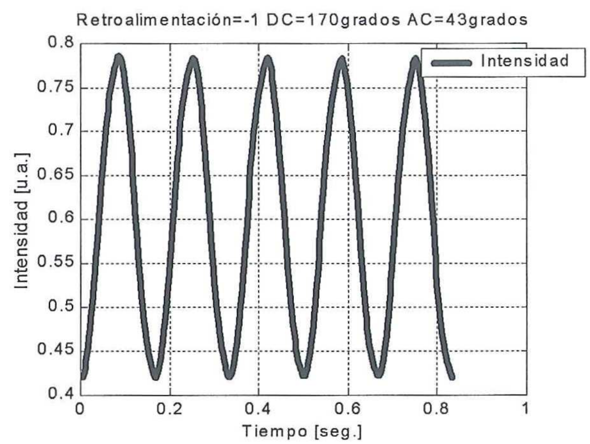


Fig. 24. Señal de intensidad modulada, ξ=-1

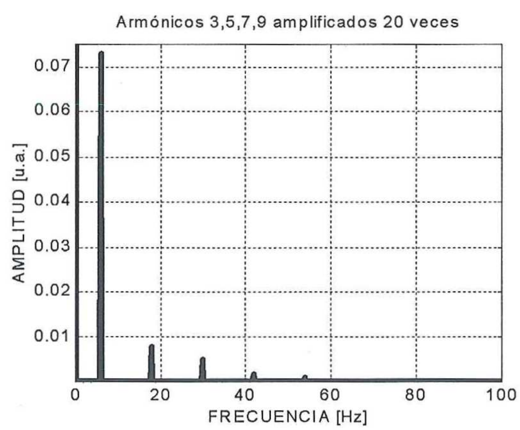


Fig. 25. Espectro de la señal de intensidad modulada, ξ=-1. Distorsión=0.6%

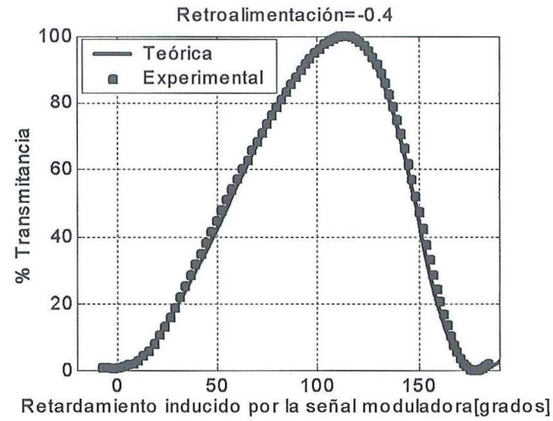


Fig. 26. Función de transmitancia teórica y experimental, ξ=-0.4

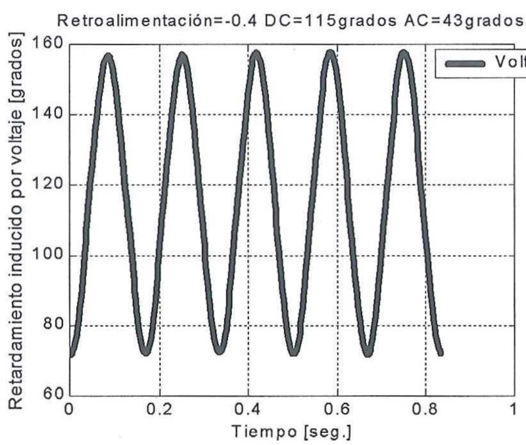


Fig. 27. Señal de voltaje de modulación, ξ=-0.4

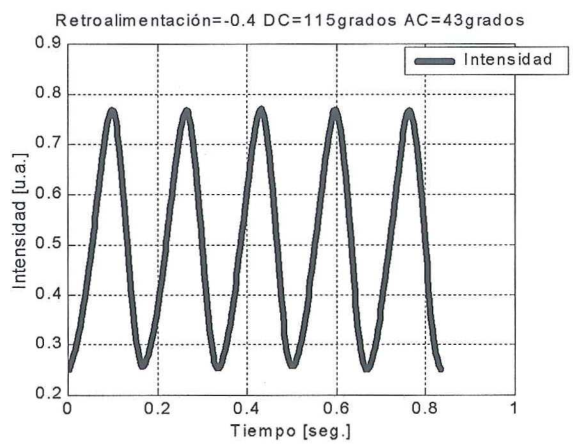


Fig. 28. Señal de intensidad modulada, ξ=-0.4

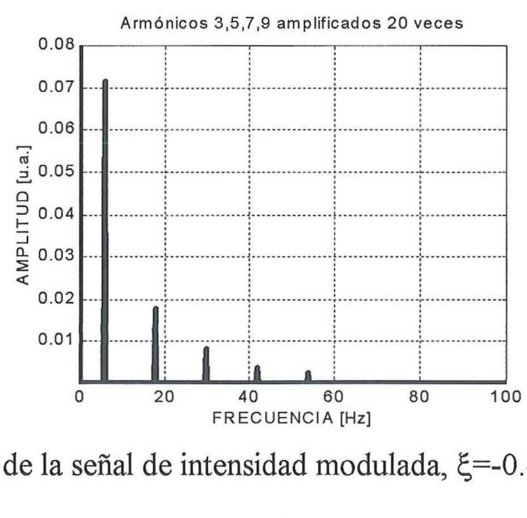


Fig. 29. Espectro de la señal de intensidad modulada, ξ=-0.4. Distorsión=1.33%

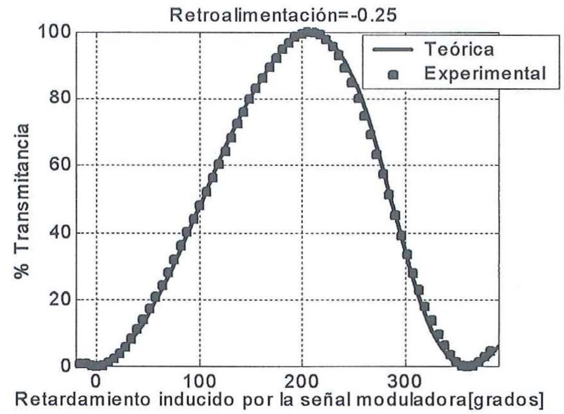


Fig. 30. Función de transmitancia teórica y experimental, ξ=-0.25

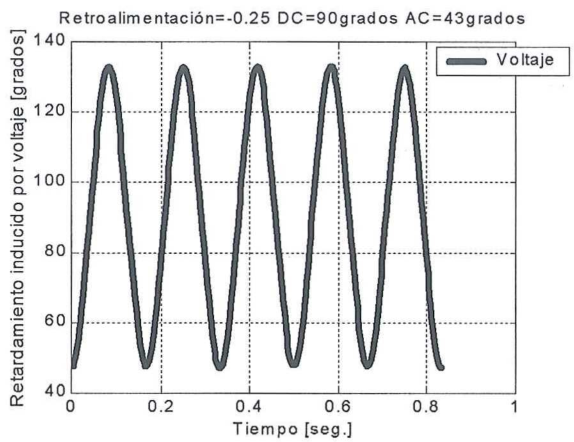


Fig. 31. Señal de voltaje de modulación, ξ=-0.25

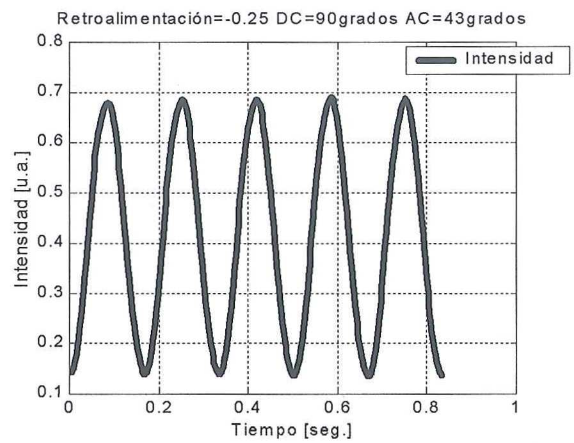


Fig. 32. Señal de intensidad modulada, ξ=-0.25

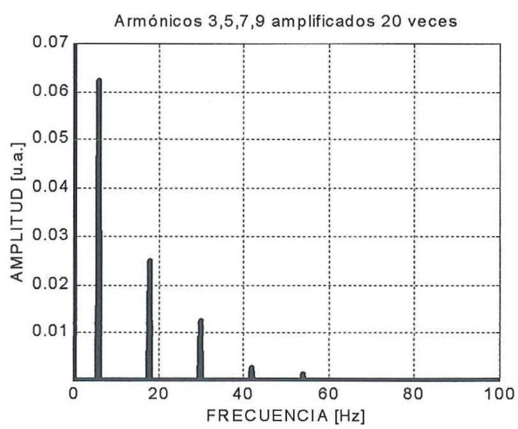


Fig. 33. Espectro de la señal de intensidad modulada, ξ=-0.25. Distorsión= 1.98%

V. MODULADOR DE POLARIZACION DE DOS ETAPAS

V.1. Descripción del problema

Un modulador electroóptico de dos etapas consiste de un par de celdas Pockels colocadas entre dos polarizadores, tal como se ilustra en la figura 34.

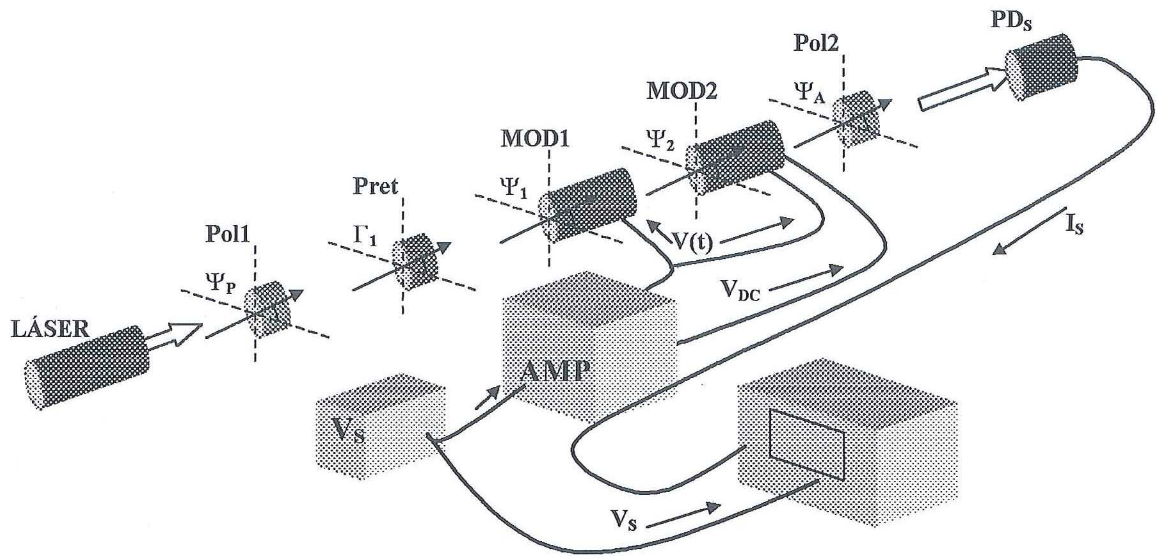


Fig. 34. Esquema del modulador de polarización de dos etapas.

Su función de transmitancia puede ser evaluada utilizando el cálculo de Jones de la siguiente manera :

$$T = |[Pol2][Mod2][Mod1][Pol1]|^2 \tag{50}$$

donde $[Mod_1]$ y $[Mod_2]$ son las matrices del primer y segundo modulador, las cuales corresponden a las matrices de un retardador lineal; $[Pol_2]$ y $[Pol_1]$ son las matrices del polarizador de salida (analizador) y el polarizador de entrada respectivamente. Por comodidad, y sin perder generalidad, podemos considerar la inclinación del polarizador de entrada igual a 0^o, esto es, la orientación del primer polarizador será la dirección de referencia para medir las orientaciones de las subsecuentes componentes de polarización del sistema óptico. Realizando estos productos se obtiene,

$$T = \{-\cos(\Psi_a - 2\Psi_2 + 2\Psi_1)sen(0.5\Gamma_2)sen(0.5\Gamma_1) + \cos(\Psi_a)\cos(0.5\Gamma_2)\cos(0.5\Gamma_1)\}^2 + \{\cos(\Psi_a - 2\Psi_1)\cos(0.5\Gamma_2)sen(0.5\Gamma_1) + \cos(\Psi_a - 2\Psi_2)sen(0.5\Gamma_2)\cos(0.5\Gamma_1)\}^2 \quad (51)$$

donde los retardamientos $\Gamma_{1,2} = \Gamma_{DC1,DC2} + \Gamma_{AC1,AC2}$ incluyen las componentes *DC* y *AC*. Los retardamientos constantes $\Gamma_{DC1,AC2}$ pueden ser implementados en el laboratorio mediante el uso de placas retardadoras de cuarzo, o bien, mediante la aplicación de un voltaje *DC* en la señal de voltaje moduladora. La función de transmitancia depende entonces de *5* variables (*3* inclinaciones y *2* retardamientos), y el problema a resolver es el de encontrar el valor de estos *5* parámetros que nos den como resultado una función de transmitancia con una región lineal. Para ello se utilizará el método de la respuesta impulso, el cual se describe en las siguientes secciones. El diseño de moduladores utilizando el método de la respuesta impulso, propone una linealización de las armónicas de la función de transmitancia, mediante un procedimiento denominado *MLA* (Maximally Linear Approximation). En este trabajo se propone un procedimiento diferente, el cual consiste en linealizar los términos de orden superior de la serie de Taylor de la función de transmitancia. Ambos procedimientos fueron realizados, sin embargo, como se verá, este último es un procedimiento más directo y más sencillo.

V.2. Respuesta impulso de dispositivos birrefringentes

Supongamos que un punto luminoso (representado por una delta de Dirac), que emerge de un polarizador, incide sobre una placa retardadora. Entonces, a la salida de la placa tendremos *2* impulsos separados por un retardamiento temporal τ y orientados espacialmente a lo largo de los ejes rápido y lento de la misma. Si colocamos un analizador después de la placa retardadora, veremos que finalmente se transmiten *2* impulsos cuyas amplitudes dependen de los ángulos que hacen el eje rápido y los ejes de transmisión de los polarizadores, mientras que su separación temporal depende del retardamiento birrefringente inducido por la placa.

