**Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California**

---

**Maestría en Ciencias**

**en Oceanografía Física**

---

# Estimación del espectro direccional del oleaje a partir de imágenes de la superficie del mar

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

Maestro en Ciencias

Presenta:

**Jessica Kristell Simental Galaviz**

Ensenada, Baja California, México

2019

Tesis defendida por

# Jessica Kristell Simental Galaviz

y aprobada por el siguiente Comité

---

**Dr. Francisco Javier Ocampo Torres**
Director del Comité

**Dr. José Pedro Osuna Cañedo**

**Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez**

**Dr. Alvise Benetazzo**

---

**Dr. José Gómez Valdés**
Coordinador del Programa de Posgrado en
Oceanografía Física

---

**Dra. Rufina Hernández Martínez**
Directora de Estudios de Posgrado

*Jessica Kristell Simental Galaviz © 2019*
*Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y el director de la tesis*

Resumen de la tesis que presenta **Jessica Kristell Simental Galaviz** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Oceanografía Física.

**Estimación del espectro direccional del oleaje a partir de imágenes de la superficie del mar**

Resumen aprobado por:

Dr. Francisco Javier Ocampo Torres
Director de tesis

En los últimos años se ha reconocido el importante papel que el oleaje desempeña en el intercambio de propiedades entre el océano y la atmósfera, por lo que investigadores de todo el mundo se han enfocado en el desarrollo de nuevas tecnologías para la medición del oleaje. Generalmente, las mediciones del oleaje se realizan por medio de sensores puntuales o remotos. Sin embargo, los sensores puntuales no permiten el estudio de la variabilidad espacial del oleaje. A su vez, los sensores remotos, como altímetros y radares de apertura sintética, generalmente son incapaces de medir el oleaje en desarrollo y de generar muestras de una región con alta resolución temporal. El hecho de no poder estudiar al oleaje en todas las escalas en las que este se desenvuelve, dificulta tanto su entendimiento como su correcta predicción. En este trabajo se utiliza un sistema de muestreo remoto por medio de la estereo fotografía, misma que permite obtener información de la evolución espacio–temporal del oleaje. Durante la campaña de mediciones se realizaron 4 experimentos, en los cuales se detectó la presencia de oleaje remoto generado por tormentas lejanas (con periodo típico $\sim$20 s), así como oleaje generado localmente por viento con velocidades de hasta $\sim$13 ms$^{-1}$. En cada experimento se estimó el espectro tridimensional del oleaje, del cual se estimaron espectros en función de la frecuencia, del número de onda y el espectro de saturación de los mismos. Con los espectros en función de la frecuencia se demuestra que el oleaje remoto presenta niveles de energía de hasta $\sim 10^2$ m$^2$/Hz, mientras que en el oleaje local se presenta energía del orden de $\sim 10^1$ m$^2$/Hz Los análisis de la saturación de los espectros en frecuencia mostraron que la densidad de energía espectral es proporcional a $f^{-3}$ y $f^{-4}$ en el intervalo de frecuencias que comprende entre $3\times10^{-1}$ Hz y $6\times10^{-1}$ Hz. Por otro lado, se estimaron los espectros direccionales del oleaje en función del número de onda. El espectro direccional muestra la presencia de dos sistemas de oleaje. El primer sistema proviene del noroeste ($\sim$325°) y es generado localmente. El segundo sistema es asociado a oleaje que ha presentado un proceso de asomeramiento, por lo que este se encuentra alineado de forma perpendicular a la costa ($\sim$235°). Así mismo, se presenta un máximo de energía de $\sim 1\times10^0$ en 0.63 rad/m, con una razón de decaimiento proporcional a $k^{-2.5}$ y $k^{-3}$ para el intervalo con números de onda de entre $1\times10^1$ y $1\times10^2$ rad/m. Finalmente, se propone una configuración del sistema de estereo fotografía para su implementación en una boya oceanográfica. Por medio de un análisis del movimiento de la boya se determinó una configuración que permite obtener series de tiempo espacio–temporales que cumplen con los requerimientos necesarios para obtener espectros tridimensionales del oleaje.

Palabras Clave: **Oleaje, estereo visión, sensores remotos**

Abstract of the thesis presented by **Jessica Kristell Simental Galaviz** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Physical Oceanography.

**Estimation of the directional wave spectrum from images of the sea surface**

Abstract approved by:

Dr. Francisco Javier Ocampo Torres
Thesis director

In recent years, the important role that waves play in the exchange of properties between the ocean and the atmosphere has been recognized, so the researchers around the world have focused on the development of new technologies for measuring waves. Wave measurements are usually made by 1D or remote sensors. However, 1D sensors do not allow the study of spatial variability of surface waves. In turn, remote sensors, such as altimeters and synthetic aperture radars, are generally unable to measure the developing waves and generate samples from a region with high temporal resolution. The fact of not being able to study the waves in all the scales in which it is developed makes it difficult both their understanding and prediction. In this work, a remote sampling system is used employing stereo photography, which allows obtaining information on the spatial-temporal evolution of the surface waves. During the measurement campaign, 4 experiments were carried out, in which the presence of waves generated by distant storms ($\sim$20 s) was detected, as well as waves generated locally by the wind with speeds of up to $\sim$13 m$^{-}$1. For each experiment, the three-dimensional wave spectrum was estimated, of which spectra were estimated as a function of frequency, wavenumber, and energy decay ratio. Spectra as a function of frequency showed that the remote waves presented energy levels of up to $\sim 10^2$ m$^2$/Hz, while the local waves presented energy of the order of $\sim 10^1$ m$^2$/Hz. Analysis of the saturation of the frequency spectra showed that the energy was proportional to $f^{-3}$ and $f^{-4}$ in the frequency range between $3\times10^{-1}$ Hz and $6\times10^{-1}$ Hz. On the other hand, the wave directional spectrum was estimated as a function of the wavenumber. The directional spectrum shows the presence of two wave systems. The first system comes from the northwest ($\sim$325°) and is generated locally. The second system is associated with waves that have presented a process of assimilation, so this is aligned perpendicular to the coast ($\sim$235°). Likewise, there is a maximum energy of $\sim 1\times10^0$ in 0.63 rad/m, with a decay rate proportional to $k^{-2.5}$ and $k^{-3}$ for the interval with wavenumbers between $1\times10^1$ and $1\times10^2$ rad/m. Finally, a configuration of the stereo photography system is proposed for its implementation in an oceanographic buoy. Through an analysis of the movement of the buoy, a configuration was determined that allows to obtain a series of space-time that fulfills the requirements to obtain three-dimensional spectra of the waves.

Keywords: **Surface waves, stereo vision, remote sensor**

# Dedicatoria

***A mis padres, Lorena y Fernando.***

***A mis hermanos, Toño y Fer.***

***A mi familia, Marquito papá y Marquito bebé.***

# Agradecimientos

En primer lugar, quiero agradecer al director de esta tesis, el Dr. Paco Ocampo por haberme dado la oportunidad de conocer el mundo de la oceanografía, de continuar con mi desarrollo académico, así como la paciencia brindada (y vaya que la tuvo!) y el conocimiento transmitido durante todo este tiempo. Al Dr. Pedro Osuna por su apoyo, interés, orientación académica y rigor científico, han sido de vital importancia en este trabajo. A los miembros del comité, Eugenio Méndez y Alvise Benetazzo por sus valiosos comentarios y sugerencias.

Al Grupo de Oleaje, Marco, Daniel, Tito, Laura, Aimie, Diego L., Melissa, Diego G., Pancho, Lucía, Rodrigo, Chiapas, Lalo, Isaac, René, Maria Esther, Héctor, Memo, Jacinto, Barbas, Nicolás, y los que falten. Por su amistad, dedicación y comentarios, gracias!

Especialmente quiero agradecer a Marco, Daniel, Tito, Ally, Reginaldo (El Sheriff), Melissa, Rodrigo y Chiapas por su apoyo en las salidas de campo realizadas durante este trabajo. A Pancho por proporcionar los datos del movimiento de la BOMM3. A Ramos, Andrés e Israel por su amistad y el apoyo proporcionado en el maquinado de la estructura utilizada; también por la comida de los viernes, como se malpasan!. A la Capitán Nidia, por su interés, apoyo y disposición al permitirnos el acceso a las instalaciones de la Secretaria de Marina. Al Sr. Hugo Torres Chabert y el Sr. Ricardo Argiles Vives, por su interés y proporcionar acceso a las instalaciones del muelle de Rosarito.

A mis compañeros de generación. Gracias por todos los buenos momentos!

A Marco, por todo tu amor, paciencia y apoyo invaluable. Y por los regaños también.

A Laura, por tu sincera amistad.

A Ally, por estar siempre presente. Eres una increíble amiga y persona.

A Julieta Castro, Lupita Pacheco y Amaranta Ruiz, por su amistad y todo su apoyo moral y también por su apoyo con asuntos administrativos.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindar el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

Este estudio es parte del proyecto No. 201441 "Implementación de redes de observación oceanográficas (físicas, geoquímicas y ecológicas) para la generación de escenarios ante posibles contingencias relacionadas con la exploración y producción de hidrocarburos en aguas profundas del Golfo de México", financiado por el fondo sectorial SENER-CONACyT de Hidrocarburos. Esta es una contribucción del Consorcio de Inverstigación del Golfo de México (CIGoM).

# Tabla de contenido

Página

**Resumen en español** . . . ii

**Resumen en inglés** . . . iii

**Dedicatoria** . . . iv

**Agradecimientos** . . . v

**Lista de figuras** . . . ix

**Lista de tablas** . . . xiii

**Capítulo 1: Introducción** . . . 1
1.1. Antecedentes . . . 2
1.2. Objetivos . . . 7

**Capítulo 2: Obtención de la superficie libre mediante la estereo visión** . . . 8
2.1. Estereo visión . . . 8
2.1.1. Geometría proyectiva. . . . 9
2.1.2. Transformaciones geométricas. . . . 10
2.1.3. Coordenadas homogéneas. . . . 11
2.1.4. Modelo de perspectiva: Cámara *pinhole*. . . . 12
2.1.5. Calibración de la cámara. . . . 15
2.1.6. Geometría epipolar. . . . 17
2.2. Reconstrucción de la superficie libre . . . 18
2.2.1. Correspondencia. . . . 19
2.2.2. Disparidad. . . . 20
2.2.3. Triangulación. . . . 22
2.2.4. Transformación entre los sistemas coordenados de la cámara de referencia y la escena. . . . 23

**Capítulo 3: Implementación del sistema WASS en una región costera** . . . 25
3.1. Configuración geométrica del equipo . . . 25
3.2. Calibración de las cámaras . . . 25
3.3. Área de estudio . . . 28
3.3.1. Condiciones meteorológicas. . . . 30
3.3.2. Configuración del arreglo de cámaras. . . . 32
3.4. Espectro tridimensional del oleaje . . . 37
3.4.1. Espectro del oleaje en función de la frecuencia. . . . 39
3.4.2. Espectros en función del vector número de onda. . . . 46

**Capítulo 4: Implementación del sistema WASS en un marco de referencia no inercial** . . . 52
4.1. Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina (BOMM) . . . 52
4.1.1. Configuración del arreglo de cámaras. . . . 55

4.1.2. Simulación de la variabilidad espacio–temporal del área de visión del sistema de cámaras en función del movimiento de la BOMM. 58

**Capítulo 5: Conclusiones** . . . . . 65

**Literatura citada** . . . . . 67

# Lista de figuras

Figura Página


1. Espectro del oleaje en función de la frecuencia del experimento 2 realizado por Benetazzo *et al.* (2012), as como el rango de saturación del espectro en donde se observa el decaimiento de energía en función de $f^{-4}$. . . . . 3

2. Espectro del oleaje en función del vector número de onda correspondiente al experimento 2 realizado por Benetazzo *et al.* (2012), as como el rango de saturación del espectro, en donde se observa el decaimiento de energía en función de $k^{-2.5}$. . . . . 4

3. Espectro del oleaje en función de la frecuencia del experimento 3 realizado por Benetazzo *et al.* (2012), as como el rango de saturación del espectro en donde se observa el decaimiento de energía en función de $f^{-4}$. . . . . 4

4. Espectro del oleaje en función del vector número de onda estimado a partir del experimento realizado a bordo del buque R/V Urania, así como el rango de saturación del espectro. Benetazzo *et al.* (2015). . . . . 5

5. Espectro del oleaje en función del vector número de onda estimado a partir de las mediciones aéreas. En el panel izquierdo se muestra el espectro en función de $k$, mientras que el panel izquierdo muestra el espectro en función de $k_1$. Tomada de Romero y Melville (2010). . . 6

6. Configuración geométrica de un sistema de estereo visión. La intersección de las líneas de visión de las cámaras permite estimar la posición de un punto ($\mathbf{X}'_\mathbf{o}$) en la superficie del océano. $\mathbf{X}'$ corresponde al sistema coordenado de la escena tridimensional en donde el eje $Z'$ se orienta en la dirección de la gravedad. $\mathbf{X}$ indica el sistema coordenado de la cámara, en donde el eje $Z$ se encuentra en dirección de la línea de visión de la cámara. $\mathbf{J}$ señala las coordenadas en el plano de la imagen. Modificado de Benetazzo (2006). . . . . 9

7. Ejemplo de la geometría proyectiva. La proyección de la figura $ABC$ perteneciente al plano $\beta$ en el plano $\alpha$ produce deformaciones en la figura proyectada relativas a la posición del punto de referencia ($O$) y la orientación del plano $\beta$. Modificado de Hartley y Zisserman (2003). . . . . 10

8. Modelo de cámara *pinhole*. Los objetos en la escena reflejan la luz a través del orificio *pinhole* para crear una imagen invertida del objeto. Modificada de Lavieri (2016). . . . . 12

9. Relación entre los 3 sistemas de coordenadas involucrados en la formación de la imagen. El sistema de coordenadas $\mathbf{X}'$ representa la escena tridimensional en donde el eje $Z'$ se orienta en la dirección de la gravedad. $\mathbf{X}$ indica el sistema de coordenadas de la cámara, en donde el eje $Z$ se encuentra en dirección de la línea de visión de la cámara. $\mathbf{J}$ señala las coordenadas de plano de la imagen. $f$ es la distancia focal de la cámara, mientras que $\tau$, $\sigma$ y $\phi$ indican las componentes de la matriz de rotación $R$ los ángulos Modificado de Benetazzo (2006). . 13

10. Distorsión radial. La línea negra representa la imagen sin distorsión, mientras que las líneas azul y roja muestran la distorsión radial (distorsión de barril y distorsión de cojín, respectivamente). Modificada de Weng *et al.* (1992). . . . . 15

11. Modelo completo de distorsión. La imagen muestra el efecto combinado de la distorsión radial y la tangencial. Modificada de Weng *et al.* (1992). . . . . 16

Figura Página

12. Geometría epipolar. Los recuadros representan el plano de la imagen de cada cámara, mientras que el triángulo sombreado representa el plano epipolar. El plano epipolar relaciona la proyección de un punto en el plano de la imagen de cada cámara. Modificado de Lecumberry (2005). . . . . 17

13. Formación del plano epipolar. La proyección de un punto **P** en el plano de la imagen de referencia se puede encontrar en el plano de la imagen de la segunda cámara por medio de las líneas epipolares. La figura a) muestra la posición del punto **P**, la proyección del mismo en el plano de la imagen de referencia ($\mathbf{J}_{Lo}$) así como la posición de las cámaras ($\mathbf{X_{cL}}$ y $\mathbf{X_{cR}}$). La figura b) representa la proyección del punto **P** en el plano de la imagen de referencia. La figura c) representa el plano epipolar que permite encontrar la posición del punto **P** por medio de la proyección de dicho punto en el segundo plano. . . . . 18

14. Configuración geométrica de las cámaras y representación de la disparidad. Modificado de Lecumberry (2005). . . . . 20

15. Relación geométrica entre los parámetros del sistema de estereo visión para estimar la profundidad $Z_d$ a partir de la disparidad $d$. Modificado de Lecumberry (2005). . . . . 21

16. El proceso de triangulación. El método de punto medio calcula el desfase presente en las rectas $X_{cL}X_o$ y $X_{cR}X_o$ y calcula el punto medio. . . . . 22

17. Ejemplo de las imágenes de calibración. Las cruces representan las esquinas detectadas, mientras que los círculos la proyección de las mismas. En este caso el tamaño de la cuadrícula es de 30 mm. . . . . 26

18. Modelo de distorsión radial. Las flechas indican el desplazamiento de los pixeles en la imagen hacia el centro de la misma, lo que indica la presencia de distorsión de cojín. . . . . 27

19. Modelo de distorsión completo. Este modelo contempla la distorsión radial y tangencial provocados por el lente óptico y la alineación del sensor. . . . . 27

20. Área de estudio. El municipio de Rosarito cuenta con un muelle de una longitud aproximada de 400 m y una altura de 8 m sobre el nivel medio del mar que se localiza en el Hotel Rosarito. El punto 46086 indica la posición de la boya de la NDBC. . . . . 29

21. Rapidez (a) y dirección (b) del viento medido en la estación climatológica automática del SIH, ubicada en el municipio de Rosarito (32.22° N, 117.04°W) a 36.9 m sobre el nivel medio del mar. Las líneas negras segmentadas indican la fecha cuando se realizaron las mediciones. 31

22. Rapidez (a) y dirección (b) del viento medida de la estación climatológica automática del SIH, ubicada en el municipio de Rosarito (32.22° N, 117.04°W) a 36.9 m sobre el nivel del mar. Las líneas negras segmentadas indican el periodo durante el cual se realizaron las mediciones. . . . . 31

Figura Página

23. Estructura utilizada durante las mediciones. a)Vista de perfil de la estructura: las cámaras se posicionaron con una inclinación de $\phi = 55°$ con respecto a la estructura, $\beta$ representa el ángulo vertical de visión de las cámaras, mientras que $Z'$ es la distancia de las cámaras hacia la superficie libre. b)Vista frontal de la configuración geométrica de las cámaras: las cámaras se encuentran a una altura aproximada de 12 m sobre el nivel del mar, separadas entre ellas una distancia $B$ =2.97 m. $\varphi$ representa el ángulo de visión horizontal de las cámaras, mientras que $\alpha$ indica el ángulo de inclinación entre las líneas de visión de las cámaras. . . . . 33

24. Análisis de sensibilidad del área de visión del sistema de cámaras con dependencia en la separación ($B$), el ángulo de inclinación ($\phi$) y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras. La barra de color indica el área de visión de las cámaras en $m^2$. . . . . 34

25. Análisis de sensibilidad asociado al error en la estimación de la altura de la superficie libre por medio del sistema de cámaras con dependencia en la separación ($B$), el ángulo de inclinación ($\phi$) y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras. . . . . 35

26. Vista de perfil de la estructura instalada en el muelle de Playas de Rosarito, B.C. . . . . 36

27. Ejemplo de un mapa de elevaciones obtenido mediante el sistema WASS correspondiente al experimento 4. El recuadro negro representa la región a submuestrear con una resolución espacial de 0.02 m. . . . . 37

28. Espectro omnidireccional en función de la frecuencia de los 4 experimentos. En cada panel las líneas grises representan el espectro en frecuencia calculado para cada segmento del total del experimento, mientras que las líneas de color indican el espectro promedio para cada experimento. La línea negra indica la desviación estándar de cada experimento. . . . . 41

29. Comparación de los espectros omnidireccionales en función de la frecuencia. Las líneas de color indican el espectro promedio de cada experimento, mientras que las líneas negras (continua y segmentada) indican la razón del decaimiento de energía. El contorno color gris muestra el intervalo de frecuencias equivalente a las componentes de número de onda ($k$) que pueden resolverse en función de la configuración geométrica y características del sistema fotográfico. . . . . 42

30. Comparación de la saturación de los espectro promedio de cada secuencia. Izquierda: saturación del espectro en función de $f^{-3}$. Derecha: saturación del espectro en función de $f^{-4}$. . . . . 43

31. Evolución temporal del espectro en función de la frecuencia. La línea punteada indica la frecuencia y la energía el oleaje medida en la boya 46086 presente al momento de realizar las mediciones en el muelle Rosarito. . . . . 44

32. Comparación de los espectros omnidireccionales en función de la frecuencia. Las líneas de color indican el espectro promedio de cada experimento, mientras que la línea negra representa el espectro en frecuencia de la boya 46086. . . . . 45

33. Espectro $S(k_x, k_y)$ de los 4 experimentos. Los contornos indican los número de onda 5.01, 10.03, 15.04 y 20.06 $radm^{-1}$, los cuales equivalen a ondas con longitudes de 1.25, 0.6, 0.4 y 0.3 m, respectivamente. La flecha negra indica la dirección del viento medida en la estación climatólogica del SIH. . . . . 48

Figura Página


34. Espectro unidireccional en función del vector número de onda de los 4 experimentos. En cada panel las líneas grises representan el espectro número de onda calculado para cada segmento del total del experimento, mientras que las líneas de color indican el espectro promedio para cada experimento. . . . . 49

35. Comparación de los espectros omnidireccionales en función del vector número de onda. Las líneas de color indican el espectro promedio de cada experimento, mientras que las líneas negras (continua y segmentada) indican la razón del decaimiento de energía. . . . . 50

36. Comparación de la saturación de los espectro promedio de cada secuencia. a) saturación del espectro en función de $k^{-2.5}$. b) saturación del espectro en función de $k^{-3}$. . . . . 51

37. Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina. La altura del mástil es de 4m, mientras que la caja de 3.5m. La altura aproximada a la que se instalarían las cámaras es ∼5 m. . . . 54

38. Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina. La altura del mástil es de 4 m, mientras que la caja de 3.5 m. La altura aproximada a la que se instalarían las cámaras es ∼5 m. . . . 55

39. Análisis de sensibilidad del área de visión del sistema de cámaras montado en la BOMM con dependencia la separación ($B$), ángulo de inclinación ($\phi$) y ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras. . . . . 56

40. Análisis de sensibilidad asociado al error en la estimación de la altura de la superficie libre por medio del sistema de cámaras montado en la BOMM, con dependencia en la separación ($B$), el ángulo de inclinación ($\phi$) y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras. 57

41. Funciones de densidad de probabilidad correspondientes a los seis grados de libertad del movimiento de la BOMM: a) ***roll***, b) ***pitch***, c) ***yaw***, d) ***surge***, e) ***sway*** y f) ***heave***. Cada uno de los paneles cuenta con información de la media ($\bar{x}$), moda ($M$) y desviación estándar ($s$). . . . . 59

42. Serie de tiempo correspondiente a la simulación del área de visión del sistema de cámaras (a) y de la velocidad del viento estimada por la estación meteorológica Maximet (b) durante el experimento de prueba. . . . . 60

43. Función de densidad de probabilidad ( %) correspondiente a la simulación del área de visión del sistema de cámaras a lo largo del experimento de prueba. . . . . 61

44. Área de cobertura del sistema de cámaras correspondiente a las características predominantes del movimiento de la BOMM. Los polígonos color azul y rojo corresponden al área de visión de la cámara izquierda y derecha, respectivamente. La región sombreada representa el área de visión que comparte el arreglo de cámaras. El recuadro color negro hace referencia a la región de la cual se tomará una submuestra de la elevación de la superficie libre, la cual cuenta con una dimensión de 5×5 m. . . . . 62

45. Ejemplo del porcentaje de cobertura temporal correspondiente a una muestra con duración de un minuto. El recuadro color negro hace referencia a la región de la cual se tomará una submuestra de la elevación de la superficie libre, la cual cuenta con una dimensión de 5×5 m. 63

46. Porcentaje de la cobertura espacial que corresponde a los nodos que cuentan con entre el 95 % y 100 % de la cobertura temporal de los datos dentro del recuadro que delimita la región a submuestrear (figura 44). . . . . 63

# Lista de tablas


| Tabla | | Página |
|---|---|---|
| 1. | Transformaciones geométricas. | 11 |
| 2. | Especificaciones correspondientes a la cámara modelo GO-5000-USB. | 25 |
| 3. | Resultados de la calibración. | 28 |
| 4. | Experimentos realizados en el Muelle de Rosarito. | 36 |
| 5. | Grados de libertad correspondientes a los espectros tridimensionales de cada experimento. | 39 |
| 6. | Grados de libertad correspondientes a los espectros en función de la frecuencia de cada experimento. | 40 |
| 7. | Grados de libertad correspondientes a los espectros en función del número de onda de cada experimento. | 46 |
| 8. | Lista de los principales instrumentos montados en la BOMM (Peláez-Zapata, 2018). | 53 |

# Capítulo 1. Introducción

El oleaje es uno de los procesos oceánicos más importantes en cuanto al intercambio de propiedades entre el océano y la atmósfera. A su vez, este fenómeno está directamente relacionado con temas referentes a procesos costeros, a la industria alimentaria, al desarrollo urbano y al turismo; por lo tanto su entendimiento y predicción es de vital importancia para el correcto aprovechamiento de nuestros recursos.

Generalmente, el oleaje se mide a través de sensores puntuales. Estos sensores permiten obtener series temporales de la elevación de la superficie del mar en un sólo punto, y suelen ser instalados en boyas o anclados al fondo marino de regiones costeras. A diferencia de los sensores puntales, los altímetros y radares de apertura sintética son sensores remotos que permiten obtener mediciones de los campos de olas lejos de la costa. Sin embargo, generalmente estos sensores están limitados a medir oleaje con longitudes de onda relativamente grandes y están imposibilitados para adquirir mediciones con una alta resolución temporal en una región en particular.

Benetazzo *et al.* (2012) demostraron que las técnicas de estereo fotografía son exitosas en cuanto a la medición de campos de olas con alta resolución espacio–temporal. Asimismo, han demostrado que la estereo fotografía puede ser una herramienta útil para validar los resultados de sensores remotos, para estudiar y estimar el rango de disipación de la energía de las olas y para la generación de parametrizaciones referentes a procesos asociados al oleaje.

Recientemente Benetazzo *et al.* (2016) y Bergamasco *et al.* (2016) implementaron un sistema de estereo fotografía que utilizaron en un buque oceanográfico. Uno de los principales problemas que se presentaron en estos estudios consistió en georeferenciar las imágenes adquiridas, ya que al trabajar con datos de la elevación de la superficie libre en el océano abierto, no existen muchas opciones para contar con un marco de referencia para georeferenciar las imágenes. Los autores optaron por utilizar la línea del horizonte como una referencia, lo que les permitió corregir en las fotografías el efecto del movimiento de la plataforma de mediciones. La metodología propuesta por los autores consiste en alinear las imágenes al tomar como referencia la línea del horizonte, de tal manera que pueda extraerse un plano ortogonal a la elevación de la superficie libre y finalmente obtener estimaciones de la altura de las olas.

