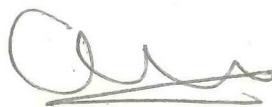


RESUMEN de la tesis de Jorge Alberto Villavicencio Aguilar como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en FISICA APLICADA con opción en FISICA DE MATERIALES. Ensenada, Baja California, México. Junio de 1993.

TIEMPOS CARACTERISTICOS DE TUNELAJE EN ESTRUCTURAS
RESONANTES DE DOBLE BARRERA.



Resumen aprobado por:

Dr. Gastón García-Calderón.
Director de la tesis.

Se presenta un estudio comparativo de las distintas escalas de tiempo asociadas a la transmisión en un sistema de doble barrera (SDB) para la situación cercana a resonancia. El propósito es examinar el status de tiempo de tránsito de las escalas, a saber: tiempo de permanencia, tiempo de fase de transmisión, tiempo de transmisión de Larmor y el tiempo de tránsito de García Calderón-Rubio. Para ello se implementó un formalismo que explota las propiedades analíticas de la función de Green del sistema y que conduce a una descripción física de los estados resonantes. Este formalismo permite establecer una conexión con el problema de dispersión típico en una dimensión.

El aspecto relevante de este formalismo en el estudio de los tiempos es que permite la obtención, de manera unificada, de expresiones analíticas como funciones de dos cantidades. Estas cantidades son las anchuras parciales de decaimiento, que se pueden calcular exactamente y cuya suma es la anchura total de decaimiento. Se realiza un estudio basado en un cálculo numérico de tales expresiones para estructuras resonantes de doble barrera en una dimensión. Este cálculo incluye un voltaje aplicado cuya acción nos permite hacer variaciones del sistema estudiado, en particular, un voltaje grande nos permite acercarnos a la región del umbral para corriente. Esta región es importante por los fenómenos (corriente pico y CDN) que en ella ocurren y por ello nuestro trabajo hace énfasis en su estudio. Los resultados obtenidos nos permiten concluir que tanto el tiempo de fase de transmisión, el tiempo de transmisión de Larmor así como los tiempos de permanencia no son escalas de tiempo adecuadas para medir el tránsito de partículas a través de la estructura. Por otra parte, el tiempo propuesto por GC-R exhibe un comportamiento consistente con ideas "cuasiclásicas" acerca de las características que un tiempo de tránsito debería tener.

TESIS DEFENDIDA POR: **JORGE ALBERTO VILLAVICENCIO AGUILAR**

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITE:



DR. GASTON GARCIA CALDERON.- Director del Comité



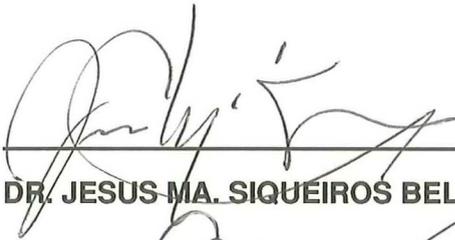
DR. ALBERTO RUBIO MENDEZ.- Miembro de Comité



DR. JESUS SIQUEIROS BELTRONES.- Miembro del Comité



M.C. RAYMUNDO VEGA AGUILAR.- Miembro del Comité



DR. JESUS MA. SIQUEIROS BELTRONES.- Coordinador Posgrado en Física de Materiales



DR. LUIS EDUARDO CALDERON AGUILERA.- Director de Estudios de Posgrado

11 DE JUNIO DE 1993

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA.

DIVISION DE FISICA APLICADA.
FISICA DE MATERIALES.

TIEMPOS CARACTERISTICOS DE TUNELAJE EN ESTRUCTURAS
RESONANTES DE DOBLE BARRERA.

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para
obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

JORGE ALBERTO VILLAVICENCIO AGUILAR.

Ensenada, Baja California, México. Junio de 1993.

DEDICATORIA

A MIS PADRES JORGE Y JULIA.

A JULISSA.

AGRADECIMIENTOS.

Agradezco al Dr. Gastón García-Calderón, Director de esta tesis, el haberme dado la oportunidad de participar en éste proyecto, contando en todo momento con su apoyo y valiosas sugerencias, sin las cuales este trabajo no hubiera sido posible.

Estoy en deuda con el Dr. Alberto Rubio M. por su invaluable colaboración y acertadas sugerencias que contribuyeron en el desarrollo de este trabajo.

Un especial agradecimiento a Roberto Romo por sus constructivas discusiones y sugerencias durante la realización de los cálculos numéricos.

Agradezco el apoyo brindado por el IFUNAM y el CICESE, tanto en la realización de este trabajo así como a lo largo de mi formación profesional.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por el apoyo económico brindado durante la realización de la Maestría.

LISTA DE FIGURAS.

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
1	Diodo de tunelaje resonante: (a) Diagrama de la banda de energía y coeficiente de Transmisión en función de la energía. (b) Diagrama de la banda de energía bajo la acción de un voltaje aplicado eV_0 y curva de corriente (I) versus voltaje (V).	4
2	Tiempos de Larmor: partículas incidentes sobre una barrera de potencial en la dirección y con espín polarizado en la dirección x. En la región de la barrera se aplica un débil campo magnético en la dirección z. (a) En la interpretación de Baz' y Rybachenko se considera que el campo produce una precesión de Larmor en el plano x-y. (b) La interpretación de Büttiker considera una rotación adicional en el plano x-z.	26
3	Sistema de doble barrera de potencial. Altura de las barreras: $V_1=V_2=.23\text{eV}$. Anchura de las barreras: $b_1=b_2=50\text{\AA}$. Anchura del pozo: $w=50\text{\AA}$.	46
4	Coeficiente de transmisión exacto T_{ex} y la aproximación Lorentziana T_{lor} como función de la energía E para el sistema de doble barrera. Parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23\text{ eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$ y $F=0$. T_{ex} (—), T_{lor} (- - -).	47
5	Tiempos en función de la energía E para el sistema con parámetros $V_1=V_2=.23\text{ eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$, $F=0$. Tiempo de Larmor (\cdots). Tiempos de permanencia y tiempo de fase de transmisión (—).	52
6	Tiempos en función de la energía E para el sistema con parámetros $V_1=V_2=.23\text{ eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$, $F=80 \times 10^{-5}\text{eV/\AA}$. Tiempos: t_{OL} (- - -), t_{LO} (—), t_{L} (...), t_{θ} (___).	53
7	Tiempos en resonancia como función del campo eléctrico F para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23\text{ eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$. Tiempos: t_{OL} (- - -), t_{LO} (—), $t_{\text{L}}=t_{\theta}$ (___).	54

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
8	Tiempos promedio en resonancia como función del campo eléctrico F para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=w=50\text{Å}$. Tiempos: t_{0L} (---), t_{L0} (—), t_L (...), t^{GC-R} (___), t_θ (___).	55
9a	Comportamiento de los polos $E_n=\epsilon_n-i\Gamma_n/2$ al variar el campo eléctrico F de manera que la energía ϵ_n se encuentra en la región del umbral. ϵ_n se representa en la abscisa y Γ_n en la ordenada. Γ_n^0 (---), Γ_n^L (...) y Γ_n (—). Parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{Å}$ y $w=50\text{Å}$. $F\in[0,51.5]\times 10^{-5}$ eV/Å, donde F crece en la dirección que $\text{Re}(E_n)$ disminuye.	58
9b	Comportamiento de los polos $E_n=\epsilon_n-i\Gamma_n/2$ al variar el campo eléctrico F de manera que la energía ϵ_n se encuentra en la región del umbral. ϵ_n se representa en la abscisa y Γ_n en la ordenada. La reducción en la escala de la abscisa permite apreciar el valor máximo de Γ_n .	59
10	Coeficientes de transmisión como función de la energía E para el sistema de doble barrera. Parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{Å}$, $w=50\text{Å}$ y $F=51.5\times 10^{-5}$ eV/Å. T_{ex} (---), T_{lor} (—), T_{umb} (...).	60
11	Factores k^0/a_n^0 (—) y k^L/a_n^L (---) en función del campo eléctrico F para el sistema de doble barrera con parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{Å}$, $w=50\text{Å}$.	61
12	Tiempos de permanencia en función de la energía en la región del umbral. Parámetros: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{Å}$, $w=80\text{Å}$ y $F=51.5\times 10^{-5}$ eV/Å. t_{L0} (---), t_{L0}^u (...).	64
13	Tiempos de permanencia en función de la energía en la región del umbral. Parámetros: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{Å}$, $w=80\text{Å}$ y $F=51.5\times 10^{-5}$ eV/Å. t_{0L} (---), t_{0L}^u (...).	65

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
<p>14 Tiempos de Larmor y de fase de transmisión en función de la energía para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{\AA}$, $w=80\text{\AA}$ y $F=51.5 \times 10^{-5} \text{eV/\AA}$ en la región del umbral. Tiempos: t_L (- - -), t_L^u (···), t_θ (-·-·-).</p>	67
<p>15 Tiempos en resonancia como función del campo eléctrico F para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{\AA}$ y $w=80\text{\AA}$. Tiempos: t_{0L}^u (- - -), t_{L0}^u (—), $t_L^u=t_\theta$ (___), t^{GC-R} (-·-·-).</p>	69

CONTENDIDO

	<u>Página.</u>
I INTRODUCCION.	1
II EL FORMALISMO.	4
II.1 El formalismo de estados resonantes.	6
II.1.1 Teoría de estados resonantes.	7
II.1.2 Condición de normalización para energías complejas.	11
II.1.3 Unificación del proceso de dispersión y el problema de eigenvalores complejos.	15
II.1.4 Anchuras parciales de decaimiento en presencia de un campo eléctrico.	19
III TIEMPOS DE TUNELAJE.	25
III.1 Diferentes escalas de tiempo.	25
III.1.1 Tiempo de transmisión de Larmor.	25
III.1.2 Tiempo de permanencia.	32
III.1.3 Tiempo de fase de transmisión.	34
III.2 Tiempos en función de los anchos parciales de decaimiento.	36
III.2.1 Tiempos de permanencia en presencia de un campo eléctrico.	36
III.2.2 Tiempo de fase de transmisión.	38
III.2.3 Tiempo de transmisión de Larmor.	39
III.2.3.1 Situación lejana al umbral.	39
III.2.3.2 Situación cercana al umbral.	41
III.2.4 Tiempo de tránsito de García Calderón-Rubio.	42

CONTENIDO (continuación)

	<u>Página.</u>
IV TIEMPOS DE RESONANCIA PARA EL SISTEMA DE DOBLE BARRERA.	44
IV.1 Estudio de los tiempos en la región lejana al umbral.	45
IV.1.1 Tiempos en función de la energía.	48
IV.1.2 Tiempos en resonancia como función del campo eléctrico.	49
IV.2 Estudio de los efectos de umbral.	56
IV.2.1 Tiempos en función de la energía.	62
IV.2.1.1 Tiempos de permanencia.	62
IV.2.1.2 Tiempos de Larmor y de fase de transmisión.	66
IV.2.2 Tiempos de resonancia en función del campo eléctrico.	68
V CONCLUSIONES.	70
LITERATURA CITADA.	73

TIEMPOS CARACTERISTICOS DE TUNELAJE EN ESTRUCTURAS RESONANTES DE DOBLE BARRERA.

I.- INTRODUCCION.

El estudio de estructuras semiconductoras de dimensionalidad reducida en donde el mecanismo principal de transporte es vía tunelaje resonante, tanto en el aspecto teórico como experimental, ha resultado de gran interés en virtud de las aplicaciones potenciales de estos dispositivos sobre todo en el campo de la microelectrónica [Esaki, 1986; Barker, 1980]. En particular en años recientes ha habido un renovado interés por estudiar el problema de los tiempos característicos para procesos de tunelaje. Uno de los sistemas más estudiados es el de doble barrera (SDB), debido a su aplicabilidad en el diseño de dispositivos.

Para el transporte electrónico existen diferentes escalas de tiempo que caracterizan al sistema y que representan diferentes situaciones físicas, tales como el tiempo empleado en atravesar una barrera de potencial (tiempo de travesía); en SDB, el tiempo asociado al tránsito a través de la estructura (tiempo de tránsito), tiempo de formación de la resonancia en el pozo cuántico y el correspondiente al decaimiento del sistema. Sin embargo, no existe aún una respuesta clara en cuanto a como se calculan las diferentes escalas de tiempo en estas estructuras. Más aún, problemas como el del tiempo de travesía en situaciones donde no existen estados resonantes, tal como el caso de una barrera de potencial es hoy en día un problema controversial [Hauge et al., 1989]. El hecho de que no haya experimentos que determinen cuales son los tiempos físicos apropiados, en particular el de tránsito, no permite decidir cual de las propuestas teóricas existentes es la correcta.

La mayoría de los enfoques presentados en la literatura pueden clasificarse en dos amplias categorías dependiendo de si los resultados de la ecuación de Schrödinger independiente o dependiente del tiempo fueron utilizados para analizar el problema. Dentro de esta última categoría, el uso de paquetes de onda ha resultado un método muy popular para el estudio de los tiempos [Hauge et al., 1989; Muga, Cruz, 1992; Collins et al., 1987]. Por otro lado, métodos alternativos que no dependen del estudio de la dinámica de paquetes de onda han sido desarrollados [Büttiker, 1983; García-Calderón, Rubio M., 1987] y que caen dentro de la categoría del formalismo independiente del tiempo. Es precisamente dentro de este enfoque donde se estudiarán, en un caso especial, tiempos asociados al proceso de dispersión de un electrón en una dimensión como función de la energía, estos son: tiempos de permanencia [Smith, 1960], tiempo de fase de transmisión [Eisenbund, 1948; Wigner, 1955], tiempo de transmisión de Larmor [Büttiker, 1983] y tiempo de tránsito [García-Calderón, Rubio M., 1991]. Estos tiempos coinciden en el caso de transmisión total ($T=1$) y por lo tanto no hay controversia. Pero dadas situaciones en resonancia más generales, ($T<1$), los tiempos exhiben un comportamiento distinto y no hay una respuesta única. La controversia reside en el hecho de que las diferentes escalas de tiempo pretenden asumir el status de tiempo de tránsito de la estructura. Para tener un marco de referencia común en donde comparar los diferentes tiempos, se desarrolla un formalismo basado en las propiedades analíticas del propagador de Green del sistema, mediante el cual será posible describir los tiempos en función de las cantidades conocidas como anchuras parciales de decaimiento [García-Calderón, Rubio M., 1987], a manera de resonancias al estilo Breit-Wigner.

El objetivo de este trabajo es estudiar el status de tiempo de tránsito para estas distintas escalas de tiempo, cerca de resonancia, para un SDB con o sin la acción de un voltaje aplicado. Con el propósito de que este trabajo sea autocontenido, se desarrolla en el Capítulo II el formalismo para la descripción de estados resonantes y su conexión con el problema de dispersión en una dimensión. En base a estos resultados en el capítulo III se obtienen distintas expresiones para los tiempos de tunelaje en función de las anchuras parciales de decaimiento. Finalmente en el Capítulo IV se realiza un cálculo numérico a partir de un modelo unidimensional de doble barrera con el propósito de estudiar los tiempos sistemáticamente como función de los parámetros que definen la estructura i.e. anchura de las barreras y el pozo así como como las alturas de las barreras. Estos cálculos se realizan tanto en ausencia como en presencia de un campo eléctrico y los resultados se presentan en forma de curvas de tiempos en función de la energía y del voltaje aplicado. En base a esta información es posible analizar las discrepancias y coincidencias existentes entre los formalismos estudiados e implementar criterios para la interpretación de los distintos tiempos.

II.- EL FORMALISMO.

Uno de los dispositivos cuánticos más conocidos en la actualidad es sin duda el diodo de tunelaje resonante [Esaki, Tsu, 1970; Tsu, Esaki, 1973; Chang et al., 1984]. Este dispositivo consiste en dos barreras de potencial colocadas en serie como se muestra en la Fig.1a,

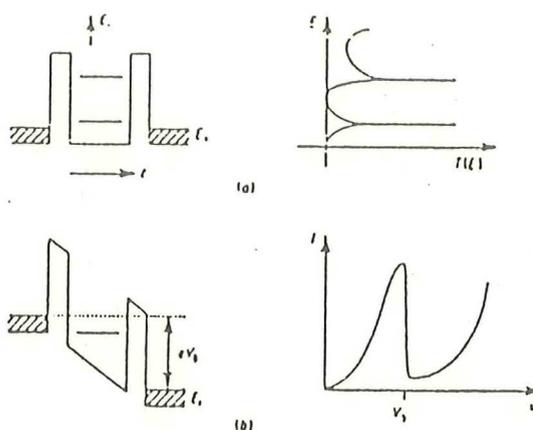


Figura 1. Diodo de tunelaje resonante: (a) Diagrama de la banda de energía y coeficiente de Transmisión en función de la energía.(b) Diagrama de la banda de energía bajo la acción de un voltaje aplicado eV_0 y curva de corriente (I) versus voltaje (V).

Estas estructuras actúan como filtros de energía, en virtud de que sólo portadores con ciertos valores de la energía cinética incidente E pueden atravesar la estructura. Una manera alternativa de ver este fenómeno es analizando el coeficiente de transmisión T en función de la energía incidente E , el cual se manifiesta como una serie de picos que corresponden a las energías de resonancia del pozo cuántico formado por las dos barreras (fig.1a). Por otro lado, la aplicación de un campo eléctrico F al sistema provoca una caída del potencial del orden de $V_0=FL$ y además produce un corrimiento de la energía de resonancia. Esto se manifiesta en las curvas de corriente (I) contra voltaje (V) (fig.1b). En efecto, cuando la energía de resonancia cae a cero y cruza hacia

energías negativas se produce una caída abrupta de la corriente dando lugar al efecto de resistencia diferencial negativa.

Antes de iniciar con la descripción del formalismo que utilizaremos para el estudio de este fenómeno sería interesante echar un vistazo a la teoría general de tunelaje resonante con el objeto de definir dentro de que contexto se encuentra ubicado el formalismo y así poder medir sus posibilidades y limitaciones.

El problema real es complicado ya que involucra la solución autoconsistente de la ecuación de Poisson y la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo [Sollner et al., 1990; Datta, Mc. Lennan, 1990]. Más aún, la existencia de procesos de dispersión debidos a impurezas y defectos de interfase, y la existencia de excitaciones colectivas [Bastard, 1988], aunque importantes, dificultan extremadamente el problema teórico. Sin embargo, cálculos más simples nos permiten explicar los aspectos más relevantes de las observaciones experimentales.

Para esto consideremos el enfoque del *estado estacionario* el cual fué aplicado por vez primera a superredes finitas por Tsu y Esaki [Tsu, Esaki, 1973] y que puede considerarse como una solución a primer orden del problema. El citado enfoque se basa en la siguiente serie de suposiciones: 1) los electrones interactúan sólo con las discontinuidades del potencial de la banda de conducción y se excluye la posibilidad de algún otro proceso de dispersión. 2) Se utiliza el modelo de la *masa efectiva* y se suponen bandas de energía con relación de dispersión parabólica [Bastard, 1988]. Se considera la misma masa efectiva asociada a cada material semiconductor y las condiciones de acoplamiento de las funciones de onda en las interfaces se basan en la conservación de la corriente de probabilidad. 3) El perfil de potencial que

experimenta el electrón es la suma del potencial debido a los diferentes anchos de la brecha prohibida de los dos materiales y del potencial electrostático debido a un campo eléctrico externo. 4) En las regiones externas al potencial existe un gas de electrones.

Es importante señalar que la evolución temporal del sistema ha sido eliminada al utilizar el enfoque del estado estacionario, más sin embargo es posible obtener diferentes escalas de tiempo asociadas al tunelaje de los electrones a través del SDB a energías de resonancia. De hecho existen una gran variedad de métodos en la literatura que son dependientes del tiempo y que han sido empleados para estudiar la evolución temporal en sistemas de doble barrera, tales como el formalismo de la función de Wigner [Frenley, 1987], teoría de dispersión dependiente del tiempo, simulación numérica de la evolución temporal de un paquete de ondas, por mencionar algunos de ellos. A continuación desarrollaremos un formalismo que esta contenido dentro del enfoque del estado estacionario que nos permitirá hacer una descripción de las diferentes escalas de tiempo reportadas en la literatura.

