

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE  
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISIÓN DE OCEANOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE ECOLOGÍA

**CONTROL ÓPTIMO DE UNA PESQUERÍA SUJETA A UN RÉGIMEN DE  
OSCILACIONES INDUCIDAS POR COLAPSOS Y RECUPERACIONES DE LOS  
NIVELES DE BIOMASA: EL CASO DE LA ANCHOVETA NORTEÑA**

*(Engraulis mordax Girard)*

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado  
de DOCTOR EN CIENCIAS presenta:

DORA JULIA BORBÓN GONZÁLEZ

Ensenada, Baja California, México  
Mayo de 2002



CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE  
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISIÓN DE OCEANOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE ECOLOGÍA

**CONTROL ÓPTIMO DE UNA PESQUERÍA SUJETA A UN RÉGIMEN DE  
OSCILACIONES INDUCIDAS POR COLAPSOS Y RECUPERACIONES DE LOS  
NIVELES DE BIOMASA: EL CASO DE LA ANCHOVETA NORTEÑA  
(*Engraulis mordax* Girard)**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado  
de DOCTOR EN CIENCIAS presenta:

DORA JULIA BORBÓN GONZÁLEZ

Ensenada, Baja California, México  
Mayo de 2002

**RESUMEN** de la Tesis de **DORA JULIA BORBÓN GONZÁLEZ**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de **DOCTOR EN CIENCIAS** en **ECOLOGÍA MARINA**. Ensenada, Baja California, México. Mayo de 2002.

**Control Óptimo de una Pesquería Sujeta a un Régimen de Oscilaciones Inducidas por Colapsos y Recuperaciones de los Niveles de Biomasa: El caso de la Anchoveta Norteña (*Engraulis mordax* Girard)**

Resumen aprobado por:

Dr. Héctor Echavarría Heras  
Director de Tesis

Con el propósito de desarrollar metodologías que posibiliten la realización de estudios de optimalidad en sistemas de explotación de recursos pesqueros y la identificación y aplicación de modelos generalizados de producción en el diseño de estrategias de manejo óptimo de una pesquería, se aplicó la técnica matemática de Control Óptimo determinista a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña (*Engraulis mordax*) de la costa oeste de Baja California, período 1972-1998, utilizando el modelo de producción de Gompertz-Fox para describir la variación de la biomasa del recurso en el tiempo. Se desarrollaron expresiones generalizadas del modelo de Gompertz-Fox al variar en el tiempo el factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población,  $r$ , y la capacidad de carga del sistema,  $K$ ; se identificaron los estimadores de los parámetros para cada una de las expresiones generalizadas abordadas, así como para el modelo con parámetros constantes. Las oscilaciones en la biomasa del recurso se modelaron mediante la representación de las funciones que determinan a  $r$  y a  $K$  como una serie de Fourier truncada. Una vez determinados los estimadores de los parámetros, se trabajó con el problema de optimización consistente en maximizar los ingresos netos totales descontados, derivados de la explotación del recurso, cuando se especifica como variable de control al esfuerzo pesquero; se abordaron los casos autónomo y no- autónomo. La información sobre capturas comerciales y esfuerzo pesquero ejercido se obtuvo del Centro Regional de Investigaciones Pesqueras de Ensenada, Baja California y la información de tipo económico, necesaria para efectuar el análisis bioeconómico, de diversas fuentes. Se obtuvieron resultados satisfactorios en el ajuste de parámetros del modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes y generalizaciones abordadas, con porcentajes de variabilidad explicada por el modelo que van de un 75 a un 89.7 %, así como valores aceptables para los errores estándar calculados para los estimadores de los parámetros, en cada caso. La representación de los parámetros  $r$  y  $K$  en términos de funciones periódicas generó valores de  $r$  cercanos a cero para los años 1972, 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997, en los que se han presentado eventos El Niño; mientras que  $K$  osciló alternando los valores máximos y

mínimos para los años en que  $r$  es cercana a cero; se observaron grandes oscilaciones para la biomasa simulada, presentando mínimos en algunos años El Niño. La aplicación de la técnica de Control Óptimo condujo a la determinación de la senda óptima, nivel de biomasa óptimo, así como del esfuerzo óptimo; los cuales permitieron definir una estrategia de explotación óptima y la realización del estudio retrospectivo de la optimalidad del esfuerzo pesquero ejercido en la pesquería. Se desarrolló también una metodología para efectuar el análisis de viabilidad para la biomasa del recurso cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual a su cota superior,  $E_{max}$ , y se especifica un umbral de colapso de un 10 % del nivel asintótico para la biomasa. Los resultados muestran que la estrategia de explotación aplicada en la pesquería fue sub-óptima, para los distintos casos analizados, dado que el esfuerzo pesquero aplicado no mantuvo el nivel de biomasa, calculada a partir de datos de captura por unidad de esfuerzo, sobre la senda óptima; en particular, cuando se usó el modelo de parámetros constantes, bajo el caso autónomo, se observó que al usar el precio de la anchoveta destinada al proceso de reducción se concluye que la pesca solo debió permitirse durante pocos años del horizonte temporal de funcionamiento de la pesquería. Para las generalizaciones del modelo en las que  $r$  es función del tiempo, se observó que el esfuerzo real aplicado en la pesquería excedió al esfuerzo óptimo para los años 1972, 1977, 1982 y 1987, lo cual podría haber influido en la declinación en las capturas observada a partir de 1982; también se observa el gran efecto de los valores de  $r$  cercanos a cero sobre la biomasa óptima, predominando sobre el efecto de las variables económicas. Los valores calculados para el  $E_{max}$  presentaron valores mínimos, en años El Niño, cuando  $r$  varía en el tiempo; sin embargo se observa que la biomasa calculada bajo el  $E_{max}$  oscila pero nunca cae hasta el valor del umbral de colapso establecido, lo cual nos indica la pertinencia de la metodología desarrollada. Los resultados derivados de las generalizaciones del modelo de Gompertz-Fox permiten identificar la influencia de eventos El Niño sobre la pesquería de anchoveta, pero no es posible ignorar el efecto de la intensa explotación a la que estuvo sujeta la pesquería y la probable influencia sobre su colapso; la política óptima de manejo debiera primeramente permitir su reconstrucción y posteriormente aplicarse un manejo conservativo reduciendo el esfuerzo en condiciones ambientales adversas, a valores determinados por el nivel de esfuerzo óptimo, calculado con la técnica de Control Óptimo. La generalización del modelo de Gompertz-Fox, al hacer variar en el tiempo los parámetros  $r$  y  $K$ , permite modelar adecuadamente una pesquería sujeta a oscilaciones en el nivel de biomasa.

**Palabras clave:** pesquería, anchoveta, Control Óptimo, Gompertz-Fox, modelo generalizado, El Niño.

ABSTRACT of the Thesis of DORA JULIA BORBÓN GONZÁLEZ, presented as partial requirement to obtain the DOCTOR IN SCIENCES in MARINE ECOLOGY grade. Ensenada, Baja California, México, May 2002.

### **Optimal Control of a fishery under an oscillating regime of collapses and recoveries of biomass levels: The northern anchovy (*Engraulis mordax* Girard) case**

The fundamental aim of this research is the development of theoretical tools that will facilitate optimality evaluations in systems of exploitation of fishing resources and the identification and application of generalized production models in the design of optimal management policies. The obtained results were applied to the analysis of capture by unit effort data associated with the northern anchovy (*Engraulis mordax*) fishery of the west coast of Baja California, period 1972-1998. Generalized expressions of the Gompertz-Fox model were developed varying  $r$  in time, the factor of scale of the rate of the population's natural growth and the carrying capacity of the system,  $K$ ; estimators of the parameters were identified for each one of the considered generalized expressions, as well as for the model with constant parameters. The oscillations in the biomass of the resource were modeled by means of the representation of  $r$  and  $K$  in terms of truncated Fourier series. Using these estimators and Optimal Control Theory Methods I addressed the problem of optimization dealing with the maximization of the net discounted revenues derived from the exploitation of the resource, when fishing effort is specified as a control variable; the autonomous and non-autonomous cases were approached. The information about commercial captures and applied fishing effort was obtained from the Centro Regional de Investigaciones Pesqueras de Ensenada, Baja California and the necessary economic information to carry on the bioeconomic analysis was obtained from several sources. Satisfactory results were obtained when fitting the Gompertz-Fox model with constant parameters and also for the considered generalizations, obtaining determination coefficients that go from a 75 to 89.7%, as well as acceptable values for the standard errors calculated for the estimators of the involved parameters. The representation of the parameters  $r$  and  $K$  in terms of periodic functions generated almost vanishing values for  $r$  for the years 1972, 1977, 1982, 1987, 1992 and 1997, where El Niño events have occurred; while  $K$  oscillated alternating between maxima and minima values for the years where  $r$  was almost vanishing; big oscillations were also observed for the simulated biomass, presenting minima in some years. The application of the technique of Optimal Control led to the determination of the optimal path, the level of optimal biomass, as well as the optimal effort; which allowed the definition of a strategy of optimal exploitation and the realization of a retrospective study for the optimality of the fishing effort applied to the fishery. Also, a methodology was developed to perform the viability analysis for the biomass of the resource when a fishing effort similar to a hypothetical upper bound,  $E_{max}$ , for the fishing effort is applied and a threshold of collapse of 10% of the asymptotic biomass level is specified. The results show that the strategy of exploitation applied in the fishery was sub-optimal, for the different cases analyzed, since the applied fishing effort did not maintain the level of predicted biomass over the optimal path; in particular, for the model with constant parameters, the results indicate that whenever the price of the anchovy for the

reduction process is used, fishing should have been only allowed during few years of the time horizon of operation of the fishery. For those, generalizations of the model in which  $r$  is a function of time, the reported effort applied in the fishery exceeded the predicted optimal effort level for the years 1972, 1977, 1982 and 1987; this could have influenced the observed decline in captures observed which started from 1982; the great effect of the near zero values of  $r$  is also observed on the optimal biomass, prevailing on the effect of the economic variables. The values calculated for  $E_{max}$  presented minimum values, in years El Niño, when  $r$  varies in time; the biomass calculated under the  $E_{max}$  oscillates however, it never felt under the value of the established collapse threshold, indicating the relevance of the developed methodology. The results derived from the generalizations of the Gompertz-Fox model allow for the identification of the influence of events El Niño on the anchovy fishery, but it is not possible to ignore the effect due to the intense exploitation over the resource and its probable influence on the collapse; the optimal management policy should firstly allow for recovery and later on conservative management should be applied which must foresee a reduction of effort under adverse environmental conditions, to values determined by the level of optimality, calculated with the provided optimal control techniques. The generalization of the Gompertz-Fox model, varying in time the parameters  $r$  and  $K$ , appropriately models a fishery subject to oscillations in the level of biomass. The model with  $r$  and  $K$  varying at the same time is the one which provides the greatest information. It is possible to apply the formal tools developed here to the study of other fisheries.

**Key words: fishery, anchovy, Optimal Control, Gompertz-Fox, generalized model, El Niño**

## DEDICATORIA

Con todo mi amor para mis hijos, Oliver, Atenas y Alvaro,  
quienes son todo en mi vida.

A mi querido esposo Alvaro, por su amor, comprensión y apoyo.

A mis queridos padres, Sr. Salvador Borbón L. y Sra. Rosario González S.  
por su cariño y apoyo de toda la vida.

A mis queridos hermanos, Silvia, Rosy, Chava, Alma, Diana  
y muy especialmente a mi inolvidable hermano Pancho,  
a quien hasta hoy que ya no está físicamente  
puedo decirle que sí valía la pena  
y que su máxima “nos doblamos, pero no nos quebramos”  
fue mi inspiración en los momentos más difíciles.

A la memoria de mi abuela, mi nana Chala, Sra. Rosario López Arvizu,  
con gran admiración por su valentía para vivir la vida.

## AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Héctor Echavarría Heras por su confianza al proponerme este trabajo de investigación y su guía en el desarrollo de ésta.

A los demás miembros de mi Comité de Tesis, Dr. Mario Farías S., Dr. Josué Alvarez B., Dr. Jorge Rosales C. y Dr. Rubén Lara Lara por la orientación que me brindaron e interés por mi formación académica.

A todos mis profesores del CICESE, especialmente a Elena Solana A.

A todo el personal del Departamento de Ecología y Biblioteca del CICESE, particularmente a Cecy Leal, Magda Chávez y Dolores Sarracino.

A la Ing. Margarita Jáuregui G., Jefe del Departamento de Servicios Escolares del CICESE, por sus atenciones y facilidades prestadas en los trámites escolares.

Al Centro Regional de Investigaciones Pesqueras de Ensenada, B.C., particularmente al M. en C. Alfredo Cota Villavicencio quien amablemente me proporcionó la información.

Al Sr. Jaime Cabrales, propietario de Pesquera Progreso de Ensenada, B.C. por la información proporcionada.

Al Sr. Francisco Galindo O., jefe de flota de ARGE de Ensenada, B.C. por la información proporcionada

Al Lic. Víctor A. Ibáñez y Alma Inoue de la Cámara Nacional de la Industria Pesquera de Ensenada, B.C. por sus atenciones e información proporcionada.

Al Ocean. Luis A . Tiznado ex-director Pesca, Secretaría de Desarrollo Económico del estado de Baja California, por la información proporcionada.

Al Ocean. Julio S. Palleiro ex-subdelegado de Pesca y Ocean. Germán Sotelo, de la delegación de SEMARNAT en Baja California, por la información proporcionada.

Al Ing. José Aurelio Montes G., subgerente de ventas de PEMEX, zona Occidente, por la información proporcionada sobre precios del diesel.

A la Universidad de Sonora, por el apoyo para realizar estos estudios.

A la SEP, quién a través del Programa PROMEP apoyó parcialmente estos estudios.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el financiamiento del proyecto 28440A, el cual contribuyó en la realización de la presente investigación.

## LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1	Distribución mundial de <i>Engraulis</i> (tomado de Reid, 1967)	11
2	Distribución geográfica de la anchoveta norteña <i>E. mordax</i> (tomado FAO SPECIES CATALOGUE, Vol. 7, 1988)	13
3	Distribución de las tres subpoblaciones de anchoveta norteña. (tomado de Vrooman <i>et al.</i> , 1981)	14
4	Zonas de captura de anchoveta en la costa occidental de Baja California. (tomado de García-Franco <i>et al.</i> , 1995)	26
5	Estrategia de control óptimo para el caso $x_0 < x_s(0)$ . Cuando el valor inicial $x_0$ de la respuesta es menor que $x_s(0)$ suspendemos la explotación para permitir que la biomasa se incremente hasta alcanzar en un tiempo $t_a$ la senda óptima $x_s(t)$ . A partir de $t_a$ la explotación continuará en el modo de control singular hasta un tiempo $t_b$ , a partir del cual suspendemos nuevamente la explotación para permitir que la condición final $x_T$ se satisfaga a un tiempo $T$ .	65
6	Valores observados contra valores estimados por la regresión de la ecuación (78) para el modelo generalizado con $r(t)$ y $K(t)$ cuando se introduce la función $W(t)$ . Se obtuvo un 81.7 % de variabilidad explicada por la regresión.	81
7	Valores observados contra valores estimados por la variante de la ecuación (78), cuando se prescinde de (53), y se define $g(t) = m_1 \text{Cos}(wt)$ . Se obtuvo un 76.4% de variabilidad explicada por la regresión.	81
8	Variación del factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población, $r(t)$ , en el tiempo. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$ ; 76.4 % de variabilidad explicada por el modelo.	82
9	Variación de la capacidad de carga, $K(t)$ , en el tiempo. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$ ; 76.4 % de variabilidad explicada por el modelo.	82
10	Valores observados contra valores estimados por la regresión de la ecuación (80), modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante, para una expansión $n=1$ para $r(t)$ . Se obtuvo un 75 % de variabilidad explicada por la regresión.	84

11	Variación en el tiempo de $r(t) = -0.302 \text{Sin}(0.621t) + 0.171 \text{Cos}(0.621t)$ para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante.	85
12	Valores Observados contra valores estimados por la regresión de la ecuación (86), modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante. Se obtuvo un 89.7 % de variabilidad explicada por la regresión.	87
13	Variación de la capacidad de carga, $K(t)$ , en el tiempo. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante, variabilidad explicada por el modelo de 89.7 %.	87
14	Valores observados contra valores estimados por la ecuación (87), modelo de Gompertz-Fox con $r$ y $K$ constantes. Se obtuvo un 77 % de variabilidad explicada por la regresión.	89
15	Variación de la biomasa de anchoveta norteña en el tiempo, calculada bajo el modelo de Gompertz-Fox de parámetros $r$ y $K$ constantes, considerando y sin considerar la pesca del recurso.	91
16	Variación en el tiempo de la biomasa de anchoveta norteña calculada bajo la generalización del modelo de Gompertz-Fox, con $r(t)$ y $K$ constante, considerando y sin considerar la pesca del recurso.	92
17	Variación en el tiempo de la biomasa de anchoveta norteña calculada bajo la generalización del modelo de Gompertz-Fox, con $K(t)$ y $r$ constante, considerando y sin considerar la pesca del recurso.	94
18	Variación en el tiempo de la biomasa de anchoveta norteña calculada bajo la generalización del modelo de Gompertz-Fox, con $r(t)$ y $K(t)$ , considerando y sin considerar la pesca del recurso. Ajuste del modelo con 76.4 % de variancia explicada.	95
19	Biomasa estimada a partir de datos de captura por unida de esfuerzo contra dos niveles de biomasa óptima. Análisis bioeconómico, caso autónomo. Tasa de descuento de 0.05 y de 0.10, cuando se fija el precio en 300 dólares por tonelada y el costo en 3000 dólares por viaje.	99
20	Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada para tres distintos precios, fijos el costo por unidad de esfuerzo y la tasa de descuento. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.	100
21	Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada para dos distintos costos por unidad de esfuerzo, fijos precio y tasa de descuento.	101

distintos costos por unidad de esfuerzo, fijos precio y tasa de descuento. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.

- 22 Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada cuando el precio se considera una función del tiempo y se mantienen constantes el costo por unidad de esfuerzo y la tasa de descuento. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes. 103
- 23 Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada cuando precio y tasa de descuento se consideran funciones del tiempo y se mantiene constante el costo por unidad de esfuerzo. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes. 104
- 24 Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, para caso autónomo, cuando se usa el modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K$  constante. Para propósito de comparación se muestra el nivel de biomasa cuando  $r$  y  $K$  son constantes. 106
- 25 Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, para caso no-autónomo, cuando se usa el modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K$  constante. 107
- 26 Esfuerzo óptimo y esfuerzo real ejercido en la pesquería de anchoveta. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante. 108
- 27 Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, caso autónomo, para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante. 110
- 28 Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, caso no-autónomo ( $c = 3000$ ,  $\delta(t)$  y  $p(t)$ ). Generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante. 110
- 29 Variación del esfuerzo óptimo, caso no-autónomo, para generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante. Caso no-autónomo ( $c = 3000$  dólares/viaje,  $p(t)$  y  $\delta(t)$ ). 111
- 30 Biomasa estimada por CPUE y óptima para caso no-autónomo ( $c=3000$  dólares/viaje,  $p(t)$  y  $\delta(t)$ ), cuando se usa el modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$ , 76.4 % de variancia explicada. 112
- 31 Esfuerzo óptimo  $E_s$  y esfuerzo real ejercido en la pesquería. Modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$ . 113

	Gompertz-Fox generalizado con $r(t)$ y $K(t)$ .	
32	Cuando $R < 1$ $\phi(t)$ es creciente la desigualdad (109) se mantiene para todo valor de $t$ .	117
33	Cuando $R > 1$ $\phi(t)$ decrece asintóticamente a partir de $R$ . La condición $(a/x_0)R < 1$ garantiza la vigencia de la desigualdad (109) para todo valor de $t$ .	117
34	Variación en el tiempo de la biomasa del recurso cuando se considera que se aplica un esfuerzo pesquero máximo ( $E_{max}$ ) durante todo el horizonte temporal del funcionamiento de la pesquería. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.	120
35	Variación en el tiempo del $E_{max}$ . Modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante. Se muestran también el esfuerzo óptimo y el ejercido en la pesquería.	122
36	Variación de la biomasa de anchoveta norteña cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual al $E_{max}$ durante el horizonte temporal del funcionamiento de la pesquería. Modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante.	123
37	Variación en el tiempo del $E_{max}$ , para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante.	125
38	Variación de la biomasa de anchoveta norteña cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual al $E_{max}$ durante todo el horizonte temporal del funcionamiento de la pesquería. Modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante.	125
39	Variación en el tiempo del $E_{max}$ , para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$ , cuando $\ln K(t) = \ln K + g(t)$ y $g(t) = ml \cos(wt)$ .	128
40	Variación de la biomasa de anchoveta norteña cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual al $E_{max}$ . Modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$ ; para $\ln K(t) = \ln K + g(t)$ y $g(t) = ml \cos(wt)$ . Ajuste con 76.4 % de variabilidad explicada por el modelo.	128
41	Variación histórica de las capturas de anchoveta norteña <i>E. mordax</i> en la costa occidental de Baja California.	173

42	Evolución del esfuerzo pesquero ejercido en la pesquería de anchoveta norteña en la costa occidental de Baja California durante el período 1972-1998.	174
43	Evolución del precio de la harina de pescado en el tiempo, en dólares por tonelada.	175
44	Variación del costo por unidad de esfuerzo respecto al tiempo.	176

## LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar la variación en el tiempo de la tasa intrínseca de crecimiento, $r(t)$ , y de la capacidad de carga del sistema, $K(t)$ , sus errores estándar y 81.7 % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.	79
II	Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar la variación en el tiempo de la tasa intrínseca de crecimiento, $r(t)$ , y de la capacidad de carga del sistema, $K(t)$ , sus errores estándar y 76.4 % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.	80
III	Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar a $r$ una función del tiempo, $r(t) = a_1 \text{Sen}(wt) + b_1 \text{Cos}(wt)$ , sus errores estándar y % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.	83
IV	Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar la variación en el tiempo de la capacidad de carga del sistema, $K(t)$ , expresada mediante la función $K(t) = K * \exp(s_2 * \text{Cos}(wt))$ , sus errores estándar y % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.	86
V	Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox tradicional (ec. 45), sus errores estándar y % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.	88

# CONTENIDO

	Página
I. INTRODUCCIÓN	1
II. ASPECTOS BIOLÓGICOS, HISTÓRICOS Y AMBIENTALES	9
II.1 GENERALIDADES	9
II.2 BIOLOGÍA DE LA ANCHOVETA NORTEÑA	15
II.2.1 Ciclo de vida. Reproducción	15
II.2.2 El desove y desarrollo larval	17
II.2.3 El inicio del cardumen	19
II.2.4 Depredación	19
II.2.5 Alimentación	20
II.3 ESTIMACIONES DE ABUNDANCIA Y BIOMASA	22
II.4 LA PESQUERÍA DE ANCHOVETA NORTEÑA	24
II.4.1 La captura y su destino	24
II.4.2 Composición de las capturas	26
II.4.3 Regulación de la pesquería	27
II.4.4 Estudios previos	28
II.5 FACTORES AMBIENTALES	28
II.5.1 El estado del tiempo y el clima	28
II.5.2 Efecto de la variabilidad ambiental sobre los océanos y las pesquerías	29
II.5.3 Variaciones en el zooplancton	30

II.5.4 Posible relación entre la variabilidad del zooplancton y pelágicos menores	32
II.5.5 El concepto de régimen y los cambios de régimen	32
II.5.6 Modos distintos de variabilidad ambiental	34
II.5.7 Posibles causas de la variabilidad en el sistema océano-atmósfera	36
III. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL	38
III.1 MODELOS EN PESQUERÍAS	38
III.1.1 Los modelos de producción	39
III.1.2 El concepto de producción excedente	41
III.1.3 El modelo de Gompertz-Fox	42
III.1.4 El concepto de máximo rendimiento sostenible	44
III.2 TEORÍA DE CONTROL ÓPTIMO	46
III.2.1 Antecedentes	46
III.2.2 Planteamiento general del problema de control unidimensional a tiempo continuo	49
III.3 EL PROBLEMA DE CONTROL DE UNA PESQUERÍA UNIESPECÍFICA	52
III.3.1 El esfuerzo pesquero como variable de control	52
III.3.2 El concepto de valor presente y la funcional objetivo	54
III.4 EL PRINCIPIO DEL MÁXIMO DE PONTRYAGIN	56
III.4.1 Condiciones de transversalidad	58
III.5 APLICACIÓN DE TEORÍA DE CONTROL ÓPTIMO A UNA	

PESQUERÍA	58
III.5.1 Determinación de la estrategia	58
III.5.2 La trayectoria de control óptimo	62
III.6 PARÁMETROS QUE CAMBIAN CON EL TIEMPO	65
III.7 ANÁLISIS DE VIABILIDAD DEL RECURSO	66
IV. EL MODELO DE GOMPERTZ-FOX Y SU GENERALIZACIÓN	67
IV.1 EL MODELO TRADICIONAL	67
IV.2 GENERALIZACIÓN DEL MODELO	67
IV.3 ECUACIONES DE REGRESIÓN	69
IV.3.1 Modelo generalizado con $r(t)$ y $K(t)$	69
IV.3.2 Modelo generalizado cuando $r$ es función del tiempo y $K$ se mantiene constante	75
IV.3.3 Modelo generalizado cuando $K$ es función del tiempo y $r$ se mantiene constante	76
IV.3.4 Modelo tradicional, $r$ y $K$ se mantienen constantes	78
IV.4 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS	78
IV.4.1 Modelo generalizado, con $r(t)$ y $K(t)$	79
IV.4.2 Modelo generalizado cuando $r$ es función del tiempo y $K$ se mantiene constante	83
IV.4.3 Modelo generalizado cuando $K$ es función del tiempo y $r$ se mantiene constante	85
IV.4.4 Modelo tradicional, $r$ y $K$ se mantienen constantes	88

IV.5 ECUACIONES PARA LA BIOMASA DEL RECURSO	89
IV.5.1 Modelo tradicional, con $r$ y $K$ constantes	90
IV.5.2 Modelo generalizado, con $r(t)$ y $K$ constante	91
IV.5.3 Modelo generalizado, con $K(t)$ y $r$ constante	92
IV.5.4 Modelo generalizado, con $r(t)$ y $K(t)$	94
V. TEORÍA DE CONTROL ÓPTIMO Y ANÁLISIS DE VIABILIDAD	96
V.1 APLICACIÓN DE CONTROL ÓPTIMO A LA PESQUERÍA DE ANCHOVETA	96
V.1.1 Modelo de Gompertz-Fox con parámetros constantes	97
V.1.2 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante	105
V.1.3 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante	108
V.1.4 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$	112
V.2 ANÁLISIS DE VIABILIDAD DEL RECURSO	114
V.2.1 Modelo de Gompertz-Fox con parámetros constantes	114
V.2.2 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante	121
V.2.3 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante	123
V.2.4 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$	126
VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES	129
VI.1 GENERALIZACIÓN DEL MODELO	129
VI.2 BIOMASA CON Y SIN PESCA	133
VI.3 ANÁLISIS BIOECONÓMICO	136
VI.4 ANÁLISIS DE VIABILIDAD	140

VI.5 POSIBLES CAUSAS DEL COLAPSO DE LA PESQUERÍA	141
CONCLUSIONES	144
LITERATURA CITADA	147
ANEXO A	171
ANEXO B	173



# CONTROL ÓPTIMO DE UNA PESQUERÍA SUJETA A UN RÉGIMEN DE OSCILACIONES INDUCIDAS POR COLAPSOS Y RECUPERACIONES DE LOS NIVELES DE BIOMASA: EL CASO DE LA ANCHOVETA NORTEÑA

(*Engraulis mordax* Girard)

## I. INTRODUCCIÓN

El orden Clupeiformes, al cual pertenece la anchoveta norteña, incluye más de 400 especies, de las cuales 20 proveen más de un tercio de la captura mundial de peces; son uno de los grupos de peces más explotados y sustentan las pesquerías masivas más importantes en el mundo (Enciclopedia Britannica, 1998). Los pelágicos menores son grupos de peces marinos pertenecientes a este orden; de distribución cosmopolita y que forman grandes cardúmenes.

En nuestro país, la pesquería de pelágicos menores ha constituido, por varios años, uno de los principales aportes a la captura total de productos marinos; la pesquería llega a aportar el 50% del volumen desembarcado en todo el país. Hasta un 87 % de la captura total anual de esta pesquería está conformada por siete especies, principalmente son la sardina monterrey, la sardina crinuda y la anchoveta. Las capturas de sardina, anchoveta y otras especies afines ocuparon el primer lugar de 1980 a 1995 (INP-SEMARNAP, 1999). Para 1987, de acuerdo a datos de la FAO, México ocupó el lugar 17 en las capturas mundiales, ocupando el sexto lugar entre las naciones productoras de camarón, sardina y anchoveta (SEPESCA, 1994), aunque en 1993 descendió al lugar 21.

En términos de volumen, las pesquerías de sardina y anchoveta son las más importantes del país; su rentabilidad se basa más en los volúmenes de captura que en el precio de la producción. Su destino es el procesamiento de enlatado y de reducción en

harina de pescado; 85 % de la producción es utilizada como materia prima de alimento para animales (INP-SEMARNAP, 1999).

Desde 1994 la FAO diagnosticó que muchas pesquerías han sido explotadas más allá de la capacidad del recurso; no se consideran sostenibles las cosechas actuales y se estima que casi el 70 % de los recursos pesqueros están fuertemente o completamente explotados, sobreexplotados, agotados o en recuperación por agotamiento del recurso, por lo cual no podrían soportar ningún incremento en pesca.

A pesar de lo anterior, la cosecha mundial de productos pesqueros ha crecido permanentemente para alcanzar la creciente demanda global de alimentos marinos. En 1995 se cosecharon un estimado de 113 millones de toneladas métricas de productos pesqueros, para el cual China aportó la mayor parte de la cosecha, seguida de Perú, Chile, Japón, Estados Unidos, India y Rusia (Encarta, 2000).

El análisis económico (FAO, 1994) muestra que a pesar de la disminución en la captura de los recursos pesqueros, el incentivo para pescar e incrementar el tamaño de la flota permanece; esto se debe al incremento en los precios, lo que mantiene y aún eleva el ingreso extraído por el tonelaje registrado en bruto; también se confirma que los ingresos presentes provenientes de las pesquerías, al nivel actual de captura, no puede cubrir los costos totales de pesca. Los expertos creen que el suministro de pescado en el mundo requerirá un mejor manejo de los recursos pesqueros, así como el incremento en la acuicultura.

Para algunas pesquerías ha sido claro que la variación del nivel de explotación no es la única causa para explicar la variabilidad del stock (Soutar y Issacs, 1974; Lluch-Belda, 1992). Es probable (Sharp y Csirke, 1983; Kawasaki *et al.*, 1992) que ante cambios

climáticos relativamente pequeños resulten grandes cambios en la abundancia de algunas especies marinas. La experiencia con los stocks de los peces pelágicos menores es que a pesar de que sus pesquerías se han desarrollado en diferentes países y tiempos, y, por lo tanto, bajo diferentes enfoques de manejo, generalmente se ha observado un período de rápido crecimiento seguido de un inesperado colapso que ha llevado a desastres económicos y sociales (Everett *et al.*, 1996; Lluch-Cota *et al.*, 1997).

Una revisión de las estadísticas pesqueras de los peces pelágicos menores de los bordes orientales de los grandes giros oceánicos muestra una característica en común: gran variabilidad en sus capturas y, seguramente, en su abundancia, tanto anuales como entre décadas (Hernández-Vásquez, 1995; Lluch-Belda *et al.*, 1986, 1989, 1992; Schwartzlose *et al.*, 1999). Sin embargo, las variaciones en escalas de tiempo grandes pueden tener mayor impacto sobre las pesquerías regionales (Kawasaki, 1992).

La variabilidad de estos recursos se ha manifestados en casi todas las escalas de tiempo (Lluch-Belda *et al.*, 1989, 1992; Holmgren y Baumgartner, 1993; Holmgren, 1993; Spencer y Collie, 1997). De acuerdo a Lluch-Belda *et al.* (1989) las variaciones en la abundancia de la anchoveta en escalas de tiempo de unos cuantos años son definitivamente influenciadas por las fluctuaciones del medio ambiente, lo que ha dado origen al problema del régimen y esta variabilidad podría ser amplificadas por la explotación de recurso. Se han observado regímenes de escala decadal de sardina *Sardinops sagax* y anchoveta *Engraulis* spp. en las productivas aguas costeras del Pacífico Noroeste, Noreste y Sureste y en el Atlántico Sureste; en cada uno de estos sistemas los dos géneros fluctúan fuera de fase uno con el otro (Schwartzlose *et al.*, 1999).

Diversos autores consideran como factor fundamental en las variaciones de las poblaciones pelágicas al reclutamiento, con la existencia de una sobrevivencia diferencial entre la etapa de huevo y la de larva atribuida a factores que tienen que ver principalmente con la alimentación (Hjort, 1914, 1926; Lasker, 1975, 1981; Lasker y Smith, 1977; Nelson *et al.*, 1977). Los cambios en la abundancia se han atribuido, también, a mecanismos densodependientes durante las primeras fases de desarrollo (Ricker, 1954; Villanueva y Castro, 1976; Villamar *et al.* 1979; Hunter y Kimbrell, 1981; Santander *et al.*, 1983; Butler, 1987), a la predación (Baxter, 1967; Lillelund y Lasker, 1971; Hunter, 1976; Alvariño, 1980; Anderson *et al.*, 1980) y al efecto combinado de la gran variabilidad ambiental, su repercusión en el reclutamiento y la actividad pesquera (Murphy, 1977; Parrish y MacCall, 1978; Radovich, 1982; Cota-Villavicencio, 1986).

La ocurrencia de colapsos en pesquerías está bien documentada, principalmente en aquellas basadas en poblaciones de clupeidos como la sardina, el arenque o la anchoveta (Murphy, 1977), siendo quizá el ejemplo más citado el de la pesquería peruana de anchoveta que se colapsó a principios de 1973, dos años después de haber alcanzado niveles de producción que la ubicaron como la pesquería más grande del orbe con un volumen igual al 15% de la captura total de especies marinas en el mundo (Clark, 1977; Lluch-Belda *et al.*, 1989, 1992). Otros ejemplos de colapsos catastróficos en pesquerías son los del arenque del mar de Norte ocurrido a mediados de 1970 (Clark, 1985), el de las pesquerías de sardina en Sudáfrica ocurrido también a mediados de 1970 (Butterworth 1980; Lluch-Belda *et al.*, 1989); la sardina del Pacífico que llegó a más de 500,000 toneladas en la década de 1930 y se colapsó al inicio de la década de 1950 (Murphy, 1977). Las descargas de anchoveta nortea en la costa occidental de Baja California declinan

paulatinamente a partir de 1982, después de alcanzar un volumen de captura de más de 250,000 toneladas, llegan a su mínimo en 1990 con la casi desaparición de esta especie en la captura de pelágicos menores (García-Franco *et al.*, 1995).

En general, se considera que los colapsos anteriores se originaron fundamentalmente por errores en el plan de manejo inducidos por la incertidumbre en la evaluaciones del stock basadas en la captura por unidad de esfuerzo como indicador del tamaño de la biomasa poblacional. Sin embargo, no se puede excluir el posible efecto de factores ambientales, como cambios de temperatura, que pueden tener efectos devastadores en la abundancia de los clupeidos, especialmente si se presentan en periodos críticos del desarrollo (Brongersma-Sanders, 1957; Sissenwine *et al.*, 1983). Algunos investigadores (Lluch-Belda *et al.*, 1992) estiman que la aplicación de medidas administrativas pertinentes podrá ayudar a reducir tales fluctuaciones en escalas de tiempo intermedias, balanceándose la captura contra la productividad que presenta el stock.

Cuando se pretende modelar un ecosistema, es natural construir los modelos con el fin de lograr metas económicas o de conservación de los recursos. Con el desarrollo del entendimiento ecológico en pesquerías surgió el concepto de unidades ecológicas o stocks, de las cuales se buscaba obtener la máxima producción sostenible; este concepto, basado en el supuesto de estado estable, ha sido usado por años en diversas pesquerías como un objetivo de manejo (Royce, 1975). Este concepto ha sido criticado y calificado como seriamente engañoso al usarse como una guía en la política de manejo de una pesquería, al no considerar la utilización óptima de los recursos que ingresan a la pesquería, los cuales deberían estar reflejados en los costos en que se incurre (Crutchfield, 1975). De acuerdo a Hilborn y Walters (1992) la estimación del stock no es solo el hecho de hacer predicciones

estáticas de la producción sostenible en el equilibrio. La aplicación de la técnica matemática de Control Óptimo a los datos de una pesquería permite la estimación del stock a la vez que considera la explotación óptima de éste en el tiempo al incorporar aspectos bioeconómicos en la meta de optimización, esto es, la maximización de los ingresos netos descontados provenientes de la pesquería (Clark, 1990; Hannesson, 1993).

Los fundamentos para estudiar problemas ecológicos de control óptimo descansan en Clark (1976) y en Clark *et al.* (1979), aunque van Dyne *et al.* (1970) fueron los primeros en presentar un resumen de las aplicaciones de teoría de control en la modelación ecológica (Seppelt, 1999). Cuando se maneja un solo ecosistema, el problema de control óptimo es determinar el conjunto de parámetros de control en el tiempo que controlarán la trayectoria del sistema para alcanzar las metas especificadas (Loehle, 2000).

Los trabajos de investigación que consideran el problema de determinar la estrategia de manejo óptimo de una pesquería sujeta a fluctuaciones con riesgo de colapso son escasos; podríamos decir que se circunscriben a los producidos por F. Hanson y sus colegas (Hanson y Tuckwell, 1981; Ryan y Hanson, 1985, 1986; Hanson y Ryan, 1988).

Los objetivos generales del presente trabajo son: 1) Desarrollar herramientas formales que posibiliten la realización de estudios de optimalidad en sistemas de explotación de recursos pesqueros, 2) Desarrollar metodologías para la identificación de modelos generalizados de producción y su uso en el diseño de estrategias de manejo óptimo de una pesquería sujeta a oscilaciones en la biomasa de la población. Los objetivos particulares son: a) Desarrollar expresiones generalizadas del modelo de producción de Gompertz-Fox al variar en el tiempo el factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población,  $r$ , y la capacidad de carga del sistema  $K$ ; b) Identificar los parámetros de cada

una de estas expresiones generalizadas utilizando los datos provenientes de la pesquería de la anchoveta norteña *Engraulis mordax* de la costa occidental de Baja California, así como los del modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes; c) Aplicar la teoría de Control Óptimo, utilizando al esfuerzo pesquero como variable de control, para realizar el análisis bioeconómico retrospectivo de la pesquería cuando se establece como funcional a optimizar el flujo de ingresos netos descontados provenientes de la pesquería durante el período 1972-1998. Las oscilaciones en la biomasa del recurso se modelan mediante la representación de las funciones que determinan a  $r$  y a  $K$  como una serie de Fourier truncada. Se incluye también un estudio de viabilidad de la biomasa del recurso cuando se especifica un umbral de colapso, calculado como un porcentaje de la capacidad de carga del sistema.

Se espera que los resultados de esta tesis proporcionen metodologías matemáticas que posibiliten la realización de estudios de optimalidad en sistemas de explotación de recursos pesqueros y que la aplicación de las herramientas matemáticas desarrolladas al análisis retrospectivo de la pesquería de la anchoveta norteña permita sugerir una posible explicación a las causas de su colapso.

En el segundo capítulo de este trabajo se presenta una revisión acerca de la biología de la anchoveta norteña, se reseña, en forma breve, la historia de la pesquería en la costa oeste de Baja California y se presentan diversos aspectos ambientales que podrían tener influencia en las oscilaciones en la biomasa del recurso. En el tercer capítulo se describe y desarrolla el marco teórico conceptual en el que se basa el presente trabajo. En el cuarto capítulo se presentan las metodologías desarrolladas para obtener las ecuaciones de regresión que permiten la identificación de parámetros tanto en el modelo con parámetros

constantes como en las expresiones generalizadas abordadas. En el quinto capítulo se aplica la metodología desarrollada en el segundo capítulo sobre teoría de Control Óptimo al análisis bioeconómico de la pesquería para cada una de las distintas expresiones del modelo, estableciendo la estrategia de control óptimo de la pesquería y un procedimiento para el análisis de viabilidad de la biomasa del recurso al especificar un umbral de colapso. En el capítulo sexto se hace una discusión general de los resultados presentados en los capítulos cuarto y quinto y se presentan las conclusiones. Además, se incluyen dos Anexos.

## II. ASPECTOS BIOLÓGICOS, HISTÓRICOS Y AMBIENTALES

### II.1 GENERALIDADES

Los peces son vertebrados que viven en el agua y respiran por branquias, tienen columna vertebral de cartílago o de hueso y aletas. Como los anfibios y los reptiles, son principalmente vertebrados de sangre fría (la temperatura del cuerpo se ajusta pasivamente al agua que los rodea), por lo cual los calentamientos o enfriamientos rápidos pueden ser letales para algunos peces. Generalmente, dentro del intervalo de temperatura que puede ser tolerada por el pez, los procesos vitales son acelerados por las temperaturas tibias y desacelerados por las frías; la temperatura del agua puede ser una influencia importante en la migración y movimiento de los peces. Son los más numerosos de los vertebrados, con alrededor de 20,000 especies recientes, aunque se conjetura que el intervalo es tan alto como 40,000. (Lagler *et al.*, 1977).

Hay tres clases de peces: La clase Cephalaspidomorphi (Agnatha, peces sin mandíbula, como las lampreas) es la más primitiva, con 500 especies; la Chondrichthyes (peces cartilaginosos, como las quimeras, tiburones y rayas) con 600 especies y la Osteichthyes (peces óseos, como los coelacantos, peces con pulmones y todos los restantes, los cuales incluyen más del 90% de las especies de peces vivientes) es la clase más numerosa con cerca de 30,000 especies. Los peces óseos viven en agua dulce y salada, casi todos tienen escamas y aletas (Alexander *et al.*, 1992)

Los peces sin mandíbula aparecen en la era Paleozoica, período Ordovícico, hace unos 500 millones de años; las que no se han extinguido son las lampreas y los peces bruja. Los tiburones aparecieron hace más de 300 millones de años, las rayas se desarrollaron hace unos 200 millones de años (Alexander *et al.*, *op.cit.*). Los teleósteos, o peces óseos

verdaderos, aparecen a fines del Jurásico y durante el Cretáceo, hace 190-130 millones de años (Encyclopaedia Britannica, 1998).

La clase Osteichthyes comprende a las subclases Dipnoi (peces con pulmones), la Crossopterygii (peces de aletas lobuladas) y a la subclase Actinopterygii, los peces de aletas radiales (Lagler *et al.*, 1977). Dentro de la subclase Actinopterygii, el orden Clupeiformes incluye más de 400 especies, de las cuales 20 proveen más de un tercio de la captura mundial de peces y son, con mucho, uno de los grupos de peces más explotados. La mayoría de los clupeiformes son peces marinos, con menos de 30 centímetros de longitud, delgados, hidrodinámicos; la mayoría habita más o menos fuera de la costa en cardúmenes abundantes. Aunque usualmente son considerados pelágicos, en relación a su distribución y ciclo de vida son más cercanos a la fauna nerítica porque usualmente no se encuentran realmente en las partes de mar abierto del océano, sino que permanecen cercanos a la costa y en las bahías. (Encyclopaedia Britannica, 1998).

El grupo de peces conocido como anchoveta, anchoas, bocón y otros más, se encuentran agrupados en el género *Engraulis*, que incluye las especies de peces que sustentan las pesquerías masivas consideradas entre las más importantes en el mundo; este grupo se distribuye latitudinalmente entre los 60<sup>0</sup> Norte y los 43<sup>0</sup> Sur, en el límite de las corrientes de California, Perú, Canarias, Benguela y el Este de Australia. Estas áreas se caracterizan por presentar zonas de surgencia ricas en nutrientes, con alta productividad y altos volúmenes de zooplancton (García-Franco, 1988).

De acuerdo a Reid (1967), el género *Engraulis* se encuentra en todas las corrientes de frontera Este (corrientes de California, Perú, Canarias y Benguela y fuera de Australia occidental), así como en tres de las corrientes de frontera Oeste (Kuroshio, Este de

Australia y Brazil), en el mar de Japón, el área del Sur de Australia, alrededor de la parte Norte de Nueva Zelanda y en los mares Mediterráneo y Negro (Figura 1). El autor señala que la distribución de *Engraulis* está limitada por la temperatura, en un intervalo que va desde los 6 hasta los 22 o 23<sup>0</sup> C, pero que la temperatura sola no define el hábitat de este género, ni los valores de salinidad (que van desde oceánicos hasta valores de estuarios); aunque algunas veces son encontrados huevos y larvas cientos de millas fuera de la costa, éstos definitivamente están ligados a una población costera.

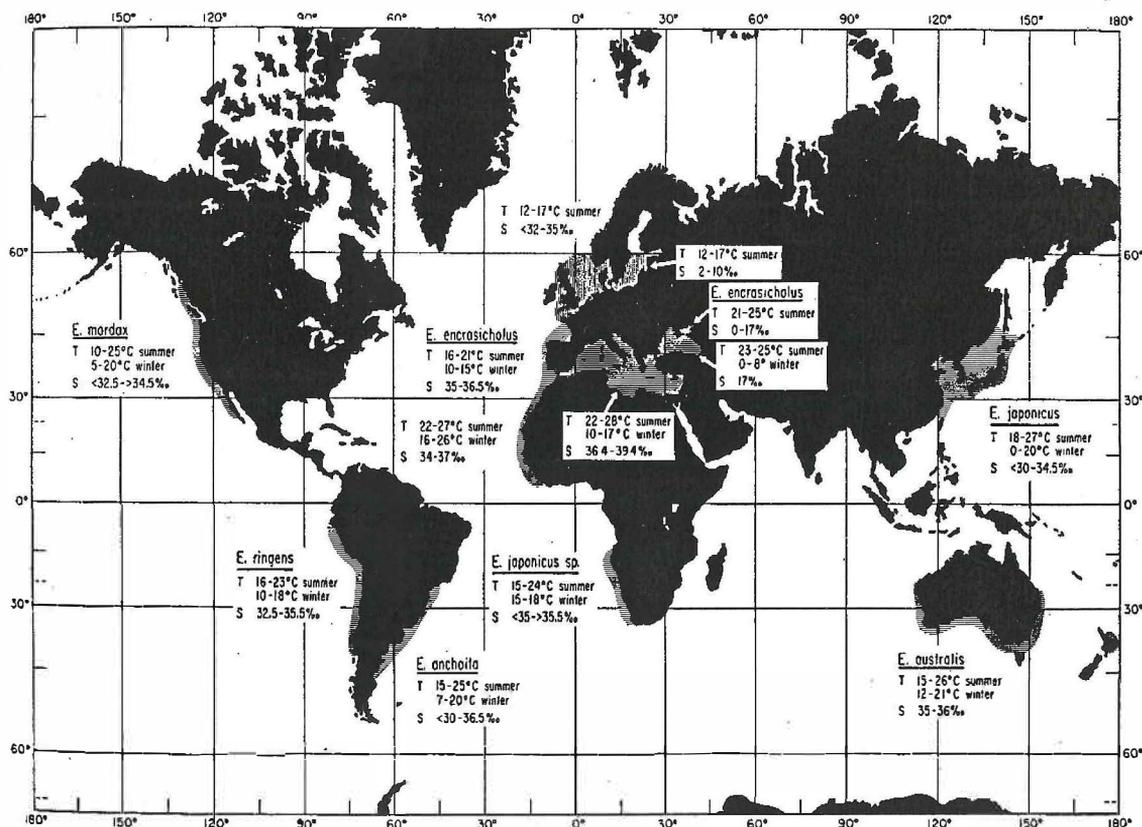


Figura 1. Distribución mundial de *Engraulis* (tomado de Reid, 1967).