Con la finalidad de evaluar la capacidad que presenta un sistema con estereo visión para estimar diferentes propiedades de un campo de olas, en este trabajo se realiza una implementación de un sistema de estereo fotografía en una estructura fija que se encuentra a 400 m de la costa. Asimismo, se realiza un análisis del movimiento de una Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina (BOMM), con la finalidad de obtener una configuración óptima para el sistema de cámaras que permita obtener mediciones de la elevación de la superficie libre desde una plataforma móvil.

## 1.1. Antecedentes

En las últimas décadas se han realizado muchos esfuerzos para obtener información detallada para determinar lo más completamente posible la dinámica superficial del océano. Debido a limitantes que existen con los instrumentos de medición actuales, muchos autores se han enfocado a desarrollar nuevos métodos para capturar la evolución espacio-temporal de la superficie libre por medio de la estereo visión.

Benetazzo (2006) desarrolló un sistema llamado Wave Acquisition Stereo System (WASS) para estimar la topografía de la superficie del mar incorporando técnicas para la alineación de las imágenes en los métodos tradicionales de visión por computadora. El funcionamiento del WASS se basa en la adquisición de imágenes de manera sincronizada por medio de un par de cámaras con características similares, y se requiere que las imágenes se rectifiquen por medio de un proceso de calibración. El sistema WASS calcula una nube de puntos que corresponden a las elevaciones de la superficie libre del océano a partir de algunos pixeles característicos en la imagen para, después, realizar una búsqueda piramidal hasta que se hayan evaluado todos los pixeles de la imagen. La precisión del sistema depende de la configuración geométrica de las cámaras utilizadas para realizar las mediciones y la resolución de las mismas.

Posteriormente, Benetazzo *et al.* (2012) instalaron y operaron el sistema WASS en la plataforma oceanográfica *Aqua Alta*, ubicada en el mar adriático , frente a las costas de Venecia, Italia. Los autores realizaron tres experimentos durante los años 2009 y 2010, en los cuales se capturó información del oleaje bajo la influencia de vientos con velocidades promedio de 9.6 y 17.9 $\mathrm{ms}^{-1}$ en dos de los experimentos realizados. A partir de los resultados del WASS, se calculó el espectro del oleaje función de la frecuencia ($S(f)$) a partir de 40 series

de tiempo extraídas de la superficie reconstruida, la cual representa la superficie del mar con la presencia de olas. En el panel izquierdo de las figuras 1 y 3 se muestran los espectros $S(f)$ correspondientes a sus experimentos 2 y 3, respectivamente. En el caso del experimento 2 se observa un máximo de energía alrededor de 2.5 Hz (oleaje con periodo T$\sim$0.4 s), mientras que en el experimento 3 existe un máximo de energía alrededor de 1.7 Hz (T$\sim$0.5 s). En ambos experimentos se observa que la forma espectral depende de la frecuencia de manera proporcional a $\mathrm{f}^{-4}$. Sin embargo, en el experimento 3 es posible identificar que en frecuencias mayores que 1.5 Hz la energía del espectro es proporcional a $\mathrm{f}^{-5}$. Los autores sugieren que este efecto es propiciado por el efecto del rompimiento del oleaje y la disipación de su energía. Con el propósito de identificar el rango de saturación del espectro $S(f)$ (en donde las olas se encuentran en equilibrio con el viento), los autores calcularon el espectro de saturación ($S(f)f^{-n}$; panel derecho de las figuras 1 y 3). El rango de saturación puede ser fácilmente identificado si se observa una banda de energía orientada de manera horizontal en el intervalo de frecuencias en las cuales el oleaje se encuentra saturado. En el experimento 2, el oleaje se encuentra en equilibrio con el viento en un rango de frecuencias entre 2.5 y 20 Hz, mientras que en el experimento 3 el equilibrio se encuentra en frecuencias entre 2 y 8 Hz. Estas diferencias entre los dos experimentos pueden atribuirse a la influencia del viento en el oleaje registrado en cada caso. Por otro lado, calcularon el espectro $S(k)$ promedio correspondiente al experimento 2 (panel izquierdo, figura 2), así como la saturación del espectro (panel derecho, figura 2). Se puede apreciar que en un intervalo de número de onda entre 5 y 20 rad $\mathrm{m}^{-1}$ la energía es proporcional a $\mathrm{k}^{-2.5}$. En los dos experimentos la transferencia de energía concuerda con la teoria de Zakharov (1999) y con los resultados de Hwang *et al.* (2000).

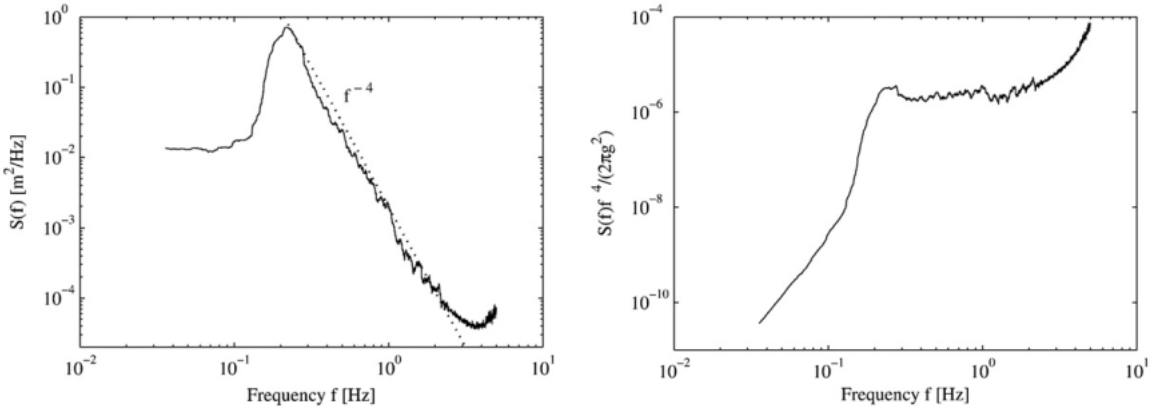



**Figura 1: Espectro del oleaje en función de la frecuencia del experimento 2 realizado por Benetazzo *et al.* (2012), as como el rango de saturación del espectro en donde se observa el decaimiento de energía en función de $f^{-4}$.**

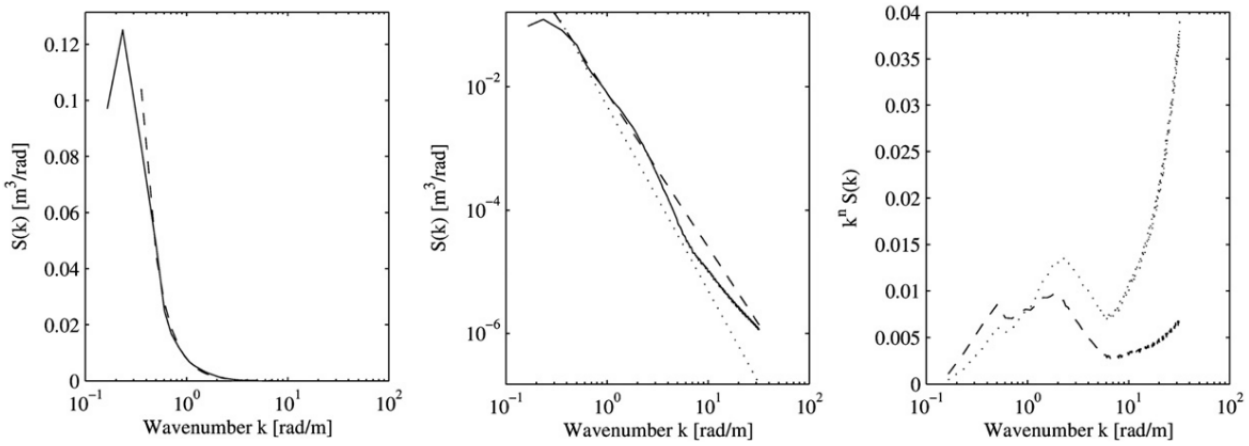



**Figura 2: Espectro del oleaje en función del vector número de onda correspondiente al experimento 2 realizado por Benetazzo *et al.* (2012), as como el rango de saturación del espectro, en donde se observa el decaimiento de energía en función de $k^{-2.5}$.**

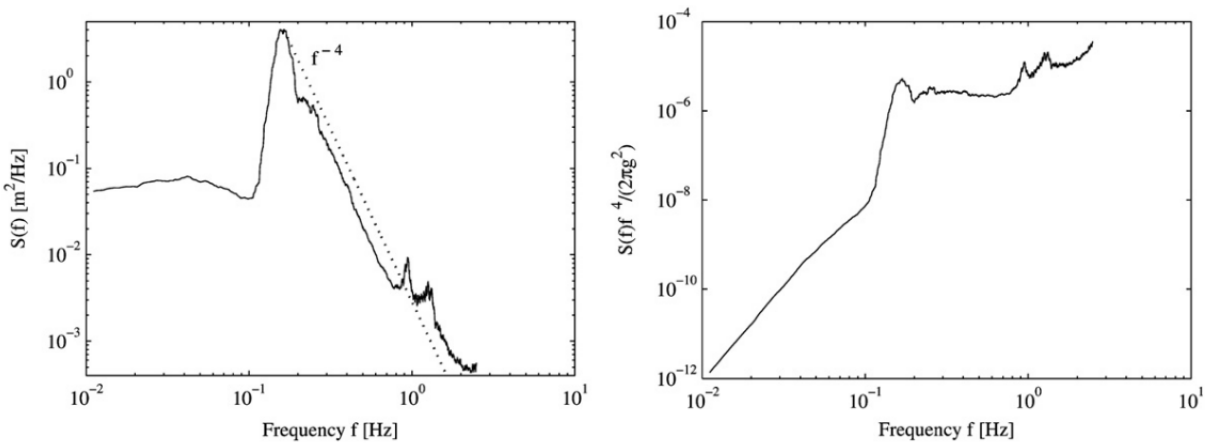



**Figura 3: Espectro del oleaje en función de la frecuencia del experimento 3 realizado por Benetazzo *et al.* (2012), as como el rango de saturación del espectro en donde se observa el decaimiento de energía en función de $f^{-4}$.**

Con el propósito de establecer la estereo visión como una tecnología que pudiera ser utilizada en cualquier tipo de plataformas, ya sea fijas o móviles, Benetazzo *et al.* (2016) implementaron el sistema WASS en el buque oceanográfico R/V Urania en abril de 2013. Los autores utilizaron los datos de movimiento del buque para rotar las fotografías de tal manera en que la línea del horizonte se mantenga paralela al eje horizontal de las fotografías. De este experimento se calculó el espectro en función del vector número de onda, así como el análisis de la forma del mismo (figura 4). Encontraron que la energía del espectro es proporcional a $k^{-2.5}$ en un intervalo de número de onda entre 8 y 60 rad m$^{-1}$, y proporcional a $k^{-3}$ entre 4.5 y 8 rad m$^{-1}$. Estos resultados coinciden con la teoria de Zakharov (1999), además corroboran los resultados deBanner *et al.* (1989).

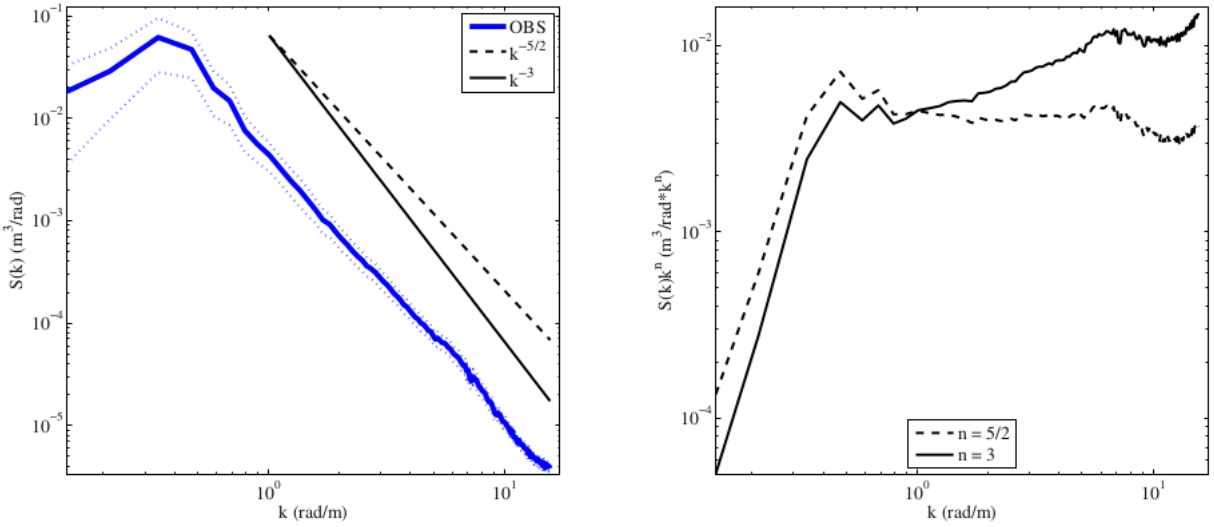



**Figura 4: Espectro del oleaje en función del vector número de onda estimado a partir del experimento realizado a bordo del buque R/V Urania, así como el rango de saturación del espectro. Benetazzo *et al.* (2015).**

Recientemente Romero y Melville (2010) analizaron datos de viento y oleaje adquiridos en el Golfo de Tehuantepec en condiciones de tormenta. Su análisis incluye el cálculo de espectros en función del número de onda así como su dependencia con el fetch y la edad del oleaje. Debido a la resolución espacial de los resultados de este estudio, los autores pueden observar ondas largas. Los resultados indican que en un rango de número de onda entre 0.45 y 4 rad $m^{-1}$ la energía del espectro es proporcional a $k^{-2.5}$ y $k^{-3}$ (figura 5), lo cual concuerda con reportes analíticos, numéricos y observacionales (Zakharov y Filonenko, 1967; Phillips, 1958; Donelan *et al.*, 1985; Hwang *et al.*, 2000).

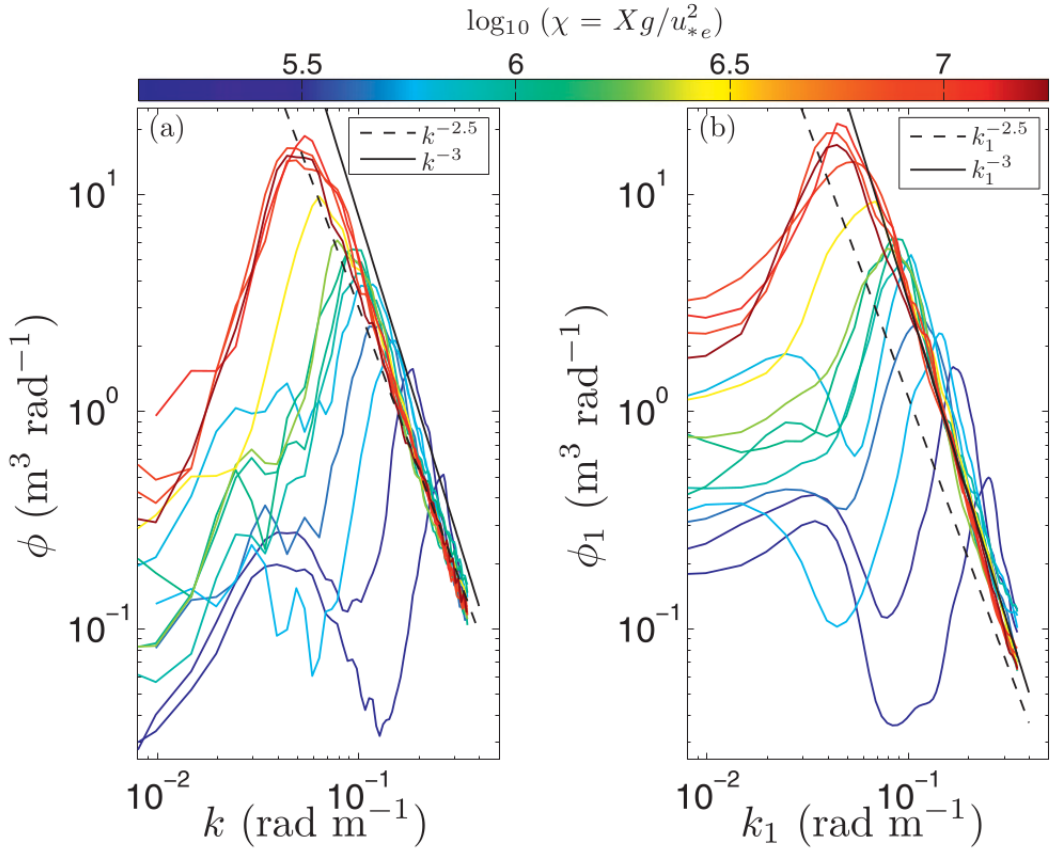



**Figura 5: Espectro del oleaje en función del vector número de onda estimado a partir de las mediciones aéreas. En el panel izquierdo se muestra el espectro en función de $k$, mientras que el panel izquierdo muestra el espectro en función de $k_1$. Tomada de Romero y Melville (2010).**

## 1.2. Objetivos

### Objetivo general

Estimar los espectros del oleaje en función de la frecuencia y el vector número de onda a partir de imágenes de la superficie del mar.

### Objetivos específicos

- Configurar un sistema de adquisición de imágenes para la implementación del sistema WASS en un marco de referencia inercial.
- Procesar los datos y obtener la elevación de la superficie del mar, y estimar los espectros del oleaje en función del vector número de onda y de la frecuencia.
- Proponer una configuración del sistema de adquisición de imágenes para ser implementado en una estructura móvil.

# Capítulo 2. Obtención de la superficie libre mediante la estereo visión

En este capítulo se abordarán los conceptos básicos de la estereo visión, así como su uso para la reconstrucción de la superficie libre del océano a partir de un conjunto de fotografías.

## 2.1. Estereo visión

La estereo visión puede interpretarse como un conjunto de técnicas que recuperan una estructura tridimensional a partir de al menos dos perspectivas diferentes de una misma escena. Las diferentes perspectivas de una escena se obtienen mediante el uso de por lo menos dos cámaras que se encuentran separadas por una distancia conocida. Como se muestra en la figura 6, el hecho de fotografiar un mismo objeto con un par de cámaras separadas entre sí, tiene como consecuencia que el objeto de interés ($\mathbf{X'_o}$) se proyecte en una coordenada ($\mathbf{J}$) diferente en los planos de las fotografías obtenidas por las cámaras. A través de la geometría proyectiva, es posible estimar la distancia entre el arreglo de las cámaras y el objeto de interés por medio de la diferencia en la posición del objeto en el par de fotografías (Lecumberry, 2005).

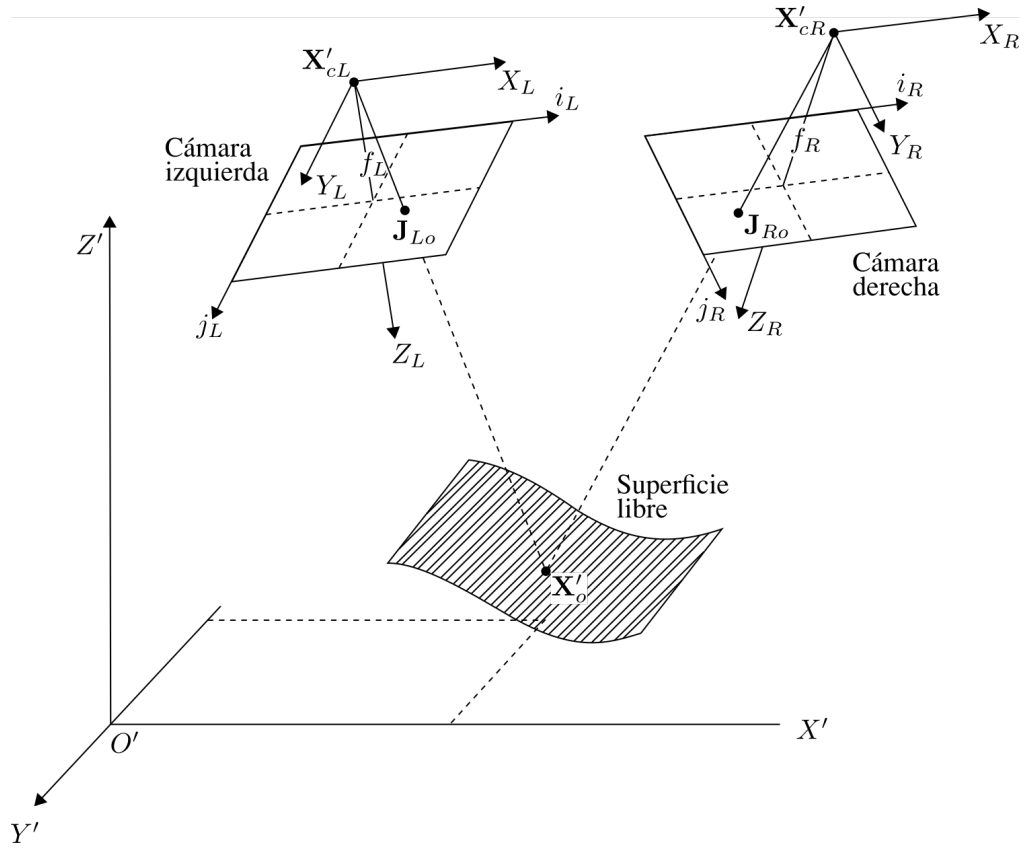



**Figura 6: Configuración geométrica de un sistema de estereo visión. La intersección de las líneas de visión de las cámaras permite estimar la posición de un punto ($\mathbf{X}'_o$) en la superficie del océano. $\mathbf{X}'$ corresponde al sistema coordenado de la escena tridimensional en donde el eje $Z'$ se orienta en la dirección de la gravedad. $\mathbf{X}$ indica el sistema coordenado de la cámara, en donde el eje $Z$ se encuentra en dirección de la línea de visión de la cámara. $\mathbf{J}$ señala las coordenadas en el plano de la imagen. Modificado de Benetazzo (2006).**

### 2.1.1. Geometría proyectiva.

De acuerdo con Hartley y Zisserman (2003), se puede definir la geometría proyectiva como aquella que trata las propiedades que se conservan (propiedades proyectivas) al proyectar un objeto tridimensional en un plano de dos dimensiones (plano proyectivo). En la figura 7 se muestra un ejemplo de la deformación que sufre un objeto al ser proyectado en un plano.

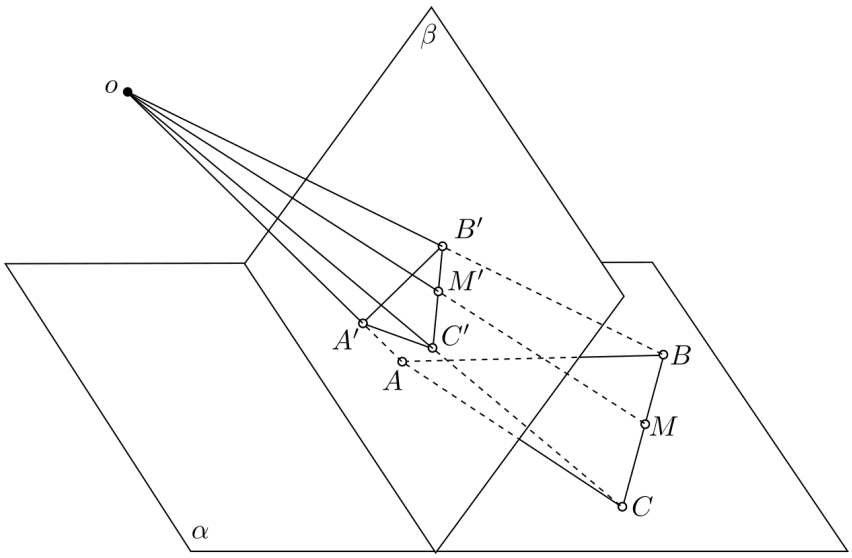


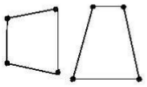
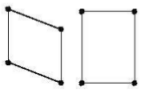
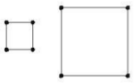
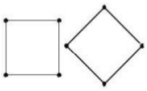

**Figura 7: Ejemplo de la geometría proyectiva. La proyección de la figura $ABC$ perteneciente al plano $\beta$ en el plano $\alpha$ produce deformaciones en la figura proyectada relativas a la posición del punto de referencia ($O$) y la orientación del plano $\beta$. Modificado de Hartley y Zisserman (2003).**

Se proyecta el triángulo $ABC$ situado en el plano $\alpha$ en el plano $\beta$ (plano proyectivo) a partir de un objeto arbitrario $O$ que no pertenece a ninguno de los planos $\alpha$ ni $\beta$. De esta forma, la recta generada entre el objeto $O$ y los puntos $M$ que forman parte del triángulo $ABC$, intersectará el plano $\beta$ en el punto $M'$. De este modo, la proyección de los puntos que conforman el triángulo $ABC$ en el plano $\beta$, formarán el triángulo $A'B'C'$ en el plano $\alpha$. El proceso de obtener el triángulo $A'B'C'$ desde el objeto $O$ se conoce como proyección central. Al variar la posición del objeto $O$ y el plano $\beta$ se puede generar un conjunto infinito de transformaciones del triángulo $ABC$ por efecto de la proyección. La distorsión que sufre el triángulo proyectado $A'B'C'$ puede clasificarse en función de su transformación geométrica (ver tabla 1).

### 2.1.2. Transformaciones geométricas.

Según Hartley y Zisserman (2003), existen 4 grupos de transformaciones: proyectiva, afín, similar e isométrica. En la tabla 1 se muestra el tipo de deformación que sufre la proyección de un objeto en función del modelo geométrico utilizado, así como las propiedades que se conservan.

**Tabla 1: Transformaciones geométricas.**

| Transformación | Invariantes | Distorsión |
|---|---|---|
| Proyectiva | Razón doble, colinearidad |  |
| Afín | Áreas y líneas, Paralelismo |  |
| Similar | Líneas y ángulos |  |
| Isometría | Distancia, áreas y ángulos |  |

Cuando se presenta una transformación isométrica se preservan las dimensiones del objeto, debido a que no cambian las distancias y los ángulos que lo forman. Una transformación similar no deforma el objeto (conserva las líneas y los ángulos), por lo que se presenta un escalamiento homogéneo. En cuanto a las transformaciones afines, éstas presentan un cambio lineal de manera que se preservan las distancias. Por último, la transformación proyectiva representa un cambio lineal con escalamientos, en donde conserva la colinearidad y la razón doble. La transformación que sufre una fotografía al momento de su formación se encuentra ligada al modelo geométrico de la cámara que se utiliza.

