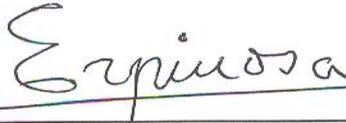


TESIS DEFENDIDA POR

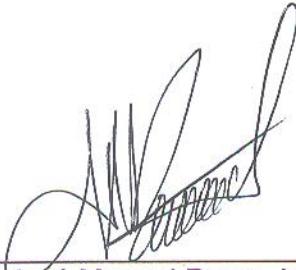
CECILIA ZULEIMA CORTINA GUZMÁN

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ



M.C. Juan Manuel Espinosa Cardeña

Director del Comité



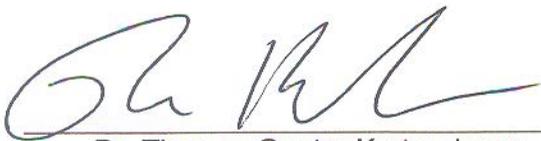
Dr. José Manuel Romo Jones

Miembro del Comité



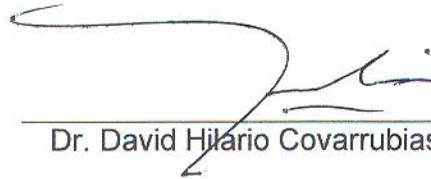
Dr. Modesto Ortiz Figueroa

Miembro del Comité



Dr. Thomas Gunter Kretschmar

*Coordinador del programa de posgrado
en Ciencias de la Tierra*



Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director de Estudios de Posgrado

14 de agosto del 2009.

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN CIENCIAS DE LA TIERRA
CON ORIENTACIÓN EN GEOFÍSICA APLICADA**

RED GPS Y GRAVIMÉTRICA DE LA CIUDAD Y PUERTO DE ENSENADA, B.C.

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

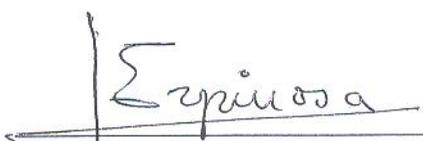
CECILIA ZULEIMA CORTINA GUZMÁN

Ensenada, Baja California, México, Agosto del 2009.

RESUMEN de la tesis de **Cecilia Zuleima Cortina Guzmán**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en CIENCIAS DE LA TIERRA con orientación en GEOFÍSICA APLICADA. Ensenada, Baja California. Agosto del 2009.

RED GPS Y GRAVIMÉTRICA DE LA CIUDAD Y PUERTO DE ENSENADA, B.C.

Resumen aprobado por:



M.C. Juan Manuel Espinosa Cardeña
Director de Tesis

RESUMEN

Se establece, para control horizontal y vertical, en la Ciudad y Puerto de Ensenada, B. C. una red GPS y gravimétrica constituida por 24 vértices con el objetivo de iniciar un proyecto de monitoreos geodésicos y geofísicos a largo plazo encaminados a detectar deformaciones horizontales y verticales del terreno en la región. Para las observaciones GPS se utilizaron receptores GPS doble frecuencia, secciones de observación de 5 a 15 horas, intervalos de registro de 1 y 30 segundos, líneas base con longitudes menores a los 30 km y posicionamiento diferencial con post-procesamiento mediante diferencias dobles de fase. Resultados del ajuste de la red GPS por mínimos cuadrados con la variante del método paramétrico indican desviaciones estándar de $\pm 1\text{cm}$ en las coordenadas WGS84 horizontales y de $\pm 2\text{ cm}$ en las alturas elipsoidales. Mediante métodos de interpolación de mallas, las coordenadas horizontales WGS84 han sido transformadas al sistema ITRF92 época 1988.0. Así mismo, las alturas elipsoidales han sido transformadas a alturas ortométricas utilizando los modelos geoidales para México MEX97 y GGMO6.

Para el levantamiento gravimétrico se utilizaron dos gravímetros geodésicos relativos (LCR y Scintrex), itinerarios de ida y vuelta (8 a 12 horas) a lo largo de los lados (3 a 4) de polígonos cerrados, de 5 (LCR) a 50 (Scintrex) mediciones por estación. Procesado de datos incluye correcciones por deriva instrumental y marea gravimétrica. Resultados del ajuste de la red gravimétrica por mínimos cuadrados, utilizando únicamente datos medidos con el gravímetro L&R, indican desviaciones estándar entre ± 0.037 a ± 0.076 mGals. En tanto que mediciones de confiabilidad interna y externa de la red indican presencia de errores groseros no detectados por las pruebas estadísticas globales (Chi-Cuadrada y W-Baarda) los cuales afectan la calidad de la red, específicamente en su sector sur.

Palabras Clave: red, GPS, gravimetría, ajuste mínimos cuadrados, fiabilidad.

ABSTRACT of the thesis presented by **Cecilia Zuleima Cortina Guzmán** as a partial requirement to obtain the MASTER OF SCIENCE degree in EARTH SCIENCES with specialization in APPLIED GEOPHYSICS. Ensenada, Baja California, México, August 2009.

GPS AND GRAVIMETRIC NETWORK OF THE ENSENADA, B.C. CITY

ABSTRACT

GPS and gravimetric network with 24 stations have been established in Ensenada, B.C. city for vertical and horizontal control. This network is aimed to monitor long-term geodetic and geophysical variations in an attempt to detect horizontal and vertical ground deformation in the region. The GPS survey has been carried tracking the GPS constellation with GPS receptors double frequency, 5 to 15 hours sessions and short data intervals (1 and 30 second) over baseline lengths less than 30 km, and differential positioning with post-processing by means of double phase differences. Network adjustments by least-squares methods (parametric model) indicate standard deviations of ± 1 cm for horizontal WGS84 coordinates and of ± 2 cm for ellipsoidal height. Using a grid-based method the WGS84 coordinates were transformed at epoch 1988.0 in ITRF92. Also the ellipsoidal heights were transformed to orthometric heights using the geoids models for Mexico MEX97 and GGMO6.

The gravimetric survey has been carried with two geodetic relative gravity meters (LCR and Scintrex), two-way itineraries (8 to 12 hours) along the closed polygons (3 to 4 sides), 5 (LCR) at 50 recordings (Scintrex) per station. Data preprocessing includes instrumental drift and Earth tide corrections. Gravity Network adjustment by least-squares methods, using only measured observations with the gravity meter LCR, indicate standard deviations between ± 0.037 to ± 0.076 mGals. Whereas network reliability measures (internal and external) indicate the presence of undetected gross errors (blunders) by global statistical tests (Chi-Square and Baarda) which affect the quality of the network, specifically in the southern section of the gravity network.

Key Works: network, GPS, gravity, least squares method, reliability.

DEDICATORIA

Este trabajo lo pude lograr por el amor de mi preciada familia:

Mis padres:

Javier Cortina Lagunes

Sofía Guzmán Cazarín

Quienes durante toda mi vida me han enseñado con su ejemplo a luchar por alcanzar mis sueños sin importar todo lo que cueste ya que la satisfacción al lograr la meta es grande, por el sacrificio que han hecho por mí, por todo su apoyo y amor.

Mi hermana:

Selene B. Cortina Guzmán

Por regalarme momentos de alegría cuando más lo necesitaba, por ser mi mano derecha y amiga.

Mi hermana:

Ma de Jesús Cortina Guzmán

Por tener 2 angelitas hermosas que iluminan y llenan de alegría mi vida.

AGRADECIMIENTOS

A Dios por llenar mi vida de bendiciones y permitirme lograr esta meta.

A mi director de tesis el M.C. Juan Manuel Espinosa Cardeña, por su paciencia y conocimiento compartido así como a su esposa Oc. Margarita Almeida Vega por su comprensión y ayuda.

A los miembros del comité de tesis Dr. José M. Romo Jones y Dr. Modesto Ortiz Figueroa quienes me apoyaron, aportaron su tiempo y sugerencias para mejorar este trabajo.

A los investigadores quienes además de impartirme clases me orientaron en mis dudas: Dr. Antonio Vidal, Dr. Enrique Gómez Treviño y M.C. Alejandro Hinojosa.

A @ porque estuviste conmigo en los momentos de alegría y tristeza, por alentarme con tus palabras, cuidarme, por tu amor, ternura y consuelo a pesar de la distancia. No te imaginas cuanto te agradezco y nunca olvidaré todo lo que hiciste por mí, gracias por haberme permitido aprender de ti, siempre ocuparás un lugar especial en mi corazón.

A mis amigos de Veracruz: Arely, Miriam, Elvia, Carlos, Patty, Daniel, Anselmo.

A mis amigos de CICESE, por orden de aparición: Miriam, Rosalba, Anita e Idalmis y a mis compañeros: Luis, Felipe, Hoon, Billy, por los momentos agradables.

A la brigada de campo: Ignacio y Jaime

A CICESE por la oportunidad de realizar mis estudios en esta institución.

A CONACYT por la beca otorgada.

A todo el personal de CICESE por el apoyo.

CONTENIDO

	Página
Resumen en español.....	i
Resumen en inglés.....	ii
Dedicatorias.....	iii
Agradecimientos.....	iv
Contenido.....	v
Lista de Figuras.....	vii
Lista de Tablas.....	xiii
I.- INTRODUCCIÓN.....	1
I.1.- Antecedentes.....	2
I.2.- Objetivos.....	10
II.- REDES GEODÉSICAS.....	11
II.1. - Introducción.....	11
II.2.- Ajuste por mínimos cuadrados aplicado a redes geodésicas.....	12
II.2.1.- Introducción.....	12
II.2.2.- Modelo matemático de ajuste: Método de Ecuaciones de observación.....	13
II.2.3.- Estadísticos por mínimos cuadrados.....	16
II.2.4.- Fiabilidad de una red geodésica: Detección de outliers.....	21
III. - SISTEMA GPS.....	29
III.1.- Mediciones de pseudodistancia o código.....	31
III.2. - Mediciones de fase.....	33
III.3. - Métodos de posicionamiento.....	36
III.4.- Sistemas de referencia: WGS84 e ITRF92.....	40
III.4.1.- Transformación de sistema WGS84 a ITRF92.....	42
IV.- RED GPS.....	45
IV.1.- Observaciones GPS.....	48
IV.2.- Análisis de observaciones GPS.....	50
IV.3.- Cálculo de líneas base.....	54
IV.4.- Cálculo y ajuste de la red.....	69
IV.5.- Transformación de coordenadas WGS84 a ITRF92.....	79
IV.6.- Transformación a alturas ortométricas.....	80

CONTENIDO (continuación)

	Página
V.- GRAVIMETRÍA.....	82
V.1.- Introducción.....	82
V.2.- Mediciones de gravedad en red.....	84
V.3.- Aparatos de medida. Gravímetros.....	85
V.4.- Corrección temporal de las mediciones gravimétricas.....	86
V.4.1.- Deriva instrumental.....	86
V.4.2.- Marea lunisolar.....	88
VI. - RED GRAVIMÉTRICA.....	91
VI.1.- Diseño de la red.....	91
VI.2. - Levantamiento de datos.....	92
VI.3. - Corrección de datos.....	94
VI.4.- Cálculo y ajuste de la red.....	100
VI.5.- Fiabilidad de la red.....	106
VII. - DISCUSIÓN.....	119
VIII. - CONCLUSIONES.....	132
IX. - RECOMENDACIONES.....	134
LITERATURA CITADA.....	135

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1	Red establecida por la SAHOPE en 1992 en la ciudad y puerto de Ensenada.....	3
2	Estaciones gravimétricas, bancos de nivel y vértices de posicionamiento horizontal de la Red Geodésica Nacional del INEGI (modificado por García, 2009).....	6
3	Configuración de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada en el año 2007 (Adaptada de García-Meza y Parra-Aguilar 2007). FAB= Falla Agua Blanca; ZD= Zona de deslizamientos.....	9
4	Componentes de las elipses de error donde: ω es el ángulo de rotación del eje Y al eje mayor del error; σ_r (+) es el semieje mayor y σ_r (-) semieje menor.....	20
5	Estructura de la señal GPS.....	31
6	Correlación de los códigos entre el satélite y el receptor.....	32
7	Desfase entre la señal emitida por el satélite y el receptor.....	33
8	Modelado de las medidas de pseudodistancia P1 (o C/A) y P2, entre un receptor y un satélite la cual es afectada por una serie de términos que contribuyen de manera diferente.....	34
9	Determinación de la posición del receptor a partir de la pseudodistancia (ρ), con al menos 4 satélites y las posiciones (s) de éstos.....	36
10	Dobles diferencias, dos receptores observan dos satélites al mismo tiempo.....	38

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
11	Transformación tridimensional de Helmert donde α_1 , α_2 , α_3 son los ángulos de rotación, X es la posición en WGS84, U posición en el sistema local y T es el vector resultante del desplazamiento del origen X, Y y Z.....	42
12	Velocidades horizontales en el oeste de Estados Unidos. Los colores especifican la velocidad en mm/ año y las flechas las direcciones del movimiento en relación con el Datum Norteamericano de 1983 (http://www.ngs.noaa.gov/TOOLS/Htdp/Htdp.html).....	44
13	Imagen Google donde se ubican las estaciones base CIC1 y CIC2 (recuadro) y el resto de las estaciones que conforman la red geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada. Los vértices que fueron agregados en este trabajo: CIC2, P168, P169, P131, P136 y P137 están marcados con color amarillo.....	46
14	Localización de estaciones de monitoreo continuo CIC1 y CIC2 en el campus del CICESE.....	48
15	Ventana gráfica del modulo TIMELINE del software TGO, donde se muestra las formas y colores en Línea de tiempo para distinguir los diferentes tipos de observaciones GPS.....	51
16	Ventanas gráficas del modulo Timeline del software TGO, donde se muestran los elementos (relación señal/ruido, fases, rango y efecto doppler) que componen las observaciones GPS en línea y series de tiempo del satélite SV11. Ejemplo con ruido en la señal (saltos de ciclo). Para un tiempo de observación de 3 horas en la estación P125..	52
17	Ventana gráfica de las observaciones GPS (fases L1 y L2) sin ruido en series de tiempo del satélite SV3 en la estación base CIC1. Tiempo de observación 4.30 horas. Elementos que se muestran, relación señal/ruido, fases, rango y efecto doppler.....	53
18	Ventana gráfica de las observaciones GPS (L1 y L2) sin ruido en series de tiempo del satélite SV22 en la estación P135, durante un tiempo de observación de 6 horas. Elementos que se muestran, relación señal/ruido, fases, rango y efecto doppler.....	54

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
19	Elipses de error de las coordenadas ajustadas de la estación CIC2 tomando como referencia las coordenadas de la estación base CIC1. Las divisiones de la barra de escala de las elipses (líneas amarillas y rojas) están marcadas a cada 1 milímetro y la separación de la cuadrícula del plano base a cada 30 metros.....	55
20	Polígonos y líneas base que se forman con respecto a la estación base CIC2. Las líneas anaranjadas representan cierta debilidad en los parámetros establecidos al inicio del proyecto. La separación de la cuadrícula del plano base está cada 6000 metros.....	58
21	Rastreo de la diferencia de fase de las portadoras L1 (línea superior) y L2 (línea inferior) emitida por los satélites observados en la estación CIC1.....	59
22	Rastreo de la diferencia de fase de las portadoras L1 y L2 emitida por los satélites observados en la estación P123.....	60
23	Segmentos procesados de las diferencias de fase de las portadoras L1 y L2 para calcular la longitud de la línea base entre las estaciones CIC1 y P123.....	61
24	Inhabilitación de satélites en la estación base CIC1 y la estación P123 en línea de tiempo del modulo TIMELINE.....	62
25	Reporte de resultados obtenidos en el procesamiento o cálculo de la línea base CIC1-P123 después de inhabilitar satélites con señales ruidosas.....	63
26a	Gráfica de los residuales del ajuste de las líneas base: a) Ejemplo del satélite SV7 donde los residuales son aceptables.....	64
26b	Gráfica de los residuales del ajuste de las líneas base: b) Ejemplo del satélite SV28 donde los residuales están dispersos.....	64

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
27a	Informe del ajuste de la red donde se muestra el outlier: (a) Línea base en la cual hay problemas al momento de realizar el ajuste.....	70
27b	Informe del ajuste de la red donde se muestra el outlier: (b) Histograma de residuales normalizados en el que resalta un outlier.....	70
28	Histograma sin outlier.....	72
29	Ajuste de la red con elipses de error (Base de control CIC2). Las divisiones de la barra de escala de los ejes de las elipses (líneas amarillas y rojas) de error de las coordenadas planimétricas (X, Y) y de las altimétricas (Z) ajustadas están marcadas a cada milímetro.	73
30	Sistema de alturas: (h) altura elipsoidal, (H) altura ortométrica, (t) altura topográfica.....	83
31	Deriva del gravímetro Lacoste & Romberg en un periodo de 14 horas aproximadamente para el polígono 4 de la red (P146, P147, P149, P160 y P126).....	87
32	Gráfica de marea gravimétrica para un periodo de 48 horas para la Ciudad y Puerto de Ensenada.....	90
33	Polígonos gravimétricos de la red de la Ciudad y Puerto de Ensenada proyectados sobre imagen Google Earth	92
34a	Curva de deriva de los gravímetros a) Lacoste & Romberg, correspondiente al levantamiento gravimétrico del Polígono 2 de la red GCPE, siguiendo el itinerario de ida y vuelta: P124P144P124P123P144 P122P123P125P122P124P125P124.....	96

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
34b	Curva de deriva de los gravímetros b) Scintrex CG3, correspondiente al levantamiento gravimétrico del Polígono 2 de la red GCPE, siguiendo el itinerario de ida y vuelta: P124P144P124P123P144P122P123P125P122P124P125P124.....	96
35	Itinerario del levantamiento gravimétrico del Polígono 2 de la red gravimétrica: P124P144P124P123P144P122P123P125P122P124P125P124.....	97
36	Polígonos de la red con su respectivo error de cierre (E_c), para el gravímetro Scintrex CG3 en color negro, gravímetro Lacoste & Romberg en color magenta, las flechas indican el sentido del recorrido.....	98
37	Residuales de las observaciones derivadas del ajuste de las secciones Norte y Sur de la red.....	105
38	Gravedad observada, marea teórica y deriva remanente para el gravímetro Scintrex CG3 durante un periodo de 20 horas del día 20 de noviembre de 2008. Pendiente b de la función de deriva igual a 0.278 mGal/día.....	124
39a	Vectores de fiabilidad externa. a) Polígono 1.....	127
39b	Vectores de fiabilidad externa. b) Polígono 2.....	127
40a	Vectores de fiabilidad externa. a) Polígono 3.....	128
40b	Vectores de fiabilidad externa. b) Polígono 4.....	128
41a	Vectores de fiabilidad externa. a) Polígono 5.....	129
41b	Vectores de fiabilidad externa. b) Polígono 6.....	129
42a	Vectores de fiabilidad externa. a) Polígono 7.....	130

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
42b	Vectores de fiabilidad externa. b) Polígono 8.....	130
43a	Vectores de fiabilidad externa. a) Polígono 9.....	131
43b	Vectores de fiabilidad externa. b) Polígono 10.....	131

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Coordenadas geográficas y UTM en el sistema NAD27 reportadas por la SAHOPE en 1992.....	4
II	Valor de gravedad de los bancos gravimétricos establecidos por el INEGI, localizados en la Ciudad y Puerto de Ensenada, con su respectiva latitud y longitud aproximada, clasificados en Segundo Orden; donde el valor de gravedad se expresa en unidades de mGal y la latitud (β) y longitud (λ) aproximadas se expresan en unidades de grados, minutos y segundos.....	7
III	Control de observaciones por medio de redundancias parciales.....	25
IV	Ajuste de una red geodésica por el método de mínimos cuadrados. Método de ecuaciones de observación.....	27
V	Análisis estadístico en el ajuste de una red por el método de mínimos cuadrados.....	28
VI	Modelado de la medida de pseudodistancia para códigos y fases con su respectiva influencia en la señal GPS (Hernández et al., 2001).....	35
VII	Mediciones en campo efectuadas durante los meses de Septiembre y Octubre del 2008.....	49
VIII	Coordenadas ajustadas obtenidas de CIC2 tomando como estación base CIC1.....	57
IX	Líneas base con su longitud, tipo de solución y error medio cuadrático, obtenidas con datos observados cada 1 segundo. Estación base CIC2.....	66
X	Líneas base con su longitud, tipo de solución y error medio cuadrático, obtenidas con datos observados cada 30 segundos. Estación base CIC1.....	68

LISTA DE TABLAS (continuación)

Tabla		Página
XI	Coordenadas geodésicas ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada referidas al datum geodésico WGS84. Estación de control CIC2, datos observados cada 1 segundo.....	75
XII	Coordenadas planas X, Y ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada. Estación de control CIC2, datos observados cada 1 segundo. La elevación ortométrica H está referida al datum vertical NAVD 88 y fue obtenida utilizando el modelo geoidal para México.....	76
XIII	Coordenadas geodésicas ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada referidas al datum geodésico WGS84. Estación de control CIC1, datos observados cada 30 segundos.....	77
XIV	Coordenadas planas X, Y ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada. Estación de control CIC1, datos observados cada 30 segundos. La elevación ortométrica H está referida al datum vertical NAVD 88 y fue obtenida utilizando el modelo geoidal para México (México 97).....	78
XV	Coordenadas geodésicas WGS84 transformadas al sistema ITRF92....	79
XVI	Alturas ortométricas (H) derivadas de alturas elipsoidales (h) referidas al elipsoide WGS84 y las alturas del geoide (N) obtenidas, mediante interpolación, del modelo gravimétrico geoidal GGM06.....	81
XVII	Itinerarios gravimétricos de ida y vuelta seguidos en el levantamiento de cada polígono.....	93
XVIII	Tolerancia de cierre para los polígonos gravimétricos de la Red Geodésica. Donde: ea= desviación estándar promedio; n= número de ejes del polígono; b= deriva del gravímetro; t= tiempo transcurrido en el recorrido del itinerario gravimétrico=; T= tolerancia; E.C.= error de cierre.....	99

LISTA DE TABLAS (continuación)

Tabla		Página
XIX	Diferencias gravimétricas Δg de la red geodésica.....	101
XX	Valores ajustados de la aceleración de la gravedad y residuales de los vértices que conforman la red GPS de la Ciudad y Puerto de Ensenada B.C.....	104
XXI	Control de redundancias (r_i) de observaciones o datos de la red.....	107
XXII	Comprobación de outliers en las observaciones de la Red para un parámetro de Baarda $w_0 = 3.29$	109
XXIII	Análisis de fiabilidad interna de la sección Norte de la Red, mediante la comprobación del Mínimo error detectable ($\nabla _{0_i}$) y el Parámetro de Homogeneidad interna μIN_i	111
XXIV	Análisis de fiabilidad interna de la sección Sur de la Red, mediante la comprobación del Mínimo error detectable ($\nabla _{0_i}$) y el Parámetro de Homogeneidad interna μIN_i	112
XXV	Análisis de fiabilidad externa de la sección Norte y Sur de la Red, mediante la estimación del Parámetro de Homogeneidad Externa μEX_i	114
XXVI	Análisis de fiabilidad externa de la sección Norte de la Red, mediante la estimación de Vectores de fiabilidad ∇x	116
XXVII	Análisis de fiabilidad externa de la sección Sur de la Red, mediante la estimación de Vectores de fiabilidad externa ∇x	118
XXVIII	Diferencias expresadas entre las coordenadas geodésicas (unidades de segundo) y coordenadas planas (unidades de metros) obtenidas con tiempo de medición de 1 y 30 segundos.....	120

LISTA DE TABLAS (continuación)

Tabla		Página
XXIX	Diferencias obtenidas entre las alturas ortométricas (H) empleando el modelo geoidal México 1997 y GGM06 con tiempos de medición de 1 y 30 segundos.....	122

I.- INTRODUCCIÓN

La Ciudad y Puerto de Ensenada cuenta con una red de control vertical y horizontal que fue establecida en 1992 por la Secretaria de Asentamientos Humanos y Obras Publicas (SAHOPE) mediante observaciones del Sistema de Posicionamiento Global (GPS), por lo cual el Departamento de Geofísica Aplicada de la División de Ciencias de la Tierra del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) plantea, en el proyecto inscrito: “RED GEODÉSICA DE LA CIUDAD Y PUERTO DE ENSENADA PARA LA GENERACIÓN DE UN MODELO DE ONDULACIONES DEL GEOIDE LOCAL DE ALTA PRECISIÓN”, materializarla en una Red Geodésica de 2do. Orden conformada en: (A) Red de Control Horizontal; (B) Red de Control Vertical; (C) Red de Control Gravimétrico, e iniciar un proyecto de monitoreo geodésico y geofísico a largo plazo, encaminado a detectar deformaciones horizontales y verticales del terreno en la Ciudad y Puerto de Ensenada y sus alrededores, producidos por actividad tectónica. Se parte de la idea de que si la Red GPS se vincula con la Estación de Operación Continua (CORS) CIC1 del Southern California Integrated GPS Network (SCIGN), y se complementa con una Red Geodésica Vertical del INEGI existentes en la zona, se tendrá entonces una buena estimación del geoide en cada punto, y mejor aún si la nivelación se acompaña con mediciones de gravedad para determinar las correcciones ortométricas a los desniveles. Un algoritmo de interpolación espacial nos permitirá generar un modelo local de ondulaciones del geoide en la zona que abarca la red. La combinación del modelo local de ondulaciones del geoide con observaciones GPS en algunos puntos de la Red Geodésica propuesta, posibilita la determinación de altura o cota ortométrica en cualquier punto del área de trabajo con un error cuyo orden de magnitud estaría por debajo del decímetro.

Las actividades de este trabajo consistieron en: (1) la planeación, (2) diseño, (3) medición, (4) cálculo, análisis y ajuste de la Red GPS y gravimétrica en la Ciudad y Puerto de Ensenada. Las obtención de los datos GPS y gravimétricos se llevaron a cabo en los meses de septiembre y octubre del 2008.

I.1.- Antecedentes

En 1992 la SAHOPE realizó observaciones GPS para establecer en la Ciudad de Ensenada una Red Geodésica (Figura 1 y Tabla I) la cual fue ligada a la estación de operación continua Mexicali (SAHOPE, 1992) que pertenece a la Red Geodésica Nacional Activa (RGNA). Uno de los objetivos de la Red era calcular coordenadas geográficas referidas al Datum Horizontal Norteamericano de 1927 (NAD27), pero debido a la baja precisión ($\pm 1\text{m}$) en los reportes de sus coordenadas no se ha concretado. Uno de los inconvenientes de esta red es la distancia a la cual se localiza la estación base de referencia ($\approx 250\text{ km}$), así como la precisión lograda para calcular las alturas ortométricas derivadas de la combinación de las alturas elipsoidales con el modelo global geoidal EGM96. Al comparar dicho modelo con el Modelo del Geoide Gravimétrico Mexicano GGM06 del INEGI se encuentran diferencias de $\pm 1\text{m}$. Sin embargo, el hecho de contar con el modelo GGM06 con cobertura nacional no es garantía de mejores resultados en el ámbito local. Resultados preliminares de la evaluación de modelo GGM06 en un sitio dentro del campus del CICESE (Sánchez Velarde et al., 2007) aun con la medición directa del geoide con: observaciones GPS, mediciones gravimétricas y nivelaciones trigonométricas, arrojan una diferencia de 0.47 m entre el modelo GGM06 elaborado por el INEGI y el medido directamente.

En la actualidad el INEGI tiene documentadas como estaciones de operación continua a las estaciones de Mexicali (ubicada en Mexicali, Baja California) y CIC1 (Ensenada, Baja California) como parte de la RGNA.

En la ciudad de Ensenada la Red Geodésica Nacional del INEGI está formada por bancos de nivel que se localizan en la ciudad y en los alrededores de ésta (Figura 2), en los cuales se han efectuado mediciones de posicionamiento horizontal por medio de GPS referidas al ITRF92 Época 1988.0 (GRS80), al NAD27 (Clarke66) o al NAD83 (GRS80). También se han realizado nivelaciones trigonométricas referidas al nivel medio del mar y mediciones de gravedad (Tabla II) las cuales están enlazadas a la Red Gravimétrica Nacional y referidas a la International Gravity Standardization Net 1971 (IGSN71).

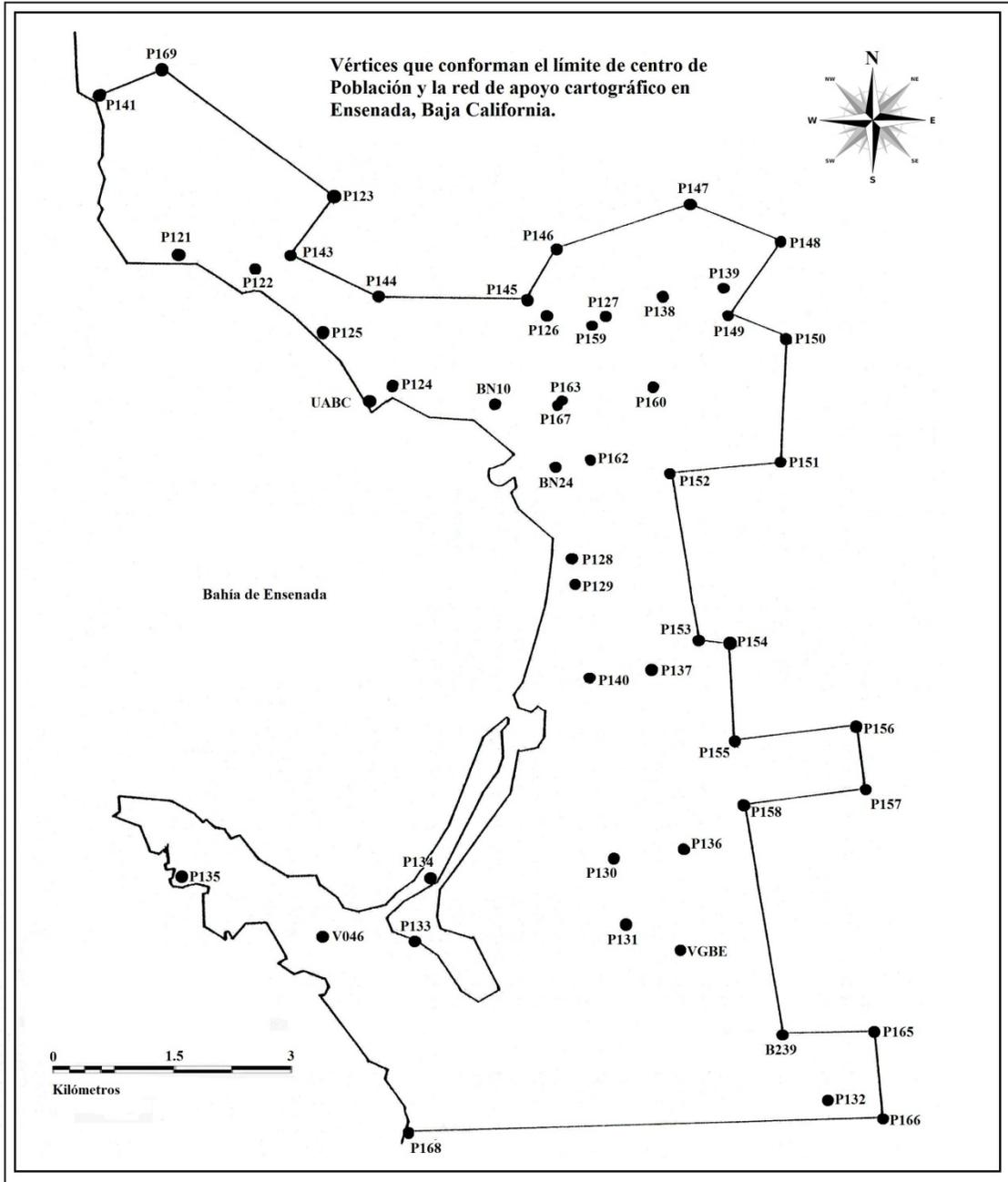


Figura 1.- Red establecida por la SAHOPE en 1992 en la ciudad y puerto de Ensenada

Tabla I.- Coordenadas geográficas y UTM en el sistema NAD27 reportadas por la SAHOPE en 1992.

Vértice	Latitud (β) ° ' "	Longitud (λ) ° ' "	Norte Y (m)	Este X (m)
V046	31 42 37.261	116 40 41.465	3508375.971	530492.416
VGBE	31 42 36.403	116 33 56.974	3508386.458	541138.738
UABC	31 51 42.837	116 40 04.219	3525176.507	531421.439
BN24	31 50 41.426	116 36 29.602	3523304.515	537067.74
B239	31 41 14.941	116 32 02.493	3505890.798	544162.589
P121	31 54 12.431	116 43 47.296	3529766.12	525548.156
P123	31 55 17.950	116 40 49.932	3531796.056	530200.724
P124	31 51 59.471	116 39 39.992	3525690.627	532056.449
P125	31 52 53.266	116 41 01.228	3527340.173	529917.092
P126	31 53 20.658	116 36 46.379	3528205.564	536609.351
P127	31 53 20.994	116 35 40.183	3528222.26	538348.239
P128	31 49 06.047	116 36 10.643	3520369.692	537576.775
P129	31 48 41.559	116 36 05.512	3519616.227	537714.436
P130	31.44 06.656	116 35 13.611	3511157.388	539111.105
P131	31 43 01.107	116 34 57.856	3509140.794	539533.401
P132	31 40 10.241	116 31 07.862	3503905.045	545609.649
P133	31 42 34.843	116 38 55.466	3508310.118	533282.552
P134	31 43 39.894	116 38 40.136	3510314.235	533679.511
P135	31 43 31.731	116 43 22.750	3510041.333	526243.145
P136	31 44 17.949	116 33 55.898	3511513.039	541154.573
P137	31 47 15.255	116 34 37.483	3516967.757	540039.182
P138	31 53 43.461	116 34 35.879	3528920.479	540034.755
P139	31 53 54.604	116 33 27.577	3529270.71	541827.5
P140	31 47 04.612	116 35 46.316	3516633.193	538230.22
P141	31 57 02.662	116 45 24.776	3535001.35	522976.081
P142	31 49 18.329	116 35 39.837	3520750.831	538385.242
P143	31 54 16.344	116 41 39.599	3529895.494	528901.799
P144	31 54 34.872	116 39 57.373	3528626.524	531590.694
P145	31 53 36.437	116 37 09.081	3528689.284	536011.249
P146	31 54 31.071	116 36 36.182	3530374.509	536869.42
P147	31 55 20.664	116 34 06.822	3531916.299	540786.121
P148	31 54 44.817	116 32 22.900	3530823.83	543519.79
P149	31 53 27.057	116 33 19.375	3528423.436	542046.427
P150	31 53 04.541	116 32 16.173	3527737.146	543709.611
P151	31 50 52.389	116 32 19.315	3523667.884	543644.365

Tabla I.- Coordenadas geográficas y UTM en el sistema NAD27 reportadas por la SAHOPE en 1992. (Continuación)

P152	31 50 37.992	116 34 22.140	2523211.413	540418.121
P153	31 47 46.140	116 33 46.964	3517923.929	541363.905
P154	31 47 45.513	116 33 13.935	3517908.155	542232.532
P155	31 46 07.228	116 33 03.010	3514883.243	542532.29
P156	31 46 26.517	116 30 47.769	3515492.415	546086.971
P157	31 45 23.372	116 30 35.916	3513549.65	546407.485
P158	31 45 04.705	116 32 50.106	3512959.652	542879.715
P159	31 53 11.381	116 35 53.077	3527925.034	538010.623
P160	31 52 07.100	116 34 42.887	3525952.853	539862.212
P162	31 50 45.575	116 36 13.896	3523433.766	537480.079
P163	31 51 49.703	116 36 26.600	3525407.004	537139.067
P164	31 57 32.873	116 44 11.528	3535936.037	524896.7
P165	31 41 20.763	116 30 20.497	3506081.87	546847
P166	31 39 52.301	116 30 06.138	3503359.979	547237.458
P167	31 51 47.960	116 36 28.314	3525353.167	537094.194
P168	31 39 19.683	116 38 58.754	3502301.208	533215.299

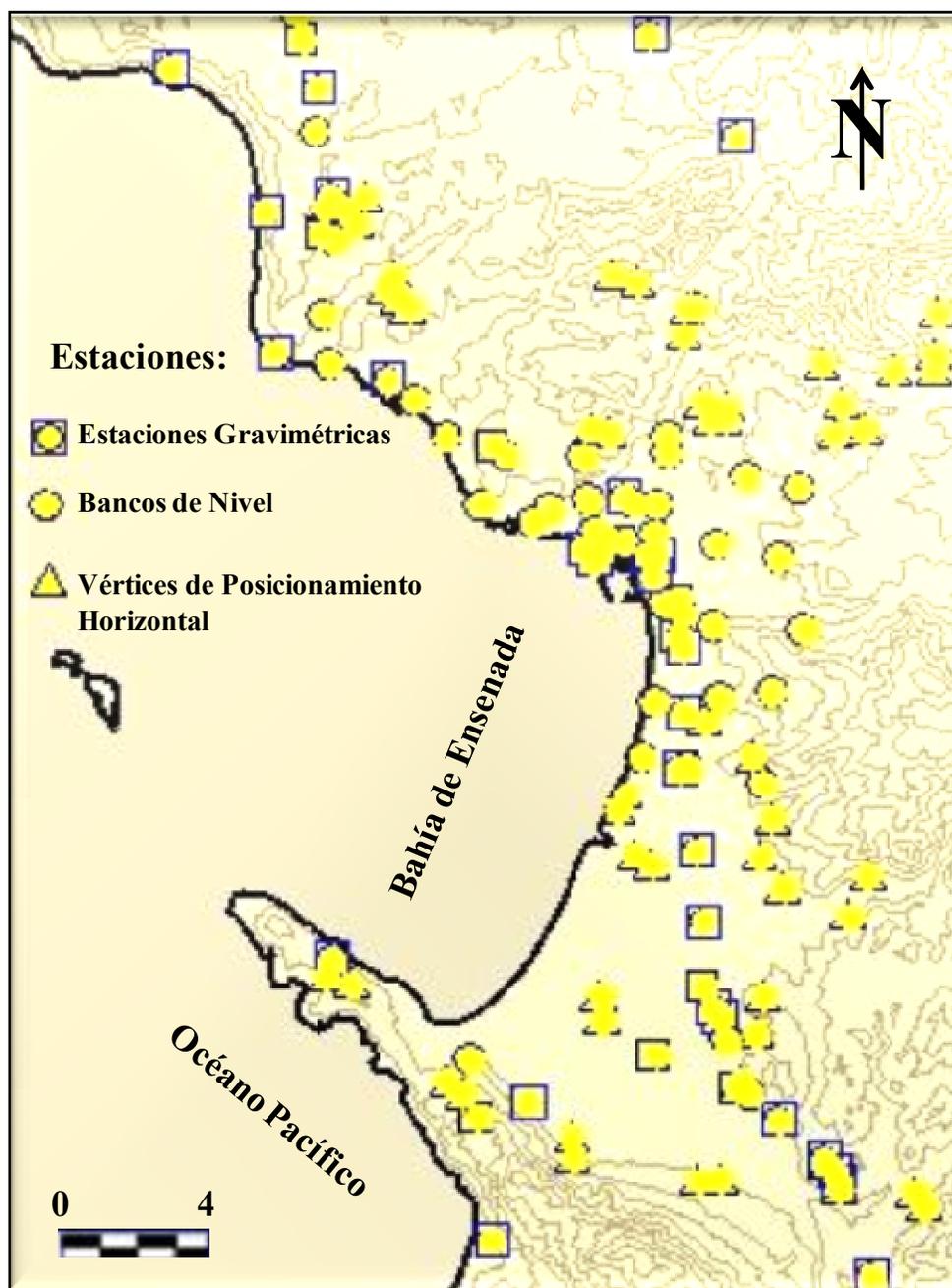


Figura 2.- Estaciones gravimétricas, bancos de nivel y vértices de posicionamiento horizontal de la Red Geodésica Nacional del INEGI (modificado por García, 2009).