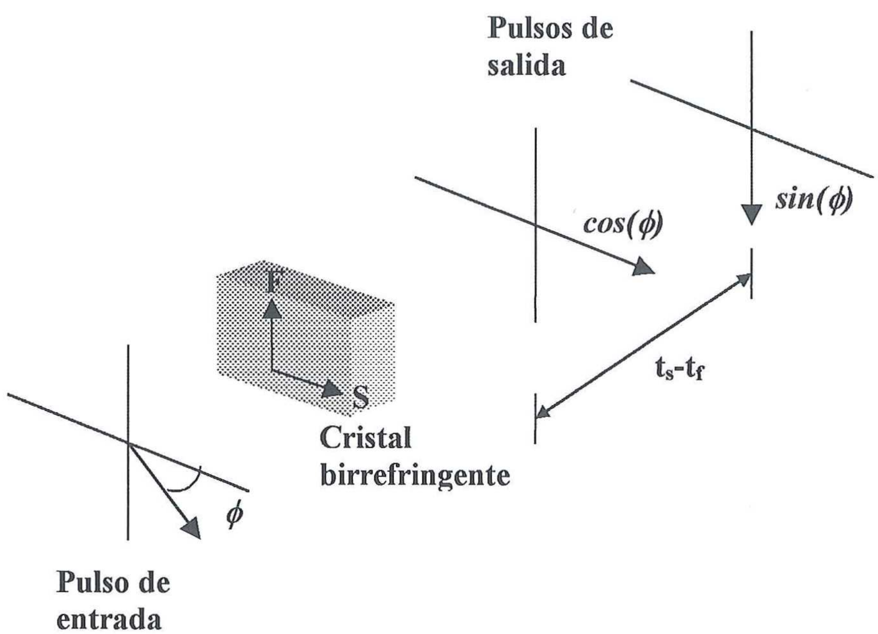


Fig. 35. Respuesta impulso de un cristal birrefringente.

Considérese la respuesta impulso de un cristal birrefringente (ver figura 35). El cristal es cortado con su eje óptico perpendicular a su longitud y con caras planas y paralelas. Un impulso óptico linealmente polarizado llega al cristal con incidencia normal. El impulso se divide entonces en *2* impulsos con polarizaciones ortogonales que dependen de la polarización del impulso incidente con respecto a los ejes del cristal birrefringente. Estos impulsos viajan a través del cristal con diferentes velocidades, y por lo tanto emergen en tiempos diferentes. La diferencia en el tiempo a la cual ellos emergen está dada por :

$$\tau = t_s - t_v = \frac{L\Delta n}{c} \tag{52}$$

donde Δn es la diferencia entre el índice de refracción del eje ordinario y extraordinario del cristal, L es la longitud del cristal y c es la velocidad de la luz en el vacío. El retardamiento de la placa está dado por :

$$\Gamma = \tau\omega \tag{53}$$

donde ω es la frecuencia angular del haz óptico. Asumimos que Δn es constante, ya que estaremos trabajando con luz monocromática (luz láser). Entonces, la respuesta impulso de un solo cristal birrefringente resulta en dos impulsos polarizados ortogonalmente cuyas amplitudes dependen de Φ, el ángulo entre los ejes principales del cristal y la polarización de la luz incidente.

Para un arreglo óptico como el que se muestra en la figura 36 con n cristales, en general se tendrán 2^n impulsos de salida; si los n cristales son iguales, se obtendrán únicamente $n+1$ impulsos igualmente espaciados temporalmente, ya que algunos se superponen en el tiempo.

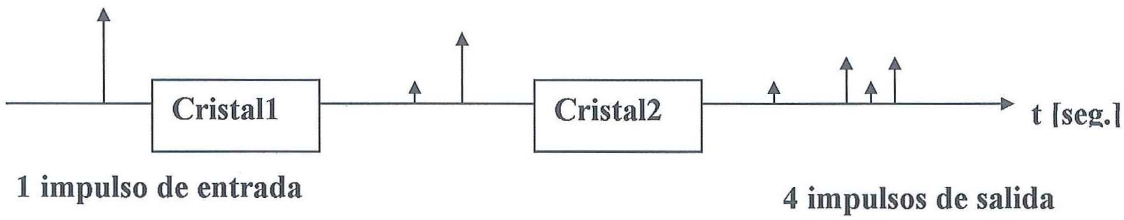


Fig. 36. Respuesta impulso de 2 cristales birrefringentes.

Consideremos la respuesta impulso de dos cristales birrefringentes que tienen orientaciones y longitudes arbitrarias. A la salida del primer cristal se tienen en general dos impulsos con polarizaciones ortogonales. Cada uno de estos impulsos incide al segundo cristal produciendo dos nuevos impulsos. Entonces, en general, la respuesta impulso de dos cristales birrefringentes colocados en cascada es de cuatro impulsos, dos de los cuales están polarizados con el eje rápido y dos con el eje lento del segundo cristal. Las magnitudes y las polarizaciones de estos impulsos están determinadas por los ángulos formados por los ejes de los cristales, mientras que sus tiempos relativos de salida son determinados por las longitudes de los cristales usados. En conclusión, la respuesta impulso de una serie de cristales birrefringentes es un tren de impulsos de duración finita.

Si un impulso, i.e. una función temporal delta de Dirac, se aplica a un sistema lineal, la transformada de Fourier de la repuesta impulso del sistema es la función de transferencia del sistema en el dominio de la frecuencia.

Es posible utilizar los ángulos relativos de los n cristales birrefringentes y un polarizador de salida para controlar las amplitudes de los impulsos resultantes a la salida de un arreglo óptico. Supongamos que se desea diseñar un sistema óptico, con una función de transferencia en amplitud $A(\Gamma)$, como se muestra en la figura 37. Su transformada de Fourier se muestra con una línea continua en la figura 37-a. Esta función en el dominio del tiempo, puede ser aproximada mediante la función muestreada representada por una serie de deltas de Dirac como se muestra en la misma gráfica de la figura 37-a.

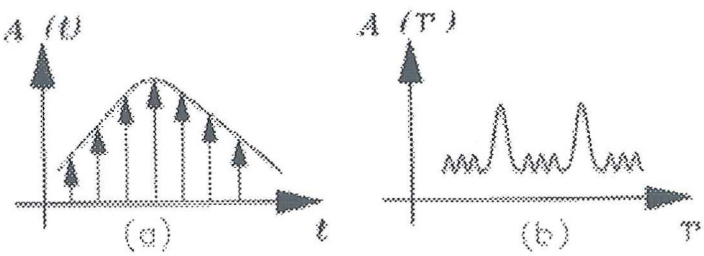


Fig. 37. Función $A(\Gamma)$ y su transformada de Fourier.

Si $A(\Gamma)$ es una función periódica, su transformada de Fourier consiste entonces de impulsos espaciados uniformemente. Utilizando una serie trigonométrica o una serie exponencial, puede construirse una aproximación para $A(\Gamma)$ con un número finito de términos. Si hay $n+1$ términos en $A(\Gamma)$, un sistema con n cristales será requerido para su implementación.

Supongamos que $C(\Gamma)= |A(\Gamma)|$ es la función de transferencia del sistema óptico. Esta se puede expresar mediante una serie del tipo :

$$C(\Gamma) = C_0 + C_1 e^{-i\Gamma} + C_2 e^{-i2\Gamma} + \ldots + C_n e^{-in\Gamma} = \sum_{k=0}^{n} C_k e^{-ik\Gamma} \tag{54}$$

en el caso de dos cristales $C(\Gamma)$ se reduce a :

$$C(\Gamma) = C_0 + C_1 e^{-i\Gamma} + C_2 e^{-i2\Gamma} \tag{55}$$

La respuesta impulso correspondiente a la ecuación (54) es encontrada tomando la transformada inversa de Fourier,

$$C(t) = C_0\delta(t) + C_1\delta(t-\tau) + C_2\delta(t-2\tau) + \ldots + C_{nn}\delta(t-n\tau) = \sum_{k=0}^{n} C_k\delta(t-k\tau) \tag{56}$$

para el caso de dos cristales sería :

$$C(t) = C_0\delta(t) + C_1\delta(t-\tau) + C_2\delta(t-2\tau) \tag{57}$$

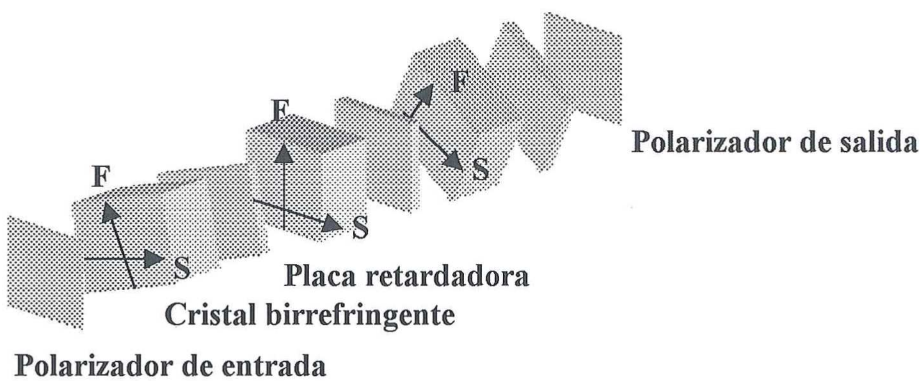


Fig. 38. Configuración básica de un sistema óptico birrefringente.

Si se incluye un compensador óptico por cada uno de los cristales del sistema óptico (ver figura 38), los coeficientes C_i de la ecuación (56) pueden ser números complejos. Por otra parte, no es necesario que $C(\Gamma)$ y $C(t)$ sean causales. La respuesta del sistema debe ser cero para todo $t < 0$, pero es posible cambiar el origen de la escala de tiempo por conveniencia. En ecuaciones (54) y (57), se ha despreciado el tiempo de retraso asociado con el sistema óptico, i.e. el tiempo consumido cuando la luz pasa entre cada cristal y en el espacio al punto de detección. Se escoge el origen de la escala del tiempo para el instante de tiempo en que ocurre el primer impulso de salida. Debido a esto, $C(\Gamma)$ es causal. Un compensador óptico introduce una diferencia de fase de Γ radianes entre los componentes de su eje lento y su eje rápido ($0 \leq \Gamma \leq 2\pi$).

El número de cristales birrefringentes que son necesarios para sintetizar una función deseada dependerá de la naturaleza de la función y de la calidad de la aproximación deseada. Una estimación del número de cristales necesarios para implementar una función de transferencia con una banda angosta de frecuencias puede ser obtenida mediante la siguiente ecuación :

$$\text{Número de cristales necesarios} \approx \frac{periodicidad}{ancho \quad de \quad banda} \tag{58}$$

El número de impulsos necesarios es igual al intervalo temporal que ocupa el tren de impulsos dividido por el espaciamiento entre impulsos más uno.

Supóngase que un solo impulso con polarización paralela al eje de transmisión del polarizador de entrada incide a un sistema con dos cristales birrefringentes más un polarizador de salida.

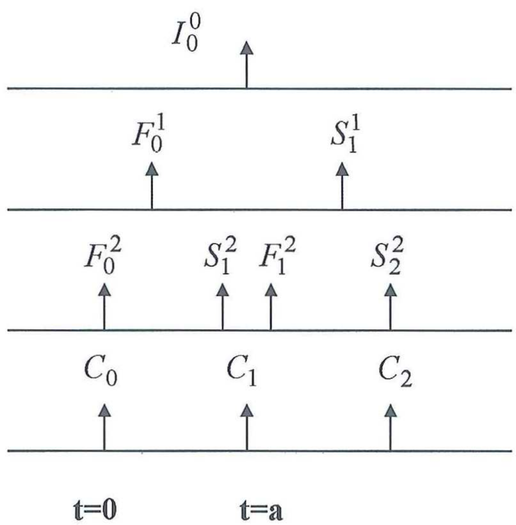


Fig. 39. Esquema temporal de las componentes polarizadas que emergen de los cristales.

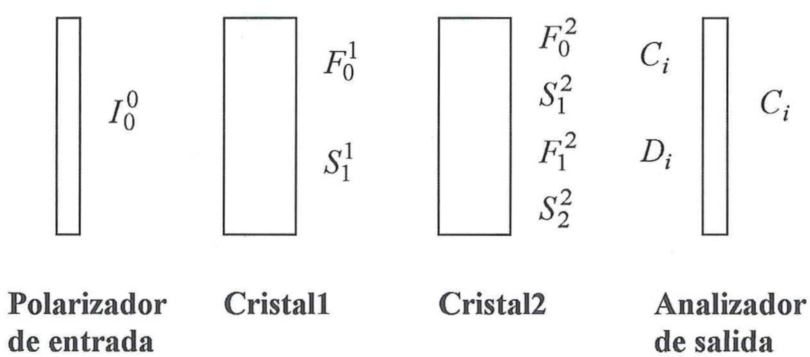


Fig. 40. Esquema espacial de las componentes polarizados que emergen de los cristales.

La salida que resulta del segundo cristal del sistema contiene componentes polarizados en las direcciones del eje rápido y lento del cristal (ver figuras 39 y 40). Esto se puede representar como :

$$F^2(t) = F_0^2\delta(t) + F_1^2\delta(t-\tau) \tag{59}$$

$$S^2(t) = S_1^2\delta(t-\tau) + S_2^2\delta(t-2\tau) \tag{60}$$

donde S denota que un impulso es emitido con polarización paralela al eje lento del cristal, mientras F denota que un impulso es emitido con polarización paralela al eje rápido del cristal. El superíndice *2* significa que es la salida del segundo cristal del sistema. El subíndice se refiere al tiempo de ocurrencia del impulso. El primer impulso, emitido en $t = 0$, tiene el subíndice *0*, los siguientes dos impulsos emitidos cuando $t = \tau$, tienen el subíndice *1*.

La función de transferencia deseada y su correspondiente tren de impulsos son denotados por $C(\Gamma)$ y C_i , respectivamente. Existe además una componente ortogonal la cual es eliminada por el polarizador de salida. Esta señal y su correspondiente tren de impulsos son denotados por $D(\Gamma)$ y D_i. Finalmente, el área del impulso incidente en el primer cristal del sistema es I_0^0.

