

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Electrónica y Telecomunicaciones
con orientación en Telecomunicaciones**

**Desarrollo de un algoritmo de reconocimiento de
estrellas en imágenes astronómicas**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Gustavo Enrique Ramos Alcaraz

Ensenada, Baja California, México

2019

Tesis defendida por

Gustavo Enrique Ramos Alcaraz

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Miguel Ángel Alonso Arévalo
Director de tesis

Dr. Juan Manuel Nuñez Alfonso

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Dr. Israel Rocha Mendoza



Dr. Daniel Saucedo Carvajal
Coordinador del Posgrado en Electrónica y Telecomunicaciones

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Gustavo Enrique Ramos Alcaraz © 2019

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis

Resumen de la tesis que presenta Gustavo Enrique Ramos Alcaraz como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones con orientación en Telecomunicaciones.

Desarrollo de un algoritmo de reconocimiento de estrellas en imágenes astronómicas

Resumen aprobado por:

Dr. Miguel Ángel Alonso Arévalo

Director de tesis

Uno de los subsistemas más importantes en un satélite es el sistema de control de actitud. Este módulo se encarga de determinar y corregir la ubicación y posición del satélite o cualquier objeto que se encuentre en el espacio. En este trabajo la importancia radica en la verificación experimental de uno de los sensores más importantes que realizan el control de actitud, el sensor de estrellas. El algoritmo de identificación de estrellas que se trabaja utiliza técnicas invariantes a la semejanza con polígonos de estrellas, mediante las cuales se pueden procesar imágenes de estrellas rotadas, escaladas y desplazadas sin que se afecte la información que guarda cada conjunto de estrellas. Se han adquirido y procesado fotografías de telescopios del Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir con el objetivo de obtener imágenes lo más cercano posible a las que se encontrarían en un satélite de órbita baja. A estas, se les han aplicado algoritmos de eliminación de ruido, identificación de regiones de interés, cálculo de centroides, rotación de coordenadas mediante ángulos de Euler y cambios de época a coordenadas de estrellas con el fin de adaptar los datos para el correcto funcionamiento del algoritmo de la invariante. Además, para poder empatar los datos de los sensores de imagen de los telescopios ha sido necesario filtrar información de las coordenadas, velocidades propias y radiales y paralaje de estrellas descargadas de la base de datos de la misión espacial Gaia. Como resultado, para el presente caso de estudio se han obtenido los valores de la invariante a la semejanza con una precisión del 99.678121%, mostrando así la viabilidad en la implementación real del algoritmo de identificación de estrellas. Además, se muestra un segundo caso de estudio utilizando imágenes de la colaboración de NovaAstrometry, en donde se obtiene un resultado de 99.482754% de precisión. Por lo cual, se abre un nuevo panorama en donde se pueda implementar este algoritmo en un sistema embebido y con la adquisición de imágenes utilizando telescopios comerciales.

Palabras clave: Sensor de estrellas, identificación de estrellas, procesamiento de imágenes, imágenes de telescopios, satélites.

Abstract of the thesis presented by Gustavo Enrique Ramos Alcaraz as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Electronics and Telecommunications with orientation in Telecommunications.

Development of a star recognition algorithm in astronomical images

Abstract approved by:

Dr. Miguel Ángel Alonso Arévalo
Thesis Director

One of the essential subsystems in a satellite is the attitude control system. This module is responsible for sensing and correcting the location and position of the satellite or any object in space. In this work, the importance lies in the experimental verification of one of the sensors that performs the attitude control, the star sensor. The star identification algorithm that is proposed uses similarity transformation invariant techniques to identify polygons formed by stars. The proposed algorithm can process star images that have been rotated, scaled, and translated without affecting the information contained in each set of stars. The images used in this work were obtained using the telescopes of the Mexican National Astronomical Observatory of San Pedro Mártir in Baja California. We consider that these images are the closest that we can get to the type of images acquired by low Earth orbit satellites. Algorithms for noise elimination, identification of regions of interest, calculation of centroids, rotation of coordinates by Euler angles, and changes of time to star coordinates have been applied to adapt the data for the correct operation of the invariant algorithm. Besides, to be able to match the data of the image sensors of the telescopes, it has been necessary to filter information of the coordinates, proper motion, radial velocity and parallax of stars downloaded from the database of the Gaia space mission. As a result, for the present case study the values of the similarity invariant have been obtained with an accuracy of 99.678121%, consequently showing the viability in the current implementation of the star identification algorithm. Also, a second case study is shown using images from the NovaAstrometry collaboration, where a 99.482754% accuracy result is obtained. Therefore, a new panorama is opened where this algorithm can be implemented in an embedded system and using images obtained with commercial off-the-shelf telescopes.

Keywords: Star tracker, star identification, image processing, telescope images, satellites.

Dedicatoria

Este trabajo se lo dedico a mis padres Gustavo y María del Refugio, así como a mis hermanas Faby y Sandra. Su apoyo incondicional me ha ayudado a levantarme en momentos difíciles e intentar ser mejor cada día.

Agradecimientos

Agradezco a mi familia que me apoyó en todo momento en la realización de la maestría. De quienes he tenido que soportar la nostalgia de estar lejos de ellos.

Agradezco al Dr. Miguel Ángel Alonso Arévalo por permitir integrarme a su grupo de trabajo y sobre todo por su paciencia y dedicación en la guía que me ha brindado para realizar este trabajo de tesis. A mis sinodales, Dr. David Hilario Covarrubias Rosales, Dr. Juan Manuel Nuñez Alfonso y Dr. Israel Rocha Mendoza por sus comentarios sinceros de este trabajo durante las revisiones de los avances de tesis y la revisión final. Así como al Dr. Roberto Conte Galván por sus comentarios y sugerencias generales.

Agradezco a mis compañeros de generación Elizván, Rodolfo, Iván, Edgar, Ulises, Memo, Hirata, Carlos, Alberto y Chuy por estar ahí y compartir todos esos buenos momentos de trabajo y ocio. A los roomies oficiales y anexados Enrique, Eduardo, Alison, Luviano y Roilhi por crear un ambiente de convivencia alegre y respetuoso en el hogar. Así como a Iliana Lugo, por el apoyo y felicidad que me ha brindado.

Agradezco a cada una de las personas del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) que de una u otra forma me han apoyado para poder terminar mis estudios de posgrado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría. No. de becario 842163.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español	ii
Resumen en inglés	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Lista de figuras	viii
Lista de tablas	xi
Capítulo 1. Introducción	
1.1. Motivación	2
1.2. Objetivos	4
1.2.1. Objetivo general	4
1.2.2. Objetivos específicos	4
1.3. Metodología de la investigación	5
Capítulo 2. Antecedentes	
2.1. Sensores ópticos y telescopios	6
2.1.1. Sensor CCD	8
2.1.2. Sensor CMOS	9
2.1.3. Efectos y diferencias entre los sensores CCD y CMOS	9
2.1.4. Telescopio de Newton y Schmidt-Cassegrain	11
2.2. Algoritmos de identificación de estrellas	13
2.3. Catálogos astronómicos	15
Capítulo 3. Preprocesamiento de las imágenes	
3.1. Obtención de las imágenes	18
3.2. Preprocesamiento de las imágenes	19
3.2.1. Igualación del histograma	19
3.2.2. Región de interés (ROI)	22
3.2.3. Cálculo del centroide	23
3.3. Método de la invariante a la semejanza	26
Capítulo 4. Procesamiento experimental de la información	
4.1. Procesamiento para la imagen del telescopio	30
4.1.1. Captura de la imagen	30
4.1.2. Ruido y filtrado de regiones	36
4.1.3. Cálculo del centroide	41
4.1.4. Creación de polígonos de n vértices	41
4.1.5. Centrado de la imagen en una estrella (rotación)	46
4.2. Procesamiento de los datos de catálogos de estrellas	54
4.2.1. Acondicionamiento del catálogo de estrellas	54

Tabla de contenido (continuación)

4.2.2. Conversión de época	57
4.2.3. Creación de polígonos de n vértices	61
4.2.4. Proyección gnomónica	61
Capítulo 5. Escenarios de evaluación y resultados	
5.1. Resultados	64
5.1.1. Generación de la invariante	65
5.1.2. Caso de estudio alternativo: imagen de NovaAstrometry	66
Capítulo 6. Conclusiones y trabajo a futuro	
6.1. Conclusiones	69
6.2. Trabajo a futuro	70
Literatura citada	72

Lista de figuras

Figura	Página
1. Subsistemas o módulos de un nanosatélite.	3
2. Placas fotográficas utilizadas en 1951 en el Observatorio de Tonantzintla, México.	6
3. Principales fuentes de ruido y componentes de un sensor de imagen.	7
4. Analogía del funcionamiento de un sensor CCD (Howell, 2006)	8
5. Flujo de información entre un sensor de tipo CCD y CMOS.	10
6. Efecto <i>blooming</i> en una imagen estelar. (LewisM, 2013)	12
7. Configuraciones de lentes y espejos más comunes que producen distintos tipos de telescopios (Covington, 2007).	12
8. Proceso típico en un identificador de estrellas.	14
9. Diagrama de funcionamiento proveniente de la imagen del telescopio.	18
10. Diagrama de funcionamiento proveniente de los datos del catálogo.	19
11. Configuración del telescopio.	20
12. Instalaciones en la sierra de San Pedro Mártir.	21
13. A la izquierda se aprecia una imagen con un tono muy oscuro y a la derecha la misma imagen corregida mediante la igualación del histograma, en donde es más sencillo apreciar sus detalles.	22
14. Comparación de los valores de un histograma. A la izquierda, un histograma con valores muy oscuros (cercanos a 0) y a la derecha un histograma corregido.	22
15. Regiones de interés marcadas en rectángulos rojos y azules.	23
16. Elección arbitraria de estrellas ubicadas una en cada vértice, las cuáles forman un polígono de 5 lados.	26
17. Diferentes tipos de transformaciones afines.	28
18. Cuadros sobrepuestos de las imágenes adquiridas por el telescopio de 84cm.	31
19. Cuadros sobrepuestos de las imágenes adquiridas por el telescopio de apuntamiento de 8".	31
20. Imagen con una estrella demasiado luminosa, la cual puede complicar el procesamiento de la información.	33
21. Imágenes obtenidas del telescopio principal de 84 cm de apertura.	34
22. Imágenes adquiridas del apuntador de 8" montado sobre el tubo del telescopio principal.	34
23. Características y parámetros de la imagen extraídos por el software web de Astrometry.net.	35

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
24. Comparación entre el histograma de la imagen cruda con la modificada.	37
25. Comparación entre imágenes con y sin el algoritmo de la igualación del histograma aplicado.	38
26. Máscara de conectividad de píxeles.	39
27. Regiones de interés encontradas en la imagen procesada, en rojo las que siguen siendo de interés y en azul las que fueron eliminadas.	40
28. Centroides calculados mediante el método de Centro de gravedad, la cruz roja marca la posición del punto centroide.	41
29. Regiones de interés encontradas que satisfacen los requisitos establecidos en el umbral.	42
30. Representación gráfica de la extensión del FWHM en una función Gaussiana.	42
31. Superposición de un modelado Gaussiano sobre los datos crudos de la imagen.	43
32. Representación de las estrellas sobre el plano cartesiano del sensor de imagen.	47
33. Representación de las estrellas sobre el plano cartesiano del sensor de imagen.	48
34. Ejes de rotación de los ángulos de Euler (Arfken y Weber, 2005)	48
35. Ejemplo de la rotación en los diferentes ejes utilizando los tres ángulos de Euler. En el siguiente orden estricto: rosa, verde y azul.	49
36. Imagen con el resultado de la rotación de las estrellas al centro del plano. Se muestra una vista superior.	51
37. Imagen modificada para destacar la importancia de la necesidad de recortar los excesos en los vectores de las estrellas rotadas. Se muestra una vista de costado.	51
38. Configuración establecida para obtener las coordenadas de la intersección del plano con un vector.	52
39. Agrupación final de estrellas, después de corregir las coordenadas para que toquen el plano.	53
40. Agrupación final de estrellas en tres dimensiones donde se puede observar la distancia a la longitud focal del sistema óptico.	53
41. Opciones de filtrado proveídas por los creadores de Gaia.	55
42. Filtros pasabanda empleados en la misión espacial Gaia.	56

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
43. Resultados de la búsqueda de estrellas en la base de datos de Gaia.	61
44. Representación de una proyección de objetos en la superficie de una esfera sobre un plano.	62
45. Polígono final obtenido de las imágenes del catálogo de Gaia que se encuentran en la región de la imagen adquirida en SPM.	64
46. Comparación geométrica de los polígonos finales de las imágenes del telescopio de SPM.	65
47. Imagen original descargada de NovaAstrometry con la cual se trabajó en el caso de estudio alternativo.	67
48. Imagen base de NovaAstrometry después de la identificación de las regiones de interés y cálculo del centroide.	67
49. Imagen de NovaAstrometry transformada al origen del plano del sensor de imagen.	68
50. Comparación geométrica de los polígonos finales de la imagen de NovaAstrometry.	68

Lista de tablas

Tabla		Página
1.	Precisión de algunos de los sensores de determinación de actitud. . .	2
2.	Parámetros principales en la comparación de los sensores de imagen CCD y CMOS.	11
3.	Comparación entre las misiones espaciales Hipparcos y Gaia.	16
4.	Secuencias permitidas para tomar los vértices del polígono de la Figura 16.	27
5.	Comparación de los parámetros de elección de región de interés. La cuarta y quinta columna muestran la comparativa de las características.	45
6.	Comparativa entre un valor de coordenadas con y sin cambio de época. El último valor es la estrella de Barnard, conocida por ser la estrella que mas se mueve en el cielo.	59

Capítulo 1. Introducción

El uso de satélites artificiales ha contribuido enormemente al desarrollo de la humanidad. En la actualidad, los satélites nos han permitido combatir problemas ambientales, meteorológicos, educacionales, alimenticios, médicos, y por otro lado nos ha brindado servicios como el sistema de posicionamiento global (GPS), telecomunicaciones, astronomía, imágenes de la tierra, entre otras. Gracias a la miniaturización de dispositivos electrónicos y la disminución del costo de dispositivos comerciales capaces de funcionar en el espacio, el número de países que trabajan en la construcción de satélites se ha incrementado.

La orientación de un satélite es un concepto fundamental para el éxito de la mayoría de las misiones de satélites. Esto se debe a que al estar un objeto en el espacio, siempre se encontrará en movimiento, por lo que si el objeto está girando en la órbita terrestre tenderá a caer hacia la tierra o salir expulsado del planeta (por lo que se debe corregir la posición del objeto). De la misma forma, si se trata de una sonda espacial de exploración que está viajando hacia cualquier rincón del sistema solar, cualquiera de estos objetos espaciales estarían experimentando una gran velocidad y por lo tanto cambiarían de posición muy rápido. Generando así, una gran necesidad de ubicar estos objetos espaciales en la bóveda celeste para poder transmitir y recibir datos de control o información importante respecto a su misión, además de poder ubicarlos en el cielo visualmente.

Conforme ha evolucionado la tecnología, han surgido diferentes sensores con mayor complejidad para obtener la actitud de un satélite, la cual se refiere a conocer la posición y orientación de un objeto orbitando la tierra (en el caso de un satélite terrestre artificial). En algunos casos, los dispositivos que los implementan son costosos y en otros no cumplen con los requerimientos de la misión espacial. Debido a que un sistema satelital necesita poder ubicarse en el espacio, se han empleado varios métodos para conocer la posición actual de un satélite, por ejemplo, sensores de sol, sensores de horizonte, magnetómetros, giróscopos y sensores de estrellas. Éstos últimos han demostrado tener buenas características, ya que en teoría tienen la mejor precisión (dentro de los sensores de determinación de la actitud), como se observa en la Tabla 1.

Tabla 1. Precisión de algunos de los sensores de determinación de actitud.

Tipo de sensor	Precisión teórica
Estrellas	1 arco segundo
Sol	1 arco minuto
Tierra (horizonte)	6 arco minutos
Radiofaro	1 arco minuto
Magnetómetro	30 arco minuto

Los sensores de estrellas pueden funcionar en órbitas lejanas (geoestacionaria) e inclusive operar en los periodos de eclipse de la tierra con el satélite. En el caso de sondas espaciales, los sensores de estrellas son actualmente la única manera de orientarse en el espacio profundo. Sin embargo, cuando un proyecto se enfoca en el diseño de un nanosatélite, el cual es un tipo de satélite de 1 a 10 kg, se debe tener en cuenta el costo comercial de cada uno de sus subsistemas, siendo el de determinación y control de actitud (Figura 1) uno muy importante ya que maneja sensores y actuadores para conocer la ubicación del satélite. En estos componentes, el sensor de estrellas tiene un costo muy elevado, iniciando en alrededor de 30,000 € (CubeSatShop, 2019). Además del costo, es importante tener en cuenta que la venta de esta clase de dispositivos se restringe a una gran cantidad de países por razones de seguridad. Es en estos casos cuando es necesario desarrollar desde cero un algoritmo para la identificación de estrellas, además de tener la ventaja de poderlo diseñar de acuerdo a las necesidades propias.

1.1. Motivación

Cuando observamos las estrellas en la bóveda celeste, vemos pequeños puntos luminosos que son muy difíciles de distinguir sólo por su brillo para el ojo humano. A lo largo de la historia hemos realizado asociaciones de esas estrellas con ciertos patrones conocidos por los seres humanos (animales, seres mitológicos, herramientas u otros objetos cotidianos de la vida humana). De esa forma se han designado a las estrellas y otros objetos celestes con un nombre. Sin embargo, actualmente existen misiones de observatorios espaciales como GAIA que han llegado a observar hasta aproximadamente 1.7 miles de millones de estrellas y con una mejor precisión a otras

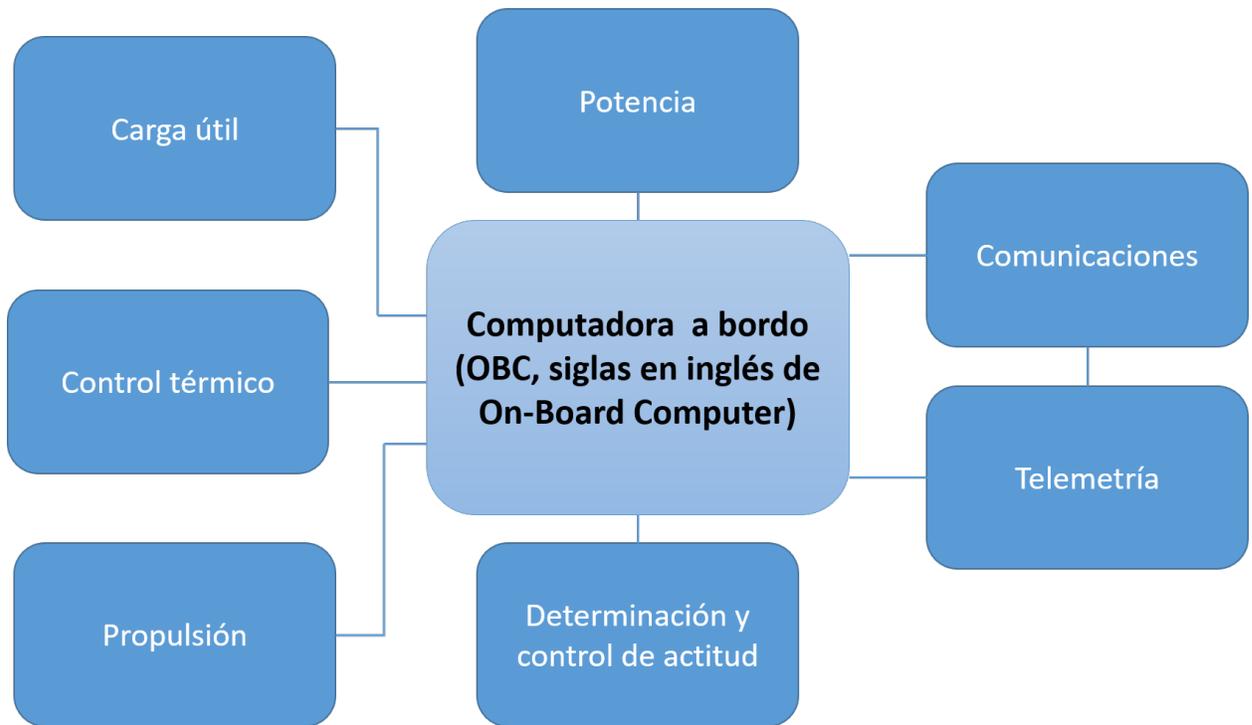


Figura 1. Subsistemas o módulos de un nanosatélite.

misiones espaciales previas como Hipparcos (GaiaCollaboration, 2018).

Tal cantidad de información ha servido para poder mejorar la precisión de dispositivos como sensores de estrellas. Debido a que en éste tipo de sensores se utilizan otros parámetros de las estrellas además de las coordenadas, como el paralaje, la velocidad radial y el movimiento propio.

Es importante mencionar la colaboración que se ha tenido con el personal del Observatorio Astronómico Nacional en la sierra de San Pedro Mártir, el cual es operado por el Instituto de Astronomía de la UNAM con sede en Ensenada. Las instalaciones de este observatorio tienen unas de las mejores condiciones de calidad del cielo en el mundo, inclusive comparables con las de instalaciones en Hawaii, La silla en Chile o La palma en Gran Canarias, España. De acuerdo a la comparación de Plauchu-Frayn *et al.* (2017) el valor de luminosidad en el cielo nocturno puede variar entre 0.6 y 0.9 en magnitud, en las bandas azul y visible. Esto es debido a la intensidad del flujo solar y estos son los únicos cambios observables en luminosidad entre las diferentes instalaciones previamente mencionadas.

Además, se tiene un *seeing* (o visibilidad astronómica) que oscila entre 0.37 y 0.78

segundos de arco (Sánchez *et al.*, 2012), comparable con los aprox. 0.5 segundos de arco promedio que se tienen en Mauna Kea, Hawaii. Este valor es muy importante porque mide qué tan difuso y centelleante se encuentra el cielo, utilizando la anchura a media altura de la intensidad (*FWHM*, por las siglas en inglés) óptica recibida por sensores CCD (por las siglas en inglés de dispositivo de carga acoplada) o fotómetros, siendo esto un parámetro de calidad que depende de las condiciones atmosféricas.

Por lo tanto, estas condiciones son las ideales para poder tomar fotografías del cielo nocturno con la mejor nitidez posible en la tierra y así, eliminar otros errores que se puedan agregar al procesar las imágenes. Obteniendo así una imagen con características lo más cercano posible desde la tierra, que se asemeje a una imagen adquirida por un sensor de imagen de un satélite en el espacio.

Debido a toda esta nueva información y por los novedosos algoritmos de búsqueda de estrellas que han ido surgiendo, es por lo que se decide verificar en condiciones reales la eficacia del método desarrollado por Hernández Elías (2017) en la identificación de estrellas.

1.2. Objetivos

Se presentan a continuación los distintos objetivos de este trabajo de tesis.

1.2.1. Objetivo general

- Desarrollar un algoritmo para identificar estrellas a partir de imágenes adquiridas por un telescopio astronómico.

1.2.2. Objetivos específicos

Los objetivos específicos son:

- Implementar un algoritmo de pre-procesamiento e identificación de estrellas mediante el uso de imágenes astronómicas.

- Aplicar el método de rotación de coordenadas y el cambio de época.
- Verificar la funcionalidad del algoritmo de identificación de estrellas basado en el cálculo de invariantes.

1.3. Metodología de la investigación

Con el propósito de alcanzar los objetivos planteados, el presente trabajo de investigación se ha estructurado de la siguiente forma. En donde los siguientes enunciados resumen los puntos más importantes de cada una de ellas:

- Se obtuvieron imágenes de telescopios profesionales, las cuales permitieron reducir bastante el nivel de ruido en la adquisición de los datos.
- Se aplicaron algoritmos para la eliminación del ruido de la imagen.
- Se utilizaron algoritmos de cálculo del centroide para poder modelar las manchas luminosas generadas por las estrellas.
- Fue necesario establecer unas reglas para filtrar regiones del cielo que no incluían información importante.
- Se implementaron técnicas matemáticas como los ángulos de Euler, intersección de un punto a un plano en tres dimensiones y proyecciones gnomónicas con el objetivo de manipular los vectores de información.
- Se utilizó la plataforma web para adquisición de datos de la misión espacial europea Gaia.
- Se utilizaron varias librerías (Astropy, Skyfield y PyEphem) de Python enfocadas al cálculo de datos astronómicos para realizar los cambios de época.
- Se generaron números complejos con características invariantes a transformaciones con el objetivo de empatar estrellas.

