CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y
DE EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

SIMULACION DEL PROCESO DE RUPTURA EN EL CAMPO CERCANO MEDIANTE LA GENERACION DE SISMOGRAMAS SINTETICOS EN UN SEMIESPACIO

TESIS

MAESTRIA EN CIENCIAS

Gabriel Tonatiuh Dominguez Reyes

ENSENADA, BAJA CALIFORNIA, SEPTIEMBRE DE 1991

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISION DE CIENCIAS DE LA TIERRA
DEPARTAMENTO DE SISMOLOGIA

SIMULACION [redacted]

RESUMEN de la tesis de Gabriel Tonatiuh [illegible]

[illegible]

[illegible]

Tesis aprobada por: [illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

TESIS DEFENDIDA POR: GABRIEL TONATIUH DOMINGUEZ REYES

[illegible]

[illegible] - Director del Comité

[illegible] - Miembro del Comité

[illegible] - Miembro del Comité

[illegible] - Miembro del Comité

[illegible] - Miembro del Comité

[illegible]

[illegible] - Director de Estudios de Posgrado

[illegible]

Como el deslizamiento es una cantidad vectorial, se puede descomponer en 2 componentes ortogonales, por ejemplo, una en dirección del rumbo y otra en dirección del echado. Así, el sismograma calculado (S(t)) para alguna componente de alguna estación, está relacionado con el observado como :

$$s(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{1j} u_{1j}(t) \quad + \quad \sum_{j=1}^{n} a_{2j} u_{2j}(t)$$

Donde n es el número de celdas, $u_{1j}(t)$ y $u_{2j}(t)$ son los sismogramas sintéticos en cada una de las dos direcciones para cada celda calculados. Si los sismogramas son unitarios (el desplazamiento estático es 1), las a_{1j} y a_{2j} representan las magnitudes de los deslizamientos en las dos direcciones respectivas.

Al incluir todas las componentes de todas las estaciones, se obtiene un sistema sobredeterminado de la forma

$$s = Ua$$

El vector solución del sistema, usando el criterio de mínimos cuadrados es

$$a = (U^T U)^{-1} U^T s$$

El objetivo del proceso de inversión realizado en el presente trabajo, es determinar la magnitud y dirección del deslizamiento en cada una de las celdas en que se dividió el plano de falla.

La inversión de los datos de movimientos fuertes del temblor de Loma Prieta, sugiere 2 zonas al noroeste y al sureste del evento principal, entre los 6 a los 12 km de profundidad [illegible]

DEDICATORIA

A Mari, Citlalli y Mitl
con todo mi amor

A mis padres
A quienes debo gran parte de lo que soy

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Cecilio J. Rebollar Bustamante por su apoyo y paciencia en la dirección de este trabajo.

A mis profesores por la formación académica que me dieron durante mi estancia en la institución.

A los miembros del comité por sus comentarios y correcciones al presente trabajo.

A mis compañeros Addier, Manuel, Marco, Jaime, Carlos, Víctor, Sóstenes, Edipson Silvio y en especial a Elizabeth y Juan por sus valiosos comentarios y sugerencias en el desarrollo de este trabajo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

CONTENIDO (continuación)

INDICE DE FIGURAS

INDICE DE FIGURAS (Continuación)

INDICE DE FIGURAS (Continuación)

INDICE DE FIGURAS (Continuación)

INDICE DE TABLAS

La contribución de ésta tésis consiste en desarrollar la programación en la que se considera al proceso de ruptura como una serie de fuentes que rompen cubriendo todo el plano de falla según un patrón unilateral, bilateral, circular o aleatorio.

En el capitulo 2 se describe el desarrollo algebraico para la obtención de la ecuación (31), que se utilizó para la construcción del programa. Pujol y Hermann (1990) también obtienen las funciones de Green para una dislocación arbitraria usando dos sistemas diferentes de coordenadas : el de la fuente y el del observador.

El proceso de inversión que se utilizó para la obtención de las magnitudes y ángulos de desplazamientos para las diferentes celdas en que se dividió el plano de falla, se describe en forma concisa en el capítulo 3.

En el capítulo 4 se aplica la metodología descrita para obtener una distribución de desplazamientos en el área de ruptura del sismo de Loma Prieta de noviembre de 1989 (Ms=7.1).

II METODOLOGIA

II.1 Modelado de ondas

El término "modelado directo" del movimiento producido por un temblor se refiere al cálculo de los movimientos del suelo que resultarían de un temblor con una geometría dada que ocu

determinar los parámetros de la fuente por medio de modelados iterativos de registros observados.

Los primeros estudios realizados para predecir las formas de onda de movimientos fuertes del terreno fueron realizados por Aki(1968) y Haskell(1969). Estos modelos están basados en la dislocación cinemática de fuentes simples en un medio homogéneo infinito. Trabajos como el de Maruyama (1964), Burridge y Knopoff (1964) y Kawasaki et al. (1973), utilizan fuentes representadas por un doble par de fuerzas en un semiespacio homogéneo.

Si la falla tiene heterogeneidades o si el esfuerzo no está homogéneamente distribuído sobre la falla, la ruptura no se propaga uniformemente en espacio y tiempo. Este tipo de afallamiento provocará movimientos discontinuos y generará ondas de alta frecuencia.

Un modelo más sofisticado incluye un medio de capas horizontales. El desplazamiento en la superficie debido a un doble par o función de Green dentro de este medio, ha sido calculado con diversas técnicas como : teoría generalizada de rayos (Helmberger, 1968; Helmberger y Malone,1975; Helmberger y Harkrider,1978), el método de Cagniard-De Hoop (Sato 1977,1978), los métodos de reflectividad (Fuchs y Mueller,1971; Kennet 1974,1977), integración directa en el dominio de la frecuencia (Hermann y Nutli 1975; Hermann, 1979; Apsel y Luco,1983; Hermann y Wang,1985), método de modos normales (Kawasaki 1978; Swanger 1978), método del número discreto de onda (Bouchon 1979,1982), y métodos combinación de los anteriores (Sato y Hirata 1980; Alekseev y Mikhalenko 1980).

[illegible]

evento precursor o réplica pequeño puede ser considerado como una fuente puntual y así, el desplazamiento producido por esta fuente ó función de Green involucra todos los efectos de la propagación. Esta idea ha sido utilizada para predecir espectros de velocidad, máximas aceleraciones y duraciones máximas de movimientos del suelo (Kanamori, 1979; Spudich y Archuleta, 1987).

II.2 REPRESENTACION DE FUENTES SISMICAS

Los teoremas de representación de fuentes sísmicas están basados en el teorema de Betti que relaciona dos soluciones para el desplazamiento en un medio elástico de volúmen V limitado por una superficie S.

Dicho teorema establece que si un cuerpo elástico está sujeto a dos sistemas de fuerzas f_i y T_i (de cuerpo y superficiales, respectivamente) y f'_i y T'_i, entonces el trabajo W_1 realizado por el primer sistema actuando a través de los desplazamientos $u_i(\overline{x},t)$ debidos al segundo sistema, es igual al trabajo realizado por el segundo sistema, actuando a través de los desplazamientos $u_i(\overline{x},t)$ del primero, es decir

$$W = \int_V f_i v_i dV + \int_S T_i v_i dS = \int_V f'_i u_i dV + \int_S T'_i u_i dS \quad (1)$$

El teorema de Betti no incluye condiciones iniciales para $u_i(\bar{x},t)$ y $v_i(\bar{x},t)$ y sigue siendo válido si los desplazamientos y velocidades son evaluados a tiempos diferentes t_1 y t_2 $(t_1 \neq t_2)$.

La teoría general de fuentes sísmicas se puede desarrollar siguiendo el trabajo realizado por Burridge y Knopoff (1964). Si consideramos que las fuerzas de cuerpo f'_i están concentradas en una sola fuerza impulsiva aplicada en $(\bar{\xi},\tau)$, en la dirección n, representada por

$$f'_i = \delta(\bar{x}-\bar{\xi})\delta(t-\tau)\delta_{in} , \quad (2)$$

donde δ_{in} es la llamada delta de Kronecker, el desplazamiento debido a ésta fuerza es la llamada función de Green G_{in}. Los esfuerzos tangenciales están dados por

$$T_i = \tau_{ij}\nu_j = C_{ijpq}G_{pn,q}\nu_j \quad (3)$$

τ_j es la componente tangencial del esfuerzo en la dirección j

C_{ijpq} es un tensor de constantes elásticas (generalización de la ley de Hooke)

ν_i es un vector unitario normal a la superficie S

$G_{pn,q}$ es la derivada de G_{pn} con respecto a la coordenada q .

origen puede ser intercambiado por lo que la función de Green dependerá de t sólo vía $(t-\tau)$ ($G_{in}(\bar{x},t;\bar{\xi},\tau) = G_{in}(\bar{x},t-\tau;\bar{\xi},0)$) , de tal manera que la ecuación (4) la podemos reexpresar como

$$u_n(\bar{\xi},\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_V f_i(\bar{\xi},\tau) G_{in}(\bar{x},t-\tau;\bar{\xi},0)\, dV + \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_S T_i G_{in}\, dS\, dt$$

$$- \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_S C_{ijpq} G_{np,q} \nu_j u_i \, dS(\xi) \qquad (5)$$

Expresión que es conocida como teorema de representación de e-Hoop-Knopoff.

II.3 Fuerzas equivalentes

La ecuación que gobierna el movimiento en un medio elástico ontinuo es

$$\rho \ddot{u}_i = C_{ijpq}(u_{p,q})_{,j} + f_i \ , \qquad (6)$$

onde $u_{p,q}$ es el tensor de deformación. Si el medio es sotrópico y homogéneo, entonces C_{ijpq} se transforma en

$$C_{ijpq} = \lambda \delta_{ij} \delta_{pq} + \mu(\delta_{ip}\delta_{jq} + \delta_{iq}\delta_{jp}) \quad , \tag{7}$$

λ y μ son las constantes de Lamé. Las fuentes sísmicas se asocian usualmente a fallas en el interior de la tierra, es decir, a desplazamientos a lo largo de una fractura. La ecuación (1) en éste caso ya no es válida puesto que el desplazamiento ocurre a través de una discontinuidad (plano de falla) en el medio. Debido a esto, se recurre al teorema de representación. La solución para un afallamiento arbitrario puede ser interpretada como el movimiento elástico debido a fuerzas de cuerpo distribuídas a lo largo del plano de falla, es decir, podemos simular las discontinuidades en tracciones y desplazamientos como una distribución de fuerzas de cuerpo en el plano de falla actuando en un medio sin afallamiento.

Supongamos un cierto volúmen V limitado por una superficie externa S y una interna Σ (Figura 1). A ambos lados de Σ los desplazamientos y tracciones son diferentes, en otras palabras, hay una discontinuidad en los desplazamientos y tracciones ($[u_i(\bar{\xi},\tau)] = u_i|_{\Sigma^+} - u_i|_{\Sigma^-}$ y $[T_p(\bar{\xi},\tau)] = T_p|_{\Sigma^+} - T_p|_{\Sigma^-}$). Usando el

$\bar{x}$ = coordenada del punto de observación

$\bar{x}'$ = coordenada de la fuente

r = $|\bar{x} - \bar{x}'|$

γ_i = coseno director de r

α = velocidad de la onda P

β = velocidad de la onda S

i = componente del desplazamiento

j = dirección de la fuerza en la fuente

Por medio de las ecuaciones (8) y (9) podemos obtener el desplazamiento en cualquier punto del volúmen V en términos de la fuerza f_p y de los saltos en desplazamientos y tracciones $[u_i]$ y $[T_p]$ sobre la superficie Σ.

Dicha expresión es la base para representar fuentes sísmicas. Los diversos modelos que existen son básicamente diferentes representaciones del término f_p, la superficie Σ y los campos de desplazamiento y tracción en Σ. Uno de ellos es el modelo de dislocación puntual representado por un doble par de fuerzas con resultante y momento igual a cero.