### 2.1.3. Coordenadas homogéneas.

Para proyectar el triángulo $ABC$ del plano $\alpha$ al plano $\beta$ es necesario utilizar coordenadas homogéneas. Esto permitirá transferir la información del plano $\alpha$ al plano $\beta$ por medio de un parámetro de escala ($S$). Para ejemplificar este proceso, se toma como ejemplo la proyección

similar del punto $B$ al punto $B'$. El punto $B$, que se representa con las coordenadas $[\chi_1, \chi_2]$, puede ser escrito en coordenadas homogéneas al añadir una componente adicional con valor igual 1 (Juárez-Salazar y Díaz-Ramírez, 2017):

$$\mathcal{H}[\boldsymbol{\chi}] = \begin{bmatrix} \chi_1 & \chi_2 & 1 \end{bmatrix}, \tag{1}$$

en donde $\mathcal{H}$ representa al operador homogéneo. Para trasladar el punto $B$ del plano $\alpha$ al punto $B'$ del plano $\beta$ se debe multiplicar al punto $B$ por un factor de escala $S$, de tal forma que las coordenadas del punto $B'$ en el plano $\beta$ serán

$$\boldsymbol{\chi}' = S\mathcal{H}[\boldsymbol{\chi}]. \tag{2}$$

### 2.1.4. Modelo de perspectiva: Cámara *pinhole*.

Una cámara fotográfica captura una escena por medio de un sensor que registra la luz reflejada por objetos que se encuentran dentro de su rango de visión. La escena se captura en una imagen que se representa como una matriz conformada por píxeles con los valores de la intensidad de la luz. Generalmente las cámaras basan su funcionamiento en el modelo *pinhole*, en el que la imagen resulta de la proyección de los puntos de la escena a través de un solo punto sobre el plano de la imagen. El modelo *pinhole* se puede representar mediante una caja oscura con un pequeño orificio en una de sus caras. Los rayos de luz que son reflejados por los objetos de la escena que se observa pasan a través del orificio *pinhole* para crear una imagen invertida en la cara opuesta de la caja. En otras palabras, el modelo proyecta un punto de la escena tridimensional hacia el plano bidimensional de la imagen (figura 8).

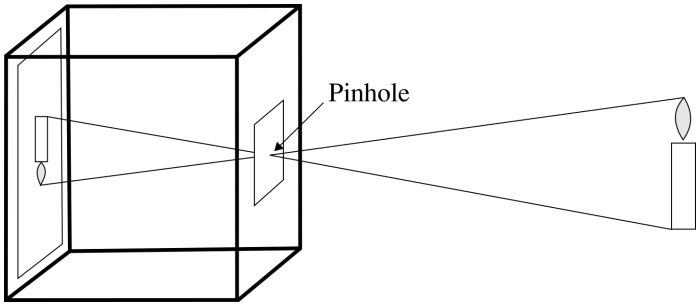



**Figura 8: Modelo de cámara *pinhole*. Los objetos en la escena reflejan la luz a través del orificio *pinhole* para crear una imagen invertida del objeto. Modificada de Lavieri (2016).**

La proyección de la escena al plano bidimensional dependerá de la relación entre los sistemas de coordenadas de la escena (**X**'), de la cámara (**X**) y del plano de la imagen (**J**; figura 9).

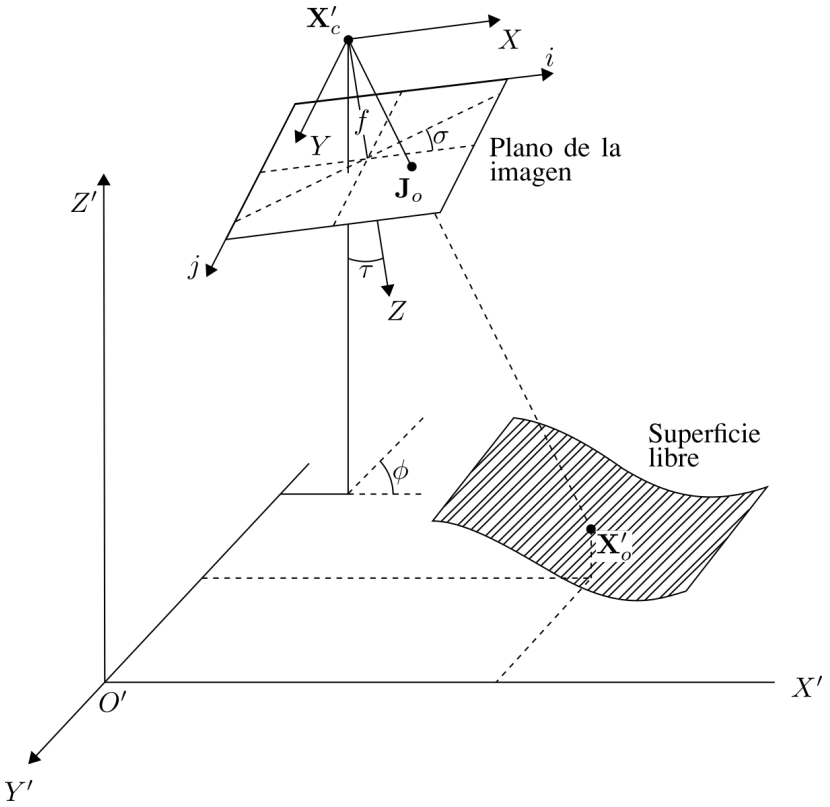



**Figura 9: Relación entre los 3 sistemas de coordenadas involucrados en la formación de la imagen. El sistema de coordenadas $\mathbf{X}'$ representa la escena tridimensional en donde el eje $Z'$ se orienta en la dirección de la gravedad. X indica el sistema de coordenadas de la cámara, en donde el eje $Z$ se encuentra en dirección de la línea de visión de la cámara. J señala las coordenadas de plano de la imagen. $f$ es la distancia focal de la cámara, mientras que $\tau$, $\sigma$ y $\phi$ indican las componentes de la matriz de rotación $R$ los ángulos Modificado de Benetazzo (2006).**

El origen del sistema de coordenadas de la escena es $O'$, mientras que $\sigma$, $\tau$ y $\phi$ son las componentes de la matriz de rotación $R$ que, en conjunto con el vector de traslación $T$, se conocen como parámetros externos de la cámara. Estos parámetros forman la matriz de movimiento de un cuerpo rígido $G$:

$$G = \begin{bmatrix} R & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \tag{3}$$

A partir de esta matriz de movimiento de un cuerpo rígido, es posible relacionar las coordenadas de la escena con las coordenadas de la cámara, de forma que:

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & \mathbf{T} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \\ 1 \end{bmatrix}. \tag{4}$$

Además de depender de los sistemas coordenados, la proyección de la escena al plano de la imagen estará relacionada con los parámetros intrínsecos ($\mathbf{C}$) de la cámara:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} f_x & 0 & X_c \\ 0 & f_y & Y_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \tag{5}$$

y la deformación ($\mathbf{\Pi_0}$) del lente :

$$\mathbf{\Pi_0} = \begin{bmatrix} k_r(1) & 0 & 0 & k_t(1) \\ 0 & k_r(2) & 0 & k_t(2) \\ 0 & 0 & k_r(3) & k_t(3) \end{bmatrix}, \tag{6}$$

en donde $f_x$ y $f_y$ representan las componentes de la distancia focal en píxeles; $X_c$ y $Y_c$ son las coordenadas del punto *pinhole* de la cámara; $k_r(1)$, $k_r(2)$ y $k_r(3)$ indican las componentes de la distorsión radial, mientras que los coeficientes $k_t(1)$, $k_t(2)$ y $k_t(3)$ son los coeficientes de la distorsión tangencial.

De manera resumida, es posible relacionar el sistema de coordenadas del plano de la imagen con el sistema de coordenadas de la escena y de la cámara por medio del siguiente sistema matricial:

$$Z\mathcal{H}[\mathbf{J}] = C\Pi_0\mathcal{H}[\mathbf{X}]. \tag{7}$$

Sin embargo, para resolver dicho sistema matricial, es necesario estimar tanto los parámetros intrínsecos como los parámetros extrínsecos correspondientes a cada cámara.

### 2.1.5. Calibración de la cámara.

La calibración de una cámara es un proceso que permite la obtención de los parámetros intrínsecos que definen las condiciones de formación de la imagen. Estos parámetros dependen tanto del lente óptico como del sensor fotosensible de la cámara, así como de la precisión de dichos componentes, por lo que la calibración debe llevarse a cabo en cada una de las cámaras.

A pesar de que el modelo *pinhole* considera una proyección lineal, la deformación que sufre la escena al ser proyectada al plano de la imagen no es lineal debido a factores como el tipo del lente y deformaciones en el mismo. Para remover esta no linealidad se debe estimar la distorsión inducida por el lente para posteriormente corregir la proyección de la escena.

De acuerdo con Weng *et al.* (1992), la distorsión de la escena proyectada en el plano de la imagen presenta una componente radial y una componente tangencial. La distorsión radial genera una deformación no lineal o inhomogénea, lo que provoca que las líneas rectas de la escena (líneas de color de la figura 10) se proyecten como curvas en el plano de la imagen. Cuando la proyección de la línea produce una línea curva hacia el centro de la imagen, la deformación se conoce como distorsión negativa o de cojín (línea roja de la figura 10). Si por el contrario, con la proyección de la línea recta se obtiene en una línea curvada hacia los extremos de la imagen, la deformación se conoce como distorsión positiva o de barril (línea azul de la figura 10).

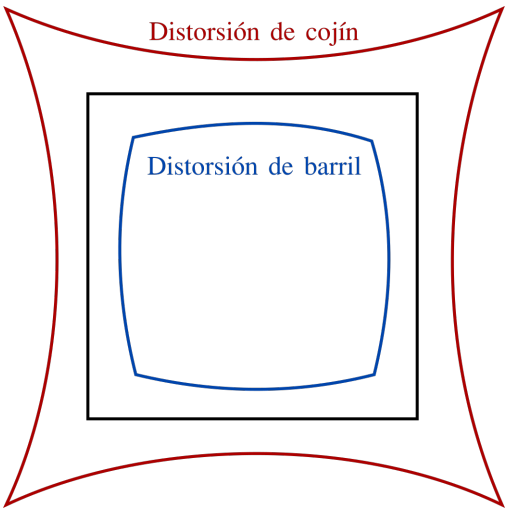



**Figura 10: Distorsión radial. La línea negra representa la imagen sin distorsión, mientras que las líneas azul y roja muestran la distorsión radial (distorsión de barril y distorsión de cojín, respectivamente). Modificada de Weng *et al.* (1992).**

Por otro lado, la distorsión tangencial es una consecuencia de que los centros ópticos de los elementos que conforman la lente no sean estrictamente colineales entre sí. Un ejemplo de la distorsión radial ($d_r$) y tangencial ($d_t$) se muestra en la figura 11, donde a su vez se observa que la magnitud de la distorsión tangencial es proporcional a la magnitud de la distorsión radial.

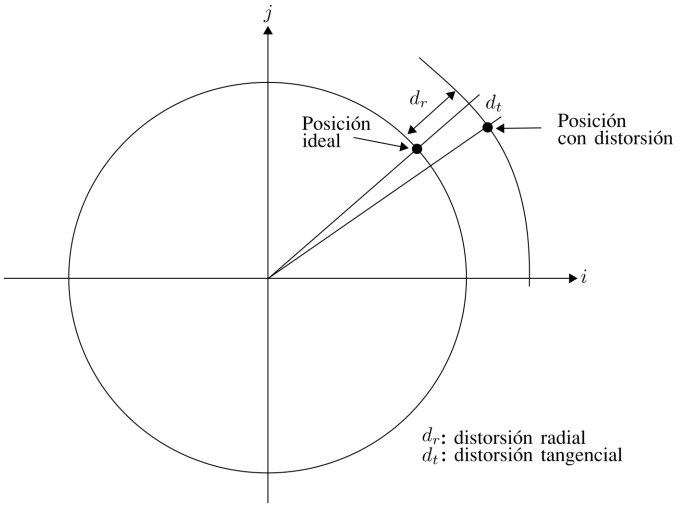



**Figura 11: Modelo completo de distorsión. La imagen muestra el efecto combinado de la distorsión radial y la tangencial. Modificada de Weng *et al.* (1992).**

Ma *et al.* (2012) proponen un sistema de ecuaciones con la finalidad de estimar la distorsión total que es generada por el lente de la cámara, de tal manera que:

$$\begin{bmatrix} j_d \\ i_d \end{bmatrix} = \left[1 + k_r(1)d_r^2 + k_r(2)d_r^4 + k_r(3)d_r^6\right] \begin{bmatrix} j \\ i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta j \\ \Delta i \end{bmatrix} \tag{8}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta j \\ \Delta i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2k_t(1)ji + k_t(2)(d_r^2 + 2j^2) \\ k_t(1)(d_r^2 + 2i^2) + 2k_t(2)ji \end{bmatrix} \tag{9}$$

en donde $[j_d, i_d]'$ representa el plano de la imagen con la presencia de distorsión, $k_r$ y $k_t$ representan a los vectores de distorsión radial y tangencial, respectivamente. Finalmente, los parámetros $\Delta i$ y $\Delta j$ corresponden a las componentes de la distorsión tangencial ($d_t$).

### 2.1.6. Geometría epipolar.

Como se ha mencionado anteriormente, al proyectar una escena tridimensional en un plano bidimensional se pierde una dimensión, por lo que a partir de una sola fotografía no es posible inferir la distancia entre un objeto y la cámara. Este problema se puede solucionar por medio de la estereo visión, que a partir de dos fotografías de una misma escena, se puede recuperar la estructura tridimensional. La geometría epipolar, que forma parte de la geometría proyectiva, es la encargada de relacionar dos imágenes de una misma escena con diferente perspectiva a partir de los parámetros internos de las cámaras y la posición relativa de una cámara con respecto a la otra. De esta forma es posible encontrar las coordenadas de la proyección de un punto en uno de los planos y buscar las coordenadas de la proyección del mismo punto en el segundo plano.

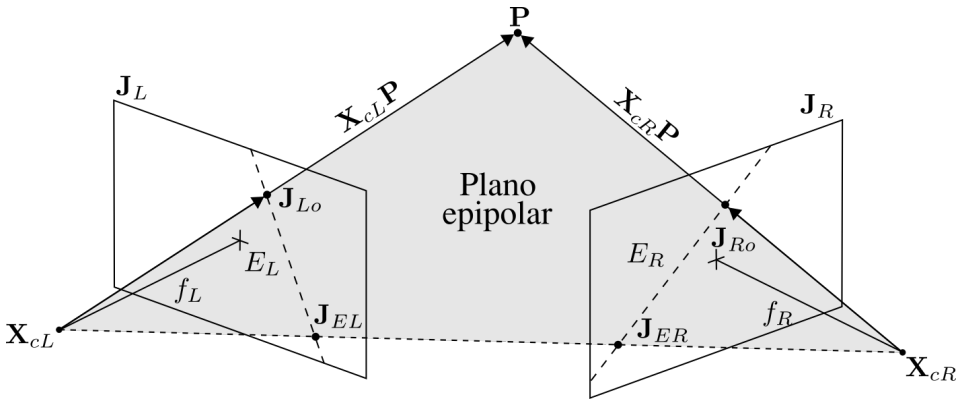



**Figura 12: Geometría epipolar. Los recuadros representan el plano de la imagen de cada cámara, mientras que el triángulo sombreado representa el plano epipolar. El plano epipolar relaciona la proyección de un punto en el plano de la imagen de cada cámara. Modificado de Lecumberry (2005).**

La figura 12 muestra un ejemplo sencillo de una implementación de la geometría epipolar. $\mathbf{X}_{cL}$ (izquierda) y $\mathbf{X}_{cR}$ (derecha) representan el origen del sistema de coordenaaso de las cámaras, $\mathbf{J}_L$ y $\mathbf{J}_R$ los planos de la imagen y $f_L$ y $f_R$ las distancias focales de las cámaras. El punto $\mathbf{P}$ representa un punto arbitrario en la escena y los puntos $\mathbf{J}_{Lo}$ y $\mathbf{J}_{Ro}$ la proyección del punto $\mathbf{P}$ en los planos de la imagen. La recta que une el origen de las cámaras se conoce como línea base e intersecta los planos de las imágenes en los puntos $\mathbf{J}_{EL}$ y $\mathbf{J}_{ER}$. Estos puntos corresponden a los epipolos izquierdo y derecho respectivamente. Las rectas $X_{cL}P$ y $X_{cR}P$ se unen con la línea base y forman el plano epipolar. Dicho plano intersecta los planos de las imágenes en los puntos $\mathbf{J}_{EL}$ y $\mathbf{J}_{Lo}$ en la cámara izquierda, así como los puntos $\mathbf{J}_{ER}$ y $\mathbf{J}_{Ro}$ en la cámara derecha. Las rectas que intersectan por dichos puntos se conocen como las rectas

epipolares $E_L$ y $E_R$, respectivamente. El plano epipolar permite relacionar la proyección de $\mathbf{P}$ en $\mathbf{J}_{Lo}$ con su proyección en $\mathbf{J}_{Ro}$ al proyectar la línea epipolar $E_L$ en el segundo plano (figura 13c).

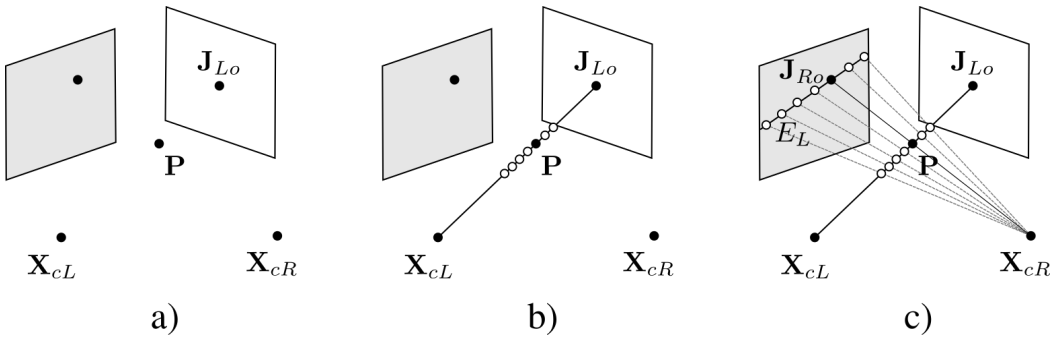



**Figura 13: Formación del plano epipolar. La proyección de un punto P en el plano de la imagen de referencia se puede encontrar en el plano de la imagen de la segunda cámara por medio de las líneas epipolares. La figura a) muestra la posición del punto P, la proyección del mismo en el plano de la imagen de referencia ($\mathbf{J}_{Lo}$) así como la posición de las cámaras ($\mathbf{X_{cL}}$ y $\mathbf{X_{cR}}$). La figura b) representa la proyección del punto P en el plano de la imagen de referencia. La figura c) representa el plano epipolar que permite encontrar la posición del punto P por medio de la proyección de dicho punto en el segundo plano.**

De esta manera es posible ubicar en el segundo plano la coordenada donde se proyecta el punto $\mathbf{J}_{Ro}$ al sólo buscar a lo largo de la proyección de la línea epipolar. Para hacer esta búsqueda más eficiente, diversos autores (Benetazzo, 2006; Leckler, 2013) mencionan que es preferible rotar las imágenes de tal forma que las líneas epipolares estén alineadas con respecto al eje horizontal del plano de la imagen.

La geometría epipolar es en esencia, la relación geométrica entre un punto de la escena proyectado en los planos de las imágenes a partir de las líneas epipolares.

## 2.2. Reconstrucción de la superficie libre

Hasta ahora se han explicado los conceptos básicos que intervienen en la estereo visión. Ahora se explicarán los pasos necesarios para realizar la reconstrucción de la superficie con base en dichos conceptos.

La reconstrucción de la superficie libre del océano a partir de dos imágenes diferentes de la misma escena consta de 4 procesos: correspondencia, disparidad, triangulación y la transformación de los sistemas coordenados de la cámara de referencia al sistema coordenado

de la escena. El proceso de correspondencia consiste en determinar qué punto del plano de la imagen de referencia corresponde a cuál en el segundo plano. La disparidad se refiere a estimar la diferencia entre las coordenadas de dichos puntos, mientras que el proceso de triangulación se enfoca en relacionar la posición de dichos puntos en ambos planos de la imagen con la distancia a la que se encuentra el punto de las cámaras. Finalmente, el proceso de transformación de sistemas coordenados consiste en trasladar las distancias de los puntos de la escena, mismos que se encuentran en el sistema coordenado de la cámara de referencia, al sistema coordenado de la escena.

### 2.2.1. Correspondencia.

Como se mencionó anteriormente, la geometría epipolar cumple con el próposito de delimitar en el segundo plano una región donde se ubicarán las coordenadas de la proyección de un punto en particular de la escena con referencia a su proyección en el primer plano. Sin embargo, el problema de mayor complejidad en la estereo visión es el de encontrar la correspondencia de un punto que pertenece al primer plano con respecto a los puntos que componen la línea epipolar proyectada en el segundo plano (figura 13; Benetazzo, 2006).

De acuerdo con Benetazzo (2006), algunos procesos inherentes a la formación de la imagen, tales como variaciones en la luminosidad, falta de textura en la escena y oclusiones, tienen un efecto en la búsqueda de la correspondencia entre los píxeles que componen los planos de las imágenes. Para remediar este problema, es común que para encontrar la correspondencia de los píxeles que componen los planos de las imágenes, se comparen parámetros locales asociados a los valores de color o intensidad de dichos píxeles (Lee y Hong, 2018). Esta comparación se realiza a partir de la correlación cruzada entre ventanas de 11×11 píxeles correspondiente a los dos planos en los que se proyecta la escena (Benetazzo, 2006):

$$C_{i_R,j_R}(i_L,j_L) = \frac{\Sigma_{i',j'}(T_R(i',j') - T_L(i',j'))^2}{\sqrt{(\Sigma_{i',j'}T_R(i',j')^2)(\Sigma_{i',j'}T_L(i',j')^2)}}, \tag{10}$$

donde $T_L$ y $T_R$ representan el área de búsqueda en la imagen izquierda y derecha, respectivamente. $(i', j')$ corresponden a las componentes del área de búsqueda. $\Sigma_{i',j'}$ es la suma de todos los elementos dentro del área de búsqueda. Con lo anterior, se entiende que $C_{i_R,j_R}(i_L,j_L)$ defi-

ne el mapa de correlación en la imagen de referencia del punto en la segunda imagen $(i_R, j_R)$.

De acuerdo con la geometría epipolar, la búsqueda de la correspondencia de un punto en el plano izquierdo se realiza a lo largo de la proyección de la línea epipolar en el plano derecho. Benetazzo (2006) determinó que los píxeles correlacionados serán considerados como válidos siempre y cuando el coeficiente de correlación sea mayor que 0.86. Después de obtener los pares de coordenadas que relacionan la proyección de un punto de la escena en los diferentes planos de las imágenes, las coordenadas podrán compararse para calcular su distancia de separación en píxeles o disparidad.

### 2.2.2. Disparidad.

El término disparidad se refiere a la diferencia en las coordenadas de los planos de las imágenes en las que se proyecta un punto de la escena con respecto al centro de la imagen (Lecumberry, 2005). La disparidad permite estimar la distancia entre un punto de la escena y la posición de las cámaras.

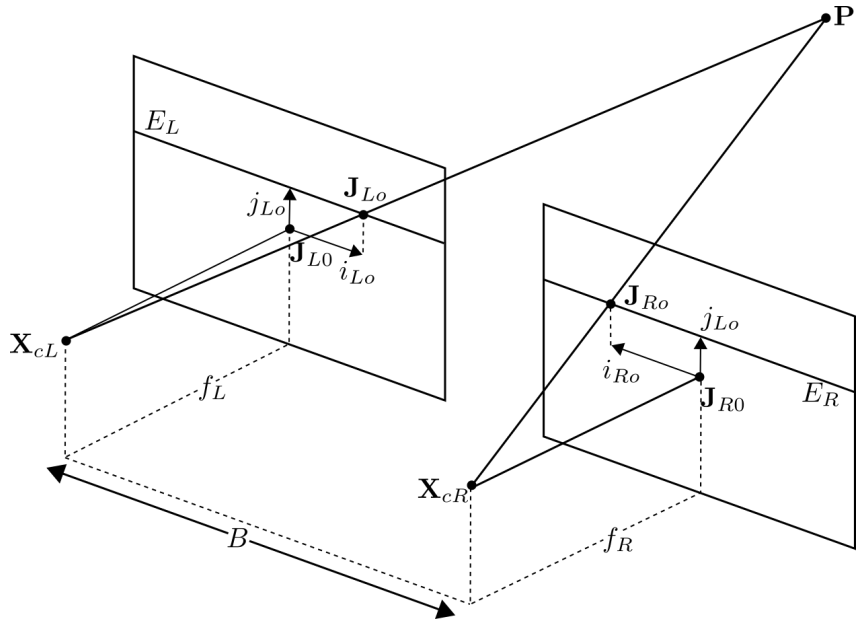



**Figura 14: Configuración geométrica de las cámaras y representación de la disparidad. Modificado de Lecumberry (2005).**

En la figura 14 se muestra la configuración geométrica de un sistema de estereo visión previamente alineado. Los puntos $\mathbf{X}_{cL}$ (izquierda) y $\mathbf{X}_{cR}$ (derecha) representan el origen del sistema coordenado de las cámaras. $f_L$ y $f_R$ señalan la distancia focal de las cámaras izquierda

y derecha, respectivamente. $\mathbf{J}_L$ y $\mathbf{J}_R$ indican los planos de la imagen de cada cámara, mientras que los puntos $\mathbf{J}_{Lo}$ y $\mathbf{J}_{Ro}$ muestran la proyección del punto $\mathbf{P}$ en dichos planos. Los puntos $\mathbf{J}_{L_0}$ y $\mathbf{J}_{R_0}$ son el centro del plano de la imagen, y se encuentran separados por la línea base $B$. Así mismo, $E_L$ y $E_R$ indican las líneas epipolares. Las distancias $i_{Lo}$ e $i_{Ro}$ indican la componente horizontal de las proyecciones del punto $\mathbf{P}$ en los planos $\mathbf{J}_L$ y $\mathbf{J}_R$, mientras que $j_{Lo}$ y $j_{Ro}$ muestran la componente vertical de dichas proyecciones. Cabe mencionar que el hecho de que los planos $\mathbf{J}_L$ y $\mathbf{J}_R$ se encuentran alineados entre sí, asegura que la componente vertical de la disparidad sea prácticamente nula. De esta manera, la disparidad representará la diferencia entre las componentes horizontales de la proyección del punto $\mathbf{P}$ en los planos $\mathbf{J}_L$ y $\mathbf{J}_R$, tal que:

$$d = i_{Lo} - i_{Ro}, \tag{11}$$

por lo que las coordenadas de $\mathbf{J}_{Lo}$ y $\mathbf{J}_{Ro}$ se relacionan a partir de:

$$\begin{cases} i_{Lo} = i_{Ro} + d \\ j_{Lo} = j_{Ro} \end{cases} \tag{12}$$

En la figura 15 se muestra la relación entre la disparidad $d$ y la distancia $Z_d$, en donde esta última representa la distancia entre el punto de la escena $\mathbf{P}$ y la línea base del arreglo de las cámaras.