II.1.- Formalismo de estados resonantes.

El formalismo que desarrollaremos a continuación presenta una forma alternativa y conveniente para la descripción del fenómeno de tunelaje resonante, la cual es posible realizar en función de los polos complejos de la función de Green del sistema $G^+(x,x';k)$ así como de sus correspondientes residuos [García-Calderón, Peierls, 1976].

En la sección II.1.1 se introducirá el formalismo basado en la descripción física de los estados resonantes. Estos estados son soluciones de la ecuación de Schrödinger cuya naturaleza es de onda saliente, lo que implica condiciones de frontera complejas. Un análisis posterior nos muestra que tales condiciones de

frontera necesariamente requieren eigenvalores complejos de la energía. Debido a que las amplitudes de las eigenfunciones con eigenvalores complejos crecen con la distancia, las reglas usuales de normalización, ortogonalidad y completez no se aplican en este caso. Para ello, en la sección II.1.2 se obtendrá la condición de normalización del problema de eigenvalores complejos analizando el comportamiento de la función de Green del sistema alrededor de uno de sus polos complejos. El punto importante de este enfoque es que la función de Green nos permitirá una total descripción del proceso resonante, ya que en esta sección será posible demostrar que el residuo en uno de los polos de la función de Green es precisamente la eigenfuncion resonante correspondiente al eigenvalor dado por el polo. En lo que se refiere a la sección II.1.3 se obtendrá la función de onda en la región interna del potencial en función del propagador $G(x,x';k)$ [García-Calderón, 1976] y utilizando este resultado veremos que es posible conectar el problema típico de dispersión en una dimensión con el problema de eigenvalores complejos. Finalmente en la sección II.1.4 empleamos la expresión del estado resonante dependiente del tiempo en conjunto con la condición de conservación de la probabilidad para definir las cantidades conocidas como las *anchuras parciales*, las cuales estan asociadas al decaimiento electrónico en los extremos del sistema.

II.1.1.-Teoría de estados resonantes.

La introducción de eigenvalores complejos de la ecuación de Schrödinger para describir la situación en la que una partícula se encuentra en cierto estado del sistema para posteriormente decaer se remonta a los estudios realizados por Gamow [Gamow, 1937] en el análisis del problema de decaimiento de

partículas α . Para estos sistemas con pequeña probabilidad de desintegración se puede introducir el concepto de *estados cuasiestacionarios*, en los cuales la partícula se mueve dentro de una región del potencial, abandonándola después de transcurrido un intervalo de tiempo considerable. El espectro de energías de estos estados será cuasidiscreto y constará de una serie de niveles, cuyas anchuras están determinadas por sus períodos de vida. Cuantitativamente la anchura del nivel toma la magnitud $\Gamma_n = \hbar/\tau$, donde τ es el período.

Al estudiar estos estados se puede aplicar el siguiente método. Por lo general siempre hemos considerado las soluciones de la ecuación de Schrödinger,

$$-\frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{d^2u(x)}{dx^2} + V(x)u(x) = Eu(x) \quad (1)$$

con la condición de frontera de que la función de onda $u(x)$ sea finita en el infinito. En la ec.(1) $V(x)$ es un potencial arbitrario que tiene la propiedad de ser univaluado, de longitud finita, i.e $V(x)=0$ fuera del intervalo $0 < x < L$ y capaz de soportar resonancias. En vez de esta situación buscaremos soluciones que representen en el infinito una onda divergente, lo que correspondería a una partícula que escapa del sistema. La solución general de la ecuación (1) es,

$$u(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx} ; k^2 = 2m^*E/\hbar^2 \quad (2)$$

Un estado que decae representa una situación en la que no hay partículas incidentes i.e. $A=0$ para $x < 0$ y $B=0$ para $x > L$, lo que conduce a las siguientes condiciones de frontera,

$$u'(0) = -iku(0) \quad (3a)$$

$$u'(L) = iku(L) \quad (3b)$$

Como estas condiciones de frontera de onda saliente (CFOS) son complejas, no es posible afirmar que los eigenvalores de la energía sean reales. Identificaremos con k_n y $u_n(x)$ a los eigenvalores y funciones de onda respectivamente, que satisfagan las CFOS dadas por las ecs.(3a-b) y que además cumplan con la conservación de la corriente de probabilidad [García-Calderón, Peierls, 1976; Merzbacher, 1970]. Estas condiciones excluyen a todo valor real de k y conducen a la elección de k 's complejas. Más aún, se puede obtener información general de las eigenfunciones indagando acerca de la naturaleza de las k 's complejas, para ello aplicando el teorema de Green entre la ecs.(1) y su conjugada con sus respectivas condiciones de frontera se obtiene,

$$\text{Im}(k_n) = - \frac{[|u_n(0)|^2 + |u_n(L)|^2]}{2 \int_0^L |u_n(x)|^2 dx} \quad (4)$$

Considerando el resultado de la ec.(4) y eligiendo la parte real de k_n como positiva, lo cual es consistente con la interpretación de los dos términos de la ec.(2) como onda incidente y reflejada respectivamente, la k_n puede expresarse como,

$$k_n = a_n - ib_n \quad (5)$$

Así pues, la parte imaginaria negativa de k_n implica que las eigenfunciones $u_n(x)$ exhiben un crecimiento exponencial con la distancia. Los eigenvalores complejos de la energía de la ecuación de Schrödinger los escribimos como,

$$E_n = \varepsilon_n - i\Gamma_n/2 \quad (6)$$

Por otro lado el sentido físico de los eigenvalores complejos puede determinarse analizando el factor temporal de las funciones de onda de un estado cuasiestacionario,

$$\exp[-iE_n t/\hbar] = \exp[-i\varepsilon_n t/\hbar] \exp[-\Gamma_n t/2\hbar] \quad (7)$$

Debido a esto, todas las probabilidades determinadas por el módulo al cuadrado de la función de onda *decrecen* en el tiempo según la ley $\exp[-\Gamma_n t/\hbar]$.

Si aplicamos un campo eléctrico \mathcal{E} al sistema, la ecuación de Schrödinger con condiciones de frontera de onda saliente en $x=0$ y $x=L$ es,

$$\frac{d^2 u_n(x)}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E_n - V(x) + Fx] u_n(x) = 0 \quad (8)$$

$$\frac{du_n(0)}{dx} = -ik_n^0 u_n(0) \quad (9a)$$

$$\frac{du_n(L)}{dx} = ik_n^L u_n(L) \quad (9b)$$

donde consideramos el potencial debido al campo eléctrico como $V_e = -e\mathcal{E}x = -Fx$ y además,

$$k_n^0 = \sqrt{2m^* E_n / \hbar^2} \quad (10)$$

$$k_n^L = \sqrt{\frac{2m^*}{\hbar^2} (E_n + FL)} \quad (11)$$

II.1.2.-Condición de normalización para energías complejas.

En virtud de los resultados obtenidos en la sección anterior, no es de esperarse que para las eigenfunciones correspondientes a energías complejas los métodos usuales de normalización sean válidos. A continuación se estudiará el comportamiento de la función de Green alrededor de uno de sus polos complejos. Al final del desarrollo veremos que el residuo en el polo considerado corresponde a las eigenfunciones del sistema y se obtendrá la condición de normalización de las mismas.

Para esto consideremos la función de Green asociada a la ec.(1), $G(x,x';k)$ que satisface la ecuación,

$$\frac{d^2G(x,x';k)}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E-V(x)+Fx]G(x,x';k) = \delta(x-x') \quad (12)$$

con la CFOS,

$$\frac{dG(0,x';k)}{dx} = -ik^0G(0,x';k) \quad (13)$$

$$\frac{dG(L,x';k)}{dx} = ik^1G(L,x';k) \quad (14)$$

Cerca de un polo complejo $k_n^2 = 2m^*E/\hbar^2$ la función de Green puede ser expresada como [García-Calderón, Peierls, 1976],

$$G(x,x';k) = \frac{C_n(x,x')}{k^2 - k_n^2} + \chi(x,x';k) \quad (15)$$

donde $C_n(x,x')$ es el residuo y $\chi(x,x';k)$ la parte regular en k_n . Sustituyendo la ec.(15) en la ec.(12) y reorganizando los términos podemos escribir,

$$\frac{1}{k^2 - k_n^2} \left\{ \frac{d^2C_n(x,x')}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E-V(x)+Fx]C_n(x,x') \right\} + \left\{ \frac{d^2\chi(x,x')}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E-V(x)+Fx]\chi(x,x') - \delta(x-x') \right\} = 0 \quad (16)$$

A continuación sumamos y restamos en la ecuación anterior la cantidad $k_n^2 C_n(x, x') / (k^2 - k_n^2)$ y tomamos el límite cuando $k^2 \rightarrow k_n^2$. Cuando $k \rightarrow k_n$ los términos que contengan $(k^2 - k_n^2)^{-1}$ y aquéllos que sean constantes en el proceso de límite deberán anularse por separado *i.e.*,

$$\frac{d^2 C_n(x, x')}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E_n - V(x) + Fx] C_n(x, x') = 0 \quad (17)$$

$$\frac{d^2 \chi(x, x')}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E_n - V(x) + Fx] \chi(x, x') + C_n(x, x') = \delta(x - x') \quad (18)$$

Por otro lado sustituyendo la ec.(15) en las CFOS dadas por las ecuaciones (13,14) y procediendo como en el caso anterior obtenemos las condiciones de frontera para C_n y χ ,

$$\frac{dC_n(0, x')}{dx} = -ik_n^0 C_n(0, x') \quad (19)$$

$$\frac{d\chi(0, x'; k_n)}{dx} + ik_n^0 \chi(0, x'; k_n) = -i \frac{C_n(0, x')}{2k_n^0} \quad (20)$$

$$\frac{dC_n(L, x')}{dx} = ik_n^L C_n(L, x') \quad (21)$$

$$\frac{d\chi(L, x'; k_n)}{dx} + ik_n^L \chi(L, x'; k_n) = i \frac{C_n(L, x')}{2k_n^L} \quad (22)$$

Hay que notar que la ecuación (17) con la CFOS dadas por (19-21) resulta el mismo problema descrito por la ec.(8) y la CFOS (9a-b). Por lo tanto las funciones $C_n(x, x')$ y $u_n(x)$ deben ser proporcionales,

$$C_n(x, x') = u_n(x)P(x') \quad (23)$$

Calcularemos ahora el factor de proporcionalidad $P_n(x')$. Para esto utilizamos el teorema de Green entre las ecuaciones para $u_n(x)$ (ec.(8)) y χ (ec.(20)) lo que nos conduce a la expresión,

$$\chi(L, x'; k_n) \frac{du_n(L)}{dx} - u_n(L) \frac{d\chi(L, x'; k_n)}{dx} - \chi(0, x'; k_n) \frac{du_n(0)}{dx} + u_n(0) \frac{d\chi(0, x'; k_n)}{dx} - \int_0^L u_n(x) C_n(x, x') dx = -u_n(x') \quad (24)$$

sustituyendo las condiciones de frontera para las funciones χ y $u_n(x)$ dadas por las ecuaciones (20-22) y (9a-b) respectivamente, así como la ec.(23), obtenemos finalmente la constante de proporcionalidad $P(x')$,

$$P(x') = \frac{u_n(x')}{\int_0^L u_n(x) dx + \left\{ i \frac{u_n^2(L)}{2k_n^L} + i \frac{u_n^2(0)}{2k_n^0} \right\}} \quad (25)$$

por lo que el residuo resulta ser,

$$C(x, x') = \frac{u_n(x)u_n(x')}{\int_0^L u_n(x) dx + \left\{ i \frac{u_n^2(L)}{2k_n^L} + i \frac{u_n^2(0)}{2k_n^0} \right\}} \quad (26)$$

La forma de la ecuación anterior nos sugiere la normalización,

$$\int_0^L u_n(x) dx + i \left\{ \frac{u_n^2(L)}{2k_n^L} + \frac{u_n^2(0)}{2k_n^0} \right\} = 1 \quad (27)$$

Finalmente, la función de Green $G(x, x'; k)$ puede expresarse como,

$$G(x, x'; k) = \frac{u_n(x)u_n(x')}{k^2 - k_n^2} + \chi(x, x'; k) \quad (28)$$

Expresión que resulta útil solo para energías cercanas a la energía de resonancia E_n .

II.1.3.-Unificación del proceso de dispersión y el problema de eigenvalores complejos.

Otra manera de analizar el problema de los estados resonantes es mediante el estudio del proceso de dispersión de ondas planas mediante un potencial unidimensional [Cohen et al., 1977], cuyas propiedades fueron descritas en la sección anterior. Considérese un electrón de energía E y masa efectiva m^* incidiendo por la izquierda ($x < 0$) sobre un potencial unidimensional $V(x)$ que se extiende en una región finita $[0, L]$, i.e. donde $V(x) = 0$ para $x > L$ y $x < 0$. Si se aplica sobre el sistema un campo eléctrico \mathcal{E} que actúa exclusivamente en la región del potencial y consideramos además que $F = e\mathcal{E}$, la solución estacionaria de la ecuación de Schrödinger del sistema,

$$\frac{d^2 \Psi(x, k)}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E - V(x) + Fx] \Psi(x, k) = 0 \quad (29)$$

es,

$$\Psi(x,k) = e^{ik^0x} + r e^{-ik^0x} ; x < 0 \quad (30)$$

$$\Psi(x,k) = t e^{ik^Lx} ; x > L \quad (31)$$

donde hemos considerado una onda incidente de amplitud uno. Las cantidades r y t son las amplitudes de reflexión y transmisión respectivamente. El aspecto relevante de este enfoque es que si analizamos el coeficiente de transmisión [Merzbacher, 1970; Cohen et al., 1977] dado por,

$$T(E) = \frac{k^L}{k^0} |t|^2 \quad (32)$$

como función de la energía E (energía incidente), éste manifiesta picos muy agudos en la vecindad de ciertas energías (*resonancias de transmisión*). En el caso del potencial de doble barrera, estas resonancias corresponden a la captura de los portadores en el pozo cuántico formado por el sistema (Este fenómeno podría considerarse como la versión electrónica del efecto Fabry-Pérot). En el caso particular de una estructura simétrica de doble barrera, después de un tiempo en que se acumula la función de onda dentro del pozo cuántico, se establece una situación de equilibrio donde la porción de la onda incidente reflejada por la primer barrera es exactamente cancelada por la fracción de la función de onda que se escapa hacia la izquierda del pozo cuántico. El efecto neto es una transferencia total de electrones de izquierda a derecha a través del sistema, manifestándose con picos de transmisión iguales a la unidad ($T(E_{res})=1$). Cuando se aplica un campo eléctrico a la estructura simétrica de

doble barrera, la transmisión se reduce notablemente ($T(E_{res}) < 1$). Estos aspectos de simetría han sido discutidos ampliamente por Ricco y Azbel [Ricco, Azbel, 1984].

A continuación haremos uso del propagador correspondiente a ondas salientes del sistema $G^+(x, x'; k)$, el cual obedece a la ec. (29),

$$\frac{d^2 G^+(x, x'; k)}{dx^2} + \frac{2m^*}{\hbar^2} [E - V(x) + Fx] G^+(x, x'; k) = \delta(x - x') \quad (33)$$

con las CFOS,

$$\frac{dG^+(0, x'; k)}{dx} = -ik^0 G^+(0, x'; k) \quad (34)$$

$$\frac{dG^+(L, x'; k)}{dx} = ik^L G^+(L, x'; k) \quad (35)$$

con el objetivo de obtener la función de onda en la *región interna del potencial* en función del propagador $G^+(x, x'; k)$ [García-Calderón, 1976]. Esta relación se obtiene fácilmente multiplicando por $G^+(x, x'; k)$ y $\Psi(x, k)$ a las ecuaciones (29) y (33) respectivamente, e integrando la diferencia de las ecuaciones resultantes sobre la región de interacción del potencial,

$$\int_0^L \left\{ \Psi(x, k) \frac{d^2 G^+(x, x'; k)}{dx^2} - G^+(x, x'; k) \frac{d^2 \Psi(x, k)}{dx^2} \right\} dx = \Psi(x', k) \quad (36)$$

Empleando el teorema de Green,

$$\left\{ \Psi(x,k) \frac{dG^+(x,x';k)}{dx} - G^+(x,x;k) \frac{d\Psi(x,k)}{dx} \right\}_0^L = \Psi(x',k) \quad (37)$$

Finalmente, empleando las CFOS dadas por las ecuaciones (34-35), así como las expresiones para $\Psi(x,x')$ y su derivada evaluadas en los extremos del sistema,

$$\Psi_1(x,k) = 2ik^0 G^+(0,x;k) \quad ; \quad 0 \leq x \leq L \quad (38)$$

donde hemos etiquetado con el subíndice l a la función $\Psi(x,k')$ para indicar que se está considerando *incidencia por la izquierda*. Obtenido este resultado podemos escribir la solución que corresponde al estado estacionario como,

$$\Psi_1(x,k) = \begin{cases} e^{ik^0 x} + r e^{-ik^0 x} ; & x < 0 \\ 2ik^0 G^+(0,x;k) ; & 0 \leq x \leq L \\ t e^{ik^0 L} ; & x > L \end{cases} \quad (39)$$

El aspecto relevante de este resultado es que podemos desarrollar la función de onda en la región interna $0 \leq x \leq L$ del potencial en términos de sus polos complejos (ec.(28)).

De manera similar podemos escribir la función en la región interna considerando dispersión por la derecha (la cual etiquetaremos con el subíndice r),

$$\Psi_r(x,k) = 2ik^L G^+(L,x;k) e^{-ik^L L} \quad ; \quad 0 \leq x \leq L \quad (40)$$

II.1.4.-Anchuras parciales de decaimiento en presencia de un campo eléctrico.

A continuación haremos la derivación de cantidades que nos serán útiles en la descripción de las expresiones para los diferentes tiempos y que surgen de manera natural de las condiciones de conservación de la probabilidad [Merzbacher, 1970]. En general, uno puede expresar la evolución temporal de los estados resonantes como,

$$u_n(x,t) = u_n(x) \exp[-iE_n t/\hbar] \quad (41)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m^*} = \epsilon_n - i\frac{\Gamma_n}{2} \quad (42)$$

Para un proceso elástico, tenemos que hay conservación de la probabilidad.

La ecuación de continuidad para el caso unidimensional es,

$$\frac{dJ(x,t)}{dx} + \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (43)$$

donde,

$$J(x,t) = \frac{\hbar}{2m^*i} \left[u_n^*(x,t) \frac{du_n(x,t)}{dx} - u_n(x,t) \frac{du_n^*(x,t)}{dx} \right] \quad (44)$$

$$\rho = u_n(x,t)u_n^*(x,t) = |u_n(x)|^2 \exp[-\Gamma_n t/\hbar] \quad (45)$$

son la corriente y densidad de probabilidad respectivamente. Ahora, integrando la ecuación de continuidad (43) en el intervalo de 0 a L, escribiendo $J(x,t)=J(x)\exp[-\Gamma_n t/\hbar]$, se obtiene,

$$J(L)-J(0) = \frac{\Gamma_n}{\hbar} \int_0^L |u_n(x)|^2 dx \quad (46)$$

donde definiremos,

$$I_n = \int_0^L |u_n(x)|^2 dx \quad (47)$$

por lo que tendremos,

$$\Gamma_n = \frac{\hbar J(L)}{I_n} - \frac{\hbar J(0)}{I_n} \quad (48)$$

De esta expresión se definen las cantidades conocidas como las anchuras parciales de decaimiento Γ_n^0 y Γ_n^L ,

$$\Gamma_n^0 = - \frac{\hbar J(0)}{I_n} \quad ; \quad \Gamma_n^L = \frac{\hbar J(L)}{I_n} \quad (49)$$

Las cantidades Γ_n^0/\hbar y Γ_n^L/\hbar representan las probabilidades de decaimiento electrónico a la izquierda ($x < 0$) y derecha del sistema ($x > L$) respectivamente.