Capítulo 2. Antecedentes

Desde hace varias décadas se han estado guardando imágenes del cielo mediante distintos tipos de tecnologías de almacenaje, una de las primeras tecnologías de este tipo fueron las placas fotográficas. Este tipo de placas comenzaron a ser utilizadas ampliamente en México desde el año 1951, cuando se usaron en la cámara Schmidt instalada en el Observatorio Astronómico Nacional en Tonanzintla, Puebla. En esta cámara se descubrieron los objetos Herbig-Haro, (considerados como los indicadores del inicio de la formación estelar) novas, supernovas y galaxias (Astroscu-UNAM, 2019). Todos estos objetos astronómicos fueron plasmados en placas fotográficas como la de la Figura 2 (Astro-INAOE, 2008), y algunas fueron construidas con películas de cristal para evitar que se encogieran o deformaran.



Figura 2. Placas fotográficas utilizadas en 1951 en el Observatorio de Tonanzintla, México.

Sin embargo, fue alrededor de 1980 cuando se comenzaron a utilizar sensores electrónicos, Los sensores electrónicos en las cámaras fotográficas han permitido un mayor procesamiento de las imágenes. Desde el procesamiento en las cámaras fotográficas hasta su aplicación en ambientes industriales o de investigación. La digitalización de la información también formó parte de esta ventaja en el procesamiento de las imágenes y a la vez, el desarrollo de algoritmos como la transformada rápida de Fourier también han permitido disminuir el tiempo de procesamiento de una imagen.

2.1. Sensores ópticos y telescopios

Los dos tipos de sensores de imagen electrónicos más utilizados son los tipo CCD (por las siglas de dispositivo de carga acoplada) y CMOS (semiconductor complemen-

tario de óxido metálico), mas adelante se explican con más detalle. Estos sensores de imagen, tienen componentes electrónicos sensibles a la luz, los cuales aprovechan el efecto fotoeléctrico y generan un flujo de electrones proporcional a la luz que incide sobre el detector. Además, se construyen sensores con secciones para recibir la luz, formando así matrices de pixeles que permiten ubicar de donde proviene la luz y plasmarlo en una imagen (una proyección de la luz en dos dimensiones).

El funcionamiento general de un sensor de imagen se observa en el diagrama de la Figura 3. El polvo y la contaminación lumínica son fuentes de ruido externas al sistema que dependen del ambiente donde se tome la imagen. Sin embargo, existen otras fuentes de ruido que se generan por los componentes internos del dispositivo, por ejemplo la corriente oscura, el ruido de lectura y el ruido de cuantificación. Además, la homogeneidad en la construcción de cada pixel conlleva a que cada uno tenga una ligera variación con respecto a los demás y por lo tanto tenga una ganancia diferente, ocasionando así una pequeña variación en la sensibilidad de cada pixel.

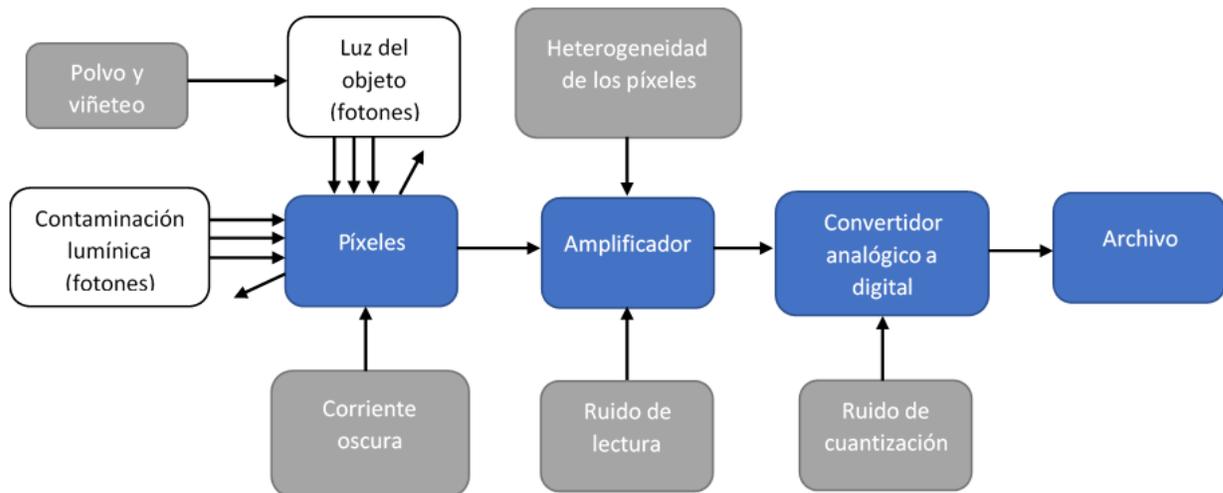


Figura 3. Principales fuentes de ruido y componentes de un sensor de imagen.

Las secciones de componentes más generales del sensor de imagen son los píxeles, el amplificador, el convertidor analógico a digital y el archivo de salida. Los píxeles reciben la variación de la luz que existe en el entorno, después se tiene que amplificar la pequeña corriente eléctrica que generan los detectores. Posterior a esto, se realiza una asignación entre el valor continuo de corriente eléctrica con el de una escala establecida en un sistema digital, mediante esta forma es que se puede guardar la información de los píxeles en un archivo de imagen (Woodhouse, 2015).

2.1.1. Sensor CCD

La forma más sencilla para entender el funcionamiento de un sensor CCD es la analogía clásica con la que se suele representar esta tecnología. Si observamos la imagen de la Figura 4, las cubetas representan los pixeles sobre el arreglo CCD y una lluvia de agua representaría la incidencia de fotones sobre el detector (Howell, 2006). Después de la lluvia, cada una de las cubetas de las bandas transportadoras secundarias se transfieren a la principal y se mide su contenido.

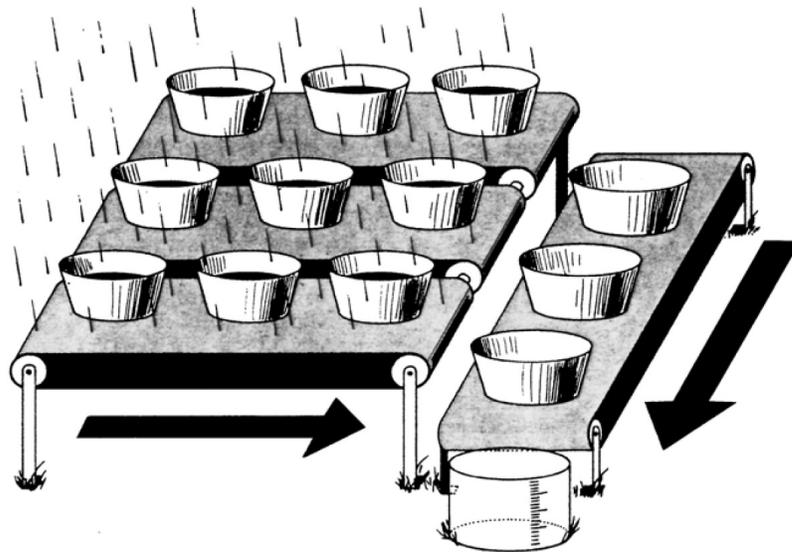


Figura 4. Analogía del funcionamiento de un sensor CCD (Howell, 2006) .

En comparación a esto, en un CCD el mecanismo de funcionamiento se basa en la generación de carga eléctrica dentro de cada pixel, debido al efecto fotoeléctrico. Los fotones que insiden en el sensor, chocan con el silicio de cada pixel y son fácilmente absorbidos si poseen la longitud de onda correcta. El silicio tiene una banda energética en la cual absorberá más fácilmente fotones con energía de 1.1 a 4 eV (electronvoltio) o la luz asociada con longitudes de onda entre los 1127.12903 y 309.96048 nm, como lo indica la expresión matemática para la energía de un fotón de la ecuación 1.

Sin embargo, es importante destacar que aún así el silicio sigue teniendo una respuesta al efecto fotoeléctrico hasta los 123.98419 nm, el cual cubre el infrarrojo cercano y una región de los rayos X (Rieke, 2002).

$$E = \frac{hc}{\lambda} \quad (1)$$

Donde E es la energía del fotón y se puede expresar en eV (electronvoltio), h es la constante de Planck y se puede expresar como $4.135667516 \times 10^{-15} \text{ eV} \times \text{s}$ y c es la velocidad de la luz en el vacío, la cual es $299,792,458 \text{ m/s}$.

2.1.2. Sensor CMOS

En los sensores CMOS, el funcionamiento se basa en el uso de capacitores como un almacenamiento de carga ubicado en paralelo a cada pixel individualmente. El capacitor es cargado por la exposición de cada pixel por la corriente fotoeléctrica. El voltaje creado en el capacitor es proporcional a la luminosidad y el tiempo de exposición.

Contrario a los sensores de tipo CCD, en los sensores CMOS los electrones capturados en los capacitores por la exposición del sensor a la luz no se desplazan a un sólo amplificador de salida, pero son transformados en un voltaje medible en la fuente por medio de cada circuito electrónico propio de cada pixel. Este voltaje puede ser requerido por el procesador de señal analógico (Von Fintel, 2015).

2.1.3. Efectos y diferencias entre los sensores CCD y CMOS

En la Figura 5 se hace una comparación de como fluye la información entre los diferentes tipos de sensores. En el sensor CCD la carga se desplaza hasta el medidor. Mientras que en el sensor CMOS, la carga de cada pixel es convertida directamente a un voltaje de lectura.

Mediante el uso de circuitos electrónicos adicionales por cada pixel, es como se puede direccionar cada pixel sin tener la carga a ser desplazada como con los sensores CCD. Esto ocasiona que la información de la imagen esté disponible para leer más rápido que en los CCD. La desventaja es que el espacio adicional requerido para cada circuito electrónico por pixel no provee un área sensible a la luz. La porción del área sensitiva a la luz sobre la superficie del sensor (definida por el tamaño completo) es por lo tanto más pequeña que un sensor CCD.

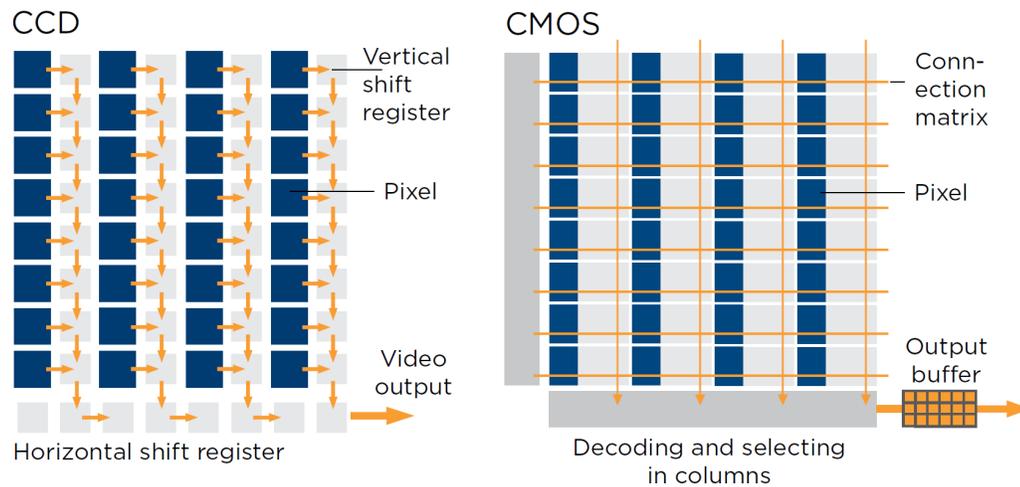


Figura 5. Flujo de información entre un sensor de tipo CCD y CMOS.

En la tabla 2 se muestra una comparación de las principales características de los dos tipos de sensores de imagen previamente descritos. El tipo de obturación *rolling* se produce cuando el sensor de imagen no capta la luz en todos los píxeles al mismo tiempo sino que lo hace mediante un barrido ya sea horizontal o vertical, en donde al final se juntan todos los píxeles distantes en tiempo en la misma imagen (Chia-Kai Liang *et al.*, 2008).

En un sensor de imagen, cada píxel puede tomar un número ilimitado de electrones antes de quedarse al tope, este punto se conoce como saturación y se debe prevenir en mayor medida. Cuando un píxel saturado es leído, el proceso de lectura causa que los electrones fluyan hacia los píxeles de arriba y abajo (píxeles contiguos al saturado), usualmente más en una dirección. Este efecto al extremo puede causar que aparezca una línea a través de la imagen que se observa (como en la Figura 6), ocasionando algo que se conoce como efecto *blooming*. Debido a la naturaleza de los sensores CMOS (lectura del voltaje para cada píxel individual) estos no pueden experimentar este efecto, sin embargo si ocurren en un CCD (Gallaway, 2016).

Con respecto al efecto *smearing*, este típicamente resulta de una razón relativa de la imagen con respecto al detector, puede ser causado por movimiento en la escena.

Sin embargo, el efecto *smearing* se refiere a una razón de una constante relativa durante el tiempo de exposición e integración (Driggers y Hoffman, 2003).

Tabla 2. Parámetros principales en la comparación de los sensores de imagen CCD y CMOS.

Parámetro	Sensor CCD	Sensor CMOS
Obturador	Global	Global o <i>rolling</i>
Costo para la cámara y sensor con la misma resolución	Muy alto	Medio (obturador global) y muy bajo (obturador <i>rolling</i>)
Máxima velocidad de lectura	No mas de 20 fps	Muy alta virtualmente ilimitada
Consumo eléctrico	Alto	Bajo
Selección de lente	Limitado ¹ , >2/3"	Muy grande (1/4 - 1")
Generación de calor, ruido y necesidad de enfriamiento	Muy alta	Baja
Calidad de imagen: Intervalo dinámico	Muy bueno	Bajo a muy bueno
Calidad de la imagen: Sensitividad	Bueno	Bajo a muy bueno
Calidad de la imagen: Bajo ruido	Poco	Poco
Interferencia de la imagen por configuración de derivación	Puede ocurrir ²	No
Efecto <i>blooming</i> en la imagen	Si	No
Efecto <i>smearing</i> en la imagen	Si	No
Evento Latchup	No	Si

2.1.4. Telescopio de Newton y Schmidt-Cassegrain

Un telescopio es un instrumento que colecta y enfoca la luz. La naturaleza del diseño óptico determina como es que la luz es enfocada. Algunos telescopios, conocidos como refractores, usan lentes. Otros telescopios, conocidos como reflectores, usan espejos, tal como el famoso telescopio de Newton que se observa en la Figura 7. Este sistema óptico inventado por Sir Isaac Newton, fue el primer dispositivo óptico esférico (con partes de la superficie de una esfera, pero no toda), su espejo es un paraboloide. El telescopio moderno Schmidt-Newton es similar, pero su espejo es esférico (por lo tanto más barato para construirse) y tiene un plato corrector adicional con una forma inusual, formando así una diferencia entre una esfera y un paraboloide (Covington, 2007).

¹Limitado, debido al formato del sensor la mayoría son mayores a 2/3".

²Puede ocurrir, es debido a una calibración laboriosa (sólo válida para sensores CCD con multiderivación).

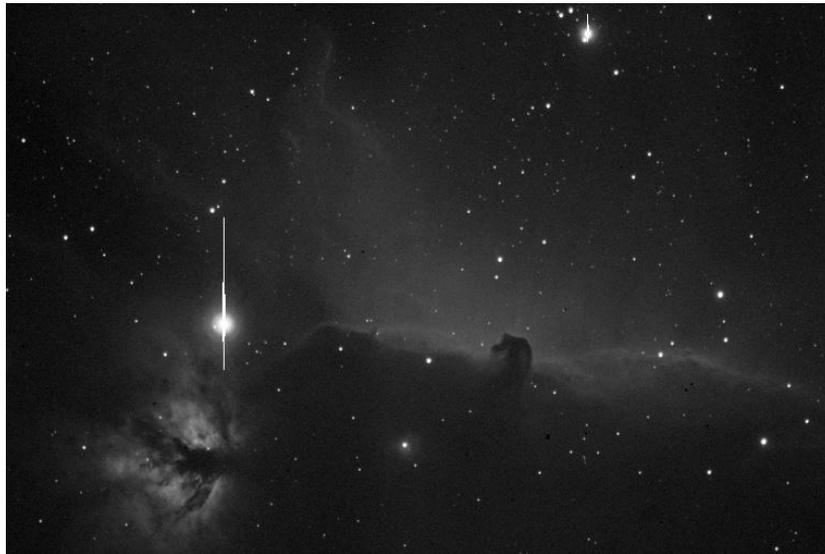


Figura 6. Efecto *blooming* en una imagen estelar. (LewisM, 2013)

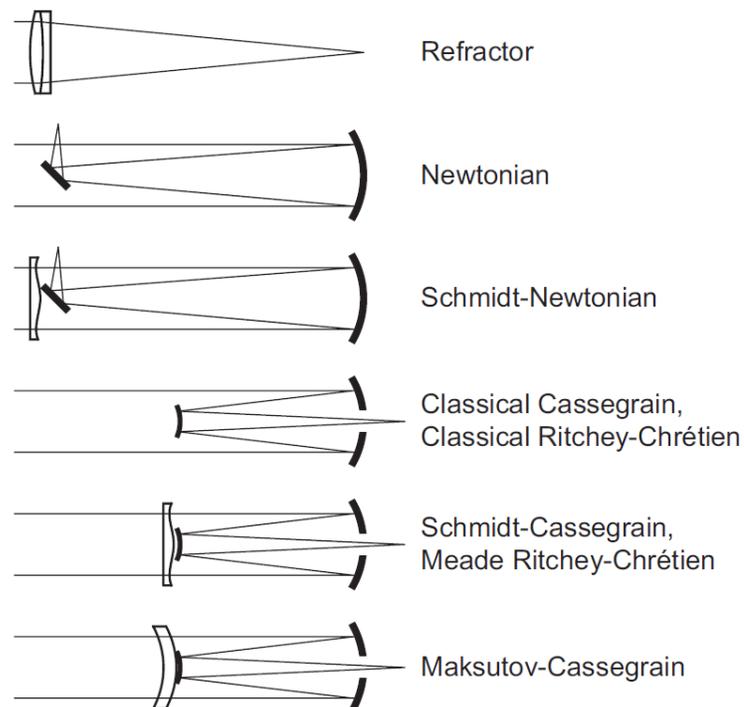


Figura 7. Configuraciones de lentes y espejos más comunes que producen distintos tipos de telescopios (Covington, 2007).

En el sistema óptico conocido como Schmidt-Cassegrain los dos espejos son ambos esféricos y los platos correctores marcan la diferencia entre estos y las superficies asféricas deseadas. Este tipo de telescopio se enfoca en el centro del campo, sin embargo sufre de una curvatura, esto significa que, la periferia de la imagen y el centro no están enfocados al mismo tiempo. Este sistema óptico utiliza una combinación de es-

pejos y lentes, a este tipo de mezclas de dispositivos se le conoce como un telescopio catadióptrico.

El diseño de los telescopios Schmidt-Cassegrain ofrece una óptica con gran diámetro mientras mantiene longitudes de tubos muy cortos, haciéndolos así bastante portables. Además, este sistema consiste de platos correctores con potencia cero, un espejo esférico primario y un espejo secundario. Una vez que los rayos de luz entran en el sistema óptico, ellos viajan a través de la longitud de los tubos ópticos tres veces (Celestron, 2005).

2.2. Algoritmos de identificación de estrellas

Los algoritmos de identificación de estrellas se clasifican en dos grandes categorías. Una de estas categorías es la de *perdidos en el espacio*, en la cual no se cuenta con ningún tipo de dato referente a la actitud del satélite, y por lo tanto se tiene que comenzar desde cero con la determinación de la orientación del dispositivo. La segunda categoría es la de *algoritmos recursivos*, en la cual ya se cuenta con algún tipo de información inicial de la actitud del satélite y por lo tanto, se pueden utilizar algoritmos más ligeros para el procesamiento. Estos tipo de técnicas típicamente utilizan ángulos inter-estrellas (el ángulo entre la línea de vista de dos estrellas desde la perspectiva de vista de una cámara), el brillo de las estrellas y algunos cálculos de esos valores para distinguir estrellas (Spratling y Mortari, 2009).

Adicional a estas categorías, existe una subcategoría en la que se realiza la *identificación de estrellas no dimensional*, en donde no se utilizan los parámetros exactos de las estrellas (magnitud y distancia angular entre las estrellas), sino los valores normalizados con el fin de que no afecte una pobre calibración de la cámara, o parámetros de variación de la cámara variantes en el tiempo (Samaan *et al.*, 2006).

A grandes rasgos, el diagrama de un sistema que realiza la identificación de estrellas se muestra en la Figura 8, en donde se muestran tres piezas básicas y una opcional. Primero, un algoritmo debe extraer las características de unos vectores de detección y una luminosidad asociada. Después, se realiza una búsqueda en una base de datos con el fin de encontrar la coincidencia entre los parámetros de las características extraídas y las de la base de datos obtenidas en observaciones de telescopios

profesionales. Por último, se hace una estimación probabilística de qué tan verídico puede ser el algoritmo diseñado. Opcionalmente, los vectores de detección remanentes son identificados y se realiza una estimación de la actitud mediante un método “recursivo”. Este último paso típicamente implementa una variación de la técnica conocida como “empatamiento directo”, en el cual las estrellas son identificadas por la mas cercana a su predicción local.

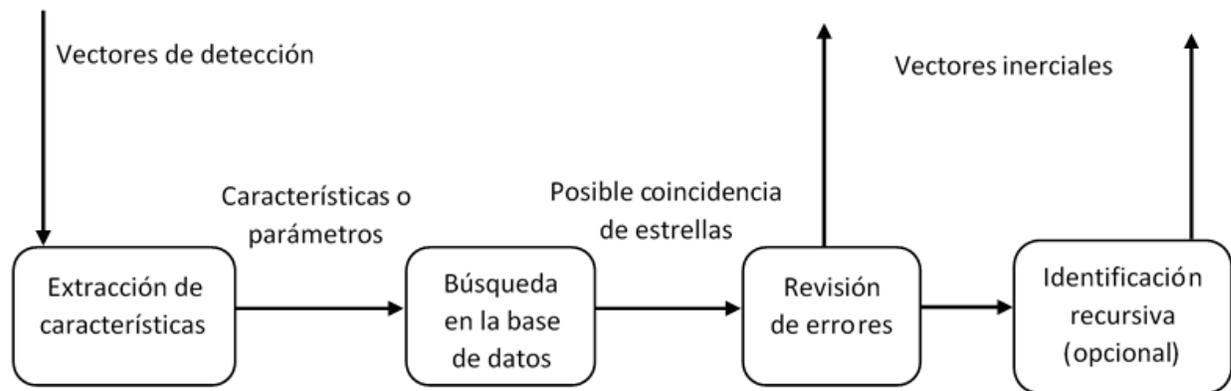


Figura 8. Proceso típico en un identificador de estrellas.

De los primeros trabajos en reconocimiento de estrellas ocurrieron cuando Junkins *et al.* (1978) utilizaron el seno de ángulos inter-estrellas como un patrón característico, sin embargo tenía problemas para encontrar sus estrellas en las bases de datos de comparación. Fue hasta 1981 que ellos mismos lograron identificar agrupaciones de tres estrellas, aunque tenían la limitación de requerir una estimación inicial de la actitud de la nave espacial antes de poder calcular en tiempo real la actitud de la nave. Se utilizaron subcatálogos del cielo con el fin de poder procesar las imágenes más rápido, esto ayudó en ciertas ocasiones, sin embargo no siempre ya que cuando las estrellas se tenían en diferentes regiones de los catálogos la complejidad de cálculo crecía.

El siguiente método novedoso surge cuando Groth (1986) sugiere que una forma más rápida para buscar en los subcatálogos sería ordenar las caras de los triángulos (formados por estrellas en los vértices) en un orden basado en valores invariantes a permutaciones tales como el logaritmo del perímetro de un triángulo.