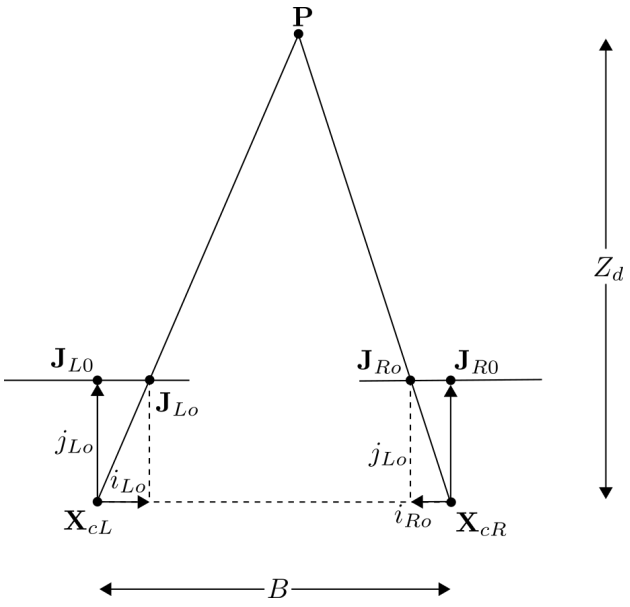



**Figura 15: Relación geométrica entre los parámetros del sistema de estereo visión para estimar la profundidad $Z_d$ a partir de la disparidad $d$. Modificado de Lecumberry (2005).**

Por medio de una relación entre los triángulos semejantes $\mathbf{P}\overset{\triangle}{\mathbf{X}}_{cL}\mathbf{X}_{cR}$, $\mathbf{J}_{L0}\overset{\triangle}{\mathbf{J}}_{Lo}\mathbf{X}_{cL}$ y $\mathbf{J}_{R0}\overset{\triangle}{\mathbf{J}}_{Ro}\mathbf{X}_{cR}$; Lecumberry (2005) muestra que:

$$d = \frac{f}{Z_d}B, \tag{13}$$

de tal forma que la relación entre $d$ y $Z_d$ es del tipo:

$$d =\propto \frac{1}{Z_d}. \tag{14}$$

Por lo tanto, en un caso ideal, a partir de esta relación será posible estimar la distancia entre el arreglo de las cámaras y un punto de la escena en función de la disparidad. Sin embargo, algunos factores relacionados a imperfecciones del sistema de cámaras pueden provocar que las líneas de visión de las cámaras no coincidan. Este problema puede ser solucionado a partir de un método de triangulación, el cual será abordado enseguida.

### 2.2.3. Triangulación.

Diversos factores que interfieren en la formación de la imagen, como el ruido y algunos errores al encontrar la correspondencia entre los planos de las imágenes, pueden ocasionar que las líneas de visión de las cámaras no se intersecten (figura 16), por lo que se debe encontrar una solución aunque sea aproximada (Hilsenstein, 2004). Una solución a este problema se obtiene al utilizar el método del punto medio, que consiste en obtener un punto medio sobre una línea perpendicular que una las rectas $X_{cL}X_o$ y $X_{cR}X_o$ (16).

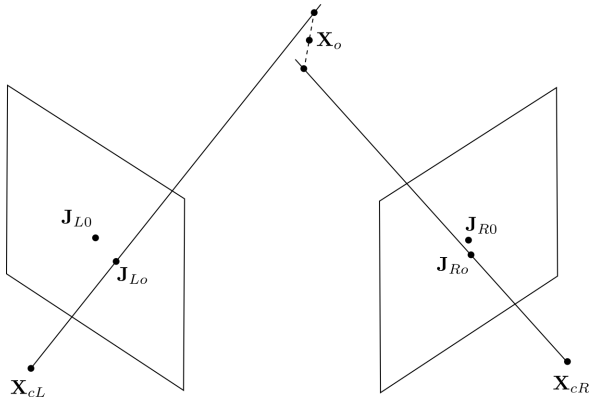



**Figura 16: El proceso de triangulación. El método de punto medio calcula el desfase presente en las rectas $X_{cL}X_o$ y $X_{cR}X_o$ y calcula el punto medio.**

### 2.2.4. Transformación entre los sistemas coordenados de la cámara de referencia y la escena.

Mediante el proceso de triangulación se obtienen las posiciones de los puntos en la escena con respecto al sistema coordenado de la cámara izquierda.

Posteriormente, es necesario rotar el sistema de coordenadas de la cámara de referencia de tal manera que su eje $Z$ se alinee con la dirección de la aceleración de la gravedad. En las imágenes no existe alguna referencia que permita alinear el eje $Z$ con la dirección de la gravedad, por lo tanto es necesario transformar el sistema de coordenadas de la cámara de referencia al sistema de coordenadas de la escena. Esto se logra por medio de la matriz de rotación $R$ y el vector de traslación $\mathbf{T}$, de tal manera que $\mathbf{X}' = R\mathbf{X} + \mathbf{T}$. En una secuencia de imágenes, la dirección de la gravedad puede encontrarse al suponer que el plano medio de la escena es ortogonal a la dirección de la gravedad. En el sistema de coordenadas de la cámara, la ecuación del plano medio ($aX + bY + cZ + d = 0$) se obtiene por medio del método de mínimos cuadrados. A partir de estas suposiciones se puede proponer que el vector de traslación $\mathbf{T}$ tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d}{\sqrt{a^2+b^2+1}} \end{bmatrix}, \tag{15}$$

y que la tercer fila de la matriz de rotación $\mathbf{R}$ se expresa como:

$$r_3 = \frac{[a, b, -1]^T}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}. \tag{16}$$

De esta manera, la elevación de la superficie libre en cada punto de la escena (referenciado al sistema de coordenadas de la escena) se puede calcular a partir de las coordenadas de la cámara ($[X, Y, Z]^T$) por medio de la expresión:

$$Z' = r_3 \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \frac{d}{\sqrt{a^2 + b^2 + 1}}. \tag{17}$$

Las otras dos columnas de la matriz de rotación $\mathbf{R}$, se pueden calcular al suponer que $R$ es

ortogonal y se encuentra normalizado, de tal manera que:

$$r_1 = \frac{[a, -(1+a^2)/b, -1]^T}{\sqrt{a^2 + ((1+a)^2/b)^2 + 1}}, \tag{18}$$

$$r_2 = \frac{[b, 0, ab]^T}{\sqrt{a^2b^2 + b^2}} \tag{19}$$

donde $a$ y $b$ son los coeficientes de la ecuación del plano medio. Por lo tanto, la matriz de rotación tendrá la siguiente forma:

$$R = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix}. \tag{20}$$

Finalmente, por medio de la ecuación 20, la transformación del sistema de coordenadas de la cámara de referencia al sistema de coordenadas de la escena estará dado por:

$$\begin{bmatrix} X' \\ Y' \\ Z' \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{d}{\sqrt{a^2+b^2+1}} \end{bmatrix} \tag{21}$$

# Capítulo 3. Implementación del sistema WASS en una región costera

A continuación se describe de manera breve el procedimiento de calibración del sistema de cámaras, información de las condiciones ambientales de Playas de Rosarito, así como los detalles de la implementación del sistema WASS. A su vez, se muestra una descripción de las condiciones de oleaje que se presentaron entre las 13 y 16 horas del día 17 de diciembre de 2018 obtenidas por el sistema WASS.

## 3.1. Configuración geométrica del equipo

El equipo utilizado en la campaña de medición consta de un par de cámaras GO-5000-USB cuyas especificaciones se muestran en la tabla 2. Cada cámara cuenta con un lente de 16 mm, y se encuentran sincronizadas por medio de un temporizador analógico.

**Tabla 2: Especificaciones correspondientes a la cámara modelo GO-5000-USB.**

| | |
|---|---|
| Sensor | 1” CMOS |
| Velocidad de muestreo | Hasta 62 fps |
| Tamano del sensor | 12.8 mm (h) x 10.2 mm (v) |
| Tamano de celda | 5.0 $\mu$m (h) x 5.0 $\mu$m (v) |
| Píxeles activos | 2560 (h) x 2048 (v) |

## 3.2. Calibración de las cámaras

El proceso de calibración para cada cámara consiste en determinar los parámetros descritos en la sección 2.1.5. En la figura 17 se muestran ejemplos de las imágenes que capturan un

tablero (patrón para calibración) durante este procedimiento. Las imágenes se tomaron a una distancia de la cámara entre 5 m y 20 m, con cuadriculas de 30×30 mm y 80×80 mm. Con la finalidad de obtener los parámetros intrínsecos de las cámaras bajo las mismas condiciones, las cámaras se sincronizaron para capturar un set de fotografías del tablero en movimiento. De esta forma se asegura que la posición del tablero es la misma para cada cámara, y que la proyección del mismo sólo varía en función de la posición de cada cámara.

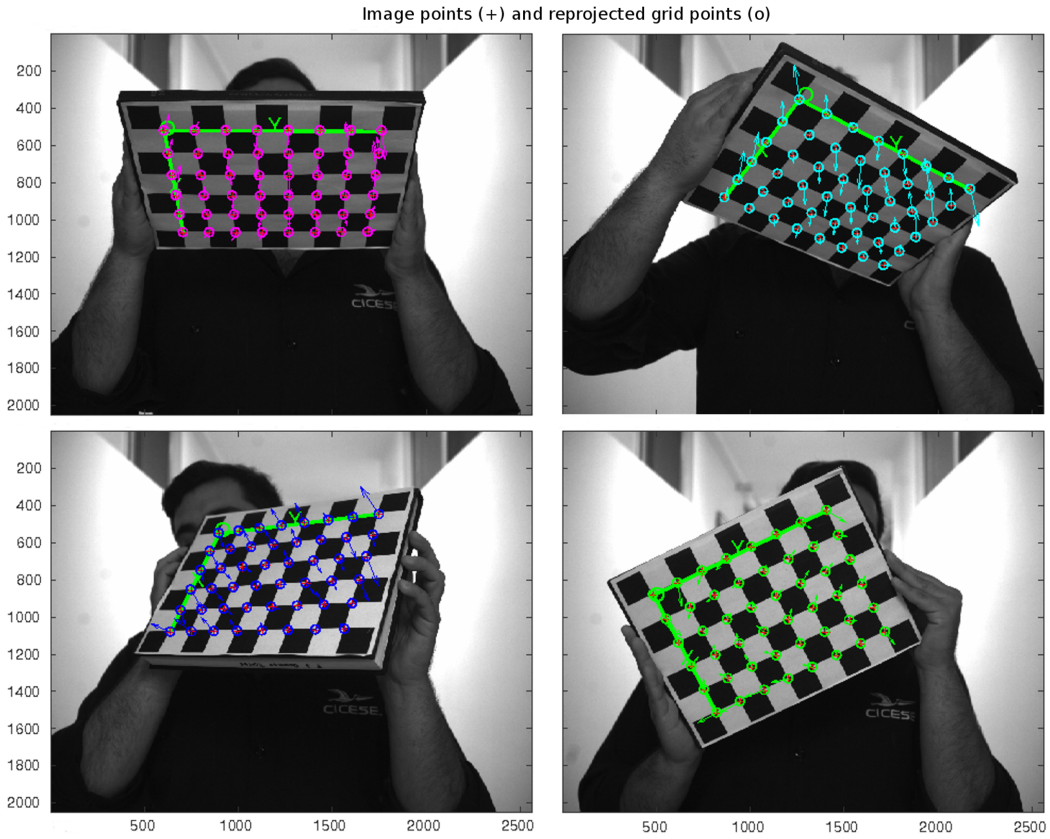



**Figura 17: Ejemplo de las imágenes de calibración. Las cruces representan las esquinas detectadas, mientras que los círculos la proyección de las mismas. En este caso el tamaño de la cuadrícula es de 30 mm.**

En la figura 18 se muestra el modelo de distorsión radial que presenta el lente utilizado en la cámara. Este modelo indica la presencia de distorsión de cojín con una descentralización del centro óptico. El modelo de distorsión completo (distorsión radial y tangencial) se muestra en la figura 19, donde puede observarse un efecto de la desalineación del sensor de la cámara con respecto al centro óptico, aunado a la presencia de distorsión de cojín.

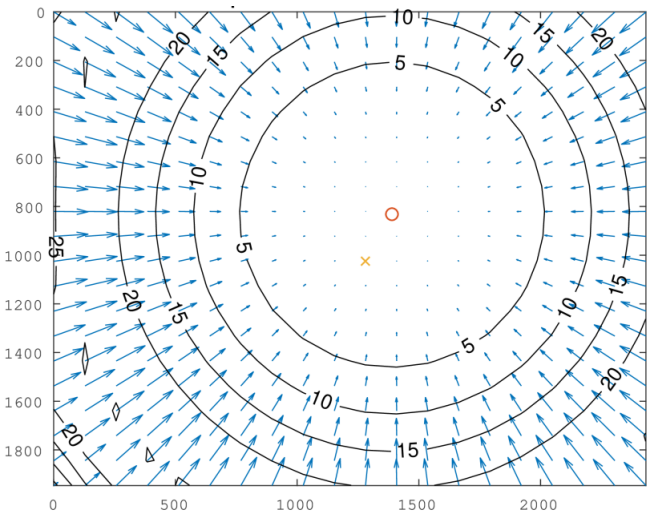



**Figura 18: Modelo de distorsión radial. Las flechas indican el desplazamiento de los pixeles en la imagen hacia el centro de la misma, lo que indica la presencia de distorsión de cojín.**

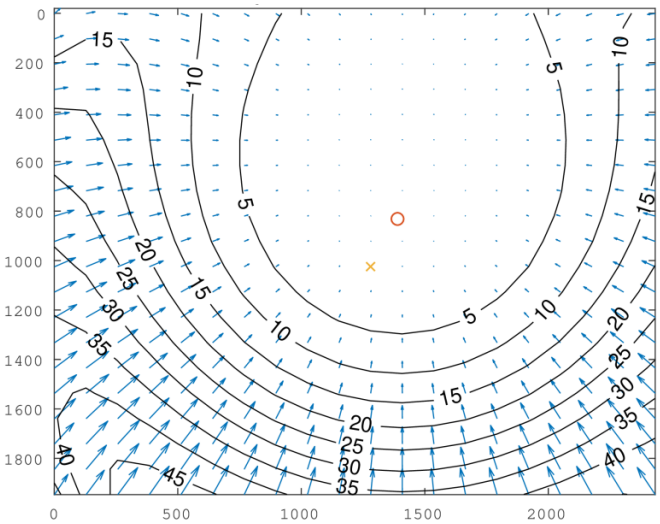



**Figura 19: Modelo de distorsión completo. Este modelo contempla la distorsión radial y tangencial provocados por el lente óptico y la alineación del sensor.**

Los parámetros intrínsecos de la cámara izquierda se muestran en la tabla 3. Generalmente, la distancia focal se expresa en milímetros (mm). Sin embargo, al cambiar al plano de la imagen es necesario expresarla en función de un factor de escalamiento en cada dirección $(i, j)$ del plano de la imagen. Así mismo, el centro óptico se expresa en el sistema coordenado del plano de la imagen.

**Tabla 3: Resultados de la calibración.**

| Parámetro | Cámara izquierda | Cámara derecha | Error |
|---|---|---|---|
| $f_x$, $f_y$ | (3317.68, 3319.97) | (3297.13, 3298.06) | ± (27.4, 28.19) |
| $X_x$, $Y_y$ | (1391.69,833.738) | (1398.36,902.23) | ± (63.01, 42.58) |
| $k_r(1)$,$k_r(2)$, $k_r(3)$ | (-0.2523,0.8513,0) | (-0.1902,0.9678,0) | ± (0.06357,0.7294,0) |
| $k_t(1)$, $k_t(2)$, $k_t(3)$ | (-0.0144,0.0009508) | (-0.0272,0.0071631) | ± (0.002855,0.003317) |

## 3.3. Área de estudio

El municipio de Playas de Rosarito (en adelante Rosarito) se localiza en la costa noroeste de Baja California, a 15 km al sur de la frontera México-EUA. Rosarito cuenta con una creciente derrama económica debido al turismo, lo que se refleja en un constante crecimiento de su población a lo largo de los últimos años, lo que ha provocado una demanda excesiva de infraestructura habitacional e industrial. La mancha urbana de Rosarito ha asentado principalmente a lo largo de la línea de costa, sin embargo, se desconoce el efecto del crecimiento urbano sobre los cambios en el frente de la playa a corto, mediano y largo plazo, así como de los agentes que los producen (Lizárraga-Arciniega *et al.*, 2008). Por esta razón, es esencial tener conocimiento de la dinámica marina de la zona y de los mecanismos que la generan. Esto con la finalidad de prevenir o anticipar cambios morfológicos en la zona costera, de tal forma que sea posible generar un ambiente con óptimo desarrollo económico y ecológico.

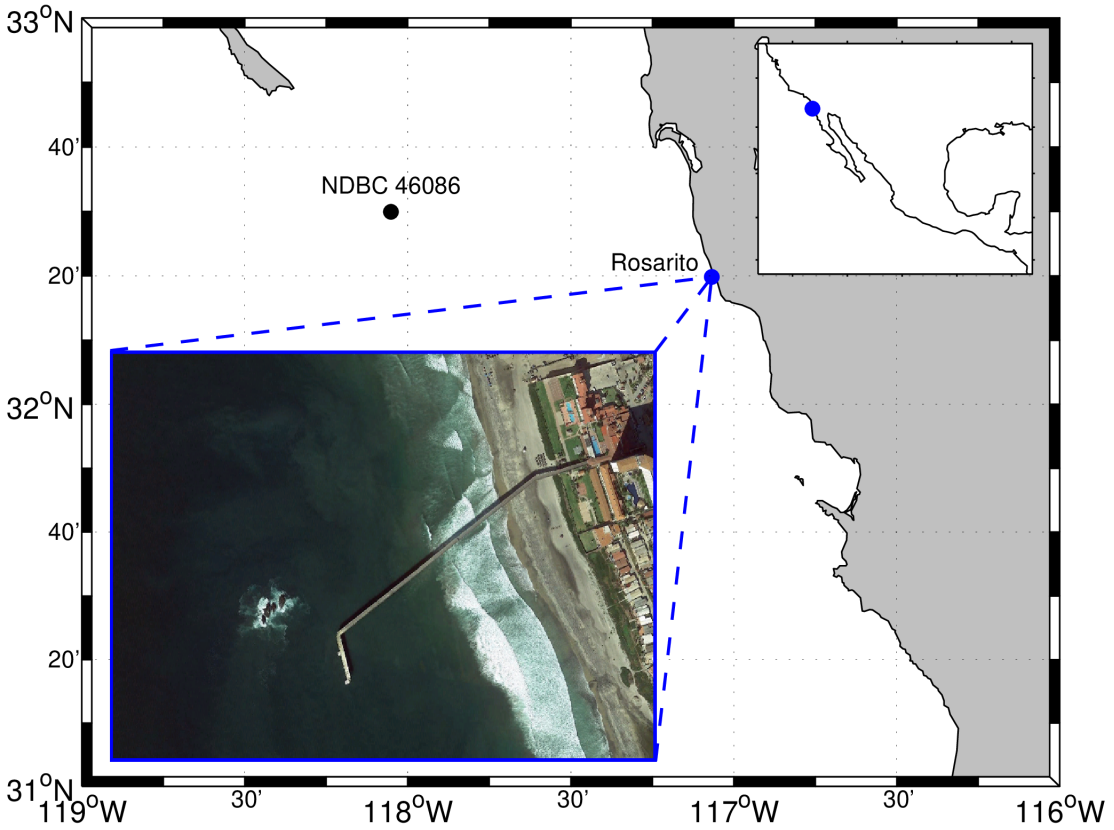



**Figura 20: Área de estudio. El municipio de Rosarito cuenta con un muelle de una longitud aproximada de 400 m y una altura de 8 m sobre el nivel medio del mar que se localiza en el Hotel Rosarito. El punto 46086 indica la posición de la boya de la NDBC.**

Las costas presentes al noroeste de la Península de Baja California, se encuentran principalmente compuestas por cantiles, puntas rocosas y playas arenosas (Legg, 1985). Diversos estudios sobre la variabilidad de la tasa de erosión en las playas que componen la zona litoral de Rosarito, han mostrado que esta se encuentra asociada a eventos El Niño(Lizárraga-Arciniega, 1976; Arciniega *et al.*, 2003). A pesar de ello, se desconoce la razón de erosión que presentan las barras de arena con respecto a procesos de menor escala de tiempo (Delgado-González *et al.*, 2005). Sin embargo, estudios en la localidad han mostrado que el oleaje es uno de los principales procesos que generan modificaciones en la línea de costa de las playas de Rosarito (Arciniega *et al.*, 2003). El oleaje que arriba a las playas de Rosarito presenta cambios estacionales marcados, con oleaje del noroeste con una altura significante ($H_s$) de 2 m durante el invierno y oleaje del suroeste con una altura significante de $\sim$0.5 m (Martínez-Díaz-de León *et al.*, 1989). Debido al arribo de tormentas puede presentarse oleaje con mayor altura, que en condiciones de marea alta, puede generar daños importantes en la infraestructura costera de la región. Tal es el caso de una tormenta que se presentó durante el invierno

de 1997, donde se registraron olas de hasta 10 m de altura que generaron importantes daños en las costas de Rosarito (Dormurat, 1978).

De acuerdo al trabajo de Álvarez-Sánchez (1977), los vientos que interactúan en la región presentan velocidades promedio de 4 $ms^{-1}$ y una dirección predominante del noreste. Estos vientos se encuentran fuertemente influenciados por el centro de alta presión localizado en el Océano Pacífico y un centro de baja presión al noreste de Baja California, cuya variabilidad espacio-temporal genera cambios estacionales en la dirección y magnitud del viento. Rosarito presenta un sistema de brisas bien marcado, con vientos de mar a tierra durante el día y vientos de tierra a mar con menor intensidad durante la noche. Entre los meses de octubre y marzo se presentan eventos esporádicos de vientos de tierra hacia el mar denominados Santa Ana, con una corta duración (2 a 3 días), baja humedad y alta temperatura.

Es importante llevar a cabo un estudio permanente de las condiciones de oleaje durante los eventos atmosféricos mencionados anteriormente, con la finalidad de cuantificar su impacto en la tasa de erosión de las playas. A continuación se describe una campaña de mediciones cuyo propósito es el de monitorear las condiciones de oleaje cerca de la línea de costa y estimar su espectro direccional, por medio del sistema WASS. La implementación del sistema WASS se llevó a cabo en un muelle con longitud aproximada de 400 m y una altura de 8 m sobre el nivel medio del mar que se localiza en el Hotel Rosarito (32°19'57"N y 117°03'39"W).

### 3.3.1. Condiciones meteorológicas.

Para caracterizar la dirección y velocidad del viento en Rosarito, se utilizaron datos de la estación climatológica automática del Sistema de Información Hidrológica (SIH) ubicada en 32.22° N y -117.04° W. Los datos de la estación meteorológica muestran la presencia de viento con velocidades predominantes de entre 8 y 12 m/s, provenientes del noreste (50°) y el sureste (150°). Esto refleja un marcado patrón de brisas, tal como lo sugiere Álvarez-Sánchez (1977), con viento de tierra a mar durante la noche y del sureste durante el día.

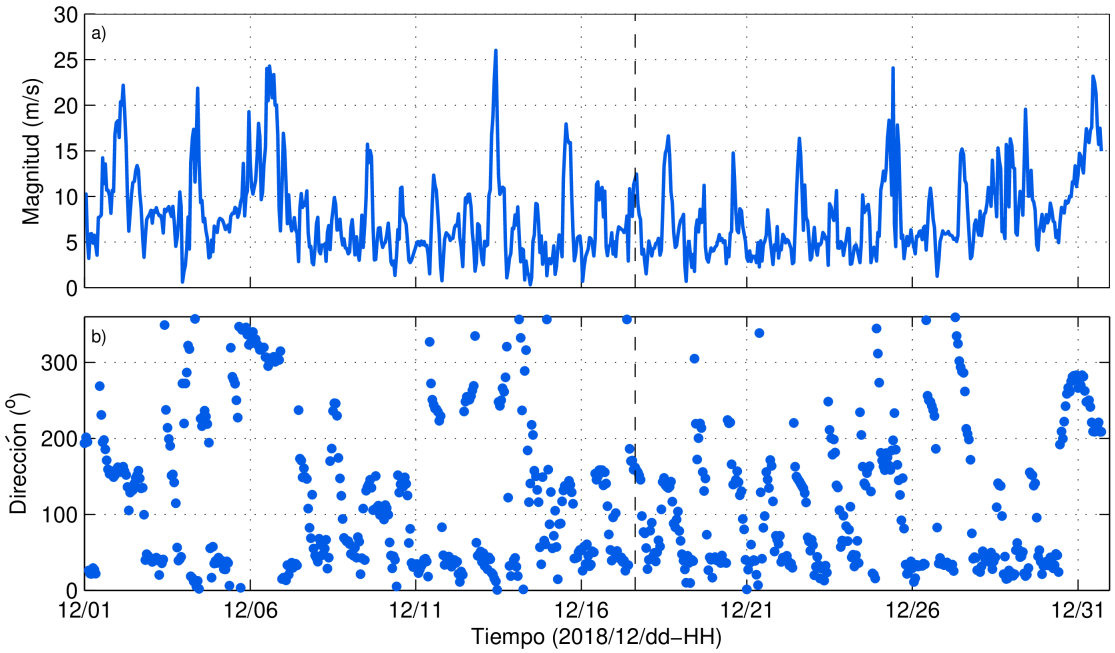



**Figura 21: Rapidez (a) y dirección (b) del viento medido en la estación climatológica automática del SIH, ubicada en el municipio de Rosarito (32.22° N, 117.04°W) a 36.9 m sobre el nivel medio del mar. Las líneas negras segmentadas indican la fecha cuando se realizaron las mediciones.**

Durante la campaña de mediciones (figura 22), se presentó viento con velocidades de entre 7 y 13 $ms^{-1}$ provenientes del sureste.