Los anchos parciales definen los *tiempos característicos* [García-Calderón, Rubio M., 1987],

$$\tau_n^0 = \frac{\hbar}{\Gamma_n^0} ; \quad \tau_n^L = \frac{\hbar}{\Gamma_n^L} \quad (50)$$

Los anchos parciales definidos anteriormente pueden ser expresados en función de los estados resonantes $u_n(x)$ calculando explícitamente la corriente de probabilidad y empleando las CFOS. Considérese el caso de la Γ_n^0 dado en la ec.(49). La expresión para la corriente de probabilidad es,

$$J(x) = \frac{\hbar}{2m^*i} \left[u_n^*(x) \frac{du_n(x)}{dx} - u_n(x) \frac{du_n^*(x)}{dx} \right] \quad (51)$$

evaluando $J(0)$ con ayuda de las CFOS dadas por las ecs. (9a-b),

$$J(0) = - \frac{\hbar}{m^*} a_n^0 |u_n(0)|^2 \quad (52)$$

por lo que mediante la sustitución de este resultado en la ec.(49) se obtiene,

$$\Gamma_n^0 = \frac{\hbar^2}{m^*} a_n^0 \frac{|u_n(0)|^2}{I_n} \quad (53)$$

similarmente para Γ_n^L tenemos,

$$\Gamma_n^L = \frac{\hbar^2}{m^*} a_n^L \frac{|u_n(L)|^2}{I_n} \quad (54)$$

donde se han definido las cantidades,

$$k_n^0 = a_n^0 - ib_n^0 ; \quad k_n^L = a_n^L - ib_n^L \quad (55)$$

Observamos de las ecs.(53-54) que los anchos parciales representan al acoplamiento de los estados resonantes con los extremos del sistema. A estas alturas podemos hacer uso de este nuevo formalismo para expresar el coeficiente de transmisión en presencia de un campo eléctrico a manera de resonancias al estilo Breit Wigner [García-Calderón, 1987].

Para resonancias aisladas y bien definidas *i.e.* $|\epsilon_n - \epsilon_m| \gg \Gamma_n$ y $\epsilon_n \gg \Gamma_n$ (donde el subíndice m se refiere a la resonancia más cercana), el término χ de la ec.(28) es despreciable lo que permite escribir el propagador como,

$$G^+(x, x'; k) = \frac{u_n(x)u_n(x')}{k^2 - k_n^2} \quad (56)$$

De la sección anterior vemos que la amplitud de transmisión puede expresarse en función del propagador evaluando la ec.(38) en $x=L$,

$$t = 2ik^0 G^+(0, L; k) e^{-ik^L L} \quad (57)$$

sustituyendo el propagador (56) en la ecuación anterior y haciendo uso de las expresiones para el coeficiente de transmisión T (32) y los anchos parciales obtenemos finalmente,

$$T = \left[\frac{k^L k^0}{a_n^L a_n^0} \right] I_n^2 \frac{\Gamma_n^0 \Gamma_n^L}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2 / 4} \quad (58)$$

El factor $\left[\frac{k^L k^0}{a_n^L a_n^0} \right] I_n^2$ que aparece en la expresión para el coeficiente de

transmisión lo llamaremos *factor de umbral* en virtud de su comportamiento en regiones donde consideramos energías de resonancia cercanas a cero. Esta región de umbral puede ser accesible partiendo de una configuración de potencial en ausencia de campo eléctrico ($F=0$) para posteriormente variar su intensidad considerando que el efecto del campo sobre la energía de resonancia ϵ_n consiste en un corrimiento del nivel ϵ_n del orden de $FL/2$ hacia energías más bajas. Los factores que integran el factor de umbral tienen un comportamiento característico (en resonancia) en las regiones cercanas y/o lejanas del umbral. Considérese la expresión de los factores en resonancia,

$$\frac{k^0}{a_n^0} = \left[\frac{2\epsilon_n}{\epsilon_n + (\epsilon_n^2 + \Gamma_n^2/4)^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (59)$$

$$\frac{k^L}{a_n^L} = \left[\frac{2(\epsilon_n + FL)}{\epsilon_n + FL + [(\epsilon_n + FL)^2 + \Gamma_n^2/4]^{1/2}} \right]^{1/2} \quad (60)$$

Posteriormente veremos en el capítulo IV que en la región lejana al umbral $\epsilon_n \gg \Gamma_n$, las ecs.(59-60) nos permitirán concluir que $k^0/a_n^0 \cong k^L/a_n^L \cong 1$. Sin embargo para la región del umbral $FL \gg \Gamma_n \gg \epsilon_n$, por lo que una inspección similar en las ecs.(59-60) nos conducen a que $k^L/a_n^L \cong 1$ y $k^0/a_n^0 \cong 2 \sqrt{\epsilon_n/\Gamma_n} < 1$.

Para resonancias retiradas del umbral de la energía el factor es igual a uno cerca de resonancia por lo que el coeficiente de transmisión se escribe,

$$T(E) = \frac{\Gamma_n^0 \Gamma_n^L}{(E - \varepsilon_n)^2 + \Gamma_n^2 / 4} \quad (61)$$

Si consideramos una estructura simétrica de doble barrera tendremos que $\Gamma_n^0 = \Gamma_n^L$ [García-Calderón, 1987] de tal forma que en resonancia $T(E = \varepsilon_n) = 1$. En general para el caso asimétrico $\Gamma_n^0 \neq \Gamma_n^L$ lo que conduce a situaciones donde $T(\varepsilon_n) < 1$.

III.-TIEMPOS DE TUNELAJE.

En este capítulo se presenta en la sección III.1 una revisión de las distintas escalas de tiempo asociadas al proceso de dispersión en una dimensión como función de la energía del electrón incidente. Estos tiempos son: *tiempos de permanencia* [Smith, 1960], *tiempo de fase de transmisión* [Eisenbund, 1948; Wigner, 1955], *tiempo de transmisión de Larmor* [Büttiker, 1983] y *tiempo de tránsito* [García-Calderón, Rubio M., 1991]. En la sección III.2 se hará uso del formalismo desarrollado en el capítulo II con la finalidad de tener un marco de referencia común donde comparar los tiempos, ya que será posible obtener expresiones analíticas para las diferentes escalas de tiempo en función de las anchuras parciales de decaimiento.

III.1.- Diferentes escalas de tiempo.

III.1.1.- Tiempo de transmisión de Larmor.

Los orígenes del tiempo de Larmor se remontan a los trabajos realizados (dentro del contexto de la física nuclear) por Baz [Baz, 1966] en 1966 quien propone el empleo de la precesión de Larmor para la medición de la duración de colisiones y posteriormente por Rybachenko [Rybachenko, 1967] quien aplica este método a un problema más simple que es el de dispersión en una dimensión de partículas por una barrera de potencial. El objetivo era medir el tiempo promedio que un electrón emplea en atravesar una barrera de potencial. El *gedankenexperiment* de Rybachenko consiste en un problema típico de dispersión en el cual se consideran partículas con masa m y energía incidente $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ a lo largo del eje y y las cuales interactúan con una barrera rectangular de altura V_0 y centrada en $y=0$. Las partículas incidentes están polarizadas en la dirección x

y tienen asociado un espín $s=1/2$. En la región de la barrera se confina un campo magnético infinitesimal que apunta en la dirección del eje z i.e. $\vec{B}=B_0\hat{k}$ como se aprecia en la fig.2.a,

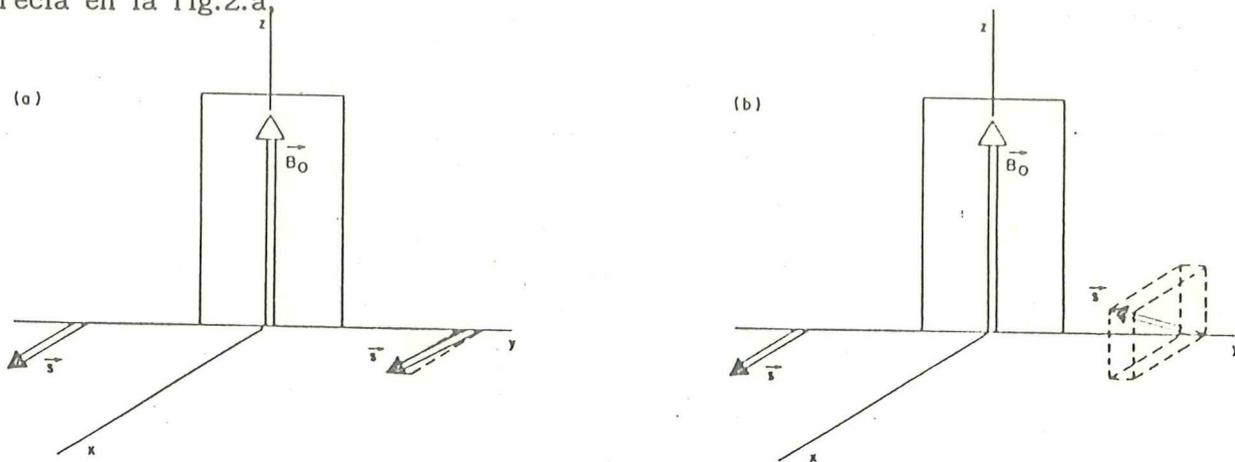


Figura 2. Tiempos de Larmor: partículas incidentes sobre una barrera de potencial en la dirección y y con espín polarizado en la dirección x . En la región de la barrera se aplica un débil campo magnético en la dirección z .(a) En la interpretación de Baz y Rybachenko se considera que el campo produce una precesión de Larmor en el plano x - y . (b) La interpretación de Büttiker considera una rotación adicional en el plano x - z .

Cuando la partícula penetra en la región de la barrera se inicia una precesión de Larmor con frecuencia $\omega_L=2\mu_0B_0/\hbar$ (donde μ_0 es el momento magnético) la cual cesa cuando la partícula abandona la barrera. En este caso sólo se está considerando la polarización en la dirección perpendicular al campo magnético. Para medir el tiempo se compara la polarización de las partículas transmitidas con la de las incidentes y se supone que el ángulo entre las diferentes polarizaciones dividida entre la frecuencia de Larmor ω_L nos da el valor del tiempo que las partículas permanecen en la barrera i.e. $\tau=\theta/\omega_L$.

Por otro lado, Büttiker [Büttiker, 1983] ha argumentado que el gedankenexperiment de Rybachenko no está planteado correctamente, en el sentido de que la partícula que tunela una barrera en presencia de un campo magnético no efectúa una precesión de Larmor. Físicamente lo que sucede es que el efecto

principal del campo magnético es el de alinear al espín con el campo, por lo que partículas incidentes con el espín polarizado en la dirección x adquieren una componente de la polarización que es paralela al campo mientras atraviesa la barrera (ver fig.2.b),

A continuación analizaremos como se calcula la polarización de las partículas transmitidas y como se definen las escalas de tiempo siguiendo fielmente el artículo de Büttiker [Büttiker, 1983]. El Hamiltoniano de Pauli para el problema de dispersión es,

$$H = \begin{cases} (p^2/2m + V_0)I - (\hbar\omega_L/2)\sigma_z & ; |y| \leq d/2. \\ (p^2/2m)I & ; |y| \geq d/2 \end{cases} \quad (62)$$

donde I es la matriz unidad y las matrices de Pauli son,

$$\sigma_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \sigma_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (63)$$

El Hamiltoniano del sistema actuará sobre los espinores,

$$\Psi = \begin{bmatrix} \Psi_+(y) \\ \Psi_-(y) \end{bmatrix} \quad (64)$$

esto es, una superposición de estados con espín hacia arriba $|+\rangle$ y espín hacia abajo $|-\rangle$:

$$|\Psi\rangle = \Psi_+|+\rangle + \Psi_-|-\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}\Psi_+ + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}\Psi_- = \begin{bmatrix} \Psi_+ \\ \Psi_- \end{bmatrix} \quad (65)$$

además las cantidades $|\Psi_{\pm}|^2 dy$ corresponden a las probabilidades de encontrar a la partícula con espín $\pm\hbar/2$ en el intervalo $y + dy$. Se supone que el haz incidente está polarizado en la dirección x ,

$$\Psi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} e^{iky} \quad (66)$$

El problema para los dos diferentes valores del espín se puede tratar por separado. Para cada componente del espinor se suponen las soluciones,

$$\Psi_{\pm}(y) = \begin{cases} e^{iky} + A_{\pm} e^{-iky}; & y \leq d/2. \\ B_{\pm} e^{\kappa_{\pm} y} + C_{\pm} e^{-\kappa_{\pm} y}; & -d/2 < y < d/2. \\ D_{\pm} e^{iky}; & y \geq d/2. \end{cases} \quad (67)$$

donde se han definido,

$$\kappa_{\pm} = \left(k_0^2 - k^2 \mp \frac{m\omega_L}{\hbar} \right)^{1/2}; \quad k_0 = \sqrt{\frac{2m V_0}{\hbar^2}} \quad (68)$$

Por otro lado se considera que el efecto del campo magnético es el de cambiar la altura efectiva de la barrera V_0 por $\bar{V} = V_0 \pm \hbar\omega_L/2$. Aunque la cantidad $\pm\hbar\omega_L/2$ es la contribución a la energía cinética E (efecto Zeeman), Büttiker asocia esta cantidad a una variación del potencial de la barrera lo que le permite simplificar de manera notable el problema *i.e.* el problema se reduce a resolver el problema de dispersión en ausencia de campo magnético considerando

una barrera de altura \bar{V} . Por lo tanto los coeficientes A_{\pm} , B_{\pm} , C_{\pm} y D_{\pm} se encuentran reemplazando a $\kappa=(k_0^2 - k^2)^{1/2}$ en el caso libre de campo por κ_{\pm} . Siendo este el caso, el coeficiente D que multiplica a e^{iky} de la onda transmitida está dado por,

$$D = T^{1/2} e^{i\theta} e^{-lkd} \quad (69)$$

donde,

$$T = \left[1 + [(k^2 + \kappa^2)/4k^2\kappa^2] \text{senh}^2(\kappa d) \right]^{-1} \quad (70)$$

es el coeficiente de transmisión y θ la fase de la amplitud de transmisión. La orientación del espín de las partículas transmitidas está determinada por el espínor,

$$\Psi = (|D_+|^2 + |D_-|^2)^{-1/2} \begin{bmatrix} D_+ \\ D_- \end{bmatrix} \quad (71)$$

donde las constantes D_{\pm} se encuentran reemplazando κ por κ_{\pm} en las ecuaciones (68) y (70). Los valores de esperados del espín estan dados en general por,

$$\langle S_j \rangle = \frac{\hbar}{2} \langle \Psi | \sigma_j | \Psi \rangle \quad ; \quad j=x,y,z \quad (72)$$

expresando estos valores en función de T_{\pm} que se derivan análogamente a D_{\pm} ,

$$\langle S_z \rangle = \frac{\hbar}{2} \frac{T_+ - T_-}{T_+ + T_-} \quad (73)$$

$$\langle S_y \rangle = \frac{\hbar}{2} \frac{\text{sen}(\theta_+ - \theta_-) (T_+ T_-)^{1/2}}{T_+ + T_-} \quad (74)$$

$$\langle S_x \rangle = \frac{\hbar}{2} \frac{\text{cos}(\theta_+ - \theta_-) (T_+ T_-)^{1/2}}{T_+ + T_-} \quad (75)$$

Para el caso de un campo magnético infinitesimal el vector de onda κ_{\pm} puede ser aproximado por: $\kappa_{\pm} \cong \kappa \mp m\omega_L / 2\hbar\kappa$. Si considera la expresión para $\langle S_z \rangle$ dada por la ec.(73) y utilizando la expresión anterior para κ_{\pm} se tiene por un lado que,

$$T_+ - T_- = -(m\omega_L / \hbar\kappa) \frac{\partial T}{\partial \kappa} \quad (76)$$

donde en la expresión anterior tenemos la frecuencia de Larmor ω_L multiplicada por un tiempo $(m/\hbar\kappa) \frac{\partial T}{\partial \kappa}$. Esto sugiere la definición de los tiempos τ_z , τ_y y τ_x tales que,

$$\langle S_z \rangle = (\hbar/2)\omega_L\tau_z \quad (77)$$

$$\langle S_y \rangle = -(\hbar/2)\omega_L\tau_y \quad (78)$$

$$\langle S_x \rangle = (\hbar/2)(1 - \omega_L^2\tau_x^2/2) \quad (79)$$

Para encontrar $\langle S_z \rangle$ simplemente dividimos el resultado de la ec. (77) por $T_+ - T_- \cong 2T$. Esto conduce a la expresiones para el tiempo τ_z ,

$$\tau_z = -(m/h\kappa) \frac{\partial \ln T^{1/2}}{\partial \kappa} \quad (80)$$

similarmente para los demás tiempos se tiene,

$$\tau_y = -(m/h\kappa) \frac{\partial \theta}{\partial \kappa} \quad (81)$$

para calcular el tiempo τ_x consideramos el hecho de que de las expresiones dadas por las ecs.(73-75) se cumple,

$$\langle S_x \rangle^2 + \langle S_y \rangle^2 + \langle S_z \rangle^2 = \hbar^2/4 \quad (82)$$

si sustituimos las expresiones para las componentes del espín dadas por las ecuaciones (77-79) y considerando el desarrollo de $\langle S_x \rangle^2$ hasta segundo orden tenemos que,

$$\tau_x = (\tau_y^2 + \tau_z^2) \quad (83)$$

lo que da lugar al tiempo,

$$\tau_x = (m/h\kappa) \left[\left(\frac{\partial \ln T^{1/2}}{\partial \kappa} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial \kappa} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (84)$$

El tiempo dado por la ec. (84) es considerado por Büttiker como el tiempo de tránsito. En este enfoque las variaciones se efectuaron sobre el potencial manteniendo fijos los demás parámetros, lo que nos conduce a la expresión [Büttiker, 1991],

$$\tau_x = \hbar \left[\left(\frac{\partial \ln T^{1/2}}{\partial V} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial V} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (85)$$

III.1.2.-Tiempo de permanencia.

La idea básica del tiempo de permanencia surge en 1960 cuando Smith [Smith, 1960], dentro del contexto de la teoría de dispersión, argumenta que el tiempo promedio que dura una partícula en la región de dispersión puede calcularse dividiendo el número de partículas localizadas en una región central por la razón a la cual éstas entran o salen de la misma. Sin embargo el problema central considerado por Smith involucraba la obtención del *tiempo de vida* para el caso de colisiones elásticas en una dimensión. Para tal efecto consideró el siguiente procedimiento: el tiempo de vida estará determinado por el exceso de partículas en la región central dividido por el flujo total de partículas que entran (o salen) a través de una superficie cerrada a grandes distancias del centro dispersor. El exceso de partículas resulta ser el número de partículas cerca del centro dispersor después de haberle restado el número que hubiera estado presente en ausencia del centro dispersor.

Para el caso unidimensional considera el problema en la región $0 < x < \infty$, representado por la ec. de Schrödinger con un potencial $V(x)$,

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x \rightarrow \infty \\ \infty & x = 0 \end{cases} \quad (86)$$

donde las funciones de onda $\Psi(x)$ que satisfacen la ecuación tienen las siguientes condiciones de frontera,

$$\Psi(0) = 0 \quad (87)$$

$$\Psi_1(x) = A (e^{-ikx} - e^{i\eta} e^{ikx}) ; x \rightarrow \infty \quad (88)$$

donde $k = 2mE/\hbar^2$ y η es un cambio de fase el cual es igual a cero cuando no

tenemos interacción ($V=0$). El exceso de partículas en la región central de interacción definida por $0 < x < R$ es,

$$I(R) = \int_0^R [\Psi^*(x)\Psi(x) - \bar{\rho}] dx \quad (89)$$

donde $\bar{\rho}$ es la densidad de probabilidad promedio en el caso que no existe potencial y cuya expresión es,

$$\bar{\rho} = \lim_{L \rightarrow \infty} (1/L) \int_0^L \Psi_1^*(x)\Psi_1(x) dx = 2AA^* \quad (90)$$

Si se desea que el número de partículas permanezca finito cuando $R \rightarrow \infty$ hay que considerar el valor promedio de $I(R)$ en virtud de que al evaluar la integral dada por la ec.(89) en ese límite, aparece un término oscilatorio el cual desaparece al considerar la cantidad $\langle I(R) \rangle$ definida como,

$$\langle I(R) \rangle \equiv \lim_{R \rightarrow \infty} \frac{1}{R} \int_R^{2R} I(R') dR' \quad (91)$$

Obtenida esta cantidad, si se divide entre el flujo incidente de partículas dado por J se obtiene el tiempo de retardo promedio Q ,

$$Q = \langle I \rangle / J \quad (92)$$

Aunque las ideas básicas del concepto de *tiempo de permanencia* están contenidas dentro del tiempo de retardo Q definido por Smith, la expresión para el tiempo de permanencia para el caso de problemas unidimensionales se debe a Büttiker [Büttiker, 1983] y está definido de la siguiente manera,

$$\tau_D = \frac{1}{j_1} \int_a^b |\Psi(x,k)|^2 dx \quad (93)$$

que es una medida del tiempo promedio que permanece una partícula en una región $a \leq x \leq b$, donde la cantidad j_1 es la corriente incidente. Es muy importante señalar que en este enfoque no se distingue en principio si la partícula después de su permanencia en la región, es reflejada o transmitida.