Usando las propiedades de la función delta, podemos reescribir la ecuación (8) como

$$e_p(\bar{x},\tau) = -\int_{-\infty}^{\infty} d\Sigma_\xi \frac{\partial\delta(\bar{\eta}-\bar{\xi})}{\partial\eta_q}[u_1]C_{13pq} \quad . \tag{12}$$

Para un medio isotrópico, todas las componentes de C_{13pq} se eliminan excepto

$$C_{1313} = C_{1331} = \mu \quad , \tag{13}$$

por lo que la ec. (12) se puede escribir como

$$e_p(\bar{\eta},\tau) = -\int_\Sigma d\xi_1 d\xi_2 \frac{\partial\delta(\bar{\eta}-\bar{\xi})}{\partial\eta_q}[u_1]\mu \quad , \tag{14}$$

que en componentes es

$$\begin{aligned}
e_1(\bar{\eta},\tau) &= \int_\Sigma d\xi_1 d\xi_2 \mu[u_1(\bar{\xi},\tau)]\delta(\eta_1-\xi_1)\delta(\eta_2-\xi_2)\frac{\partial}{\partial\eta_3}\delta(\eta_3) \\
e_2(\bar{\eta},\tau) &= 0 \\
e_3(\bar{\eta},\tau) &= \int_\Sigma d\xi_1 d\xi_2 \mu[u_1(\bar{\xi},\tau)]\frac{\partial}{\partial\eta_1}\delta(\eta_1-\xi_1)\delta(\eta_2-\xi_2)\delta(\eta_3)
\end{aligned}$$

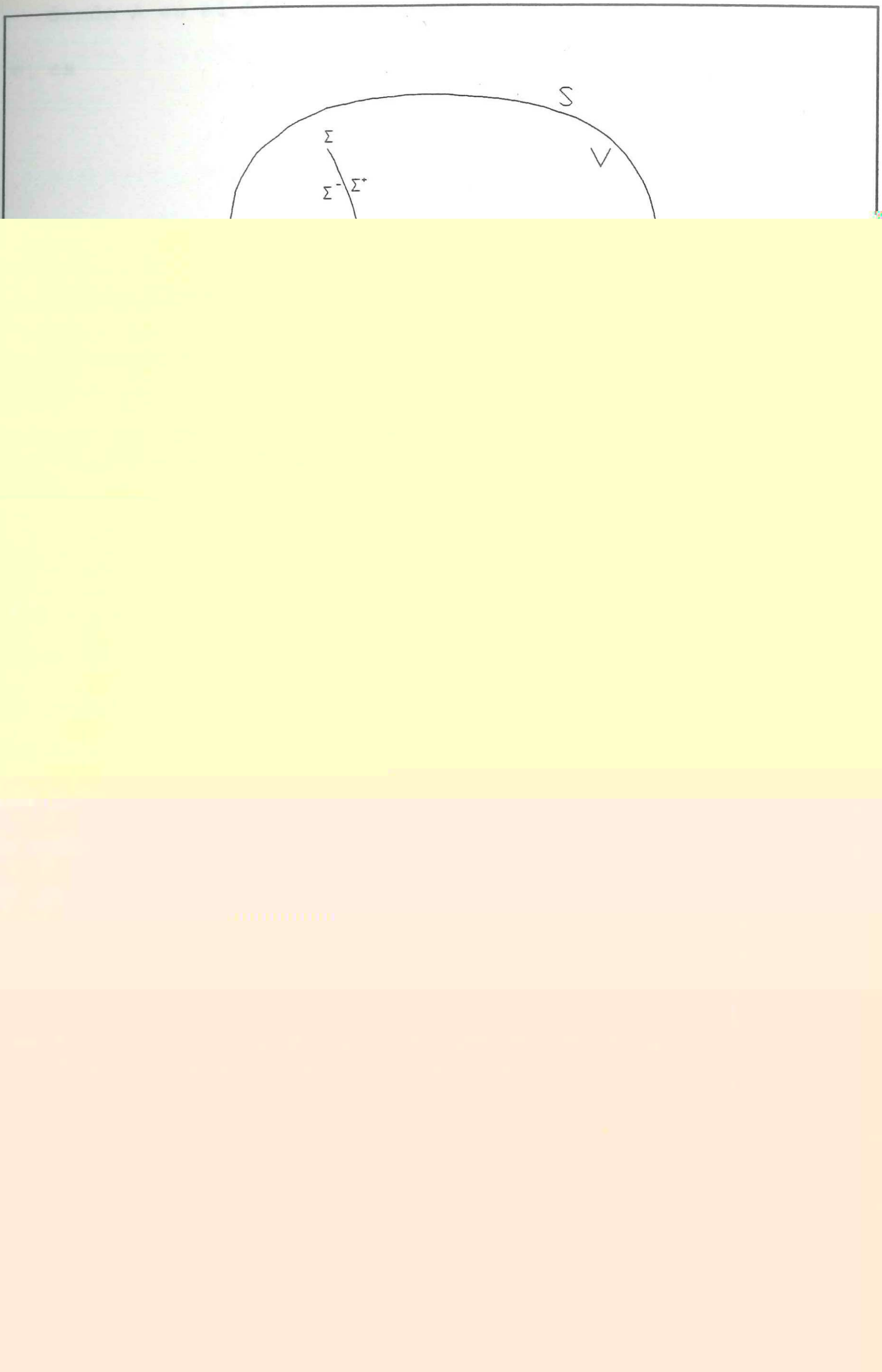
Llevando a cabo la integración para obtener e_1

$$e_1 = -\mu[u_1]\frac{\partial\delta(\eta_3)}{\partial\eta_3} \tag{15}$$

La forma de la ecuación (14), representa una distribución de fuerzas puntuales sobre el plano $\eta_3 = 0^+$ en la dirección η_1 y otra igual pero en sentido contrario sobre el plano $\eta_3 = 0^-$.

La fuerza resultante $\int\int\int e_1 dx_1 dx_2 dx_3$ de éstas dos distribuciones, se anula.

Por otro lado, el


S
V
Σ
Σ^-
Σ^+

donde A es el área de Σ, entonces, el momento total debido a e_1 es

$$M_0 = +\mu \bar{u}_1(\tau) A \qquad (17)$$

Análogamente, la distribución e_3 tiene una resultante igual a cero y un momento total dado por

$$M_0 = -\mu \bar{u}_1(\tau) A \ ,$$

por lo que la suma de momentos es cero, lo cual se esperaba.

ecuación (16). El momento de cada par es $M_0 = \mu u A$ y se conoce comúnmente como momento sísmico estático.

El momento sísmico es uno de los parámetros más importantes que caracterizan a la fuente ya que define el "tamaño" de un temblor.

Otra forma común de representar el campo de desplazamientos producido por un doble par, es a través de la operación convolución.

Aplicando las condiciones mencionadas de continuidad en tracciones, condiciones de frontera homogéneas y despreciando las fuerzas de cuerpo, podemos expresar la ecuación (8) como

$$u_n(\bar{x},t) = \int_{-\infty}^{\infty} d\tau \int_{\Sigma} [u_i]\nu_j c_{ijpq} \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(\bar{x},t;\bar{\xi},\tau) d\Sigma \qquad (18)$$

La cual es por definición, la convolución de

$$\int_{\Sigma} [u_i]\nu_j C_{ijpq} * \frac{\partial}{\partial \xi_q} G_{np}(\bar{x},t;\bar{\xi},\tau) d\Sigma \ . \qquad (19)$$

Las dimensiones de $[u_i]\nu_j c_{ijpq}$ son momento por unidad de área por lo que podemos definir

$$m_{pq} = [u_i]\nu_j c_{ijpq} \qquad (20)$$

que para un medio isotrópico, utilizando la ecuación (7), se convierte en

$$m_{pq} = \lambda \nu_k[u_k(\xi,\tau)]\delta_{pq}+\mu(\nu_p[u_q] + \nu_q[u_p]) \ . \qquad (21)$$

Para la geometría descrita en la figura 2, $\overline{\nu}\cdot[\overline{u}] = 0$ y como el sistema es cartesiano, entonces el tensor m_{pq} está dado por

$$m_{pq} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \mu[u_1] \\ 0 & 0 & 0 \\ \mu[u_1] & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (22)$$

Podemos reescribir entonces la ecuación (19) como

$$u_n(\overline{x},t) = \int_{\Sigma} m_{pq} * G_{np,q} d\Sigma \ . \qquad (23)$$

Además, para distancias grandes en comparación con las dimensiones de la fuente, podemos tomar el momento de toda el área como si estuviera concentrado en un punto y así la ecuación (23) se puede escribir como

$$u_n(\overline{x},t) = M_{pq} * G_{np,q} \quad . \tag{24}$$

M_{pq} se conoce como tensor de momento sísmico.

Una estimación de la magnitud lo más realista posible producida por la ruptura sobre una falla de dimensiones conocidas es de vital importancia en el diseño de las grandes estructuras ingenieriles.

Por otro lado, como es bien sabido, la magnitud basada en ondas internas, lo mismo que la basada en ondas superficiales, se saturan para temblores grandes, es por ello que Kanamori (1977), introdujo una nueva escala de magnitud basada en la estimación del momento sísmico.

definición de derivada con respecto a ξ_2 y por otro, M_{32} (momento del par apoyado en un eje paralelo a X_1 en la direccion X_3) por lo que la ecuación (26) queda como

$$u_i = M_{32} * \frac{\partial G_{i3}}{\partial \xi_2} . \qquad (27)$$

Esta ecuación, se puede generalizar si decimos que el par actúa en la dirección X_p y la distancia entre ellas (el brazo del par) está en la dirección X_q . Ahora, como establecimos anteriormente, la fuente sísmica está representada por una combinación de pares distribuídos sobre la superficie de falla por lo que tomando la convención de índices repetidos tenemos

$$u_n = M_{pq} * \frac{\partial G_{np}}{\partial \xi_q} ,$$

que es nuevamente la ecuación (24). El desplazamiento debido a una distribución de fuerzas impulsivas $\overline{F}_p(t)\delta(\overline{x}-\overline{\xi})$ es de la forma

$$
\begin{aligned}
u_i(\overline{x},t) \quad &= \quad F_p * G_{np} \\
&= \frac{1}{4\pi\rho}\left[\frac{3\gamma_i\gamma_j-\delta_{ij}}{r^3}\int_{r/\alpha}^{r/\beta} F_p(t-\tau)\tau\, d\tau\right. \\
&+ \frac{\gamma_i\gamma_j}{\alpha^2 r}\; F_p(t-r/\alpha) \\
&\left. - \frac{\gamma_i\gamma_j-\delta_{ij}}{\beta^2 r}\; F_p\left(t-\frac{r}{\beta}\right)\right]
\end{aligned}
$$

[illegible]

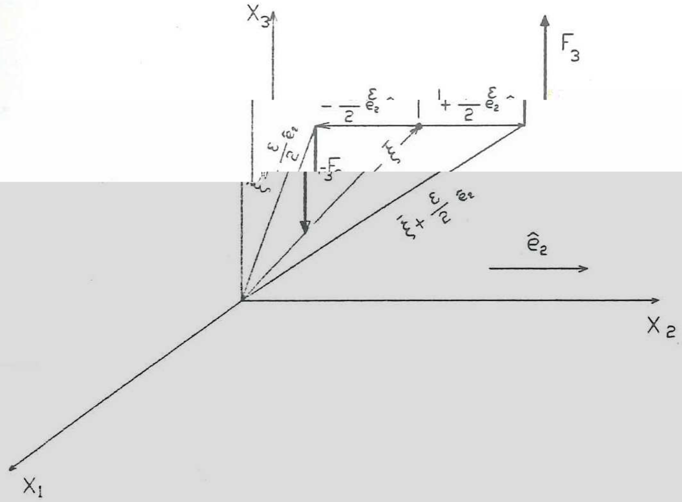


Figura 3 . Un par de fuerzas iguales en magnitud, en sentido opuesto y separadas una distancia ϵ actuando en dirección X_3 .

y la geometría en la figura 3, para distancias relativamente grandes (según los períodos de interés), M_{pq} es proporcional al promedio de desplazamientos sobre la falla ($M_0 = \mu \bar{u} A$). Por lo tanto, el campo de desplazamientos debido a un doble par es

$$u_i(\bar{x},t) = \frac{1}{4\pi\rho}\left[\frac{30\gamma_n\gamma_p\gamma_q\nu_q - 6\nu_n\gamma_p - 6\delta_{np}\gamma_q\nu_q}{r^4}\int_{r/\alpha}^{r/\beta} M_0(t-\tau)\tau\, d\tau\right.$$

$$+ \frac{12\gamma_n\gamma_p\gamma_q\nu_q - 2\nu_n\gamma_p - 2\delta_{np}\gamma_q\nu_q}{r^2\alpha^2} M_0(t-r/\alpha)$$

$$- \frac{12\gamma_n\gamma_p\gamma_q\nu_q - 3\nu_n\gamma_p - 3\delta_{np}\gamma_q\nu_q}{r^2\beta^2} M_0(t-r/\beta)$$

$$+ \frac{2\gamma_n\gamma_p\gamma_q\nu_q}{r\alpha^3}\dot{M}_0(t-r/\alpha)$$

$$\left. - \frac{2\gamma_n\gamma_p\gamma_q\nu_q - \nu_n\gamma_p - \delta_{np}\gamma_q\nu_q}{r\beta^3}\dot{M}_0(t-r/\beta)\right] \quad (30)$$

la cual, por simplicidad, podemos expresar en coordenadas esféricas ($\hat{r}$, $\hat{\theta}$, $\hat{\phi}$) como

$$u(\bar{x},t) = \frac{1}{4\pi\rho}A^{N}\frac{1}{r^{4}}\int_{r/\alpha}^{r/\beta}\tau M_{o}(t-\tau)d\tau$$
$$+\frac{1}{4\pi\rho\alpha^{2}}A^{IP}\frac{1}{r^{2}}M_{o}\left(t-\frac{r}{\alpha}\right)+\frac{1}{4\pi\rho\beta^{2}}A^{IS}\frac{1}{r^{2}}M_{o}\left(t-\frac{r}{\beta}\right)$$
$$+\frac{1}{4\pi\rho\alpha^{3}}A^{FP}\frac{1}{r}\dot{M}_{o}\left(t-\frac{r}{\alpha}\right)+\frac{1}{4\pi\rho\beta^{3}}A^{FS}\frac{1}{r}\dot{M}_{o}\left(t-\frac{r}{\beta}\right) \quad (31)$$

donde las A representan los patrones de radiación de las ondas P y S para los campos cercano, intermedio y lejano (representadas por los superíndices N,I y F respectivamente) y están dadas por

$$A^{N} = 9\,\mathrm{sen}\,2\theta\cos\phi\,\hat{r} - 6\cos 2\theta\cos\phi\,\hat{\theta} + 6\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\phi\,\hat{\phi}$$

$$A^{IP} = 4\,\mathrm{sen}\,2\theta\cos\phi\,\hat{r} - 2\cos 2\theta\cos\phi\,\hat{\theta} + 2\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\phi\,\hat{\phi}$$

$$A^{IS} = -3\,\mathrm{sen}\,2\theta\cos\phi\,\hat{r} + 3\cos 2\theta\cos\phi\,\hat{\theta} - 3\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\phi\,\hat{\phi}$$

$$A^{FP} = \mathrm{sen}\,2\theta\cos\phi\,\hat{r}$$

$$A^{FS} = \cos 2\theta\cos\phi\,\hat{\theta} + 6\cos\theta\,\mathrm{sen}\,\phi\,\hat{\phi}$$