Tabla II.- Valor de gravedad de los bancos gravimétricos establecidos por el INEGI, localizados en la Ciudad y Puerto de Ensenada, con su respectiva latitud y longitud aproximada, clasificados en Segundo Orden; donde el valor de gravedad se expresa en unidades de mGal y la latitud (β) y longitud (λ) aproximadas se expresan en unidades de grados, minutos y segundos.

Estación	Valor de la Gravedad (mGal)	Latitud (β) aprox.			Longitud (λ) aprox.		
		°	'	''	°	'	''
2_DDA	979442	31	51	30	116	36	45
4_DDA	979440	31	49	56	116	36	02
5_DDA	979440	31	48	50	116	35	52
6_DDA	979434	31	47	51	116	35	51
7_DDA	979429	31	46	29	116	35	20
8_DDA	979430	31	45	17	116	35	02
12_DDA	979418	31	42	00	116	33	07
15_DDA	979399	31	39	29	116	30	59
43_DD	979391	31	58	55	116	44	30
45_DD	979424	31	57	04	116	44	00
49_DD	979450	31	54	01	116	42	28
54_DD	979442	31	52	26	116	37	30
163_6	979377	31	58	48	116	35	59
213_2	979432	31	58	59	116	47	30
215_2	979448	31	54	18	116	44	48
217_2	979448	31	51	27	116	38	12
218_2	979442	31	51	28	116	36	54
219_2	979440	31	51	08	116	36	45
220_2	979429	31	43	48	116	34	41
221_2	979426	31	43	41	116	34	30
222_2	979429	31	41	53	116	38	12
225_2	979427	31	39	28	116	38	38
239_3	979411	31	41	13	116	31	55
AERO_ENSENA	979434.416	31	42	55.8	116	54	2.7
BM1_DD	979448	31	51	17	116	37	58
BN_DD_50	979449.25	31	53	06	116	40	12
BNP_DDA_1	979444.074	31	51	40.3	116	37	25.3
BNP_DDA_3A	979440.222	31	50	46.7	116	36	11.9
BNP_DDA_9	979429.718	31	44	09.6	116	34	52.7
BNP_DDA_11	979425.596	31	42	29.9	116	34	01.9
BNT_224 ^a	979367.12	31	41	31.9	116	39	07.9

MOTEL_EL_DO	979439.905	31 50 07.1	116 36 07.2
-------------	------------	------------	-------------

Para mejorar la red GPS existente, García-Meza y Parra-Aguilar (2007) rediseñaron la red (Figura 3) y realizaron nuevas observaciones GPS utilizando 5 receptores GPS de doble frecuencia con 24 canales NetRS de Trimble. Se midieron un total de 19 estaciones con separaciones de 3 a 10 km entre sí aproximadamente, abarcando los sectores Norte, Centro y Sur de la red proyectada (polígonos P1, P2, P3, P4, P5 y P7 indicados en color rojo en la Figura 3). Las observaciones se llevaron a cabo dentro del periodo que comprende del 18 al 21 de septiembre del 2007. Los tiempos de observación fueron de 1 hasta 5 horas con un intervalo de medición de 15 segundos. Posteriormente García-Meza efectuó un ajuste por radiaciones de la red GPS con grabación de datos a un segundo.

Adicionalmente a las observaciones GPS García-Meza y Parra-Aguilar (2007) realizaron mediciones gravimétricas relativas con el propósito de establecer puntos de control gravimétrico sobre la red GPS. Los instrumentos utilizados fueron dos gravímetros geodésicos: Lacoste & Romberg modelo G599 y Scintrex modelo CG3 AUTOGRAV. Para el traslado del valor de la gravedad de la estación base de cota gravimétrica conocida a los vértices de la red, emplearon el método conocido como “salto de rana o de enlaces”, procedimiento que permite controlar eficientemente la deriva del equipo y obtener redundancia en los datos. El levantamiento gravimétrico abarcó los polígonos P1, P2, P3, P4, P5 y P7 (indicados de color rojo en la Figura 3).

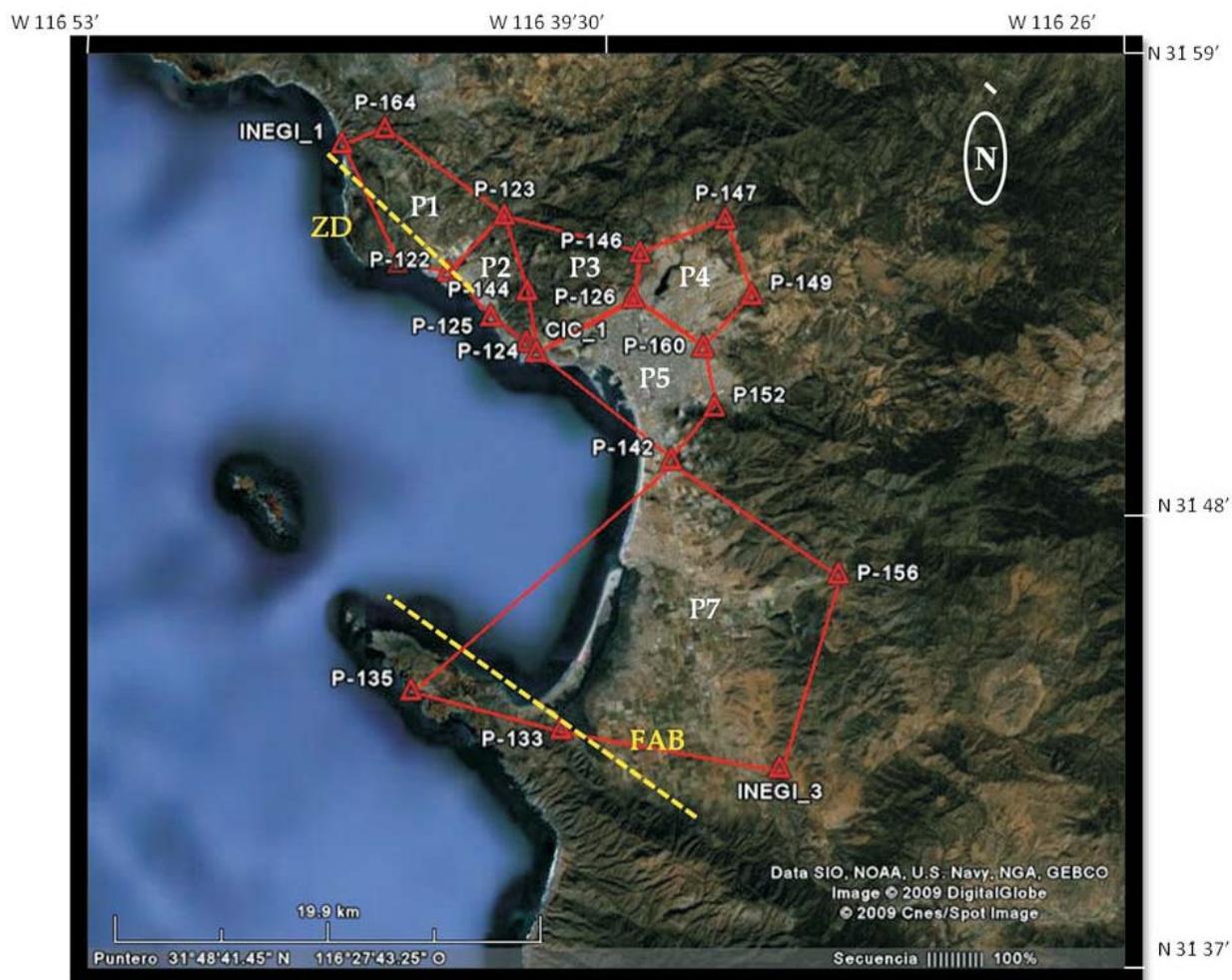


Figura 3.- Configuración de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada en el año 2007 (Adaptada de García-Meza y Parra-Aguilar 2007). FAB = Falle Agua Blanca; ZD= Zona de deslizamientos.

I.2.- Objetivos

El objetivo principal de este trabajo es contribuir al establecimiento de una red geodésica en la Ciudad y Puerto de Ensenada, realizando las siguientes actividades de control horizontal y vertical de la red:

- 1.- Densificación y remediación de la red GPS
- 2.- Establecimiento de una red gravimétrica

Ambas redes serán ajustadas mediante mínimos cuadrados utilizando el método de ecuaciones de observación con su correspondiente análisis estadístico. Se pretende que tanto la red GPS como la gravimétrica cumplan con los requisitos de redes de alta precisión.

II.- REDES GEODÉSICAS

II.1.- Introducción

Uno de los principales objetivos de la Geodesia es el establecimiento de Redes Geodésicas, ya que estas sirven como base para diversos trabajos y estudios posteriores.

Las redes geodésicas consisten básicamente en un conjunto de puntos establecidos físicamente mediante monumentos fijos y estables, los cuales se encuentran distribuidos en la superficie de una región, formando una malla de triángulos, en los cuales, tras un proceso de cálculos, se determina la posición geográfica de todos los vértices que conformen la red los cuales se les conoce como vértices geodésicos. Éstos sirven de referencia para estudiar la deformación y las dimensiones de la superficie terrestre.

Se establecen redes geodésicas con diversas precisiones u órdenes; por lo general se disponen de redes de primero, segundo y tercer orden, con precisiones progresivamente decrecientes:

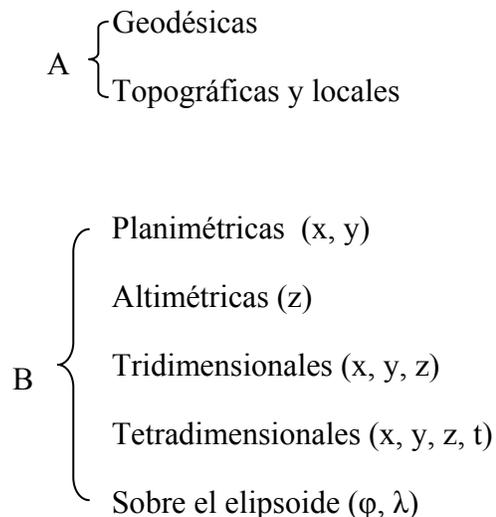
- La red geodésica de primer orden está formada por triángulos de 30 a 80 km de lado, pudiendo llegar en casos excepcionales a más de 200 km.
- La red de segundo orden se basa en la anterior y tiene triángulos de 10 a 30 km.
- La red de tercer orden se apoya en la de segundo y tiene triángulos con lados de 5 a 10 km.

Las precisiones para trabajos de ingeniería, así como de geodinámica, estudios de la corteza de la Tierra deben dar como resultado una precisión no menor a 1:100 000 (INEGI, 1998).

De acuerdo a sus dimensiones, los triángulos formados en las redes de primero y segundo orden se consideran elipsódicos, es decir se calculan sobre el elipsoide terrestre de referencia, ya que debido a las distancias que poseen entre vértices se debe tomar en cuenta la esfericidad terrestre. Los triángulos de tercer orden se calculan como planos debido a que estas dimensiones no se ven afectadas por la curvatura de la Tierra.

El objetivo final de la red geodésica es el monitoreo de las coordenadas geográficas de los vértices. Como la superficie de referencia es un elipsoide de revolución, se trata entonces de calcular las coordenadas latitud y longitud de puntos situados sobre él. Evidentemente, serán necesarios los datos de partida que establezcan la posición de la red sobre el elipsoide

y su orientación sobre el sistema de meridianos y paralelos del mismo (Ruiz, 1991). En cuanto a su extensión (A) y coordenadas (B) se clasifican en:



Las alturas ortométricas de las redes altimétricas se obtienen a través de observaciones de nivelación y gravedad o mediante observaciones GPS y modelos del geoide.

Este último puede ser un modelo de geoide obtenido mediante la combinación de observaciones GPS-NIVELACIÓN-GRAVEDAD. Por lo que surge la necesidad de establecer redes GPS y Gravimétricas con fines geodésicos.

II.2.- Ajuste por mínimos cuadrados aplicado a redes geodésicas

II.2.1.- Introducción

Los problemas geodésicos que normalmente se plantean consisten en determinar el valor de una serie de parámetros o incógnitas a partir de una serie de mediciones. Así, por ejemplo, en el cálculo de una red geodésica se pretende determinar las coordenadas de los puntos que constituyen la red a través de una serie de observaciones realizadas en campo. El primer paso a la hora de resolver estos problemas será identificar las expresiones matemáticas que relacionen las incógnitas con las observaciones. Estas expresiones constituirán lo que se denomina el modelo matemático. Los modelos matemáticos que se presentan para la resolución de problemas geodésicos son por lo general no lineales, por lo

que comúnmente se hace una aproximación lineal para obtener la solución de los mismos. Una vez linealizado el modelo, lo más usual es tener un modelo matemático con más ecuaciones que incógnitas, o lo que es lo mismo, tener un sistema sobredeterminado. Este caso se nos presenta cuando se tienen más observaciones que las necesarias para determinar el valor de un conjunto de incógnitas, es decir, se tienen observaciones redundantes. Esto es lo que ocurre en el caso de las redes geodésicas, ya que una vez realizadas las observaciones que constituyen la red, normalmente se tendrá un conjunto de observaciones redundantes. Los sistemas sobredeterminados no tienen solución única, por lo que existen muchas soluciones, para poder seleccionar una de ellas se busca aquella que cumpla con algún criterio adicional. Un criterio comúnmente utilizado consiste en pedir que la solución se acerque lo más posible a todas las observaciones. Esto se hace introduciendo algún mecanismo de ajuste o compensación, lo cual consiste en minimizar las diferencias entre las observaciones y los puntos calculados con el modelo matemático. El método más común es el proceso de ajuste mínimo cuadrático (Bolshakov y Gaidáyev, 1977; Smolich, 1989). La realización de un ajuste por mínimos cuadrados para el cálculo de una red geodésica parte de la premisa inicial de que las variables que intervienen en los distintos tipos de observaciones geodésicas son variables aleatorias continuas, y además, que su distribución de probabilidad es una distribución Normal (Bolshakov y Gaidáyev, 1977). En definitiva, el ajuste mínimo cuadrático es un procedimiento matemático que permite obtener una solución partiendo de un conjunto redundante de observaciones, permitiendo además llevar a cabo el control de calidad de las medidas geodésicas y un análisis estadístico de la solución encontrada (Bolshakov y Gaidáyev, 1977; Leick, A. 1995). Cualquier ajuste por mínimos cuadrados maneja dos componentes igualmente importantes: el modelo matemático y el modelo estocástico ambos indispensables para el algoritmo de ajuste.

II.2.2.- Modelo matemático de ajuste: Método de Ecuaciones de observación

En Geodesia, se utilizan dos métodos fundamentales para minimizar las diferencias entre modelo y observaciones: el de ecuaciones de condición (basado en el método de Lagrange con factores indeterminados) y el de ecuaciones de observación (basado en el extremo absoluto). También existen métodos combinados o mixtos (Bolshakov y Gaidáyev, 1977; Smolich, 1989).

Hay situaciones en las que da igual usar cualquiera de los tres métodos. Sin embargo, en la mayoría de los casos, el método de ecuaciones de observación es preferible, ya que para cada observación hay una ecuación, lo que facilita la programación del algoritmo de cálculo, además tiene una buena fiabilidad dando como resultado un buen ajuste.

La aplicación del ajuste por el método de mínimos cuadrados con el método de ecuaciones de observación permite calcular las magnitudes indirectamente si estas se vinculan matemáticamente a otras medidas obtenidas de manera directa. De modo que los parámetros tienen valores aproximados al inicio del ajuste, los cuales van mejorando a medida que el procedimiento avanza. Estos parámetros representan funciones de las incógnitas que son tratadas como variables aleatorias.

Por ejemplo, al aplicar el proceso de mínimos cuadrados para la resolución de redes observadas con GPS, como se verá en el capítulo IV, el modelo matemático que relaciona las observaciones GPS (líneas base observadas) con las incógnitas (las coordenadas no conocidas de los vértices de la red) es el método de ecuaciones de observación (Leick, 1995). En tanto que para el caso de redes gravimétricas (capítulo V), las observaciones son las diferencias de gravedad relativa entre estaciones y las incógnitas los valores de aceleración de la gravedad no conocidos de los vértices de la red.

Su planteamiento es el siguiente:

En el ajuste las observaciones y los parámetros son implícitamente relacionados. Si L_a es el vector de n observaciones ajustadas y X_a denota u parámetros desconocidos, el modelo matemático está dado por:

$$F(L_a, X_a) = 0 \quad (1)$$

El número total de ecuaciones en (1) es representado por r . *El modelo estocástico es:*

$$P = \sigma_0^2 \Sigma_{L_b}^{-1} \quad (2)$$

Donde P es la matriz de pesos ($n \times n$), y Σ_{L_b} es la matriz de covarianza de las observaciones; el objetivo es estimar los parámetros X_a . Se debe hacer notar que las observaciones son las variables estocásticas, mientras que los parámetros son cantidades deterministas.

X_0 denota un vector de valores iniciales aproximados a los parámetros, entonces se hacen correcciones iterativas a los parámetros X :

$$X = X_a - X_0 \quad (3)$$

Si L_b es el vector de observaciones, entonces los residuales son definidos por

$$V = L_a - L_b \quad (4)$$

Con (3) y (4) el modelo matemático puede ser escrito como:

$$F(L_b + V, X_0 + X) = 0 \quad (5)$$

El modelo matemático no lineal es linealizado alrededor de un punto conocido (L_b, X_0) , dando:

$$B V + A X + W = 0 \quad (6)$$

donde

$${}_r B_n = \left. \frac{\partial F}{\partial L} \right|_{X_0, L_b}$$

$${}_r A_u = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right|_{X_0, L_b}$$

$${}_r W_1 = F(L_b, X_0)$$

La matriz de coeficientes debe ser evaluada para las observaciones y los parámetros aproximados. El símbolo W indica el valor de la función matemática (1) evaluada en el punto de expansión. Los mejores valores aproximados de X_0 , son las correcciones de los parámetros X más pequeños.

Se acostumbra a utilizar L en lugar de W cuando se trata del método de ecuaciones de observación. Por tanto, considerando en la ecuación (6) que $B = -I$ y $L=W=F(X_0)-L_b=L_0-L_b$, siendo L_0 el valor de las observaciones calculadas a partir de los parámetros aproximados X_0 (punto de expansión para la linealización), la ecuación 6 queda reducida a:

$$V = AX + L \quad (7)$$

Que es el sistema de ecuaciones linealizado para ajustar las observaciones L_a con un conjunto de parámetros X . En la solución del sistema de ecuaciones lineales (ecuación 7) el criterio comúnmente usado es que la suma, ponderada por la matriz de pesos P , de los cuadrados de los residuales sea mínima, esto es $\hat{V}^T P \hat{V} = \min$. Puede probarse que la estimación de X que satisface este criterio está dada por (Leick, 1995):

$$\hat{X} = (A^T P A)^{-1} A^T P L \quad (8)$$

II.2.3.- Estadísticos en el ajuste por mínimos cuadrados

La obtención del vector de residuales $V = L_a - L_b$ es fundamental para la determinación de los diferentes parámetros estadísticos como: estimadores, cifras de error, parámetros de fiabilidad; y por lo tanto constituye la base para el análisis estadístico de la solución obtenida.

Una de las características fundamentales del ajuste por mínimos cuadrados es que tiene la capacidad de estimar el valor de σ_0^2 basándose en las observaciones y en la matriz de pesos P . Esta estimación se representa por $\hat{\sigma}_0^2$ y es la varianza a posteriori de peso unitario. El nombre de “varianza de peso unitario” se deriva del hecho de que si la varianza de una observación es igual a σ_0^2 , el peso de la observación es igual a la unidad. Si las varianzas de peso unitario a priori y a posteriori son estadísticamente iguales, se puede decir que el

ajuste es correcto.

Teniendo en cuenta que el valor esperado del vector de residuales V es cero, se puede comprobar que el valor de la varianza a posteriori de peso unitario será (Leick, 1995):

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{v}^T P \hat{v}}{r-u} \quad (10)$$

El número $r-u$, indica el número de redundancias del sistema o también conocido como el número de grados de libertad. El número de grados de libertad refleja la consistencia geométrica (rigidez) de la red. Mientras mayor sea este número, menor será la rigidez

En el proceso de ajuste mínimo cuadrático se obtiene una matriz de covarianza a partir de la matriz de pesos de las observaciones (Leick, 1995). De este modo, las matrices de cofactores de los parámetros estimados (\hat{X}), de los residuos estimados (\hat{V}) y de las observaciones ajustadas (\hat{L}) toman los valores siguientes, respectivamente (Leick, 1995):

$$Q_{\hat{X}} = (A^T P A)^{-1} \quad (11)$$

$$Q_{\hat{V}} = P^{-1} - A Q_{\hat{X}} A^T \quad (12)$$

$$Q_{\hat{L}} = (I - Q_{\hat{V}} P) P^{-1} (I - Q_{\hat{V}} P)^T \quad (13)$$

De modo que las matrices de covarianza esperadas son:

$$COV_{\hat{X}} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\hat{X}} \quad (14)$$

$$COV_{\hat{V}} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\hat{V}} \quad (15)$$

$$COV_{\hat{L}} = \hat{\sigma}_0^2 Q_{\hat{L}} \quad (16)$$

El producto $V^T P V$ juega un papel fundamental en el ajuste mínimo cuadrático, y por tanto será importante conocer cómo se distribuye estadísticamente. Se puede demostrar que dicho producto se distribuye según una distribución Chi-Cuadrada con $n-r$ grados de libertad. Si no hay un rango de deficiencia en el diseño de la matriz, los grados de libertad son $(n-u)$ (Leick, A. 1995).

$$\frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \approx \chi_{(n-r)}^2 \quad (17)$$

Basándose en el estadístico anterior, se puede definir una prueba para detectar si hay sesgo en el ajuste, comparando los valores a priori σ_0^2 y a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ de la varianza de peso unitario. La formulación de hipótesis para la prueba es (Leick, A., 1995):

$$\begin{aligned} H_0: \sigma_0^2 &= \hat{\sigma}_0^2 \\ H_1: \sigma_0^2 &\neq \hat{\sigma}_0^2 \end{aligned} \quad (18)$$

La hipótesis nula H_0 lo que quiere decir es que la varianza a priori de peso unitario σ_0^2 es estadísticamente igual a la varianza a posteriori de peso unitario $\hat{\sigma}_0^2$. Para hacer esta comparación, el valor estimado para $V^T PV$ se compara con el valor de la distribución Chi-Cuadrada, para cierto nivel de confianza α , y los grados de libertad correspondientes, de modo que la hipótesis nula se aceptará si se cumple (Leick, 1995):

$$x_{(n-r, 1-\alpha/2)}^2 < \frac{V^T PV}{\sigma_0^2} < x_{(n-r, 1-\alpha/2)}^2 \quad (19)$$

Si el ajuste pasa esta prueba, querrá decir que el ajuste planteado es correcto.

El nivel de significancia de la prueba, esto es, la probabilidad de un error del tipo I (se rechaza la hipótesis cuando debería ser aceptada) o la probabilidad de rechazar la hipótesis nula incluso aunque sea cierta, se fija normalmente en 0.05 (lo que se corresponde con un nivel de confianza del 95%) (Leick, 1995). El rechazar la hipótesis nula es indicativo de que algo hay mal en el ajuste. Habrá que investigar la causa del rechazo. El rechazo puede ser debido a un incorrecto modelo estadístico, o a un incorrecto modelo matemático, o a ambos.

En todo caso, si el ajuste no pasa la prueba, habrá que investigar sobre la causa, antes de continuar con el ajuste.

Por otra parte, la información sobre la precisión de los parámetros estimados en el ajuste viene dada por la matriz de covarianza de los parámetros. Esta matriz vendrá influida por (Leick, 1995):

- La geometría de las observaciones.
- El sistema de referencia usado para relacionar observaciones y parámetros a estimar.
- La componente estocástica, es decir, observaciones y matriz de pesos asignada a priori.

Si de dicha matriz nos quedamos con la submatriz (3x3) correspondiente a las tres componentes de posición estimadas para un punto, dicha submatriz representa un elipsoide situado en el espacio, centrado en la posición estimada para dicho punto, de modo que incluye una determinada probabilidad de que la solución verdadera sea la estimada para ese punto (Leick, 1995). Si consideramos tan sólo dos componentes de posición (por ejemplo la posición planimétrica X, Y), el elipsoide se transforma en una elipse de confianza (Figura 4) que nos da información sobre la precisión de las coordenadas X, Y obtenidas para la estación. Para saber su posición en el espacio, se necesita saber la orientación de los ejes principales de dicha elipse respecto a los ejes del sistema de referencia en el que estemos trabajando. Este problema se resuelve usando una rotación de ángulo o diagonalizando la submatriz de covarianza correspondiente (Leick, 1995).

$$COV_{\hat{x}_1\hat{x}_2} = \begin{bmatrix} \sigma_{x_1}^2 & \sigma_{x_1x_2} \\ \sigma_{x_1x_2} & \sigma_{x_2}^2 \end{bmatrix} \quad (20)$$

Las expresiones obtenidas mediante una rotación en contra de las manecillas del reloj alrededor del eje Z, que nos permiten determinar los parámetros de la elipse de error son las siguientes (Leick, 1995):

$$tg(2\omega) = \frac{2\sigma_{XY}}{\sigma_X^2 - \sigma_Y^2} \quad (21)$$

$$\sigma_r^2 = \frac{(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2) \pm \sqrt{(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{XY}^2}}{2}$$

donde:

σ_r^2 = semieje de la elipse (tomando el valor positivo para el semieje mayor y el negativo para el semieje menor).

ω = orientación del semieje mayor de la elipse.

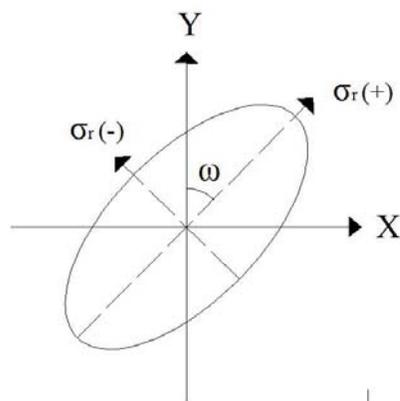


Figura 4.- Componentes de las elipses de error donde: ω es el ángulo de rotación respecto al eje Y, el eje mayor del error; $\sigma_r(+)$ es el semieje mayor y $\sigma_r(-)$ semieje menor.

En el caso de la diagonalización, los valores propios de la matriz de covarianza serán los semiejes mayor y menor de la elipse, y los vectores propios nos darán las direcciones principales de la elipse (Leick, 1995).

Otro punto importante que puede afectar la calidad de la red geodésica, está relacionado con la redundancia del sistema. El número de ecuaciones redundantes r del sistema de ecuaciones normales es la diferencia entre el número de observaciones n , que es igual al número de ecuaciones de observación, y el número de parámetros u , que son nuestras incógnitas a ser estimadas.

A la contribución de cada observación l_i corresponde una redundancia r la cual recibe el nombre de redundancia parcial r_i (Leick, 1995). Estas son obtenidas de la diagonal principal de la matriz R expresada por la relación:

$$R = \frac{1}{\hat{\sigma}_0^2} COV_{\hat{V}} P \quad (22)$$

Donde $\hat{\sigma}_0^2$ es la varianza a posteriori, $COV_{\hat{V}}$ es la matriz de covarianza de los residuales y P la matriz de pesos.

Las redundancias parciales (r_i), calculadas a partir de la ecuación (22), benefician el control de las observaciones.

II.2.4.- Fiabilidad de una red geodésica

La teoría de fiabilidad sirve para detectar outliers (errores groseros) en el ajuste de la red. Un outlier introducido en un observable influye en todos los residuales de la red y desequilibra su calidad. Los outliers se detectan de forma fácil cuanto más precisas y homogéneas sean las observaciones. En la literatura geodésica se emplean varios métodos para la detección de outliers, de los cuales solo se mencionaran a continuación la prueba Tau y la prueba w de Baarda.

La prueba Tau . Introducida por Pope (Leick, 1995) pertenece al grupo de pruebas t de Student, que hacen uso de la varianza a posteriori de peso unidad. El estadístico de la prueba es (Leick, 1995):

$$|\hat{V}_i / \hat{\sigma}_{\hat{V}_i}| < C \quad (23)$$

Donde $\hat{V}_i' = \sqrt{P_i} \hat{V}_i$, $\sigma_{\hat{V}_i}^2 = \sigma_0^2 \frac{k'_{ii}}{p_1}$, siendo k'_{ii} el elemento i -ésimo de la diagonal de la matriz de covarianza de los errores residuales estimados \hat{V} (ecuación 7) y σ_0^2 la varianza de la unidad de peso a priori

La prueba para la aceptación o rechazo de la hipótesis nula H_0 se plantea en los siguientes términos,

Hipótesis H_0 : Se acepta la observación i -ésima

Hipótesis alternativa H_1 : Existe un outlier en la observación i -ésima.

Se acepta H_0 si $|\hat{V}_i/\hat{\sigma}_{\hat{V}_i}| < C$. (24)

Se rechaza H_0 , es decir, se acepta H_1 si $|\hat{V}_i/\hat{\sigma}_{\hat{V}_i}| \geq C$, siendo C el valor crítico que depende del nivel de significancia de la prueba, del número de grados de libertad r del ajuste, y está dado por la relación siguiente:

$$C = \sqrt{r} \ t_{r-1,\alpha} / \sqrt{r-1 + t_{r-1,\alpha}^2} \quad (25)$$

El valor crítico de C también puede obtenerse de las correspondientes tablas de Pope (Leick, 1995).

La prueba w de Baarda. Esta prueba propone una prueba global para la detección de outliers ya que permite comprobar la bondad de las observaciones que han intervenido en el cálculo de los parámetros ajustados.

Una forma intuitiva de contrastar una red es realizar el examen de los residuales \hat{V} que produce el ajuste de mínimos cuadrados. Si el vector \hat{V} está formado por variables no correlacionadas se tendría que la distribución de los residuales sería una distribución normal con media cero y varianza unitaria $N(0,1)$. Bajo la hipótesis nula (H_0) se introduce el estadístico siguiente (Leick, 1995):

$$H_0: w_i = \hat{V}_i / \sqrt{COV_{\hat{V}_i}} \quad (26)$$

Donde \hat{V} representa los residuales que son calculados por la ecuación (7) y $\sqrt{COV_{\hat{V}_i}}$ es la raíz cuadrada del elemento i -ésimo de la diagonal de la matriz de covarianza de las correcciones de las observables expresada por la ecuación (15).

La prueba se plantea en los siguientes términos. Dado el nivel de significancia α , el valor crítico w_0 viene dado por:

$$N(0,1) = 1 - \alpha \quad (27)$$

Por ejemplo, estableciendo los valores $\alpha = 0.005$ (95 % de confianza) y $\alpha = 0.001$ (99 % de confianza) y suponiendo una distribución normal, se obtienen los siguientes valores $w_0 = 1.96$ y $w_0 = 2.58$, respectivamente. Si $w_i > w_0$ existe una probabilidad $(1 - \alpha)$ de que la observación i -ésima sea errónea.

Junto con la prueba de Baarda se presenta el concepto de fiabilidad que se subdivide en fiabilidad interna y externa. La primera cuantifica la parte interior del error existente en la observación. El segundo cuantifica la influencia de los errores no detectables en los parámetros ajustados.

Medida de fiabilidad interna. Bajo el concepto de fiabilidad interna de una red geodésica se reúnen todos los criterios utilizados para detectar outliers. La fiabilidad interna cuantifica el error mínimo que se encuentra en una observación que es sensible a la prueba. Estadísticamente, es el valor mínimo detectable del error en la observación, dado por la ecuación (Leick, 1995):

$$\nabla|_{0_i} = \left| \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \sigma_{i_i} \right|, (i = 1, \dots, n) \quad (28)$$

Donde:

δ_0 , σ_{i_i} y r_i son respectivamente, el sesgo (skewness), la desviación estándar de la i -ésima observación y la respectiva redundancia parcial. El sesgo (δ_0) es obtenido por medio de la distribución normal reducida (por ejemplo, para un nivel de confianza del 99 % $\delta_0 = 4.12$).

El sesgo representa la diferencia entre las esperanzas matemáticas obtenidas con la hipótesis nula H_0 y con la hipótesis alternativa H_1 , es decir, la distancia mínima detectada entre los valores de la hipótesis nula y de la hipótesis alternativa.

Se puede observar que en la ecuación (28) $\nabla|_{0_i}$ depende de (dos Santos, 2005):

- a) La precisión de las observaciones, la cual esta descrita por la desviación estándar $\sigma_{|_i}$;
- b) La geometría de la red, caracterizada por la redundancia parcial r_i ;
- c) El nivel de significancia α ;
- d) La calidad de poder de esta prueba como por ejemplo, la probabilidad para detectar las observaciones como outliers.
- e) El sesgo.

Para estudiar la homogeneidad de la red se utiliza el parámetro de homogeneidad μIN_i obtenido directamente de la ecuación 28:

$$\mu IN_i = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \quad (29)$$

Los coeficientes μIN_i representa la sensibilidad de la prueba. Es conveniente tener valores pequeños de μIN_i en una red geodésica. Un valor pequeño μIN_i implica un valor grande de r_i ; cuanto mayor sea el número de r_i menor será $\nabla|_i$, presente en una observación $|_i$; esto se verá reflejado en los residuos v_i . Dicho en otras palabras, la prueba se vuelve más sensible, y el número de outliers detectables se reduce a un mínimo (Sevilla y Núñez, 1990).

En resumen se puede decir que la fiabilidad interna de la red queda determinada por:

- Redundancia.- De acuerdo a la siguiente tabla se considera la calidad de los observables.

Tabla III.- Control de observaciones por medio de redundancias parciales.

Intervalo	Control
$0 \leq r_i < 0.01$	Mal Controlado
$0.01 \leq r_i < 0.1$	Débilmente Controlado
$0.1 \leq r_i < 0.3$	Suficientemente Controlado
$0.3 \leq r_i \leq 1$	Bien Controlado

- Parámetros de homogeneidad.- Cuanto mayor sea su variación relativa mejor será la calidad de la red, por lo que es preferible obtener valores absolutos pequeños, lo cual significara altas redundancias. En el caso de redes densificadas, este parámetro aporta valiosa información acerca de las zonas que están bien o mal controladas.

Asimismo se puede sintetizar que la fiabilidad interna de la red brinda información acerca de:

- Calidad de los observables.
- Existencia de outliers.
- Valor del máximo error admisible de la red.

Medida de fiabilidad externa. Trata de detectar y localizar los posibles outliers, sobre las incógnitas y está dada por (Leick, 1995):

$$\nabla x = Q_{\hat{x}} A^T P e_i \nabla |_{0_i} \quad (30)$$

Donde e_i es la i-esima columna de la matriz de identidad cuya dimensión n, es igual al número de observaciones utilizadas en el ajuste.

El parámetro de homogeneidad de la fiabilidad externa μEX_i está dado por la relación siguiente:

$$\mu EX_i = \mu I N_i \sqrt{1 - r_i} \quad (31)$$

El objetivo de la fiabilidad externa consiste en establecer la influencia de los errores en los observables sobre los valores ajustados de parámetros o variables. Con ello se pretende esencialmente, que no se deteriore la calidad exigible en la precisión de estos últimos por el impacto causado por los errores despreciados o no detectados en los primeros.

De esta forma, la fiabilidad externa de la red quedará definida por los vectores ∇x de cada observable con los respectivos parámetros μEX_i de homogeneidad externa.

Se puede concluir que del estudio de los vectores de fiabilidad externa ∇x , se deduce que un mismo outlier en un observable influye de forma diferente en el conjunto de los vértices de la red.

En conclusión de este capítulo, en las Tablas IV y V se resume el modelo de ajuste de ecuaciones de observación así como el análisis estadístico, respectivamente. El proceso de cálculo habitual es el siguiente:

(1°)- Cálculo de los parámetros X . (2°)- Cálculo de los residuales V . (3°)- Cálculo de los parámetros ajustados X_a y las observaciones ajustadas L_a . (4°)- Cálculo de matrices de covarianza de parámetros COV_X , residuos COV_V y observaciones COV_L . (5°)- Cálculo de fiabilidad interna y externa. (6°)- Finalmente, el cálculo de elipses de confianza.

Tabla IV.- Ajuste de una red geodésica por el método de mínimos cuadrados. Método de ecuaciones de observación.

Modelo	$L_a = F(X_a)$
Modelo linealizado	$V = AX + L$
Matriz de pesos	$P = \sigma_0^2 \Sigma_{L_b}^{-1}$
Matriz de coeficientes	$A_u = \left. \frac{\partial F}{\partial X} \right _{X_0, L_b}$
Ecuaciones Normales	$NX + U = 0$ $N = A^T P A$ $U = A^T P L$
Valores aproximados de los Parámetros	X_0
Función de valores observados	$L = L_0 - L_b$
Corrección a los parámetros	$X = -N^{-1} U$
Parámetros ajustados	$X_a = X_0 + X$
Varianza unidad de peso (a posteriori)	$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{\hat{V}^T P \hat{V}}{n - u}$ $V^T P V = X^T U + L^T P L$
MVC parámetros ajustados	$\Sigma X_a = \sigma_0^2 N^{-1}$
MVC valores observados Ajustados	$\Sigma L_a = \sigma_0^2 (P^{-1} - P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1})$

Tabla V.- Análisis estadístico en el ajuste de una red geodésica por el método de mínimos cuadrados.

