

Tesis defendida por
Alejandra Ixchel Sánchez Martínez
y aprobada por el siguiente Comité

Dr. José Manuel Romo Jones

Director del Comité

Dr. Enrique Gómez Treviño

Miembro del Comité

Dr. Francisco Javier Esparza
Hernández

Miembro del Comité

Dr. Jesús Manuel Figueroa Rodríguez

Miembro del Comité

Antonio González Fernández

Coordinador del Programa de Posgrado
en Ciencias de la Tierra

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director
Dirección de Estudios de Posgrado

15 de Marzo del 2013

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



Programa de Posgrado en Ciencias
en Ciencias de la Tierra

Perfilaje electromagnético: Filtraje espacial vs. Inversión 2-D

Tesis

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Alejandra Ixchel Sánchez Martínez

Ensenada, Baja California, México
2013

Resumen de la tesis de Alejandra Ixchel Sánchez Martínez, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada.

Perfilaje electromagnético: Filtraje espacial vs. Inversión 2-D

Resumen aprobado por:

Dr. José Manuel Romo Jones

La inducción electromagnética con fuente natural, particularmente el método magnetotelúrico (MT) constituye una herramienta de prospección geofísica útil, pues permite investigar la resistividad eléctrica del subsuelo utilizando como fuente de excitación el campo electromagnético natural. Uno de los problemas frecuentes del método es el llamado “efecto estático”, generado por inhomogeneidades superficiales locales y/o relieve topográfico; dicho efecto genera “ruido geológico” que enmascara las características del subsuelo, ocasionando errores de interpretación. El problema de reconocer y corregir el efecto estático en los datos observados ha sido tratado por diversos autores (Berdichevsky y Dimitriev, 1976; Bahr, 1988; Groom y Bailey, 1989; Chave y Smith, 1994; Romo et al, 2005; Gómez-Treviño et al., 2013a; Gómez-Treviño et al., 2013b). Torres-Verdin y Bostick (1992) muestran que el efecto estático puede verse como la salida de un filtro paso-alto que opera espacialmente sobre la variación lateral de la resistividad somera y proponen un nuevo método llamado EMAP (Electromagnetic Array Profiling) como una manera de atenuar el efecto estático. El EMAP es una metodología que utiliza dipolos eléctricos contiguos y un filtraje espacial adaptable para atenuar el ruido estático (Torres-Verdin y Bostick, 1992); el método consiste en filtrar espacialmente la resistividad aparente observada, el filtro paso-bajo que proponen es adaptable, es decir, su número de onda de corte depende de la frecuencia y del valor de la resistividad aparente que se está filtrando. El campo eléctrico debe medirse en forma contigua a lo largo de un perfil, con dipolos separados a una corta distancia. Se programó un algoritmo para realizar el filtraje espacial a un conjunto de datos reales de la impedancia electromagnética medida a lo largo de un perfil realizado para exploración minera; aunque los datos utilizados no fueron recolectados con dipolos contiguos, se tienen mediciones realizadas a lo largo de un perfil de aproximadamente 10 km de longitud con dipolos cortos (50m) y para frecuencias entre 0.375 y 8192 Hz; el conjunto consiste de 136 sitios en total, la mayor parte de ellos separados a distancias entre 50 y 150 m. Los resultados del filtraje espacial se comparan con el resultado de la inversión de datos en 2-D, utilizando inversión regularizada con un algoritmo de Gauss-Newton (Rodi y Mackie, 2001).

Palabras clave: ***método magnetotelúrico, efecto estático, EMAP, filtraje espacial, Inversión 2-D.***

Abstract of the thesis presented by Alejandra Ixchel Sánchez Martínez as a partial requirement to obtain the Master in Science degree in Earth science with emphasis in Applied Geophysics.

Perfilaje electromagnético: Filtraje espacial vs. Inversión 2-D

Abstract approved by:

Dr. José Manuel Romo Jones

The natural source electromagnetic induction, particularly the magnetotelluric method (MT) is a useful geophysical tool, as it allows investigating the subsurface electrical resistivity as excitation source using the natural electromagnetic field. One of the common problems of the method is the so-called "static distortion" generated by local surface inhomogeneities and/or topographic relief; this effect generates "geological noise" that masks the characteristics of the subsurface. The problem of recognizing and correcting the static effect on the observed data has been discussed by a number of authors (Berdichevsky and Dmitriev, 1976; Bahr, 1988; Groom and Bailey, 1989; Chave and Smith, 1994; Romo et al, 2005; Gómez-Trevino et al., 2013, Gómez-Trevino et al., 2013b). Torres-Verdin y Bostick (1992) show that the static distortion can be seen as the output of a high-pass filter that operates in the space domain on the shallow subsurface resistivity, they propose a new data acquisition method named EMAP (Electromagnetic Array Profiling) as a tool for the attenuation of the static distortion. The EMAP method uses contiguous electric dipoles and a spatial adaptive filtering to reduce static noise (Torres-Verdin and Bostick, 1992). The method comprises a spatially filtering the observed apparent resistivity, they propose an adaptable low-pass filter, that is, its cutoff wave number depends of frequency and of the value of the apparent resistivity being filtered. The electric field should be measured contiguously, end-to-end, along a continuous survey path with dipoles separated by a short distance. In this work we programmed an algorithm to perform the spatial filtering and we applied it to a real dataset that consist of electromagnetic impedance measurement along a profile made for mineral exploration. Even though the data were not measured with adjacent dipoles, measurements were taken along a 10 km-long profile with short dipoles (50m) and for frequencies between 0.375 and 8192 Hz; the set consists of 136 sites in total, most of them separated at distances between 50 and 150 m. The results of the spatial filter are compared with the data 2-D inversion using regularized inversion of a Gauss-Newton algorithm (Rodi and Mackie, 2001).

Keywords: *magnetotelluric method, static shift, EMAP, spatial filtering, 2-D inversion.*

Dedicatorias

A mamá, por sus consejos y esa capacidad de sanarnos a todos con sus risas. A papá por enseñarme a enfocarme en la solución, no en los problemas. Por esa recalcitrante necesidad de amarme y cuidar de mí, los adoro.

A mi mamá, por esas locuras tan tuyas que nos unen siempre, las largas charlas nocturnas, remedios infalibles para los pesares del alma, los paseos y las risas. Te quiero gema.

A mis abuelos, ejemplo de constancia, prudencia y amor.

A toda mi familia, por los domingos de comidas aderezadas de anécdotas: pláticas que nos han unido siempre. Especialmente a mi tía Ana y mi tío Tomás.

A los Cabañas, los Saavedra y la familia Rivera Carly, por sus ocurrencias y risas tan contagiosas, gracias por su apoyo.

A Viry, el camino es distinto cuando no se recorre en soledad.

Agradecimientos

Al Doctor José Manuel Romo, por su consejo, apoyo, paciencia y buen humor, estoy convencida de que no pude haber elegido mejor asesor, gracias Doctor.

A los miembros del comité: Enrique Gómez-Treviño, Francisco Esparza y Jesús Manuel Figueroa, por sus consejos y útiles comentarios para la elaboración de la tesis. Y a la comunidad de investigadores de ciencias de la Tierra que me apoyaron en mis estudios, especialmente al Dr. Carlos Flores, Dr. Raúl Castro, M. en C. Alejandro Hinojosa, Dr. Juan García Abdeslem, M. en C. José Frez.

A la empresa minera Peñoles S.A.B. de C.V. por proporcionarme los datos para realizar este proyecto, especialmente al Ingeniero Catarino Zepeda.

Al personal administrativo de ciencias de la tierra: Martha Elva Barrera, Humberto Benítez, J. Mojarro, Bárbara Uribe y Guadalupe Zepeda.

A los amigos que hicieron extraordinaria mi estancia fuera de CICESE, gracias por compartir esas tardes de café chiapaneco: Eli, Martinillo, Almendrita, Tania, Olaf, Mine y Nancy.

A mis amigos del posgrado, por hacer más ameno este camino: Javier, Florian, Cristina, Clemente, Samuel, Claudia y Xochitl.

Al círculo de danza prehispánica mexicana Ollin-Coatl: porque en su compañía, empecé a recorrer el camino rojo de la Mexicayotl, tlazohcamati.

Al CICESE, por permitirme realizar mis estudios de maestría y por el apoyo económico para finalizar mi proyecto de tesis.

A Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, por el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

Tabla de contenido

	Página
Resumen español.....	i
Resumen ingles.....	ii
Dedicatorias.....	iii
Agradecimientos.....	iv
Lista de Figuras.....	vii
1. Introducción	1
1.1. Objetivo.....	3
2. Inducción electromagnética	4
2.1. Fuente del campo electromagnético natural	4
2.2. El método magnetoteléurico (MT).....	5
2.3. Fundamento matemático	6
2.4. Impedancia electromagnética	10
2.5. Método EMAP.....	13
2.5.1. Medición de campo eléctrico	14
2.5.2. Diseño del filtro EMAP.....	18
2.5.3. Algoritmo para el procesamiento EMAP.....	24
2.5.4. Transformación Frecuencia vs. Profundidad	27
3. Experimento de campo	29
3.1. Conjunto de datos.....	29
3.2. Procesamiento de los datos.....	30
3.3. Pruebas con distintos valores de la constante “c”.....	33
3.4. Transformación de frecuencia a profundidad.....	35
3.5. Prueba utilizando la mediana.....	38
4. Inversión de datos.....	40
4.1. Algoritmo de inversión.....	41

Método de Gauss- Newton con inversión regularizada.....	42
4.2. Búsqueda de la solución óptima	43
4.3. Resultados de la inversión 2-D	44
4.4. Pruebas con distintos modelos iniciales.....	50
5. Discusión de resultados.....	52
5.1. Comparación EMAP vs. inversión 2-D	52
5.2. Discusión	55
Conclusiones.....	58
Referencias bibliográficas	59
Apéndice A.....	62

Lista de figuras

Figura		Página
1	Diagrama del proceso de adquisición de datos EMAP. (Modificado de Belmonte, 1988, p.43).	15
2	Anti-alias del dipolo de medición. El primero cero de la función Sinc está en $1/L$ y puede tomarse como el número de onda de corte.	17
3	Modelo 2-D con un cuerpo conductor somero en la superficie. (Modificado de Torres-Verdín y Bostick, 1992, p.608).	18
4	Ventana de Hanning y su transformada de Fourier. En el dominio x ambos ejes coordenados están divididos por el ancho de la ventana W . En el dominio ξ el número de onda está multiplicado por el ancho de la ventana W . Las líneas punteadas corresponden a las funciones $Q(\xi)$ y la línea continua es $H(\xi)$.	23
5	Diagrama de flujo del algoritmo de procesamiento EMAP	26
6	Mapa del perfil electromagnético en el área de estudio. En la imagen se muestran los 136 sitios del perfil que se procesaron.	30
7	Resistividad TM sin editar, 216 puntos interpolados en x para cada una de las 29 frecuencias de observación.	31
8	Resistividad TM editada para eliminar "outliers", 216 puntos interpolados en x para cada una de las 29 frecuencias de observación.	31
9	Resistividad promedio EMAP usando los datos del perfil sin editar.	32
10	Resistividad promedio EMAP usando los datos del perfil después de editar los "outliers".	32
11	Resistividad promedio EMAP usando $c = 1.5$	33
12	Resistividad promedio EMAP usando $c = 3$.	34
13	Resistividad promedio EMAP usando $c = 7$.	34
14	Resistividad promedio (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=9$.	36
15	Incertidumbre de la estimación (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=9$.	36
16	Resistividad promedio, (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=11$.	37
17	Incertidumbre de la estimación (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=11$.	37

18	Resistividad promedio EMAP usando la mediana.	38
19	Resistividad promedio, (distancia vs. profundidad), utilizando la mediana.	39
20	Incertidumbre de la estimación (distancia vs. profundidad), utilizando la mediana.	39
21	Ejemplo de curva L. Resultados de rugosidad y rms para cinco valores distintos de τ . El valor de $\tau = 1$, cerca del vértice de la L es el óptimo porque produce el menor rms y la menor rugosidad.	44
22	Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 10$.	46
23	Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 1$.	46
24	Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 0.1$.	47
25	Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau = 10$.	48
26	Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau = 1$.	48
27	Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau = 0.1$.	49
28	Curva L comparando resultados de la inversión de la resistividad calculada a partir del determinante (puntos magenta) con el resultado de usar solamente el modo TM (puntos verdes).	49
29	Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 1$ y modelo inicial de 10 Ohm-m.	51
30	Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau = 1$ y modelo inicial de 10 Ohm-m.	51
31	Modelos de resistividad del subsuelo obtenidos con a) Algoritmo EMAP, $\Delta T = 9$; b) Modelo de inversión bidimensional para el determinante $\tau = 1$.	53
32	Modelos de resistividad del subsuelo obtenidos con a) Algoritmo EMAP, $\Delta T = 11$; b) Modelo de inversión bidimensional para el determinante $\tau = 10$.	54

1. Introducción

La inducción electromagnética con fuente natural, particularmente el método magnetoteléurico (MT) constituye una herramienta de prospección geofísica muy útil, pues permite investigar la resistividad eléctrica del subsuelo utilizando como fuente de excitación el campo electromagnético natural. Uno de los problemas frecuentes del método es el llamado “efecto estático” (*static shift*, por su similitud en sismica), generado por inhomogeneidades superficiales locales y/o relieve topográfico. El efecto estático se presenta cuando el skin depth es mucho mayor al tamaño de alguna heterogeneidad somera cercana al punto de medición. En estas condiciones su comportamiento es electrostático, se desarrolla carga eléctrica DC en las fronteras que son cruzadas por la corriente eléctrica, por lo que se observa en el modo de polarización TM (transversal magnético). Generalmente este efecto electrostático es mayor que el efecto inductivo producido por cuerpos más profundos, por lo que el campo eléctrico que se mide se encuentra muy distorsionado. Esta distorsión produce la subestimación o sobreestimación de la resistividad aparente ocasionando graves errores de interpretación. Este efecto indeseado debe tratar de corregirse antes del proceso de interpretación, para poder obtener modelos geológicos cercanos a la realidad. El problema de reconocer y corregir el efecto estático en los datos observados ha sido tratado por diversos autores, utilizando distintas aproximaciones (Berdichevsky y Dimitriev, 1976; Bahr, 1988; Groom y Bailey, 1989; Chave y Smith, 1994; Romo et al, 2005; Gómez-Treviño et al., 2013a; Gómez-Treviño et al., 2013b). Una de estas aproximaciones fue propuesta por Torres-Verdín y Bostick (1992), quienes muestran que el efecto estático puede verse como la salida de un filtro paso-alto que opera espacialmente sobre la variación lateral de la resistividad somera. En contraste, la respuesta inductiva del subsuelo equivale a la salida de un filtro espacial paso-bajo con un número de onda de corte que decrece al decrecer la frecuencia.

Como consecuencia de este punto de vista, Torres-Verdin y Bostick (1992) proponen una metodología, a la que llaman EMAP (Electromagnetic Array Profiling), que consiste en filtrar espacialmente la resistividad aparente observada con objeto de eliminar o amortiguar amplitudes con número de onda grandes, las cuales probablemente han sido exageradas por el efecto estático. El filtro paso-bajo que proponen es adaptable en el sentido que su número de onda de corte depende de la frecuencia y del valor de la resistividad aparente que se está filtrando. Para cada frecuencia y en cada punto del espacio, el número de onda de corte (o equivalentemente la longitud de la ventana espacial) se estima con un algoritmo recursivo que optimiza su valor final.

El método EMAP requiere una operación de campo particular, ya que considerando lo anterior, el submuestreo espacial del campo eléctrico provocará un efecto de 'alias' espacial que distorsionará las observaciones. Por esta razón el campo eléctrico debe medirse en forma contigua a lo largo de un perfil, con dipolos separados una corta distancia. Mientras más pequeña la separación dipolar menor será la distorsión por 'alias' espacial, pero mayores serán los problemas prácticos, tanto para la medición de voltajes muy pequeños, como por la reducción del avance en la operación de campo. Quizá por estas dos razones prácticas el método EMAP no tuvo el éxito que podría esperarse, aunque recientemente goza de cierta popularidad en China (Li et al., 2011a; Li et al., 2011b; He et al., 2010). Con el advenimiento de equipos de registro de varios canales y alta resolución, la operación de campo se hace más factible y vale la pena probar algoritmos para el filtraje espacial.

En este trabajo utilizamos un conjunto de datos que, aunque no fueron adquiridos con los requerimientos del método EMAP (dipolos contiguos), se tomaron a lo largo de un perfil de aproximadamente 10 km de longitud con dipolos cortos (50m) y para frecuencias entre 0.375 y 8192 Hz. El conjunto consiste de 136 sitios en total, la mayor parte de ellos separados a distancias entre 50 y 150 m. Con estas

características no es muy aventurado interpolar los datos para tener un conjunto equiespaciado cada 50 m, y procesarlo usando la técnica de EMAP.

1.1. Objetivo

El objetivo de este trabajo es utilizar este conjunto de datos particular para comparar el resultado del filtraje espacial adaptable, tipo EMAP, con la tradicional inversión 2-D de los datos.

El algoritmo para el filtraje espacial adaptable se escribió en lenguaje MatLab. Una vez que se tiene la resistividad aparente filtrada, en el dominio distancia vs. Frecuencia, se utiliza la transformación propuesta por Gómez-Treviño et al, (1996) para estimar la resistividad del subsuelo y la profundidad.

Los resultados del filtraje espacial se comparan con el resultado de la inversión de datos en 2-D, utilizando inversión regularizada con un algoritmo de Gauss-Newton (Rodi y Mackie, 2001).

2. Inducción electromagnética

El fenómeno de inducción electromagnética constituye una pieza clave en la relación electricidad - magnetismo. La historia de la electricidad y el magnetismo inicia en el siglo XIX; fue el descubrimiento del físico danés Hans Cristian Oersted en 1820, y los experimentos de André-Marie Ampere, los primeros en establecer una relación entre electricidad y magnetismo, al demostrar cómo una corriente eléctrica produce un campo magnético. Esto provocó que los físicos de la época multiplicaran el número de experimentos en busca de nuevas relaciones entre la electricidad y el magnetismo. En 1831 el físico británico Michel Faraday con base en sus experiencias con corrientes e imanes, describió las condiciones en que era posible generar campos eléctricos a partir de campos magnéticos variables, surgiendo de este modo la llamada inducción electromagnética.

Posteriormente, en 1873 el físico escocés James Clerk Maxwell condensó los conocimientos sobre electricidad y magnetismo en las ya muy conocidas leyes que llevan su nombre. Su teoría predijo la existencia de las ondas electromagnéticas, incluso antes de ser observadas experimentalmente. En 1887 Heinrich Hertz comprobó la existencia de estas ondas e inició a la humanidad al mundo de las comunicaciones. Actualmente hay un gran número de aplicaciones prácticas de la inducción electromagnética, una de ellas y la que nos concierne en este trabajo es su utilización en Geofísica para investigar de manera indirecta la conductividad eléctrica de las rocas del subsuelo.

2.1. Fuente del campo electromagnético natural

Los métodos electromagnéticos de prospección geofísica utilizan como fuente el campo electromagnético natural de la Tierra. La banda de frecuencias del campo

electromagnético natural tiene dos orígenes principales: las frecuencias menores a 1 Hz, son originadas por corrientes en la ionósfera, originadas por la interacción de la magnetósfera con el viento solar; las frecuencias mayores a 1Hz son originadas por tormentas eléctricas en la atmósfera baja.

El campo electromagnético natural llega a la superficie de la Tierra y una parte penetra en el subsuelo. La profundidad de penetración o skin depth depende tanto de la frecuencia como de la resistividad de las rocas del subsuelo. En un subsuelo homogéneo las altas frecuencias se atenúan cerca de la superficie mientras que las más bajas penetran a mayor profundidad. El espectro electromagnético natural tiene una banda muy ancha que incluye muy bajas frecuencias, por lo que la penetración puede llegar a cientos de kilómetros de profundidad. Los campos que penetran producen corrientes eléctricas que se distribuyen en el subsuelo según sea la conductividad eléctrica de las rocas y producen variaciones electromagnéticas que pueden medirse desde la superficie. Por esta razón podemos conocer la conductividad de las rocas del subsuelo midiendo los campos electromagnéticos desde la superficie.

2.2. El método magnetotelúrico (MT)

En 1950 y 1953, el matemático ruso Andrei Tikhonov y el geofísico francés Louis Cagniard (Cagniard et al., 1953) respectivamente, proponen la posibilidad de utilizar los campos eléctrico y magnético naturales de la Tierra para determinar la conductividad eléctrica del subsuelo. El intervalo de frecuencias utilizadas en MT abarca desde 0.001 Hz a 100 Hz, con lo cual se alcanza una profundidad de penetración de varias decenas de kilómetros. Una variante de este método se conoce como audio-magnetotelúrico (AMT), el cual se ha diseñado para investigaciones más someras, por lo que se utiliza un rango de frecuencias más

alto, de 10Hz a 100 kHz, con lo que se pueden alcanzar profundidades de varios cientos de metros.

Como veremos más adelante, a partir de los campos electromagnéticos medidos en la superficie del terreno se estima una “resistividad aparente” en función de la frecuencia, la cual finalmente puede interpretarse en términos de la resistividad del subsuelo a distintas profundidades.