Los términos de la ecuación (31), se pueden separar en tres grupos según su comportamiento respecto a la distancia que exista entre la fuente y el punto donde se quiera calcular el desplazamiento. La contribución de $\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau M_0(t-\tau)d\tau$ decae como r^{-4} mientras que las contribuciones de $\dot{M}_0$ y $\ddot{M}_0$ decaen como r^{-2} y a r^{-1} respectivamente. A distancias grandes el término proporcional a r es el que predomina sobre los demás, es por ello que se le ha denominado como término de campo lejano. A distancias cortas en cambio, el primer término es el dominante por lo que se le denomina término de campo cercano. La componente radial a su vez, es proporcional a $(\operatorname{sen} 2\theta \cos\phi)$ mientras que la transversal, a $(\cos 2\theta \cos\phi - \cos\theta \operatorname{sen}\phi)$. Es interesante hacer notar que, mientras que para distancias que podemos considerar como de campo cercano están presentes las componentes radial y transversal en las ondas P y S, para distancias grandes, sólo existe componente radial para las ondas P y sólo transversal para las ondas S .

Las distancias para las cuales la contribución del primer término en (31) (campo cercano) puede ser dominante o no sobre el término que decae como 1/r depende del rango de frecuencias que estemos considerando. Esto se puede explicar de la siguiente manera. La contribución del término $\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau M_0(t-\tau)d\tau$ que es una convolución, se puede expresar en el dominio de las frecuencias para ver que el número de sumandos necesarios para realizar dicha convolución entre r/α y r/β, depende del muestreo (dt) que estemos utilizando. Así pues, podemos definir el campo lejano como la distancia que sea varias longitudes de onda mas grande que la dimensión de la fuente y el campo cercano, como las distancias comparables o menores que una longitud de onda.

La figura 4 muestra las contribuciones de los diferentes términos de la ecuación (31) al desplazamiento de las partículas debidas a un plano de falla de 1 km^2 a una distancia de 10 Km.

Usando dt= 0.5 seg, θ = 45° , ϕ = 45° , una velocidad de las ondas P de 6 Km/seg y una razón de Poisson de 1.73,

[redacted]

ermedio y lejano.

Se puede observar que en la co

ntribuciones de los campos cer

mientras que en la radial el campo

orden de magnitud sobre el campo le

de 9 con que afecta el patrón de

en la ecuación (31).

mponente transversal ϕ las

ano y lejano, son iguales

cercano domina por casi un

jano, ésto se debe al factor

radiación a esta componente

II.5 Función de tiempo

La ecuación (29) representa el campo de desplazamientos debido a una fuente puntual con una variación temporal f(t). Esta función, refleja el comportamiento en tiempo del desplazamiento en la falla.

Las observaciones de espectros de desplazamiento en el campo [illegible]

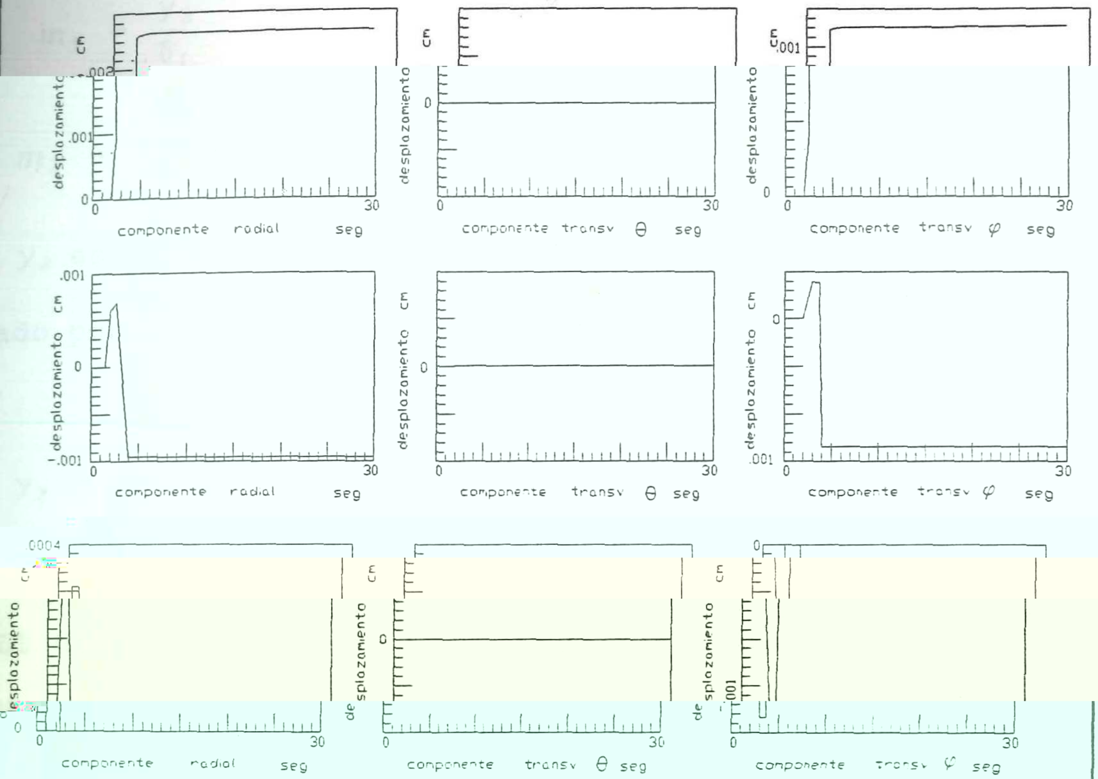


Figura 4. Contribuciones al desplazamiento de los diferentes términos de la ecuación (31). De arriba hacia abajo, se muestran los campos cercano, intermedio y lejano para las tres componentes: radial y las 2 transversales.

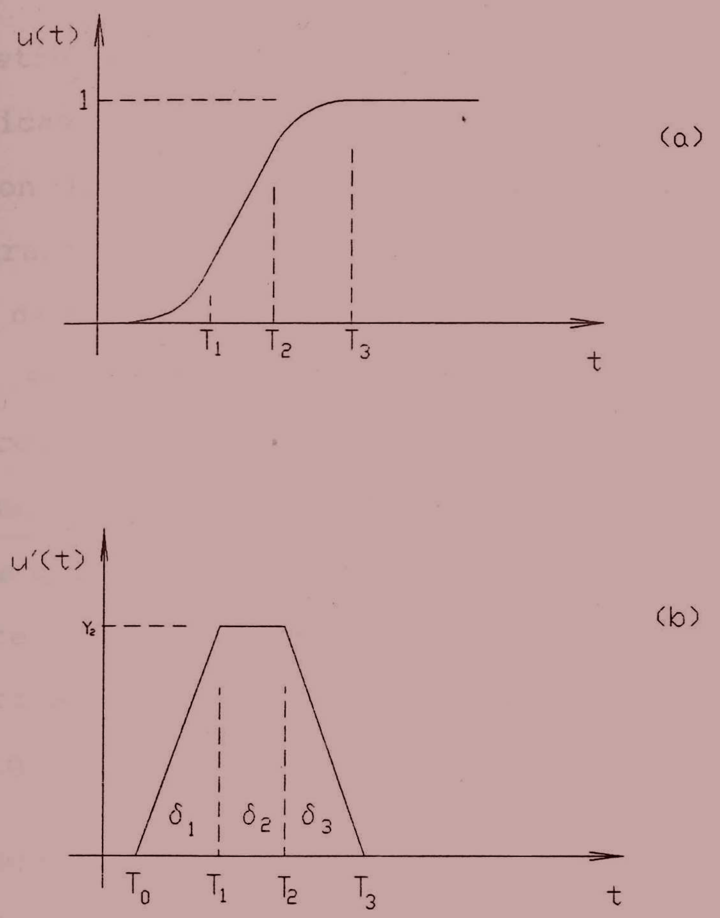
m_1 y m_2 son las pendientes en los diferentes subintervalos y están dadas por

$$m_1 = \frac{y_2}{\delta_1}$$

$$m_2 = -\frac{y_2}{\delta_3}$$

y_2 es el nivel plano de u'(t) (derivada del desplazamiento) dado por

$$y_2 = \frac{2}{\delta_1 + 2\delta_2 + \delta_3} \qquad (32)$$



igura 5. Función de tiempo. Una función rampa suavizada (a) definida por su derivada : un trapecio (b). La duración total de la ruptura es $\delta_1 + \delta_2 + \delta_3$.

II.6 Rotaciones

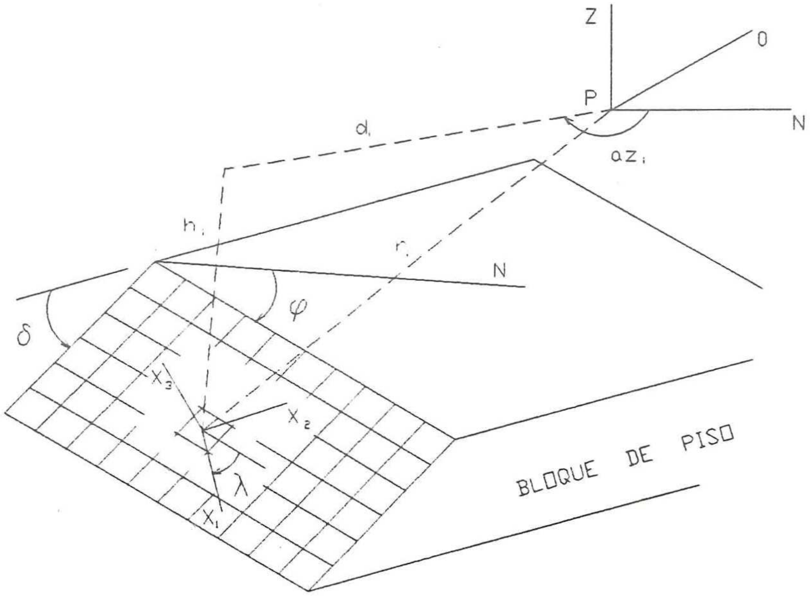


Figura 6. Discretización del plano de falla y rotación del sistema de coordenadas. Los parámetros con subíndice indican la localización de la i-ésima celda con respecto al punto de observación P.

que representa una rotación en el sentido de las manecillas del reloj del plano $x_1 x_2$ un ángulo ϕ (rumbo), alrededor del eje Z .

Una rotación en sentido contrario al de las menecillas del reloj un ángulo δ alrededor del eje que ahora apunta en la dirección del rumbo está dado por

$$R_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\delta) & \operatorname{sen}(\delta) \\ 0 & -\operatorname{sen}(\delta) & \cos(\delta) \end{bmatrix} .$$

Finalmente, una tercera rotación un ángulo λ alrededor de X_3 lo podemos representar por

$$R_3 = \begin{bmatrix} \cos(\lambda) & -\operatorname{sen}(\lambda) & 0 \\ \operatorname{sen}(\lambda) & \cos(\lambda) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$

Las componentes del desplazamiento obtenidas de la ecuación (31) (Figura 4) pueden a su vez transformarse en componentes vertical y dos horizontales en las direcciones NS y EW, primero proyectándolas en el plano de falla y luego aplicando las mismas rotaciones solo que en sentido inverso.