V.3. Procedimiento de diseño de un sistema óptico birrefringente

1. Se escoge la función de transmitancia deseada $C(\Gamma)$.
2. Se escoge un valor para I_0^0. La selección es arbitraria mientras I_0^0 sea mayor o igual a la máxima magnitud de $C(\Gamma)C^*(\Gamma)$.
3. Se calcula $D(\Gamma)$.
4. Se calculan los parámetros del sistema (ángulos de inclinación y retardamientos de los compensadores ópticos) .

V.3.1. Determinación de $C(\Gamma)$

Para el caso de un modulador de dos etapas, la función de transmitancia en amplitud sólo puede tener *3* términos en su serie exponencial,

$$
\begin{aligned}
C &= C_0 + C_1 e^{-i\Gamma} + C_2 e^{-2i\Gamma} \\
&= (a_0 + ib_0) + (a_1 + ib_1)e^{-i\Gamma} + (a_2 + ib_2)e^{-2i\Gamma} \\
&= a_0 + a_1 \cos(\Gamma) + b_1 sen(\Gamma) + a_2 \cos(2\Gamma) + b_2 sen(2\Gamma) + \\
& i[b_0 - a_1 sen(\Gamma) + b_1 \cos(\Gamma) - a_2 sen(2\Gamma) + b_2 \cos(2\Gamma)] \qquad (61)
\end{aligned}
$$

La transmitancia en intensidad correspondiente estará dada por:

$$T_C = C(\Gamma)C^*(\Gamma) = |C|^2$$

$$= 2(a_0a_2 + b_0b_2)\cos(2\Gamma) + 2(a_0b_2 - a_2b_0)sen(2\Gamma) +$$

$$2(a_0a_1 + a_1a_2 + b_0b_1 + b_1b_2)\cos(\Gamma) + 2(a_0b_1 - a_1(b_0 - b_2) - a_2b_1)sen(\Gamma) +$$

$$a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + b_0^2 + b_1^2 + b_2^2 \qquad (62)$$

la cual es una función del tipo :

$$Tc = P_1\cos(2\Gamma) + P_2sen(2\Gamma) + P_3\cos(\Gamma) + P_4sen(\Gamma) + DC \qquad (63)$$

Hay que buscar los valores de los parámetros a_i, b_i tal que $|C|^2$ tenga una región lineal.

V.3.1.1. Método *MLI* (Maximally Linear Aproximation)

En este método se considera que se aplica un voltaje de modulación cosenoidal, esto es, el retardamiento inducido es de la forma :

$$\Gamma = V_\theta \cos(\omega t) \qquad (64)$$

sustituyendo este valor en la ecuación de (62) se obtiene :

$$|C|^2 = A_2\cos(2V_\theta\cos(\omega t)) + B_2sen(2V_\theta\cos(\omega t)) +$$

$$A_1\cos(V_\theta\cos(\omega t)) + B_1sen(V_\theta\cos(\omega t)) + A_0 \qquad (65)$$

donde,

$$A_2 = 2(a_0 a_2 + b_0 b_2)$$

$$B_2 = 2(a_0 b_2 - a_2 b_0)$$

$$A_1 = 2(a_0 a_1 + a_1 a_2 + b_0 b_1 + b_1 b_2)$$

$$B_1 = 2(a_0 b_1 - a_1(b_0 - b_2) - a_2 b_1)$$

$$A_0 = a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 + b_0^2 + b_1^2 + b_2^2$$

Tomando en cuenta que,

$$\cos(z\cos(\theta)) = J_0(z) + 2\sum_{k=1}^{\infty}(-1)^k J_{2k}(z)\cos(2k\theta) \tag{66}$$

$$\cos(z sen(\theta)) = 2\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k J_{2k+1}(z)\cos((2k+1)\theta) \tag{67}$$

donde $J_k(z)$ es una función Bessel de primera clase y orden n, entonces obtenemos :

$$|C|^2 = \{A_0 J_0(V_\theta) + A_1 J_0(V_\theta)\} + \{A_0 J_0(V_\theta) + A_1 J_0(V_\theta)\}\cos(2\omega t) + \ldots \tag{68}$$

esta ecuación a su vez, podemos expresarla en una serie de potencias. Para ello, consideramos la siguiente identidad :

$$J_n(z) = \left[\frac{z}{2}\right]^n \sum \frac{z^k}{n+k} \tag{69}$$

entonces, la ecuación para $|C|^2$ queda :

$$|C|^2 = Q_0 + Q_1\cos(\omega) + Q_2\cos(2\omega) + Q_3\cos(3\omega) \tag{70}$$

donde,

$$Q_0 = \mu_{00} m_0 V_\theta^0 - \mu_{20} m_2 V_\theta^2 + \mu_{40} m_4 V_\theta^4 - \mu_{60} m_6 V_\theta^6$$

$$Q_1 = \mu_{11} m_1 V_\theta - \mu_{31} m_3 V_\theta^3 + \mu_{51} m_5 V_\theta^5 - \mu_{71} m_7 V_\theta^7$$

$$Q_2 = -\mu_{22} m_2 V_\theta^2 + \mu_{42} m_4 V_\theta^4 - \mu_{62} m_6 V_\theta^6$$

$$Q_3 = -\mu_{33} m_3 V_\theta^3 + \mu_{53} m_5 V_\theta^5 - \mu_{73} m_7 V_\theta^7 \qquad (71)$$

los valores de m están dados por :

$$m_0 = a_0^2 + b_0^2 + (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 + 2(a_0(a_1 + a_2) + b_0(b_1 + b_2))$$

$$m_1 = a_0(b_1 + 2b_2) + a_1(b_2 - b_0) - a_2(2b_0 + b_1)$$

$$m_2 = a_0(a_1 + 4a_2) + a_1 a_2 + b_0(b_1 + 4b_2) + b_1 b_2$$

$$m_3 = a_0(b_1 + 8b_2) + a_1(b_2 - b_0) - a_2(8b_0 + b_1)$$

$$m_4 = a_0(a_1 + 16a_2) + a_1 a_2 + b_0(b_1 + 16b_2) + b_1 b_2$$

$$m_5 = a_0(b_1 + 32b_2) + a_1(b_2 - b_0) - a_2(32b_0 + b_1)$$

$$m_6 = a_0(a_1 + 64a_2) + a_1 a_2 + b_0(b_1 + 64b_2) + b_1 b_2$$

$$m_7 = a_0(b_1 + 128b_2) + a_1(b_2 - b_0) - a_2(128b_0 + b_1) \qquad (72)$$

y los coeficientes μ tienen los siguientes valores numéricos :

$$\mu_{00} = 1\ ,\ \mu_{40} = \frac{1}{32},\ \mu_{60} = \frac{1}{1152},\ \mu_{11} = 2,\ \mu_{31} = \frac{1}{4},\ \mu_{51} = \frac{1}{96},\ \mu_{71} = \frac{1}{4608}$$

$$\mu_{22} = \frac{1}{2},\ \mu_{42} = \frac{1}{24},\ \mu_{62} = \frac{1}{768},\ \mu_{33} = \frac{1}{12},\ \mu_{53} = \frac{1}{192},\ \mu_{73} = \frac{1}{7680}$$

Entonces, si mediante algún método numérico encontramos los valores de las a_i, b_i que cumplan con :

$$m2 \approx m3 \approx m4 \approx m5 \approx m6 \approx m7 \approx 0$$

obtendremos una función $|C|^2$ con una región lineal.

V.3.1.2. Determinación de $C(\Gamma)$ por el método de la serie de Taylor

Una forma más directa de obtener $|C(\Gamma)|^2$, es expandiendo dicha función en series de Taylor, y tratar de minimizar los coeficientes de orden superior de la serie.

En nuestro caso (dos cristales birrefringentes), la serie de Taylor de $|C(\Gamma)|^2$ para Γ, está dada por :

$$|C(\Gamma)|^2 = \left\{(a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 + b_0(b_0 + 2(b_1 + b_2))^2\right\} +$$

$$\{4\Gamma(a_0(b_1 + 2b_2) + a_1(b_2 - b_0) - a_2(2b_0 + b_1))\} -$$

$$\left\{\Gamma^2(a_0(a_1 + 4a_2) + a_1a_2 + b_0(b_1 + 4b_2) + b_1b_2)\right\} -$$

$$\left\{\frac{2}{3}\Gamma^3(a_0(b_1 + 8b_2) + a_1(b_2 - b_0) - a_2(8b_0 + b_1))\right\} +$$

$$\left\{\frac{1}{12}\Gamma^4(a_0(a_1 + 16a_2) + a_1a_2 + b_0(b_1 + 16b_2) + b_1b_2)\right\} +$$

$$\left\{\frac{1}{30}\Gamma^5(a_0(b_1 + 32b_2) + a_1(b_2 - b_0) - a_2(32b_0 + b_1))\right\} -$$

$$\left\{\frac{1}{360}\Gamma^6\left(a_0\left(a_1+64a_2\right)+a_1a_2+b_0\left(b_1+64b_2\right)+b_1b_2\right)\right\}-$$

$$\left\{\frac{1}{1260}\Gamma^7\left(a_0\left(b_1+128b_2\right)+a_1\left(b_2-b_0\right)-a_2\left(128b_0+b_1\right)\right)\right\}+$$

$$\left\{\frac{1}{20160}\Gamma^8\left(a_0\left(a_1+256a_2\right)+a_1a_2+b_0\left(b_1+256b_2\right)+b_1b_2\right)\right\}+$$

$$\left\{\frac{1}{90720}\Gamma^9\left(a_0\left(b_1+512b_2\right)+a_1\left(b_2-b_0\right)-a_2\left(512b_0+b_1\right)\right)\right\} \tag{73}$$

Los valores de las a_i, b_i que minimizan las contribuciones de los términos de orden superior de la serie de Taylor son :

$$\begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.029587 \\ 0.317826 \\ 0.416685 \\ 0.036509 \\ -0.372531 \\ 0.280814 \end{bmatrix} \tag{74}$$

y son también (aproximadamente) los mismos valores que se obtienen mediante el método *MLI*. En el caso de dos moduladores, el presente método y el método *MLI* nos dan prácticamente el mismo resultado, pero se puede demostrar, que para *3* ó más moduladores, las ecuaciones que contienen las a_i, b_i en el método *MLI* y en el método de la serie de Taylor son diferentes.

V.3.2. Obtención de $D(\Gamma)$

Una vez elegida la función de amplitud de transmitancia deseada $C(\Gamma)$ y el valor para I_0^0 (normalmente se normaliza $I_0^0 = 1$), se calcula $D(\Gamma)D^*(\Gamma)$ mediante la siguiente ecuación:

$$C(\Gamma)C^*(\Gamma)+D(\Gamma)D^*(\Gamma)=\left(I_0^0\right)^2 \tag{75}$$

Se calcula $D(\Gamma)$ a partir de :

$$|D(\Gamma)|^2 = D(\Gamma)D^*(\Gamma)=\left(I_0^0\right)^2 - C(\Gamma)C^*(\Gamma)$$

$$= A_n e^{in\Gamma} + A_{n-1}e^{i(n-1)\Gamma} + \ldots + A_1 e^{i\Gamma} + A_0 + A_1^* e^{-i\Gamma} + \ldots + A_{n-1}^* e^{i(n-1)\Gamma} + A_n^* e^{-in\Gamma} \tag{76}$$

Mediante un cambio de variable $x = e^{-i\Gamma}$, e invirtiendo el orden de los términos, la ecuación (76) queda :

$$|D(\omega)|^2 = A_n^* x^n + A_{n-1}^* x^{n-1} + \ldots + A_1^* x + A_0 + A_1 x^{-1} + \ldots + A_{n-1}x^{-(n-1)} + A_n x^{-n} \tag{77}$$

Asumiendo que x_1 es una raíz de la ecuación (77), entonces,

$$A_n^* x_1^n + A_{n-1}^* x_1^{n-1} + \ldots + A_1^* x_1 + A_0 + A_1 x_1^{-1} + \ldots + A_{n-1}x_1^{-(n-1)} + A_n x_1^{-n} = 0 \tag{78}$$

Tomando el complejo conjugado de la ecuación (78) se obtiene,

$$A_n^*\left(x_1^*\right)^n + A_{n-1}^*\left(x_1^*\right)^{n-1} + \ldots + A_1^* x_1^* + A_0 + A_1\left(x_1^*\right)^{-1} + \ldots + A_{n-1}\left(x_1^*\right)^{-(n-1)} + A_n\left(x_1^*\right)^{-n} = 0 \tag{79}$$

La ecuación (79) puede ser escrita de la siguiente manera :

$$A_n^*\left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{-n} + A_{n-1}^*\left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{-(n-1)} + \ldots + A_1^*\left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{-1} + A_0^* + A_1\left(\frac{1}{x_1^*}\right) + \ldots +$$

$$A_{n-1}\left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{n-1} + A_n\left(\frac{1}{x_1^*}\right)^{n} = 0 \tag{80}$$

Es posible observar que los coeficientes de la variable x_1 en la ecuación (78), son iguales a los coeficientes de la variable $1/x_1^*$ en la ecuación (80). Por lo tanto, si x_1^* es una raíz de (78) entonces $1/x_1^*$ también lo es. Una de estas raíces es asociada con $D(x)$ y la otra con $D^*(x)$. Entonces se asocia la mitad de las raíces de la ecuación (78) con $D(x)$ y la otra mitad con $D^*(x)$. $D(x)$ (y por lo tanto $D(\Gamma)$) puede ser construido mediante el conocimiento de estas raíces.