Matriz de covarianza de parámetros, residuos y observaciones, estimados	$COV_{\hat{x}} = \hat{\sigma}_0^2 (A^T P A)^{-1}$ $COV_{\hat{v}} = \hat{\sigma}_0^2 P^{-1} - A (A^T P A)^{-1} A^T$ $COV_{\hat{l}} = \hat{\sigma}_0^2 (I - P^{-1} - A (A^T P A)^{-1} A^T P) P^{-1} (I - P^{-1} - A (A^T P A)^{-1} A^T P)^T$
Prueba Chi-Cuadrada	$\frac{V^T P V}{\sigma_0^2} \approx \chi_{(n-r)}^2$
Elipses de error	$tg(2\omega) = \frac{2\sigma_{XY}}{\sigma_X^2 - \sigma_Y^2}$ $\sigma_r^2 = \frac{(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2) \sqrt{(\sigma_X^2 + \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{XY}^2}}{2}$
Redundancia Parcial	$R = \frac{1}{\hat{\sigma}_0^2} COV_{\hat{v}} P$
Prueba de Pope (Tau)	$ \hat{v}_i / \hat{\sigma}_{\hat{v}_i} < C$
Prueba de Baarda	$w = \hat{v} / \sqrt{COV_{\hat{v}_i}}$
Fiabilidad interna Error mínimo detectable Parámetro de homogeneidad	$\nabla _{0_i} = \left \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}} \sigma_i \right , (i = 1, \dots, n)$ $\mu IN_i = \frac{\delta_0}{\sqrt{r_i}}$
Fiabilidad externa Vectores de fiabilidad Parámetro de homogeneidad	$\nabla x = Q_{\hat{x}} A^T P e_i \nabla _{0_i}$ $\mu EX_i = \mu IN_i \sqrt{1 - r_i}$

III.- SISTEMA GPS

El sistema GPS es un sistema de posicionamiento por satélites que permite determinar las coordenadas, referidas al Sistema Geodésico de Referencia espacial (WGS84), de puntos sobre la superficie de la Tierra. El sistema está formado por los tres segmentos siguientes:

- Segmento espacial.- Está constituido por los satélites de la constelación NAVSTAR (NAVigation System Time and Ranging-Global Position System) que emiten señales en la banda de radio. En la actualidad esta constelación está formada por un total de 27 satélites (24 activos y 3 de reserva); los 24 satélites activos están distribuidos en 6 planos orbitales (cada uno de ellos con 4 satélites en una órbita prácticamente circular, a 20180 km de altitud). Los 6 planos están separados entre sí en 60° y forman un ángulo de 55° con respecto al plano definido por el Ecuador. La configuración de la constelación NAVSTAR permite que sobre el horizonte de cualquier lugar de la superficie terrestre puedan observarse simultáneamente entre 6 y 11 satélites (normalmente denominados SVS, o Space Vehicles), lo cual posibilita la continuidad de las observaciones durante todo el día.
- Segmento de control.- La constelación NAVSTAR está controlada desde tierra a través de una serie de cinco estaciones oficiales de seguimiento repartidas por todo el planeta. Existe una estación central o maestra (Colorado Springs), y otras cuatro secundarias (Hawaii, Ascensión, Diego García y Kwajalein). Las estaciones de control están espaciadas regularmente en longitud y sus coordenadas están determinadas con alta precisión. El objetivo de éstas es dar seguimiento a la trayectoria recorrida por los satélites por lo que están en constante comunicación recibiendo las señales emitidos por éstos para así poder determinar sus órbitas con gran exactitud.
- Segmento de usuario.- Este segmento está formado por los equipos (receptor o sensor con antena) utilizados para la recepción de las señales emitidas por los

satélites, así como por el software necesario para la comunicación del receptor con una computadora y para el postprocesado de la información para la obtención de resultados.

Los receptores se clasifican en función del observable que emplean para determinar la posición del punto, se distinguen entre receptores de medida de pseudodistancias (código), que son los navegadores, y los receptores de medida de pseudodistancias y fase (receptores topográficos y geodésicos). También se pueden distinguir entre receptores de posicionamiento mono frecuencia ya que leen la frecuencia L1 (código C/A), o bien los receptores de posicionamiento de doble frecuencia, que leen conjuntamente las frecuencias L1 y L2 (Figura 5). La diferencia principal entre ambos receptores es la precisión obtenida, además dicha precisión también dependerá de la metodología empleada en el posicionamiento.

Las observables de tiempo (códigos) son:

- Código C/A (Código de Adquisición clara imprecisa) modulado sobre L1.
- Código P (Código de Precisión) modulado sobre la portadora L1.
- Código P modulado sobre la portadora L2.

Observaciones de diferencia de fase:

- Diferencia de fase de la portadora L1.
- Diferencia de fase de la portadora L2

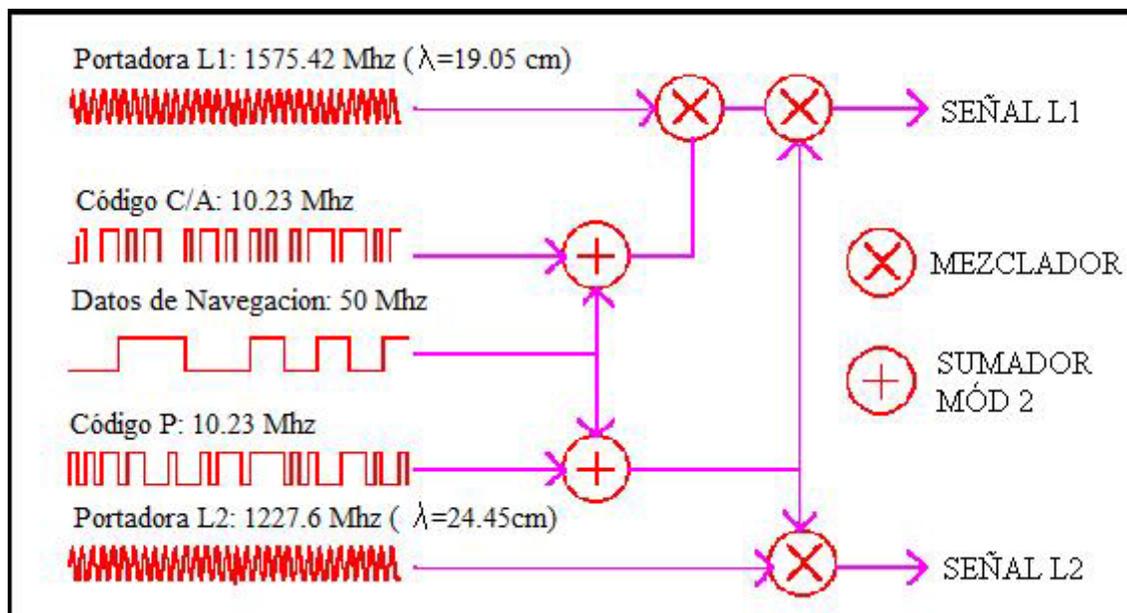


Figura 5.-Estructura de la señal GPS

III.1.- Mediciones de pseudodistancia o código

Desde el punto de vista geométrico son suficientes las mediciones de distancia a cuatro satélites, uno por cada incógnita (X, Y, Z, tiempo). La distancia desde el receptor al satélite se determina por medio de una medición del tiempo de propagación del código C/A o del código P (ya sea de la portadora L1 o de la portadora L2).

El satélite transmite un impulso (código), este impulso contiene la información adicional del instante de emisión. En el receptor se mide el momento de llegada del impulso y se lee la información contenida sobre el instante de emisión. La diferencia de tiempo (por lo tanto el observable es el tiempo) multiplicada por la velocidad de propagación de la señal nos permite obtener la distancia a la cual se le llama pseudodistancia debido a que no es la distancia real entre el satélite y el receptor (Figura 6).

El inconveniente de esta medida es la diferencia de precisiones entre el reloj del satélite (entre 10^{-11} y 10^{-14} s.) y la del receptor (10^{-9} s), lo cual causa cierta ambigüedad a la hora de determinar la posición.

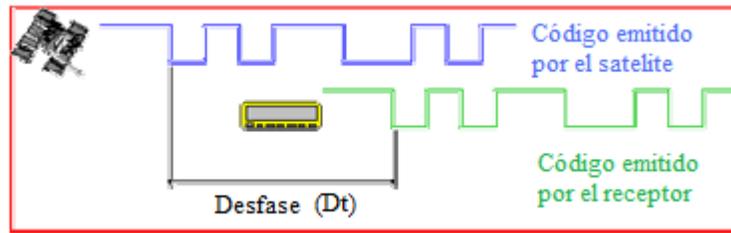


Figura.6- Correlación de los códigos entre el satélite y el receptor

Considerando explícitamente los posibles errores de sincronismo de los relojes, la medida del tiempo transcurrido entre emisión y recepción se obtiene como una diferencia de tiempos medidos en dos escalas diferentes: la del satélite (t^j) y la del receptor (t_i). Considerando una escala de tiempos de referencia T , a la que se le puede llamar escala GPS, se tiene que la pseudodistancia para el satélite j y el receptor i viene dada por:

$$P_i^j = c[t_i(T_2) - t^j(T_1)] \quad (32)$$

Donde:

- c es la velocidad de la luz en el vacío.
- $t_i(T_2)$ es el tiempo de recepción de la señal medido en la escala de tiempo dado por el reloj del receptor i .
- $t^j(T_1)$ es el tiempo de emisión de la señal medido en la escala de tiempo dado por el reloj del satélite j .

La medida de pseudodistancia P_i^j así obtenida incluye, además de la distancia geométrica ρ_i^j entre el receptor y satélite, otros términos de naturaleza no geométrica, como son el error de sincronismo entre los relojes del receptor y del satélite, errores debidos a la propagación de la señal a través de la atmósfera (ionósfera y tropósfera), efectos relativistas, retardos instrumentales (del satélite y del receptor), interferencia debida a multitrayectorias, etc.

III.2.- Mediciones de fase

El satélite genera una onda con una determinada frecuencia (L1 o L2) y el receptor genera una onda de la misma frecuencia; el receptor compara la onda recibida con la generada y mide el desfase entre ambas así como la variación de esta fase en el tiempo. Para definir la distancia exacta nos falta conocer el número de longitudes de onda entre el satélite y el receptor que se mantendrá constante en el tiempo y después de un cierto tiempo de observación (Figura 7).

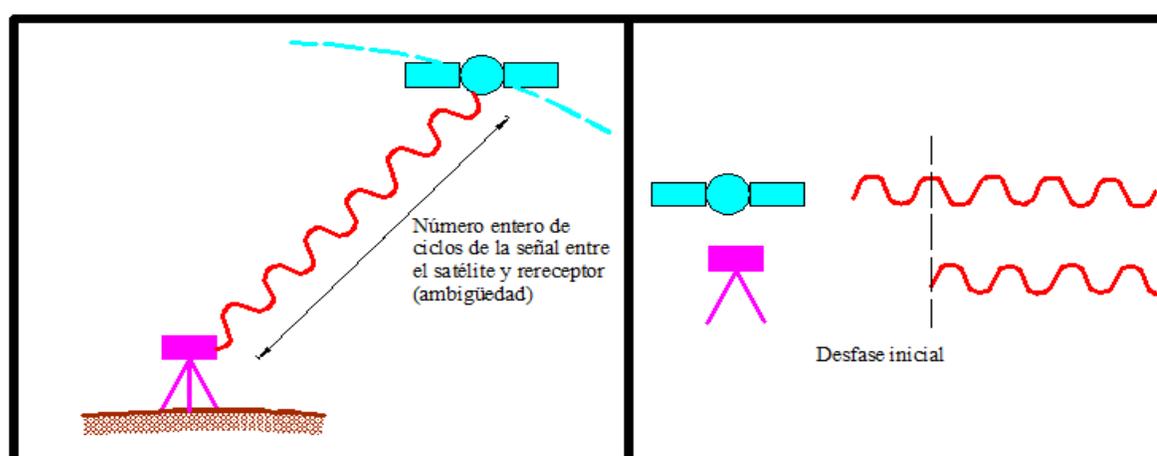


Figura 7.- Desfase entre la señal emitida por el satélite y el receptor.

El método con mediciones de fase nos permite una mayor precisión. Se fundamenta en lo siguiente: la frecuencia de un oscilador que controla el receptor se compara con la portadora emitida por el satélite, lo cual se consigue haciendo una correlación. Cuando esta emisión llega a la antena, su recorrido corresponde a un número entero de longitudes de onda más una fracción de longitud de onda cuyo observable (o momento exacto de recepción por parte de la antena) puede variar entre 0 y 360°.

Por lo tanto tenemos, la frecuencia y la longitud de ondas conocidas, y la fracción o "ambigüedad" por conocer. La resolución de la ambigüedad se realiza con base en un

extenso proceso de cálculo, que además nos resolverá el estado de los relojes y en consecuencia, las diferencias de coordenadas entre estaciones. Una vez obtenidos dichos valores, la resolución interna que nos proporciona este sistema es del orden de un centímetro o menor, aunque diversas fuentes de error pueden limitar la precisión operativa, siempre en función de las técnicas de observación empleadas.

Cabe resaltar que el efecto ionosférico tiene distinto signo para el código (+) y para la fase (-), esto se debe a que las medidas de fase experimentan un avance al atravesar la ionósfera y las medidas de pseudodistancia un retardo.

A continuación (Figura 8 y Tabla VI) se resumen los diferentes efectos así como el orden de magnitud de cada efecto que interviene en el modelado del observable código P y fase L con sus respectivas frecuencias (f_1 y f_2):

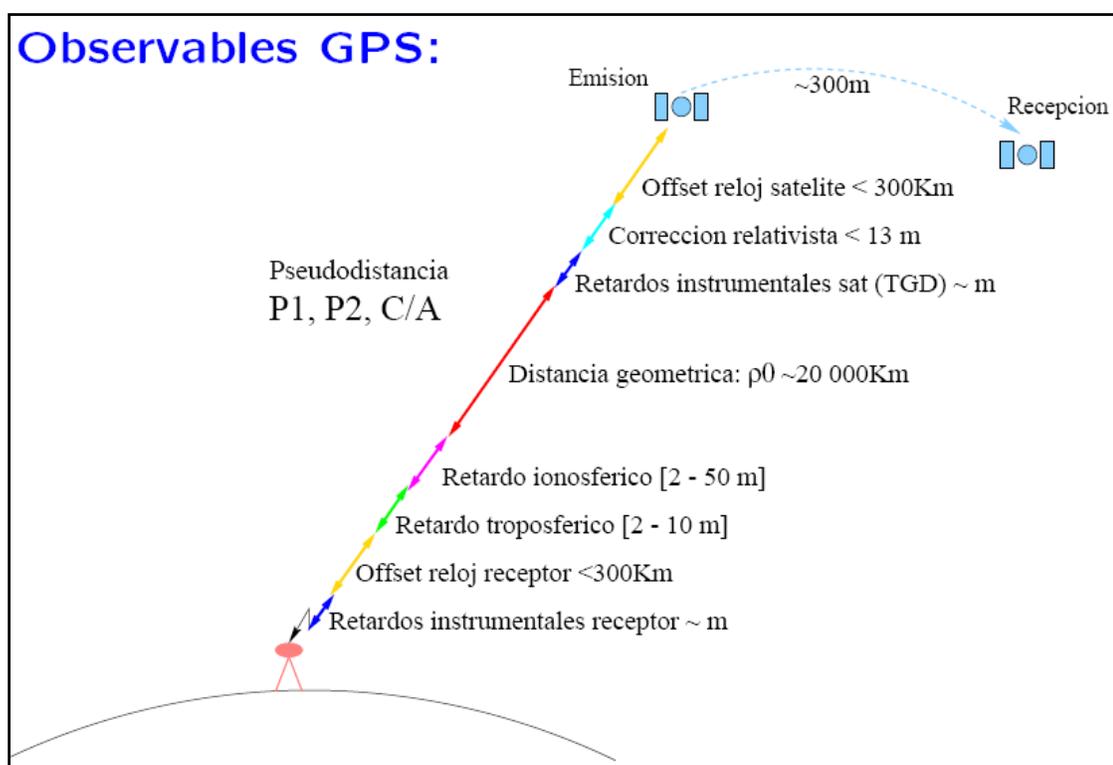


Figura 8.- Modelado de las medidas de pseudodistancia P1 (o C/A) y P2, entre un receptor y un satélite, la cual es afectada por una serie de efectos que contribuyen de manera diferente.

Tabla VI.- Modelado de la medida de pseudodistancia para códigos y fases con su respectiva influencia en la señal GPS (Hernández et al., 2001).

Códigos (pseudorángos)	
$P1_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_1 I_i^j + K1_i^j + M_{P1,i}^j + \varepsilon_{P1,i}^j$	
$P2_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j + \alpha_2 I_i^j + K2_i^j + M_{P2,i}^j + \varepsilon_{P2,i}^j$	
Fases (fases portadoras)	
$L1_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j - \alpha_1 I_i^j + B1_i^j + w_{L1} + m_{L1,i}^j + \varepsilon_{L1,i}^j$	
$L2_i^j = \rho_i^j + c(dt_i - dt^j) + rel_i^j + T_i^j - \alpha_2 I_i^j + B2_i^j + w_{L2} + m_{L2,i}^j + \varepsilon_{L2,i}^j$	
ρ = dist geométrica ($\cong 20\ 000$ Km)	dt = <i>offset</i> reloj (<300 Km)
rel = efecto relativista ($\cong 13$ m)	w = wind-up (< λ)
T = retardo tropósfera $\cong (2m*FO)$	I = retardo ionosférico $\cong ((2-10m)^j*FO)$
m, M = multitrectoria ($m_L \cong 0.1-1$ cm)	ε = ruido ($\sigma_{\varepsilon L} \cong 2$ mm)
($M_P \cong 0.1 - 1$ m, $M_{CA} \cong 0.5-5$ m)	($\sigma_{\varepsilon P} \cong 0.1 - 0.3$ m, $\sigma_{\varepsilon CA} \cong 0.5 - 3$ m)
B = ambigüedad fase (cm-Km)	K = retardo instrumental (cm-m)
FO = factor oblicuidad ($\cong \frac{1}{\sin(elev)}$)	$\gamma = (f_1/f_2)^2 = (77/60)^2$
$\alpha_i = 40.3/f_i^2$; $\lambda_i = c/f_i$; $\frac{1}{\gamma-1} \cong 1.546$	$\lambda_1 = 19.029$ cm, $\lambda_2 = 24.421$ cm

en donde:

$$K1_i^j = K_{1i} + TGD^j$$

$$K2_i^j = K_{2i} + \frac{f_1^2}{f_2^2} TGD^j$$

$$B1_i^j = k_{1i} + k_1^j + \lambda_1 N_{1i}^j$$

$$B2_i^j = k_{2i} + k_2^j + \lambda_2 N_{2i}^j$$

N = ambigüedad entera

TGD, K , k = retardo instrumental

III.3.- Métodos de posicionamiento

La forma en que el GPS determina la posición precisa de un punto es la siguiente: el receptor utilizado debe localizar la señal de al menos cuatro satélites del segmento espacial para poder resolver las tres coordenadas espaciales de su posición y el tiempo (Figura 9). Con base en estas señales, el receptor hace una sincronización de los relojes y calcula el retraso de las mismas, de modo que obtiene la distancia al satélite; haciendo uso de la triangulación (en este caso la distancia de cada satélite respecto al punto de medición) ubica la posición.

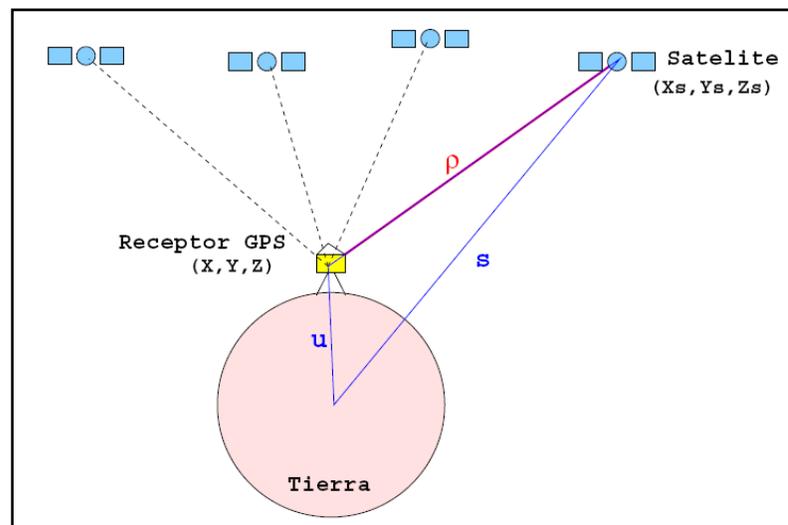


Figura 9.- Determinación de la posición del receptor a partir de la pseudodistancia (ρ), con al menos 4 satélites y las posiciones (s) de éstos.

Se plantea un sistema de ecuaciones con cuatro incógnitas (x, y, z, dt) de la forma:

$$\rho^j = \sqrt{(x - x^j)^2 + (y - y^j)^2 + (z - z^j)^2} + cdt \quad ; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (n \geq 4) \quad (33)$$

Donde se desprecian los efectos de multitrayectorias y ruido en general; (x^j, y^j, z^j) es la posición del satélite al emitir la señal; (x, y, z) posición del receptor, $(c \cdot dt)$ c la velocidad de la luz y dt la diferencia en tiempo entre el reloj del receptor y el del satélite.

El método más recomendado para resolver las coordenadas y ambigüedades es el *método estático relativo* que utiliza mediciones de código y comparaciones de fase.

Se observan dos o más receptores simultáneamente. Las mediciones se pueden hacer por código o por fase. Se determina la distancia o incremento de coordenadas entre las antenas de los receptores (diferencia de posición entre ellos). A este método se le suele denominar *diferencial* puesto que uno de los receptores permanece fijo en una estación de coordenadas conocidas, y el (o los otros) ocupan otros puntos de interés (coordenadas desconocidas). Se realizan observaciones simultáneas de las señales de los satélites y es entonces como se calcula la longitud del vector tridimensional (mejor conocido como *línea base*) entre la estación de referencia y las móviles.

Se denomina *primera diferencia de fase* a la diferencia de fase de la señal medida por dos receptores i y n a un satélite j en un determinado tiempo (t) , lo cual puede ser definido como:

$$L_{in}^j(t) = L_i^j(t) - L_n^j(t) \quad (34)$$

A partir de la primera diferencia, entre dos receptores y un satélite se forman *las dobles diferencias* es decir si dos receptores i y n realizan mediciones a dos satélites j y o al mismo tiempo.

$$L_{in}^{jo}(t) = L_{in}^j(t) - L_{in}^o(t) \quad (35)$$

La gran ventaja de este método radica en que los errores de posicionamiento, muy similares en ambos puntos, son eliminados en su mayor parte; los errores del sincronismo de los receptores se minimizan, eliminando así cualquier fuente de error que pudieran introducir los relojes, además disminuyen los errores orbitales y los de propagación atmosférica. Por consiguiente es posible determinar el número entero de longitudes de onda más la fracción de longitud de onda (ambigüedad) entre la antena del satélite y la del receptor así como las coordenadas entre receptores (Figura10).

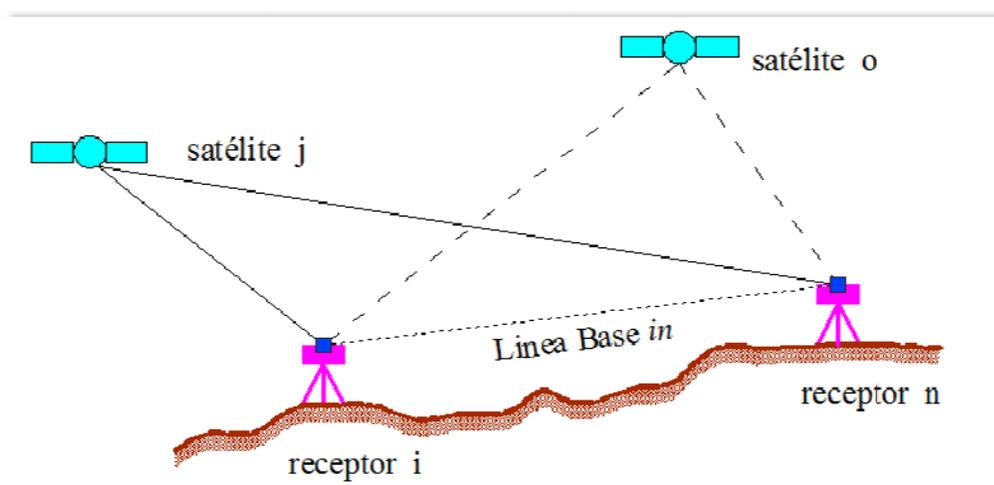


Figura 10.- Dobles diferencias, dos receptores observan dos satélites al mismo tiempo.

Dentro del método de posicionamiento relativo (diferencial), existe otra técnica GPS: el modo estático. En este modo los receptores se quedan fijos sobre las respectivas estaciones, durante un determinado tiempo. Los tiempos de observación dependerán de las distancias entre las estaciones de la red, a mayor distancia corresponde más tiempo de observación y se utilizan dos frecuencias para disminuir la influencia de la ionósfera, en distancias cortas se puede trabajar solo con una frecuencia. Existe redundancia en la observación.

Los programas de procesamiento GPS acostumbran designar a la solución calculada por doble diferencia con las ambigüedades como *fija* (fix). Una solución fija es una solución de la línea base (vector) donde las ambigüedades se han determinado correctamente y se han mantenido fijas; a menudo corresponde a una solución óptima. Si por alguna razón las ambigüedades no pudieran tener solución, la solución final para el vector será una solución *flotante* (float). Normalmente una solución fija otorga coordenadas con precisión relativa de 1 a 2 partes por millón (ppm) de la distancia entre estaciones. La solución flotante no garantiza precisión relativa mejor que 10 a 20 centímetros. Por este motivo, se debe estar atento al tipo de solución final lograda por los programas utilizados de otra manera puede salirse de la precisión nominal prevista. Sin embargo, para líneas con gran longitud, la

solución flotante puede entregar una precisión relativa mejor que 2 ppm, aunque su valor absoluto sea de varios centímetros.

En una red geodésica posicionada con GPS, la precisión depende en gran medida de la calidad de la solución, mientras que la exactitud es dependiente de las coordenadas iniciales respecto al sistema WGS84 es decir que tan fiables son las coordenadas tomadas como referencia para calcular los otros puntos que conforman la red.

Además de los efectos que sufre la señal GPS desde su emisión, existen otros parámetros que condicionan en gran medida la precisión, a saber: la multitrayectoria que se produce cuando la señal sufre reflexiones, choques contra objetos reflectantes en su camino hacia la antena; para reducir este efecto se requiere disponer de antenas con planos de tierra y sobre todo poner especial cuidado en el emplazamiento de la misma.

Una medida de la fortaleza de la geometría de los satélites está relacionada con la distancia entre estos y su posición en el espacio, se conoce como DOP (Dilution of Precision). Cuando los satélites están bien distribuidos, la incertidumbre en la posición es menor. Se pueden calcular diferentes tipos de DOP pero la DOP en Posición (PDOP) nos proporciona la degradación de la exactitud en posición 3D (incertidumbre 3D). Su valor ideal es 1, y si la geometría empeora el valor aumenta, llegándose a producir una situación en la que, aunque haya una cantidad favorable de satélites a la vista, la observación deba suspenderse porque la PDOP llegue a exceder de cierto valor establecido, entre 5 y 7 es aceptable. Cuando ocurre pérdida de señal se pierde también el control de fase, lo que trae como consecuencia saltos o deslizamientos de ciclos en la señal que pueden invalidar la medición. Los efectos mencionados anteriormente se pueden minimizar en campo si utilizamos una máscara de elevación (ángulo de elevación sobre el horizonte, por debajo del cual los satélites visibles no se utilizan) de 10° o 15° . Se debe recordar que el aumento de la máscara de elevación limita el número de satélites que sigue el receptor y puede producir PDOPs mayores.

III.4.- Sistema de referencia: WGS84 e ITRF92

Los sistemas de referencia geodésicos se definen por el origen y orientación de los ejes de coordenadas así como por la dimensión y un modelo para la forma de la Tierra. Pueden ser descritos con referencia a dos modelos matemáticos: el elipsódico y el esférico, los cuales se obtienen con base en parámetros físicos medidos sobre la superficie de la Tierra, tales como la aceleración de la gravedad. Los marcos de referencia se conforman por puntos materializados en el terreno y ubicados con gran exactitud y precisión.

Sistema WGS84

El Sistema Convencional de Referencia Terrestre CTRS (Conventional Terrestrial Reference System) adoptado para el posicionamiento GPS es el denominado Sistema Geodésico Mundial 1984 WGS84 (World Geodetic System) que se describe por:

- Origen en el centro de masa de la Tierra.
- El eje Z pasa por el Polo Convencional Terrestre (CTP) definido por el Bureau Internacional de la Hora (BIH) para la época 1984.0.
- El eje X es la intersección del plano meridiano origen de longitudes definido por BIH para la época 1984.0 y el plano del ecuador CTP.
- El eje Y, situado en este plano, constituye con X, Z un sistema coordenado rectangular dextrógiro (en sentido de las agujas del reloj).
- El origen de la terna así definida sirve además de centro geométrico del elipsoide WGS84, y el eje Z es su eje de revolución.

Este sistema se define para una Tierra estándar rotando con velocidad constante alrededor de un eje polar medio, incluyendo por tanto un modelo de la Tierra que queda definido por parámetros primarios y secundarios:

- Parámetros primarios: velocidad angular de rotación y la masa del elipsoide, que coincide con la masa de la Tierra.
- Parámetros secundarios: definen el modelo de gravedad utilizado el cual está formado por la constante gravitacional y la velocidad de la luz en el vacío.

Las constantes definidoras del sistema son:

- Semieje Mayor (a): 6 378 137 m.
- Semieje Menor (b): 6 356 752.3142 m

- Achatamiento (f): 1/298.257223563
- Producto de la Constante Gravitacional y la Masa de la Tierra y GM: $3.986004418 \times 10^8 \text{ m}^3/\text{s}^2$
- Velocidad Angular de la Tierra (ω): $7292115 \times 10^{-11} \text{ rad/s}$
- Velocidad de la luz en el vacío: 299 792 458 m/s

Sistema ITRF

Si deseamos alcanzar precisiones centimétricas al momento de determinar las coordenadas de las estaciones que conforman las redes geodésicas se deben considerar la dinámica de la Tierra ya que la superficie terrestre se ve afectada principalmente por el desplazamiento de las placas tectónicas por lo que no es posible materializar un sistema terrestre con base en coordenadas fijas.

Por lo tanto tenemos el Sistema de Referencia Terrestre Internacional ITRF (International Terrestrial Reference Frame), es un sistema global geocéntrico de carácter científico muy preciso, empleado actualmente. Fue establecido por el Servicio Internacional de Rotación Terrestre IERS (International Earth Rotation Service).

El Sistema ITRF lo constituyen un conjunto de estaciones de las cuales se conocen sus coordenadas y variaciones con respecto al tiempo, a las cuales se les denomina Coordenadas de Estación SSC (Set of Station Coordinates).

El IERS cada año publica las soluciones de estas observaciones, en consecuencia cada año resulta un ITRF con mayor precisión. Para identificarlo se le asignan dos dígitos, por ejemplo para el año 1992 tendremos el ITRF92, en 1988 se publicó la primera solución y se le conoce por ITRF88.

Para determinar las coordenadas de un determinado ITRF se utiliza el siguiente procedimiento:

- Reducción de los SSC a una época de referencia común, utilizando en cada estación sus respectivos modelos de velocidad en el movimiento de placas.
- Estimación por mínimos cuadrados en la época de las coordenadas de las estaciones ITRF.
- Transformación de siete parámetros desde cada SSC individual al sistema ITRF.

III.4.1.- Transformación de sistema WGS84 a ITRF92

De acuerdo a las normas del INEGI sobre levantamientos geodésicos nuestro actual marco de referencia es el datum International Terrestrial Reference Frame para el año 1992 (ITRF92) con datos de la época 1988.0 del Internacional Earth Rotation Service (IERS) motivo por el cual surge la necesidad de la transformación de coordenadas del sistema WGS84 (datum con el cual se calculan comúnmente las posiciones GPS) al marco de referencia ITRF92 época 1988.0.

Actualmente existe una pequeña diferencia en el parámetro de aplastamiento de la Tierra entre el elipsoide de referencia adoptado en WGS84 respecto al que utiliza el ITRF (GRS80), pero el detalle más importante entre estos dos sistemas es que el ITRF está definido dinámicamente por los movimientos y la forma terrestre a través del tiempo.

Al transformar un punto entre diferentes sistemas de coordenadas, se debe tomar en cuenta que lo que cambia es el origen desde el cual se derivan las coordenadas y no la superficie sobre la cual se apoyan. Comúnmente las transformaciones se realizan geoméricamente mediante siete parámetros conocidos: tres traslaciones entre los orígenes, tres rotaciones entre los ejes y un cambio de escala.

Entre las formas más comunes que se encuentran para llevar a cabo las transformaciones de coordenadas destacan la transformación de Helmert (Figura 11), Molodensky y el método grid-based.

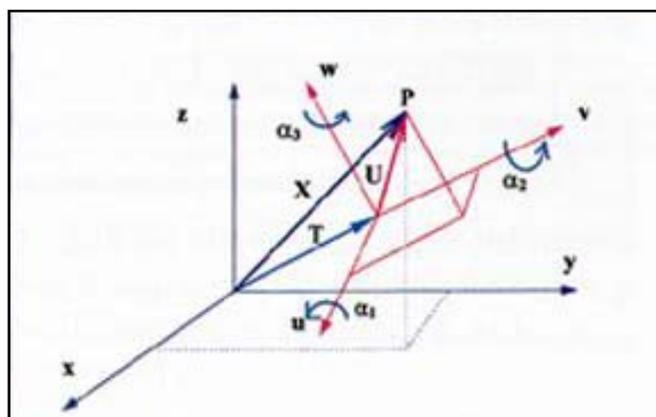


Figura 11.- Transformación tridimensional de Helmert donde α_1 , α_2 , α_3 son los ángulos de rotación, X es la posición en WGS84, U posición en el sistema local y T es el vector resultante del desplazamiento del origen X, Y y Z.

Los Estados Unidos utilizan el método grid-based para convertir entre sistemas de coordenadas geográficas. Los métodos grid-based permiten modelar las diferencias entre los sistemas y son potencialmente los más exactos; el área de interés es dividida en celdas. El Servicio Geodésico Nacional (NGS) publica redes para convertir entre NAD 1927 y otros sistemas de coordenadas geográficas y NAD 1983. Estos grupos de transformaciones se encuentran dentro del método NADCON (North American Datum Conversion). La red principal es “NADCON”, pero existen otras redes más para los Estados anexos (Alaska y Hawaii) (ESRI, 1994).

Horizontal Time-Dependent Positioning (HTDP) es un software que permite a los usuarios predecir los desplazamientos horizontales de la corteza relacionadas con la velocidad de movimiento en los Estados Unidos y sus territorios (Figura 12).

El software también permite a los usuarios actualizar las coordenadas de posición y/o observaciones geodésicas a una fecha específica. HTDP apoya estas coordenadas en el datum de América del Norte de 1983 (NAD_83), así como en todas las realizaciones del Sistema Internacional de Referencia Terrestre (ITRS), y todas las realizaciones del Sistema Geodésico Mundial de 1984 (WGS_84). Por ello, este software puede ser usado para transformar las coordenadas geodésicas entre cualquier par de estos marcos de referencia de una forma rigurosa que aborda las diferencias entre las definiciones de la velocidad de sus respectivos campos, razón por la cual se empleó en esta tesis para realizar la transformación del sistema WGS84 al sistema ITRF92.

El software emplea modelos de dirección, tanto continua como episódica, de los componentes del movimiento de la corteza. Para la caracterización de movimiento continuo, los modelos suponen que los puntos de la superficie del planeta se mueven con velocidades constantes horizontales. Esta suposición es aceptable en general, excepto para el movimiento acelerado experimentado durante los años inmediatamente después de un terremoto de gran intensidad y para el movimiento asociado con actividad volcánica/magmática (Snay, 2008).

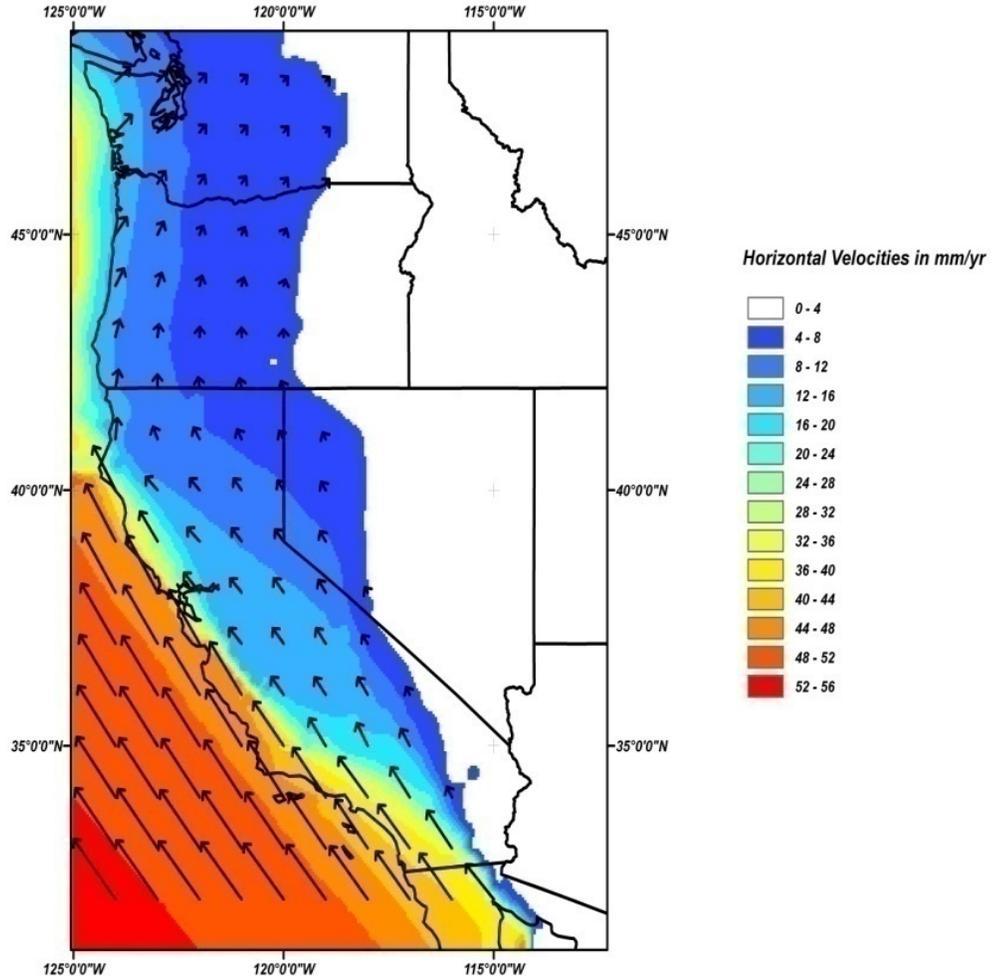


Figura 12.- Velocidades horizontales en el oeste de Estados Unidos. Los colores especifican la velocidad en mm/ año y las flechas las direcciones del movimiento en relación con el Datum Norteamericano de 1983 (<http://www.ngs.noaa.gov/TOOLS/Htdp/Htdp.html>).

IV.- RED GPS

Hasta la fecha la red está conformada por 24 vértices (Figura 13) de los cuales 6 fueron agregados (P131, P126, P136, P137, P168 y P169) y dos reubicados (P123 y P168) en este trabajo. Además se incluye como estación base la estación GPS de monitoreo continuo CIC2 del grupo de geodesia espacial del CICESE, localizada, al igual que la estación base CIC1, dentro del campus del CICESE (Figura 14). Esta estación registra datos con intervalos de 1 y 15 segundos interrumpidamente durante las 24 horas del día (comunicación oral con el Físico Alejandro González y el M. en C. Javier González). A diferencia de la estación CIC1 que únicamente registra datos cada 30 segundos. Situación que motivó dos mediciones de la red, con intervalos de registro de datos cada 1 y 30 segundos, con sus correspondientes beneficios.



Figura 13.- Imagen Google donde se ubican las estaciones base CIC1 y CIC2 (recuadro) y el resto de las estaciones que conforman la red geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada. Los vértices que fueron agregados en este trabajo: CIC2, P168, P169, P131, P136 y P137 están marcados con color amarillo.