Dentro del género *Engraulis* siete especies marinas son las más importantes; las más productivas del género se encuentran justamente en cada una de estas áreas: *Engraulis mordax* en la Corriente de California, *E. ringens* en la Corriente del Perú, *E. encrasicolus* en la Corriente de las Canarias y *E. capensis* en la Corriente de Benguela. De las otras tres especies, solamente *E. japonicus* produce altos volúmenes de biomasa en la Corriente de Kuroshio; *E. australis* en los mares australianos sureños y *E. anchoita* en la Corriente del Brazil son relativamente poco productivas (Reid, *op. cit.*; FAO, 1985)

La anchoveta *E. mordax* (Girard, 1857) que se captura en Baja California pertenece a la clase Osteichthyes, subclase Actinopterygii, orden Clupeiformes, suborden Clupeoidei (contiene tres familias; Clupeidae, Engraulidae y Chirocentridae), familia Engraulidae (anchoítas, anchoas y anchovetas), género *Engraulis* (Lagler *et al.*, 1977).

De acuerdo a Hart (1973), el término *Engraulis* adoptado por Cuvier (1817) para el género proviene de la voz mediante la cual los griegos se referían a la anchoveta europea. El término específico *mordax* propuesto por Girard en 1856, proviene de la raíz latina que significa morder o mordiente, seguramente en su acepción "acre al gusto" por el alto contenido graso característico de la especie (González-Dávila, 1988).

La distribución de la anchoveta norteña es amplia y se encuentra desde las Islas Queen Charlotte B.C. Canadá, hasta Cabo San Lucas, Baja California Sur (Miller y Lea, 1972) (Figura 2). La distribución geográfica de *E. mordax* se extendió hasta el Golfo de California (Hamman y Cisneros, 1989) al identificarse a partir de 1985 la presencia de organismos adultos en las capturas y larvas de anchoveta en las muestras de ictioplancton (Green-Ruiz y Aguirre-Medina, 1989); aunque los trabajos paleoecológicos de Holmgren y

Baumgartner (1993) y Holmgren (1993) demostraron la presencia de anchoveta en el Golfo de California en los últimos 250 años.

La especie es marina, pelágica, usualmente costera, encontrándose desde los 30 km de la costa hasta los 480 km y por debajo de la superficie hasta los 219 m; forma cardúmenes grandes y densos, se alimenta de eufásidos, copépodos y larvas de decápodos, así como por filtración al azar y por un "mordizco" a la presa individual; alcanzando una talla hasta de 24.8 cm de longitud total (aproximadamente 20.5 de longitud estándar), usualmente alcanza de 12 a 14 cm de longitud estándar en 2 ó 3 años. (FAO, 1988).

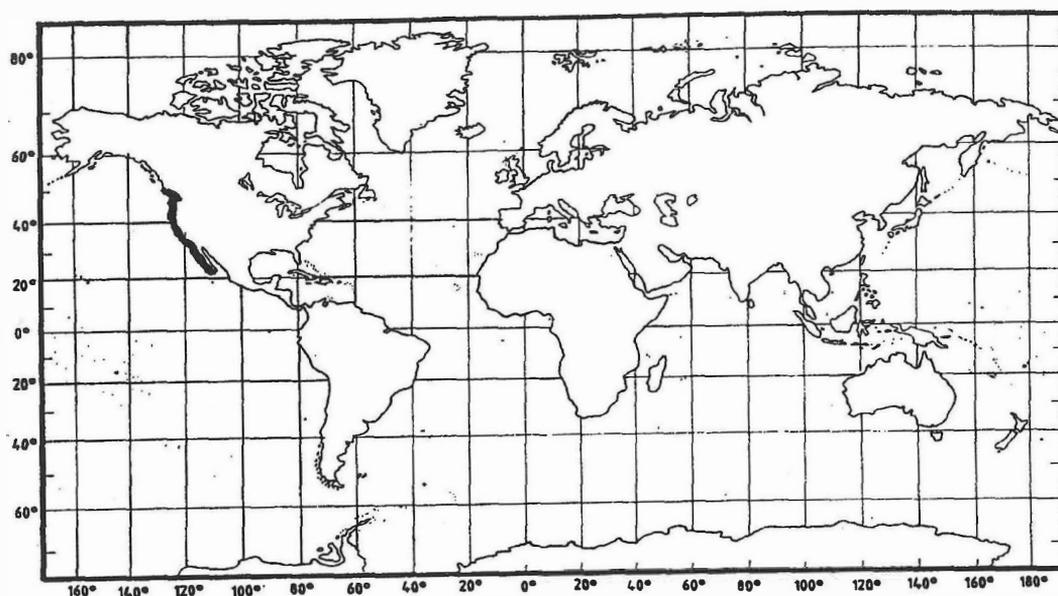


Figura 2.- Distribución geográfica de la anchoveta norteña *E. mordax*. (tomado de FAO SPECIES CATALOGUE, Vol. 7, 1988)

Tres distintas subpoblaciones o stocks de la anchoveta norteña se han diferenciado a lo largo de la costa oeste de Norteamérica (Vrooman *et al.*, 1981). Los límites de estas

subpoblaciones no están claramente definidos y parecen variar estacionalmente. Se considera, por lo general, que el grupo sureño se distribuye de Cabo San Lucas, B.C. a las cercanías de Punta Blanca, B.C., México. La subpoblación central, que es la más abundante y que es común a México y los E.U., se localiza entre Punta Blanca, B.C., México y San Francisco, California, E.U. y finalmente la subpoblación norteña habita desde San Francisco, California hasta Canadá (Figura 3). Las anchovetas principalmente viven dentro de la parte superior de la capa de mezcla, ocurren en la capa superficial sobre la plataforma continental y sobre las regiones de agua profunda (Parrish *et al.*, 1985).

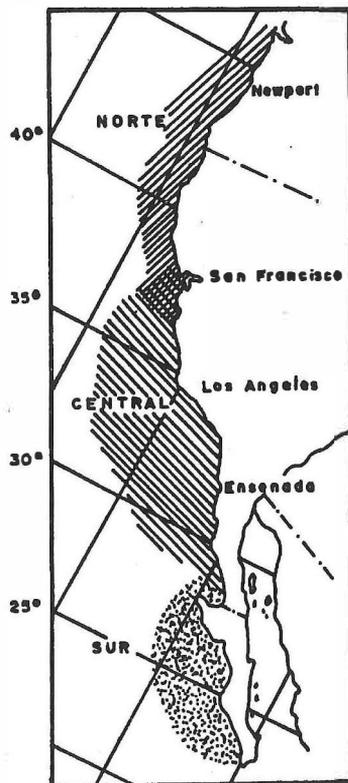


Figura 3.- Distribución de las tres subpoblaciones de anchoveta norteña. (tomado de Vrooman *et al.*, 1981)

## II.2 BIOLOGÍA DE LA ANCHOVETA NORTEÑA

### II.2.1 Ciclo de vida. Reproducción

La mayoría de los peces tienen un ciclo de reproducción anual y algunas especies desovan más de una vez en el año y más o menos continuamente (Lagler *et al.*, 1977).

El desove de la anchoveta norteña de la costa occidental de Baja California ocurre en todos los meses del año, pero es más intenso de enero a mayo; en otoño ocurre un desove masivo de menor intensidad (Hernández-Vázquez, 1995; Vidal-Talamantes, 1989; Cotero-Altamirano, 1984). La reproducción se lleva a cabo en toda el área de distribución del recurso, aunque se ha reportado que el stock central desova en el Sur de California entre Punta Concepción ( $34.5^{\circ}$  N) y Punta Baja ( $30^{\circ}$  N) (Fieldler *et al.*, 1986).

Las hembras de anchoveta desarrollan en sus ovarios grupos de huevos, sucesiva y asincrónicamente, que son puestos durante una temporada de desove con duración de dos a tres meses, a intervalos de 7 a 10 días y llegan a sumar hasta 20 ovoposiciones por año (Hunter y Leong, 1981). La fecundidad de las hembras (la fecundidad es un término general usado para describir el número de huevos producidos, Lagler *et al.*, 1977), así como otros parámetros poblacionales varía de un año a otro; además, por ser un desovante heterocrónico (múltiple o parcial), no es posible determinar directamente la fecundidad anual; ello es solamente posible en desovantes totales o isocrónicos, ya que en este caso todos los huevecillos puestos durante una temporada se desarrollan sincrónicamente y la puesta tiene lugar en un período de tiempo relativamente corto (Holden y Raitt, 1974). Por lo tanto, en el caso de la anchoveta debe estimarse la fecundidad instantánea o por puesta, lo cual se logra muestreando ovarios de hembras maduras prontas a desovar, estimando el

número de oocitos hidratados correspondientes al último estadio de la ovogénesis mediante técnicas histológicas específicas (Hunter *et al.*, 1985; Tapia y Cotero, 1988).

La frecuencia del desove debe calcularse estimando el número de folículos postovulatorios correspondientes a cierto número de horas después de haberse efectuado la puesta (Hunter y Macewicz, 1980). Para la anchoveta del stock central, el peso y la incidencia del desove están altamente correlacionados; lo cual indica que las hembras más grandes desovan con mayor frecuencia o que las hembras pequeñas tienen una estación de desove más corta (Picquelle y Hewitt, 1984). Parrish *et al.* (1986) encuentran que las hembras de mayor edad tenían un número de desoves mayor que las hembras más jóvenes; indican que la fecundidad anual en el stock central de la anchoveta norteña es fuertemente dependiente de la edad, dado que una hembra produce 2,803, 6,550, 11,434, y 13,861 huevos/g de peso corporal por estación de desove en su primera, segunda, tercera y cuarta estación de desove, respectivamente. Sugieren que la reducción en la edad causada por una fuerte explotación reducirá grandemente la fecundidad promedio por unidad de biomasa y también resultará una reducción en la extensión de la estación de desove.

La temperatura no parece ser un factor dominante en la determinación de los hábitos reproductivos para anchoveta de la subpoblación central (Parrish *et al.*, 1983; Cotero-Altamirano, 1984); sin embargo, Cotero-Altamirano (1984) aprecia una correspondencia entre el ciclo reproductivo y la temperatura: Las etapas reproductivas y de liberación de gametos están relacionadas con temperaturas entre 16 y 18 °C, mientras que las etapas gametogénica y de crecimiento de los gametos se relacionan con temperaturas mayores de 18 °C. Sobre la anchoveta *E. mordax* del Golfo de California, Cotero-Altamirano (2000) concluye que el efecto de la temperatura en la reproducción es evidente, ya que la

anchoveta del Golfo de California tiene su primera madurez en longitudes más pequeñas (106 mm las hembras y 104 mm los machos) que la de California y la de la costa occidental de Baja California, en ésta se ha observado que el 50% de las hembras maduran a los 111 mm de longitud y los machos a los 98 mm.

## II.2.2 El desove y desarrollo larval

Los peces marinos pelágicos formadores de cardúmenes como las anchovetas poseen generalmente altas fecundidades; liberados al océano los huevos y posteriormente las larvas, están a expensas de factores que modelan su sobrevivencia, además no todos los huevos son viables, debido a condiciones intrínsecas de la especie (Hunter, 1972, 1981). Los huevos están bien equipados con vitelo, del cual el embrión puede alimentarse durante la incubación, y, para algunas especies, por un período considerable después del desove; se desarrollan sin depender de la madre, sólo del agua y minerales (Ommanney, 1970).

Los huevos de anchoveta son transparentes, ovalados, de cerca de 1.34 mm de longitud y de 0.66 mm de ancho y son neutralmente flotantes (Lagler *et al.*, 1977). Las larvas eclosionan en 89.8 horas (3-4 días) a 13 °C y en 59.8 horas (2 1/2 días) a 16 °C; al eclosionar promedian 2.86 mm de longitud estándar y pesan 0.0246 mg en peso seco del cual 53% es vitelo (Hunter, 1976).

Después de la eclosión, las larvas de anchoveta son casi transparentes, no teniendo ni ojos ni mandíbula funcional, pero los órganos olfatorios y de la línea lateral están desarrollados (Hunter, 1976). En las larvas tempranas, el saco vitelino dificulta el desplazamiento; las mandíbulas y el tracto digestivo comienzan a funcionar hasta un poco antes de que se complete la reabsorción del vitelo; una vez reabsorbido el vitelo, los ojos y el sistema digestivo ya son funcionales (Hunter, 1972, 1981).

Durante los primeros 2 días de vida larval, las larvas con saco vitelino (edad de 0-1 día) son inactivas y pasan el 90 % del tiempo flotando en el agua, sin movimiento, con la cabeza dirigida hacia abajo, aunque una vez por minuto ejecutan un arranque de intenso nadado continuo que dura 1 o 2 segundos, la larva no tiene filamentos de agallas funcionales en esta etapa por lo que el movimiento podría servir para incrementar el transporte de gases a través del integumento (Hunter, 1972).

Cuando el vitelo ha sido absorbido completamente (edad de 4 días), la mandíbula, el tracto digestivo y los ojos ya son funcionales y las larvas empiezan a alimentarse. La aparición del comportamiento de alimentación coincide con la aparición de un nuevo patrón de nado (nado intermitente), el cual será el modo dominante de locomoción el resto de la existencia larval, asociado con la búsqueda de alimento (Hunter, 1972). El nado intermitente ("batir y deslizarse") también es el modo eficiente de locomoción para el pez adulto (Weiss, 1980).

A los 20 días de edad (10 mm de longitud) la vejiga natatoria se infla por primera vez en la superficie del agua y la larva inicia las migraciones nocturnas a la superficie (Hunter y Sanchez, 1976). Entre los 12-15 mm, el número de bastones se incrementa, mejorando la visión periférica; el músculo rojo se profundiza desde una capa superficial hasta 2 o 3 capas de profundidad; la larva pasa de ser respirador cutáneo a respirar por branquias (O'Connell, 1981). Cuando la larva alcanza los 15 mm (31 días de edad), entra en un régimen en el cual es independiente de los efectos viscosos (Weihs, 1980).

La metamorfosis de *Engraulis* ocurre después de 50-60 días, cuando la larva tiene una longitud total de 40 mm aproximadamente (Hunter, 1972). Muy pocos individuos alcanzan la madurez sexual cuando cumplen su primer año de vida, alcanzando tallas de 90

a 100 mm (longitud patrón o estándar); al cumplir su segundo o tercer año de vida y alcanzar tallas de alrededor de 130 mm, solamente el 50% han madurado y es a partir de su cuarto año (cuando superan los 140 o 150 mm de longitud) que el 100% están sexualmente maduros (Clark y Phillips, 1952; Mallicoate y Parrish, 1981).

### **II.2.3 El inicio del cardumen**

Todas las actividades en la vida de la anchoveta nortea (excepto para la etapa larval) tales como alimentación, evasión de depredadores, migración y reproducción, se conducen dentro de cardúmenes. Las larvas muestran signos de orientación paralela (uno de los índices usados para medir la formación de cardúmenes) cuando alcanzan entre 11 y 12 mm (aproximadamente 25 días de edad), el comportamiento queda claramente establecido al tiempo en que las larvas alcanzaron una longitud de 13 a 15 mm (Hunter y Coyne, 1982).

### **II.2.4 Depredación**

Las principales causas de mortalidad larval son la inanición y la depredación (Hunter, 1976). En las primeras etapas de desarrollo los peces sufren más grandes mortalidades que las etapas posteriores debido a las limitaciones en el suministro alimenticio, a la depredación y a una mayor sensibilidad a los cambios en las propiedades físicas y químicas del medio ambiente (Lagler *et al.*, 1977).

Entre los depredadores de la anchoveta se encuentran muy diversas especies de peces, Quetognatos, Sifonóforos, Condróforos, Medusas y Ctenóforos, crustáceos, moluscos, mamíferos marinos y aves, entre éstas el pelícano café (Baxter, 1967; Lillelund y Lasker, 1971; Alvarino, 1980; Anderson *et al.*, 1980). Se ha reportado canibalismo de las anchovetas adultas sobre sus propios huevos y larvas (Hunter y Kimbrell, 1981; MacCall, 1990), el cual puede ascender a aproximadamente un 28 % de la tasa de mortalidad total de

los huevos. La anchoveta adulta constituye casi el 13% de la dieta para el jurel *Seriola dorsalis* (Craig, 1960), el bonito *Sarda chiliensis* a tal punto se alimenta de anchoveta que las variaciones de su biomasa poblacional se encuentran íntimamente ligadas a las abundancias de *E. mordax* (Baxter, 1967); una situación similar ocurre para la macarela del Pacífico *Scomber japonicus* (Method, 1986).

### II.2.5 Alimentación

La mayoría de los peces marinos utilizan la vista como sistema de percepción y localización del alimento (Hunter, 1981); por lo cual, en general, la alimentación se realiza en los períodos de iluminación (Duka, 1969; Arthur, 1976). El tipo de alimento determina el crecimiento y la supervivencia de las larvas de peces (Lasker, 1975).

El inicio de la alimentación exógena sucede entre el cuarto y sexto día de edad; las partículas u organismos de los que se alimentan no pueden ser menores de 50 micras, para que puedan verlos, ni mayores de 90 micras, para que puedan ingerirlos (Lasker *et al.*, 1970; Hunter y Coyne, 1982). En condiciones de alta densidad de alimento la larva se alimenta todo el día; después de la absorción del saco vitelino la larva requiere hasta 37 veces la densidad de alimento de una larva de mayor edad; por lo que es justamente después de la absorción del vitelo cuando las larvas son más vulnerables a la muerte por inanición que en cualquier otro tiempo durante la etapa larval (Hunter, 1972).

Las anchovetas son omnívoras, alimentándose principalmente de zooplancton, especialmente copépodos y eufásidos y, en mucha menor extensión, de fitoplancton; los copépodos son el grupo zooplanctónico generalmente utilizado a lo largo de su desarrollo larval (Arthur, 1976; Hunter, 1981). Las larvas se alimentan de dinoflagelados sin armadura como *Gymnodinium splendens*, además de pequeños crustáceos como *Artemia salina*,

eufásidos, isópodos, anfípodos, veligers de diversos moluscos, copépodos, así como de huevos y larvas diversos (Lasker *et al.*, 1970; Hunter, 1976; Hunter y Coyne, 1982). Los juveniles de anchoveta se alimentan principalmente por filtración, ocasionalmente de peces pequeños y presentan incluso cierto canibalismo; al igual que las larvas se alimentan principalmente durante el día (Hunter, 1976).

El tamaño de las partículas de alimento ingeridas por las larvas de peces constituyen un factor crítico al inicio de su alimentación, el mínimo utilizado como fuente de alimento se encuentra alrededor de las 45 micras de diámetro (Lasker, 1975; Scura y Jerde, 1977; Hunter, 1981). La única restricción del tamaño máximo de presa que puede ser consumida aparentemente está dada por el tamaño de la boca (Hunter, 1976) Más de un 70 % del alimento encontrado en el contenido estomacal de *E. mordax* se encuentra entre 60-80 micras de diámetro (Lasker, 1975).

La concentración mínima de alimento requerida por las larvas de peces para sobrevivir es controversial (Rodríguez, 1983). El éxito al inicio de la primera alimentación depende en gran parte de una densidad de alimento lo suficientemente elevada para compensar la baja eficiencia de captura de las larvas; mientras más elevada es la concentración de alimento más frecuentes son los intentos de alimentación de las larvas y, por lo tanto, mayor el éxito en la captura de alimento (Hunter, 1972; Lasker, 1975), pero la densidad de alimento requerida por las larvas de peces disminuye con la edad (Hunter, 1972; Lasker, 1975).

La importancia de parches de microplancton es considerada como central en la ecología alimenticia de estadíos larvales de peces marinos; las concentraciones de alimento en estos parches es de uno a tres órdenes de magnitud por arriba de las densidades

promedio encontradas en el océano (Hunter, 1972; Lasker, 1975). Sin embargo, varias especies de larvas de peces pueden obtener suficiente alimento sin necesidad de utilizar parches de microplancton (Houde, 1978).

### **II.3 ESTIMACIONES DE ABUNDANCIA Y BIOMASA**

En el estudio de las pesquerías, la estimación de la abundancia de un stock es importante como un medio para estimar otros parámetros poblacionales, tales como supervivencia y producción; en algunos casos se requieren estimados de abundancia absoluta, en otros es suficiente el obtener estimados de abundancia relativa; el índice más comúnmente usado de abundancia relativa en estudios pesqueros es la captura por unidad de esfuerzo (CPUE), el supuesto básico es que los cambios en éste reflejan en forma precisa los cambios en la abundancia de peces en el stock (Quinn y Deriso, 1999; King, 1995; Hilborn y Walters, 1992).

Entre los procedimientos usados para estimar abundancia absoluta se tiene a las cuentas parciales, procedimiento que estima la abundancia absoluta mediante el conteo de pequeñas partes (o unidades de muestreo) de la población; una variante de este procedimiento es el método del "área de barrido", aplicable para la pesca con red barreadera; otros procedimientos para estimar el tamaño del stock son el llamado método de Petersen (experimento de marcado-recaptura), el método de agotamiento del stock en el cual se supone que la CPUE es proporcional al tamaño del stock y se busca reducir drásticamente este índice en un corto tiempo durante el cual se ignoran el reclutamiento, la migración y la mortalidad natural (King, 1995; Hilborn y Walters, 1992). Las técnicas acústicas que involucran el uso de ecosondas o sonares para estimar las dimensiones y densidades de los

stocks de peces, las ecoseñales se integran para obtener un estimado de la biomasa total de los peces (King *op. cit.*).

Los métodos de producción de huevos y los censos larvales se usan también para estimar la biomasa del stock. La biomasa de anchoveta ha sido estimada principalmente por el método de los censos larvales (Smith, 1972; Stauffer y Parker, 1980; Stauffer y Picquelle, 1981; Cotero-Altamirano, 2000), el cual supone una constante de proporcionalidad entre la abundancia larval y la abundancia de la biomasa desovante y por el método de la producción de huevos (Parker, 1980; Stauffer y Picquelle, 1981; Picquelle y Hewitt, 1983), el cual mide e incorpora variabilidad en el parámetro de proporcionalidad entre las abundancias de huevos y biomasa desovante.

El método de la producción diaria de huevos (MPDH) define la biomasa desovante como el cociente de la producción diaria de huevos en el mar y la fecundidad diaria de la población (Parker, 1980). Es indispensable evaluar los parámetros de los adultos (peso de las hembras, fecundidad, fracción de hembras desovantes) siempre que se quiera evaluar el tamaño de la población, ya que éstos varían año con año y producen un gran efecto en este método (Cotero-Altamirano, 2000).

El método de censo larval define la biomasa desovante proporcional al promedio trimestral del stock de larvas presente, resumido sobre los cuatro trimestres del año, y supone un producto reproductivo trimestral (por tonelada de desovantes) constante, así como una supervivencia constante de los juveniles (Smith, 1972).

Las abundancias de los huevos y larvas de anchoveta *E. mordax* han sido monitoreadas sistemáticamente desde 1951 por el programa CalCOFI. La abundancia total de larvas ha variado unas 30 veces desde que empezaron las observaciones hasta inicios de

los años ochenta; estos cambios han estado acompañados por grandes cambios en su distribución geográfica, así como por cambios en la densidad comúnmente ocupada en las localidades (MacCall, 1990). Un índice estimado por Lo (1985) de la producción diaria de huevos de anchoveta varió 1000 veces en el mismo período.

## II.4 LA PESQUERÍA DE ANCHOVETA NORTEÑA

### II.4.1 La captura y su destino

Desde principios del siglo XX, la anchoveta norteña ha sido objeto de pesca en la costa occidental de Norteamérica; las estadísticas de captura del estado de California, E.U., reportan desembarcos desde 1916 (Baxter, 1967; Jacobson *et al.*, 1995). Hasta la década de los años sesenta, la principal utilidad que se le daba a este recurso era como carnada para la pesca deportiva (Pedrín-Osuna *et al.*, 1993 ; Jacobson *op. cit.*).

En nuestro país, la pesquería de anchoveta inicia a partir de 1962. Sin embargo, en el período 1962-1972, existe una gran deficiencia en la captación de la información apropiada, por lo que existe una incertidumbre del uso económico que se le dió al recurso en ese período. De 1973 a 1977 se registra un período de crecimiento intensivo de la pesquería; las capturas se incrementan notablemente, dedicándose en más de un 90% a reducción, con cantidades insignificantes destinadas a consumo humano. Es en el puerto de Ensenada, Baja California, en donde se industrializa la mayor parte de la producción y en donde se desembarcan del 99.7% al 100% de las capturas nacionales (Secretaría de Pesca, 1987).

De acuerdo a Flores (1970), la utilización de la anchoveta en la elaboración de harina de pescado se inició en Ensenada en 1964, ante la escasez de la sardina (*Sardinops sagax caeruleus*). La expansión de la pesquería mexicana de anchoveta se inicia luego del

desplome que sufre la peruana a inicios de los años setenta, la que satisfacía la mayor parte de la demanda mundial de harina de pescado (Pedrín-Osuna *et al.*, 1993).

Aunque las estadísticas de Pesca reportan datos de capturas desde 1965 (Fomento Pesquero) es a partir de 1974 cuando se intensifica su explotación y el gobierno mexicano inicia un programa de estímulo para la explotación de esta especie. Desde este año y hasta 1979, la pesquería presenta un crecimiento sostenido con un promedio anual de captura de 86,029 ton. (Depto. de Pesca, 1979; Pedrín-Osuna *et al.*, 1993).

Según los registros de la Secretaría de Pesca, las capturas anuales de anchoveta en Baja California aumentaron considerablemente desde 1976, hasta que en 1981 se obtuvo una captura máxima de 366,969 toneladas métricas (en peso vivo), correspondiendo a aproximadamente un 30% de la captura total para el litoral del Pacífico Centro-Oriental mexicano (Vázquez-Córdova y Siri-Chiesa, 1989); para ese año se registraron 258,745 toneladas en peso desembarcado (García-Franco *et al.* 1995). A partir de 1981, la pesquería de anchoveta se practica únicamente en nuestro país y se inicia la declinación de ésta, enfrentando en los últimos años una situación de baja disponibilidad del recurso (Pedrín-Osuna *et al.*, 1993; García-Franco *et al.*, 2000).

Durante la década de los ochentas el promedio anual osciló alrededor de las 100,000 toneladas, para desplomarse las capturas menores de 5000 ton en los noventas. (García-Franco *et al.*, 2000). Es en el año de 1990 cuando las capturas caen a su nivel más bajo, con tan solo 99 toneladas, presentando una leve recuperación en el año de 1995 (17,772 ton.), para volver a caer al año siguiente (García-Franco *et al.*, 1998). En la Figura 4 se muestran las zonas de pesca de anchoveta en la costa occidental de Baja California, tomada de García-Franco *et al.* (1995).

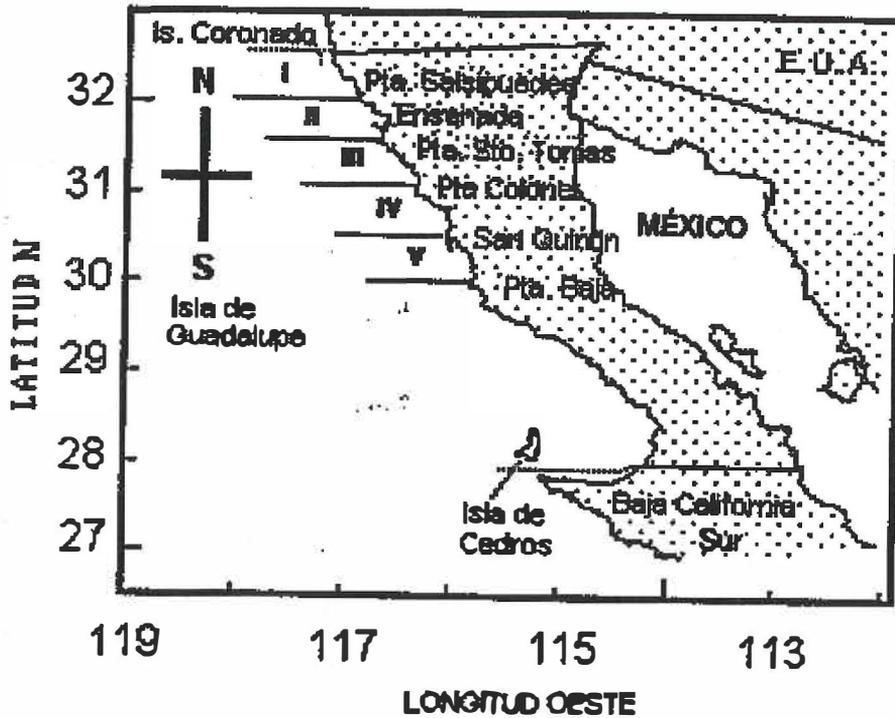


Figura 4.- Zonas de captura de anchoveta en la costa occidental de Baja California. (tomado de García-Franco *et al.*, 1995)

#### II.4.2 Composición de las capturas

Los estudios de la composición por edades del período de 1974 a 1981, reflejan que la población se componía de hasta 5 clases de edad siendo los grupos de 1 y 2 años los más importantes; a partir de 1982 y hasta 1988 se observa una contracción en el número de clases de edad, siendo el grupo de 1 año el más dominante; después de 1989 predomina el grupo de 0 años de edad (Pedrín Osuna *et al.*, 1993)

La composición por tallas de las capturas de anchoveta en la costa occidental de Baja California para 15 temporadas de pesca (1975- 1988) mostró una tendencia general

muy clara al señalar que la pesquería dependía cada vez más del éxito del reclutamiento García-Franco *et al.* (1989). La captura se sustentó cada vez más en individuos juveniles con proporciones mayores al 40% para los últimos años, antes de que la pesquería de anchoveta cayera en forma dramática en el año de 1990, representando solo un 0.2% de la captura de pelágicos menores para ese año (García-Franco *et al.*, 1991).

#### **II.4.3 Regulación de la pesquería**

A mediados del año de 1987 se reúnen los actores involucrados en la pesquería de anchoveta de la costa occidental de Baja California: los productores (sección Sardin-Anchovetera de la Cámara Nacional de la Industria Pesquera) y los administradores públicos e investigadores de la Secretaría de Pesca y del Instituto Nacional de la Pesca, con el fin de elaborar lineamientos generales para definir criterios de regulación de la pesquería. Lo anterior conduce al establecimiento de normas regulatorias, las cuales se expresan en el "Acuerdo que regula la explotación de la anchoveta (*Engraulis mordax mordax*) en aguas del Océano Pacífico"; éste apareció en el Diario Oficial de la Federación del 23 de septiembre de 1987 y, fundamentalmente, establece una Talla Mínima de Captura de 100 milímetros de longitud patrón, una Temporada de Pesca (SEPESCA y SEDUE la precisaron para el período comprendido del 1 de abril al 31 de noviembre) y Dimensionamiento de la Flota considerando como máximo el promedio (4, 554 toneladas de capacidad de acarreo) de las dimensiones ejercidas en las temporadas 1985, 1986 y 1987 (González-Dávila, 1988).

#### II.4.4 Estudios previos

En el año de 1973 se inicia, en Baja California, un programa multidisciplinario para el estudio de la población de anchoveta; éste, evolucionó de manera paralela al desarrollo de la pesquería (Villamar *et al.*, 1979). A partir de éste, la estrategia de explotación de la pesquería descansó fundamentalmente en modelos de tipo logístico utilizando el criterio de máxima producción sostenible MSY (Radovich y MacCall, 1979; Villamar *et al.*, 1979; Escudero, 1984; González-Dávila, 1988 y García-Franco *et al.*, 1991),

También se han hecho otros estudios con modelos de series de tiempo de tipo Box-Jenkins (Escudero *op. cit.*, Dommowitz, 1982; Lelevier y Peña, 1983). Echavarría *et al.* (1996) presenta un análisis retrospectivo de la pesquería basándose en el esquema teórico discutido en Reed y Echavarría (1992).

#### II.5 FACTORES AMBIENTALES

Los stocks de peces han aparecido y desaparecido en el pasado y los pescadores le han dado crédito o han culpado al estado del tiempo (Cushing, 1982).

Las fluctuaciones observadas en los stocks de peces pelágicos menores de regiones ampliamente separadas, que ocurren casi simultáneamente, apoyan la hipótesis de que éstas son algunas veces influenciadas por el clima que opera a escala global; los cambios en la circulación a escala de los giros parecen ser los principales factores en el clima decadal (Schwartzlose *et al.*, 1999).

##### II.5.1 El estado del tiempo y el clima

El estado del tiempo es el estado de la atmósfera en un lugar particular durante un corto período de tiempo. Este involucra fenómenos atmosféricos tales como temperatura, humedad, precipitación, presión del aire, viento y cubrimiento por nubes (Enciclopedia

Britannica, 1998). La idea de clima se ha ampliado en los años recientes; para los especialistas, éste implica un ensamble que trasciende la simple noción de estado del tiempo promedio; el clima es ahora percibido como parte de un sistema mayor que incluye no únicamente a la atmósfera, sino también la hidrósfera, la litósfera, la biósfera y factores extraterrestres como el sol (Enciclopedia Britannica, 1998).

### **II.5.2.- Efecto de la variabilidad ambiental sobre los océanos y las pesquería**

El estado del tiempo, a través de sus efectos en el océano, afecta el comportamiento de los peces, su agregación, dispersión y migración vertical y horizontal. Los efectos más pronunciados sobre los océanos son aquellos causados por vientos y por corrientes (componente del viento); también, el calentamiento y enfriamiento de la capa superficial de los océanos, así como el intercambio de calor y humedad entre el mar y el aire son influenciados por los vientos. La luz, la cual es dependiente del cubrimiento de nubes, entre otros factores, puede también afectar la distribución de los peces con la profundidad, especialmente a especies que efectúan migraciones verticales diurnas (Laevastu, 1993).

En los años recientes se han estudiado las fluctuaciones en la producción de algunos stocks de peces asociadas con las tendencias climáticas en el Pacífico Norte (Beamish *et al.*, 1999; Beamish *et al.*, 1997; Clark *et al.*, 1999; Hare y Francis, 1995; Hare *et al.*, 1999). Estudios en la dinámica del plancton (Brodeur y Ware, 1992; Roemmich y McGowan, 1995) han proveído evidencia para la fuerte liga entre los cambios climáticos de escala decadal y la producción de las poblaciones de peces en los grandes ecosistemas oceánicos del Pacífico NE. Las fluctuaciones en la abundancia del salmón del Pacífico han mostrado corresponder a cambios en la abundancia del macrozooplancton (Brodeur y Ware, 1992;

Sugimoto y Tadokoro, 1997) que pueden estar ligados a cambios físicos en el océano (Lagerloef, 1995).

Las correlaciones de las estimaciones de abundancia del reclutamiento con las variables ambientales oceánicas y sus anomalías han sido frecuentemente usadas por investigadores interesados en los efectos de los cambios climáticos sobre los stocks de peces, pero estas correlaciones dependen mucho de la estimación de la tasa de mortalidad natural ( $M$ ) usada en el análisis de poblaciones virtuales y la estimación de  $M$  es casi siempre incierta (Lapointe y Peterman, 1991).

Las capturas y otros índices de abundancia, en escalas de tiempo de 30-100 años, proveen de un eslabón entre los estudios de reclutamiento de corto plazo y los estudios de largo plazo de depósito de escamas; los datos de escala temporal de décadas han sido más útiles en documentar los cambios en la productividad decadales (Spencer y Collie, 1997).

### **II.5.3 Variaciones en el zooplancton**

Las relaciones entre el clima oceánico costero y los peces son complejas y frecuentemente no-lineales (Cury and Roy, 1989; Mann, 1993); lo cual se debe a que la principal conexión que media entre ellos, las presas planctónicas, son influidas por un arreglo de procesos oceanográficos y medioambientales que operan en numerosas escalas temporales. La biología del plancton y su producción son grandemente afectados por procesos y cambios en las capas superficiales causados por el estado del tiempo, los cuales a su vez podrían afectar los stocks de peces ocasionando variación en las capturas (Laevastu, 1993).

Se ha encontrado variabilidad interanual y de largo plazo en la producción del plancton costero (Robinson, 1994), e identificado patrones que en primera instancia están determinados por la dinámica en el inicio e intensidad de la surgencia costera. La producción de zooplancton, en un período de semanas, puede ser positivamente promovida por las surgencias dado que el crecimiento del fitoplancton está ligado a los ingresos a la capa superficial del océano de nitratos subsuperficiales (Legendre, 1990). Las características de la surgencia costera en el Pacífico Noreste, a su vez, son forzadas a cambiar y están acopladas a condiciones atmosféricas de gran escala, particularmente a los sistemas de baja presión de las Aleutianas y alta presión del Pacífico (Bakun, 1990).

En el dominio de la surgencia costera del Pacífico NE, que se extiende desde las costas de la isla de Vancouver hasta las costas de Baja California (Francis *et al.*, 1998), la biomasa del macrozooplancton ha decrecido hasta en un 70 % entre el inicio de los años 1950s y el inicio de los años 1990s (Roemmich y McGowan, 1995). Wickett (1967) encontró que una de las principales causas de la variación de zooplancton, después de la bifurcación de la Corriente Subártica en las Corrientes de California y de Alaska, es el cambio en la proporción del agua superficial manejada por los vientos que es barrida hacia el Sur, escapando de la circulación subártica. La implicación es que los nutrientes y el zooplancton son llevados en las aguas superficiales y que los vientos superficiales, los cuales favorecen un alto “escape” de las aguas subárticas a la Corriente de California, incrementarán la producción de zooplancton en esa región y la decrementarán en la región de la corriente de Alaska.

#### **II.5.4 Posible relación entre la variabilidad del zooplancton y pelágicos menores**

Los dos mecanismos que pueden sustentar grandes cambios en la abundancia de las poblaciones de sardina y anchoveta, sobre largos períodos, son el alimento y la temperatura (Schwaertzlose, *et al.*, 1999). De acuerdo a Van der Lingen (1994, 1998), aunque la sardina utiliza fitoplancton en una mayor extensión que la anchoveta, ambas especies son principalmente carnívoras. Sin embargo, son relativamente distintas con respecto a su utilización del zooplancton; la sardina obtiene la mayor parte de su ingesta dietética de zooplancton pequeño que es capturado por filtroalimentación (Van der Lingen 1994, 1995), mientras que la anchoveta obtiene la mayor parte de su alimento de zooplancton grande capturado por alimentación particulada (James, 1987). Estos resultados son consistentes en indicar que la sardina se alimenta de organismos más pequeños y está más cercana a la base de la cadena alimenticia que la anchoveta (Konchina, 1991). Por lo tanto, cualquier cambio en la estructura de talla del zooplancton puede iniciar un cambio de régimen (Schwaertzlose *et al.*, 1999).

#### **II.5.5 El concepto de régimen y los cambios de régimen**

Las tendencias persistentes (comportamiento característico) en la dinámica de las poblaciones de peces o en las condiciones océano-clima se han llamado “régimen” (Namias 1953; Lluch-Belda *et al.*, 1989; Graham, 1994; Steele, 1996). Beamish *et al.* (1999) definen este concepto como un período de patrones ligados de reclutamiento en las poblaciones de peces o como promedios estables en las series de datos físicos y un cambio de régimen es un cambio sincronizado en estas variables. Un régimen dura una década o más, mientras que el cambio de régimen ocurre más o menos en un año (Hare y Mantua, **In Press**).

Las variaciones poblacionales recientes de gran amplitud de escala interdecadal en algunos de los stocks pesqueros más grandes del mundo han exhibido un grado notable de sincronía global, la cual ha sido difícil de atribuir a la pesca o a otras intervenciones humanas directas (Lluch-Cota *et al.*, 1997). Se ha propuesto que las capturas de los stocks de sardina y anchoveta alrededor del mundo exhiben cambios de régimen de gran amplitud, aunque los mecanismos que gobiernan tales cambios no se han elucidado (Lluch-Belda *et al.*, 1989).

La investigación climatológica reciente ha proporcionado una probable explicación de los cambios en los ecosistemas del Pacífico Norte, como un resultado directo o indirecto de los cambios abruptos en el clima atmósfera-océano (Clark *et al.*, 1999; Francis *et al.*, 1998). Durante el siglo XX parece que han ocurrido cuatro cambios de régimen interdecadales en el sistema acoplado océano-atmósfera del Pacífico Norte: 1900-1924, 1925-1946, 1947-1976, 1977-al presente (Francis, *et al.*, 1998). Se acepta que el evento más reciente ocurrió en el invierno de 1976-1977 (Clark *et al.*, 1999; Beamish, *et al.*, 1999; Sugimoto y Tadokoro, 1998; Francis y Hare, 1994; Miller *et al.*, 1994). Sin embargo, Hare y Mantua (**In Press**) reproducen los hechos previamente documentados del cambio de régimen de 1977 e identifican un cambio en 1989 en algunos componentes del ecosistema del Pacífico Norte; aclaran que los cambios en 1989 no son tan penetrantes como los cambios de 1977, ni son un simple retorno a las condiciones previas de 1977 y que es un hecho notable la relativa claridad que se encuentra en los registros biológicos en el cambio de régimen de 1989, lo cual contrasta con la falta relativa de cambios claros en los índices climáticos para el Pacífico.

## II.5.6 Modos distintos de variabilidad ambiental

### El Niño-Oscilación del Sur

Durante la década de 1920 G.T. Walker identificó lo que llamó la Oscilación del Sur, asociada con una condición en la cual el sistema de alta presión en el Pacífico Sureste ocurre en conjunción con el sistema de baja presión sobre la región Indo-Australiana; esta diferencia de presión disminuye cuando los vientos Alisios disminuyen ocasionando un incremento en la temperatura de las aguas superficiales del Pacífico del Este, así como el flujo de la Contracorriente Ecuatorial; el período promedio de esta oscilación es de tres años, pero va de 2 a 10 años (Thurman, 1997). Por otra parte, los pescadores de las costas de Perú conocían que un influjo de agua caliente, que llegaba cada pocos años, podría resultar en una reducida población de anchoveta; este fenómeno usualmente ocurría alrededor de navidad por lo que le dieron el nombre de El Niño (Thurman, 1997). Actualmente, El Niño y la Oscilación del Sur forman el complejo fenómeno global ENSO (por sus siglas en inglés); el Niño es la componente oceánica mientras que la Oscilación del Sur es la parte atmosférica en el sistema acoplado océano-atmósfera (Schwartzlose *et al.*, 1999).

La fuente primaria de variabilidad interanual es El Niño; la variabilidad ENSO es probablemente el mecanismo mejor conocido de variabilidad climática global (Chavez *et al.*, 1999; Schwartzlose *et al.*, 1999) con grandes efectos sobre los ecosistemas marinos; observándose una elevación de la temperatura superficial y del nivel del mar, profundización de la capa de mezcla y hundimiento de la termoclina/nutriclina por más de 50 m., grandes caídas en la productividad primaria y de la producción en todos los niveles

tróficos (Barber y Chavez, 1983; Fiedler *et al.*, 1984, 1986; Cucalon y Mariduena, 1989; Lluich-Cota *et al.*, 1997; Chavez *et al.*, 1999; McPhaden, 1999).

El Índice de la Oscilación del Sur sugiere que han ocurrido eventos ENSO importantes en los períodos 1911-1912, 1918-1919, 1925-1926, 1940-1941, 1957-1958, 1972-1973, 1982-1983, 1992-1993 y 1997-1998 (Schwartzlose *et al.*, 1999).

Un gran decremento en la biomasa del macrozooplancton ha acompañado los eventos ENSO (Chelton *et al.*, 1982, Roesler y Chelton 1987; Lynn *et al.*, 1998); la respuesta de las especies particulares a El Niño depende de las afinidades con las masas de agua, con especies usualmente distribuidas en latitudes bajas reemplazando a algunas especies endémicas (Lavaniegos *et al.*, In Press).

El evento ENSO 1982-1983 fue muy intenso, fue anómalo ya que inicialmente estaba confinado al Pacífico tropical central y del Oeste y más tarde se extendió hacia el Este (Thurman, 1997). El evento ENSO de 1992-1993 produjo modificaciones en el estado del tiempo similares al evento de 1982-1983 (Thurman, 1997; Kerr, 1998; McPhaden, 1999); fue fuerte pero corto. Durante El Niño 1997-98 sin embargo los valores de los volúmenes desplazados de zooplancton para la región de Baja California estuvieron cercanos a la media histórica (Lavaniegos *et al.*, 1998); la biomasa del fitoplancton para la región del Sur de California fue típica de la serie de tiempo de 1984-1997, sugiriendo poco efecto (Lavaniegos *et al.*, In Press). Algunos autores consideran al Niño de 1982-83 como el más fuerte que se ha registrado (Wang y Weisberg, 2000).

### **Variabilidad ambiental de mediano y largo plazo**

Los cambios climáticos decadales pueden ser explicados mayormente por variaciones en la circulación a escala de los giros (Simpson, 1992; Ware, 1995; Francis *et*

*al.*, 1998; Schwartzlose *et al.*, 1999; Linsley *et al.*, 2000). Mantua *et al.* (1997) acuñó el término “Pacific Decadal Oscillation” (PDO) para describir la variabilidad climática interdecadal como un fenómeno ENSO de larga duración. Linsley *et al.* (2000) describen el PDO como un patrón recurrente de variabilidad océano-atmósfera en el cual el giro central se enfría al mismo tiempo que el margen Este, en latitudes medias, se calienta o viceversa. Algunos trabajos (Venrick *et al.*, 1987; Roemmich y McGowan, 1995; Francis *et al.*, 1994, 1998) sugieren que la respuesta marina ecológica a los cambios ambientales relacionados al PDO inician en la base de la cadena alimenticia, con el fitoplancton y el zooplancton y ascienden hacia los niveles superiores, hasta los depredadores tope como el salmón.