Años después, Liebe (1993) hizo la conexión crítica de la selección de características al tiempo de búsqueda de la base de datos, logrando solucionar el problema de "*perdidos en el espacio*". Liebe sugirió el uso de dos estrellas cercanas a la estrella seleccionada como componentes del patrón de la estrella y la separación angular de

las dos estrellas cercanas elegidas como su parámetro. Además, hace uso únicamente de los ángulos entre las estrellas, despreciando completamente las magnitudes de las estrellas. También, consideró la situación en la cual pequeños errores causarían la elección incorrecta de las dos estrellas más cercanas cuando la distancia a estas estrellas fuera similar.

Mortari *et al.* (2001) propuso el algoritmo piramidal, en el cual utiliza un mínimo de cuatro estrellas para realizar la extracción característica y la creación de patrones. Además, este método utiliza una técnica de permutación óptima para explotar la habilidad del algoritmo para seleccionar cuales estrellas coinciden y una estrategia de búsqueda rápida llamada *k*-vector (Mortari *et al.*, 2004). Paladugu *et al.* (2003) presentó un estudio usando algoritmos genéticos para resolver el problema de reconocimiento de patrones de estrellas asociado a los sistemas de determinación de la actitud de un sensor de estrellas. El algoritmo genético minimiza la discrepancia entre las características de las estrellas dentro del campo de visión (FOV) actual y un FOV candidato seleccionado del mapeo de estrellas para determinar las coordenadas inerciales de la línea de vista del FOV. Liu y Huang (2004) formuló un algoritmo de identificación de patrones de estrellas para el guiado celeste basado en polígonos convexos utilizando estrellas como vértices e independientes de sus magnitudes, almacenando los segmentos de líneas y ángulos interiores comenzando con el segmento más corto a lo largo de la dirección en sentido horario.

2.3. Catálogos astronómicos

Los catálogos astronómicos son bases de datos que incluyen información conocida de las estrellas y objetos astronómicos. Esta información se ha obtenido desde hace tiempo mediante observaciones astronómicas, pero principalmente por satélites o misiones espaciales puestos en órbita con el objetivo de captar imágenes del espacio profundo.

Entre las misiones espaciales que más información han recabado se encuentran *Hipparcos* y *Gaia*. La nave espacial *Hipparcos* (acrónimo para, **H**igh **P**recision **PAR**allax **C**ollecting **S**atellite), satélite de recolección de paralaje de alta precisión) fue la primera misión espacial que midió posición, distancia, movimientos espaciales, luminosidad

y color de las estrellas. Se requiere de estos datos de una estrella para poder obtener su astrometría, parámetro que indica la posición y movimiento de un cuerpo celeste. En esta misión espacial se obtuvo información de un poco más de 100,000 estrellas, 200 veces más de la información que se tenía en ese momento. Los catálogos de estrellas *Hipparcos* y *Tycho* fueron resultantes de estas misiones espaciales y fueron publicados en 1997 (ESA/Gaia, 2019).

Posterior a la misión Hipparcos, se planeó la misión Gaia (acrónimo para, Global Astrometric Interferometer for Astrophysics, Interferómetro astrométrico global para astrofísica). Esta es una misión espacial más ambiciosa en cuanto a cantidad de estrellas y parámetros a observar. La misión Gaia mide las posiciones, distancias, movimientos espaciales y muchas otras características físicas de unos mil millones de estrellas en nuestra galaxia y más allá. Sustituye a otros tipos de cartografías que se habían utilizado como las cartas Schmidt del monte Palomar. Gaia provee las distribuciones en 3D y movimientos espaciales de todas las estrellas hasta magnitud 20 y la precisión alcanzada es de algunas millonésimas de segundos de arco. En la tabla 3 se observa una comparación entre las dos misiones espaciales previamente descritas, al mencionar *G* se refieren a imágenes tomadas con un filtro en la banda del verde (ESA/Gaia/DPAC, P. Montegriffo, F. De Angeli, 2018).

Tabla 3. Comparación entre las misiones espaciales Hipparcos y Gaia.

Característica	Hipparcos	Gaia
Límite de magnitud	12 mag	20 mag
Sin limitaciones	7.3-9 mag	20 mag
Límite de brillo	0 mag	3 mag
Número de objetos	120,000	47 millones a $G=15$ mag 360 millones a $G=18$ mag 1192 millones a $G=20$ mag
Límite de distancia efectiva	1 kpc	50 kpc
Exactitud	1 milliarcsec	$7\mu\text{arcsec}$ a $G=10$ mag $26\mu\text{arcsec}$ a $G=15$ mag $600\mu\text{arcsec}$ a $G=20$ mag
Velocidad radial	Ninguna	$15 \text{ km} \times \text{s}^{-1}$ a $G_{RVS}=16$ mag

Debido a los sorprendentes retos técnicos y científicos logrados por la misión Gaia, se crea una gran oportunidad para utilizar sus datos, que son por mucho los más

precisos que ha podido tener el ser humano desde los primeros catálogos de estrellas. Mediante esta información, se puede reducir el error en la astrometría de las estrellas y así mejorar en distintos algoritmos de detección de estrellas, por ejemplo el que se utiliza en este trabajo. Una diferencia importante respecto a censos previos de estrellas es la incorporación de parámetros precisos de paralaje, velocidad radial, movimiento propio y coordenadas estelares en diferentes sistemas de referencia con respecto a una época mas nueva (el año 2015), esto conlleva que al realizar conversiones de época el resultado tenga un error más pequeño, esto se abordará con más detalles en la sección 4.2.2.

Capítulo 3. Preprocesamiento de las imágenes

En un sensor de estrellas la información fluye en dos sentidos diferentes, con el fin de encontrarse a la mitad del camino y así identificar a la estrella que se busca. En un sentido, se tienen los datos capturados por el sensor óptico, ya sea una cámara fotográfica convencional CMOS o alguna más avanzada utilizada por el sensor CCD de un telescopio. En la Figura 9 se observa el preprocesamiento requerido para adecuar estos datos. Comenzando por la eliminación del ruido de la imagen, el filtrado de las regiones de interés (ROI), la creación del polígono con el conjunto de vértices elegidos para cada estrella y al final la asignación final de un número complejo único para cada estrella.

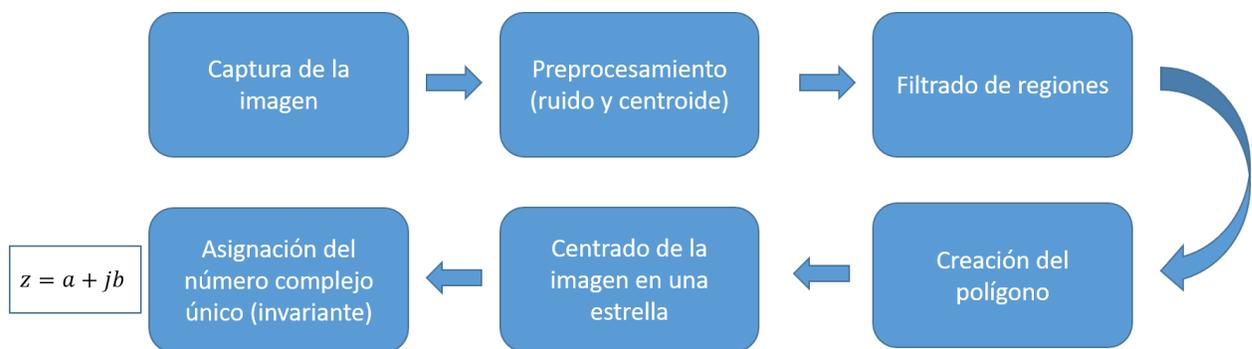


Figura 9. Diagrama de funcionamiento proveniente de la imagen del telescopio.

En cambio, por el otro sentido de flujo de la información (Figura 10), se tienen todos los datos referentes a catálogos astronómicos. Los datos de los catálogos se tienen que filtrar ya que estos catálogos son bastante extensos e incluyen información que no es necesaria en este trabajo. Después de esto se realizan algunas correcciones debido al movimiento de las estrellas en el espacio, además de los problemas que conlleva la proyección de objetos que se encuentran sobre una esfera hacia un plano. Al final, se asigna también un número complejo para cada conjunto de estrellas. En esta misma sección se analizará más a fondo el funcionamiento de cada uno de estos módulos.

3.1. Obtención de las imágenes

Las imágenes con las que se trabaja se obtuvieron del telescopio de 84 cm y de su guiador, ubicados en el Observatorio Astronómico Nacional en la sierra de San Pedro Mártir, Baja California. El de 84 cm es un telescopio tipo Ritchey-Chrétien con una apertura focal del secundario de $f/15$ y 16.43 "/mm de distancia focal (Astrossp, 2008) que



Figura 10. Diagrama de funcionamiento proveniente de los datos del catálogo.

permite tener un campo de visión de 8.25×8.15 minutos de arco utilizando un detector de imágenes CCD modelo E2V-4240, con una resolución de 2072×2048 píxeles y un tamaño de $13.5 \mu\text{m}$ por píxel (E2v, 2016). El telescopio guiador de 8 pulgadas tiene un campo de visión de 33×24.9 arcmin. Utiliza el detector SBIG STF-8300, el cual tiene un ancho de píxel de $5.4 \mu\text{m}$ con una resolución de 3352×2532 píxeles (DiffractionLimited, 2019). En la Figura 11 se observa la configuración del telescopio, en donde el gran tubo blanco es el de 84 cm y el cilindro negro exterior es el guiador. En la Figura 12 se muestran las instalaciones que contienen los telescopios y todo lo necesario para su operación y mantenimiento.

3.2. Preprocesamiento de las imágenes

Se le ha llamado preprocesamiento de la imagen a todo el proceso previo a la creación de los polígonos para cada estrella. Debido a que, en esta parte se suele trabajar con datos que todavía no están asignados a estrellas en específico y la función principal de este módulo es eliminar los datos que pueden introducir ruido en la creación de los polígonos.

3.2.1. Igualación del histograma

Las técnicas de igualación del histograma transforman la imagen de tal modo que el histograma de la imagen resultante se encuentre uniformemente distribuido por todo el rango dinámico del blanco al negro. Estas técnicas pueden aplicarse también localmente, de modo que el valor de salida no dependa únicamente de la intensidad



Figura 11. Configuración del telescopio.

del pixel, sino de la posición. Mediante estas técnicas es posible modificar el brillo o contraste de la imagen en zonas concretas de la misma (Figueiras Vidal, 2002).

En la técnica de la igualación global, se suele aumentar el contraste global de muchas imágenes, especialmente cuando los datos utilizables de la imagen se representan con valores de contraste cercanos. A través de este ajuste, las intensidades se pueden distribuir mejor en el histograma, permitiendo que las áreas de menor contraste local ganen un mejor contraste. La igualación global de histograma logra un esparcimiento efectivo de los valores de intensidad más frecuentes (Acharya y Ray, 2005).

El método es útil en imágenes con fondos oscuros o brillantes. En particular, así como también puede conducir a mejores detalles en imágenes sobreexpuestas o subex-



Figura 12. Instalaciones en la sierra de San Pedro Mártir.

puestas. Una ventaja clave del método es que se trata de una técnica bastante sencilla y un operador invertible. Así es que en teoría, si la función de igualación del histograma es conocida, entonces el histograma original puede ser recuperado y el cálculo no es computacionalmente intensivo. Una desventaja del método es que es indiscriminado, es decir, puede aumentar el contraste del ruido de fondo, mientras disminuye la señal utilizable.

La forma en la que funciona este método se puede observar en la Figura 13 (Gonzalez y Woods, 2008), en donde la imagen original tiene un tono muy oscuro y al modificar el contraste mediante la igualación del histograma se obtiene una figura más nítida de donde se puede obtener más información. Esto es necesario porque al tomar imágenes mediante el sensor óptico que se acople al telescopio estos suelen tener un convertidor analógico digital de hasta 16 bits (DiffractionLimited, 2019), logrando así una escala de blanco a negro de 0 a $2^{16} = 65536$. En la Figura 14 se puede observar cómo se distribuyen los datos cuando una imagen se encuentra desbalanceada de contraste, a la izquierda se muestra un histograma en donde la mayor parte de la información está en una región cercana a 0, lo cual significa que que la imagen tiene un tono muy oscuro. A la derecha de la imagen, se muestra un histograma corregido,

en donde ya se utiliza todo el intervalo posible de valores.

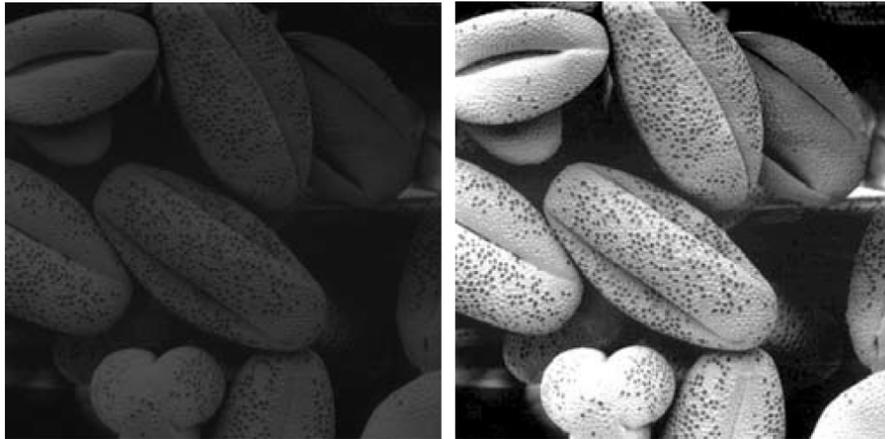


Figura 13. A la izquierda se aprecia una imagen con un tono muy oscuro y a la derecha la misma imagen corregida mediante la igualación del histograma, en donde es más sencillo apreciar sus detalles.

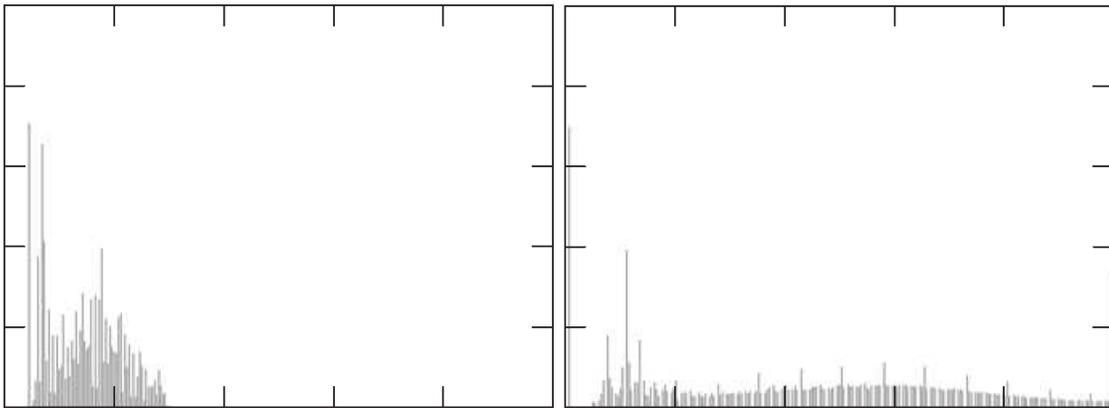


Figura 14. Comparación de los valores de un histograma. A la izquierda, un histograma con valores muy oscuros (cerca de 0) y a la derecha un histograma corregido.

3.2.2. Región de interés (ROI)

Las regiones de interés (ROI, por sus siglas en inglés de *Region of Interest*) son rectángulos que se crean en cada mancha o aglomeración contigua de píxeles que tienen la iluminación suficiente como para considerarse una estrella. Esta técnica que permite remarcar una cierta región, y así, procesar los datos por secciones y no la imagen completa.

Por lo tanto, las regiones de interés crean una ventana centrada en el píxel central de los agrupamientos (estrellas detectadas), como se observa en la Figura 15. Todo

pixel que se encuentra fuera de esta ventana tendrá un valor de 0. Las ventanas de interés tienen tamaño variable debido a que las estrellas de igual manera varían ya sea por la magnitud aparente de la estrella o el desenfoque realizado para hacer estimación de centroide a nivel sub-pixel.

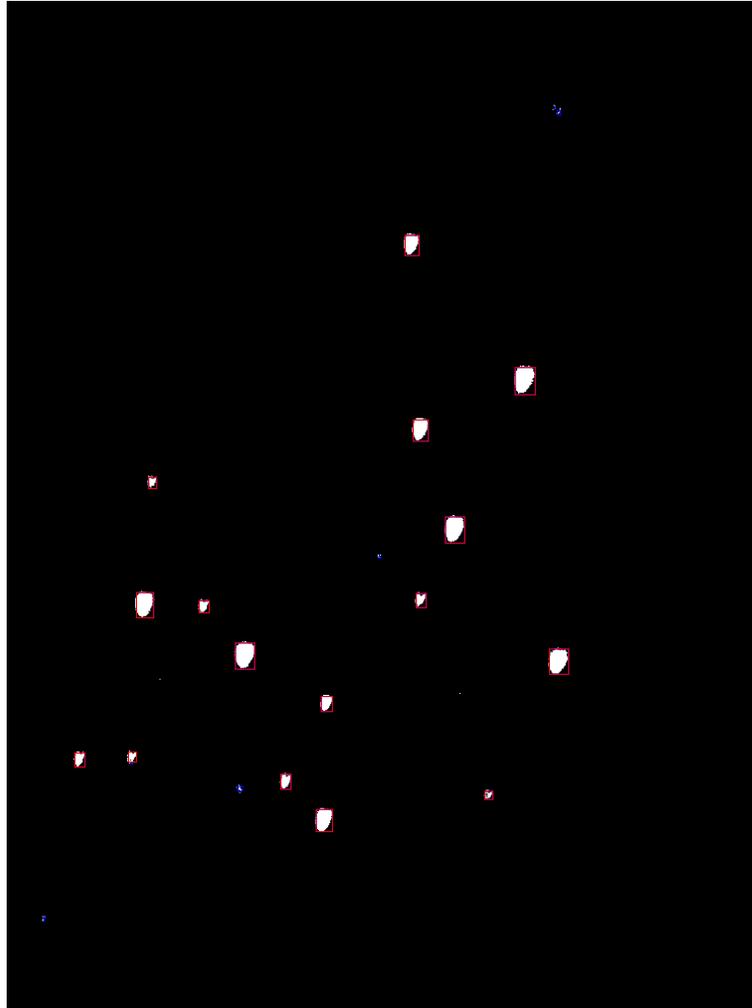


Figura 15. Regiones de interés marcadas en rectángulos rojos y azules.

Se conoce la importancia que tiene la utilización de una región de interés pequeña debido a la no homogeneidad que existe en los píxeles y el ruido. De igual manera, el tamaño debe asegurar que la señal de la estrella se encuentre dentro de la ventana (Liebe, 2002).

3.2.3. Cálculo del centroide

Una etapa previa a la identificación de estrellas es el preprocesamiento de las imágenes adquiridas. En este proceso, se necesita realizar el cálculo de los centroides de

las estrellas, sin embargo, es necesario primero disminuir la forma como afectan los distintos tipos de errores que se generan cuando se toman fotografías. Algunos de los errores más importantes son los siguientes (Howell, 2006):

- Corriente oscura. Se genera debido al calor de los materiales con los que se construye el detector y la electrónica, debido a que los átomos siguen emitiendo electrones, aunque no exista una excitación en forma de campo eléctrico. Ya que es muy difícil y costoso tener un sistema a temperaturas cercanas al cero absoluto, por lo tanto, casi en todos los sistemas se generará este tipo de ruido.
- Ruido de disparo. Se origina por la naturaleza discreta de los fotones, como estos viajan de forma unitaria, puede ser que impacten más en un pixel que en otro. Su comportamiento se puede modelar con una distribución de Poisson.
- Ruido de fondo. Es generado por todas las demás fuentes de luz que se encuentran en el campo de visión del detector o que de alguna forma emiten luz que incide sobre el detector. Pueden ser estrellas, lámparas, satélites y otras más.
- Ruido de cuantificación. Se genera en el momento de convertir una señal analógica a digital y viceversa, ya que el valor de carga eléctrica que tiene el pixel se tiene que convertir a un valor digital establecido por la resolución digital del convertidor.

Considerando todos estos tipos de ruido producidos durante la adquisición, la imagen resultante contendrá pixeles con valores erróneos. Estos pixeles introducirán una distorsión al momento de calcular el centroide o estimar las coordenadas de las estrellas. Es por esto que existen métodos para disminuir este ruido, como los siguientes (Delabie *et al.*, 2013):

- Filtro promedio. Es un filtro lineal dentro del dominio espacial, que consiste en aplicar una máscara de tamaño $N \times N$ en cada pixel, centrándose en el pixel de interés y multiplicándose punto a punto dentro de la matriz, después se suman para obtener el valor corregido del pixel. La matriz utilizada se observa en la Ecuación 2.

$$Matriz_{NN} = \begin{pmatrix} \frac{1}{N} & \cdots & \frac{1}{N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{N} & \cdots & \frac{1}{N} \end{pmatrix} \quad (2)$$

- Filtro Gaussiano. Se utiliza para suavizar imágenes, y se modela por una Gaussiana, por lo que la intensidad de cada valor adyacente decrece dependiendo de la distancia espacial. Este filtro puede ser visto como un desenfoque de la imagen. La expresión matemática que lo modela se encuentra en la Ecuación 3.

$$G(x, y) = e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}} \quad (3)$$

Debido a que en una imagen real una estrella es representada como una mancha de pixeles, no es posible ubicar a simple vista el centro de esa estrella, ya que la iluminación de los pixeles se distribuye alrededor del centro de la misma de forma tal que se puede modelar como una fuente de dispersión elíptica Gaussiana (Delabie *et al.*, 2013). Por esta razón, es necesario encontrar el centroide de la mancha de pixeles de la imagen. Algunos de los algoritmos de cálculo de centroide más utilizados son los siguientes:

- Momentos. También referido como Centro de gravedad (CoG). Es muy utilizado debido a su robustez y baja complejidad de cálculo, lo cual lleva a poco tiempo de procesamiento. Puede ser aplicado directamente al arreglo bi-dimensional o al marginal de la distribución obtenida.
- Primer momento ponderado. Es similar al CoG, pero como el nombre lo indica utiliza una función ponderada que asigna valores a ciertas posiciones de pixeles.
- Ajuste de mínimos cuadrados utilizando una función Gaussiana. Se debe calcular el marginal de cada eje.

Las ecuaciones 4 y 5 son empleadas para realizar el cálculo del Centroide mediante el CoG.

$$x_c = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m I_{ij} x_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m I_{ij}} \quad (4)$$

$$y_c = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m I_{ij} y_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m I_{ij}} \quad (5)$$

Donde (x_c, y_c) corresponde al centroide de la región de interés, (x_{ij}, y_{ij}) son las posiciones del pixel, I_{ij} es la intensidad del pixel (i, j) y n y m es el tamaño de la región de interés.

3.3. Método de la invariante a la semejanza

Existen varios algoritmos que se utilizan para identificar una estrella en la bóveda celeste, los cuales se describieron algunos de ellos en la sección 2.2. En este trabajo se emplea la identificación de estrellas mediante polígonos, en donde cada estrella se considera como un punto en el plano xy . Si para cada estrella que se quiere identificar se le asocian otras estrellas, ya sean cercanas o con ciertos parámetros establecidos de elección, se puede llegar a realizar un polígono ubicando estas estrellas en los vértices de la figura geométrica, como se observa en la Figura 16.