2.3. Fundamento matemático

En 1852 el físico británico James Clerk Maxwell postula un conjunto de ecuaciones que rigen el comportamiento de las ondas electromagnéticas; estas ecuaciones son:

Ley de inducción electromagnética de Faraday:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1)$$

Ley de Ampère:

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2)$$

Ley de Gauss para el campo magnético \mathbf{B} :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3)$$

Ley de Gauss para el campo eléctrico \mathbf{E} :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\mathbf{q}}{\varepsilon} \quad (4)$$

Las unidades físicas de los campos en el Sistema Internacional SI son:

E = Intensidad del campo Eléctrico (V/m)

B = Inducción magnética (T)

H = Intensidad del campo Magnético (A/m)

J = Densidad de corriente (A/m²)

D = Desplazamiento eléctrico (C/m²)

q = Carga libre (C/m³)

Las relaciones entre los campos electromagnéticos con las propiedades intrínsecas del medio en el que interacciona son:

$$\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E} \quad (5)$$

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (6)$$

$$\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} \quad (7)$$

Donde:

σ = Conductividad eléctrica (S/m)

μ = Permeabilidad magnética (H/m)

ε = Permitividad eléctrica (F/m)

Considerando que las ondas electromagnéticas que inciden en la superficie de la Tierra son planas, podemos expresar el comportamiento del campo eléctrico y magnético en términos de ecuaciones de onda:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

y

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mu \varepsilon \frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial t^2} - \mu \sigma \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = 0 \quad (9)$$

Donde el primer y segundo término se debe a la propagación ondulatoria, mientras el tercer término corresponde a la difusión de la energía en el medio; en medios más conductores la difusión será mayor, según podemos notar en las expresiones. En el dominio de la frecuencia, podemos expresar las mismas ecuaciones como:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + \kappa^2 \mathbf{E} = 0 \quad (10)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + \kappa^2 \mathbf{H} = 0 \quad (11)$$

donde κ es la constante de propagación, definida por:

$$\kappa = \sqrt{\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega} \quad (12)$$

Sustituyendo el valor de la constante de propagación en las expresiones (10) y (11):

$$\nabla^2 \mathbf{E} + (\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega) \mathbf{E} = 0 \quad (13)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + (\mu\epsilon\omega^2 - i\mu\sigma\omega) \mathbf{H} = 0 \quad (14)$$

Las ecuaciones (13) y (14) se conocen como *ecuaciones de Helmholtz*.

Considerando que el rango de frecuencia utilizado en los métodos MT y AMT está por debajo de 10^5 Hz y el rango de conductividad eléctrica de las rocas de la corteza oscila entre 10^0 y 10^4 S/m, resulta:

$$\mu\epsilon\omega^2 \ll \mu\sigma\omega$$

Es decir, las corrientes de conducción son mucho mayores a las corrientes de desplazamiento, de modo que se desprecian estas últimas. A esto se conoce como aproximación casi-estática.

Por lo que las expresiones (13) y (14) se convierten en ecuaciones de difusión; en el dominio de la frecuencia son reescritas de la siguiente manera:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \mathbf{i} \mu \sigma \omega \mathbf{E} = 0 \quad (15)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} - \mathbf{i} \mu \sigma \omega \mathbf{H} = 0 \quad (16)$$

Reescribimos la expresión de la constante de propagación:

$$\kappa = \sqrt{-\mathbf{i} \mu \sigma \omega} \quad (17)$$

La solución de (15) y (16) en términos de ondas planas es:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{i(\kappa r - \omega t)} \quad (18)$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{H}_0 e^{i(\kappa r - \omega t)} \quad (19)$$

Estas ecuaciones ahora son de difusión, es decir, los campos sufren atenuación a medida que se propagan en el medio. La propagación de los campos electromagnéticos en la tierra, está gobernada por ecuaciones de difusión.

Para establecer una medida de la atenuación de los campos, se define la *penetración nominal* o *skin depth*, que es la distancia δ para la cuál la amplitud de la onda decrece un factor de e^{-1} , lo cuál es equivalente al 37% aproximadamente. Su expresión es:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega \mu \sigma}} \quad (20)$$

Considerando que $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ y $\omega = 2\pi f$, tenemos:

$$\delta = 503 \sqrt{\frac{1}{f \sigma}} = 503 \sqrt{\rho T} \quad (21)$$

Donde T es el periodo, y ρ es la resistividad del subsuelo. La *skin depth* está expresada en metros. En un medio uniforme, los campos eléctrico y magnético se debilitan exponencialmente con la profundidad. En un medio conductor la penetración será menor, mientras que para terrenos resistivos la penetración será mayor. Por otro lado mientras menor sea la frecuencia, mayor será la penetración.

2.4. Impedancia electromagnética

Si consideramos un medio homogéneo, la solución a las ecuaciones de Helmholtz en (13) y (14), se cumple para cada componente de \mathbf{E} y \mathbf{H} . Suponiendo que \mathbf{E} y \mathbf{H} están en el plano horizontal XY:

$$\mathbf{E} = E_x \hat{\mathbf{i}} + E_y \hat{\mathbf{j}} \quad \text{y} \quad \mathbf{H} = H_x \hat{\mathbf{i}} + H_y \hat{\mathbf{j}}.$$

Las componentes horizontales se relacionan entre sí de la siguiente manera:

$$E_y = -\frac{\omega\mu}{\kappa} H_x \quad (22)$$

$$E_x = \frac{\omega\mu}{\kappa} H_y \quad (23)$$

La relación de amplitudes entre el campo eléctrico y el campo magnético se define como la *impedancia intrínseca* η

$$\eta = \frac{\omega\mu}{\kappa} \quad (24)$$

Sustituyendo el valor de la constante de propagación:

$$\eta = \frac{\omega\mu}{\kappa} = \sqrt{\frac{i\omega\mu}{\sigma}} = \sqrt{\frac{\omega\mu}{\sigma}} \exp\left(i\frac{\pi}{4}\right) \quad (25)$$

La razón entre las amplitudes \mathbf{E} y \mathbf{H} es inversamente proporcional a la conductividad del medio σ , y su diferencia de fase se mantiene constante e igual a 45° ($\pi/4$). La resistividad en un medio homogéneo puede encontrarse a partir de las amplitudes de los campos medidos en la superficie:

$$\rho = \frac{1}{\sigma} = \frac{1}{\omega\mu} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 \quad (26)$$

Si el medio es heterogéneo, la expresión (26) se escribe:

$$\rho_a = \frac{1}{\omega\mu} \left| \frac{E_x}{H_y} \right|^2 = \frac{1}{\omega\mu} |Z_{xy}|^2 \quad (27)$$

La ecuación (27) es la definición de la “resistividad aparente” ρ_a y la impedancia Z_{xy} es llamada *la impedancia de superficie*. Podemos definir a la diferencia de fase entre los campos medidos en superficie como:

$$\phi_{xy}(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(Z_{xy})}{\text{Re}(Z_{xy})} \right) \quad (28)$$

Las ecuaciones anteriores permiten encontrar la resistividad del subsuelo en un medio homogéneo (ec. 27) o la resistividad aparente en un medio 1-D (ec. 28), a partir de cualquier par de componentes perpendiculares de los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} medidos en la superficie. Esta formulación, debida a Cagniard (1953), en la que la impedancia es una función escalar de la frecuencia $Z_{xy}(\omega)$ no es útil cuando el subsuelo es más complicado (2-D o 3-D).

Cantwell (1960) propone una formulación más general basada en una relación tensorial entre las componentes horizontales de los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} ,

$$\begin{pmatrix} E_x(\omega) \\ E_y(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx}(\omega) & Z_{xy}(\omega) \\ Z_{yx}(\omega) & Z_{yy}(\omega) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x(\omega) \\ H_y(\omega) \end{pmatrix} \quad (29)$$

donde

$$\mathbf{Z}(\omega) = \begin{pmatrix} Z_{xx}(\omega) & Z_{xy}(\omega) \\ Z_{yx}(\omega) & Z_{yy}(\omega) \end{pmatrix} \quad (30)$$

El tensor de impedancia (o función de respuesta) incluye la interacción de las corrientes eléctricas horizontales en todas direcciones. Con cada una de las componentes del tensor puede calcularse una resistividad aparente y una fase, como en las expresiones (27) y (28). Si medimos la impedancia de superficie \mathbf{Z} a diferentes frecuencias podemos encontrar una distribución de conductividades a distintas profundidades.

En un medio estratificado horizontalmente (1-D), la diagonal del tensor de impedancia se hace cero, mientras que los elementos de la antidiagonal son distintos de cero e iguales entre sí (dado que la impedancia es la misma en todas direcciones):

$$\begin{pmatrix} E_x(\omega) \\ E_y(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy}(\omega) \\ Z_{yx}(\omega) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x(\omega) \\ H_y(\omega) \end{pmatrix} \quad (31)$$

con $Z_{xy} = Z_{yx}$.

Para el caso 2-D las corrientes eléctricas del tensor adquieren direcciones preferenciales; si las coordenadas de medición coinciden con el rumbo de las estructuras, los elementos de la diagonal son iguales a cero, y los valores de la antidiagonal distintos de cero y diferentes entre ellos.

$$\begin{pmatrix} E_x(\omega) \\ E_y(\omega) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy}(\omega) \\ Z_{yx}(\omega) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x(\omega) \\ H_y(\omega) \end{pmatrix} \quad (32)$$

con $Z_{xy} \neq Z_{yx}$

En la ecuación (32) se tienen dos modos de polarización independientes:

$$\begin{aligned} E_x(\omega) &= Z_{xy}(\omega)H_y(\omega) & y \\ E_y(\omega) &= Z_{yx}(\omega)H_x(\omega) \end{aligned} \quad (33)$$

Si la dirección del campo eléctrico corresponde a la del rumbo de la estructura 2-D tenemos el modo TE; cuando es el campo magnético el que se encuentra en la dirección del rumbo hablamos del modo TM. Cuando los ejes en que se realiza la medición no coinciden con la orientación de la estructura los cuatro elementos del tensor diferentes de cero, pero una simple rotación del sistema de referencia hace cero la diagonal del tensor (Swift, 1967).

En el caso 3-D todos los elementos del tensor son distintos de cero. Cuando se requiere interpretar el caso general 3-D a partir de modelos o inversión en 2-D, es necesario “reducir” el tensor arbitrariamente a una forma parecida al caso 2-D, es decir tratando de anular la diagonal. Existen dos tipos de alternativas, una de ellas trata de minimizar la diagonal o de descomponer el tensor en una parte 2-D con efectos adicionales 3-D (Swift, 1960; Groom y Bailey, 1989), mientras que la otra busca funciones de respuesta que sean independientes del sistema de medición, es decir invariantes ante rotación (Romo et al., 2005).

2.5. Método EMAP

El Electromagnetic Array Profiling (EMAP) es un método electromagnético propuesto por primera vez por Bostick (1985) y de manera más formal en Torres-Verdín y Bostick (1992a, 1992b), que utiliza como fuente el campo natural de la Tierra, al igual que el método magnetotelúrico. Puede verse como una variación

del MT que trata de resolver uno de sus problemas más serios, esto es el efecto estático producido por heterogeneidades someras o por topografía. Como se mencionó antes, Torres Verdín y Bostick (1992b) encuentran que el efecto estático puede verse como el efecto de un filtro espacial que aumenta la amplitud de altos números de onda (pequeñas longitudes de onda) contenidos en la variación lateral de la resistividad. Con la característica adicional de que el número de onda de corte del filtro aumenta al disminuir la frecuencia y la conductividad. En consecuencia, la manera de atenuar o contrarrestar este efecto es filtrando espacialmente el campo eléctrico medido con un filtro paso-bajo cuyo número de onda de corte se adapte a la resistividad local y a la frecuencia de observación. Como veremos enseguida, la razón de muestreo del campo eléctrico en la superficie y la longitud del dipolo (L) con que se mide la diferencia de potencial V para calcular el campo E como $E=V/L$, funcionan de por sí como un filtro anti-alias. Por esta razón el método requiere que las mediciones del campo eléctrico se realicen con dipolos contiguos.

2.5.1. Medición de campo eléctrico

Supongamos un perfil con dipolos contiguos de longitud L para medir el campo eléctrico natural e_x (Figura 1), donde x es la dirección del perfil. Para calcular la impedancia y con ella la resistividad aparente se requiere también medir el campo magnético en un sitio cercano (Figura 1).

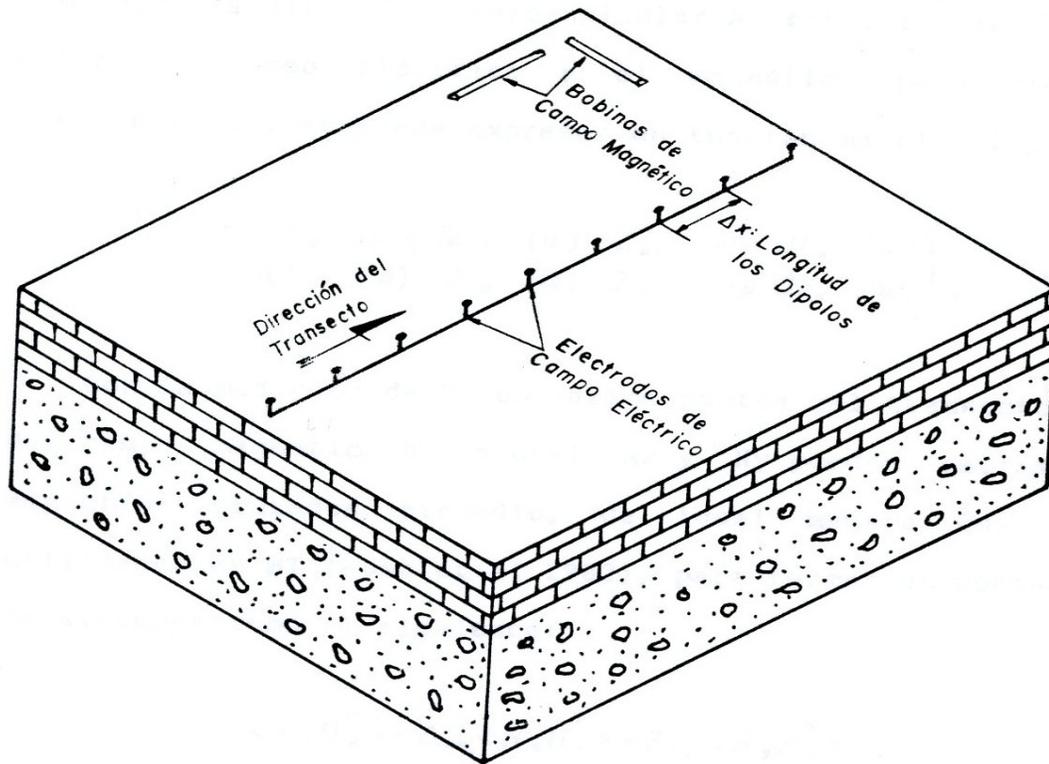


Figura 1. Diagrama del proceso de adquisición de datos EMAP. Modificado de Belmonte, 1988, p.43

El campo eléctrico medido en un dipolo de longitud L es:

$$\bar{e}_x = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} e_x(x) dx \quad (34)$$

lo que puede escribirse en forma más general como

$$\bar{e}_x(x_j) = \int_{-\infty}^{\infty} g(x_j - x) e_x(x) dx \quad (35)$$

donde el kernel $g(x)$ es un pulso cuadrado (box-car):

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{L}, & |x| \leq \frac{L}{2} \\ 0, & |x| > \frac{L}{2} \end{cases} \quad (36)$$

La integral (35) es la integral de convolución, la cual puede escribirse en el dominio del número de onda como el producto

$$\bar{E}_x(\xi) = E_x(\xi) \text{Sa}\left(\xi \frac{L}{2}\right) \quad (37)$$

donde $\xi = 2\pi k$, k es el número de onda en m^{-1} , $E_x(\xi)$ es la transformada de Fourier de $e_x(x)$ y $\text{Sa}(\xi)$ es la transformada de Fourier del pulso cuadrado, es decir: la función "Sinc" $\text{Sa}\left(\xi\right) = \frac{\text{sen}(\xi)}{\xi}$. La función Sinc en (37) opera como un

filtro sobre el campo eléctrico observable e_x , de manera que el campo observado \bar{e}_x es una versión filtrada de campo observable e_x . Como puede verse en la Figura

2 el corte del filtro $k_c = \frac{1}{L}$ depende inversamente de L , a mayor L menor es el número de onda de corte (mayor protección anti-alias). Por otra parte, de la razón de muestreo $\Delta x = x_{j+1} - x_j$ depende la resolución y el número de onda de Nyquist

$k_N = \frac{1}{2\Delta x}$. Es interesante observar que si $\Delta x = L$, el número de onda de Nyquist

está por debajo del corte k_c , para tener $k_c = k_N$ es necesario que $\Delta x = L/2$. Es decir, el paso entre una medición y la siguiente debe ser la mitad de la longitud del dipolo. Torres Verdin y Bostick (1992) proponen medir a lo largo de dipolos contiguos, es decir con un $\Delta x = L$. Se espera entonces un efecto de alias dado que el campo E_x contiene números de onda mayores a k_N .

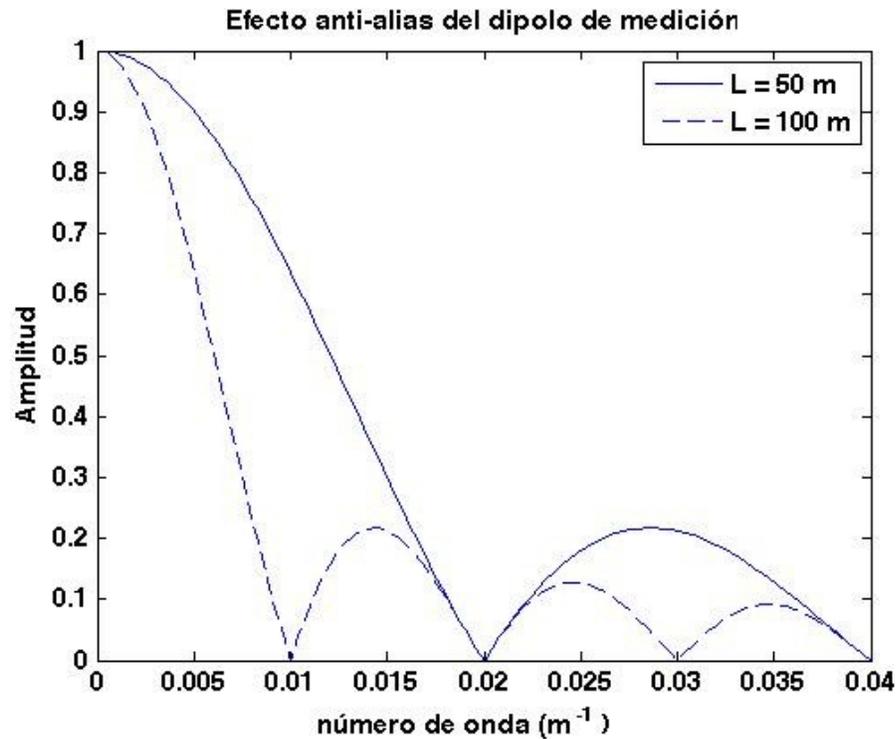


Figura 2. Efecto anti-alias del dipolo de medición. El primero cero de la función Sinc está en $1/L$ y puede tomarse como el número de onda de corte.

La figura 3 ilustra un modelo 2-D que contiene un cuerpo conductor somero. El medio conductor atrae la corriente eléctrica aumentando la densidad de líneas de corriente a través de sus paredes laterales y causando el desarrollo de cargas eléctricas. El efecto sobre el campo eléctrico e_x (correspondiente a la polarización TM) muestra las discontinuidades producidas por el desarrollo de cargas eléctricas en las paredes laterales del conductor. Este efecto en e_x es el que se busca atenuar con el filtraje espacial EMAP.

Conviene revisar la función de transferencia entre las propiedades eléctricas del subsuelo y el campo medido en la superficie, como lo hace Torres Verdín y Bostick (1992b), para comprender el diseño del filtro EMAP.

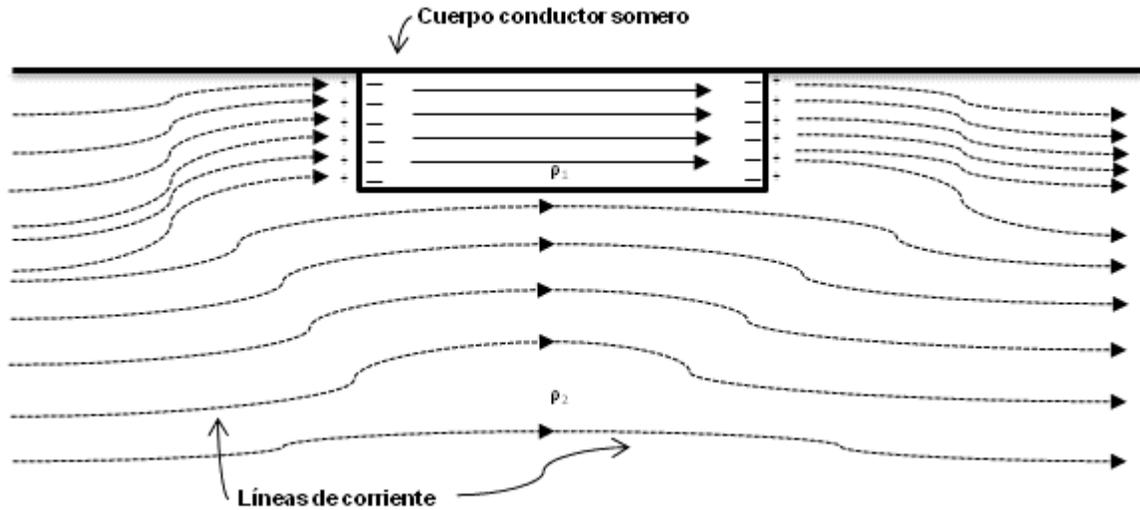


Figura 3. Modelo 2-D con un cuerpo conductor somero en la superficie. (Modificado de Torres-Verdín y Bostick, 1992, p.608).