Algunos estudios sugieren que esta variabilidad decadal puede originarse en los subtropicos del Pacífico Norte a través de interacciones inestables océano-atmósfera (Latif y Barnett, 1994; Graham, 1994), mientras que otros estudios sugieren que el forzamiento tropical ENSO juega un rol clave (Miller *et al.*, 1994; Wooster y Hollowed, 1995; Zhang *et al.*, 1997).

### **II.5.7 Posibles causas de la variabilidad en el sistema océano-atmósfera**

Los cambios en la constante solar han sido por lo menos un contribuyente significativo en la elevación de la temperatura global desde fines del siglo XVII y posiblemente en las variaciones climáticas en escala de centurias (Baliunas y Jastow, 1993; Reid, 1995), aunque su contribución al cambio climático más reciente permanece especulativo y controversial hasta la actualidad (Landscheidt, 1999); la situación permanece indecisa respecto a efectos de más corto tiempo, desde el ciclo solar magnético de 11 años hasta escalas de estado del tiempo (Reid, 1995). Las diferencias entre subsecuentes eventos El Niño han tendido a ocurrir entre épocas de alta y baja actividad

solar; cuando la constante solar es alta, parece que los eventos fuertes vuelven a repetirse en intervalos de 12-13 años, mientras que probablemente dominan intervalos de 8-9 años durante periodos de baja actividad solar (Schwartzlose *et al.*, 1999).

### III. MARCO TEÓRICO CONCEPTUAL

#### III.1. MODELOS EN PESQUERÍAS

Un modelo puede definirse como una descripción consistente que enfatiza ciertos aspectos del sistema investigado, aquellos requeridos para entender su funcionamiento. Puede consistir de un texto o de una gráfica que muestre las interrelaciones de los distintos componentes del sistema, o de ecuaciones cuyos parámetros describan los estados y las razones de cambio de los elementos del modelo (Christensen y Pauly, 1993).

Los modelos matemáticos pueden clasificarse por su carácter predictivo: pueden ser determinísticos cuando permiten conocer sin ambigüedad el valor que a un tiempo determinado tomarán las funciones que los definen o estocásticos cuando sólo es posible conocer la probabilidad asociada al evento que dichos valores presenten. Pueden clasificarse también como modelos de simulación, los cuales son modelos dinámicos que constituyen una representación del sistema, en la cual se sigue a través del tiempo el comportamiento interactivo de los principales componentes del sistema en cuestión y los modelos de "estado estable", en los cuales no aparece la variable tiempo. Estos últimos describen los estados y razones promedio dentro de un cierto período de tiempo en el que se supone que son válidos los valores considerados de los componentes del sistema. Los modelos pueden ser continuos o discretos; continuos cuando permiten conocer las predicciones respectivas a cualquier tiempo y discretos cuando sólo es posible conocer sus predicciones sobre una sucesión particular de valores temporales.

De acuerdo a Xiao (2000), los modelos para estimar un stock pesquero son de cuatro tipos: modelos sencillos de producción, modelos tipo Deriso, modelos de agotamiento y modelos dependientes de la edad (incluyendo los procedimientos de

estimación dependientes de la edad, tal como Análisis de Población Virtual). Los modelos sencillos de producción y los de agotamiento son derivados de supuestos directos acerca de la dinámica de la biomasa total (o número total) de una población de peces y relacionan esta biomasa total o número total actual a sus valores previos; estos modelos son conceptualmente simples (aunque no necesariamente simples biológica o matemáticamente), generalmente no pueden capturar ciertas características dependientes de la edad de una población de peces. Los modelos de producción dependientes de la edad parecen ser representaciones más generales de la dinámica de una población, pero usualmente tienen muchos parámetros para ser estimados o especificados.

### **III.1.1 Los modelos de producción**

El enfoque de "producción excedente" típicamente se centra sobre una sola variable, la biomasa del stock. Los modelos con una sola variable son, algunas veces, llamados modelos de variables agrupadas; estos modelos también se han denominado "modelos de la dinámica de la biomasa" ya que consideran únicamente a la biomasa como un indicador del tamaño de la población, ignorando la estructura de edades y no considerando explícitamente el crecimiento, el reclutamiento o la vulnerabilidad diferencial al equipo de pesca; generalmente son variaciones del modelo logístico tradicional y son usados ampliamente en el manejo de pesquerías (Hilborn y Walters, 1992).

Los modelos de producción fueron introducidos por M.B. Schaefer en 1954 (Schaefer, 1954). Muchos biólogos pesqueros consideran que son débiles sustitutos de los métodos de análisis que incluyen estructuración por edades. Prefieren utilizar metodologías como el análisis de la captura por grupos de edad o bien el llamado análisis de poblaciones virtuales. El escepticismo asociado con el uso de los modelos de producción se explica, en

gran medida, porque en ocasiones uno de sus principales derivados (el concepto de máximo rendimiento sostenible) ha dado resultados incongruentes al estimar el esfuerzo que teóricamente proporcionará el máximo rendimiento asociado a la explotación, considerando la conservación intergeneracional del recurso (Hilborn y Walters, 1992). De acuerdo a Hilborn (1979), las fallas predictivas en un modelo de producción no se derivan de la ausencia de estructuración por edades o de retrasos en la variable temporal, más bien se deben a la pésima calidad de los datos que en muchas ocasiones no reflejan claramente la influencia del esfuerzo pesquero sobre el nivel de biomasa.

La mejor defensa de los modelos de producción corresponde a su uso sostenido como un elemento de análisis complementario, cuando se tiene la posibilidad de establecer estudios más complejos. Esto se refleja en los estudios realizados por organismos como la Convención Internacional para la Conservación de los Atunes del Atlántico (ICCAT) y la Comisión Internacional de Atún Tropical (IATTC), que fundamentan a nivel empírico la permanencia de los modelos de producción. A un nivel teórico, Ludwig y Walters (1985) han señalado que los modelos de producción han demostrado grandes ventajas, debido a que en un gran número de situaciones proporcionan mejores estimaciones de los parámetros inherentes al manejo de una pesquería, que aquellos que se obtienen mediante el uso de modelos con estructuración por edades.

Los modelos de producción permitieron el surgimiento de la bioeconomía matemática introducida por Clark (1976), la cual generaliza el concepto de máximo rendimiento sustentable en términos del efecto intergeneracional atribuible a la tasa de descuento (Clark, 1976, 1990).

### III.1.2 El concepto de producción excedente

Gran parte de la dinámica de una población de peces se centra en la cosecha. Dada la productividad latente de una población, definida como la tasa instantánea de producción de biomasa en ausencia de pesca (Quinn y Deriso, 1999), es de interés determinar cuál es la producción excedente disponible para la cosecha, después del reaprovisionamiento de la población a través del reclutamiento, del crecimiento de los peces y de la disminución de ésta a través de la mortalidad natural.

En presencia de pesca, la tasa instantánea de cambio de la biomasa  $\frac{dB}{dt}$  (también llamada productividad neta) es igual a la productividad latente  $\frac{dP}{dt}$  (definida como la tasa instantánea de producción de biomasa en ausencia de pesca) menos la tasa de acumulación de la producción  $\frac{dY}{dt}$ , entendiéndose esta última como el peso total de los peces cosechados; lo anterior puede ser descrito mediante la ecuación

$$\frac{dB}{dt} = \frac{dP}{dt} - \frac{dY}{dt}$$

Esta relación fundamental fue derivada por Fletcher (1978); la ecuación establece que la biomasa se incrementa cuando la productividad latente excede la tasa de producción (cosecha) y viceversa.

El primer ejemplo de productividad latente (el modelo Graham-Shaefer) se derivó de la ley logística de crecimiento y ha sido explorado por Graham (1935), Shaefer (1954), Ricker (1975), Fletcher (1978) y Gulland (1983). Una generalización de este modelo fue desarrollada por Pella y Tomlinson (1969). Fletcher (1978) efectuó una reparametrización

de este modelo generalizado, expresando dos de los tres parámetros del modelo en forma idéntica a aquellos del modelo de Graham-Shaefer.

### III.1.3 El modelo de Gompertz-Fox

El modelo de Gompertz-Fox es un caso especial del modelo de Pella-Tomlinson, y se obtiene como una forma límite de la ecuación

$$\frac{dP}{dt} = \gamma m \left( \frac{B}{B_\infty} \right) - \gamma m \left( \frac{B}{B_\infty} \right)^n,$$

cuando  $n \rightarrow 1$  (Quinn y Deriso, 1999).

donde  $\frac{dP}{dt}$  es la productividad latente de la población y  $B$  es la biomasa del stock;  $n$  es un

parámetro que controla la forma de la relación entre  $\frac{dP}{dt}$  y  $B$  (cuando  $n=2$  se tiene el

modelo de Shaefer);  $\gamma = \frac{n^{n/(n-1)}}{(n-1)}$ , ( $\gamma$  es positiva cuando  $n > 1$  y negativa cuando  $0 < n < 1$ );  $m$

es la máxima productividad y  $B_\infty$  es el valor asintótico para la biomasa, equivalente a la capacidad de carga del sistema. Por lo que la ecuación diferencial resultante para la productividad latente, cuando  $n \rightarrow 1$ , es (Quinn y Deriso, 1999),

$$\frac{dP}{dt} = -em \frac{B}{B_\infty} \ln \left( \frac{B}{B_\infty} \right).$$

En presencia de pesca, la ecuación diferencial para la biomasa es

$$\frac{dB}{dt} = -em \frac{B}{B_\infty} \ln \left( \frac{B}{B_\infty} \right) - f(t)B,$$

donde  $e$  es la base de los logaritmos naturales y  $f(t)$  es la mortalidad por pesca.

La designación "Gompertz" se refiere al modelo general de crecimiento desarrollado por Gompertz, el cual es una curva de crecimiento sigmoideal del peso  $Y$  en función de la edad  $t$ , alternativa a la relación que se establece entre la ecuación alométrica peso-longitud y la ecuación de von Bertalanffy (que expresa el decrecimiento de la tasa de cambio de la longitud con la edad), descrita por la ecuación diferencial

$$\frac{dY}{dt} = \lambda e^{-\kappa t} Y, \quad \lambda > 0, \quad \kappa > 0,$$

con condiciones iniciales  $Y(0) = Y_0$ ; donde  $Y_0$  es el peso inicial del pez,  $\frac{dY}{dt}$  es la razón de cambio del peso respecto al tiempo,  $\kappa$  es un parámetro de crecimiento (similar al de la ecuación de von Bertalanffy),  $\lambda$  es un parámetro usado a manera de constante de proporcionalidad. De la anterior ecuación diferencial se desprende que la tasa de cambio por unidad de peso  $\frac{dY}{Y dt}$  declina exponencialmente como una función de la edad.

La solución de esta ecuación (Quinn y Deriso, 1999) es

$$Y(t) = Y_0 \exp\left[\frac{\lambda}{\kappa} (1 - e^{-\kappa t})\right].$$

A medida que  $t \rightarrow \infty$ ,  $Y(t)$  se aproxima a la asíntota

$$Y_\infty = Y_0 \exp\left(\frac{\lambda}{\kappa}\right),$$

donde  $Y_\infty$  es el valor que tenderá a tomar el  $Y$  a un tiempo (edad) muy grande; por lo que la solución puede escribirse en términos de la asíntota  $Y_\infty$  como

$$Y(t) = Y_\infty \exp\left(-\frac{\lambda}{\kappa} e^{-\kappa t}\right).$$

Una formulación alternativa para la ecuación diferencial que describe la curva de crecimiento de Gompertz, frecuentemente presentada, es la siguiente

$$\frac{dY}{dt} + \kappa Y \ln \frac{Y}{Y_{\infty}} = 0,$$

en la que

$$\ln \frac{Y(t)}{Y_{\infty}} = -\frac{\lambda}{\kappa} e^{-\kappa t},$$

la cual es una ecuación diferencial de primer orden no-lineal; por lo tanto la curva de crecimiento de Gompertz para individuos es idéntica al modelo de Gompertz-Fox para biomasa (Quinn y Deriso, 1999).

### III.1.4 El concepto de máximo rendimiento sostenible

El manejo de los recursos renovables ha estado basado, generalmente, en el concepto de máximo rendimiento sostenible (comunmente abreviado MSY, por sus siglas en inglés). Este concepto está basado en un modelo de crecimiento biológico, el modelo logístico, que supone que a un nivel de población menor que un cierto nivel  $K$  existe una producción excedente que puede ser cosechada a perpetuidad sin alterar el nivel del stock (Schaefer, 1954; Clark, 1976; Quinn y Deriso, 1999). Si la producción excedente no es cosechada, esto causa un incremento correspondiente en el nivel del stock, el cual finalmente se aproxima al valor asintótico  $K$  o capacidad de carga del medioambiente, en este punto la producción excedente es reducida a cero.

Puesto que la producción excedente es igual a la producción sostenible a cada nivel de la población, se sigue que MSY es alcanzado en el nivel de la población donde la producción excedente es la más grande (en el nivel donde se maximiza la tasa de crecimiento de la población). Para la mayoría de las poblaciones para las cuales este

modelo se ha aplicado, se ha encontrado que el MSY yace entre el 40 y el 60% de la capacidad de carga (Clark, 1976).

En los años recientes ha sido aparente que el concepto MSY es en muchos aspectos demasiado simplista para servir como un objetivo operacional válido en el manejo de los stocks de los recursos vivos (Anderson, 1975; Royce, 1975; Harville, 1975). Se han elevado objeciones, tanto sobre bases biológicas como socioeconómicas (Crutchfield, 1975; Radovich, 1975).

Clark (1976) establece que los defectos económicos del concepto MSY son aún más importantes que las objeciones de índole biológico. El concepto está claramente aplicado sólo a los beneficios de la explotación del recurso e ignora completamente el aspecto de costo de las consideraciones costo-beneficio (Crutchfield, 1975). Este defecto fundamental significa que el concepto MSY es virtualmente inútil para describir teorías de la explotación de recursos renovables (Clark, 1976), por lo que es extremadamente improbable que en cualquier caso particular una política de cosecha MSY resulte ser óptima en un sentido económico (Radovich, 1975). El concepto MSY se ha usado por años como criterio o guía del manejo de pesquerías; tal es el caso de la pesquería de la anchoveta norteña (García-Franco *et al.* 1989).

A diferencia del concepto de máxima producción sostenible, el concepto de manejo óptimo de recursos de Clark (1976, 1990) está basado en un criterio estándar costo-beneficio de maximizar el valor presente de los ingresos económicos netos derivados de la pesquería

## III.2 TEORÍA DE CONTROL ÓPTIMO

### III.2.1 Antecedentes

La teoría de Control Óptimo ha sido reconocida como una herramienta importante para la solución de problemas que ocurren en forma natural en diversos campos tales como medicina, dinámica, ecología, economía, producción de energía eléctrica y otros (Hocking, 1991).

Las técnicas de teoría de Control Óptimo, en particular el principio del máximo de Pontryagin (1962), son un resultado y una extensión de las técnicas clásicas variacionales de Euler, Lagrange, Legendre, Weierstrass, Hamilton y Jacobi (Craggs, 1975; Clark, 1990; Fleming y Rishel, 1975). Las condiciones necesarias para optimalidad para un problema de control fueron derivadas por Pontryagin, Boltyanskii y Gamkrelidze; éstas son conocidas comúnmente como "Principio de Pontryagin" (Fleming y Rishel, 1975).

La utilidad de las técnicas variacionales ha sido demostrada en el establecimiento del principio de Hamilton, la teoría de la relatividad general de Einstein y la ecuación de onda de Schrödinger (Simmons, 1972). La mayoría de los resultados relacionados con el establecimiento de condiciones suficientes para la optimalidad en un problema de control a tiempo continuo fueron establecidos antes de 1940 (Bliss, 1946).

Al inicio de la década de los cincuenta se formuló el principio de optimalidad. Su comunicación formal apareció en el tratado de Bellman sobre programación dinámica (Bellman, 1957). Aplicaciones al tratamiento de problemas de control automático motivaron el establecimiento en 1953 del principio del máximo por Pontryagin (Pontryagin, *et al.*, 1962). Puede afirmarse, sin lugar a duda, que en dicha década se desarrollaron los resultados fundamentales de la teoría del control óptimo. Se considera que

ésta aparece ya claramente delineada en los trabajos de D. Bushaw (1958), quien conjeturó el principio del control alternante (Bang-Bang) para problemas lineales. La conjetura de Bushaw fue demostrada poco después por J. P. La Salle en su ensayo sobre control óptimo a tiempo continuo (La Salle, 1960). La teoría del control óptimo es de la mayor utilidad para resolver los problemas deterministas en tiempo continuo.

Los problemas de control óptimo en ecología surgen en los casos donde las condiciones son complejas, situaciones tales como: restricciones sobre las variables de estado, de entrada y de control; sistemas estocásticos con parámetros que potencialmente varían con el tiempo, sistemas de gran escala con retardos en el tiempo, sistemas de múltiples entradas y salidas y sistemas de parámetros distribuidos (Cohen, 1987).

En pesquerías (Clark, 1990; Cohen, 1987) el problema del control óptimo a tiempo continuo se define especificando inicialmente un sistema dinámico que expresa la tasa de cambio de la biomasa explotada,  $x(t)$ , mediante el balance de los factores que determinan su crecimiento natural y el efecto asociado a los procesos de extracción; se supone que la explotación se lleva a cabo en un intervalo de tiempo, horizonte temporal, pudiendo ser éste finito o infinito. Se incluyen, generalmente, una condición inicial,  $x(0) = x_0$ , y una final,  $x(T) = x_T$ , sobre el nivel de biomasa,  $x(t)$ , en los extremos del intervalo de explotación, respectivamente. El sistema dinámico incluye una función de control,  $u(t)$ , perteneciente a un conjunto de admisibilidad,  $U$ , con una restricción sobre la variación de la función de control,  $U(u(t), t) = 0$ ; se puede incluir una restricción sobre variación de estado,  $B(x(t), t) = 0$ . Finalmente, se desea resolver el problema de obtener el máximo (o mínimo)

valor posible de una funcional definida en términos de la función de control,  $u(t)$ , la respuesta  $x(t)$  y la condición terminal para la biomasa del recurso (Clark, 1989, 1990).

El concepto económico común para reflejar el valor del tiempo es el llamado descuento (Beer, 1981). Según la teoría económica, el propietario de un stock de un determinado recurso debería estar motivado para seleccionar una estrategia de producción (tasa de captura) que maximizara su valor presente; es decir, la maximización del valor del stock descontado (Clark, 1989; Hannesson, 1993). De acuerdo a lo anterior, la funcional objetivo en el problema de control equivale al valor presente de los ingresos netos descontados derivados de la explotación del recurso (Clark, 1989; McKelvey, 1989).

La funcional objetivo puede expresarse en la forma

$$J\{u\} = \int_0^T g[x(t), t, u(t)] dt,$$

donde  $g(x, t, u)$  es una función dada continuamente diferenciable y  $x(t)$  denota la respuesta al control  $u(t)$ . El problema fundamental en teoría de Control Óptimo es determinar un control factible,  $u(t)$ , que maximice la funcional objetivo,  $J\{u\}$ , sujeta al sistema dinámico especificado y a la restricción para la variable de control. Tal control, si existe, es llamado un control óptimo (Craggs, 1975).

La solución al problema de control se encuentra mediante la aplicación del “principio del máximo” (Pontryagin *et al.*, 1962). La función de control óptimo que maximiza la funcional objetivo se denota mediante  $u^*(t)$ ; cuando ésta se utiliza en el sistema dinámico, la correspondiente función de biomasa se denota mediante  $x^*(t)$  y se conoce como respuesta óptima (Craggs, 1975).

Si en un problema de control se restringen los valores máximo y mínimo que puede tomar  $u(t)$ , esto es, si los controles están limitados, existe un subconjunto importante de  $U$  en el cual los controles varían tomando únicamente sus valores extremos; cualquier cambio en el valor del control es necesariamente repentino cuando éste cambia de un valor extremo al otro, tales controles se dice que son *bang-bang* (Craggs, 1975; Hocking, 1991).

Un caso importante dentro de la teoría del control óptimo es el denominado control singular; éste surge cuando la variable de control aparece linealmente tanto en la funcional objetivo como en el sistema dinámico (Hocking, 1991). En muchas situaciones de manejo de ecosistemas, específicamente en pesquerías, el problema de control singular se hace presente pues la variable de control aparece linealmente (Clark, 1990).

### **III.2.2 Planteamiento general del problema de control unidimensional a tiempo continuo**

El caso general del problema de control óptimo unidimensional a tiempo continuo, se define especificando un sistema dinámico que expresa la derivada con respecto al tiempo de una variable de interés,  $x(t)$ , en función de cantidades pertinentes. Se supone que la acción de control se lleva a cabo sobre un intervalo,  $[t_0, T]$ , con  $t_0 \geq 0$ , conociendo a  $T$  como extremo final del horizonte temporal de explotación, pudiendo éste ser finito o infinito. Sobre la variable  $x(t)$  se incluyen, generalmente, una condición inicial y una final en los extremos del intervalo  $[t_0, T]$ , respectivamente. Suele considerarse, además, algún tipo de restricción sobre la variación de  $x(t)$ . Este tipo de restricciones se conocen como restricciones de variación de estado.

El sistema dinámico incluye una función de control,  $u(t)$ , que pertenece a una colección particular,  $U$ , conocida como conjunto de admisibilidad. Cada caracterización de  $u(t)$  determina las propiedades de la solución  $x(t)$ . En este sentido,  $x(t)$  se denomina respuesta a una acción de control  $u(t)$ . Usualmente el conjunto de funciones  $U$  es definido por propiedades de continuidad y diferenciabilidad en conjunción con alguna restricción sobre la variación de la función de control. Por lo general, las restricciones sobre la variación de  $x(t)$  y  $u(t)$  se expresan implícitamente.

El problema de control puede incluir un término definido en función del valor,  $x(T)$ , de la respuesta en el extremo final del horizonte temporal de explotación, que se conoce como valor de liquidación. Se expresa, generalmente, en términos de una función implícita de  $T$  y  $x(T)$ . El sistema dinámico en conjunción con las condiciones temporales define un problema con condiciones de frontera. En el caso más general, las restricciones pueden incluir desigualdades. Finalmente, se desea resolver el problema de obtener el máximo (o mínimo) valor posible de una funcional definida en términos de la función de control,  $u(t)$ , la respuesta  $x(t)$  y la condición terminal. Usualmente, dicha funcional representa alguna cantidad de interés que se obtiene de la variación de la respuesta sobre el intervalo de control. En resumen, el problema de control unidimensional a tiempo continuo que se aborda se expresa en forma general mediante las siguientes ecuaciones:

$$\text{Sistema dinámico} \quad \frac{dx}{dt} = f(x, t, u) \quad (1)$$

$$\text{Condición inicial} \quad x(t_0) = x_0 \quad (2)$$

$$\text{Condición terminal} \quad x(T) = x_T \quad (3)$$

$$\text{Restricción de admisibilidad} \quad U(u(t), t) = 0, \text{ o bien } u(t) \in U \quad (4)$$

$$\text{Restricción de variación de estado} \quad B(x(t), t) = 0 \quad (5)$$

$$\text{Valor de liquidación} \quad \psi(T, x(T)) \quad (6)$$

$$\text{Funcional objetivo} \quad J(x, u, T, x(T)) = \psi(T, x(T)) + \int_{t_0}^T l(x, t, u) dt \quad (7)$$

$$\text{Problema de optimización} \quad \max_u \{J(x, u, T, x(T))\} \quad (8)$$

El problema de optimización (8) puede ser también definido como la obtención del mínimo de la funcional objetivo. Sin pérdida de generalidad, en lo que resta del presente trabajo, supondremos que  $x(t)$  y  $u(t)$  son funciones reales de variable real. La extensión de los resultados aquí mencionados a dimensiones mayores es inmediata (véase Fleming y Rishel, 1975).

La maximización de la funcional (7) sujeta a la restricción dinámica (1) admite diversas formas. Estas se determinan en función de las hipótesis establecidas sobre el dominio de controles admisibles  $U$ , las propiedades del estado  $x(t)$ , principalmente su variación, del grado de suavidad de las funciones  $f$  y  $l$ , o bien que  $T$  sea finito o infinito. La función de control óptimo que maximiza la funcional objetivo (7) se denota mediante  $u^*(t)$ . Cuando se utiliza en el sistema dinámico (1), la correspondiente función de respuesta se denota mediante  $x^*(t)$  y se denomina respuesta óptima o senda óptima.

En el contexto del problema de control (ecs. 1 – 8) se conocen dos procedimientos para la obtención de la función de control óptimo. El primero se basa en el uso del principio de optimalidad de Bellman y se conoce como aproximación de circuito cerrado (Casti,

1989). El segundo de ellos, conocido como aproximación de circuito abierto, utiliza el principio del máximo de Pontryagin (Pontryagin *et al.*, 1962). En este trabajo, la caracterización de la estrategia de control que permite obtener el mayor beneficio social derivado de la explotación de un recurso pesquero se obtendrá mediante la aplicación del principio del máximo de Pontryagin.

### III.3. EL PROBLEMA DE CONTROL PARA UNA PESQUERÍA UNIESPECÍFICA

#### III.3.1 El esfuerzo pesquero como variable de control

En el contexto de un sistema de explotación pesquera,  $x(t)$  será la biomasa del recurso explotado y el sistema dinámico representará su tasa de cambio temporal expresada mediante el balance de los factores que determinan su crecimiento natural y el efecto asociado con los procesos de extracción. Se considerará que la biomasa en ausencia de explotación satisface la ecuación diferencial

$$\frac{dx}{dt} = x(t)g(x(t)), \quad (9)$$

con la condición inicial  $x(0) = x_0$  y una final  $x(T) = x_T$ , donde  $g(x(t))$  es una función decreciente conocida como tasa de crecimiento per cápita, con  $g(K) = 0$  para cierta constante positiva  $K$  denominada capacidad de carga. Adicionalmente, supondremos que  $g'(K)$  toma un valor negativo. Bajo las consideraciones anteriores, la biomasa poblacional modelada mediante la ecuación (9), aumenta o disminuye a partir de  $x_0$  tendiendo hacia el equilibrio estable  $x(t) = K$ . Si el recurso se encuentra sujeto a explotación, el modelo a considerar es

$$\frac{dx}{dt} = x(t)g(x(t)) - h(t), \quad (10)$$

donde la función de producción,  $h(t)$ , representa la tasa de captura del recurso al tiempo  $t$ .

Clark (1990) propone la ecuación

$$h(t) = Q(x(t))E(t), \quad (11)$$

siendo  $Q(x(t))$  creciente en  $x(t)$  y  $E(t)$  la tasa de esfuerzo pesquero, la cual al tiempo  $t$  determina la intensidad de la explotación. Dicho autor argumenta que esta definición proporciona ventajas desde el punto de vista matemático, pues considera una dependencia lineal de la función de producción respecto al esfuerzo. Mas aún, el carácter creciente de  $Q(x(t))$  modela adecuadamente el hecho de que la tasa de captura asociada con un nivel de esfuerzo  $E(t)$  no puede decrecer cuando el nivel de biomasa aumenta.

A diferencia de otros autores que consideran como variable de control la tasa de captura  $h(t)$  (véase Clark, 1990), en este trabajo consideraremos como función de control al esfuerzo pesquero  $E(t)$ . Esto tiene la ventaja de designar como variable de control una cantidad que puede ser medida directamente, eliminando dependencias de ésta con los valores de la respuesta  $x(t)$ , que son más difíciles estimarse directamente. El correspondiente conjunto de admisibilidad,  $\mathbf{E}$ , se definirá mediante la desigualdad

$$\mathbf{E} = \left\{ E(t) \mid 0 \leq E(t) \leq E_{max}(t) \right\}. \quad (12)$$

siendo  $E_{max}(t)$  la función que caracteriza el mayor esfuerzo pesquero que es posible aplicar considerando que la flota que realiza la explotación posee dimensiones acotadas.

La caracterización de la funcional objetivo (7) y el problema de optimización (8) utiliza la noción de beneficio social derivado de la explotación. El enfoque bioeconómico (Clark, 1990) define el mayor beneficio social asociado con la actividad pesquera como la maximización del valor presente del flujo de ganancias sobre un horizonte de explotación  $[t_0, T]$ .

### III.3.2 El concepto de valor presente y la funcional objetivo

Cuando una cantidad de dinero,  $S_0$ , se deposita inicialmente en una inversión a interés compuesto luego de  $n$  años, su valor se incrementa exponencialmente de acuerdo con la fórmula

$$S_n = S_0(1+i)^n, \quad (13)$$

donde  $i$  representa la tasa de interés anual (Beer, 1981). El parámetro  $\delta = \ln(1+i)$  se conoce como tasa instantánea de descuento (Clark, 1990), o bien como tasa neta de interés anual pagado continuamente. Considerando, en primera instancia, que dicha tasa es invariable a tiempo continuo, el resultado de la ecuación (13) se generaliza fácilmente y se expresa como

$$S(t) = S_0 e^{\delta t}. \quad (14)$$

Interpretándose,  $S(t)$  como el valor acumulado por la inversión desde el momento del depósito ( $t = 0$ ) hasta un tiempo arbitrario  $t$ . La función  $S(t)$  se identifica con el valor que a un futuro  $t$  se acumulará en la inversión ( $VF$ ). A la cantidad  $S_0$  depositada

inicialmente se le llama valor presente ( $VP$ ) y tiene una interpretación opuesta a la de  $S(t)$ , (Beer, 1981). Así, el valor presente  $VP_t$  de una cantidad  $S(t)$  que debe amortizarse en  $t$  años a partir de la fecha se obtiene de la ecuación (14) expresándose como

$$VP_t = S(t)e^{-\delta t} . \quad (15)$$

Consideremos el caso en el cual en el intervalo  $[t_0, T]$  se tiene un flujo continuo de pagos  $S(t)$  con vencimiento al tiempo  $t$  y supongamos, adicionalmente, que la tasa de descuento es una función  $\delta(t)$  continua y positivamente definida sobre el dominio anterior. En virtud de que al tiempo  $t$  el capital crece a una tasa proporcional al monto de la inversión  $S(t)$ , siendo el factor de proporcionalidad la tasa de descuento  $\delta(t)$ , debemos tener la ecuación

$$\frac{dS}{dt} = \delta(t)S(t) . \quad (16)$$

Resolviendo la ecuación diferencial anterior, considerando la condición inicial  $S(0) = VP_t$  tendremos que el valor presente de un pago  $S(t)$  que vencerá en un tiempo futuro  $t$  vendrá dado por

$$VP_t = S(t)e^{-\int_0^t \delta(s)ds} , \quad (17)$$

y el valor presente  $VP_T$  de un flujo de pagos o ingresos  $S(t)$  colectados continuamente sobre un intervalo de tiempo  $0 \leq t \leq T$  deberá ser

$$VP_T = \int_0^T S(t)e^{-\int_0^t \delta(s)ds} dt . \quad (18)$$

Denotemos mediante  $P(t)$  el precio en el mercado a un tiempo  $t$  de una unidad de biomasa capturada y mediante  $C(x(t))$  el costo de captura de la misma suponiéndose

$C(x(t))$  decreciente en  $x(t)$ . De acuerdo con la ecuación (11), la ganancia neta instantánea asociada con una tasa de captura  $h(t)$  resulta ser

$$R(x, E(t)) = (P(t) - C(x(t)))Q(x(t))E(t). \quad (19)$$

Clark (1990) argumenta que la dependencia de la ganancia tanto en el nivel de biomasa como en el tiempo se justifica en virtud de que los costos de captura aumentan cuando la población es menos abundante, tomando en cuenta que el valor de mercado del producto varía con el tiempo de acuerdo con las leyes de la oferta y la demanda.

Con el propósito de obtener la condición de maximización del beneficio social asociado con una pesquería, consideraremos la funcional objetivo (Clark, 1990)

$$J(x, E, T) = \int_0^T e^{-\int_0^t \delta(u) du} R(x, E) dt, \quad (20)$$

donde  $R(x, E)$  se define mediante la ecuación (19).

La ecuación (18) permite interpretar a la funcional (20) como el valor presente del flujo de ingresos de la pesquería sobre el horizonte temporal  $[t_0, T]$ . El máximo beneficio social asociado con la explotación puede considerarse equivalente a la maximización de la funcional (20) sobre el espacio de variación de la función de control  $E(t)$ .

### III.4 EL PRINCIPIO DEL MÁXIMO DE PONTRYAGIN

Un procedimiento alternativo para obtener la solución al problema de control utiliza el llamado principio del máximo de Pontryagin. En el caso continuo, se demanda la solución de una ecuación diferencial ordinaria y la maximización de una funcional auxiliar definida en términos de la función de control.

El principio del máximo da ciertas condiciones necesarias que deben ser satisfechas por un control óptimo. El principio del máximo implica la ecuación estándar de Euler, así como ciertos otros resultados provenientes del cálculo de variaciones clásico (Dreyfus, 1965). El principio del máximo es más convenientemente formulado en términos de la siguiente expresión llamada el Hamiltoniano (Clark, 1990),

$$H[x(t), t, u(t); \lambda(t)] = g[x(t), t, u(t)] + \lambda(t) f[x(t), t, u(t)]. \quad (21)$$

Aquí  $\lambda(t)$  es una función adicional desconocida llamada la variable adjunta. Si  $u(t)$  es un control óptimo y  $x(t)$  es la correspondiente respuesta, el principio del máximo afirma la existencia de la variable adjunta  $\lambda(t)$  tal que se satisfacen las siguientes ecuaciones, para todo  $t$ ,  $0 \leq t \leq T$ :

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\frac{\partial H}{\partial x} = -\frac{\partial g}{\partial x} - \lambda(t) \frac{\partial f}{\partial x}, \quad (22)$$

$$H[x(t), t, u(t); \lambda(t)] \equiv \max_{u \in U_t} H[x(t), t, u; \lambda(t)]. \quad (23)$$

Estas son condiciones necesarias que deben ser satisfechas por un control óptimo  $u(t)$  y su respuesta  $x(t)$ . La ecuación diferencial (22) es llamada la ecuación adjunta y la ecuación (23) es referida ella misma como el principio del máximo (Clark, 1990); ésta afirma que para cada tiempo dado  $t$ , el valor  $u(t)$  del control óptimo debe maximizar el valor de la expresión hamiltoniana sobre todos los valores  $u(t)$  admisibles, satisfaciendo las restricciones de control (ecs. 4 y 12). Es útil observar que si el control óptimo  $u(t)$  yace en el interior del intervalo de control  $U_t$ , entonces la ecuación (23) implica que

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0. \quad (24)$$

### III.4.1 Condiciones de transversalidad

En ciertos problemas no se especifica un valor terminal  $x(T)$  para la variable de estado. En tales problemas referidos como problemas de valor terminal libre, el principio del máximo se extiende añadiendo la condición de transversalidad

$$\lambda(T) = 0. \quad (25)$$

Observamos adicionalmente que tenemos tres funciones por determinar. La función de control óptimo  $u^*(t)$ , la respuesta  $x^*(t)$ , y la variable adjunta  $\lambda(t)$ . Para esto tenemos tres ecuaciones. La ecuación de estado (1), la ecuación adjunta (22) y el principio del máximo explicitado por la ecuación (23). La ecuación adjunta y la de estado son ecuaciones diferenciales ordinarias. Su solución requiere condiciones iniciales o terminales o ambas. Dos condiciones de ese tipo se incluyen en el problema de control, i.e., las ecuaciones (2) y (3). Se reúnen, en principio, el número apropiado de condiciones para determinar  $x^*(t)$ ,  $u^*(t)$  y  $\lambda(t)$ , resolviendo en el caso más general un problema de contorno bi-puntual.

## III.5 APLICACIÓN DE TEORÍA DE CONTROL ÓPTIMO A UNA PESQUERÍA

### III.5.1 Determinación de la estrategia

En esta sección se aborda el problema de encontrar la estrategia de control óptimo para el manejo de una pesquería basada en una única población. Se caracteriza, mediante el uso del principio del máximo, la función de control óptimo  $E^*(t)$  y la trayectoria óptima  $x^*(t)$  que se derivan del problema de control correspondiente. Sin pérdida de generalidad,

se supone que en la función (11),  $Q(x(t))$ , se expresa como una proporción de la biomasa.

De este modo el modelo (1) para la dinámica poblacional será

$$\frac{dx}{dt} = F(x(t)) - qE(t)x(t), \quad (26)$$

$$x(t_0) = x_0, \quad x(T) = x_T. \quad (27)$$

Obsérvese que en referencia a la ecuación (9) debemos tener  $F(x(t)) = x(t)g(x(t))$ , siendo  $q$  una constante positiva que se conoce como coeficiente de capturabilidad (Clark, 1990; Quinn y Deriso, 1999). Con el fin de facilitar la presentación se considera que el conjunto de admisibilidad  $\mathbf{E}$  para la función de control toma la forma descrita por la ecuación (12), es decir, tomaremos  $E_{max}(t)$  como una constante  $E_{max}$ . Sin embargo, estableceremos la condición adicional

$$\max_x \left\{ \frac{F(x)}{x} \right\} < qE_{max}, \quad (28)$$

esto es, supondremos que la mayor tasa de esfuerzo pesquero que se puede aplicar induce un valor negativo para la tasa de crecimiento per cápita de la población. Tomaremos como funcional objetivo el valor presente del flujo de ganancias netas sobre  $t_0 \leq t \leq T$ , (cf. ec.

20). Específicamente,

$$J(x, E, t) = \int_0^T \alpha(t) [P(t) - C(x(t))] q x(t) E(t) dt, \quad (29)$$

donde

$$\alpha(t) = e^{-\int_0^t \delta(z) dz} \quad (30)$$

$P(t)$  es el precio en el mercado al tiempo  $t$  de una unidad de biomasa capturada

$C(x)$  es el costo de captura de la misma y siguiendo a Clark (1990), si éste se define como,

$$C(x(t)) = \frac{\mu(x(t))}{q x(t)}, \quad (31)$$

por lo cual la funcional objetivo se expresa

$$J(x, E, t) = \int_0^T \alpha(t) [qP(t)x(t) - \mu(x(t))] E(t) dt, \quad (32)$$

donde

$\mu(x(t))$  representa el costo de cada unidad de esfuerzo pesquero cuando el nivel de biomasa es  $x(t)$ .

Supondremos también que todas las funciones involucradas en (29) son continuamente diferenciables en el intervalo  $(t_0, T)$ . Es oportuno indicar que nos interesa obtener el máximo valor posible de la funcional (32) al variar  $E(t)$  sobre el conjunto de admisibilidad (12). En este contexto, el Hamiltoniano (ec. 21) estará dado como

$$H[x(t), E(t); \lambda(t)] = [\alpha(t)[qP(t)x(t) - \mu(x(t))] - q\lambda(t)x(t)]E(t) + \lambda(t)F(x(t)). \quad (33)$$

Definiendo para  $0 \leq t \leq T$  la función,  $\sigma(t)$ , llamada la función de conmutación (Clark, 1990), mediante

$$\sigma(t) = \alpha(t)(qP(t)x(t) - \mu(x(t))) - q\lambda(t)x(t), \quad (34)$$

podemos observar que  $H[x(t), E(t); \lambda(t)]$  varía linealmente en  $E(t)$ , por lo tanto la condición

$$H(x^*(t)E^*(t); \lambda(t)) = \max_{E(t)} \{H(x(t), E(t); \lambda(t))\}, \quad (35)$$

se cumplirá haciendo

$$E(t)^* = \begin{cases} E_{max} & \text{si } \sigma(t) > 0 \\ 0 & \text{si } \sigma(t) < 0 \end{cases} \quad (36)$$

Cuando  $E(t)$  pertenece al interior de  $E$  se cumple la condición de maximización

$$\frac{\partial \mathcal{H}}{\partial E} = 0 \quad (37)$$

Esto corresponde al llamado caso de control singular. Debido a la condición (37),  $\sigma(t)$  deberá anularse sobre algún intervalo de tiempo de longitud positiva. Denotemos mediante  $x_s(t)$  la respuesta asociada a esta condición; así de la ecuación (34) cuando  $\sigma(t)$  se hace cero, se obtiene

$$\lambda(t) = \alpha(t) \left( P(t) - \frac{\mu(x_s(t))}{qx_s(t)} \right) \quad (38)$$

Según el principio del máximo, la función  $\lambda(t)$  satisface la ecuación adjunta (22).

Por lo que, de acuerdo a la expresión para el hamiltoniano (ec. 33), para la senda singular  $x_s(t)$  se cumplirá

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\alpha(t)(qP(t) - \mu'(x_s(t)))E(t) + \lambda(t)qE(t) + \lambda(t)F'(x_s(t)) \quad (39)$$

Por otra parte, de las ecuaciones (30) y (38) se obtiene la expresión para  $\frac{d\lambda}{dt}$

siguiente

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\delta(t)\alpha(t) \left( P(t) - \frac{\mu(x_s(t))}{qx_s(t)} \right) + \alpha(t) \frac{dP}{dt} + \alpha(t) \frac{\mu(x_s(t))}{qx_s^2(t)} \frac{dx_s}{dt} - \frac{\alpha(t)}{qx_s(t)} \frac{d\mu}{dt} \quad (40)$$

Igualando las ecuaciones (39) y (40), después de simplificar, tenemos

$$F'(x_s(t)) = \delta(t) + \frac{F(x_s(t))C'(x_s(t)) - \frac{dP}{dt}}{(P(t) - C(x_s(t)))} \quad (41)$$

En el caso autónomo, cuando  $P(t)$  y  $\delta(t)$  permanecen constantes, la ecuación (41) genera la ecuación de la regla aurea de Clark (Clark, 1990).

$$F'(x_s) - \frac{F(x_s)C'(x_s)}{P - C(x_s)} = \delta \quad (42)$$

Para cada tiempo  $t$  la ecuación (41) define implícitamente la senda singular  $x_s(t)$ . Si denotamos mediante  $E_s(t)$  la correspondiente función de control óptimo, según la ecuación (26) será

$$E_s(t) = \frac{F(x_s(t)) - \frac{dx_s}{dt}}{qx_s(t)} \quad (43)$$

### III.5.2 La trayectoria de control óptimo

En resumen, la trayectoria de control óptimo  $x^*(t)$  se determina mediante el uso de la función  $\sigma(t)$ . Los intervalos en los cuales  $\sigma(t)$  mantiene su signo nos permiten escoger la ley de control óptimo  $E^*(t)$ . Ésta tomará, según corresponda, los valores extremos del conjunto de admisibilidad (ec. 36). Si  $\sigma(t)$  se anula en un intervalo, entonces la ley de control óptimo será  $E_s(t)$  y vendrá dada por la ecuación (43). En virtud de lo anterior, a  $\sigma(t)$  se le conoce como función de conmutación. El intervalo donde  $\sigma(t)$  se anula, se conoce como intervalo de control singular. La respuesta, en ese caso, será la senda singular

$x_s(t)$  y estará dada implícitamente por la ecuación (41).

Supongamos, sin pérdida de generalidad, que  $x_0 < K$  y que para un tiempo  $\tau > t_0$  se tiene  $x^*(\tau) > x_s(\tau)$ . Cualquier subintervalo de  $[t_0, T]$  en el cual la función de conmutación  $\sigma(t)$  se anule, necesariamente excluye a  $\tau$ . Más aún,  $\sigma(\tau)$  debe ser positiva. Si  $\sigma(\tau)$  fuera negativa, necesariamente  $E^*(\tau)$  se anularía. En este caso, en virtud de las hipótesis que se establecieron para la ecuación (26), cualquier trayectoria que inicia arriba de la trayectoria singular permanece siempre arriba de ésta. Por lo tanto, al mantener la condición  $E(t) = 0$  impediríamos que la condición terminal  $x_T(t)$  fuera realizable. Similarmente, tomando en cuenta la vigencia de la ecuación (28), veremos que si  $x^*(\tau) < x_s(\tau)$ , entonces,  $\sigma(\tau)$  debe ser negativa. Concluimos, entonces, que necesariamente en términos del estado del sistema  $x(t)$  la ley de control óptimo  $E^*(t)$  debe escogerse como

$$E^*(t) = \begin{cases} E_{max} & \text{si } x(t) > x_s(t) \\ 0 & \text{si } x(t) < x_s(t) \\ E_s(t) & \text{si } x(t) = x_s(t) \end{cases} \quad (44)$$

Dependiendo de la forma particular que sobre cada subconjunto de  $[t_0, T]$  tome la ley de control  $E^*(t)$ , la respuesta  $x^*(t)$  cambiará de forma. Resulta claro que ninguna de las formas parciales de  $x^*(t)$  generadas según la ecuación (44) puede mantenerse a lo largo del intervalo  $[t_0, T]$ . Por ejemplo, supongamos que  $x_{min}^*(t)$  es la respuesta asociada con  $E^*(t) = 0$ . Mantener  $x_{min}^*(t)$  en todo el intervalo de control hará que el beneficio social de

la explotación sea equivalente al valor de liquidación del recurso. Similarmente, si  $x_{max}^*(t)$  se asocia con  $E^*(t) = E_{max}$  el pretender sostener la igualdad  $x^*(t) = x_{max}(t)$  sobre  $[t_0, T]$  nos llevaría a considerar un punto  $t_a$  con  $t_0 < t_a < T$ , en el cual  $x_s(t)$  coincide con  $x_{max}(t)$  (Figura 5). La función de conmutación  $\sigma(t)$  se anularía en dicho punto y, por ende, tanto la función de control  $E_{max}$  como su respuesta deben cambiar para dar paso al modo de control singular. Por último, la senda singular  $x_s(t)$  solo fortuitamente podría satisfacer simultáneamente las condiciones inicial y terminal del problema. Esto nos lleva a pensar que se requiere combinar adecuadamente las tres formas parciales de la respuesta (ec. 44) con el fin de obtener la trayectoria óptima sobre  $[t_0, T]$ .