III.1.3.- Tiempo de fase de transmisión.

Las ideas básicas acerca de la interpretación de la derivada de la fase de transmisión con respecto a la energía como un tiempo de retardo se deben a Eisenbund [Eisenbund, 1948] y a trabajos posteriores de E. Wigner [Wigner, 1955] de nuevo dentro del contexto de la teoría de dispersión. Para nuestro problema de dispersión en una dimensión, el tiempo de retardo asociado al tunelaje de paquetes de onda a través de una barrera de potencial está asociado con la derivada de la fase de la amplitud de transmisión del sistema con respecto a la energía. Este tiempo puede ser calculado siguiendo el movimiento del máximo del paquete de ondas vía el método de la fase estacionaria [Wigner, 1955].

Considérese a continuación el siguiente argumento el cual a *grosso modo* nos dará la expresión para el tiempo de fase. En virtud de que analizaremos el tiempo asociado a la transmisión de un paquete de ondas, construyamos el paquete de ondas transmitido como,

$$\Psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x,k) e^{-iE(k)t/\hbar} dk \quad (94)$$

la función de onda $\Psi(x,k)$ corresponderá en este caso a la onda estacionaria transmitida en el problema típico de dispersión,

$$\Psi(x,k) = te^{ikx} \quad (95)$$

la t es la amplitud de transmisión que puede expresarse como $t=|t|e^{i\theta}$, donde θ es la fase de transmisión. El paquete de ondas se expresa,

$$\Psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} |t| e^{i[\theta + kx - Et/\hbar]} dk \quad (96)$$

Para calcular la posición del máximo de paquete transmitido, utilizaremos el hecho de que para un tiempo t en particular habrá un punto en el cual las k 's tienden a interferir constructivamente. Este punto corresponderá a la situación donde la fase de la exponencial en la ec.(96), la cual identificaremos por ρ , posea un valor extremo *i.e.* $d\rho/dk=0$. Por lo tanto el máximo del paquete de ondas está en,

$$x_p(t) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} t - \frac{d\theta}{dk} = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} \left[t - \hbar \frac{d\theta}{dE} \right] \quad (97)$$

si no existiera el potencial dispersor tendríamos una onda plana e^{ikx} y el paquete se movería según,

$$x_p(t) = \frac{1}{\hbar} \frac{dE}{dk} t \quad (98)$$

por lo tanto de la ec.(97) podemos identificar a la cantidad,

$$\tau_{\theta} = \hbar \frac{d\theta}{dE} \quad (99)$$

como el retraso temporal del paquete debido a su interacción con el potencial. A este tiempo se le conoce como el *tiempo de fase de transmisión*.

III.2.- Tiempos en función de los anchos parciales de decaimiento.

En esta sección utilizaremos el formalismo estudiado en el capítulo II para expresar las diferentes escalas de tiempo cerca de resonancia en función de los anchos parciales de decaimiento. En la sección III.2.1 haremos la derivación de los tiempos para la situación lejos del umbral y en la sección III.2.2 la derivación correspondiente en la región del umbral de la energía.

III.2.1.- Tiempos de permanencia en presencia de un campo eléctrico.

El *tiempo de permanencia* se define como el tiempo promedio que dura la partícula en la región de interacción $0 \leq x \leq L$ y se define como la densidad de probabilidad integrada a lo largo de esa región y dividida entre el flujo incidente. Los tiempos son en general diferentes dependiendo por donde se incida sobre el sistema. Los tiempos de permanencia asociados a incidencia por la izquierda ($x < 0$) t_{0L} e incidencia por la derecha ($x > L$) t_{L0} son,

$$t_{0L} = \frac{1}{j_{0L}} \int_0^L |\Psi_l(k,x)|^2 dx \quad ; \quad t_{L0} = \frac{1}{j_{L0}} \int_0^L |\Psi_r(k,x)|^2 dx \quad (100)$$

donde j_{0L} y j_{L0} son los flujos incidentes por la izquierda y derecha del sistema y las funciones de onda $\Psi_l(k,x)$ y $\Psi_r(k,x)$ son las soluciones en la región interna del potencial, las cuales están definidas en la sección II.1.3. A continuación obtendremos la expresión para cada uno de estos tiempos en función

de las anchuras parciales, iniciemos para el caso de t_{0L} .

A partir de las ecuaciones (28) y (38) la función de onda en la región interna puede ser expresada como,

$$\Psi_1(x,k) = 2ik^0 \frac{u_n(0)u_n(x)}{k^2 - k_n^2} \quad (101)$$

Empleando la solución dada por la ec.(39), un cálculo directo nos permite evaluar el flujo incidente (no el flujo total) por la izquierda $j_{0L} = \frac{\hbar k^0}{m^*}$. Sustituyendo estos resultados en la ec.(100) y expresándolo en función de la energía i.e. $E_n = \frac{\hbar^2 k_n^2}{2m^*} = \epsilon_n - i\Gamma_n/2$, $E = \frac{\hbar k^2}{2m^*}$, así como en función de las anchuras parciales (53-54) finalmente se obtiene,

$$t_{0L}^u = \left[\frac{k^0}{a_n^0} \right] I_n^2 \frac{\hbar \Gamma_n^0}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (102)$$

similarmente la expresión para el tiempo de permanencia t_{L0}^u es,

$$t_{L0} = \left[\frac{k^L}{a_n^L} \right] I_n^2 \frac{\hbar \Gamma_n^L}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (103)$$

los factores $\left[\frac{k^0}{a_n^0} \right] I_n^2$ y $\left[\frac{k^L}{a_n^L} \right] I_n^2$ corresponderían a los factores de umbral. Para valores de la energía de resonancia lejos del umbral estos factores son iguales a la unidad, expresándose los tiempos como [García-Calderón, 1990, 1991],

$$t_{OL}(E) = \frac{\hbar\Gamma_n^0}{(E-\epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (104)$$

$$t_{LO}(E) = \frac{\hbar\Gamma_n^L}{(E-\epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (105)$$

III.2.2.- Tiempo de fase de transmisión.

A continuación obtendremos la expresión para el tiempo de fase de transmisión y veremos mediante un cálculo sencillo que este es independiente del umbral. La expresión para el tiempo de fase de transmisión es,

$$t_\theta = \hbar \frac{d\theta}{dE} \quad (106)$$

por otro lado la amplitud de transmisión se puede escribir como,

$$t(E) = |t(E)|e^{i\theta} ; \quad \theta = \text{Im}[\ln t] \quad (107)$$

por lo tanto la expresión para el tiempo se reescribe,

$$t_\theta = \hbar \text{Im} \left[\frac{d \ln t}{dE} \right] \quad (108)$$

la amplitud de transmisión esta dada por la ecuación,

$$t = 2ik^0 \frac{u_n(0)u_n(L)}{k^2 - k_n^2} \quad (109)$$

sustituyendo la expresión en la ec.(108) y efectuando la derivada con respecto a la energía incidente se obtiene,

$$t_\theta(E) = \frac{\hbar\Gamma_n/2}{(E-\epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (110)$$

III.2.3.-Tiempo de transmisión de Larmor.

En esta sección efectuaremos la derivación de los tiempos de Larmor para las situaciones lejana y cercana al umbral.

III.2.3.1.-Situación lejana al umbral.

La expresión general para el tiempo de Larmor es,

$$t_L = \hbar \left[\left(\frac{\partial \ln |t|}{\partial V} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial V} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (111)$$

Para evaluar la expresión (111) haremos uso de la expresión del coeficiente de transmisión en la situación lejos del umbral, dada por la ecuación,

$$T(E) = |t|^2 = \frac{\Gamma_n^0 \Gamma_n^L}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (112)$$

Calculando las derivadas en la expresión (111) y considerando que las cantidades que dependen del potencial V son las energías complejas E_n y las eigenfunciones $u_n(x)$,

$$\frac{\partial \ln |t|}{\partial V} = C + \frac{(E - \epsilon_n) \frac{\partial \epsilon_n}{\partial V} - \frac{\Gamma_n}{4} \frac{\partial \Gamma_n}{\partial V}}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (113)$$

donde se define C como,

$$C = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{\Gamma_n^0} \frac{\partial \Gamma_n^0}{\partial V} + \frac{1}{\Gamma_n^L} \frac{\partial \Gamma_n^L}{\partial V} \right] \quad (114)$$

por otro lado observamos que,

$$\frac{\partial \theta}{\partial V} = \text{Im} \left[\frac{d \ln t}{dV} \right] \quad (115)$$

calculando esta derivada,

$$\frac{\partial \theta}{\partial V} = D - \frac{1}{2} \frac{(E - \epsilon_n) \frac{\partial \Gamma_n}{\partial V} + \Gamma_n \left(\frac{\partial \epsilon_n}{\partial V} \right)}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (116)$$

donde se ha definido,

$$D = \text{Im} \left[\frac{1}{u_n(0)} \frac{\partial u_n(0)}{\partial V} + \frac{1}{u_n(L)} \frac{\partial u_n(L)}{\partial V} \right] \quad (117)$$

en el capítulo IV veremos que para condiciones cerca de resonancia el cálculo

numérico de las derivadas nos conduce a que: $\frac{\partial \Gamma_n^0}{\partial V} \cong 0$, $\frac{\partial \Gamma_n^L}{\partial V} \cong 0$, $\frac{\partial \Gamma_n}{\partial V} \cong 0$ y $\frac{\partial \epsilon_n}{\partial V} \cong 1$. Además

las cantidades C y D son despreciables comparadas con los segundos términos de sus respectivas ecuaciones. Esto nos permite expresar finalmente a las derivadas (113) y (116) como,

$$\frac{\partial \ln |t|}{\partial V} = \frac{E - \epsilon_n}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (118)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial V} = - \frac{1}{2} \frac{\Gamma_n}{(E - \epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (119)$$

sustituyendo estos valores en la ec.(111),

$$t_L = \frac{\hbar}{\sqrt{(E-\epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4}} \quad (120)$$

Esta misma expresión puede obtenerse partiendo de la ecuación para el tiempo de Larmor considerando derivadas respecto a la energía del electrón incidente E [Leavens, Aers, 1987],

$$t_L = \hbar \left[\left(\frac{\partial \ln |t|}{\partial E} \right)^2 + \left(\frac{\partial \theta}{\partial E} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (121)$$

III.2.3.2.- Tiempo de transmisión de Larmor cerca del umbral.

Para derivar la expresión del tiempo de Larmor cerca del umbral consideramos la expresión del coeficiente de transmisión dado por la ec.(58). Calculando las derivadas obtenemos los siguiente resultados,

$$\frac{\partial \ln |t|}{\partial V} = H + C + \frac{(E-\epsilon_n) \frac{\partial \epsilon_n}{\partial V} - \frac{\Gamma_n}{4} \frac{\partial \Gamma_n}{\partial V}}{(E-\epsilon_n)^2 + \Gamma_n^2/4} \quad (122)$$

donde se definió,

$$H = -\frac{1}{2} \left[\frac{1}{a_n^0} \frac{\partial a_n^0}{\partial V} + \frac{1}{a_n^L} \frac{\partial a_n^L}{\partial V} \right] + \frac{1}{I_n} \frac{\partial I_n}{\partial V} \quad (123)$$

Para el caso de $\frac{\partial \theta}{\partial V}$ se obtiene el mismo resultado que en la ec.(119).

III.2.4.- Tiempo de tránsito de García Calderón-Rubio.

Uno debería esperar que una definición consistente del tiempo de tránsito incorpore la información respecto a las escalas de tiempo asociadas a la entrada y salida de portadores del sistema. En el capítulo II se desarrolló un formalismo mediante el cual es posible conocer esta información vía los tiempos característicos τ_n^o y τ_n^L dados por la ec.(50), cantidades asociadas al decaimiento a través de los extremos del sistema. Sin embargo para procesos coherentes, se puede argumentar haciendo uso de las propiedades analíticas del propagador del sistema que la escala de tiempo asociada al decaimiento electrónico es la misma que la correspondiente al proceso de captura. Esto es, a cada polo k_n corresponde un polo $k_{-n} = -k_n^*$ al cual asociamos la eigenfunción $u_{-n}(x) = u_n^*(x)$, la cual describe a un electrón incidente sobre el sistema. Más aún, con esta solución $u_n^*(x,t) = u_n^*(x) \exp[iE_n^* t / \hbar]$ es posible demostrar, siguiendo los mismos pasos que en la sección II.1.4, que el resultado dado por la ec.(48), obtenido para un proceso de decaimiento resulta ser el mismo que para el proceso de captura. En base a los resultados anteriores, podemos argumentar que en el proceso de dispersión considerando incidencia por la región $x < 0$, para un electrón que posea una energía cercana a la de resonancia, la escala de tiempo correspondiente a la entrada y salida del sistema será τ_n^o y τ_n^L respectivamente. Por lo tanto se espera que el tiempo de tránsito sea del orden de la suma de τ_n^o y τ_n^L . Dado que la noción de los anchos parciales no corresponde sólo para un valor particular de la energía de resonancia, sino para todas aquellas energías dentro del ancho de resonancia, el tiempo de tránsito debe interpretarse como un tiempo promedio. Además debe coincidir en el caso simétrico ($T=1$) con el valor que dan los demás tiempos i.e el tiempo de vida \hbar/Γ_n . Una definición para

el tiempo de tránsito que sea consistente con la condición anterior es [García-Calderón, Rubio M., 1991],

$$t^{\text{GC-R}} = \frac{1}{4} (\tau_n^o + \tau_n^L) = \frac{\hbar}{4} \left(\frac{1}{\Gamma_n^o} + \frac{1}{\Gamma_n^L} \right) = \frac{\hbar}{\Gamma_n T(\epsilon_n)} \quad (124)$$

donde T esta dado por la ec.(61).

IV.- TIEMPOS CERCA DE RESONANCIA PARA EL SISTEMA DE DOBLE BARRERA.

En el capítulo III fue presentado un formalismo mediante el cual es posible la descripción de los tiempos en función de las anchuras parciales de decaimiento Γ_n^0 y Γ_n^L . Por lo tanto el problema se reduce al conocimiento exacto de estas cantidades dadas por las ecuaciones (53-54) para el sistema de doble barrera (SDB). Para esto se requiere haber resuelto numéricamente el problema de eigenvalores complejos para las funciones $u_n(x)$ que satisfacen la ecuación de Schrödinger (ec.(8)) en presencia de un campo eléctrico externo F . Para tal efecto se utiliza el método de la matriz de transferencia M [Cohen et al., 1977] que consiste en conectar las amplitudes de las funciones de onda evaluadas a la izquierda ($x < 0$) y derecha ($x > L$) del potencial mediante una relación de la forma, $u_n(x=L) = M u_n(x=0)$, donde M es una matriz de 2×2 que contiene la información del potencial $V(x)$ y que se construye imponiendo condiciones de acoplamiento de las funciones de onda y su derivada en los puntos de discontinuidad del potencial, considerando además para la solución del problema numérico la condición de normalización de las eigenfunciones complejas (ec.(27)). Una manera de simplificar el modelo es mediante la aproximación del potencial $V(x) - Fx$ por un potencial de escalera. La elección de este potencial simplifica notablemente los elementos de la matriz de transferencia y evita además el manejo de las funciones de Airy que son las soluciones exactas del problema. Además esta aproximación es lo suficientemente buena para estudiar los aspectos cualitativos del comportamiento de los diferentes tiempos. Este método es empleado también para el cálculo numérico del coeficiente de transmisión exacto. Para el cálculo de las eigenfunciones $u_n(x)$ se requiere un conocimiento a priori de los eigenvalores complejos de la energía del sistema, E_n . Los eigenvalores se

obtienen del cálculo numérico de los polos complejos de la amplitud de transmisión del sistema [Romo, 1991].

Se implementó un programa en Fortran-77 para efectuar el cálculo numérico de las anchuras parciales para así poder analizar las diferentes escalas de tiempo. Con la presentación gráfica de los resultados se pretende ilustrar, para el caso del SDB, el comportamiento de los tiempos como función de la energía del electrón incidente, E , en la situación cerca de resonancia al estilo Breit-Wigner. Esto es, las diferentes escalas de tiempo pretenden asumir el status de tiempo de tránsito lo que conduce a una clara controversia en virtud de que para casos de SDB asimétricos su comportamiento es en general distinto. La interpretación de estos resultados se simplifica si estudiamos la asimetría del sistema considerando los efectos de la variación gradual de un campo eléctrico F sobre una estructura de potencial simétrica. En las secciones IV.1 y IV.2 se estudia el comportamiento de los tiempos en dos regiones de interés: lejos y cerca del umbral de la energía. En ambas situaciones se comparan los diferentes tiempos en función de la energía del electrón incidente, E , para los casos donde $F=0$ y $F \neq 0$. Parte complementaria del análisis consiste en el estudio de los tiempos en resonancia como función del campo eléctrico.

IV.1.- Estudio de los tiempos en la región lejana al umbral.

Para el análisis del SDB se consideraron parámetros típicos del potencial [Sollner et al., 1983]. Para el caso simétrico la altura de las barreras es $V_1=V_2=.23\text{eV}$ y tanto la anchura de las barreras (b_1 y b_2) como las dimensiones del pozo cuántico (w) son iguales, i.e., $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$ y una masa efectiva

$m^* = 0.067m_e$ (Fig.3). Esta configuración de potencial resulta ideal para la aplicación del formalismo discutido en el capítulo III debido a que exhibe resonancias aisladas y bien definidas,

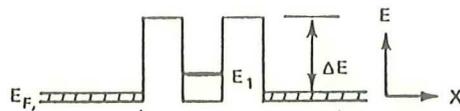


Figura 3. Sistema de doble barrera de potencial. Altura de las barreras: $V_1 = V_2 = 23\text{eV}$. Anchura de las barreras: $b_1 = b_2 = 50\text{\AA}$. Anchura del pozo: $w = 50\text{\AA}$.

Para este sistema, en la Fig.(4) graficamos el coeficiente de transmisión exacto T_{ex} (ec.(32)) en función de la energía incidente del electrón E , donde la energía de resonancia es $\epsilon_n = 80.05\text{meV}$. En la misma figura se encuentra graficado el coeficiente de transmisión dado por la ec.(61) en función de las anchuras parciales de decaimiento T_{lor} , esta expresión describe satisfactoriamente el comportamiento de T_{ex} en esta región, lo cual se manifiesta en una evidente superposición de las gráficas para ambas expresiones. De la misma forma se puede apreciar que en resonancia $T(\epsilon_n) = 1$ en virtud de que se está considerando el caso simétrico ($\Gamma_n^0 = \Gamma_n^L$).