III EXPERIMENTOS NUMERICOS

III.1 El proceso de ruptura

El proceso de ruptura sísmica se puede describir de la siguiente manera: la ruptura comienza en una región muy pequeña donde se desarrollan un cierto número de fracturas como parte de una zona de debilidad o una zona de falla preexistente creada bajo la acción de un esfuerzo creciente. La ruptura se inicia repentinamente cuando el esfuerzo tectónico es mayor que la resistencia de la zona de debilidad. Inmediatamente, el esfuerzo se concentra en alguna parte de la región adyacente causando deslizamientos también en esa zona. El proceso se repite por

$$u_n(x,t) = \sum_{j=1}^{n} \left(M_{pq} * \frac{\partial G_{np}}{\partial \xi_q} \right)_j \qquad (33)$$

La propagación se puede simular dando retrasos a las señales generadas por las diferentes fuentes. Así por ejemplo, un frente de ruptura unilateral en dirección del rumbo, se puede obtener sumando sin retraso alguno la radiación de las celdas contenidas en una linea perpendicular al rumbo y sumando con un cierto retraso dado por la velocidad de ruptura, las demás lineas paralelas a la primera.

Las fuentes puntuales se localizan en el centro de cada celda

[redacted]

d constante en la dirección del eje x_1 (NS). El miento en todas las celdas es paralelo

[illegible]

son α = 6 km/seg, β = 3.4 km/seg y ρ = 2.5 gr/cm^3.

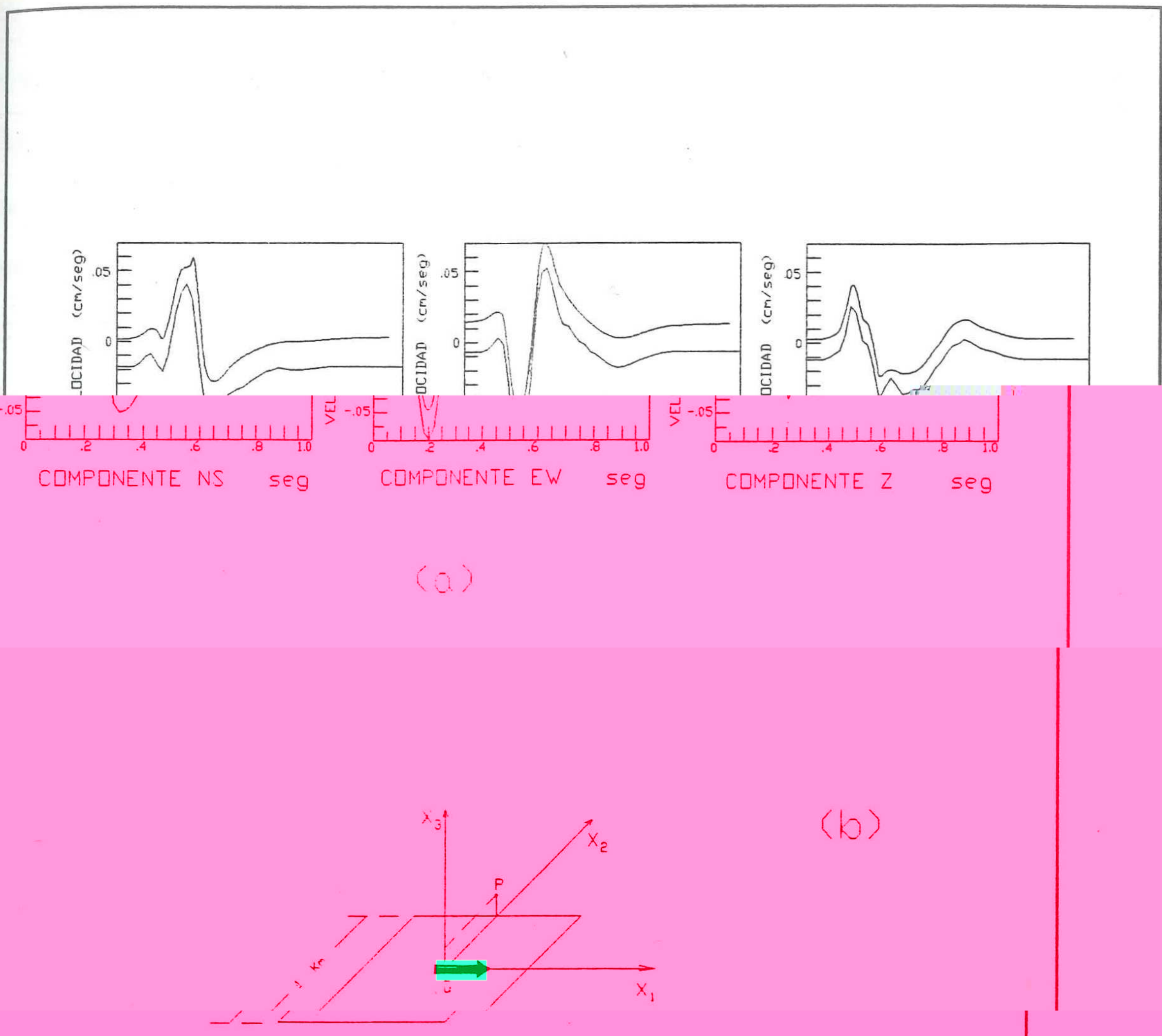


Figura 7. (a) comparación de los sismogramas obtenidos por Spudich y Archuleta (1987) (arriba) y el presente trabajo (abajo). (b) La geometría es un área cuadrada de 1 Km por lado dividida en 900 celdas. El punto donde se calcularon los sismogramas tiene de coordenadas P(0.0,0.5,0.2).

En ésta misma figura (7a), se muestran dos sismogramas en tres componentes ortogonales entre sí. La traza superior de cada cuadro, es la obtenida por Spudich y Archuleta (1987) con dos algoritmos diferentes : suma de fuentes puntuales e integración sobre la superficie de falla usando teoría de rayos con funciones de Green y modelos cinemáticos de ruptura. La inferior corresponde a la obtenida en éste trabajo. El corrimiento vertical entre ambas trazas es de 0.02 unidades para una mejor comparación. Como se puede apreciar, ambos resultados son escencialmente iguales a excepción de algunas diferencias menores causadas por el filtrado que ellos hacen a la señal de salida ya que la pasan primero por un filtro plano en la banda de 0 a 20 Hz y luego por una rutina taper (coseno cuadrado) en la banda de 20 a 30 Hz.

III.2 El proceso de inversión

Los registros obtenidos cerca de la zona de ruptura permiten estimar con detalle las características de los deslizamientos sobre el plano de falla durante un temblor.

Este tipo

El objetivo del proceso de inversión realizado en el presente trabajo es determinar la magnitud y dirección del deslizamiento en cada una de las celdas en que se divide el plano de falla.

Como el deslizamiento es una cantidad vectorial, éste se puede descomponer en 2 componentes ortogonales, por ejemplo, una en dirección del rumbo y otra en dirección del echado.

El sismograma calculado para alguna componente está relacionado con el observado de la siguiente forma :

$$s(t) = \sum_{j=1}^{n} a_{1j} u_{1j}(t) + \sum_{j=1}^{n} a_{2j} u_{2j}(t) \quad , \tag{34}$$

donde n es el número de celdas, $u_{1j}(t)$ y $u_{2j}(t)$ son los sismogramas sintéticos en cada una de las dos direcciones para cada celda calculados mediante la ecuación (31). Si los sismogramas son unitarios (el desplazamiento estático es 1.0 (fig. 5a)), las a_{1j} y a_{2j} representan las magnitudes de los deslizamientos en las dos direcciones respectivas. En la figura 8, se presenta el resultado de ésta suma para una estación localizada aproximadamente a 10 km del centro de un plano de falla que buza 70° en ésa misma dirección y que está discretizado en un arreglo de 12 x 4 celdas de 3 km de lado cada una.

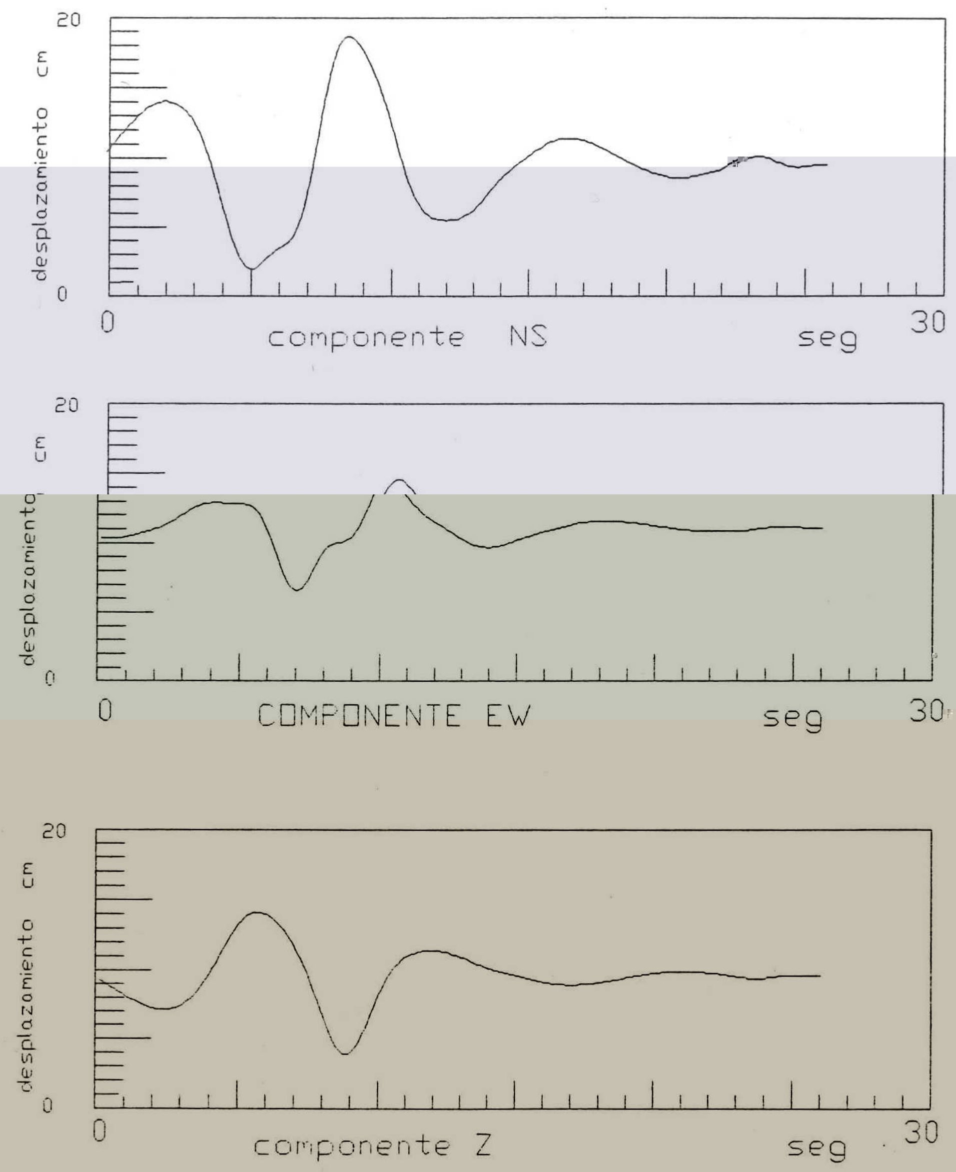
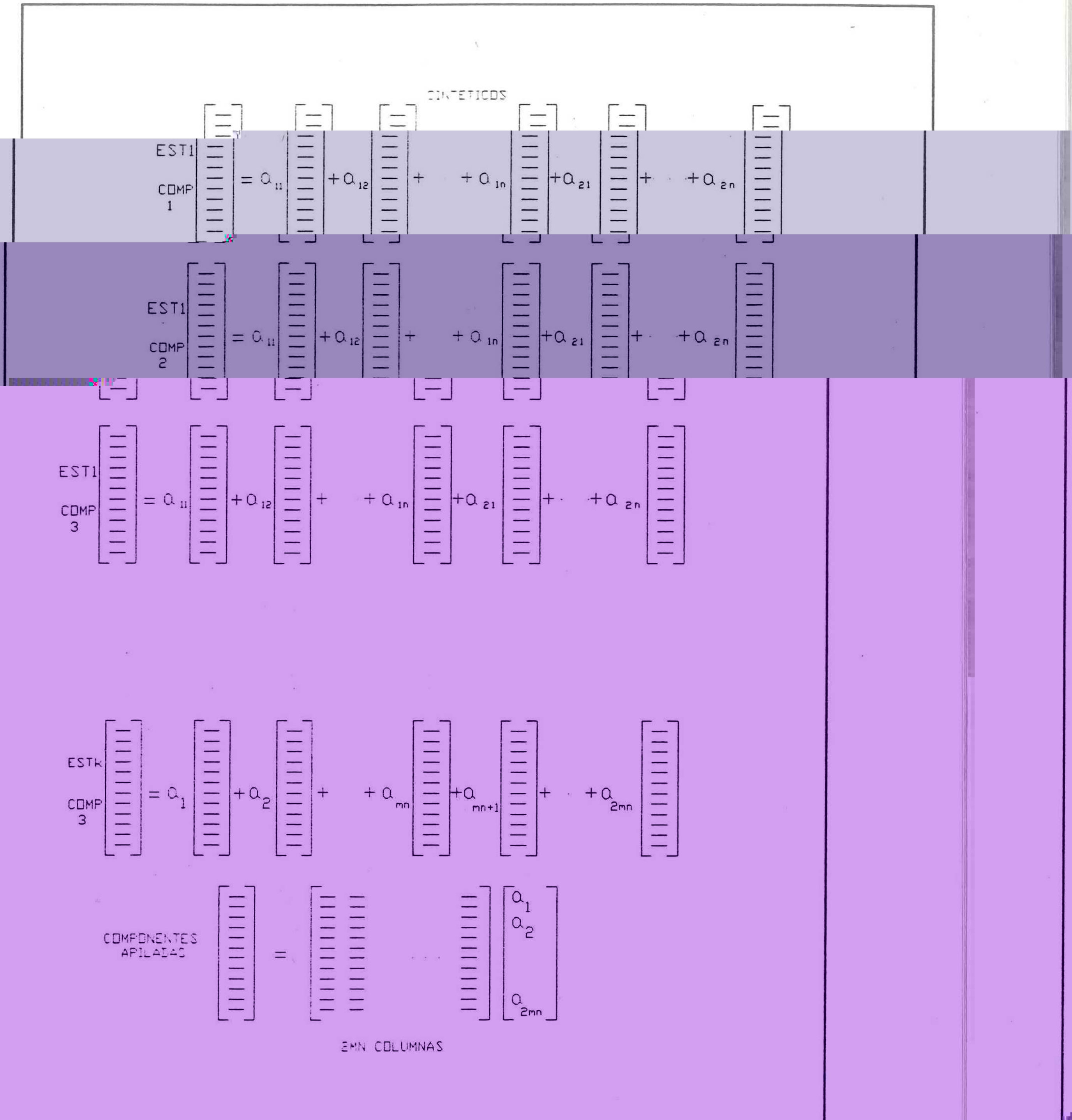