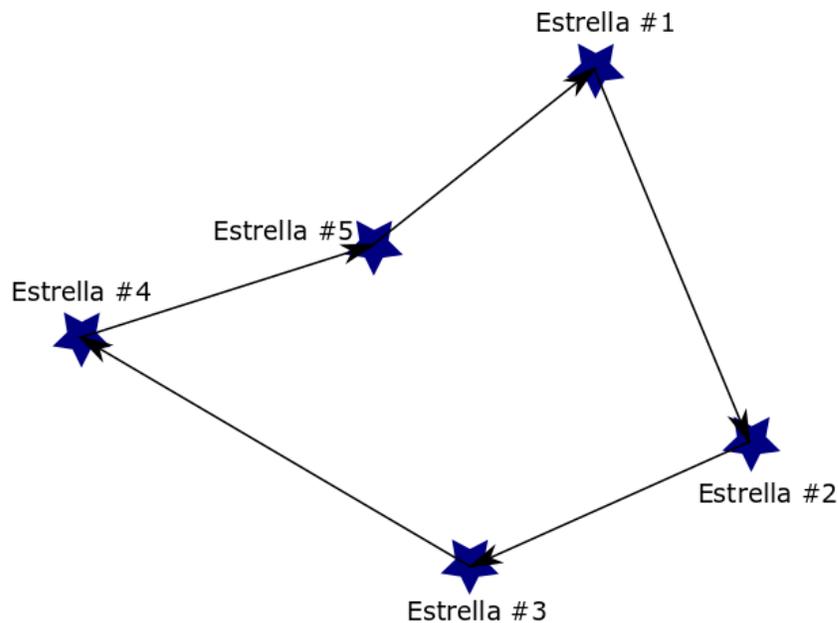


Figura 16. Elección arbitraria de estrellas ubicadas una en cada vértice, las cuáles forman un polígono de 5 lados.

De esta forma, se puede generar un catálogo de polígonos en el que cada uno de ellos contiene la información específica para cada estrella basándose en estrellas cercanas. El principio de operación es que este algoritmo genera un número comple-

jo único para cada polígono, otorgándole la propiedad de invariante a la semejanza que establece la invarianza del objeto ante escalamiento, rotación y desplazamiento. Con el objetivo de que las fotografías de las estrellas que se utilizarán para identificarlas sigan siendo utilizables aunque tengan una óptica diferente o simplemente una alteración con las imágenes de catálogos generales de estrellas.

Sin embargo, es necesario establecer una regla para el correcto funcionamiento del algoritmo, esta radica en realizar siempre la misma secuencia de selección de los vértices del polígono o también, con un corrimiento cíclico u ordenamiento inverso (Chávez *et al.*, 2013).

El planteamiento matemático que describe el algoritmo de la invariante es el siguiente:

Las estrellas se definen como un punto con coordenadas (x, y) en un plano complejo descrito por la expresión matemática $z = x + jb$, donde $j = \sqrt{-1}$. El polígono asociado a cada estrella se construye mediante conjuntos de puntos ordenados en donde el orden determina a los vértices consecutivos. Un polígono cualquiera de n vértices se puede describir como $(z_1, z_2, \dots, z_{n-1}, z_n)$, donde se contempla una secuencia ascendente desde z_1 hasta z_n .

Sin embargo, también es posible tomar el polígono con una secuencia cíclica, por ejemplo, $(z_{n-1}, z_n, \dots, z_1, z_2)$, ya sea una secuencia inversa $(z_n, z_{n-1}, \dots, z_2, z_1)$ o una combinación de las anteriores $(z_2, z_1, \dots, z_n, z_{n-1})$. Esto es, porque al formar un polígono de n lados no cambia su forma siempre y cuando se construya con estas reglas. El problema surgiría al realizar una permutación general que no contemple los 3 casos previos, por ejemplo, $(z_2, z_1, \dots, z_{n-1}, z_n)$ o alguno otro con esa misma forma. Por ejemplo en la tabla 4, se observan las distintas formas en las que se puede ordenar la secuencia de estrellas de la Figura 16.

Tabla 4. Secuencias permitidas para tomar los vértices del polígono de la Figura 16.

Tipo de secuencia	Numeración
Ascendente	1 → 2 → 3 → 4 → 5 → 1
Cíclica	4 → 5 → 1 → 2 → 3 → 4
Inversa	5 → 4 → 3 → 2 → 1 → 5
Mixta	4 → 3 → 2 → 1 → 5 → 4

Las transformaciones afines preservan la colinealidad, lo cual significa que todos los puntos que se encuentren sobre una recta, seguirán estando sobre la recta aún después de realizar la transformación. Además, también se conservan las razones o cocientes de la distancia entre dos puntos. Este tipo de transformaciones (representadas en la Figura 17) suelen utilizar combinaciones de transformaciones de rotación, traslación, expansión y *shear*. Sin embargo, aunque en general las transformaciones afines preservan la proporción de las líneas, no suelen hacerlo con los ángulos o las distancias de los objetos geométricos (Weisstein, 2019a).

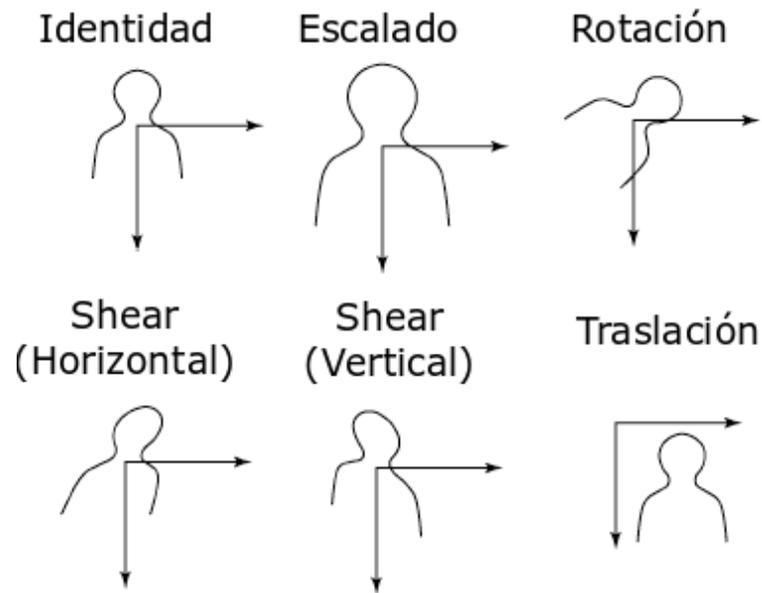


Figura 17. Diferentes tipos de transformaciones afines.

Las transformaciones afines se pueden representar en términos de sumas y multiplicaciones de números complejos, como se observa en la ecuación 6.

$$f(z) = \alpha z + \beta \bar{z} + \gamma \quad (6)$$

Donde α , β y $\gamma \in \mathbb{C}$ y $|\alpha|^2 - |\beta|^2 = \det(f) \neq 0$. Aquí \bar{z} se refiere al complejo conjugado de z .

El problema radica en encontrar un polígono de búsqueda $W = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ dentro de un catálogo de polígonos, almacenados en el conjunto de objetos $Z = (z_1, z_2, \dots, z_N) \in \mathbb{C}^N$. Para esto se requiere encontrar una transformación afín compleja tal que $Z = f(W)$.

La cantidad de operaciones requeridas para encontrar la transformación depende linealmente del número de polígonos en la colección multiplicada por la complejidad de una coincidencia individual. Para la colección Z de polígonos establecida anteriormente, se puede expresar como $O(\mathcal{N})$.

Además, este algoritmo también involucra la construcción de funciones escalares complejas $\varphi_\ell =: \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C}, \ell = 1, \dots, \lfloor (n-1)/2 \rfloor$.

Teniendo lo anterior en cuenta, es que se establece la expresión matemática que permite mapear los polígonos al mismo número complejo ϕ_ℓ que se enuncia en la ecuación 7. La demostración de la definición se puede consultar en el trabajo de (Hernández Elías, 2017).

Definición 3.3 Para cualquier $\ell = 1, \dots, \lfloor (n-1)/2 \rfloor$ debemos de considerar la función $\varphi_\ell : \mathbb{C}^n \rightarrow \mathbb{C} \cup \infty$ dada por:

$$\varphi_\ell = \frac{\sum_{k=1}^n z_k \lambda^{lk}}{\sum_{k=1}^n z_k \lambda^{-lk}} \quad (7)$$

Donde $\lambda = e^{j2\pi/n}$ es la n ésima raíz de la unidad.

Capítulo 4. Procesamiento experimental de la información

Los sensores de estrellas funcionan mediante la comparación de ciertas características extraídas de conjuntos de estrellas. Dependiendo del tipo de algoritmo que se emplee, será el tipo de parámetro que hay que observar en las estrellas, por ejemplo la distancia entre las estrellas, al ángulo que conforman, la magnitud aparente visual, entre otros. Debido a esta comparación de datos que los sensores tienen que realizar, para explicar de una forma detallada el procesamiento realizado en este trabajo se expresará mediante dos vertientes de información. Estos dos flujos de información son los mismos que se expresaron en los diagramas de las Figuras 9 y 10, en donde se explica el procedimiento realizado a la imagen proveniente del telescopio y a los datos provenientes del catálogo de estrellas, respectivamente.

4.1. Procesamiento para la imagen del telescopio

El procedimiento realizado para procesar la imagen proveniente del telescopio se explica en las siguientes subsecciones.

4.1.1. Captura de la imagen

El inicio de este trabajo comienza con la obtención de las imágenes. Las características de los telescopios y el lugar de donde se obtuvieron se mencionan en la sección 3.1. De los dos telescopios que se extrajeron imágenes en San Pedro Mártir, se obtuvieron alrededor de 60 imágenes, de las cuales poco más de la mitad eran de campos muy lejanos y contenían nebulosas u objetos con una alta densidad de luz en la imagen, es por esto que no todas las imágenes cumplían con los requisitos para ser utilizadas.

Es importante mencionar que en la jornada de observación que se viajó a SPM no se contaba con todo el tiempo del telescopio para la obtención de imágenes únicamente para este trabajo. Las personas que acudimos ahí para tomar las imágenes íbamos de acompañantes de los técnicos principales de los telescopios, mismos que necesitaban correr algunos algoritmos de prueba en su sistema y también se le estaba dando el

mantenimiento preventivo habitual que lo suelen realizar ellos mismos. Esto lo aprovechamos para tomar las imágenes que ellos obtenían. Aún así, hubo un tiempo menor en el que sí se nos permitió ubicar el telescopio en la posición deseada, esto se menciona porque este es el motivo principal por el que no se cuenta con tantas imágenes para procesar. Es decir, sólo contamos con una región muy pequeña del cielo observada mediante estos telescopios y varias imágenes que caen dentro de esa pequeña región.

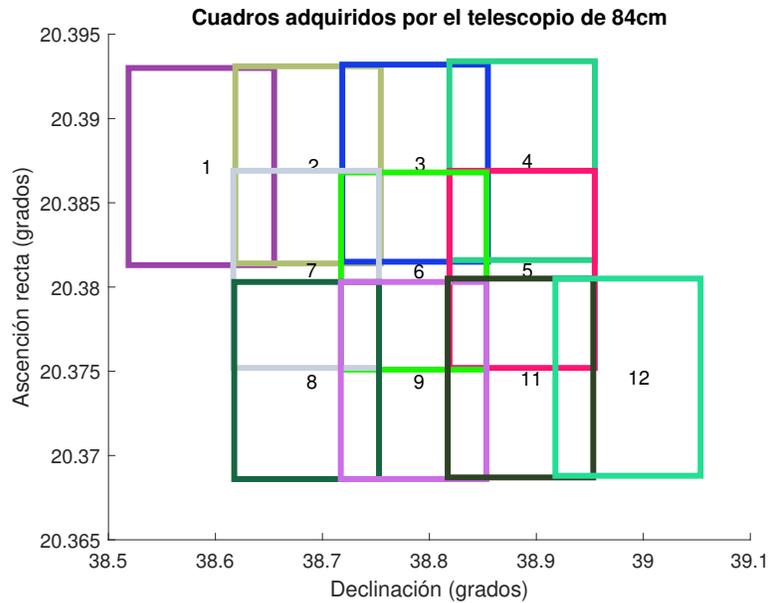


Figura 18. Cuadros superpuestos de las imágenes adquiridas por el telescopio de 84cm.

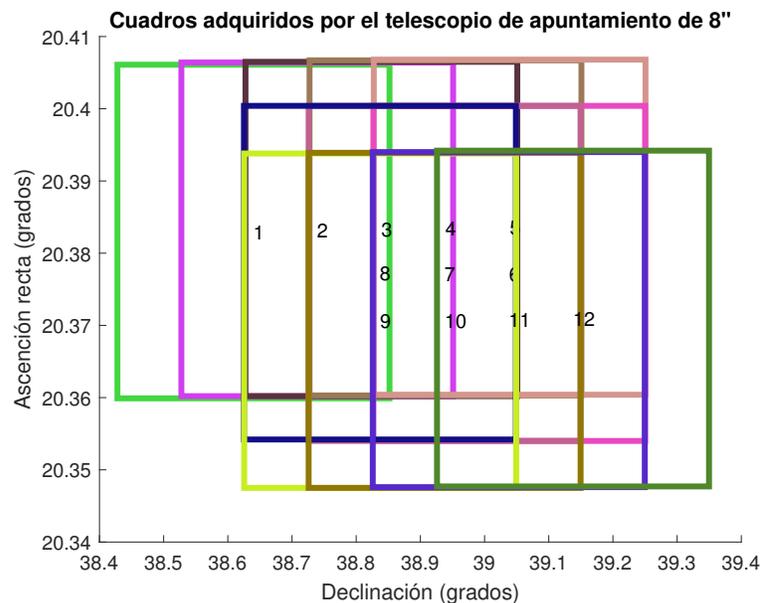


Figura 19. Cuadros superpuestos de las imágenes adquiridas por el telescopio de apuntamiento de 8".

Una vez descartadas las imágenes que contenían una densidad de píxeles luminosos muy alta, se contemplaron las restantes. Estas se ubicaron en dos grupos, en uno las tomadas por el telescopio principal de 84cm y en el otro las del telescopio de apuntamiento de 8". Como el telescopio de apuntamiento va montado sobre el telescopio principal la cantidad de imágenes adquiridas es la misma en los dos telescopios, además de que la región de cielo que están observando también es similar aunque de diferente tamaño.

En las Figuras 18 y 19 se muestra la cantidad de imágenes adquiridas sobrepuestas de acuerdo al campo de visión que obtuvo cada imagen, esto simplemente sirve para darse una idea de la cantidad de imágenes adquiridas y de etiqueta para saber cual será la mejor imagen. Se debe decir que esta forma de visualizar los campos de visión de las imágenes no es del todo correcta, porque se están graficando en un plano cuando en realidad se encuentran en una esfera, sin embargo para fines ilustrativos puede servir para guiarse en las imágenes.

Se puede observar que se realizó un barrido mediante varias imágenes con el objetivo de obtener un área más grande y así tener más opciones al momento de elegir la imagen con la que se va a trabajar. Los parámetros a tomar en cuenta para la elección de la imagen son los siguientes:

- Cantidad de estrellas. Debido a que los algoritmos de estrellas funcionan mejor si tienen mas estrellas disponibles para su uso, es pertinente elegir la imagen con mayor cantidad de información (estrellas) disponible. Este parámetro es un filtro bastante grande de imágenes, porque aquellas que tienen una cantidad menor a 4 estrellas reconocibles en los catálogos utilizados no pueden ser utilizadas por falta de información, ya que como lo demostró Hernández Elías (2017) la posibilidad de encontrar la estrella se reduce considerablemente.
- Baja densidad de nubes de píxeles luminosos. En ocasiones las imágenes tomadas se encuentran en nebulosas, estrellas muy luminosas u objetos muy densos de píxeles luminosos. Esto repercute negativamente en el análisis de la imagen, porque el ruido que contiene es muy grande y ocasiona que sea muy difícil extraer la información importante, teniendo que implementar filtros de ruido adicionales. Los cuales requerirían de algoritmos de procesamiento de imágenes mas

elaborados, cuyo desarrollo está fuera de este trabajo de investigación debido a su complejidad. Debido a esto, es que no se eligen este tipo de imágenes, un ejemplo de estas es la que se muestra en la Figura 20.

- Pocos errores en la adquisición de la imagen. Las imágenes adquiridas con el telescopio pueden llegar a tener muchos tipos de errores que se agregan en la información. Desde errores de seguimiento de las estrellas en la bóveda celeste hasta problemas ópticos de los espejos, clima no apto para adquisición de imágenes, entre otros. Estos errores ocasionarán que las imágenes no se vean lo suficientemente nítidas como para extraer información de ellas y por lo tanto no funcionen adecuadamente.



Figura 20. Imagen con una estrella demasiado luminosa, la cual puede complicar el procesamiento de la información.

Mediante el uso de la página web Astrometry.net, desarrollada por Lang *et al.* (2009) es posible encontrar parámetros muy importantes de las imágenes propias. El funcionamiento de sus algoritmos realizan un trabajo similar al que se quiere lograr con este trabajo, sin embargo se debe mencionar que en este caso se utiliza únicamente para conocer la cantidad total de estrellas en la imagen y no se toman en cuenta los demás parámetros.

En la Figura 21 se observan las 12 imágenes adquiridas por el telescopio principal

(84 cm), el cuál tiene un campo de visión de 8.25×8.15 minutos de arco. En esta imagen se aprecia como hay errores en la adquisición de las imágenes de las primeras dos filas. Se observan muchas líneas blancas y negras atravesando el cielo, además de zonas muy iluminadas y puntos oscuros. Es por esto, que sólo se tomaron en cuenta las imágenes de la última fila.

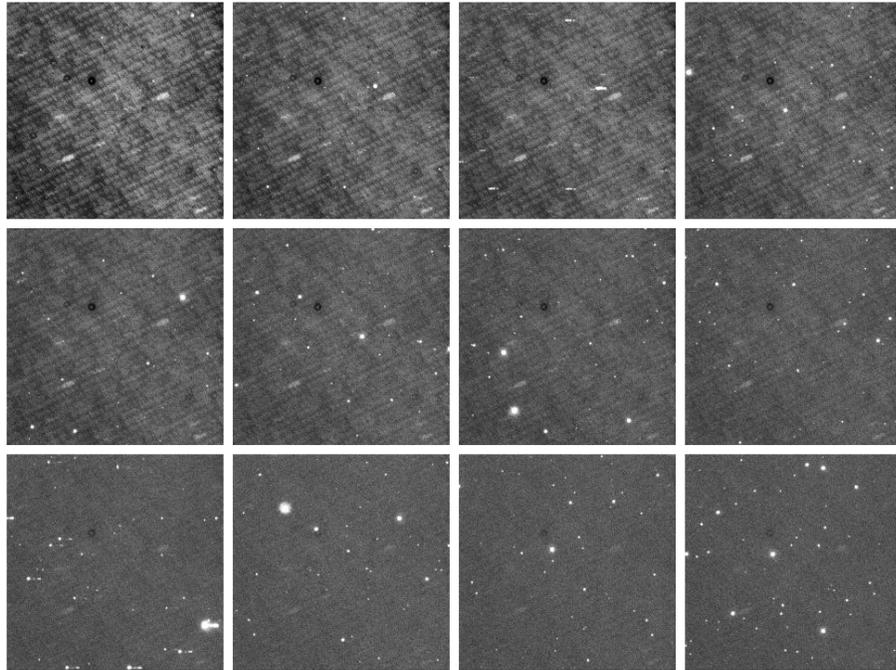


Figura 21. Imágenes obtenidas del telescopio principal de 84 cm de apertura.

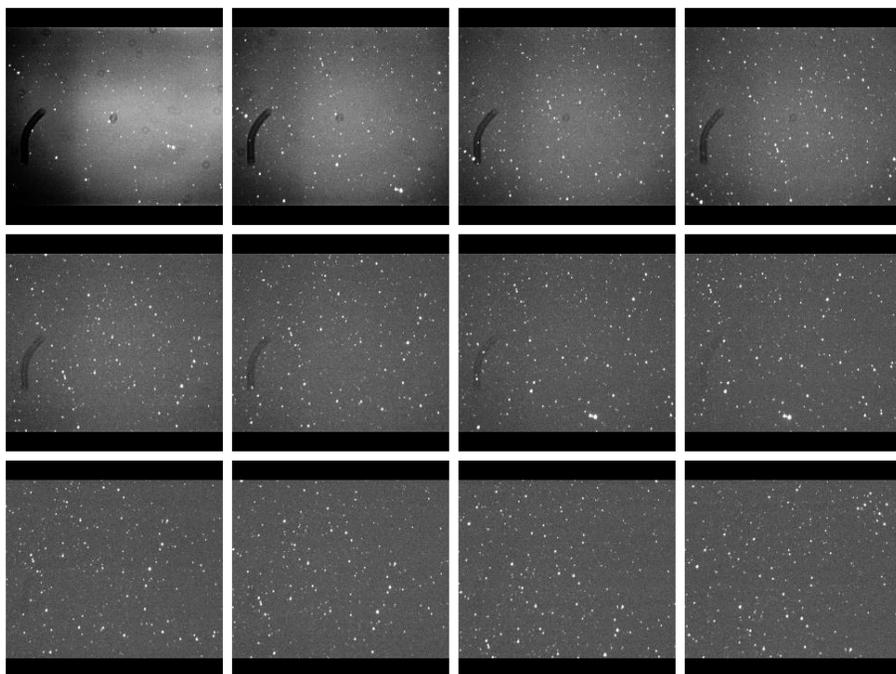


Figura 22. Imágenes adquiridas del apuntador de 8" montado sobre el tubo del telescopio principal.

Algo muy importante a destacar en este conjunto de imágenes es que debido a que el campo de visión es pequeño, las estrellas que caen dentro de la imagen y que están en el catálogo son muy pocas, llegando a haber 4 en la imagen que más estrellas contenía y ninguna en otras de ellas, es por esto que mejor se decidió analizar las imágenes del otro telescopio.

Las imágenes que se obtuvieron del telescopio apuntador (8") se muestran en la Figura 22. Aquí se observa algo parecido con las imágenes de las primeras dos filas, también presentan una línea del lado izquierdo de la imagen, concretamente no se sabe porque sucede eso pero las manchas se encuentran ahí. Ya que las imágenes adquiridas tienen 5 segundos de exposición, es posible que cualquier error de seguimiento del telescopio o algún objeto que pase por esa trayectoria afecten bastante a la imagen final porque la iluminación en cada pixel es sumada todo ese tiempo que se encuentra captando la luz.

Por lo tanto, si se toman las imágenes de la última fila si es posible hacer un buen análisis de las estrellas que se encuentran ahí. Todas estas tienen una buena cantidad de estrellas, pero la última imagen es la que mas tiene. Con 20 objetos estelares detectados es una muy buena imagen para trabajar y probar el algoritmo de detección de estrellas que concierne a este trabajo. Esta cantidad de estrellas se observa en la Figura 23, junto con todos los demás parámetros extraídos de la imagen por el software de la página web.

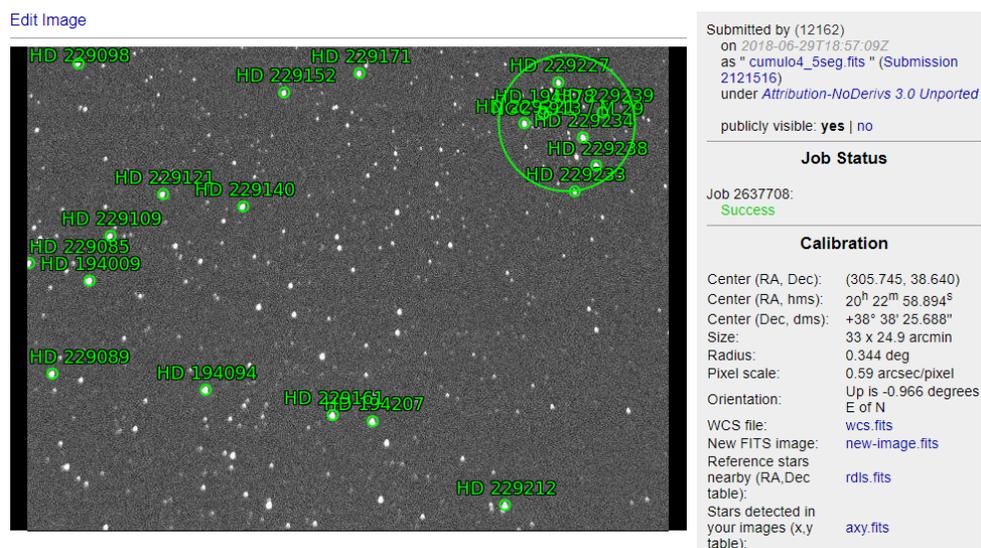


Figura 23. Características y parámetros de la imagen extraídos por el software web de Astrometry.net.