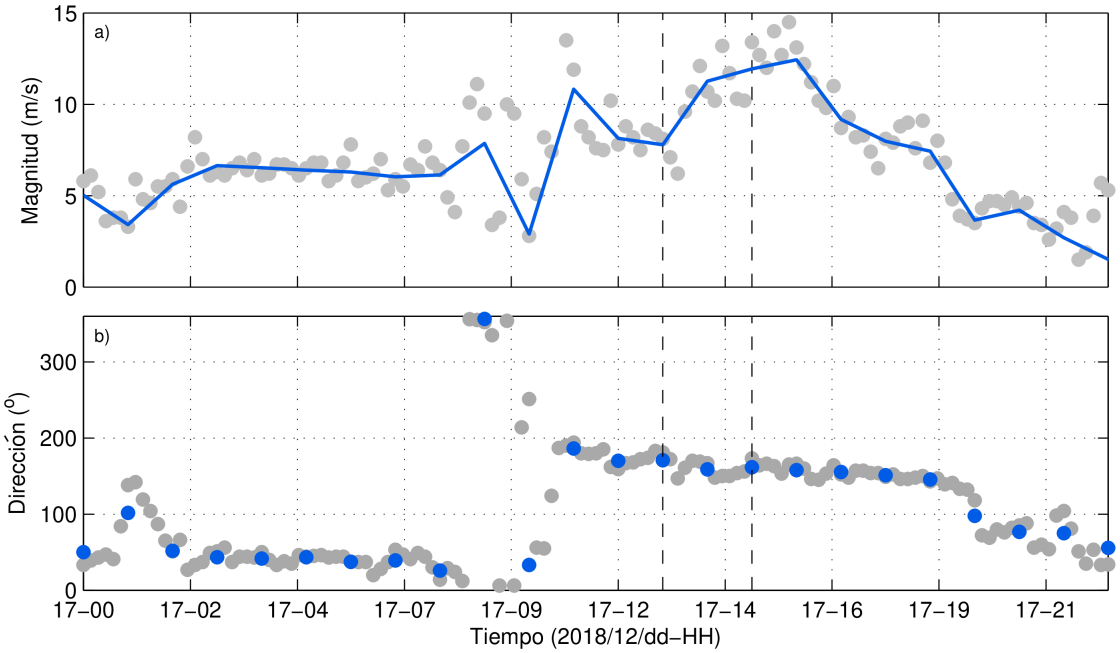



**Figura 22: Rapidez (a) y dirección (b) del viento medida de la estación climatológica automática del SIH, ubicada en el municipio de Rosarito (32.22° N, 117.04°W) a 36.9 m sobre el nivel del mar. Las líneas negras segmentadas indican el periodo durante el cual se realizaron las mediciones.**

### 3.3.2. Configuración del arreglo de cámaras.

Los ángulos del campo de visión horizontal ($\gamma$) y vertical ($\beta$) que presentan los lente de 16 mm (figura 23), se calculó con el siguiente conjunto de ecuaciones proporcionado por el fabricante.

$$\varphi = 2 \times \tan^{-1}\left(\frac{h_x}{2f}\right) \tag{22}$$

$$\beta = 2 \times \tan^{-1}\left(\frac{h_y}{2f}\right) \tag{23}$$

donde $h_x$ y $h_y$ hacen referencia a las dimensiones horizontal y vertical del sensor de las cámaras (tabla 2) y $f$ a la distancia focal. A partir de estas expresiones se obtiene que $\varphi$ es igual a 43.6°, mientras que $\beta$ es igual a 35.3°. Por medio de estos ángulos, el ángulo de inclinación vertical de la línea de visión ($\phi$), la altura del sistema de cámaras con respecto al nivel medio del mar ($H$), la distancia de separación ($B$) y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras; puede calcularse el área o campo de visión del sistema de estéreo visión por medio de relaciones trigonométricas básicas. Con la intención de evitar que el horizonte y parte de la estructura del muelle formen parte de las imágenes, las cámaras se posicionaron de tal manera que el ángulo de inclinación de la línea de visión ($\phi$) sea igual a 55° (figura 23a). Cabe mencionar que la utilidad del ángulo $\alpha$ es la de disminuir el efecto de la reflexión especular, la cual es mayor cuando el arreglo de cámaras se encuentra orientado a la misma dirección que el sol (Jähne *et al.*, 1999).

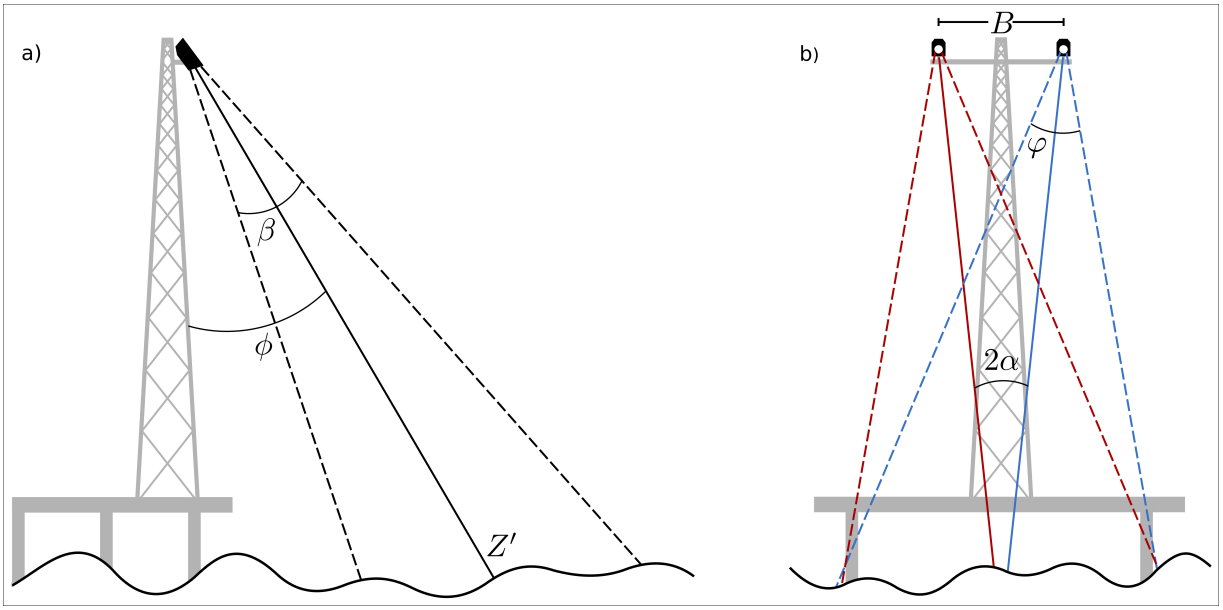



**Figura 23: Estructura utilizada durante las mediciones. a)Vista de perfil de la estructura: las cámaras se posicionaron con una inclinación de $\phi = 55°$ con respecto a la estructura, $\beta$ representa el ángulo vertical de visión de las cámaras, mientras que $Z'$ es la distancia de las cámaras hacia la superficie libre. b)Vista frontal de la configuración geométrica de las cámaras: las cámaras se encuentran a una altura aproximada de 12 m sobre el nivel del mar, separadas entre ellas una distancia $B$ =2.97 m. $\varphi$ representa el ángulo de visión horizontal de las cámaras, mientras que $\alpha$ indica el ángulo de inclinación entre las líneas de visión de las cámaras.**

La infraestructura en la que se monta el sistema de cámaras consta de un mástil de 4 m de altura, y debido a que el mástil se encuentra sujeto a un muelle de 8 m sobre el nivel del mar, la altura del sistema de cámaras ($H$) es de 12 m. Con la finalidad de realizar un análisis de sensibilidad del campo de visión del sistema de estéreo fotografía, se obtuvieron estimaciones del área al modificar los parámetros $\phi$, $B$ y $\alpha$. Los resultados del análisis de sensibilidad se muestran en la figura 24. Es posible observar que el área de visión aumenta al incrementar el ángulo de inclinación de las cámaras ($\phi$). Con un ángulo de inclinación de 45° el área aumenta hasta 45 $m^2$, mientras que en el caso de $\phi$=60° se obtiene una área de hasta 172 $m^2$, y cuando $\phi$=65° se obtiene un área de hasta 3000 $m^2$. A su vez, la figura 24 muestra un decremento en el área de cobertura conforme el parámetro $\alpha$ disminuye. Cabe mencionar que la importancia del parámetro $\alpha$ radica en mitigar la reflexión especular. Por último, puede observarse que el área de cobertura de las cámaras decrece al aumentar la distancia de separación ($B$).

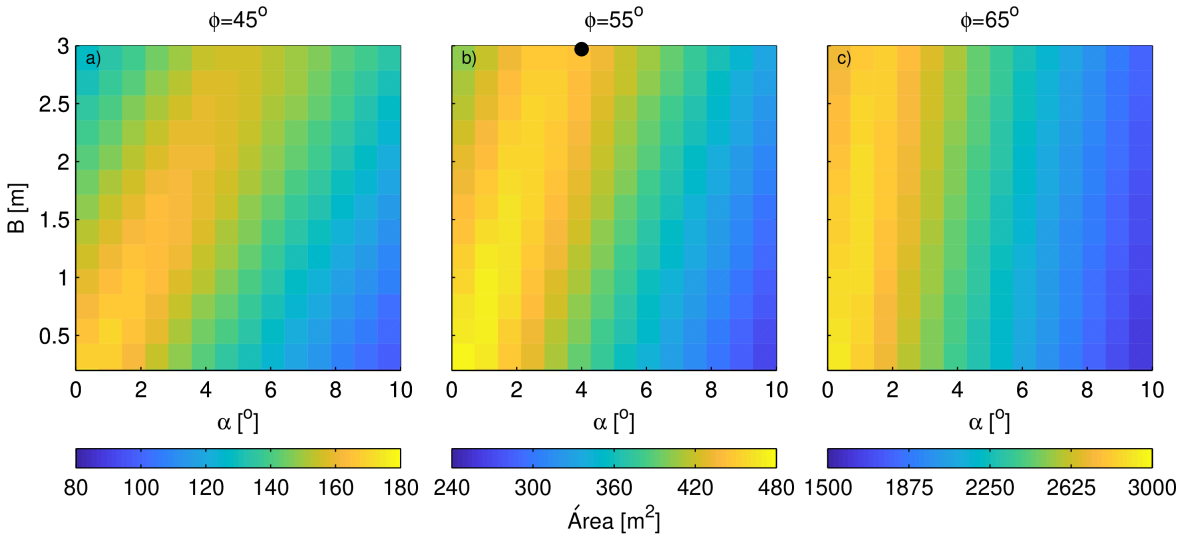



**Figura 24: Análisis de sensibilidad del área de visión del sistema de cámaras con dependencia en la separación ($B$), el ángulo de inclinación ($\phi$) y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras. La barra de color indica el área de visión de las cámaras en m$^2$.**

De forma análoga, se realiza un análisis de sensibilidad del error en la estimación de la altura del campo de olas ($er_{z'}$) de acuerdo con Benetazzo (2006):

$$er_z = \frac{\hat{Z}^2}{2|B|N} \frac{\sin 2\beta}{\cos(\beta + \alpha)^2} \tag{24}$$

Este error se conoce como error de resolución, y está influenciado por la distancia a la superficie ($\hat{Z}$), la distancia de separación ($B$), el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras y la resolución sus sensores ($N$). Los resultados de un análisis de sensibilidad en el cálculo del error en la estimación de la elevación de la superficie libre se muestran en la figura 25. Como puede observarse, el error aumenta principalmente con el ángulo de inclinación, el cual llega a presentar valores desde 0.02 m hasta 0.25 m con $\phi$=45°, desde 0.02 m hasta 0.37 m con $\phi$=55°, mientras que con $\phi$=65° pueden presentarse errores desde 0.04 m hasta 0.68 m. A su vez puede observarse que el error disminuye ligeramente al aumentar $B$ y $\alpha$.

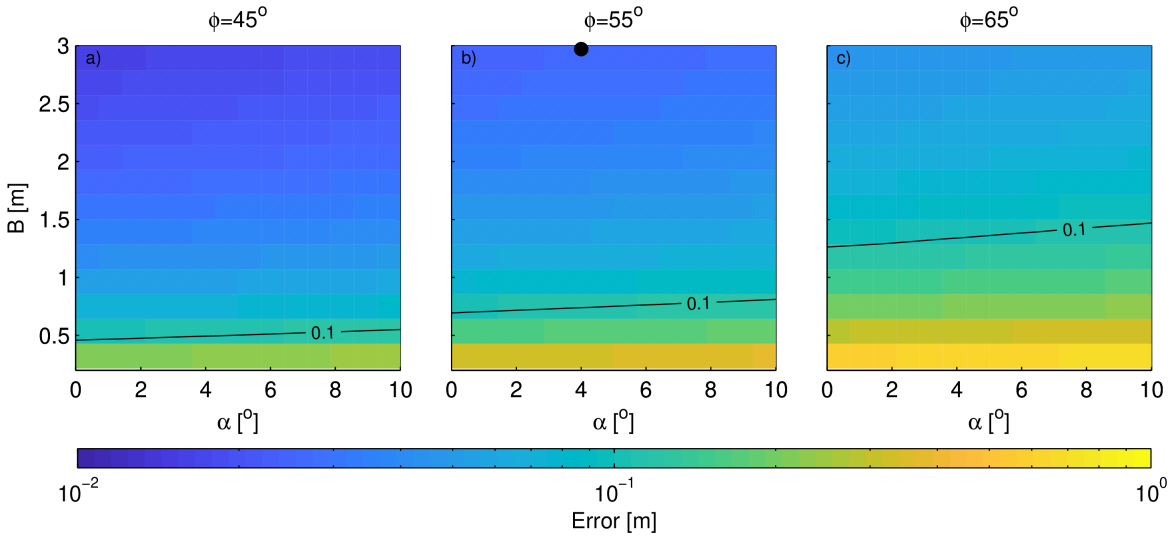



**Figura 25: Análisis de sensibilidad asociado al error en la estimación de la altura de la superficie libre por medio del sistema de cámaras con dependencia en la separación ($B$), el ángulo de inclinación ($\phi$) y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras.**

La comparación los resultados de los análisis de sensibilidad correspondientes al cálculo del área de visión de las cámaras y el error en la estimación de la elevación de la superficie libre sugiere que al aumentar el ángulo de inclinación de las cámaras ($\varphi$) puede obtenerse una mayor área de visión, pero a su vez se obtiene un mayor error. Así mismo, al disminuir la distancia de separación y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras puede obtenerse una mayor área de visión, pero de igual forma un mayor error en la estimación de la altura de las olas. A partir de estos resultados, se optó por elegir una configuración para el sistema de cámaras con $\phi$=55°, $B$=2.97 m y $\alpha$=4. Se utiliza este valor de $\alpha$ debido la presencia de reflexión especular en la región de medición. Con esta configuración es posible obtener un área de visión de alrededor de 438 m$^2$ con un error en la estimación en la altura de la superficie libre de 0.02 m.

Una vez determinada la configuración geométrica del sistema, el siguiente paso es el de configurar la razón de muestreo de las cámaras. Con la finalidad de sincronizar la captura de las imágenes por parte de las cámaras fotográficas y evitar un estancamiento de la información al momento se ser almacenadas, se utilizó un disparador automático programado con una frecuencia de muestreo de 5 Hz y un tiempo de adquisición de cada imagen de $3\times10^{-3}$ s.

La campaña de mediciones llevada a cabo en el muelle de Rosarito (figura 26) tuvo lugar entre las 13 y 16 horas del día 17 de diciembre de 2018 y fue compuesta por cuatro

experimentos (tabla 4).

**Figura 26: Vista de perfil de la estructura instalada en el muelle de Playas de Rosarito, B.C.**

**Tabla 4: Experimentos realizados en el Muelle de Rosarito.**

| Experimento | Hora de inicio | Frecuencia (Hz) | Duración (minutos) | Total de imágenes |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 13:06 | 5 | 9 | 2700 |
| 2 | 13:40 | 5 | 5 | 1500 |
| 3 | 14:00 | 5 | 11 | 3300 |
| 4 | 15:30 | 5 | 13 | 3900 |

En la figura 27 se muestra un ejemplo de un mapa de la elevación de la superficie del mar obtenido mediante el sistema WASS. En esta figura puede observarse que conforme las mediciones presentan una mayor distancia con respecto al arreglo de las cámaras, éstas cuentan con una menor resolución espacial, así como un mayor número de regiones sin datos debido a un efecto de sombra generado por el mismo oleaje.

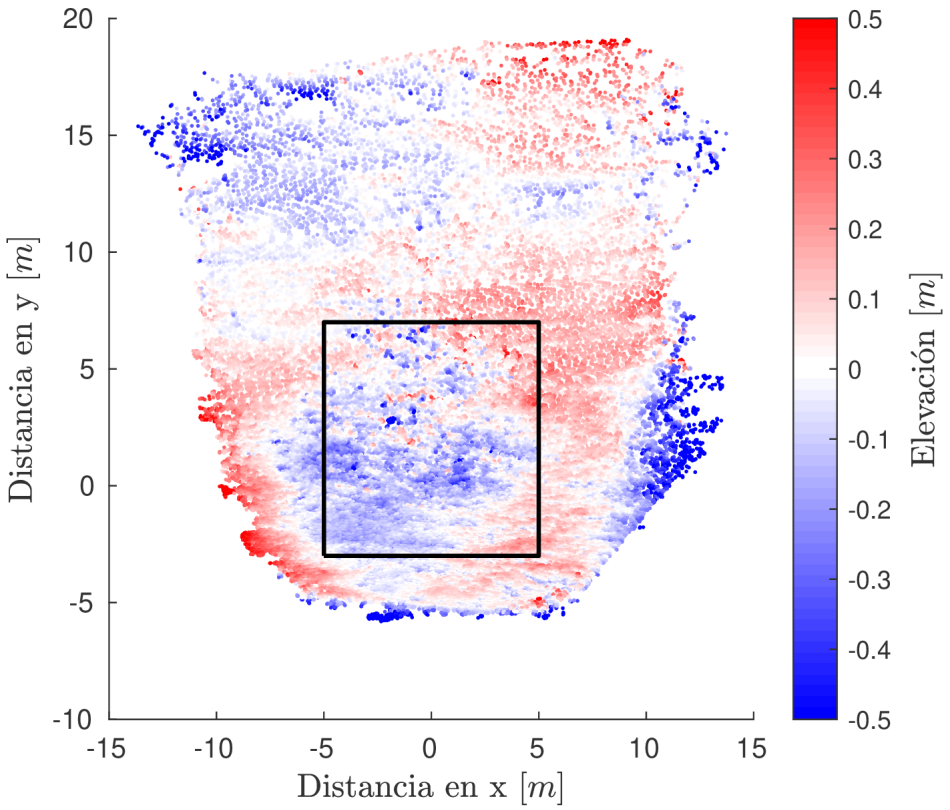



**Figura 27: Ejemplo de un mapa de elevaciones obtenido mediante el sistema WASS correspondiente al experimento 4. El recuadro negro representa la región a submuestrear con una resolución espacial de 0.02 m.**

Es por ello que para cada mapa de elevaciones se generó una submuestra de 10×10 m (recuadro color negro en figura 27), que posteriormente fue interpolada a una malla regular con una resolución espacial de 0.02 m. De esta forma, se obtuvieron mapas de 512×512 puntos.

## 3.4. Espectro tridimensional del oleaje

Uno de los grandes avances en cuanto al estudio del oleaje, es el poder representarlo en términos de una función de densidad espectral (Pierson y Marks, 1952). Para ello es necesario transformar mediciones de la superficie libre ($\eta$) en espacio y/o tiempo a los dominios del número de onda ($\mathbf{k}$) y/o frecuencia ($f$), respectivamente. De esta forma es posible describir un conjunto de datos de la superficie libre como la suma de un gran número de componentes armónicas (Holthuijsen, 2010). A continuación se realizará una descripción de la metodología a seguir para obtener un espectro tridimensional del oleaje a partir de mediciones de la evolución espacio–temporal de la superficie libre. Posteriormente, se obtendrán espectros

tridimensionales a partir de los datos de la superficie libre recopilados a lo largo de la campaña de mediciones. A partir de los espectros tridimensionales se obtendrán espectros en función de la frecuencia y el vector número de onda, con los cuales se realizará una descripción de las condiciones de oleaje que se presentaron durante la campaña de mediciones.

Para descomponer una serie de tiempo que muestre la evolución temporal de un campo de elevaciones de la superficie libre en un conjunto de armónicos en función del número de onda y la frecuencia, es necesario aplicar la transformada de Fourier en tres dimensiones (FFT3D):

$$F(k_x, k_y, f) = \sum_{x=-\infty}^{\infty} \sum_{y=-\infty}^{\infty} \sum_{t=-\infty}^{\infty} \eta(x, y, t) e^{i(k_x x + k_y y)} \cdot e^{-i(2\pi\omega_t t)}, \tag{25}$$

en donde $\eta(x, y, t)$ representa un conjunto de datos de la superficie libre en función del espacio y el tiempo, $k_x$ y $k_y$ corresponden a las componentes del vector número de onda $\mathbf{k}$, mientras que $\omega = 2\pi f$ hace referencia a la frecuencia angular. El espectro $F(k_x, k_y, f)$ está calculado en función de las componentes $k_x$, $k_y$ y $f$ en forma discreta. Por lo tanto, para obtener un espectro de densidad de energía espectral, es necesario multiplicar el espectro obtenido por su conjugado ($^*$), para posteriormente repartir su energía en bandas de frecuencia y número de onda:

$$\hat{S}(k_x, k_y, f) = \frac{F(k_x, k_y, f) F^*(k_x, k_y, f)}{dk_x dk_y df}. \tag{26}$$

El conjunto de armónicos que es obtenido con la transformada de Fourier depende de dos variables independientes: amplitud y fase (Foster, 1996). A partir de este número de variables independientes, estadísticamente se obtienen dos grados de libertad. Con la finalidad de obtener confiabilidad estadística, se utiliza el método de los periodogramas de Welch (Emery y Thomson, 2014). Esta técnica consiste en dividir la serie de tiempo en segmentos con una misma duración, para posteriormente calcular sus espectros y finalmente promediarlos:

$$S(k_x, k_y, f) = \frac{1}{N_s} \sum_{n_s=1}^{N_s} \hat{S}_{n_s}(k_x, k_y, f), \tag{27}$$

donde $N_s$ corresponde al número de segmentos en los que se dividió la serie temporal, mientras que $n_s$ indica el número del segmento con el que se trabaja. El número de grados de libertad ($n_{\text{gdl}}$) que se obtiene al aplicar el método del periodograma de Welch depende de la duración

de la serie de tiempo ($\hat{T}$) y la duración de los segmentos ($\hat{B}$), de tal forma que:

$$n_{\text{gdl}} = 2\hat{T}\hat{B}. \tag{28}$$

El número de grados de libertad obtenido para los cuatro experimentos se muestra en la tabla 5.

**Tabla 5: Grados de libertad correspondientes a los espectros tridimensionales de cada experimento.**

| Experimento | Grados de libertad |
|---|---|
| 1 | 18 |
| 2 | 10 |
| 3 | 22 |
| 4 | 26 |

Cabe mencionar que a cada segmento de la serie temporal se le removió su promedio y tendencia para evitar la posible influencia de los mismos en las componentes de baja frecuencia del espectro resultante. A su vez, la matriz tridimensional $\eta(x, y, t)$ se convolucionó con ventana una Hanning tanto en el dominio temporal como espacial. De esta forma se reduce la cantidad de energía que se fuga de un lóbulo del espectro hacia lóbulos adyacentes, lo que evita el enmascaramiento o la distorsión de la energía en las diferentes regiones del espectro (Emery y Thomson, 2014).

### 3.4.1. Espectro del oleaje en función de la frecuencia.

Con la finalidad de obtener un espectro en frecuencia $S(f)$, a partir de un espectro tridimensional $S(k_x, k_y, f)$, es necesario integrar el espectro en las componentes $k_x$ y $k_y$ del espectro, de tal forma que,

$$S(f) = \int S(k_x, k_y, f) dk_x dk_y. \tag{29}$$

El número de grados de libertar que corresponde a los espectros en función de la frecuencia, es igual al número de grados de libertar de los espectros tridimensionales multiplicado por el número de puntos que conforma la malla regular (512×512 puntos) con la que se calculan los espectros. El número de grados de libertad obtenido para los cuatro experimentos se muestra en la tabla 6.

**Tabla 6: Grados de libertad correspondientes a los espectros en función de la frecuencia de cada experimento.**

| Experimento | Grados de libertad |
|---|---|
| 1 | 4718592 |
| 2 | 2621440 |
| 3 | 5767168 |
| 4 | 6815744 |

Los espectros en frecuencia obtenidos a partir de los espectros tridimensionales correspondientes a los experimentos realizados durante la campaña de mediciones se muestran en la figura 28. Las curvas color gris hacen referencia a los espectros generados a partir de cada segmento, con duración de un minuto, que componen cada experimento. En cambio, las curvas de color corresponden a los espectros promedio de cada experimento y las curvas color negro a su desviación estándar. Al comparar los espectros de cada segmento con los espectros promedio correspondientes, puede observarse que el promedio de la energía de los espectros de los experimentos 1, 2 y 3 es hasta dos veces más importante que su variabilidad en frecuencias menores que $1\times10^{-1}$ Hz (correspondiente a periodos $\sim$10 s). En el intervalo de frecuencias que comprende entre $1\times10^{-1}$ Hz y $3\times10^{-1}$ Hz, tanto la variabilidad como el promedio de la energía presentan el mismo nivel de importancia en los experimentos 1 y 3. En cambio en el experimento 2, en este mismo intervalo de frecuencia, la energía promedio es hasta 1.5 veces mayor que su variabilidad. La variabilidad de la energía presente en frecuencias mayores que $3\times10^{-1}$ Hz, es mayor (hasta dos veces más importante) que la energía promedio en los experimentos 1 y 3, mientras que en el experimento 2 es muy pequeña. En contraste

con los casos antes mencionados, tanto la variabilidad como el promedio de la energía del espectro del experimento 4 presentan el mismo nivel de importancia. Este análisis muestra que en la mayoría de los experimentos (1, 2 y 3) se presentó poca variabilidad en la energía de los espectros asociada a oleaje con periodos mayores que ∼10 s, y mayor variabilidad en olas con periodos entre 10 s y 3 s.