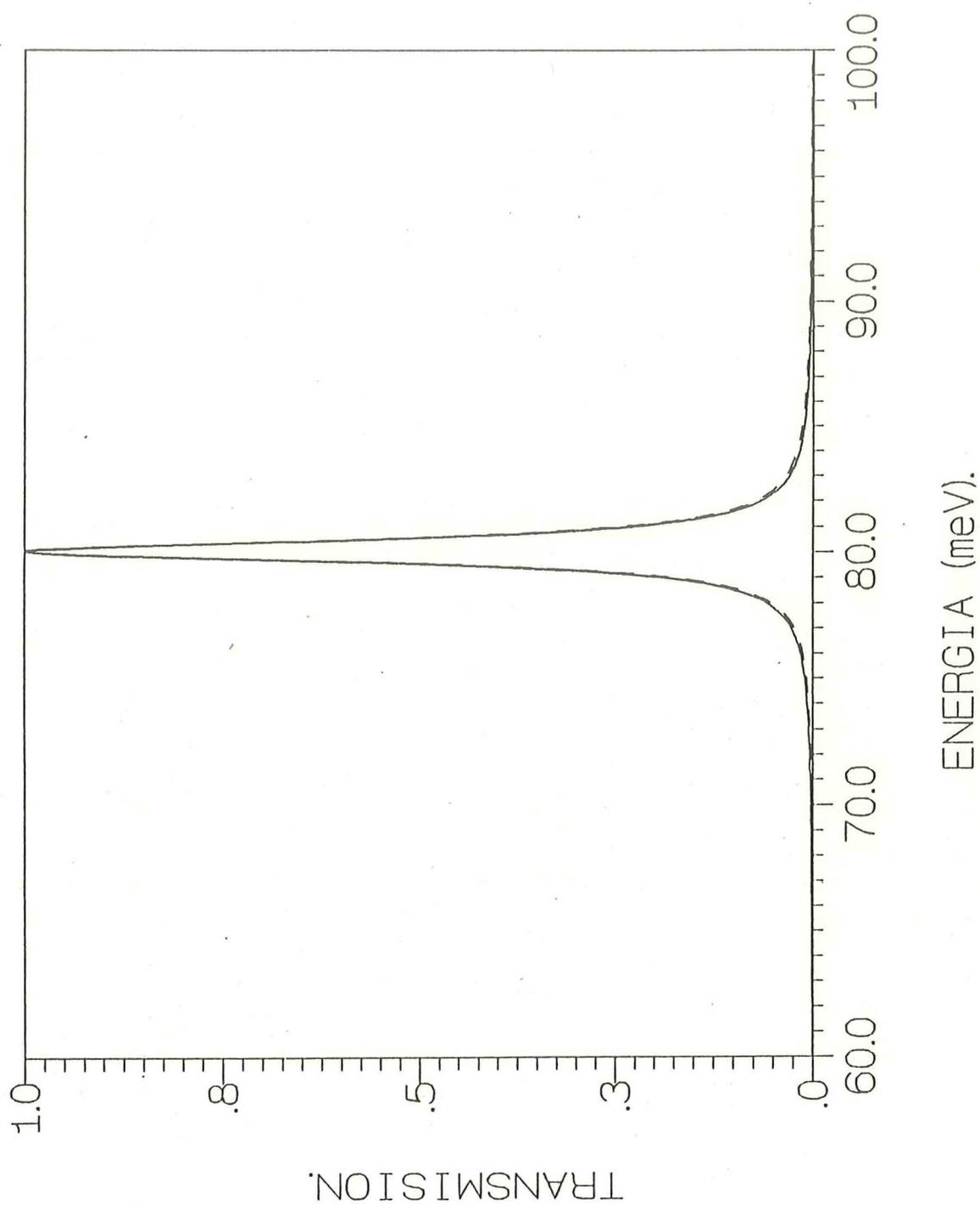


Figura 4. Coeficiente de transmisión exacto T_{ex} y la aproximación Lorentziana T_{lor} como funciones de la energía E para el sistema de doble barrera. Parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$ y $F=0$. T_{ex} (—), T_{lor} (---).

IV.1.1.- Tiempos en función de la energía.

En ausencia de un campo eléctrico externo ($F=0$) el caso simétrico de la Fig.3 se caracteriza por las cantidades $\epsilon_n=80.05\text{meV}$, $\Gamma_n^0=\Gamma_n^L=.514\text{meV}$ e $I_n=1.0038$. Para estos valores se graficaron las diferentes tiempos en el intervalo de energías $E\in[60,100]\text{meV}$ (Fig.5) donde la escala de tiempo es del orden de picosegundos ($1\text{ps}=10^{-12}\text{s}$). En la figura podemos observar, salvo para la expresión correspondiente al *tiempo de Larmor* dada por la ec.(120), una superposición entre los *tiempos de permanencia* t_{0L} y t_{L0} (ecs.(104-105)) y el *tiempo de fase de transmisión* t_θ ec.(110). Sin embargo, todos ellos coinciden en resonancia, i.e., $t_{0L}=t_{L0}=t_\theta=t_L(E=\epsilon_n)=2\hbar/\Gamma_n$. Esto se debe a que para el caso simétrico sólo existe un posible estado para el problema de dispersión, el cual está asociado a la transmisión total a través del sistema, $T=1$. Para este caso en particular las diferentes escalas de tiempo son una medida del tiempo de tránsito en la estructura, ya que todas las partículas se transmitirán.

Por otro lado, la presencia de un campo eléctrico ($F\neq 0$) introduce la asimetría al SDB lo cual se manifiesta notablemente en el comportamiento de los tiempos. Para estudiar el problema se analizaron los tiempos en función de la energía para configuraciones de potencial considerando valores específicos del campo eléctrico F dentro del intervalo $F\in[0,80]\times 10^{-5}\text{eV/\AA}$. Un caso que resulta ilustrativo corresponde a $F=80\times 10^{-5}\text{eV/\AA}$ donde los parámetros resultantes para este sistema son $\epsilon_n=19.214\text{meV}$, $\Gamma_n^0=.15309\text{meV}$, $\Gamma_n^L=1.1244\text{meV}$ e $I_n=1.00261$. En la Fig.6 podemos apreciar que, en resonancia, $t_{L0}>t_\theta=t_L>t_{0L}$, comportamiento que fue observado para diferentes valores del campo dentro del intervalo definido

anteriormente. En la Fig.6 se manifiesta claramente la naturaleza de los tiempos de permanencia t_{0L} y t_{L0} . En este caso el comportamiento $t_{L0} > t_{0L}$ refleja la situación física en la cual para la incidencia por la derecha del sistema ($x > L$) el electrón permanece más tiempo en la región $[0, L]$ en virtud de que la probabilidad de encontrar al electrón en esta región es, ec.(103), $\int |\Psi_r(x)|^2 dx \cong \Gamma_n^L$ en resonancia, que es mucho mayor que la probabilidad correspondiente a la incidencia por la izquierda del sistema que es, ec.(102), proporcional a Γ_n^0 . Aunque la probabilidad de decaimiento en los extremos del sistema está determinada por Γ_n^0 y Γ_n^L y que en este caso sea más probable el decaimiento por $x=L$ ($\Gamma_n^L > \Gamma_n^0$), esto no implica necesariamente que los tiempos de permanencia deban asociarse al decaimiento por este extremo, sino que al contrario, con esta escala de tiempo tenemos una medida del tiempo promedio en la región de interacción sin hacer distinción de los canales de decaimiento o salida, $x=0$ o $x=L$. En lo que corresponde a los tiempos de fase de transmisión y tiempo de Larmor estos coinciden en resonancia y su comportamiento resultará evidente a partir del análisis de los tiempos en resonancia en función del campo eléctrico, lo cual es objeto de estudio en la siguiente sección.

IV.1.2.- Tiempos en resonancia como función del campo eléctrico.

En este caso consideramos de nuevo el intervalo para F dado por $F \in [0, 80] \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$ y las expresiones para los diferentes tiempos en resonancia, a saber, *tiempos de permanencia* ($t_{0L} = 4\hbar\Gamma_n^0/\Gamma_n^2$ y $t_{L0} = 4\hbar\Gamma_n^L/\Gamma_n^2$), *tiempos de Larmor* y *de fase de transmisión* ($t_\theta = t_L = 2\hbar/\Gamma_n$) y finalmente *tiempo de García Calderón-Rubio* ($t^{\text{GC-R}} = \hbar/4(\frac{1}{\Gamma_n^0} + \frac{1}{\Gamma_n^L})$). En la Fig.7 se observa el comportamiento de los tiempos en resonancia en función del campo eléctrico, en particular, para $F=0$

todos los tiempos son iguales, i.e., $t_{0L}=t_{L0}=t_{\theta}=t_L=2\hbar/\Gamma_n$, sin embargo conforme incrementamos F estos tiempos son en general diferentes. Más aún, en lo que respecta a los tiempos de fase de transmisión y de Larmor en resonancia tenemos que estos son iguales para todo valor de $F \in [0,80] \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$, lo que puede verse analíticamente analizando las ecuaciones (110,120). Estas dos escalas de tiempo tienden a un valor finito $t_{\theta}=t_L \cong 2\hbar/\Gamma_n^L$ conforme aumenta el campo eléctrico. El comportamiento de los tiempos de permanencia en resonancia, que para este caso resulta ser $t_{L0} > t_{0L}$ para $F \neq 0$, viene a confirmar la interpretación física discutida en la sección anterior.

Para realizar la comparación de los tiempos anteriores con el tiempo t^{GC-R} , es importante señalar que este último es una medida del tiempo de tránsito de los electrones promediado sobre energías cercanas a resonancia, i.e., energías dentro de la anchura de resonancia. Este procedimiento, como hiciera notar Smith [Smith, 1960], es consecuencia de que un estado resonante no puede ser caracterizado por una energía exacta ϵ_n , sino que existe toda una banda de energías para las cuales la probabilidad de tunelaje es relativamente grande, de hecho, la forma Lorentziana, ec.(61), asociada a estos estados, da una medida de la probabilidad de encontrar el estado con una energía E , cercana a ϵ_n . Por lo tanto, debemos hacer un promedio con respecto a la energía pesado por la Lorentziana para las diferentes escalas de tiempo. En la Fig.8 se realiza una comparación para los tiempos promedio dados por las expresiones $\bar{t}_{0L}=2\hbar\Gamma_n^0/\Gamma_n^2$ y $\bar{t}_{L0}=2\hbar\Gamma_n^L/\Gamma_n^2$ correspondientes a los tiempos de permanencia; $\bar{t}_{\theta}=\hbar/\Gamma_n$ el tiempo de fase de transmisión y el tiempo de Larmor $\bar{t}_L \cong 2\hbar/\pi\Gamma_n$. En este caso se presenta un comportamiento similar al de la Fig.7, salvo que para $F=0$ todos los tiempos nos dan el tiempo de vida \hbar/Γ_n , mientras el tiempo de Larmor permanece casi constante durante la variación de F . Estas escalas de tiempo tienden a un valor

finito conforme aumenta la intensidad de F , contrastando con el comportamiento del tiempo t^{GC-R} el cuál crece monótonicamente al aumentar la intensidad de F , ya que se comporta como (ec.(123)) $t^{C-R} \cong \hbar / \Gamma_n T(\epsilon_n)$. Esto es consistente con la idea intuitiva del significado de tiempo de tránsito. Es decir, mientras más difícil (fácil) sea atravesar el sistema, i.e, mientras más pequeño (grande) sea el coeficiente de transmisión, el tiempo requerido se espera que sea más largo (corto). Lo análogo puede afirmarse respecto de la relación entre el tiempo de tránsito y la anchura de decaimiento Γ_n ; de hecho en el caso límite de F muy grande, situación en la cual $\Gamma_n^0 \ll \Gamma_n^L$, tendremos que $t^{GC-R} \cong \hbar / \Gamma_n^0$.

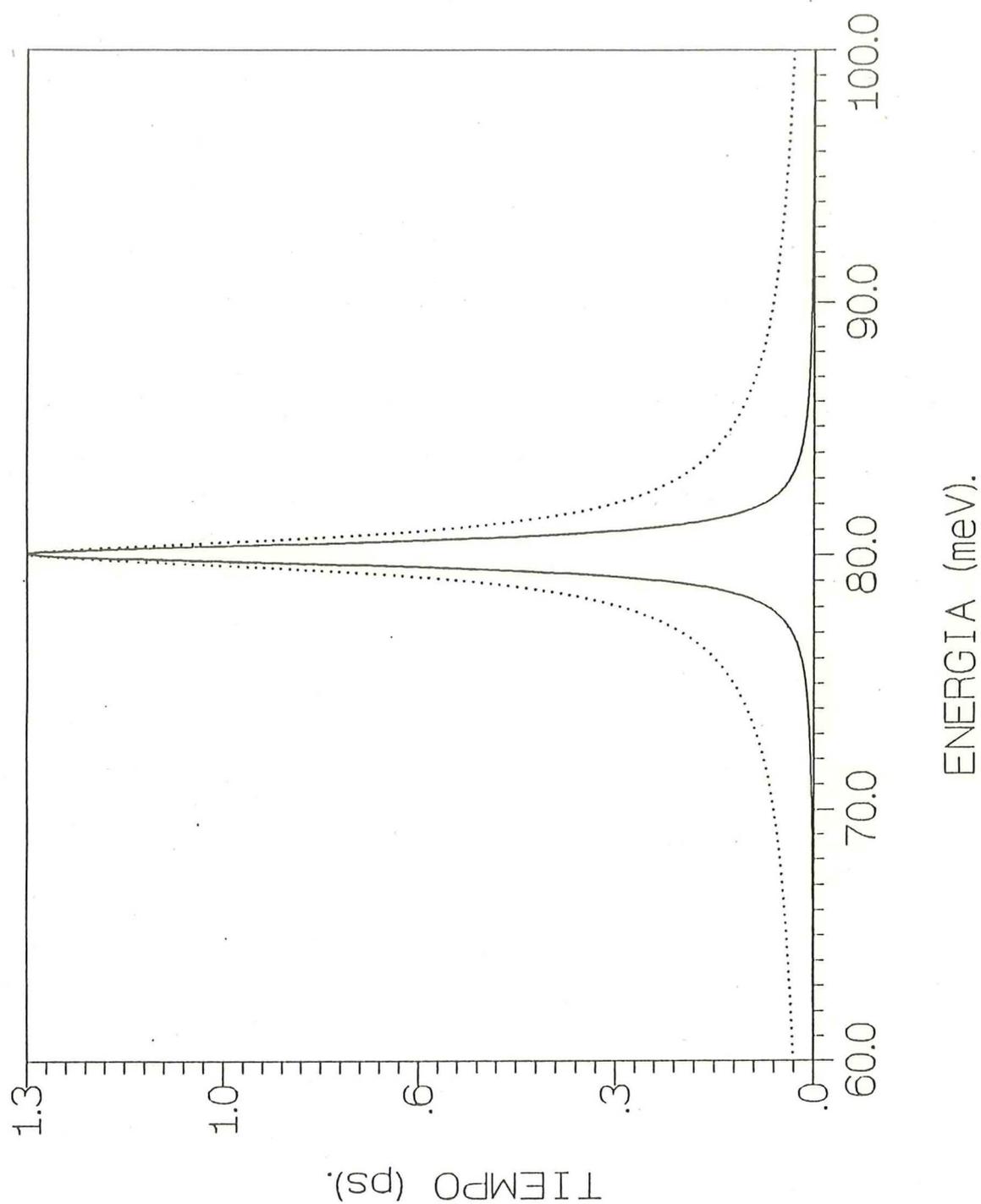


Figura 5. Tiempos en función de la energía E para el sistema con parámetros $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$, $F=0$. Tiempo de Larmor (\cdots). Tiempos de permanencia y tiempo de fase de transmisión (—).

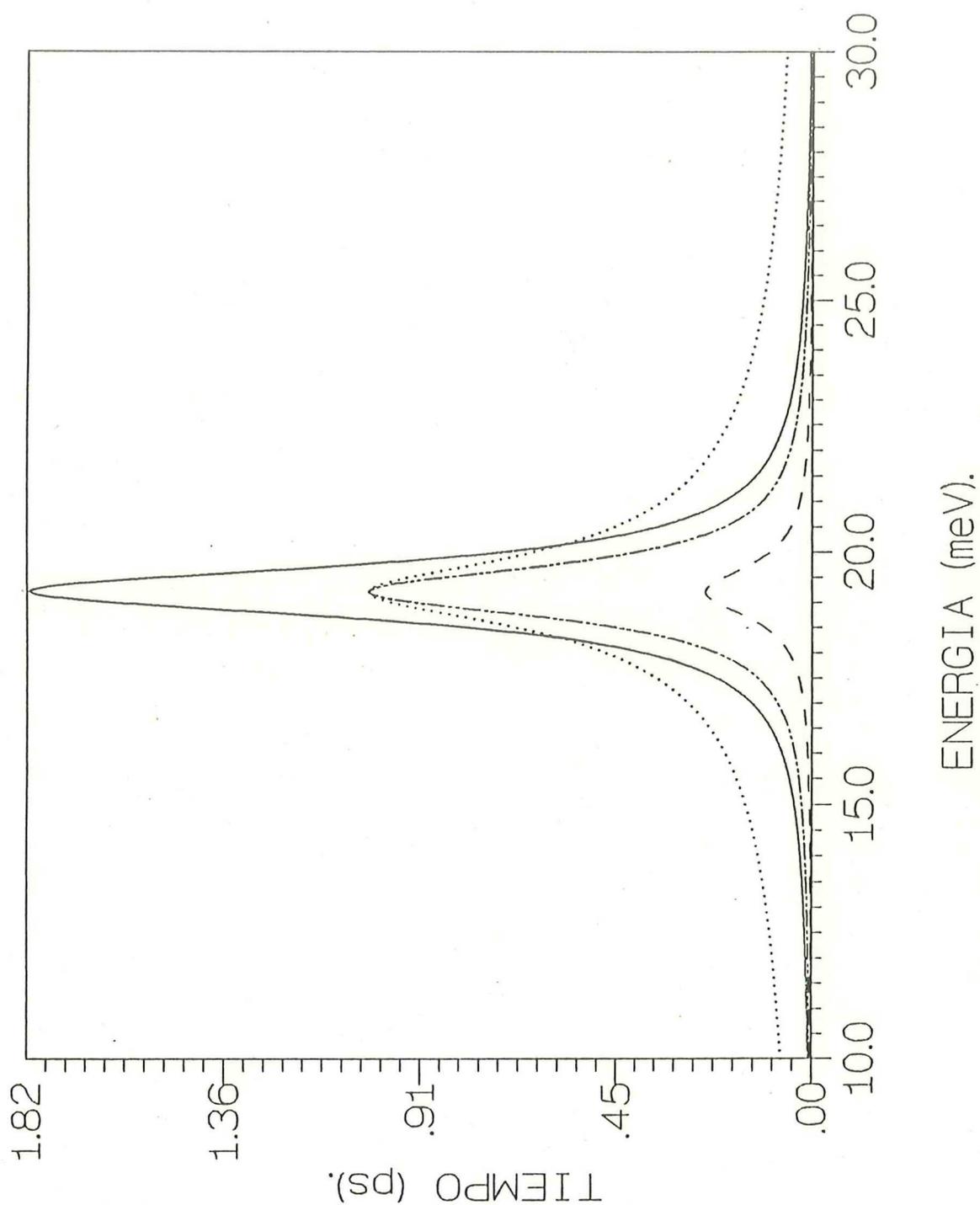


Figura 6. Tiempos en función de la energía E para el sistema con parámetros $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$, $F=80\times 10^{-5}\text{eV/\AA}$. Tiempos: t_{0L} (---), t_{L0} (—), t_L (...), t_θ (-.-.).