Las observaciones GPS se llevaron a cabo del 8 al 26 de septiembre del 2008, las cuales comprendían a la vez un número determinado de sesiones. La cantidad de sesiones estaba establecida principalmente por el factor tiempo, el cual está determinado por el tiempo de viaje a la zona de estudio.

Se utilizaron 3 receptores Trimble modelo NetRS, incluida la estación base CIC2, cuyas características son las siguientes:

- Correlador múltiple de alta precisión para medidas de pseudodistancia de L1 y L2.
- Sin filtrado, datos de medidas de pseudodistancia sin suavizado, para lograr un bajo ruido, y pocos errores por trayectoria múltiple.
- Medidas de fase portadora L1 y L2 de muy bajo ruido.
- Código C/A de L1 con 24 canales.
- Precisión de 5 mm + 1 ppm RMS horizontal y 10 mm + 1 ppm RMS vertical.
- Conectividad Ethernet.
- Antena Zephyr Geodetic.
- Trípode de altura fija (0.50 m).

Entre las aplicaciones se incluyen:

- Estaciones de Referencia de Funcionamiento Continuo (CORS).
- Redes de Estación de Referencia Virtual (VRS) y de referencia GPS.
- Infraestructura geodésica.
- Generación de datos topográficos.



Figura 14.- Localización de estaciones de monitoreo continuo CIC1 y CIC2 en el campus del CICESE.

IV.1.- Observaciones GPS

Previo al levantamiento de datos de campo se determinaron las coordenadas de la estación CIC2 tomando como referencia la estación CIC1 de coordenadas conocidas. Para esto, se observaron datos en ambas estaciones durante 5 días continuos (5 al 29 de agosto del 2008) con un intervalo de registro a cada 30 segundos. Posterior a la determinación de las coordenadas de CIC2 se procedió a realizar las observaciones en las estaciones restantes. Debido a la disponibilidad de receptores GPS (1 base y dos móviles) la red se formó por triángulos con diversas longitudes. Los datos fueron obtenidos en campo durante Septiembre y Octubre del 2008 (Tabla III) con tiempos de observación de 7 a 12 horas con un intervalo de registro de datos a cada 1 y 30 segundos ya que se disponía de dos estaciones de referencia con diferentes tiempos de medición, CIC1 cada 30 segundos y CIC2 cada segundo. El valor de la máscara de elevación fue de 15° y se rastrearon como mínimo 7 satélites.

En la Tabla VII se muestra el itinerario de las observaciones:

Tabla VII.- Mediciones en campo efectuadas durante los meses de Septiembre y Octubre del 2008.

JORNADA	FECHA	No. DE SESIONES	LÍNEAS BASE
1	08/SEPTIEMBRE/08	4	CIC1 - P122 – P164 CIC2 – P122 – P164 CIC1 – P144 CIC2 – P144
2	09/SEPTIEMBRE/08	4	CIC1 – INEGI_1 – P121 CIC2 – INEGI_1 – P121 CIC1 – P146 CIC2 – P146
3	10/SEPTIEMBRE/08	4	CIC1 – P125 – P126 CIC2 – P125 – P126 CIC1 – P124 CIC2 – P124
4	11/SEPTIEMBRE/08	4	CIC1 – P149 – P160 CIC2 – P149 – P160 CIC1 – P147 CIC2 – P147
5	12/SEPTIEMBRE/08	4	CIC1 – P142 – P152 CIC2 – P142 – P152 CIC1 – P156 – INEGI_3 CIC2 – P156 – INEGI3
6	13/SEPTIEMBRE/08	4	CIC1 – P131 – P133 CIC2 – P131 – P133 CIC1 – P135 CIC2 – P135
7	18/SEPTIEMBRE/08	2	CIC1 – P123 CIC2 – P123
8	26/SEPTIEMBRE/08	2	CIC1 – P136 – P137 CIC2 – P136 – P137

Tabla VII.- Mediciones en campo efectuadas durante los meses de Septiembre y Octubre del 2008 (Continuación)

JORNADA	FECHA	No. DE SESIONES	LÍNEAS BASE
9	01/OCTUBRE/08	2	CIC1 –P169 CIC2 – P169
10	14/OCTUBRE/08	2	CIC1 – P133 – P142 CIC2 – P133 – P142
11	18/OCTUBRE/08	2	CIC1 – P135 – P168 CIC2 – P135 – P 168
12	20/OCTUBRE/08	4	CIC1 – P123 – P146 CIC2 – P123 – P146 CIC1 – P135 – P169 CIC2 – P135 – P169

IV.2.- Análisis de observaciones GPS

Evaluar la calidad de las observaciones GPS (código C/A, diferencias de fases de las portadoras L1 y L2) es uno de los puntos más importantes en los trabajos GPS, debido a que el método de observación físicamente no es tan obvio como en las técnicas topográficas tradicionales para medir ángulos y distancias. Al momento de evaluar resultados es preciso fiarse de las herramientas del post procesamiento.

Si los resultados del procesamiento no cumplen con lo esperado, hay varias opciones para mejorarlos antes de decidir regresar a campo a observar nuevamente.

El informe de procesamiento de líneas base GPS nos sirve para escudriñar y depurar las señales de los satélites, aislar el tiempo de observación en el que se produjeron problemas (saltos o interferencias) en la recepción de señales. Este informe es útil si se decide volver a procesar los datos utilizando un estilo de procesamiento diferente.

El análisis de las observaciones se realizó por medio del módulo TIMELINE del software TGO Ver.1.60. En este módulo se despliega una ventana de gráficos con los datos crudos GPS observados, la cual está dividida en tres áreas entrelazadas: regla de tiempo, visor de periodo de tiempo y barra de control (Figura 15). La regla de tiempo controla la cantidad de información del levantamiento relacionada con el tiempo que aparece en el Visor de periodo de tiempo, y la barra de control controla la cantidad de información bruta sobre los satélites que aparece en el Visor de periodo de tiempo.

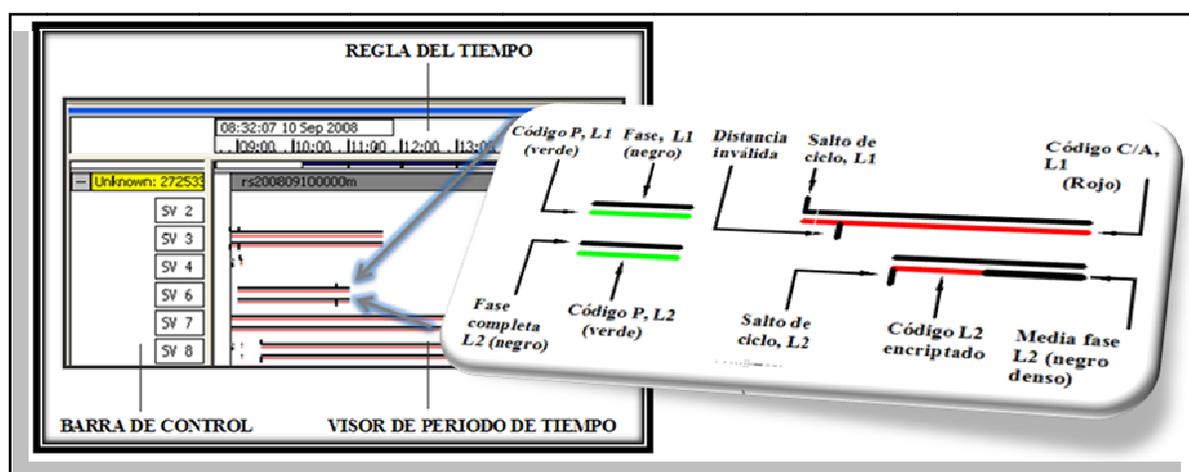


Figura 15.- Ventana gráfica del modulo TIMELINE del software TGO, donde se muestra las formas y colores en Línea de tiempo para distinguir los diferentes tipos de observaciones GPS.

En el Visor de periodo de tiempo aparecen los elementos de las observaciones GPS correspondientes a los periodos de actividad emisora de los satélites. Dichos elementos se pueden analizar visualmente para ver si hay discrepancias, lo elementos son: azimut; elevación; rango L1; fases portadoras L1 y L2; código C/A; efemérides de los satélites; relación señal a ruido (relación que existe entre la amplitud promedio de la señal con respecto a la amplitud promedio del ruido) de las portadoras L1 y L2; Doppler L1 (es la frecuencia de señal aparente promediada en un intervalo de medición de muestra. Se mide con respecto a la frecuencia portadora L1 relativa al reloj del receptor interno, incluye todos

los errores de frecuencia de reloj del satélite y receptor). Ejemplos de dichos elementos se muestran en las Figuras 16, 17 y 18.

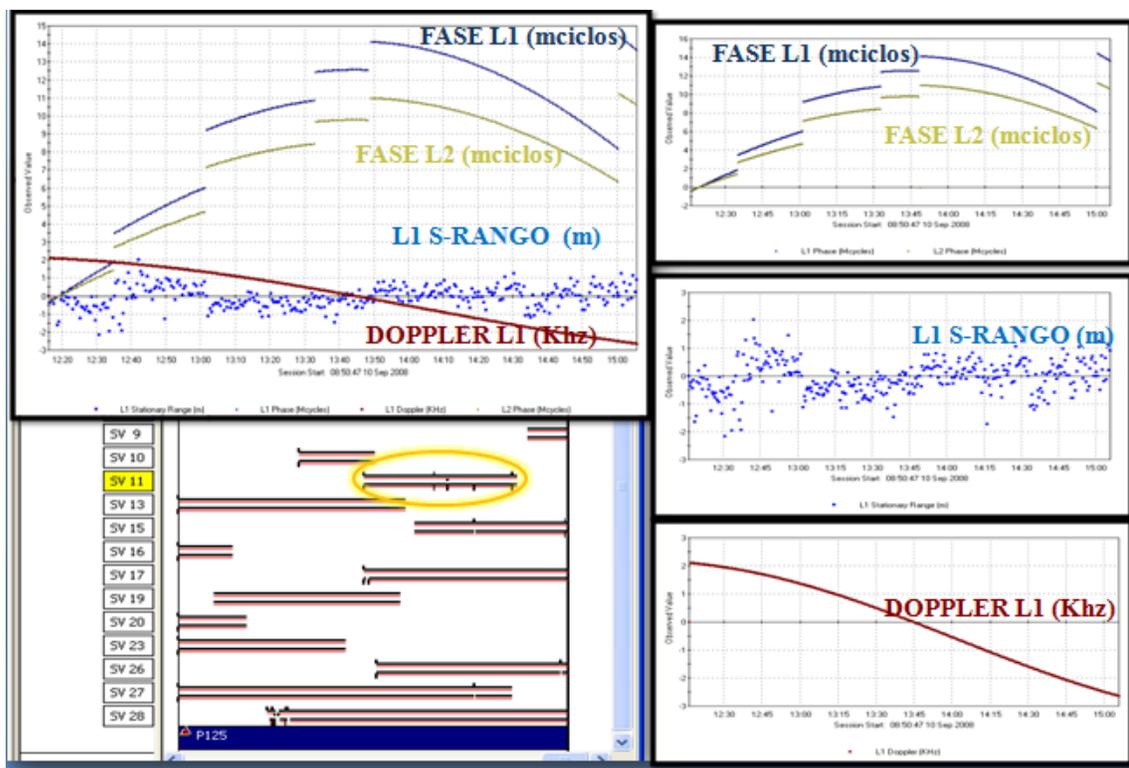


Figura 16.- Ventanas gráficas del modulo Timeline del software TGO, donde se muestran los elementos (relación señal/ruido, fases, rango y efecto doppler) que componen las observaciones GPS en línea y series de tiempo del satélite SV11. Ejemplo con ruido en la señal (saltos de ciclo). Para un tiempo de observación de 3 horas en la estación P125.

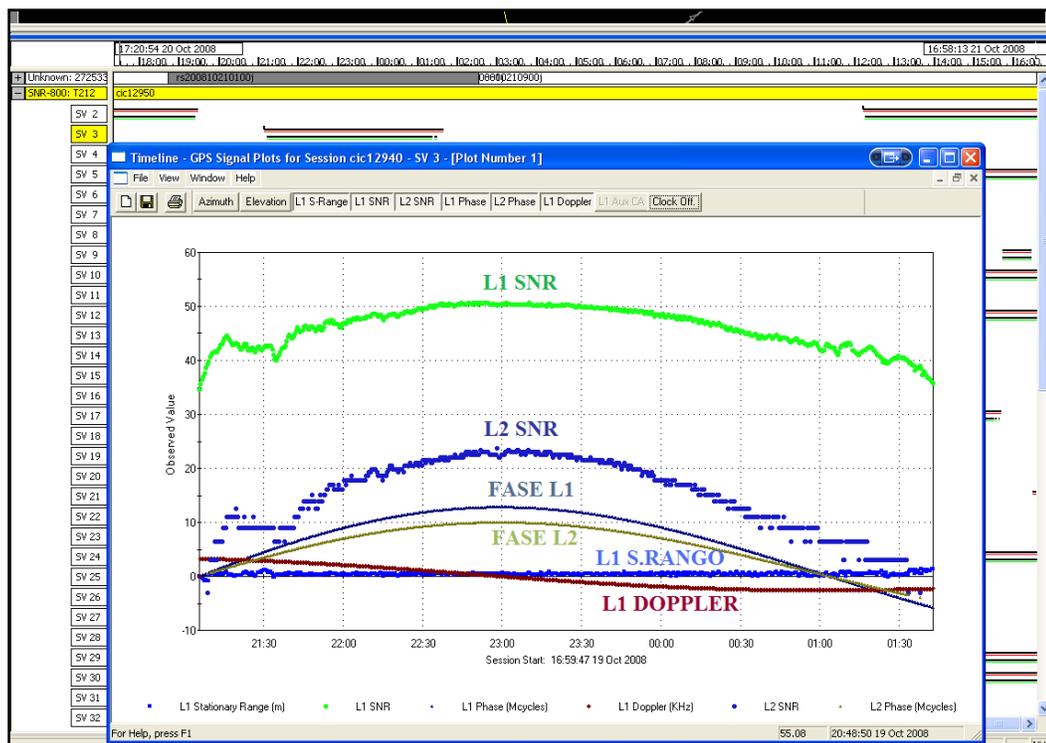


Figura 17.- Ventana gráfica de las observaciones GPS (fases L1 y L2) sin ruido en series de tiempo del satélite SV3 en la estación base CIC1. Tiempo de observación 4.30 horas. Elementos que se muestran, relación señal/ruido, fases, rango y efecto doppler.

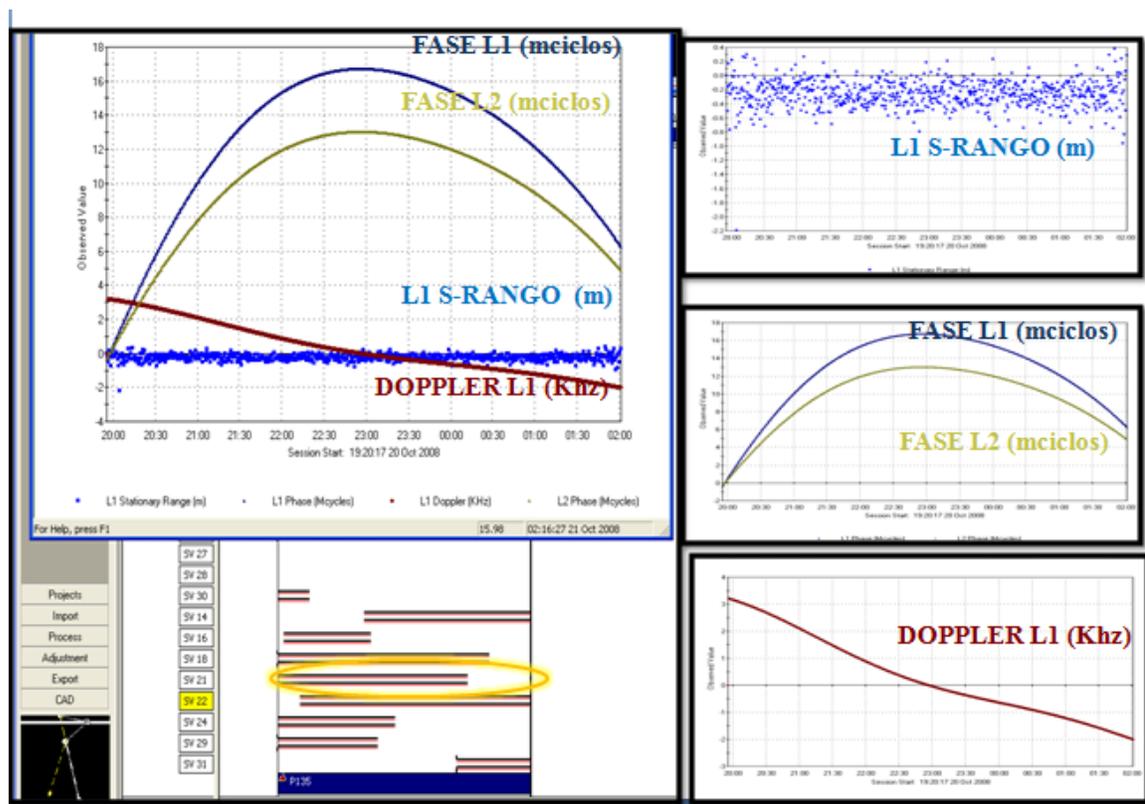


Figura 18.- Ventana gráfica de las observaciones GPS (L1 y L2) sin ruido en series de tiempo del satélite SV22 en la estación P135, durante un tiempo de observación de 6 horas. Elementos que se muestran, relación señal/ruido, fases, rango y efecto doppler.

IV.3.-Cálculo de líneas base

Para el cálculo de las líneas base se utilizó el módulo WAVE (Weighted Ambiguity, vector estimado) del software TGO Ver 1.60 aplicando el método de posicionamiento *estático relativo* que utiliza mediciones de código y comparaciones de fase. Con eso se minimiza el efecto del retardo de las señales emitidas por los satélites así como los efectos que son producidos por la ionósfera y tropósfera, además de eliminar el error de sincronización entre los relojes del satélite y del receptor. En el proceso se han empleado efemérides predichas. Las soluciones de las líneas base son de dos tipos: L1 fija (longitud menor de 5 km) y libre de iono fija (longitud mayor de 5 km, esta solución es óptima ya que no

contiene los prejuicios de la ionósfera y mantiene fijas las ambigüedades lo que da un mejor resultado global), el modelo de la tropósfera utilizado es el de Hopfield por ser el que mejor modela este error (este modelo calcula un valor de corrección que aplica a cada distancia receptor satélite, utilizando unas tablas empíricas de datos de presión, temperatura y humedad relativa, en función de la altitud de cada punto (Holanda Blas et al, 1998).

En primer lugar se calculó la línea base entre las estaciones CIC1 y CIC2 para posteriormente determinar las coordenadas ajustadas de la estación CIC2 y poder utilizarla como estación base para el resto de los vértices de la red. La Figura 19 muestra la línea base con una longitud calculada de 159.673 m, las elipses de error de las coordenadas planimétricas (X,Y), las flechas indican el error en la vertical (h). En la Tabla VIII se muestran los valores de las coordenadas (X, Y) y alturas (h) ajustadas con sus correspondientes errores.

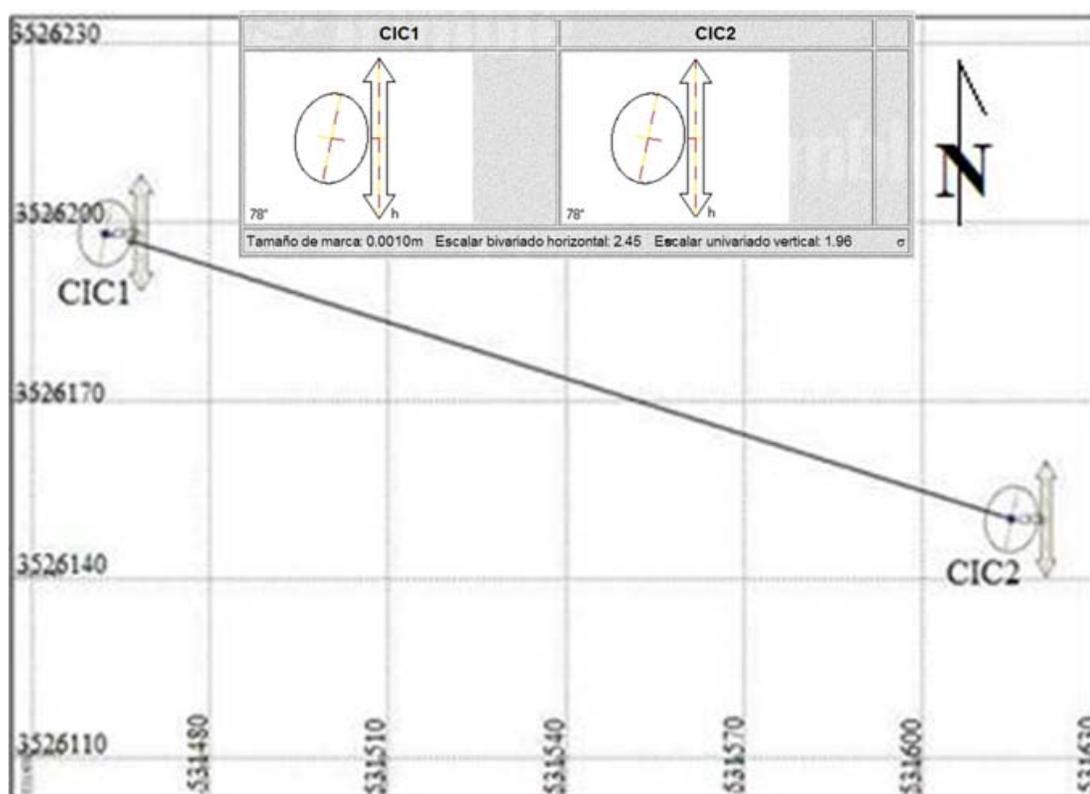


Figura 19.- Elipses de error de las coordenadas ajustadas de la estación CIC2 tomando como referencia las coordenadas de la estación base CIC1. Las divisiones de la barra de

escala de las elipses (líneas amarillas y rojas) están marcadas a cada 1 milímetro y la separación de la cuadrícula del plano base a cada 30 metros.

Tabla VIII.- Coordenadas ajustadas de CIC2 tomando como estación base CIC1.

Estación	Latitud (β) ° ' "	Error N (m)	Longitud (λ) ° ' "	Error E (m)	Altura (h) (m)	Error (m)
CIC1	31 52 14.44132	0.003	116 39 56.74130	0.002	64.307	0.006
CIC2	31 52 16.012440	0.003	116 40 02.54182	0.002	98.013	0.006

Tomando como referencia las estaciones de monitoreo continuo CIC1 y CIC2 se procedió a determinar las líneas base entre éstas y el resto de las estaciones. A las líneas base se les impusieron las siguientes criterios de aceptación: error medio cuadrático (RMS) menor o igual a 30 milímetros; razón varianza (se utiliza para evaluar la relación entre los valores de varianza de las dos mejores soluciones de líneas base e indican la calidad de los datos GPS) >1.5 ; varianza de referencia (es un número sin unidades que indica como los datos observados encajan con la solución de la línea base) <10 . Aquellas que no cumplieran con tal precisión y con las pruebas estadísticas fueron reprocesadas o en el peor de los casos eliminadas. La Figura 20 muestra los polígonos cerrados, de tres lados, formados con las líneas base entre CIC2 y las demás estaciones de la red. Los polígonos mostrados pasaron el control de calidad impuesto. Entre ellos, la estación P168 tuvo que ser procesada únicamente con referencia a la estación fija CIC2 (muestreo = 1 s). Las longitudes de las líneas base aceptadas van de 0.159 km (CIC1-CIC2) como mínimo y aproximadamente 24 km como máximo (CIC2-P168).

En algunos polígonos, no fue posible obtener resultados aceptables (RMS mayores de 30 milímetros, varianza de referencia >10). Estos incluyen los formados por las siguientes estaciones: CIC1-P131-P133; CIC1-P147-P142; CIC2-P123-P146; CIC2-P135-P168, Lo cual requirió revisar minuciosamente las señales de cada satélite durante los tiempos de observación en cada una de las estaciones previamente mencionadas.

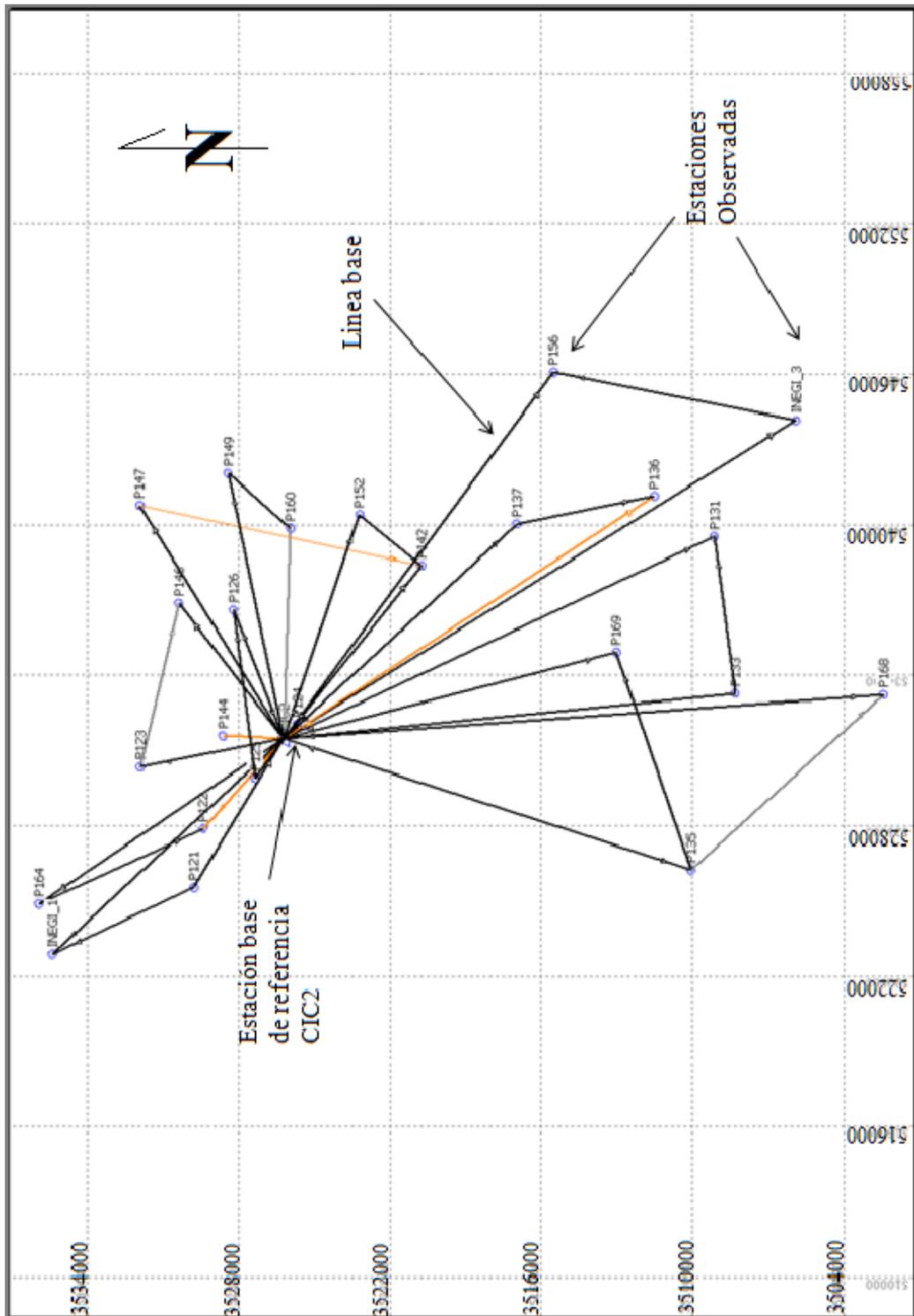


Figura 20.- Polígonos y líneas base que se forman con respecto a la estación base CIC2. Las líneas anaranjadas representan cierta debilidad en los parámetros establecidos al inicio del proyecto. La separación de la cuadrícula del plano base está cada 6000 metros.

A manera de ejemplo, a continuación se muestra el rastreo de la diferencia de fase de las portadoras L1 y L2 emitida por los satélites observados simultáneamente en la estación CIC1 (Figura 21) y P123 (Figura 22), extraída del informe del procesamiento de las líneas base. Con respecto a la primera estación, se aprecian saltos de ciclo tanto en L1 como en L2 en todos los satélites, además los satélites SV10, SV15 y SV24 presentan pérdida de fase (Figura 21).

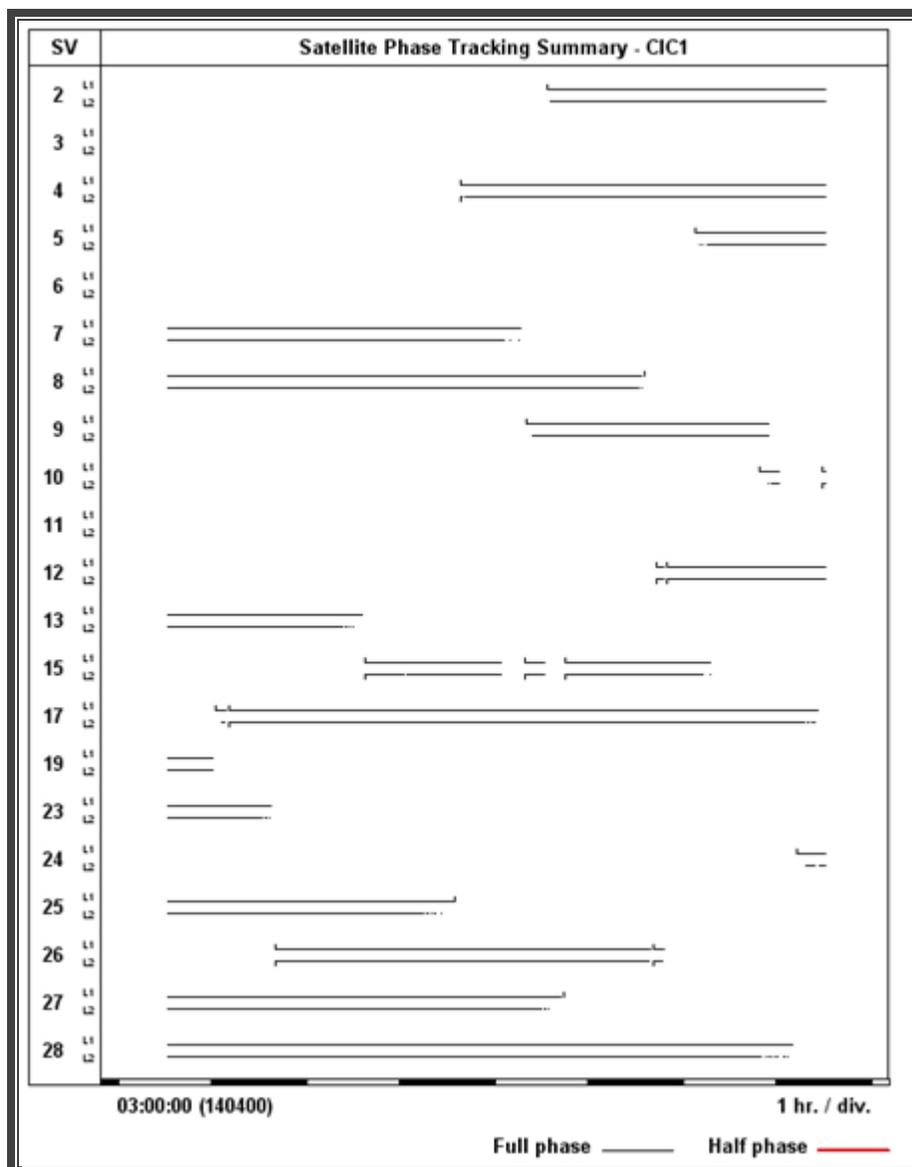


Figura 21.- Rastreo de la diferencia de fase de las portadoras L1 (línea superior) y L2 (línea inferior) emitida por los satélites observados en la estación CIC1.

En cuanto a la estación P123 (Figura 22), el satélite SV6 es el único que muestra serios problemas en la señal ya que además de presentar saltos de ciclo hay pérdida total de la señal.

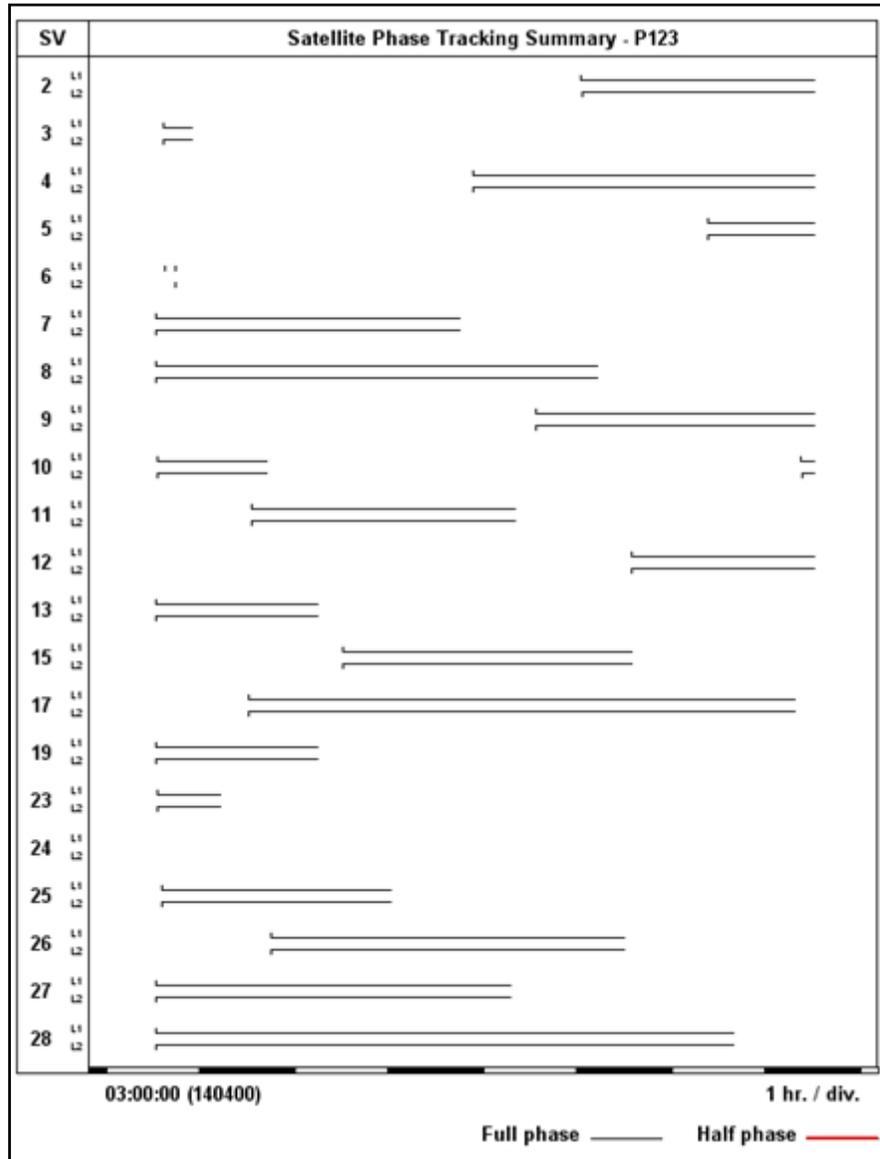


Figura 22.- Rastreo de la diferencia de fase de las portadoras L1 y L2 emitida por los satélites observados en la estación P123.

En la Figura 23 se muestran los segmentos procesados de las diferencias de fase de las portadoras L1 y L2 para calcular la longitud de la línea base entre las estaciones CIC1 y P123. Se aprecia que han quedado fuera los satélites SV3, SV6, SV10, SV11, SV24, así como la inhabilitación de la señal del satélite SV15 en un periodo de unos 20 minutos aproximadamente.

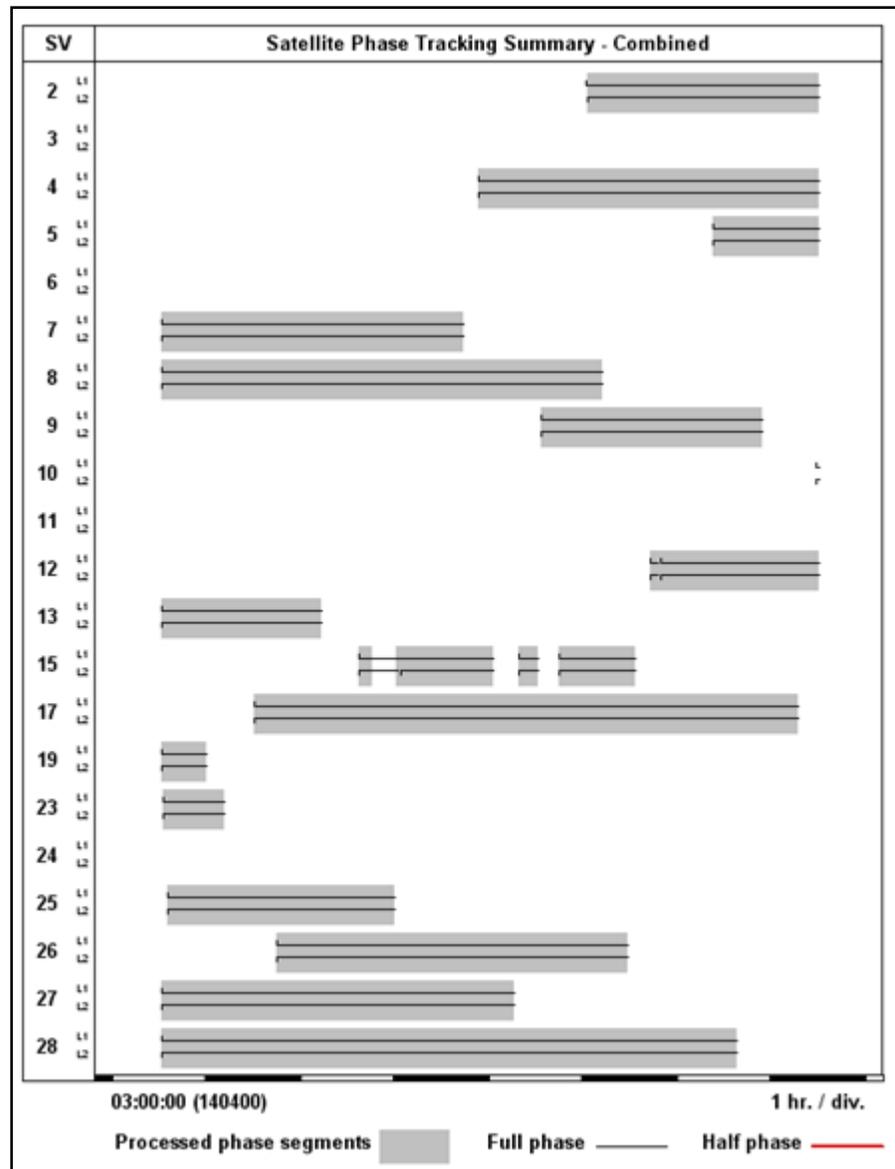


Figura 23- Segmentos procesados de las diferencias de fase de las portadoras L1 y L2 para calcular la longitud de la línea base entre las estaciones CIC1 y P123.