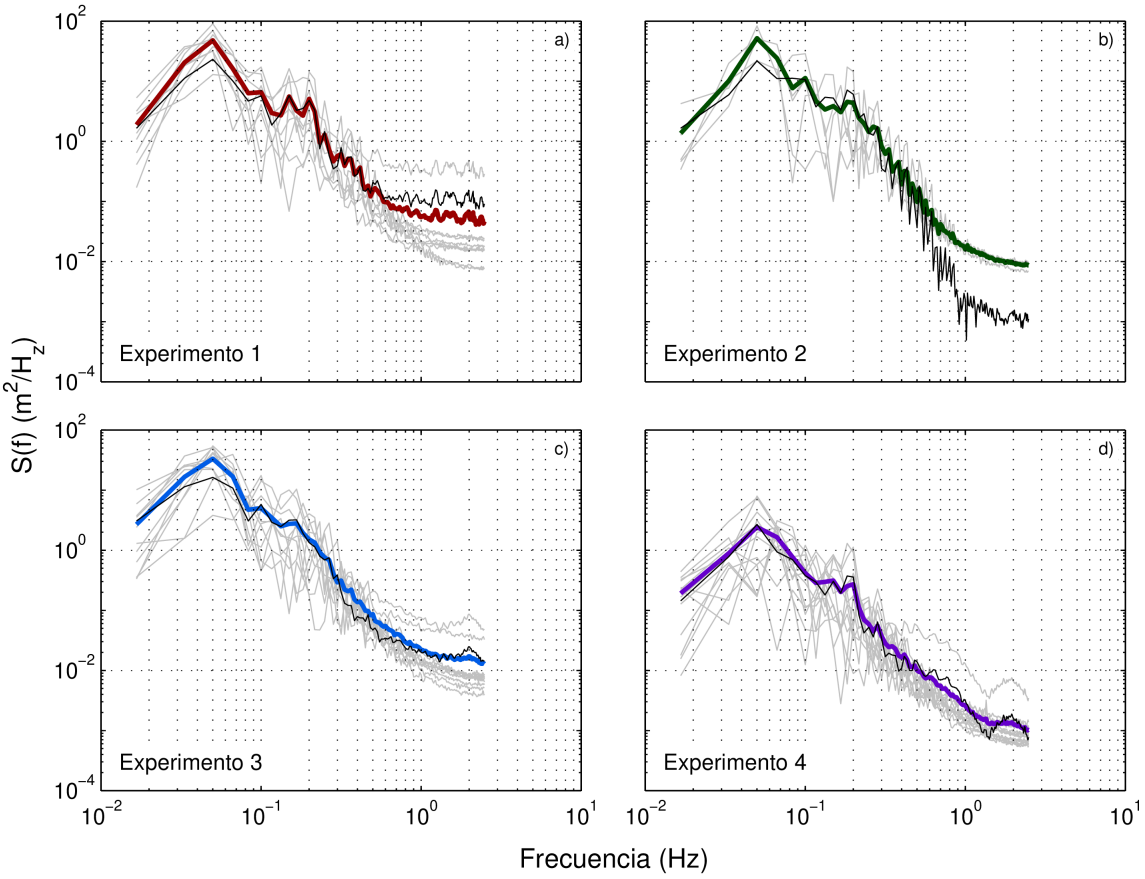



**Figura 28: Espectro omnidireccional en función de la frecuencia de los 4 experimentos. En cada panel las líneas grises representan el espectro en frecuencia calculado para cada segmento del total del experimento, mientras que las líneas de color indican el espectro promedio para cada experimento. La línea negra indica la desviación estándar de cada experimento.**

Al comparar la energía promedio de los espectros correspondientes a los diferentes experimentos (figura 29), puede distinguirse la presencia de dos sistemas de oleaje. El sistema con mayor energía ($\sim 5\times10^{-1}$ m$^2$Hz$^{-1}$) tiene periodo de 20 s, mientras que el sistema con menor energía (entre $2\times10^{0}$ y $6\times10^{0}$ m$^2$Hz$^{-1}$) un periodo de entre 6.5 y 4 s. A su vez puede apreciarse que en los experimentos 1, 2 y 3; la distribución de la energía del los espectros es similar para las olas con periodos entre los 20 ($5\times10^{-2}$ Hz) y 1.5 s ($6\times10^{-1}$ Hz). En el caso de periodos menores a 1.5 s, el espectro que corresponde al experimento 1 presenta energía del orden de $1\times10^{-1}$, mientras que en los experimentos 2 y 3 llega a ser hasta un orden

de magnitud menor. En contraste, la energía del espectro del experimento 4 es un orden de magnitud menor en comparación con los experimentos 1, 2 y 3.

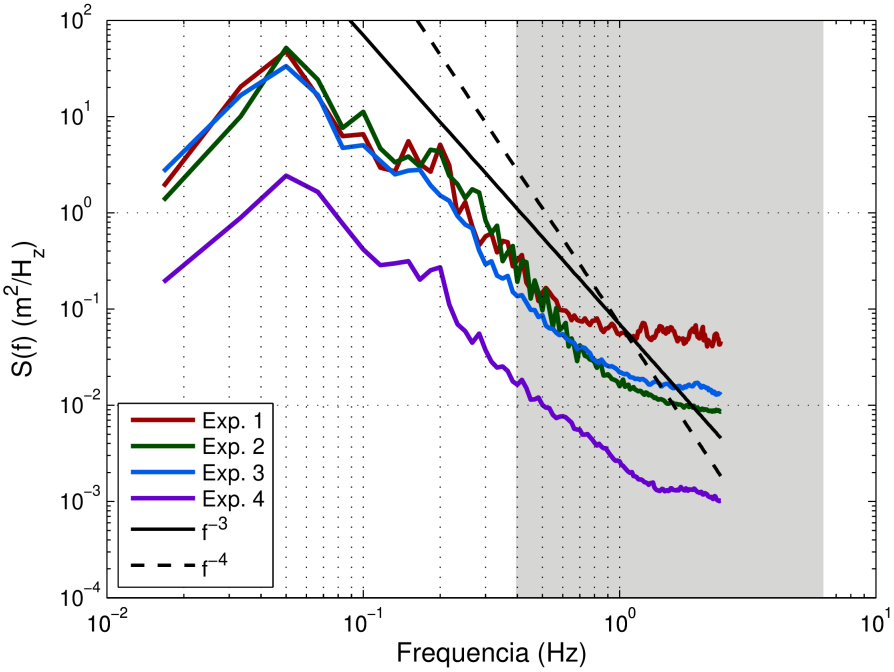



**Figura 29: Comparación de los espectros omnidireccionales en función de la frecuencia. Las líneas de color indican el espectro promedio de cada experimento, mientras que las líneas negras (continua y segmentada) indican la razón del decaimiento de energía. El contorno color gris muestra el intervalo de frecuencias equivalente a las componentes de número de onda ($k$) que pueden resolverse en función de la configuración geométrica y características del sistema fotográfico.**

De acuerdo con Zakharov (1999), si la densidad de energía del oleaje es proporcional a $f^{-3}$ y $f^{-4}$, el oleaje se encuentra en equilibrio con el viento. La región del espectro que presenta este comportamiento en función de la frecuencia es denominado rango inercial. Por medio de un análisis de la saturación del espectro del oleaje (figura 30), el cual se obtiene al multiplicar la energía del espectro $S(f)$ por las razones de decaimiento de la energía ($f^{-3}$ y $f^{-4}$), se observa que la energía de los espectros correspondientes a los experimentos 1 y 3 presentan un decaimiento similar al de $f^{-3}$ en el intervalo de frecuencias que comprenden entre $3\times10^{-1}$ Hz y $6\times10^{-1}$ Hz (oleaje con periodos de entre 3.33 y 2 s). Así mismo, el experimento 2 presenta un decaimiento asociado a $f^{-4}$ en el mismo intervalo de frecuencias, por lo que se puede inferir que los espectros de la energía del oleaje en estos tres experimentos se encuentran fuertemente influenciados por el viento en este intervalo de frecuencias. Las disminución de la energía de los espectros en frecuencia del oleaje obtenida en este trabajo concuerdan con las obtenidas por Benetazzo *et al.* (2012). En uno de los experimentos realizados por Benetazzo *et al.* (2012)

se presenta un rango inercial que alcanza frecuencias de hasta $1.5\times10^{-1}$ Hz, comportamiento que puede ser asociado a la presencia de vientos de hasta 17.9 $ms^{-1}$. Debido a que el oleaje medido en muelle de Rosarito con frecuencias mayores que $2\times10^{-1}$ no concuerda con las curvas teóricas propuestas por Zakharov (1999), puede inferirse que la energía del espectro en estas frecuencias aún no se ha saturado, o que el oleaje proviene de regiones remotas. Por otro lado, en los cuatro experimentos se puede observar que la energía de los espectros presentan una menor razón de decaimiento en frecuencias mayores a $5\times10^{-1}$, en contraste con los resultados obtenidos por Benetazzo *et al.* (2012), quienes observan que la energía es proporcional a $f^{-5}$ y los asocian a procesos de rompimiento del oleaje y disipación.

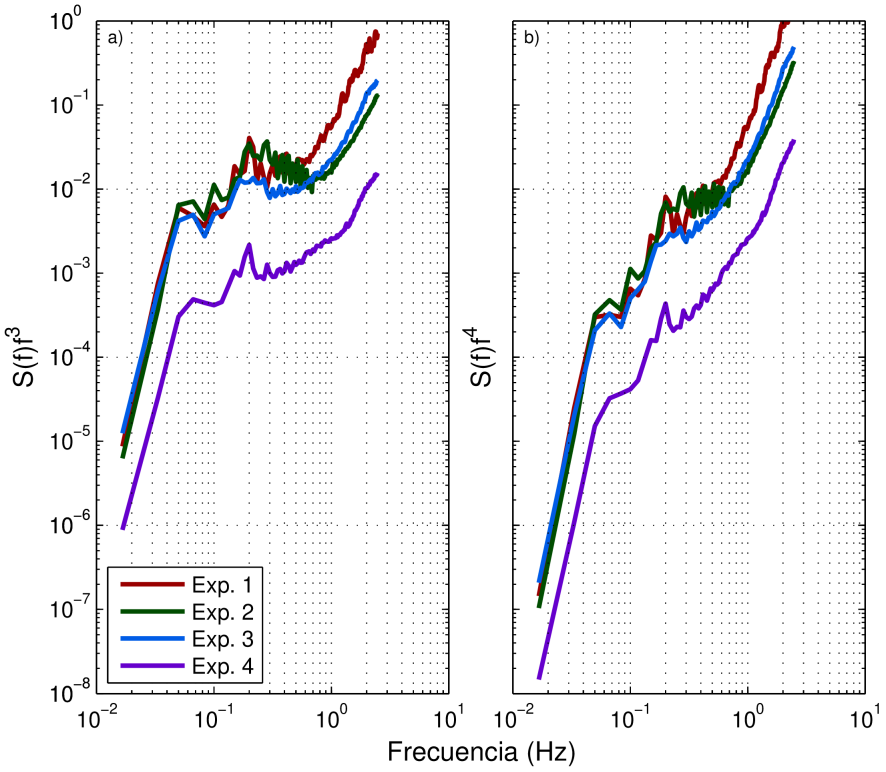



**Figura 30: Comparación de la saturación de los espectro promedio de cada secuencia. Izquierda: saturación del espectro en función de $f^{-3}$. Derecha: saturación del espectro en función de $f^{-4}$.**

Con la finalidad de comprobar la presencia de oleaje remoto en la región de estudio, se analizan datos de oleaje que fueron medidos en la boya 48086 del NDBC (National Data Buoy Center), misma que se encuentra a aproximadamente 60 km del área de mediciones. En la figura 31 se muestra la evolución temporal de la energía del espectro en frecuencia del oleaje $S(f)$ durante un periodo que comprende del 15 al 20 de diciembre de 2018.

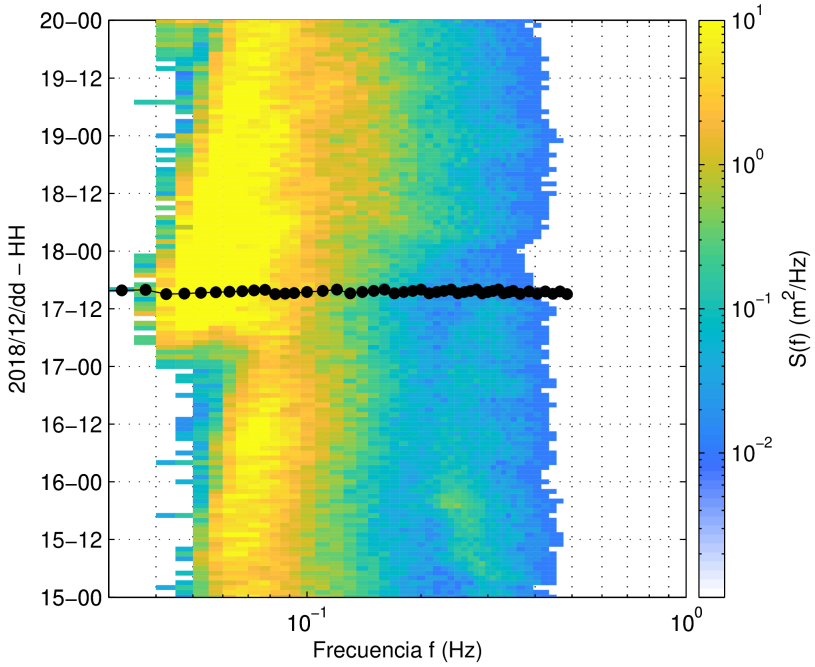



**Figura 31: Evolución temporal del espectro en función de la frecuencia. La línea punteada indica la frecuencia y la energía el oleaje medida en la boya 46086 presente al momento de realizar las mediciones en el muelle Rosarito.**

Entre los días 15 y 17, se observa la presencia de oleaje con un periodo de alrededor de 14 s, el cual es asociado al oleaje más energético en este intervalo de tiempo. Posteriormente, se observa la llegada de oleaje con mayor energía y un periodo de hasta 20 s. Debido a la distancia a la que se encuentra la boya 46086 con respecto al la estación de medición en Rosarito, fue necesario calcular la velocidad de propagación del oleaje por medio de la relación de dispersión para aguas profundas. De esta forma puede caracterizarse el oleaje de baja frecuencia medido en la boya 48086 presente en Rosarito al momento de realizar las mediciones del campo de la elevación de la superficie libre con el arreglo de cámaras:

$$\omega^2 = gk\tanh(kh). \tag{30}$$

La velocidad de fase se calculó mediante:

$$c_p = \frac{g}{2\pi}T, \tag{31}$$

en donde $g$ es la aceleración de gravedad y $T$ es el periodo de la ola. Una vez que se obtiene

la velocidad de fase, es posible estimar la velocidad de grupo:

$$c_g = \frac{1}{2} c_p, \tag{32}$$

y de esta manera conocer el tiempo que tarda el oleaje en recorrer los 60 km que separan a la boya 48086 del muelle ubicado en Rosarito.

Los puntos color negro presentes en la figura 31, muestran tanto la frecuencia como la energía del oleaje medido en la boya que se encontraría en las playas de Rosarito al momento de realizar la campaña de medición con el arreglo de cámaras fotográficas. Una comparación de este espectro (curva color negro) y los obtenidos mediante el sistema WASS se muestra en la figura 32, en donde puede observarse que tanto la energía como la frecuencia del oleaje remoto (alrededor de 20 s) medido en la boya 46086 concuerda con las estimaciones del sistema WASS.

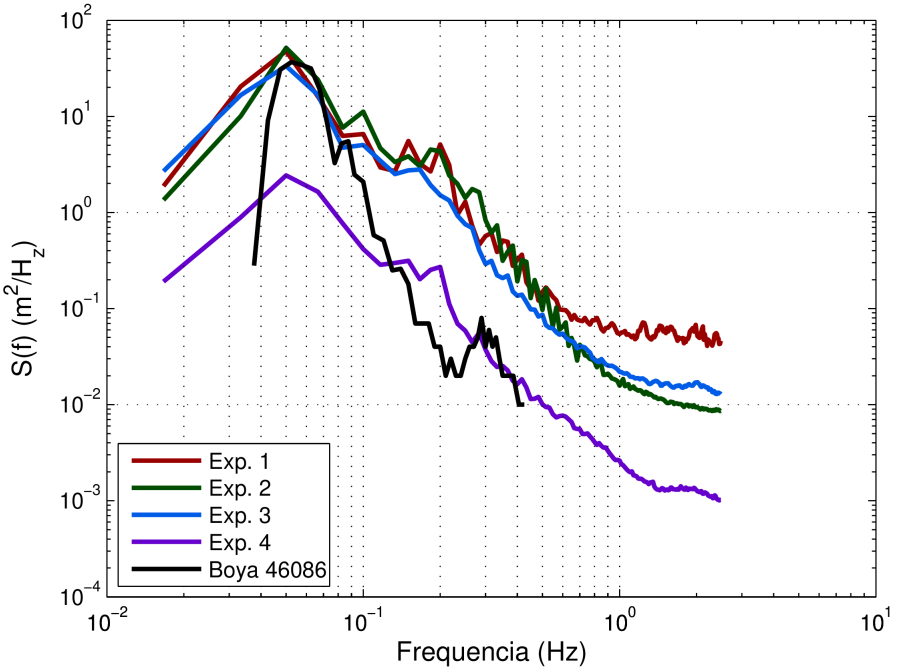



**Figura 32: Comparación de los espectros omnidireccionales en función de la frecuencia. Las líneas de color indican el espectro promedio de cada experimento, mientras que la línea negra representa el espectro en frecuencia de la boya 46086.**

### 3.4.2. Espectros en función del vector número de onda.

Para obtener un espectro en función del número de onda $S(k_x, k_y)$, a partir de un espectro tridimensional $S(k_x, k_y, f)$, es necesario integrar el espectro en función de la frecuencia, de tal forma que,

$$S(k_x, k_y) = \int S(k_x, k_y, f)df. \tag{33}$$

El número de grados de libertar que corresponde a los espectros en función del número de onda, es igual al número de grados de libertar de los espectros tridimensionales multiplicado por el número de segundos que conforma la duración de cada experimento El número de grados de libertad obtenido para los cuatro experimentos se muestra en la tabla 7.

**Tabla 7: Grados de libertad correspondientes a los espectros en función del número de onda de cada experimento.**

| Experimento | Grados de libertad |
|---|---|
| 1 | 48600 |
| 2 | 15000 |
| 3 | 72600 |
| 4 | 101400 |

Como se mencionó en la sección 3.3.2, para el cálculo de los espectros se tomó una submuestra de 10×10 m de los campos de la superficie libre para posteriormente interpolarlos a una malla con una resolución de 0.02 m. Es por ello que el mayor y menor número de onda que pueden resolverse corresponden a 156.77 y y 0.63 rad/m, con componentes de longitud de onda 0.04 10 m, respectivamente.

Con la finalidad de observar la dirección de propagación de las olas con mayor energía a partir de las estimaciones del sistema WASS (números de onda entre 0.63 rad/m y 20.06 rad/m), en la figura 33 se muestran los espectros direccionales en función de las componentes del número de onda ($S(k_x, k_y)$) obtenidos durante los cuatro experimentos que componen

la campaña de medición. Cabe aclarar que la dirección de propagación de las olas obtenida al estimar los espectros en función del número de onda se caracterizan por presentar una ambigüedad de 180°, ya que dos sistemas de olas que viajan en dirección contraria producen un espectro idéntico (Coble *et al.*, 1998; Violante-Carvalho y Robinson, 2004; Benetazzo *et al.*, 2016). A pesar del problema de la ambigüedad de los 180°, en los cuatro experimentos es posible distinguir un sistema de olas que proviene del noroeste (∼325°) y otro con oleaje del suroeste (∼235°). Al relacionar la dirección del viento medido a alrededor de 5 km de la localidad de estudio, puede inferirse que el primer sistema de olas es generado localmente por efecto del viento. En cambio, el hecho de que la dirección de propagación del segundo sistema está orientada de forma perpendicular a la línea de costa (figura 20) sugiere que este se encuentra asociado al sistema de oleaje remoto detectado por la boya 46086 al noroeste de la región de estudio (figura 32). Esta modificación en la dirección del oleaje remoto se debe al fenómeno de refracción, mismo que se asocia al asomeramiento del oleaje, e induce que las crestas de las olas se alineen de forma paralela a la costa (Bell, 1999; Adams *et al.*, 2002). A su vez, es importante resaltar que la energía de los espectros de los cuatro experimentos se concentra en olas con longitudes de onda entre 10 m y 1 m.

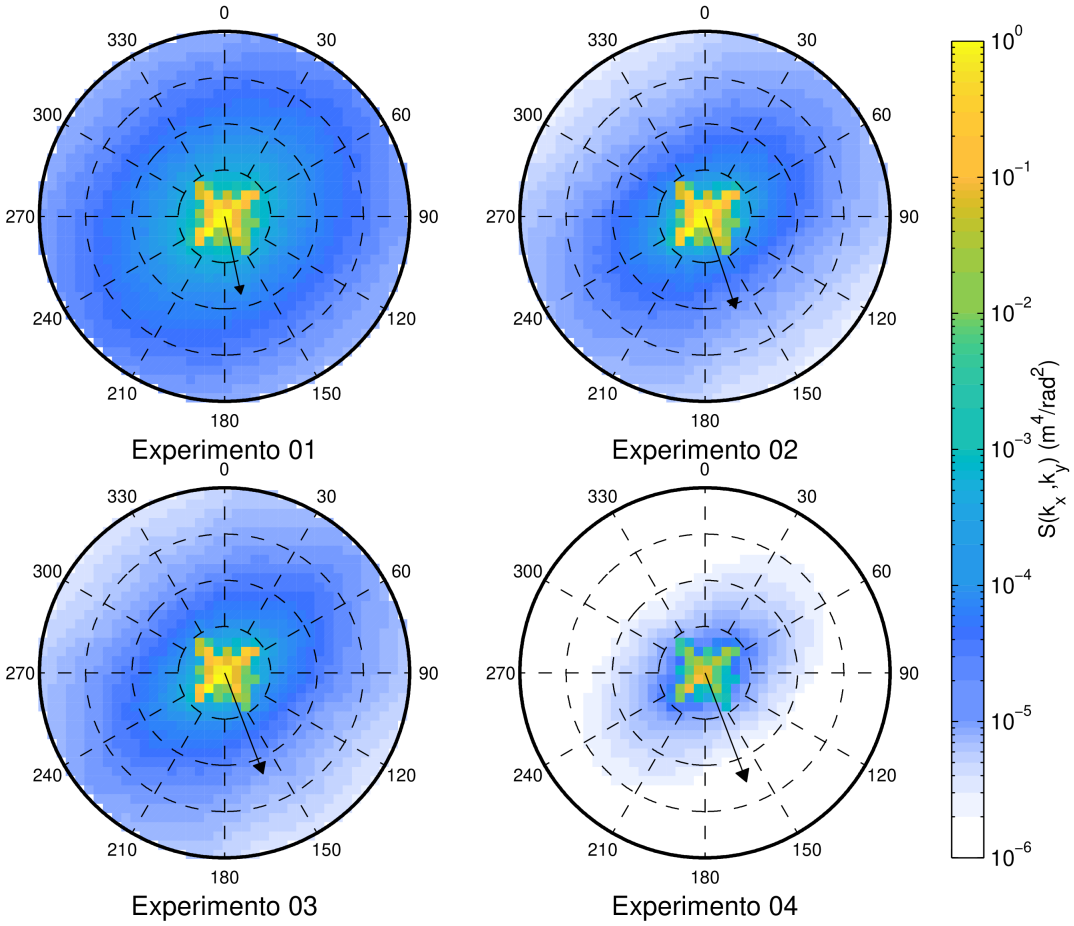



**Figura 33: Espectro $S(k_x, k_y)$ de los 4 experimentos. Los contornos indican los número de onda 5.01, 10.03, 15.04 y 20.06 $radm^{-1}$, los cuales equivalen a ondas con longitudes de 1.25, 0.6, 0.4 y 0.3 m, respectivamente. La flecha negra indica la dirección del viento medida en la estación climatólogica del SIH.**

Con el propósito obtener más información de los espectros en número de onda, se optó por calcular el espectros omnidireccional $S(k)$ al integrar las posibles combinaciones de las componentes $k_x$ y $k_y$ del espectro $S(k_x, y_y)$ que comparten el mismo módulo:

$$S(k) = \int S(k_x, k_y) dk. \tag{34}$$

Los espectros omnidireccionales correspondientes a los diferentes experimentos se muestran en la figura 34. Las curvas color gris hacen referencia a los espectros generados a partir de los segmentos de tiempo, con duración de un minuto, que componen cada experimento. En cambio, las curvas de color corresponden a los espectros promedio de cada experimento y las curvas color negro a su desviación estándar. Al comparar los espectros de cada segmento con los espectros promedio, puede observarse que en todos los experimentos el promedio de

la energía asociada al menor número de onda que puede resolverse es hasta dos veces más importante que su variabilidad. La variabilidad de la energía asociada a las componentes restantes del espectro del experimento 1 es hasta dos veces más importante que su promedio. En cambio en el experimento 2, puede observarse una región entre los números de onda $1{\times}10^1$ rad/m (0.63 m) y $5{\times}10^1$ rad/m (0.12 m) donde el promedio es hasta dos veces más importante que su variabilidad. Para el caso de los experimentos 2 y 4, puede observarse que la energía de los espectros asociados a los segmentos de un minuto es muy similar a la observada en los espectros promedio.

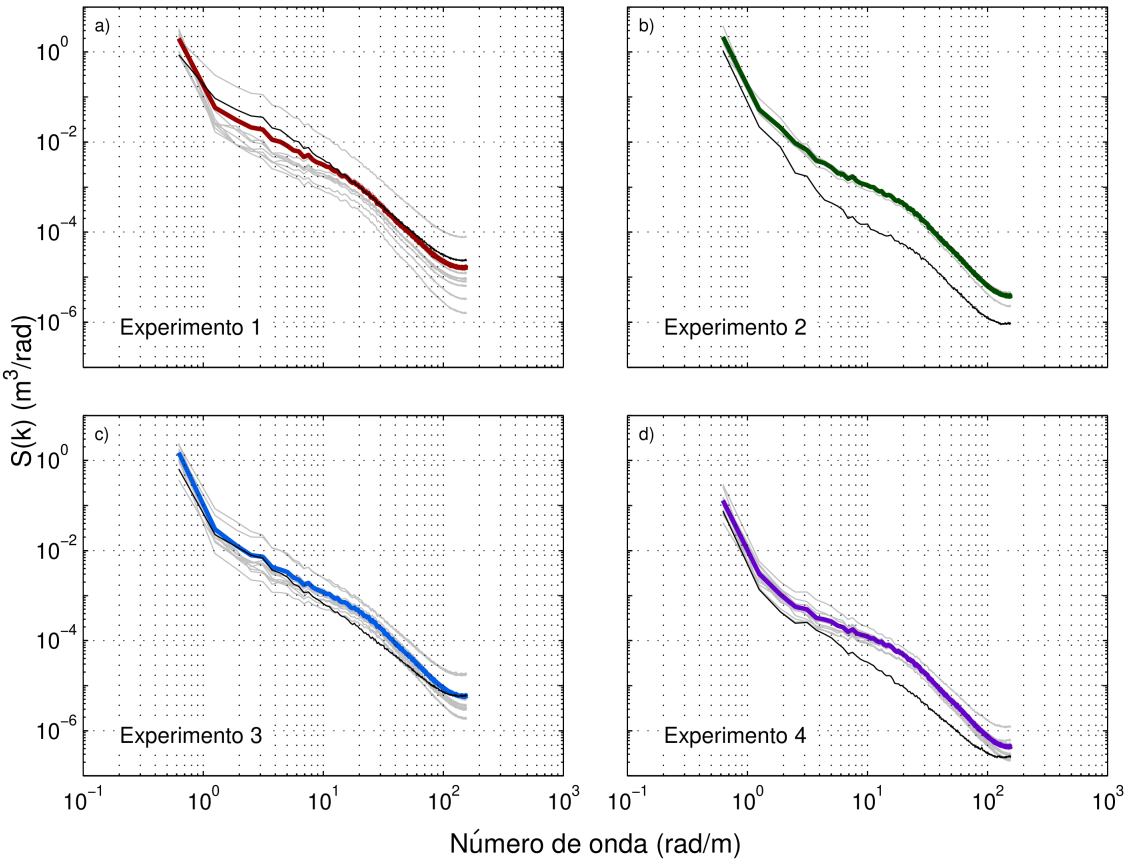



**Figura 34: Espectro unidireccional en función del vector número de onda de los 4 experimentos. En cada panel las líneas grises representan el espectro número de onda calculado para cada segmento del total del experimento, mientras que las líneas de color indican el espectro promedio para cada experimento.**

Al comparar la energía promedio de los espectros correspondientes a los diferentes experimentos (figura 35), puede observarse que la energía promedio de los espectros correspondientes a los cuatro experimentos presenta una distribución simular. Sin embargo, fácilmente puede distinguirse que la energía del espectro asociada al experimento 4 hasta dos ordenes de magnitud menor en comparación con los otros experimentos. La distribución de la energía

de los experimentos 1, 2 y 3 en los diferentes números de onda que componen los espectros es bastante similar. La energía asociada al menor número de onda (0.63 rad/m) en los tres experimentos es de alrededor de $1\times10^{0}$ m$^3$/rad, la cual decrece hasta $\sim4\times10^{-1}$ en los $1.2\times10^{0}$ rad/m (5.23 m). Posteriormente, la energía de los espectros decrece y forma un lóbulo con un máximo de energía de al rededor de $2\times10^{-3}$ m$^3$/rad en los $2\times10^{1}$ rad/m (0.31 m), la cual decrece hasta llegar a los $1\times10^{-5}$ m$^3$/rad en los $1\times10^{2}$ rad/m (0.06 m).