2.5.2. Diseño del filtro EMAP

El campo eléctrico observado en la superficie responde a la distribución de resistividad eléctrica en el subsuelo a través de una ecuación integral no lineal,

$$\mathbf{e}(\mathbf{r}) = \int_{V_0} \mathbf{G}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \Delta\sigma(\mathbf{r}_0) \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) dV_0 \quad (38)$$

Donde $\mathbf{r} = (x, y, z)$ es el punto de observación, \mathbf{r}_0 se refiere a la fuente en el subsuelo, V_0 es el semiespacio debajo de la superficie, \mathbf{G} es una función de Green que relaciona la distribución de conductividad $\Delta\sigma$ en el subsuelo con el campo observado en la superficie $\mathbf{e}(\mathbf{r})$. En el integrando aparece también $\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{e}$, donde \mathbf{E}_0 es el campo eléctrico primario y \mathbf{e} el secundario. Similarmente la conductividad $\sigma = \sigma_0 + \Delta\sigma$ representa la conductividad de un medio homogéneo perturbada por heterogeneidades $\Delta\sigma$.

Torres Verdín y Bostick (1992b) utilizan una aproximación (aproximación de Born) para linealizar la relación anterior y escribirla, para la componente en e_x (modo TM), como

$$e_x(\mathbf{r}) \approx \int_{V_0} G_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \Delta\sigma(\mathbf{r}_0) E_0 e^{-i\kappa z_0} dv_0 \quad (39)$$

donde κ es la constante de propagación. Estrictamente, esta aproximación puede usarse para calcular el campo secundario solamente cuando $|\Delta\sigma| \ll \sigma_0$. Sin embargo ellos no la usan para calcular el campo sino para ilustrar el efecto que las heterogeneidades del subsuelo tienen sobre el campo medido en la superficie. Con este objetivo escriben la ecuación (39) como

$$\frac{e_x(\mathbf{r})}{E_0} = \int_{V_0} \rho_n(\mathbf{r}_0) K_{e_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) dv_0 \quad (40)$$

donde $\rho_n = \frac{\Delta\rho}{\rho_0}$ y $K_{e_x}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = -\sigma_0 G_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) e^{-i\kappa z_0}$.

El campo secundario descrito por la ecuación (40) puede interpretarse como un promedio pesado de la distribución de resistividad ρ_n . En la superficie del terreno ($z=0, z_0 \geq 0$), la ecuación (40) queda

$$\frac{e_x(x, y, 0)}{E_0} = \int_0^\infty \left[\iint K_{e_x}(x - x_0, y - y_0, z_0) \rho_n(x_0, y_0, z_0) dx_0 dy_0 \right] dz_0 \quad (41)$$

El término entre corchetes es la integral de convolución en 2-D (x, y), por lo que en el dominio del número de onda (ξ, η), la relación entre la resistividad del subsuelo y su respuesta en superficie se puede poner como

$$\frac{E_x(\xi, \eta)}{E_0} = \int_0^\infty \Lambda_{e_x}(\xi, \eta, z_0) P(\xi, \eta, z_0) dz_0 \quad (42)$$

donde

$$E_x(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{e_x(x, y, 0)\}, P_x(\xi, \eta, z_0) = \mathcal{F}\{p_n(x, y, z_0)\} \text{ y } \Lambda(\xi, \eta, z_0) = \mathcal{F}\{K(x, y, z_0)\}$$

Torres Verdín y Bostick (1992b) demuestran que la función de transferencia $\Lambda(\xi, \eta, z_0)$ puede escribirse explícitamente, para los casos de 1-D, 2-D y 3-D como

Caso 1-D:

$$\Lambda_{e_x}(\omega) = \frac{i\omega\mu\sigma_0}{i\kappa} e^{-i(2\kappa)z_0} \quad (43)$$

Caso 2-D modo TE:

$$\Lambda_{e_x}(\omega, \eta) = \frac{i\omega\mu\sigma_0}{i\zeta} \left(\frac{i\zeta}{|\eta| + i\zeta} \right) e^{-i(\zeta+\kappa)z_0} \quad (44)$$

Caso 2-D modo TM:

$$\Lambda_{e_x}(\omega, \xi) = \frac{i\omega\mu\sigma_0}{i\zeta} e^{-i(\zeta+\kappa)z_0} + \frac{\xi^2}{i\zeta} e^{-i(\zeta+\kappa)z_0} \quad (45)$$

Caso 3-D:

$$\Lambda_{e_x}(\omega, \xi, \eta) = \left[\frac{\xi^2 + \eta^2 \left(\frac{1+R_\psi}{2} \right)}{\xi^2 + \eta^2} \right] e^{-i(\zeta+\kappa)z_0} + \frac{\xi^2}{i\zeta} e^{-i(\zeta+\kappa)z_0} \quad (46)$$

Donde $\zeta = -i\sqrt{i\omega\mu\sigma_0 + \xi^2 + \eta^2}$ y $R_\psi = \frac{\zeta + i\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}{\zeta - i\sqrt{\xi^2 + \eta^2}}$.

Lo más notable de estas ecuaciones es que en el caso 3-D y para el 2-D modo TM aparece un término multiplicado por ξ^2 . Este término muestra que en estos dos casos, la función de transferencia incrementa cuadráticamente su amplitud cuando

el número de onda ξ aumenta. Es interesante notar que este término no desaparece cuando $\omega \rightarrow 0$. Esto explica que al aplicarse Λ_x a la resistividad del subsuelo en (42), el efecto de las heterogeneidades pequeñas (o locales) se vea muy amplificado independientemente de la frecuencia. Este hecho constituye la base para proponer que una manera de atenuar este efecto indeseado es filtrar E_x con un paso-bajo que contrarreste el efecto de Λ_x . El número de onda de corte de este filtro paso-bajo puede diseñarse de manera que el primer término en (45) o (46), el cual corresponde a la parte inductiva de la respuesta, sea similar al segundo término (término estático). Esto ocurre cuando

$$\xi_c = \sqrt{\omega\mu\sigma_0} \quad (47)$$

Hay que notar que si ξ_c es menor que este valor crítico el término estático se atenúa más, pero la resolución lateral del término inductivo también disminuye.

En la ecuación (47) se observa que el corte del filtro depende de la conductividad del medio y de la frecuencia. El corte ξ_c debe ser menor al disminuir la frecuencia y/o la conductividad de medio.

En la ecuación (47) la conductividad del medio es desconocida. Para resolver este problema Torres Verdín y Bostick (1992) proponen usar la profundidad de penetración de Bostick (1977):

$$z_B = \sqrt{\frac{\rho_a}{\omega\mu}} \quad (48)$$

La cual se puede calcular a partir de un promedio espacial de la resistividad aparente ρ_a y es una estimación de la profundidad a la cual la respuesta inductiva del medio tiene un máximo efecto en el campo medido en la superficie. La ecuación (47) puede reescribirse entonces como

$$\frac{1}{\xi_c} = \sqrt{\frac{\rho_0}{\omega\mu}} \approx \sqrt{\frac{\bar{\rho}_a}{\omega\mu}} = z_B \quad (49)$$

El número de onda de corte es inversamente proporcional al ancho W de una ventana espacial aplicable a las observaciones para estimar $\bar{\rho}_a$,

$$W = c z_B = c \sqrt{\frac{\bar{\rho}_a}{\omega\mu}} \quad (50)$$

donde c es una constante que puede ajustarse para controlar la severidad del filtro. La forma del paso-bajo puede ser alguna de las comúnmente utilizadas en el procesamiento de datos. Torres-Verdin y Bostick (1992) utiliza la ventana de Hanning dada por

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2}{W} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{W}\right) \right) & , \quad |x| \leq \frac{W}{2} \\ 0 & , \quad |x| > \frac{W}{2} \end{cases} \quad (51)$$

La transformada de Fourier de $h(x)$ es:

$$H(\xi) = \frac{2}{W} \left(\frac{1}{4} Q\left(\xi - \frac{1}{W}\right) + \frac{1}{2} Q(\xi) + \frac{1}{4} Q\left(\xi + \frac{1}{W}\right) \right) \quad (52)$$

donde

$$Q(\xi) = W \operatorname{Sinc}(\pi \xi W)$$

La figura 4 muestra la ventana de Hanning y su transformada de Fourier. Puede verse que el filtro es la suma pesada de tres funciones Sinc colocadas en tres puntos determinados por el ancho de la ventana W .

En la figura 4 puede apreciarse que $\xi_c \approx \frac{2}{W}$ es una buena selección para el corte, es decir, utilizando (49), $W = 2z_B$, por lo que podemos entonces fijar $c=2$ en la ecuación (50).

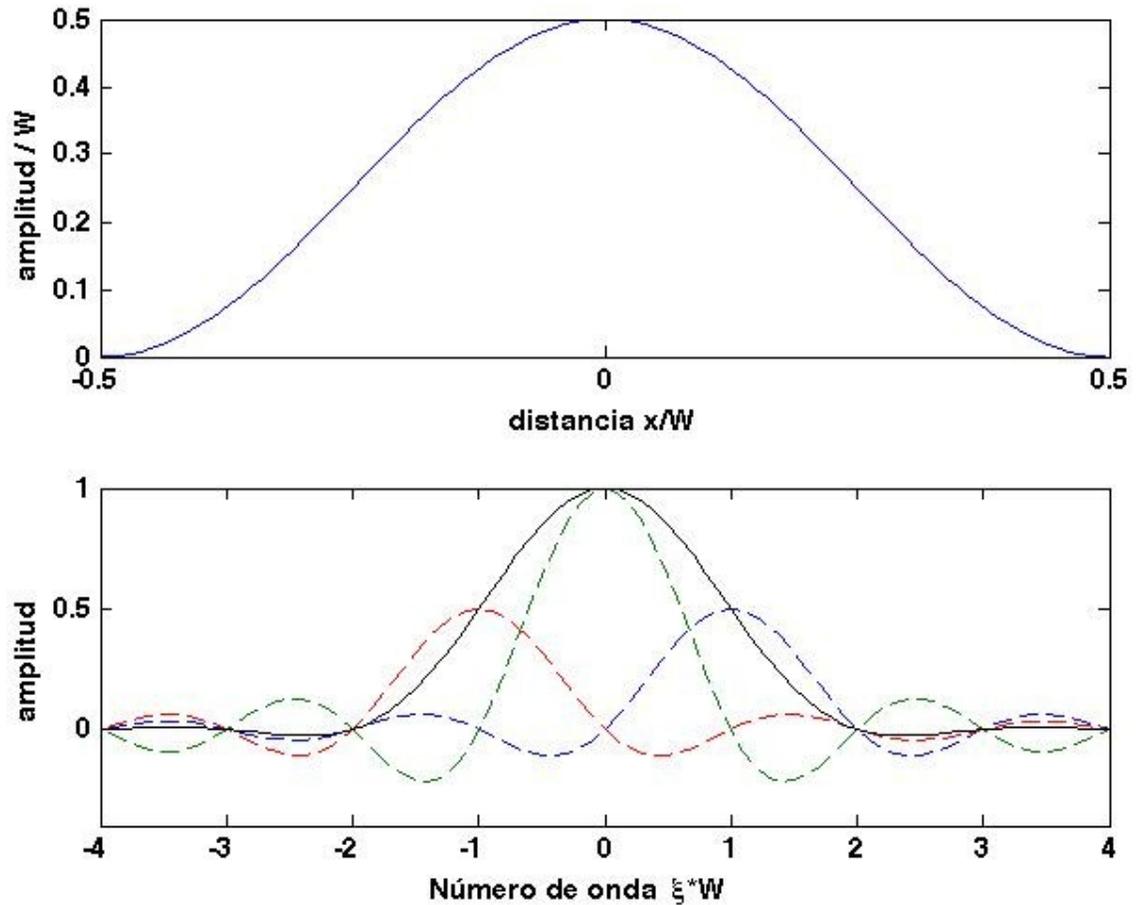


Figura 4. Ventana de Hanning y su transformada de Fourier. En el dominio x ambos ejes coordenados están divididos por el ancho de la ventana W . En el dominio ξ el número de onda está multiplicado por el ancho de la ventana W . Las líneas punteadas corresponden a las funciones $Q(\xi)$ y la línea continua es $H(\xi)$.

El siguiente problema es que para usar la ecuación (50), Z_B debe estimarse con un promedio de resistividades aparentes $\bar{\rho}_a$, y para calcular ese promedio se

requiere W que depende de Z_B . Para romper este círculo, es necesario un esquema recursivo, o de ensaye y error, en el que se inicia con un valor de ρ_a para calcular W , con W se aplica la ventana de Hanning para estimar $\bar{\rho}_a$, ésta se compara con el valor anterior y el proceso sigue hasta que converge. En este sentido el ancho de la ventada se “adapta” a los datos de resistividad aparente en cada punto del espacio.

2.5.3. Algoritmo para el procesamiento EMAP

Como se discutió antes, el trabajo de campo para la adquisición de datos EMAP consiste en medir a lo largo de un perfil el modo TM de la impedancia magnetoteléurica, utilizando dipolos contiguos para medir el campo eléctrico. Los dos componentes del campo magnético también deben medirse de manera simultánea para poder estimar la impedancia. La estimación de la impedancia se hace en el dominio de la frecuencia con los métodos tradicionalmente usados en MT (Romo et al., 1982). Con las impedancias se calcula la resistividad aparente ρ_a .

Se tiene entonces un conjunto de datos que consiste en resistividades aparentes $\rho_{xy}(\omega, x)$, para un conjunto discreto de distancias x y de frecuencias ω . Para cada frecuencia se realiza el proceso de filtraje adaptable utilizando la ventana de Hanning descrita antes, cuyo ancho se adapta según sea el valor de la resistividad aparente que va encontrando en el perfil.

La figura 5 es un diagrama de flujo mostrando el algoritmo de filtraje espacial EMAP. Este algoritmo se implementó en Matlab y se aplicó a un conjunto de datos reales. Los resultados se discuten en el siguiente capítulo.

El proceso tiene algunas características que vale la pena resaltar. Una de las principales es que el ancho de la ventana aumenta al disminuir la frecuencia, y por

otra parte un perfil de datos tiene una longitud limitada. Por esta razón a medida que se procesan frecuencias más bajas, los datos disponibles para el promedio pesado llegan a ser insuficientes, particularmente en los extremos del perfil, la consecuencia es que a medida que disminuye la frecuencia se va teniendo menor cobertura lateral y la resistividad promedio se va limitando al centro del perfil. Al seguir disminuyendo la frecuencia se llega al punto en que la longitud del perfil es insuficiente para poder estimar algún promedio, en este punto el proceso termina.

De acuerdo con la ecuación (50) el perfil debe ser varias veces más largo que z_B , para obtener información de la resistividad promedio a esa profundidad z_B .

Por otra parte, el espaciamiento entre datos limita la información somera, es decir, la profundidad a partir de la cual se puede empezar a obtener información se encuentra limitada por espaciamiento entre dipolos de medición. En este sentido, la frecuencia de registro más alta debe estimarse de acuerdo al espaciamiento entre puntos del perfil, o equivalentemente a la longitud del dipolo de medición.

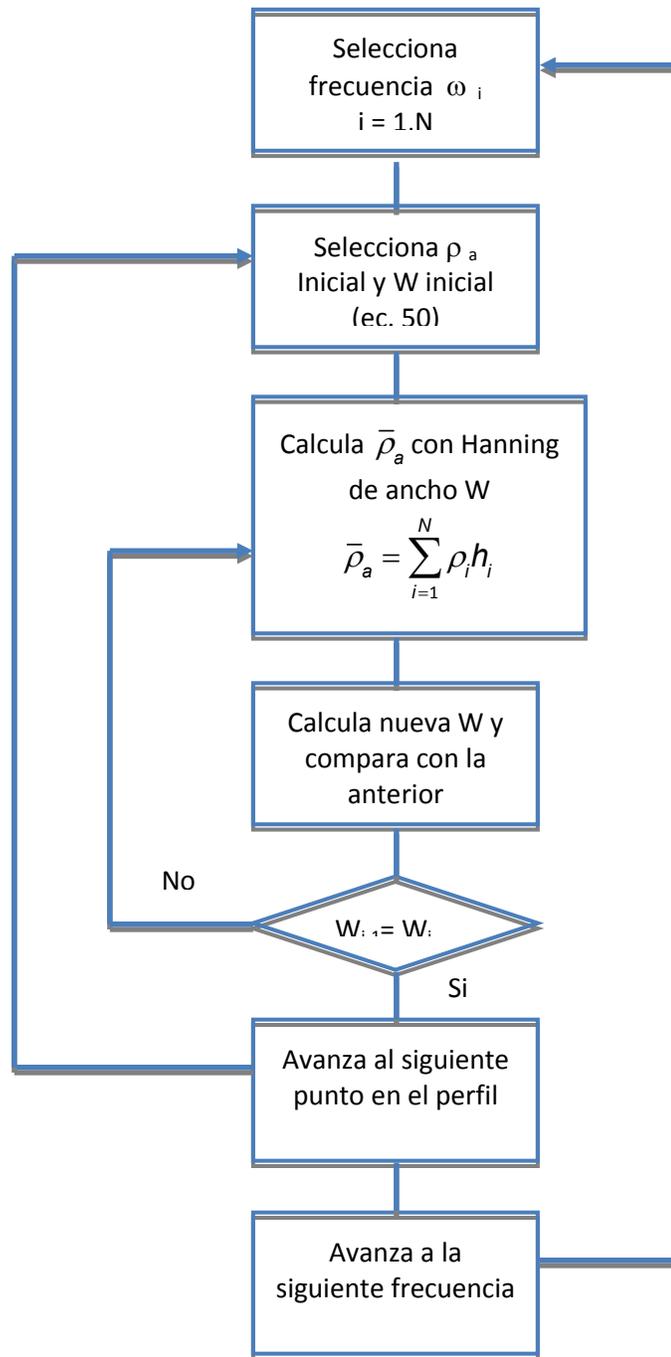


Figura 5. Diagrama de flujo del algoritmo de procesamiento EMAP

2.5.4. Transformación Frecuencia vs. Profundidad

Para realizar esta transformación utilizamos la propuesta de Gómez-Treviño (1982) para estimar promedios de la conductividad del medio a partir de datos de resistividad aparente a distintas frecuencias. En este trabajo se muestra que uno puede calcular la conductividad promedio del subsuelo en un cierto intervalo de profundidad, es decir

$$\bar{\sigma}(z_1, z_2) = \frac{1}{z_2 - z_1} \int_{z_1}^{z_2} \sigma(z) dz \quad (53)$$

a partir de la resistividad aparente estimada en la superficie a dos distintas frecuencias. Siguiendo la formulación de Gómez-Treviño (1982) usaremos los inversos de la resistividad aparente y de la frecuencia, esto es, la conductividad aparente σ_a y el período T . La relación entre $\bar{\sigma}(z_1, z_2)$ y las observaciones en superficie $\sigma_a(T_1)$, $\sigma_a(T_2)$, considerando $T_2 > T_1$, es

$$\bar{\sigma}(z_1, z_2) = \left[\sigma_a(T_2) \sigma_a(T_1) \right]^{\frac{1}{2}} \frac{1 - XY}{Y - X} \quad (54)$$

Donde $X = (T_1/T_2)^{\frac{1}{2}}$ y $Y = (\sigma_a(T_1)/\sigma_a(T_2))^{\frac{1}{2}}$.

Las profundidades z_1 y z_2 se calculan con la fórmula de la profundidad de Bostick,

$$(ec 50), \quad z_1 = \left(\frac{T_1}{2\pi\mu\sigma_a(T_1)} \right)^{\frac{1}{2}} \quad y \quad z_2 = \left(\frac{T_2}{2\pi\mu\sigma_a(T_2)} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Una de las ventajas de esta formulación es que uno puede variar la diferencia entre períodos $\Delta T = T_2 - T_1$, usados para estimar $\bar{\sigma}(z_1, z_2)$. Mientras mayor sea ΔT más suave será la conductividad promedio resultante. En el límite inferior, cuando $\Delta T \rightarrow 0$, el proceso se reduce a la transformación de Niblett-Bostick (Niblett y

Sayn-Wittgenstein, 1960; Bostick, 1977), la cual puede resultar muy inestable si los datos contienen ruido.

Otra ventaja es que, además del promedio $\bar{\sigma}(z_1, z_2)$, uno puede estimar la incertidumbre o varianza de la estimación,

$$\text{var}[\bar{\sigma}(z_1, z_2)] = \left[\frac{\partial \bar{\sigma}(z_1, z_2)}{\partial \sigma_a(T_1)} \right]^2 \text{var}[\sigma_a(T_1)] + \left[\frac{\partial \bar{\sigma}(z_1, z_2)}{\partial \sigma_a(T_2)} \right]^2 \text{var}[\sigma_a(T_2)] \quad (55)$$

Donde

$$\frac{\partial \bar{\sigma}(z_1, z_2)}{\partial \sigma_a(T_1)} = \frac{1}{2} Y^{-2} \left[\frac{2X^2 - XY^{-1} - XY}{(1 - XY^{-1})^2} \right] \quad (56)$$

y

$$\frac{\partial \bar{\sigma}(z_1, z_2)}{\partial \sigma_a(T_2)} = \frac{1}{2} \left[\frac{2 - XY^{-1} - XY}{(1 - XY^{-1})^2} \right] \quad (57)$$

La transformación a profundidad se implemento también en un script de Matlab y la aplicamos a los datos después de haber sido filtrados con el algoritmo EMAP.