Figura 8. Sismogramas sintéticos resultado de sumar las contribuciones de las 48 celdas en las direcciones del rumbo y del echado (96 fuentes puntuales).

Al incluir todas las componentes de todas las estaciones, se obtiene un sistema sobredeterminado de la forma

$$s = Ua \quad , \tag{35}$$

que es el sistema que hay que resolver para obtener las magnitudes de los deslizamientos. La figura 9 muestra como se acomodaron



igura 9. Apilamiento de componentes tanto sintéticas com

Sabemos por definición que

$$//y//^2 = y^T y \ ,$$

por lo que

$$//Ua-s//^2 = (Ua-s)^T(Ua-s) \ ,$$

realizando el producto

$$s^T s - 2s^T Ua + a^T U^T Ua$$

derivando respecto de a_i e igualando a cero para encontrar el mínimo

$$\frac{\partial}{\partial a_i} s^T s - 2\frac{\partial}{\partial a_i} s^T Ua + \frac{\partial}{\partial a_i} a^T U^T Ua = 0 \ . \qquad (36)$$

Como **s** no depende de **a** y el producto $U^T U$ es una matriz simétrica

$$\frac{\partial}{\partial a_i} s^T s = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial a_i} s^T Ua = U^T s$$

$$\frac{\partial}{\partial a_i} a^T U^T U a = 2U^T U a$$

y la ecuación (35) se puede escribir como

$$2U^T U a - 2U^T s = 0$$

de donde, finalmente, el vector solución del sistema, encontrado por el criterio de mínimos cuadrados es

$$a = (U^T U)^{-1} U^T s \quad . \tag{37}$$

IV APLICACION DEL METODO

IV.1 El evento de Loma Prieta

El temblor de Loma Prieta del 19 de octubre de 1989 (Ms=7.1) ocurrido en las montañas Santa Cruz, rompió un segmento de aproximadamente 40 km de la falla de San Andrés.

Los parámetros focales determinados por el National Earthquake Information Center (NEIC) son : tiempo de origen : 04:15.2 GMT ; epicentro : 37.036° norte , 121.883° oeste ; magnitud : Ms = 7.1. El mecanismo focal obtenido con registros telesísmicos es una falla inversa con rumbo = 128°±2° , echado = 67°±3° , profundidad = 16±2 km y ángulo de desplazamiento = 138°±3°.

El temblor ocurrió en una zona densamente instrumentada por lo que se obtuvieron valiosos registros en el campo cercano para estudios de detalle. Varias redes registraron el evento principal y sus réplicas, entre otras, la perteneciente al USGS que obtuvo registros de aceleración de 38 estaciones y la del California Strong Motion instrumentation Program (CSMIP) que obtuvo registros de 93 estaciones. Los registros usados en el presente trabajo, pertenecen a ésta última red. La figura 10 muestra la localización del evento principal (triángulo), así como de las estaciones de ésta red que registraron el evento.

Aunque en la figura se pueden ver alrededor de veinte estaciones dentro de un radio de 40 km alrededor del epicentro, sólo se [redacted]

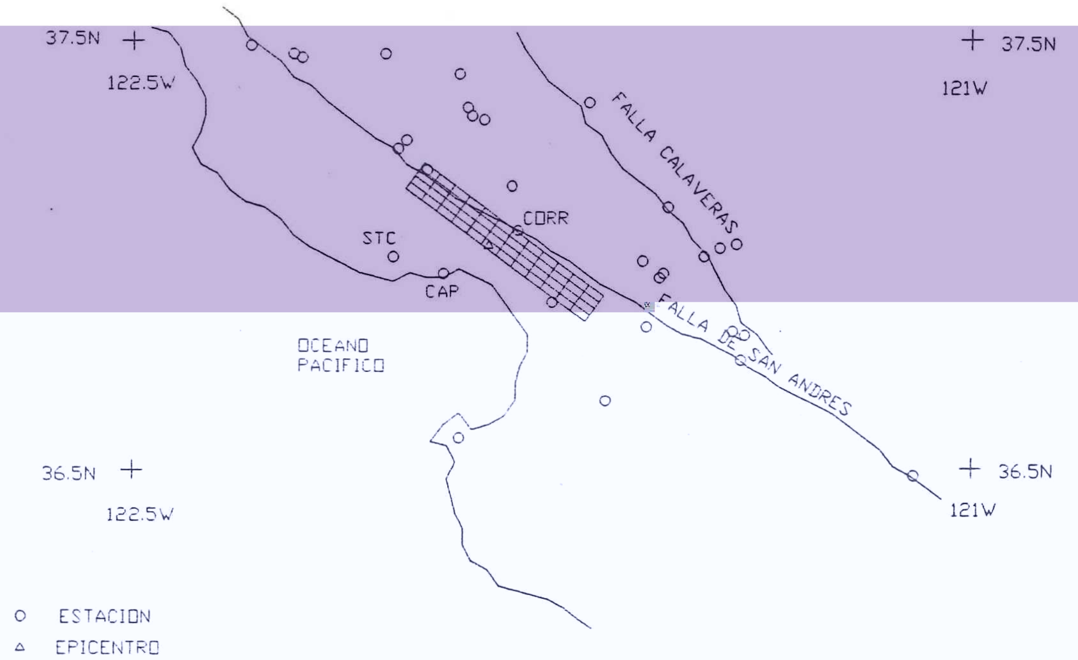


Figura 10. Croquis mostrando el epicentro (triángulo) y las estaciones de la red CSMIP . El rectángulo señala la proyección horizontal del área considerada en el proceso de inversión.

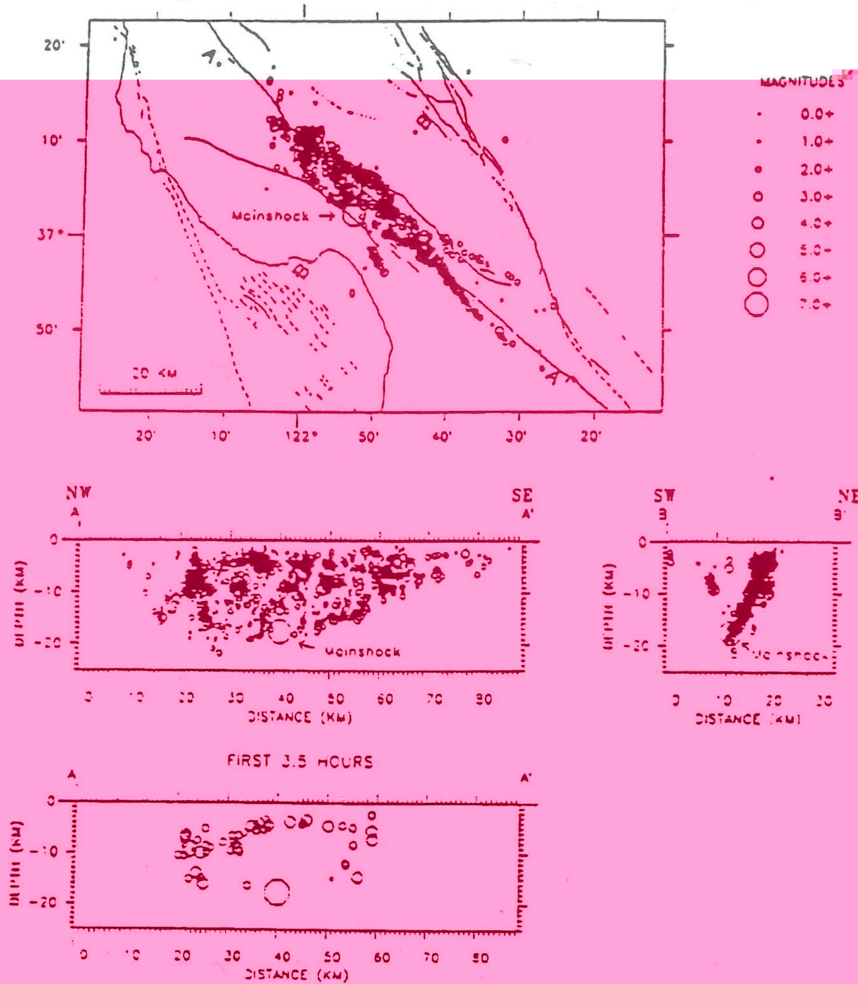


Figura 11. Distribución espacial de las réplicas del temblor de Loma Prieta de 1989 (tomada de Earthquake Spectra, suplemento al volúmen 6, mayo 1990).

IV.2 Geología de la zona

El temblor de Loma Prieta, se localizó dentro de la provincia fisiográfica de "Sierras costeras" (Coast Ranges). Esta provincia, la forman una serie de cadenas montañosas y valles con orientación NNW limitada al este, por la provincia del Gran Valle (Great Valley) y al oeste, por el océano pacífico. La zona de la falla de San Andrés, cruza completamente a la provincia ya que su tendencia es más hacia el oeste y por tanto, separa a la misma en dos regiones que contienen rocas diferentes. Estas rocas son las sur series y cuarzo-dioritas al oeste y la formación franciscana del jurásico tardío al cretácico tardío al este.

El complejo rocoso del oeste, también llamado Bloque Salínico (Salinian Block), contiene rocas metamórficas cuyos afloramientos se pueden encontrar en las cadenas montañosas de Santa Lucía, Gabilán y Panza. Las edades de éstas rocas metamórficas se desconocen aunque existen evidencias que sugieren edad paleozoica. Las rocas de la formación Franciscana al este, está compuesta de diferentes tipos de roca que incluyen sedimentos de aguas profundas (areniscas y materiales volcánicos marinos máficos con nódulos de serpentina principalmente).

para tal fin fué uno de Butterworth de 8 polos que deja pasar la señal entre 1 y 20 segundos. Esta ventana ha sido utilizada por diversos autores en estudios similares (Singh, 1989).

segundos por retraso mecánico del instrumento y suponemos que fué la onda P la que lo disparó entonces tendremos un tiempo S-P que nos sirve para estimar la distancia hipocentral mínima, dado un modelo de velocidades. Langston et al (1990) construyeron un modelo de capas planas horizontales para la zona (Figura 12a), promediando las velocidades de un modelo anterior de gradientes propuesto por Walter y Mooney (1982). Usando éste modelo, la profundidad queda fija en 14 km.

Un modelo de un semiespacio como el usado en el presente estudio, de 6 km/seg para las ondas P y 3.5 km/seg para las S (Figura 12b), coloca el hipocentro en 17.6 km aunque usando las lecturas de las demás estaciones, tendería a subirlo.

IV.4 Propagación de la ruptura

Como se dijo anteriormente, el plano de falla se discretizó en 12 celdas en dirección del rumbo (horizontales) por 4 en dirección del echado. La simulación de la propagación de la ruptura se logra haciendo romper lineas de celdas con un cierto retraso dado por la velocidad de ruptura.