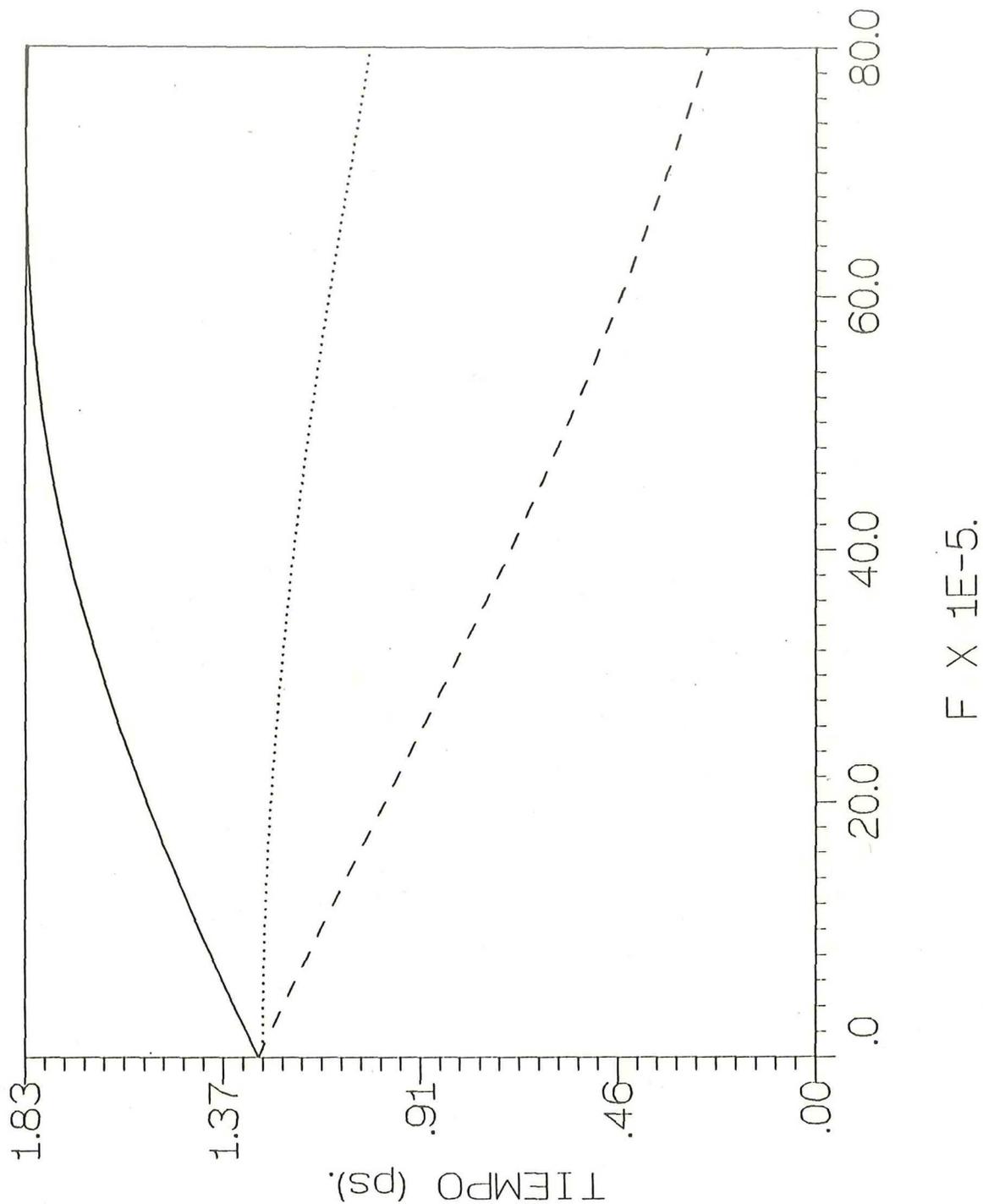


Figura 7. Tiempos en resonancia como función del campo eléctrico F para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$. Tiempos: t_{0L} (---), t_{L0} (—), $t_L=t_\theta$ (....).

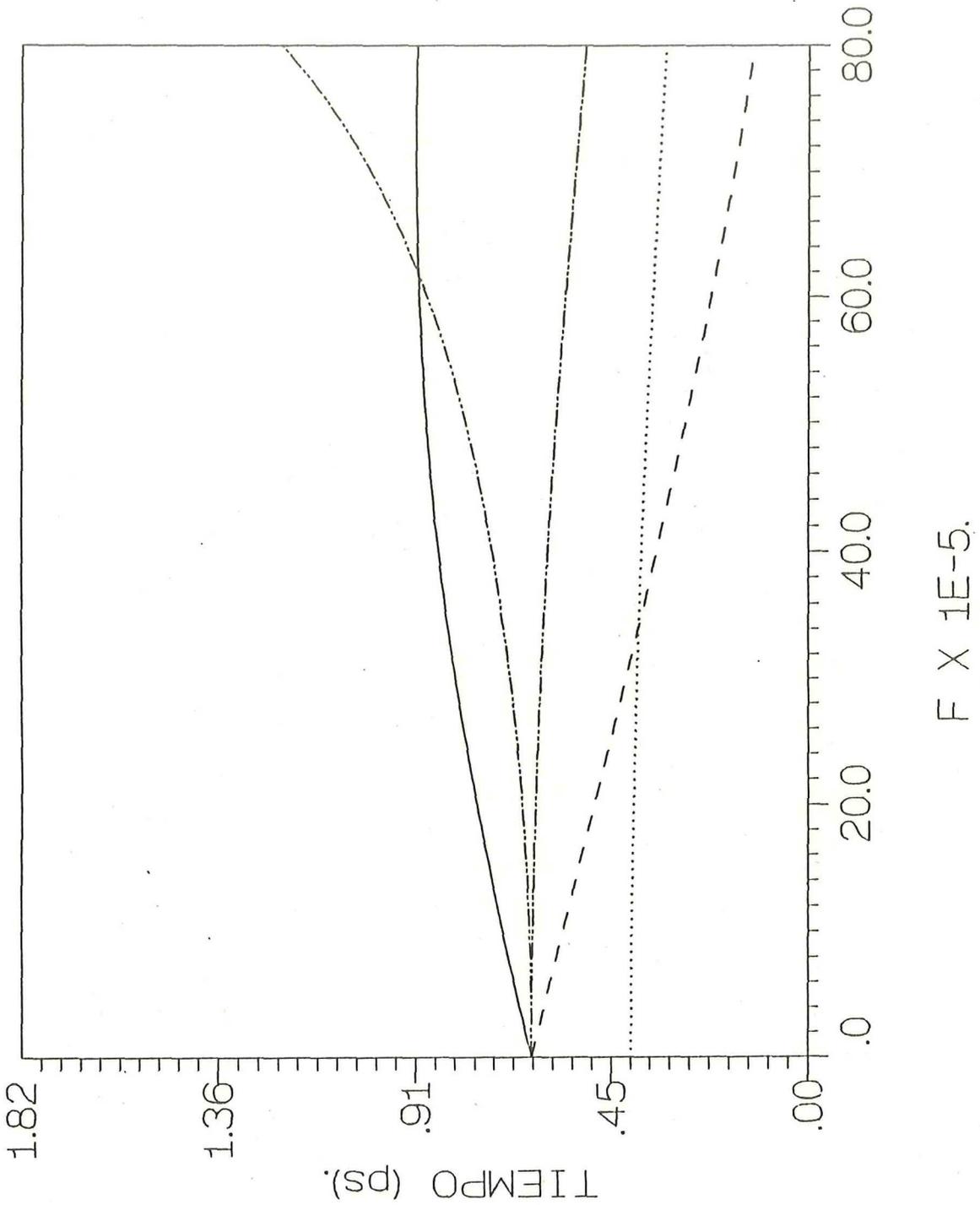


Figura 8. Tiempos promedio en resonancia como función del campo eléctrico F para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=w=50\text{\AA}$. Tiempos: t_{0L} (---), t_{L0} (—), t_L (...), t^{GC-R} (-.-.-), t_{θ} (—).

IV.2.- Estudio de los efectos de umbral.

El estudio de los tiempos en la región del umbral para la corriente, $\epsilon_n \cong 0$, es sumamente relevante pues es aquí que ocurren los importantes fenómenos de corriente pico y conductancia diferencial negativa. Estos dos efectos además de ser físicamente interesantes, constituyen la base del funcionamiento de los dispositivos de la nueva electrónica cuántica o nanoelectrónica. Uno de los aspectos sobresalientes que se presentó en la región del umbral es el comportamiento de los polos de la función de Green. En contraste con el movimiento de los polos en el plano complejo para sistemas en ausencia de campo eléctrico en 1D (y siempre en 3D), situación en que generalmente disminuye su anchura (parte imaginaria) al disminuir su energía (parte real), cuando se aplica un campo eléctrico para que la energía de resonancia disminuya hasta alcanzar la región del umbral, se observa que la parte imaginaria del polo crece inicialmente (en valor absoluto) hasta llegar a un valor máximo y a partir de allí decrece monótonicamente hasta el umbral, donde la energía de resonancia alcanza un valor cero (Figs.9a-b). Por lo tanto en la vecindad de $\epsilon_n \cong 0$ tenemos que $\Gamma_n \gg \epsilon_n$. Este comportamiento se debe a que la anchura o parte imaginaria Γ_n del polo se compone de dos partes, las anchuras parciales Γ_n^0 y Γ_n^L asociados con el decaimiento a través de los extremos $x=0$ y $x=L$ del sistema. Cuando se incrementa el campo eléctrico Γ_n^L crece (la barrera de la derecha decrece en altura) y Γ_n^0 decrece (la energía de incidencia decrece, efecto equivalente a aumentar la altura de la barrera izquierda). Al aumentar F (i.e, disminuir la parte real del polo, ϵ_n) inicialmente domina el incremento de Γ_n^L sobre el decremento de Γ_n^0 de manera que $\Gamma_n = \Gamma_n^0 + \Gamma_n^L$ crece, eventualmente el decremento de Γ_n^0 cancela el incremento de Γ_n^L y se alcanza por tanto un valor máximo de Γ_n . A partir de esta energía dominará el decremento de Γ_n^0 de manera que Γ_n decrecerá.

Los parámetros que definen al perfil de potencial para estudiar los efectos de umbral corresponden a los de un SDB de altura $V_1=V_2=.23\text{eV}$, anchura de la barreras $b_1=b_2=35\text{\AA}$, dimensión del pozo $w=80\text{\AA}$ y una masa efectiva $m^*=.08m_e$. En este sistema la energía de resonancia es $\epsilon_n=38.7939\text{meV}$. Para estar en la región del umbral, i.e $\epsilon_n \cong 0$, es suficiente aplicar un campo eléctrico F del orden de $F=5.15 \times 10^{-4} \text{eV/\AA}$ que genera una caída del perfil de potencial del orden de $FL=77.25\text{meV}$. El efecto del campo eléctrico sobre la energía de resonancia ϵ_n consiste en un corrimiento del nivel ϵ_n del orden de $FL/2$ hacia energías más bajas. Para este valor particular del campo eléctrico la energía de resonancia es $\epsilon_n=.041\text{meV}$ y además $\Gamma_n^0=.017\text{meV}$, $\Gamma_n^L=.608\text{meV}$, $\Gamma_n=.625\text{meV}$ e $I_n=1.0158$.

En la Fig.10 graficamos el coeficiente de transmisión exacto T_{ex} dado por la ec.(32) y las expresiones para los coeficientes de transmisión en función de las anchuras parciales, distinguiendo entre la expresión lejos del umbral T_{lor} (ec.(61)) y la correspondiente a esta región de interés T_{umb} (ec.(58)). En la Fig.10 se observa que el efecto del factor de umbral $[k^0 k^L / a_n^0 a_n^L] I_n^2$ es corregir el comportamiento de T_{lor} y aproximarlos al valor exacto. En la Fig.11 se presentan los factores k^0/a_n^0 y k^L/a_n^L en función del campo eléctrico que varía en el intervalo $F=[0,51.5] \times 10^{-5} \text{eV/\AA}$, donde apreciamos claramente que en esta región el factor k^0/a_n^0 es responsable de la corrección de T_{umb} al valor de T_{ex} . Este efecto se desprende de un análisis de las ecs.(59,60) efectuado al final de la sección II.1.4.

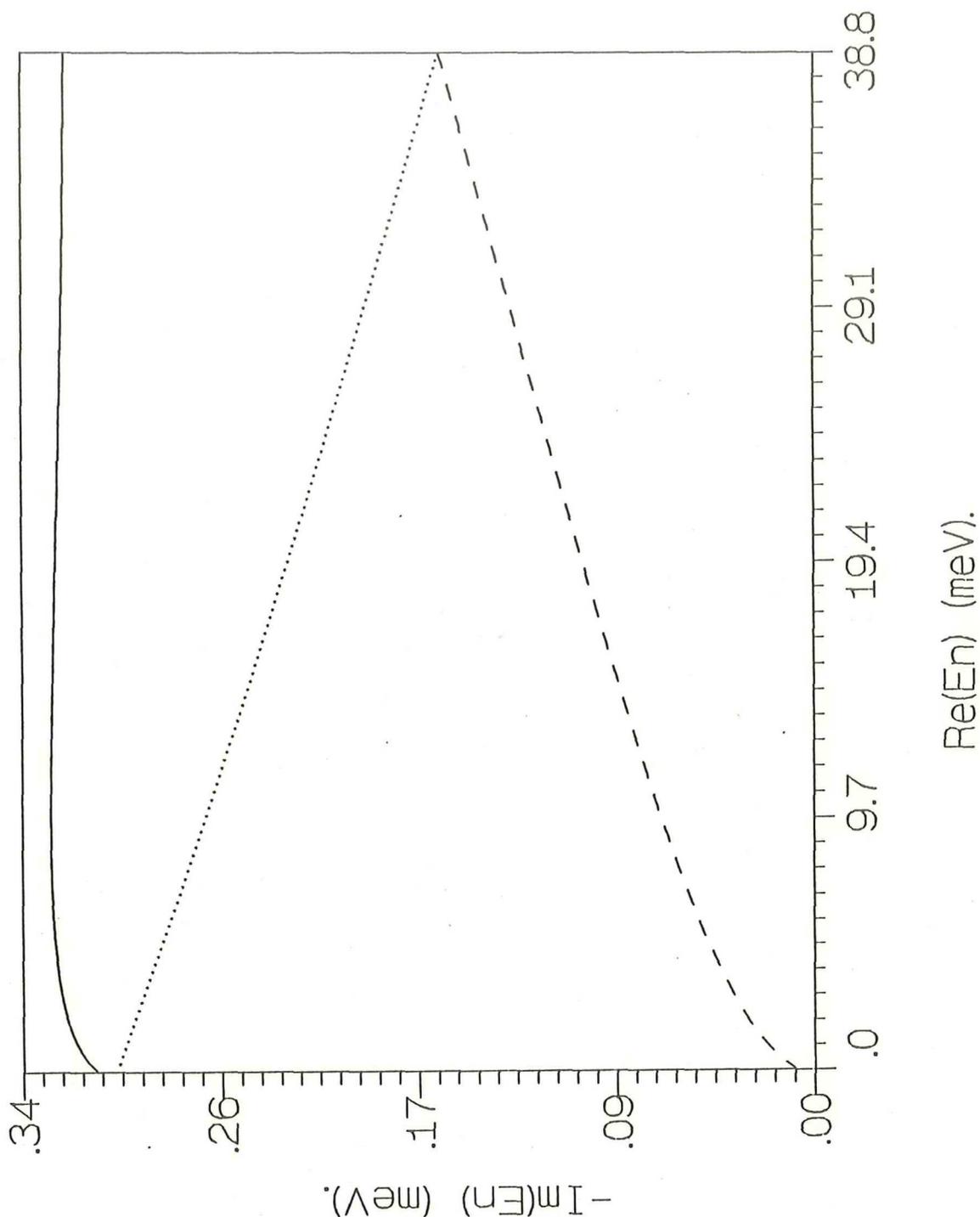


Figura 9a. Comportamiento de los polos $E_n = \epsilon_n - i\Gamma_n/2$ al variar el campo eléctrico F de manera que la energía ϵ_n se encuentra en la región del umbral. ϵ_n se representa en la abscisa y Γ_n en la ordenada. Γ_n^0 (---), Γ_n^L (...) y Γ_n (—). Parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=35\text{\AA}$ y $w=50\text{\AA}$. $F \in [0, 51.5] \times 10^{-5} \text{eV/\AA}$, donde F crece en la dirección que $\text{Re}(E_n)$ disminuye.

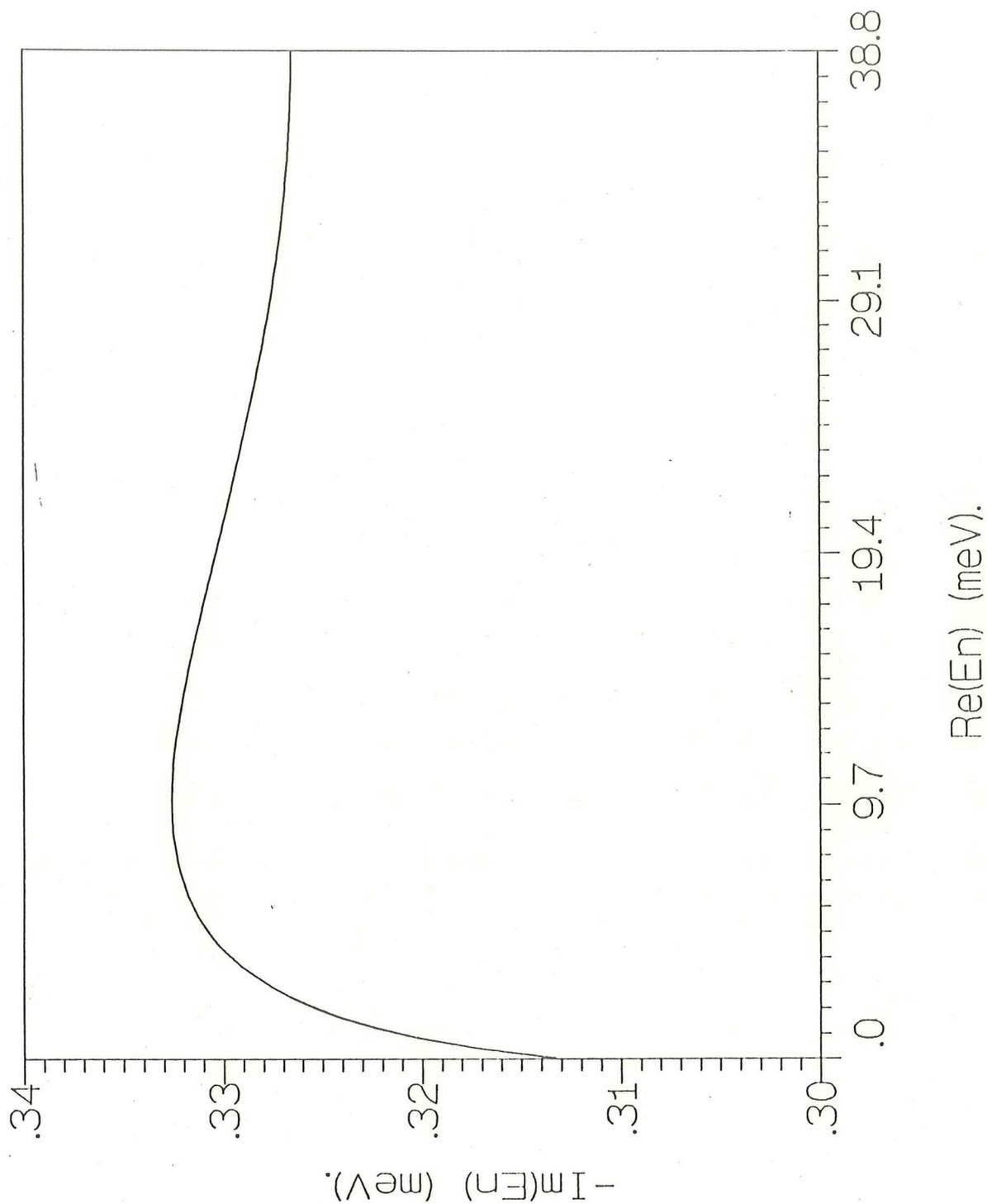


Figura 9b. Comportamiento de los polos $E_n = \epsilon_n - i\Gamma_n/2$ al variar el campo eléctrico F de manera que la energía ϵ_n se encuentra en la región del umbral. ϵ_n se representa en la abscisa y Γ_n en la ordenada. La reducción en la escala de la abscisa permite apreciar el valor máximo de Γ_n .