3. Experimento de campo

3.1. Conjunto de datos

Los datos utilizados para este trabajo fueron proporcionados por la empresa minera Peñoles S.A.B. de C.V. El área de interés pertenece a la zona de Naica, ubicada 112 kilómetros al SE de la ciudad de Chihuahua, en el municipio de Saucillo; el área de estudio se localiza 40 kilómetros al sur del poblado de Delicias y 24 kilómetros oeste de Conchos, con una elevación de 1340 metros sobre el nivel del mar (msnm); esta zona minera es la principal productora de plomo del país, aunque también se extrae plata y zinc; es popular por sus cuevas de cristales gigantes de selenita lo que le ha dado fama mundial (García-Ruiz et al., 2007). El perfil tiene una longitud de 10.8 km, con 136 sitios de observación en los que se realizó la medición tensorial del campo electromagnético en 29 frecuencias, entre 0.375 y 8192 Hz aproximadamente equiespaciadas en escala logarítmica. Dicho perfil tiene algunos tramos con sitios espaciados cada 50m, en otros se tienen parejas de sitios separados 50m entre sí y 100m entre parejas consecutivas. El campo eléctrico se midió con dipolos de 50m. La figura 6 muestra la disposición de los sitios a lo largo del perfil.

Aunque este perfil no fue observado con dipolos contiguos a lo largo de toda su extensión, hay tramos en que sí se tienen datos cada 50m y en el resto del perfil las observaciones están suficientemente cercanas (100m) para interpolar los datos originales para formar un perfil de 10 km de longitud con datos equiespaciados cada 50m.

Debe mencionarse que un perfil de tal longitud con datos tan cercanos entre sí no es común, y constituye un conjunto de datos muy apropiado para aplicar un procesamiento tipo EMAP.

Por otra parte, se tiene el tensor completo MT, por lo que es posible comparar los resultados del proceso EMAP con la interpretación más tradicional de datos MT basada en la inversión 2-D.

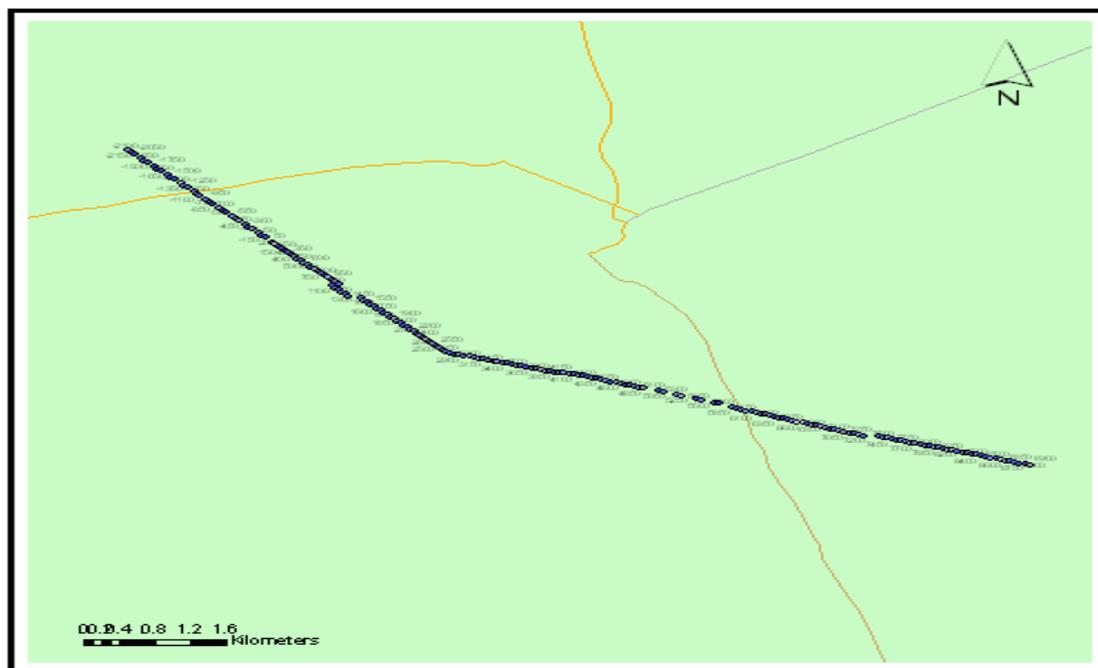


Figura 6. Mapa del perfil electromagnético en el área de estudio. En la imagen se muestran los 136 sitios del perfil que se procesaron.

3.2. Procesamiento de los datos

En preparación para su procesamiento se realizó una interpolación espacial para cada frecuencia independientemente, usando una simple interpolación lineal en 1-D para producir un conjunto de 216 datos equiespaciados cada 50m. La figura 7 es una imagen que muestra la variación de la resistividad aparente TM (en color) tanto espacialmente a lo largo del perfil (abscisas) como en frecuencia (ordenadas). En la parte superior de la sección se señalan los puntos donde se tienen los 136 datos observados. La imagen muestra el resultado de la interpolación que produjo 216 puntos en X espaciados cada 50m, para las 29

frecuencias de observación. La escala vertical es el \log_{10} de la frecuencia. En la figura 8 mostramos el resultado de realizar un edición de datos que consistió en revisar cada sitio de observación y eliminar probables “outliers”. Una vez realizada esta edición se realizó nuevamente la interpolación espacial para cada frecuencia.

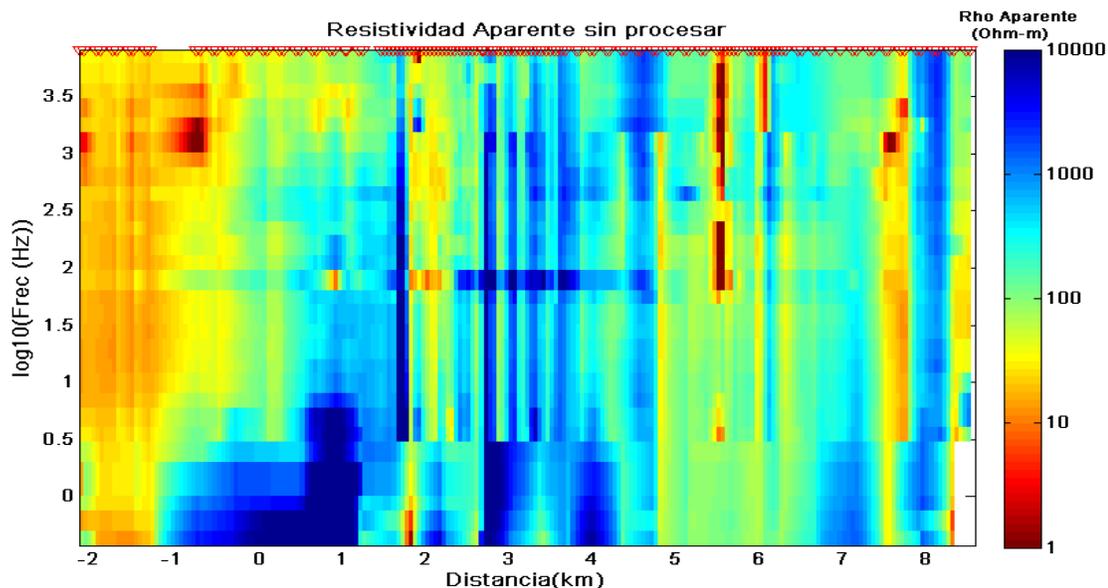


Figura 7. Resistividad TM sin editar, 216 puntos interpolados en x para cada una de las 29 frecuencias de observación.

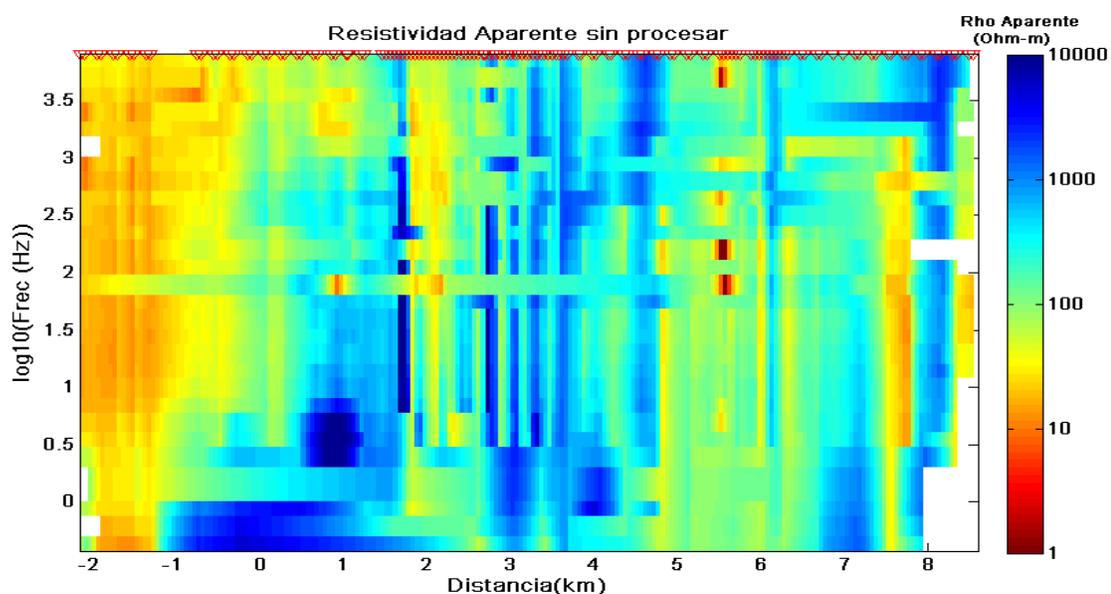


Figura 8. Resistividad TM editada para eliminar “outliers”, 216 puntos interpolados en x para cada una de las 29 frecuencias de observación.

Ambos conjuntos de datos se sometieron al filtraje espacial tipo EMAP usando el algoritmo desarrollado en este trabajo (Apéndice 2), con una constante $c=2.5$. La figura 9 muestra el resultado de usar los datos sin la edición de “outliers”, mientras que en la figura 10 se muestra el resultado usando datos libres de “outliers”.

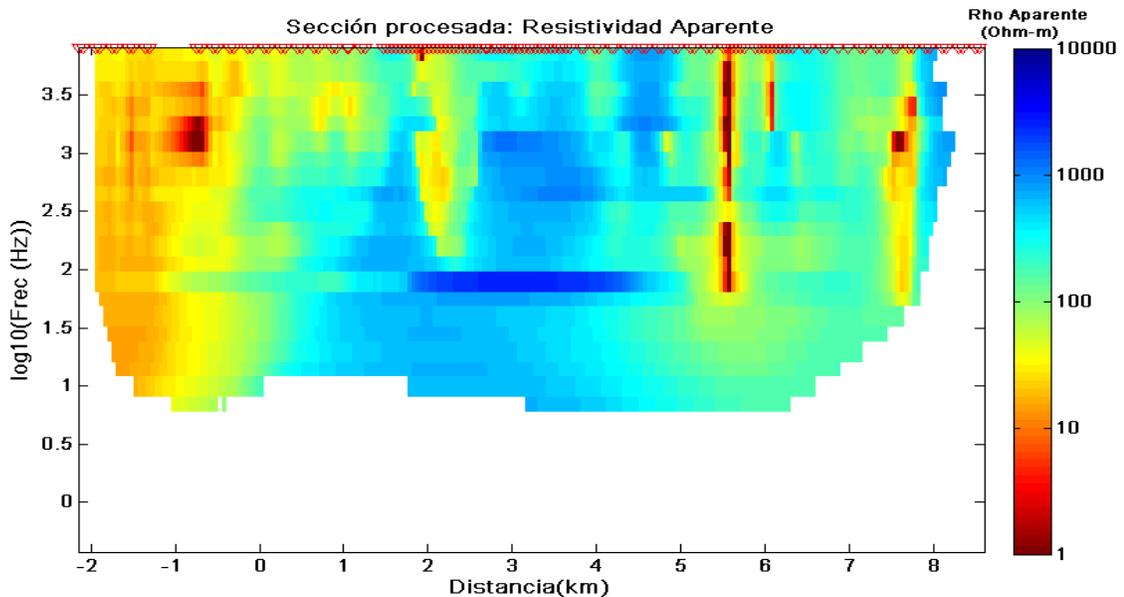


Figura 9. Resistividad promedio EMAP usando los datos del perfil sin editar.

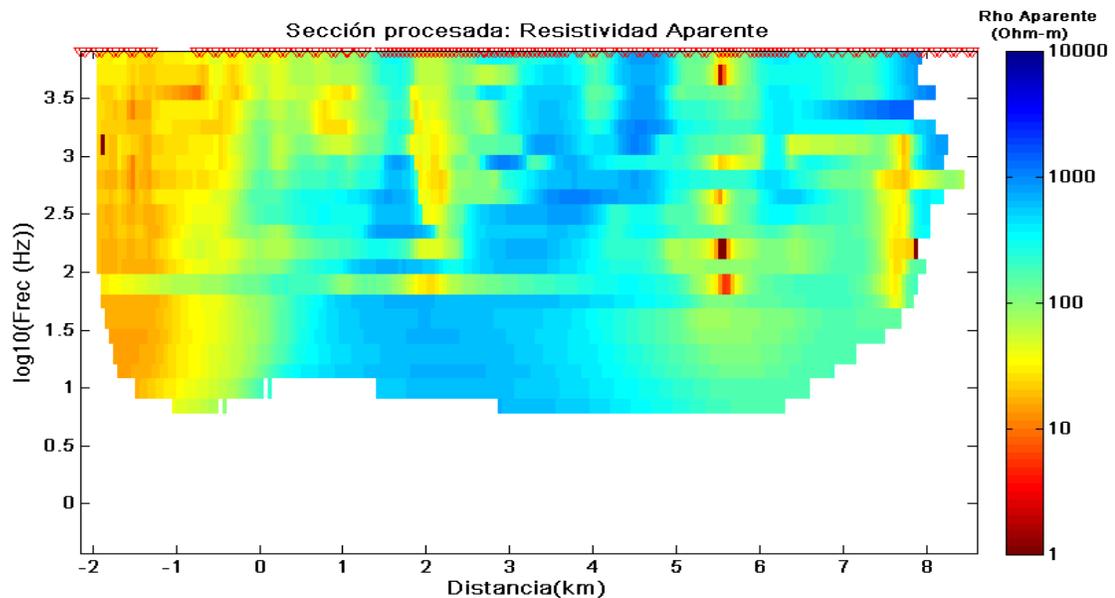


Figura 10. Resistividad promedio EMAP usando los datos del perfil después de editar los “outliers”.

Puede verse que el proceso EMAP es bastante robusto respecto a los “outliers”, aunque en algunos sitios como en el km 5.5 no puede eliminar un cambio demasiado brusco posiblemente debido a un solo sitio ruidoso. En lo sucesivo trabajaremos con los datos libres de “outliers”.

3.3. Pruebas con distintos valores de la constante “c”

En la expresión (50), observamos que la longitud de la ventana de Hanning puede regularse a través de la constante c . Si c aumenta, el número de onda de corte es menor y el filtro es más severo. Dentro del algoritmo, el valor de la constante se puede elegir para cada frecuencia independientemente.

Se realizaron pruebas con distintos valores para la constante; para las siguientes figuras se utilizaron los datos editados ya procesados con el algoritmo EMAP en todos los casos. Para esta primera prueba el valor de $c=1.5$ para todas las frecuencias. El resultado se muestra en la figura 11.

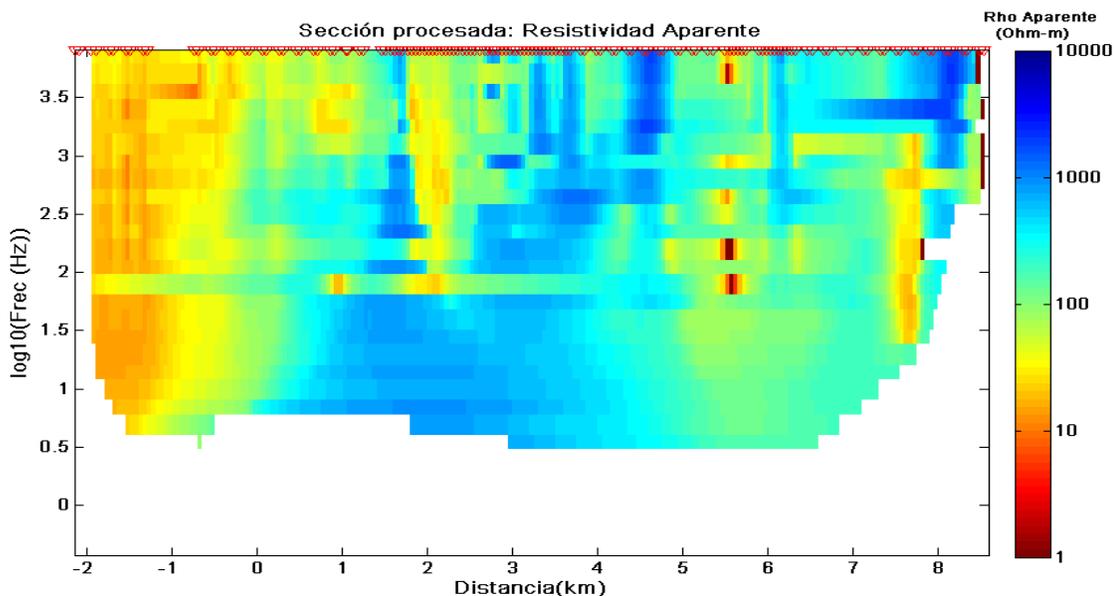


Figura 11. Resistividad promedio EMAP usando $c = 1.5$

En las figuras 12 y 13 se ve el resultado de aumentar el valor de c a 3 y 7, respectivamente.

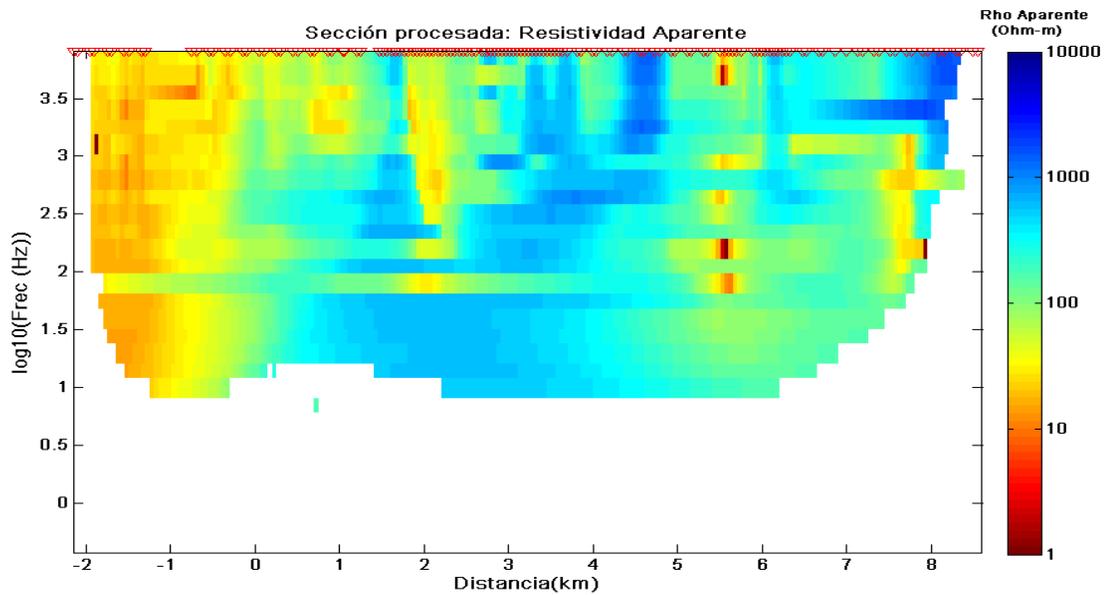


Figura 12. Resistividad promedio EMAP usando $c = 3$.

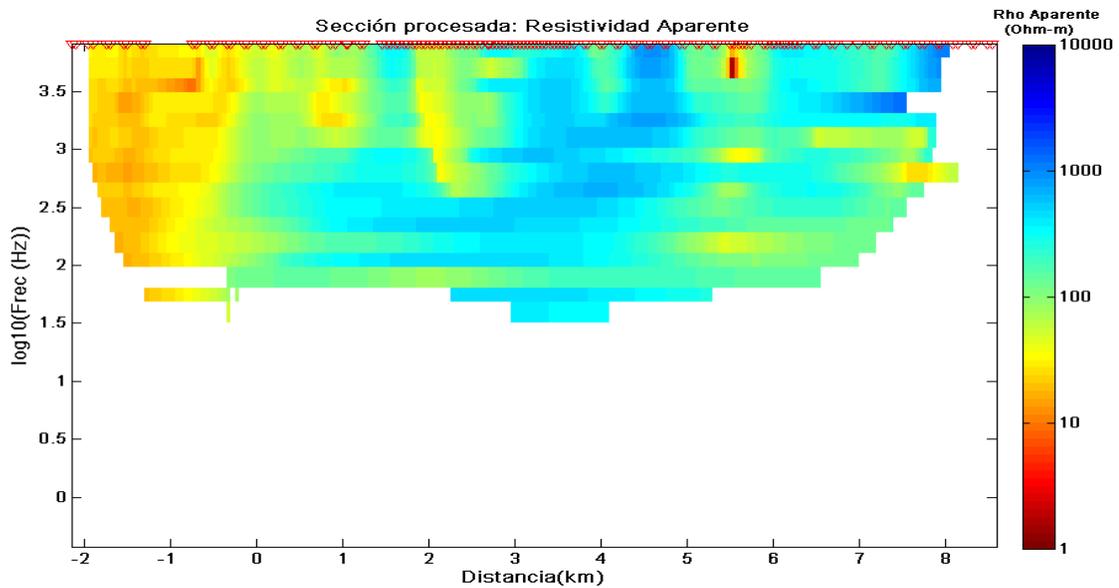


Figura 13. Resistividad promedio EMAP usando $c = 7$.