Además de los dos factores mencionados anteriormente, no se observan mayores interferencias que hayan podido provocar problemas en el momento del procesamiento de la línea base entre CIC1 y P123. Por lo tanto la solución para este caso fue inhabilitar los satélites que muestran problemas en sus señales emitidas. La Figura 24 muestra la inhabilitación de los satélites SV3, SV6, SV10, SV11, SV24 y SV25 durante el periodo de medición, solo para el cálculo de la línea base correspondiente, esto se realizó en las ventanas de línea de tiempo del módulo TIMELINE (Figura 24).

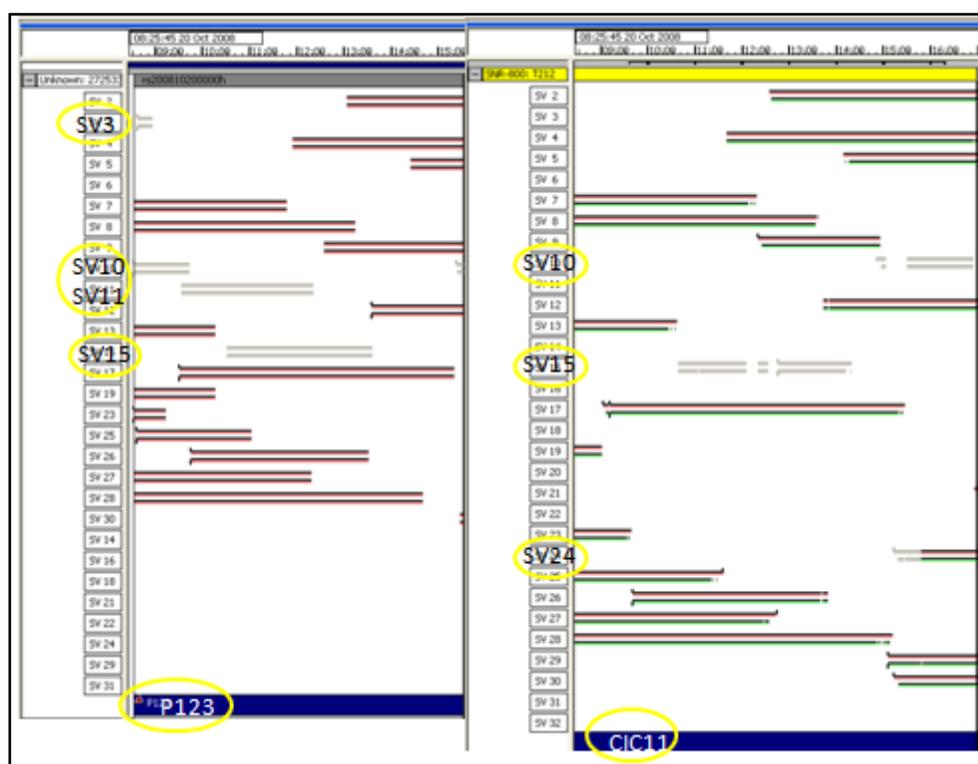


Figura 24.- Inhabilitación de satélites en la estación base CIC1 y la estación P123 en línea de tiempo del modulo TIMELINE.

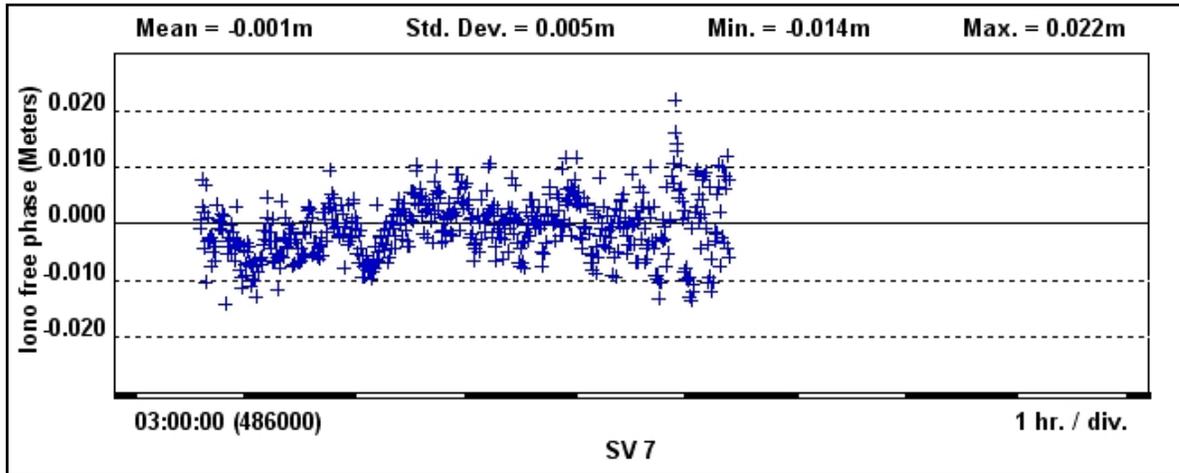
Realizada la inhabilitación de satélites, se procesa nuevamente la línea base, obteniendo resultados satisfactorios en los criterios de aceptación, por ejemplo se ha disminuido sustancialmente el valor de la varianza de referencia (Figura 25).

Baseline Summary B94 (CIC1 to P123)		
Processed:	Thursday, Feb 19, 2009 02:09:21PM	
Solution type:	iono free fixed	
Solution acceptability:	Solution acceptable	
Ephemeris used:	Broadcast	
Met Data:	Standard	
Baseline slope distance:	5892.425m	
Elevation mask:	15 degrees	
Variance ratio:	12.9	
Reference variance:	1.233	
RMS:	0.014m	
Horizontal Precision 1-sigma (scaled):	0.001m	
Vertical Precision 1-sigma (scaled):	0.003m	
Start time (GPS Time):	08/10/20, 15:32:00.000	1502, 142320.000
Stop time (GPS Time):	08/10/20, 22:32:00.000	1502, 167520.000
Occupation time:	07:00:00.000	

Figura 25.- Reporte de resultados obtenidos en el procesamiento o cálculo de la línea base CIC1-P123 después de inhabilitar satélites con señales ruidosas.

Otro punto importante en el procesamiento de las líneas base se refiere a los gráficos de residuales de las soluciones. Estos gráficos indican la calidad de los datos recibidos de los satélites y el ruido que hay en la solución de las líneas base. En cada informe de la línea base se presentan las gráficas de los residuales para todos los satélites, en cada ciclo de medición. Los satélites con señales ruidosas pueden afectar a los datos procedentes de otros satélites. Las líneas del gráfico de residuales deben centrarse en cero ($E(V) = 0$) y cuanto más alejada se encuentre del cero mayor será el ruido de la solución. Como ejemplo, en las Figuras 26a y 26b, se muestran los gráficos de residuales de la soluciones utilizando datos provenientes de los satélites SV7 (Figura 26a) y SV28 (Figura 26b). Los residuales del primero son pequeños (alrededor de ± 0.01 m) y muestran una conducta aceptable, mientras que los del SV28 son grandes (alrededor de ± 0.04 m) con una conducta dispersa.

(a)



(b)

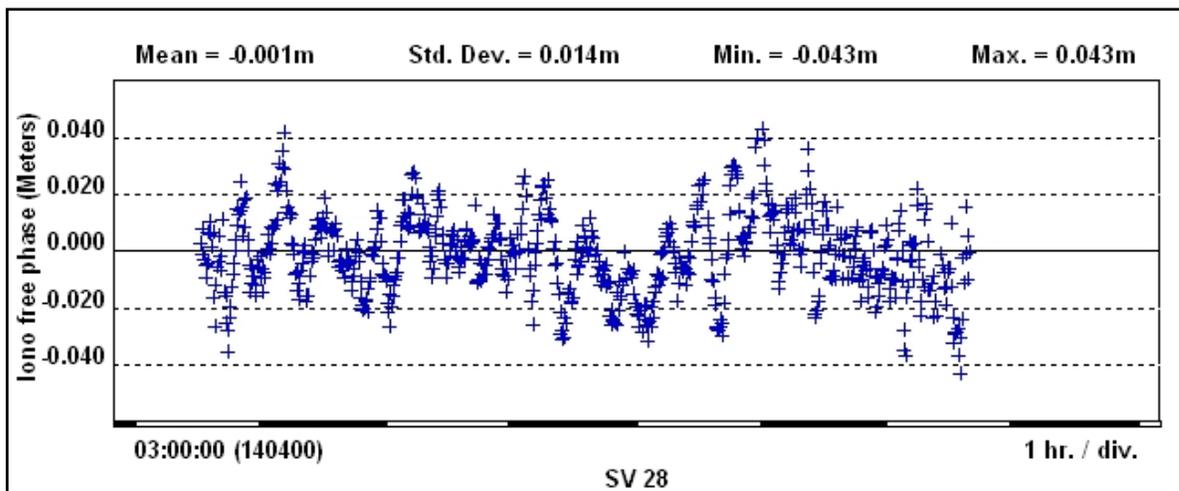


Figura 26.- Gráficas de los residuales del ajuste de las líneas base. a) Ejemplo del satélite SV7 donde los residuales son aceptables; b) Ejemplo del satélite SV28 donde los residuales están dispersos.

En la Tabla IX se presenta un resumen de los resultados obtenidos del procesamiento del total de las líneas base de la red, con datos registrados cada segundo. Así mismo, en la Tabla X se muestran los resultados con los datos registrados cada 30 segundos. En ambos casos el error medio cuadrático (RMS) obtenido es menor de 30 milímetros.

Tabla IX.- Líneas base con su longitud, tipo de solución y error medio cuadrático, obtenidas con datos observados cada segundo. Estación base CIC2.

Desde:	A:	Longitud de Línea Base (m)	Tipo de solución	RMS (m)
CIC2	INEGI_1	12567.246	Libre de iono fija	0.019
CIC2	INEGI_3	23958.745	Libre de iono fija	0.013
CIC2	P121	6913.555	Libre de iono fija	0.024
CIC2	P122	4800.293	L1 fija	0.009
CIC2	P123	5814.734	Libre de iono fija	0.017
CIC2	P124	787.291	L1 fija	0.006
CIC2	P125	1928.921	L1 fija	0.007
CIC2	P126	5526.485	Libre de iono fija	0.012
CIC2	P131	18873.988	Libre de iono fija	0.013
CIC2	P133	17985.081	Libre de iono fija	0.017
CIC2	P135	16984.104	Libre de iono fija	0.013
CIC2	P136	17599.067	Libre de iono fija	0.014
CIC2	P137	12602.099	Libre de iono fija	0.012
CIC2	P142	8809.749	Libre de iono fija	0.017
CIC2	P144	2435.297	L1 fija	0.006
CIC2	P146	6834.995	Libre de iono fija	0.015
CIC2	P147	10942.397	Libre de iono fija	0.013
CIC2	P149	10818.708	Libre de iono fija	0.019
CIC2	P152	9442.121	Libre de iono fija	0.016
CIC2	P156	18128.592	Libre de iono fija	0.014
CIC2	P160	Falló	Falló	Falló
CIC2	P164	11753.248	Libre de iono fija	0.012
CIC2	P168	23850.161	Libre de iono fija	0.015
CIC2	P169	13644.498	Libre de iono fija	0.014
P142	P133	Falló	Falló	Falló
P156	INEGI_3	9796.700	Libre de iono fija	0.016
P122	P164	7198.037	Libre de iono fija	0.009
P169	P135	9176.173	Libre de iono fija	0.010
P125	P126	6751.724	Libre de iono fija	0.014
P137	P136	5569.842	Libre de iono fija	0.006

Tabla IX.- Líneas base con su longitud, tipo de solución y error medio cuadrático, obtenidas con datos observados cada segundo. Estación base CIC2. (Continuación)

Desde:	A:	Longitud de Línea Base (m)	Tipo de solución	RMS (m)
P123	P146	6703.384	Libre de iono fija	0.024
P160	P149	3299.277	L1 fija	0.012
P121	INEGI_1	6215.564	Libre de iono fija	0.011
P142	P152	3193.001	L1 fija	0.009
P147	P142	11426.706	Libre de iono fija	0.010
P133	P131	6305.592	Libre de iono fija	0.017

Tabla X.- Líneas base con su longitud, tipo de solución y error medio cuadrático, obtenidas con datos observados cada 30 segundos. Estación base CIC1.

Desde:	A:	Longitud de Línea Base (m)	Tipo de solución	RMS (m)
CIC1	INEGI_1	12706.969	Libre de iono fija	0.021
CIC1	INEGI_3	23837.327	Libre de Iono Fija	0.010
CIC1	P121	7068.657	Libre de iono fija	0.009
CIC1	P122	4945.613	L1 fija	0.008
CIC1	P123	5892.425	Libre de iono fija	0.014
CIC1	P124	639.886	L1 fija	0.004
CIC1	P125	2078.831	L1 fija	0.006
CIC1	P126	5402.583	Libre de iono fija	0.021
CIC1	P 131	18765.971	Libre de iono fija	0.028
CIC1	P133	17922.336	Libre de iono fija	0.011
CIC1	P135	16986.061	Libre de iono fija	0.007
CIC1	P136	17475.231	Libre de iono fija	0.014
CIC1	P137	12463.211	Libre de iono fija	0.006
CIC1	P142	8660.153	Libre de iono fija	0.009
CIC1	P144	2480.325	L1 fija	0.004
CIC1	P146	6745.04	Libre de iono fija	0.012
CIC1	P147	10838.469	Libre de iono fija	0.007
CIC1	P149	10679.81	Libre de iono fija	0.025
CIC1	P152	9281.989	Libre de iono fija	0.010
CIC1	P156	17977.125	Libre de iono fija	0.008
CIC1	P160	8251.272	Libre de iono fija	0.015
CIC1	P164	11878.928	Libre de iono fija	0.009
CIC2	P168	23850.161	Libre de iono fija	0.015
CIC1	P169	13559.787	Libre de iono Fija	0.006
P142	P133	13451.894	Libre de iono fija	0.013
P156	INEGI_3	9796.723	Libre de iono fija	0.010
P122	P164	7197.846	Libre de iono fija	0.024
P169	P135	9176.177	Libre de iono fija	0.008
P125	P126	6749.856	Libre de iono fija	0.019
P137	P136	5569.847	Libre de iono fija	0.012

Tabla X.- Líneas base con su longitud, tipo de solución y error medio cuadrático, obtenidas con datos observados cada 30 segundos. Estación base CIC1 (Continuación).

Desde:	A:	Longitud de Línea Base (m)	Tipo de solución	RMS (m)
P123	P146	6701.806	Libre de iono fija	0.023
P160	P149	3299.833	L1 fija	0.014
P121	INEGI_1	6216.637	Libre de iono fija	0.009
P142	P152	3192.991	Li fija	0.004
P147	P142	Falló	Falló	Falló
P133	P131	Falló	Falló	Falló

IV.4.- Cálculo y ajuste de la red

El ajuste de la red se realiza después de post procesar los datos GPS y se utiliza para analizar los errores en las observaciones, detectar errores y distribuir el error aleatorio en las observaciones empleando los principios de mínimos cuadrados.

Partiendo de las líneas base se determinan coordenadas preliminares para cada estación pero estas no son del todo precisas por lo que se procede al ajuste de estas con un límite de confianza del 95% y se recurre a los valores de la estaciones CIC1 y CIC2 como puntos de control o referencia de la red. A partir de las coordenadas de estas estaciones se obtendrán las coordenadas de las demás. El proceso de ajuste se ejecuta con el módulo Network Adjustment del programa TGO. Resultados de éste, tomando como referencia a la estación CIC2, se presentan en la Figuras 27a y 27b. En la primera se muestra una porción del informe de ajuste de la red, donde se indica la presencia de un outlier que corresponde a la línea base CIC2-P156 en la cual el valor del residual normalizado (3.70) correspondiente a la diferencia de altura ΔH es mayor al valor del Tau crítico establecido (Tau= 3.60) (Figura 27a). Este se indica con un círculo rojo en a Figura 27b, la cual muestra los histogramas de los residuales de la soluciones.

(a)

Observaciones ajustadas							
Ajuste realizado en WGS-84							
Observaciones GPS							
Número de observaciones : 66							
Número de periféricos : 1							
Ajuste de observación (Tau crítico = 3.60). Los periféricos están en rojo.							
Obs. ID	Desde pto	Al pto.		Observación	Error a posteriori (1.96σ)	Residual	Tip. Residual
LB198	CIC2	P156	Ac.	126°22'37.6335"	0°00'00.0254"	0°00'00.0324"	0.95
			ΔH.	-36.031m	0.006m	0.028m	3.70
			Dist.	18128.334m	0.002m	0.005m	1.39

(b)

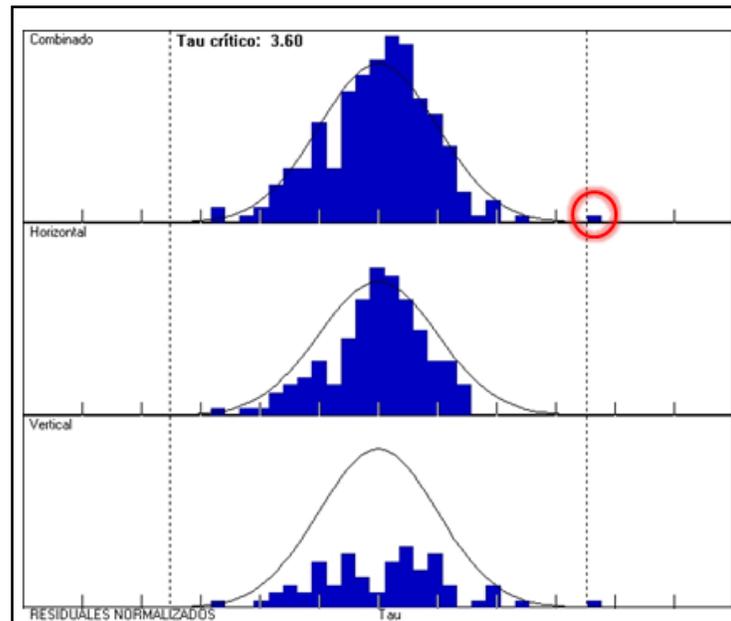


Figura 27.- Informe del ajuste de la red donde se muestra el outlier: (a) Línea base en la cual hay problemas al momento de realizar el ajuste; (b) Histograma de residuales normalizados en el que resalta un outlier.

Los errores emanados en el informe del ajuste de la red se pueden reparar tomando en cuenta lo siguiente (Jaramillo, 2005).

Debido a que el ajuste es un proceso iterativo, se debe considerar:

- Realizar un ajuste para comprobar si las observaciones tienen consistencia interna y errores estimados para todas las observaciones. Cuando existen observaciones de mala calidad aparecen como outliers en el histograma de residuales normalizados.
- Para que las estadísticas de la red no se desvíen se deben quitar los outliers (uno por uno)
- Se realiza nuevamente el ajuste y se estiman los errores.

El proceso finalizará cuando los resultados cumplan con las condiciones siguientes:

- Todos los outliers se han quitado de la red.
- Las observaciones tienen las estimaciones de error más precisas posibles.
- Las observaciones se ajustan de manera que se adaptan bien.

De acuerdo a lo anterior se procede a analizar el informe del procesamiento de la línea base en la que se detectó el error y se vuelve a analizar su línea de tiempo para inhabilitar los satélites cuyas señales presenten ruido durante el tiempo de observación.

Después de eliminar el outlier se ajusta nuevamente la red (Figura 28). La Figura 29 muestra las elipses de error (estimadas con un límite de confianza del 95 %) de las coordenadas planimétricas X, Y con su correspondiente orientación, así como el error de la coordenada altimétrica Z, indicado con una flecha. Las magnitudes de los errores están cuantificadas con escalas de barras con marcas cada milímetro. Se aprecia que las elipses de error son pequeñas y casi circulares en la mayoría de las estaciones, lo que denota ausencia de sesgos o errores orientados hacia alguna dirección. Una excepción es la estación P160 que presenta una elipse estrecha, alargada y orientada fuertemente hacia el noreste. Sin embargo, en una red bien condicionada, resulta común encontrar elipses alargadas pero la orientación de dichos alargamientos parece ser casual, lo que indica que no existe algún debilitamiento estructural afectando el levantamiento.

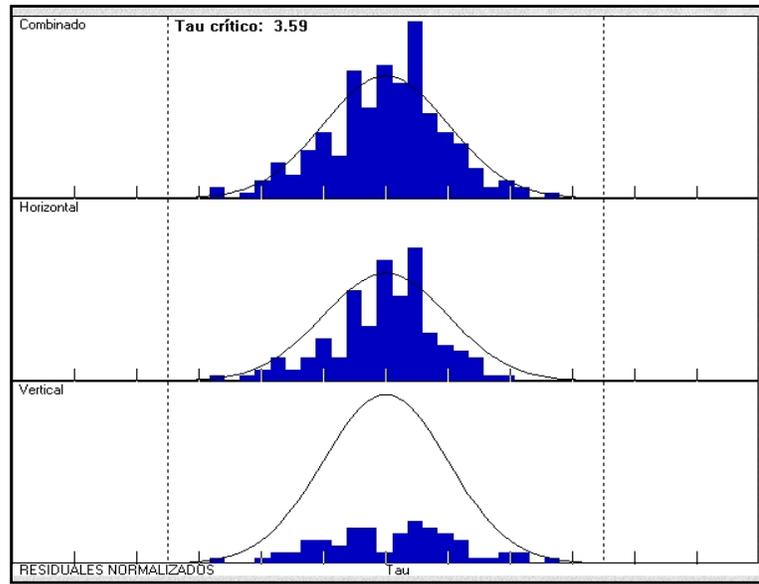


Figura 28.- Histograma sin outlier

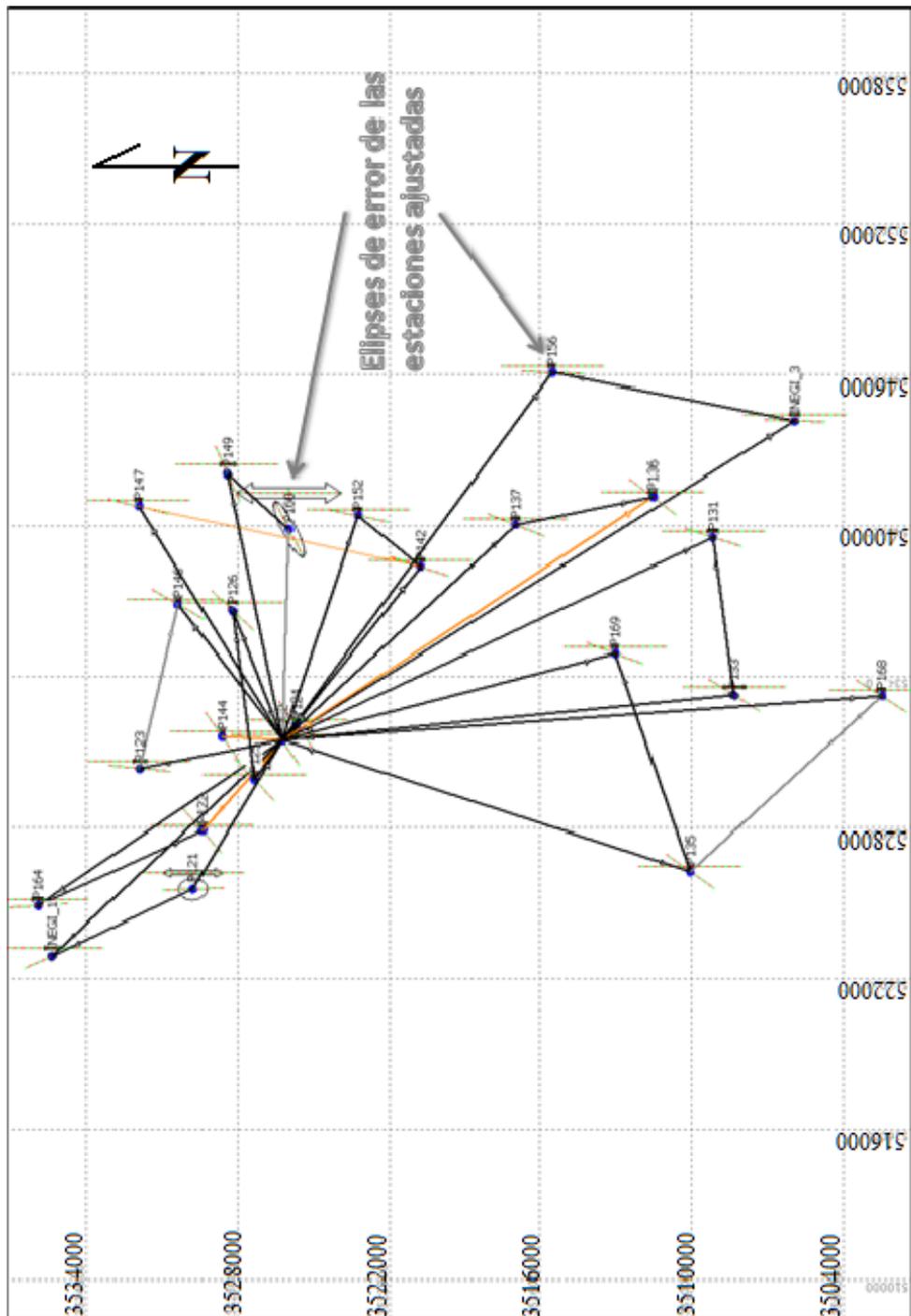


Figura 29.- Ajuste de la red con elipses de error (Base de control CIC2). Las divisiones de la barra de escala de los ejes de las elipses (líneas amarillas y rojas) de error de las coordenadas planimétricas (X, Y) y de las altimétricas (Z) ajustadas están marcadas a cada milímetro.

En las Tablas XI y XII se dan los resultados del ajuste en coordenadas geodésicas (λ , β , h) y planas X, Y, Z, respectivamente, utilizando como estación de control la estación CIC2 y datos registrados cada 1 segundo. Se aprecia que las desviaciones estándar $\hat{\sigma}_0$ en la determinación de las coordenadas X e Y, oscilan entre 1 y 8 milímetros (promedio= 4 mm) y 1 a 6 milímetros (promedio= 5 mm), respectivamente. Mientras que para las alturas elipsoidales h oscilan entre 2 a 19 milímetros (promedio= 10 mm), lo que demuestra la calidad de las observaciones.

Así mismo, en las Tablas XIII y XIV se dan los resultados del ajuste utilizando como estación de control la estación CIC1 y datos registrados cada 30 segundos. Se aprecia que las desviaciones estándar $\hat{\sigma}_0$ en la determinación de las coordenadas X e Y, oscilan entre 0 y 58.2 centímetros (promedio=4.4 cm) y 0 a 43.12 centímetros (promedio=4 cm), respectivamente. Mientras que las correspondientes a las alturas elipsoidales h oscilan entre 0 y 1.652 metros (promedio= 13.3 cm), lo que demuestra una mala calidad en las observaciones. Específicamente en las estaciones P126 ($\hat{\sigma}_{0X}=58.2$ cm, $\hat{\sigma}_{0Y}=43.12$ cm, $\hat{\sigma}_{0h}=1.0337$ m), P146 ($\hat{\sigma}_{0X}= 12.9$ cm, $\hat{\sigma}_{0Y}=19.2$ cm, $\hat{\sigma}_{0h}=1.652$ m), P149 ($\hat{\sigma}_{0X}=27.2$ cm, $\hat{\sigma}_{0Y}=26.8$ cm, $\hat{\sigma}_{0h}= 27.2$ cm); P147 ($\hat{\sigma}_{0h}=9.2$ cm); P152 ($\hat{\sigma}_{0h}=19$ cm); INEG11 ($\hat{\sigma}_{0h}=6$ cm).

La discrepancia en la calidad de los resultados obtenidos, se atribuye a la cantidad de datos obtenidos en las secciones de medición, ya que a mayor cantidad de mediciones, mejor será la estimación de las coordenadas.

Tabla XI.- Coordenadas geodésicas ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada referidas al datum geodésico WGS84. Estación de control CIC2, datos observados cada 1 segundo.

Estación	Latitud (β) N ° ' "	RMS (m)	Longitud (λ) W ° ' "	RMS (m)	RMS (m)	RMS (m)
INEGI_1	31 57 15.1464	0.010	116 45 27.83236	0.010	30.642	0.019
INEGI_3	31 41 15.0150	0.010	116 32 02.53458	0.006	64.038	0.012
P121	31 54 12.5189	0.003	116 43 47.33742	0.002	-21.098	0.009
P122	31 54 00.3410	0.002	116 42 18.15595	0.002	-21.760	0.006
P123	31 55 21.3693	0.010	116 40 44.43850	0.008	22.412	0.015
P124	31 51 59.5625	0.001	116 39 40.05251	0.001	-18.057	0.002
P125	31 52 53.3452	0.004	116 41 01.29290	0.003	-22.107	0.008
P126	31 53 20.7491	0.006	116 36 46.43602	0.005	51.765	0.012
P131	31 43 01.1957	0.006	116 34 58.01900	0.005	-14.225	0.012
P133	31 42 35.0677	0.010	116 38 55.52639	0.008	-20.121	0.017
P135	31 43 31.8088	0.004	116 43 22.80528	0.003	46.498	0.008
P136	31 44 18.0405	0.001	116 33 55.96199	0.001	74.951	0.002
P137	31 47 15.3458	0.001	116 34 37.54625	0.001	42.187	0.003
P142	31 49 18.4214	0.006	116 35 39.90008	0.004	32.787	0.009
P144	31 53 34.9600	0.001	116 39 57.44021	0.001	100.732	0.002
P146	31 54 31.1613	0.004	116 36 36.25471	0.005	122.964	0.010
P147	31 55 20.7563	0.005	116 34 06.89515	0.004	218.736	0.011
P149	31 53 27.1504	0.001	116 33 19.44607	0.001	160.537	0.009
P152	31 50 38.0853	0.006	116 34 22.20246	0.005	38.327	0.013
P156	31 46 26.6081	0.005	116 30 47.83045	0.004	61.956	0.011
P160	31 52 07.1941	0.005	116 34 42.94887	0.008	106.61	0.014
P164	31 57 32.9800	0.004	116 44 11.59538	0.003	164.848	0.011
P168	31 39 23.6677	0.005	116 38 57.91703	0.004	-23.355	0.008
P169	31 45 07.1850	0.002	116 37 52.55687	0.002	-32.735	0.005

Tabla XII.- Coordenadas planas X, Y ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada. Estación de control CIC2, datos observados cada 1 segundo. La elevación ortométrica H está referida al datum vertical NAVD 88 y fue obtenida utilizando el modelo geoidal GGM06 para México.

Estación	Norte Y (m)	RMS (m)	Este X (m)	RMS (m)	Elevación (m)
INEGI 1	3535385.321	0.010	522894.971	0.01	66.41
INEGI 3	3505892.831	0.010	544161.485	0.006	99.299
P121	3529768.577	0.003	525547.06	0.002	14.695
P122	3529399.733	0.002	527890.448	0.002	13.931
P123	3531901.536	0.010	530344.658	0.008	57.832
P124	3525693.193	0.001	532054.838	0.001	17.506
P125	3527342.674	0.004	529915.361	0.003	13.535
P126	3528208.131	0.006	536607.823	0.005	87.027
P131	3509143.272	0.006	539529.078	0.005	21.269
P133	3508312.625	0.010	533280.935	0.008	15.709
P135	3510043.490	0.002	526241.681	0.001	82.66
P136	3511515.602	0.001	541152.871	0.001	110.305
P137	3516970.313	0.001	540037.489	0.001	77.521
P142	3520753.438	0.006	538383.558	0.004	68.129
P144	3528629.090	0.001	531588.919	0.001	136.215
P146	3530377.036	0.004	536867.484	0.005	158.141
P147	3531918.908	0.005	540784.164	0.004	253.58
P149	3528426.072	0.001	542044.523	0.001	195.462
P152	3523214.048	0.006	540416.468	0.005	73.49
P156	3515494.989	0.005	546085.329	0.004	96.922
P160	3525955.510	0.005	539860.555	0.008	141.761
P164	3535938.996	0.004	524894.911	0.003	200.417
P168	3502423.713	0.005	533236.938	0.004	12.791
P169	3513005.739	0.002	534922.436	0.002	2.977

Tabla XIII.- Coordenadas geodésicas ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada referidas al datum geodésico WGS84. Estación de control CIC1, datos observados cada 30 segundos.

Estación	Latitud (β) N ° ' "	RMS (m)	Longitud (λ) W ° ' "	RMS (m)	Altura (m)	RMS (m)
INEGI_1	31 57 15.14080	0.020	116 45 27.85570	0.020	30.907	0.060
INEGI_3	31 41 15.00925	0.001	116 32 02.53592	0.001	64.04	0.003
P121	31 54 12.51683	0.001	116 43 47.35794	0.000	-21.233	0.004
P122	31 54 00.34098	0.000	116 42 18.15421	0.000	-21.732	0.003
P123	31 55 21.36121	0.003	116 40 44.43781	0.002	22.396	0.019
P124	31 51 59.55523	0.000	116 39 40.05252	0.000	-18.059	0.002
P125	31 52 53.33829	0.000	116 41 01.29389	0.000	-22.119	0.002
P126	31 53 20.72856	0.432	116 36 46.44657	0.582	51.842	1.037
P131	31 43 01.18327	0.000	116 34 57.99882	0.00	-14.14	0.000
P133	31 42 34.92549	0.000	116 38 55.53134	0.000	-19.818	0.001
P135	31 43 31.80183	0.002	116 43 22.80484	0.001	46.498	0.01
P136	31 44 18.03326	0.006	116 33 55.96219	0.005	74.97	0.028
P137	31 47 15.33864	0.000	116 34 37.54639	0.000	42.165	0.004
P142	31 49 18.41459	0.001	116 35 39.90169	0.000	32.785	0.004
P144	31 53 34.95596	0.000	116 39 57.44024	0.000	100.743	0.002
P146	31 54 31.15174	0.192	116 36 36.25555	0.129	122.647	1.652
P147	31 55 20.74935	0.011	116 34 06.89614	0.016	218.71	0.092
P149	31 53 27.15841	0.268	116 33 19.44375	0.272	161.058	0.035
P152	31 50 38.07860	0.013	116 34 22.20433	0.024	38.353	0.19
P156	31 46 26.60125	0.002	116 30 47.83175	0.001	61.975	0.004
P160	31 52 07.18723	0.001	116 34 42.95096	0.001	106.584	0.008
P164	31 57 32.97750	0.001	116 44 11.59369	0.001	164.858	0.004
P168	31 39 23.77237	0.001	116 38 57.91693	0.001	-23.01	0.007
P169	31 45 07.17785	0.003	116 37 52.55681	0.002	-32.721	0.009

Tabla XIV.- Coordenadas planas X, Y ajustadas de las estaciones de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada. Estación de control CIC1, datos observados cada 30 segundos. La elevación ortométrica H está referida al datum vertical NAVD 88 y fue obtenida utilizando el modelo geoidal MEX97 para México.

Estación	Norte Y (m)	RMS (m)	Este X (m)	RMS (m)	Elevación (m)
INEGI_1	3535385.384	0.02	522894.366	0.020	66.459
INEGI_3	3505892.892	0.001	544161.465	0.001	99.297
P121	3529768.749	0.001	525546.530	0.000	14.407
P122	3529399.970	0.000	527890.502	0.000	13.952
P123	3531901.523	0.003	530344.686	0.002	57.845
P124	3525693.207	0.000	532054.848	0.000	17.524
P125	3527342.699	0.000	529915.345	0.000	13.524
P126	3528207.733	0.432	536607.560	0.582	87.066
P131	3509143.129	0.000	539529.639	0.00	21.346
P133	3508312.653	0.000	533280.816	0.000	16.012
P135	3510043.510	0.002	526241.698	0.001	82.651
P136	3511515.616	0.006	541152.880	0.005	110.360
P137	3516970.329	0.000	540037.498	0.000	77.510
P142	3520753.465	0.001	538383.528	0.000	68.152
P144	3528629.104	0.000	531588.929	0.000	136.240
P146	3530376.980	0.192	536867.474	0.129	158.251
P147	3531918.929	0.011	540784.152	0.016	253.547
P149	3528426.555	0.268	542044.596	0.272	195.252
P152	3523214.078	0.013	540416.432	0.024	73.510
P156	3515495.014	0.002	546085.310	0.001	96.881
P160	3525955.535	0.001	539860.513	0.001	141.727
P164	3535939.243	0.001	524894.964	0.001	200.433
P168	3502427.172	0.001	533236.940	0.001	12.802
P169	3513005.756	0.003	534922.462	0.002	2.989

IV.5.- Transformación de coordenadas WGS84 a ITRF92

Cumpliendo con las normas del INEGI sobre levantamientos geodésicos se llevó a cabo la transformación de las coordenadas ajustadas del sistema de referencia WGS84 al ITRF92 utilizando el software de uso libre HTDP del NGS (Snay, 2008). La Tabla XV muestra los resultados obtenidos.

Tabla XV.- Coordenadas geodésicas WGS84 transformadas al sistema ITRF92.

Estación	Latitud (β) N (° ' ")		Longitud (λ) W (° ' ")	
	1s	30s	1s	30s
INEGI_1	31 57 15.14558	31 57 15.13998	116 45 27.84972	116 45 27.87306
INEGI_3	31 41 15.01418	31 41 15.00845	116 32 2.55167	116 32 2.55301
P121	31 54 12.51804	31 54 12.51598	116 43 47.35476	116 43 47.37528
P122	31 54 0.34712	31 54 0.34015	116 42 18.17055	116 42 18.17149
P123	31 55 21.36846	31 55 21.36034	116 40 44.45568	116 40 44.45499
P124	31 51 59.56132	31 51 59.55438	116 39 40.06880	116 39 40.06973
P125	31 52 53.34439	31 52 53.33748	116 41 1.31018	116 41 1.31117
P126	31 53 20.74824	31 53 20.72765	116 36 46.45310	116 36 46.46365
P131	31 43 1.19485	31 43 1.18243	116 34 58.03616	116 34 58.01598
P133	31 42 34.9300	31 42 34.92451	116 38 55.54362	116 38 55.54857
P135	31 43 31.80745	31 43 31.80074	116 43 22.82153	116 43 22.82578
P136	31 44 18.03939	31 44 18.03248	116 33 55.97816	116 33 55.97935
P137	31 47 15.34458	31 47 15.33774	116 34 37.56234	116 34 37.56348
P142	31 49 18.42054	31 49 18.41370	116 35 39.91717	116 35 39.91878
P144	31 53 34.9600	31 53 34.95511	116 39 57.45649	116 39 57.45744
P146	31 54 31.16041	31 54 31.15087	116 36 36.27184	116 36 36.27268
P147	31 55 20.75554	31 55 20.74854	116 34 6.91236	116 34 6.91335
P149	31 53 27.14956	31 53 27.15755	116 33 19.46322	116 33 19.46090
P152	31 50 38.08436	31 50 38.07766	116 34 22.21951	116 34 22.22138
P156	31 46 26.60713	31 46 26.60025	116 30 47.84741	116 30 47.84871
P160	31 52 7.19321	31 52 7.18632	116 34 42.96595	116 34 42.96804
P164	31 57 32.9800	31 57 32.97669	116 44 11.61001	116 44 11.61099
P168	31 39 23.66657	31 39 23.77127	116 38 57.93416	116 38 57.93416
P169	31 45 7.18379	31 45 7.17696	116 37 52.57319	116 37 52.57406

IV.6.- Transformación de alturas elipsoidales a alturas ortométricas

Obtenidas las alturas elipsoidales (h) para las observaciones registradas con muestreo de 1 y 30 segundos, se utilizó la ecuación 37 del capítulo V para calcular las alturas ortométricas (H). Para conocer el valor de la ondulación geoidal (N) se utilizó el modelo gravimétrico geoidal para México GGM06 del INEGI (<http://mapserver.inegi.org.mx/SAIG/SIAG/?S=GEO&C=1222>). La Tabla XVI muestra los resultados obtenidos.