Resumiendo la argumentación anterior tenemos que la senda óptima  $x^*(t)$ , la cual se muestra en la Figura 5, se construye entonces del modo siguiente: si  $x_0 < x_s(t_0)$ , suspendemos la explotación, i.e., hacemos  $E(t) = 0$  hasta que  $x^*(t)$  intercepte a  $x_s(t)$  en el tiempo  $t_a$ . Pescamos a continuación con tasa  $E_s(t)$  (ec. 43) hasta un tiempo  $t_b$ , a partir del cual suspendemos la explotación con el fin de permitir que  $x^*(t)$  satisfaga la condición final (3). Si  $x_0 > x_s^*(t_0)$ , entonces explotamos a modo de lograr la mayor tasa descendente para la biomasa, es decir, hacemos  $E(t) = E_{max}$ . Mantenemos, a continuación, este ritmo de explotación hasta alcanzar la trayectoria singular  $x_s(t)$ , suspendiendo la explotación a partir del tiempo  $t_b$  con el fin de permitir que la condición final  $x_T$  se satisfaga. La

estrategia completa de control óptimo en el intervalo  $[t_0, T]$  se ilustra en la Figura 5 para el caso  $x_s(T) < x_T$ .

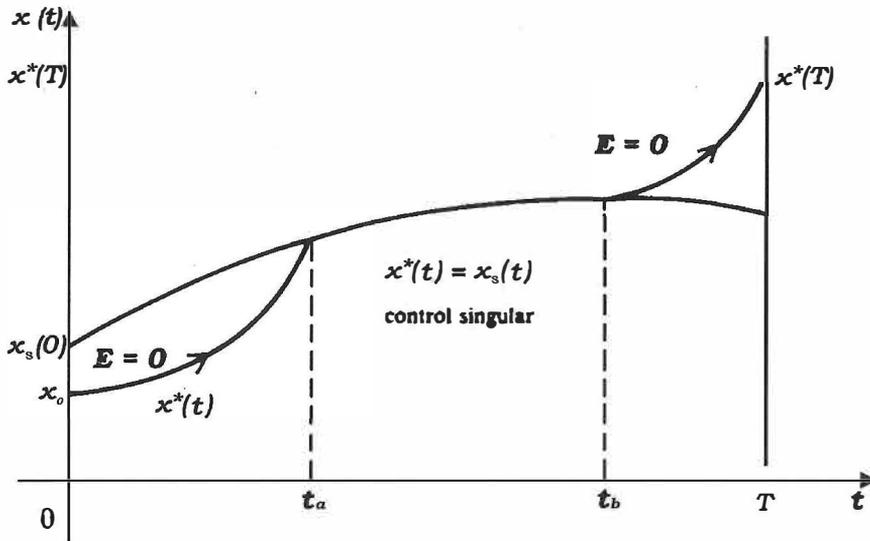


Figura 5. Estrategia de control óptimo para el caso  $x_0 < x_s(0)$ . Cuando el valor inicial  $x_0$  de la respuesta es menor que  $x_s(0)$  suspendemos la explotación para permitir que la biomasa se incremente hasta alcanzar en un tiempo  $t_a$  la senda óptima  $x_s(t)$ . A partir de  $t_a$  la explotación continuará en el modo de control singular hasta un tiempo  $t_b$ , a partir del cual suspendemos nuevamente la explotación para permitir que la condición final  $x_T$  se satisfaga a un tiempo  $T$ .

### III.6 PARÁMETROS QUE CAMBIAN CON EL TIEMPO

Se han desarrollado varias extensiones al modelo logístico básico (Levins, 1969).

Dos casos importantes son cuando la tasa intrínseca de crecimiento  $r$  es una función del tiempo, esto es  $r(t)$  y cuando la capacidad de carga  $K$  es una función del tiempo, esto es  $K(t)$ . Estos casos proveen realismo biológico para poblaciones con variaciones estacionales o tendencias en el tiempo en factores tales como el suministro de alimento o habitat (Quinn y Deriso, 1999). Levins derivó las soluciones cuando únicamente uno de los parámetros

variaba con el tiempo. En el presente trabajo, en el Capítulo IV, se realiza la generalización del modelo de Gompertz-Fox mediante la variación en el tiempo de los parámetros  $r$  y  $K$ , se derivan las soluciones y se desarrolla la metodología para la identificación de parámetros de cada una de las variantes del modelo generalizado. Se considera un factor periódico de perturbación en la tasa de crecimiento natural. En el Capítulo V se construye la estrategia de Control Óptimo del sistema de explotación.

### III.7 ANÁLISIS DE VIABILIDAD DEL RECURSO

Para realizar el análisis de la optimalidad del régimen de explotación de un recurso pesquero bajo condiciones de viabilidad para la biomasa se debe considerar la restricción de variación de estado (ec. 5). Esto también puede lograrse escogiendo adecuadamente el valor de la cota superior del conjunto de admisibilidad,  $E_{max}$ . En el presente trabajo se lleva a cabo el análisis de optimalidad retrospectivo del régimen de explotación de la anchoveta norteña bajo condiciones de viabilidad para la biomasa siguiendo este criterio. Los procedimientos desarrollados para las distintas variantes del modelo de Gompertz-Fox generalizado se describen en el Capítulo V.

## IV. EL MODELO DE GOMPERTZ-FOX Y SU GENERALIZACIÓN

### IV.1 EL MODELO TRADICIONAL

El modelo de Gompertz-Fox (Fox, 1970; Quinn y Deriso, 1999) en su forma tradicional, con parámetros constantes  $r$  y  $K$ , viene dado por la ecuación (45). Se eligió este modelo para ajustarlo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña por las bondades matemáticas que presenta para la estimación del nivel de viabilidad de la biomasa del recurso.

$$\frac{dx}{dt} = rx(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t). \quad (45)$$

De la ecuación (45) definimos la tasa de crecimiento natural,  $F(x(t))$ , (Fox, 1970; Quinn y Deriso, 1999) como

$$F(x(t)) = rx(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right), \quad (46)$$

donde  $r < 0$ ,  $K > 0$  y  $q > 0$  son constantes,  $dx/dt$  es la razón de cambio de la biomasa respecto al tiempo,  $E(t)$  la tasa de esfuerzo pesquero,  $r$  es la tasa de crecimiento específica de la población (o factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población),  $K$  es la capacidad de carga del sistema y  $q$  es el coeficiente de capturabilidad. Más adelante se describe el procedimiento desarrollado para la identificación de parámetros.

### IV.2 GENERALIZACIÓN DEL MODELO

En el presente capítulo se generaliza el modelo de Gompertz-Fox haciendo variar en el tiempo dos de los parámetros que lo definen:  $r$ , el factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población y  $K$ , la capacidad de carga del sistema. Se supone que

tanto  $r$  como  $K$  son funciones del tiempo; a partir de este supuesto, se desarrolla la metodología para obtener la ecuación de regresión que permita estimar los parámetros del modelo generalizado. A partir de la forma diferencial de este modelo generalizado es posible obtener los siguientes casos particulares: el caso más sencillo en el cual  $r$  y  $K$  se consideran constantes; el caso en el cual  $K$  se mantiene constante y  $r$  se considera una función del tiempo,  $r(t)$ ; el caso en el cual  $r$  se mantiene constante y se considera a  $K$  una función del tiempo,  $K(t)$ .

Algunas expresiones generalizadas son más sencillas que otras para fines del desarrollo matemático que nos lleva a la ecuación de regresión que finalmente se usa para identificar los parámetros del modelo generalizado. Se obtienen distintas formas para la ecuación de regresión en cada caso.

La forma más generalizada del modelo de Gompertz-Fox, cuando tanto  $r$  como  $K$  varían en el tiempo, viene dada por la ecuación

$$\frac{dx}{dt} = r(t)x(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K(t)}\right) - qE(t)x(t). \quad (47)$$

El factor  $r(t)$  puede considerarse como una perturbación sobre la tasa de crecimiento natural atribuible al medio ambiente, que puede expresarse como una función periódica del tiempo.

Un caso particular de esta generalización es cuando se hace variar  $r$  en el tiempo y se mantiene  $K$  constante. Esta forma generalizada viene dada por la siguiente ecuación

$$\frac{dx}{dt} = r(t)x(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t). \quad (48)$$

Otro caso particular de la ecuación (47) es cuando se hace variar  $K$  en el tiempo y se mantiene constante  $r$ . Esta forma generalizada viene dada por la siguiente ecuación

$$\frac{dx}{dt} = r \ln\left(\frac{x(t)}{K(t)}\right)x(t) - qE(t)x(t). \quad (49)$$

El caso particular más sencillo de la ecuación (47), cuando tanto  $r$  como  $K$  son constantes, viene dado por la ecuación (45).

### IV.3 ECUACIONES DE REGRESIÓN

#### IV.3.1 Modelo generalizado, con $r(t)$ y $K(t)$

Se desarrolló el siguiente procedimiento para obtener la ecuación de regresión usada posteriormente para identificar los estimadores de los parámetros de la ecuación (47):

Tenemos que (47) puede expresarse de igual forma como

$$\frac{dx}{dt} = r(t)x(t)[\ln x(t) - \ln K(t)] - qE(t)x(t).$$

Si  $\ln K(t) = \ln K + g(t)$ , (50)

entonces tenemos que

$$\frac{dx}{dt} = r(t)x(t)[\ln x(t) - (\ln K + g(t))] - qE(t)x(t), \quad (51)$$

rearrreglando la ecuación anterior

$$\frac{dx}{dt} = r(t)x(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t) - r(t)x(t)g(t). \quad (52)$$

Haciendo  $W(t) = r(t)g(t)$ , (53)

$$\frac{dx}{dt} = r(t)x(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t) - W(t)x(t). \quad (54)$$

Para los propósitos del ajuste de parámetros, se definió la tasa de captura por unidad de esfuerzo (o CPUE), que aquí se denotó como  $U(t)$ , mediante la ecuación (Schnute, 1977)

$$U(t) = qx(t), \quad (55)$$

por lo que  $\frac{dU}{dt} = q \frac{dx}{dt}$ , así tenemos que

$$\frac{1}{U} \frac{dU}{dt} = r(t) \ln\left(\frac{U(t)}{qK}\right) - qE(t) - W(t). \quad (56)$$

Introduciendo la función  $\phi(t) = \ln\left(\frac{U(t)}{qK}\right)$ , (57)

tenemos que  $\frac{d\phi}{dt} = \frac{1}{U} \frac{dU}{dt}$  y

$$\frac{d\phi}{dt} = r(t)\phi(t) - qE(t) - W(t). \quad (58)$$

Se observa que (58) es una ecuación diferencial lineal en  $\phi$

El factor integrante para esta ecuación es  $e^{-\int_{t_k}^t r(s)ds}$ , por lo que

$$d\left[\phi e^{-\int_{t_k}^t r(s)ds}\right] = -qe^{-\int_{t_k}^t r(s)ds} E(t)dt - W(t)e^{-\int_{t_k}^t r(s)ds} dt \quad (59)$$

Integrando de  $t_k$  a  $t_{k+1}$  y despejando  $\phi(t_{k+1})$

$$\begin{aligned} \phi(t_{k+1}) = \phi(t_k) e^{\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s)ds} - qe^{\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s)ds} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\int_{t_k}^t r(s)ds} E(t)dt - \\ e^{\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s)ds} \int_{t_k}^{t_{k+1}} W(t) e^{-\int_{t_k}^t r(s)ds} dt \end{aligned} \quad (60)$$

Sustituyendo  $\phi$

$$\ln\left(\frac{U(t_{k+1})}{qK}\right) = \ln\left(\frac{U(t_k)}{qK}\right) e^{\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds} - q e^{\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds} \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\int_{t_k}^t r(s) ds} E(t) dt - e^{\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds} \int_{t_k}^{t_{k+1}} W(t) e^{-\int_{t_k}^t r(s) ds} dt. \quad (61)$$

Exponenciando,

$$\frac{U(t_{k+1})}{qK} = \left(\frac{U(t_k)}{qK}\right) \exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds\right] e^{-q \exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds\right] \int_{t_k}^{t_{k+1}} E(t) \exp\left[-\int_{t_k}^t r(s) ds\right] dt} * e^{-\exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds\right] \int_{t_k}^{t_{k+1}} W(t) \exp\left[-\int_{t_k}^t r(s) ds\right] dt} \quad (62)$$

despejando  $U(t_{k+1})$

$$U(t_{k+1}) = (qK)^{1 - \exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds\right]} (U(t_k)) \exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds\right] e^{-q \exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds\right] \int_{t_k}^{t_{k+1}} E(t) \exp\left[-\int_{t_k}^t r(s) ds\right] dt} * e^{-\exp\left[\int_{t_k}^{t_{k+1}} r(s) ds\right] \int_{t_k}^{t_{k+1}} W(t) \exp\left[-\int_{t_k}^t r(s) ds\right] dt} \quad (63)$$

Si hacemos

$$\alpha(t_k, t) = \exp\left[\int_{t_k}^t r(s) ds\right] \quad (64)$$

$$y \quad \beta(t_k) = \int_{t_k}^t r(s) ds, \quad (65)$$

$$U(t_{k+1}) = (qK)^{1 - \alpha(t_k, t_{k+1})} (U(t_k)) \alpha(t_k, t_{k+1}) e^{-q \alpha(t_k, t_{k+1}) \int_{t_k}^{t_{k+1}} E(t) \alpha^{-1}(t_k, t) dt} * e^{-\alpha(t_k, t_{k+1}) \int_{t_k}^{t_{k+1}} W(t) \alpha^{-1}(t_k, t) dt} \quad (66)$$

Usando la regla del trapecio para aproximar las integrales

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} E(t)\alpha^{-1}(t_k, t)dt = \frac{E(t_{k+1})\alpha^{-1}(t_k, t_{k+1}) + E(t_k)\alpha^{-1}(t_k, t_k)}{2(\Delta t)^{-1}} + R(t_k), \quad (67)$$

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} W(t)\alpha^{-1}(t_k, t)dt = \frac{W(t_{k+1})\alpha^{-1}(t_k, t_{k+1}) + W(t_k)\alpha^{-1}(t_k, t_k)}{2(\Delta t)^{-1}} + R(t_k), \quad (68)$$

donde  $R(t_k)$  representa el error de aproximación.

De acuerdo con la ecuación (64) tenemos que  $\alpha(t_k, t_k) = 1$ , por lo tanto las ecuaciones (67) y (68) se simplifican quedando como

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} E(t)\alpha^{-1}(t_k, t)dt = \frac{(E(t_{k+1})\alpha^{-1}(t_k, t_{k+1}) + E(t_k))\Delta t}{2} + R(t_k), \quad (69)$$

$$\int_{t_k}^{t_{k+1}} W(t)\alpha^{-1}(t_k, t)dt = \frac{(W(t_{k+1})\alpha^{-1}(t_k, t_{k+1}) + W(t_k))\Delta t}{2} + R(t_k). \quad (70)$$

Sustituyendo el resultado de las ecuaciones (69) y (70) en la ecuación (66) tenemos

$$U(t_{k+1}) = (qK)^{1-\alpha(t_k, t_{k+1})} (U(t_k))^{\alpha(t_k, t_{k+1})} \exp\left[-\frac{q\alpha(t_k, t_{k+1})(\alpha^{-1}(t_k, t_{k+1})E(t_{k+1}) + E(t_k))\Delta t}{2}\right] \\ * \exp\left[-\alpha(t_k, t_{k+1})\frac{(W(t_{k+1})\alpha^{-1}(t_k, t_{k+1}) + W(t_k))\Delta t}{2}\right] + R(t_k), \quad (71)$$

donde  $R(t_k)$  es un término de error de aproximación.

Si consideramos que  $E(t)$  y  $W(t)$  permanecen constantes en el intervalo  $(t_k, t_{k+1})$  y si

definimos  $E(t) = \bar{E}_{k+1}$  y  $W(t) = \bar{W}_{k+1}$

donde  $\bar{E}_{k+1}$  y  $\bar{W}_{k+1}$  son los valores promedio de  $E(t)$  y  $W(t)$  en el intervalo para

$t \in [t_k, t_{k+1})$  respectivamente; entonces la ecuación (71), simplificada, nos queda

$$U(t_{k+1}) = (qK)^{1-\alpha(t_k, t_{k+1})} (U(t_k))^{\alpha(t_k, t_{k+1})} \exp \left[ - \frac{q \left( \bar{E}(t_{k+1}) + \bar{E}(t_k) \alpha(t_k, t_{k+1}) \right) \Delta t}{2} \right]^* \\ \exp \left[ - \frac{\left( \bar{W}(t_{k+1}) + \bar{W}(t_k) \alpha(t_k, t_{k+1}) \right) \Delta t}{2} \right] + R(t_k). \quad (72)$$

Aproximando  $\alpha(t_k, t_{k+1})$  por  $(1 + \beta(t_k, t_{k+1}))$ , mediante la expansión en serie de potencias de  $\alpha(t_k, t_{k+1})$ , tenemos que la ecuación (72) expresada en forma logarítmica queda

$$\ln U(t_{k+1}) = (1 + \beta(t_k, t_{k+1})) \ln U(t_k) - \beta(t_k, t_{k+1}) \ln U_e \\ - q \left( \frac{\Delta t}{2} \right) \left( \bar{E}(t_{k+1}) + \bar{E}(t_k) (1 + \beta(t_k, t_{k+1})) \right) \\ - \left( \frac{\Delta t}{2} \right) \left( \bar{W}(t_{k+1}) + \bar{W}(t_k) (1 + \beta(t_k, t_{k+1})) \right), \quad (73)$$

$$\text{donde } U_e = qK \quad (74)$$

Rearreglando la ecuación (73) y considerando que  $\Delta t = 1$

$$\ln U(t_{k+1}) = \ln U(t_k) + \beta(t_k, t_{k+1}) \left[ \ln U(t_k) - \ln U_e - \frac{q}{2} \bar{E}(t_k) - \frac{1}{2} \bar{W}(t_k) \right] \\ - \frac{q}{2} [\bar{E}(t_k) + \bar{E}(t_{k+1})] - \frac{1}{2} [\bar{W}(t_k) + \bar{W}(t_{k+1})]. \quad (75)$$

Utilizando ahora la aproximación para  $U(t_k)$  en términos de la media geométrica de los promedios de  $U(t)$  en intervalos de tiempo sucesivos (Schnute, 1977), es decir, suponiendo las aproximaciones

$$U(t_k) \cong \sqrt{\bar{U}_k \bar{U}_{k+1}}, \quad (76)$$

$$E(t_k) \cong \sqrt{\bar{E}_k \bar{E}_{k+1}}. \quad (77)$$

Como  $\Delta t = (t_{k+1} - t_k) = 1$ , tenemos que  $t_{k+1} = 1 + t_k$ ; simplificamos la ecuación (75) y obtenemos la ecuación de regresión

$$\begin{aligned} \ln\left(\sqrt{\frac{\bar{U}_{k+2}}{\bar{U}_k}}\right) = & \beta(t_k, t_{k+1}) \left( \ln(\sqrt{\bar{U}_k \bar{U}_{k+1}}) - \ln U_e - \frac{q}{2}(\sqrt{\bar{E}_k \bar{E}_{k+1}}) - \frac{1}{2}\bar{W}(t_k) \right) \\ & - \frac{q}{2}(\sqrt{\bar{E}_k \bar{E}_{k+1}} + \sqrt{\bar{E}_{k+1} \bar{E}_{k+2}}) \\ & - \frac{1}{2}(\bar{W}(t_k) + \bar{W}(t_k + 1)) + R(t_k). \end{aligned} \quad (78)$$

Por conveniencia, dado que consideraremos influencias ambientales, supondremos que las funciones que entran en el modelo,  $r(t)$  y  $W(t)$  pueden ser expresadas mediante una serie de Fourier truncada. Supondremos que cualquier función de interés para nuestro análisis de las variaciones de la biomasa del recurso asociada con la variabilidad ambiental puede ser representada mediante un polinomio trigonométrico  $Z_N(t)$ , de modo tal que para cada  $\varepsilon$  tendremos un valor de  $N$  lo suficientemente grande como para que la desigualdad

$$|Z(t) - Z_n(t)| < \varepsilon$$

se cumpla, siendo

$$Z_n(t) = \sum_{k=0}^N (a_k(Z) \text{Sen}(k\omega(Z)) + b_k(Z) \text{Cos}(k\omega(Z))). \quad (79)$$

donde  $a_k(Z)$ ,  $b_k(Z)$  y  $\omega(Z)$  son parámetros asociados con la variable particular que estamos considerando expresada a través de la función  $Z$ . En la práctica, el número de

términos de la función  $Z_N(t)$  está limitada por la cantidad de datos con que se cuente, ya que al aumentar el número de parámetros a estimar en la ecuación de regresión se reduce el número de grados de libertad.

En la especificación de las funciones descritas por las ecuaciones (64) y (65) se expresó el factor de escala  $r(t)$  de la tasa de crecimiento natural en la forma de la ecuación (79). Se hizo la expansión de la función  $r(t)$  para  $n=1$ . En el Apéndice A se desarrolla la expresión para  $\beta(t_k, t_{k+1})$ . Se estimaron los parámetros de la ecuación (47) mediante el ajuste de la ecuación (78) a los datos de la pesquería. Se desarrolló una variante de esta última ecuación resolviendo (52) sin introducir la función  $W(t)$ , esto es, sin asociar directamente las funciones  $r(t)$  y  $g(t)$ ; por lo cual es necesario especificar, en este caso, la forma de la función  $g(t)$ . En la sección de Discusión de Resultados se discutirá la ventaja que presenta esta variante. En los dos procedimientos desarrollados para obtener la ecuación de regresión que nos permite la identificación de parámetros de la ecuación (47) se probaron variantes de la ecuación (79) tanto para la función  $W(t)$  como para  $g(t)$ , buscando obtener el mayor porcentaje de variabilidad explicada por la ecuación de regresión respectiva.

#### **IV.3.2 Modelo generalizado cuando $r$ es función del tiempo y $K$ se mantiene constante**

Es posible obtener la ecuación (48) a partir de la ecuación (54) al cancelar en ésta el último término, el cual representa la contribución al modelo debida a la variabilidad de  $K$ , en el caso más general, en el que tanto  $r$  como  $K$  varían en el tiempo. Por lo que, para la presente generalización del modelo, se sigue la metodología desarrollada en el caso más

general para resolver (48) y se obtiene la siguiente ecuación de regresión,

$$\ln\left(\sqrt{\frac{\bar{U}_{k+2}}{\bar{U}_k}}\right) = \beta(t_k, t_{k+1}) \left( \ln\left(\sqrt{\bar{U}_k \bar{U}_{k+1}}\right) - \ln U_e - \frac{q}{2} \left( \sqrt{\bar{E}_k \bar{E}_{k+1}} \right) \right) - \frac{q}{2} \left( \sqrt{\bar{E}_k \bar{E}_{k+1}} + \sqrt{\bar{E}_{k+1} \bar{E}_{k+2}} \right) + R(t_k), \quad (80)$$

la cual es una forma simplificada de la ecuación (78), obtenida al cancelar los términos con los que contribuye la función  $W(t)$ ; esta función expresa la variabilidad de  $K$  en el caso general. Se ajustó la ecuación (80) a los datos de la pesquería; se probaron dos desarrollos para la expansión de la función  $r(t)$ , cuando  $n=1$  y  $n=2$ , buscando obtener el mayor coeficiente de determinación en las regresiones. Los resultados de los ajustes se muestran en la Tabla III y en las Figuras 10 y 11, en la sección IV.4.2 en la que se presentan los resultados de la identificación de parámetros del modelo.

#### IV.3.3 Modelo generalizado cuando $K$ es función del tiempo y $r$ se mantiene constante

La generalización del modelo de Gompertz-Fox dada por la ecuación (49) es equivalente a

$$\frac{dx}{dt} = r \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) x(t) - qE(t)x(t) - rg(t)x(t),$$

donde  $g(t) = \ln\left(\frac{K(t)}{K}\right)$  (véase ecuación 50)

Haciendo en este caso  $W(t) = rg(t)$ , tenemos

$$\frac{dx}{dt} = rx(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - qE(t)x(t) - W(t)x(t). \quad (81)$$

Se observa que es posible obtener la ecuación (81) a partir de la ecuación (54) al mantener  $r$  constante. Siguiendo un desarrollo similar al del modelo más generalizado (ecs. 55 a 59), pero con la simplificación de que  $r$  es constante, se obtiene el factor integrante  $e^{-rt}$ , lo cual a su vez simplifica en cierta forma e introduce algunas variantes al procedimiento, desarrollado anteriormente, al obtener la ecuación de regresión para este caso. La ecuación (59) se simplifica a la forma

$$d[\phi e^{-rt}] = -q e^{-rt} E(t) dt - e^{-rt} W(t) dt. \quad (82)$$

Integrando de  $t_0$  a  $t_k$ :

$$\phi(t_k) e^{-rt_k} = \phi(t_0) e^{-rt_0} - q \int_{t_0}^{t_k} e^{-rt} E(t) dt - \int_{t_0}^{t_k} e^{-rt} W(t) dt,$$

despejando  $\phi(t_k)$  tenemos

$$\phi(t_k) = \phi(t_0) e^{r(t_k - t_0)} - q e^{rt_k} \int_{t_0}^{t_k} e^{-rt} E(t) dt - e^{rt_k} \int_{t_0}^{t_k} e^{-rt} W(t) dt. \quad (83)$$

Para resolver la primera integral en (83), se hizo una partición del intervalo de explotación  $[t_0, T]$  en subintervalos de la forma  $[t_k, t_{k+1})$  para  $k = 0, 1, 2, \dots, N$ , con norma  $\Delta t = (t_{k+1} - t_k) = 1$ , por lo cual (83) se expresó en forma equivalente

$$\phi(t_k) = \phi(t_0) e^{r(t_k - t_0)} - e^{rt_k} \sum_{i=0}^{k-1} q \int_{t_i}^{t_{i+1}} e^{-rt} E(t) dt - e^{rt_k} \int_{t_0}^{t_k} e^{-rt} W(t) dt. \quad (84)$$

Se supone que en el intervalo  $[t_k, t_{k+1})$   $E(t)$  permanece constante e igual a su promedio en ese intervalo, por lo que llegamos a

$$\phi(t_k) = \phi(t_0) e^{r(t_k - t_0)} + \frac{q}{r} (1 - e^{r\Delta t}) \sum_{i=0}^{k-1} \bar{E}_{i+1} e^{r(t_k - t_{i+1})} - e^{rt_k} \int_{t_0}^{t_k} e^{-rt} W(t) dt. \quad (85)$$

Para resolver la segunda integral en (83) se supuso una expresión, simplificada, de la ecuación (79) para la función  $W(t)$  y posteriormente se resolvió analíticamente esta

integral con el método por partes (Swokowski, 1989). Sustituyendo la expresión para la función  $\phi$  (ec. 57) en la forma integrada de (85) y efectuando algunas simplificaciones se llega a

$$\ln(U(t_k)) = \ln(qK) + e^{rt_k} \ln\left(\frac{U(t_0)}{qK}\right) + \frac{q}{r}(1 - e^r) \sum_{i=0}^{k-1} \bar{E}_{i+1} + \frac{r s_1}{r^2 + w^2} \text{Cos}(w t_k) - \frac{w s_1}{(r^2 + w^2)} \text{Sen}(w t_k) . \quad (86)$$

Suponiendo la aproximación para la media geométrica de  $U(t_k)$  (ec. 76) se obtiene la ecuación de regresión para este caso.

#### IV.3.4 Modelo tradicional, $r$ y $K$ se mantienen constantes

El procedimiento para obtener la ecuación de regresión para el modelo de Gompertz-Fox cuando tanto  $r$  como  $K$  se consideran constantes fue similar al desarrollado en el caso anterior; excepto porque no se tiene la contribución de la función  $W(t)$ , por lo cual se obtiene una expresión más sencilla dada por la siguiente ecuación,

$$\ln(U(t_k)) = \ln(qK) + \ln\left(\frac{U(t_0)}{qK}\right) e^{r(t_k - t_0)} + \frac{q}{r}(1 - e^r) \sum_{i=0}^{k-1} \bar{E}_{i+1} . \quad (87)$$

De nuevo, utilizando (76) se obtiene la ecuación de regresión para este caso.

#### IV.4 IDENTIFICACIÓN DE PARÁMETROS

Se ajustó el modelo de Gompertz-Fox (Fox, 1970; Quinn y Deriso, 1999) y las generalizaciones desarrolladas de este modelo, a los datos de captura por unidad de esfuerzo correspondientes a la pesquería mexicana de la anchoveta nortea *Engraulis mordax*, para el período 1972-1998. La información sobre capturas comerciales y esfuerzo pesquero ejercido se obtuvo del Centro Regional de Investigaciones Pesqueras de

Ensenada, Baja California (Borbón-González y Cota-Villavicencio, 1999). En el Apéndice B se presentan las gráficas de captura y esfuerzo ejercido en la pesquería.

#### IV.4.1 Modelo generalizado, con $r(t)$ y $K(t)$

En la Tabla I se presentan los estimadores de los parámetros de la ecuación (47) obtenidos al ajustar la ecuación (78) a los datos de la pesquería, considerando las expresiones para las funciones  $r(t)$  y  $W(t)$  que produjeron el mayor porcentaje de variabilidad explicada por la ecuación de regresión, las cuales son,

$$r(t) = a_1 \text{Sen}(\omega t) + a_2 \text{Cos}(\omega t) \quad \text{y} \quad W(t) = s_1 \text{Cos}(wt)$$

Se muestran también los errores estándar calculados para los estimadores mediante la técnica de remuestreo Jackknife (Shao y Tu, 1995).

Tabla I Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar la variación en el tiempo de la tasa intrínseca de crecimiento,  $r(t)$ , y de la capacidad de carga del sistema,  $K(t)$ , sus errores estándar y 81.7 % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña .

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
$a_1$	-0.358	0.016	81.7%
$b_1$	0.104	0.036	
$w$	0.639	0.005	
$q$	$25 \times 10^{-6}$	$5.9 \times 10^{-6}$	
$K$	3,024,850	16,100	
$s_1$	0.1257	0.0087	

En la Tabla II se muestran los estimadores de los parámetros y sus errores estándar, cuando se introduce la función  $g(t)$  en el modelo generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$  para representar la variación en el tiempo de  $K(t)$  (ec. 50), al prescindir de la ecuación (53), por lo cual se usa (52) para obtener la ecuación de regresión. La expresión para  $g(t)$  que produjo el mayor porcentaje de variabilidad explicada por el modelo fue  $g(t) = m_1 \text{Cos}(wt)$ .

Tabla II Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar la variación en el tiempo de la tasa intrínseca de crecimiento,  $r(t)$ , y de la capacidad de carga del sistema,  $K(t)$ , sus errores estándar y 76.4 % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña .

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
$a_1$	-0.3240	0.020	76.4%
$b_1$	0.206	0.029	
$w$	0.625	0.004	
$q$	$23 \times 10^{-6}$	$6.4 \times 10^{-6}$	
$K$	4,000,000	1,500,000	
$m_1$	0.168	0.051	

Las Figuras 6 y 7 muestran los valores observados contra los valores estimados generado en los dos distintos ajustes hechos del modelo más generalizado a los datos de captura por unidad de esfuerzo de la pesquería. Las Figuras 8 y 9 muestran la variación en el tiempo de  $r(t)$  y de  $K(t)$ , respectivamente, para el ajuste del modelo en el que se logra un 76.4 % de variabilidad explicada por éste.

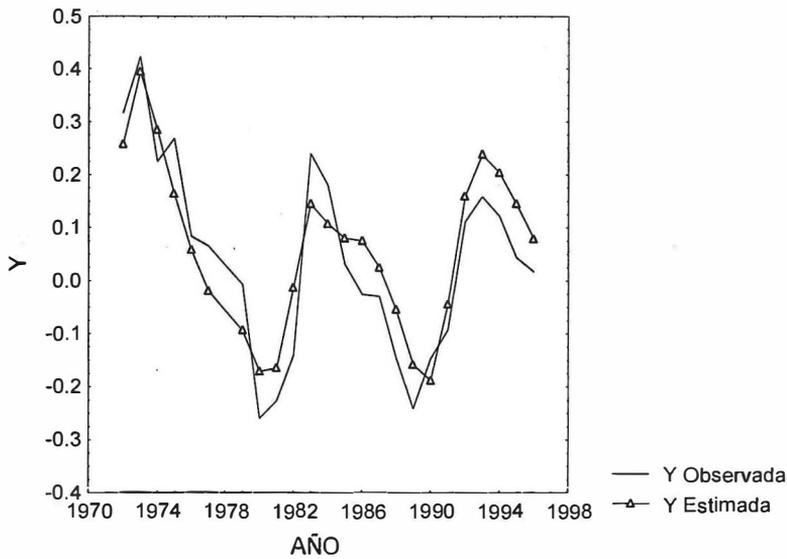


Figura 6. Valores observados contra valores estimados por la regresión de la ecuación (78) para el modelo generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$  cuando se introduce la función  $W(t)$ . Se obtuvo un 81.7 % de variabilidad explicada por la regresión.

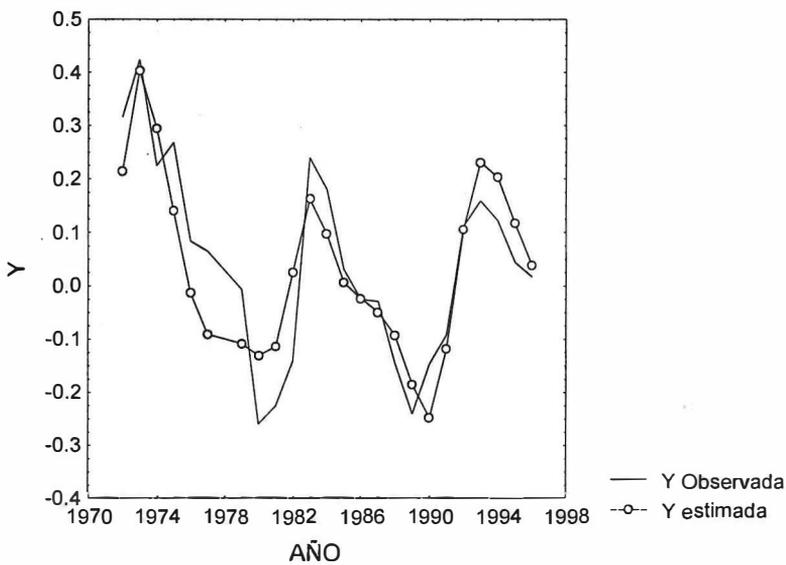


Figura 7. Valores observados contra valores estimados por la variante de la ecuación (78), cuando se prescinde de (53), y se define  $g(t) = m_1 \text{Cos}(wt)$ . Se obtuvo un 76.4% de variabilidad explicada por la regresión.

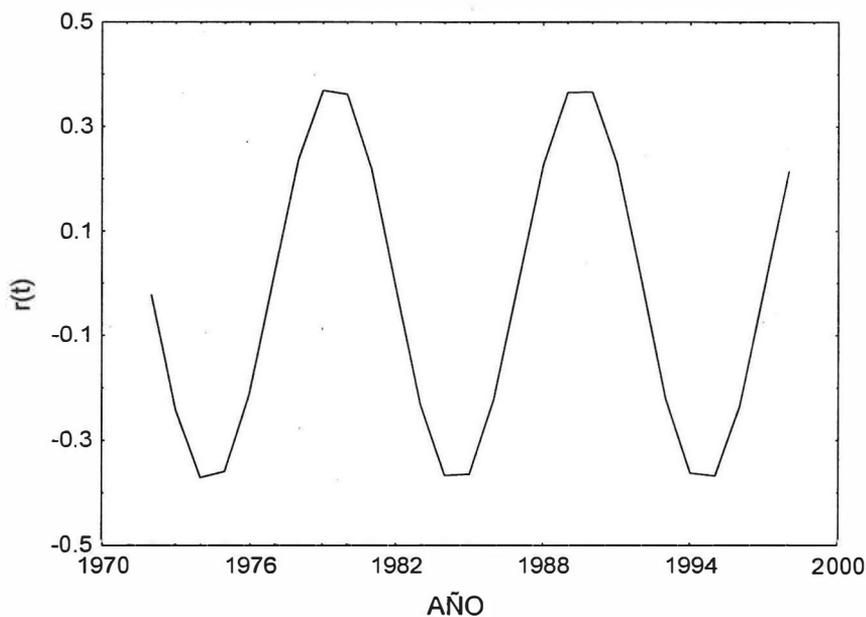


Figura 8. Variación del factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población,  $r(t)$ , en el tiempo. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K(t)$ ; 76.4 % de variabilidad explicada por el modelo.

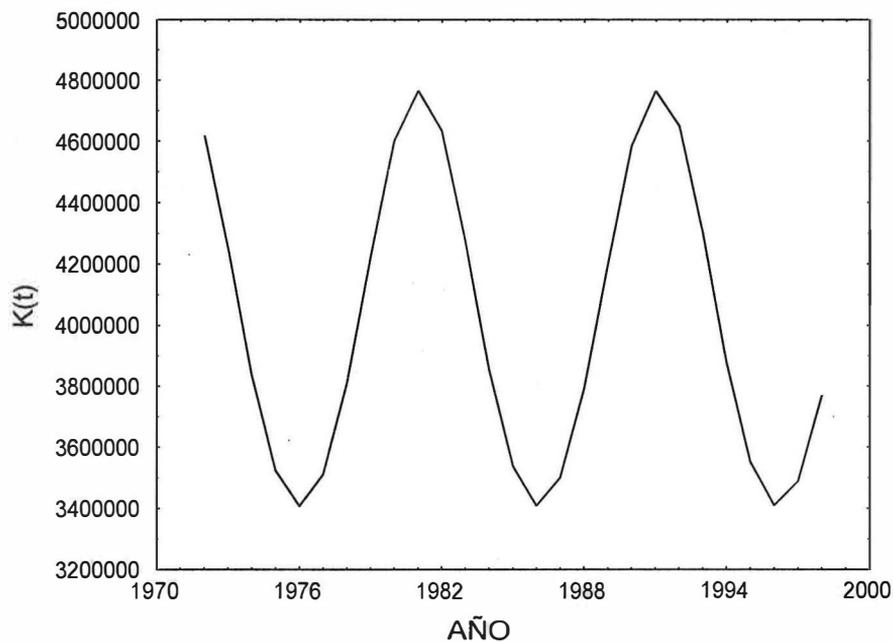


Figura 9. Variación de la capacidad de carga,  $K(t)$ , en el tiempo. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K(t)$ ; 76.4 % de variabilidad explicada por el modelo.

#### IV.4.2 Modelo generalizado cuando $r$ es función del tiempo y $K$ se mantiene constante

En la Tabla III se presentan los estimadores de los parámetros de la ecuación (48) obtenidos al ajustar la ecuación (80) a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña, para  $n=1$  en la expansión de la función  $r(t)$  (Apéndice A), por lo que  $r(t) = a_1 \text{Sen}(wt) + b_1 \text{Cos}(wt)$ , la cual produjo el mayor porcentaje de variabilidad explicada por la ecuación de regresión. Se muestran también los errores estándar de los estimadores obtenidos mediante remuestreo Jackknife.

Tabla III Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar a  $r$  una función del tiempo,  $r(t) = a_1 \text{Sen}(wt) + b_1 \text{Cos}(wt)$ , sus errores estándar y % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
$a_1$	-0.302	0.028	75%
$b_1$	0.171	0.025	
$w$	0.621	0.005	
$K$	4,030,000	1,000,000	
$q$	$24 \times 10^{-6}$	$6 \times 10^{-6}$	

En la Figura 10 se muestran los valores observados contra los valores estimados mediante el ajuste de la ecuación (80) a los datos de captura por unidad de esfuerzo de la pesquería. La Figura 11 muestra la evolución en el tiempo del factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población para la presente generalización del modelo.

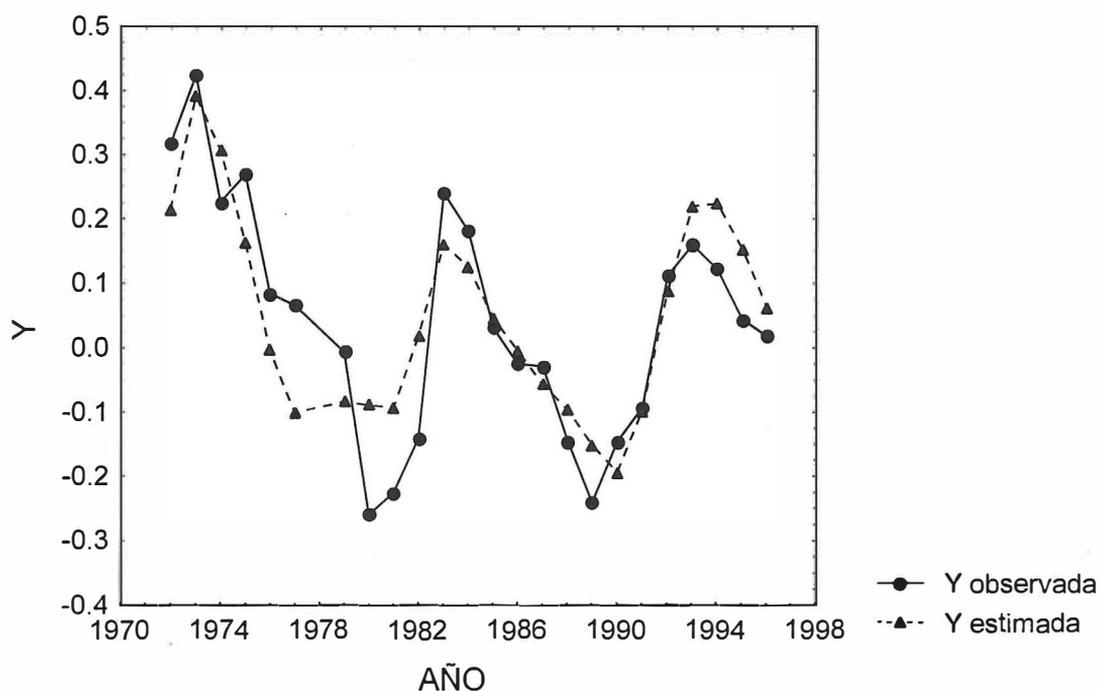


Figura 10. Valores observados contra valores estimados por la regresión de la ecuación (80), modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante, para una expansión  $n=1$  para  $r(t)$ . Se obtuvo un 75 % de variabilidad explicada por la regresión.

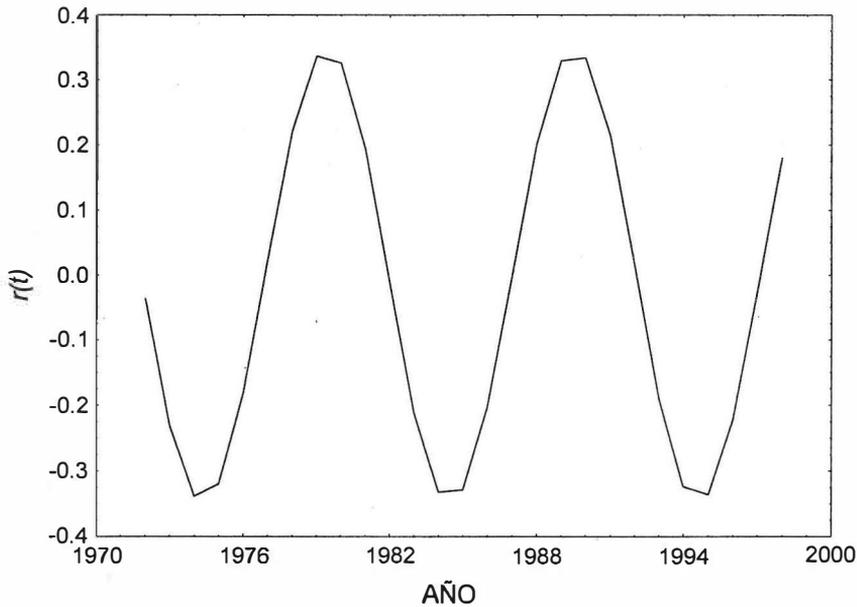


Figura 11. Variación en el tiempo de  $r(t) = -0.302 \text{Sin}(0.621t) + 0.171 \text{Cos}(0.621t)$  para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante.

#### IV.4.3 Modelo generalizado cuando $K$ es función del tiempo y $r$ se mantiene constante

En la Tabla IV se presentan los estimadores de los parámetros de la ecuación (49) obtenidos al ajustar la ecuación (86) a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña, para la expresión  $W(t) = s_2 \text{Cos}(wt)$  la cual produjo el mayor porcentaje de variabilidad explicada por la ecuación de regresión. Se muestran, también, los errores estándar de los estimadores obtenidos mediante remuestreo Jackknife. En la Figura 12 se muestran los valores observados contra los valores estimados por la regresión y en la Figura 13 se muestra la variación en el tiempo de la capacidad de carga del sistema  $K(t)$ .

Tabla IV Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox generalizado al considerar la variación en el tiempo de la capacidad de carga del sistema,  $K(t)$ , expresada mediante la función  $K(t) = K * \exp(s_2 * \text{Cos}(wt))$ , sus errores estándar y % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña .

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
<i>r</i>	-0.3187	0.0071	89.7 %
<i>K</i>	4,513,700	59,200	
<i>q</i>	$23.9 \times 10^{-6}$	$4.4 \times 10^{-7}$	
<i>w</i>	0.645	0.002	
<i>s<sub>2</sub></i>	0.1438	0.0052	

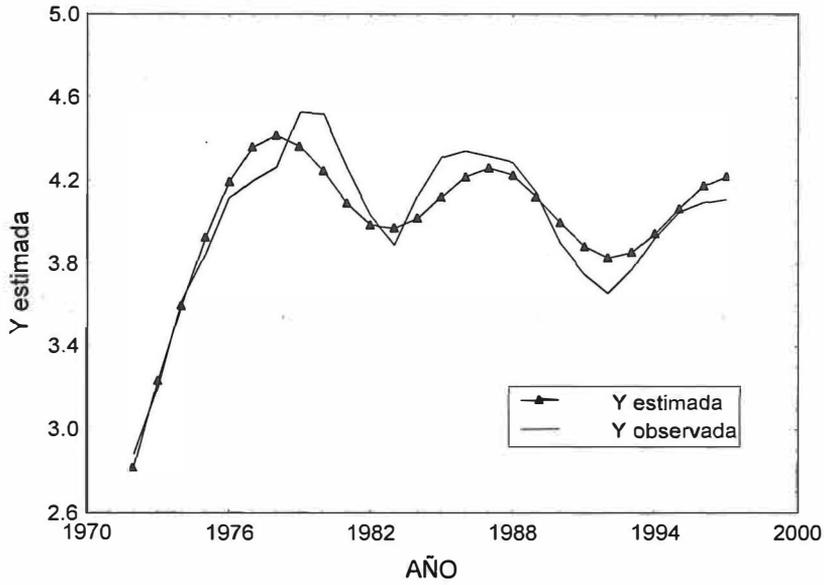


Figura 12. Valores Observados contra valores estimados por la regresión de la ecuación (86), modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante. Se obtuvo un 89.7 % de variabilidad explicada por la regresión.