Es importante mencionar que aunque no se tomen datos de la página web para introducirlos en el algoritmo a verificar, sí se utilizan algunos datos para la visualización, elección de las imágenes y verificación de ciertos pasos del proceso. Por ejemplo, los datos referentes al centro de la imagen fueron de gran utilidad para verificar la parte del código que convierte las coordenadas entre ángulos horarios decimales a HMS (horas, minutos y segundos) enteros. Parámetros adicionales como el tamaño del sensor de imagen y la escala del pixel también sirven para cotejarlos con los datos provistos por la metadata de las imágenes del telescopio.

4.1.2. Ruido y filtrado de regiones

Una vez que ya se definió la imagen con la que se va a trabajar (Figura 23), se procede con la lectura de los datos y el preprocesamiento. Este procedimiento se ha realizado en el software de cálculo numérico MATLAB (por las siglas en inglés de laboratorio de matrices). El Algoritmo 1 despliega los pasos que se implementaron para filtrar el ruido de la imagen y reacondicionarla. Los datos de entrada se encuentran en el formato estándar de imágenes astronómicas adoptado por la NASA y la Unión Astronómica Internacional, el formato FITS (HEASARC, 2017). Este formato de imagen, cuyas siglas significan “sistema de transporte de imágenes flexibles”, el cual surgió cuando se utilizaban las cintas magnéticas se ha desarrollado lo suficiente como para ser un estándar de imagen. Una de sus ventajas es que permite almacenar una gran cantidad de metadatos referentes a las características del sistema óptico o de las zonas de cielo observadas, por lo tanto en un sólo fichero se incluyen los datos crudos de imagen e información adicional necesaria para el tratamiento de la información.

Algoritmo 1: Eliminación de ruido por medio de la igualación del histograma.

- 1: ENTRADA: Datos de la imagen en el formato nativo del sensor de imagen del telescopio (datos), en formato FITS.
- 2: $\text{histograma} = \log(\text{datos} + 1) \times 1000$, aplicación de una función logarítmica.
- 3: $\text{media} \leftarrow \text{media}(\text{histograma})$, función que obtiene el valor medio de los datos de histograma.
- 4: $\text{sigma} \leftarrow \text{desviacion}(\text{histograma})$, función que obtiene la desviación estándar de histograma.
- 5: $\text{umbral} \leftarrow \text{media} + c \times \text{sigma}$, el valor umbral se establece mediante la suma de la media y sigma amplificado por un coeficiente c .
- 6: SALIDA: Valores de histograma que son menores a umbral en formato de 16 bits.

Los datos del archivo FITS se almacenan en la variable datos. Debido a que la información que se extrae de la imagen cruda no tiene un buen contraste, es necesario resaltar ciertas características de esta. La Figura 24 muestra una comparación entre el histograma de la imagen original contra el resultante del método aplicado. Ya que el sensor de imagen tiene una definición de 16 bits, los valores a representar en la escala de grises es de 0 a 65536. Se observa que, los valores de la imagen cruda en su mayoría se distribuyen cerca del cero, esto se debe a que una gran parte de la imagen está en tonos muy oscuros. El paso 2 del Algoritmo 1 muestra como es posible obtener un mejor aprovechamiento de todo el rango de valores posibles, esto se logra al expandir los datos en una escala logarítmica y así, resaltar los pixeles que contienen valores más luminosos. Esto también se observa en la Figura 24, donde el Histograma de imagen modificada tiene una densidad más uniforme y muestra mejor la información.

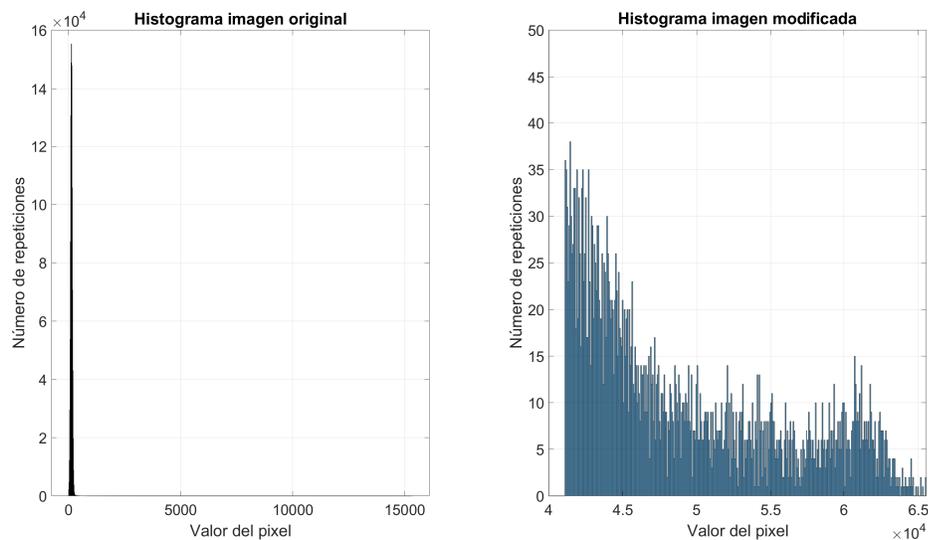


Figura 24. Comparación entre el histograma de la imagen cruda con la modificada.

A los datos obtenidos del histograma se le ha realizado un análisis estadístico sencillo, con el fin de que estas características de los datos aporten más opciones en la decisión de ciertos algoritmos. Lo anterior se muestra en el paso 5 del algoritmo, en donde se toman en cuenta parámetros como la media aritmética y desviación estándar, esto para obtener el valor adecuado de umbral. El umbral es un parámetro que se obtiene de manera dinámica para cada imagen a procesar, y se establece tomando como base el valor medio del conjunto de datos mas la desviación estándar multiplicada por un coeficiente asignado manualmente. Todo valor que se encuentre fuera del

umbral establecido será eliminado porque se entiende que este es demasiado oscuro para contener los datos de una estrella u otra información que pueda ser importante.

Para el análisis posterior de los datos es importante mencionar que se decidió trabajar con la región ubicada en la parte superior derecha de la Figura 23. Esto se debe a que ahí se encuentra una región con una buena cantidad de estrellas y esto beneficia la detección de estas mismas. Teniendo esto en cuenta, se puede observar el funcionamiento del algoritmo para la igualación del histograma aplicado en la Figura 25, donde claramente se infiere una diferencia en las dos imágenes. En la imagen sin procesamiento sólo es posible observar unos cuantos objetos celestes, además de que son bastante tenues y difuminados.

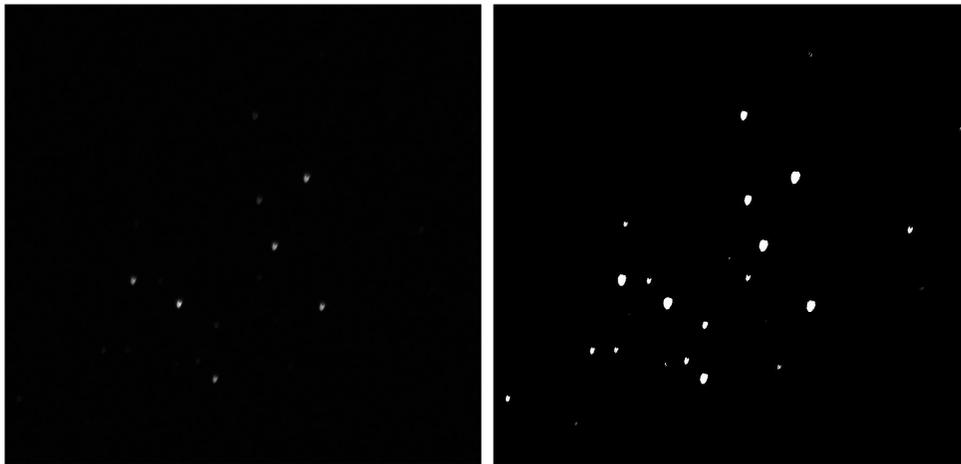


Figura 25. Comparación entre imágenes con y sin el algoritmo de la igualación del histograma aplicado.

Por otra parte, en la imagen con el procesamiento aplicado se deslumbra una gran cantidad adicional de objetos celestes. Esto facilita el procesamiento de las regiones donde se encuentran los objetos y ayuda a obtener una mayor precisión en el siguiente cálculo del centroide de las regiones.

El siguiente paso del proceso de la imagen sirve para detectar de una mejor forma donde existe información. Para esto se crean pequeñas regiones rectangulares por toda la imagen, las cuales permiten analizar los parámetros de la imagen por cada rectángulo generado.

El método por el cual se encuentran las regiones de interés se basa en el procedimiento descrito por He *et al.* (2009), el cual se denomina algoritmo de doble escaneo y ha sido elegido por su sencillez y bajo costo computacional. El procedimiento es el

siguiente:

- Se realiza un barrido pixel por pixel de izquierda a derecha de arriba hacia abajo de la imagen.
- Al encontrar un pixel correspondiente a un objeto (diferentes de 0). Se utiliza una máscara como se muestra en la Figura 26 y observa si existe alguna etiqueta previamente asignada.
- Si existe una etiqueta asignada dentro de la máscara, el pixel toma la misma etiqueta.
- Si existen varias etiquetas asignadas dentro de la máscara, el pixel toma la etiqueta menor.
- Un segundo barrido se realiza para asignar una misma etiqueta a vecinos con diferentes etiquetas. Usualmente la equivalencia de etiquetado se resuelve por medio de una tabla donde los valores de equivalencia entre dos vecinos fueron guardados durante el primer escaneo. En el segundo escaneo, se re-etiqueta el pixel utilizando el valor más bajo de la tabla de equivalencia realizado.

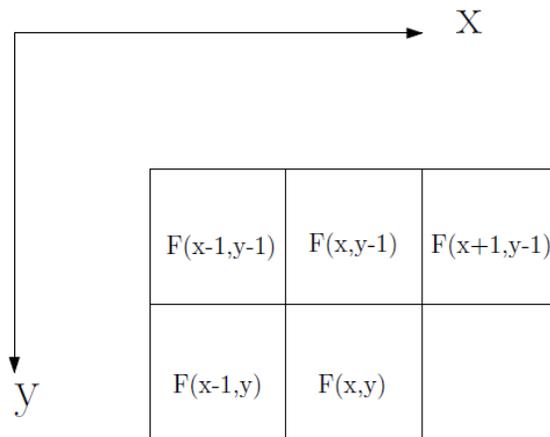


Figura 26. Máscara de conectividad de píxeles.

Es mediante este método que se pueden detectar ciertas regiones de una imagen, tal como se observa en la Figura 27. En esa figura se destacan los diferentes tipos de rectángulos, por una parte los de color rojo, los cuales representan regiones que tienen una vecindad de píxeles lo suficientemente grande como para superar el umbral establecido. El valor umbral es un parámetro que se ha encontrado mediante el análisis

heurístico de varias imágenes y en distintas situaciones de brillo. Para esta imagen, se encontró un buen funcionamiento con un umbral de 6 píxeles contiguos, se debe mencionar que esta cantidad de píxeles también está asociada con el tamaño del sensor de imagen, ya que de acuerdo con la sensibilidad que tenga el mismo es que se puede definir el valor umbral mínimo.

Por otra parte, se encuentran las regiones marcadas en azul. Estas zonas de píxeles no cumplieron con el valor umbral establecido y por lo tanto no se considera que puedan brindar un dato de importancia. Principalmente, porque son muy pequeñas y esto a grandes rasgos puede asociarse a que son objetos celestes con un brillo muy tenue, además de que también podrían deberse a otros objetos en el cielo como satélites o fuentes de luz.

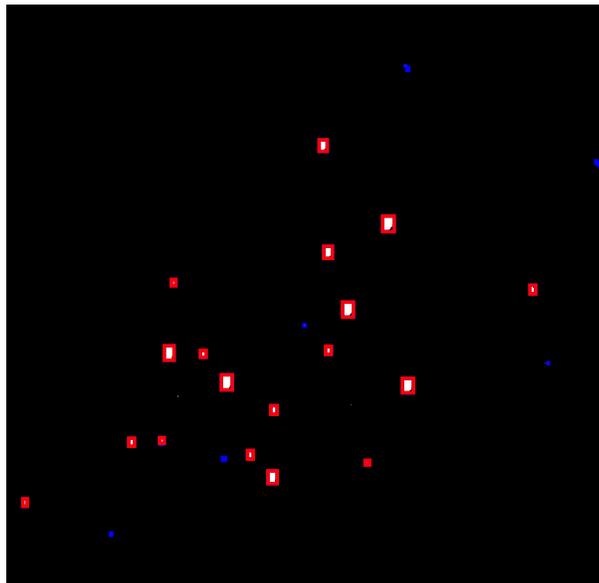


Figura 27. Regiones de interés encontradas en la imagen procesada, en rojo las que siguen siendo de interés y en azul las que fueron eliminadas.

Si se toma en cuenta a la Figura 27 como un plano xy con el origen en la esquina inferior izquierda, se puede establecer un sistema cartesiano donde las coordenadas $P_1(x_{min}, y_{min})$ y $P_2(x_{max}, y_{max})$ de cada región de interés son los datos obtenidos en este procedimiento. Mediante estos datos, se pueden generar los rectángulos.

4.1.3. Cálculo del centroide

Como ya se mencionó en la subsección 3.2.3, es de suma importancia encontrar una forma de representar esas regiones de interés encontradas. Es por eso que se asigna un punto para cada región de interés, y esto se realiza mediante el cálculo del centroide para cada región.

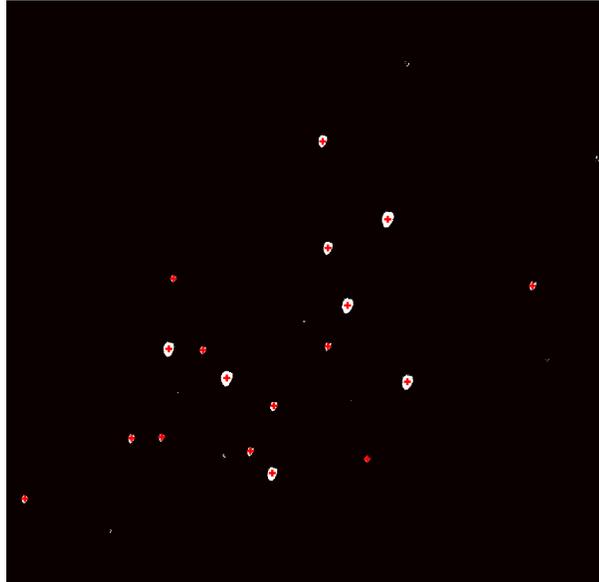


Figura 28. Centroides calculados mediante el método de Centro de gravedad, la cruz roja marca la posición del punto centroide.

Si se toman las ecuaciones 4 y 5, y se resuelven para encontrar el punto $C(x_c, y_c)$ en cada región de interés, se podrán encontrar todos los puntos centroides de la imagen. Desde este punto, ya se puede tratar a la imagen únicamente con las coordenadas de los puntos centroides de las regiones de interés.

4.1.4. Creación de polígonos de n vértices

Uno de los fundamentos del algoritmo de identificación de estrellas que se quiere verificar en este trabajo, es que genera polígonos con estrellas en sus vértices. Hasta este punto, ya se tienen identificadas las coordenadas xy de las estrellas en las imagen, pero no se sabe todavía cuales de ellas elegir. En este caso, para la imagen completa que se está analizando se encontraron 25 objetos luminosos que se intuye pueden ser estrellas.

Los objetos encontrados se muestran en la Figura 29. Del trabajo de Hernández

que este valor es bien conocido para este tipo de función. En una función Gaussiana con la forma de la ecuación 8, se puede desarrollar la expresión matemática y llegar a que, el $\text{FWHM} = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma \approx 2.355\sigma$.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-x_0)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (8)$$

Donde σ es la desviación estándar y x_0 es el valor esperado, este puede ser cualquier valor ya que la anchura de la función no cambia con una traslación.

Modelado Gaussiano en el FWHM

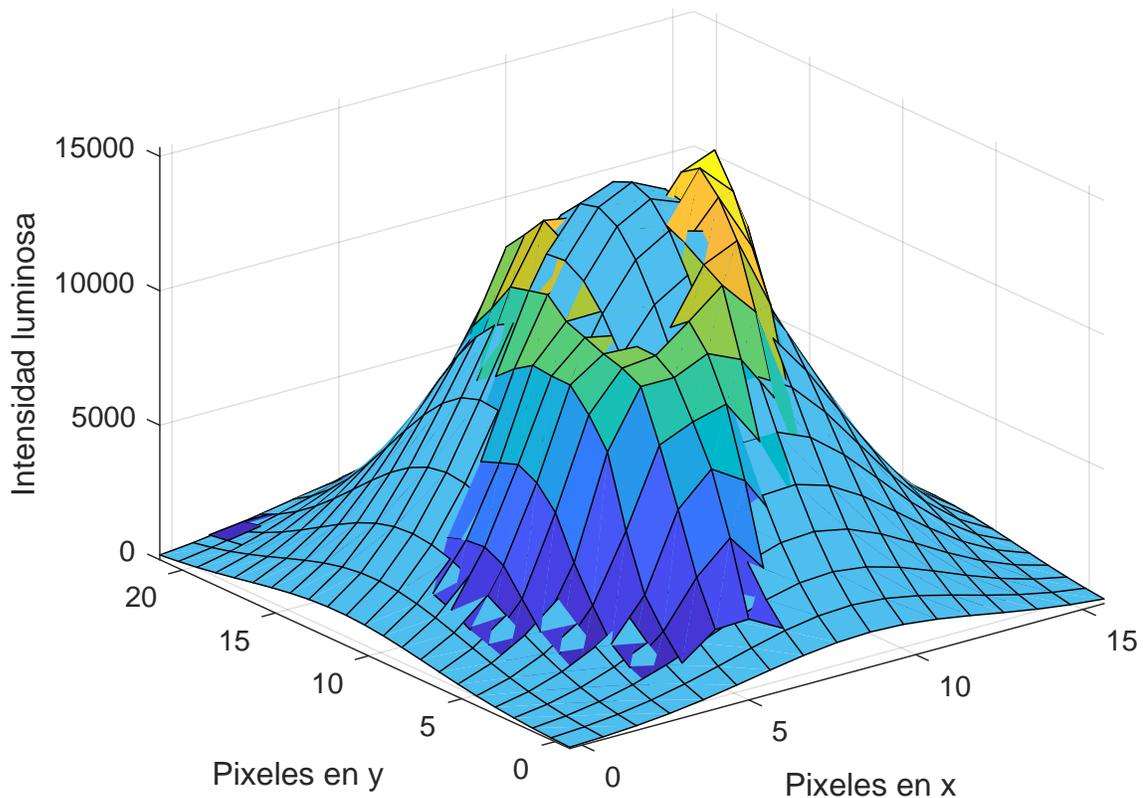


Figura 31. Superposición de un modelado Gaussiano sobre los datos crudos de la imagen.

Por lo tanto, con este valor de FWHM se puede hacer una comparación entre todas las estrellas y así elegir aquellas que tienen una mayor luminosidad contemplando todos los píxeles de la región de interés y no sólo el píxel más luminoso. Es importante mencionar que para este procedimiento se tomaron los datos crudos sin aplicarles la igualación del histograma, ya que aquí no interfiere el contraste porque ya se conocen las coordenadas exactas de las regiones de interés.

En la Figura 31 se muestra como queda gráficamente el modelado Gaussiano. Se

observa una capa principal la cual es una función Gaussiana en dos dimensiones, misma que se generó utilizando la ecuación general para la función Gaussiana en 2D (ecuación 9) y tomando los parámetros específicos para cada región de interés.

$$f(x, y) = A \exp(-(a(x - x_0)^2 + 2b(x - x_0)(y - y_0) + c(y - y_0)^2)) \quad (9)$$

Donde A es la amplitud de la Gaussiana y los parámetros a , b y c se representan en las ecuaciones 10, 11 y 12 respectivamente.

$$a = \frac{\cos^2(\theta)}{2\sigma_x^2} + \frac{\sin^2(\theta)}{2\sigma_y^2} \quad (10)$$

$$b = \frac{\sin(2\theta)}{4\sigma_x^2} + \frac{\sin(2\theta)}{4\sigma_y^2} \quad (11)$$

$$c = \frac{\sin^2(\theta)}{2\sigma_x^2} + \frac{\cos^2(\theta)}{2\sigma_y^2} \quad (12)$$

Aquí, el ángulo θ representa el giro que puede tener la Gaussiana, estableciendo el crecimiento en el sentido horario (no utilizado en este caso, es decir para $\theta = 0$). Además, σ son las desviaciones estándares en cada dimensión.

En la Figura 31, además de la Gaussiana, se sobreponen los datos en tres dimensiones para la luminosidad de la imagen. En los ejes x y y se encuentra el número de pixel en coordenadas cartesianas y en el eje z se muestra el valor relacionado con la luminosidad del pixel. Recordando que el sensor de imagen tiene una resolución de 16 bits, el intervalo de valores se encuentra desde 0 hasta 65536. Es importante decir que esta imagen sólo sirve para tener una imagen mental de la representación de una Gaussiana y para verificar si el ajuste que se está realizando es correcto. Es por eso que, analizando la imagen se puede deducir que el modelo sí se ajusta al conjunto de datos que se quiere procesar.

Se estableció un parámetro para medir que región de interés es mejor para trabajar, este consiste en sumar el valor de iluminación de todos los pixeles que estén dentro

del rango del FWHM de la región. De esta forma, se hace más probable que las regiones que se tomen sean las más luminosas.

Además, se estableció un parámetro adicional que también se está tomando en cuenta para la elección de las estrellas, consiste en promediar el resultado de la suma de todos los valores de luminosidad de cada pixel por región menos el valor de moda del conjunto de datos (para eliminar el valor de ruido de la imagen).

Tabla 5. Comparación de los parámetros de elección de región de interés. La cuarta y quinta columna muestran la comparativa de las características.

Num. ROI	FWHM en x	FWHM en y	Luminosidad	Promedio
1	5.70	7.23	ND	1500
2	11.19	7.78	406507	2943
3	11.64	7.71	229545	3191
4	10.99	7.98	253355	2368
5	11.91	8.39	397180	3998
6	11.83	8.16	620260	4750
7	12.07	8.49	442613	3514
8	12.29	8.84	482894	3717
9	13.13	9.99	ND	1693
10	12.68	9.51	493084	3893
11	6.57	2.29	9380	1405
12	7.53	9.93	ND	1620
13	9.81	7.50	147740	2135
14	13.29	9.98	ND	1458
15	9.53	7.77	ND	1415
16	8.75	10.25	134215	1499
17	12.97	11.00	439698	2659
18	6.55	4.46	24343	1362
19	11.55	14.27	168057	1388
20	19.14	13.75	ND	1346
21	13.61	12.72	482662	2081
22	16.86	14.09	331365	1597
23	15.57	14.61	524724	1999
24	10.45	3.18	14309	1291
25	10.23	2.67	25805	1609

Una comparativa de estos parámetros obtenidos se muestra en la tabla 5. En dicha tabla, se enumeran verticalmente todas las regiones de interés encontradas con sus respectivos parámetros encontrados de FWHM en x y y. En la cuarta columna se muestran los resultados del criterio del modelado Gaussiano, los valores más grandes muestran una región más luminosa y por lo tanto de mayor interés. Además, se puede

notar que existen valores marcados como ND (no disponible), esto porque las regiones son tan pequeñas que no alcanzan a entrar dentro del intervalo del FWHM. Por último, en la quinta columna se encuentran los valores relacionados con el último criterio, el del promedio del brillo de todos los píxeles. Aquí también se asocia un valor mayor con una luminosidad más grande.

Mediante estos datos obtenidos se puede deducir que los dos criterios de elección pueden coexistir para generar un mejor resultado, ya que los valores extremos (mínima y máxima luminosidad) coinciden con los del método del promedio. Y es que, aunque algunos valores no sean similares entre los dos métodos, lo más importante es coincidir con los valores iniciales de la secuencia del polígono que se formará con ellos, los cuales son los máximos.