Para sintetizar, se escribe $|D(\Gamma)|^2$ en la forma de la ecuación (77) en donde A_i posee un valor complejo. Luego, la ecuación,

$$A_n^* x_1^n + A_{n-1}^* x_1^{n-1} + \ldots + A_1^* x_1 + A_0 + A_1 x_1^{-1} + \ldots\ A_{n-1} x_1^{-(n-1)} + A_n x_1^{-n} = 0 \tag{81}$$

se resuelve numéricamente para encontrar las *2n* raíces de esta ecuación. Estas raíces siempre existen en pares de la forma :

$$x_1, \quad 1/x_1^*,$$

$$x_2, \quad 1/x_2^*,$$

$$x_3, \quad 1/x_3^*,$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$x_n, \quad 1/x_n^*, \tag{82}$$

Es posible construir diferentes polinomios usando una raíz de cada renglón de (82) tal que cada diferente ecuación produciría una diferente $D(\Gamma)$. Una ecuación posible es :

$$(x-x_1)(x-x_2)\left(x-1/x_3^*\right)\ldots\left(x-1/x_n^*\right)=x^n+d_{n-1}x^{n-1}+\ldots+d_2x^2+d_1x+d_0 \tag{83}$$

Los valores de D_i son proporcionales a d_i por un factor H, donde H es en general un número complejo. Escribiendo H en la forma $H=|H|e^{i\varsigma}$ se obtiene :

$$D_0=|H|e^{i\varsigma}d_0=e^{i\varsigma}D_0^{'}$$

$$D_1=|H|e^{i\varsigma}d_1=e^{i\varsigma}D_1^{'}$$

$$\vdots$$

$$D_n=|H|e^{i\varsigma}d_n=e^{i\varsigma}D_n^{'} \tag{84}$$

donde $D_i^{'}=|H|d_i$

La necesidad de que H tome un valor complejo puede notarse al ver que $D(\Gamma)$ es una solución para la ecuación (84), y entonces $e^{i\varsigma}D(\Gamma)$ es también una solución.

El valor de H se calcula mediante la siguiente ecuación:

$$|H|^2\left[d_0d_0^* + d_1d_1^* + \ldots + d_{n-1}d_{0n-1}^* + 1\right] = A_0 \tag{85}$$

Para calcular el ángulo de fase ζ, se tiene la información adicional de que F_0^n debe ser un valor real. Entonces, el valor de $D(\Gamma)$ sería:

$$D(\Gamma) = e^{i\varsigma}\left[D_0^{'} + D_1^{'}e^{-i\tau\varsigma} + D_2^{'}e^{-2i\tau\varsigma} + \ldots + D_{n-1}^{'}e^{-i(n-1)\tau\varsigma} + D_n^{'}e^{-in\tau\varsigma}\right]$$

$$= D_0 + D_1e^{-i\tau\varsigma} + D_2e^{-2i\tau\varsigma} + \ldots + D_{n-1}e^{-i(n-1)\tau\varsigma} + D_ne^{-in\tau\varsigma} \tag{86}$$

Realizando este procedimiento para nuestro caso (*2* moduladores) se tiene que :

do = 0.0105460321-6.2242267725i

d1 = 5.3363303006-0.8562016708i

d2 = 1

$|H| = 0.0851699071$ (87)

V.3.3. Cálculo de los parámetros del modulador

Para simplificar el análisis, es conveniente trabajar con los valores de las inclinaciones relativas entre cada componente de polarización, de la siguiente manera :

$$\begin{aligned}\theta_1 &= \Psi_1 \\ \theta_2 &= \Psi_2 - \Psi_1 \\ \theta_a &= \Psi_a - \Psi_2\end{aligned} \tag{88}$$

En la siguiente figura se muestran los ejes principales de los cristales y del analizador respecto de los ejes de referencia del laboratorio.

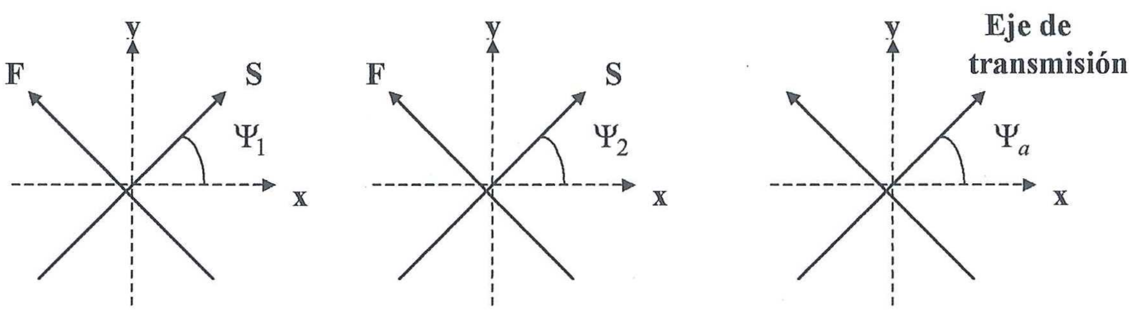


Fig. 41. Relación angular del eje lento de los cristales y del analizador respecto a los ejes de referencia del laboratorio.

Para relacionar los valores de entrada (F_i^n y S_i^n) con los valores de salida (C_i y D_i) del último compensador se utiliza la siguiente ecuación:

$$\begin{bmatrix} F_i^n \\ S_i^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \exp(i\Gamma_A)\cdot sen\theta_A & -\cos\theta_A \\ \exp(i\Gamma_A)\cdot\cos\theta_A & sen\theta_A \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_i \\ e^{i\varsigma}D_i^{'} \end{bmatrix} \tag{89}$$

donde θ_a es el ángulo relativo de fase del analizador, y Γ_a es el retardamiento de un compensador colocado después del analizador. Físicamente no es necesario colocar este último retardador, pero se utiliza como un elemento auxiliar para realizar los cálculos algebraicos.

Para determinar los valores de ς, θ_a y Γ_a se resuelven tres ecuaciones simultáneas. La primera de estas ecuaciones es obtenida notando que el primer impulso que emerge de la última etapa debe tener un área real. Esto es equivalente a decir que F_0^n debe ser un valor real, ya que la luz que pasa en la dirección de S es operada por el término $e^{-i\Gamma}$ mientras que la luz polarizada en la dirección de F es operada por un valor real unitario. De la ecuación (89) se obtiene :

$$F_0^n = \exp(i\Gamma_a)\cdot(sen\theta_a)\cdot C_0 - e^{i\varsigma}\cdot(\cos\theta_a)\cdot D_0' \qquad (90)$$

Igualando la parte imaginaria y real de cada lado de la ecuación anterior se obtiene la primera de las *3* ecuaciones deseadas:

$$0 = sen\theta_a\left[\mathrm{Im}(C_0)\cos\Gamma_a + \mathrm{Re}(C_0)sen\Gamma_a\right] - \cos\theta_a\left[\mathrm{Im}(D_0')\cos\varsigma + \mathrm{Re}(D_0')sen\varsigma\right] \qquad (91)$$

donde *Im* y *Re* denotan la parte imaginaria y la parte real de la cantidad en cuestión.

Considerando que el primer y el último impulso deben estar polarizados en la dirección del eje rápido y lento respectivamente se tiene lo siguiente:

$$F_n^n = S_0^n = 0 \tag{92}$$

utilizando lo anterior y la ecuación (89) se tiene que:

$$\exp[i(\Gamma_a - \varsigma)] \cdot \tan(\theta_a) = D_n^{'} / C_n \tag{93}$$

$$\exp[-i(\Gamma_a - \varsigma)] \cdot \tan(\theta_a) = C_0 / D_0^{'} \tag{94}$$

tomando el complejo conjugado de ambos lados de la ecuación (94) se obtiene:

$$\exp[i(\Gamma_a - \varsigma)] \cdot \tan(\theta_a) = -\left(C_0^* / D_0^{'*} \right) \tag{95}$$

combinando esta ecuación con la ecuación (93), se obtiene:

$$C_0^* C_n + D_0^{'*} D_n^{'} = 0 \tag{96}$$

esta relación debe ser cierta si ecuaciones (93) y (94) se satisfacen simultáneamente.

Notando que $D_i^{'} = e^{-i\varsigma} D_i$ es posible escribir (95) de la siguiente manera:

$$C_0^* C_n + D_0^* D_n = 0 \tag{97}$$

y la ecuación (97) siempre se cumple debido a la conservación de la energía del sistema.

Ya que C_i y $D_i^{'}$ son números complejos, es posible escribir (97) de la siguiente manera :

$$\exp[i(\Gamma_a - \varsigma)] \cdot \tan(\theta_a) = \left| D_n^{'} / C_n \right| \exp(i\Theta_a) \tag{98}$$

De la ecuación (98) es posible calcular el ángulo de rotación θ_a del polarizador de salida tal que:

$$\tan(\theta_a) = \left| D_n^{'} / C_n \right| \tag{99}$$

Mediante otras manipulaciones es posible obtener utilizando las ecuaciones (92), (93) y (94) el valor del retardamiento de fase Γ_a del compensador óptico final y el valor de ς.

$$\tan(\Gamma_a) = -\operatorname{Im}(C_0) / \operatorname{Re}(C_0) \tag{100}$$

$$\varsigma = \Gamma_a - \Theta_a \tag{101}$$

Habiendo determinado Θ_a, Γ_a y ς, es posible sustituir estos valores en la ecuación (89) para obtener F_i^n y S_i^n en cada etapa del sistema óptico.

En la primera etapa se tiene :

$$\begin{bmatrix} F_0^1 \\ S_1^1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -sen\theta_1 \\ \exp(i\Gamma_1)\cdot\cos\theta_1 \end{bmatrix} \left[I_0^0 \right] \tag{102}$$

En la segunda etapa del sistema óptico se tiene :

$$\begin{bmatrix} F_0^2 \\ F_1^2 \\ S_1^2 \\ S_2^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta_2 & 0 \\ 0 & sen\theta_2 \\ \exp(-i\Gamma_2)\cdot sen\theta_2 & 0 \\ 0 & \exp(-i\Gamma_2)\cdot\cos\theta_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0^1 \\ S_1^1 \end{bmatrix} \tag{103}$$

Con la ecuación (103) se tiene la relación entre la entrada y la salida de la última etapa del sistema. En nuestro caso, conocemos la salida pero desconocemos los valores para θ_n, Γ_n, y el valor de entrada. La entrada que produce la salida deseada cumple la siguiente relación :

$$\exp[i(\Gamma_n)]\cdot\tan(\theta_n) = -F_{n-1}^n / S_n^n = \left| F_{n-1}^n / S_n^n \right| \exp(i\Theta_A) \tag{104}$$

y

$$F_0^{n*}F_{n-1}^n + S_1^{n*}S_n^n = 0 \tag{105}$$

La ecuación (104) se satisface escogiendo propiamente los valores para θ_n, Γ_n, mientras (105) se cumple automáticamente por la condición de la conservación de la energía.

Conociendo los valores de θ_n, Γ_n es posible calcular los valores de entrada de la última etapa del sistema óptico, la cual es por supuesto, la salida de la primera etapa del sistema; entonces se repite el procedimiento descrito para el cálculo de $\theta_{n-1}, \Gamma_{n-1}$ y su valor de entrada, para así efectuar el procedimiento sucesivamente.

Los valores obtenidos en nuestro caso son:

$$\begin{bmatrix} \Psi_1 = & 46^o \\ \Psi_2 = & 87^o \\ \Psi_a = & 96^o \\ \Gamma_{DC1} = & 91^o \\ \Gamma_{DC2} = & 180^o \end{bmatrix} \tag{106}$$

Con estos valores teóricos la gráfica de la función de transmitancia es la siguiente :

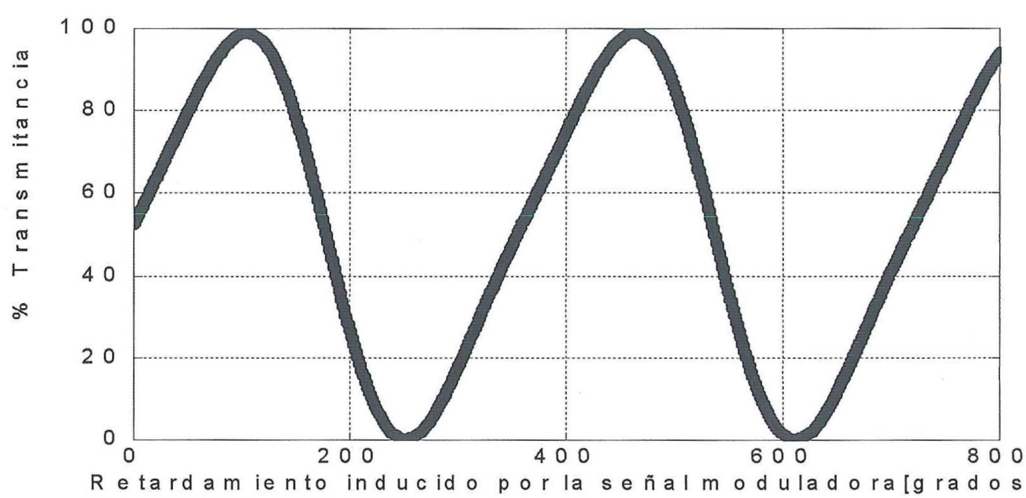


Fig. 42. Función de transmitancia del modulador de polarización de dos etapas.

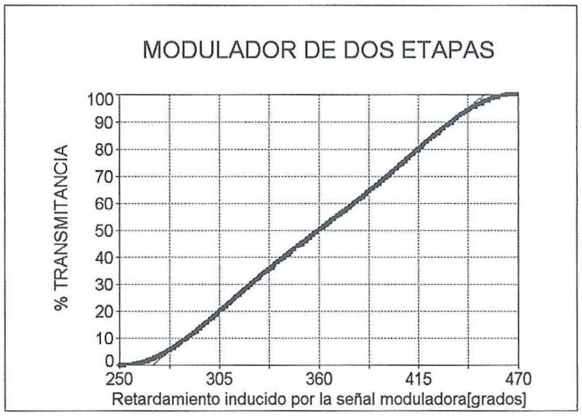


Fig. 43. Comparación de la función de transmitancia del modulador y una función lineal.

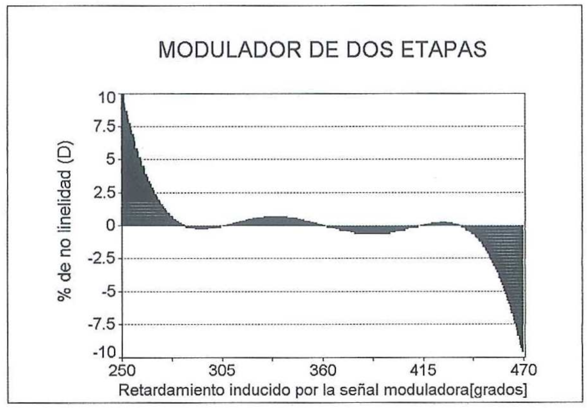


Fig. 44. Diferencia entre la función de transmitancia del modulador y una función lineal.

En la figura 43 se muestra la gráfica de la función de transmitancia T, a la cual se le ha ajustado una línea recta T_L alrededor de su región más lineal, esto es alrededor del punto de operación Q (*50%* de transmisión). También se ha graficado la diferencia $D = T - T_L$, la cual nos da una medida de la desviación no lineal de la función de transmitancia.