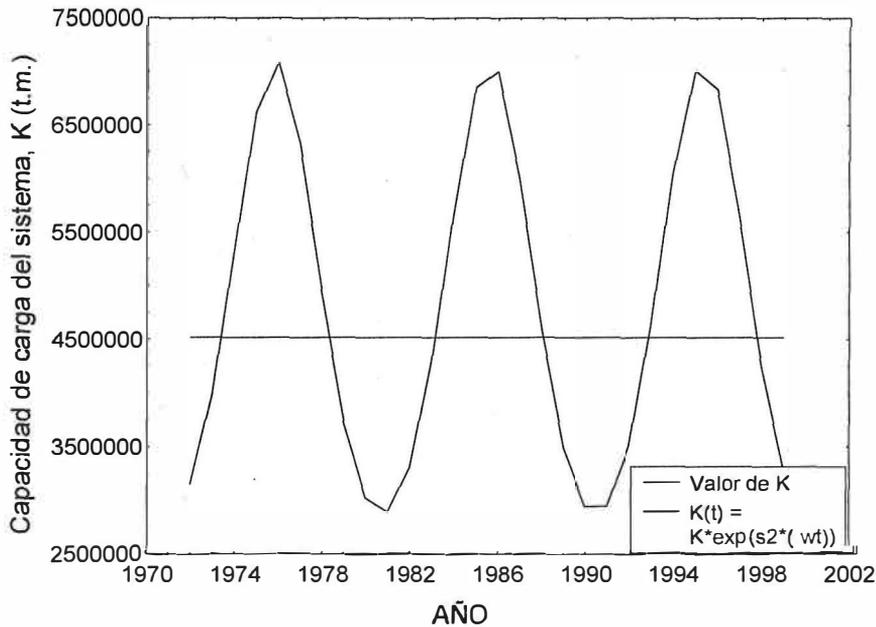


Figura 13. Variación de la capacidad de carga,  $K(t)$ , en el tiempo. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante. Variabilidad explicada por el modelo de 89.7 %.

#### IV.4.4 Modelo tradicional, $r$ y $K$ se mantienen constantes

En la Tabla V se presentan los estimadores de los parámetros de la ecuación (45) obtenidos al ajustar la ecuación (87) a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña. Se muestran también los errores estándar de los estimadores obtenidos mediante remuestreo Jackknife.

Tabla V.- Estimadores de los parámetros del modelo de Gompertz-Fox tradicional (ec. 45), sus errores estándar y % de variabilidad explicada por el ajuste del modelo a los datos de la pesquería de la anchoveta norteña.

<i>Parámetro</i>	<i>Estimador</i>	<i>Error Estándar</i>	<i>Variabilidad explicada</i>
$r$	-0.339	0.014	77 %
$K$	4,352,177	184,460	
$q$	$27.1 \times 10^{-6}$	$1.7 \times 10^{-6}$	

En la Figura 14 se muestran los valores observados contra los valores estimados por la regresión.

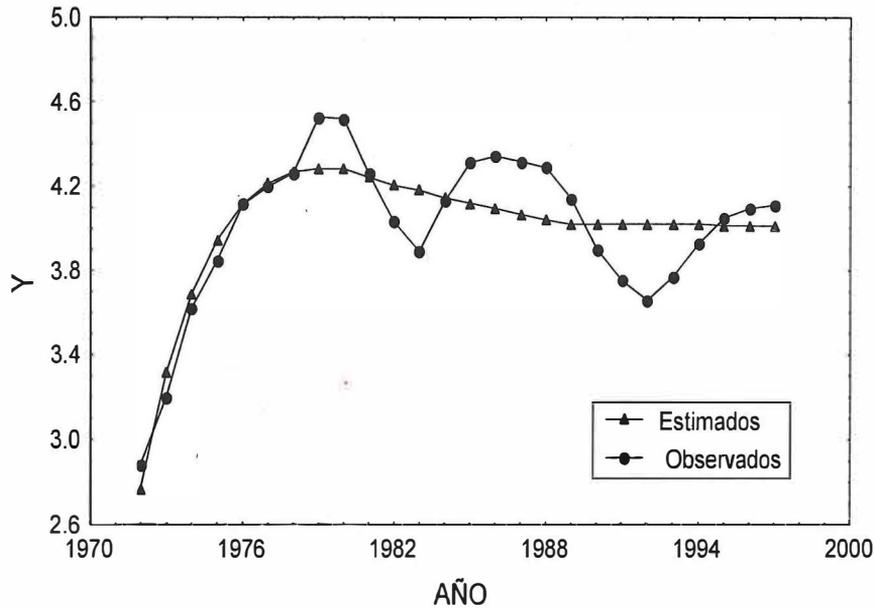


Figura 14. Valores observados contra valores estimados por la ecuación (87), modelo de Gompertz-Fox con  $r$  y  $K$  constantes. Se obtuvo un 77 % de variabilidad explicada por la regresión.

#### IV.5 ECUACIONES PARA LA BIOMASA DEL RECURSO

En esta sección se presentan las formas integradas obtenidas para las ecuaciones diferenciales (45), (47), (48) y (49) que describen el cambio de la biomasa del recurso respecto al tiempo, bajo el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes y generalizaciones de éste desarrolladas en el presente trabajo. Así también se presentan las gráficas respectivas cuando se considera la pesca y cuando se omite ésta en el modelo, esto último con el propósito de visualizar el efecto de la pesca sobre la biomasa remanente del recurso.

#### IV.5.1 Modelo tradicional, con $r$ y $K$ constantes

De la ecuación diferencial (45), considerando solo la tasa de crecimiento natural, o sea sin considerar la tasa de captura, se obtuvo la siguiente expresión para la biomasa del recurso

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{\exp(rt)}, \quad (88)$$

donde  $x_0$  se puede estimar utilizando el valor calculado para el coeficiente de capturabilidad  $q$  y el dato de captura por unidad de esfuerzo al inicio del horizonte temporal considerado para el estudio de la pesquería, en este trabajo corresponde al año de 1972.

Al considerar también la tasa de captura al resolver (45), se obtuvo la expresión para la biomasa del recurso con pesca

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{rt}} e^{\left( \frac{q(1-e^r)}{r} \right) \sum_{i=0}^{k-1} \bar{E}_{i+1}} \quad (89)$$

En la Figura 15 se muestra la variación de la biomasa del recurso en el tiempo, sin y con el efecto de la pesca.

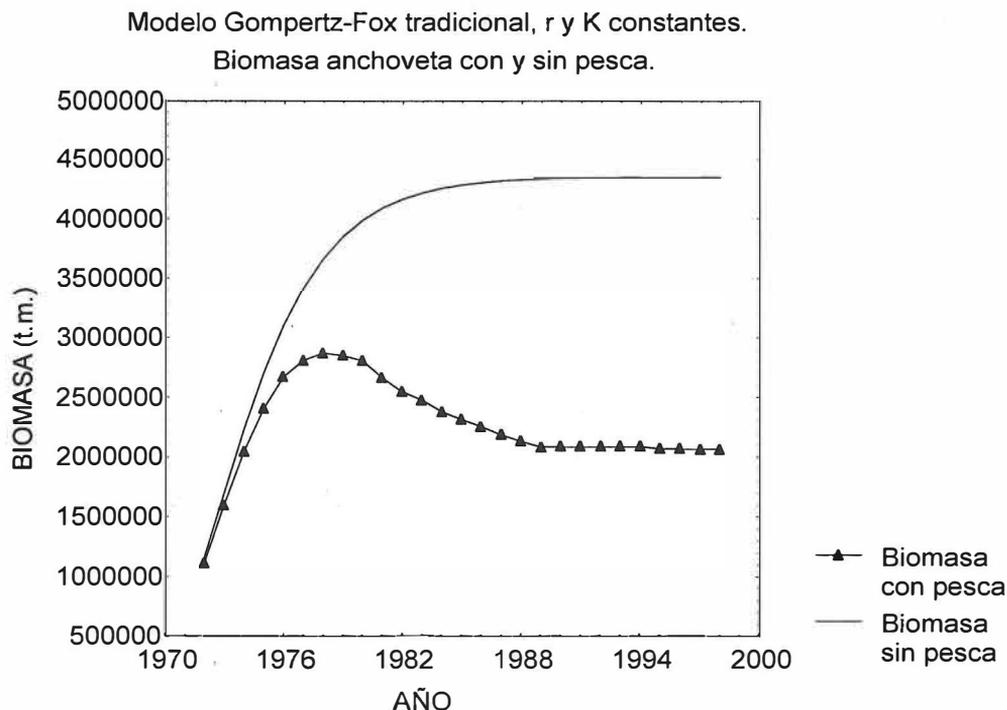


Figura 15. Variación de la biomasa de anchoveta nortea en el tiempo, calculada bajo el modelo de Gompertz-Fox de parámetros  $r$  y  $K$  constantes, considerando y sin considerar la pesca del recurso.

#### IV.5.2 Modelo generalizado, con $r(t)$ y $K$ constante

De la ecuación diferencial (48), considerando solo la tasa de crecimiento natural, o sea sin considerar la tasa de captura, se obtuvo la siguiente expresión para la biomasa del recurso

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{\int_0^t r(s) ds}} = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{\left( \frac{a_1}{w} \frac{a_1 \cos(wt)}{w} + \frac{b_1 \sin(wt)}{w} \right)}} \quad (90)$$

Al considerar la pesca se obtuvo la siguiente ecuación,

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-q \int_0^t E(s) ds} e^{-\int_0^t E(s) ds} dt \quad (91)$$

La Figura 16 muestra la variación en el tiempo de la biomasa del recurso dada por las ecuaciones (90) y (91), respectivamente.

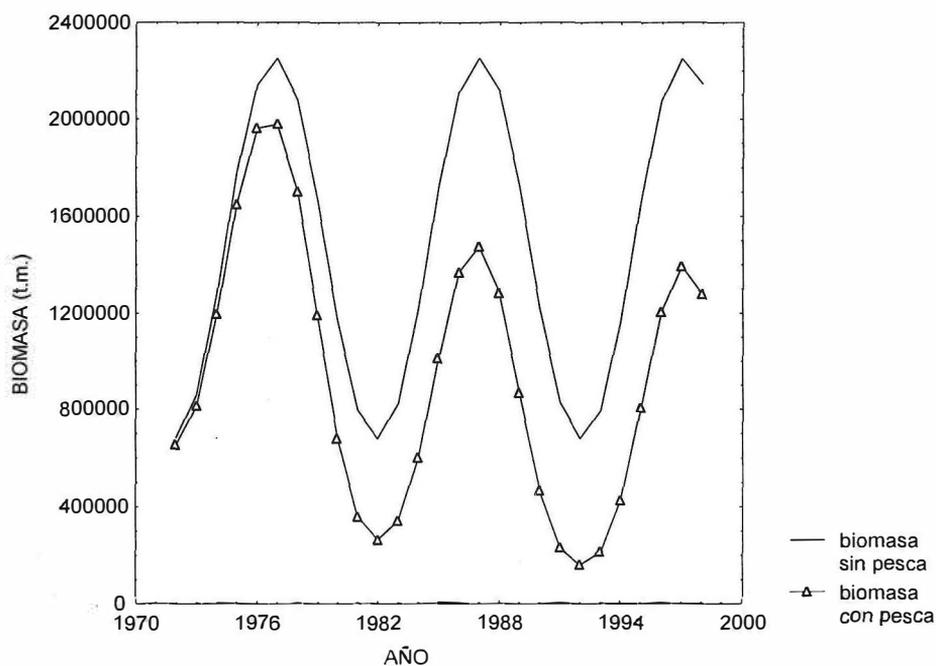


Figura 16. Variación en el tiempo de la biomasa de anchoveta norteña calculada bajo la generalización del modelo de Gompertz-Fox, con  $r(t)$  y  $K$  constante, considerando y sin considerar la pesca del recurso.

#### IV.5.3 Modelo generalizado, con $K(t)$ y $r$ constante

De la ecuación diferencial (49), considerando solo la tasa de crecimiento natural, sin la captura, se obtuvo la siguiente expresión para la biomasa del recurso

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{rt}} e^{-e^{rt} \int_0^t W(t) e^{-rt} dt} \quad (92)$$

donde  $W(t) = s_2 \text{Cos}(wt)$ , por lo que (92) queda,

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{rt}} e^{s_2 \left( \frac{r \text{Cos}(wt) - w \text{Sin}(wt) - r e^{rt}}{(r^2 + w^2)} \right)}$$

Al considerar la pesca se obtuvo la siguiente ecuación,

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{rt}} e^{s_2 \left( \frac{r \text{Cos}(wt) - w \text{Sin}(wt) - r e^{rt}}{(r^2 + w^2)} \right)} e^{\frac{q}{r} (1 - e^r) \sum_{i=0}^{k-1} \bar{E}_{i+1}} \quad (93)$$

La Figura 17 muestra la variación en el tiempo de la biomasa del recurso dada por las ecuaciones (92) y (93).

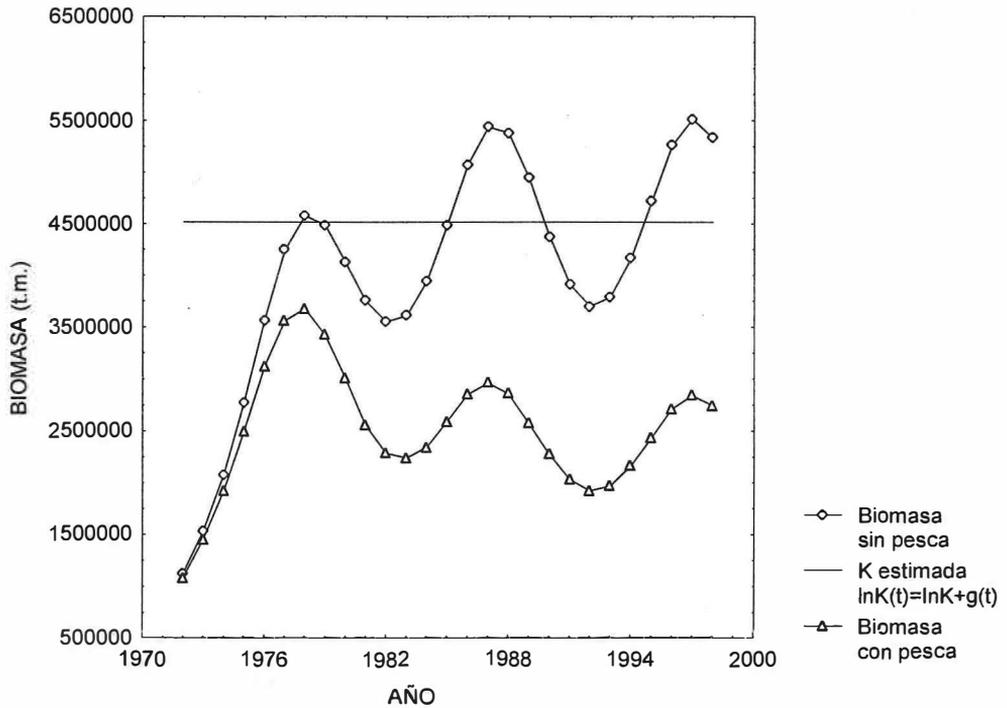


Figura 17. Variación en el tiempo de la biomasa de anchoveta norteña calculada bajo la generalización del modelo de Gompertz-Fox, con  $K(t)$  y  $r$  constante, considerando y sin considerar la pesca del recurso.

#### IV.5.4 Modelo generalizado, con $r(t)$ y $K(t)$

De la ecuación diferencial (47), considerando solo la tasa de crecimiento natural, sin la captura, se obtuvo la siguiente expresión para la biomasa del recurso, cuando se introduce la función  $g(t) = m_1 \cos(wt)$

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-e^{\int_0^t r(s) ds} \int_0^t r(t) g(t) e^{\int_0^t r(s) ds} dt} \quad (94)$$

Cuando se considera la pesca la ecuación para la biomasa es

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t r(s) g(s) e^{\int_0^s r(s) ds} dt e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t q E(s) e^{-\int_0^s r(s) ds} ds \quad (95)$$

La Figura 18 muestra la variación en el tiempo de la biomasa del recurso dada por las ecuaciones (94) y (95).

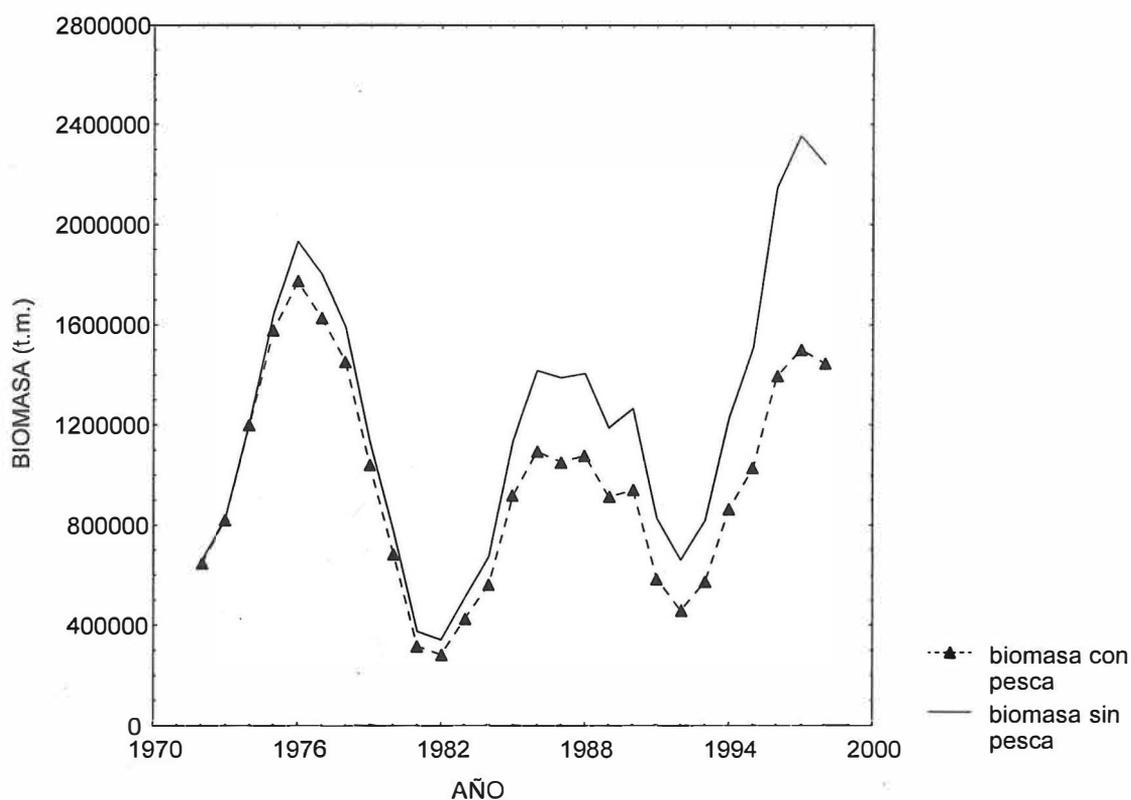


Figura 18. Variación en el tiempo de la biomasa de anchoveta norteña calculada bajo la generalización del modelo de Gompertz-Fox, con  $r(t)$  y  $K(t)$ , considerando y sin considerar la pesca del recurso. Ajuste del modelo con 76.4 % de variancia explicada.

## V. TEORÍA DE CONTROL ÓPTIMO Y ANÁLISIS DE VIABILIDAD

En este capítulo se aplica la teoría presentada y metodología desarrollada en el tercer capítulo, sobre Control Óptimo, a la pesquería mexicana de anchoveta norteña, con el propósito de analizar la optimalidad de la estrategia de explotación del recurso cuando la variable de control es el esfuerzo pesquero. La variación de la biomasa del recurso en el tiempo es modelada por el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes y por las generalizaciones de éste desarrolladas en el presente trabajo. Se desarrolla además la metodología para efectuar el análisis de viabilidad de la biomasa del recurso cuando se supone un nivel de colapso para la biomasa.

### V.1 APLICACIÓN DE CONTROL ÓPTIMO A LA PESQUERÍA DE ANCHOVETA

El problema de control óptimo se definió especificando un sistema dinámico (ec. 26) que expresa la tasa de cambio de la biomasa explotada  $x(t)$ ; se especificó como función de control al esfuerzo pesquero  $E(t)$  y se establecieron restricciones sobre éste (ecs. 27 y 28) y sobre  $x(t)$ , tal como se describe en la sección III.5. Se consideró como funcional objetivo a  $J(x(t), E(t), x(T))$ , definida en términos de la función de control, la respuesta  $x(t)$  y la condición terminal para la biomasa del recurso  $x(T)$ . La funcional viene dada por la expresión para los ingresos netos totales descontados derivados de la explotación del recurso (ec. 29). Se determinó como objetivo la maximización del valor presente del flujo de ingresos netos futuros obtenidos de la pesquería, esto es, la maximización de  $J$  (ver ec. 8).

Se efectuó la maximización de dicha funcional sobre el espacio de variación de la variable de control, aplicando las condiciones de optimalidad expresadas en el “principio del máximo de Pontryagin” (ecs. 22 y 23), se obtuvo la expresión implícita para la variable

respuesta que define la senda óptima  $x_s$ , o senda singular; para el caso general (no-autónomo) dada por la ecuación (41). En el caso autónomo, cuando además de mantener  $\mu(x(t)) = c$ ,  $p(t)$  y  $\delta(t)$  permanecen constantes, la expresión implícita para la variable respuesta que define la senda óptima  $x_s$ , o senda singular, viene dada por la llamada ecuación de la regla aurea de Clark (ec. 42). Para cada tiempo  $t$  las ecuaciones (41) y (42) definen implícitamente la senda singular  $x_s(t)$ , la biomasa óptima al tiempo  $t$ , para los casos no-autónomo y autónomo, respectivamente.

Cabe aclarar que en este trabajo usaremos los términos autónomo y no-autónomo para expresar si los conceptos económicos utilizados (precio, costo, tasa de descuento) varían o no en el tiempo, puesto que además de utilizar el modelo de Gompert-Fox de parámetros constantes, se trabajó también con la generalizaciones del modelo donde  $r$  o  $K$  o ambos varían en el tiempo. A continuación, se describe las consideraciones que se tomaron al trabajar con las distintas variantes del modelo; se presentan las ecuaciones para la biomasa óptima y esfuerzo óptimo y las gráficas para la senda óptima, respectivamente.

### V.1.1 Modelo de Gompertz-Fox con parámetros constantes

Para el caso autónomo, cuando  $p(t) = p$ ,  $\delta(t) = \delta$  y  $\mu(x(t)) = c$ , se obtuvo la función para el nivel de biomasa óptima ( $x_s$ ) a partir de la regla aurea de Clark (ec. 42) al sustituir en ésta la expresión para la tasa de crecimiento natural  $F(x(t))$  dada por la ecuación (46) y la expresión para el costo por unidad de biomasa (ec. 31). Este nivel se define implícitamente mediante la ecuación

$$\ln\left(\frac{x_s(\delta)}{K}\right) + \frac{c \ln\left(\frac{x_s(\delta)}{K}\right)}{pqx_s(\delta) - c} - \frac{\delta}{r} + 1 = 0 \quad (96)$$

De este modo, fijos precio y costo por unidad de esfuerzo, la trayectoria singular  $x_s(t)$  es constante para cada valor fijo de la tasa de descuento  $\delta$ .

Para el caso autónomo se consideraron constantes el precio por unidad de biomasa, la tasa de descuento y el costo por unidad de esfuerzo ( $p(t)=p$ ,  $\delta(t)=\delta$  y  $u(x)=c$ ). Se fijó el costo de cada unidad de esfuerzo  $\mu(x(t)) = c = 3,000$  dólares/viaje, de acuerdo a la información proporcionada por pesqueras locales; se usó también un valor de  $c = 2,000$  dólares/viaje con el fin de analizar como variaba el nivel de biomasa óptima al disminuir el costo. El precio  $p$  de cada tonelada métrica se fijó en tres distintos valores con el propósito de analizar la variación en el nivel de biomasa óptima al variar el precio: se estimó un valor de 50 dólares/tonelada para la anchoveta destinada al proceso de reducción (producción de harina de pescado) y para la harina de pescado se fijaron valores entre 300 y 700 dólares/tonelada, de acuerdo a la variación del precio de este producto en los últimos años.

En los mercados financieros internacionales, una cota superior representativa para la variación de la tasa de descuento es de  $\delta = 0.10$ , por lo cual se usó este valor; además, se calculó el nivel de biomasa óptima para  $\delta = 0.05$  por ser éste aproximadamente el valor promedio de la tasa de descuento para el período de tiempo considerado. Los valores de biomasa óptima para todos los cálculos del caso autónomo se generaron a partir de la ecuación (96), utilizando MAPLE V. En las Figuras 19, 20 y 21 se muestran los resultados obtenidos para las distintas variantes calculadas para el caso autónomo; en éstas se muestra, además, la biomasa estimada a partir de los datos de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) de la pesquería.

## Resultados

En el caso autónomo del análisis bioeconómico, efectuado bajo el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes, se observó que al elevar la tasa de descuento, fijos el precio y el costo por unidad de esfuerzo, descendió el nivel de biomasa óptima. Lo anterior se muestra en la Figura 19, cuando se fija el precio de la harina de pescado en 300 dólares por tonelada y el costo por unidad de esfuerzo en 3,000 dólares por viaje y  $\delta$  se eleva de 0.05 a 0.10; se muestra, también, la biomasa estimada a partir de datos de captura por unidad de esfuerzo.

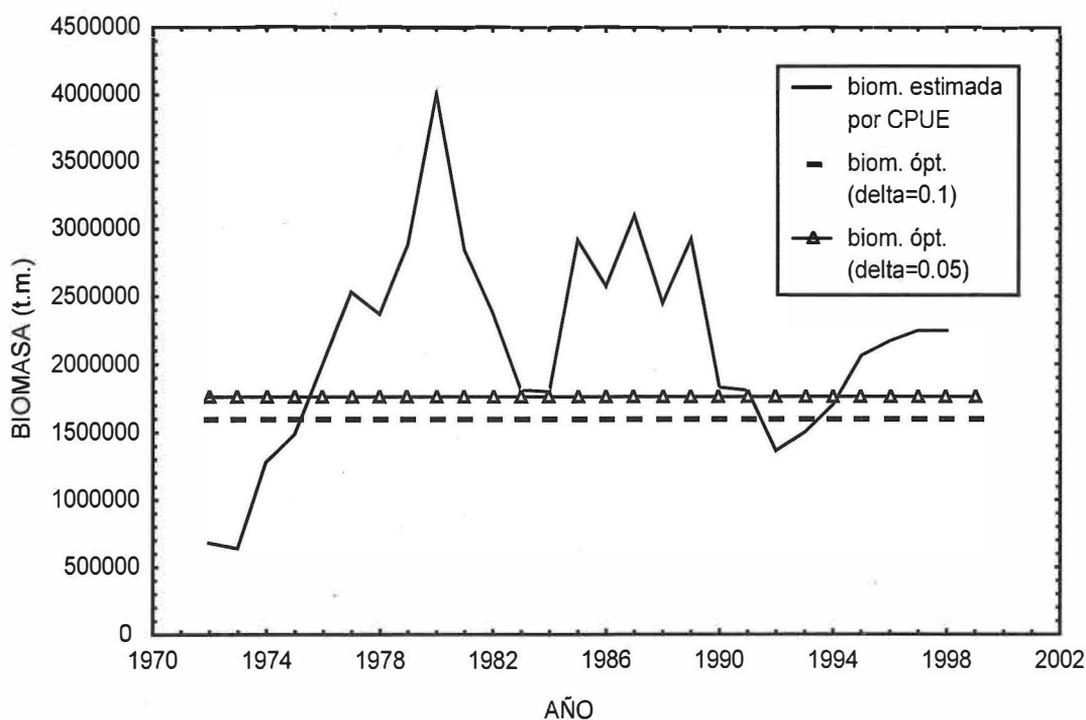


Figura 19. Biomasa estimada por CPUE y nivel de biomasa óptima para dos valores de la tasa de descuento,  $\delta$ . Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.

Al variar el precio, manteniendo constante el costo por unidad de esfuerzo y la tasa de descuento, se observó que al aumentar el precio disminuía el nivel de biomasa óptima y viceversa; en la Figura 20 se observa este efecto, cuando la tasa de descuento se fija en 0.05 y el costo por unidad de esfuerzo en 3,000 dólares/viaje. El nivel de biomasa óptima se elevó al aumentar el costo por unidad de esfuerzo y viceversa; en la Figura 21 se muestra esta variación, fijos precio y la tasa de descuento en 50 dólares por tonelada y 0.05, respectivamente. En ambas figuras se muestra también la biomasa estimada a partir de los datos de captura por unidad de esfuerzo.

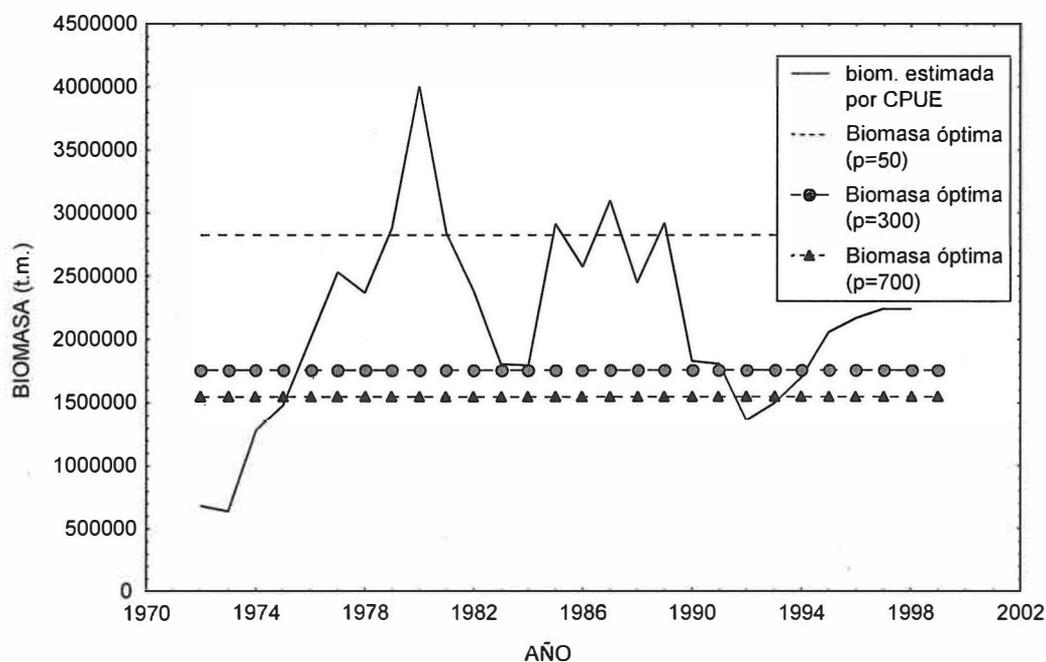


Figura 20. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada para tres distintos precios, fijos el costo por unidad de esfuerzo y la tasa de descuento. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.

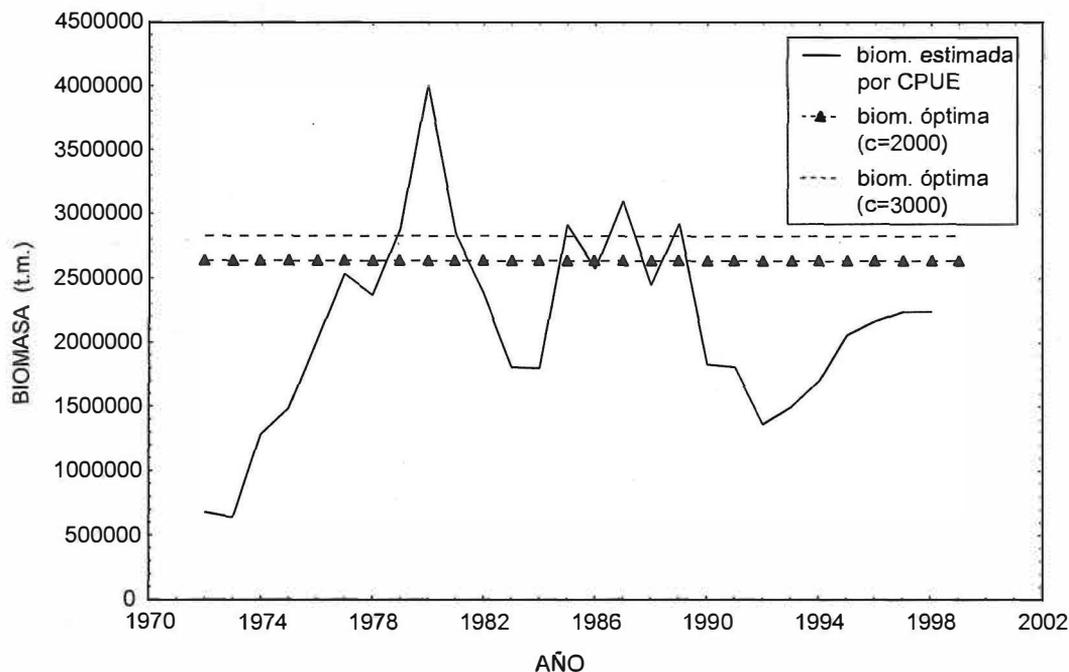


Figura 21. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada para dos distintos costos por unidad de esfuerzo, fijos precio y tasa de descuento. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.

Para el caso general, no-autónomo, se consideraron variables precio y tasa de descuento ( $p(t)$  y  $\delta(t)$ ) y el costo por unidad de esfuerzo  $\mu(x)=c$ . La función para el nivel de biomasa óptima en el caso general se obtuvo al sustituir la expresión para la tasa de crecimiento natural  $F(x(t))$  dada por la ecuación (46) y la expresión para el costo por unidad de biomasa (ec. 31) en la ecuación (41); ésta viene dada en forma implícita por la siguiente expresión

$$\ln\left(\frac{x_s}{K}\right) + \frac{c \ln\left(\frac{x_s}{K}\right)}{q x_s p(t) - c} + \frac{q x_s \frac{dp}{dt}}{r(q x_s p(t) - c)} - \frac{\delta(t)}{r} + 1 = 0 . \quad (97)$$

Se trabajaron dos variantes para el caso no-autónomo; en la primera, el precio se consideró variable,  $p(t)$  y se tomaron como constantes la tasa de descuento,  $\delta(t) = \delta$  y el costo por unidad de esfuerzo  $\mu(x) = c$ . Esta situación corresponde al caso no-autónomo ya que el precio depende del tiempo, por lo tanto se usó la ecuación (97) para obtener la expresión de la biomasa óptima, con  $\delta(t) = \delta$ .

Se calcularon los valores de biomasa óptima a partir de (97), usando MAPLE V; para ello, se usaron los valores de precio y derivada de la función precio que se describen en el Apéndice B. La biomasa óptima calculada al considerar el precio variable y fijos el costo por unidad de esfuerzo y tasa de descuento ( $c = 3,000$  dólares/viaje y  $\delta = 0.05$ ) se graficó contra la biomasa estimada a partir de los datos de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) de la pesquería; lo anterior se muestra en la Figura 22.

En la segunda variante del caso no-autónomo se consideraron variables tanto el precio como la tasa de descuento, esto es  $p(t)$  y  $\delta(t)$  y se mantuvo constante el costo por unidad de esfuerzo  $\mu(x) = c = 3,000$  dólares/viaje. Es conveniente hacer notar que aunque el costo por unidad de esfuerzo se mantenga constante, el costo por unidad de biomasa,  $C(x)$ , no es constante (ver ec. 31). En este caso se aplicó también la ecuación (97) para calcular la biomasa óptima; la Figura 23 muestra la variación de la biomasa óptima respecto al tiempo para la situación económica anteriormente descrita, también se muestra la biomasa estimada por CPUE.

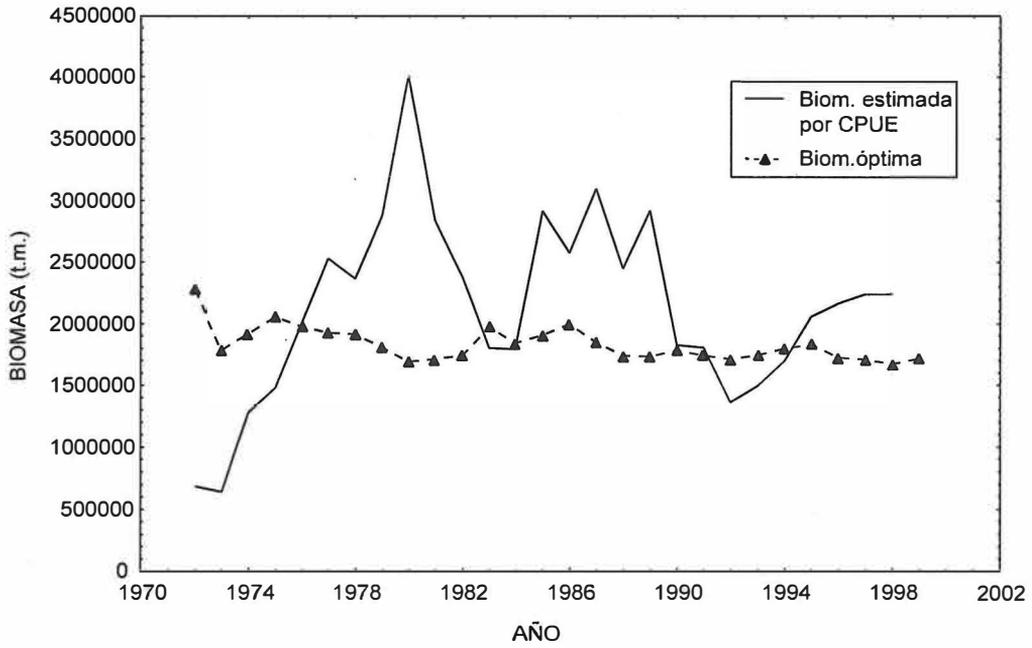


Figura 22. Biomasa estimada por CPUE y óptima, calculada cuando el precio se considera una función del tiempo y se mantienen constantes el costo por unidad de esfuerzo y la tasa de descuento. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.

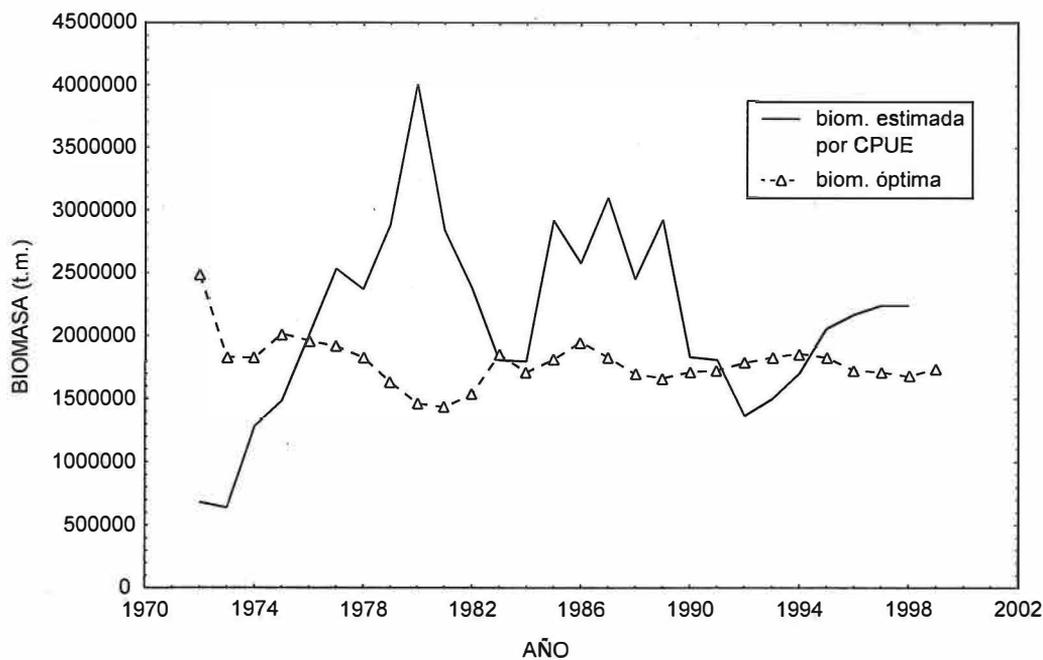


Figura 23. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, calculada cuando precio y tasa de descuento se consideran funciones del tiempo y se mantiene constante el costo por unidad de esfuerzo. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.

### Esfuerzo óptimo

A partir de la ecuación (1) se obtiene el nivel de esfuerzo  $E_s$  (véase la ecuación 43)

que mantiene la respuesta  $x(t)$  sobre la senda singular  $x_s(t)$ . Este nivel de esfuerzo óptimo

tiene la forma,

$$E_s = \frac{|r|}{q} \ln\left(\frac{K}{x_s}\right) . \quad (98)$$

Para el caso autónomo (cuando  $p = 300$ ,  $c = 3,000$  y  $\delta = 0.05$ ) se obtuvo  $E_s = 11,346$  viajes/año. Para el caso no-autónomo (cuando  $c = 3,000$ ,  $p(t)$  y  $\delta(t)$ ), los valores calculados de  $E_s$  oscilan entre 8,049 y 13,900 viajes/año.

### V.1.2 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante

Al sustituir la expresión para la tasa de crecimiento natural  $F(x(t))$  dada por la ecuación (46), adaptada con  $r(t)$ , y la expresión para el costo por unidad de biomasa (ec. 31) en (42), la ecuación de la regla aurea de Clark (caso autónomo) para esta generalización del modelo nos queda

$$r(t) \left[ 1 + \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right) \right] - \delta + \frac{r(t) c \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right)}{(p q x_s(t) - c)} = 0 \quad . \quad (99)$$

Para el caso no-autónomo general, en el cual varían en el tiempo el precio y la tasa de descuento, la función para el nivel de biomasa óptima ( $x_s$ ) se obtuvo al sustituir en la ecuación (41) las ecuaciones (31) y (46), con  $r(t)$ . En este caso la biomasa óptima está dada en forma implícita por la siguiente expresión

$$r(t) \left[ 1 + \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right) \right] - \delta(t) + \frac{r(t) c \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right)}{(q x_s(t) p(t) - c)} + \frac{q x_s(t) \frac{dp}{dt}}{(q x_s(t) p(t) - c)} = 0 \quad . \quad (100)$$

## Resultados

La biomasa óptima calculada con la ecuación (99), para el caso autónomo (cuando se fija el costo por unidad de esfuerzo  $c$  en 3,000 dólares/viaje, el precio  $p$  en 300 dólares/tonelada y la tasa de descuento  $\delta$  en 0.05), varía debido al efecto de la variación de  $r$  en el tiempo, ya que las variables económicas permanecen constantes. Presenta valores mínimos en los años 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997 (Figura 24). La biomasa óptima

calculada usando la ecuación (100), (caso no-autónomo, cuando  $c = 3,000$  dólares/viaje y el precio y la tasa de descuento varían en el tiempo), presenta un comportamiento similar al del caso autónomo; lo anterior se muestra en la Figura 25, se muestra también el nivel de biomasa cuando  $r$  y  $K$  son constantes.

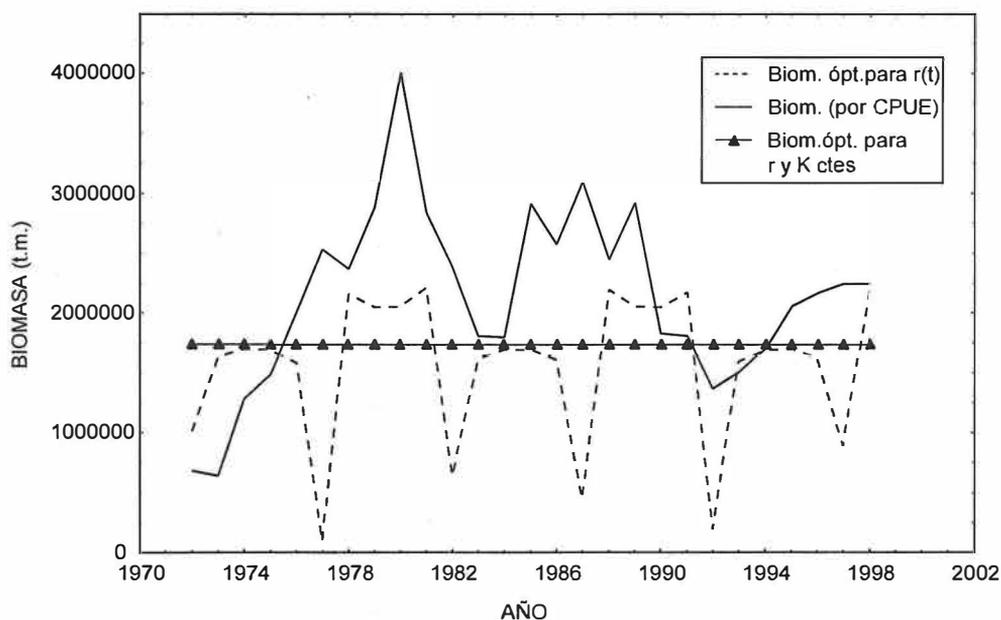


Figura 24. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, para caso autónomo, cuando se usa el modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K$  constante. Para propósito de comparación se muestra el nivel de biomasa cuando  $r$  y  $K$  son constantes.