Tabla XVI.- Alturas ortométricas (H) derivadas de alturas elipsoidales (h) referidas al elipsoide WGS84 y las alturas del geoide (N) obtenidas mediante interpolación del modelo gravimétrico geoidal GGM06.

Estación	Altura Elipsoidal (h) (m)		Altura Geoidal (N) (m)	Altura ortométrica (H) (m)	
	1 seg	30 seg		1 seg	30 seg
INEGI_1	30.642	30.907	-35.55	66.192	66.457
INEGI_3	64.038	64.04	-35.05	99.088	99.09
P121	-21.098	-21.233	-35.6	14.502	14.367
P122	-21.753	-21.732	-35.48	13.727	13.748
P123	22.412	22.396	-35.26	57.672	57.656
P124	-18.073	-18.059	-35.35	17.277	17.291
P125	-22.107	-22.119	-35.42	13.313	13.301
P126	51.765	51.842	-35.02	86.785	86.862
P131	-14.225	-14.14	-35.31	21.085	21.17
P133	-20.121	-19.818	-35.63	15.509	15.812
P135	46.477	46.498	-36.02	82.497	82.518
P136	74.932	74.97	-35.19	110.122	110.16
P137	42.169	42.165	-35.14	77.309	77.305
P142	32.787	32.785	-35.14	67.927	67.925
P144	100.716	100.743	-35.29	136.006	136.033
P146	122.964	122.647	-34.92	157.884	157.567
P147	218.736	218.71	-34.6	253.336	253.31
P149	160.537	161.058	-34.68	195.217	195.738
P152	38.327	38.353	-34.95	73.277	73.303
P156	61.956	61.975	-34.76	96.716	96.735
P160	106.61	106.584	-34.9	141.51	141.484
P164	164.855	164.858	-35.4	200.255	200.258
P168	-23.01	-23.01	-35.68	12.67	12.67
P169	-32.735	-32.721	-35.48	2.745	2.759

V.- GRAVIMETRÍA

V.1.- Introducción

La gravimetría se puede definir como la ciencia cuyo objetivo es determinar y estudiar el campo gravitatorio terrestre en función de la posición y el tiempo, mediante medidas de la aceleración de la gravedad realizadas en tierra, mar y aire. La aceleración de la gravedad "g" se debe a la fuerza de atracción que la Tierra ejerce sobre cualquier cuerpo, menos la fuerza centrífuga que experimenta el cuerpo hacia afuera de la Tierra por causa de la rotación de ésta. El valor de g sobre la superficie terrestre es aproximadamente de 9.80 m/s² (980 Gales), pero varía de modo sistemático desde unos 978 Gales en el ecuador hasta unos 983 Gales en los polos. Es mayor en los polos a causa de que la Tierra está ligeramente achatada en ellos, acercándose más a un elipsoide de revolución que a una esfera, de modo que los polos están más próximos al centro de la Tierra que los puntos situados en el ecuador. La variación de la gravedad, al nivel del mar, en función de la latitud viene dada con mucha aproximación por la fórmula:

$$\gamma = 978031.85 (1 + 0.0053024 \operatorname{sen}^2 \theta - 0.0000059 \operatorname{sen}^2 2\theta) \quad [mGals] \quad (36)$$

Donde γ es la gravedad teórica, y θ es la latitud del punto es cuestión que ha sido adoptada internacionalmente en 1967 para representar la "gravedad teórica (γ)" sobre la superficie terrestre (INEGI, 1982). Como la Tierra no es homogénea y su superficie no es perfectamente lisa, la gravedad real en cualquier punto difiere de la gravedad teórica calculada por medio de la ecuación (36). La discrepancia se explica en parte por la altitud del punto de observación sobre (o bajo) el nivel del mar, puesto que la atracción terrestre depende de la distancia al centro de la Tierra. El resto de la diferencia se explica en parte por la atracción debida a las rocas que yacen entre el nivel del mar y el punto de observación. Motivo por el cual en geodesia se ha adoptado al geoide como superficie de referencia vertical. El geoide es la superficie equipotencial del campo de gravedad terrestre que más se aproxima al nivel medio del mar. La separación (N) entre el elipsoide (h) y el geoide (H) se cuantifica por la relación siguiente (Sevilla y Núñez 1990):

$$N = h - H \quad [\text{m}] \quad (37)$$

La diferencia entre ambas superficies radica en que el elipsoide es una superficie matemática y el geoide una superficie física, dando lugar a diferentes sistemas de alturas: las elipsoidales y las ortométricas (Figura 30). Las primeras se obtienen mediante observaciones GPS y las segundas mediante nivelaciones topográficas y mediciones gravimétricas.

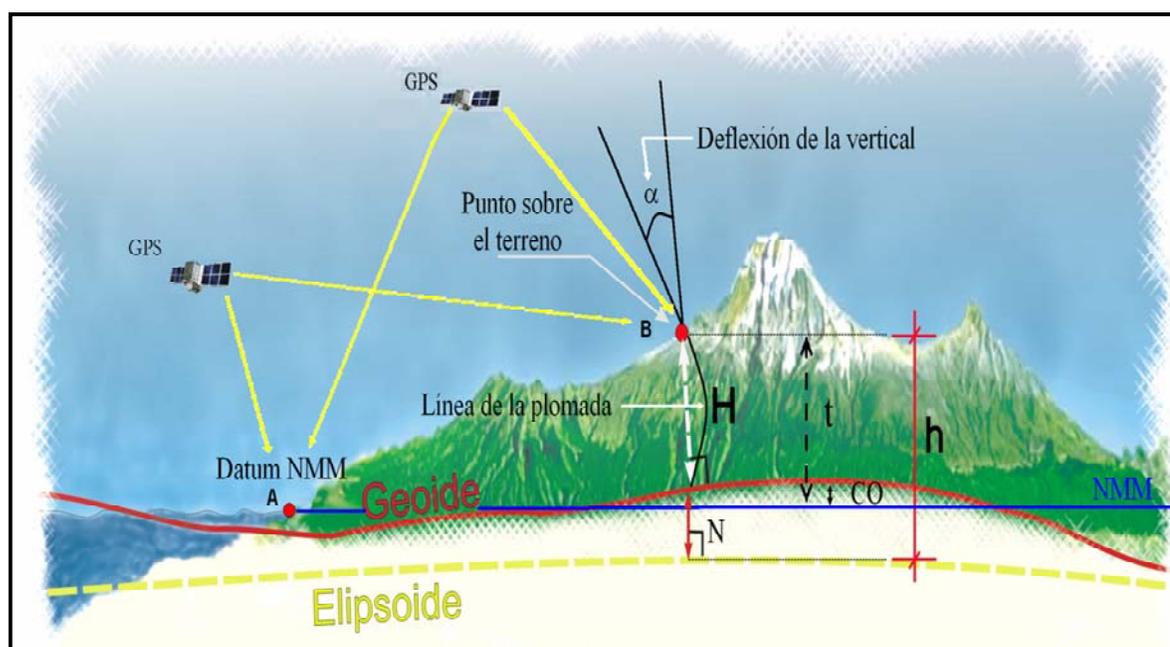


Figura 30.- Sistemas de alturas: (h) altura elipsoidal; (H) altura ortométrica; (t) altura topográfica; (CO) corrección ortométrica debido al no paralelismo del geoide.

La determinación del campo de gravedad terrestre mediante armónicos esféricos, así como también de la separación geoide-elipsoide (N), son herramientas de aplicación de la geodesia moderna con el fin de definir la figura real de la Tierra. La materialización de un modelo de geoide global referido al elipsoide WGS-84, como es el caso del geoide gravimétrico EGM96 (Lemoine, et al., 1998), permite observar que el rango de las ondulaciones geoidales oscila entre -107 m a 85 m.

El objetivo de la definición de modelos geoidales, ya sea mediante observaciones GPS/NIVELACIÓN/GRAVEDAD o modelos gravimétricos del geoide, es poder reducir la altura elipsoidal (h), la cual es determinada de forma precisa utilizando GPS a su correspondiente altura ortométrica (H), conociendo la ondulación geoidal (N).

V.2.- Mediciones de gravedad en red

Una red gravimétrica consiste en la realización de observaciones gravimétricas para fines geodésicos, las cuales permiten la determinación del modelo del geoide así como la transformación de alturas elipsoidales a altitudes ortométricas. La red es un conjunto de observaciones distribuidas geográficamente de manera homogénea y ligadas a una base gravimétrica con valor de gravedad absoluto conocido. El orden de precisión de la red depende de la precisión alcanzada en las observaciones gravimétricas realizadas.

Mediante la combinación del valor de g_r , valor absoluto de la gravedad, con valores relativos Δg obtenidos utilizando gravímetros, se obtienen los valores absolutos de gravedad g en todos los puntos de la red, mediante la ecuación:

$$g = g_r + \Delta g \quad (38)$$

La toma de datos se suele hacer en itinerarios de ida y vuelta o dobles itinerarios con objeto de controlar la deriva instrumental del gravímetro. Si el aparato utilizado es un LaCoste-Romberg o Scintrex, podemos utilizar un esquema mucho más rápido ya que este tipo de aparatos tienen una función deriva que puede modelarse a priori, como lo demuestran estudios hechos con este tipo de instrumentos.

Todos los itinerarios deberán ser planeados de modo de formar polígonos, conectados entre sí, para proporcionar una red rígida. Deben emplearse al menos dos gravímetros diferentes para así obtener una buena contrastación de los resultados. Los circuitos deberán ser completados en el menor tiempo posible y en ningún caso deberán exceder de 24 horas. Los intervalos de gravedad (diferencias de gravedad) medidos entre las estaciones consecutivas del circuito serán analizados en relación a una media. Ningún intervalo debe discrepar de la media por más de 0.05 mGal. Los polígonos que configuran las redes

gravimétricas deberán tener errores de cierre menores a la tolerancia T definida por la siguiente relación (Sevilla et al., 1990):

$$T \leq e_a \sqrt{2u} + bt \quad [\text{mGals}] \quad (39)$$

Donde e_a es la suma cuadrática de los errores accidentales (errores instrumentales, de calibración, efectos externos, cambios de gravedad temporales); u número de ejes que forman el itinerario; b pendiente de la función de deriva del gravímetro y t tiempo total en que se ha realizado el itinerario.

Los gravímetros deberán ser protegidos contra vibraciones durante su transporte. En cualquier parada de una hora o más deberán ser hechas lecturas al inicio y al término de la interrupción a fin de que pueda ser determinada la deriva. Antes de una observación con el gravímetro éste deberá permanecer nivelado durante 15 minutos en posición de lectura, con el propósito de permitir su estabilización. Ese período de tiempo puede ser aprovechado para la descripción de la estación y la toma de fotografías. Las localizaciones de las estaciones gravimétricas deben ser escogidas según criterios de permanencia, estabilidad y accesibilidad.

V.3.- Aparatos de medida. Gravímetros

Las medidas de la gravedad han experimentado en los últimos años una mejora considerable en sus precisiones y exactitudes. Las observaciones pueden ser absolutas o relativas. En las absolutas se miden períodos pendulares, o bien posición y tiempos de una masa en la caída libre mediante interferómetro y reloj atómico, respectivamente. Este último es el método absoluto más preciso en la actualidad, basado en la medida directa de la aceleración de caída libre de una masa dentro de una cámara de vacío.

Las medidas relativas se observan diferencias de gravedad entre puntos de la superficie terrestre, o en un mismo punto las variaciones de la gravedad con el tiempo. Para ello se utilizan los gravímetros, que son aparatos que miden pequeñas variaciones de la aceleración de la gravedad. Durante los últimos cincuenta años se han desarrollado una gran variedad

de estos instrumentos, los cuales caen dentro de dos categorías; los de tipo **inestables** y los **estables**. El gravímetro inestable puede describirse como una balanza de gran sensibilidad, contiene un elemento sensible, usualmente un resorte que soporta un peso, el cual es desplazado de su posición de equilibrio cuando cambia la intensidad de la aceleración de la gravedad. Los desplazamientos son siempre pequeñísimos (del orden de unas cuantas unidades Ångstrom) por lo que deben amplificarse, óptica, mecánica o electrónicamente. El gravímetro estable está proyectado de modo que cuando su elemento sensible se desplaza a causa algún cambio en la aceleración de la gravedad, entran en juego otras fuerzas que tienden a aumentar el desplazamiento. El cambio en la gravedad puede medirse por la fuerza necesaria para volver dicho elemento a su posición de equilibrio.

Los gravímetros más empleados en geodesia son del tipo inestable (marcas Lacoste-Romberg y Scintrex) y tienen una sensibilidad de 0.01 mGal ($1 \text{ Gal} = 0.01 \text{ m/s}^2$). Esto es un cambio relativo de 1 en 100 millones del campo gravitacional de la Tierra ($g \approx 978 \text{ Gal}$). En resumen, los gravímetros son esencialmente aparatos medidores de fuerza (dinamómetros de alta sensibilidad). Las lecturas realizadas con el gravímetro generalmente son valores en unidades de contador (UC) que deben ser convertidas a valores de gravedad. Por ejemplo, para el gravímetro Lacoste-Romberg modelo G ($1 \text{ UC} \sim 10 \mu\text{Gales}$), esta transformación se lleva a cabo mediante la tabla de calibración del instrumento proporcionada por el fabricante.

V.4.- Corrección temporal de las mediciones gravimétricas

V.4.1.- Deriva instrumental

Las lecturas de todos los gravímetros cambian un poco con el tiempo (deriva instrumental) por causa de las continuas e irreversibles deformaciones del material con que está construido el sistema elástico del gravímetro, de modo que un gravímetro colocado en una misma estación y en el que se efectúan lecturas periódicas, mostrará un cambio aparente en la gravedad. Esta deriva es diferente para cada instrumento. El efecto de la deriva es imprevisible, por lo que siempre se opta por controlarlo, el método usual consiste en volver a la estación base a intervalos de una o dos horas (tiempo en que la deriva se considera

lineal y proporcional al tiempo) y leer nuevamente el gravímetro. La serie de lecturas obtenidas se representa en un gráfico en función del tiempo (gráfica o curva de deriva), y los puntos correspondientes se unen mediante una línea recta (Figura 31).

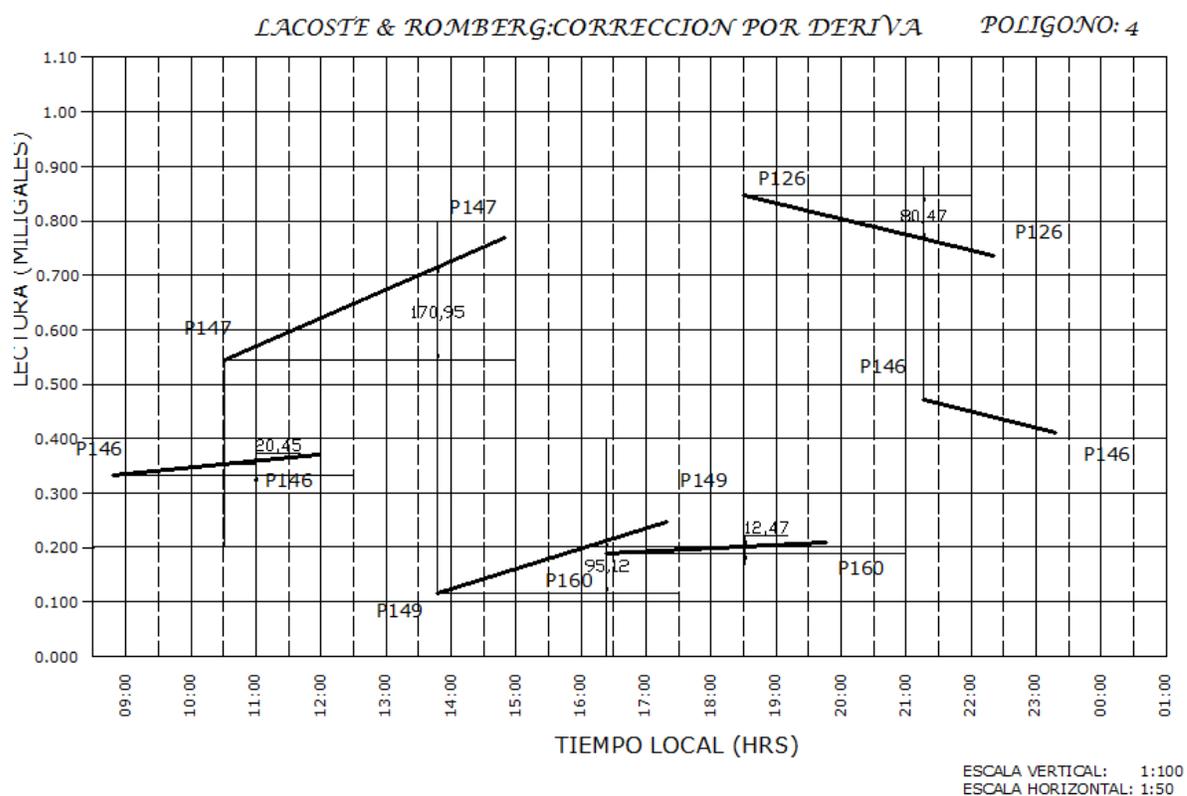


Figura 31.- Deriva del gravímetro Lacoste & Romberg en un periodo de 14 horas aproximadamente para el polígono 4 de la red (P146, P147, P149, P160, P126).

Este efecto debe ser corregido utilizando las gráficas de deriva. Se escoge un valor como valor de referencia, por ejemplo el primer valor observado en la estación base. Los factores para corregir los valores observados son las variaciones de la gravedad respecto al valor de referencia en los instantes de medición en las estaciones de observación. Se les encuentra por interpolación en las rectas graficadas. Se toma la variación del valor interpolado y se le resta o suma el valor de referencia correspondiente a la estación base en el instante de medición en la estación de observación. Los valores de las lecturas son convertidos a diferencias de gravedad utilizando las constantes de calibración del equipo.

V.4.2.- Marea lunisolar

Aparte de la presión atmosférica y temperatura, existe otro factor externo al instrumento que provoca un cambio de los valores de la gravedad. Este es debido a la posición cambiante de la Luna y el Sol con respecto al punto donde se está observando la gravedad. La Luna y el Sol, a pesar de estar alejados del punto de observación, tienen suficiente masa como para influir en la gravedad observada en un punto. Estas masas sufren aproximaciones y alejamientos del punto de observación (movimientos de traslación y rotación de la Tierra), lo cual provoca variaciones de la atracción en un punto (mareas). Sin embargo estas atracciones pueden ser calculadas con bastante precisión.

El potencial de marea V_t , de la Luna o el Sol puede obtenerse teniendo en cuenta que la gravedad de la Tierra está afectada por la componente radial de la aceleración de marea, causando una disminución de su valor, y suponiendo a la Tierra como un cuerpo rígido (Udías y Mézcua, 1986):

$$\frac{\partial V_t}{\partial r} = \frac{3}{2} G M_t \frac{r}{r_t^3} \left[\cos(2Z_t) + \frac{1}{3} \right] \quad (40)$$

En la que G es la constante de gravitación universal, M_t es la masa del Sol o la Luna, r es el radio de la Tierra ($r = 6371$ km) y r_t y Z_t son la distancia y el ángulo cenital del astro considerado (Sol o Luna). Empleando trigonometría esférica es posible transformar la expresión anterior en otra en la que intervengan la ascensión recta, y la declinación. De

aquí se obtienen unos valores máximos de 0.165 mGal para la Luna y 0.076 mGal para el Sol.

En los cálculos anteriores se ha supuesto a la Tierra como un cuerpo rígido, pero ésta experimenta deformaciones elásticas debidas a las fuerzas de marea que conducen a cambios adicionales de los valores de gravedad observados en la superficie del planeta. Para un cuerpo elástico y con simetría esférica, como es el caso de una aproximación a la forma de la Tierra, las mareas terrestres se estudian a través de la teoría de Love (Udías y Mézcua, 1986), que no exponemos aquí, de la que se deduce que las amplitudes de marea de la Tierra rígida deben ser incrementadas un 16%, lo que produce un valor máximo de 0.28 mGal.

En conclusión esta corrección, dependiente del lugar, hora y fecha de observación, no es lineal (ver figura 32) y según la precisión de las medidas deberá tenerse en cuenta ya que el máximo cambio que producen las mareas se cifra en 50 μ Gal/h, aunque en condiciones ambientales extremas se han llegado a observar cambios de hasta 100 μ Gal/h.

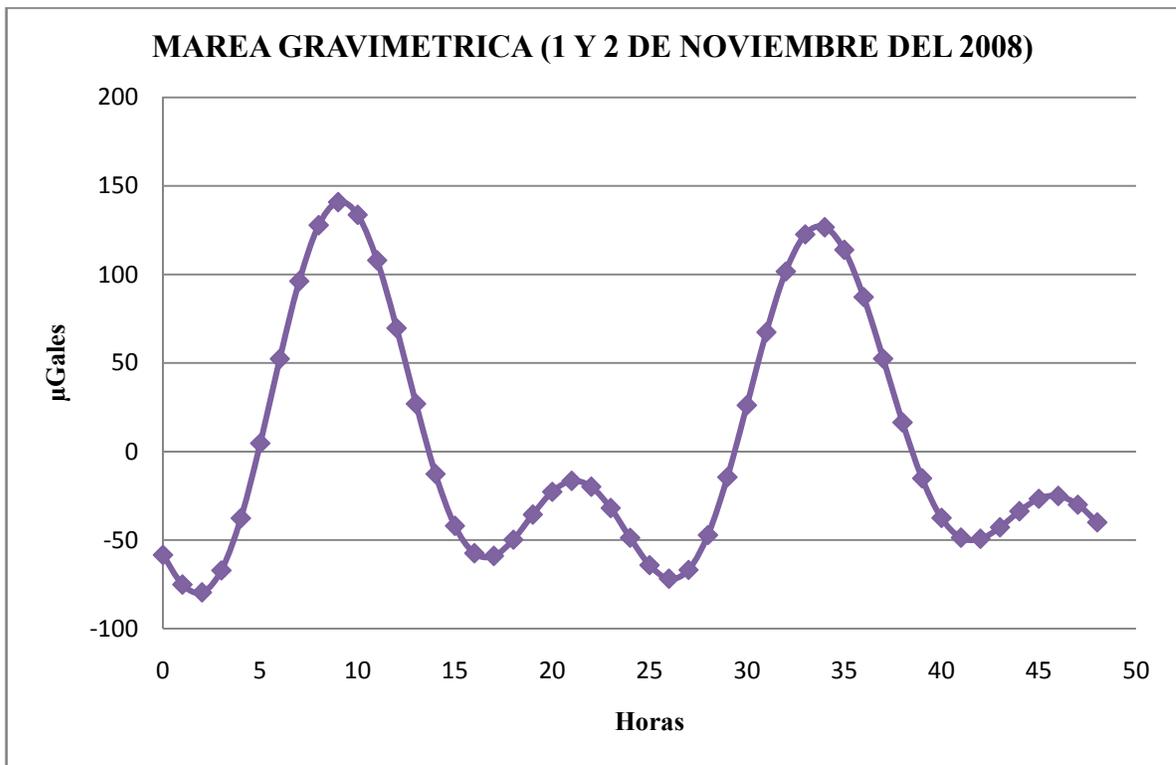


Figura 32.- Grafica de marea gravimétrica teórica para un periodo de 48 horas en la Ciudad y Puerto de Ensenada.

VI.- RED GRAVIMÉTRICA

El objeto de la red gravimétrica es establecer puntos de control gravimétrico sobre la red GPS conformada por 24 vértices (Figura 16). Se pretende que estos puntos de control de la gravedad constituyan el marco de referencia de los valores de gravedad en el ámbito en que se encuentran. Con lo cual pueden ser utilizados para apoyo a nivelaciones de alta precisión, determinación de la ondulación del geoide, levantamientos gravimétricos para prospección geológica, monitoreo de los cambios temporales de la gravedad debido a actividades antropogénicas y naturales, etc.

VI.1.- Diseño de la red

Se parte de que las estaciones de la red gravimétrica son las mismas que conforman la red GPS. De manera que los itinerarios de medición se planearon de modo de formar polígonos, conectados entre sí, para proporcionar una red rígida. Debido a las dimensiones del área por cubrir ((10x30 km) y a la accesibilidad a los sitios de medición, la red se dividió en dos sectores (Figura 33). El sector Norte conformado por 5 polígonos cerrados de 5 lados cada uno (POL-1, POL-2, POL-3, POL-4, POL-5) y el sector Sur conformado por 5 polígonos de 4 (POL-6, OL-7) y 3 lados. (POL-8, POL-9, POL-10). Considerando la extensión espacial (10x30 km) y la separación (2 a 10 km) de las estaciones, la red gravimétrica se clasifica como una red de tipo Local.

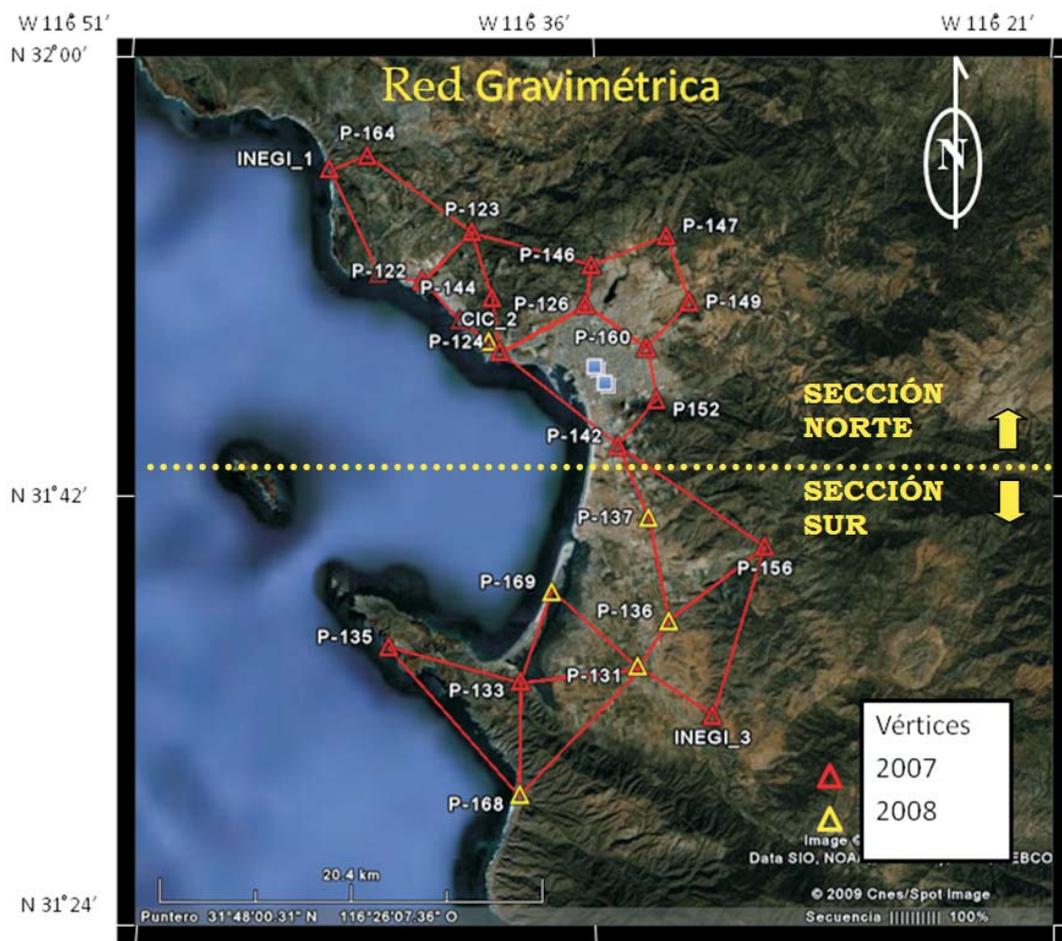


Figura 33.- Polígonos gravimétricos de la Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada proyectados sobre imagen Google Earth.

VII.- Levantamiento de datos

Las mediciones de los valores relativos de la aceleración de la gravedad se efectuaron a partir del día 29 de octubre y hasta el 8 de noviembre del 2008, siguiendo los itinerarios de ida y vuelta que se muestran en la tabla XVII.

La metodología de observación con la cual se ejecutaron las mediciones fue con circuitos cerrados para controlar la deriva instrumental, en la mayoría de los casos (8 de los 10 polígonos) se observaron en el mismo sentido de forma tal que los lados comunes entre los polígonos quedarán observados en sentido contrario, con lo que se eliminan posibles errores sistemáticos (Tabla XVII).

Las estaciones utilizadas para efectuar la medición fueron las mismas que forman parte de la red GPS de la ciudad.

Tabla XVII.- Itinerarios gravimétricos de ida y vuelta seguidos en el levantamiento de cada polígono.

Polígono	ITINERARIO	FECHA
1	P122-P121-P122-P121-INEGI_1-P121-INEGI_1-P164-INEGI_1-P164-P123-P164-P123-P122-P123-P122.	29 /Octubre/2008
2	P124-P144-P124-P123-P144-P122-P123-P125-P122-P124-P125-P124.	2 /Noviembre/2008
3	P124-P144-P124-P123-P144-P146-P123-P126-P146-P124-P126-P124.	30/Octubre/2008
4	P146-P147-P146-P149-P147-P160-P149-P126-P160-P146-P126-P146.	1/Noviembre/2008
5	P124-P142-P124-P152-P142-P160-P152-P126-P160-P124-P126-P124.	3/Noviembre/2008
6	P142-P156-P142-P136-P156-P137-P136-P142-P137-P142.	4/Noviembre/2008
7	P136-P156-P136-INEGI_3-P156-P131-INEGI_3-P136-P131-P136.	5/Noviembre/2008
8	P131-P168-P131-P133-P168-P131-P133-P131.	6/Noviembre/2008
9	P133-P168-P133-P135-P168-P133-P135-P133.	7/Noviembre/2008
10	P133-P169-P133-P131-P169-P133-P131-P133.	8/Noviembre/2008

Las mediciones relativas de la aceleración de la gravedad se realizaron con dos gravímetros geodésicos con precisión de lectura de 0.01 mGals. El gravímetro LaCoste-Romberg modelo G599 propiedad del CICESE equipado con medidor de lectura electrónico y nulificación automática, y el gravímetro Scintrex modelo CG-3 AUTOGRAV propiedad de la UABC, el cual es totalmente automatizado, lo que permite realizar y grabar cientos de mediciones en pocos minutos en un mismo sitio. Este gravímetro electrónico incluye software específico que remueve automáticamente de las lecturas la deriva instrumental lineal y el efecto lunisolar.

A continuación se describe el procedimiento de campo para la toma de mediciones con ambos gravímetros:

LaCoste & Romberg. Se tomaron al menos 3 lecturas independientes (renivelando el aparato) en cada estación, medidas consecutivamente en un intervalo de 20 minutos. El valor medio para cada estación fue adoptado como valor final.

Scintrex. Se tomaron entre 5 y 10 observaciones por estación, cada observación estuvo constituida por un conjunto de 30 mediciones con un intervalo de grabación a cada segundo, la lectura final se estimó tomando como criterio de aceptación que la desviación estándar de cada conjunto de mediciones estuviera por debajo de los 30 μ Gal. El cual en sitios ruidosos (viento, tráfico vehicular intenso) se procuró mantenerlo por debajo de los 100 μ Gal.

VI.3.- Corrección de datos

El proceso de cálculo para la obtención de los valores de gravedad de cada estación, cuando se utiliza el gravímetro Lacoste & Romberg consiste en lo siguiente:

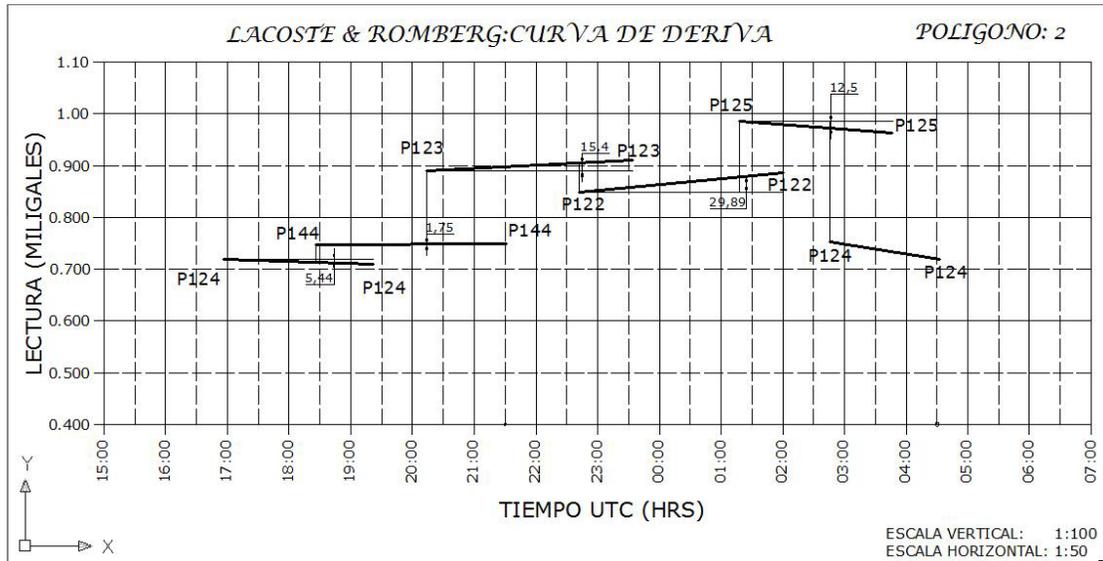
- Transformación de lecturas de contador a valores de gravedad.- Los datos que se obtienen del gravímetro son lecturas crudas, las cuales se transforman en valores de gravedad por medio de la tabla de calibración que posee el instrumento. Una vez obtenidos se procede a calcular las diferencias de gravedad entre las estaciones de la red.

- Corrección por marea lunisolar.- Para efectuar esta corrección se empleó el software libre TIDE el cual calcula la variación de la gravedad debido a la marea lunisolar, a partir de la latitud y la longitud del lugar así como la fecha en que se realizaron las mediciones, los resultados se muestran en una gráfica acompañados de una tabla donde se reporta la marea en μGales y el tiempo en horas. Para realizar la corrección de cada estación se realizó una interpolación utilizando un algoritmo tipo spline bicúbico, para encontrar la variación de la gravedad respecto al valor de referencia de la estación base en los instantes de medición de las estaciones de observación. Al valor interpolado se le resta o suma el valor de referencia correspondiente.

El gravímetro Scintrex CG-3 calcula automáticamente los valores de gravedad y corrige por marea, solo es necesario corregir la deriva remanente, lo cual también es necesario para el gravímetro Lacoste & Romberg.

- Corrección por deriva instrumental. La corrección se efectúa suponiendo una variación lineal proporcional al tiempo (Figura 34). Se corrigen todas las lecturas de cada circuito cerrado (Figura 35).

a)



b)

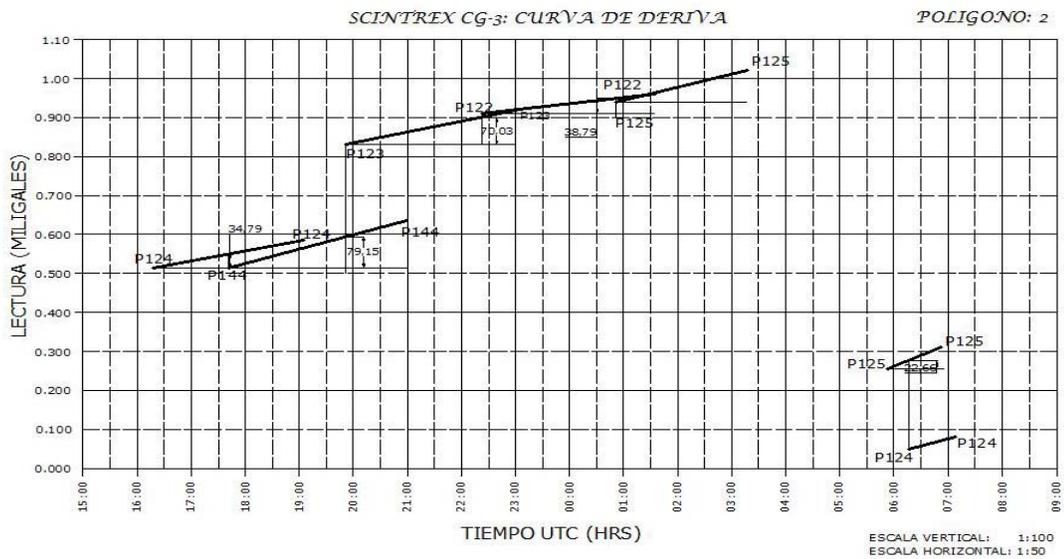


Figura 34.- Curva de deriva de los gravímetros a) Lacoste & Romberg y b) Scintrex CG3, correspondiente al levantamiento gravimétrico del Polígono 2 de la RGCPE, siguiendo el itinerario de ida y vuelta: P124P144P124P123P144 P122P123P125P122P124P125P124.



Figura 35.- Itinerario del levantamiento gravimétrico del Polígono 2 de la red gravimétrica: P124P144P124P123P144P122P123P125P122P124P125P124.

Finalizada la corrección de datos se procedió a la verificación de la tolerancia de error de cierre para los polígonos de la red. La Figura 36 muestra el error de cierre para cada polígono y en la Tabla XVIII la tolerancia correspondiente para cada gravímetro utilizado en el levantamiento.

Se evidencia en esta última que en los polígonos 4, 6, 7, 9, y 10 la tolerancia es menor que el error de cierre, esto significa que no existe una buena homogeneidad en los datos gravimétricos.

La causa de estos resultados pueden ser las siguientes: 1) inestabilidad de los sitios de medición debido al tráfico continuo de vehículos, la mayor parte de las estaciones se localizan dentro de la ciudad. 2) cálculo erróneo de la pendiente b de la función de deriva de los gravímetros, específicamente del gravímetro Scintrex.