A continuación se muestran variaciones de la función de transmitancia cuando se varían los valores de los parámetros Ψ_a, Ψ_1, Ψ_2, Γ_{DC1}, Γ_{DC2}.

Para Ψ_a,

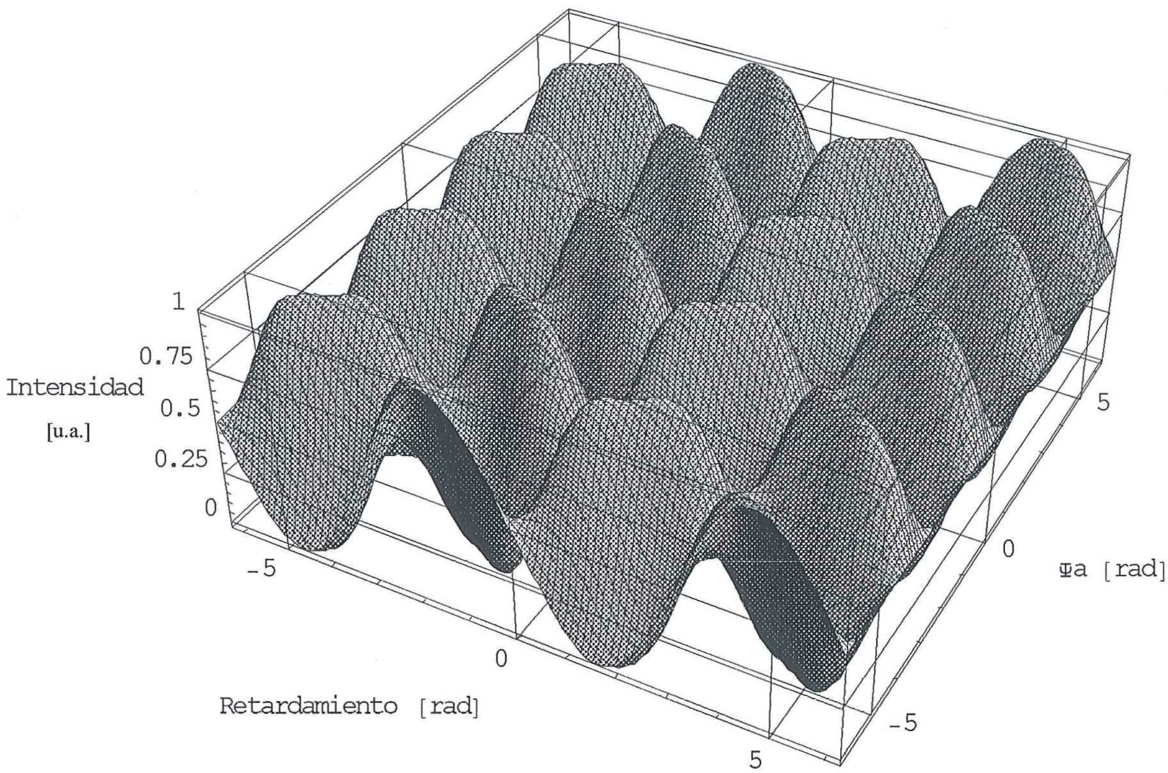


Fig. 45. Variación de la función de transmitancia conforme el parámetro Ψ_a.

Para Ψ_1,

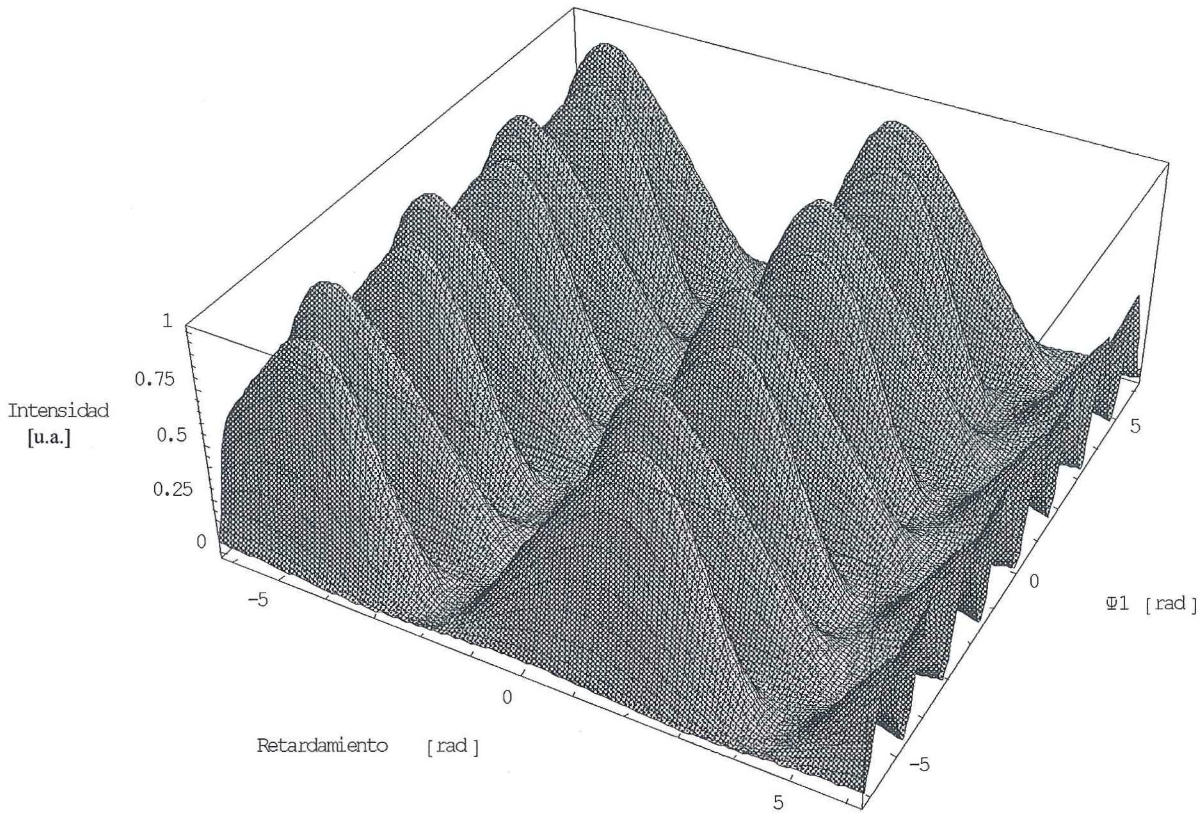


Fig. 46. Variación de la función de transmitancia conforme el parámetro Ψ_1.

Para Ψ_2,

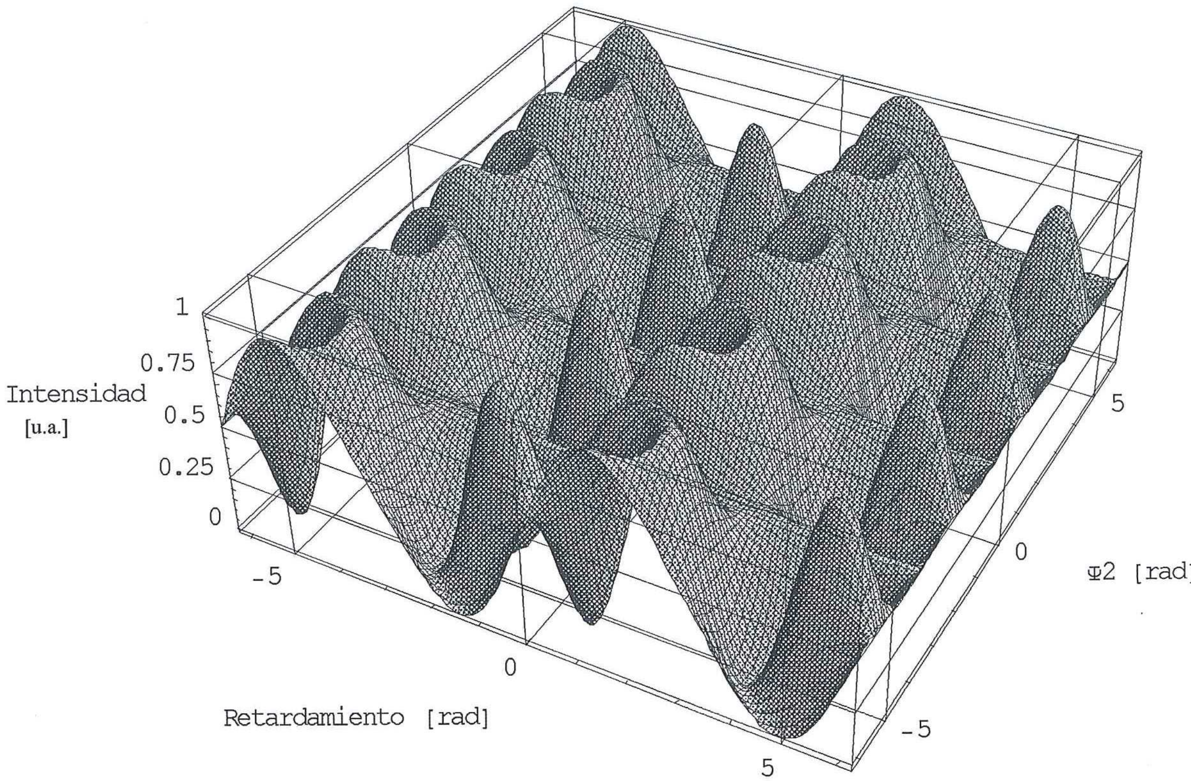


Fig. 47. Variación de la función de transmitancia conforme el parámetro Ψ_2.

Para Γ_{DC1},

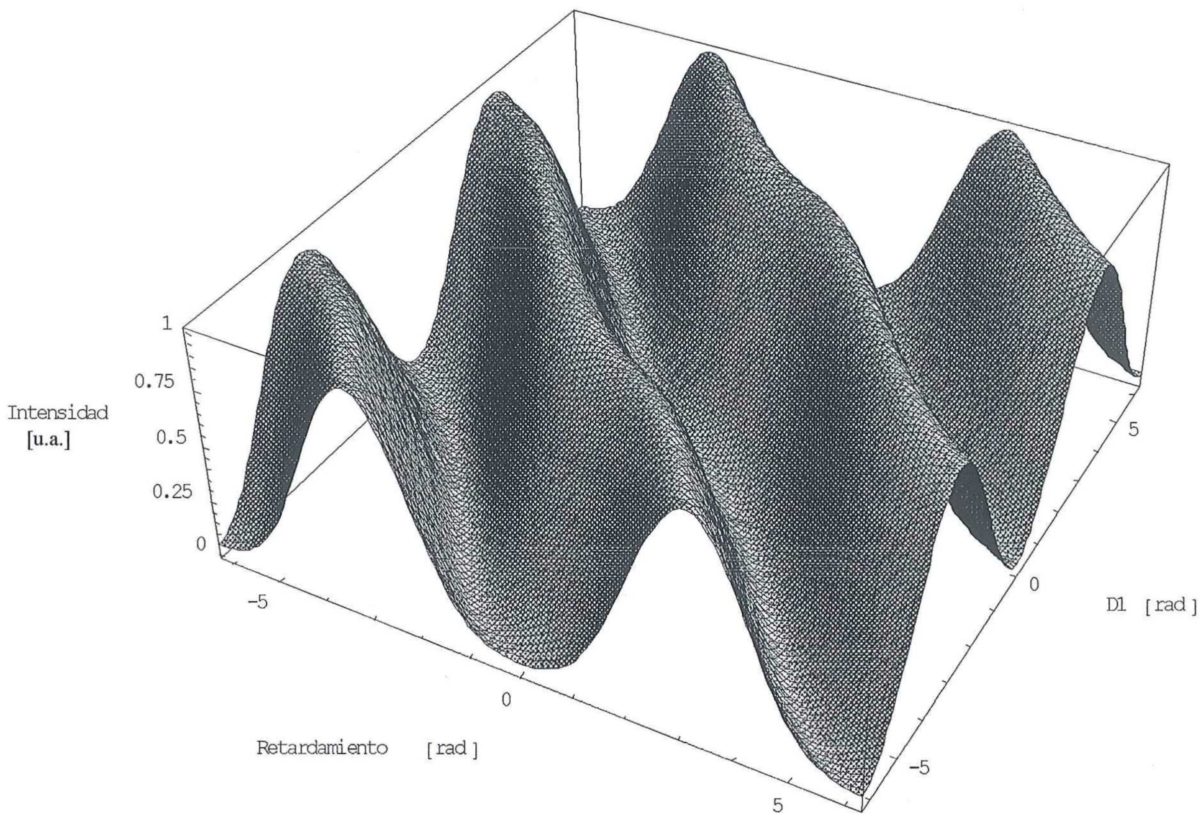


Fig. 48. Variación de la función de transmitancia conforme el parámetro Γ_{DC1}.