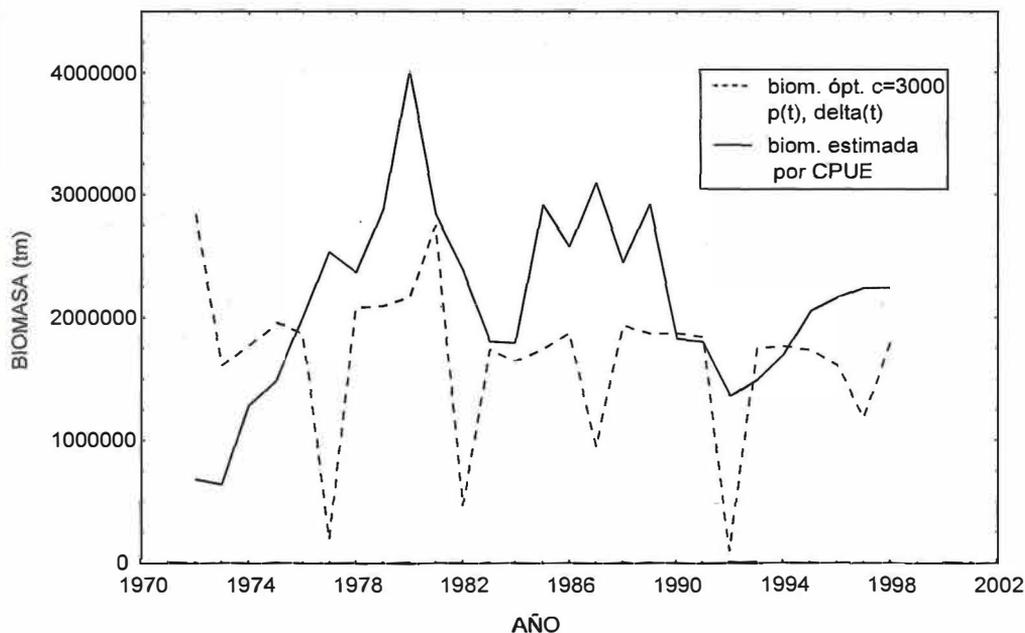


Figura 25. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, para caso no-autónomo, cuando se usa el modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K$  constante.

### Esfuerzo óptimo

De la ecuación (48) tenemos que el nivel de esfuerzo  $E_s$  que mantiene la respuesta  $x(t)$  sobre la senda singular  $x_s(t)$  para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante tiene la forma,

$$E_s(t) = \begin{cases} \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{x_s(t)}{K}\right) & \text{si } r < 0 \\ \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{K}{x_s(t)}\right) & \text{si } r > 0 \end{cases} \quad (101)$$

El esfuerzo óptimo calculado con la ecuación (101), utilizando la biomasa óptima calculada para el caso no-autónomo, varía en el tiempo presentando fuertes oscilaciones (va desde valores de poco más de 12,000 hasta menos de 2,000 viajes/año). Presenta mínimos para los años 1972, 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997 (Figura 26). En la gráfica se muestra también el esfuerzo pesquero real ejercido en la pesquería.

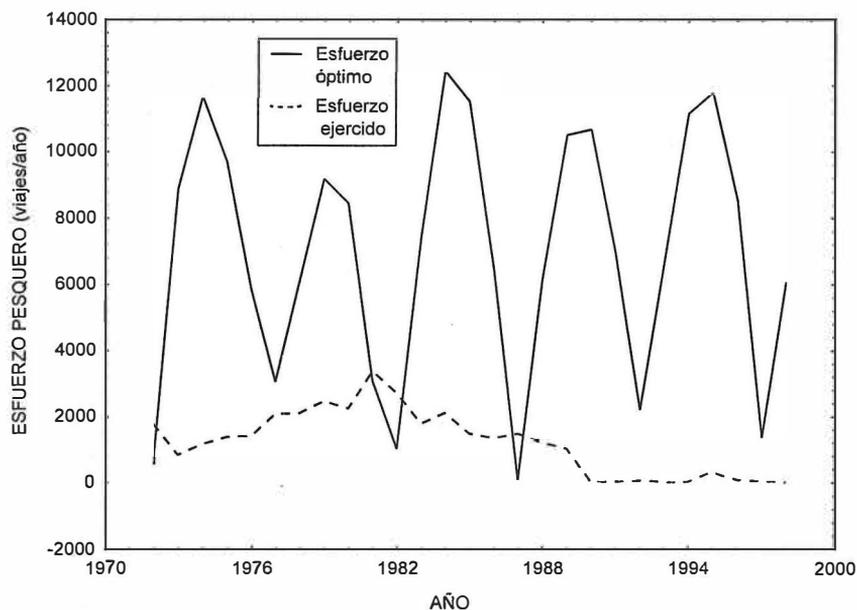


Figura 26. Esfuerzo óptimo y esfuerzo real ejercido en la pesquería de anchoveta. Generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante.

### V.1.3 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante

La ecuación que determina la biomasa óptima  $x_s$ , en el caso autónomo, para esta generalización del modelo, se obtuvo al sustituir la función de crecimiento (ec.46), en la cual se cambia  $K$  por  $K(t)$  y la expresión para el costo por unidad de biomasa (ec. 31) en la

ecuación de la regla aurea de Clark (42). La biomasa óptima viene dada en forma implícita por la siguiente expresión,

$$r \left[ 1 + \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right) + \frac{c \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right)}{(p q x_s(t) - c)} \right] - W(t) \left[ \frac{p q x_s(t)}{p q x_s(t) - c} \right] - \delta = 0 . \quad (102)$$

Para el caso no-autónomo más general, en el cual varían en el tiempo el precio y la tasa de descuento, la función para el nivel de biomasa óptima ( $x_s$ ) se obtuvo al sustituir las ecuaciones (31) y (46), con  $K$  igual a  $K(t)$ , en la ecuación (41). En este caso, la biomasa óptima está dada en forma implícita por la siguiente expresión

$$r \left[ 1 + \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right) + \frac{c \ln \left( \frac{x_s(t)}{K} \right)}{(p(t) q x_s(t) - c)} \right] - W(t) \left[ \frac{p(t) q x_s(t)}{p(t) q x_s(t) - c} \right] + \frac{q x_s(t) \frac{dp}{dt}}{(p(t) q x_s(t) - c)} - \delta(t) = 0 . \quad (103)$$

## Resultados

La biomasa óptima, calculada en el caso autónomo, cuando se fija el precio en 300 dólares/t.m., el costo en 3000 dólares/viaje y la tasa de descuento  $\delta = 0.05$ , oscila aproximadamente entre 1,400,00 y 2,700,000 t.m. y presenta valores mínimos para 1981-82, 1991-92 (Figura 27); la biomasa óptima calculada para el caso no-autónomo, cuando el precio y la tasa de descuento varían en el tiempo y se fija el costo en 3,000 dólares/viaje, oscila en forma similar, pero con mayor amplitud, entre aproximadamente 1,000,000 y 3,000,000 de toneladas métricas (Figura 28).

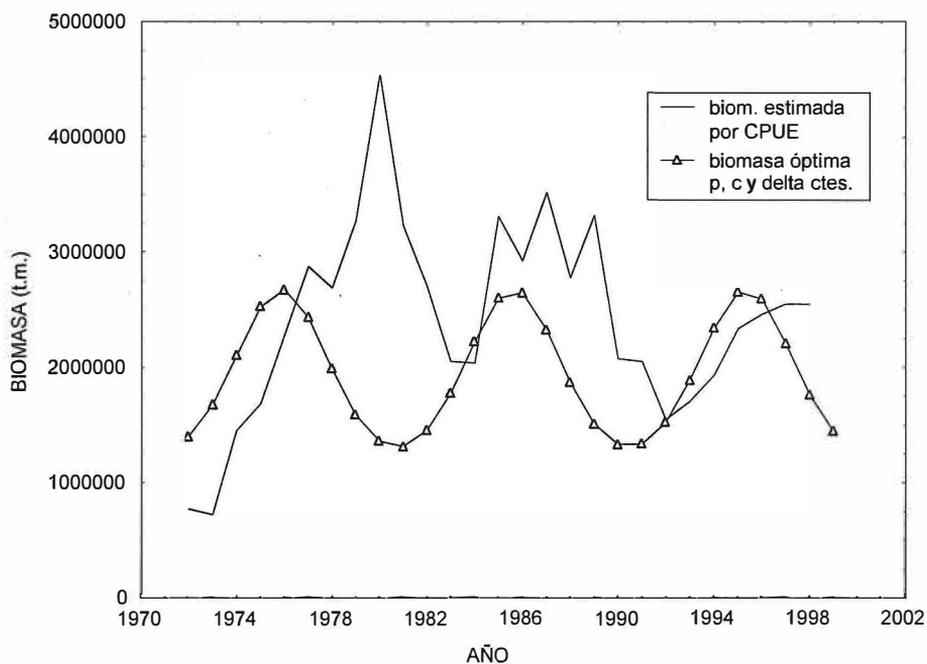


Figura 27. Biomasa estimada por CPUE y óptima, caso autónomo, para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante.

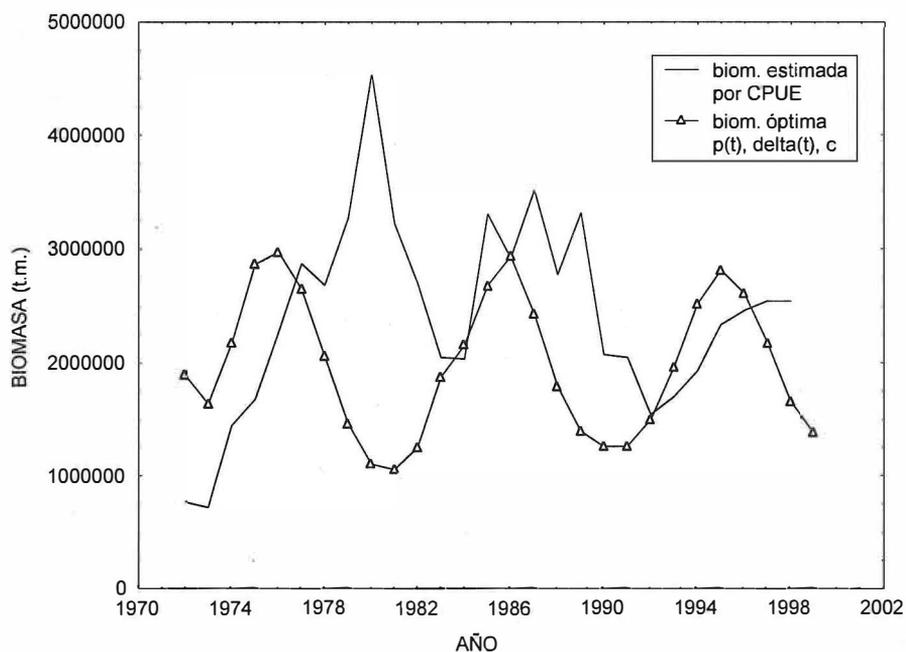


Figura 28. Biomasa estimada por CPUE y biomasa óptima, caso no-autónomo ( $c = 3000$ ,  $\delta(t)$  y  $p(t)$ ). Generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante.

## Esfuerzo óptimo

De la ecuación (49) tenemos que el nivel de esfuerzo  $E_s$  mantiene la respuesta  $x(t)$  sobre la senda singular  $x_s(t)$ . Para la generalización del modelo de Gompertz-Fox analizado tiene la forma,

$$E_s = \frac{r}{q} \ln\left(\frac{x_s(t)}{K}\right) - \frac{W(t)}{q} \quad (104)$$

El esfuerzo óptimo se calculó considerando el caso no-autónomo ( $c = 3,000$  dólares/viaje,  $p(t)$  y  $\delta(t)$ ). Se eleva desde aproximadamente 6,800 a 12,000 viajes/año de 1972 a 1974 y posteriormente fluctúa entre aproximadamente 11,000 y 13,500 viajes/año (Figura 29).



Figura 29. Variación del esfuerzo óptimo, caso no-autónomo, para generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante.

### V.1.4 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$

Se calculó la biomasa óptima para el caso más general, no-autónomo, al sustituir la función de crecimiento modificada con  $r=r(t)$  y  $K=K(t)$ , y la ecuación (31) en la ecuación (41). La ecuación (105) define implícitamente dicha biomasa.

$$r(t) \left[ 1 + \ln\left(\frac{x_s}{K}\right) - g(t) + \frac{c \ln\left(\frac{x_s(t)}{K}\right)}{(p(t) q x_s(t) - c)} - \frac{c g(t)}{(p(t) q x_s(t) - c)} \right] + \frac{q x_s(t) \frac{dp}{dt}}{(p(t) q x_s(t) - c)} - \delta(t) = 0. \quad (105)$$

### Resultados

La variación de la biomasa óptima en el tiempo se muestra en la Figura 30.

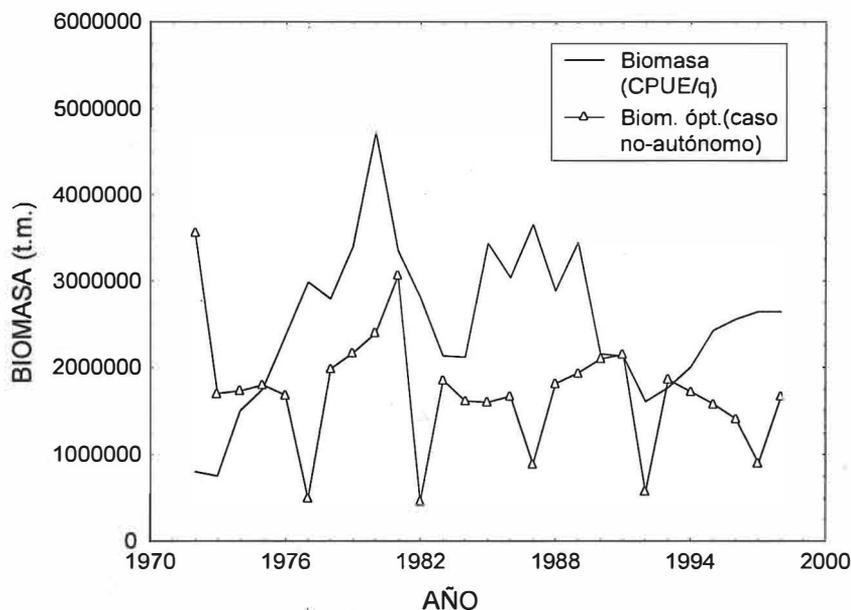


Figura 30. Biomasa estimada por CPUE y óptima para caso no-autónomo ( $c = 3,000$  dólares/viaje,  $p(t)$  y  $\delta(t)$ ), cuando se usa el modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$ , 76.4 % de variancia explicada.

## Esfuerzo óptimo

Se obtuvo la siguiente expresión para el esfuerzo óptimo,

$$E_s(t) = \begin{cases} \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{x_s(t)}{K}\right) - \frac{r(t)}{q} g(t) & \text{si } r < 0 \\ \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{K}{x_s(t)}\right) + \frac{r(t)}{q} g(t) & \text{si } r > 0 \end{cases} \quad (106)$$

El esfuerzo óptimo,  $E_s(t)$ , se calculó considerando el ajuste del modelo con 76.4 % de variancia explicada por la regresión, caso no-autónomo ( $c = 3000$  dólares/viaje,  $p(t)$  y  $\delta(t)$ ), cuando  $g(t) = m_1 \cos(\omega t)$ . Fluctúa ampliamente entre aproximadamente 300 y 14,000 viajes/año y presenta valores mínimos para los años 1972, 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997; es menor que el esfuerzo real ejercido en la pesquería en los años 1972, 1977, 1982 y 1987 (Figura 31).

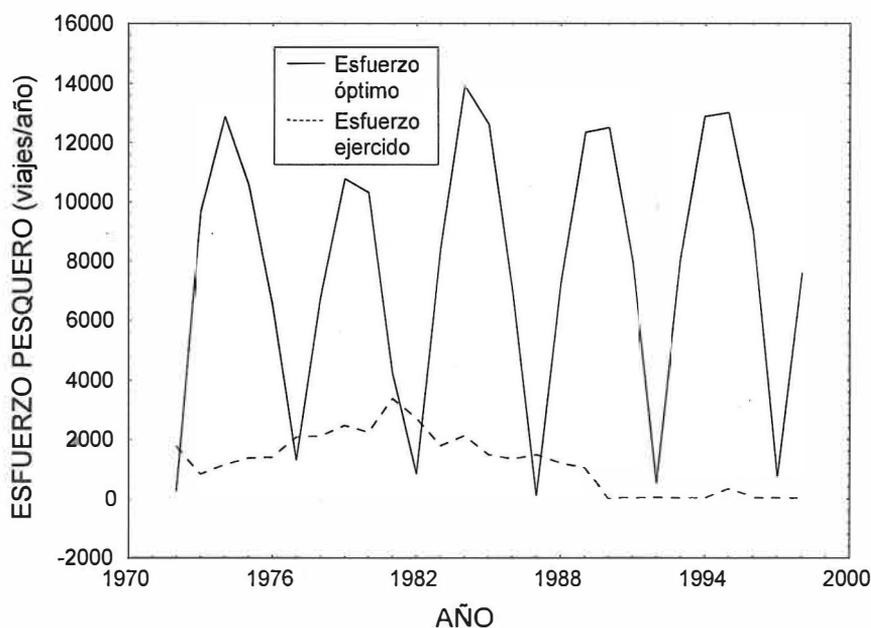


Figura 31. Esfuerzo óptimo  $E_s$  y esfuerzo real ejercido en la pesquería. Modelo de Gompertz-Fox generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$ .

## V.2 ANÁLISIS DE VIABILIDAD DEL RECURSO

En esta sección se desarrolla la metodología para especificar un nivel de viabilidad, o umbral de colapso, para la biomasa del recurso. Primeramente, se desarrolla dicha metodología cuando la variación de la biomasa en el tiempo se describe por el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes  $y$ , posteriormente, se presentan los desarrollos hechos cuando tal variación se modela con las generalizaciones hechas al modelo de Gompertz-Fox al variar en el tiempo los parámetros  $r$  y  $K$ .

La importancia de este procedimiento reside en que hace posible especificar un nivel mínimo, arriba del cual se debería manejar la biomasa para evitar el colapso de la pesquería.

### Condición de viabilidad

Se realizó el análisis de la optimalidad del régimen de explotación del recurso pesquero, bajo condiciones de viabilidad para la biomasa, especificando un nivel mínimo  $a$  de viabilidad para la biomasa del recurso, por lo que se estableció la condición  $x(t) \geq a$ . Esta expresión equivale a la restricción de variación de estado (ec. 5)

$$B(x(t), t) = x(t) - a \geq 0$$

siendo  $a$  un nivel crítico de permanencia de la población. Esta restricción se expresó en términos de la cota superior del esfuerzo,  $E_{\max}$ . Para ello se introdujo el siguiente criterio:

### V.2.1 Modelo de Gompertz-Fox con parámetros constantes

La respuesta asociada con el problema de control (ecs. 1-8) viene dada por la solución de la ecuación diferencial (45); al integrar esta ecuación se obtuvo la solución

$$x(t) = K^{1-e^{rt}} x_0^{e^{rt}} e^{-e^{rt} \int_0^t q e^{-rs} E(s) ds} \quad (107)$$

Partiendo de la desigualdad de admisibilidad (12)

$$E = \{E(t) \mid 0 \leq E(t) \leq E_{max}\},$$

y considerando que  $q$  es positivo, tendremos que

$$-\int_0^t qE(s)e^{-rs} ds \geq \frac{q}{r} E_{max} (e^{-rt} - 1).$$

Puesto que  $K$  y  $x_0$  son no-negativos,  $x(t)$  satisface la desigualdad

$$x(t) \geq K^{1-e^{rt}} x_0^{e^{rt}} e^{\frac{q}{r} e^{rt} E_{max} (e^{-rt} - 1)}.$$

Por lo tanto, una condición suficiente para que la restricción de viabilidad,  $x(t) \geq a$ ,

se cumpla resulta ser

$$K^{1-e^{rt}} x_0^{e^{rt}} e^{\frac{q}{r} e^{rt} E_{max} (e^{-rt} - 1)} \geq a, \quad (108)$$

o de forma equivalente

$$R e^{rt} \geq \frac{a}{x_0} R, \quad (109)$$

donde  $a$  es el umbral de colapso especificado y

$$R = \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{-\frac{q}{r} E_{max}}, \quad (110)$$

Definiendo ahora, la función  $\phi(t)$  mediante

$$\phi(t) = R e^{rt}.$$

veremos que

$$\frac{d\phi}{dt} = r\phi(t)\ln(R)e^{rt}$$

Si  $r$  es negativa y  $\phi(t)$  positiva,  $\phi(t)$  será creciente si  $R < 1$  y decreciente si  $R > 1$ .

En el caso que  $\phi(t)$  es creciente vemos que a partir del valor  $\phi(0) = R$ , dicha función tenderá monótonamente a uno cuando  $t$  tiende a infinito. Como deseamos mantener la población  $x(t)$  sobre el umbral de colapso  $a$  necesariamente se requiere que  $x_0$  sea mayor que  $a$ . Consecuentemente  $(a/x_0)R < R < 1$  y la desigualdad (108) tendrá vigencia para todo  $t$  (Figura 32).

Si mantenemos  $r$  negativa, cuando  $R > 1$ ,  $\phi(t)$  decrecerá a partir de  $R$  tendiendo a uno cuando  $t$  tiende a infinito. En el caso en el que el producto  $(a/x_0)R$  toma un valor superior al límite asintótico de  $\phi(t)$ , existirá un valor  $t_c$  a partir del cual la desigualdad (108) dejará de cumplirse. Esta situación se ilustra en la Figura 33, utilizando la línea punteada para representar el valor de  $(a/x_0)R$ . Sin embargo, si escogemos  $R$  de modo tal que el producto  $(a/x_0)R$  permanezca por abajo del límite asintótico de  $\phi(t)$ , tendremos que la desigualdad (108) se cumplirá para todo valor de  $t$ . Esta situación se ilustra en la Figura 33, mediante la línea continua para el valor  $(a/x_0)R$ .

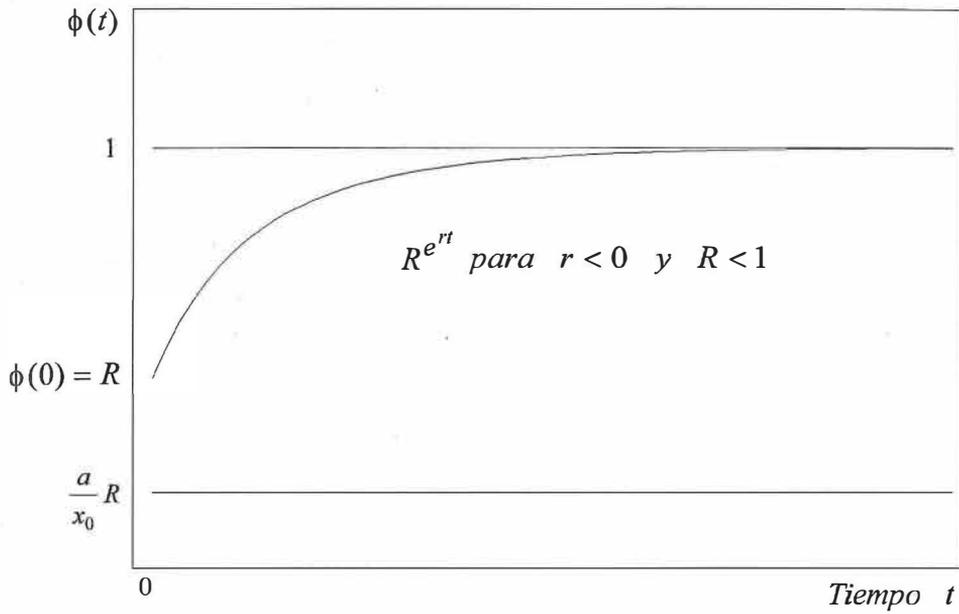


Figura 32. Cuando  $R < 1$   $\phi(t)$  es creciente la desigualdad (109) se mantiene para todo valor de  $t$ .

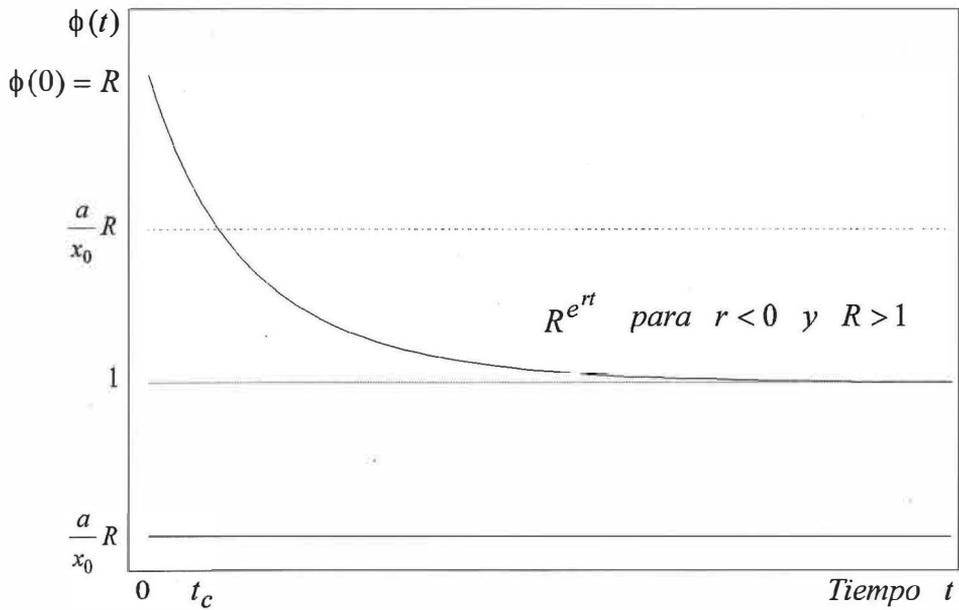


Figura 33. Cuando  $R > 1$   $\phi(t)$  decrece asintóticamente a partir de  $R$ . La condición  $(a/x_0)R < 1$  garantiza la vigencia de la desigualdad (109) para todo valor de  $t$ .

Como resultado del análisis anterior podemos establecer que siempre que  $x_0$  toma un valor mayor que  $a$ , la condición

$$(a/x_0)R < 1 \quad (111)$$

garantiza la vigencia de la desigualdad (108) para todo valor del tiempo. Utilizando la ecuación (109) vemos que esta condición se puede expresar equivalentemente en términos de la cota superior del esfuerzo  $E_{max}$  si hacemos

$$E_{max} \leq \frac{|r|}{q} \ln\left(\frac{K}{a}\right). \quad (112)$$

Supongamos que  $E_{max}$  toma un valor constante igual al de su cota superior, dada por la desigualdad (12) y que  $E(t)$  toma el valor constante

$$E(t) = E_{max} = \frac{|r|}{q} \ln\left(\frac{K}{a}\right). \quad (113)$$

Entonces, la respuesta asociada con la ley de control  $E(t)$  expresada mediante el valor de la cota superior para el conjunto de admisibilidad satisface la siguiente ecuación diferencial (para  $t > 0$ ), que se obtiene al sustituir (113) en (45),

$$\frac{dx}{dt} = rx(t) \ln\left(\frac{x(t)}{K}\right) - q\left(\frac{|r|}{q} \ln\left(\frac{K}{a}\right)\right)x(t),$$

considerando que  $r < 0$ , tenemos que la ecuación (45) toma la forma

$$\frac{dx}{dt} = |r|x(t) \ln\left(\frac{a}{x(t)}\right). \quad (114)$$

Esto significa que cuando mantenemos el esfuerzo  $E(t)$  en el nivel constante dado por la cota superior  $E_{max}$ , la biomasa poblacional  $x(t)$  tiende asintóticamente al umbral de

colapso  $a$ . Si  $x_0$  es mayor que  $a$ , la población se mantiene fuera de la región de extinción.

Si  $x_0$  es menor que  $a$ , la población permanece todo el tiempo bajo el umbral de extinción.

Esto equivale a decir que, en el contexto de la ecuación (45), el valor constante para  $E(t)$

dado por la ecuación (113) genera la solución de equilibrio estable  $x(t) = a$ .

De la ecuación (45) resulta claro que el nivel de esfuerzo  $E_s$  que mantiene la respuesta  $x(t)$  sobre la senda singular  $x_s(t)$ , en el caso autónomo analizado, tiene la forma dada por la ecuación (98). Adicionalmente, si se cumple la desigualdad  $a \leq x_s$  y si consideramos que la función logaritmo natural es monótona, las ecuaciones (98) y (113) implican la vigencia de la desigualdad  $E_s \leq E_{max}$ . En este caso, se cumplirá la condición de viabilidad que hemos invocado. La observación anterior nos permite conectar la solución al problema de control con los resultados de la presente sección.

Se utilizaron los estimadores de los parámetros de la ecuación de Gompertz-Fox (ec. 45), obtenidos al ajustar esta ecuación a los datos de la pesquería, para calcular el valor de  $E_{max}$  a partir de la ecuación (113); se obtuvo  $E_{max} = 28,882$  viajes.

Se obtuvo la expresión para la biomasa predicha por el modelo de Gompertz-Fox cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual a  $E_{max}$ , durante todo el horizonte temporal considerado, al integrar la ecuación (114). La expresión para la biomasa estimada bajo estas condiciones es

$$x(t) = a \left( \frac{x_0}{a} \right)^{e^{-rt}} \quad (115)$$

De acuerdo con Getz y Haight (1989), una población se ha colapsado si su biomasa desciende a niveles inferiores al diez por ciento de su capacidad de carga  $K$ . De acuerdo a lo anterior, se consideró adecuado fijar un umbral de colapso  $a = 0.1K$ ; para  $K = 4,352,180$  t.m., se fijó  $a = 435,218$ . Se estimó  $x_0$  a partir del dato de captura por unidad de esfuerzo (CPUE) para el año de 1972, se obtuvo un valor de  $x_0 = 680,184.5$  t.m. Utilizando estos valores para  $x_0$  y  $a$  se calculó la biomasa  $x(t)$  a partir de la ecuación (115). La gráfica de la biomasa estimada contra el tiempo, cuando  $E(t) = E_{max}$ , se muestra en la Figura 34. En la figura, se observa que la biomasa desciende al nivel de colapso  $a$  en aproximadamente 12 años a partir de 1972.

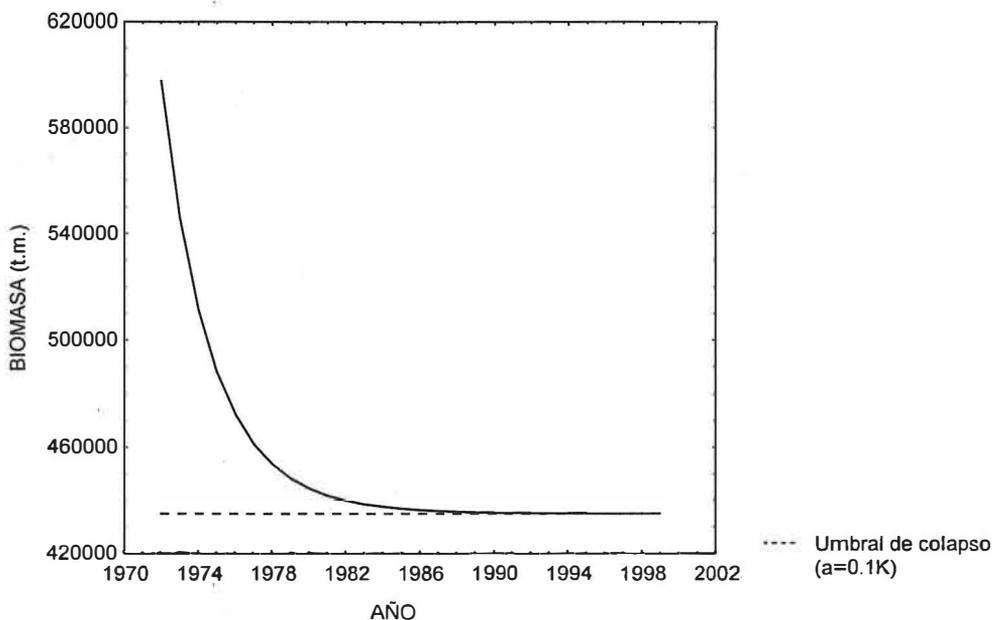


Figura 34. Variación en el tiempo de la biomasa del recurso cuando se considera que se aplica un esfuerzo pesquero máximo ( $E_{max}$ ) durante todo el horizonte temporal del funcionamiento de la pesquería. Modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes.

### V.2.2 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K$ constante

Para esta variante de la generalización del modelo de Gompertz-Fox, la respuesta  $x(t)$  asociada con el problema de control (ecs. 1-8) viene dada por la solución de la ecuación (48), esto es, por la ecuación (91). A partir de esta última ecuación, considerando la desigualdad (12) y puesto que  $K$  y  $x_0$  son no-negativos, se satisface la desigualdad

$$x(t) \geq K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-q e^{\int_0^t r(s) ds} \int_0^t E_{\max} e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} \quad (116)$$

Por lo tanto, se establece la siguiente condición suficiente para que la restricción de viabilidad para la biomasa del recurso  $x(t) \geq a$  se cumpla

$$K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-q e^{\int_0^t r(s) ds} \int_0^t E_{\max} e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} \geq a \quad (117)$$

De (117) se obtiene la expresión para el  $E_{\max}$ , la cual está dada por la ecuación (118). La Figura 35 muestra la variación en el tiempo del  $E_{\max}$ .

$$E_{\max} = \begin{cases} \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{a}{K}\right) & \text{si } r < 0 \\ \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{K}{a}\right) & \text{si } r > 0 \end{cases} \quad (118)$$

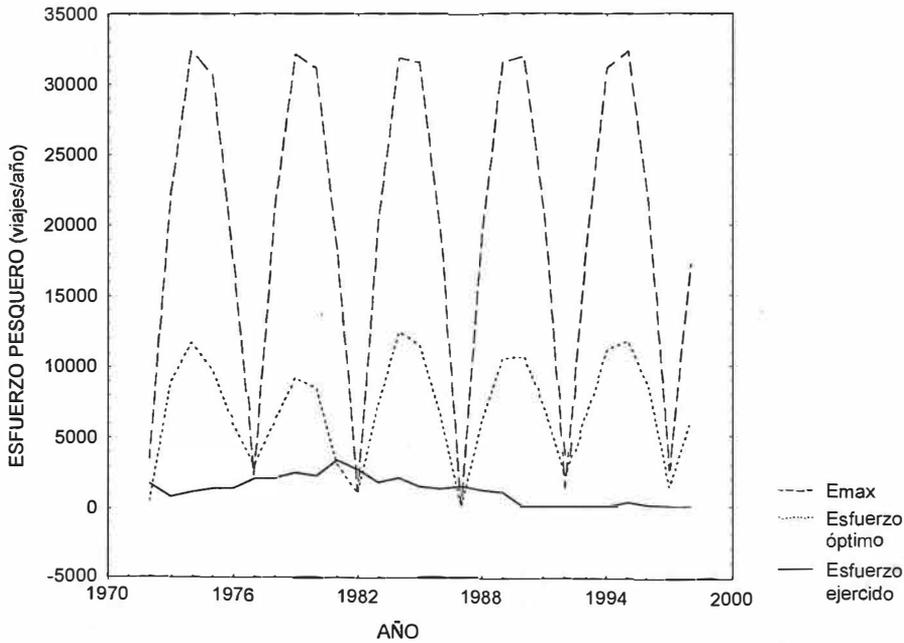


Figura 35. Variación en el tiempo del  $E_{max}$ . Modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante. Se muestran también el esfuerzo óptimo y el ejercido en la pesquería.

La biomasa bajo el  $E_{max}$ , para esta generalización del modelo, se obtiene al sustituir (118) en (48), viene dada por la ecuación (119) y se muestra en la Figura 36.

$$x(t) = \begin{cases} a \left( \frac{x_0}{a} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} & \text{si } r < 0 \\ a \left( \frac{x_0}{a} \right) e^{-\int_0^t r(s) ds} & \text{si } r > 0 \end{cases} \quad (119)$$

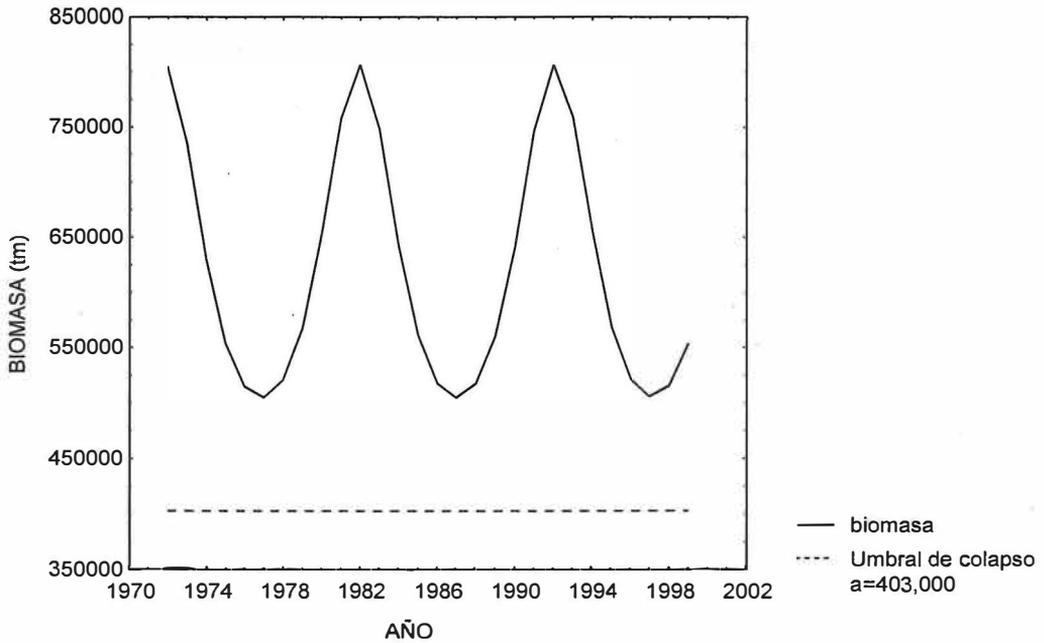


Figura 36. Variación de la biomasa de anchoveta nortea cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual al  $E_{max}$  durante el horizonte temporal del funcionamiento de la pesquería; con un umbral de colapso de 10 % de  $K$ . Modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante.

### V.2.3 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $K(t)$ y $r$ constante

Para esta variante de la generalización del modelo de Gompertz-Fox, la respuesta  $x(t)$  asociada con el problema de control (ecs. 1-8) viene dada por la solución de la ecuación

(49):

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{rt}} e^{-e^{rt} \int_0^t W(t) e^{-rt} dt} e^{-e^{rt} \int_0^t q E(t) e^{-rt} dt} \quad (120)$$

A partir de (120), considerando la desigualdad (12) y, puesto que  $K$  y  $x_0$  son no-negativos, se satisface la desigualdad

$$K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{rt}} e^{-e^{rt} \int_0^t W(t) e^{-rt} dt} e^{-e^{rt} \int_0^t q E(t) e^{-rt} dt} \geq a \quad (121)$$

Por lo que, la condición suficiente para que la restricción de viabilidad para la biomasa del recurso  $x(t) \geq a$  se cumpla es,

$$K \left( \frac{x_0}{K} \right)^{e^{rt}} e^{-e^{rt} \int_0^t W(t) e^{-rt} dt} \geq e^{-e^{rt} \int_0^t q E_{\max} e^{-rt} dt} \geq a \quad (122)$$

De (122) se obtiene la expresión para el  $E_{\max}$ , la cual viene dada por la ecuación (123). La biomasa del recurso, cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual al  $E_{\max}$ , durante todo el horizonte temporal considerado para la pesquería, se obtiene al sustituir (123) en (49) y está dada por la ecuación (124), cuando se hace  $W(t) = r g(t)$ , (ver sección IV.3.3).

$$E_{\max} = \frac{r}{q} \ln \left( \frac{a}{K} \right) - \frac{1}{q} W(t) \quad (123)$$

$$x(t) = a \left( \frac{x_0}{a} \right)^{e^{rt}} \quad (124)$$

En la Figura 37 se observan las oscilaciones del  $E_{\max}$ , entre 25,000 y 36,000 viajes por año, muy por arriba del esfuerzo real ejercido en la pesquería. La biomasa simulada del recurso, cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual el  $E_{\max}$ , desciende al nivel de colapso en aproximadamente 20 años (Figura 38).

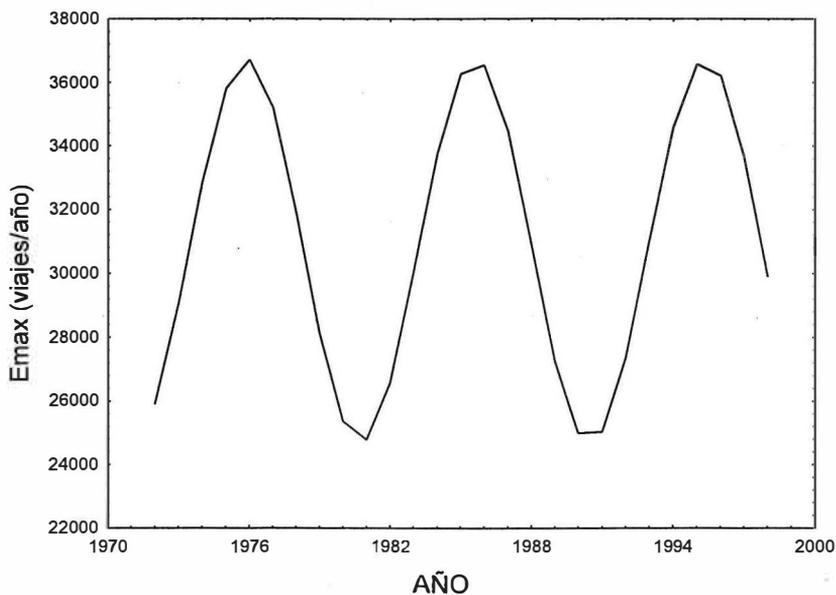


Figura 37. Variación en el tiempo del  $E_{max}$ , para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante.

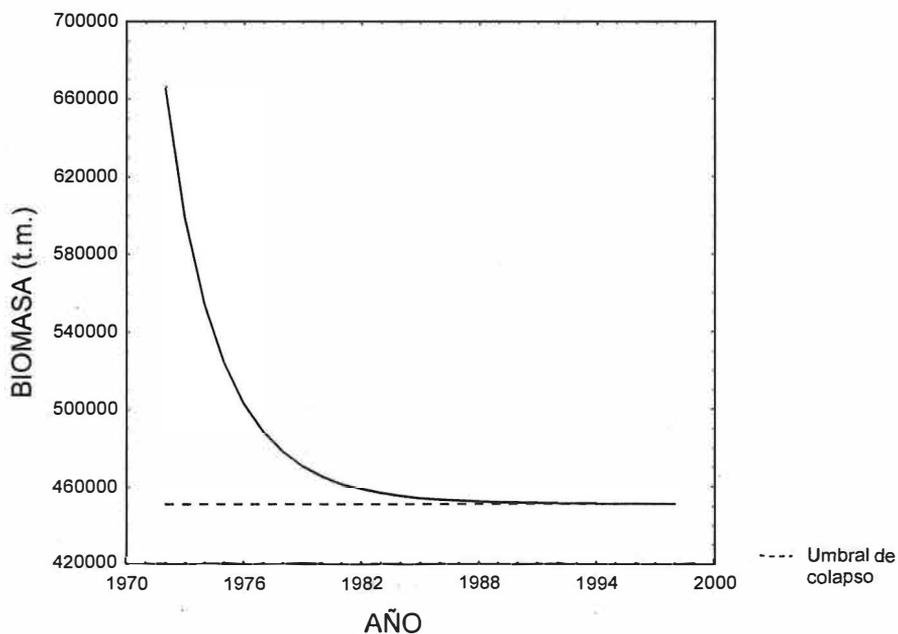


Figura 38. Variación de la biomasa de anchoveta norteña cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual al  $E_{max}$  durante todo el horizonte temporal del funcionamiento de la pesquería. Modelo de Gompertz-Fox con  $K(t)$  y  $r$  constante.

### V.2.4 Generalización del modelo de Gompertz-Fox con $r(t)$ y $K(t)$

Para esta generalización del modelo de Gompertz-Fox, la respuesta  $x(t)$  asociada con el problema de control (ecs. 1-8) viene dada por la solución de la ecuación (47),

$$x(t) = K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t r(t) g(t) e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} e^{-e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t q E(t) e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} \quad (125)$$

A partir de (125), considerando la desigualdad (12) y, puesto que  $K$  y  $x_0$  son no-negativos, se satisface la desigualdad,

$$K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t r(t) g(t) e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} e^{-e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t q E(t) e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} \geq a \quad (126)$$

En este caso la condición suficiente para que la restricción de viabilidad para la biomasa del recurso  $x(t) \geq a$  se cumpla es,

$$K \left( \frac{x_0}{K} \right) e^{\int_0^t r(s) ds} e^{-e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t r(t) g(t) e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} e^{-e^{-\int_0^t r(s) ds} \int_0^t q E_{\max} e^{-\int_0^t r(s) ds} dt} \geq a \quad (127)$$

De (127) se obtiene la expresión para el  $E_{\max}$ , la cual viene dada por la ecuación (128). La expresión para la biomasa del recurso cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual

al  $E_{max}$ , durante todo el horizonte temporal considerado para la pesquería, se obtuvo este caso al sustituir (128) en (52). La ecuación para esta biomasa está dada por (129),

$$E_{max} = \begin{cases} \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{a}{K}\right) - \frac{r(t)}{q} g(t) & \text{si } r < 0 \\ \frac{r(t)}{q} \ln\left(\frac{K}{a}\right) - \frac{r(t)}{q} g(t) & \text{si } r > 0 \end{cases} \quad (128)$$

$$x(t) = \begin{cases} a \left(\frac{x_0}{a}\right)^{e^{\int_0^t r(s) ds}} & \text{si } r < 0 \\ a \left(\frac{x_0}{a}\right)^{e^{-\int_0^t r(s) ds}} & \text{si } r > 0 \end{cases} \quad (129)$$

La cota superior del esfuerzo,  $E_{max}$ , fluctúa ampliamente entre poco menos de 500 y 36,000 viajes/año, aproximadamente; presenta valores mínimos en los años 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997, descendiendo a valores cercanos al esfuerzo óptimo calculado para estos años (Figura 39). La biomasa simulada, cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual el  $E_{max}$  durante todo el periodo de funcionamiento de la pesquería, se calculó considerando  $x_0 = 801,435$  t.m. (valor calculado, a su vez, en base a la CPUE de 1972 y el valor del coeficiente de capturabilidad  $q$  estimado en el ajuste del modelo generalizado, con 76.4 % de variabilidad explicada); oscila entre poco más de 500,000 y 850,000 t.m. (Figura 40).