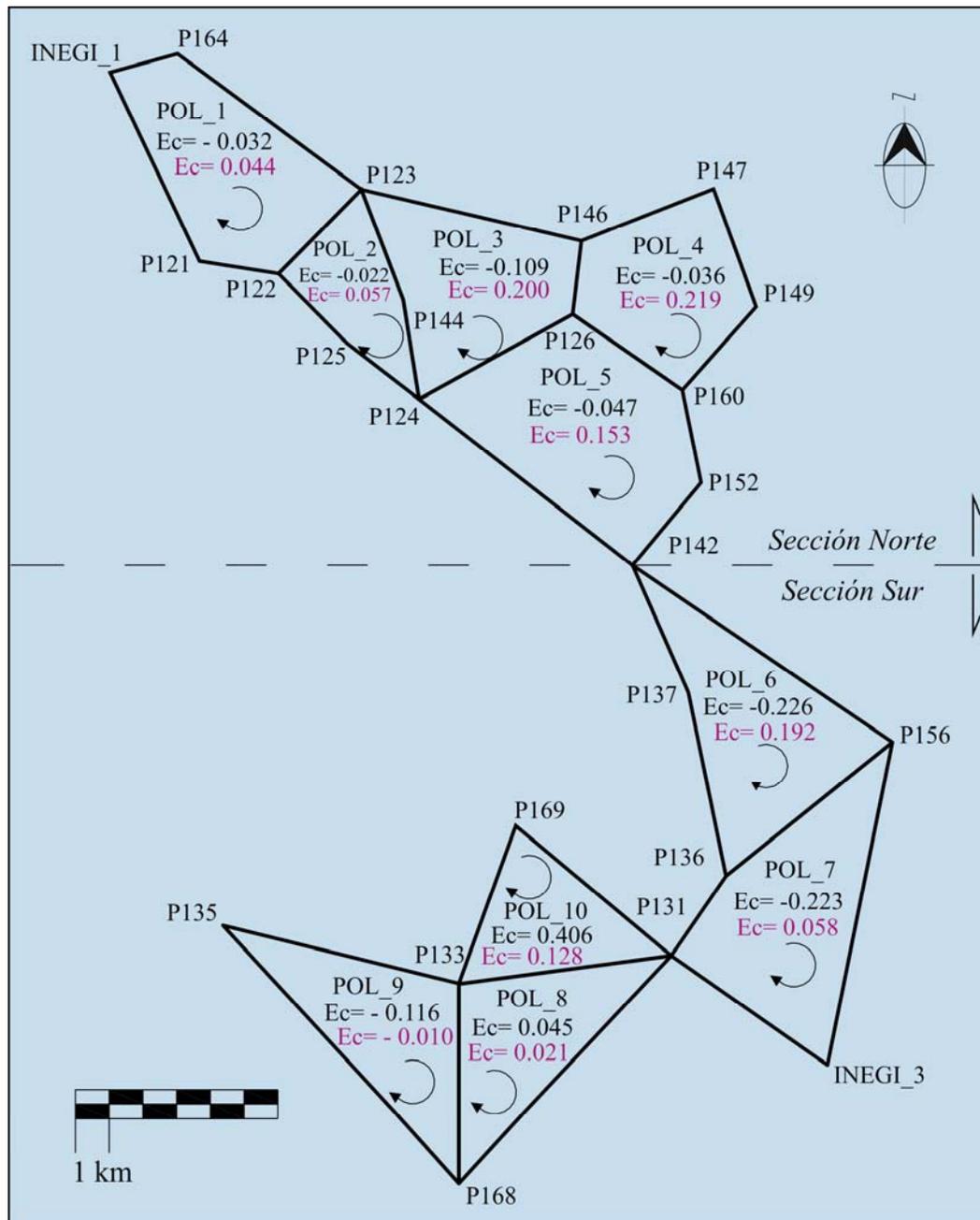


Figura 36.- Polígonos de la red con su respectivo error de cierre (Ec). Gravímetro Scintrex CG3 en color negro, gravímetro Lacoste & Romberg en color magenta. Las flechas indican el sentido del recorrido.

Tabla XVIII.- Tolerancia de cierre para los polígonos gravimétricos de la Red Geodésica. Donde: e_a = desviación estándar promedio; u = número de ejes del polígono; b = deriva del gravímetro; t = tiempo transcurrido en el recorrido del itinerario gravimétrico; T = tolerancia; E.C.= error de cierre.

Polígono	Gravímetro	E_a (mGal)	U	b (mGal/h)	t (h)	T (mGal)	E.C. (mGal)
1	L&R	0.025	5	0.005	13.149	0.145	0.044
	Scintrex	0.037		0.012	13.206	0.153	-0.032
2	L&R	0.025	5	0.005	11.596	0.137	0.057
	Scintrex	0.053		0.012	14.848	0.172	-0.022
3	L&R	0.025	5	0.005	13.472	0.146	0.2
	Scintrex	0.028		0.012	14.232	0.165	-0.109
4	L&R	0.025	5	0.005	14.481	0.151	0.219
	Scintrex	0.035		0.012	14.433	0.167	-0.036
5	L&R	0.025	5	0.005	13.789	0.148	0.153
	Scintrex	0.048		0.012	14.047	0.163	-0.047
6	L&R	0.025	4	0.005	10.973	0.126	0.192
	Scintrex	0.037		0.012	11.03	0.128	-0.226
7	L&R	0.025	4	0.005	10.415	0.123	0.058
	Scintrex	0.045		0.012	10.924	0.127	-0.223
8	L&R	0.025	3	0.005	13.642	0.129	0.021
	Scintrex	0.047		0.012	13.591	0.158	0.045
9	L&R	0.025	3	0.005	11.397	0.118	-0.01
	Scintrex	0.031		0.012	11.636	0.135	-0.116
10	L&R	0.025	3	0.005	8.239	0.102	0.01
	Scintrex	0.043		0.012	8.296	0.096	0.406

$$T \leq e_a \sqrt{2u} + bt \quad [\text{mGals}]$$

VI.4.- Cálculo y ajuste de la red

Debido a que no existe una buena homogeneidad es decir los outliers afectan de distinta manera a los parámetros obtenidos en los datos gravimétricos adquiridos con el gravímetro Scintrex, se decidió realizar el ajuste y análisis de fiabilidad de la red únicamente con los datos adquiridos con el gravímetro LaCoste-Romberg.

Los datos u observaciones que intervienen en el cálculo y ajuste de la red son las diferencias gravimétricas Δg obtenidas entre los vértices de la red, estos se muestran en la Tabla XIX.

Tabla XIX.- Diferencias gravimétricas Δg de la red geodésica.

SECTOR	LÍNEA	DE	A	Δg (mGals)
Norte	1	P124	P144	-24.968/-25.027*
	2	P144	P123	15.211/15.259*
	3	P123	P122	9.943/9.836*
	4	P122	P125	0.056
	5	P125	P124	-0.186
	6	P122	P121	-0.112
	7	P121	INEGI_1	-2.388
	8	INEGI_1	P164	-25.130
	9	P164	P123	17.839
	10	P123	P146	-29.500
	11	P146	P126	16.436/-16.283*
	12	P126	P124	23.033/23.099*
	13	P146	P147	-24.809
	14	P147	P149	12.422
	15	P149	P160	14.149
	16	P160	P126	14.741/14.728*
	17	P124	P142	-17.865
	18	P142	P152	-7.393
	19	P152	P160	-12.416
Sur	1	P142	P156	-20.581
	2	P156	P136	2.860/-2.839*
	3	P136	P137	12.065
	4	P137	P142	5.848
	5	P156	INEGI_3	0.036
	6	INEGI_3	P131	16.294
	7	P131	P136	-13.433
	8	P131	P168	7.407
	9	P168	P133	-4.016/4.030*
	10	P133	P131	-3.370/3.429
	11	P168	P135	0.080
	12	P135	P133	-4.120
	13	P133	P169	-7.308
	14	P169	P131	4.006

Donde: *= líneas o ejes de la red repetidas

Obtenidas las diferencias de gravedad Δg , se procede a la formación del sistema de ecuaciones de observación. Como ejemplo se muestra el caso correspondiente al Polígono 2 del sector Norte de la red (POL-2, Figura 35).

$$g_{144} = g_{124} + L_{b1} + V_1$$

$$g_{123} = g_{144} + L_{b2} + V_2$$

$$g_{122} = g_{123} + L_{b3} + V_3$$

$$g_{125} = g_{122} + L_{b4} + V_4$$

$$g_{124} = g_{125} + L_{b5} + V_5$$

donde partiendo del valor conocido en g_{124} (970,438.253 mGal) se determinarán los valores de la aceleración de la gravedad en las estaciones $g_{144}, g_{123}, g_{122}$ y g_{125} ; L_b son las Δg para cada ecuación y V son los residuales correspondientes para cada una de éstas.

Linealizado el sistema de ecuaciones de observación y sustituyendo valores se obtienen los siguientes datos (configuración de la matriz de diseño A, de términos independientes L_b , de pesos P y variables o parámetros X) de partida para el ajuste:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad L_b = \begin{bmatrix} 438.253 \\ 15.211 \\ 9.942 \\ 0.056 \\ -463.405 \end{bmatrix}, \quad P = \text{diag} \begin{bmatrix} 0.670 \\ 0.551 \\ 0.406 \\ 0.384 \\ 0.684 \end{bmatrix},$$

$$X = \begin{bmatrix} g_{144} \\ g_{123} \\ g_{122} \\ g_{125} \end{bmatrix}$$

Para la formación de la matriz de pesos de las observaciones (diferencias de gravedad) P, se ha considerado que las observaciones no son correlacionadas y que tienen varianzas proporcionales al tiempo total utilizado en la observación de cada línea del itinerario

gravimétrico ya que el tiempo involucra la deriva instrumental la cual tiene una gran influencia en la precisión de los parámetros obtenidos (Aku, 2007), de manera que la matriz de pesos es dada como el inverso de la matriz de covarianza de las observaciones, es decir el inverso de los tiempos totales utilizados en el itinerario dados en unidades de mGals para homogeneizar los resultados. De manera que al pesar de esta forma el menor tiempo registrado entre las observaciones será cercano a la unidad y por consecuencia tendrá mayor peso. Por otro lado, se parte del conocimiento del valor de gravedad en el vértice P124 igual a 970,438.253 mGals trasladado por García-Meza y Parra-Aguilar (2007) desde la estación Miguel Hidalgo de la red gravimétrica nacional referida a la Red Internacional de Estandarización de la Gravedad de 1971 (IGSN71).

La estructura de la matriz de diseño A (5,4), es similar a la matriz de diseño de una red de nivelación clásica, los coeficientes son 1, -1 y 0. En el caso de una red compuesta por n polígonos, el sistema matricial estará conformado por n sub-bloques de matrices de dimensiones de n parámetros por m observaciones y será sobre-determinado, es decir tendrá más datos que incógnitas. El ajuste de la red se realizó siguiendo la secuencia de cálculo del método de ecuaciones de observación (Capítulo II, Tabla IV) programada en lenguaje MATLAB.

Los resultados del ajuste se presentan en la Tabla XX y en la Figura 37. En esta última se muestra gráficas de los residuales correspondientes a cada sector de la red. En ambos sectores los residuos son pequeños y de distinto signo, comportamiento indicativo de que no hay síntomas de anomalías en el proceso de ajuste o en las observaciones.

Tabla XX.- Valores ajustados de la aceleración de la gravedad y residuales de los vértices que conforman la red GPS de la Ciudad y Puerto de Ensenada B.C.

Estación	Valor de Gravedad (mGals)	Desviación Estándar (mGals)	Residuales (mGals)
INEGI_1	979460.782	0.072	-0.021
INEGI_3	979424.735	0.054	-0.019
P121	979463.190	0.059	-0.009
P122	979463.311	0.049	-0.055
P123	979453.425	0.041	0.004
P125	979463.391	0.043	0.024
P126	979440.196	0.037	-0.035
P131	979440.999	0.053	-0.030
P133	979444.312	0.061	-0.030
P135	979448.434	0.076	-0.002
P136	979427.551	0.041	-0.027
P137	979439.544	0.039	-0.071
P142	979445.341	0.047	-0.051
P144	979438.209	0.031	-0.043
P146	979423.844	0.048	-0.082
P147	979399.009	0.064	-0.026
P149	979411.382	0.068	-0.049
P152	979437.925	0.059	-0.024
P156	979424.718	0.037	-0.042
P160	979425.491	0.050	-0.019
P164	979435.620	0.071	-0.032
P168	979448.357	0.065	-0.049
P169	979437.000	0.063	-0.005

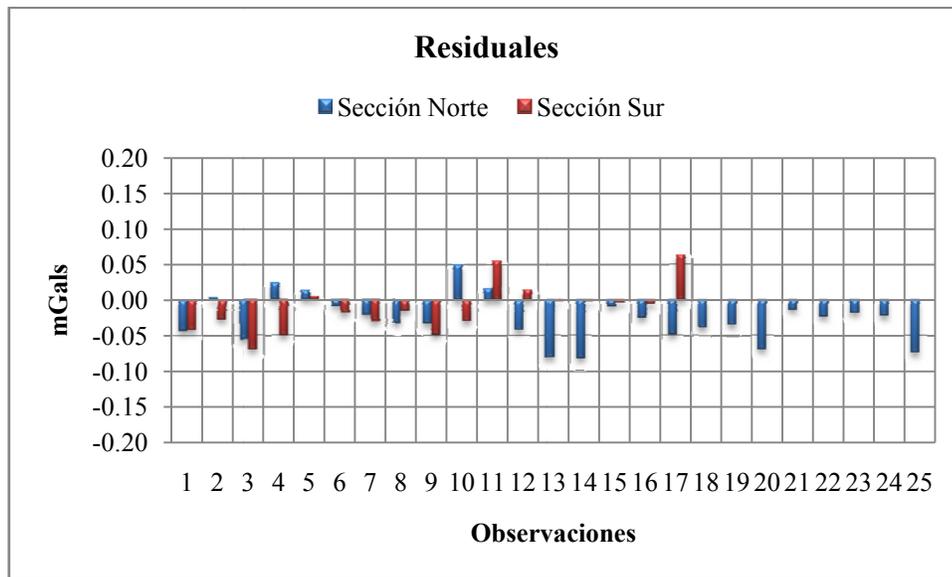


Figura 37.- Residuales de las observaciones del ajuste de las secciones Norte y Sur de la red.

Una vez obtenido el ajuste de datos, se aplicó la prueba de control estadístico Chi-cuadrada (χ^2) para medir la compatibilidad estadística entre el estimador de la varianza a priori de las observaciones σ_0^2 y el de la varianza a posteriori $\hat{\sigma}_0^2$ (Ecuac. 19 Capítulo II):

Para el sector Norte de la red, los datos del problema son: número de observaciones $n = 25$; número de parámetros $r = 14$; redundancia o grados de libertad $(n-r) = 9$; varianza a priori $\sigma_0^2 = 1$; varianza a posteriori $\hat{\sigma}_0^2 = 0.0016$; estadístico $\frac{V^T P V}{\sigma_0^2} = 0.015$. Para un nivel de significancia $\alpha = 0.02$ o una probabilidad del 98 % se obtienen a partir de Tablas los siguientes valores críticos o percentiles de la distribución χ^2 : $\chi_{(0.02,9)}^2 = 2.09$; $\chi_{(0.98,9)}^2 = 19.03$.

Así mismo, para el sector Sur de la red, los datos del problema son: número de observaciones $n = 17$; número de parámetros $r = 9$; redundancia o grados de libertad $= 8$; varianza a priori $\sigma_0^2 = 1$; varianza a posteriori $\hat{\sigma}_0^2 = 0.0001$; estadístico $\frac{V^T P V}{\sigma_0^2} = 0.006$.

Para un nivel de significancia $\alpha = 0.02$ o una probabilidad del 98 % se obtienen los siguientes valores: $\chi^2_{(0.02,8)} = 2.18$; $\chi^2_{(0.98,8)} = 18.5$.

Aceptando, para ambos casos, la hipótesis nula H_0 , lo que significa que el ajuste planteado es correcto y se procede al análisis de fiabilidad de la red.

V.5.- Fiabilidad de la red

Para estudiar la fiabilidad de la red se llevaron a cabo las siguientes comprobaciones: de redundancias de errores groseros (outliers) (Test de Baarda), de fiabilidad interna para las observaciones y externa para los parámetros. Los resultados obtenidos mediante las ecuaciones correspondientes (Capítulo II) programadas en MATLAB, se presentan a continuación.

Comprobación de redundancias. La Tabla XXI muestra los números de redundancias r_i de las observaciones del sector Norte y Sur de la red, respectivamente. De acuerdo a la magnitud de estos (Tabla III, Capítulo II), se infiere que las observaciones varían de débilmente ($0.1 \leq r_i \leq 0.4$) a bien controlados ($0.4 \geq r_i \leq 1.0$). Mientras que el valor medio, aunque menos significativo, indica que las observaciones son bien controladas ($0.4 \geq r_i \leq 1.0$) en ambos sectores. Sin embargo en la línea 6 (P122– P121) del sector Norte se presenta una anomalía indicada con un valor de redundancia pequeño $r_i = 0.086$, por lo tanto en este caso la observación correspondiente está mal controlada.

Tabla XXI.- Control de redundancias (r_i) de observaciones o datos de la red.

Sección Norte				Sección Sur		
Obs.	Peso	Cofactor ($Q_{\hat{v}_i}$)	Redundancia (r_i)	Peso	Cofactor ($Q_{\hat{v}_i}$)	Redundancia (r_i)
1	0.670	0.900	0.603	0.585	0.401	0.235
2	0.551	1.040	0.573	0.413	1.807	0.746
3	0.406	1.570	0.638	0.350	1.120	0.392
4	0.384	1.054	0.405	0.489	0.574	0.281
5	0.684	0.332	0.227	0.929	0.462	0.429
6	1.136	0.076	0.086	0.448	0.615	0.276
7	0.483	0.418	0.202	0.285	1.521	0.433
8	0.320	0.952	0.305	0.593	0.351	0.208
9	0.313	0.995	0.311	0.338	1.672	0.565
10	0.420	1.488	0.625	0.265	2.896	0.767
11	0.740	0.759	0.561	0.194	4.251	0.825
12	0.438	1.509	0.661	0.504	1.107	0.558
13	0.312	1.566	0.488	0.333	1.025	0.341
14	0.431	1.396	0.602	0.208	2.627	0.546
15	0.460	1.315	0.605	0.666	0.484	0.322
16	0.585	0.303	0.177	0.519	0.797	0.414
17	0.305	1.115	0.340	0.375	1.763	0.661
18	0.384	0.704	0.270	Redundancia media:		0.471
19	0.473	1.147	0.543			
20	0.361	1.846	0.666			
21	0.604	0.321	0.194			
22	0.367	0.870	0.319			
23	0.466	0.539	0.251			
24	0.318	2.178	0.692			
25	0.402	1.629	0.655			
Redundancia media:			0.440			

Detección de errores groseros. Para la detección de posibles errores groseros de la red se aplicó la prueba de Baarda (ecuación 26 del Capítulo II) con un nivel de significancia $\alpha=0.001$ y una potencia de la prueba del 80% $\beta=0.2$ con lo que resultó en un parámetro de Baarda $w_0=3.29$. Por lo tanto, un residual estandarizado con $w_i \geq 3.29$ supone el rechazo de la hipótesis nula H_0 con un nivel de confianza del 99 %. La Tabla XXII muestra la comprobación de errores groseros presentes en la sección Norte y Sur de la red, respectivamente. Los resultados indican que no se detectó ningún error grosero en las observaciones de ambos sectores de la red. En otras palabras, se acepta la hipótesis nula H_0 para todas las observables por resultar en todos ellos: $w_{0i} < 3.29$.

Tabla XXII.- Comprobación de outliers en las observaciones de la Red para un parámetro de Baarda $w_0 = 3.29$.

Obs.	Sección Norte			Sección Sur		
	Residuo (\hat{V}) (mGals)	Error cuad. $(\sqrt{COV_{\hat{V}_i}})$ (mGals)	Variable de Baarda $(w_i = \hat{V} / \sqrt{COV_{\hat{V}_i}})$ (s/u)	Residuo (\hat{V}) (mGals)	Error cuad. $(\sqrt{COV_{\hat{V}_i}})$ (mGals)	Variable de Baarda $(w_i = \hat{V} / \sqrt{COV_{\hat{V}_i}})$ (s/u)
1	-0.043	0.038	-1.124	-0.042	0.020	-2.073
2	0.004	0.041	0.104	-0.027	0.043	-0.628
3	-0.055	0.051	-1.093	-0.071	0.034	-2.073
4	0.024	0.041	0.574	-0.051	0.024	-2.073
5	0.013	0.023	0.574	0.005	0.022	0.239
6	-0.009	0.011	-0.818	-0.019	0.025	-0.763
7	-0.021	0.026	-0.818	-0.030	0.040	-0.763
8	-0.032	0.039	-0.818	-0.015	0.019	-0.763
9	-0.033	0.040	-0.818	-0.049	0.042	-1.169
10	0.051	0.049	1.028	-0.030	0.055	-0.543
11	0.017	0.035	0.480	0.057	0.067	0.851
12	-0.043	0.050	-0.861	0.016	0.034	0.466
13	-0.082	0.051	-1.616	-0.002	0.033	-0.057
14	-0.083	0.048	-1.739	-0.003	0.052	-0.057
15	-0.009	0.046	-0.204	-0.005	0.022	-0.222
16	-0.026	0.022	-1.151	-0.006	0.029	-0.222
17	-0.049	0.043	-1.151	0.064	0.043	1.503
18	-0.039	0.034	-1.151			
19	-0.035	0.043	-0.815			
20	-0.070	0.055	-1.275			
21	-0.015	0.023	-0.635			
22	-0.024	0.038	-0.635			
23	-0.019	0.030	-0.635			
24	-0.022	0.060	-0.373			
25	-0.074	0.052	-1.444			

Análisis de fiabilidad interna. Para determinar la fiabilidad interna de la red se han calculado, además del número de redundancias r_i , los siguientes parámetros:

$$\text{Mínimo error detectable: } \nabla|_{0_i} \geq \left| \frac{4.12}{\sqrt{r_i}} \sigma_{|i} \right| \quad (\text{Ec. 28, Capítulo II})$$

$$\text{Parámetros de homogeneidad interna: } \mu IN_i = \frac{4.12}{\sqrt{r_i}} \quad (\text{Ec. 29, Capítulo II})$$

El primero, determina para un nivel de significancia $\alpha = 0.001$ y para una potencia de la prueba de $\beta = 0.80$, cual es el mínimo error detectable para cada una de las observaciones.

El segundo, califica la homogeneidad de la red.

Los resultados del análisis de fiabilidad interna de los sectores Norte y Sur de la red se muestran en las Tablas XXIII y XXIV, respectivamente. Puede apreciarse en estas Tablas que el mínimo error grosero detectable $\nabla|_{0_i}$ se sitúa en un promedio de 0.338 para el sector Norte y 0.229 para el sector Sur. Implicando que errores groseros por debajo de estos umbrales podrían pasar inadvertidos.

Los parámetros de homogeneidad μIN_i resultaron pequeños, calificando favorablemente la homogeneidad de la red y confirmando la información proporcionada por los números de redundancia r_i . Sigue apareciendo una anomalía en la observación 6 (línea P122– P121) del sector Norte ahora indicada con un valor alto del parámetro de Homogeneidad $\mu IN_i = 14.064$. Además, se vislumbra otra anomalía en la observación 8 (línea P168-P131) del sector Sur indicada con un valor alto del parámetro de Homogeneidad $\mu IN_i = 9.028$.

Tabla XXIII.- Análisis de fiabilidad interna de la sección Norte de la Red, mediante la comprobación del Mínimo error detectable ($\nabla|_{0_i}$) y el Parámetro de Homogeneidad interna μIN_i .

Obs.	Desviación Estándar (σ_{i_i}) (mGals)	$\sqrt{r_i}$ (s/u)	Mínimo error detectable ($\nabla _{0_i}$) (mGals)	Parámetro de Homogeneidad μIN_i (s/u)
1	0.031	0.776	0.165	5.307
2	0.036	0.757	0.194	5.442
3	0.038	0.799	0.197	5.160
4	0.050	0.636	0.326	6.476
5	0.043	0.477	0.371	8.643
6	0.036	0.293	0.510	14.064
7	0.052	0.449	0.476	9.171
8	0.060	0.552	0.445	7.465
9	0.060	0.558	0.442	7.383
10	0.038	0.791	0.199	5.211
11	0.031	0.749	0.171	5.499
12	0.036	0.813	0.180	5.069
13	0.052	0.699	0.305	5.895
14	0.039	0.776	0.206	5.311
15	0.037	0.778	0.198	5.297
16	0.048	0.421	0.469	9.784
17	0.059	0.583	0.420	7.064
18	0.056	0.520	0.442	7.927
19	0.040	0.737	0.222	5.593
20	0.039	0.816	0.196	5.047
21	0.047	0.440	0.437	9.355
22	0.055	0.565	0.401	7.292
23	0.051	0.501	0.421	8.217
24	0.040	0.832	0.197	4.951
25	0.037	0.809	0.191	5.092

Tabla XXIV.- Análisis de fiabilidad interna de la sección Sur de la Red, mediante la comprobación del Mínimo error detectable ($\nabla|_{0_i}$) y el Parámetro de Homogeneidad interna μIN_i .

Obs.	Desviación Estándar($\sigma_{ _i}$) (mGals)	$\sqrt{r_i}$ (s/u)	Mínimo error detectable ($\nabla _{0_i}$) (mGals)	Parámetro de Homogeneidad μIN_i (s/u)
1	0.037	0.484	0.314	8.507
2	0.025	0.864	0.121	4.769
3	0.043	0.626	0.280	6.580
4	0.039	0.530	0.304	7.778
5	0.025	0.655	0.159	6.288
6	0.041	0.525	0.322	7.847
7	0.045	0.658	0.285	6.259
8	0.037	0.456	0.337	9.028
9	0.037	0.752	0.201	5.481
10	0.030	0.876	0.142	4.703
11	0.031	0.908	0.139	4.537
12	0.030	0.747	0.167	5.516
13	0.045	0.584	0.320	7.052
14	0.048	0.739	0.266	5.574
15	0.033	0.568	0.236	7.255
16	0.034	0.643	0.220	6.405
17	0.031	0.813	0.155	5.068

Fiabilidad externa. Para determinar la fiabilidad externa de la red se han calculado los siguientes parámetros:

Parámetros de homogeneidad: $\mu EX_i = \mu IN_i \sqrt{1 - r_i}$ (Ec. 31, Capítulo II)

Vectores de fiabilidad: $\nabla x = Q_X A^T P e_i \nabla|_{0_i}$ (Ec. 30, Capítulo II)

Con el primero, al igual que con el parámetro de homogeneidad interna, se califica la homogeneidad de la red.

Con el segundo, se estudia principalmente la influencia de un error igual al mínimo error detectable $\nabla|_{0_i}$ en cada observable sobre cada incógnita.

Los resultados del cálculo del Parámetro de Homogeneidad Externa μEX_i se muestran en la columna 4 y 7 de la Tabla XXV, respectivamente. Se aprecia, como en el caso de fiabilidad interna μEX_i , una calidad inferior en las observaciones de débil redundancia (observación 6 del sector Norte y observación 8 del sector Sur).

Por otra parte, con las observaciones realizadas, 25 para la sección Norte y 17 para la sección Sur, se generaron igual número de vectores de fiabilidad externa Tablas XXVI y XXVII, respectivamente. En estas Tablas se puede apreciar la influencia del error mínimo detectable $\nabla|_{0_i}$ de la observación 6 (desnivel gravimétrico entre los vértices P122 y P121 del sector Norte de la red) sobre el valor ajustado de la aceleración de la gravedad en los vértices P121 e INE1 (Tabla XXVI). Así mismo, en el sector Sur de la red (Tabla XXVII), se aprecia la influencia de las observaciones 1, 8, 13, 14 y 16 sobre los valores ajustados de la aceleración de la gravedad en los vértices siguientes: (1)/P156, P136, INE3, P131, P168, P133, P135 y P169; (8)/ INE3, P131, P168, P133, P135 y P169; (13)/ P135; (14)/ P135; (16)/ P169. Estos resultados sugieren que el sector Sur presenta una mayor sensibilidad a los errores en las observaciones.

Tabla XXV.- Análisis de fiabilidad externa de la sección Norte y Sur de la Red, mediante la estimación del Parámetro de Homogeneidad Externa μEX_i .

Obs.	Sección Norte			Sección Sur		
	μIN_i (s/u)	$\sqrt{1 - r_i}$ (s/u)	Parámetro Homogeneidad μEX_i (s/u)	μIN_i (s/u)	$\sqrt{1 - r_i}$ (s/u)	Parámetro Homogeneidad μEX_i (s/u)
1	5.307	0.630	3.344	8.507	0.875	7.443
2	5.442	0.653	3.555	4.769	0.504	2.402
3	5.160	0.602	3.106	6.580	0.780	5.131
4	6.476	0.772	4.996	7.778	0.848	6.597
5	8.643	0.879	7.598	6.288	0.755	4.750
6	14.064	0.956	13.447	7.847	0.851	6.678
7	9.171	0.893	8.193	6.259	0.753	4.711
8	7.465	0.834	6.225	9.028	0.890	8.033
9	7.383	0.830	6.126	5.481	0.659	3.614
10	5.211	0.612	3.191	4.703	0.482	2.268
11	5.499	0.662	3.642	4.537	0.419	1.900
12	5.069	0.582	2.952	5.516	0.665	3.668
13	5.895	0.715	4.216	7.052	0.812	5.724
14	5.311	0.631	3.352	5.574	0.674	3.754
15	5.297	0.629	3.329	7.255	0.823	5.972
16	9.784	0.907	8.874	6.405	0.766	4.903
17	7.064	0.812	5.739	5.068	0.582	2.951
18	7.927	0.854	6.772			
19	5.593	0.676	3.783			
20	5.047	0.578	2.915			
21	9.355	0.898	8.399			
22	7.292	0.825	6.017			
23	8.217	0.865	7.109			
24	4.951	0.555	2.746			
25	5.092	0.588	2.992			

Vectores de fiabilidad externa. Con las observaciones realizadas, 25 para la sección Norte y 17 para la sección Sur, se generaron los vectores de fiabilidad externa, Tablas XXVI y XXVII, respectivamente, en donde se aprecia la forma en la que influye un error grosero inadvertido dentro de la red en cada uno de los parámetros estimados.

Tabla XXVI.- Análisis de fiabilidad externa de la sección Norte de la Red, mediante la estimación de Vectores de fiabilidad ∇x .

OBS. (mGals)		ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS													
		P144	P123	P122	P125	P121	INE1	P164	P146	P126	P147	P149	P160	P142	P152
1	∇x	-0.04	-0.07	-0.12	0.07	-0.11	-0.10	-0.08	-0.03	-0.01	-0.02	-0.02	-0.01	0.00	-0.01
2	∇x	-0.02	0.06	0.05	0.02	0.05	0.06	0.06	0.03	0.01	0.02	0.02	0.01	0.00	0.01
3	∇x	-0.01	-0.02	0.05	0.02	0.05	0.03	0.01	-0.01	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
4	∇x	-0.04	-0.07	-0.12	0.07	-0.11	-0.10	-0.08	-0.03	-0.01	-0.02	-0.02	-0.01	0.00	-0.01
5	∇x	-0.03	-0.07	-0.14	-0.29	-0.13	-0.12	-0.10	-0.03	-0.01	-0.03	-0.02	-0.01	0.00	-0.01
6	∇x	0.00	0.01	-0.04	-0.01	0.43	0.33	0.17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7	∇x	0.00	0.01	-0.03	-0.01	-0.08	0.30	0.16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
8	∇x	0.00	0.01	-0.03	-0.01	-0.07	-0.16	0.15	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
9	∇x	0.00	0.01	-0.03	-0.01	-0.07	-0.16	-0.29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
10	∇x	-0.01	-0.02	0.06	0.02	0.05	0.03	0.01	-0.01	0.00	-0.01	0.00	0.00	0.00	0.00
11	∇x	0.08	0.05	0.04	0.02	0.04	0.05	0.05	0.02	0.01	0.02	0.01	0.01	0.00	0.01
12	∇x	-0.01	0.05	0.04	0.01	0.04	0.04	0.04	0.02	0.01	0.02	0.01	0.01	0.00	0.01
13	∇x	-0.02	-0.06	-0.05	-0.02	-0.05	-0.05	-0.06	0.10	0.05	0.08	0.06	0.05	0.01	0.03
14	∇x	-0.01	-0.02	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	-0.02	-0.07	0.02	-0.05	-0.02	0.00	0.00	0.00
15	∇x	-0.01	-0.02	-0.01	-0.01	-0.01	-0.02	-0.02	-0.06	-0.08	-0.06	-0.06	-0.07	-0.02	-0.04
16	∇x	-0.01	-0.01	-0.01	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.05	0.00	0.34	0.18	0.05	0.01	0.04
17	∇x	0.00	-0.01	-0.01	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.04	0.00	-0.12	0.16	0.05	0.01	0.03
18	∇x	-0.01	-0.01	-0.01	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.04	0.00	-0.12	-0.27	0.05	0.01	0.03
19	∇x	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-0.02	-0.06	-0.09	-0.02	-0.06
20	∇x	0.01	0.02	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.05	-0.01	0.04	0.02	0.00	0.00	0.00
21	∇x	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.04	0.05	0.06	0.08	0.10	0.35	0.21

Tabla XXVI.- Análisis de fiabilidad externa de la sección Norte de la Red, mediante la estimación de Vectores de fiabilidad ∇x (Continuación).

OBS. (mGals)		ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS													
		P144	P123	P122	P125	P121	INE1	P164	P146	P126	P147	P149	P160	P142	P152
22	∇x	0.00	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.04	0.04	0.05	0.08	0.09	-0.08	0.20
23	∇x	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.04	0.05	0.06	0.08	0.10	-0.08	-0.22
24	∇x	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	-0.01	-0.03	-0.05	-0.01	-0.03
25	∇x	-0.01	-0.01	-0.01	0.00	-0.01	-0.01	-0.01	-0.05	-0.07	-0.05	-0.05	-0.05	-0.01	-0.04

Tabla XXVII.- Análisis de fiabilidad externa de la sección Sur de la Red, mediante la estimación de Vectores de fiabilidad externa ∇x .

OBS. (mGals)		ESTACIONES GRAVIMÉTRICAS								
		P156	P136	P137	INE3	P131	P168	P133	P135	P169
1	∇x	0.240	0.211	0.088	0.232	0.218	0.218	0.218	0.218	0.218
2	∇x	-0.008	0.023	0.009	0.001	0.016	0.016	0.016	0.016	0.016
3	∇x	-0.066	-0.092	0.079	-0.073	-0.086	-0.086	-0.086	-0.086	-0.086
4	∇x	-0.071	-0.100	-0.219	-0.080	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093	-0.093
5	∇x	0.023	-0.067	-0.028	-0.004	-0.047	-0.047	-0.047	-0.047	-0.047
6	∇x	-0.007	0.020	0.008	0.226	0.087	0.087	0.087	0.087	0.087
7	∇x	-0.006	0.017	0.007	-0.085	0.077	0.077	0.077	0.077	0.077
8	∇x	-0.007	0.021	0.009	-0.100	-0.246	-0.246	-0.246	-0.246	-0.246
9	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.087	0.045	0.071	0.025
10	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.024	0.009	-0.011	0.005
11	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.018	-0.024	-0.020	-0.014
12	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.053	-0.021	0.025	-0.012
13	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.026	0.010	0.185	0.006
14	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.021	0.008	-0.112	0.005
15	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.045	-0.062	-0.052	0.098
16	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.042	-0.058	-0.048	-0.129
17	∇x	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.038	0.053	0.044	0.030

VII.-DISCUSIÓN

De los resultados de la red GPS:

Resultados del ajuste indican precisiones de $\pm 1\text{cm}$ en la coordenadas horizontales X e Y y de $\pm 2\text{ cm}$ en las verticales h, con elipses de error pequeñas (3 a 10 milímetros) y estrechas, las cuales presentan una orientación preferencial de su eje mayor hacia el noreste en la mayoría de las estaciones. Esta dirección de las elipses indica una debilidad en la configuración de la red en dicha dirección. La dirección del error estimado más grande se encuentra en la elipse correspondiente a la estación P160, dirección que indica el camino de menor resistencia para que el punto se desplace durante el ajuste. Dicha debilidad se podría corregir mediante mediciones adicionales directas entre los puntos de control en los cuadrantes de la red a la que apunta la elipse o tal vez sea inevitable.

Por otra parte, usando las observaciones registradas con intervalo de medición de 30 segundos se formaron figuras triangulares a partir de la estación CIC1, se calcularon las longitudes de las líneas base con un error medio cuadrático (RMS) de 4 a 28 mm entre sus vértices y se ajustó la red tomando como referencia la estación CIC1. En la Tabla XXVIII se muestran las diferencias entre las coordenadas estimadas con observaciones cada 30 s respecto a las obtenidas con observaciones cada 1 s. Se aprecian diferencias de centímetros en las coordenadas planas X. Estas diferencias se atribuyen a la mayor cantidad de datos utilizados en el cálculo de las longitudes de las líneas base, por ejemplo en una sección de 1 hora se obtuvieron 120 observaciones (cada 30 s) contra 3600 (cada 1 s), por lo que la estadística en el ajuste de la red se mejora sustancialmente.

Tabla XXVIII.- Diferencias expresadas entre las coordenadas geodésicas (unidades de segundo) y coordenadas planas (unidades de metros) obtenidas con tiempo de medición de 1 y 30 segundos.

DIFERENCIAS ENTRE COORDENADAS				
Estación	GEODÉSICAS WGS84		PLANAS	
	Latitud (β) 1s - 30s(“)	Longitud (λ) 1s - 30s(“)	Norte Y (m)	Este X (m)
INEGI_1	0.0056	-0.02334	-0.063	0.605
INEGI_3	0.00575	-0.00134	-0.061	0.020
P121	0.00207	-0.02052	-0.172	0.530
P122	0.00002	-0.00094	-0.237	-0.054
P123	0.00809	0.00069	0.013	-0.028
P124	0.00727	-0.00093	-0.014	-0.010
P125	0.00691	-0.00099	-0.025	0.016
P126	0.02054	-0.01055	0.398	-0.766
P131	0.01243	0.020179	0.143	-0.561
P133	0.14	-0.00495	-0.028	0.119
P135	0.00697	-0.00061	-0.020	-0.017
P136	0.00724	-0.00119	-0.014	-0.009
P137	0.00716	-0.00114	-0.016	-0.009
P142	0.00681	-0.00161	-0.027	0.030
P144	0.00404	-0.00095	-0.014	-0.010
P146	0.00956	-0.00084	0.056	0.053
P147	0.00695	-0.00099	-0.021	0.012
P149	-0.00801	0.00232	-0.483	-0.064
P152	-0.0067	-0.00187	-0.030	0.036
P156	0.00685	-0.0013	-0.025	0.019
P160	0.00687	-0.00209	-0.025	0.042
P164	0.0025	-0.00098	-0.247	-0.053
P168	0.000	0.000	0.000	0.000
P169	0.00715	-0.00087	-0.017	-0.026

Para la transformación de coordenadas geocéntricas X e Y del sistema WGS84 al Sistema ITRF92 Época 1988.0, se utilizó el método de interpolación de rejillas utilizando la aplicación HTDP del NGS. Aunque esta aplicación es válida para el territorio de los Estados Unidos de Norte América, se consideró conveniente su utilización en nuestra área de estudio por la cercanía a la frontera con Estados Unidos (Figura 12), ya que no existe una aplicación similar para el territorio mexicano. En el sistema ITRF aparece el concepto dinámico, ya que se estudian las coordenadas de las estaciones de referencia (X , Y , Z), pero también la velocidad (V_x , V_y , V_z). En consecuencia es necesario especificar la época de referencia t_0 (tiempo para el cual los valores de X , Y y Z son válidos), ya que los puntos sobre la superficie de la tierra no permanecen inmóviles sino que sufren movimiento principalmente debido al movimiento de las placas tectónicas. Las coordenadas de los vértices de la red están definidas en el ITRF Época 1980, estas son válidas para el día primero del mes de enero de 1988. En un posicionamiento GPS las observaciones se refieren a la época misma de la observación, por ejemplo, para nuestro levantamiento en Noviembre del 2008, la época de las pseudodistancias medidas es 2008.11. Como dicho levantamiento es diferencial y se apoya en CIC1 con coordenadas ITRF Época 1988.0, la combinación de los diferentes tiempos (1988.0 y 2008.11) pueden generar errores de hasta 40 centímetros, considerando que nos encontramos en una región tectónicamente activa localizada en la zona de colisión entre las placas Pacífico y Norteamérica (ver campo de velocidades en la Figura 12). El HTDP usa un modelo en el cual computariza las velocidades horizontales para el oeste de Estados Unidos cuyas latitudes van desde 31° N a 49° N y cuyas longitudes están en el rango de 100° W a 125° W; además usa un modelo de capas rígidas similar a NUVEL1A ya que computariza velocidades de otras áreas del mundo.