El efecto en general es que la resistividad promedio es más suave, pero el alcance en bajas frecuencias disminuye, esto redundará en perjuicio de la información

relativa a mayores profundidades. En lo sucesivo se fijó la constante $c=2.5$ para todas las frecuencias.

3.4. Transformación de frecuencia a profundidad

Una vez que se han filtrado espacialmente los datos, el siguiente paso dentro del proceso es realizar la transformación de frecuencia a profundidad; para ello utilizamos las expresiones de Gómez-Treviño (1996), ecuaciones (53) a (57) descritas en el capítulo 2.

El principal problema con esta transformación es que puede ser muy sensible a datos ruidosos. En este sentido, aumentar la “separación” entre periodos ΔT puede ayudar pero no es infalible. El problema se manifiesta en estimaciones negativas de la conductividad promedio o en estimaciones de la profundidad que no aumentan al aumentar el período. Puede demostrarse que esto ocurre siempre que la pendiente entre $\sigma_a(T_1)$ y $\sigma_a(T_2)$ sea mayor a 45° o menor a -45° , en escala loglog. En nuestro algoritmo los valores negativos de la conductividad o las profundidades que no aumentan sucesivamente son eliminados y solo permanecen los valores consistentes.

Realizamos pruebas con distintas “separaciones” ΔT . La separación la definimos con base en el número $N+1$ de puntos observados en el intervalo $\Delta T = T_2 - T_1$. La figura 14 es el resultado de usar una separación de 9 unidades. La topografía se incluye en la figura y la escala se presenta sin distorsión en las escalas vertical y horizontal. En la parte superior se señala la ubicación de los 136 sitios de observación en el perfil. La varianza en la estimación también fue estimada y se presenta en la figura 15 como un porcentaje de error (valor absoluto de $\delta\sigma/\sigma$), donde $\delta\sigma$ es la desviación estándar.

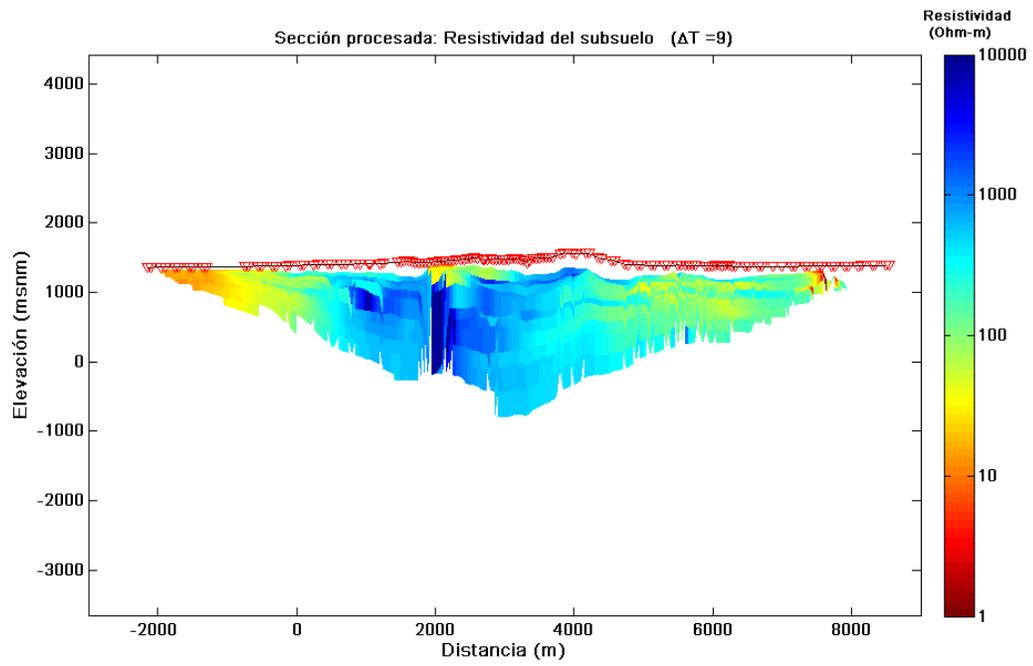


Figura 14. Resistividad promedio (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=9$.

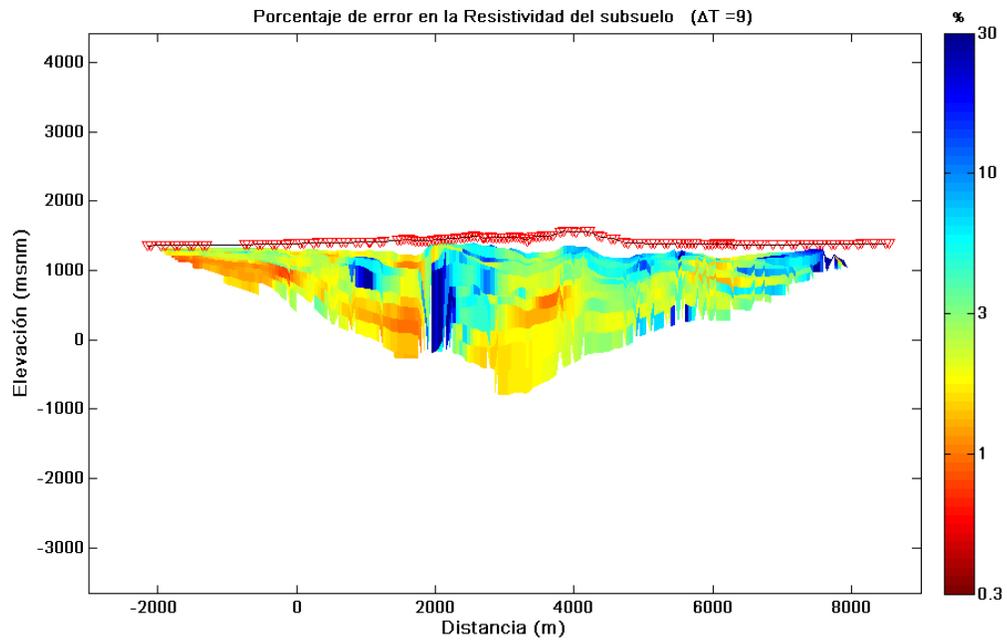


Figura 15. Incertidumbre de la estimación (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=9$.

En las figuras 16 y 17 se muestra el resultado de usar una separación entre períodos de 11 unidades. Las estimaciones son más suaves y la incertidumbre también mejora.

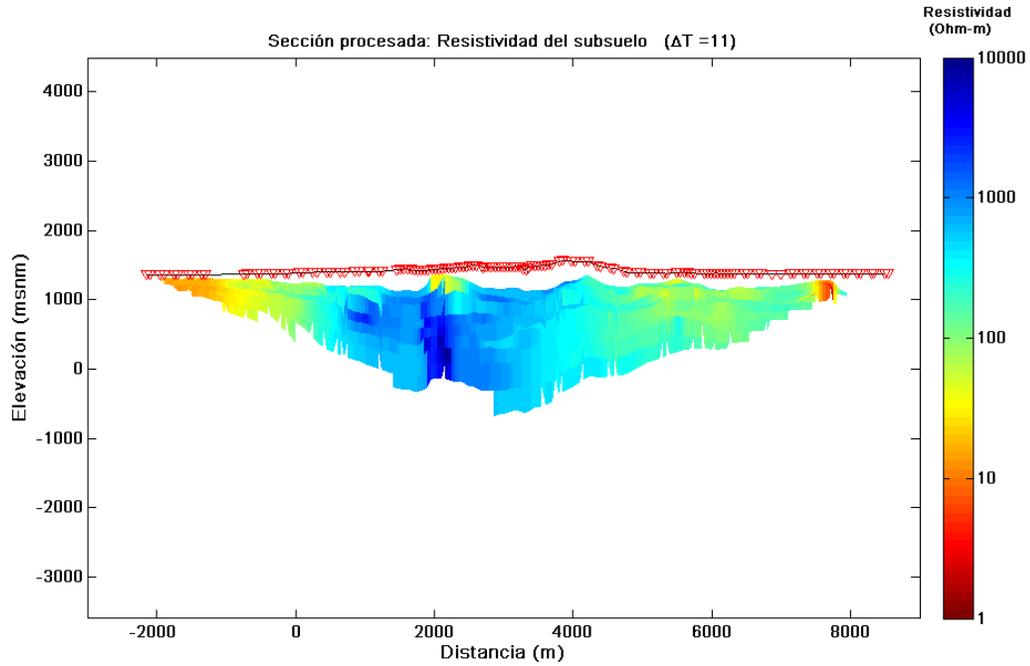


Figura 16. Resistividad promedio, (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=11$.

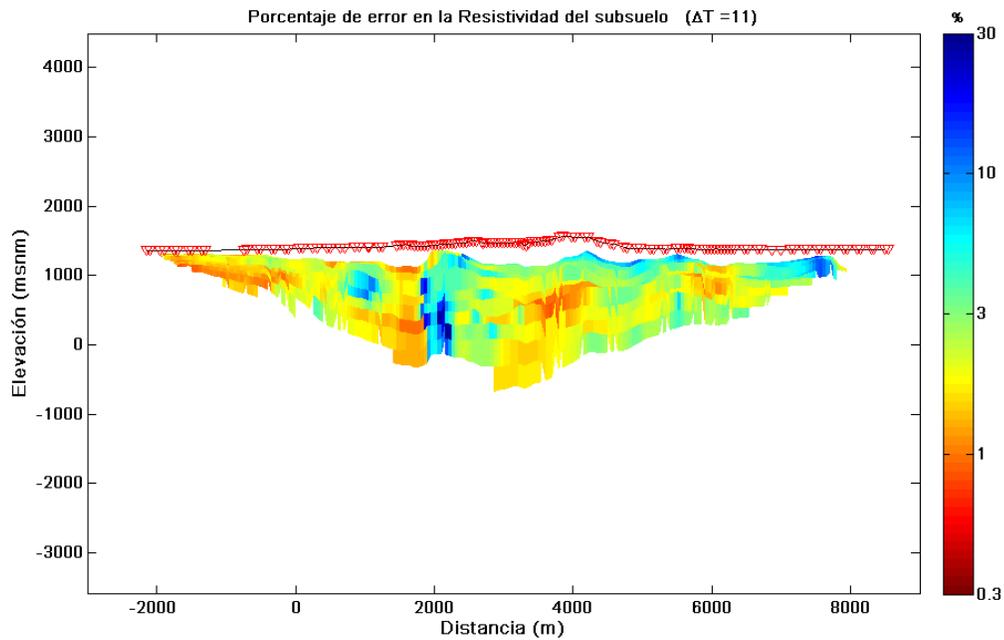


Figura 17. Incertidumbre de la estimación (distancia vs. profundidad), utilizando $\Delta T=11$.

3.5. Prueba utilizando la mediana

Debido a que los datos originales parecen bastante ruidosos, sobre todo antes de la edición para eliminar “outliers”, decidimos hacer una prueba del proceso EMAP utilizando la “mediana” en vez de promedios pesados con la ventana de Hanning. El algoritmo es idéntico al descrito antes solamente que en lugar de usar la ventana de Hanning para obtener la resistividad promedio, se obtiene la mediana. La figura 18 muestra la sección procesada utilizando la mediana. Si se compara con la sección correspondiente a la figura 10, se puede ver que la mediana produce una sección ligeramente más suave

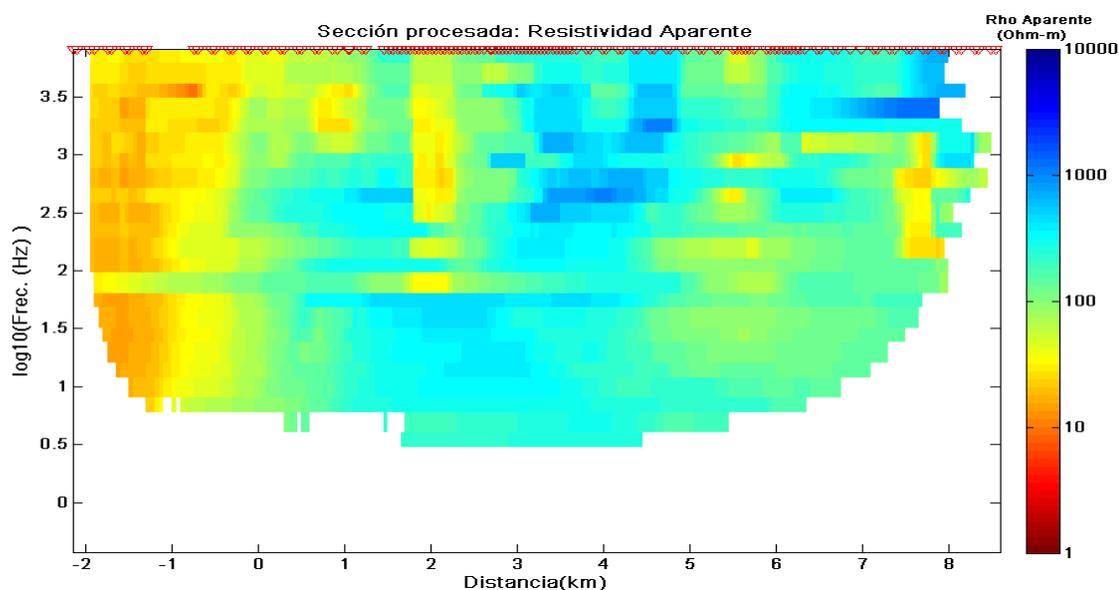


Figura 18. Resistividad promedio EMAP usando la mediana.

La resistividad promedio estimada con la transformación a profundidad se muestra en la figura 19, y su correspondiente incertidumbre en la figura 20. La resistividad promedio se ve ligeramente más suave la correspondiente en la figura 16.

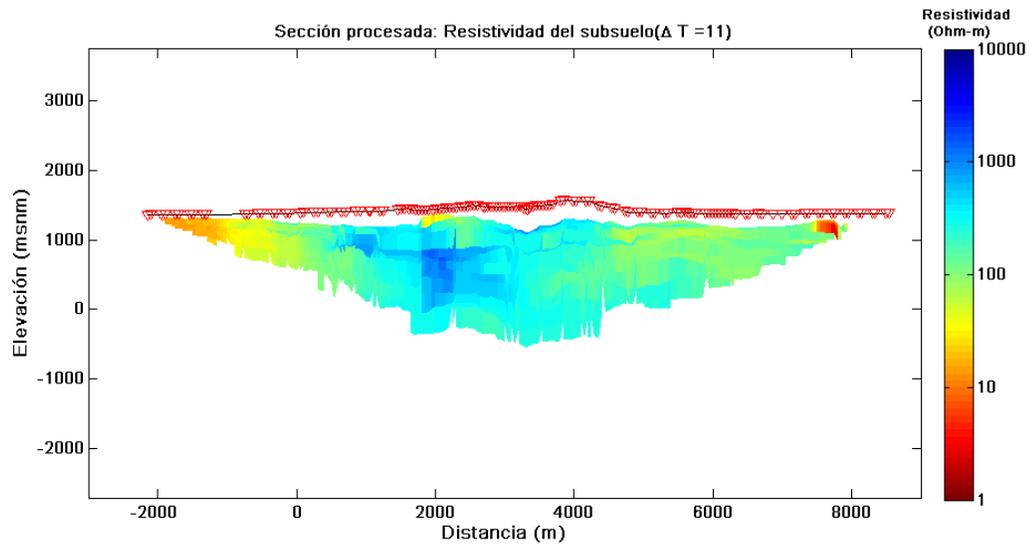


Figura 19. Resistividad promedio, (distancia vs. profundidad), utilizando la mediana.

Cuando se comparan las incertidumbres en la estimación se puede observar que la incertidumbre relativa a la mediana es del orden de tres veces mayor que la que se consigue al usar la ventana de Hanning.

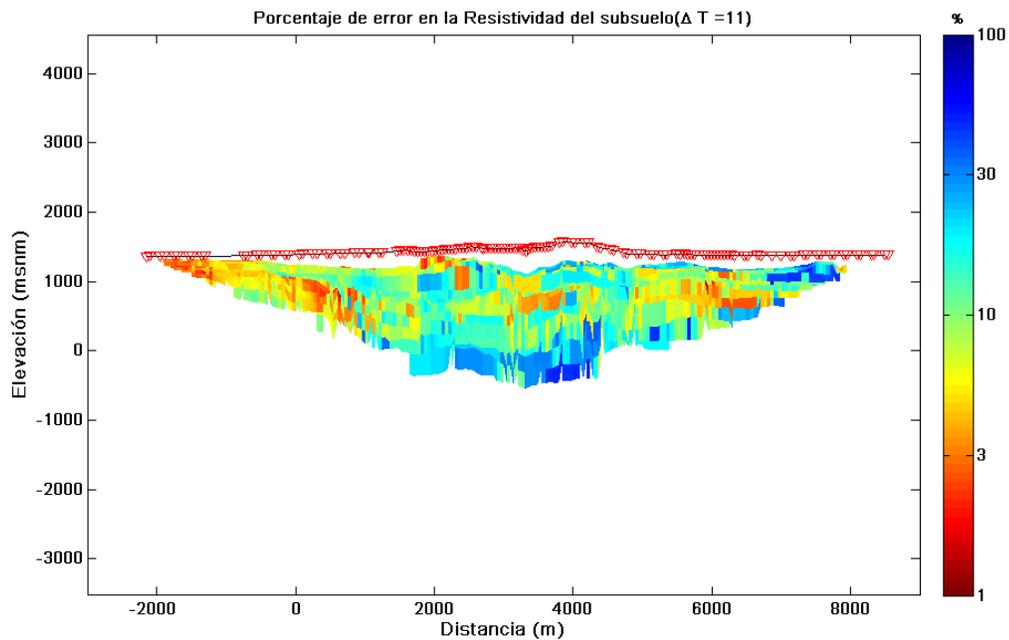


Figura 20. Incertidumbre de la estimación (distancia vs. profundidad), utilizando la mediana.

4. Inversión de datos

El término inversión de datos hace referencia al uso de observaciones “ d ”, en base a las cuáles se estimarán los parámetros de un modelo matemático “ m ”, tomando en cuenta el error “ e ” presente en las observaciones. Podemos escribir estas relaciones como:

$$G(m) = d \quad (58)$$

Donde G corresponde a un operador, pudiendo ser una ecuación diferencial ordinaria, parcial o una ecuación integral, lineal o no lineal. Si a la expresión (58) añadimos el error propio de las observaciones tenemos:

$$d = G(m_{real}) + e \quad (59)$$

Siendo m_{real} el modelo real.

El problema directo (*forward problem*) consiste en encontrar la respuesta en superficie “ d_{cal} ” (datos calculados o sintéticos), dado el modelo “ m ” del subsuelo. El modelo del subsuelo se puede simular en 1-D, 2-D o 3-D, en nuestro caso el 2-D es el más usado dada la complejidad y costo de cómputo de los modelos 3-D. En el caso 2-D el medio se discretiza en un conjunto de celdas en las que la resistividad del medio se considera homogénea. La simulación consiste en calcular los campos electromagnéticos en la superficie del modelo, usando las ecuaciones que rigen su propagación (Capítulo 2) en el subsuelo. Con los campos en la superficie se puede estimar la impedancia y la resistividad aparente en función de la frecuencia en cualquier punto de la superficie “ d_{cal} ”.

El problema inverso (*inverse problem*) consiste en hallar el modelo del subsuelo “ m ” dado un conjunto de datos observados en la superficie “ d_{obs} ”. En nuestro caso tenemos un conjunto de observaciones que consisten en los valores de la resistividad aparente en función de la frecuencia. Para la inversión se parte de un

modelo inicial, el cual se modifica iterativamente, hasta lograr que la respuesta observada “ d_{cal} ” se ajuste a las observaciones “ d_{obs} ”. En cada iteración los parámetros del modelo (resistividades de cada celda) se van modificando siguiendo un criterio de optimización.

4.1. Algoritmo de inversión

El método de inversión que utilizamos es un método de regularización propuesto por Tikhonov (1977). La regularización complementa el criterio mínimo cuadrático, lo que se busca es minimizar la diferencia entre datos observados y calculados pero además minimizar la rugosidad del modelo, es decir que el modelo se mantenga lo más suave posible. El criterio de optimización es (Frez, 2010):

$$\Omega(m) = \min \left\{ \|d - F(m)\|^2 + \tau \|L(m)\|^2 \right\} \quad (60)$$

Donde $\|d - F(m)\|^2$ corresponde al ajuste de los datos (norma cuadrática de los residuales), $\|L(m)\|^2$ representa la estabilización, donde L corresponde al operador diferencial Laplaciano que agrega suavidad al modelo. La constante τ es el factor de regularización, el cual controla el equilibrio entre ajuste de datos y suavidad del modelo; la expresión (60) se denomina *función criterio u objetivo*. El buen balance de esta función lleva a una estimación óptima del modelo.

Método de Gauss-Newton con inversión regularizada.