Algo muy importante por mencionar, es que aunque ya se pueden ubicar en el plano las estrellas que formarán el polígono, todavía falta un paso previo para poder formarlo. Ya que la bóveda celeste (una media esfera) se proyecta sobre un plano (el sensor de imagen es un dispositivo plano rectangular), es necesario reubicar el patrón de estrellas que se tienen para posicionarlos en el centro de la imagen adquirida. Con el fin de que mostrar la ubicación real de las estrellas en la imagen, como si se hubiera adquirido con el enfoque hacia la región de interés procesada.

El resultado del procedimiento descrito previamente se observa en la Figura 32, donde se muestran las estrellas elegidas en el plano cartesiano que se genera en el sensor de imagen. Los ejes se encuentran en milímetros ya que mostraría la ubicación de los píxeles en el encapsulado físico del sensor de imagen.

4.1.5. Centrado de la imagen en una estrella (rotación)

Tal como se observa en la representación de la Figura 32, es necesario desplazar el conjunto de estrellas hacia el origen del plano. Una visualización más general en tres dimensiones se puede observar en la Figura 33. En donde el eje z se refiere a la longitud focal del sistema óptico, para este caso es el que especifica el fabricante para el conjunto de lentes del telescopio empleado y es de 2032 mm. Aquí, la línea roja punteada representa el camino óptico realizado por un rayo de luz que viaja desde la distancia focal hasta el sensor de imagen. Y el rectángulo sólido verde representa al

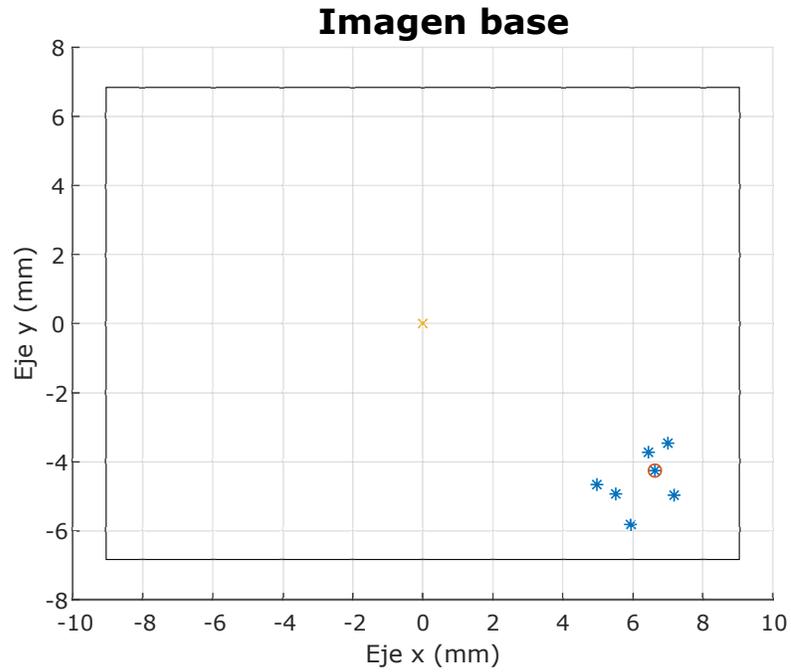


Figura 32. Representación de las estrellas sobre el plano cartesiano del sensor de imagen.

ya mencionado sensor de imagen.

Para realizar la rotación de los puntos donde se encuentran las estrellas en el plano al origen, se emplearán los ángulos de Euler. Esta herramienta matemática permite que cualquier rotación se pueda describir mediante tres ángulos (por convención se utilizan los ángulos ϕ , θ y ψ), mismos que se pueden expresar mediante matrices de rotación (Arfken y Weber, 2005). Las matrices B , C y D de las ecuaciones 13, 14 y 15 representan las rotaciones posibles mediante el teorema de rotación de Euler.

$$D = \begin{pmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) & 0 \\ -\sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (13)$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ 0 & -\sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \quad (14)$$

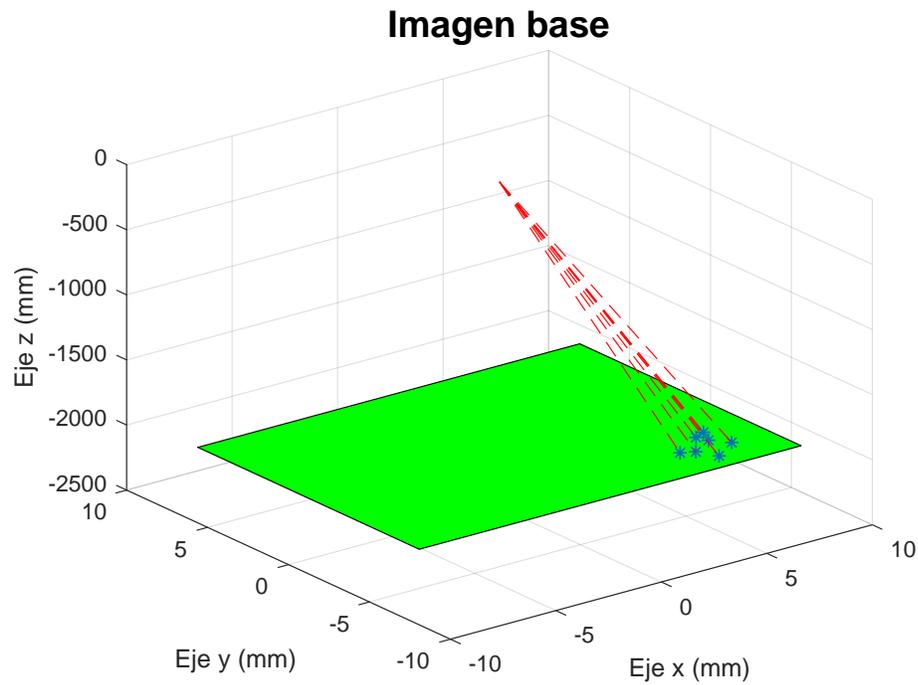


Figura 33. Representación de las estrellas sobre el plano cartesiano del sensor de imagen.

$$B = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & \sin(\psi) & 0 \\ -\sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (15)$$

Para entender el sentido de giro y el eje en el que se desplazan estas rotaciones, es de gran ayuda observar las Figuras 34 y 35. En la primera de estas, se muestra el diagrama de rotación para cada ángulo y como es que este se modifica a través de las transformaciones.

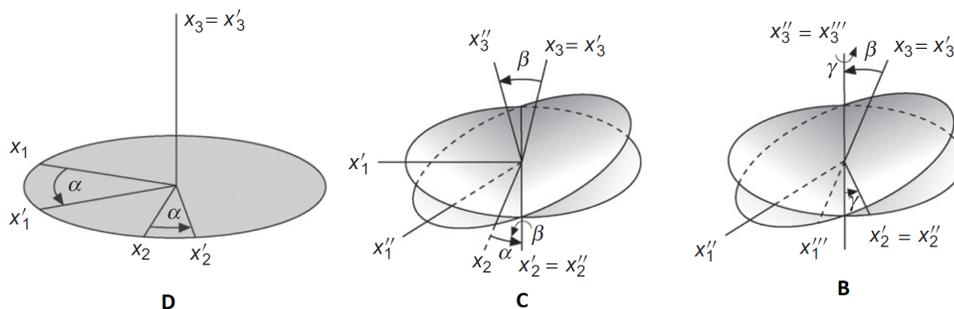


Figura 34. Ejes de rotación de los ángulos de Euler (Arfken y Weber, 2005)

Por otra parte, en la imagen posterior se observa un ejemplo muy sencillo en el que se realizaron tres conos de diferentes colores, en donde cada cono representa la

rotación completa de un punto en cada eje. Esto se realizó con el objetivo de verificar hacia donde se desplazaban los puntos y a que distancia.

Ángulos de Euler

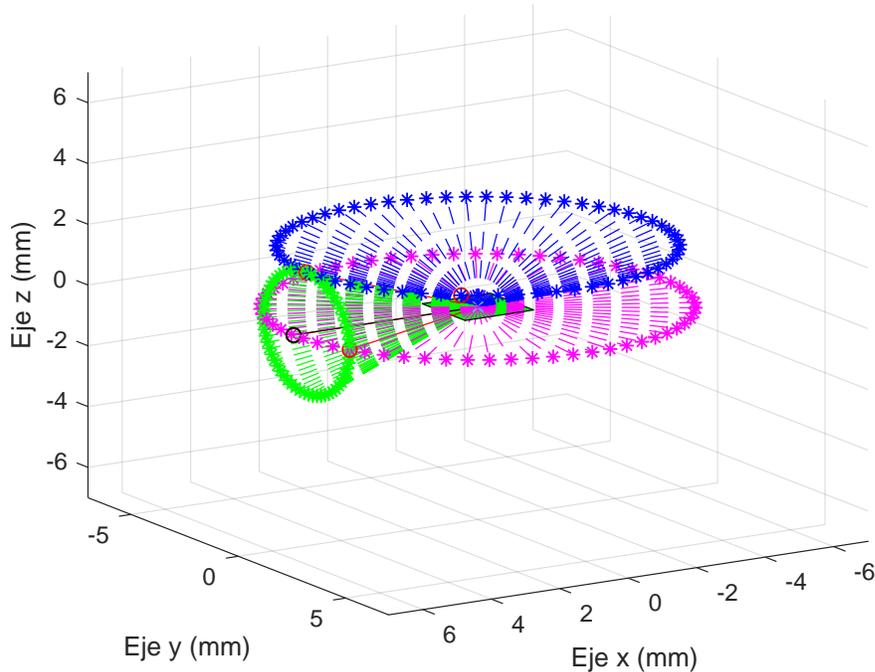


Figura 35. Ejemplo de la rotación en los diferentes ejes utilizando los tres ángulos de Euler. En el siguiente orden estricto: rosa, verde y azul.

Ya que se tiene entendido el funcionamiento de los ángulos de Euler, ahora se procede a encontrar la matriz de rotación general (A), misma que se genera con las matrices D , C y B . La igualdad para la matriz de rotación general es $A=BCD$. Aquí, es de suma importancia destacar que el orden de rotación que establece cada matriz debe seguirse estrictamente. Por lo cual, primero se realiza la rotación de la matriz B , después la de C y finalmente la de D .

Aquí ya sólo que encontrar las coordenadas finales de la rotación para cada estrella. Y esto se puede realizar de dos formas distintas. La primera es tomar la matriz de rotación general A y multiplicarla por el vector de la estrella central. La segunda opción, es agarrar la matriz de rotación para cada eje y realizar la rotación eje por eje.

Resulta que para este trabajo se tuvo que elegir la segunda opción porque al inicio del cálculo no se conocen todos los ángulos de Euler y se tienen que ir obteniendo conforme se realiza cada rotación por eje. Con el fin de ir proyectando el vector en el eje de rotación adecuado se requiere obtener el cálculo del ángulo entre dos vectores

en tres dimensiones. Las expresiones matemáticas requeridas se encuentran en las ecuaciones 16 y 17 (Dendane, 2019).

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos \theta = u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z, \quad (16)$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|}. \quad (17)$$

Donde \vec{u} es el vector que apunta a la estrella central elegida, \vec{v} es un vector sobre el eje que se requiere proyectar y θ el ángulo que se va a rotar (puede ser cualquiera de los tres ángulos de Euler). Para obtener el ángulo que se requiere rotar simplemente basta despejar la ecuación 17 para el ángulo θ . El resultado se expresa en la ecuación 18 (Dendane, 2019).

$$\theta = \arccos \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \|\vec{v}\|} \quad (18)$$

Mediante esta proyección de los ángulos de Euler es que se puede trasladar el conjunto de estrellas al centro del plano cartesiano. En la Figura 36 se observa el patrón de estrellas ubicadas en el centro del plano. Sin embargo, es necesario describir el fenómeno que ocurre en este paso. Y es que, como se observa en la Figura 37, al rotar los vectores de las estrellas al centro estos no quedaron a la misma distancia en el plano focal (eje z). Por lo tanto, ya que se tienen que conocer las coordenadas exactas en las tres dimensiones se deben recortar todas las salientes de los vectores en el plano del sensor de imagen.

Es importante mencionar que para obtener la Figura 37 se ha modificado la longitud focal por una más pequeña (hasta 15 mm), esto se debe a que con los valores originales no se despliega bien la información y no permite observar que se tiene que hacer esa corrección. Aunque en los datos de las coordenadas sí se encuentre el problema.

Para realizar el recorte de las distancias que exceden la longitud focal se ha empleado la técnica de intersección de un vector con un plano (Hughes *et al.*, 2013). Aquí

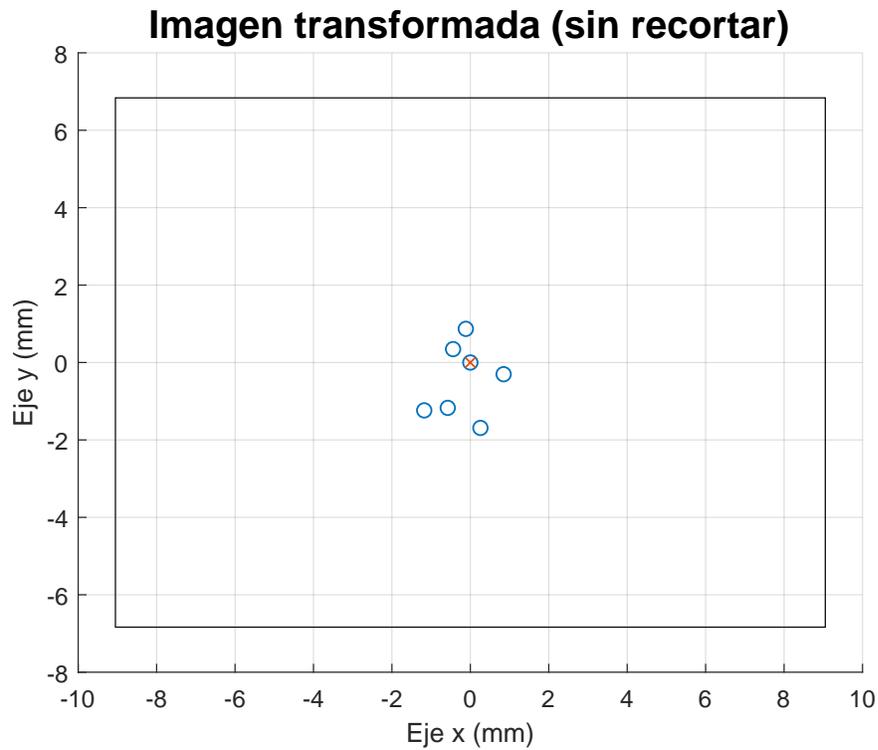


Figura 36. Imagen con el resultado de la rotación de las estrellas al centro del plano. Se muestra una vista superior.

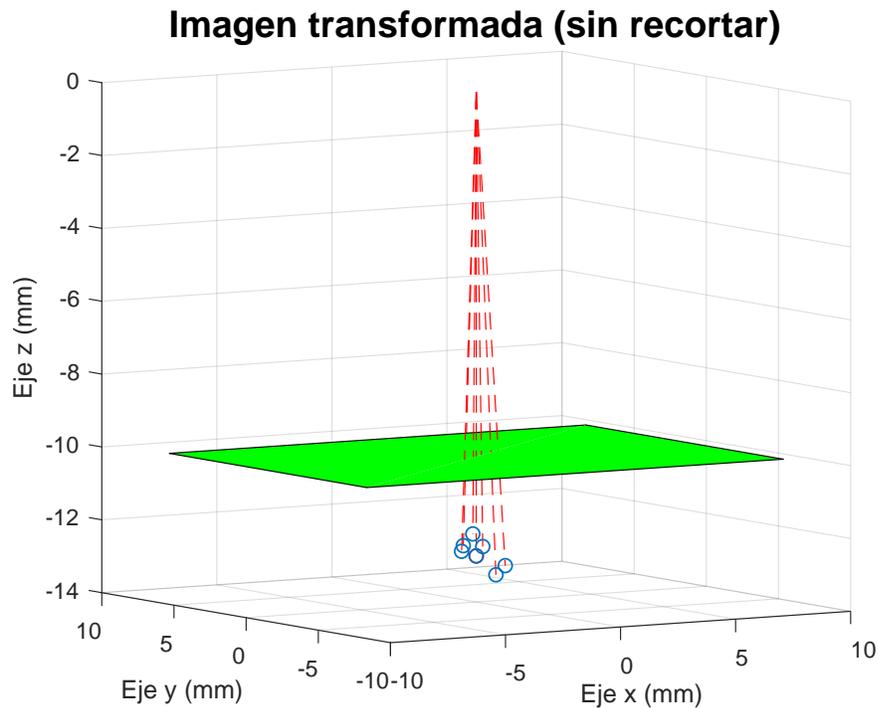


Figura 37. Imagen modificada para destacar la importancia de la necesidad de recortar los excesos en los vectores de las estrellas rotadas. Se muestra una vista de costado.

se establece el plano que genera el sensor de imagen, con coordenadas en x y y pero fijo en z . En la Figura 38 se muestra como se vería la intersección del vector con el

plano y toda la nomenclatura adicional.

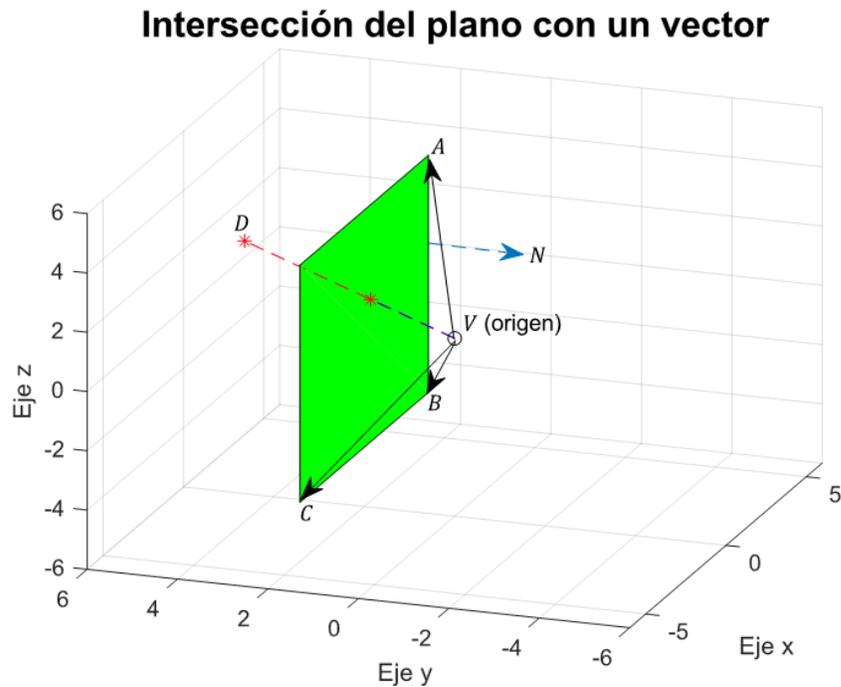


Figura 38. Configuración establecida para obtener las coordenadas de la intersección del plano con un vector.

El primer paso consiste en la parametrización de la línea, utilizando el vector de las estrellas como una línea. Esto se describe en la ecuación 19 (Hughes *et al.*, 2013).

$$(x, y, z) = v_1 + d_1t, v_2 + d_2t, v_3 + d_3t \quad (19)$$

Donde, $V = (v_1, v_2, v_3)$ es la posición del vector y $D = (d_1, d_2, d_3)$ es la dirección.

Para generar un plano, se pueden tomar tres vectores e introducir en la ecuación del plano. Si estos vectores son $A = (a_1, a_2, a_3)$, $B = (b_1, b_2, b_3)$ y $C = (c_1, c_2, c_3)$ la ecuación del plano es la siguiente:

$$N_1(x - a_1) + N_2(y - a_2) + N_3(z - a_3) = 0. \quad (20)$$

Donde $N = (N_1, N_2, N_3)$ es un vector normal al plano el cual se puede obtener de realizar el producto cruz de los vectores $A - B$ con $B - C$.

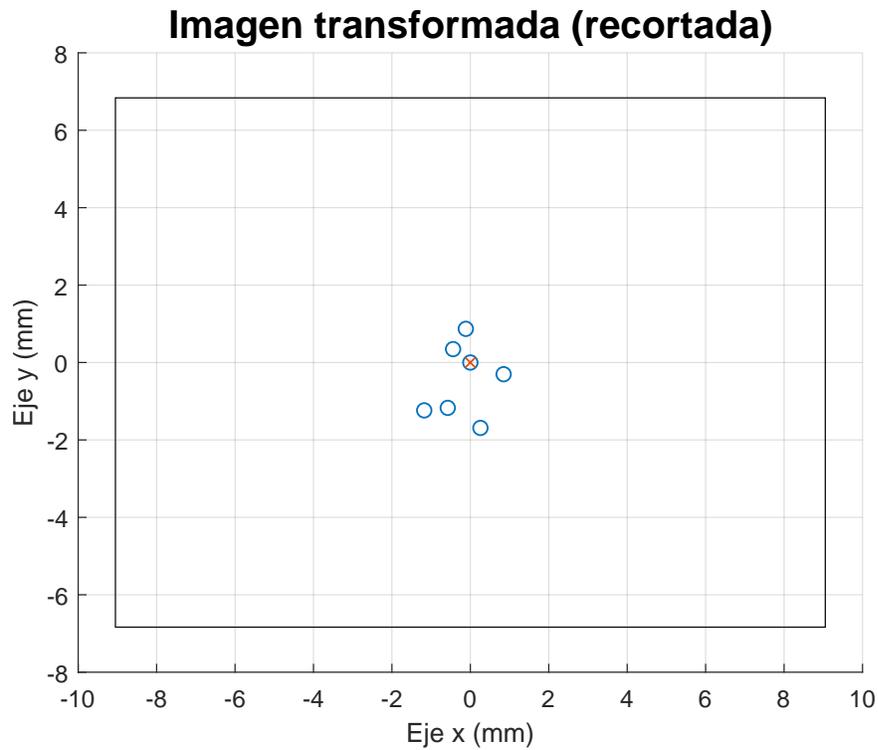


Figura 39. Agrupación final de estrellas, después de corregir las coordenadas para que toquen el plano.

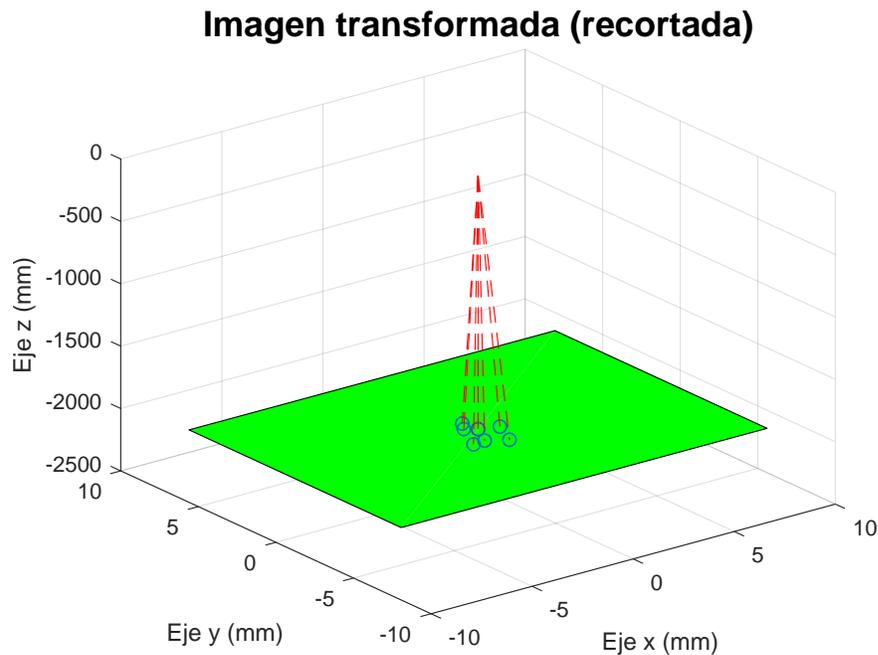


Figura 40. Agrupación final de estrellas en tres dimensiones donde se puede observar la distancia a la longitud focal del sistema óptico.

Posterior a esto, solo es necesario sustituir la ecuación de la línea en la del plano y se despeja para t . Y el resultado se sustituye de nuevo en la ecuación de la línea para obtener las coordenadas de la intersección. En estas coordenadas que se obtienen

debe coincidir el eje z con la distancia focal. Además, las coordenadas (x, y) son las que se van a utilizar de aquí en adelante para referirse a la estrella en cuestión.