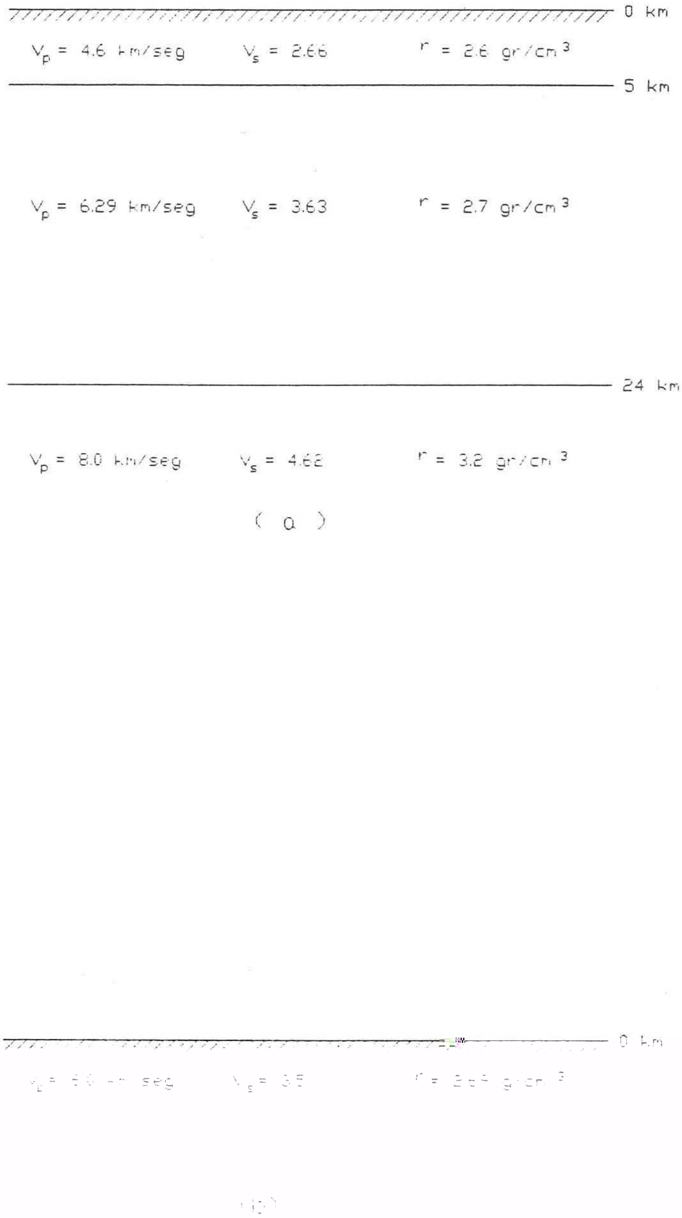


Figura 12. Modelo de capas horizontales para la zona usado por Langston et al. (1990) (a) . (b) modelo de un semiespacio utilizado para el presente trabajo.

En el caso del temblor de Loma Prieta, se hicieron pruebas con diferentes patrones de propagación : unilateral en dirección del rumbo, unilateral en dirección del angulo de desplazamiento, bilateral (en dirección del rumbo) y circular comenzando en la celda donde quedó localizado el hipocentro. Kanamori y Satake (1990) proponen que, dado que la localización del evento principal es parácticamente el centro del área de réplicas, el patrón de ruptura pudiera ser bilateral.

Choy y Boatwright por otro lado, usando registros de banda ancha a distancias telesísmicas, encuentran que éstos pueden ser modelados por tres subeventos de los cuales, el primero es el que menos energía libera. Los otros dos subeventos, los localizaron respecto del primero a 4.5 km y 28° al noroeste y a 8 km y 168°al sureste con retrasos de 1.4 y 3.5 segundos respectivamente. Esto sugiere un patrón de ruptura diferente del anterior.

IV.5 Sismogramas sintéticos y el proceso de inversión

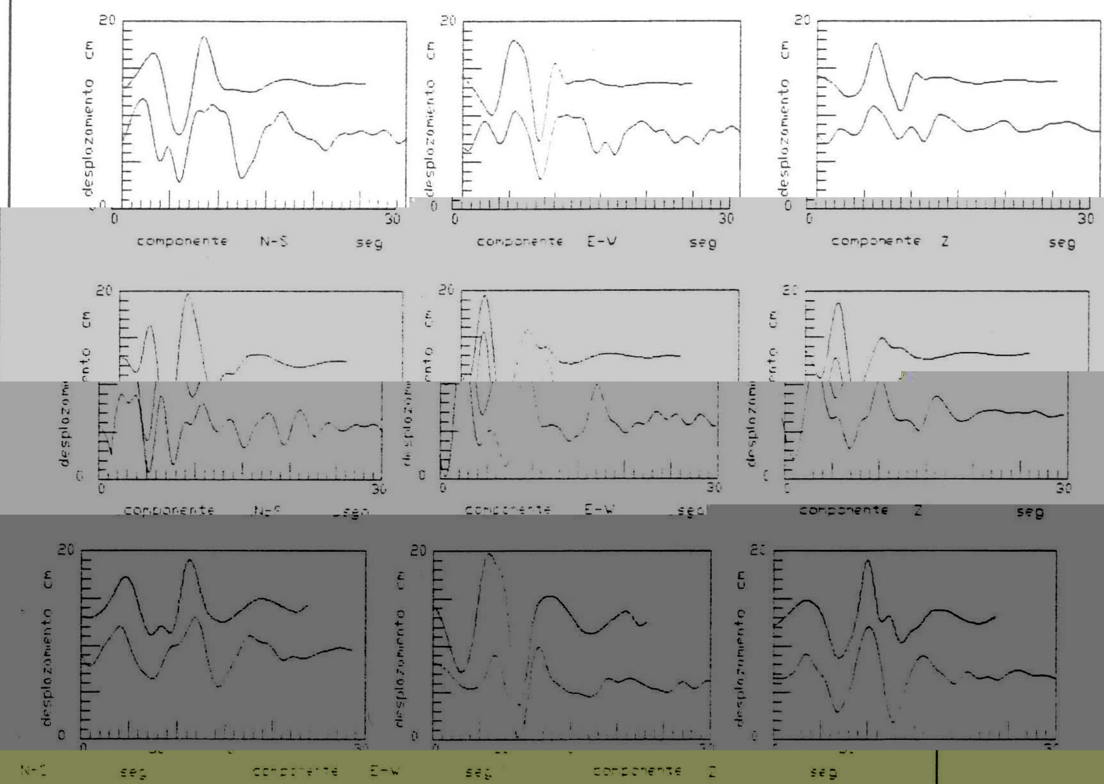
Una vez definidas las dimensiones del plano de ruptura idealizado, se dividió en celdas de 3 km x 3 km para cada una de las cuales, se calcularon sismogramas sintéticos en dos direcciones ortogonales (rumbo y echado) de tres componentes, es decir, se calcularon seis sismogramas por cada combinación de celda-estación.

La función de tiempo utilizada fué un trapecio como el mencionado anteriormente cuyas duraciones son δ_1 = 0.05 seg., δ_2 = 0.9 seg. y δ_3 = 0.05 seg para una duración total de 1 segundo.

La velocidad de ruptura utilizada fué de 3 km/seg .

Los resultados se presentan en las figuras 13 a 17. Las figuras 13 y 15, muestran las comparaciones entre los desplazamientos sintéticos (arriba) y los observados (abajo) para las tres componentes de las tres estaciones utilizadas. Los corrimientos verticales entre las señales sintéticas y las observadas son de 5 unidades para una mejor comparación.

Los desplazamientos sintéticos de la figura 13, fueron calculados simulando una propagación circular uniforme. El ajuste, como puede observarse, es cualitativamente aceptable. Las magnitudes del desplazamiento en las dos direcciones (rumbo y echado) se sumaron y se dibujaron a escala en la dirección de la resultante tomando como origen el centro de cada celda.



13. Sismogramas sintéticos (arriba) y observados (abajo)
l evento de Loma Prieta (1989). El patrón de ruptura es
ar. Las estaciones mostradas son, de arriba hacia abajo:
ORR y STC.

Figura
para e
circul
CAP, C

Figura 14. Distribución de los desplazamientos dado un patrón de ruptura circular usando celdas de 3 Km^2

La distribución de los desplazamientos se describe a continuación. Existen 2 zonas en donde los desplazamientos son mayores. Si comparamos lineas horizontales de celdas, los mayores desplazamientos se encuentran en la linea más superficial. Las orientaciones, sin embargo, son erráticas (la variación es del orden de 100°) y la resultante no coincide con la orientación del movimiento general obtenido con registros telesímicos que

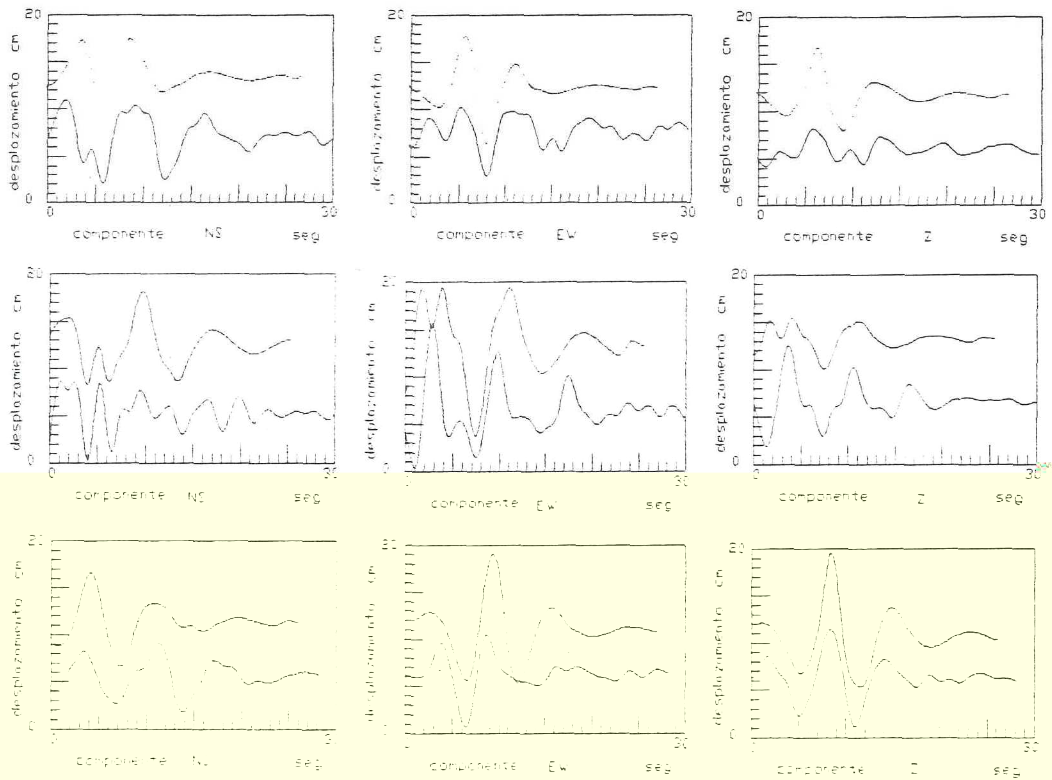


Figura 15 . Sismogramas sintéticos (arriba) y observados (abajo) para el evento de Loma Prieta (1989). El patrón de ruptura es circular y los desplazamientos en cada celda están restringidos a la dirección $\lambda = 225°$. Las estaciones mostradas son, de arriba hacia abajo : CAP , CORR y STC.