Si consideramos datos con incertidumbre y además que partimos de un modelo inicial de referencia m_o , la función objetivo es

$$\Omega(m) = (d - F(m))^T R_{dd}^{-1} (d - F(m)) + \tau \|L(m - m_o)\|^2 \quad (61)$$

donde:

- $F(m)$ Respuesta del modelo
- R_{dd}^{-1} Incertidumbre de los datos
- L Operador de Laplace
- m_o Modelo Inicial

En este trabajo utilizamos un algoritmo escrito por Rodi y Mackie (Mackie et al., 1997; Rodi y Mackie, 2001), el cual utiliza el método de Gauss-Newton para modificar iterativamente el modelo,

$$m_{k+1} = m_k - \frac{1}{2} (A_k^T R_{dd}^{-1} A_k + \tau L^T L + \varepsilon I)^{-1} g_k \quad (62)$$

donde:

- A_k Derivada de Frechet evaluada en m_k
- g_k Gradiente de la función $\Omega(m)$
- ε Valor de 0.001
- I Matriz Identidad

El problema directo se resuelve mediante diferencias finitas, por ello debemos discretizar el modelo inicial en celdas rectangulares. La rugosidad del modelo se calcula:

$$rug = \|L(m - m_o)\|^2 \quad (63)$$

La diferencia entre datos observados y calculados se estima mediante el error cuadrático medio *rms* como:

$$rms = \sqrt{\frac{(d - F(m))^T R_{dd}^{-1} (d - F(m))}{N}} \quad (64)$$

donde N corresponde al número de observaciones. Para finalizar recordemos que existe un compromiso entre ajuste a los datos y suavidad del modelo, mientras más suave sea el modelo menor será el ajuste a los datos, y viceversa, un mayor ajuste a los datos se traduce en modelos menos suaves.

4.2. Búsqueda de la solución óptima

El valor del parámetro de regularización τ controla el balance entre suavidad del modelo y ajuste a los datos. Generalmente para encontrar el mejor balance obtenemos modelos con distintos valores de τ , y graficamos el rms contra la rugosidad, para cada modelo. La curva que se describe tiene la forma de una L, en donde el modelo óptimo se encuentra en el vértice de la L, es decir el punto con menor rugosidad y menor rms. Este valor varía de un problema a otro pero generalmente queda bien definido. A esta gráfica se le conoce *método de la curva L* (Hansen, 1994). La figura 21 es un ejemplo.

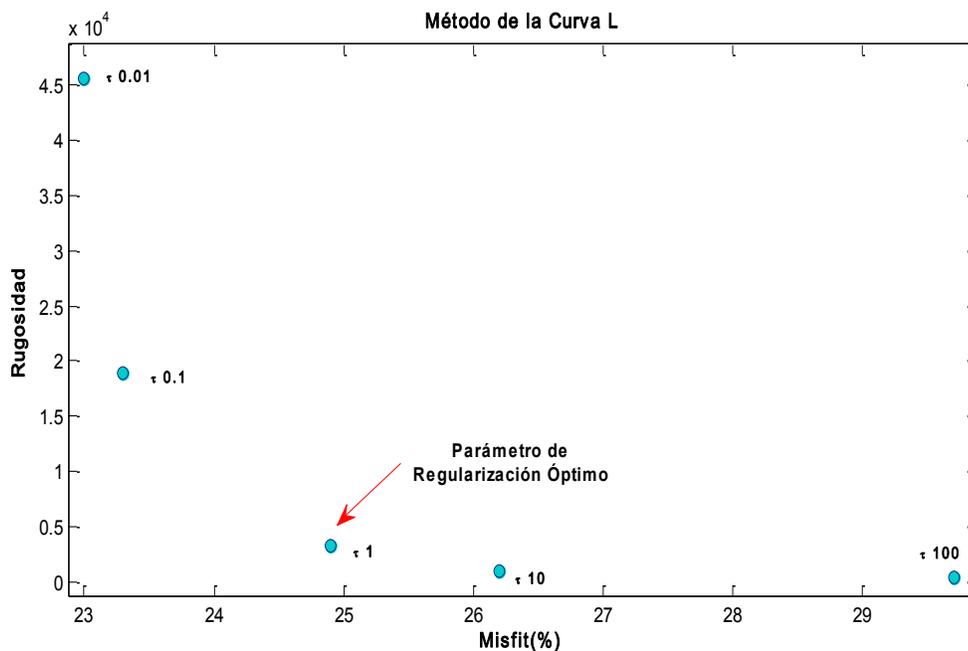


Figura 21. Ejemplo de curva L. Resultados de rugosidad y rms para cinco valores distintos de τ . El valor de $\tau=1$, cerca del vértice de la L es el óptimo porque produce el menor rms y la menor rugosidad.

4.3. Resultados de la inversión 2-D

Para invertir en 2-D nuestro perfil de datos seleccionamos un subconjunto con 54 sitios espaciados alrededor de 200 m entre sí. Esto debido a que incluir sitios más cercanos implica una discretización más fina del modelo numérico y esto aumenta grandemente el costo computacional del proceso de inversión.

El modelo numérico considerado con estos 54 sitios consiste de 64x43 celdas, la distancia horizontal se discretiza con celdas de 200 m de ancho y se agregan celdas más anchas en los laterales para evitar efectos de borde. En profundidad la discretización inicia con celdas de 20 m de espesor y se va incrementando logarítmicamente con la profundidad.

Se probó la inversión de dos conjuntos de datos distintos: 1) la resistividad aparente calculada a partir del determinante del tensor de impedancia, y 2) la

resistividad aparente TM, calculada a partir del campo eléctrico tangencial al perfil y el magnético perpendicular al perfil.

El determinante del tensor de impedancia es una cantidad que puede utilizarse para estimar una resistividad aparente que tiene la propiedad de ser independiente de la dirección preferencial de la corriente, en 2-D el determinante es el promedio geométrico de las dos polarizaciones TE y TM. Por esta razón utilizamos esta cantidad para generar un conjunto de datos y aplicarles la inversión en 2-D.

Se realizaron varias inversiones variando el factor de regularización $\tau = 100, 10, 1, 0.1$ y 0.01 . En las figuras 22, 23 y 24 se muestran los modelos resultantes con $\tau = 10, 1$ y 0.1 , el modelo con el mejor balance entre ajuste y suavidad es el correspondiente a $\tau = 1$ (Figura 21). Los tres modelos se obtienen después de 100 iteraciones partiendo de un modelo inicial homogéneo de 100 Ohm-m.

En estas figuras se muestra en color el modelo de resistividad, en la parte superior se indica con triángulos la ubicación de los sitios considerados en la inversión. En el panel superior se muestra el rms conseguido para cada sitio en particular y a la derecha del panel se tiene el rms global conseguido en todo el perfil, así como la rugosidad estimada para el modelo. La curva L correspondiente se muestra en la figura 28.

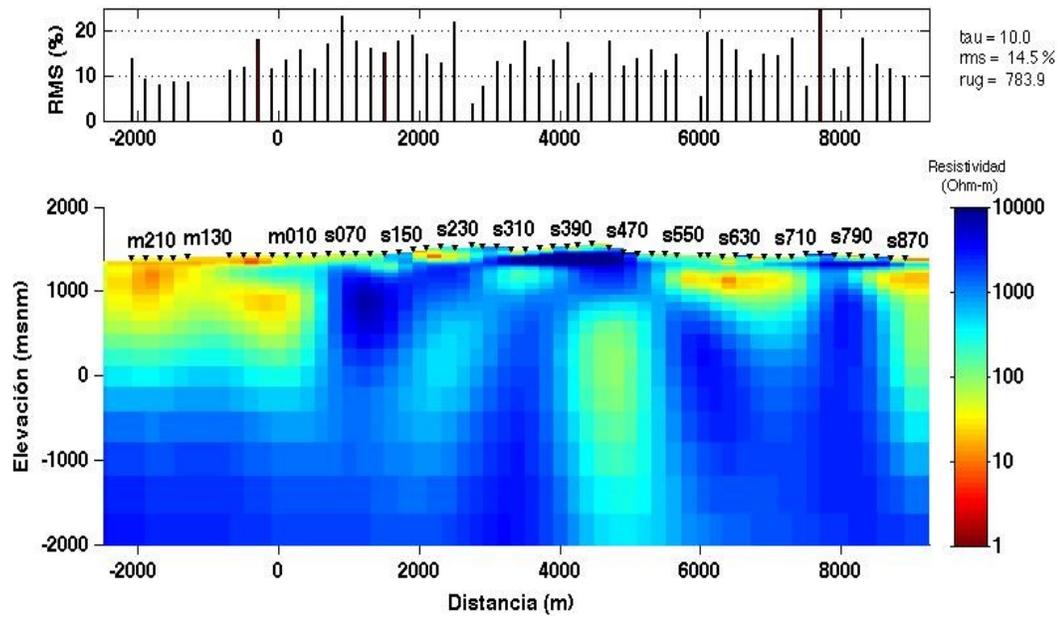


Figura 22. Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 10$.

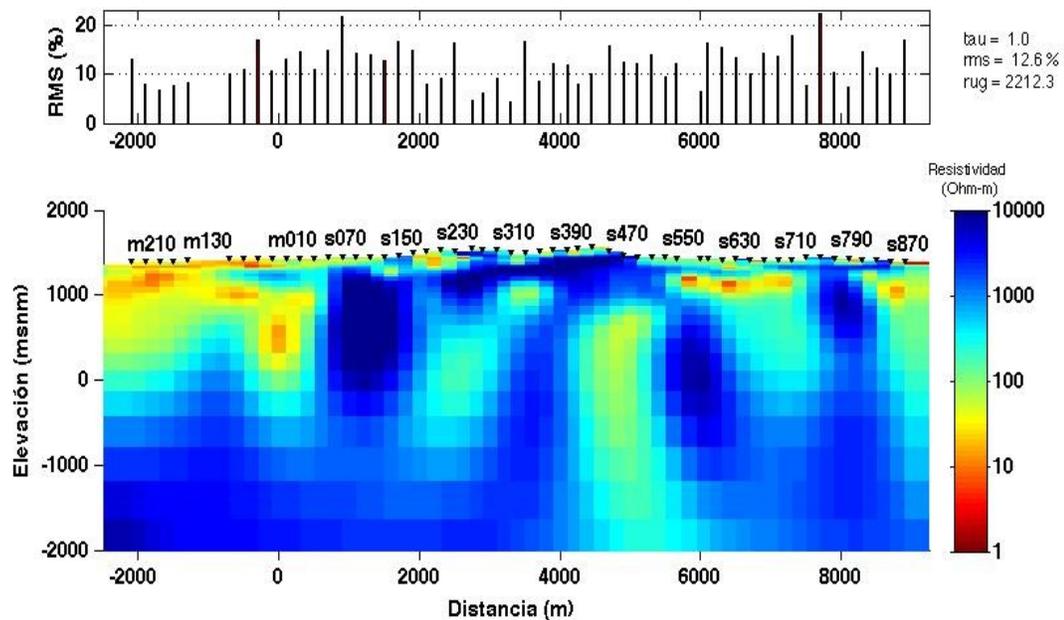


Figura 23. Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 1$.

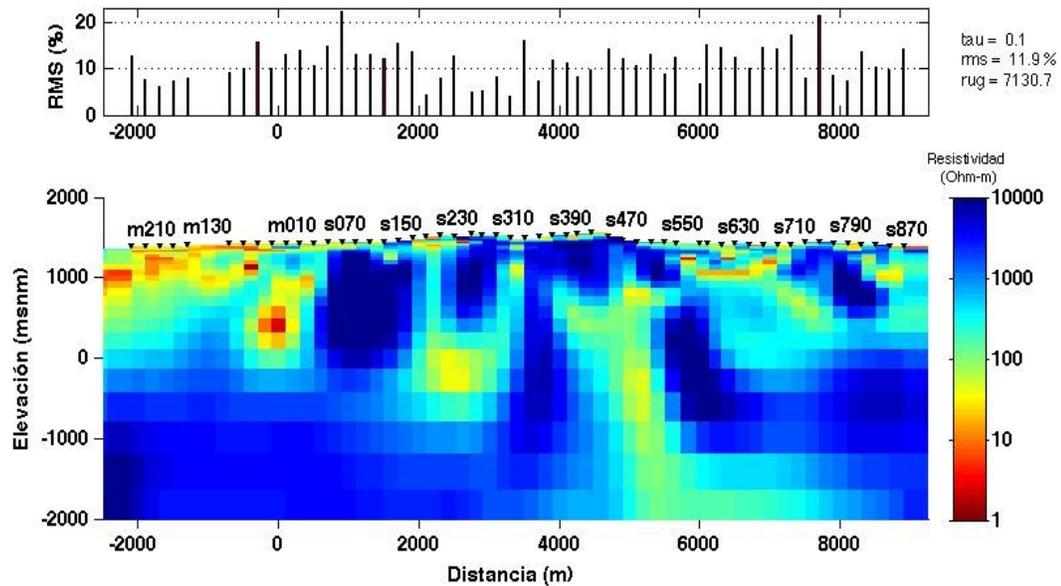


Figura 24. Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 0.1$.

El segundo conjunto de datos consiste de la resistividad aparente TM. Al igual que en el caso anterior se realizaron varias inversiones variando el factor de regularización $\tau = 100, 10, 1, 0.1$ y 0.01 . En las figuras 25, 26 y 27 se muestran los modelos resultantes con $\tau = 10, 1$ y 0.1 , el modelo con el mejor balance entre ajuste y suavidad es el correspondiente a $\tau = 1$. La curva L correspondiente se muestra en la figura 28. Los tres modelos se obtienen después de 100 iteraciones partiendo de un modelo inicial homogéneo de 100 Ohm-m.

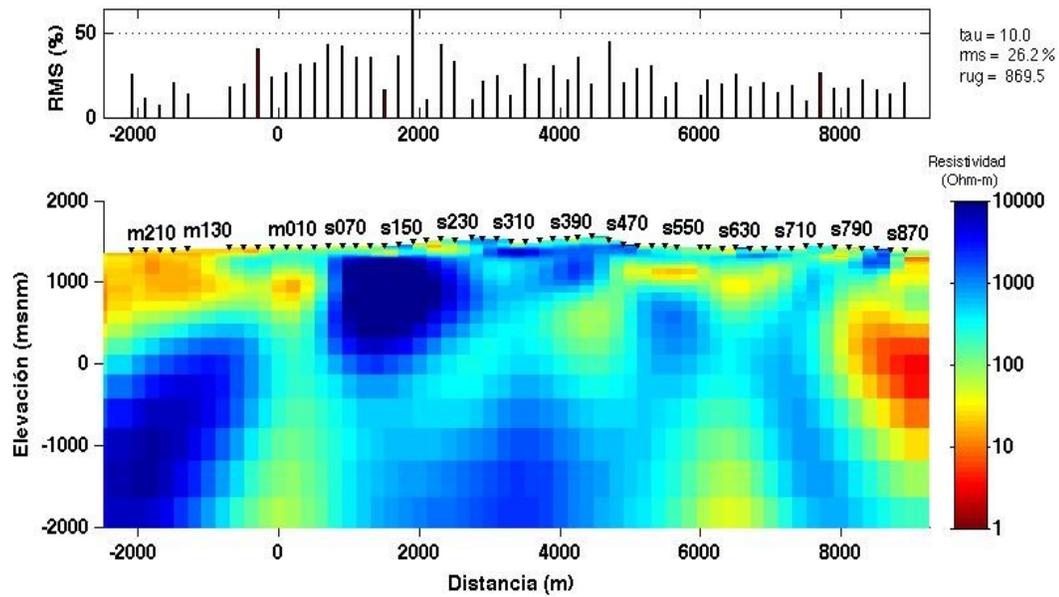


Figura 25. Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau=10$.

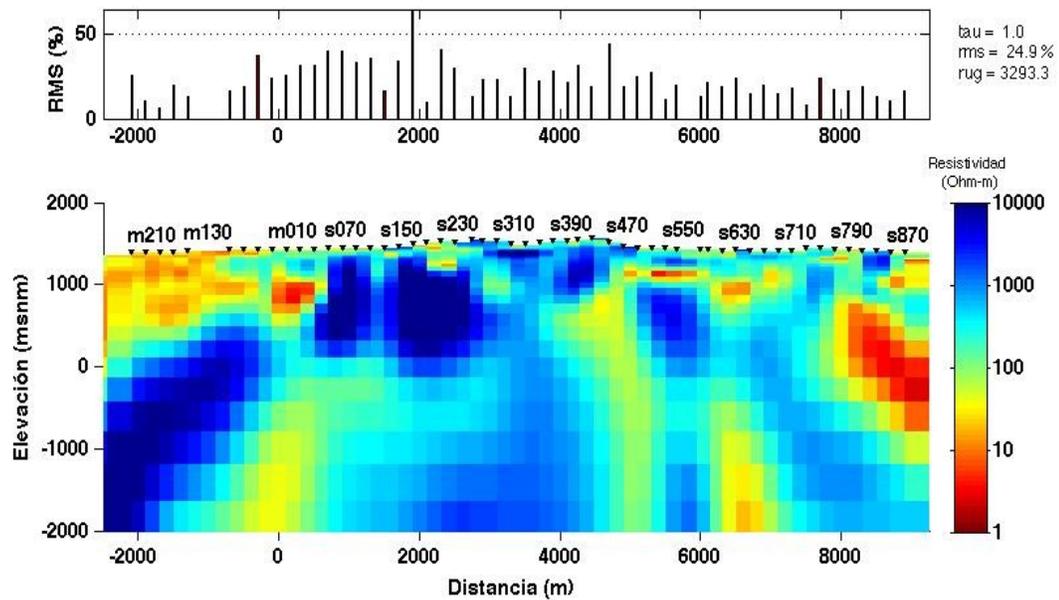


Figura 26. Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau=1$.

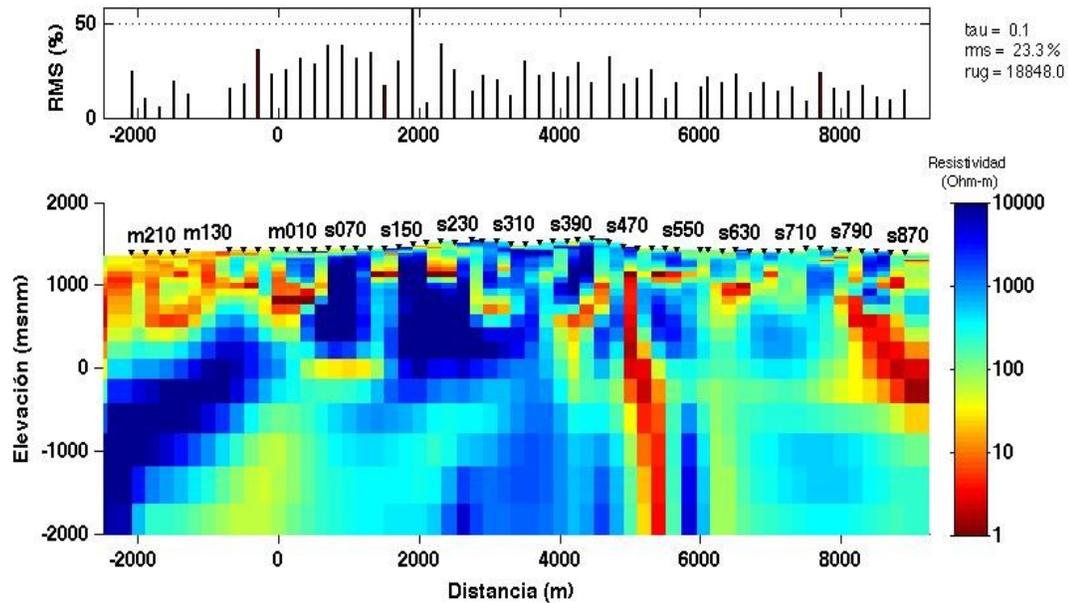


Figura 27. Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau=0.1$.

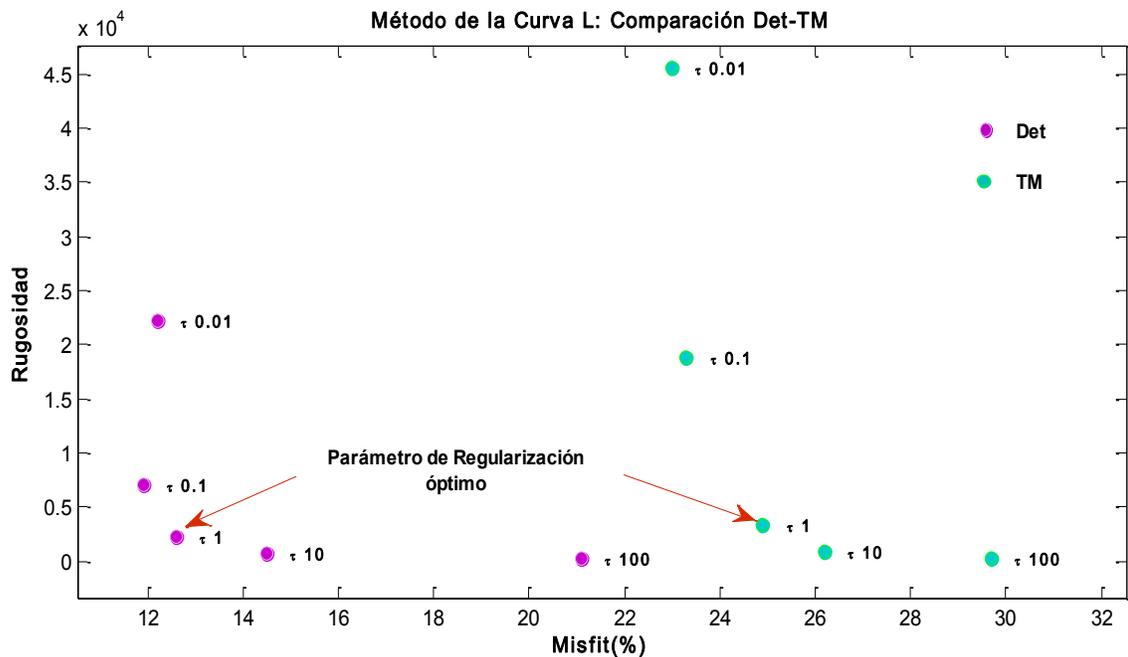


Figura 28. Curva L comparando resultados de la inversión de la resistividad calculada a partir del determinante (puntos magenta) con el resultado de usar solamente el modo TM (puntos verdes).