Con respecto al control altimétrico, en la Tabla XXIX se presentan las diferencias obtenidas en la determinación de las alturas ortométricas utilizando los modelos geoidales para México MEX97 y GGM06. Se aprecia que, a excepción de las estaciones P146 y P149 con intervalo de medición cada 30 segundos, las diferencias obtenidas están por debajo de los 0 cm. Aunque la precisión obtenida en las alturas elipsoidales h oscila entre 2 y 14 cm para

ambos conjuntos de datos, el incremento en el error se debe a los modelos geoidales, cuya precisión se reporta por debajo de los 50 cm (<http://mapserver.inegi.org.mx/SIAG/?s=geo&c=1222>).

Tabla XXIX.- Diferencias obtenidas entre las alturas ortométricas (H) empleando el modelo geoidal México 1997 y GGM06 con tiempos de medición de 1 y 30 segundos.

DIFERENCIAS DE ALTURAS ORTOMÉTRICAS (H)		
ESTACIÓN	MEX 97 (1s) - GGM06 (m)	MEX 97 (30s) - GGM06 (m)
INEGI_1	0.218	0.002
INEGI_3	0.211	0.207
P121	0.193	0.040
P122	0.204	0.204
P123	0.16	0.189
P124	0.229	0.233
P125	0.222	0.223
P126	0.242	0.204
P131	0.184	0.176
P133	0.2	0.200
P135	0.163	0.133
P136	0.183	0.200
P137	0.212	0.205
P142	0.202	0.227
P144	0.209	0.207
P146	0.257	0.684
P147	0.244	0.237
P149	0.245	-0.486
P152	0.213	0.207
P156	0.206	0.146
P160	0.251	0.243
P164	0.162	0.175
P168	0.121	0.132
P169	0.232	0.230

De los resultados de la RED GRAVIMÉTRICA:

Para un buen control de calidad de los datos en los levantamientos gravimétricos es necesario que el cierre del itinerario gravimétrico esté dentro de la tolerancia. Los cierres de algunos polígonos medidos con el gravímetro Scintrex no cumplen con este requisito. Una posible causa es un mal cálculo de la pendiente b ($= -0.045$ mGal/día) de la función de deriva. Esto desafortunadamente se descubrió al final del levantamiento cuando accidentalmente se desconfiguró el gravímetro, y aunque trató de remediarse el problema no se obtuvieron buenos resultados, como lo comprueban los altos valores obtenidos en los cierres de los itinerarios de los Polígonos 6, 7, 9 y 10 (ver Tabla XIX). Los resultados con un buen cálculo de la pendiente b ($= 0.278$ mGal/día) de la función de deriva se muestran en la Figura 36. En esta Figura se muestra el monitoreo de la gravedad medida con el gravímetro Scintrex en el cuarto de calibración de sismógrafos del Depto. de Sismología del CICESE, durante un periodo de 20 horas aproximadamente. Al sustraer el efecto de la marea gravimétrica teórica (línea color azul) a la marea gravimétrica observada (línea color morada) se obtendrá una curva (línea color anaranjada) cuyos valores oscilaran alrededor de cero (figura 38), representando una deriva remanente pequeña que deberá corregirse. Lo anterior justifica el porqué se decidió realizar el ajuste y cálculo de fiabilidad de la red únicamente con los datos adquiridos con el gravímetro LaCoste-Romberg, ya que de antemano se esperarían malos resultados con las observaciones del Scintrex, por ejemplo, comportamiento anómalo de los residuales caracterizado principalmente por valores altos y del mismo signo. En relación al pesado de datos, se ha considerado que las varianzas de las observaciones son proporcionales al tiempo total utilizado en la toma de datos de cada itinerario gravimétrico. Esto se justifica si consideramos que el segundo término de la función de tolerancia para cierre de los itinerarios (Ecuación 39, Capítulo II) consta del producto de la pendiente de la función lineal de la deriva del gravímetro b por el tiempo t total utilizado en la observación del itinerario. Los tiempos de los cierres de los polígonos estuvieron entre 8 a 14 horas, que multiplicados por b dan varianzas de 0.024 a 0.042 mGals, respectivamente. Mientras que los pesos, que se han tomado inversamente proporcionales a los tiempos de los itinerarios, varían de 0.125 mGals a 0.071 mGals,

respectivamente. Esta estrategia de pesado de observaciones no es la óptima, pero a la falta del conocimiento de la magnitud de las fuentes de error (instrumental, de calibración, externa, temporal) en las observaciones es la más utilizada.

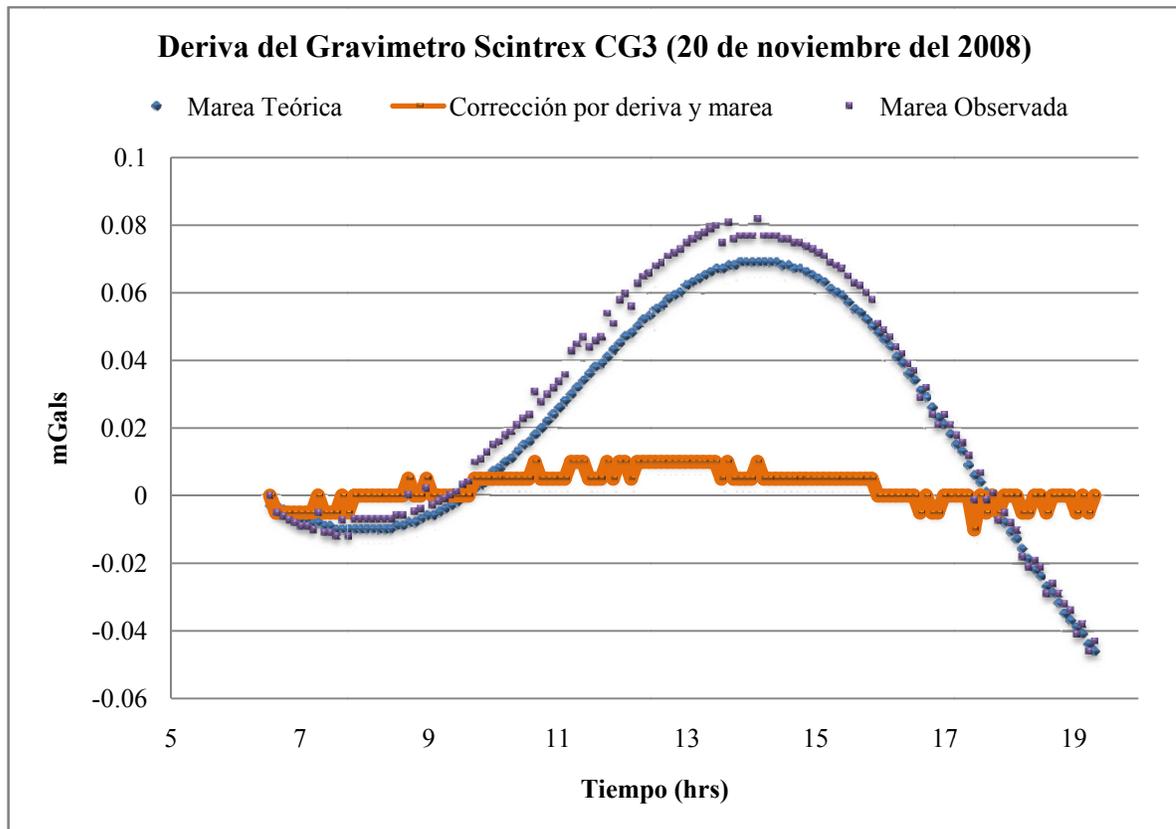


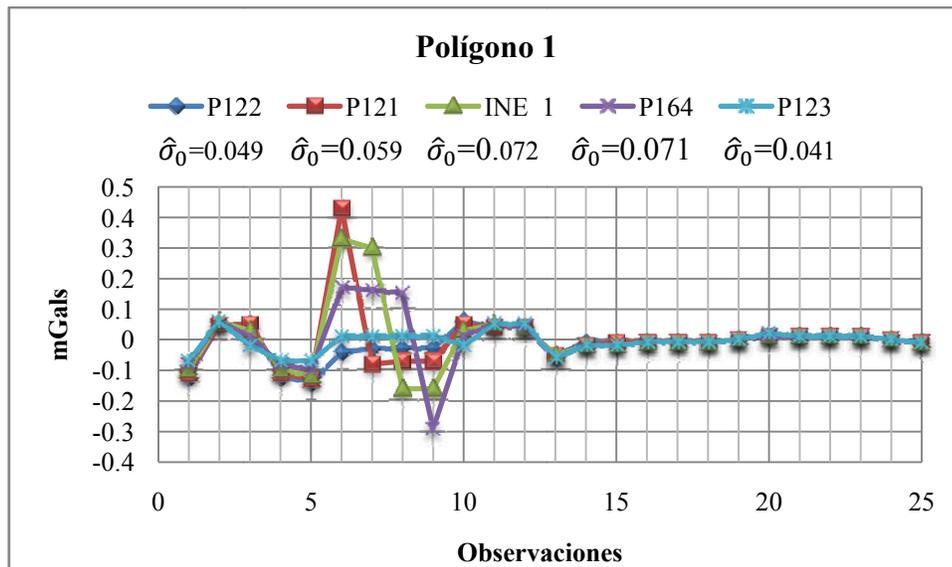
Figura 38. Gravedad observada, marea teórica y deriva remanente para el gravímetro Scintrex CG3 durante un periodo de 20 horas del día 20 de noviembre de 2008. Pendiente b de la función de deriva igual a 0.278 mGal/día.

Los resultados del ajuste por mínimos cuadrados utilizando el método de ecuaciones de observación, los resultados estadísticos, prueba global y análisis de residuales, arrojados por el mismo, no son suficientes para calificar la calidad de la red, es necesario, realizar un análisis de fiabilidad previo al cálculo de las elipses de error. Como parte de este análisis se calcularon los números de redundancia (Tabla XX) de las observaciones y se aplicó la prueba de Baarda (Tabla XXI) para la detección errores groseros (outliers). El análisis indica que la observación 6 (diferencia de gravedad entre los vértices P122 y P121) del sector norte de la red está mal controlada ($r_1= 0.086$). Sin embargo con la prueba de Baarda no se detectó error grosero alguno. Lo que indica que la red no tiene sensibilidad para detectar un error grosero en dicha observación, al menos para el valor establecido para el parámetro de Baarda $w_0= 3.29$.

El análisis de fiabilidad de la red se completó, determinando la fiabilidad interna, mediante el cálculo de parámetros de homogeneidad interna y valores del mínimo error detectable de los observables (Tablas XXIII y XXIV), así como la fiabilidad externa, mediante el cálculo de parámetros de homogeneidad externa (Tabla XXV) y vectores de fiabilidad externa (Tablas XXVI y XXVII). Los valores deducidos del análisis de fiabilidad interna nada significan en valor absoluto, sin embargo, al relacionarlos con los parámetros de fiabilidad externa se conoce su impacto sobre los valores de gravedad ajustados finalmente, y sobre todo, con las cifras de precisión requeridas en el trabajo para aceptarlos o rechazarlos. Las Figuras 39 a, b, 40 a, b, 41 a, b, 42 a, b y 43 a, b, muestran un gráfico de los vectores de fiabilidad externa ∇x correspondiente a cada polígono. Estos, son vectores de errores mínimos detectables en los parámetros a través de la prueba w de Baarda, con un nivel de significancia $\alpha= 0.001$ y una potencia de de la prueba del 80% $\beta=0.2$. Se aprecia en cada figura el comportamiento de cada vector y que en algunos casos la magnitud de sus elementos está por arriba de la precisión (desviación estándar) estimada para el parámetro ajustado correspondiente. Además, que el impacto de errores groseros inadvertidos es mayor en el ajuste del sector sur de la red. Para remediar esta situación, hay que disminuir el peso de los observables que están mal controlados, específicamente el del observable 6, y efectuar de nuevo el ajuste, tantas veces como sea necesario hasta obtener la menor

magnitud posible para las medidas de fiabilidad externa (parámetro de homogeneidad y vectores), de modo tal que se minimice en lo posible la influencia de outliers existentes en los valores calculados para los parámetros.

a)



b)

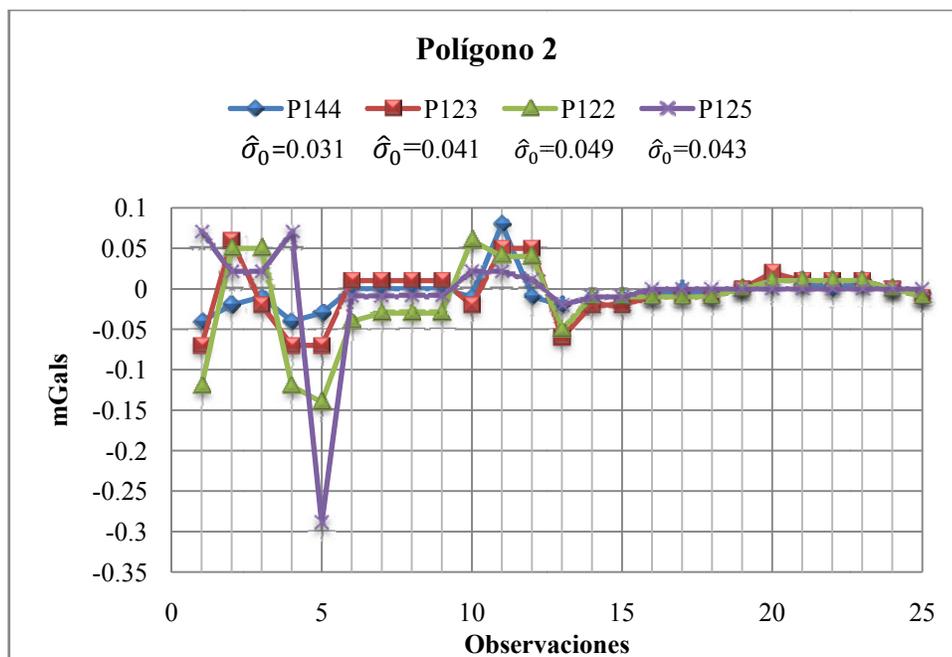
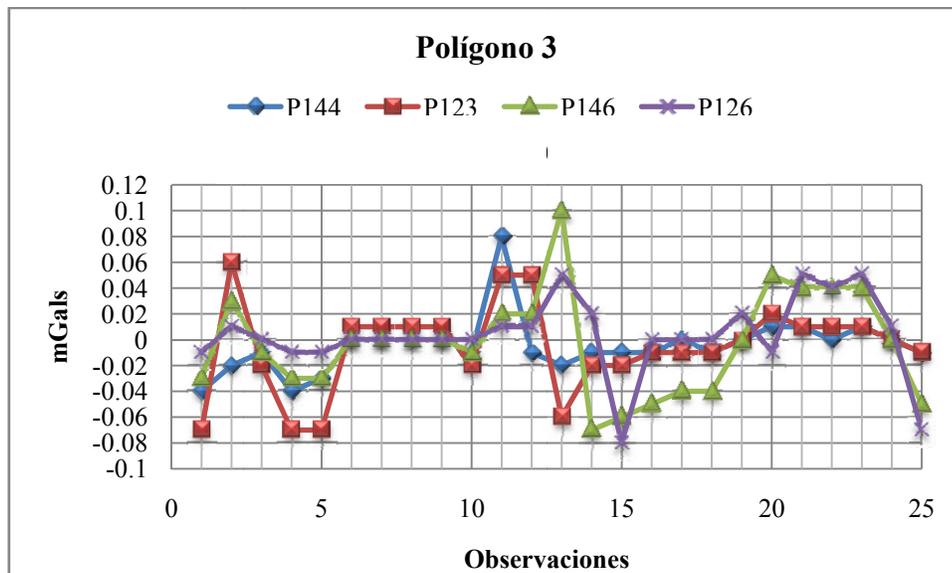


Figura 39.- Vectores de fiabilidad externa: a) Polígono 1; b) Polígono 2. $\hat{\sigma}_0$ = desviación estándar de los parámetros estimados.

a)



b)

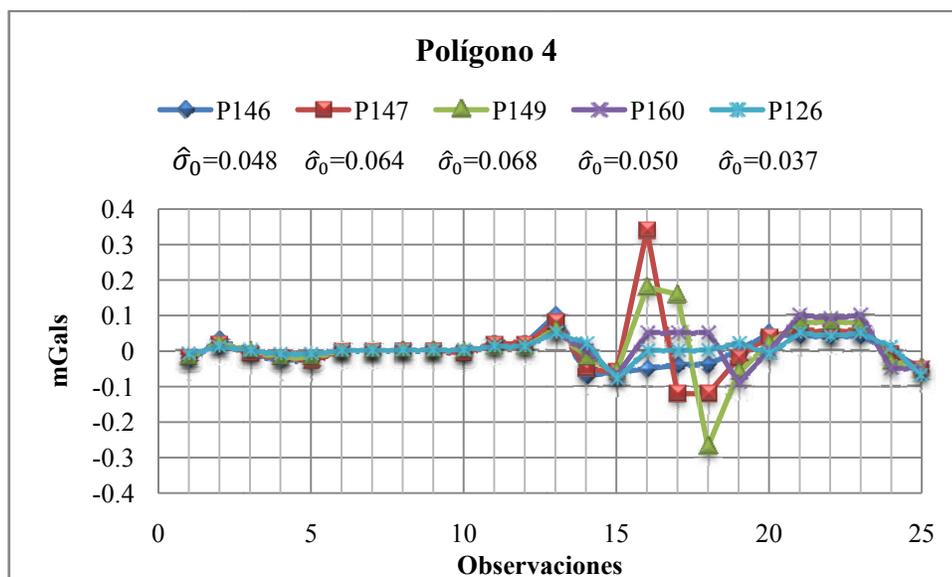
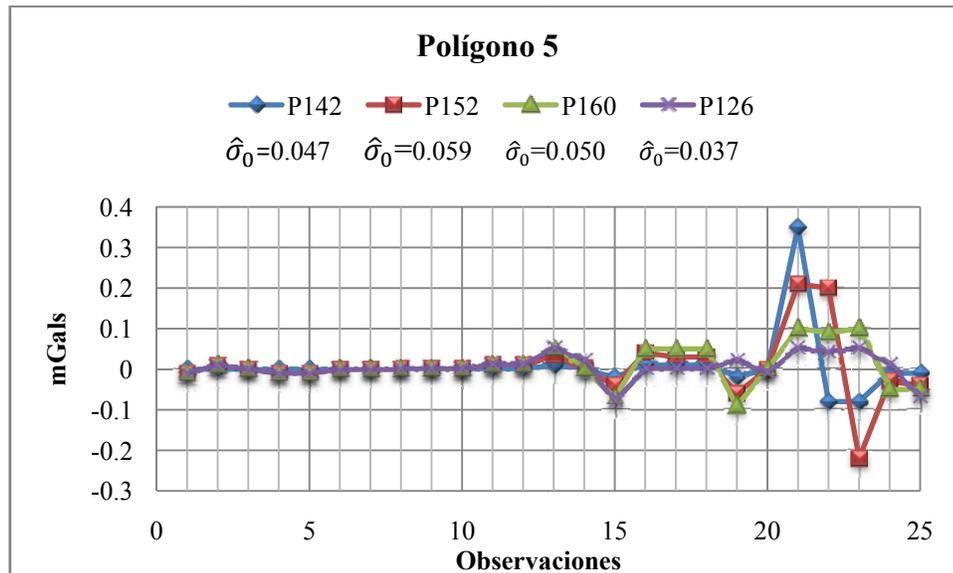


Figura 40.- Vectores de fiabilidad externa: a) Polígono 3; b) Polígono 4. $\hat{\sigma}_0$ = desviación estándar de los parámetros estimados.

a)



b)

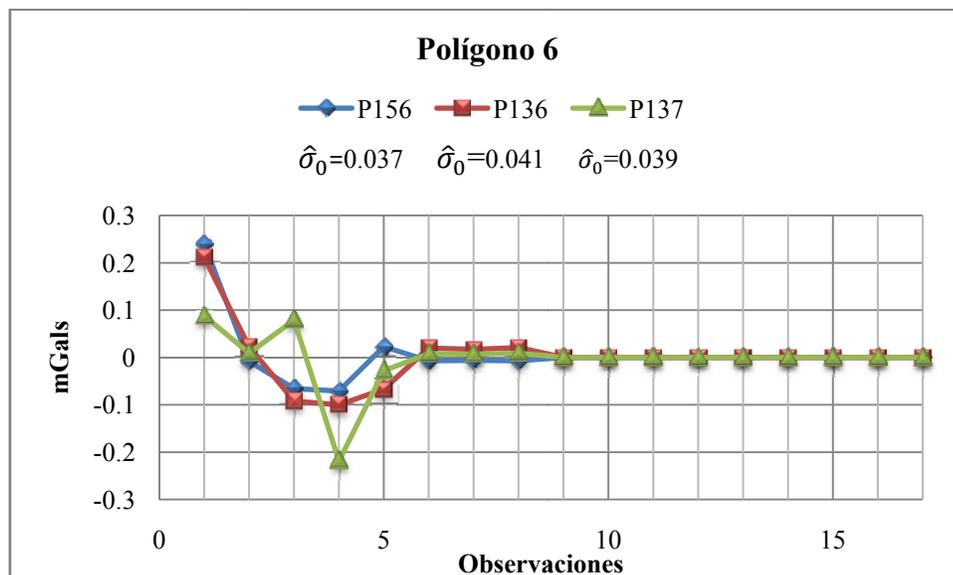
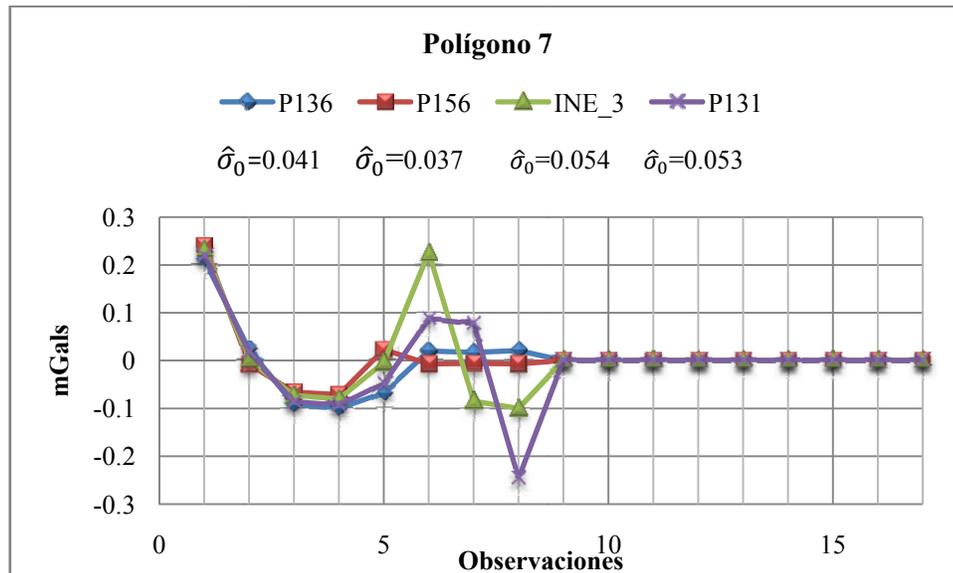


Figura 41.- Vectores de fiabilidad externa: a) Polígono 5; b) Polígono 6. $\hat{\sigma}_0$ = desviación estándar de los parámetros estimados.

a)



b)

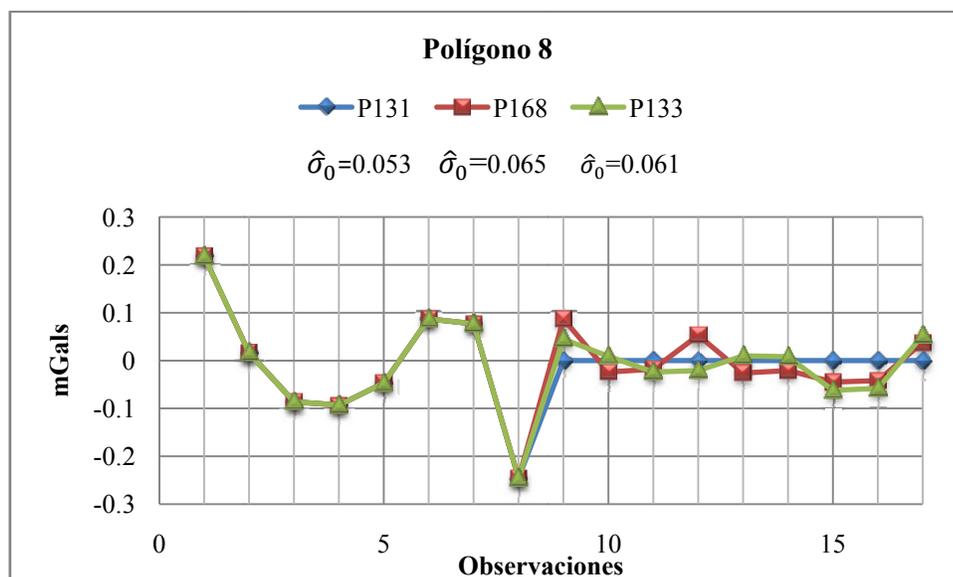
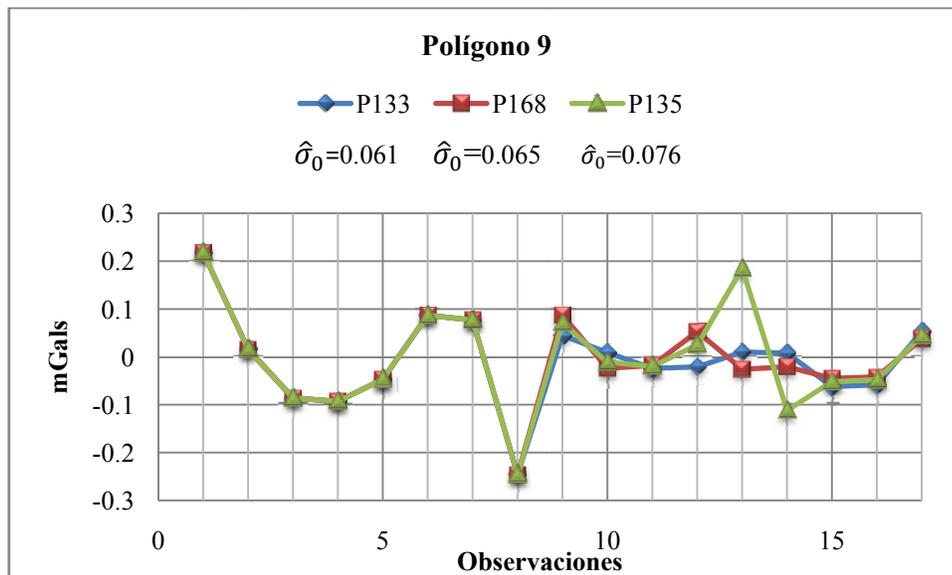


Figura 42.- Vectores de fiabilidad externa: a) Polígono 7; b) Polígono 8. $\hat{\sigma}_0$ = desviación estándar de los parámetros estimados.

a)



b)

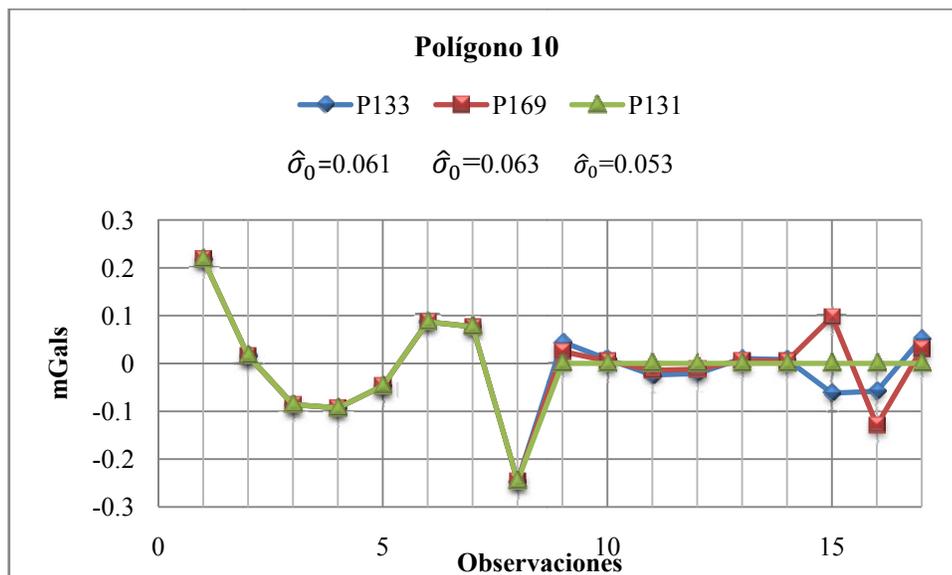


Figura 43.- Vectores de fiabilidad externa: a) Polígono 9; b) Polígono 10. $\hat{\sigma}_0$ = desviación estándar de los parámetros estimados.

VIII.- CONCLUSIONES

Se ha establecido una red GPS y una red gravimétrica constituidas por 24 vértices para control horizontal y vertical en la Ciudad y Puerto de Ensenada, B. C. Para conformar las redes se utilizaron bancos de nivel materializados por la SAHOPE y por el INEGI. Para la red GPS se utilizó como estación de control la Estación de Operación Continua (CORS) CIC1 del Southern California Integrated GPS Network (SCIGN) y para la red gravimétrica la estación Miguel Hidalgo de la red gravimétrica nacional referida a la Red Internacional de Estandarización de la Gravedad de 1971 (IGSN71).

Para el establecimiento de la red GPS se han utilizando receptores GPS doble frecuencia marca Trimble Modelo Net RS, con periodos largos de observación (5-15 horas), intervalos de registro de 1y 30 segundos, máscaras de elevación de 10 a 15 grados, líneas base con longitudes menores a los 30 km y posicionamiento diferencial con post-procesamiento mediante diferencias dobles de fase. Tras una minuciosa depuración de observaciones GPS (inhabilitación de fragmentos de señales ruidosas con presencia de saltos de ciclo, interrupciones, e interferencias), se han obtenido longitudes de vectores base con errores por debajo de los 30 milímetros. Los resultados del ajuste de la red por mínimos cuadrados utilizando el módulo ADJUST del paquete TGO indican residuales pequeños, elipses de error pequeñas y precisiones de ± 1 cm en la coordenadas horizontales X e Y y de ± 2 cm en las verticales h, referidas al sistema WGS84. Para cumplir con las normas del INEGI sobre posicionamiento con GPS, las coordenadas WGS84 han sido transformadas al sistema ITRF92 época 1988, mediante métodos de interpolación de mallas utilizando la aplicación HTDP del NGS. Así mismo, las alturas elipsoidales h han sido transformadas a alturas ortométricas H utilizando los modelos geoidal para México MEX97 del NGS y GGMO6 del INEGI La discrepancia entre ambas alturas ortométricas resultó de hasta 30 cm.

En cuanto a la red gravimétrica, se utilizaron dos gravímetros geodésicos (L&R y Scintrex), itinerarios de ida y vuelta (8 a 12 horas) en polígonos cerrados de 3 a 4 lados, 5 (L&R) a 50 mediciones (Scintrex) por estación, correcciones por deriva instrumental y marea gravimétrica. Debido a que los cierres de algunos polígonos medidos con el gravímetro

Scintrex no entran en la tolerancia establecida, se optó por realizar el ajuste de la red solamente con los datos adquiridos con el gravímetro L&R. Los resultados del ajuste de la red obtenidos a partir de observaciones (diferencias de gravedad) medidas con el gravímetro L&R indican precisiones de ± 0.037 a ± 0.076 mGals en los valores de la aceleración de la gravedad. No solo con la precisión de los parámetros se debe juzgar la calidad de la red, sino que se deben utilizar los criterios de fiabilidad interna y externa ya que no siempre las soluciones más precisas serán las más fiables. Los resultados del análisis de fiabilidad interna (parámetro de homogeneidad y error mínimo detectable) de la red indican presencia de errores groseros, no detectados por las pruebas estadísticas Chi-Cuadrada y de Baarda, que afectan la calidad de la red. Sin embargo, los criterios de fiabilidad interna por si solos no son suficientes para calificar la calidad de los parámetros obtenidos. Al relacionarlos con los parámetros de fiabilidad externa se conoce su impacto sobre los valores de gravedad finalmente ajustados, y sobre todo, con las cifras de precisión requeridas en el trabajo para aceptarlos o rechazarlos. Los resultados del análisis de fiabilidad externa indican que el impacto de errores groseros inadvertidos es mayor en el ajuste del sector sur de la red.

IX.- RECOMENDACIONES

Como todo trabajo después de su terminación y análisis de resultados surgen nuevas tareas por realizar, algunas de ellas se mencionan a continuación:

Red GPS:

- Trasladar en tiempo las coordenadas ajustadas de la red ya que están definidas en el Sistema ITRF Época 1988.0
- Reprocesar las observaciones GPS con software científico, por ejemplo Bernese, GYPSY u otro.
- Orientar los resultados hacia la determinación directa del geoide.
- Monitoreo GPS a corto o largo plazo sobre las estaciones de la Red, especialmente en sitios con presencia de riesgo geológico.
- Densificar la red implantando nuevos vértices y realizar tareas de mantenimiento periódico de la red.

Red Gravimétrica:

- Considerar otros criterios para la determinación de los pesos de las observaciones en el ajuste.
- Determinar las funciones de calibración de cada gravímetro empleado en el levantamiento de datos.
- Medir nuevamente la red con el gravímetro Scintrex CG3.
- Reajustar la red utilizando datos medidos con los dos gravímetros.
- Orientar los resultados hacia la determinación directa de alturas ortométricas y del geoide.

LITERATURA CITADA

Aku, M. O. 2007, Statistical estimation of absolute gravity values, Science World Journal Vol. 31-34 p.

Bolshakov y Gaidáyev, 1977. Teoría de la Elaboración Matemática de mediciones Geodésicas. Editorial MIR, Moscú, 397pp.

Dos Santos, J. G, 2005. Rede gravimétrica: Novas perspectivas de ajustamento, análise de qualidade e integracao de dados gravimétricos. Tesis Doctorado. Bol. Genec. Goed., Curitiba, V.11, 293-294p

García Meza I. F.,, 2009. “Red geodésica GPS de la ciudad y puerto de Ensenada B. C.”. Tesis de licenciatura. Universidad Autónoma de Sinaloa, Escuela de ciencias de la Tierra Culiacán, Sinaloa, México.96pp

García Meza I. F. y Parra Aguilar B. Y., 2008. “Red Geodésica de la Ciudad y Puerto de Ensenada para la generación de un modelo de ondulaciones del Geoide local de alta precisión” Memoria del Servicio Social Universidad Autónoma de Sinaloa, Escuela de ciencias de la Tierra Culiacán, Sinaloa, México 74pp

Hernandez Pajares M., J. M., Sanz J, Sakazar D., and Ramos P, 2005. GPS Data processing: Code and Phase. gAGE/upc, Barcelona España. 318pp

Hofmann Wellenhof B, H. Global Positioning System, Theory and Practice. Springer-Verlag, Wien. 2001.328pp

Holanda Blas M. P., Bermejo Ortega J. C., 1998. Un examen a las observables del sistema GPS. Revista Internacional de Ciencias de la Tierra. Número 124. 14-17p

INEGI, 1998. Normas Técnica para Levantamientos Geodésicos. 48 pp

INEGI, 1982. Normas, especificaciones y metodologías para gravimetría, Secretaria de Programación y Presupuesto. 38pp

INEGI, 2007. Sistemas de posicionamiento Global. <http://mapserver.inegi.gob.mx/geografia/espanol/normatividad/infgeodesia/gps.cfm>. Consultado en enero 2008

Jaramillo Baltra R. R., 2005. "Red geodésica para división el teniente de Codelco Chile". Tesis de licenciatura. Universidad de Santiago de Chile, Facultad de Ingeniería. Departamento de Ingeniería Geográfica.

Leick A., 1995. GPS Satellite Surveying. J. Willey and Sons INC, Second Edition USA..560 pp

Lemoine, F, G. S. C. Kenion, J. K. Factor., R. G. Trimmer, N. K.. Pavlis, D. S. Chinn, C. M. Cox, S. B. Luthcke, M. H. Torrence, Y. M. Wong, R. G. Williamson, E. C. Pavlis, R. H. Rapp, T. R. Olson, 1998. "The Development of the Joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96" NASA/TP 1998-206861

NGS, (<http://www.ngs.noaa.gov/TOOLS/Htdp/Htdp.html>). Consultado en mayo del 2008.

Snay R. A, 2008 HTDP User's guide (software version. 3.0)

Ruiz Morales M, 1991. Manual de Geodesia y Topografía, Granada, p.64.

SAHOPE, 1992. Depto. de Control Geodésico y Cartografía. Compendio de información de vértices que conforman el límite de centro de población y la red de apoyo cartográfico, establecidos mediante el sistema GPS en la ciudad de Ensenada Baja California. 61-71 p.

Sánchez Velarde Diego Ismael, Barraza Nevarez Cristian, García Meza Ignacio Francisco, Aguilar Parra Brenda Yraxema, Espinosa Cardeña. Implicaciones Geodésicas del Geoide. 2007. Multi-ciencia, volumen II No.3, 40-43 p

Sevilla M. J. y A. Núñez, 1990. Ajuste y análisis estadístico de ondulaciones del geoide obtenidas por métodos astrogeodésicos.

Sevilla M. J., A. J. Gil and P. Romero, 1990. Adjustment of the first order gravity net in Spain, Física de la tierra, Universidad complutense de Madrid. Num 2. 149-203 p

Shanlong Kuang, 1996. Geodetic Network Analysis and Optimal Design: Concepts and Applications. Sams Publications Sterling, Illinois. 195-198 p.

Smolich, B. A. 1989. Cálculos de compensación: elaboración matemática de las mediciones geodésicas. Editorial MUCKBA, 144pp

The geoid research page MEXICO97 and DMEX97
<http://www.ngs.noaa.gov/GEOID/reseach.html>. Consultado en abril del 2008.

Udías A., Mézcua, J. 1986. Fundamentos de Geofísica, Editorial Alhambra, S.A. 415pp