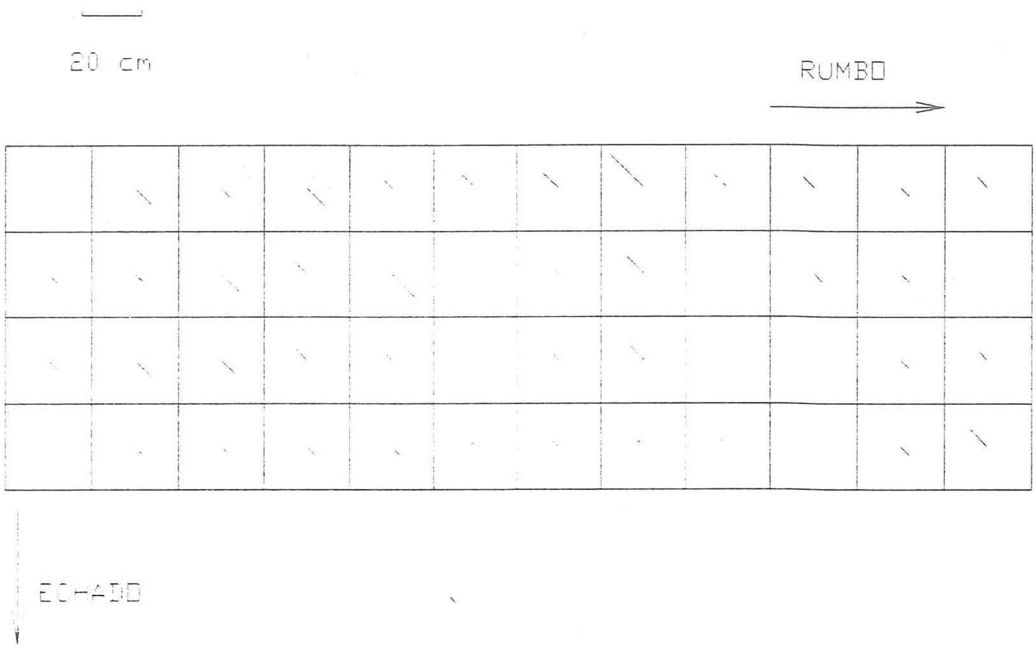


Figura 16. Distribución de los desplazamientos restringidos a una sola direcció[redacted]

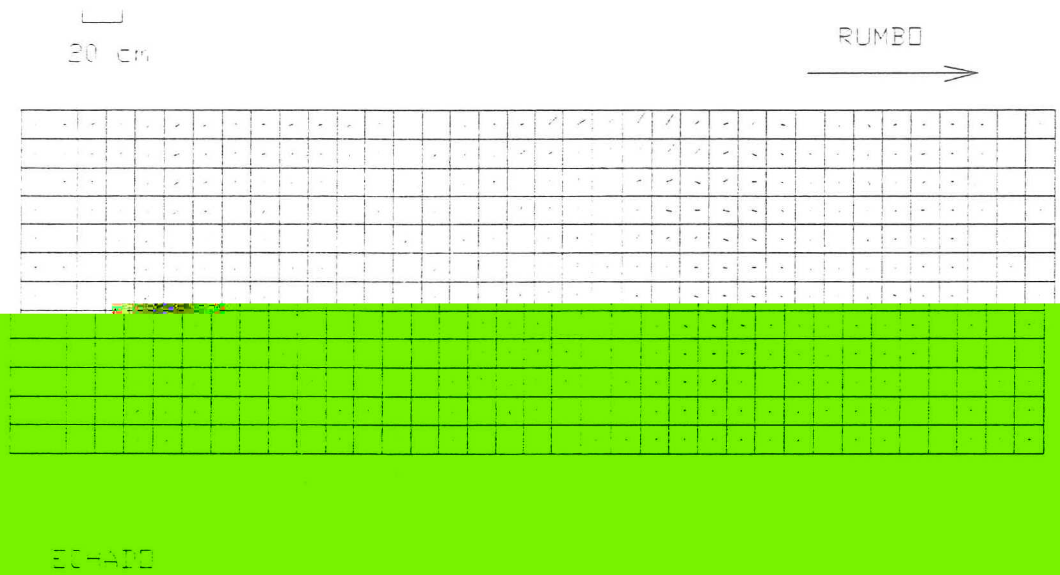


Figura 17. Distribución de los desplazamientos dado un patrón de ruptura circular usando celdas de 1 Km^2

de incógnitas se vuelve muy grande. Así, cuando resolvimos con celdas de 3 km², hubo que encontrar 96 vectores de deslizamiento mientras que para celdas de 1 km² el número de vectores de deslizamiento se incrementó a 864.

Para el caso en que sólo tenemos 3 estaciones (9 componentes), el número de incógnitas aún es fácil de manejar, si tuvieramos que invertir en cambio, 10 estaciones con tres componentes cada una, el sistema a resolver sería intratable.

IV.6 Discusión

En este estudio se modelo el proceso de ruptura de la forma mas simple : fuentes puntuales propagándose en un solo plano. Sin embargo, al estudiar los mecanismos focales de las réplicas se puede apreciar que se puede agrupar mecanismos diferentes en planos diferentes (Oppenheimer, 1990). Por otro lado, las zonas de mayor contribución inferidas se podrían asociar con

Durante el desarrollo de esta tesis, se realizaron muchas pruebas usando diferentes modelos de propagación como rupturas circulares, unidireccionales y bidireccionales en diferentes direcciones. De todas estas pruebas, se presenta solo el que consideramos como el mejor modelo. Se escogió el circular por dos razones : primera, tiene cierto sentido físico ya que la localización del evento principal prácticamente en el centro del área de réplicas así lo sugiere, y segunda, éste patrón de ruptura fué el que mejor ajuste brindó después de la inversión, aunque no por eso, aseguro que debe ser necesariamente el más realista. La veracidad del modelo lo darán las condiciones físicas y no el grado de ajuste entre los sintéticos y los observados por sí mismo ya que se puede lograr un ajuste perfecto recurriendo a modelos numéricos totalmente ficticios.

El patrón de ruptura, se puede modificar de tal forma que se ajuste mas a la realidad imponiendo restricciones como por ejemplo, que exista libertad de orientacion de los vectores de desplazamiento pero dentro de un rango limitado; también se puede restringir la solución de forma que no se permitan cambios bruscos en la amplitud del deslizamiento en celdas vecinas; una tercera forma sería permitir un rompimiento pseudoaleatorio sujeto a condiciones que simulen barreras físicas. El modelo, por supuesto, debe ser también mas realista para que todas las posibilidades mencionadas tengan sentido. Esto sin embargo, sale fuera del objetivo de este trabajo pero se pretende llevar a cabo mas adelante.

V CONCLUSIONES

Mediante la programación desarrollada fué posible modelar una fuente sísmica y simular un proceso de ruptura.

Usando un esquema de inversión simple, fué posible encontrar una distribución de desplazamientos sobre el plano de falla para un evento real.

La inversión de los datos de movimientos fuertes del temblor de Loma Prieta del 18 de octubre de 1989, sugiere 2 zonas donde

Finalmente, el manejo de la teoría básica de fuentes sísmicas, me permitió afianzar los conocimientos fundamentales de la sismología teórica, uno de los objetivos principales de ésta tesis.

LITERATURA CITADA

Aki, K. 1968. Seismic displacements near a fault. J. Geophys. Res. V73 p5359-5376.

Aki, K. y P.G. Richards. 1980. Quantitative Seismology, theory and methods. V1. W.H. Freeman and Co. San Francisco.

Alekseev, A. y B. Mikhailenko. 1980. The solution of dynamic problems of elastic wave propagation in inhomogeneus media by a combination of partial separation of variables and finite difference methods. J. Geophys. V48 p161-172.

Apsel R. J. y J.E. Luco . 1983 . On the Green's functions for a layered half-space . Bull. Seism. Soc. Am. V73 p931-952.

Archuleta, R. y S.H. Hartzell . 1981. Effects of fault finiteness on near source ground motion. Bull. Seism. Soc. Am. V71 p939-957.

Bouchon, M. 1979 . Predictability of ground displacement and velocity near an earthquake fault ; the parkfield earthquake of 1966. J. Geophys. Res. V84 p6149-6156.

Bouchon, M. 1982 . The rupture [illegible] earthquake of august, [illegible] inferred from near field data. Bull. Seism. Soc. Am. V72 p[illegible].

Burridge, R. y L. Knopoff. 1964. First motions from seismic sources near a free surface. Bull. Seism. Soc. Am. V54 p1874-1888.

Choy, G. y J. Boatwright . 1990 . Source characteristics of the Loma Prieta, California, earthquake of october 18, 1989 from global digital seismic data. Geophys. Res. Lett. V17 p1183-1186.

Fuchs, K. y G. Muller . 1971. Computation of synthetic seismograms with the reflectivity method and comparison with observations. Geophys. J.R. Astron. Soc. V23 p1685-1696.

Hartzell S.H. 1978. Earthquake aftershocks as Green's funtions. Geophys. Res. Lett. V5 p1-4.

Haskell, N. 1969. Elastic displacements in the nearfield of a propagating fault. Bull. Seism. Soc. Am. V59, p865-908.

Heaton, T. y D.V. Helmberger. 1979. Generalized ray models of the San Fernando earthquake. Bull. Seism. Soc. Am. V69 p1311-1341.

Helmberger, D.V. 1968. The crust-mantle transition in the bearing sea. Bull. Seism. Soc. Am. V58 p 179-214.

Helmberger, D.V. y S.D. Malone. 1975 . Modeling local earthquakes as shear dislocations in a layered half space. J. Geophys. Res. V58 p4881-4888.

Kawasaki, I. 1978 . The near field Love waves by the exact ray method. J. phys. Earth. V26 p211-237.

Kennet, B.L. 1974 . Reflections, rays and reverberations . Bull. Seism. Soc. Am. V64 p1685-1696.

Kennet, B.L. y J. Kerry . 1977 . Seismic waves in a stratified half space . Geophys. J. R. Astron. Soc. V57 p557-583.

Langston, C. y K. Furlong. 1990 . Analysis of teleseismic body waves radiated from the Loma Prieta earthquake. Geophys. Res.

Pujol, J. y R. Herrmann. 1990. A students guide to point sources in inhomogeneus media. Seism. Res. Lett. V61 p209-224.

Sato R. 1977 . Long period surface velocities and accelerations due to a dislocation source model in a medium with superficial multilayers. Part I. J. phys. Earth. V25 p43-68.

Sato, R. 1978 . Long period surface velocities and accelerations due to a dislocation source model in a medium with superficial multilayers. Part II. J. phys. Earth. V27 p17-37.

Sato, R. y N. Hirata . 1980 . One method to compute theoretical seismograms in a layered medium. J. phys. Earth. V28 p145-168.

Singh, S., M. Ordaz, R. Quass y E. Mena . 1990 . Estudio preliminar de la fuente del temblor del 25 de abril de 1989 (Ms = 6.9) a partir de datos de movimientos fuertes. Memorias del VIII congreso de Ingeniería sísmica. V1 pA200-A210.

Somerville, P. y S.Mirnal . 1991 . Simulation of strong motions recorded during the 1985 Michoacan, México and Valparaíso, Chile earthquakes. Bull Seism Soc Am. V81 p1147-1-52.

Spudich, P. y R. Archuleta. 1987 . Techniques for earthquake ground motion calculation with applications to source parameterization of finite faults. In "Seismic strong motion synthetics" (Bruce A. Bolt ed). Academic Press Inc. p205-265.

Swanger, H. y D. Boore . 1978 . Simulation of strong motion

APENDICE A

Función de Green para un medio homogéneo, infinito e isotrópico

A partir de la ecuación de movimiento para un medio homogéneo, infinito e isotrópico dado por

$$\rho \ddot{\mathbf{u}}(\mathbf{x},t) = (\lambda+2\mu)\nabla(\nabla\cdot\mathbf{u}) - \mu\nabla\times(\nabla\times\mathbf{u}) + \mathbf{f}(\mathbf{x},t) \ . \qquad (1)$$

podemos encontrar la solución, por ejemplo, en función de potenciales usando la descomposición de Helmholtz tanto para **u** como para **f**, es decir

$$\mathbf{f} = \nabla P + \nabla\times\mathbf{Q} \qquad (2)$$

$$\mathbf{u} = \nabla\phi + \nabla\times\boldsymbol{\psi} \qquad (3)$$

Estos potenciales cumplen con las siguientes propiedades :

$$\nabla\cdot\boldsymbol{\psi} = 0 \qquad (4)$$

$$\ddot{\phi} = \alpha^2\nabla^2\phi + \frac{P}{\rho} \qquad (5)$$

$$\ddot{\boldsymbol{\psi}} = \beta^2\nabla^2\boldsymbol{\psi} + \frac{\mathbf{Q}}{\rho} \qquad (6)$$

$$\nabla\cdot\mathbf{W}(\mathbf{x}) = P \tag{7}$$

$$\nabla\times\mathbf{W}(\mathbf{x}) = \mathbf{Q} \tag{8}$$

Donde $\mathbf{W}(\mathbf{x})$ es una función que satisface a la ecuación de Poisson

$$\mathbf{f} = \nabla^2\mathbf{W}(\mathbf{x}) = \nabla(\nabla\cdot\mathbf{W}) - \nabla\times(\nabla\times\mathbf{W}) \tag{9}$$

cuya solución es de la forma

$$\mathbf{W} = -\int_V \frac{\mathbf{f}(\mathbf{x}')}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}dV(\mathbf{x}') \quad . \tag{10}$$

Vamos a suponer que $\mathbf{f}(\mathbf{x},t)$ es una fuerza cuya dependencia del tiempo es $X_j(t)$ y está aplicada en el origen de un sistema de coordenadas x_i en la dirección $\hat{x}_j$

$$\mathbf{f}(\mathbf{x},t) = X_j(t)\delta(\mathbf{x})\hat{x}_j$$

sustituyendo en la ecuación (10)

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}) = -\int_V \frac{X_j(t)\delta(\mathbf{x}')\hat{x}_j}{4\pi|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}dx'_1dx'_2dx'_3$$

Utilizando la propiedad de integración de la función delta obtenemos

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}) = -\frac{X_j(t)}{4\pi}\frac{1}{|\mathbf{x}|}\hat{x}_j$$

P y Q los obtenemos de manera directa sustituyendo **W(x)** en (7) y (8).

$$P = \nabla \cdot \mathbf{W} = -\frac{X_0(t)}{4\pi}\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{1}{|\mathbf{x}|}$$

$$Q = -\nabla \times \mathbf{W} = \frac{X_0(t)}{4\pi}\left(0,\frac{\partial}{\partial x_3}\frac{1}{|\mathbf{x}|},-\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{1}{|\mathbf{x}|}\right)$$