En la curva L se observa cómo los modelos más suaves ($\tau=100$) producen el mayor desajuste, mientras que los modelos con $\tau < 1$ aumentan grandemente la rugosidad sin una mejora sustancial del rms. El vértice de la L corresponde al $\tau=1$ con ambos conjuntos de datos. La diferencia entre usar la ρ_{det} respecto a la ρ_{TM} se tiene en ajuste a los datos. Es claro que se tienen mejores ajustes, del orden de 12% usando ρ_{det} , mientras que los mejores ajustes con ρ_{TM} son del 24%. Esto significa que la resistividad $\rho_{\text{det}} = \sqrt{\rho_{\text{TE}}\rho_{\text{TM}}}$ calculada con el modelo 2-D explica mejor la resistividad ρ_{det} estimada con las observaciones, comparativamente con la ρ_{TM} calculada que trata de ajustarse a la ρ_{TM} observada. Esto puede deberse a que la ρ_{TM} observada se tomó como la resistividad tangencial al modelo ρ_{xy} lo cual es discutible sobre todo si las anomalías en el subsuelo son 3-D. En este caso, el determinante es más robusto porque “promedia” los efectos 3-D contenidos en el tensor completo.

En cuanto a las rugosidades se observa que al usar la ρ_{TM} la rugosidad se dispara más fácilmente que con la ρ_{det} .

4.4. Pruebas con distintos modelos iniciales

Todos los modelos anteriores se estimaron a partir de un modelo inicial homogéneo de 100 Ohm-m. Se realizaron pruebas partiendo de un modelo inicial homogéneo de 10 Ohm-m, para comprobar que el proceso de inversión conduce la misma solución final. Las diferencias encontradas en los modelos resultantes no fueron significativas, por lo que consideramos que los modelos finales mostrados antes son significativos. Las figuras 29 y 30 muestran los modelos que resultan para ambos conjuntos de datos, con $\tau=1$, después de 100 iteraciones a partir de un modelo inicial homogéneo de 10 ohm-m. Ambos modelos son muy similares a los obtenidos con un modelo inicial de 100 Ohm-m (Figuras 23 y 26).

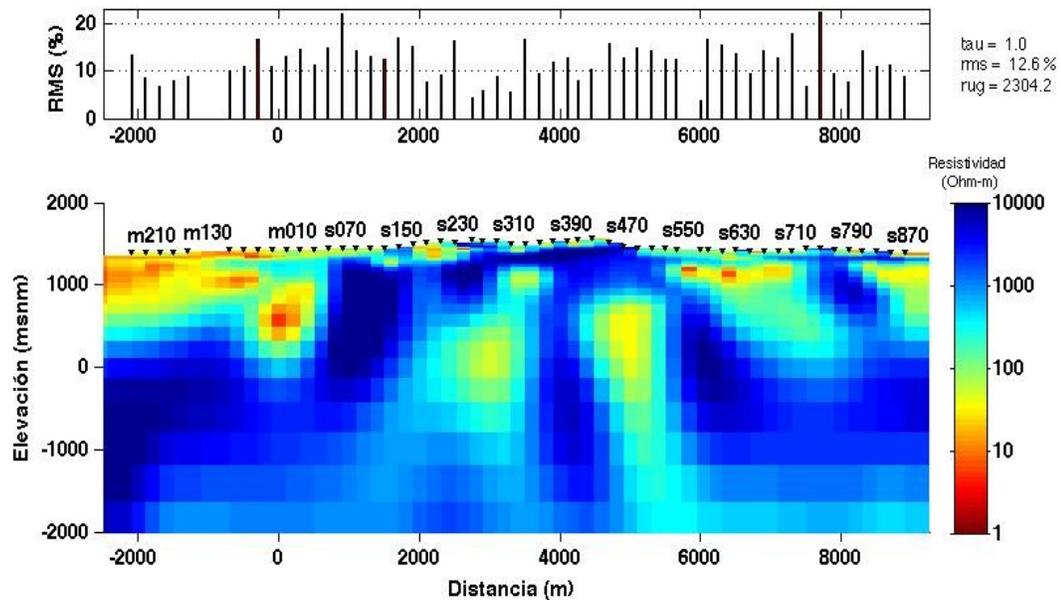


Figura 29. Modelo de resistividad 2-D a partir del determinante, con un factor de regularización $\tau = 1$ y modelo inicial de 10 Ohm-m.

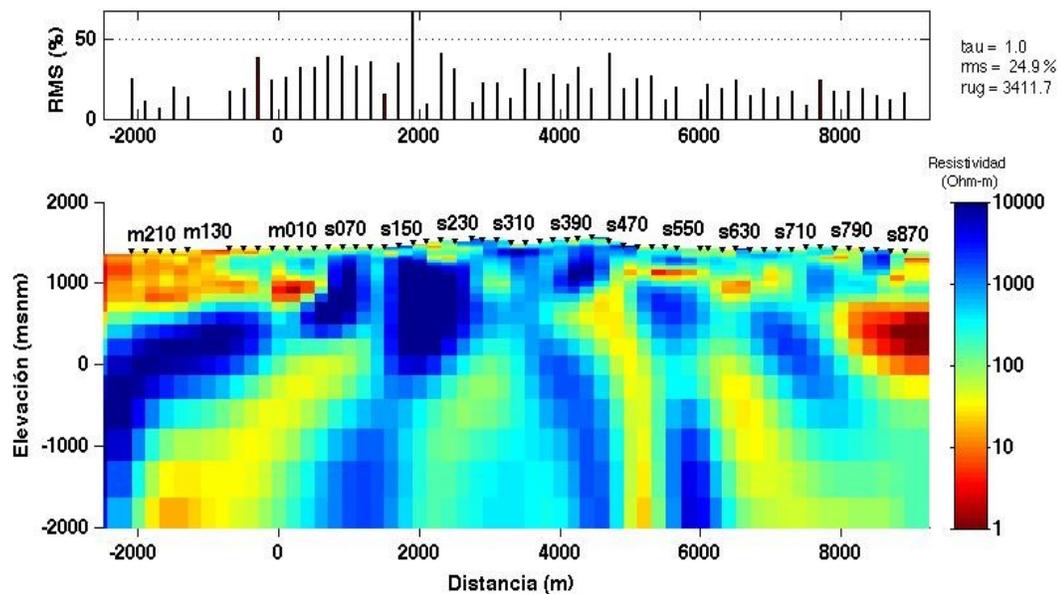


Figura 30. Modelo de resistividad 2-D a partir de ρ_{TM} , con un factor de regularización $\tau = 1$ y modelo inicial de 10 Ohm-m.

5. Discusión de resultados

Finalmente, en este capítulo comparamos y discutimos los resultados obtenidos con el procesamiento EMAP con los modelos que se obtienen utilizando la inversión 2-D.

5.1. Comparación EMAP vs. inversión 2-D

Para el caso del proceso EMAP encontramos que el resultado final depende sobre todo del valor de ΔT usado en la transformación de frecuencia a profundidad. Mientras mayor es ΔT mayor es la suavidad del modelo resultante. Por su parte, en el caso de la inversión 2-D, el parámetro que controla la suavidad del modelo resultante es el parámetro de regularización τ .

La figura 31 corresponde a la comparación de los modelos menos suaves; el panel superior representa el resultado del método EMAP (datos sin “outliers”), el valor de la constante c es de 2.5 para las 29 frecuencias, y definimos una separación de periodos $\Delta T=9$, para la conversión de frecuencia a profundidad. En la parte superior de la figura se indica la topografía con la ubicación de los 136 sitios de medición. El segundo panel representa el modelo de inversión 2-D utilizando $\tau=1$, con la resistividad aparente calculada con el determinante, después de 100 iteraciones a partir de un modelo inicial homogéneo con $\rho = 100$ Ohm-m. El modelo incluye la topografía. En la parte superior se indica la ubicación de los 54 sitios seleccionados para la inversión.

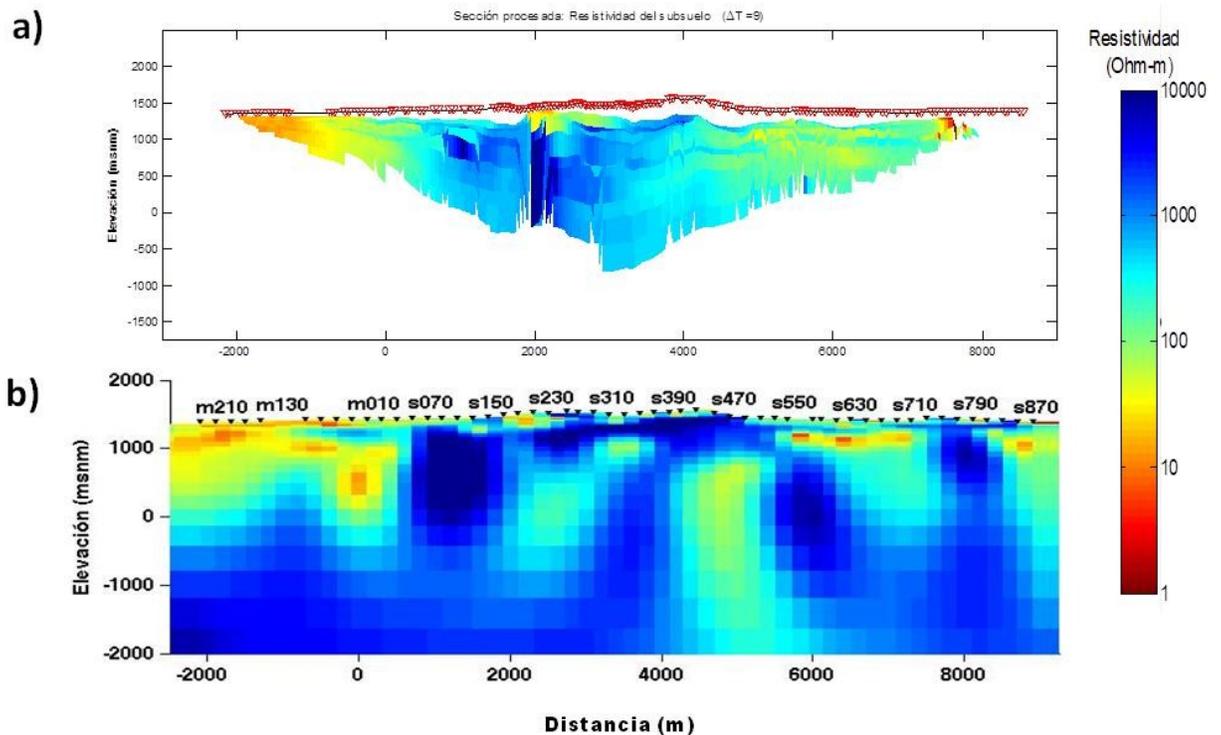


Figura 31. Modelos de resistividad del subsuelo obtenidos con a) Algoritmo EMAP, $\Delta T=9$; b) Modelo de inversión bidimensional para el determinante $\tau = 1$.

La figura 32 panel superior representa el resultado del método EMAP (datos sin “outliers”), con $c=2.5$ y una separación de periodos de once unidades ($\Delta T=11$) para la transformación de frecuencia a profundidad. En la parte superior de la figura se indica la topografía con la ubicación de los 136 sitios de medición. El panel inferior muestra el modelo de inversión 2-D utilizando $\tau=10$, con la resistividad aparente calculada con el determinante, después de 100 iteraciones a partir de un modelo inicial homogéneo con $\rho = 100$ Ohm-m. El modelo incluye la topografía. En la parte superior se indica la ubicación de los 54 sitios seleccionados para la inversión.

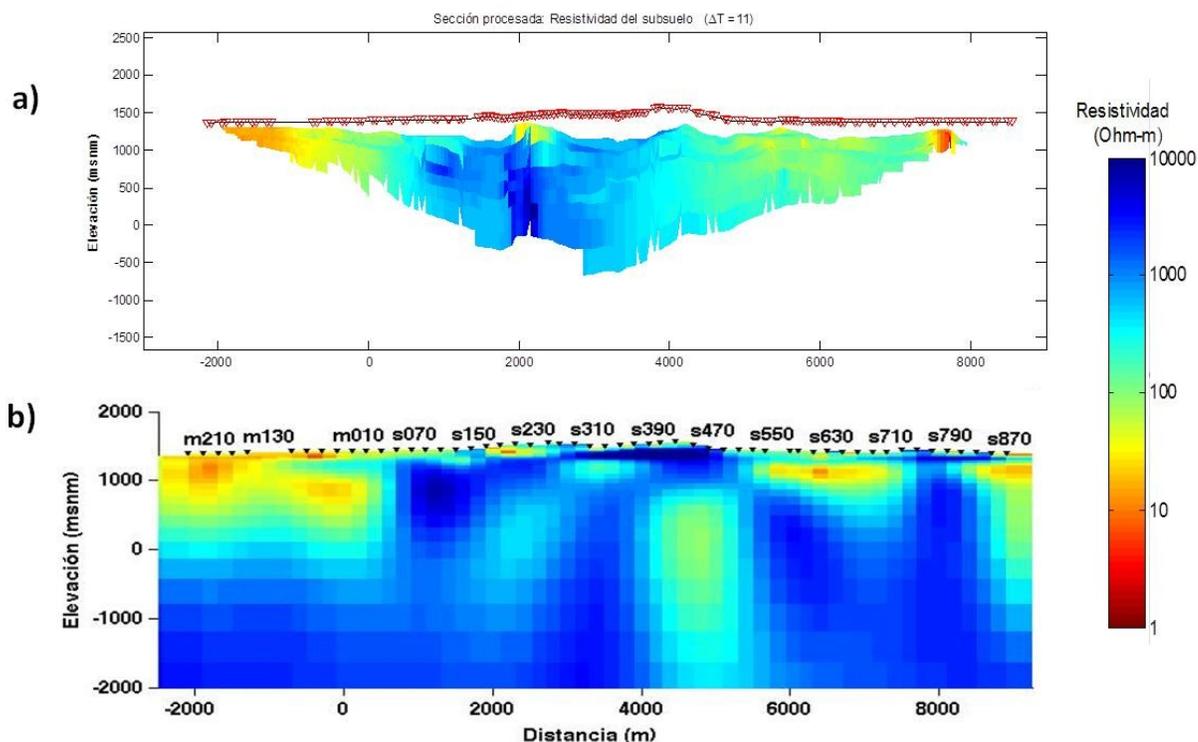


Figura 32. Modelos de resistividad del subsuelo obtenidos con a) Algoritmo EMAP, $\Delta T=11$; b) Modelo de inversión bidimensional para el determinante $\tau = 10$.

Al comparar los modelos 2-D con las secciones EMAP podemos observar que hay muchas similitudes pero también algunas diferencias. En las secciones EMAP la profundidad está limitada sobre todo en las orillas del perfil, y va aumentando en la parte central, en donde llega a -500 msnm.

Un cuerpo relativamente conductor de ~50 Ohm-m domina la parte occidental de las secciones a profundidad somera, tanto en la Figura 31 como en la Figura 32. En el caso de las secciones EMAP no es posible visualizar el fondo del conductor debido a que se encuentra en el extremo del perfil.

La característica dominante de la parte central del perfil, que abarca del kilómetro 1 al 4, es el resistivo (mayor a 1000 Ohm-m) que se atenúa hacia la parte oriental

del perfil; esta firma resistiva es congruente tanto en las secciones EMAP como en los modelos 2-D.

Entre los kilómetros 2 y 3 los modelos 2-D muestran una zona relativamente conductora (300 Ohm-m) a una profundidad entre 1000 y -1000 msnm. Este conductor no aparece en las secciones EMAP. En esta zona el proceso EMAP arroja las mayores incertidumbres (ver Figuras 15 y 17).

En la orilla oriental del perfil predominan conductividades intermedias (100 Ohm-m), con excepción de unos cuerpos conductores pequeños a profundidades someras. Esta zona más conductora es muy clara en las secciones EMAP, mientras que en los modelos 2-D se separa en dos anomalías una más somera y otra más profundidad.

5.2. Discusión

Debido a la naturaleza del método EMAP, hay una pérdida de información lateral que se incrementa a profundidad. La profundidad de penetración al centro de la sección depende de la longitud del perfil y del rango de resistividad en el medio. En nuestro caso alcanzamos profundidades del orden de 2000 m (elev. = -500 msnm) con un perfil de 10 km de longitud (una relación de 1/5). Esto es una desventaja práctica del EMAP. En el caso de la inversión 2-D el proceso obtiene valores de resistividad en todo el medio discretizado, por lo que si la discretización alcanza grandes profundidades se obtendrán valores de la resistividad del medio a esas profundidades, sin embargo es necesario un análisis de sensibilidad. Sin embargo, sí puede decirse que el modelado 2-D puede alcanzar mayor profundidad que el proceso EMAP ya que utiliza información contenida en el tensor de impedancia completo (resistividad y fase de las cuatro componentes).

En relación a la suavidad de los modelos podemos decir que dado el nivel de ruido en nuestros datos, en el caso del EMAP fue necesario un $\Delta T > 7$ para que obtener modelos suaves en profundidad. Por su parte en la inversión 2-D el factor de suavidad puede controlarse directamente con el parámetro de regularización τ .

Finalmente, cabe señalar que el tiempo requerido para procesar nuestro conjunto de datos con el algoritmo EMAP es de menos de 1 minuto, mientras que los modelos de inversión tardan, de acuerdo al número de iteraciones y al procesador utilizado, desde unas horas hasta un día en arrojar resultados.

En definitiva, la limitante más fuerte con respecto al método EMAP corresponde al trabajo en campo, pues el perfil debe ser suficientemente largo para alcanzar la profundidad deseada, y la separación dipolar debe ser constante y preferentemente pequeña para tener resolución, lo que se traduce en una lento avance en la operación en campo y más costos de operación. Una característica interesante del algoritmo EMAP, es que arroja resultados en segundos y no requiere procesadores poderosos, por lo que pueden obtenerse imágenes de las secciones procesadas directamente en campo, conforme se avanza en la adquisición de datos.

El proceso de inversión requiere exigencias computacionales elevadas, así como tiempo computacional; para construir un modelo antes debemos preparar los datos de campo y discretizar en celdas el perfil, lo que implica tiempo adicional previo al proceso.

El filtraje espacial EMAP atenúa el aliasing espacial producto de distorsiones locales o topografía que producen el efecto estático; por su parte la inversión de datos no corrige dicho efecto, por lo que antes de la inversión el intérprete debe de identificar y corregir este efecto en los datos. Este es un problema vigente para el

que se han propuesto distintas alternativas y que todavía no tiene una solución satisfactoria.

En nuestro caso cuando usamos el modo TM para la inversión no aplicamos ningún tipo de corrección estática, por lo que los modelos resultantes están afectados por este efecto. Por otra parte el determinante, debido a sus características, no presenta tan marcadamente esta distorsión. Es por ello que seleccionamos los modelos producto del determinante para compararlos con los resultados del filtraje EMAP.

Conclusiones

El proceso EMAP no consume tiempo ni recursos de cómputo considerables y puede realizarse en el campo conforme se lleva a cabo la adquisición de datos. Las imágenes de subsuelo resultantes pueden usarse para tomar decisiones durante la operación de campo y también pueden usarse como modelos iniciales para un proceso de inversión más laborioso y más costoso que se debe realizar en el gabinete.

Una limitante del método EMAP es la operación de campo, pues el perfil debe ser suficientemente largo para alcanzar la profundidad deseada, y la medición del campo eléctrico debe ser contigua con separación dipolar preferentemente pequeña para tener mejor resolución, lo que se traduce en un lento avance en la adquisición de datos y más costos de operación.

Una ventaja de la transformación a profundidad que se aplica a las secciones EMAP es que puede estimarse la incertidumbre en la resistividad del subsuelo, lo cual ayuda a distinguir zonas más confiables o menos confiables en el modelo.

En general podemos ver en las imágenes que el filtraje espacial suavizó el efecto estático. Como recomendaciones sugerimos realizar este proceso con datos de otros perfiles y comparar los resultados con modelos 2-D.

El proceso de edición o remoción de “outliers” antes del filtraje EMAP no marcó gran diferencia respecto a los resultados obtenidos con uno u otro conjunto de datos, de modo que podemos prescindir de este paso.

Referencias bibliográficas

- Bahr, Karsten. (1988). Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: regional induction and local telluric distortion. *Journal of Geophysics*. 62(1): 119-127.
- Belmonte, Jiménez, Salvador. (1988). Procesamiento EMAP de secciones electromagnéticas. (Tesis de maestría, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California, México).
- Berdichevsky, M.N, Dimitriev, V.I. (1976). Distortion of magnetic and electrical fields by near-surface lateral inhomogeneities. *Acta Geodat Geophys*. 2(3-4): 447-483.
- Bostick, F.X., Torres-Verdín, C. (1992). Principles of special surface electric field filtering in magnetotellurics: Electromagnetic array profiling (EMAP). *Geophysics*. 57(4): 603-622.
- Bostick, F.X. (1977). A simple almost exact method of magnetotelluric analysis. In: Ward, S. (ed.). *Workshop on Electrical Methods in Geothermal Exploration*. United States Geological Survey. 174-183.
- Cagniard, L. (1953). Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting. *Geophysics*. 18: 605-635.
- Cantwell, T. (1960). Detection and analysis of low frequency magnetotelluric signals. Mass. Inst. of Tech. Ph. D. Thesis: 170.
- Chave, A. D., J. T. Smith. (1994). On electric and magnetic galvanic distortion tensor decompositions. *J. Geophys*. 99: 4669-4682.
- Esparza, F.J., Gómez-Treviño, E. (1996). Implications of spacial filtering on the resolving power of magnetotelluric data. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 99: 113-119.
- Frez C. J. (2012). Documento de circulación restringida. CICESE. Ensenada B. C. México.
- García, R.J.M., Villasuso, R., Ayora, C., Canals, A., Otálora, F. (2007). Formación de megacrystales naturales de yeso en Naica, México. *Boletín de la Sociedad Geológica Mexicana*. 59(1):63-70.