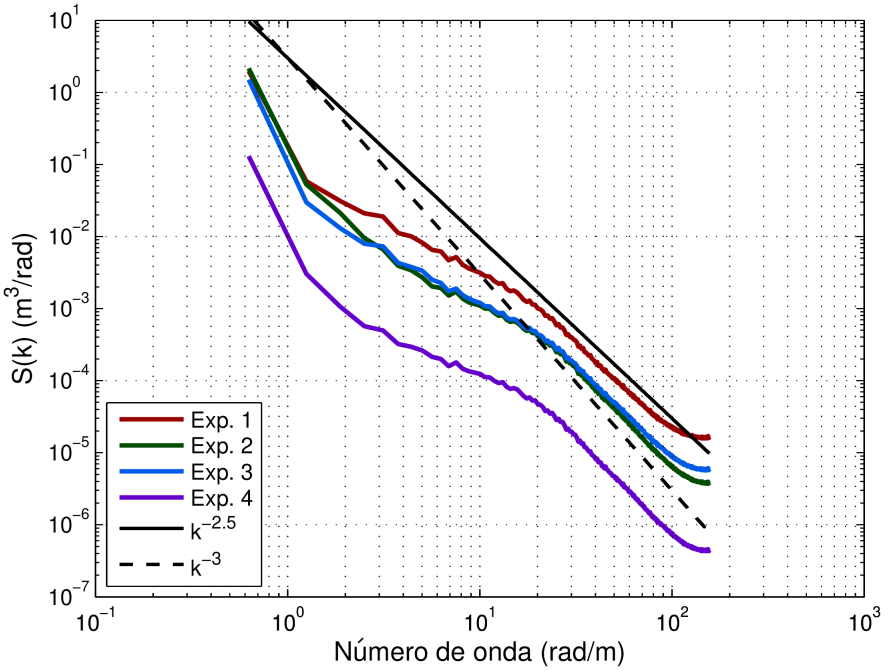



**Figura 35: Comparación de los espectros omnidireccionales en función del vector número de onda. Las líneas de color indican el espectro promedio de cada experimento, mientras que las líneas negras (continua y segmentada) indican la razón del decaimiento de energía.**

Con la finalidad evaluar si el decaimiento de la energía de los espectros omnidireccionales puede ser asociado a una pendiente teórica, los espectros son comparados con las curvas de la razón del decaimiento de la energía del oleaje proporcionales a $k^{-2.5}$ rad/m y $k^{-3}$ rad/m propuestas por (Zakharov, 1999; Banner *et al.*, 1989; figura 35). Por medio de un análisis de la saturación de los espectros (figura 36), puede observarse que la energía asociada al intervalo de número de onda conformado por $2\times10^{1}$ rad/m (0.31 m) y $1\times10^{2}$ rad/m (0.06 m) es proporcional a $k^{-2.5}$. Este resultado no coincide con los obtenidos por otros trabajos (Benetazzo *et al.*, 2012, 2016; Romero y Melville, 2010), en los que se encontraron espectros con pendientes correspondientes a $k^{-2.5}$ en números de onda menores que $1\times10^{1}$. Estas diferencias pueden ser atribuidas a asomeramiento del oleaje, debido a que la localidad de estudio se encuentra a alrededor de 400 m de la costa, y presenta una profundidad aproximada de 6

m.

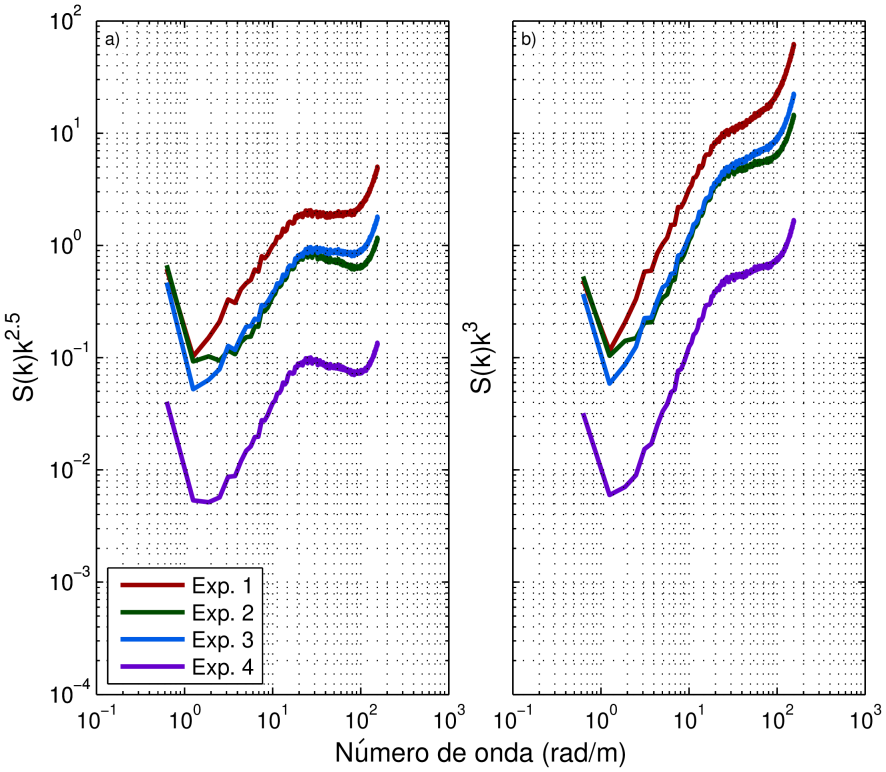



**Figura 36: Comparación de la saturación de los espectro promedio de cada secuencia. a) saturación del espectro en función de $k^{-2.5}$. b) saturación del espectro en función de $k^{-3}$.**

# Capítulo 4. Implementación del sistema WASS en un marco de referencia no inercial

Hasta ahora se han analizado resultados de la reconstrucción de la superficie libre obtenidos a partir de una implementación del sistema WASS desde una plataforma fija. En esta sección se analizan diferentes configuraciones del sistema de cámaras con la finalidad de obtener una configuración óptima para ser utilizado desde una estructura móvil. A su vez, se analizan los desplazamientos lineales y los movimientos angulares que presenta la estructura, así como su posible efecto en la cobertura espacio–temporal del área de visión del arreglo de cámaras.

## 4.1. Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina (BOMM)

La Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina (BOMM; figura 37) es una plataforma diseñada para medir variables tanto oceanográficas como meteorológicas cerca de la interfaz océano–atmósfera. Esta boya se divide en 3 partes: el mástil (4 m de altura), la caja (3.5 m de altura) y el pie (6.5 m de altura). En el mástil se encuentra una estación meteorológica, un anemómetro sónico y paneles solares, además de un generador eólico. La caja es una estructura tubular con forma pentagonal, la cual está instrumentada con un arreglo de 6 cables de capacitancia con los que es posible estimar la elevación de la superficie libre del mar. Estos alambres se encuentran distribuidos de tal forma que permitan estimar el espectro del oleaje en función de la frecuencia, la dirección y el vector número de onda a partir de la metodología propuesta por Donelan *et al.* (1996). El pie cuenta con sensores para medir corrientes superficiales y variables químicas. Además, contiene cilindros con baterías, un sistema electrónico de control y un sensor de movimiento. En la tabla 8 se muestran los detalles de los principales instrumentos con los que cuenta la boya. La BOMM está sujeta a una boya de marcación (*theter*; figura 38), misma que se encuentra anclada al fondo mediante un peso de dos toneladas.

**Tabla 8: Lista de los principales instrumentos montados en la BOMM (Peláez-Zapata, 2018).**

| **Sensor** | **Referencia** | **Tasa de muestreo** | **Altura snmm** |
|---|---|---|---|
| Anemómetro sónico | Gill R3-100 | 100 Hz | 6 m |
| Estación meteorológica | Gill Maximet GMX-600 | 1 Hz | 4.5 m |
| Alambres de capacitancia | OSS Wave Staff | 20 Hz | +1.5, −2 m |
| Sensor de movimiento | SBG Systems Ekinox-M | 100 Hz | −7.8 m |
| CTD+pH+$O_2$ | RBR-Concerto | 10 Hz | −7.8 m |

**Figura 37: Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina. La altura del mástil es de 4m, mientras que la caja de 3.5m. La altura aproximada a la que se instalarían las cámaras es ∼5 m.**

A partir del sensor de movimiento, es posible caracterizar el comportamiento de la boya en los seis grados de libertad de su movimiento (figura 38). De esta forma, es posible calcular los desplazamientos de avance (*surge*), deriva (*sway*) y arfada (*heave*) en las direcciones $x$, $y$ y $z$. A su vez, pueden estimarse las velocidades angulares de alabeo (*pitch*), cabeceo (*roll*) y guiñada (*yaw*) alrededor de cada uno de los ejes de coordenadas del sistema de referencia (figura 38). Este sensor utiliza un sistema de coordenadas de "mano derecha", por lo que el eje $x$ apunta en la dirección de la boya de marcación *theter*, el eje $y$ apunta a 90° del eje $x$ y el eje $z$ positivo apunta en dirección de la fuerza de gravedad. Por lo tanto, a partir de este conjunto de información es posible conocer tanto los movimientos lineales, como la inclinación y orientación de la BOMM.

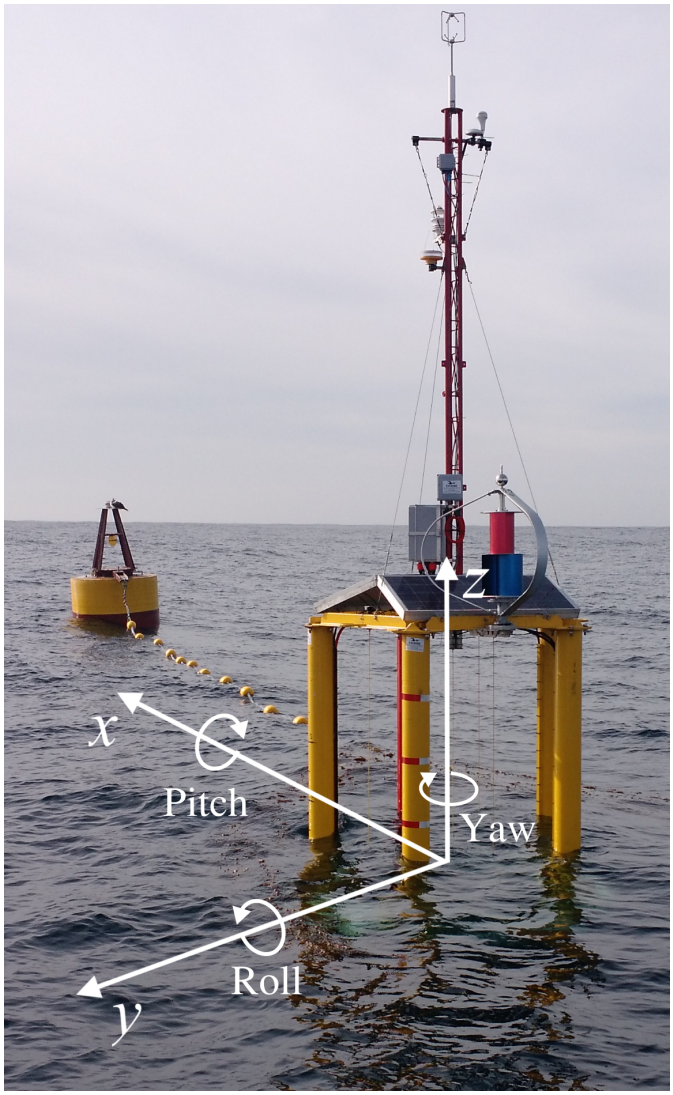



**Figura 38: Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina. La altura del mástil es de 4 m, mientras que la caja de 3.5 m. La altura aproximada a la que se instalarían las cámaras es ∼5 m.**

### 4.1.1. Configuración del arreglo de cámaras.

El arreglo de cámaras se colocará a una altura aproximada de 5 m sobre el nivel del mar, y la distancia de separación entre las cámaras ($B$) podrá ser hasta de 1.5 m. Para definir los parámetros restantes de la configuración del sistema de cámaras, es necesario realizar un análisis de sensibilidad para la estimación del área y el error en el cálculo de la elevación de la superficie libre, así como caracterizar el comportamiento referente al de movimiento de la estructura. Por medio de los análisis de sensibilidad, es posible encontrar una configuración óptima que permita obtener la mayor área de visión con el menor error en la estimación de la elevación de la superficie libre.

Como se mencionó en el capitulo 3.1, a partir de los ángulos de visión horizontal ($\varphi$) y vertical ($\beta$), el ángulo de inclinación vertical ($\phi$), el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$), la distancia de separación ($B$) y la altura de las cámaras con respecto al nivel medio del mar ($H$); es posible calcular el área o campo de visión del sistema de cámaras por medio de relaciones trigonométricas básicas. Los resultados de un análisis de sensibilidad en el cálculo del área de cobertura del sistema de cámaras en función de $\phi$, $B$ y $\alpha$ se muestra en la figura 39. Es posible observar que el área de visión aumenta principalmente al incrementar el ángulo de inclinación de las cámaras ($\phi$). Con un ángulo de inclinación de 50° llevan a obtenerse un área de hasta 45 m$^2$, par el caso de $\phi$=60° se obtiene una área de hasta 170 m$^2$, mientras que para $\phi$=70° se obtiene un área de hasta 5000 $m^2$. A su vez, la figura 39 muestra un decremento en el área de cobertura conforme el parámetro $\alpha$ disminuye. Cabe mencionar que la importancia del parámetro $\alpha$ radica en mitigar la reflexión especular. Por último, puede observarse que el área de cobertura de las cámaras decrece al aumentar la distancia de separación B.

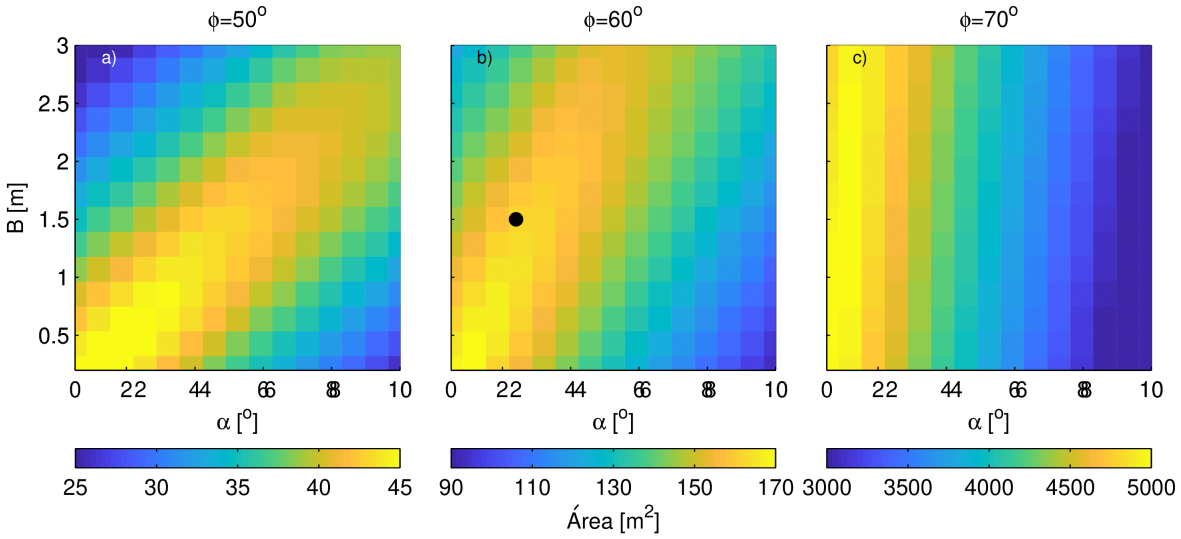



**Figura 39: Análisis de sensibilidad del área de visión del sistema de cámaras montado en la BOMM con dependencia la separación ($B$), ángulo de inclinación ($\phi$) y ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras.**

A partir de la ecuación 24 es posible calcular el error en la estimación de la elevación de la superficie libre por medio de la distancia del arreglo de cámaras a la superficie del mar ($\hat{Z}$), el ángulo de visión horizontal ($\varphi$), el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) y la distancia de separación entre las cámaras ($B$). Los resultados de un análisis de sensibilidad en el cálculo

del error en la estimación de la elevación de la superficie libre se muestran en la figura 40. Como puede observarse, el error aumenta principalmente con el ángulo de inclinación, el cual llega a presentar valores desde 0.003 m hasta 0.05 m con $\phi$=50°, desde 0.005 m hasta 0.08 m con $\phi$=50°, mientras que con $\phi$=70° pueden presentarse errores desde 0.01 m hasta 0.18 m. A su vez puede observarse que el error disminuye ligeramente al aumentar $B$ y $\alpha$.

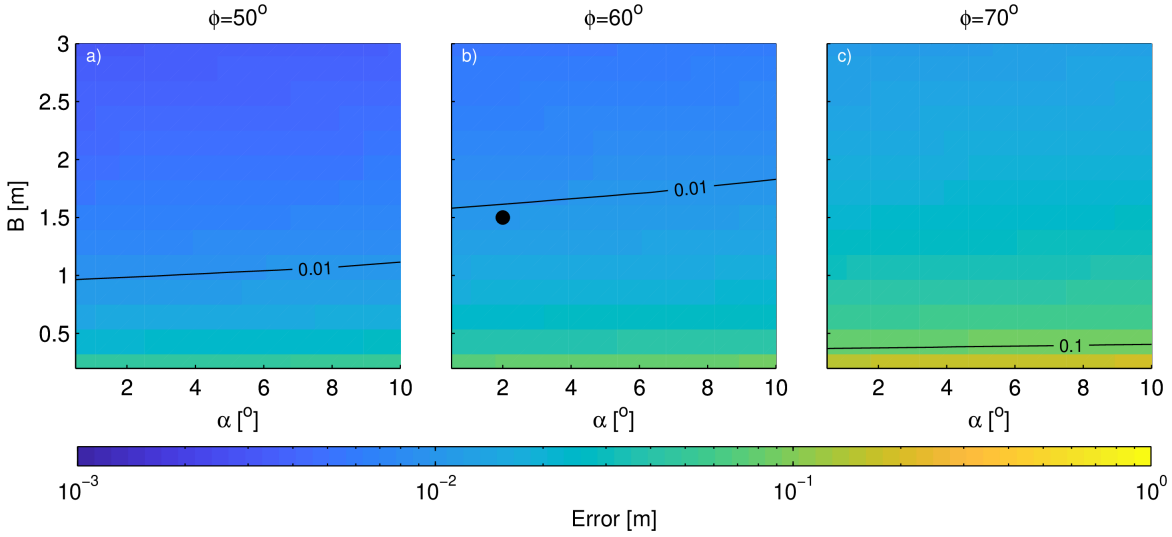



**Figura 40: Análisis de sensibilidad asociado al error en la estimación de la altura de la superficie libre por medio del sistema de cámaras montado en la BOMM, con dependencia en la separación ($B$), el ángulo de inclinación ($\phi$) y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras.**

La comparación los resultados de los análisis de sensibilidad correspondientes al cálculo del área de visión de las cámaras y el error en la estimación de la elevación de la superficie libre sugiere que al aumentar el ángulo de inclinación de las cámaras ($\varphi$) puede obtenerse una mayor área de visión, pero a su vez se obtiene un mayor error. A su vez, al disminuir la distancia de separación y el ángulo entre las líneas de visión ($\alpha$) de las cámaras puede obtenerse una mayor área de visión, pero de igual forma un mayor error en la estimación de la altura de las olas. A partir de estos resultados, se optó por elegir una configuración para el sistema de cámaras con $\phi$=60°, $B$=1.5 m y $\alpha$=2. Con esta configuración es posible obtener un área de visión de alrededor de 161 m$^2$ con un error en la estimación en la altura de la superficie libre de 0.01 m.

### 4.1.2. Simulación de la variabilidad espacio–temporal del área de visión del sistema de cámaras en función del movimiento de la BOMM.

Para caracterizar el comportamiento de la boya, se utilizan datos del sensor de movimiento de la boya obtenidos durante un experimento de prueba. Este experimento se llevó a cabo en la bahía de Todos Santos, durante los meses de octubre a noviembre de 2018. Las funciones de densidad de probabilidad (FDP; en porcentaje) correspondientes a los seis grados de libertar del movimiento de la boya se muestran en la figura 41. En la FDP correspondiente al movimiento angular *roll* (figura 41a) se aprecia que esta variable presenta una distribución normal, con media $\bar{x}$=3.82° y moda $M$=−3.75°. En el caso de el movimiento angular *pitch* (figura 41b) se observa que este cuenta con una distribución normal con sesgo a la izquierda, con media $\bar{x}$=4.14° y moda $M$=4.58°. El hecho de que los valores de la media y moda correspondientes a los movimientos angulares *roll* y *pitch* oscilen en alrededor de |5°|, muestra que la boya presenta una ligera inclinación en la mayor parte del experimento. En cambio en el movimiento angular *yaw* (figura 41c), que hace referencia a la orientación de la boya con respecto al norte geográfico, muestra que la estructura presenta una marcada variabilidad a lo largo del experimento de prueba. Sin embargo, la moda indica que la boya se orientó de forma predominante (al rededor del 20 % de los datos) hacia el noroeste. Las distribuciones de probabilidad asociadas a los movimientos de traslación *surge* y *sway* son del tipo normal y presentan una media igual a cero m. La moda de estas dos variables nos indica que el desplazamiento horizontal predominante de la boya (alrededor de 30 % del tiempo) oscila entre ±0.08 m. Por último, el desplazamiento vertical de la boya (*heave*) presenta una distribución normal con media igual a cero m, y una tendencia a oscilar entre elevaciones de ±0.08 m en un 50 % del tiempo en el que fue llevado a cabo el experimento de prueba.

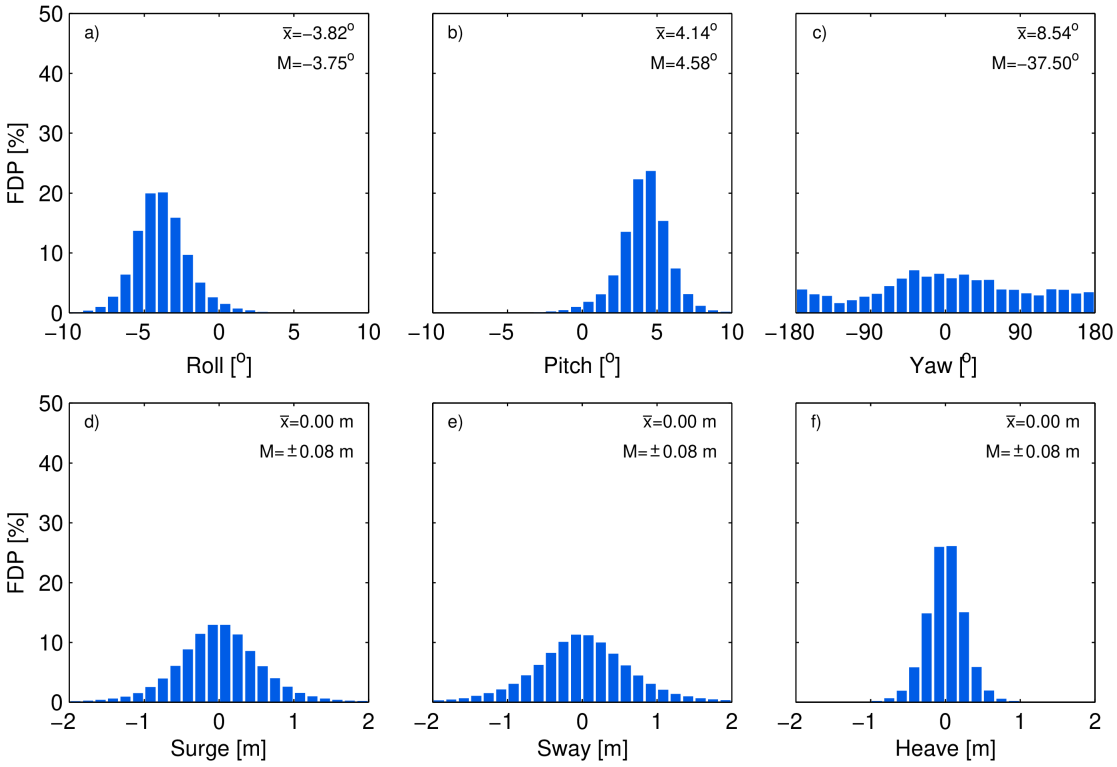



**Figura 41: Funciones de densidad de probabilidad correspondientes a los seis grados de libertad del movimiento de la BOMM: a) *roll*, b) *pitch*, c) *yaw*, d) *surge*, e) *sway* y f) *heave*. Cada uno de los paneles cuenta con información de la media ($\bar{x}$), moda ($M$) y desviación estándar ($s$).**

Por medio de una simulación del sistema de cámaras montado en la BOMM durante el experimento de prueba, es posible obtener una serie temporal del promedio horario correspondiente al área de visión del sistema de cámaras. Con la finalidad de mantener una inclinación vertical del sistema de cámaras de 60° en la mayor parte del tiempo, el parámetro $\phi$ definido como 55° debido a que la BOMM presenta de forma predominante una inclinación de alrededor de 5° (*pitch*; figura 41). La inclinación *roll* no es tomada en cuenta en la simulación debido a que esta inclinación puede ser corregida al rotar las fotografías de tal manera que estas se orienten con el horizonte (Benetazzo *et al.*, 2015). Los resultados de la simulación muestran que el sistema de cámaras cubre un área de visión de ∼200 m$^2$ a lo largo del experimento de prueba (figura 42a). Sin embargo es posible apreciar que entre los días 5 y 7 de octubre el sistema de cámaras presenta un área de cobertura de hasta 400 m$^2$. Por medio de una comparación entre la serie temporal del área de visión y la magnitud del viento estimada por la estación meteorológica (Maximet; 8), es posible identificar que este aumento en el área de visión del sistema de cámaras se encuentra ligado al arribo de una tormenta (figura 42b). Durante esta tormenta, la velocidad del viento se acelera rápidamente

hasta alcanzar una rapidez de 6 $ms^{-1}$.