Por otro lado ϕ y ψ los podemos obtener al resolver la ecuación de onda (5) o (6) cuya solución (por ejemplo para ϕ) es de la forma

$$\phi(\mathbf{x},t) = \frac{1}{4\pi c^2\rho}\int_V \frac{\mathbf{f}\left(\mathbf{x}',t-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}{c}\right)}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}dV(\mathbf{x}')$$

Sustituyendo X_0 en esta ecuación, tenemos

$$\phi(\mathbf{x},t) = \frac{1}{(4\pi\alpha)^2\rho}\int_V \frac{X_0\left(t-\frac{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}{\alpha}\right)\frac{\partial}{\partial x'_1}\frac{1}{|\mathbf{x}'|}}{|\mathbf{x}-\mathbf{x}'|}d\mathbf{x}'$$

Si consideramos el volúmen V como una esfera sólida, podemos integrar sumando cáscaras concéntricas de radio $\alpha\tau = |\mathbf{x}-\mathbf{x}'|$ y espesor $\alpha d\tau$ de tal manera que

$$\phi(\mathbf{x},t) = \frac{1}{(4\pi\alpha)^2\rho}\int_V d\tau\frac{X_0(t-\tau)}{\tau}\int_S \frac{\partial}{\partial x'_1}\frac{1}{|\mathbf{x}'|}dS(\mathbf{x}') \quad .$$

La integral de superficie se puede resolver de manera directa

$$\int_S \frac{\partial}{\partial x'_1}\frac{1}{|x'|}\,dx' = \begin{cases} 4\pi\alpha^2\tau^2\dfrac{\partial}{\partial x_1}\dfrac{1}{|x'|} & si \quad \tau < |x|/\alpha \\ 0 & si \quad \tau > |x|/\alpha \end{cases}$$

por lo que ϕ se puede reescribir como

$$\phi(x,t) = \frac{1}{4\pi\rho}\left(\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{1}{|x|}\right)\int_0^{|x|/\alpha}\tau X_0(t-\tau)\,d\tau$$

De manera similar, aplicando la misma solución a las componentes de (6)

$$\psi(x,t) = \frac{1}{4\pi\rho}\left(0,\frac{\partial}{\partial x_3}\frac{1}{|x|},-\frac{\partial}{\partial x_2}\frac{1}{|x|}\right)\int_0^{x/\beta}\tau X_0(t-\tau)\,d\tau$$

Una vez conocidos los potenciales, los sustituímos en (3) tomando en cuenta que :

$$\tau(x) = \frac{(x_1^2+x_2^2+x_3^2)^{1/2}}{\alpha}$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\frac{1}{r} = -\frac{x_1}{r^3}$$

y haciendo uso de la regla de la cadena

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\int_0^{r/\alpha}\tau X_0(t-\tau)\,d\tau = \frac{\partial}{\partial \tau}\int_0^{r/\alpha}\tau X_0(t-\tau)\,d\tau\cdot\frac{\partial\tau}{\partial x_1} = \frac{x_1}{\alpha^2}X_0\left(t-\frac{r}{\alpha}\right)$$

$\frac{\partial r}{\partial x_i}$ son los cosenos directores del vector **x** por lo que

$$\left(\frac{\partial r}{\partial x_1}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial x_2}\right)^2 + \left(\frac{\partial r}{\partial x_3}\right)^2 = 1$$

El desplazamiento puede expresarse en componentes como

$$\begin{aligned} u(x,t) = \frac{1}{4\pi\rho}\Bigg[& \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_1}\frac{1}{r}\right)\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau X_0(t-\tau)\,d\tau + \frac{1}{\alpha^2 r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_1}\frac{\partial r}{\partial x_1}\right)X_0(t-r/\alpha) + \frac{1}{\beta^2 r}\left(1-\frac{\partial r}{\partial x_1}\frac{\partial r}{\partial x_1}\right)X_0(t-r/\beta)\right]\hat{i} \\ & - \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_2}\frac{1}{r}\right)\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau X_0(t-\tau)\,d\tau - \frac{1}{\alpha^2 r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_1}\frac{\partial r}{\partial x_2}\right)X_0(t-r/\alpha) - \frac{1}{\beta^2 r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_1}\frac{\partial r}{\partial x_2}\right)X_0(t-r/\beta)\right]\hat{j} \\ & + \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1 \partial x_3}\frac{1}{r}\right)\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau X_0(t-\tau)\,d\tau - \frac{1}{\alpha^2 r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_1}\frac{\partial r}{\partial x_3}\right)X_0(t-r/\alpha) - \frac{1}{\beta^2 r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_3}\frac{\partial r}{\partial x_1}\right)X_0(t-r/\beta)\right]\hat{k} \Bigg] \end{aligned}$$

y en notación indicial, como

$$\begin{aligned} u(x,t) = \frac{1}{4\pi\rho} & \left[\left(\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_1}\frac{1}{r}\right)\int_{r/\alpha}^{r/\beta} \tau X_0(t-\tau)\,d\tau + \frac{1}{\alpha^2 r}\left(\frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_1}\right)X_0(t-r/\alpha)\right. \\ & \left. + \frac{1}{\beta^2 r}\left(\delta_{i1} - \frac{\partial r}{\partial x_i}\frac{\partial r}{\partial x_1}\right)X_0(t-r/\beta)\right] \end{aligned}$$

Si cambiamos el subíndice 1 por j, el desplazamiento corresponderá al debido a una fuerza en la dirección j. Si además, representamos a los cosenos directores ($\frac{\partial r}{\partial x_i}$) por γ_i, podemos establecer que

$$\frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}\frac{1}{r} = \frac{3\gamma_i\gamma_j - \delta_{ij}}{r^3}$$

Por lo tanto, el desplazamiento queda como

$$u_i(\mathbf{x},t) = \frac{1}{4\pi\rho}\left[\frac{3\gamma_i\gamma_j-\delta_{ij}}{r^3}\int_{r/\alpha}^{r/\beta} X_0(t-\tau)\,\tau\, d\tau\right.$$

$$+\ \frac{\gamma_i\gamma_j}{r\alpha^2}\, X_0(t-r/\alpha)$$

$$\left.-\ \frac{\gamma_i\gamma_j-\delta_{ij}}{r\beta^2}\, X_0\left(t-\frac{r}{\beta}\right)\right]$$

que es la llamada función de Green debida a una fuerza con dependencia del tiempo $X_0(t)$.

APENDICE B

Subrutina que calcula la respuesta debida a un doble par en un medio homogéneo, infinito e isotrópico .

```
      subroutine respuesta(st,dip,rake,delta,prof,r,az,x,y,z,npp)
c     calcula la respuesta de un doble par en un punto de un medio
c         infinito.
          common/temp/mu,area,dt1,dt2,dt3,ralfa,rbeta
          common/desliz/fac,det
          real ur(512),ut1(512),ut2(512),conv(1024)
          real x(51
```

```
c                   y sobre el plano de falla  y  x3 normal a
c                   dicho plano (aki y richards,p80).
c                    La respuesta se calcula respecto a dicho
sistema.
      do 33 l = 1,npp
         x(l)  = 0.0
         y(l)  = 0.0
         z(l)  = 0.0
         ur(l) = 0.0
         ut1(l)= 0.0
        ut2(l) =0.0
        conv(l)=0.0
   33 continue

      pi     = 3.14159274
      [illegible] = 2.*pi
      [illegible] = 2.8
      [illegible] = 3.2e11
      [illegible] = 1./(4.*pi*rho)
      [illegible] =6.0e05
      [illegible] =3.4e05
      [illegible] = r/alfa
      [illegible] = r/beta
c     [illegible] de Theta y phi se reliza haciendo 3 rotaciones
c     al sistema NS-EW-Z
c     [illegible]
      x1 = delta * cos(az)
      x2 = -delta * sin(az)
      x3 = prof
c     primera:
      x1a =  x1*cos(st) - x2*sin(st)
      x2a =  x1*sin(st) + x2*cos(st)
      x3a =  x3
c     write(6,*)x1a,x2a,x3a
c     segunda:
      x1b =  x1a
      x2b =  x2a*cos(dip) + x3a*sin(dip)
      x3b = -x2a*sin(dip) + x3a*cos(dip)
c     write(6,*)x1b,x2b,x3b

c     tercera:
      x1c =  x1b*cos(rake) - x2b*sin(rake)
      x2c =  x1b*sin(rake) + x2b*cos(rake)
      x3c =  x3b
c     write(6,*)x1c,x2c,x3c
      if(abs(x1c).lt.1.0e-05)x1c=0.0
      if(abs(x2c).lt.1.0e-05)x2c=0.0
```

```
      deltc = sqrt(x1c**2 + x2c**2)
      theta = atan(deltc/x3c)
      if(x3c.lt.0.)theta = theta + pi
      phi   = atan(x2c/x1c)
      if(x1c.lt.0.)                  phi = phi + pi
      if(x1c.gt.0. .and. x2c.lt.0.)phi = phi + pi2
      tta = theta*grarad
      fi = phi*grarad
c     write(6,140)hip,tta,fi
c 140 format('   r =',e12.5,2x,'theta =',f9.4,2x,'phi =',f9.4)
c     write(6,*)

c     calculo de la integral de convolucion

      call integra(conv,npp)

c      componente radial

      tetfi = sin(2.*theta) * cos(phi)
      if(abs(tetfi) .lt.3.0e-07)tetfi= 0.0
      r2a2 = r**2*alfa**2
      r2b2 = r**2*beta**2
      r1a3 = r**1*alfa**3
      r1b3 = r**1*beta**3
      r4   = r**4
c     write(6,*)r2a2,r2b2,r1a3,r1b3,r4
      t = 0.0
      do 10 i=1,npp
         ur(i) = cte * ( 9.) * tetfi * conv(i) / r4
     +    +      cte * ( 4.) * tetfi * xm0(t,1) / r2a2
     +    +      cte * (-3.) * tetfi * xm0(t,2) / r2b2
     +    +      cte * ( 1.) * tetfi * dm0(t,1) / r1a3
      t = t + det
   10 continue

c      componente transversal1 (en direccion theta)

      tetfi = cos(2.*theta) * cos(phi)
      if(abs(tetfi) .lt.3.0e-07)tetfi= 0.0
      t = 0.0
      do 20 i=1,npp
      ut1(i)= cte *  (-6.) * tetfi * conv(i) / r4
     +  +     cte *  (-2.) * tetfi * xm0(t,1) / r2a2
     +  +     cte *  ( 3.) * tetfi * xm0(t,2) / r2b2
     +  +     cte *  ( 1.) * tetfi * dm0(t,2) / r1b3
      t = t + det
   20 continue

c      componente transversal2 (en direccion phi)
```

```
      tetfi = cos(theta) * sin(phi)
      if(abs(tetfi) .lt.3.0e-07)tetfi= 0.0

      t = 0.0
      do 30 i=1,npp
      ut2(i)= cte * ( 6.) * tetfi * conv(i) / r4
     +  +     cte * ( 2.) * tetfi * xm0(t,1) / r2a2
     +  +     cte * (-3.) * tetfi * xm0(t,2) / r2b2
     +  +     cte * (-1.) * tetfi * dm0(t,2) / r1b3
c        write(6,'(4e15.5)')t,ur(i),ut1(i),ut2(i)
c        write(6,'(4e15.5)')t,dm0(t,1),xm0(t,1),conv(i)
      t = t + det
   30 continue

c     proyeccion sobre X1 X2 X3

      t = 0.0
      do 50 i = 1,npp
       x(i)  = (ur(i)*sin(theta)*cos(phi) +
     + ut1(i)*cos(theta)*cos(phi) - ut2(i)*sin(phi))
       y(i)  = (ur(i)*sin(theta)*sin(phi) +
     + ut1(i)*cos(theta)*sin(phi) + ut2(i)*cos(phi))
       z(i)  = (ur(i)*cos(theta) - ut1(i)*sin(theta))
c        write(6,'(4e15.5)')t,x(i),y(i),z(i)
   50    t = t + det

c     rotaciones para obtener  NS  EW  y  Z  y correccion
c     por sup libre

      t = 0.0
      do 60 i = 1,npp
      x1b =  x(i)*cos(rake) + y(i)*sin(rake)
      x2b = -x(i)*sin(rake) + y(i)*cos(rake)
      x3b =  z(i)
      x1a =  x1b
      x2a =  x2b*cos(dip) - x3b*sin(dip)
      x3a =  x2b*sin(dip) + x3b*cos(dip)
      x(i)  =  x1a*cos(st) + x2a*sin(st)  * 2.0
      y(i)  = -x1a*sin(st) + x2a*cos(st)  * 2.0
      z(i)  =  x3a
c        write(6,'(4e15.5)')t,x(i),y(i),z(i)
   60    t = t + det
c       do 22 lk = 200,210
c       t=float(lk)*det
c  22   write(6,*)t,x(lk),y(lk),z(lk)
        return
        end
```