El resultado de la implementación de este algoritmo se observa en las Figuras 39 y 40. En donde ya se recortó la parte que excedía el plano del sensor de imagen.

4.2. Procesamiento de los datos de catálogos de estrellas

En esta sección se muestra el procesamiento aplicado en la segunda vertiente de la información. La que concierne al diagrama de la Figura 10, donde se explica como se procesan los datos que provienen de los catálogos de estrellas que se encuentran en libre consulta.

4.2.1. Acondicionamiento del catálogo de estrellas

Para este trabajo se utilizaron principalmente datos de la misión Gaia, misma que ya fue descrita en la sección 2.3. La cantidad de datos que existe de esta misión es muy extensa, es por eso que es necesario realizar un filtrado de la información que si se necesita de la que no. Para esto, la misma interfaz de la página web provista por los creadores de Gaia (ESA, por las siglas en inglés de European Space Agency) es bastante útil para comenzar con el filtrado de los datos.

En la Figura 41 se muestra la interfaz que provee la Agencia Espacial Europea para manipular los datos de la misión Gaia. A grandes rasgos se separa en cuatro secciones (numeradas desde arriba hacia abajo), las cuales tienen el siguiente funcionamiento:

1. La sección de "Position and File" permite buscar objetos celestes por su nombre (o identificador) o por secciones completamente personalizadas especificando unas coordenadas ICRS y diciendo el tamaño de la región. Además, tiene la opción de automatizar el proceso al subir un archivo de texto con los identificadores de estrellas que se deseen utilizar. En este caso la función que se utilizó fue la de "Position" con una región rectangular ubicada aproximadamente en el centro de la imagen que se tomó en el telescopio.

- Esta sección permite seleccionar de entre aproximadamente 20 archivos de datos referentes a varias misiones espaciales de recuperación de información de estrellas. Entre estas, se encuentran los catálogos de Hipparcos, Tycho y varias versiones de Gaia. En este caso se utilizó el archivo de datos por defecto de Gaia, el “gaiadr2.gaiadr2_source”.
- Aquí se encuentran unos filtros de condiciones lógicas, mediante los cuales se pueden filtrar objetos celestes por todas las características que se describen en el punto siguiente. Se utilizaron filtros de magnitud luminosa.
- Por último, la sección que permite realizar el mejor filtrado mediante casillas de selección de las características propias de cada objetos celeste. Más adelante se analizan todos los parámetros que se utilizaron.

Figura 41. Opciones de filtrado proveídas por los creadores de Gaia.

Las características utilizadas para filtrar las estrellas se describen a continuación:

- **source_id** Identificador de fuente único para un lanzamiento de datos en específico de Gaia.
- **ref_epoch** Contiene la época en la que fueron adquiridos los datos de las estrellas. Se especifica en años, por ejemplo J2015.5.

- **ra** Coordenada del sistema de referencia ICRS para la ascensión por la derecha. Sus unidades son grados (deg).
- **dec** Coordenada del sistema de referencia ICRS para la declinación, se mide en grados (deg).
- **parallax** Paralaje estelar absoluto, se refiere a un ángulo que se forma resultado de observar un objeto celeste desde dos puntos distintos. Se mide en mili arco segundos.
- **pmra** Movimiento propio de la estrella en la coordenada de ascensión por la derecha. Se mide en mili arco segundos sobre años.
- **pmdec** Movimiento propio de la estrella en la coordenada de declinación. Se mide en mili arco segundos sobre años.
- **photo_g_mean_mag** Magnitud media de luminosidad en la banda G, referente a imágenes adquiridas en la banda del color verde. Esto se puede observar en la Figura 42, donde Gaia provee un análisis de los tipos de filtros utilizados para recabar sus imágenes. Se mide en magnitud.
- **radial_velocity** Parámetro relacionado con la velocidad radial de la estrella. Se mide en km/s.

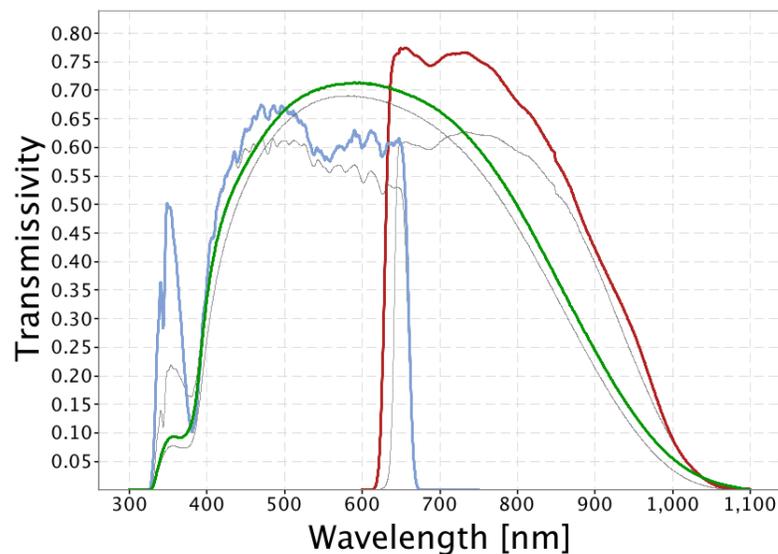


Figura 42. Filtros pasabanda empleados en la misión espacial Gaia.

Como parámetros adicionales se tienen también todos los valores de error de las diferentes coordenadas o velocidades. Esto con el objetivo de poder conocer mejor la incertidumbre de los cálculos.

Una vez conociendo que significan estos parámetros, ya se puede elegir sabiamente el archivo de datos a descargar. Los formatos soportados son VOTable, csv, fits y json. En este trabajo se utilizó el formato csv debido a su simplicidad y compatibilidad con software populares (como Microsoft Excel) y lenguajes de programación con grandes librerías enfocadas al procesamiento astronómico de la información (Python 3).

4.2.2. Conversión de época

Los catálogos astronómicos deben tener un parámetro llamado época, tal como se mostró en una de las características explicadas en la sección anterior. Dicho parámetro, significa que las imágenes adquiridas por la misión espacial en la que se recabaron los datos fue en ese tiempo. Por ejemplo, si un catálogo está en la época J2000 eso significa que las imágenes con las que se sustenta esa base de datos están referenciadas al 1 de Enero del 2000. De esta forma, se pueden encontrar catálogos en época J2015.5 o J2017.5, lo cual significa en el primer caso que las imágenes fueron referenciadas el 1 de Junio del 2015.

¿Y para que podría servir tener un catálogo en un época actual? Resulta que conforme más antigua es la época, mayor es la posibilidad de incrementar los errores en los datos, esto se debe a que todos los objetos celestes se están moviendo y no existe nada en reposo en el universo. Lo cual repercute de acuerdo al objeto celeste, puede ser que se mueva más o menos, pero sin duda todos están en movimiento. Y es por esto, por lo que las coordenadas estelares se tienen que corregir conforme pasa el tiempo. A este proceso de corrección de las coordenadas en un catálogo se le llama cambio de época.

Existen varias formas de calcular un cambio de época. Sin embargo dependiendo de la técnica elegida, la precisión en las coordenadas convertidas puede ser buena o mala. Por ejemplo, en métodos relativamente sencillos con cálculos de matrices y álgebra sencilla, como la que se realiza en Karttunen (2017). En donde se menciona que con ese método tendrá una precisión de hasta 3 segundos de arco. Sin embargo,

para librerías como Astropy existen ejemplos en donde se obtienen unos 0.3 segundos de arco de precisión (Astropy, 2019).

Sin embargo, si se quiere ir mas allá y tener un resultado mas fiable y con mayor precisión para que funcionen mejor los algoritmos de reconocimiento de estrellas es necesario utilizar herramientas más poderosas. Una de ellas, son las librerías publicas para lenguajes de programación como C o Phyton. En este caso, se decidió utilizar la que mejor soporte tiene y la más utilizada en esta área.

La librería Astropy es un proyecto de desarrollo comunitario para realizar un paquete único que incluya todas las herramientas modernas y disponibles relacionadas con astronomía (Astropy, 2018). Se puede agregar a entornos de desarrollo en lenguaje Python e inclusive viene incluido en algunas plataformas como Anaconda. Se debe mencionar que también se utilizaron plataformas visuales como Stellarium, el cual permite ver y conocer las estrellas y sus parámetros. Además, también se emplearon otras librerías como Skyfield y PyEphem. Sin embargo, cada una de ellas fue mostrando ciertas limitaciones de acuerdo a lo que se quería conseguir en este trabajo. Estas librerías, al ser desarrolladas por muy pocas personas (en ocasiones una sola) solían tener problemas de precisión y varios errores que no eran sencillos de solucionar, además de que no proporcionan soporte oficial. Quedando como la mejor solución a todo esto la librería con mejor soporte por la comunidad astronómica, Astropy.

En este trabajo se ha utilizado la versión de Python 3.7.3 corriendo sobre el entorno de desarrollo Spyder en Anaconda. Y utilizando la librería de Astropy en su versión 3.1.2.

A continuación se muestra una lista de las instrucciones mas importantes utilizadas en Python para realizar el cambio de época. También se emplean instrucciones para manipular los datos originales de la base de datos de Gaia.

- **csv.reader** Lee archivos csv (Archivos separados por comas). Este tipo de archivos es muy habitual cuando se manejan datos visualizados en tablas. Además, de tener la ventaja de ser compatible con software como Microsoft Excel. En este caso, el archivo csv leído es el que se descargó de la página web de Gaia.
- **csv.writer** Realiza la función opuesta a la instrucción anterior, este guarda los

datos que se encuentran en listas o diccionarios a un archivo csv.

- **Time** Provee funcionalidades para manipular fechas y horas. Además de entender los formatos de época mas utilizados, por ejemplo J2000. Permitiendo convertir entre los diferentes formatos de tiempo existentes en Astropy.
- **SkyCoord** Es una herramienta para manipular representaciones de coordenadas celestes y transformaciones entre sistemas. Aquí se guardan los parámetros de cada estrella. Los que se utilizaron fueron: Asención por la derecha, declinación, paralaje, movimiento propio en ambas coordenadas, época y magnitud visual.
- **apply_space_motion** Es un operador que al meterle los parámetros de las estrellas y el tiempo al que se le quiere cambiar, realiza el calculo de la nueva ubicación del objeto celeste.

Tabla 6. Comparativa entre un valor de coordenadas con y sin cambio de época. El último valor es la estrella de Barnard, conocida por ser la estrella que mas se mueve en el cielo.

#	Sin cambio de época		Con cambio de época		Diferencia	
	RA (deg)	DEC (deg)	RA (deg)	DEC (deg)	RA (s)	DEC (s)
1	306.019395	38.5381059	306.019391	38.5381014	0.014	0.016
2	305.998072	38.5299780	305.998069	38.5299734	0.013	0.017
3	305.979246	38.4663238	305.979242	38.4663191	0.013	0.017
4	305.941488	38.5008508	305.941485	38.5008462	0.013	0.017
5	305.761972	38.4557649	305.761969	38.4557602	0.012	0.017
6	305.679396	38.4713013	305.679408	38.4713002	0.040	0.004
7	306.027259	38.4925236	306.027254	38.4925187	0.017	0.017
8	306.005395	38.5137455	306.005391	38.5137413	0.013	0.015
9	305.962456	38.4928111	305.962441	38.4928019	0.057	0.033
10	305.462160	38.6293814	305.462157	38.6293783	0.011	0.011
11	305.769886	38.7543668	305.769891	38.7543682	0.019	0.005
12	305.655185	38.8241506	305.655191	38.8241481	0.021	0.009
13	305.632098	38.5681308	305.632077	38.5681051	0.076	0.093
14	305.587308	38.7248295	305.587304	38.7248252	0.012	0.016
15	305.913877	38.8280255	305.913883	38.8280307	0.023	0.019
16	305.726287	38.7484218	305.726289	38.7484127	0.005	0.033
17	269.448614	4.73798076	269.447964	4.74634224	2.340	30.101

En la tabla 6 se muestra una comparación con las coordenadas de 17 estrellas. Primero, se tienen los valores originales del catálogo de Gaia. Después, los resultados del cambio de época realizado en Python y por ultimo el cálculo de la diferencia de las

coordenadas. De estos resultados se puede comentar que la diferencia en segundos de arco para la mayoría de las estrellas es muy pequeña, esto puede deberse a que las estrellas que se están procesando son todas de la misma región del cielo y por lo tanto puede ser que su movimiento sea muy parecido. Además, debido a que se utiliza el catálogo con el lanzamiento más reciente de Gaia (Gaia DR2) y este se encuentra referenciado a la época J2015.5, sólo se tienen que desplazar los objetos celestes por aproximadamente 3 años. Es importante mencionar que si se utilizaran catálogos como el de Hipparcos, estos se encuentran referenciados a épocas J2000 e inclusive un poco más antiguas dependiendo el paquete de datos que se descargue.

Como dato adicional e importante de observar es la última fila de la tabla 6. Esta pertenece a la estrella de Barnard, la cual es una de las estrellas que muestra un mayor movimiento en la bóveda celeste. Teniendo un movimiento propio de 10.3 arcseg/año (Karttunen, 2017), en este tipo de estrellas es de suma importancia realizar un cambio de época, ya que sino esta no se podrá ubicar adecuadamente. Si se contempla el sistema óptico que se tiene en este trabajo (0.59 arcseg/pixel), se puede hacer una estimación de lo que se puede mover esta estrella en una imagen con el tamaño de nuestro sensor, obteniendo los siguientes datos:

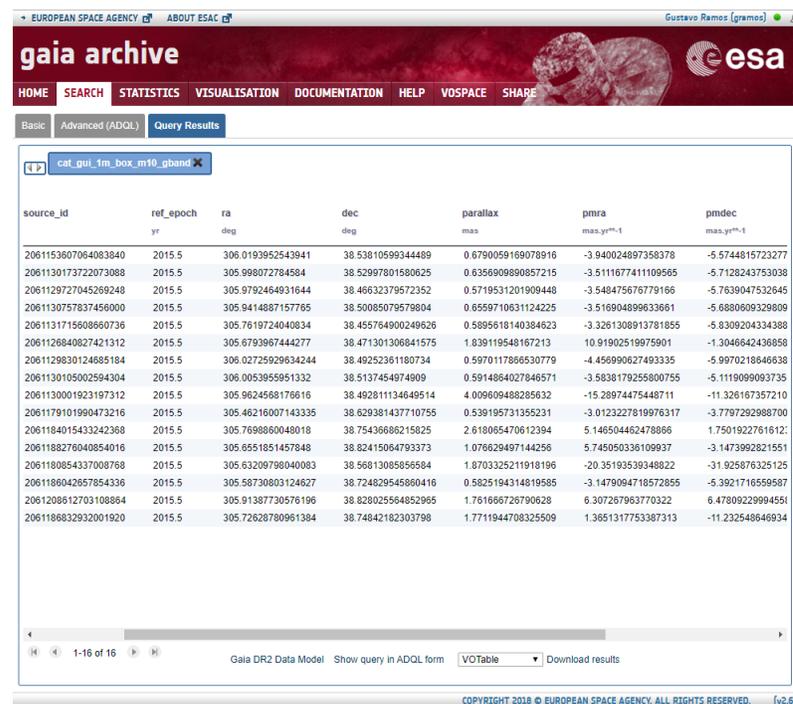
- En un año aproximadamente 18 pixeles.
- Tomando las coordenadas de Gaia DR2, se desplazaría aproximadamente 65 pixeles.
- Si se tomaran las coordenadas de un catálogo referenciado en la época J2000, se movería aproximadamente 337 pixeles.

Por lo tanto, se entiende que para algunos casos si es necesario realizar el cambio de época. Por lo tanto, ya que no se podría calcular únicamente para las estrellas que lo necesitan porque en ese momento no se sabe cuales son, es necesario hacer el cálculo de cambio de época para todas las estrellas del catálogo que se estén trabajando.

4.2.3. Creación de polígonos de n vértices

Para crear el primer polígono se ha elegido la misma región de la imagen tomada con el telescopio. Así como el mismo campo de visión (33×24.9 arcmin). De la página web de Gaia, se han filtrado las estrellas con las características ya mencionadas y además se estableció una restricción para estrellas mayores a magnitud 10. El resultado de esta búsqueda se muestra en la Figura 43. Estos datos son los que se han empleado desde la sección anterior y serán los que se utilizarán de aquí en adelante.

Por el momento, debido a que no se está realizando una búsqueda general de estrellas en un catálogo completo. La elección de las estrellas se realiza de forma manual, de acuerdo con el algoritmo que se quiere verificar.



source_id	ref_epoch yr	ra deg	dec deg	parallax mas	pmra mas.yr ⁻¹	pmdec mas.yr ⁻¹
2061153607064083840	2015.5	306.0193952543941	38.53810599344489	0.6790059169078916	-3.940024897358378	-5.5744815723277
2061130173722073088	2015.5	305.998072784584	38.52997801580625	0.6356909890857215	-3.511677411109565	-5.7128243753038
2061129727045269248	2015.5	305.9792464931644	38.46632379572352	0.5719531201909448	-3.548475676779166	-5.7639047532645
2061130757837456000	2015.5	305.9414887157765	38.50085079579804	0.6559710531124225	-3.516904899633661	-5.6880909328009
2061131715608660736	2015.5	305.7819724040834	38.455764900240626	0.5895618140384623	-3.3261308913781855	-5.8309204334388
2061126840027421312	2015.5	305.6793967444277	38.471301306841575	1.839119548167213	10.91902519975901	-1.3046424368858
2061129830124685184	2015.5	306.02725929634244	38.49252361180734	0.5970117866530779	-4.456990627493335	-5.9970218646638
2061130105002594304	2015.5	306.0053955951332	38.5137454974909	0.5914864027846571	-3.5838179255800755	-5.119099093735
2061130001923197312	2015.5	305.9624568176616	38.492811134649514	4.009609488285632	-15.28974475448711	-11.326167357210
2061179101990473216	2015.5	305.46216007143335	38.629381437710755	0.539195731355231	-3.0123227819976317	-3.7797292988700
2061184015433242368	2015.5	305.7698860048018	38.75436686215825	2.618065470612394	5.146504462478866	1.7501922761612
2061188276040854016	2015.5	305.6551851457848	38.82415064793373	1.076629497144256	5.745050336109937	-3.1473992821551
2061180854337008768	2015.5	305.63209798040083	38.56813085856584	1.8703325211918196	-20.35193539348822	-31.925876325125
2061186042657854336	2015.5	305.58730803124627	38.724829545860416	0.5825194314819585	-3.1479094718572855	-5.3921716559587
2061208612703108864	2015.5	305.91387730578106	38.828025564852965	1.761666726790628	6.307267963770322	6.4700229994551
2061186832932001920	2015.5	305.72628780961384	38.74842182303798	1.7711944708325509	1.3651317753387313	-11.232546646934

Figura 43. Resultados de la búsqueda de estrellas en la base de datos de Gaia.

4.2.4. Proyección gnomónica

Las coordenadas de los catálogos de estrellas se dan en unidades de grados y esto se debe a que los sistemas de referencia en los que se basan esas coordenadas suelen ser esféricos o elipsoidales. Por ejemplo el sistema ICRS (por las siglas en inglés,

International Celestial Reference System) tiene su origen en el centro de masa del sistema solar (casi el centro del sol) y de ahí se derivan las coordenadas.

Por lo tanto, los datos que se tienen de un catálogo de estrellas no pueden ser comparados directamente con los de imágenes adquiridas por sensores de imagen. Ya que la imagen de la bóveda celeste se ha proyectado sobre el plano. Para poder realizar la comparación es necesario aplicar una técnica llamada proyección gnomónica.

En la Figura 44 se puede observar como se proyectarían en el plano los objetos (pequeñas esferas amarillas) que se encuentran en la superficie de la esfera grande. Este proceso es el que realiza la proyección gnomónica.

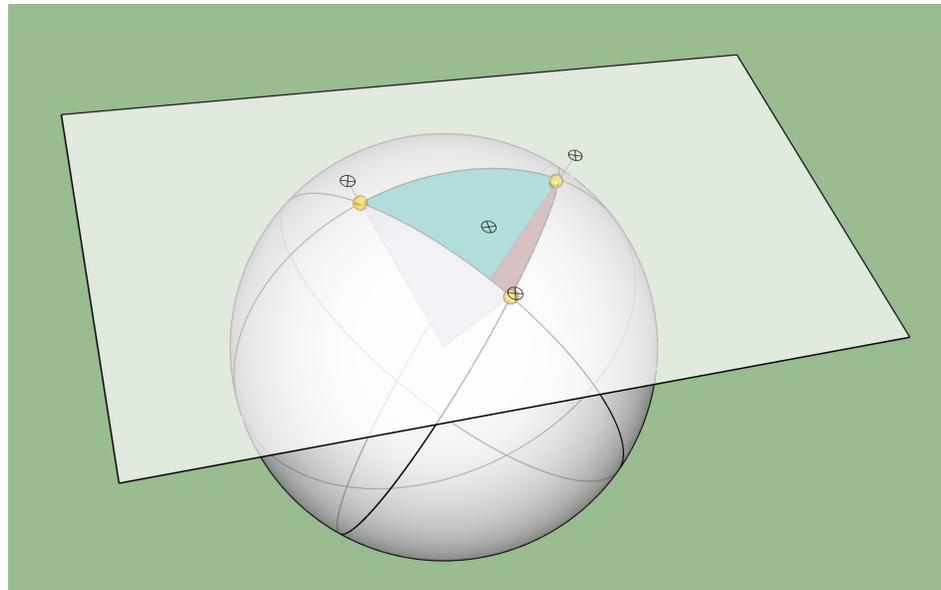


Figura 44. Representación de una proyección de objetos en la superficie de una esfera sobre un plano.

Para calcular la proyección gnomónica de un conjunto de datos ubicados sobre la superficie de una esfera se necesita conocer ciertos datos. Primero, es necesario establecer una coordenada que será el origen o punto central del sistema transformado. Esta coordenada sería el punto tangente donde se cruza la esfera con el plano donde se van a proyectar las estrellas. Una vez que se tiene este punto, ya se pueden utilizar las ecuaciones 21 y 22 reiteradamente para calcular la proyección de cada estrella sobre el plano.

$$x_{S_i} = \frac{\cos(\delta_i) \sin(\alpha_i - \alpha_1)}{\sin(\delta_i) \sin(\delta_1) + \cos(\delta_i) \cos(\delta_1) \cos(\alpha_i - \alpha_1)} \quad (21)$$

$$y_{s_i} = \frac{\sin(\delta_i) \sin(\delta_1) - \cos(\delta_i) \sin(\delta_1) \cos(\alpha_i - \alpha_1)}{\sin(\delta_i) \cos(\delta_1) + \cos(\delta_i) \cos(\delta_1) \cos(\alpha_i - \alpha_1)} \quad (22)$$

Donde (δ_i, α_i) son las coordenadas de acuerdo al Sistema de Referencia Celeste Internacional (ICRS) de la estrella que se quiere transformar (declinación y ascensión recta respectivamente) y (δ_1, α_1) son las coordenadas de la estrella central.

Capítulo 5. Escenarios de evaluación y resultados

A lo largo de este capítulo se expondrán los resultados finales de la aplicación del algoritmo de identificación de estrellas y sus procedimientos adicionales. Además, se brinda un análisis de estos datos y una comparación entre varias imágenes adquiridas mediante distintas fuentes de información.

5.1. Resultados

El polígono final proveniente de los datos de la tabla 6 y procesados con las correcciones necesarias y la proyección gnomónica se muestra en la Figura 45. La respectiva figura geométrica se formó vinculando la estrella central elegida con la más cercana y de ahí eligiendo la estrella contigua.