Para Γ_{DC2}

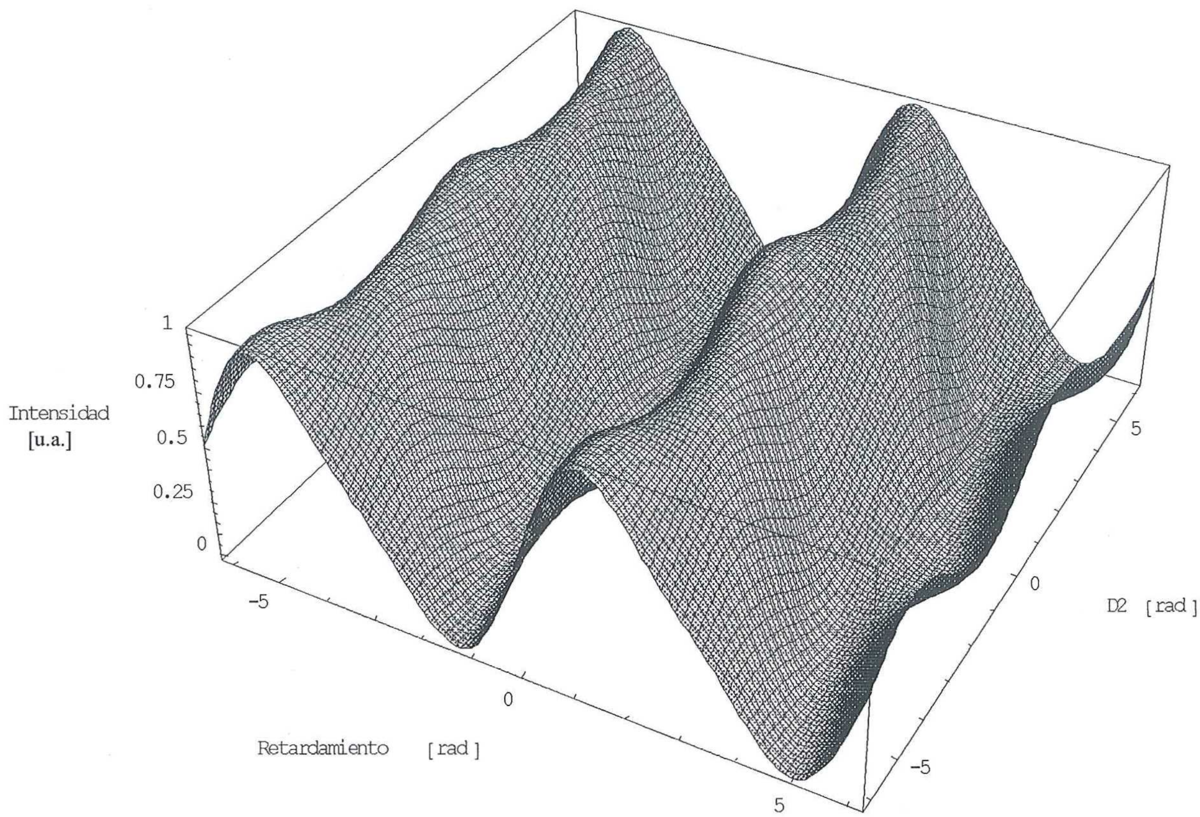


Fig. 49. Variación de la función de transmitacia conforme el parámetro Γ_{DC2}.

V.3.4. Resultados experimentales

Se obtuvieron los siguientes resultados experimentales. El modulador diseñado presenta la siguiente gráfica (teórica y experimental) para su curva de transmitancia. Se obtuvieron diferentes valores de intensidades luminosas de salida.

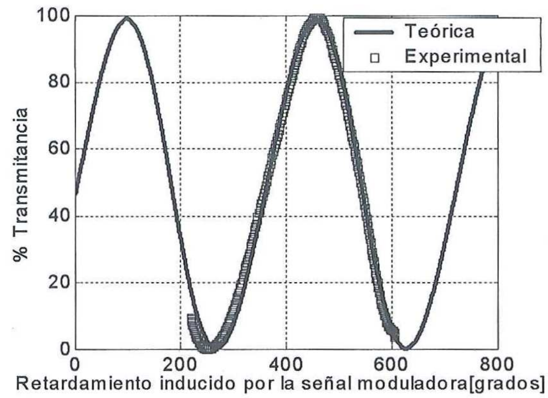


Fig. 50. Función de transmitancia del modulador de polarización de dos etapas. $\Psi_A = 90° \pm 0.5°$; $\Psi_1 = 41° \pm 0.5°$; $\Psi_2 = 86° \pm 0.5°$; $\Gamma_{DC1} = 87° \pm 0.5°$; $\Gamma_{DC2} = 185° \pm 0.5°$.

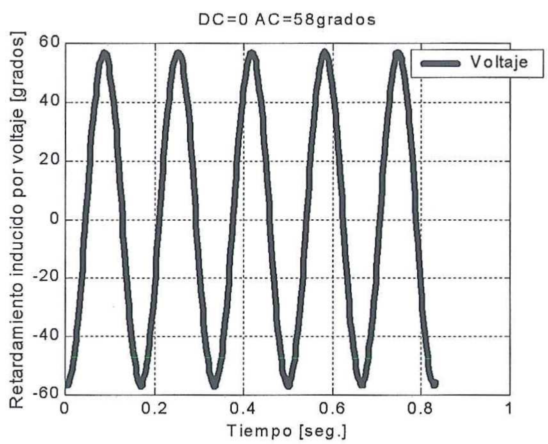


Fig. 51. Señal de voltaje de modulación.

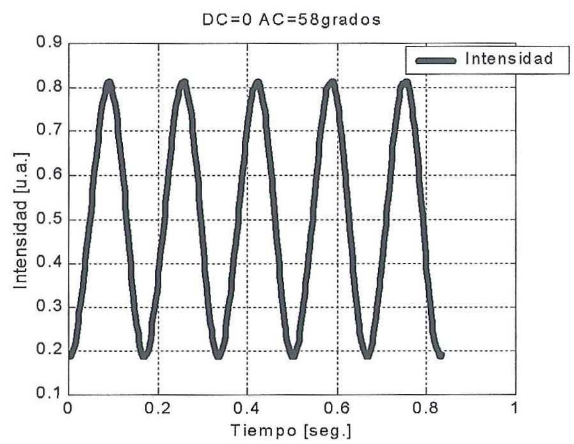


Fig. 52. Señal de intensidad modulada.

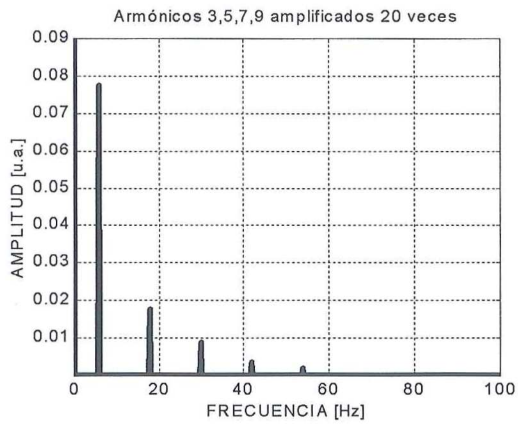


Fig. 53. Espectro de la señal de intensidad modulada, AC=58 grados. Distorsión=1.2%

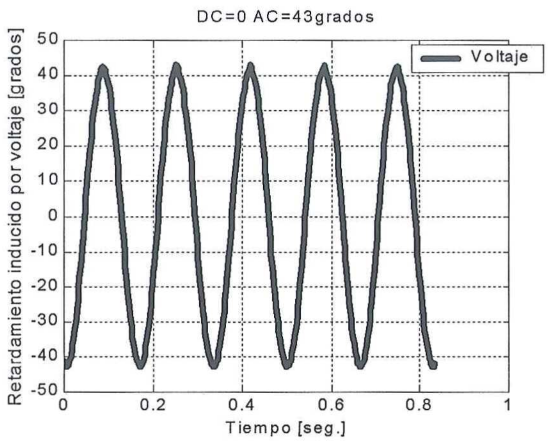


Fig. 54. Señal de voltaje de modulación.

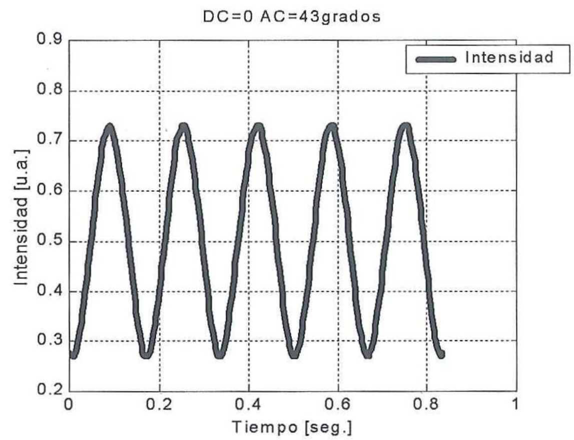


Fig. 55. Señal de intensidad modulada.

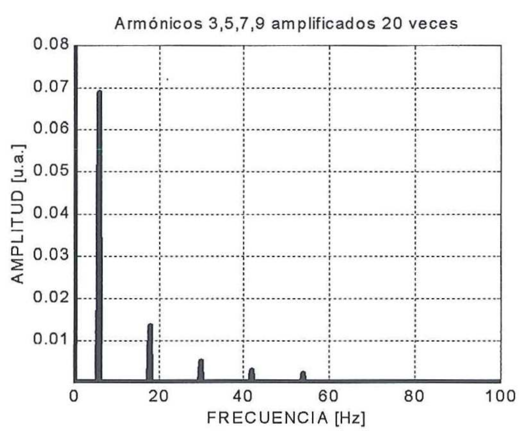


Fig. 56. Espectro de la señal de intensidad modulada, AC=43 grados. Distorsión=1.1%

Se hicieron mediciones de la función de transmitancia, para diferentes orientaciones de las componentes ópticas, para compararlas con sus valores experimentales,

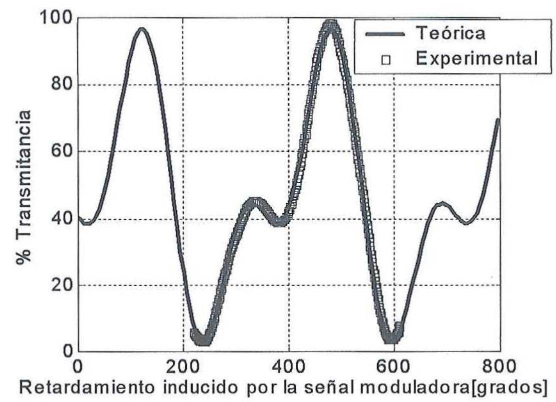


Fig. 57. Función de transmitancia del modulador de polarización de dos etapas con parámetros no óptimos.
Ψ_A=114°±0.5°; Ψ_1=47°±0.5°; Ψ_2=88°±0.5°; Γ_{DC1}=89°±0.5°; Γ_{DC2}=188°±0.5°

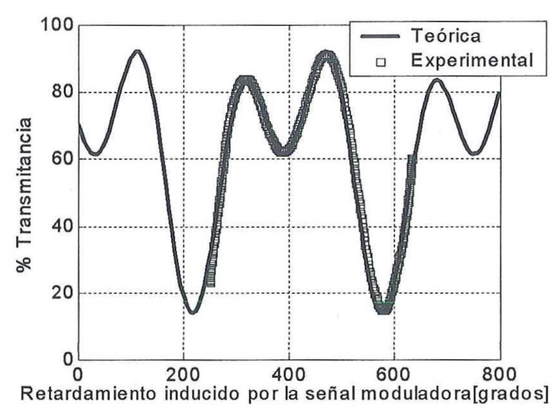


Fig. 58. Función de transmitancia del modulador de polarización de dos etapas con parámetros no óptimos.
Ψ_A =150°±0.5°; Ψ_1=63°±0.5°; Ψ_2=-143°±0.5°; Γ_{DC1}=93°±0.5°; Γ_{DC2}=17°±0.5°

VI . MODULADOR ELECTROÓPTICO DE 2 ETAPAS RETROALIMENTADO

VI.1. Descripción

El modulador de dos etapas del capítulo anterior muestra en su respuesta una región lineal la cual puede ser mejorada si se introduce una etapa de retroalimentación. El esquema de su montaje experimental se muestra en la figura 59.

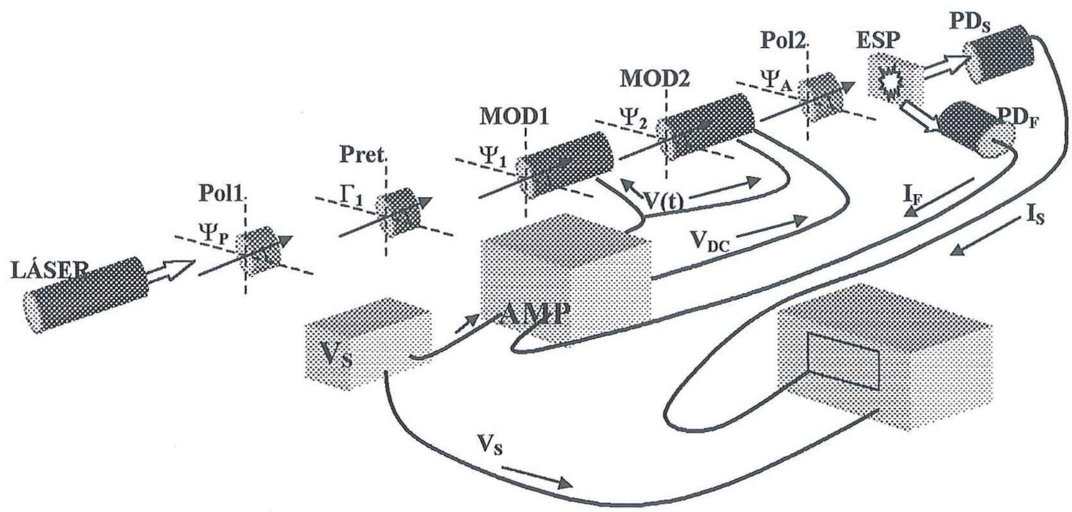


Fig. 59. Esquema del modulador de polarización de dos etapas retraoalimentado.

La función de transmitancia quedaría dada por la siguiente expresión :

$$T = \{-\cos(\Psi_a - 2\Psi_2 + 2\Psi_1) sen(0.5\Gamma_2 + \xi I_n) sen(0.5\Gamma_1 + \xi I_n) +$$

$$\cos(\Psi_a)\cos(0.5\Gamma_2 + \xi I_n)\cos(0.5\Gamma_1 + \xi I_n)\}^2 +$$

$$\{\cos(\Psi_a - 2\Psi_1)\cos(0.5\Gamma_2 + \xi I_n) sen(0.5\Gamma_1 + \xi I_n) +$$

$$\cos(\Psi_a - 2\Psi_2) sen(0.5\Gamma_2 + \xi I_n)\cos(0.5\Gamma_1 + \xi I_n)\}^2 \tag{107}$$

Las gráfica (teórica) de T para diferentes valores de retroalimentación ξ se muestran a continuación. A diferencia del modulador de Sagnac retroalimentado, la curva de transmitancia exhibe biestabilidad para $|\xi| > 1.3$.