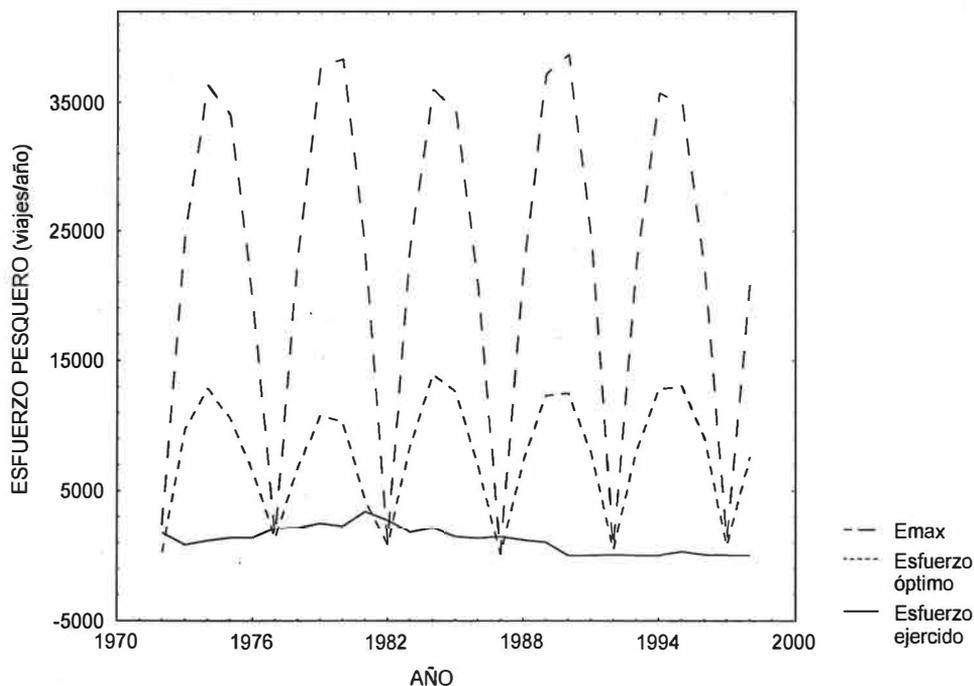


Figura 39. Variación en el tiempo del  $E_{max}$ , para la generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K(t)$ , cuando  $\ln K(t) = \ln K + g(t)$  y  $g(t) = mI \cos(\omega t)$ .

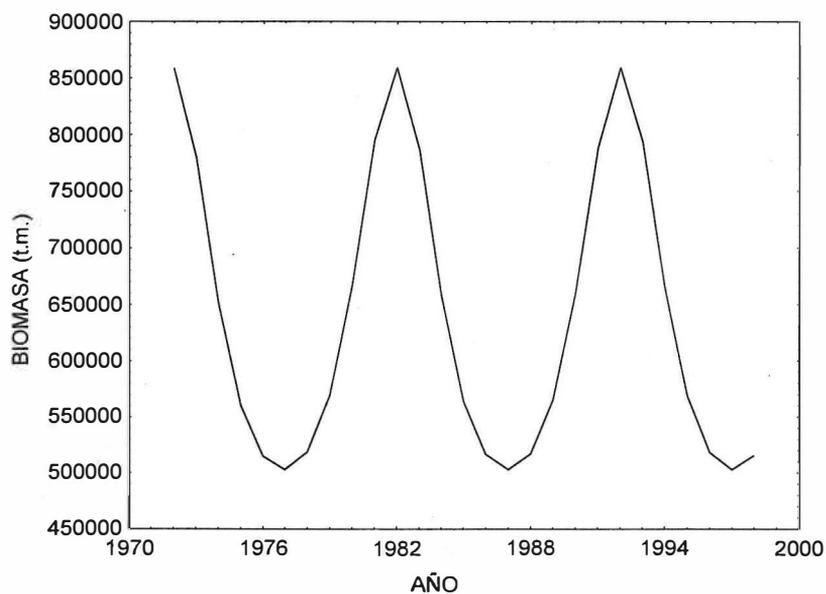


Figura 40. Variación de la biomasa de anchoveta norteña cuando se aplica un esfuerzo pesquero igual al  $E_{max}$ . Modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K(t)$ ; para  $\ln K(t) = \ln K + g(t)$  y  $g(t) = mI \cos(\omega t)$ . Ajuste con 76.4 % de variabilidad explicada por el modelo.

## VI. DISCUSIÓN DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

### VI.1 GENERALIZACIÓN DEL MODELO

Los stocks de invertebrados y peces marinos explotados fluctúan en un gran número de factores complejos, exhibiendo variabilidad en escalas de tiempo interanual, decadal y mayores. Estos patrones son consistentes con las características de la historia de vida; stocks con alta variabilidad son, generalmente, especies pelágicas pequeñas, mientras que stocks de baja variabilidad son, generalmente, peces demersales de lento crecimiento (Spencer y Collie, 1997).

La aplicación de modelos poblacionales con parámetros que varían en el tiempo proporciona un realismo biológico adicional cuando estos modelos se aplican a poblaciones con variaciones estacionales o tendencias en el tiempo en factores tales como el suministro de alimento o hábitat (Quinn y Deriso 1999). En la literatura científica sobre modelos de producción en pesquerías son escasos los trabajos en los que se aborda la variación de los parámetros del modelo en el tiempo (Levins, 1969; Fletcher, 1978; Rotenberg, 1987; Quinn y Deriso, 1999), en ellos se asume la función logística como la función de crecimiento de la población.

En la Tabla I, pág. 79, se presentan los estimadores de los parámetros para el modelo generalizado de Gompertz-Fox cuando varían en el tiempo tanto el factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población,  $r$ , como la capacidad de carga del sistema,  $K$ , cuando se define la función  $W(t) = r(t) g(t)$  (ecuación 53), donde  $g(t) = \ln K(t) - \ln K$  (ecuación 50). Los resultados del ajuste de este modelo a los datos de la pesquería se consideran muy satisfactorios dados los valores aceptables para los errores estándar

calculados para los estimadores de los parámetros así como por la alta variabilidad (81.7%) explicada por este modelo; la bondad del ajuste se constata al observar la gráfica de valores observados y estimados por la regresión (Figura 6) . Sin embargo, a pesar del buen ajuste logrado, éste presenta un inconveniente: debido a la relación existente entre  $K(t)$  y  $r(t)$ , expresada a través de las ecuaciones (50) y (53) se tiene que para valores de  $r(t)$  cercanos a cero los valores correspondientes de  $K(t)$  se disparan, lo cual se considera meramente un artificio provocado por la relación establecida entre los parámetros  $r(t)$  y  $K(t)$  en el procedimiento desarrollado (sección IV.3.1) para obtener la ecuación de regresión. Lo anterior puede evitarse si se hace una simplificación a este procedimiento, la cual consiste en cancelar la introducción de la función  $W(t)$  y trabajar directamente con la ecuación (52), especificando la ecuación para  $g(t)$  de acuerdo a (79), para obtener una ecuación de regresión análoga a (78). La ventaja que presenta esta variante es que no se establece necesariamente una relación directa entre  $r(t)$  y  $K(t)$  y se evita el artificio de cálculo indeseable; la ligera desventaja es que baja el porcentaje de variabilidad explicada por la regresión a 76.4 % (Tabla II, pág. 80), sin embargo el comportamiento de los valores observados respecto a los estimados por el modelo coinciden aceptablemente (Figura 7). Es interesante señalar que Levins derivó las soluciones para cuando solamente uno de los parámetros,  $r$  o  $K$ , de la función logística variaba en el tiempo (Quinn y Deriso, 1999).

De acuerdo a los valores reportados en la Tabla II, se obtuvieron las ecuaciones para  $r$  y  $K$ ; por lo que  $r(t) = -0.324 \text{Sin}(0.625t) + 0.206 \text{Cos}(0.625t)$  cuya gráfica se muestra en la Figura 8; en ésta se observa que los valores de  $r$  cercanos a cero ocurren en los años 1972, 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997, coincidiendo aproximadamente con años en los que

se han reportados eventos climáticos de importancia para el Pacífico Este, tales como eventos El Niño, moderados o fuertes, (Barber y Chavez, 1983; Rasmusson y Wallace, 1983; Kerr, 1998; Gu y Philander, 1997; Thurman, 1997; McPhaden, 1999; Wang y Weisberg, 2000). El supuesto anterior se basa en que la fuente primaria de variabilidad interanual es El Niño (Ware, 1995; Brassington, 1997; Zhang *et al.* 1997; Zhang y Levitus, 1997; Chavez *et al.* 1999; Trenberth y Caron, 2000). La variabilidad ENSO es, probablemente, el mecanismo mejor conocido de variabilidad climática global, con grandes efectos sobre los ecosistemas marinos y, particularmente, para el ecosistema pelágico (Chelton *et al.* 1982, Roesler y Chelton 1987; Fielder *et al.* 1986; Lluch-Cota *et al.* 1997; Lynn *et al.* 1998).

En la Figura 9 se muestra la gráfica de  $K(t)$ , cuya ecuación es  $K(t) = 4,000,000 \exp(0.168 \cos(0.625t))$ ; en ésta se, observa que la capacidad de carga del sistema oscila entre 3,400,000 y 4,800,000 t.m. aproximadamente, alternando los valores máximos y mínimos para los años en que  $r(t)$  es cercana a cero.

Los resultados obtenidos al ajustar a los datos de la pesquería la generalización del modelo cuando  $r$  varía en el tiempo y  $K$  se mantiene constante (Tabla III, pág. 83, Figuras 10 y 11) nos indican que la bondad del ajuste es similar a la que se logra cuando se ajusta el modelo con  $r$  y  $K$  variando simultáneamente en el tiempo, ya que la diferencia entre la variabilidad explicada por estas generalizaciones es pequeña (75 % y 76,4 % respectivamente), además de que las gráficas respectivas de valores observados y estimados por el modelo son similares (Figuras 7 y 10). Lo mismo sucede al comparar las gráficas para  $r(t)$  (Figuras 8 y 11) lo cual nos permite inferir que, para el modelo más general a

pesar de también variar  $K$  en el tiempo no aumenta en gran cantidad la variabilidad explicada, respecto al modelo en el que solo varía  $r$ . Es importante observar que si se comparan los resultados de ambos modelos generalizados con los obtenidos al ajustar el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes (Tabla V, pág. 88), se tiene que, aunque el porcentaje de variabilidad explicada por este modelo es similar (77 %), éste es más pobre porque no nos aporta mayor información que la de los valores estimados para los parámetros, los cuales podrían ser considerados como valores promedio de éstos durante el horizonte temporal en el que se estudia la pesquería, con el supuesto subyacente de que las condiciones ambientales permanecieron estables durante este periodo, obviamente esto es difícilmente sostenible, implicando que la población no tuvo variaciones en el factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población ni se vio alterada la capacidad de carga del sistema. Actualmente se reconoce que ocurren variaciones sobre un rango de escalas de tiempo (interanual, decadal y centenal) en los stocks de invertebrados y peces marinos explotados dando una creciente atención a los patrones de cambio de mediano y largo plazo (Kawasaki, 1992; Simpson, 1992; Laevastu, 1993; Lagerloef, 1995; Spencer y Collie, 1997; Schwartzlose *et al.*, 1999; McFarlane *et al.* 2000) y que el evento climático El Niño puede afectar los parámetros reproductivos de la anchoveta, como la fecundidad (Cotero-Altamirano, 2000)

Es necesario señalar que al aumentar el número de parámetros a estimar para un determinado modelo, generalmente, aumenta la complejidad de éste, disminuyendo el número de grados de libertad para efectuar el ajuste del modelo, además de las aproximaciones que es necesario hacer para obtener la ecuación de regresión a usar, lo cual en ocasiones repercute en el coeficiente de determinación obtenido.

En la Tabla IV, pág. 86, se muestran los resultados obtenidos al ajustar a los datos de la pesquería la generalización del modelo cuando varía la capacidad de carga en el tiempo y se mantiene  $r$  constante. Se observa que con este ajuste se logran resultados muy buenos dado la alta variabilidad explicada por el modelo (89.7 %) y los muy aceptables valores calculados para los errores estándar de los estimadores de los parámetros. Esto se confirma al observar en la Figura 12 los valores observados y los valores predichos por el modelo. Para el modelo de Gompertz-Fox esta generalización es más sencilla desde el punto de vista de la metodología matemática desarrollada para obtener la ecuación de regresión, puesto que al mantenerse  $r$  constante fue posible resolver analíticamente algunas integrales sin necesidad de recurrir a métodos de aproximación, lo que obviamente contribuye a lograr un alto coeficiente de determinación en la regresión. En la Figura 13 se muestra la variación de  $K$  en el tiempo, oscilando más ampliamente que para la generalización del modelo con  $r(t)$  y  $K(t)$ , entre aproximadamente 2,800,000 y 7,000,000 de toneladas métricas.

## VI.2 BIOMASA CON Y SIN PESCA

En la Figura 15 se muestra la variación de la biomasa de anchoveta en el tiempo, calculada utilizando el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes. Se observa que cuando se omite la captura en el modelo la biomasa crece, desde un valor  $x_0 = 680,185$  estimado a partir del dato de CPUE para 1972 y del valor estimado para  $q$ , tendiendo a alcanzar la capacidad de carga del sistema en poco más de diez años. Al incluir la captura en el modelo se observa, a los pocos años, un amortiguamiento en el crecimiento y una disminución a partir del año de 1977, tendiendo posteriormente a una aparente

estabilización en aproximadamente la mitad del valor estimado para  $K$ . Es interesante hacer notar que el esfuerzo pesquero ejercido crece a partir de 1973, de poco más de 800 viajes por año a aproximadamente 2,100 en los años 1977-78, incrementándose sostenidamente hasta más de 3,300 viajes para el año de 1981, cuando se alcanza la mayor captura, para posteriormente declinar paulatinamente a la par que las capturas, hasta la caída de la pesquería en 1990 (Figuras 41 y 42, Anexo B)

En la Figura 16 se muestra la variación de la biomasa de anchoveta cuando se calcula con la generalización del modelo al considerar a  $r$  una función del tiempo y a  $K$  constante. Se observan grandes oscilaciones para la biomasa del recurso, con valores mínimos para los años 1972, 1982 y 1992. Al considerar el término para la pesca en el modelo se pronuncia el descenso de la biomasa en los años 1982 y 1992, con una aparente tendencia a la baja en el último mínimo; además, se observa una disminución en la altura de los máximos y una aparente disminución en la amplitud de las oscilaciones a partir del segundo ciclo, que inicia en 1982. El valor  $x_0 = 768,042$ , de nuevo, se calculó a partir de la CPUE de 1972 y el valor estimado para el coeficiente de capturabilidad para esta generalización. Quinn y Deriso (1999) reportan que para la generalización de la función de crecimiento logística, al considerar la variación de  $r$  en el tiempo, se observan grandes efectos en la abundancia (oscilaciones) cuando ésta es pequeña; en el modelo no incluyen la pesca.

Para la generalización del modelo con  $K(t)$  y  $r$  constante, la biomasa, sin considerar la pesca, presenta una tendencia a aumentar la amplitud de las oscilaciones con el tiempo al estar cercana al valor de  $K \approx 4,500,000$  (calculado a partir de  $\ln K(t) = \ln K + g(t)$ );

mientras que al considerar la pesca disminuye la amplitud de las oscilaciones, especialmente a partir del mínimo de 1982, con una aparente disminución del valor alrededor del cual ocurren las oscilaciones (Figura 17), además que al parecer decrece ligeramente el valor del mínimo que se presenta en el año de 1992 respecto al mínimo de 1982. En forma análoga, Quinn y Deriso (1999) encuentran que cuando  $K$  varía en el tiempo se inducen grandes oscilaciones en la abundancia (o biomasa) cuando los valores de biomasa están cercanos a la capacidad de carga del sistema.

Para el modelo de Gompertz-Fox en el que varía en el tiempo tanto  $r$  como  $K$  se observan un comportamiento muy similar y valores cercanos para la biomasa del recurso, considerando y sin considerar la pesca, hasta aproximadamente 1996 (Figura 18); de nuevo los valores mínimos ocurren en los años 1972, 1982 (el más bajo valor) y 1992. Este comportamiento sugiere que, excepto por los valores de biomasa para los últimos dos años, la biomasa del recurso no sufre grandes cambios por el efecto de la pesca, lo cual nos indicaría que las grandes variaciones que se observan en lapsos de tiempo de aproximadamente cinco años (periodo del ciclo de aproximadamente diez años) parecen ser un efecto de la variabilidad ambiental, la cual logra reflejar el modelo cuando se hacen variar en el tiempo tanto  $r$  como  $K$ . Lo anterior nos evidencia otra ventaja del modelo de Gompertz-Fox con parámetros que varían en el tiempo sobre el modelo de parámetros constantes, pese a que en las regresiones se obtengan aproximadamente el mismo porcentaje de variabilidad explicada por el modelo.

### VI.3 ANÁLISIS BIOECONÓMICO

Los resultados obtenidos cuando se aplica la Teoría de Control Óptimo a los datos de la pesquería (se especifica como variable de control al esfuerzo pesquero y como objetivo el maximizar los ingresos netos descontados provenientes de la pesquería), para el caso autónomo, bajo el modelo de Gompertz-Fox de parámetros constantes, se muestran en las Figuras 19, 20 y 21. Se observa que al aumentar la tasa de descuento  $\delta$  de 0.05 a 0.1, la biomasa óptima disminuye ligeramente. De acuerdo a C. Clark (1990), el problema de determinar la cosecha óptima contiene dos casos límite: a) la política de manejo más conservadora (cuyo objetivo es la maximización de la renta económica sostenible), que equivale a no descontar los ingresos netos futuros en relación a los ingresos netos actuales (lo que implica adoptar una tasa de descuento  $\delta = 0$ ), por lo cual los ingresos futuros serán tan valiosos como los actuales propiciando la conservación del recurso y b) la política de manejo menos conservadora cuando se asume una tasa de descuento infinita, cuyo efecto es fijar en cero el valor de los ingresos futuros, esto equivale a la disipación de la renta económica, lo cual sucede en una pesquería de acceso abierto (McKelvey, R., 1989); por lo que la solución óptima yace entre estos dos extremos. En este trabajo se consideró un criterio más conservador, usar el valor de 0.05 para la tasa de descuento en el caso autónomo. Al analizar la Figura 20 se observa que, en general, al estar fijos el costo por viaje y la tasa de descuento, al elevar el precio baja la biomasa óptima y viceversa; en particular, cuando se usa el precio de 300 dólares por tonelada (valor promedio para la harina de pescado entre 1972-1998) la senda óptima está más elevada, aunque no difiere mucho, que la obtenida cuando se usa un valor más reciente para el precio (700 dólares por

tonelada); en ambos casos la explotación puede considerarse subóptima puesto que el esfuerzo pesquero ejercido no logra bajar la biomasa hasta el nivel de la senda óptima (de acuerdo a la estrategia descrita en la Figura 5) y que no debió haberse pescado entre los años 1972-1976 y entre 1990-1995 ya que la biomasa del recurso, calculada a partir de los datos de CPUE, se encontraba por debajo de la senda óptima. Al usar el precio de 50 dólares por tonelada (precio de la anchoveta que ingresa al proceso de reducción) se tiene el nivel más elevado para la senda óptima y se observa que la pesca solo debió permitirse durante pocos años: 1979 a 1981, 1985, 1987, 1989 y de 1995 en adelante. En la Figura 21 se observa que, estando fijos el precio y la tasa de descuento, la biomasa óptima se eleva al aumentar el costo por unidad de esfuerzo.

Al usar el modelo de parámetros constantes, pero en el caso no-autónomo, se observa en las Figuras 22 y 23 que la variación de la tasa de descuento en el tiempo no tiene un efecto muy pronunciado sobre el nivel de la biomasa óptima; sin embargo al comparar estas trayectorias para la biomasa óptima con la senda óptima calculada para el caso autónomo (Figuras 19 y 20) se observa que la variación del precio y la tasa de descuento en el tiempo le da un mayor realismo al análisis bioeconómico; se considera que también la explotación fue subóptima para el caso no-autónomo ya que, aparentemente, la explotación del recurso no fue suficiente para bajar la biomasa del recurso hasta el nivel de la senda óptima entre los años 1976-1982, 1985-1989 y de 1995 en adelante y que no debió pescarse el resto de los años.

Las Figuras 24 y 25 muestran las trayectorias para la biomasa óptima calculadas cuando se usa la generalización del modelo de Gompertz-Fox con  $r(t)$  y  $K$  constante para los casos autónomo y no-autónomo, respectivamente. En ambas figuras se observan fuertes

disminuciones en los años 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997 (años El Niño), por lo que, al parecer, predomina fuertemente sobre la biomasa óptima el efecto de los bajos valores (cerca de cero) de  $r(t)$ , correspondientes a esos años, más que el efecto de las variables económicas (ver ecuaciones 99 y 100). Existen algunas indicaciones de que la fecundidad, relacionada con el parámetro  $r$ , puede ser cercana a cero durante condiciones ambientales extremas (Csirke, 1980; Ware y Tsukayama, 1981). En la Figura 24 se muestra, además, el nivel calculado para la biomasa óptima bajo el modelo de parámetros constantes (para los mismos valores de precio, tasa de descuento y costo) con el fin de mostrar que, excepto por los mínimos anteriormente señalados, la trayectoria óptima para el modelo generalizado es más elevada, lo cual restringiría un poco más los años en que hubiera sido permisible pescar que la trayectoria óptima generada para el modelo de parámetros constantes, de acuerdo a la estrategia de explotación descrita en la Figura 5.

El análisis bioeconómico, cuando se usa la generalización del modelo con  $K(t)$  y  $r$  constante, para el caso autónomo, genera amplias oscilaciones en la biomasa óptima (Figura 27); si comparamos esta trayectoria con la obtenida para el modelo de parámetros constantes (Figura 19), observamos que en el primer caso se restringiría un poco más los años en que hubiera sido permisible pescar, respecto a lo observado cuando se usa el modelo de parámetros constantes; esto se acentúa más para el caso no-autónomo de la generalización mencionada (Figura 28). El comportamiento de la biomasa óptima calculada bajo el modelo generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$ , para el caso no-autónomo (Figura 30) es muy similar a la mostrada en la Figura 25, excepto porque el fuerte efecto de  $r(t)$  sobre la biomasa óptima para los años 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997 pareciera estar suavizado, sin embargo sigue predominando sobre el efecto de las variables económicas; por lo que la

estrategia de explotación óptima para esta generalización del modelo es similar a la descrita para cuando solo varía  $r(t)$  y  $K$  es constante.

El cálculo del esfuerzo óptimo (el que mantendría a la biomasa del recurso sobre la senda óptima) para el modelo de parámetros constantes y para las generalizaciones de éste abordadas en este trabajo resulta ser un buen criterio para analizar y reconocer las bondades, primeramente, del caso no-autónomo sobre el autónomo; esto es, las ventajas que se obtienen al variar en el tiempo tanto precio como tasa de descuento y en segunda instancia, pero de mayor importancia, el análisis retrospectivo más rico de la pesquería que se logra al variar en el tiempo  $r$  y  $K$ . Lo anterior es claro al observar que para el modelo de parámetros constantes, para el caso autónomo, el esfuerzo óptimo calculado fue de 11,346 viajes/año, mientras que para el caso no-autónomo los valores varían entre 8,049 y 13,900 viajes/año. Para la generalización del modelo cuando varía  $r$  y  $K$  se mantiene constante, la variación del esfuerzo óptimo (Figura 26) oscila entre menos de 2,000 viajes/año (para los años 1972, 1982 y 1987) hasta poco más de 12,000 viajes/año; es importante señalar que el esfuerzo ejercido en la pesquería alcanzó valores mayores a 2,000 viajes/año en el periodo de 1977 a 1982 (Figura 42, Anexo B), es notorio que el esfuerzo ejercido fue mayor que el óptimo para 1972, 1982 y 1987, por lo que de acuerdo a la estrategia de explotación óptima (Figura 42, Anexo B), esto último podría haber influido en el declinamiento de las capturas (por la posible disminución en la biomasa) a partir de 1982 (Figura 41, Anexo B). Para la generalización con  $K(t)$  y  $r$  constante, el esfuerzo óptimo calculado estuvo entre poco más de los 6,500 y 13,500 viajes/año (Figura 29). Para el modelo generalizado con  $r(t)$  y  $K(t)$ , la variación del esfuerzo óptimo se muestra en la Figura (31), al compararlo con el esfuerzo ejercido en la pesquería (Figura 42, Anexo B) se observa que éste excedió al esfuerzo

óptimo en los años 1972, 1977, 1982 y 1987, con las mismas implicaciones que las descritas para el modelo con  $r(t)$  y  $K$  constante. De este análisis se puede concluir que el hacer variar en el tiempo tanto los factores económicos como los parámetros del modelo  $r$  y  $K$ , se genera mayor información sobre que tan excesivo pudo ser el esfuerzo pesquero ejercido cuando el criterio aplicado es maximizar el flujo de ingresos netos descontados provenientes de la pesquería y que es el modelo con  $r$  y  $K$  variando el que aporta mayor información.

#### VI.4 ANÁLISIS DE VIABILIDAD

La aplicación de las metodologías desarrolladas en este trabajo para especificar un nivel de viabilidad, en función de la cota superior ( $E_{max}$ ) del esfuerzo pesquero, para las distintas expresiones del modelo de Gompertz-Fox generó los siguientes resultados:

Para el modelo de parámetros constantes se obtuvo el valor  $E_{max}=28,882$  viajes por año, un valor muy por encima del esfuerzo mayor que se ejerció en la pesquería (3,364 viajes/año, en 1981). En teoría, su aplicación durante todo el horizonte temporal de funcionamiento de la pesquería haría descender la biomasa del recurso al nivel de colapso  $\alpha$  (fijado como un 10 % de  $K$ ) en aproximadamente 12 años a partir de 1972 (Figura 34). En el caso de la generalización con  $r(t)$  y  $K$  constante, la evolución del  $E_{max}$  en el tiempo se muestra en la Figura 35, se observa que los valores mínimos (todos menores a 4,000 viajes por año) ocurren en los años 1972, 1977, 1982, 1987, 1992 y 1997; en la Figura 36 se muestra la simulación de la biomasa del recurso si se aplicara el  $E_{max}$  durante todo el tiempo de funcionamiento de la pesquería, se observa que esta biomasa oscila pero nunca desciende hasta el valor del umbral de colapso fijado, por lo que podemos concluir que la aplicación del criterio de viabilidad desarrollado en este trabajo nos permite mantener a la

población fuera de la región de extinción. Un comportamiento similar se observa (Figuras 39 y 40) en los resultados obtenidos bajo la generalización con  $r(t)$  y  $K(t)$ , excepto porque los valores mínimos calculados para el  $E_{max}$  son más pequeños. Los resultados obtenidos bajo la generalización con  $K(t)$  y  $r$  constante (Figuras 37 y 38) nos muestran que los valores del  $E_{max}$  oscilan ampliamente entre 24,000 y 37,000 viajes/año (valores muy alejados de los del esfuerzo ejercido en la pesquería) y que la biomasa bajo este esfuerzo máximo descendería hasta el umbral de colapso especificado en aproximadamente 12 años; los resultados de la simulación del comportamiento de la biomasa de anchoveta, bajo esta generalización, son semejantes a los obtenidos con el modelo de parámetros constantes. De los resultados anteriores podemos concluir que las generalizaciones del modelo que incluyen la variación en el tiempo del factor de escala de la tasa de crecimiento natural de la población aportan información más efectiva en relación al análisis del esfuerzo ejercido en la pesquería y su posible influencia en el declinamiento en las capturas de anchoveta, además los niveles del  $E_{max}$  calculados bajo estas generalizaciones serían un criterio más conservador a seguir al tomar la decisión sobre el nivel de esfuerzo a aplicar en la pesquería bajo condiciones de estrés ambiental severo.

## **VI.5 POSIBLES CAUSAS DEL COLAPSO DE LA PESQUERÍA**

Aunque la presión intensa de pesca permanece como la razón principal de que muchas pesquerías se conviertan en improductivas e incosteables, la pesca no es ni la única ni necesariamente la fuerza primaria detrás de esas grandes fluctuaciones pelágicas de las regiones de surgencia de las corrientes de frontera Este (Sharp y McLain, 1993), aunque los aparentemente inevitables colapsos poblacionales se aceleran por explotación intensa (Southward *et al.* 1988, en Sharp y McLain, 1993).

El declinamiento en la biomasa del zooplancton en la Corriente de California en las últimas dos décadas del siglo veinte (Roemmich y McGowan, 1995; Smith, 1995; Lavaniegos *et al.*, 1998), coincide con un incremento en la temperatura superficial del mar. Sin embargo, aunque se indican diferencias decadales en la biomasa del zooplancton en la región de Baja California la conexión con el clima no es clara (Lavaniegos *et al.* 1998).

Pese a no encontrar una significativa correlación entre las anomalías en el crecimiento de la población de anchoveta y las anomalías de temperatura superficial del mar, Fiedler (1984) reporta que había grandes anomalías negativas en el crecimiento de la población asociadas con los eventos El Niño 1957-59, 1966-68 y 1976-78.

Por otra parte, los estudios de abundancia de huevos y larvas para la población del anchoveta del stock central señalan la presencia de varias clases anuales posteriores a 1978 con un bajo reclutamiento, por lo que no se podría considerar a la explotación como efecto dominante (Fiedler *et al.* 1986); aunque no es del todo posible descartar su efecto como un factor que podría ocasionar la baja en los niveles de abundancia, sobre todo en el período de explotación que se inicia a partir del año de 1982, en el cual se observa el mantenimiento del esfuerzo pesquero con altas tasas de explotación de la pesquería (Lluch-Belda *et al.*, 1992; García-Franco *et al.* 1995). A partir de 1982 y hasta 1988 se observa una contracción en el número de clases de edad, siendo el grupo de 1 año el más dominante. Después de 1989 predomina el grupo de 0 años de edad; esto nos sugiere un incremento gradual en la tasa de explotación en todos los grupos de edad hasta ocasionar que la pesquería se sostuviera en un grupo de edad muy joven, ocasionando también una reducción en la talla de primera madurez (García-Franco *et al.*, 1991; Pedrín-Osuna *et al.*, 1993). Lo anterior pudiera haber ocasionado una disminución en los parámetros reproductivos, como

fecundidad, al disminuir la edad y la talla de las hembras reproductoras, lo que aunado al fuerte estrés ambiental ocasionado por un evento climático como El Niño provocaría una caída a valores muy pequeños en la tasa intrínseca de crecimiento de la población y en el éxito del reclutamiento, precisamente en aquellos años en los que coinciden los factores adversos al crecimiento de la población. Lo anterior explicaría la evolución de las capturas de anchoveta frente a las costas de Baja California para el período en que se estudia la pesquería; lo cual a su vez parece reflejarse en los resultados obtenidos en el presente estudio para el comportamiento del parámetro  $r$ , cuando varía en el tiempo, al tomar valores cercanos a cero precisamente en los años recientes en que se han registrado eventos El Niño (Climate Prediction Center, 1999) y en las oscilaciones de  $K$  generadas mediante la generalización del modelo de Gompertz-Fox.

Los resultados obtenidos parecen concordar con el contexto sugerido por estudios recientes que señalan que los cambios climáticos pueden estar asociados con fluctuaciones en la abundancia de los peces tanto en escala regional como en gran escala (Beamish y Boullion, 1993; Polovina, 1996; Mantua *et al.*, 1997; Clark *et al.*, 1999; McFarlane, 2000), ya que fue el declinamiento en la productividad de los ecosistemas lo que primero alertó de un evento climático, por lo que en muchas instancias los organismos biológicos son integradores de las variables ambientales y pueden ser más sensitivos a los eventos climáticos que las series de tiempo físicas (Polovina *et al.*, 1994) sugiriendo que un método para medir el cambio climático es observar la dinámica de las especies que podrían ser afectadas (McFarlane *et al.*, 2000).

Spencer (1997) sugiere que para stocks con variación autocorrelacionada y que alternan entre estados de abundancia altos y bajos, la política óptima de cosecha potencial

emanada de la aplicación de la programación dinámica al modelo poblacional utilizado requiere de un comportamiento conservativo (explotativo) durante las condiciones ambientales malas (buenas) con stocks altos y reconstrucción de stocks bajos.

## CONCLUSIONES

- La aplicación de la técnica matemática de Control Óptimo a una pesquería, cuando se especifica como variable de control al esfuerzo pesquero, constituye una metodología valiosa para determinar el nivel de esfuerzo óptimo en el tiempo.
- La inclusión necesaria de variables económicas en la aplicación de Control Óptimo a la pesquería de la anchoveta norteña, con el objetivo de maximizar el flujo de ingresos netos descontados provenientes de la pesquería, permitió un análisis real de la influencia de estas variables sobre un nivel óptimo del stock.
- La técnica permite definir una estrategia óptima de explotación del recurso.
- El caso no-autónomo, al variar precio y tasa de descuento en el tiempo, aporta mayor información en el análisis retrospectivo de la optimalidad del esfuerzo aplicado en la pesquería.
- La generalización de un modelo de producción como el de Gompertz-Fox, al hacer variar en el tiempo los parámetros  $r$  y  $K$ , permite modelar adecuadamente una pesquería como la de la anchoveta norteña sujeta a oscilaciones en el nivel del stock.
- La variación en el tiempo de los parámetros  $r$  y  $K$  es un procedimiento que permite que los datos de la pesquería reflejen a través del modelo generalizado la variabilidad ambiental que los ha influido.

- Las generalizaciones del modelo de Gompertz-Fox que consideran la variación de  $r$  en el tiempo proporcionan información más relevante acerca de qué tan adecuado fue el esfuerzo pesquero aplicado en la pesquería de anchoveta norteña sobre la generalización que considera la variación de  $K$  en el tiempo y sobre la información que arroja el modelo de parámetros constantes.
- Es el modelo generalizado con  $r$  y  $K$  variando al mismo tiempo el que aporta mayor información.
- Las metodologías desarrolladas para el estudio de viabilidad para la biomasa del recurso, cuando se especifica un umbral de colapso, complementan y enriquecen el análisis de la optimalidad del régimen de explotación aplicado en la pesquería.
- Los resultados derivados de las generalizaciones abordadas del modelo de Gompertz-Fox permiten identificar la influencia de eventos El Niño sobre la pesquería de anchoveta norteña.
- No se puede ignorar el efecto de la intensa explotación a la que estuvo sujeta la pesquería de la anchoveta norteña y la gran influencia sobre su colapso.
- Fue posiblemente el efecto combinado de explotación intensa y estrés ambiental lo que ocasionó el colapso.
- La política óptima de manejo del stock debiera, primeramente, permitir su reconstrucción y, posteriormente, aplicarse un comportamiento conservativo, reduciendo el esfuerzo pesquero en condiciones ambientales adversas (años en que se presente eventos El Niño) a valores determinados por el nivel estimado de esfuerzo óptimo y máximo.

- Es posible aplicar las herramientas formales desarrolladas al estudio de otras pesquerías.
- La aplicación tanto de la teoría de Control Óptimo como de las generalizaciones desarrolladas del modelo de Gompertz-Fox y de las metodologías para el análisis de viabilidad a otras pesquerías necesariamente requeriría contar con un buen registro de datos de captura y esfuerzo pesquero así como de información económica confiable.

**LITERATURA CITADA**

- Alexander, P., M.J. Bahret, J. Chaves, G. Courts y N.S. D'Alessio. 1992. *Biología*. Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 717 pp.
- Alvariño, A. 1980. The relation between the distribution of zooplankton predators and anchovy larvae. *CalCOFI Rep.* XXI: 150-160.
- Anderson, R.O. 1975. Optimum sustainable yield in inland recreational fisheries management. In: *Optimum Sustainable Yield as a Concept in Fisheries Management*. Roedel, P.M. (editor). *American Fisheries Society*. Special Publication No. 9. Washington, D.C.
- Anderson, L.G., 1977. *The Economics of Fisheries Management*. The Johns Hopkins University Press. London. 214 pp.
- Anderson, D.W., F. Gress, K.F. Mais y P.R. Kelly. 1980. Brown pelicans as anchovy stock indicators and their relationships to commercial fishing. *CalCOFI Rep.* XXI: 54-61.
- Arthur, D.K. 1976. Food and feeding of larvae of three fishes occurring in the California Current *Sardinops sagax*, *Engraulis mordax* and *Trachurus symmetricus*. *Fish. Bull. U.S.*, 74(3): 517-530.
- Baliunas, S. y R. Jastrow 1993. Evidence on the climate impact of solar variations. *Energy*, 18, 1285-1295.
- Bakun, A. 1990. Global climate change and intensification of coastal ocean upwelling. *Science* 247: 198-201.
- Barber, R.T. y F.P. Chavez. 1983. Biological consequences of El Niño. *Science*, 222, 1203-1210.

- Baumgartner, T.R., A. Soutar y V. Ferreira-Bartrina. 1992. Reconstruction of the history of Pacific sardine and northern anchovy populations over the past two millenia from sediments of the Santa Barbara Basin. *CalCOFI Rep.*, 33: 24-40.
- Baxter, J.L. 1967. Summary of biological information on the northern anchovy *Engraulis mordax* Girard. *CalCOFI Rep.* XI: 110-116.
- Beamish, R.J., D.J. Noakes, G.A. McFarlane, L. Klyashtorin, V.V. Ivanov y V. Kurashov. 1999. The regime concept and natural trends in the production of Pacific salmon. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 56: 516-526.
- Beamish, R.J., C.E. Neville y A.J. Cass. 1997. Production of Fraser River sockeye salmon (*Oncorhynchus nerka*) in relation to decadal-scale changes in the climate and the oceans. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 54: 543-554
- Beer, G.A. 1981. Matemáticas Aplicadas para Economía y Negocios. Editorial Dossat, S.A. Madrid, España. 480 pp.
- Bellman, R.E. 1957. Dynamic Programming. Princeton University Press, Princeton New Jersey.
- Bliss, G.A. 1946. Lectures on the Calculus of Variations. University of Chicago Press, Chicago, Illinois.
- Borbón-González, D. J. y Cota-Villavicencio, A. 1999. Indicadores básicos de la pesquería de la anchoveta norteña (*Engraulis mordax*) en la costa occidental de Baja California, México. Informe Técnico. *Comunicaciones Académicas, Serie Ecológica*, CICESE 17 p. CITECT9908.
- Brassington, G.B. 1997. The modal evolution of the Southern Oscillation. *Journal of Climate* (10): 1021-1027.

- Brodeur, R.D. y D.M. Ware. 1992. Interannual and interdecadal changes in zooplankton biomass in the subarctic Pacific Ocean. *Fish. Oceanogr.* 1:32-38
- Brongersma-Sanders, M. 1957. Mass Mortality in the Sea. In: Treatise on Marine Ecology and Paleoecology (J.W. Hedgpeth, Ed). *Washington, DC. Geol. Society of America.*
- Bushaw, D. 1958. Optimal discontinuous forcing terms, pp 29-52. En: S. Lefschetz (Comp.), Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations IV. *Annals of Mathematics Studies* 41, Princeton University Press.
- Butler, J.L. 1987. Comparison of the larval and juvenile growth and larval mortality rates of Pacific sardine and northern anchovy and implications for species interactions. Ph. D. Thesis. Univ. Calif. San Diego. 242 pp.
- Butterworth, D.S. 1980. The Value of Catch Statistics Based Management Techniques for Heavily Fished Pelagic Stocks, With Special Reference to the Recent Decline of the Southwest African pilchard stock. *International Council for Southeastern Atlantic Fisheries (ICSEAF) Collection of Scientific Papers (Part II)*, 69-84.
- Casti, J.L. 1989. Alternate realities Mathematical Models of Nature and Man. John Willey and Sons., New York.
- Chavez, F.P., Strutton, P.G, Friederich, G.E., Feely, R.A., Feldman, G.C., Foley, D.G. y McPhaden, M.J. 1999. Biological and chemical response of the Equatorial Pacific Ocean to the 1997-98 El Niño. *Science* 286: 2126-2131.
- Chelton, D.B., P.A. Bernal y J.A. McGowan. 1982. Large-scale interannual physical and biological interactions in the California Current. *J. Mar. Res.*, 40: 1095-1125.

- Christensen, V. y D. Pauly. 1993. On steady-state modeling of ecosystems. En: Christensen, V. y D. Pauly (eds.). Trophic models of aquatic ecosystems. *ICLARM Conf. Proc.* 26:14-19.
- Clark, C.W. 1976. *Mathematical Bioeconomics: The optimal management of renewable resources*. John Wiley & Sons, New York. 352 pp.
- Clark, C.W. 1985. *Bioeconomic Modelling and Fisheries Management*. Wiley-Interscience. New York.
- Clark, C.W. 1989. Bioeconomic modeling and resource management. pp: 11-57. En: Simon A. Levin, Thomas G. Hallam y Louis J. Gross (eds.). *Applied Mathematical Ecology*. Springer-Verlag, New York.
- Clark, C.W. 1990. *Mathematical Bioeconomics: The optimal management of renewable resources*. Second Edition. John Wiley & Sons, New York. 386 pp.
- Clark, W.G. 1977. The lessons of the Peruvian anchoveta fishery. *CalCOFI Rep.* XIX:57-63.
- Clark, C.W., F.H. Clarke, and G.R. Munro. 1979. The optimal exploitation of renewable resource stocks: problems of irreversible investment. *Econometrica* 47:25-47.
- Clark, W.G., S.R. Hare, A.M. Parma, P.J. Sullivan y R.J. Trumble. 1999. Decadal changes in growth and recruitment of Pacific halibut (*Hippoglossus stenolepis*). *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 56: 242-252.
- Clark, F.N. y J.B. Phyllips. 1952. The northern anchovy (*Engraulis mordax*) in the California fishery. *Calif. Fish and Game*, 38(2):189-207.
- Climate Prediction Center. 1999.
- [http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis\\_monitoring/ensostuff/ensoyear.html](http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/analysis_monitoring/ensostuff/ensoyear.html).

- Cohen, Y. 1987. A review of harvest theory and applications of optimal control theory in fisheries management. *Canadian Journal of Fisheries Aquatic Science*, 44: 75-83
- Cota-Villavicencio, A. 1986. Análisis de la pesquería de la anchoveta *Engraulis mordax* (Girard, 1857) mediante el uso de la composición por edad de la captura comercial para el período de 1957 a 1979. Tesis de Maestría. E.N.C.B., I.P.N., México, D. F.
- Cotero-Altamirano, E. 1984. Ciclo reproductivo, madurez y fecundidad de la anchoveta *Engraulis mordax mordax*: Análisis comparativo en el período 1981-1983. Tesis de Maestría. CICESE. Ensenada, Baja Calif., México.
- Cotero-Altamirano, E. 2000. Dinámica de la población de la anchoveta *Engraulis mordax* del Golfo de California. Tesis de doctorado. CICESE. Ensenada, Baja Calif., México.
- Craggs, J.W., 1975. Cálculo de Variaciones. Editorial LIMUSA, S.A., México, D.F. 106 p.
- Craig, W.L. 1960. Food and feeding. En: A study of the yellowtail *Seriola dorsalis* (Gill). By J.L.Baxter & staff. *Calif. Dep. Fish and Game, Fish. Bull.* (110): 35-46.
- Crutchfield, J.A. 1975. An Economic View of Optimum Sustainable Yield. In: Optimum Sustainable Yield as a Concept in Fisheries Management. Roedel, P.M. (editor). *American Fisheries Society*. Special Publication No. 9. Washington, D.C.
- Csirke, J. 1980. Recruitment in the Peruvian anchovy and its dependence on the adult population. *Rapp. P.-V. Réun. Cons. Int. Explor. Mer* 177:307-313.
- Cucalon, E. y Mariduena, E 1989. The 1987 El Niño and its effects on the pelagic fisheries of Ecuador. *REV.COM.PERM.PAC.SUR*, 65-82 p.
- Cury, P. y C. Roy. 1989. Optimal environmental window and pelagic fish recruitment success in upwelling areas. *Can. J. Fish. Aquat. Sci.* 46: 670-680.
- Cushing, D.H. 1982. Climate and Fisheries. *Academic Press Inc.*, London. 373 pp.

- Cuvier, G.L.G.F.D. 1817. Le Règne Animal Distribué d'après son Organisation. Fishes. Paris, Ed. 1, 2, & Ed. 2(1829), 1:1-532.
- Depto. de Pesca. 1979. Conversaciones Bilaterales México-EUA sobre investigaciones de la anchoveta . *Depto de Pesca. Dirección General del Instituto Nacional de la Pesca.*, México, D.F. 169 pp.
- Dommowitz, I., 1982. Estimation of Anchovy Population Dynamics Model. Administrative Report (LJ-82-22 S.W.F.C.). *National Marine Fisheries Services*, 18 pp.
- Dreyfus, S.E. 1965. Dynamic Programming and the Calculus of Variations. Academic Press, New York, 248 pp.
- Duka, L.A. 1969. Feeding of larvae of anchovy *Engraulis encrasicolus* in the Azov Sea. *Ichthyol.* 9: 223-230
- van Dyne, G.M., W.E. Frayer y L.J. Bledsoe. 1970. Some optimization techniques and problems in the natural resource sciences. Symposium on Optimization, Philadelphia. 95-124 pp.
- Echavarría, H. H., Reed, W. J., Solana, A. E. y Cota, V. A. 1996. Análisis de optimalidad en la pesquería de anchoveta norteña (*Engraulis mordax*). *Aportaciones Matemáticas. Serie Comunicaciones*, **18**: 67-86.
- ENCARTA. 2000. Enciclopedia ENCARTA. Disco 1, 1993-1999 Microsoft Corporation.
- Encyclopaedia Britannica, The New. 1998. 15<sup>th</sup> Edition. Encyclopaedia Britannica, Inc. Chicago, USA. Micropaedia, 3: 386; 12: 539; Macropaedia, 19: 192-276.
- Escudero, D. M. 1984. Estudio de la Pesquería de Anchoveta *Engraulis mordax*. Inst. C. Mar. y Limn. UNAM. Tesis de Maestría, 75 pp..

- Everett, J., E. Okemwa, H.A. Regier, J.P. Troadec, A. Krovnin y D. Lluch-Belda. 1996. Fisheries. En: Climate Change 1995: Impacts, Adaptations and Mitigation of Climate Change. Scientific-technical Analysis. Contribution of Working Group II to the Second Assessment Report of Intergovernmental Panel on Climate Change. Watson, R.T., M.C. Zinyowera, R.H. Moss and D.J. Dokken (Eds.) Cambridge University Press, 511-537.
- FAO. 1985. Anuario Estadístico de Pesca (Capturas y Desembarques). Ed. ONU, Roma.
- FAO. 1988. FAO Species Catalogue. Vol. 7. Clupeoids Fishes of the World.. 305-384 p.
- Favorite, F. y W.J. Ingraham. 1978. Sunspot activity and oceanic conditions in the northern North Pacific Ocean. En: Ocean Variability: Effects on U.S. Marine Fishery Resources, 1975 (Ed. By J.R. Goulet & E.D. Haynes). *NOAA Tech. Rep. NMFS Circ.* 416, 191-6.
- Fiedler, P.C. 1984. Some effects of El Niño 1983 on the northern anchovy. *CalCOFI Rep.*, XXV: 53-58.
- Fiedler, P.C., R.D. Methot y R.P. Hewitt. 1986. Effects of California El Niño 1982-1984 on the northern anchovy. *Journal of Marine Research*, 44, 317-338.
- Fleming, W.H. y R.W. Rishel. 1975. Deterministic and Stochastic Optimal Control. Springer-Verlag. New York. 222 p.
- Fletcher, R.I. 1978. On the restructuring of the Pella-Tomlinson system. *U.S. Fish. Bull.* 76: 515-534.
- Flores, V. 1970. Contribución al conocimiento y pesquería de la anchoveta *Engraulis mordax mordax* Girard, 1856. Tesis profesional, ENCB-IPN, 80p.
- Fox, W. 1970. An exponential surplus-yield model for optimizing exploited fish populations, *Trans. Amer. Fish. Soc.* 1: 80-88.