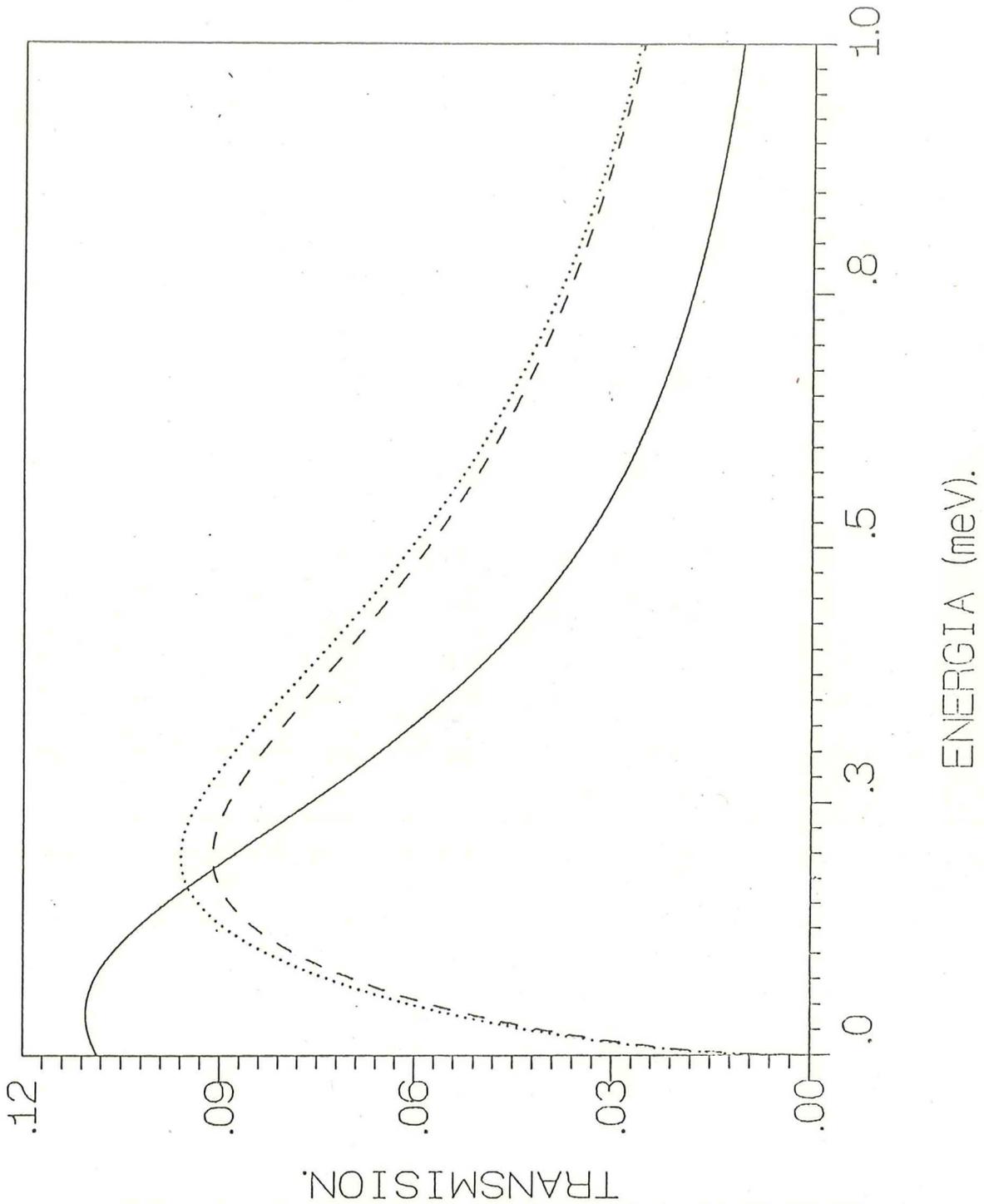


Figura 10. Coeficientes de transmisión como función de la energía E para el sistema de doble barrera. Parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=35\text{\AA}$, $w=50\text{\AA}$ y $F=51.5 \times 10^{-5} \text{eV/\AA}$. T_{ex} (---), T_{lor} (—), T_{umb} (...).

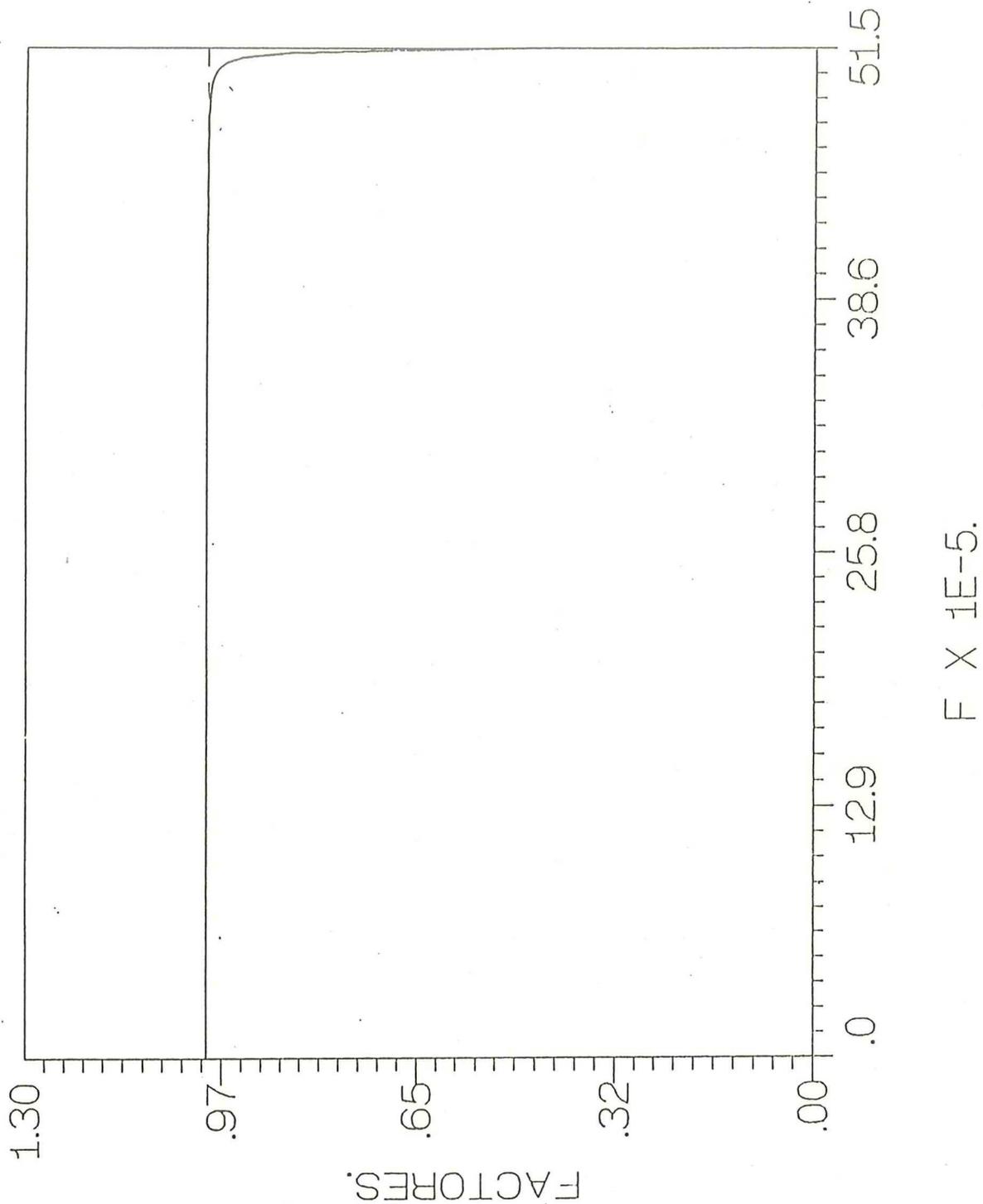


Figura 11. Factores k^0/a_n^0 (—) y k^L/a_n^L (---) en función del campo eléctrico F para el sistema de doble barrera con parámetros del potencial: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=35\text{\AA}$, $w=50\text{\AA}$. $F \in [0, 51.5] \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$.

IV.2.1.-Tiempos en función de la energía.

IV.2.1.1.- Tiempos de permanencia.

En la Fig.12 se graficaron para $F=51.5 \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$ y dentro del intervalo de energías $E \in [0,1] \text{ meV}$ los tiempos de permanencia t_{L0} y t_{L0}^u correspondientes a la incidencia por la derecha ($x > L$) del sistema, dadas por las ecs.(105) y (103). El comportamiento es esencialmente el mismo, y en efecto las gráficas de estos tiempos difieren por un factor proporcional a I_n^2 en resonancia (ec.(103)), manifestándose el hecho de que $k^L/a_n^L \cong 1$ (Fig.11) como se observa de la ec.(60). Por otro lado consideramos los tiempos de permanencia t_{0L} y t_{0L}^u dados por las ecs.(104) y (102) que corresponden a la incidencia por la izquierda del sistema ($x < 0$). En la Fig.13 se observa que el factor de umbral k^0/a_n^0 permite hacer la descripción correcta en esta región, en particular en el caso en que $E \rightarrow 0$. En efecto, en esta situación ligeramente fuera de resonancia, si consideramos incidencia por la derecha ($x > L$) el electrón se encuentra con una barrera de potencial muy pequeña la cual penetra con cierta facilidad, para posteriormente abandonar el sistema por el extremo $x=L$ (la barrera del lado izquierdo resulta prácticamente impenetrable). En este caso el coeficiente de transmisión de todo el sistema tiende a cero y, por otro lado, la probabilidad de decaimiento es esencialmente por la dirección de incidencia ($\Gamma_n^L \gg \Gamma_n^0$). Este fenómeno es similar al de reflexión resonante [García-Calderón, 1991] y en la Fig.12 vemos que cuando $E \rightarrow 0$, la escala de tiempo corresponde a la duración de este proceso. Por otro lado cuando se incide por la izquierda ($x < 0$) el electrón se encuentra con una barrera prácticamente impenetrable y la probabilidad de encontrar al electrón en el sistema es despreciable i.e. en el límite $E \rightarrow 0$ el tiempo $t_{0L}^u \rightarrow 0$ (Fig.13), como era de esperarse, situación que no puede ser descrita con la

expresión para t_{0L} , i.e., sin el factor de umbral. Así pues, estos resultados corroboran el status de los tiempos t_{L0} y t_{0L} como, efectivamente, tiempos promedio de permanencia y no como el de tiempos de tránsito a través de la estructura.

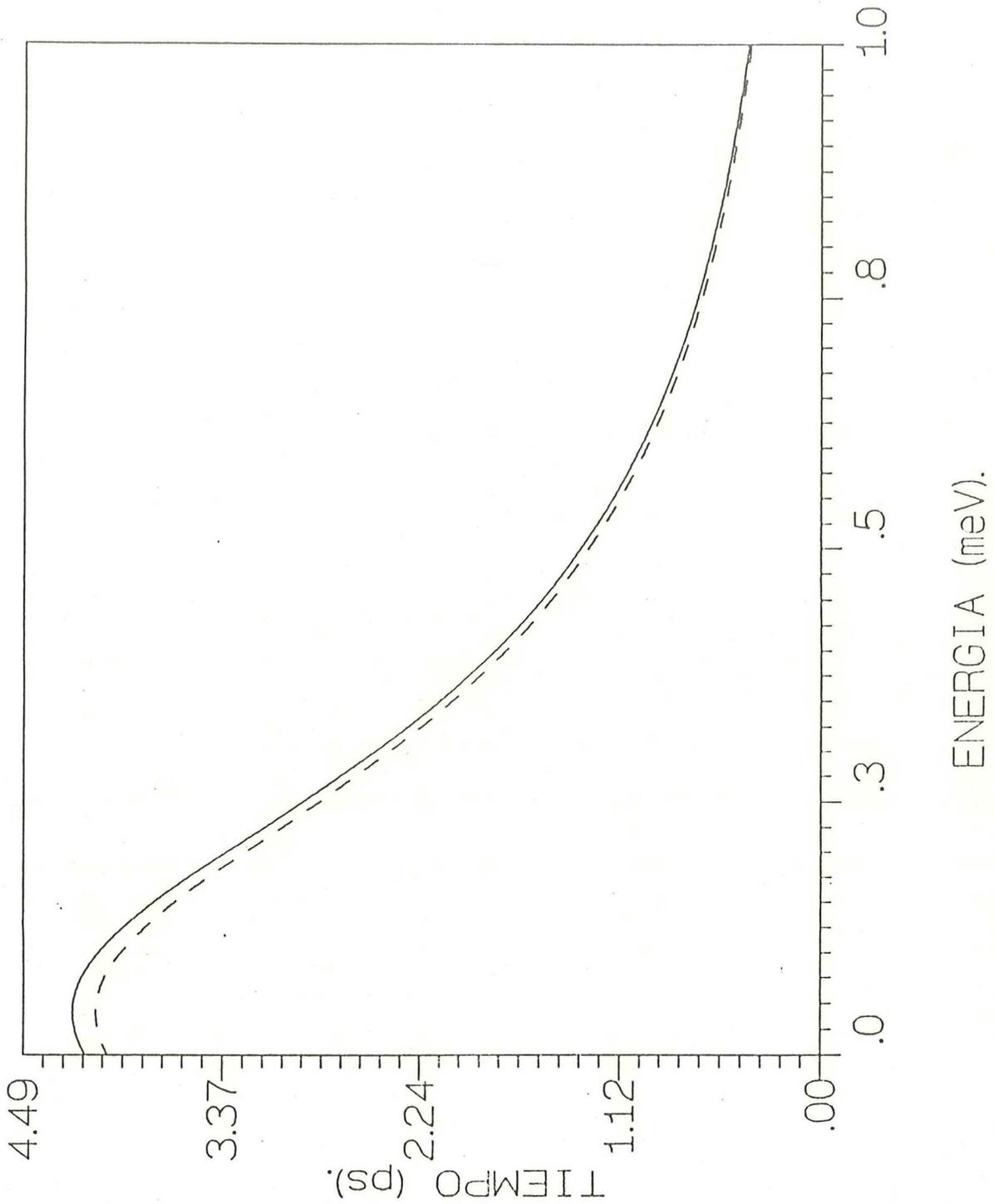


Figura 12. Tiempos de permanencia en función de la energía en la región del umbral. Parámetros: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{\AA}$, $w=80\text{\AA}$ y $F = 51.5 \times 10^{-5}$ eV/ \AA . t_{L0} (- - -), t_{L0}^u (···).

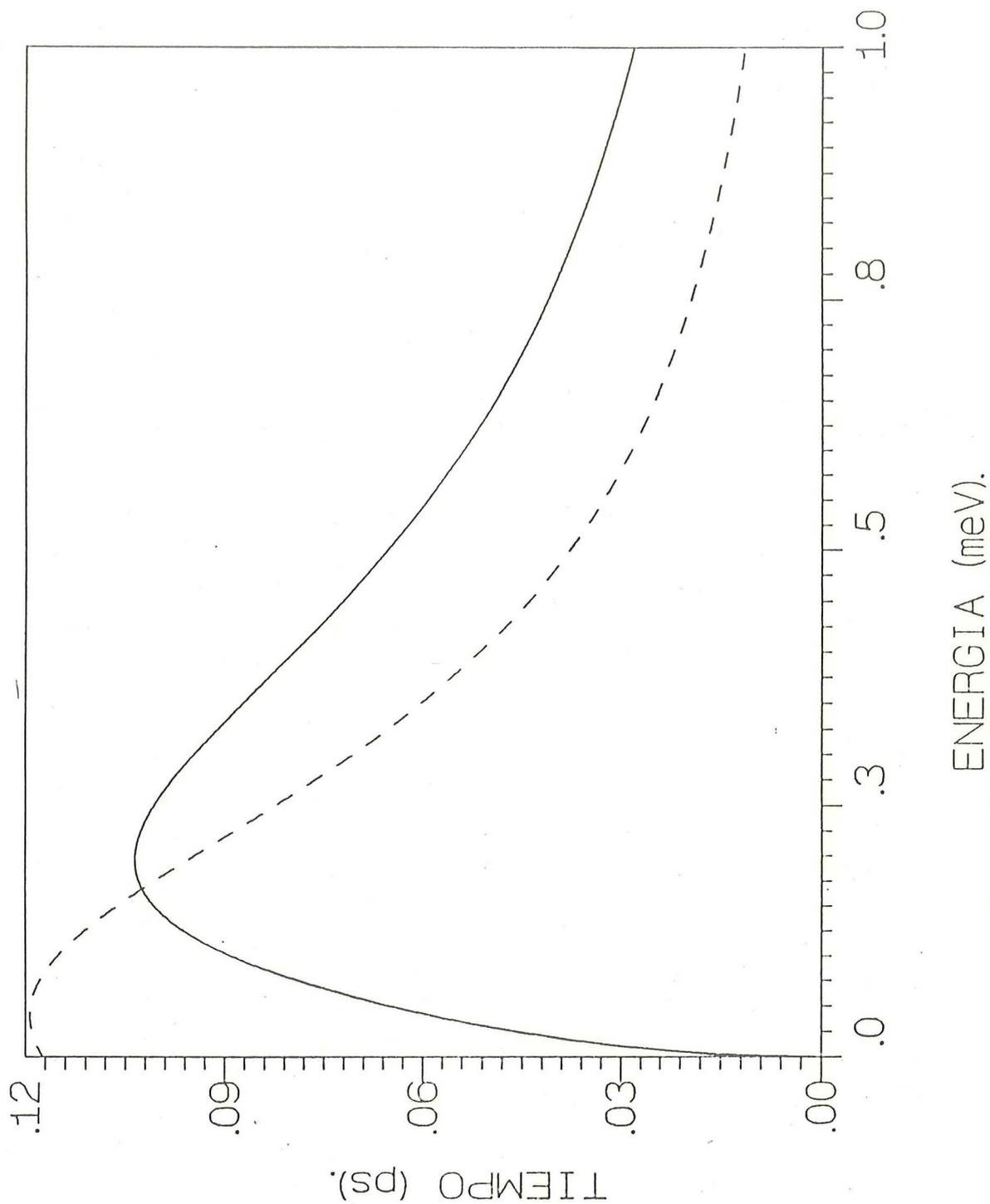


Figura 13. Tiempos de permanencia en función de la energía en la región del umbral. Parámetros: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=35\text{\AA}$, $w=80\text{\AA}$ y $F = 51.5 \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$. t_{0L} (- - -), t_{0L}^u (···).

IV.2.1.2.- Tiempos de Larmor y de fase de transmisión.

En lo que corresponde al tiempo de Larmor se graficaron en la Fig.14 las expresiones dadas por las ecuaciones (111) y (120). La evaluación de la expresión (111) requiere necesariamente de un cálculo numérico de las constantes dadas por las ecs.(113,116), donde las derivadas parciales de las cantidades involucradas, sean estas f , fueron aproximadas por,

$$\frac{\partial f(V)}{\partial V} \cong \frac{f(V+\Delta V) - f(V)}{\Delta V} \quad (125)$$

considerando variaciones de las barreras y el pozo del orden de $\Delta V=1 \times 10^{-10} \text{eV}$.

Para este sistema ($V_1=V_2=.23 \text{eV}$, $b_1=b_2=35 \text{\AA}$ y $w=80 \text{\AA}$) en particular, se obtuvieron

los valores $\partial \epsilon_n / \partial V \cong 1.015$, $\partial \Gamma_n / \partial V \cong 2.917 \times 10^{-2}$, $\partial \Gamma_n^L / \partial V \cong 1.942 \times 10^{-3}$,

$\partial \Gamma_n^0 / \partial V \cong 2.722 \times 10^{-2}$, $\partial a_n^0 / \partial V \cong 3.146$, $\partial a_n^L / \partial V \cong .264$ y $\frac{1}{I_n} \partial I_n / \partial V \cong -24.74$. Estos valores

permiten calcular las constantes: $C=772.807$, $H=-841.068$ y $D=33.9820$. En la

Fig.15 fueron graficadas las expresiones para t_L^u y t_L considerándose el valor de

estas constantes. También comparamos en la misma figura estos tiempos con la expresión correspondiente al tiempo de fase de transmisión t_θ . En efecto,

podemos observar que el tiempo de Larmor es insensible al umbral y la

descripción en esta región puede hacerse utilizando la expresión (120). Más aún,

a partir de las ecs.(113,116) y de los resultados numéricos se puede demostrar

analíticamente que en resonancia el término $\partial \ln|t| / \partial V$ es despreciable comparado

con la expresión para $\partial \theta / \partial V$. Estos resultados difieren de los de Leavens y Aers

[Leavens, Aers, 1989] quienes argumentan que para un SDB asimétrico en

resonancia la contribución de $\partial \ln|t| / \partial V$ puede ser significativa, aunque esta

cantidad no es necesariamente cero, sí es despreciable al momento de compararse

con $\partial \theta / \partial V$.