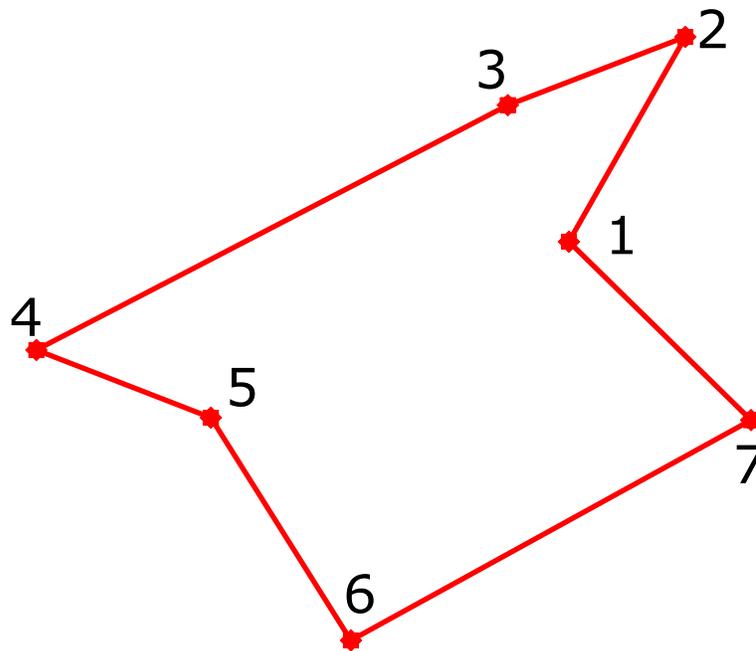


Figura 45. Polígono final obtenido de las imágenes del catálogo de Gaia que se encuentran en la región de la imagen adquirida en SPM.

Por el lado de la imagen del telescopio, se seleccionaron las estrellas de las regiones de interés asociadas con las mismas estrellas de la base de datos de Gaia. A lo cual, se pudo obtener un polígono con una gran similitud con respecto a los dos vertientes de la información.

5.1.1. Generación de la invariante

Sin embargo, aunque los polígonos de la Figura 46 se observe que sean similares, lo que realmente importa son los resultados de la invariante. Esto se debe a que este parámetro expresado en forma de número complejo es el que se utilizará para buscarlo en la base de datos de estrellas. Es por esto que se tiene que verificar el resultado de la invariante, con la expresión matemática de la ecuación 7.

Los polígonos de la Figura 46 tienen el valor expresado en las ecuaciones 23 y 24. Para el polígono proveniente del catálogo de estrellas de Gaia, se observa en color rojo y su valor se muestra en la ecuación 23. Y para el respectivo polígono proveniente desde la imagen original (en azul), se muestra su valor en la ecuación 24.

$$\varphi_{l-\text{Catálogo}} = -0.125587 + 0.142828j \quad (23)$$

$$\varphi_{l-\text{Telescopio}} = -0.124570 + 0.142506j \quad (24)$$

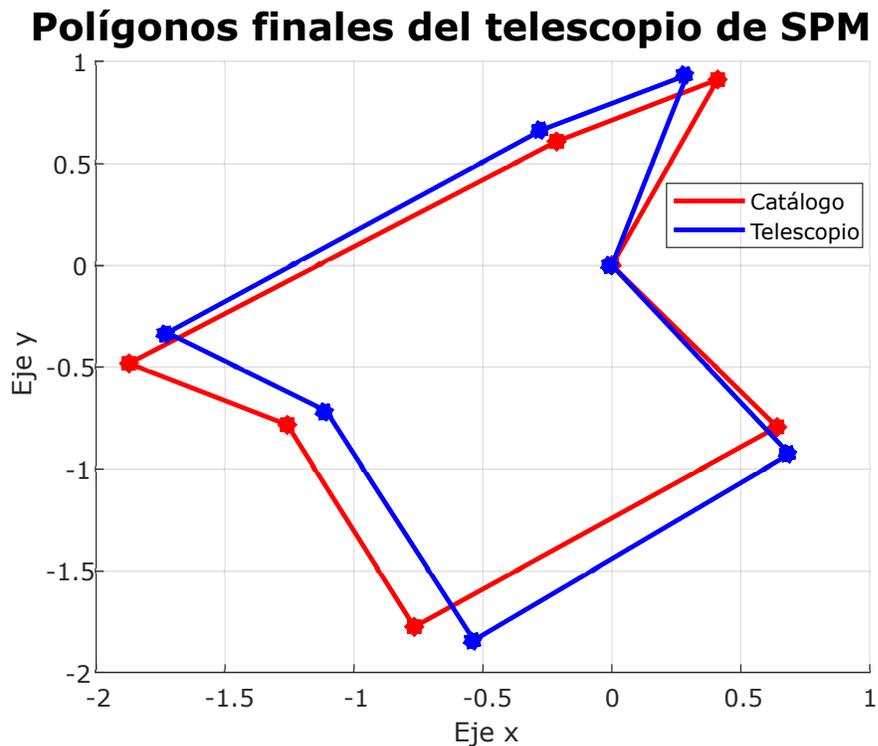


Figura 46. Comparación geométrica de los polígonos finales de las imágenes del telescopio de SPM.

De estos datos de la invariante se puede obtener que los polígonos tienen una similitud del 99.482754 %, si se considera un promedio entre los valores reales e imaginarios de los números complejos para cada figura geométrica. El cálculo se expresa en la ecuación 25.

$$\text{Similitud} = \frac{\Re\varphi_l \% + \Im\varphi_l \%}{2} \quad (25)$$

Donde, en este caso φ_l se refiere al porcentaje para el valor real o imaginario entre los dos números complejos.

5.1.2. Caso de estudio alternativo: imagen de NovaAstrometry

Como un caso alternativo de estudio se trabajó con una imagen obtenida de la base de datos de la página web NovaAstrometry (Lang *et al.*, 2009). Dicha imagen tiene un tamaño de 77×43.6 arcmin y un tamaño de pixel de 2.39 arcsec/pixel. Para poder obtener los parámetros necesarios de la distancia focal se tuvo que indagar en las hojas de datos de sensores de imagen CMOS con la resolución 1936×1096 y un convertidor analógico a digital de 12 bits. Con estos datos se pudo concluir que utilizaban la cámara modelo ASI385MC con un tamaño de pixel de $3.75 \mu\text{m}$. Además, el sistema óptico establecía una longitud focal de 324 mm. La imagen original se muestra en la Figura 47.

A esta imagen obtenida, se le aplicó el mismo procedimiento de la imagen adquirida en SPM. Y como resultado de este procesamiento se muestran las Figuras 48 y 49.

En estas dos figuras ya se ha quitado el ruido de la imagen, se han identificado las regiones de interés, calculado los centroides y transformado al centro las coordenadas de las estrellas. De igual forma, se descargó un catálogo de estrellas de la página web de Gaia y se generaron los polígonos pertinentes para cada vertiente de información.

Un resultado muy importante se muestra en la Figura 50, en donde al descargar la imagen de NovaAstrometry, esta venía invertida en alguno de sus ejes. Sin embargo, aunque se le realizó el mismo procedimiento que a los datos del catálogo de Gaia, fue posible obtener un resultado favorable en la similitud de las invariantes. Estos



Figura 47. Imagen original descargada de NovaAstrometry con la cual se trabajó en el caso de estudio alternativo.

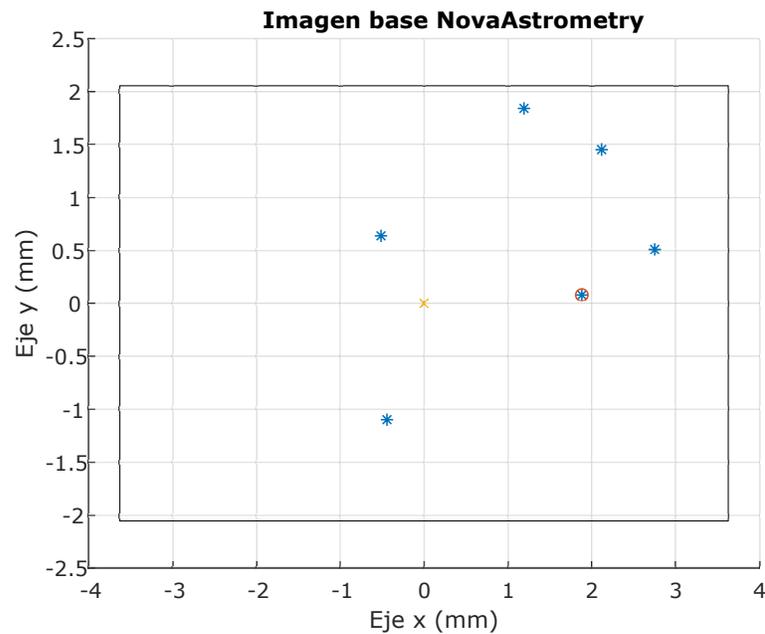


Figura 48. Imagen base de NovaAstrometry después de la identificación de las regiones de interés y cálculo del centroide.

resultados se muestran en las ecuaciones 26 y 27 respectivamente, de donde también se obtiene una similitud del 99.678121%.

$$\varphi_{l-\text{Telescopio}} = 0.153960 - 0.201352j \quad (26)$$

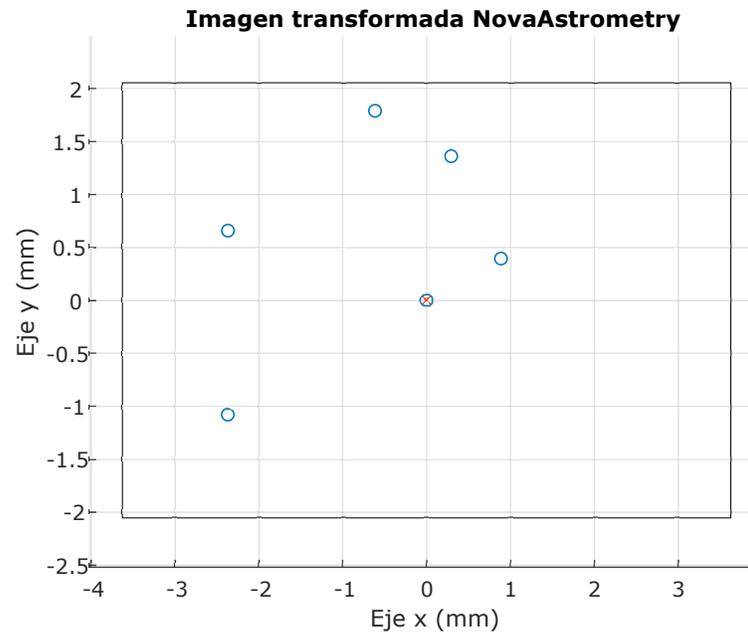


Figura 49. Imagen de NovaAstrometry transformada al origen del plano del sensor de imagen.

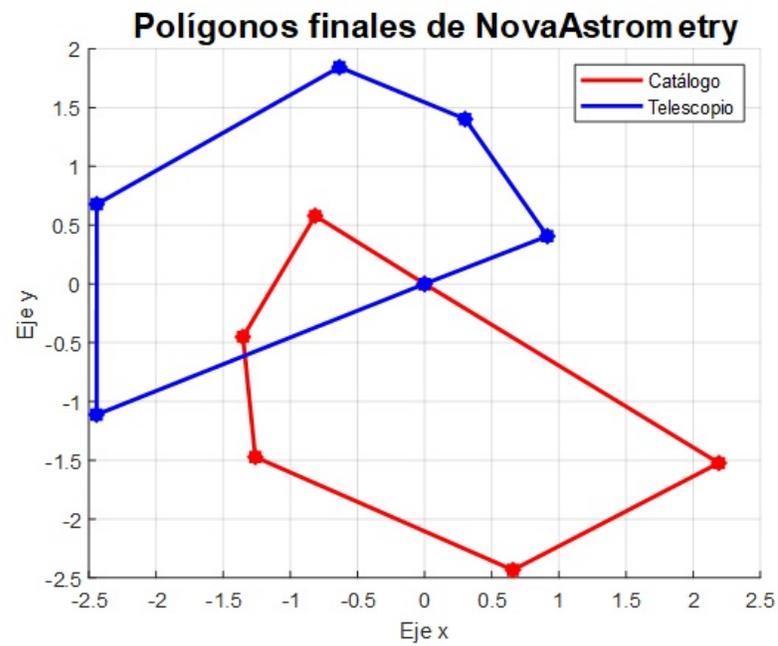


Figura 50. Comparación geométrica de los polígonos finales de la imagen de NovaAstrometry.

$$\varphi_{l-\text{Catálogo}} = 0.154822 - 0.201177j \quad (27)$$

Capítulo 6. Conclusiones y trabajo a futuro

En esta sección se muestran las conclusiones generadas durante el desarrollo de esta tesis, determinando los objetivos que se han cumplido.

Es importante también señalar durante esta sección algunas propuestas de trabajo a futuro sobre la misma línea de investigación derivadas de este trabajo.

6.1. Conclusiones

Se ha implementado un algoritmo de preprocesamiento de imágenes astronómicas, el cual ha permitido eliminar ruido de las imágenes y facilitar la manipulación de la información. Además de implementarse otros algoritmos de procesamiento tales como; igualación del histograma, cálculo del centroide e identificación de regiones de interés para una correcta eliminación de áreas poco importantes.

Se han aplicado diversas técnicas matemáticas, tales como; ángulos de Euler, intersección de un punto a un plano en tres dimensiones y proyecciones gnomónicas. Esto con el objetivo de realizar la rotación de las coordenadas hacia el centro de la imagen y así obtener un resultado mas preciso. Además de realizar las conversiones pertinentes entre los diferentes sistemas de referencia y transformaciones de datos entre la superficie de una esfera y su proyección en un plano.

Para obtener imágenes lo suficientemente nítidas y de buena calidad, se ha logrado establecer un vínculo de trabajo con el Instituto de Astronomía de la UNAM en el Observatorio Astronómico Nacional de San Pedro Mártir. Mismos que han ayudado a la adquisición de las imágenes en los telescopios de uso profesional y a su vez a establecer unas bases en el procesamiento de imágenes astronómicas.

Por lo tanto, el objetivo general de este trabajo de investigación se ha podido demostrar, ya que con los resultados obtenidos de las invariantes (99.678121% y 99.482754%) se observa como se puede medir la similitud entre diversos polígonos aunque estos no se encuentren originalmente sobre el mismo plano. Ya que, debido al algoritmo de la invariante a la semejanza los polígonos se han podido rotar, escalar y desplazar sin experimentar un mayor inconveniente.

También, es de gran importancia repetir el análisis planteado en este trabajo de investigación a muchas más estrellas. Lo que requiere adquirir más imágenes de telescopios para poder identificar más zonas del cielo. Y mediante estos datos, generar más invariantes. Sin embargo, el motivo por el cual no se ha realizado esto es porque no todas las imágenes que se consiguen tienen o se les puede calcular astrometría, por lo que no sirven adecuadamente para la verificación del algoritmo de identificación de estrellas.

Además, aquí es donde entra lo novedoso del trabajo de investigación. Ya que el método descrito previamente no se había probado con imágenes reales (sensores de imagen sobre telescopios). Habiéndose verificado en una aplicación real con inclusive dos fuentes de imágenes distintas, es prudente decir que el método desarrollado por Hernández Elías (2017) tiene una gran posibilidad de funcionar efectivamente en un sistema físico.

6.2. Trabajo a futuro

Sin embargo, es importante mencionar que fruto de este trabajo de investigación han surgido mas dudas y se han quedado en fila varios procedimientos adicionales a este algoritmo, los cuales complementarían el proceso y lo automatizarían.

Y es que una parte muy importante para demostrar completamente el funcionamiento de este algoritmo de identificación de estrellas es la operación eficiente y automática del sistema completo. Por ejemplo, en este trabajo se laboró principalmente con sólo dos patrones de estrellas, mismos que se podían saber su ubicación y por lo tanto generar las bases de datos desde los catálogos de estrellas. Sin embargo, aunque sí se trabajó en generar catálogos con una amplia cantidad de estrellas y tratar de empatarlos con sus respectiva invariante, esto no terminó de pulirse adecuadamente para que funcionara.

Es por esto que aún queda a realizar trabajo futuro donde se generen catálogos de la bóveda celeste con una cantidad grande de invariantes asociadas a cada polígono e inclusive medir el desempeño de estos algoritmos en sistemas embebidos, ya que son los principales medios de aplicación (sistemas satelitales o descubrimiento de objetos celestes).

Además, se ha abierto una gran oportunidad de generar más contenido propio. Ya que en este año (2019) se ha adquirido un telescopio Schmidt-Cassegrain con apertura de 6" y una longitud focal de 1500 mm. Dicho sistema también incluye sensores de imagen CMOS adaptados al tubo óptico del telescopio que permitirán conectarlo a una computadora. Con este nuevo sistema de adquisición de imágenes se planea obtener nuestros propios catálogos de fotografías del cielo para seguir con la implementación real del algoritmo de identificación de estrellas.

Literatura citada

- Acharya, T. y Ray, A. K. (2005). *Image Processing Principles and Applications*. John Wiley & Sons, Inc. p. 428.
- Arfken, G. B. y Weber, H. J. (2005). *Mathematical Methods for Physicists*. Academic Press. p. 1200.
- Astro-INAOE (2008). Other discoveries made with the Schmidt Camera. Recuperado de: http://astro.inaoep.mx/en/observatories/oanton/schmidt/other_discoveries.php.
- Astropy (2018). The Astropy Project: Building an inclusive, open-science project and status of the v2.0 core package. *The Astronomical Journal*, **156**(3): 19.
- Astropy (2019). Accounting for Space Motion. Recuperado de: https://docs.astropy.org/en/stable/coordinates/apply_space_motion.html.
- Astroscu-UNAM (2019). Historia de los Observatorios en Tonantzintla. Recuperado de: http://www.astroscu.unam.mx/IA/index.php?option=com_content&view=article&id=859&catid=44&lang=es.
- Astrossp (2008). Telescopio de 84 cm. Recuperado de: <http://www.astrossp.unam.mx/~sectec/web/telescopios/84cm.html>.
- Celestron (2005). *Schmidt-Cassegrain Optical Tube Assembly: Instruction Manual*. Celestron.
- Chávez, E., Chávez-Cáliz, A. C., y López-López, J. L. (2013). Polygon Matching and Indexing Under Affine Transformations. *Mexican Conference on Discrete Mathematics and Computational Geometry*.
- Chia-Kai Liang, Li-Wen Chang, y Chen, H. (2008). Analysis and Compensation of Rolling Shutter Effect. *IEEE Transactions on Image Processing*, **17**(8): 1323–1330.
- Covington, M. A. (2007). *Digital SLR Astrophotography*. Cambridge University Press. p. 235.
- CubeSatShop (2019). NST-3 Nano Star Tracker. Recuperado de: <https://www.cubesatshop.com/product/nst-1-nano-star-tracker>.
- Delabie, T., De Schutter, J., y Vandebussche, B. (2013). Highly Efficient Attitude-Estimation Algorithm for Star Trackers Using Optimal Image Matching. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, **36**(6).
- Dendane, A. (2019). Angle Between Two 3D Vectors. Recuperado de: https://www.analyzemath.com/stepbystep_mathworksheets/vectors/vector3D_angle.html.
- DiffractionLimited (2019). STF-8300 Most Popular Compact Camera. Recuperado de: <http://diffractionlimited.com/product/stf-8300/>.
- Driggers, R. G. y Hoffman, C. (2003). *Encyclopedia of Optical Engineering*. CRC Press, primera edición. p. 2800.
- E2v (2016). CCD42-40 Ceramic AIMO Back Illuminated Compact Package High Performance CCD Sensor. Recuperado de: <https://www.e2v.com/resources/account/download-datasheet/1208>.

- ESA/Gaia (2019). Hipparcos. Recuperado de: <https://sci.esa.int/web/hipparcos/>.
- ESA/Gaia/DPAC, P. Montegriffo, F. De Angeli, C. C. (2018). Image of the week Gaia DR2 Passbands. Recuperado de: https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/iow_20180316.
- Figueiras Vidal, A. R. (2002). *Una panorámica de las telecomunicaciones*. Pearson Education. Madrid, p. 394.
- GaiaCollaboration (2018). Gaia Data Release 2 Summary of the contents and survey properties. *Astronomy & Astrophysics*, **616**(A&A): 22.
- Gallaway, M. (2016). *An Introduction to Observational Astrophysics*. Undergraduate Lecture Notes in Physics. Springer International Publishing. Cham, p. 208.
- Gonzalez, R. C. y Woods, R. E. (2008). *Digital Image Processing*. Pearson Prentice Hall, tercera edición. New Jersey, p. 954.
- Groth, E. J. (1986). A pattern-matching algorithm for two-dimensional coordinate lists. *The Astronomical Journal*, **91**: 1244.
- He, L., Chao, Y., Suzuki, K., y Wu, K. (2009). Fast connected-component labeling. *Pattern Recognition*, **42**(9): 1977–1987.
- HEASARC (2017). The FITS Support Office at NASA/GSFC. Recuperado de: <https://fits.gsfc.nasa.gov/>.
- Hernández Elías, E. A. (2017). *Diseño de un algoritmo de identificación de estrellas: Aplicación a la estimación de la actitud de satélites pequeños*. Thesis, CICESE.
- Howell, S. B. (2006). *Handbook of CCD Astronomy*. Cambridge University Press, segunda edición. New York, p. 208.
- Hughes, J. F., Van Dam, A., McGuire, M., Sklar, D. F., y Foley, J. D. (2013). *Computer Graphics: Principles and Practice*. Addison-Wesley Professional, tercera edición. p. 1264.
- Junkins, J. L., Strikwerda, T. E., y Kraige, L. G. (1978). Star pattern recognition and spacecraft attitude determination. Technical Report ETL-0260. Reporte técnico, U.S. Army.
- Karttunen, H. (2017). *Fundamental Astronomy*. Springer. p. 550.
- Lang, D., Hogg, D. W., Mierle, K., Blanton, M., y Roweis, S. (2009). Astrometry.net: Blind astrometric calibration of arbitrary astronomical images. *ArXiv*.
- LewisM (2013). Blooming. Recuperado de: <https://www.cloudynights.com/topic/442562-blooming/>.
- Liebe, C. (1993). Pattern recognition of star constellations for spacecraft applications. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, **8**(1): 31–39.
- Liebe, C. C. (2002). Accuracy performance of star trackers - A tutorial. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, **38**(2): 587–599.
- Liu, C. y Huang, X. (2004). A convex polygon star pattern identification algorithm for star sensor. *Opto-electronic Engineering*.

- Mortari, D., Junkins, J. L., y Samaan, M. A. (2001). Lost-in-space pyramid algorithm for robust star pattern recognition. *Guidance and Control Conference*, pp. 49–68.
- Mortari, D., Samaan, M. A., Bruccoleri, C., y Junkins, J. L. (2004). The pyramid star identification. *Navigation*, pp. 171–183.
- Paladugu, L., Williams, B., y Schoen, M. (2003). Star pattern recognition for attitude determination using genetic algorithms. *17th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites*, pp. 1–9.
- Plauchu-Frayn, I., Richer, M. G., Colorado, E., Herrera, J., Córdova, A., Ceseña, U., y Ávila, F. (2017). Night Sky Brightness at San Pedro Martir Observatory. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, **129**(973): 035003.
- Rieke, G. (2002). *Detection of Light From the Ultraviolet to the Submillimeter*. Cambridge University Press. p. 363.
- Samaan, M. A., Mortari, D., y Junkins, J. L. (2006). Nondimensional star identification for uncalibrated star cameras. *The Journal of the Astronautical Sciences*, **54**(1): 95–111.
- Sánchez, L. J., Cruz-González, I., Echevarría, J., Ruelas-Mayorga, A., García, A. M., Avila, R., Carrasco, E., Carramiñana, A., y Nigoche-Netro, A. (2012). Astroclimate at San Pedro Mártir - I. Seeing statistics between 2004 and 2008 from the Thirty Meter Telescope site-testing data. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, **426**(1): 635–646.
- Spratling, B. y Mortari, D. (2009). A Survey on Star Identification Algorithms. *Algorithms*, **2**(1): 93–107.
- Von Fintel, R. (2015). White Paper: Modern CMOS Cameras as Replacement for CCD. *baslerweb*.
- Weisstein, E. W. (2019a). Affine Transformation. Recuperado de: <http://mathworld.wolfram.com/AffineTransformation.html>.
- Weisstein, E. W. (2019b). Full Width at Half Maximum. Recuperado de: <http://mathworld.wolfram.com/FullWidthatHalfMaximum.html>.
- Woodhouse, C. (2015). *The Astrophotography Manual: A Practical and Scientific Approach to Deep Space Imaging*. Focal Press, primera edición. p. 288.