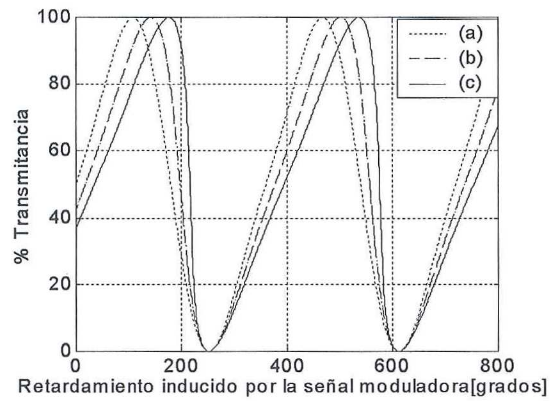


Fig. 60. Funciones de transmitancia para el modulador de polarización retroalimentado (a) ξ=0, (b) ξ=-0.6, (c) ξ=-1.2.

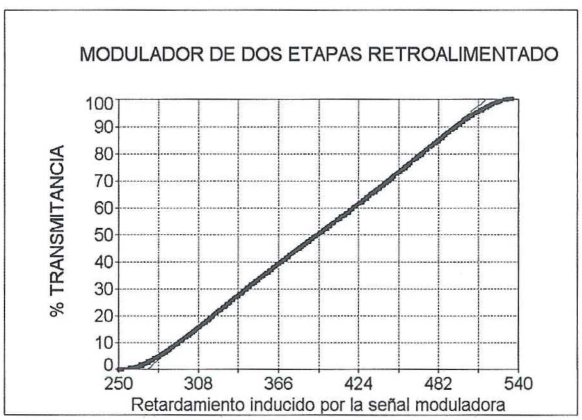


Fig. 61. Comparación entre la función de transmitancia del modulador con ξ=-1.2 y una función lineal.

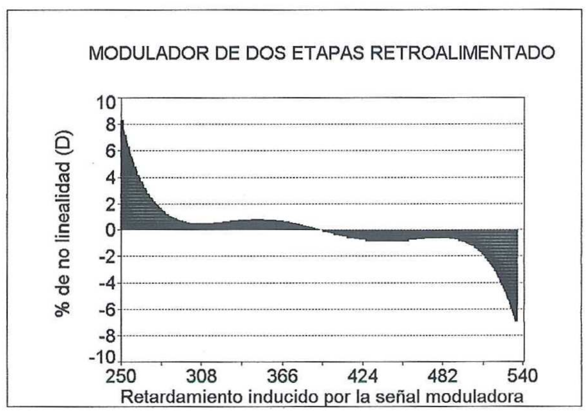


Fig. 62. Diferencia entre la función de transmitancia del modulador con ξ=-1.2 y una función lineal.

VI.2. Resultados experimentales

Se midió la curva de transmitancia para diferentes valores de retroalimentación.

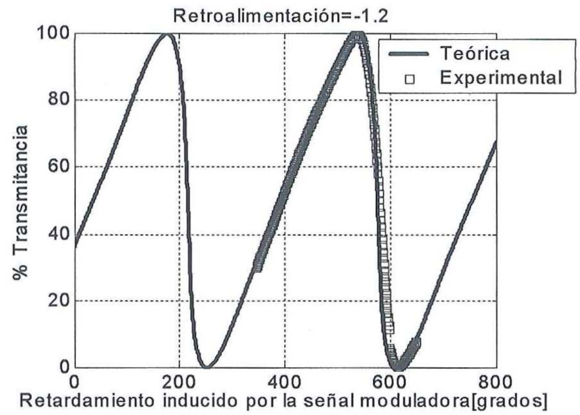


Fig. 63. Función de transmitancia del modulador de polarización de dos etapas retroalimentado, ξ = -1.2.

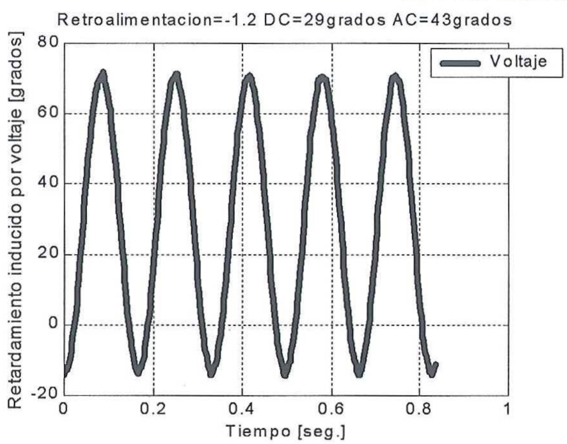


Fig. 64. Señal de voltaje de modulación, ξ = -1.2

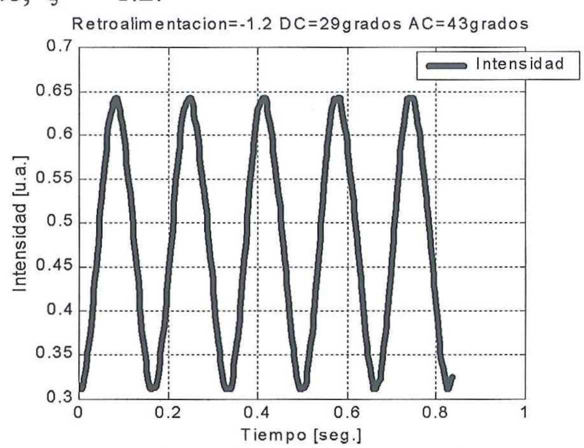


Fig. 65. Señal de intensidad modulada, ξ = -1.2

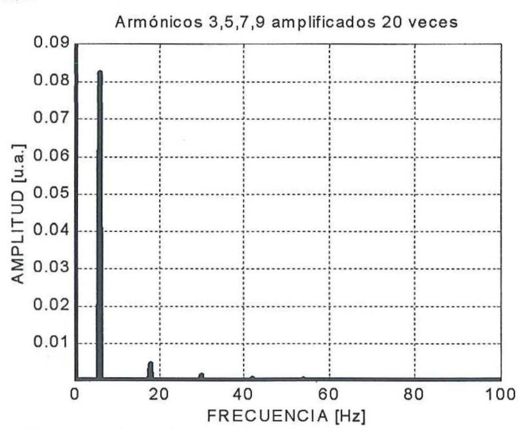


Fig. 66. Espectro de la señal de intensidad modulada, ξ = -1.2. Distorsión=0.4%

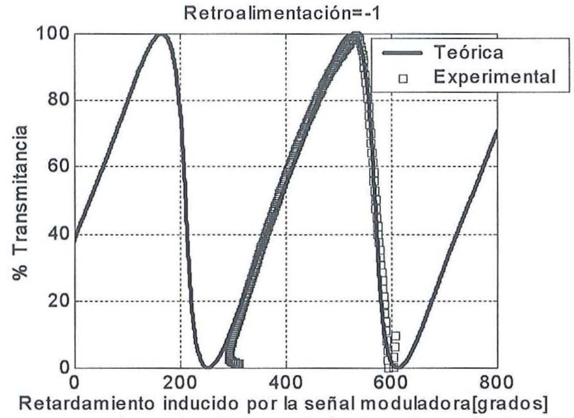


Fig. 67. Función de transmitancia del modulador de polarización de dos etapas retroalimentado, ξ = -1.

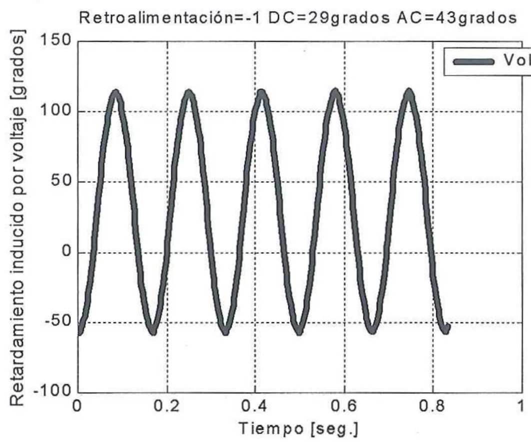


Fig. 68. Señal de voltaje de modulación, ξ = -1.

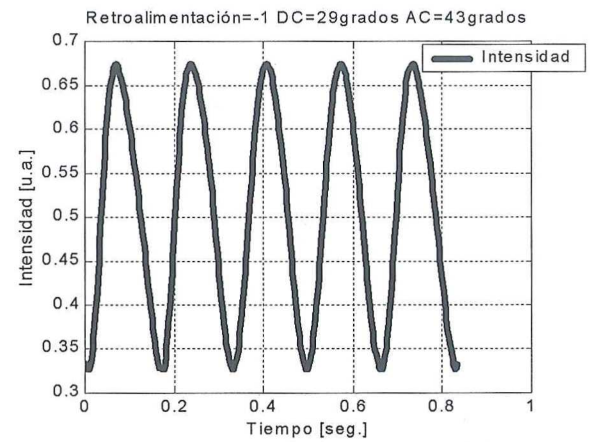


Fig. 69. Señal de intensidad modulada, ξ = -1

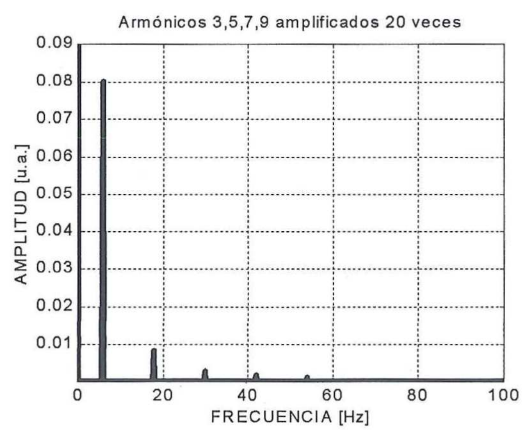


Fig. 70. Espectro de la señal de intensidad modulada, ξ = -1. Distorsión=0.62%

CONCLUSIONES

En este trabajo se propusieron un par de esquemas de modulación que permiten disminuir la distorsión de las señales moduladas, respecto a la distorsión que muestran los moduladores interferométricos de intensidad luminosa. Particularmente, los moduladores electroópticos de intensidad luminosa son útiles en sistemas de comunicaciones, en sistemas de escritura de información (microlitografía), en sensores ópticos, etc. Debido a que operan bajo un fenómeno de interferencia, su curva de transmitancia es no lineal. Esto no afecta mucho a los sistemas de modulación digital, pero limita el rango dinámico de transmitancia para sistemas de modulación analógica. En un sistema de comunicaciones se podría linealizar la señal modulada con circuitos digitales después del fotorreceptor. Sin embargo, en algunos sistemas de escritura (microlitografía), una vez modulada la señal, ésta no puede ser post-procesada, ya que a diferencia de un sistema de comunicaciones, la señal luminosa es directamente grabada en un material fotosensible. El problema de linealización ha sido estudiado en la literatura, pero las soluciones propuestas corresponden a dispositivos muy elaborados. Típicamente estas soluciones, consisten en un arreglo de *5* o más moduladores en serie. El objetivo propuesto para esta tesis, era el encontrar soluciones más simples y prácticas (complejidad del arreglo óptico y costo), utilizando principios ópticos. Este objetivo fue alcanzado satisfactoriamente, pues los esquemas propuestos son relativamente simples y fáciles de construir.

Se propusieron varios esquemas ópticos para disminuir la distorsión en la señal modulada de salida, y después de analizar sus características y facilidad de construcción, finalmente se decidió por dos arreglos ópticos: un modulador de Sagnac retroalimentado, y un modulador de dos etapas con retroalimentación.

Los aspectos comparativos más notables de estos moduladores son los siguientes:

1. Se encontró que la retroalimentación, en cualquiera de los dos moduladores propuestos, linealiza la curva de respuesta, y consecuentemente disminuye la distorsión de la señal óptica modulada de salida. La cantidad de disminución que se puede obtener en la distorsión, depende de la razón entre la señal moduladora y la señal de retroalimentación. Cabe mencionar que esta razón puede ajustarse fácilmente, mediante el uso de un amplificador electrónico convencional.

2. El modulador de Sagnac sin retroalimentación, tiene una curva de transmitancia similar a la del modulador convencional, esto es, opera con un rango de transmitancia máximo del *40%* operando con un *3%* de no linealidad. Al aplicar a este modulador un retardamiento inducido de 43^o de amplitud alrededor de su punto de operación, se obtuvo una distorsión del *2.2%*; distorsión que corresponde igualmente a la de un modulador convencional; sin embargo, el modulador Sagnac ofrece la ventaja de que no utiliza elementos de polarización, lo cual por un lado nos muestra que su operación es independiente del estado de polarización óptica de entrada, y por otro lado, esto hace su construcción física más sencilla. Una ventaja adicional de este esquema, es que bajo condiciones óptimas (contando con elementos que exhiban pocas pérdidas de radiación, etc.) se puede obtener a la

salida, casi el *100%* de la intensidad óptica de entrada, y su utilización es recomendable en sistemas de comunicaciones ópticas en donde la señales son guiadas en fibras que no preservan la polarización de la luz.

3. La retroalimentación óptima del modulador Sagnac es de $\xi=-1$; en este caso, con un retardamiento inducido de 43^o de amplitud modulándose alrededor del punto de operación del modulador, se obtuvo una distorsión del *0.6%*, lo cual corresponde, a una reducción del *72.7%* en la distorsión de la señal.

4. El modulador de Sagnac retroalimentado, además de ofrecer las mismas ventajas que el modulador Sagnac sin lazo de retroalimentación, adicionalmente, puede tener un rango de transmitancia superior al *70%* operando con un *3%* de no linealidad, superando así al modulador convencional.

5. Se encontró que la retroalimentación hace más lenta la respuesta del modulador, lo cual puede ser una desventaja si se piensa trabajar en muy altas frecuencias.

6. El modulador doble que se propone en esta tesis, aun sin retroalimentación, puede tener un rango dinámico del *50%* operando con un *3%* de no linealidad. Con este modulador, la distorsión de la señal modulada con un retardamiento inducido de 43^o de amplitud, fue del *1.1%*, lo cual representa una reducción de la distorsión de *50%*.

7. El modulador de dos etapas, al utilizar un lazo de retroalimentación aumenta la linealidad en su curva de respuesta, disminuyendo así la distorsión en la señal óptica modulada. La retroalimentación óptima de este modulador es $\xi=-1.2$, y así, puede tener un rango de transmitancia superior al *80%* en su curva de transmitancia operando con un *3%* de no linealidad. Con un retardamiento inducido de 43^o de amplitud modulándose alrededor del punto de operación de este modulador, se obtuvo *0.4%* de distorsión de la señal modulada. Los resultados obtenidos representan una reducción de hasta el *81.8%* de la distorsión.