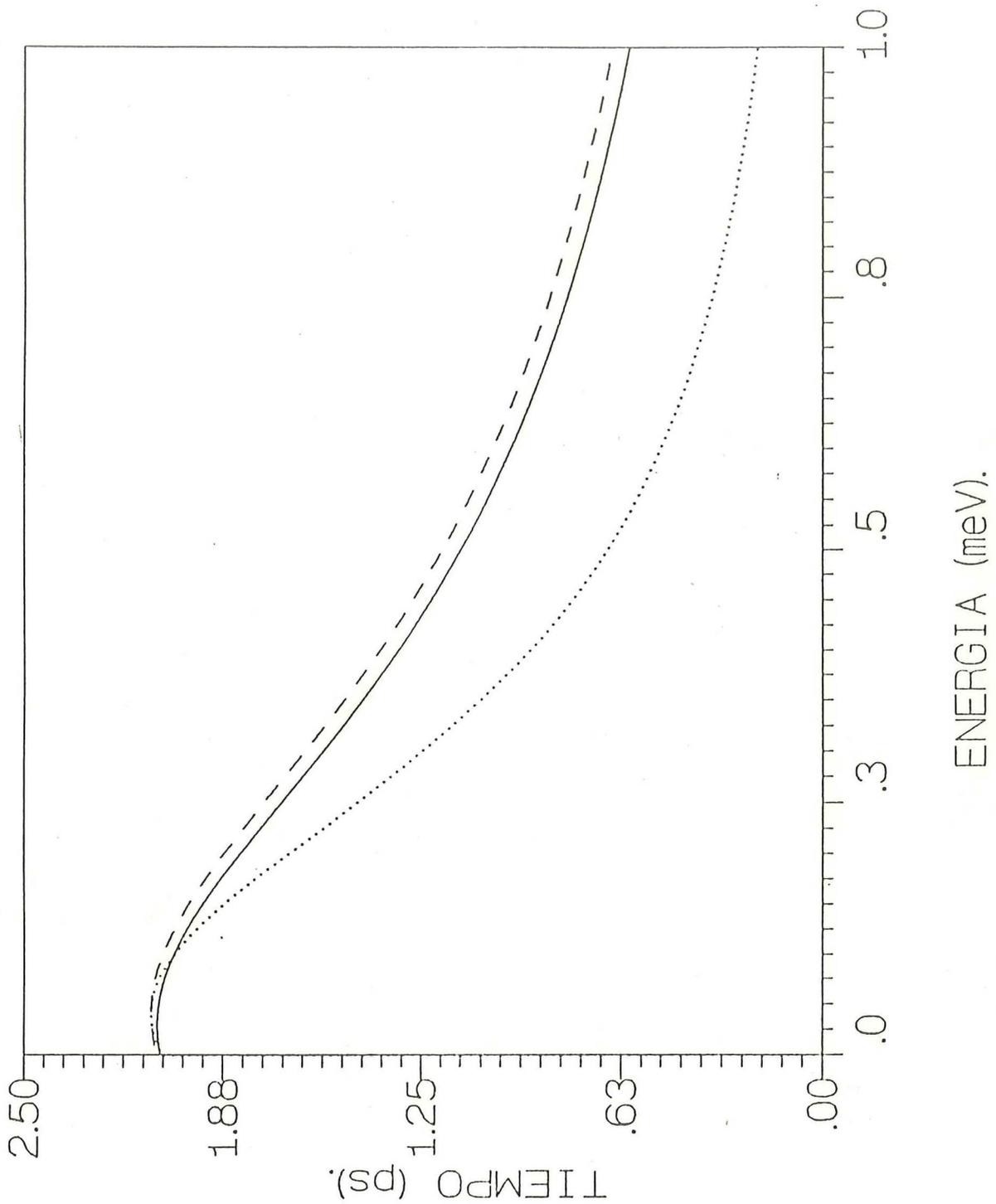
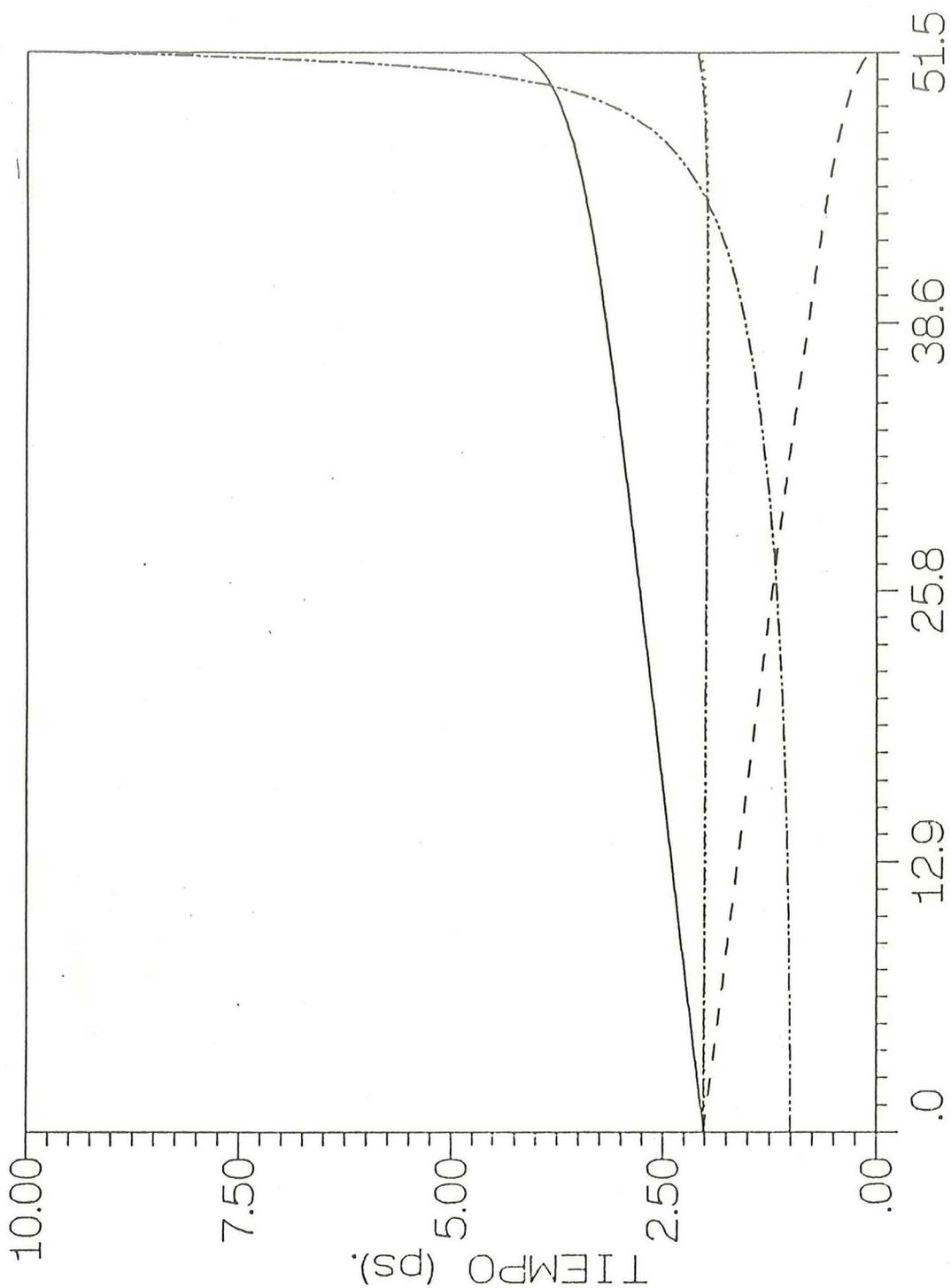


Figura 14. Tiempos de Larmor y de fase de transmisión en función de la energía para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23$ eV, $b_1=b_2=35\text{\AA}$, $w=80\text{\AA}$ y $F=51.5 \times 10^{-5} \text{eV/\AA}$ en la región del umbral. Tiempos: t_L (- - -), t_L^u (⋯), t_θ (—).

IV.2.2.-Tiempos de resonancia en función del campo eléctrico.

En la Fig.15 se graficaron las distintas escalas de tiempo en resonancia para valores de $F \in [0, 51.5] \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$. En la región lejos del umbral el comportamiento es similar al descrito en la sección IV.1.2, sin embargo para valores de $F \approx 51.5 \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$ (prácticamente estamos en el umbral) los tiempos de permanencia toman los valores límites $t_{L0}^u \approx 4\hbar/\Gamma_n^L$ y $t_{0L}^u \approx 0$ que corresponderían al fenómeno de reflexión resonante al considerar incidencia por $x > L$ y a la situación de reflexión virtualmente total cuando se incide por la región $x < 0$, respectivamente. En lo que se refiere al tiempo de Larmor y al tiempo de fase de transmisión estas escalas resultan insensibles a la región del umbral adquiriendo el valor $t_L^u = t_L = t_\theta \approx 2\hbar/\Gamma_n$, durante la variación de F se observa que estos tiempos permanecen esencialmente constantes, por lo que se puede concluir que son una forma alternativa de obtener el tiempo de vida del estado resonante. En lo que respecta al tiempo t^{GC-R} , su comportamiento en la región del umbral es consistente con la idea intuitiva (y en cierta forma clásica) de que para estas energías resulta difícil atravesar el sistema, lo que se traduce en un largo tiempo de tránsito que es del orden de $t^{GC-R} \approx \hbar/4\Gamma_n^0$. Resulta interesante observar que el tiempo de Larmor, obtenido, como lo hacen Leavens y Aers [Leavens, Aers; 1987], tomando las derivadas de la amplitud de transmisión respecto a la energía del electrón, E , y no respecto al potencial, V , tendría un comportamiento similar al t^{GC-R} en la región del umbral. Es decir sería también consistente con la idea intuitiva expresada arriba del significado de tiempo de tránsito.



$F \times 1E-5.$

Figura 15. Tiempos en resonancia como función del campo eléctrico F para el sistema con parámetros: $V_1=V_2=.23\text{eV}$, $b_1=b_2=35\text{\AA}$ y $w=80\text{\AA}$. Tiempos:

t_{OL}^u (---), t_L^u (—), $t_L^u=t_\theta$ (-.-.-), t^{GC-R} (....).

$F \in [0, 51.5] \times 10^{-5} \text{ eV/\AA}$.

V.- CONCLUSIONES.

En este trabajo fue presentado un estudio comparativo de los distintos tiempos asociados a la transmisión de partículas a través de un sistema en la situación cercana a resonancia. Para ello se implementó un formalismo que provee una descripción física de los estados resonantes, la cual permite obtener expresiones de los tiempos en función de las anchuras parciales de decaimiento del sistema. Tal descripción de los tiempos en términos de las mismas cantidades, anchuras parciales, permite realizar un análisis de ellos sin ambigüedades. En particular, se analizó el status en cuanto a tiempo de tránsito para las siguientes escalas: tiempo de permanencia, t_{0L} y t_{L0} , tiempo de fase de transmisión t_{θ} , tiempo de transmisión de Larmor t_L y tiempo de tránsito de García Calderón-Rubio t^{GC-R} . Se implementó un criterio "cuasiclásico" para determinar como debe ser el comportamiento del tiempo de tránsito, argumentándose que la duración de la travesía del electrón a través del sistema se caracteriza por una escala de tiempo que depende inversamente de que tan probable es el acceso al sistema.

El estudio de la región lejana al umbral de la energía nos permitió verificar que los diferentes tiempos no ofrecen una respuesta única al problema, lo que da lugar a controversia en cuanto se refiere a la descripción del tránsito de electrones. Más aún, el comportamiento de los tiempos en energía de resonancia como función del voltaje aplicado, al ser extendido a la región del umbral nos permitió aclarar el status de los tiempos en situaciones límites. La configuración de potencial donde es posible observar el efecto de umbral de la energía de resonancia resulta de interés, ya que es muy similar a la asociada al problema de decaimiento de partículas α . En nuestro caso el canal asociado,

digamos, al extremo izquierdo de un sistema unidimensional está prácticamente cerrado ($\Gamma_n^0 \cong 0$).

Quizás el status del tiempo que resulta más claro en el estudio de esta región es el de los tiempos de permanencia, los cuales resultan ser una medida de la probabilidad de encontrar al electrón en el sistema, dependiendo notablemente de la dirección de incidencia sobre el sistema, hecho por el cual podemos afirmar que estos tiempos no proveen una escala conveniente para el tiempo de tránsito.

En lo que respecta al tiempo de transmisión de Larmor y al tiempo derivado de la fase de la amplitud de transmisión en resonancia, tanto en las situaciones cercanas y lejanas al umbral, se encuentra que ambos tiempos permanecen insensibles a cambios en la asimetría del sistema, produciendo sólo una medida del tiempo de vida de la resonancia, $\tau = \hbar / \Gamma_n$. En efecto, para el caso extremo donde se cierra el canal de dispersión en la región $x < 0$, ambos tiempos describen la situación física estudiada en la mayoría de los textos de mecánica cuántica del problema del paso de partículas confinadas en un pozo de potencial a través de una barrera finita, el cual está caracterizado por la misma escala de tiempo, i.e, tiempo de vida del proceso. Esta discusión claramente descalifica al tiempo de fase y al de Larmor como posibles tiempos de tránsito.

En lo que respecta al tiempo de García Calderón-Rubio t^{GC-R} , este exhibe un comportamiento en la región del umbral que es consistente con la interpretación "cuasiclásica" de un tiempo de tránsito mencionada líneas arriba. Específicamente que t^{GC-R} crece en la medida en que la estructura es más impenetrable, T pequeña. Hay que resaltar que este tiempo mide la duración del tránsito de partículas de un extremo al otro del sistema, independientemente de que la fracción de partículas que se transmitirán sea menor o mayor que la

fracción de las que se reflejan. En otras palabras, t^{GC-R} no da información, en principio, sobre la reflexión de partículas sino sólo del tránsito de ellas.

Un efecto interesante se encontró al analizar el movimiento de los polos en la región del umbral, $\varepsilon_n \cong 0$, consistente en que a diferencia de la situación usual (ausencia de campo eléctrico en 1D o siempre en 3D), la parte imaginaria del polo Γ_n presenta un máximo, antes de tender a Γ_n^L cuando ε_n tiende a cero. Aunque este efecto no era esperado, su explicación resulta bastante directa. Las posibles implicaciones de este fenómeno serán objeto de un estudio posterior.

En base a los resultados obtenidos, puede concluirse resumidamente que para SDB típicos en situaciones cercanas a la energía de resonancia, los tiempos de permanencia, el tiempo de fase de transmisión y el tiempo de transmisión de Larmor describen situaciones físicas totalmente distintas al tiempo de tránsito t^{GC-R} y su comportamiento no es consistente con la noción "cuasiclásica" de un tiempo de tránsito. Por otra parte el tiempo t^{GC-R} tiene propiedades que lo califican como un tiempo de tránsito, en particular, su consistencia con la interpretación "cuasiclásica". Sin embargo habrá que esperar a que experimentos concluyentes sean factibles para poder afirmar que efectivamente t^{GC-R} es el tiempo promedio de tránsito, o bien, que no lo es.

LITERATURA CITADA.

- Barker, J. R. 1980. En: *The Physics and Fabrication of Microstructures and Microdevices* (M. J. Kelly, ed.). Springer-Verlag. p. 210.
- Bastard, G. 1988. *Wave mechanics applied to semiconductor heterostructures*. John Wiley and Sons, Inc., New York. 357 pp.
- Baz', A. I. 1967. Lifetime of intermediate states. *Sov. J. Nucl. Phys.* 4 (2): 182-188.
- Büttiker, M. 1983. Larmor precession and traversal time for tunneling. *Phys. Rev.* 27 (10): 6178-6188.
- Büttiker, M. 1991. Traversal, reflection and dwell time for quantum tunneling. En: *Properties of multilayers and low dimensional semiconductor structures* (J. M. Chamberlain, ed.). Plenum, New York.
- Büttiker, M., R. Landauer. 1986. Traversal time for tunneling. *J. Res. Develop.* 30 (5): 451-454.
- Cohen-Tannoudji, C., B. Diu, F. Laloë. 1977. *Quantum mechanics*. John Wiley and Sons, Inc., New York.
- Collins, S., D. Lowe, J. R. Barker. 1987. The quantum mechanical tunneling time problem revisited. *J. Phys. C: Sol. State Phys.* 20: 6213-6232.
- Chang, L., L. Esaki, R. Tsu. 1984. *Appl. Phys. Lett.* 24: p. 593.
- Datta, S., M. J. Mc. Lennan. 1990. Quantum transport in ultrasmall electronic devices. Presented at the Spring College in Condensed Matter on: "Physics of Low-Dimensional Structures". International Centre for Theoretical Physics, Trieste, Italy.
- Eisenbund, L. 1948. Dissertation, Princeton. unpublished.
- Esaki, L., R. Tsu. 1970. *IBM J. Res. Devel.* 14: 61-5.

- Frensley W. 1987. Phys. Rev. B 36: p. 1570.
- Gamow, G. 1937. Structure of Atomic Nuclei and Nuclear Transformations. Oxford Univ. Press, Oxford.
- García-Calderón, G. 1976. An expansion of continuum wave functions in terms of resonant states. Nucl. Phys. A261: 130-140.
- García-Calderón, G. 1987. The effect of assymetry on resonant tunneling in one dimension. Sol. State Comm. 62: 441-447.
- García-Calderón, G. 1990. Tunneling times for resonant structures. Presented at the NATO Workshop on "Resonant Tunneling: Physics and Applications". El Escorial, Madrid, Spain.
- García-Calderón, G. 1991. Tunneling times for resonant structures, p. 297-306. En: Resonant Tunneling in Semiconductors (L. L. Chang, ed.). Plenum Press, New York.
- García-Calderón, G., R. E. Peierls. 1976. Resonant states and their uses. Nucl. Phys. A265: 443-460.
- García-Calderón, G., A. Rubio M. 1987. Characteristic times for resonant tunneling in one dimension. Phys. Rev. B 36 (8): 4462-4464.
- García-Calderón, G., A. Rubio M. 1991. Transit time for resonant tunneling in semiconductor heterostructures. J. Appl. Phys. 70 (8): 4626-4628.
- Hauge, E.H., J. A. Stovngeng. 1989. Tunneling times: a critical review. Rev. Mod. Phys. 61 (4): 917-936.
- Leavens, C. R., G. C. Aers. 1987. Characteristic electron-barrier interaction times. J. Vac. Sci. Technol. A6 (2): 305-310.
- Leavens, C. R., G. C. Aers. 1989. Larmor-clock transmission times for resonant double barriers. Phys. Rev. B 40 (8): 5387-5400.
- Merzbacher, E. 1970. Quantum Mechanics. John Wiley & Sons, New York. 621 pp.

- Muga, J. G., H. Cruz. 1992. Characteristic times for resonant tunneling through double barrier heterostructures. *Physica B* 179: 326-334.
- Ricco, B., M.Ya Azbel. 1984. Physics of resonant tunneling. The one dimensional double barrier case. *Phys. Rev. B.* 29 (4): 1970-1981.
- Romo Martínez, R. 1991. Propiedades del tunelaje resonante en heteroestructuras. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (C.I.C.E.S.E.), Ensenada, México, Tesis de Maestría en Ciencias. 71 pp.
- Rybachenko, V. F. 1967. Time of penetration of a particle through a potential barrier. *Sov. J. Nucl. Phys.* 5 (4): 635-639.
- Smith, F. T. 1960. Lifetime matrix in collision theory. *Phys. Rev.* 118 (1): 349-356.
- Sollner, T. C. L. G., E. R. Brown, W. D. Goodhue, H. Q. Le. 1990. Microwave and Millimeter-Wave Resonant Tunneling Devices, p. 147-180. En: *Physics of Quantum Electron Devices* (F. Capasso, ed.). Springer-Verlag, New York. 403 pp.
- Tsu, R., L. Esaki. 1973. Tunneling in a finite superlattice. *Appl. Phys. Lett.* 22: p. 568.
- Wigner, E. P. 1955. Lower limit for the energy derivative of the scattering phase shift. *Phys. Rev.* 98 (1): 145-147.