- Francis, R.C. y S.R. Hare. 1994. Decadal-scale regime shifts in the large marine ecosystems of the Northeast Pacific: a case for historical science. *Fish. Oceanogr.* 3: 279-291.
- Francis, R.C., S.R. Hare, A.B. Hollowed y W.S. Wooster. 1998. Effects of interdecadal climate variability on the oceanic ecosystems of the NE Pacific. *Fish. Oceanogr.* 7(1): 1-21.
- Foukal, P. y K. Larssen. 1991. The length of the solar cycle: an indicator of solar activity closely associated with the terrestrial climate. *Science*, 254, 698-700.
- García-Franco, W. 1988. La Anchoveta como recurso pesquero y perspectivas de aprovechamiento integral. En: Los recursos Pesqueros del País. *Secretaría de Pesca. INP*, México.
- García-Franco, W., A. Cota V., A. Barrera M., F. Sánchez R. y F.J. Luna. 1990. Boletín anual, temporada 1989. *CRIP-CANAINPES Doc. Tec. Secretaría de Pesca, INP*. Ensenada, B:C. México. 18 pp.
- García-Franco, W., Ma. L. Granados G., A. Barrera M., A. Cota V., O. Pedrín O., A. Luévano y F. Sánchez R. 1991. Boletín anual, temporada 1990. *CRIP-CANAINPES Doc. Tec. Secretaría de Pesca, INP*. Ensenada, B.C. México. 16 pp.
- García-Franco, W., A. Cota V. y F. Sánchez R. 1995. Boletín anual, temporada 1994. *CRIP-CANAINPES Doc. Tec. Secretaría de Pesca, INP*. Ensenada, B.C. México. 14 pp.
- García-Franco, W. y F. Sánchez R. 1998. Boletín anual, temporada 1997. *CRIP-CANAINPES Doc. Tec. Secretaría de Pesca, INP*. Ensenada, B.C. México. 16 pp.
- García-Franco, W., A. Cota V. y F. Sánchez R. 2000. *CRIP-CANAINPES Doc. Tec. Secretaría de Pesca, INP*. Ensenada, B.C. México. 14 pp.

- Getz, W.M. y R.G. Haight. 1989. Population Harvesting Demographic Models of Fish, Forest, and Animal Resources. Princeton University Press. 391 pp.
- Girard, C.F. 1856. Fishes collected by Dr. A.L. Heerman, naturalist attached to the survey of the Pacific Railroad Route, under Lieut. R.S. Williamson. *U.S.A. Proc. Ac. Nat. Sci. Phil. (1854)* 7: 129-156.
- González-Dávila, G. 1988. Evaluación de la pesquería de anchoveta *Engraulis mordax* Girard, 1856 de Baja California, México, y perspectivas de su regulación. Tesis de licenciatura. UNAM.
- Graham, M. 1935. Modern theory of exploiting a fishery and applications to North Sea trawling. *J. Cons. Int. Explor. Mer* 10: 264-274.
- Graham, N.E. 1994. Decadal-scale climate variability in the tropical and North Pacific during the 1970s and 1980s: observations and model results. *Climate Dynamics*, 10: 135-162.
- Green-Ruiz, Y. y G. Aguirre-Medina. 1989. Larvas de *Engraulis mordax* en el Golfo de California. *IV Reunión de la Sociedad Mexicana de Planctología*. La Paz. B.C.S. Resumen.
- Gu, D. y S.G.H. Philander. 1997. Interdecadal climate fluctuations that depend on exchanges between the tropics and extratropics. *Science* (275): 805-807.
- Gulland, J.A. 1974. The Management of Marine Fisheries. University of Chicago Press. Seattle. 198 pp.
- Gulland, J.A. 1983. Fish Stock Assessment. Wiley, Chichester, UK.

- Hammann, M.G. y M.A. Cisneros. 1989. Range extension and commercial capture of northern anchovy, *Engraulis mordax* Girard, in the Gulf of California, México. *Calif. Fish and Game* 75(1): 49-53.
- Hannesson, R. 1993. Bioeconomics Analysis of Fisheries. Halsted Press, New York. 138 pp.
- Hanson, F. y D. Ryan. 1988. Optimal harvesting with density-dependent random effects. *Nat. Res. Modeling*, 2:439-455.
- Hanson, F. y H. Tuckwell. 1981. Persistence times of populations with large random fluctuations. *Theor. Pop. Biol.*, 14:46-61.
- Hare, S.R. y R.C. Francis. 1995. Climate change and salmon production in the northeast Pacific Ocean, p. 357-372. En: R.J. Beamish [ed.] Climate Change and Northern Fish Populations. *Can. Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci.* 121.
- Hare, S.R., N.J. Mantua y R.C. Francis. 1999. Inverse Production Regimes: Alaska and West Coast Pacific Salmon. *Fisheries Habitat*, 24 (1): 6-14
- Hare, S. R. y N.J. Mantua. **IN PRESS**. Empirical evidence for North Pacific regime shifts in 1977 and 1989. *Prog. Oceanogr.* XX:XXX-XXX
- Hart, J.L. 1973. Pacific Fishes of Canada. *Fish. Res. Board of Can. Bull.* 180.
- Harville, J.H. 1975. Multidisciplinary Aspects of Optimum Sustainable Yield. En: Optimum Sustainable Yield as a Concept in Fisheries Management. Roedel, P.M. (editor). *American Fisheries Society*. Special Publication No. 9. Washington, D.C.
- Hernández-Vázquez, S. 1995. Distribución y abundancia de huevos y larvas de sardina y anchoveta en las costas de California y Baja California y su relación con factores ambientales 1951-1989. Tesis de doctorado. CICESE. Ensenada, Baja Calif., México.

- Hilborn, R. 1979. Comparison of fisheries control systems that utilize catch and effort data. *J. Fish. Res. Bd. Can.* 36: 1477-1489.
- Hilborn, R. y C.J. Walters. 1992. Quantitative Fisheries Stock Assessment: Choice, Dynamics and Uncertainty. Chapman and Hall, New York. 570 pp.
- Hjort, J. 1914. Fluctuations in Great Fisheries of Northern Euphrates. *Rapp. Proces-Verb. Cons. Int. Explor. Mer.* 20:1-13.
- Hjort, J. 1926. Fluctuations in the year class of important food fishes. *J. Cons. Per. Int. Explor. Mer.* 1: 4-38.
- Hocking, L.M. 1991. Optimal Control: An introduction to the theory with applications. Oxford University Press Inc., New York. 254 p.
- Holden, M.J. y D.F.S. Raitt. 1974. Manual of fisheries science. Part 2. Methods of resource investigation and their application. FAO Fish. Tech. Rap. 115(1), 214 pp.
- Hollowed, A.B. y W.W. Wooster. 1992. Variability of winter ocean conditions and strong year classes of northeast Pacific groundfish. *ICES mar. Sci. Symp.* 195: 433-444.
- Holmgren Urba, D.T. 1993. Fluctuaciones poblacionales de peces pelágicos en el Golfo de California en los últimos 250 años. Tesis de Maestría CICESE. Ensenada, B.C., México.
- Holmgren Urba, D.T. y T.R. Baumgartner. 1993. A 250-year history of pelagic fish abundance from the anaerobic sediments of the central gulf of California. *CalCOFI Rep.* 34: 60-68.
- Houde, E.D. 1978. Critical food concentration for larval of three species of subtropical marine fishes. *Bull. Mar. Sc.* 28(3): 395-411.
- Hunter, J.R. 1972. Swimming and feeding behavior of larval anchovy *Engraulis mordax*. *Fish. Bull. U.S.*, 70(3):821-838.

- Hunter, J.R. 1976. Behavior and survival of northern anchovy *Engraulis mordax* larvae. *CalCOFI Rep.* XIX : 138-146.
- Hunter, J.R. 1981. Feeding ecology and predation of marine fish larvae. P. 33-77. In: Marine Fish Larvae (R. Lasker ed.). Washington Sea Grant Program Univ. Wash. Press., Seattle, Wash. 131 pp.
- Hunter, R.H. y K.M. Coyne. 1982. The onset of schooling in northern anchovy larvae, *Engraulis mordax*. *CalCOFI Rep.* XXIII : 246-251.
- Hunter, J.R. y C.A. Kimbrell. 1981. Egg cannibalism in the northern anchovy *Engraulis mordax*. *Fish. Bull. U.S.*, 78 (3): 811-816.
- Hunter, J.R. y R. Leong. 1981. The spawning energetics of female northern anchovy, *Engraulis mordax*. *Fish. Bull. U.S.*, 79(2): 215-230.
- Hunter, R.J. y B.J. Macewicz. 1980. Sexual maturity, batch fecundity, spawning frequency, and temporal pattern of spawning for the northern anchovy, *Engraulis mordax*, during 1979 spawning season. *CalCOFI Rep.* 21: 139-149.
- Hunter, J.R. y C. Sanchez. 1976. Diel changes in swim bladder inflation of the larvae of northern anchovy, *Engraulis mordax*. *Fish. Bull. U.S.*, 74: 847-855.
- INP-SEMARNAP. 1999. Sustentabilidad y Pesca Responsable en México. Evaluación y Manejo 1997-1998. *Secretaría de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca.* México. 93-116 p.
- Jacobson, D.L., N. Lo, F.S. Herrick y T. Bishop. 1995. Spawning biomass of the northern anchovy in the 1995 and status of the coastal pelagic fishery during 1994. *Administrative Rep. LJ-95-11. NMFS. Southwest Fishery Science Center.* La Jolla, Cal.

- James, A.G. 1987. Feeding ecology, diet and field-based studies on feeding selectivity of the Cape anchovy *Engraulis capensis* Gilchrist. En: The Benguela and Comparable Ecosystems. Payne, A.I.L., Gulland, J.A. and K.H. Brink (Eds). *S. Afr. J. mar. Sci.* 5: 673-692.
- Kawasaki, T. 1992. Mechanisms governing fluctuations in pelagic fish populations. *S. Afr. J. Mar. Sci.* 12: 873-879.
- Kerr, R.A. 1998. Models win big in forecasting El Niño. *Science* 280(5363): 522-523.
- King, M., 1995. Fisheries Biology, Assessment and Management. Fishing News Books. London. 341 pp.
- Knowles, G., 1981. An Introduction to Applied Optimal Control. Academic Press. New York. 180 pp.
- Konchina, Y.V. 1991. Trophic status of the Peruvian anchovy and sardine. *J. Ichthyol.* 31(2): 59-72.
- Laevastu, T. 1993. Marine Climate, Weather and Fisheries. The Effects of Weather and Climatic Changes on Fisheries and Ocean Resources. John Wiley & Sons, Inc., New York, 203 pp.
- Lagler, K.F., J.E. Bardach, R.R. Miller, and D.R. May-Passino. 1977. Ichthyology. Ed. John Wiley & Sons, Inc., New York. 506 pp.
- Landscheit, T. XXXX. Solar Activity: A Dominant Factor in Climate Dynamics. <http://www.microtech.com.au/daly/solar/solar.htm>.
- Lapointe, M.F. y R.M. Peterman. 1991. Spurious correlations between fish recruitment and environmental factors due to errors in the natural mortality rate used in virtual population analysis (VPA). *ICES J. Mar. Sci.* , 48(2), 219-228.

- La Salle, J.P. 1960. The time optimal control. Pp. 1-24. En: S. Lefschetz (Comp.), Contributions to the Theory of Nonlinear Oscillations V. *Annals of Mathematics Studies* 45, Princeton University Press.
- Latif, M. y T.P. Barnett. 1994. Causes of decadal climate variability over the North Pacific and North America. *Science*, 266: 634-637.
- Lasker, R., H.M. Feder, G.H. Theilacker y R.C. May. 1970. Feeding, growth and survival of *Engraulis mordax* larvae reared in the laboratory. *Mar. Biol.* 5(4): 345-353.
- Lasker, R. 1975. Field criteria for survival of anchovy larvae: the relation between inshore chlorophyll maximum layers and successful first feeding. *Fish. Bull., U.S.*, 73(3): 453-462.
- Lasker, R. y P.E. Smith. 1977. Estimation of effects on environmental variations on the eggs and larvae of the northern anchovy. *CalCOFI Rep.* XIX: 128-137.
- Lasker, R. 1981. The role of a stable ocean in larval fish survival and subsequent recruitment. En: Marine Fish Larvae: Morphology, Ecology and relation to Fisheries. Univ. Wash. Press. Reuben Lasker (Ed.).
- Lavaniegos, B.E., J. Gómez-Gutiérrez, J.R. Lara-Lara y S. Hernández-Vázquez. 1998. Long-term changes of zooplankton volumes in the California Current System. The Baja California region. *Marine Ecology Progress Series*, 169, 55-64.
- Lavaniegos, B.E., L.C. Jiménez-Pérez y G. Gaxiola-Castro. In Press. Plankton response to El Niño 1997-1998 and La Niña 1999 in the southern region of the California Current. *Marine Ecology Progress Series*, XXXX
- Legendre, L. 1990. The significance of microalgal blooms for fisheries and for the export of particular carbon in oceans. *J. Plankton Res.* 12:681-699.

- Lelevier, A. y H. Peña. 1983. Pronóstico Pesquero de Corto Plazo Utilizando un Modelo Autoregresivo Tipo ARIMA (Box-Jenkins). La Pesquería de la Anchoqueta *Engraulis mordax*, Un Ejemplo. *Ciencias Marinas*, 9(2):7-17.
- Levins, R. 1969. The effect of random variations of different types on population growth. *Proc. Natl. Acad. Sci.* 62: 1061-1065.
- Lillelund, K. y R. Lasker. 1971. Studies of predation by marine copepods on fish larvae. *Fish. Bull., U.S.* 69(3): 655-667.
- Linsley, B.K., G.M. Wellington y D.P. Schag. 2000. Decadal Sea Surface Temperature Variability in the Subtropical South Pacific from 1726 to 1997 A.D. *Science*, 290: 1145-1148.
- Lluch-Belda, D., R.M.J. Crawford, T. Kawasaki, A.D. MacCall, R.H. Parrish, R.A. Schwartzlose y P.E. Smith. 1989. World-wide fluctuations of sardine and anchovy stocks: The regimen problem. *S. Afr. J. Mar. Sci.*, 8: 195-205.
- Lluch-Cota, D.B., S. Hernández-Vázquez y S.E. Lluch-Cota. 1997. Empirical investigations on the relationship between climate and small pelagic global regimes and El Niño-Southern Oscillation (ENSO). *FAO Fisheries Circular. No. 934*. Rome, FAO. 1997, 48 pp.
- Lluch-Belda, D., F. Magallon-Barajas y R.A. Schwartzlose. 1986. Large fluctuations in the sardine fishery in the Gulf of California: Possible causes. *CalCOFI Rep.*, 27: 136-140.
- Lluch-Belda, D., R.A. Schwartzlose, R. Serra, R. Parrish, T. Kawasaki, D. Hedgecock, y R.J.M. Crawford. 1992. Sardine and anchovy regime fluctuations of abundance in four regions of the world oceans: a workshop report. *Fisheries Oceanography* 1:4, 339-347.

- Lo, N.C.H. 1985. Egg production of the central stock of northern anchovy *Engraulis mordax*, 1951-82. *Fish. Bull., U.S.* 83: 137-150.
- Loehle, C. 2000. Optimal control of spatially distributed process models. *Ecological Modelling* 131:79-95.
- Ludwing, D. y C. Walters. 1985. Are age structured models appropriate for catch effort data?. *Can J. Fish. Aquat. Sci.*, 42:1066-1072.
- Lynn, R.J., T. Baumgartner, J. García, C.A. Collins, T.L. Hayward, K.D. Hyreback, A.W. Mantyla, T. Murphree, A. Shankle, F.B. Schiwing, K.M. Sakuma y M.J. Tegner. 1998. The state of the California Current, 1997-1998: transition to El Niño conditions. *CalCOFI Rep.*, 39, 25-49.
- MacCall, A.D. 1990. Dynamic Geography of Marine Fish Populations. University of Washington Press. 81-119 pp.
- McKelvey, R. 1989. Common property and the conservation of natural resources. En: Simon A. Levin, Thomas G. Hallam y Louis J. Gross (eds.). *Applied Mathematical Ecology*. Springer-Verlag, New York.
- McPhaden, M.J. 1999. Genesis and evolution of the 1997-98 El Niño. *Science* 283: 950-954.
- Mallicoate, D.L. y R.H. Parrish. 1981. Seasonal growth patterns of California stocks of northern anchovy, *Engraulis mordax*, Pacific mackerel, *Scomber japonicus*, and jack mackerel, *Trachurus symmetricus*. *Calif. Coop. Oceanic Fish. Invest. Rep.* 22:69-81
- Mann, K.H. 1993. Physical oceanography, food chains, and fish stocks: a review. *ICES J. Mar. Sci.* 50: 105-119.

- Mantua, N. J., S.R. Hare, Y. Zhang, J.M. Wallace y R.C. Francis. 1997. A Pacific interdecadal climate oscillation with impacts on salmon production. *Bulletin of American Meteorological Society*. 78, 1069-1079.
- Methot, R.D. 1986. Synthetic estimates of historical abundance and mortality for northern anchovy *Engraulis mordax*. Southwest Fisheries Center Administrative Report LJ-86-29, 85 pp.
- Miller, A. J., D.R. Cayan, T.P. Barnett, N.E. Graham y Oberhuber. 1994. The 1976-1977 Climate Shift of the Pacific Ocean. *Oceanography* Vol. 7 No. 1
- Miller, D.L. y R.N. Lea. 1972. Guide to the coastal marine fishes of California. *Calif. Fish Game, Fish Bull.* 157: 249 pp.
- Murphy, G.I. 1977. Clupeoids. En: Gulland, J.A. Ed. Fish Population Dynamics. John Wiley & Sons. 283-308 p.
- Namias, J. 1953. Thirty-day forecasting: a review of a ten year experiment. *Meteorol. Monogr. Am. Meteorol. Soc.* No. 6.
- Nelson, W.R., M.C. Ingham y W.E. Schaaf. 1977. Larval transport and year class strength of Atlantic menhaden, *Brevoortia tyrannus*. *Fish. Bull., U.S.* 75(1): 23-41.
- O'Connell, C.P. 1981. Development of organ system in northern anchovy *Engraulis mordax* and other teleosts. *Amer. Zool.* 21: 429-446.
- Ommanney, F.D. 1970. The fishes. Time-Life Books, New York, USA. 192 pp.
- Parker, K. 1980. A direct method for estimating northern *Engraulis mordax* spawning biomass. *Fish. Bull., U.S.* 78:541-544.

- Parrish, R.A., A. Bakun, D.M. Husby y C.S. Nelson. 1983. Comparative climatology of selected environmental processes in relation to eastern boundary current pelagic fish reproduction. (En: *FAO Fish. Rep./FAO Inf. Pesca.* (291) Vol. 3:557-1224).
- Parrish, R.H. y A.D. MacCall. 1978. Climatic variation and exploitation in the pacific mackerel fishery. *Fish. And Game, Fish. Bull.*, No. 167, 109 pp.
- Parrish, R. H., D.L. Mallicoate y K.F. Mais. 1985. Regional variations in the growth and age composition of northern anchovy, *Engraulis mordax*. *Fish. Bull.*, 83(4): 483-496.
- Parrish, R. H., D.L. Mallicoate y R.A. Klingbeil. 1986. Age dependent fecundity, number of spawnings per year, sex ratio, and maturation stages in northern anchovy, *Engraulis mordax*. *Fish. Bull.* 84(3): 503-517.
- Parrish, R. H. y D.L. Mallicoate. 1995. Variation in the condition factors of California pelagic fishes and associated environmental factors. *Fish. Oceanogr.* 4:2, 171-190.
- Pedrin-Osuna, O., M. Granados-Gallegos y A. Cota-Villavicencio. 1993. Análisis de la explotación de la anchoveta (*Engraulis mordax* Girard 1856), en la costa occidental de la península de Baja California, México, del periodo 1974 a 1989. Inst. Nal. de la Pesca., Sría. de Pesca. México, *Ciencia Pesquera.* (9): 49-62.
- Pella, J.J. y P.K. Tomlinson. 1969. A generalized stock production model. *Int.-Amer. Trop. Tuna Comm. Bull.* 13(3): 419-496.
- Picquelle, S.J. y R.P. Hewitt. 1983. The northern anchovy spawning biomass for the 1982-83 California fishing season. *CalCOFI Rep.* 24: 16-28.
- Pontryagin, L.S., V.G. Boltyanskii, R.S. Gamkrelidze y E.F. Mishchenko. 1962. *The Mathematical Theory of Optimal Processes*. Interscience. New York.

- Quinn, T.J.II y R.B. Deriso. 1999. Quantitative Fish Dynamics. Oxford University Press. New York. 542 pp.
- Radovich, J. 1975. Application of Optimum Sustainable Yield Theory to Marine Fisheries. En: Optimum Sustainable Yield as a Concept in Fisheries Management. Roedel, P.M. (editor). *American Fisheries Society*. Special Publication No. 9. Washington, D.C.
- Radovich, J. 1982. The Collapse of the California Sardine Fishery, What Have Learned? *CalCOFI Rep.* XXIII:56-78.
- Radovich, J. y A. D. MacCall. 1979. A Management Model for the Central stock of the Northern Anchovy. *CalCOFI reports.* 20:83-88.
- Reed, W. J. y H.H. Echavarría. 1992. The Conservation and Exploitation of Vulnerable Resources. *Bulletin of Mathematical Biology*, 54(2/3):185-213.
- Reid, J.L. 1967. Oceanic environments of the genus *Engraulis* around the world. *CalCOFI*, XI: 29-33.
- Reid, G.C. 1995. The Sun-Climate Question: Is there a real connection? *U.S. National Report to IUGG, 1991-1994. Rev Geophys. Vol. 33 Suppl. American Geophysical Union.* <http://earth.agu.org/revgeophys/reid00/node1.html>
- Ricker, W.E. 1954. Stock and Recruitment. *J. Fish. Res. Can.* 11(5): 559-623.
- Ricker, W.E. 1975. Computation and interpretation of biological statistics of fish populations. *Bull. Fish. Res. Board Ca.* 191.
- Robinson, C.L. 1994. The influence of ocean climate on coastal plankton and fish production. *Fish. Oceanogr.* 3(3): 159-171.

- Rodríguez-Murillo, J.A. 1983. Efecto de bajas densidades de alimento y concentraciones variables de *Tetraselmis* sp. En el crecimiento y supervivencia de estadios larvales de la anchoveta *Engraulis mordax* Girard. Tesis de maestría. CICESE. Ensenada, B.C. 80 pp.
- Roemmich, D. y J. McGowan. 1995. Climatic warming and the decline of zooplankton in the California Current. *Science* 267: 1324-1326.
- Roesler, C.S. y D.B. Chelton. 1987. Zooplankton variability in the California Current, 1951-1982. *CalCOFI Rep.* XXVIII: 59-96.
- Royce, W.F. 1975. Use of Yield Models in Fishery Management. En: Optimum Sustainable Yield as a Concept in Fisheries Management. Roedel, P.M. (editor). *American Fisheries Society*. Special Publication No. 9. Washington, D.C.
- Ryan, D. y F.B. Hanson. 1985. Optimal harvesting with exponential growth in an environment with random disasters and bonanzas. *Math. Biosci.* 74:37-57.
- Ryan, D. y F.B. Hanson. 1986. Optimal harvesting of a logistic population with stochastic jumps. *J. Math. Biol.* 24:259-277.
- Santander, H., J. Alheit, A.D. MacCall y A. Alamo. 1983. Egg mortality of Peruvian anchovy (*Engraulis ringers*) caused by cannibalism and predation by sardines (*Sardinops sagax*) *FAO Fish. Rep.* 291: 1011-1025.
- Scura, E.D. y C.W. Jerde. 1977. Various species of phytoplankton as food for larval northern anchovy *Engraulis mordax*, and relative nutritional value of dinoflagellates *Gymnodinium splendens* and *Gonyalax polyedra*. *Fis. Bull., U.S.* 75(3): 577-583.
- Schaefer, M.B. 1954. Some Aspects of the Dynamics of Populations Important to the Management of the Commercial Marine Fisheries. *Inter-Am, Trop. Tuna Comm. Bull.*, 1:26-56.

- Sharp, G.D. y J. Csirke (eds.). 1983. Proceedings of the Expert consultation to examine the changes in abundance and species composition of neritic fish resources. 18-19 April 1983, San José, Costa Rica. *FAO Fish. Rep. Ser. Rome*, 29 (2-3).
- Schnute, J. 1977. Improved estimates from the Schaefer production model: Theoretical considerations. *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, **34**: 583-603.
- Schwartzlose, R.A., J. Alheit, A. Bakun, T.R. Baumgartner, R. Cloete, R.J.M. Crawford, W.J. Fletcher, Y. Green-Ruiz, E. Hagen, T. Kawasaki, D. Lluch-Belda, S.E. Lluch-Cota, A.D. MacCall, Y. Matsuura, M.O. Nevarez-Martínez, R.H. Parrish, C. Roy, R. Serra, K.V. Shust, M.N. Ward y J.Z. Zuzunaga. 1999. Worldwide large-scale fluctuations of sardine and anchovy populations. *S. Afr. J. mar. Sci.* 21: 289-347.
- SEPESCA. 1987. Pesquerías Mexicanas: Estrategias para su administración. *Secretaría de Pesca*. México. 214-376 p.
- SEPESCA. 1994. Programa Nacional de Desarrollo de la Pesca y sus Recursos 1990-1994. *Secretaría de Pesca*. México. 13-18 p.
- Simpson, J.J. 1992. Response of the Southern California current system to the mid-latitude North Pacific coastal warming events of 1982-1983 and 1940-1941. *Fish. Oceanogr.* 1(1): 57-79
- Seppelt, R. 1999. Applications of optimum control theory to agroecosystem modelling. *Ecological Modelling* 121: 161-183.
- Shao, J. y D. Tu. 1995. *The Jackknife and Bootstrap*. Springer, New York, 516 pp.
- Simmons, F. 1972. *Differential equations with applications & historical notes*. McGraw-Hill Book, Co., U.S.A. 522 p.

- Sissenwine, M.P., T.R. Azarovitz y J.B. Suomala. 1983. Determining the Abundance of Fish. En: *Experimental Biology at Sea* (A. G. Macdonald & I. G. Priede, Eds). London: Academic Press, 51-101 p.
- Smith, P.E. 1972. The increase in spawning biomass of northern anchovy, *Engraulis mordax*. *Fish. Bull., U.S.* 70: 849-974.
- Soutar, A. y J.D. Isaacs. 1974. Abundance of pelagic fish during de 19th and 20th centuries as recorded in anaerobic sediments off California. *Fish. Bull., U.S.* 72:257-273.
- Spencer, P.D. y J.S. Collie. 1997. Patterns of population variability in marine fish stocks. *Fish. Oceanogr.* 6:3, 188-204.
- Stauffer, G.D. y K. Parker. 1980. Estimate of the spawning biomass of the northern anchovy central subpopulation for the 1978-79 fishing season. *CalCOFI Rep.* 21:12-16.
- Stauffer, G.D. y S.J. Piquelle. 1981. Estimate of the spawning biomass of the northern anchovy central subpopulation for the 1980-81 fishing season. *CalCOFI Rep.* 22:8-13.
- Steele, J.H. 1996. Regime shifts in fisheries management. *Fish. Res.* 25: 19-23.
- Sugimoto, T. y K. Tadokoro. 1997. Interannual-interdecadal variation in zooplankton biomass, chlorophyll concentration and physical environment in the subartic Pacific and the Bering Sea. *Fish. Oceanogr.* 6(2): 74-93.
- Sugimoto, T. y K. Tadokoro. 1998. Interdecadal variations of plankton biomass and physical environment in the North Pacific. *Fish. Oceanogr.* 7:3/4, 289-299.
- Swokowski, E.W. 1989. *Cálculo con Geometría Analítica*. Segunda edición. Grupo Editorial Iberoamérica. México. 1097 pp.
- Thurman, H.V. 1997. *Introductory Oceanography*. Eighth Edition. Prentice Hall, New Jersey, USA. 544 pp.

- Trenberth, K.E. y J.M. Caron. 2000. The Southern Oscillation revisited: sea level pressures, surface temperatures, and precipitation. *Journal of Climate* (13): 4358-4365.
- Van der Lingen, C.D. 1994. Effect of particle size and concentration on the feeding behaviour of adult pilchard, *Sardinops sagax*. *Mar. Ecol. Prog. Ser.* 109: 1-13.
- Van der Lingen, C.D. 1995. Respiration rate of adult pilchard *Sardinops sagax* in relation to temperature, voluntary swimming speed and feeding behavior. *Mar. Ecol. Prog. Ser.* 129: 41-54.
- Van der Ligen, C.D. 1998. Nitrogen excretion and absorption efficiencies of sardine *Sardinops sagax* fed phytoplankton and zooplankton diets. *Mar. Ecol. Prog. Ser.* 175: 67-76.
- Vázquez-Córdoba, M. y M. Siri-Chiesa. 1989. Desembarques en el litoral del Pacífico Mexicano. En: M. Siri-Chiesa y P. Moctezuma (eds.). *La Pesca en Baja California*. Universidad Autónoma de Baja California. 212 pp.
- Venrick, E.L., J.A. McGowan, D.R. Cayán y T.L. Hayward. 1987. Climate and chlorophyll *a*: long-term trends in the central North Pacific Ocean. *Science*, 238: 70-72.
- Vidal-Talamantes, R. 1989. Anchoveta. En: M.Siri Chiesa y P. Moctezuma (eds.). *La Pesca en Baja California*. Universidad Autónoma de Baja California. 212 pp.
- Villamar, A., A. Barrera, A. Cota, H. Chávez y otros. 1979. Análisis y Propuesta Nacional sobre la Administración de la Pesquería de la Anchoveta. *Inf. Adm. Dep. Pesca, Dir. Gral. I.N.P.* 244 pp.
- Villanueva, E.E. y J.L. Castro Aguirre. 1976. Ensayo de correlación entre parámetros ambientales y larvas de anchoveta *Engraulis mordax* (Girard) en la costa occidental de

- Baja California, México. Mem. Prim. Simp. Nal. Rec. Pesq. Mas. Mex. Subsecretaría de Pesca, 2: 109-148.
- Vrooman, A.M., A.P. Paloma y R.J. Switel. 1981. Electrophoretic, morphometric, and meristic studies of sub populations of northern anchovy *Engraulis mordax*. *Cal. Fish and Game*. 67:39-51.
- Ware, D.M. y I. Tsukayama. 1981. A possible recruitment model for the Peruvian anchovy. *Bol. Inst. Mar Perú Callao*. Vol. Extr.
- Ware, D.M. 1995. A century and a half in the climate of the NE Pacific. *Fish. Oceanogr.* 4:4, 267-277.
- Wang, C. y R.H. Weisberg. 2000. The 1997-98 El Niño evolution relative to previous El Niño events. *Journal of Climate*. 13, 488-501.
- Weihls, D. 1980. Energetic significance of changes in swimming modes during growth of larval anchovy, *Engraulis mordax*. *Fish. Bull., U.S.* 77(3): 597-604.
- Wooster, W.S. y B.A. Hollowed. 1995. Decadal-scale variations in the eastern subarctic Pacific. I. Winter ocean conditions. En: *Climate Change and Northern Fish Populations*. R.J. Beamish (ed.). *Can Spec. Publ. Fish. Aquat. Sci.* 121:81-85.
- Xiao, Y. 2000. A general theory of fish stock assessment models. *Ecological Modelling* 128: 165-180.
- Zhang, R.H. y S. Levitus, S. 1997. Interannual variability of the coupled tropical Pacific ocean-atmosphere system associated with the El Niño-Southern Oscillation. *Journal of Climate* (10): 1312-1330.
- Zhang, Y., J.M. Wallace y D.S. Battisti. 1997. ENSO-like interdecadal variability: 1900-93. *J. Climate*, 10, 1004-1020.

## ANEXO A

**Representación de las funciones  $\alpha(t_k, t)$  y  $\beta(t_k, t)$  en términos de funciones periódicas.**

Obtendremos una representación de las funciones auxiliares  $\alpha(t_k, t)$  y  $\beta(t_k, t)$  definidas por las ecuaciones (64) y (65) respectivamente. Para este fin haremos la suposición de que el factor de escala  $r(t)$  de la tasa de crecimiento natural viene dado por un polinomio trigonométrico generalizado (Batschelet, 1978) es decir,

$$r(t) = a_o + \sum_{n=1}^N (a_n \operatorname{sen}(nwt) + b_n \operatorname{cos}(nwt)) \quad (\text{A.1})$$

donde  $N$ ,  $a_n$ ,  $b_n$  y  $w$  son constantes. Bajo estas suposiciones partiendo de la ecuación (65) tendremos,

$$\beta(t_k, t_{k+1}) = \int_{t_k}^t \sum_{n=1}^N (a_n \operatorname{sin}(nws) + b_n \operatorname{cos}(nws)) ds + a_o(t - t_k) \quad (\text{A.2})$$

$$= \sum_{n=1}^N \int_{t_k}^t a_n \operatorname{sin}(nws) ds + \sum_{n=1}^N b_n \int_{t_k}^t \operatorname{cos}(nws) ds + a_o(t - t_k)$$

$$= \sum_{n=1}^N a_n \left. \frac{(-1)}{nw} \operatorname{cos} nws \right|_{t_k}^t + \sum_{n=1}^N \left. \frac{b_n}{nw} \operatorname{sin} nws \right|_{t_k}^t + a_o(t - t_k)$$

$$= \sum_{n=1}^N \left( \frac{-a_n}{nw} (\operatorname{cos}(nwt) - \operatorname{cos}(nwt_k)) \right) + \sum_{n=1}^N \left( \frac{b_n}{nw} (\operatorname{sin}(nwt) - \operatorname{sin}(nwt_k)) \right) + a_o(t - t_k)$$

$$= \sum_{n=1}^N \left( \frac{a_n}{nw} (\operatorname{cos}(nwt_k) - \operatorname{cos}(nwt)) \right) + \sum_{n=1}^N \left( \frac{b_n}{nw} (\operatorname{sin}(nwt) - \operatorname{sin}(nwt_k)) \right) + a_o(t - t_k) \quad (\text{A.3})$$

En virtud de que tenemos las identidades

$$\operatorname{cos}(nwt_k) - \operatorname{cos}(nwt) = -2 \operatorname{sin} \left( \frac{nw}{2} (t_k + t) \right) \operatorname{sin} \left( \frac{nw}{2} (t_k - t) \right) \quad (\text{A.4})$$

$$\sin(nwt) - \sin(nwt_k) = 2 \cos\left(\frac{nw}{2}(t_k + t)\right) \sin\left(\frac{nw}{2}(t - t_k)\right) \quad (\text{A.5})$$

por lo tanto usando estos resultados tendremos de la ecuación (A.3)

$$\beta(t_k, t) = \sum_{n=1}^N \frac{2a_n}{nw} \sin\left(\frac{nw}{2}(t_k + t)\right) \sin\left(\frac{nw}{2}(t - t_k)\right) + \sum_{n=1}^N \frac{2b_n}{nw} \cos\left(\frac{nw}{2}(t_k + t)\right) \sin\left(\frac{nw}{2}(t - t_k)\right) + a_o(t - t_k)$$

y factorizando tenemos

$$\beta(t_k, t) = \sum_{n=1}^N \frac{2 \sin\left(\frac{nw}{2}(t - t_k)\right)}{nw} \left( a_n \sin\left(\frac{nw}{2}(t_k + t)\right) + b_n \cos\left(\frac{nw}{2}(t_k + t)\right) \right) + a_o(t - t_k)$$

por lo tanto se cumplirá que

$$\beta(t_k, t_{k+1}) = \sum_{n=1}^N \frac{2 \sin\left(\frac{nw \Delta t}{2}\right)}{nw} \left( a_n \sin\left(\frac{nw}{2}(t_k + t_{k+1})\right) + b_n \cos\left(\frac{nw}{2}(t_k + t_{k+1})\right) \right) + a_o(t - t_k) \quad (\text{A.6})$$

## ANEXO B

Tanto la información recopilada sobre la pesquería de anchoveta norteña, en la costa occidental de Baja California, como la información de tipo económico necesaria para efectuar el análisis bioeconómico de la pesquería se reportó en un Informe Técnico al CICESE (Borbón-González y Cota Villavicencio, 1999). En este Anexo se presenta la información más relevante, así como algunos cálculos que fue necesario hacer previo al análisis bioeconómico de la pesquería.

### INFORMACIÓN DE LA PESQUERÍA DE ANCHOVETA

En la Figura 41 se muestra la variación histórica de las capturas de anchoveta norteña en la costa occidental de Baja California. Se observa la abrupta caída de la pesquería en el año de 1990 y el estancamiento de ésta en los años subsiguientes.

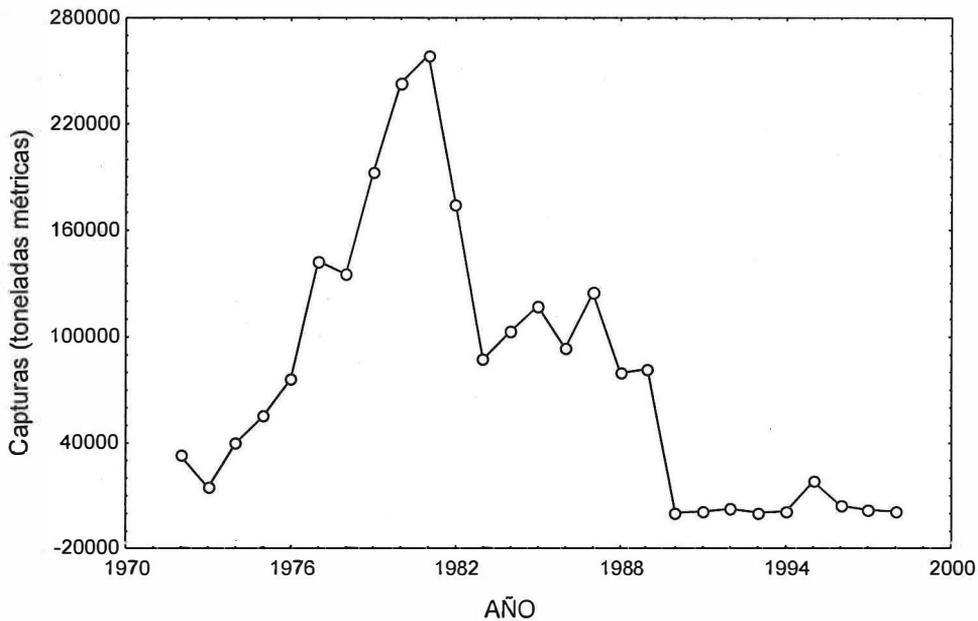


Figura 41. Variación histórica de las capturas de anchoveta norteña *E. mordax* en la costa occidental de Baja California.

La Figura 42 muestra el esfuerzo pesquero ejercido en la pesquería de la anchoveta norteña durante el período 1972-1998,

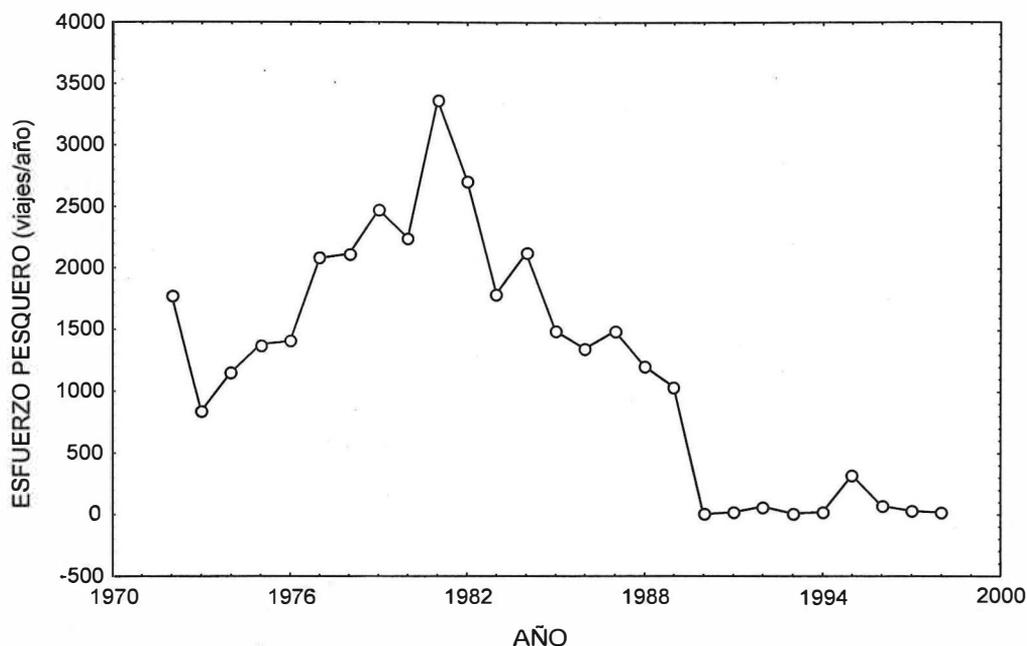


Figura 42. Evolución del esfuerzo pesquero ejercido en la pesquería de anchoveta norteña en la costa occidental de Baja California durante el período 1972-1998.

## INFORMACIÓN ECONÓMICA

Se ajustaron los datos históricos recolectados de precios de la harina de pescado a la siguiente función,

$$p(t) = 169.76 \exp(0.03964t) \quad (\text{B.1})$$

con el fin de obtener la expresión para la derivada de precio respecto a tiempo y generar los distintos valores para la derivada de precio,  $dp/dt$ , lográndose un 80 % de variabilidad explicada por la ecuación. Se usó la ecuación (B.1) y su derivada en el análisis

bioeconómico del la pesquería, caso no-autónomo, para las distintas generalizaciones del modelo de Gompertz-Fox hechas en este trabajo. En la Figura 43 se muestra la variación histórica de los precios de harina de pescado.

En la Figura 44 se muestra la evolución en el tiempo del costo por viaje, los datos de costo por viaje se estimaron en base a la información proporcionada por pesqueras locales y a la variación histórica de los precios del diesel. En base a lo anterior se estimó un costo por unidad de esfuerzo promedio de 3000 dólares por viaje, para el período de estudio considerado en este trabajo, el cual se considera una estimación muy conservadora de este costo.

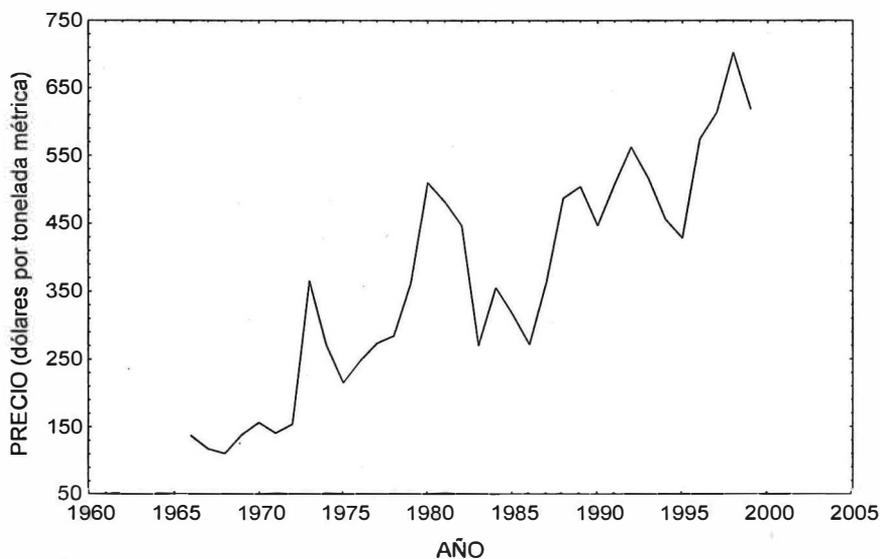


Figura 43. Evolución del precio de la harina de pescado en el tiempo, en dólares por tonelada.

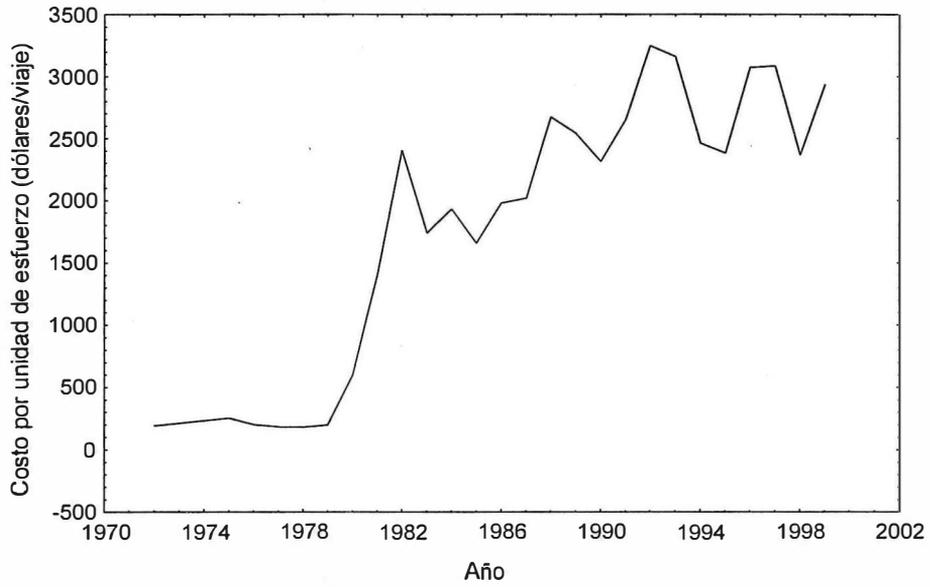


Figura 44. Variación del costo por unidad de esfuerzo respecto al tiempo.