8. El método de la serie de Taylor propuesto para la implementación de un sistema birrefringente como modulador lineal, resulta más conveniente que el método *MLA* propuesto en la literatura debido a su simplicidad.

9. Otros sistemas de modulación interferométrica pueden reducir aún más la distorsión de la señal de salida [Burns *et al*, 1995; Loayssa *et al*,1999; Lee *et al*,1998]; sin embargo, los moduladores propuestos en esta tesis superan a los anteriores en simplicidad de construcción. El modulador de dos etapas ofrece mejor linealidad en su respuesta en comparación al modulador Sagnac, pero el de Sagnac muestra una configuración más sencilla y fácil de realizar en el laboratorio.

10. Los resultados experimentales obtenidos en ambos casos, están en gran concordancia con las predicciones teóricas. El error experimental para las

mediciones del voltaje aplicado a cada modulador fue de $\pm 0.1\%$. Se calcularon los errores experimentales para ambos moduladores [Salazar, 2000], y se obtuvo que en el modulador Sagnac retroalimentado, el error experimental de la señal modulada es de $\pm 0.15\%$, mientras que en en el modulador de dos etapas retroalimentado el error experimental es de $\pm 1.1\%$. Los espectros de las señales moduladas tienen un error experimental promedio del 0.82%.

Las características comparativas de cada modulador propuesto son:

*Sagnac retroalimentado: es menos lineal, más sencillo, independiente de la polarización, permite más luz transmitida a la salida y mayor distorsión.

*De dos etapas retroalimentado: es más lineal, más elaborado, depende de la polarización, permite menos luz transmitida a la salida y menor distorsión.

Cabe mencionar que existe una reducción del voltaje de modulación de luz tanto en el modulador tipo Sagnac como en el modulador de polarización de dos etapas, cuando una señal proporcional a la salida óptica es retroalimentada al cristal modulador. El voltaje de media onda efectivo es reducido con el incremento de la ganancia de retroalimentación así como con el incremento de la señal óptica de salida. Sin embargo, el voltaje de media onda del cristal en sí, no es disminuido, ya que esta es una propiedad física de la malla cristalina del material (caracterizada por su tensor electroóptico) que no puede ser modificada simplemente por añadir más componentes ópticos (retardadores, polarizadores, etc.) al sistema de modulación. Mediante cualquiera de los dos dispositivos se consigue un incremento de la linealidad, ya que mediante la retroalimentación, la distorsión armónica es menor en comparación a la de un modulador electroóptico convencional para iguales amplitudes de la señal modulada.

REFERENCIAS

Ammann E. O., 1971, "Synthesis of optical birefringent networks" , en Progress in Optics IX, E. Wolf ed., North-Holland, Amsterdam, Cap. 4, pp 123-177.

Ammann E. O. y Yarborough J. M., 1967, "Birefringent Devices", NASA Rep. NAS8-20570 Silvana Electronic Systems, Mountain View Calif..

Ammann E. O. y Yarborough J. M. , 1968, "Synthesis of electrooptic modulators for amplitude modulation of light", IEEE J. Quantum Electro. QE-4, pp 209-221.

Birks T. A. y Morkel P., 1988, "Jones calculus analysis of single-mode fiber Sagnac reflector", Appl. Opt. 27, pp 3107-3113.

Burns W. K., 1995, "Linearized optical modulator with fifth order correction", Journal of lightwave Technology, 13, pp 1724-1727.

Dennis M.L., Duling III I. N., Burns W.K., 1996, "Inherently bias drift free amplitude modulator", Elect. Let. 32, pp 547-548.

Dennis M.L., Moeller R.P., Burns W.K., 1997, "Bias-drift-free intensity modulator for low-frecuency operation", CLEO'97 Proceedings, pp 54-55.

Fang X., Ji H., Pelz L. J., Demarest K. R., Allen C., 1997, "A DC to multigigabit/s polarization-independent modulator based on a Sagnac interferometer", Journ. Lightwave Tech. 15, pp 2166-2171.

Farwell M. L., Zong-QI Lin, Ed Wooten, and William S. C. Chang, 1991, "An electrooptic intensity modulator with improved linearity", IEEE Photonics Technology Letters, 3, pp 792-795.

Feldman A., 1978, "Ultralinear bistable electro-optic polarization modulator", Applied Physics Letters. , 33, pp 243-245.

Feldman A., 1979, "Bistable optical systems based on a Pockels cell", Optics Letters, 4, pp 115-117.

Frankel M.Y. y Esman R. D., 1998, "Optical single-sideband supressed-carrier modulator for wide-band signal processing", Journ. Lightwave Tech. 16, pp 859-863.

Garcia-Weidner A., 1993, "Design of an ultralinear Pockels effect modulator: a succesive approximation method based on Poincare sphere analysis, Applied Optics , 32, pp 7313- 7325.

Garcia-Weidner A., C. Torres Torres, A.V. Khomenko, M. A. García Zárate, 2001,"Optoelectronic feedback in a Sagnac fiber-optic modulator", Proc. SPIE, Vol. 4419, p 350.

Loayssa A., Alonso M., Benito M., Garde M. J., 1999, "Linearization of electrooptic modulator of millimeter wave frecuencies", IEEE, p 275-276.

Lee C., Lee H., Sheu L., 1998, "Improvement of nonlinear modulation by cascade Mach Zehnder configuration", Fiber and integrated optics, p 119-130.

Mortimer B., 1988, "Fiber loop reflectors" , Journ. Lightwave Tech. LT-6, pp 1217-1224.

Okada M., 1979, "Light modulation by an electrooptic device with feedback", Optics Communications, 28, pp 30-302.

Salazar M. D., 2000, "Apuntes del curso de evaluación de componentes ópticos", CICESE.

Stokes L.F., Chodorow M., Shaw H. J., 1982, "All single-mode fiber resonator", Opt. Let. 7, pp 288-290.

Yariv A. y Yeh P., 1984, "Optical waves in crystals", John Wiley, N.Y.

Whitaker Jr. N. A., Lustberg R. J., M.C. Gabriel, Avramopoulos H., 1992, "Low-drift modulator without feedback", IEEE Phot.Tech.Let. 4, pp 855-857.

Yu A. y Siddiqui A. S., 1994, "Optical modulators using fiberoptic Sagnac interferometers", IEEE Proc. Optoelectron. 141, pp 1-7.

Yu A. y Siddiqui A. S., 1995, "Systematic method for the analysis of optical fibre circuits", IEEE Proc. Optoelectron. 142, pp 165-175.

APENDICE I

1. Tensor piezoóptico de cuarto orden q :

$$q = \begin{pmatrix} q_{11} & q_{12} & q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{11} & q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ q_{12} & q_{12} & q_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_{11}-q_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_{11}-q_{12} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_{11}-q_{12} \end{pmatrix}$$

para el vidrio :

q_{11}= 100x 10^{-12} m^2/N

q_{12}= 53 x 10^{-12} m^2/N

2. Tensor electroóptico r para el ADP

$$r = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ r_{41} & 0 & 0 \\ 0 & r_{52} & 0 \\ 0 & 0 & r_{63} \end{bmatrix}$$

Coeficientes electroópticos (λ=0.63 μm)

$r_{41} = r_{52}$ = 23.41 x 10^{-12} m/V

r_{63} = 8.5 x 10^{-12} m/V

3. Índices de refracción para el ADP (λ=0.63 μm)

n_o = 1.52195

n_e = 1.47727

APENDICE II

Matriz de Jones para un retardador lineal :

$$[Mod]=\begin{bmatrix} \cos(\frac{\Gamma}{2})+i\ sen(\frac{\Gamma}{2})\cos(2\Psi_f) & i\ sen(2\Psi_f)sen(\frac{\Gamma}{2}) \\ i\ sen(2\Psi_f)sen(\frac{\Gamma}{2}) & \cos(\frac{\Gamma}{2})-i\ sen(\frac{\Gamma}{2})\cos(2\Psi_f) \end{bmatrix}$$

Γ=Retardamiento lineal.

Ψ_f= Eje rápido.

Matriz de Jones para un polarizador :

$$[Pol]=\begin{bmatrix} \cos^2(\Psi_p) & \frac{1}{2}sen^2(2\Psi_p) \\ \frac{1}{2}sen^2(2\Psi_p) & sen^2(\Psi_p) \end{bmatrix}$$

Ψ_p= Eje de transmisión del polarizador.

APENDICE III

Funciones de Bessel (escaladas).

$J1_k := Jn(1, m_k)$ $\quad$ $J3_k := Jn(3, m_k) \cdot 10$ $\quad$ $J5_k := Jn(5, m_k) \cdot 250$

$J7_k := Jn(7, m_k) \cdot 10^4$ $\quad$ $J9_k := Jn(9, m_k) \cdot 10^6$

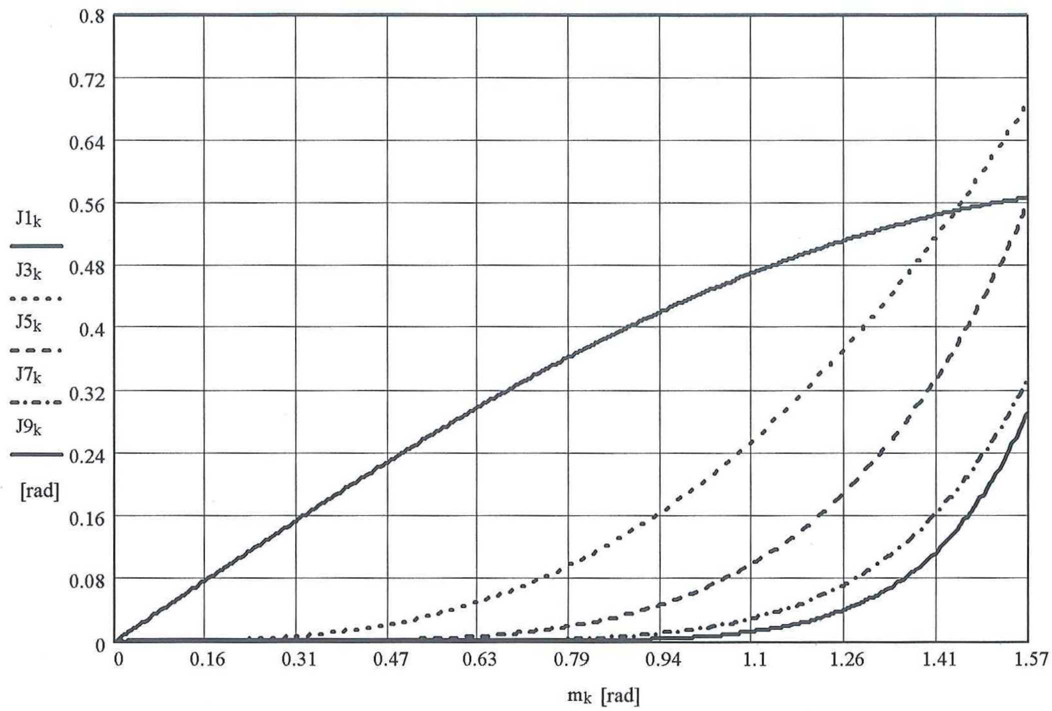


Fig. 71. Gráfica de funciones Bessel escaladas.

APENDICE IV

Diagrama del circuito utilizado para retroalimentar la señal en los moduladores. Los amplificadores fueron construidos mediante el C.I. LF351N.

R1=56K

R2=56K

R5=10K

R4=0-110K (variable)

R6=R7=R8=10K

C1=0.1μF

C2=2nF

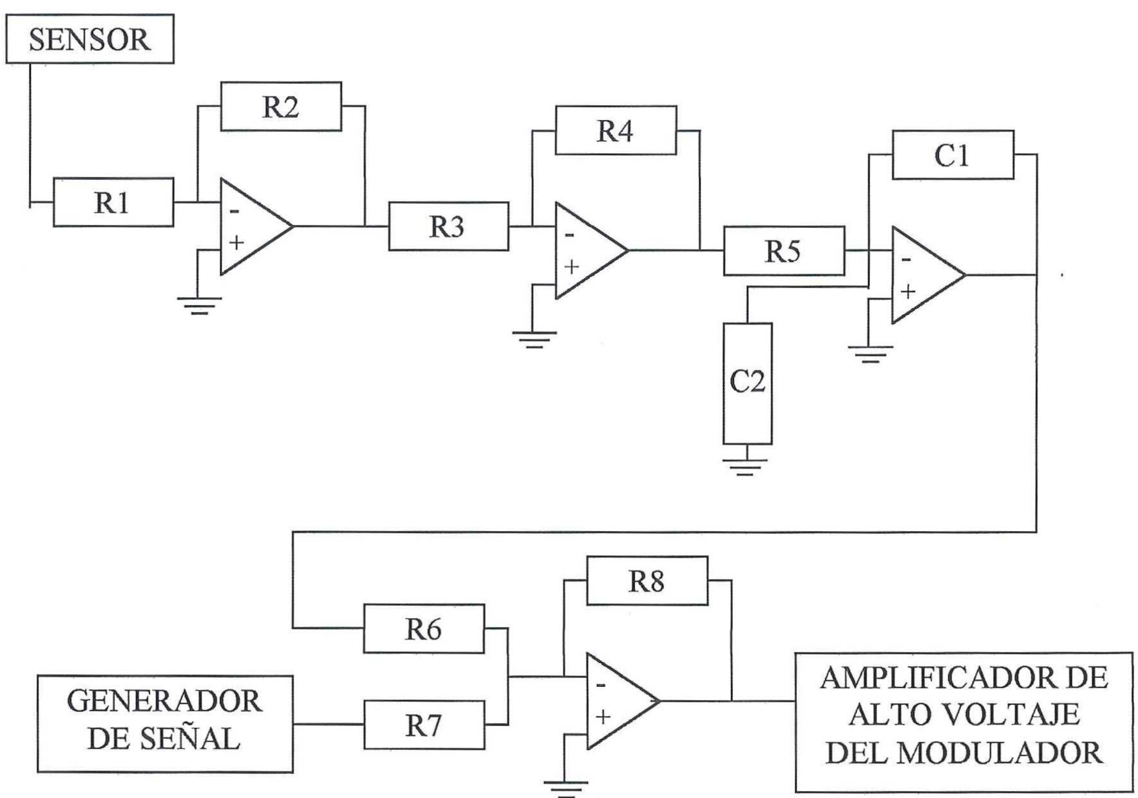


Fig. 72. Circuito de retroalimentación.