- Gómez-Treviño, E. (1996). Approximate depth averages of electrical conductivity from surface magnetotelluric data. *Geophysical Journal International*. 127:762-772.
- Gómez-Treviño, E., Romo J., Esparza, F. (2013-a). Invariant TE-like and TM-like magnetotelluric responses. *Geophysical Journal International*. Artículo recientemente aceptado.
- Groom, R.W., Bailey, R. (1989). Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of three-dimensional galvanic distortion. *J. Geophys.* 94: 1913-1926.
- He, Z., Hu, Z., Luo, W., Wang, C. (2010). Mapping reservoirs based on resistivity and induced polarization derived from continuous 3D magnetotelluric profiling: Case study from Qaidam basin, China. *Society of Exploration Geophysicists*. 75(1): B25-B33. Recuperado de <http://library.seg.org>.
- Jiracek, G. R. (1990). Near-surface and topographic distortions in electromagnetic induction. *Surveys in Geophysics*. 11: 163-203.
- Li, J., He, L., Hu, X., Xu, L., Wang, X., Lei X., Wei, D., (2011-a). Karst cavity mapping using CSAMT: A case history of tunnel investigation in China. *The Society of Exploration Geophysicists and the Chinese Geophysical Society. GEM Beijing: International Workshop on Gravity, Electrical & Magnetic and Their Applications Beijing, China*. 10-13. Recuperado de <http://library.seg.org>
- Li, J., Xu, Y. (2011-b). Comparisons of the Magnetotelluric experimental results by Multi-site remote reference and Multi-site superposition. *The Society of Exploration Geophysicists and the Chinese Geophysical Society. GEM Beijing: International Workshop on Gravity, Electrical & Magnetic and Their Applications Beijing, China*. 10-13. Recuperado de <http://library.seg.org>
- Mackie, R. L., Rieven, S., Rodi, W. (1997). User's manual and software documentation for two-dimensional inversion of magnetotelluric data. 14.
- Marín, H. R., Vogel, G.F., Echegoyén, G.R. (2006). Las megaselenitas del distrito minero de Naica, Chihuahua, una ocurrencia mineralógica anómala. *Boletín de Mineralogía*. 17:139-148.
- Nava, P. A. (2002). *Procesamiento de series de tiempo*. Fondo de Cultura Económica. México. CICESE.
- Niblett, E.R., Sayn-Wittgenstein, C. (1960). Variation of electrical conductivity with depth by the magnetotelluric method. *Geophysics*. 25: 998-1008.

- Rodi, W., Mackie, R. L. (2001). Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion. *Geophysics*. 66 (1):174-187.
- Rodríguez, J., Esparza, F.J., Gómez-Treviño, E. (2010). 2-D Niblett-Bostick magnetotelluric inversion. *Geological Acta*. 8(1): 15-31.
- Romo, J., Gómez-Treviño, E., Esparza F. (2005). Series and parallel transformation of the magnetotelluric impedance tensor: theory and applications. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 150: 63-83.
- Romo Jones, José Manuel. (2007). Introducción al método magnetotelúrico. Documento de circulación restringida. CICESE. Ensenada B. C. México.
- Romo Jones, José Manuel. (2010). Análisis de Series de Tiempo. Documento de circulación restringida. CICESE. Ensenada B. C. México.
- Simpson, F., Bahr, K. (2005). *Practical magnetotellurics*. Cambridge University Press. Cambridge. p 254.
- Tikhonov, A.N. (1950). On determining electrical characteristics of the Dep. Layers of the earth's crust. En: Vozoff, K. (ed.), *magnetotelluric methods*. *Geophys. Soc. Expl. Geophys.* 5: 2-3.
- Torres-Verdín, C. (1989) Simulation of EMAP Responses in Three-Dimensional Environments. SEG. EM 2.5. Recuperado de <http://segdl.org/189.222.197.40>
- Torres-Verdín, C., Bostick, F.X.J. Properties of EMAP in two-Dimensional Environments. SEG. EM 2.6. Recuperado de <http://segdl.org/189.222.227.189>
- Swift, C. M. J. (1967). A magnetotelluric investigation of an electrical conductivity anomaly in the southwestern United States. Department of Geology and Geophysics. Massachusetts, Mass. Inst. of Tech. Ph.D: 221.

Apéndice A.

Algoritmos para el proceso EMAP
(Lenguaje de programación Matlab)

```

% Programa ediwglk2perfil.m
% Lee archivos *wglk.edi(puede leer uno o varios sitios a la vez)
% Escribe un archivo *.....
% Nota: requiere que funcion lee_wkedi.m se encuentre en la trayectoria
% J.M. Romo, octubre 2011
% Modificado por A. Sánchez, noviembre 2011
%-----

% lee todos los archivos *wglk.edi seleccionados en una carpeta
display(' Selecciona todos los archivos EDI de una linea (exportados por WingLink)')
[filename,path] = uigetfile('*wglk.edi','Lee archivos EDI exportados de WingLink','MultiSelect', 'on');
filename = cellstr(filename);
nfiles = length(filename);
display(strcat(sprintf('%d archivos leidos en: \n ..',nfiles),path));
% lee datos de cada estacion
for k=1:nfiles
    finp = fopen(strcat(path,filename{k}));
    [SECTID,datmat,posi] = lee_wkedi(finp);
    fclose(finp);
    [p,name,e]=fileparts(filename{k});
    finp = fopen(strcat(path,name,'.fed'));
    feds = fscanf(finp,'%d');
    fclose(finp);
    sitid(k) = SECTID;
    posi(k,:) = posi;
    sitio(k) =
    struct('freq',datmat(~feds,1),'Zxx',datmat(~feds,2),'zxxvar',datmat(~feds,3),'Zxy',datmat(~feds,4),'zxyvar',datmat(~feds,5),'Zyx
    ',datmat(~feds,6),'zyxvay',datmat(~feds,7),'Zyy',datmat(~feds,8), 'zyyvar',datmat(~feds,9),'Zrot',datmat(~feds,10));
end

% arregla sitios en orden ascendente según su identificación
[S,I]=sort(sitid);
ro = pos(I(1,:),:); yo = ro(1); xo = ro(2);
y = pos(:,1); x = pos(:,2);
r = sqrt((x-xo).^2 + (y-yo).^2);
mu = 4.*pi*1.e-7;
nfiles = length(I); cont=0; s=1;

%Guardando elevaciones (msnm)
dd = importdata('Ubicación_Puntos.txt','t',2);%llamando los datos
datos = dd.data;
id = datos(:,7);
%d=datos(~isnan(id),1); %puntos
elev=datos(~isnan(id),4); %elevación; save sitios sitio r sitid elev

```

```

%Proceso de filtraje EMAP usando ventana de Hanning
%Febrero 2013
%-----
clear all
load sitios
[S,I]=sort(sitid); % ordena según sitid (posición horizontal)

% las impedancias estan en unidades de campo (mV/(km nT)), aquí se convierten a Ohms
fact = (4*pi*1.e-4);

nfiles = length(sitid);
ff = []; pp = [];
zxx = []; zxxvar = [];
zxy = []; zxyvar = [];
zyx = []; zyxvar = [];
zyy = []; zyyvar = [];

% ordena datos de todos los sitios en una lista (x,y,z)
for k=1:nfiles
    omega = 2*pi*sitio(I(k)).freq;
    ff = [ff;sitio(I(k)).freq];
    zxx = [zxx;sitio(I(k)).Zxx];
    zxxvar = [zxxvar;sitio(I(k)).zxxvar];
    zxy = [zxy;sitio(I(k)).Zxy];
    zxyvar = [zxyvar;sitio(I(k)).zxyvar];
    zyx = [zyx;sitio(I(k)).Zyx];
    zyxvar = [zyxvar;sitio(I(k)).zyxvar];
    zyy = [zyy;sitio(I(k)).Zyy];
    zyyvar = [zyyvar;sitio(I(k)).zyyvar];
    pos(k) = r(I(k));
    pp = [pp;pos(k)*ones(length(omega),1)];
end

% construye vector de frecuencias y distancias interpoladas c/ 50 m
f = ff;
ff = unique(sort(ff));
xint = pos(1):50:pos(nfiles)+100;
mu = 4.*pi*1.e-7;% permeabilidad magnética (henry/m)
dx = xint(2)-xint(1);
nf = length(ff);
nx = length(xint);

%inicializa arreglos de trabajo
zabs = nan(nf,nx); zabs_error= nan(nf,nx);

```

```

Zp1 = nan(nf,nx); Zp1_error= nan(nf,nx);
rhoprom = nan(nf,nx); rhoprom_error = nan(nf,nx); ele = nan(nf,nx);

% factor para la longitud de ventana L = c*Z_bostik
c = ones(1,nf)*2.5; c(nf-5:nf-3)= 5; c(nf-2:nf)=10;

for kf=(nf):-1:1 % toma los valores de al impedancia para una sola frecuencia
    omega = 2*pi.*ff(kf);
    Zabs = interp1(pp(f==ff(kf)),abs(zyx(f==ff(kf))),xint,'linear'); % interpola el abs de zxy(y su error) cada xint (50 m)
    Zabs = Zabs*fact;
    Zabs_error = interp1(pp(f==ff(kf)),sqrt(zyxvar(f==ff(kf))),xint,'linear');
    Zabs_error = Zabs_error*fact;

    % inicia con una ventana de 9 puntos en la posición 5
    nL1 = 9;
    kp = 5;
    while kp + (nL1-1)/2 < nx
        Z = Zabs(kp -((nL1-1)/2):kp+(nL1-1)/2).'; % toma un segmento de datos, con sus respectivos errores
        Z_error = Zabs_error(kp -((nL1-1)/2):kp+(nL1-1)/2).';
        nZ = length(Z(~isnan(Z)));
        if nZ > 1
            Zp = sum(Z(~isnan(Z)).*hann(nZ))/((nZ-1)/2);
            Zp_error = sqrt(sum(Z_error(~isnan(Z_error)).^2))/nZ;
        elseif nZ == 1
            Zp = Z(~isnan(Z));
            Zp_error = Z_error(~isnan(Z_error));
        else
            break
        end
        L = c(kf)*(Zp/(omega*mu)); %Cálculo de la longitud de la ventana L
        nL1 = fix(L/dx);
        nL1 = 2*fix(nL1/2) + 1; % número impar
        nL2 = 0;

        while kp <= (nL1-1)/2 % asegura limite por la izquierda
            kp = kp+1;
        end
        noscil = 0;
        while abs(nL1-nL2)>2 && noscil<5 % evita oscilaciones
            if kp + (nL1-1)/2 > nx,
                break,
            end
            noscil = noscil+1;
    end
end

```

```

Z = Zabs(kp - ((nL1-1)/2):kp+(nL1-1)/2);
Z_error = Zabs_error(kp - ((nL1-1)/2):kp+(nL1-1)/2);
nZ = length(Z(~isnan(Z)));
if nZ > 1
    Zp = sum(Z(~isnan(Z)).*hann(nZ))/((nZ-1)/2);
    Zp_error = sqrt(sum(Z_error(~isnan(Z_error)).^2)/nZ);
elseif nZ == 1
    Zp = Z(~isnan(Z));
    Zp_error = Z_error(~isnan(Z_error));
else
    break
end

nL2 = nL1;
L = c(kf)*(Zp/(omega*mu));
nL1 = fix(L/dx);
nL1 = 2*fix(nL1/2) + 1;

while kp <= (nL1-1)/2 % asegura limite por la izquierda (se genera hueco)
    kp = kp+1;
end
end
if kp + (nL1-1)/2 > nx,
    break,
end

Zp1(kf,kp) = Zp;
Zp1_error(kf,kp) = Zp_error;
ele(kf,kp) = length(Z);
% calcula rho aparente promedio y error en rho aparente
rhoprom(kf,kp) = (1./(omega*mu)).*Zp.^2;
rhoprom_error(kf,kp) = (2./(omega*mu)).*Zp.*Zp_error;
kp = kp+1;
end
zabs(kf,:) = Zabs;
zabs_error(kf,:) = Zabs_error;
end
omeg = 2*pi*ff*ones(1,nx);
posx = ones(nf,1)*xint;

% posicion del sitio inicial (pos(1)=0)
p0 = pos(1)+ sitid(l(1));

% Resistividad para datos interpolados antes de EMAP

```

```

rhoyx = (1./(omeg*mu)).*zabs.^2;
[X,Y]=meshgrid(xint,ff);

% Figuras
Grafica datos sin EMAP
Figure ('position',[40,270,1190,400])
pcolor((X+p0)/1000,log10(Y),log10(rhoyx))
shading flat
hold on
plot((pos+p0)/1000,log10(Y(nf,1)), 'vr')
title('Resistividad Aparente sin procesar','FontWeight','demi','FontSize',9, 'FontName','Arial Unicode MS');
caxis([0,4])
xlabel('Distancia(km)','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
ylabel('log10(Frec (Hz))','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
colormap(jet); colormap(flipud(jet)); hclb = colorbar;
set(hclb,'ytick',[0,1,2,3,4],'yticklabel',{1,10,100,1000,10000});
axes(hclb); htbarra = title(sprintf('Rho Aparente \n (Ohm-m)'));

%Grafica resultados EMAP
figure ('position',[40,270,1190,400])
pcolor((X+p0)/1000,log10(Y),log10(rhoprom))
shading flat; hold on
plot((pos+p0)/1000,log10(Y(nf,1)), 'vr')
title('Sección procesada: Resistividad Aparente','FontWeight','demi','FontSize',9, 'FontName','Arial Unicode MS');
caxis([0,4]);
xlabel('Distancia(km)','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
ylabel('log10(Frec (Hz))','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
colormap(jet); colormap(flipud(jet)); hclb = colorbar;
set(hclb,'ytick',[0,1,2,3,4],'yticklabel',{1,10,100,1000,10000});
axes(hclb); htbarra = title(sprintf('Rho Aparente \n (Ohm-m)'));

% Grafica porcentaje de error en rhoprom
rhop_er = 100*rhoprom_error./rhoprom;
figure ('position',[40,270,1190,400])
pcolor((X+p0)/1000,log10(Y),log10(rhop_er))
shading flat; hold on
plot((pos+p0)/1000,log10(Y(nf,1)), 'vr')
title('Sección procesada: error en Resistividad Aparente','FontWeight','demi','FontSize',9, 'FontName','Arial Unicode MS');
caxis([-0.5,1.5])
xlabel('Distancia(km)','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
ylabel('log10(Frec (Hz))','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
colormap(jet); colormap(flipud(jet)); hclb = colorbar;
set(hclb,'ytick',[-0.5,0,0.5,1.0,1.5],'yticklabel',{0.30,1,3,10,30});
axes(hclb); htbarra = title(sprintf('%'));

```

```

% Transformando frecuencia a profundidad
elevi = interp1(pos,elev,xint,'linear'); %interpola elevaciones en cada xint

%Obtiene imagen en profundidad usando algoritmo de Gomez-Treviño et. al
for h=1:nx
    T = flipud(1./ff);
    rhopr = flipud(rhoprom(:,h));
    rhopr_error = flipud(rhoprom_error(:,h));
    delz = 5;
    [sigmaprom,sigmaprom_var,zini,zfin,zprom] = gomezT(T,rhopr,rhopr_error, delz);
    zgomez(:,h) = zprom';
    zgomezini(:,h) = zini';
    zgomezfin(:,h) = zfin';
    sigmagomez(:,h) = sigmaprom';
    sigmagomez_var(:,h) = sigmaprom_var';
end

%Elimina conductividades negativas y profundidades decrecientes (causadas por pendientes >45 en los datos)
zg = nan(size(zgomez));
sg = nan(size(zgomez));
sgvar = nan(size(zgomez));
for j= 1:length(xint)
    z = zgomez(:,j);
    s = sigmagomez(:,j);
    svar = sigmagomez_var(:,j);

    kk=find(diff(z)<0);
    z(kk+1)= NaN;
    s(kk+1)= NaN;
    svar(kk+1)= NaN;

    hh = find(s<0);
    z(hh)= NaN;
    s(hh)= NaN;
    svar(kk+1)= NaN;

    z = z(~isnan(z));
    s = s(~isnan(s));
    svar = svar(~isnan(svar));

    if ~isempty(z)
        zg(1:length(z),j) = z;
        sg(1:length(s),j) = s;
        sgvar(1:length(svar),j) = svar;
    end
end

```

```

end
end

%Grafica Distancia vs Profundidad
figure ('position',[40,270,1190,400])
plot((xint+p0),elevi,'k','LineWidth',1)
hold on; plot(pos+p0,elev+10,'vr')
zgg = ones(length(zprom),1)*elevi-zg;
rhogg = 1./sg;
pcolor(X(1:length(zprom),:)+p0,zgg,log10(rhogg))
%plot(X(1:length(zprom),:)+p0,zgg,'k.') % puntos en profundidad
shading flat; %shading interp
axis equal
xlim([floor((xint(1)+p0)/1000),ceil((xint(length(xint))+p0)/1000)]*1000);
xlabel('Distancia (m)','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
ylabel('Elevación (msnm)','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
title(strcat('Sección procesada: Resistividad del subsuelo,' (\DeltaT = ',num2str(delz),')'));
caxis([0,4]);
colormap(jet); colormap(flipud(jet)); hclb=colorbar;
set(hclb,'ytick',[0,1,2,3,4],'yticklabel',{1,10,100,1000,10000});
axes(hclb); % lval=get(hclb,'yticklabel');
% set(hclb,'ytickmode','manual','yticklabel',round(10.^(str2num(lval)+1))./10,'tickdir','out','fontsize',9);
htbarra = title(sprintf('Resistividad ln (Ohm-m)'));

%Grafica errores en resistividad del subsuelo
figure ('position',[40,270,1190,400])
plot((xint+p0),elevi,'k','LineWidth',1)
hold on; plot(pos+p0,elev+10,'vr')
error_rho = sqrt(sgvar).*rhogg*100; % error relativo delta(rho)/rho en porciento
pcolor(X(1:length(zprom),:)+p0,zgg,log10(error_rho))
shading flat; %shading interp
axis equal
xlim([floor((xint(1)+p0)/1000),ceil((xint(length(xint))+p0)/1000)]*1000);
xlabel('Distancia (m)','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
ylabel('Elevación (msnm)','FontWeight','demi','FontSize',9,'FontName','Arial Unicode MS')
title(strcat('Porcentaje de error en la Resistividad del subsuelo,' (\DeltaT = ',num2str(delz),')'));
caxis([-0.5,1.5]); colormap(jet); colormap(flipud(jet)); hclb=colorbar;
set(hclb,'ytick',[-0.5,0,0.5,1.0,1.5],'yticklabel',[0.3,1,3,10,30]);
axes(hclb); % lval=get(hclb,'yticklabel');
% set(hclb,'ytickmode','manual','yticklabel',round(10.^(str2num(lval)+1))./10,'tickdir','out','fontsize',9);
htbarra = title(sprintf('%%'));

```

```
%Función "GómezT" para realizar la transformada de Frecuencia a %profundidad de acuerdo a las ecuaciones de Gómez-
%Treviño, 1996
%A. Sánchez. 2012
%-----
```

```
function [sigmaprom,sigmaprom_var,zini,zfin,zprom] = gomezT(T, rhoa, rhoa_error, delz)
sigmaa = 1./rhoa;%promedios de conductividad (S/m)
%varsigma = (rhoa_error./rhoa.^2).^2;
%sigmaa = sigmaa(~isinf(sigmaa)); % elimina inf de las sigmas
%T = T(~isinf(sigmaa));
mu = 4.*pi*1.e-7;%henry/m
sigmaprom = []; sigmaprom_var = [];
zini = []; zfin = []; zprom = [];

for n = 1:length(sigmaa)-delz
    X = sqrt(T(n)/T(n+(delz-1)));
    Y = sqrt(sigmaa(n)/sigmaa(n+(delz-1)));
    z1 = sqrt(T(n)/(2*pi*mu*sigmaa(n)));
    z2 = sqrt(T(n+(delz-1))/(2*pi*mu*sigmaa(n+(delz-1))));
    sigmap = sqrt(sigmaa(n+(delz-1))*sigmaa(n)*((1-(X*Y))/(Y-X)));
    sigmap_var = ((1/2*Y^2*((2*X^2-X*Y^2-1-X*Y)/(1-X*Y^2-1)^2))^2*((rhoa_error(n)/rhoa(n)^2).^2))+((1/2*((2-X*Y^2-1-
X*Y^2-1)^2))*((rhoa_error(n+(delz-1))/rhoa(n+(delz-1))^2).^2));

%Para transformación Niblett-Bostick (delz=1):
% X = sqrt(T(n)/T(n+delz));
% Y = sqrt(sigmaa(n)/sigmaa(n+delz));
% z1 = sqrt(T(n)/(2*pi*mu*sigmaa(n)));
% z2 = sqrt(T(n+delz)/(2*pi*mu*sigmaa(n+delz)));
% sigmap = sqrt(sigmaa(n+delz)*sigmaa(n)*((1-(X*Y))/(Y-X)));
% sigmap_err = ((1/2*Y^2*((2*X^2-X*Y^2-1-X*Y)/(1-X*Y^2-1)^2))^2*((rhoa_error(n)/rhoa(n)^2).^2))+((1/2*((2-X*Y^2-1-
%X*Y)/(1-X*Y^2-1)^2))*((rhoa_error(n+delz)/rhoa(n+delz)^2).^2));

    sigmaprom = [sigmaprom,sigmap];
    sigmaprom_var = [sigmaprom_var,sigmap_var];
    zini = [zini,z1]; zfin = [zfin,z2]; zprom = [zprom,(z1+z2)/2];
end
```