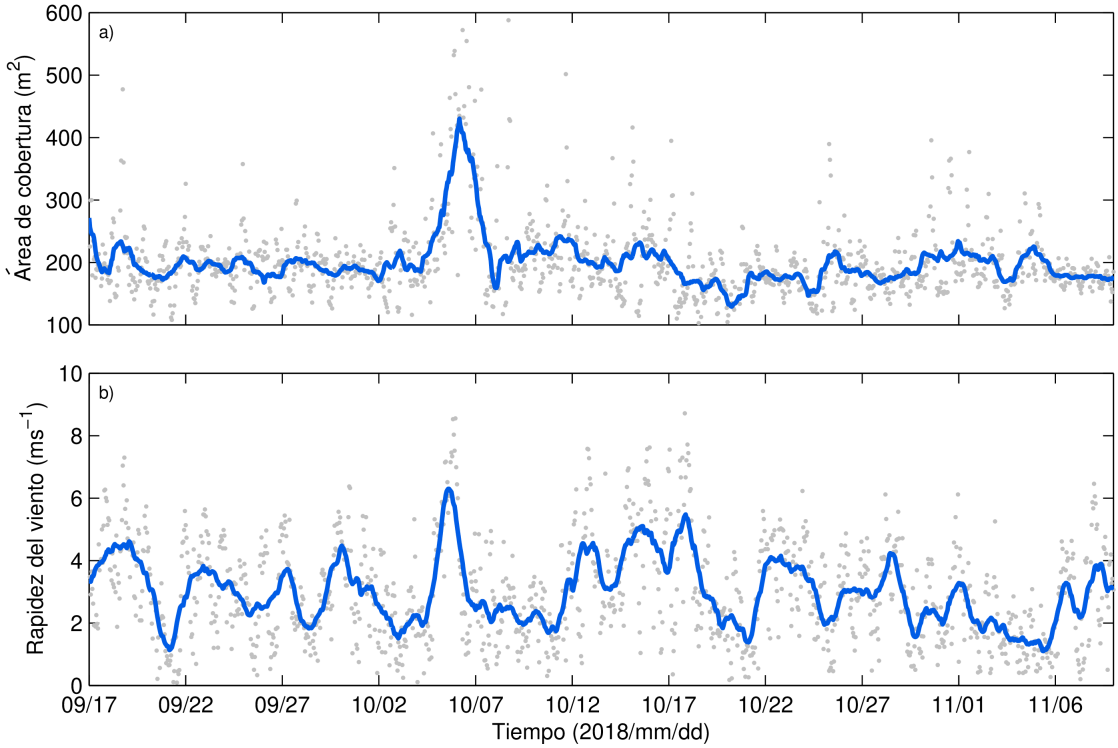



**Figura 42: Serie de tiempo correspondiente a la simulación del área de visión del sistema de cámaras (a) y de la velocidad del viento estimada por la estación meteorológica Maximet (b) durante el experimento de prueba.**

Como se menciona en la sección 3.3.2, los campos de la elevación de la superficie obtenidos con el sistema WASS presentan una menor resolución espacial y un mayor número de regiones sin datos, esto debido a un efecto de sombra que es generado por el mismo oleaje. Para lidiar con estos problemas, es necesario tomar una submuestra de una región más cercana al sistema de cámaras. A partir de una FDP calculada de la serie temporal del área de visión del sistema de cámaras correspondiente al experimento de prueba, es posible identificar que el sistema de cámaras cubre un área de $\sim$175 $m^2$ en la mayor parte del experimento (figura 43).

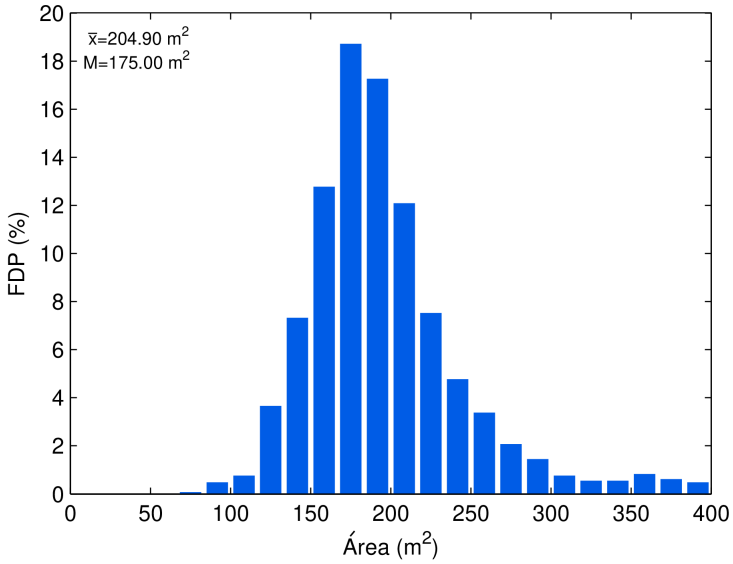



**Figura 43: Función de densidad de probabilidad (%) correspondiente a la simulación del área de visión del sistema de cámaras a lo largo del experimento de prueba.**

Se obtiene un polígono representativo que delimita el área de cobertura del sistema de cámaras a partir de un análisis trigonométrico (figura 44). Para ello se utilizan los parámetros de configuración: $H$=5 m, $\phi$=60°, $B$=1.5 m y $\alpha$=2; con los cuales se obtiene un área de visión de 175 m$^2$. Se propone tomar una submuestra de 5×5 m con la que podrán generarse espectros $S(k_x, k_y)$, con los que se podrá analizar la energía de las olas con longitudes de onda de hasta 5 m (1.25 rad/m). La resolución de las olas más cortas que podrá resolver el espectro puede ser determinada a partir de un análisis estadístico de la distancia de separación entre los nodos que compondrán los mapas de elevaciones.

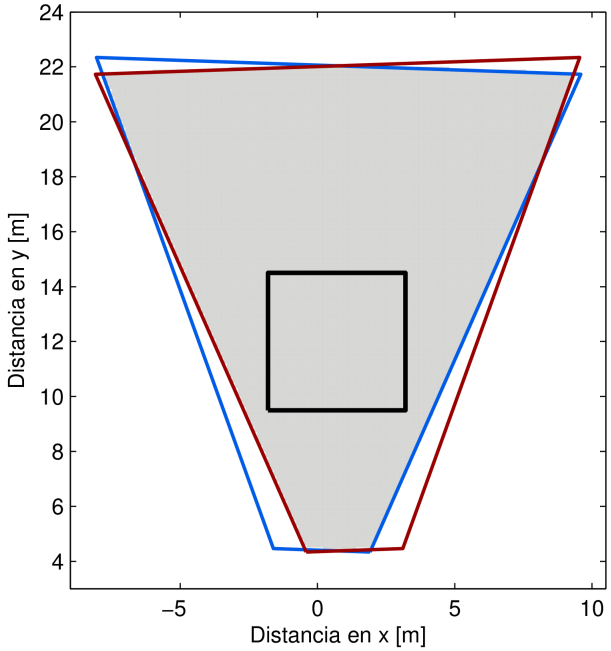



**Figura 44: Área de cobertura del sistema de cámaras correspondiente a las características predominantes del movimiento de la BOMM. Los polígonos color azul y rojo corresponden al área de visión de la cámara izquierda y derecha, respectivamente. La región sombreada representa el área de visión que comparte el arreglo de cámaras. El recuadro color negro hace referencia a la región de la cual se tomará una submuestra de la elevación de la superficie libre, la cual cuenta con una dimensión de 5×5 m.**

Con la finalidad de representar la evolución temporal de un campo de olas a partir de un espectro tridimensional, es necesario contar con conjunto de datos con resolución constante tanto en espacio como en tiempo. Para demostrar la viabilidad de obtener series de tiempo de un minuto de la región a submuestrear, se realiza un análisis de la cobertura temporal del campo de visión del sistema de cámaras en función del movimiento de la BOMM. En la figura 45 se muestra un ejemplo de la cobertura espacio–temporal del campo de visión de las cámaras durante un minuto. El polígono color negro delimita la región de 5×5 m a submuestrear, y es posible apreciar que en su periferia se presentan regiones en donde la cobertura temporal es menor al 30 %. Sin embargo se observa que gran parte de la región que conforma el polígono cuenta con más del 90 % de la cobertura temporal de los datos.

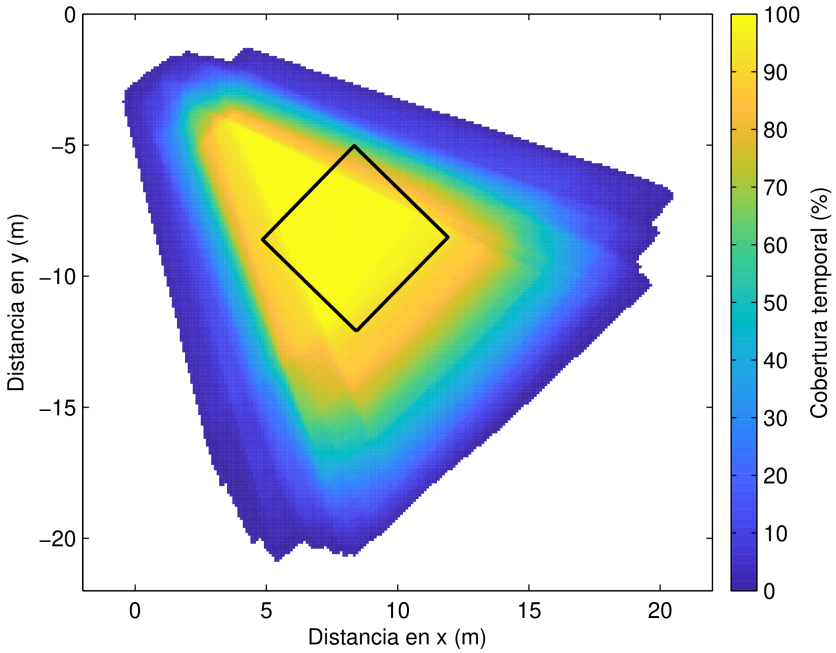



**Figura 45: Ejemplo del porcentaje de cobertura temporal correspondiente a una muestra con duración de un minuto. El recuadro color negro hace referencia a la región de la cual se tomará una submuestra de la elevación de la superficie libre, la cual cuenta con una dimensión de 5×5 m.**

Se utilizan funciones de densidad de probabilidad para cuantificar el porcentaje de los nodos que se encuentran dentro la región a submuestrear (recuadro color negro de la figura 45), y que cuenten con entre el 95 y 100 % de la cobertura temporal de los datos (un minuto) a lo largo del experimento de prueba (figura 46). Los resultados muestran que el 97.92 % del tiempo que compone el experimento, entre el 95 y 100 % de los nodos localizados en la región a submuestrear cuentan con entre el 95 y 100 % del registro de datos a lo largo de un minuto.

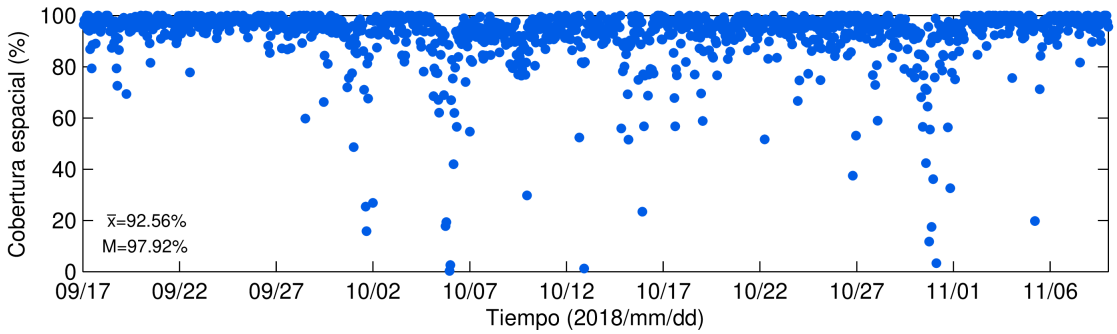



**Figura 46: Porcentaje de la cobertura espacial que corresponde a los nodos que cuentan con entre el 95 % y 100 % de la cobertura temporal de los datos dentro del recuadro que delimita la región a submuestrear (figura 44).**

Los resultados de esta simulación sugieren que a partir de mediciones de la superficie

libre obtenidas por medio de un sistema de estereo visión montado en una BOMM, es posible obtener espectros tridimensionales de la energía del oleaje.

# Capítulo 5. Conclusiones

En este trabajo se muestran los resultados obtenidos al implementar un sistema de estereo fotografía con la finalidad de obtener mapas de la elevación de la superficie del mar en Rosarito, Baja California, México. Para ello se realiza un análisis de sensibilidad del área de visión del sistema de cámaras y del error en la estimación de la altura de la superficie libre. Este análisis de sensibilidad muestra que al montar el sistema de cámaras a una altura de 12 m sobre el nivel medio del mar, así como utilizar una distancia de separación de 2.97 m, un ángulo de inclinación de 55° y un ángulo entre las líneas de visión entre las cámaras de 4°; es posible cubrir un área de visión de alrededor de 438 $m^2$ con un error en la estimación en la altura de la superficie libre de 0.02 m.

A partir de series de tiempo de los campos de elevaciones, se calcularon espectros tridimensionales para obtener información del campo de oleaje. Posteriormente, a partir de los espectros tridimensionales se calcularon espectros en función de la frecuencia y el número de onda.

Los espectros en frecuencia muestran el arribo de oleaje remoto (periodo de 20 s) proveniente del noroeste. A su vez, a partir de un análisis de la saturación de la energía espectral fue posible identificar la presencia de oleaje generado localmente con periodos de hasta 5 s. La densidad de energía espectral asociada es proporcional a $f^{-3}$ y $f^{-4}$, resultados que concuerdan con los propuestos por Zakharov (1999).

Los espectros direccionales en función del número de onda confirman la presencia tanto del sistema de oleaje remoto, como el generado de forma local. Se observa que la densidad de energía espectral es proporcional a $k^{-2.5}$ en un intervalo de entre $2\times10^1$ y $1\times10^2$ rad/m. Estos resultados no concuerdan con los obtenidos por Benetazzo *et al.* (2012) y Romero y Melville (2010), quienes encuentran que la densidad de energía espectral en números de onda menores a $1\times10^2$ rad/m es proporcional a $k^{-2.5}$. Estas diferencias pueden ser atribuidas al asomeramiento del oleaje que arriba a la zona de estudio, la cual se encuentra a alrededor de 400 m de la costa y presenta una profundidad aproximada de 6 m.

Posteriormente, se buscó una configuración adecuada para montar el sistema de cámaras sobre una Boya Oceanográfica y de Meteorología Marina (BOMM). Esto se logra por medio

de un análisis de sensibilidad del área de visión y del error asociado a la estimación de la altura de la superficie libre. El análisis de sensibilidad muestra que al montar el sistema de cámaras a una altura de 5 m sobre el nivel medio del mar, así como utilizar una distancia de separación de 1.5 m, un ángulo de inclinación de 60° y un ángulo entre las líneas de visión entre las cámaras de 2°; es posible cubrir un área de visión de alrededor de 161 $m^2$ con un error en la estimación en la altura de la superficie libre de 0.01 m.

Con una simulación del sistema de cámaras montado en la BOMM durante un experimento de prueba llevado a cabo durante los meses de octubre y noviembre de 2018, se demuestra que en la mayor parte del experimento se cubriría un área de aproximadamente 175 $m^2$. A su vez, a partir de esta simulación se encontró que del área total puede extraerse una submuestra de 5×5 m para el cálculo de espectros en función en número de onda. Por último, a partir de un análisis de la variabilidad espacio–temporal del área de visión del sistema de cámaras, se determinó que entre el 95 y 100 % de los nodos que pertenecen a la submuestra de 5×5 m, cuentan con entre el 95 y 100 % del tiempo necesario para calcular el espectro tridimensional en el 97 % del tiempo de duración del experimento de prueba.

# Literatura citada


Adams, P. N., Anderson, R. S., y Revenaugh, J. (2002). Microseismic measurement of wave-energy delivery to a rocky coast. *Geology*, **30**(10): 895.

Álvarez-Sánchez, L. (1977). Vientos en la bahía de todos santos, baja california. *Ciencias Marinas*, **4**(1): 81–88.

Arciniega, R. L., Barragán, A. C., Silva, E. G., Ponce, T. M., y de León, A. M. D. (2003). Effect of el niño on the subaerial beach playas de rosarito, bc, mexico. *Geofísica Internacional*, **42**(3): 419–428.

Banner, M., Jones, I. S., y Trinder, J. (1989). Wavenumber spectra of short gravity waves. *Journal of Fluid Mechanics*, **198**: 321–344.

Bell, P. S. (1999). Shallow water bathymetry derived from an analysis of x-band marine radar images of waves. *Coastal Engineering*, **37**(3-4): 513–527.

Benetazzo, A. (2006). Measurements of short water waves using stereo matched image sequences. *Coastal Engineering*, **53**(12): 1013–1032.

Benetazzo, A., Fedele, F., Gallego, G., Shih, P.-C., y Yezzi, A. (2012). Offshore stereo measurements of gravity waves. *Coastal Engineering*, **64**: 127–138.

Benetazzo, A., Barbariol, F., Bergamasco, F., Torsello, A., Carniel, S., y Sclavo, M. (2015). Observation of extreme sea waves in a space–time ensemble. *Journal of Physical Oceanography*, **45**(9): 2261–2275.

Benetazzo, A., Barbariol, F., Bergamasco, F., Torsello, A., Carniel, S., y Sclavo, M. (2016). Stereo wave imaging from moving vessels: Practical use and applications. *Coastal Engineering*, **109**: 114–127.

Benetazzo, A., Serafino, F., Bergamasco, F., Ludeno, G., Ardhuin, F., Sutherland, P., Sclavo, M., y Barbariol, F. (2018). Stereo imaging and x-band radar wave data fusion: An assessment. *Ocean Engineering*, **152**: 346–352.

Bergamasco, F., Benetazzo, A., Barbariol, F., Carniel, S., y Sclavo, M. (2016). Multi-view horizon-driven sea plane estimation for stereo wave imaging on moving vessels. *Computers & geosciences*, **95**: 105–117.

Coble, M., Papen, G. C., y Gardner, C. S. (1998). Computing two-dimensional unambiguous horizontal wavenumber spectra from oh airglow images. *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, **36**(2): 368–382.

Cote, L. J. (1960). The directional spectrum of wind generated sea as determined from data obtained by the stereo wave observation project. *NYU, Met. Paper*, **2**(6).

Delgado-González, O., Lizárraga-Arciniega, R., Martínez-Díaz-de León, A., Galindo-Bect, L., Fermán-Almada, J., Sánchez-Arcilla, A., Mosso, C., Pérez-Higuera, R., y Cruz-Varela, A. (2005). Cambios en la posición de la línea de playa de la boca del estero de punta banda, baja california, durante 1972-2003. *Ciencias marinas*, **31**(4): 707–717.

Donelan, M. A., Hamilton, J., y Hui, W. (1985). Directional spectra of wind-generated ocean waves. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, **315**(1534): 509–562.

Donelan, M. A., Drennan, W. M., y Magnusson, A. K. (1996). Nonstationary analysis of the directional properties of propagating waves. *Journal of Physical Oceanography*, **26**(9): 1901–1914.

Dormurat, J. (1978). Selected coastal store damage in california. winter of 1977–1978. *Shore Beach*, **46**(3): 15–20.

Emery, W. J. y Thomson, R. E. a. (2014). *Data analysis methods in physical oceanography*. Newnes.

Fedele, F., Benetazzo, A., y Forristall, G. (2011). Space-time waves and spectra in the northern adriatic sea via a wave acquisition stereo system. En: *30th ASME Int. Conf. Offshore Mechanics and Arctic Eng*.

Foster, G. (1996). Time series analysis by projection. i. statistical properties of fourier analysis. *The Astronomical Journal*, **111**: 541.

Gallego, G., Yezzi, A., Fedele, F., y Benetazzo, A. (2011). A variational stereo method for the three-dimensional reconstruction of ocean waves. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, **49**(11): 4445–4457.

Graber, H. C., Terray, E. A., Donelan, M. A., Drennan, W. M., Van Leer, J. C., y Peters, D. B. (2000). Asis—a new air–sea interaction spar buoy: Design and performance at sea. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **17**(5): 708–720.

Hartley, R. y Zisserman, A. (2003). *Multiple view geometry in computer vision*. Cambridge university press.

Hilsenstein, V. (2004). *Design and Implementation of a Passive Stereo-Infrared Imaging System for the Surface Reconstruction of Water Waves*. Tesis de doctorado, University of Heidelberg, The address of the publisher. An optional note.

Holthuijsen, L. H. (2010). *Waves in oceanic and coastal waters*. Cambridge university press.

Hwang, P. A., Wang, D. W., Walsh, E. J., Krabill, W. B., y Swift, R. N. (2000). Airborne measurements of the wavenumber spectra of ocean surface waves. part i: Spectral slope and dimensionless spectral coefficient. *Journal of Physical Oceanography*, **30**(11): 2753–2767.

Jähne, B., Haussecker, H., y Geissler, P. (1999). *Handbook of computer vision and applications*, Vol. 2. Citeseer.

Juárez-Salazar, R. y Díaz-Ramírez, V. H. (2017). Operator-based homogeneous coordinates: application in camera document scanning. *Optical Engineering*, **56**(7): 070801.

Lavieri, R. S. (2016). *Image-based wave feed-forward for dynamic positioning system.*. Tesis de doctorado, Universidade de São Paulo.

Leckler, F. (2013). *Observation et modélisation du déferlement des vagues*. Tesis de doctorado, UNIVERSITÉ DE BRETAGNE OCCIDENTALE, The address of the publisher. An optional note.

Lecumberry, F. (2005). Cálculo de disparidad en imágenes estéreo, una comparación. En: *XI Congreso Argentino de Ciencias de la Computación*.

Lee, S. y Hong, H. (2018). Near-real-time stereo matching method using both cross-based support regions in stereo views. *Optical Engineering*, **57**(2): 023103.

Legg, M. R. (1985). *Geological structure and tectonics of the Inner Continental Borderland offshore northern Baja California, Mexico*. University of California, Santa Barbara.

Lizárraga-Arciniega, J. (1976). Variaciones estacionales de la playa en la bahía de todos santos, baja california. *Ciencias Marinas*, **3**(1): 30–50.

Lizárraga-Arciniega, J., Martínez-Díaz-de León, A., Torres-Navarrete, C., y Galindo-Bect, L. (2008). Respuesta multianual de la playa en la costa de rosarito, baja california, méxico. *Ciencias marinas*, **34**(4): 513–521.

Ma, Y., Soatto, S., Kosecka, J., y Sastry, S. S. (2012). *An invitation to 3-d vision: from images to geometric models*, Vol. 26. Springer Science & Business Media.

Martínez-Díaz-de León, A., Nava-Button, C., y Ocampo-Torres, F. (1989). Estadística del oleaje en la bahía de todos santos, bc de septiembre de 1986 a agosto de 1987. *Ciencias Marinas*, **15**(3): 1–20.

Peláez-Zapata, D. (2018). *Efecto del oleaje en la capa límite superficial del océano*. Tesis de maestría, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California.

Phillips, O. M. (1958). The equilibrium range in the spectrum of wind-generated waves. *Journal of Fluid Mechanics*, **4**(4): 426–434.

Pierson, W. J. y Marks, W. (1952). The power spectrum analysis of ocean-wave records. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, **33**(6): 834–844.

Romero, L. y Melville, W. K. (2010). Airborne observations of fetch-limited waves in the gulf of tehuantepec. *Journal of Physical Oceanography*, **40**(3): 441–465.

Santel, F., Linder, W., y C. Heipke, C. (2004). Stereoscopic 3d-image sequence analysis of sea surfaces. En: *Proceedings of the ISPRS Commission V Symposium*. Vol. 35, pp. 708–712.

Schumacher, A. (1950). Stereophotogrammetrische wellenaufnahmen mit schneller bildfolge. *Deutsche Hydrografische Zeitschrift*, **3**(1-2): 78–82.

Violante-Carvalho, N. y Robinson, I. S. (2004). Comparison of the two-dimensional directional wave spectra retrieved from spaceborne synthetic aperture radar images using the mpi scheme against directional buoy measurements. *Scientia Marina*, **68**(3): 317–330.

Wanek, J. M. y Wu, C. H. (2006). Automated trinocular stereo imaging system for three-dimensional surface wave measurements. *Ocean engineering*, **33**(5-6): 723–747.

Weng, J., Cohen, P., y Herniou, M. (1992). Camera calibration with distortion models and accuracy evaluation. *IEEE Transactions on Pattern Analysis & Machine Intelligence*, (10): 965–980.

Williams, J. R. y Ricker, G. G. (1978). Spectrum analyzer overlap requirements and detectability using discrete fourier transform and composite digital filters. *The Journal of the Acoustical Society of America*, **64**(3): 815–822.

Zakharov, V. (1999). Statistical theory of gravity and capillary waves on the surface of a finite-depth fluid. *Eur. J. A4ech. B/Fluids*, p. 327.

Zakharov, V. y Filonenko, N. (1967). Energy spectrum for stochastic oscillations of the surface of a liquid. En: *Soviet Physics Doklady*. Vol. 11, p. 881.