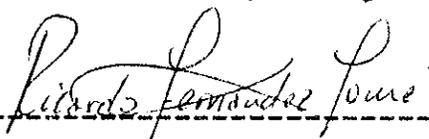


RESUMEN de la tesis de Jaime Herrera Barrientos, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS EN GEOFISICA con opción en GEOFISICA DE EXPLORACION. Ensenada, Baja California, México. Abril de 1988.

Corrección gravimétrica del terreno
usando campanas gaussianas.

Resumen aprobado por: -----



Dr. Ricardo Fernández tomé
Director de Tesis

Se han desarrollado tres métodos computacionales para realizar la corrección gravimétrica del terreno para trabajos a escala de detalle y regionales en los que no se tome en cuenta la curvatura de la tierra, a partir de un plano topográfico del área a corregir. Dicho plano es discretizado en forma de una malla regular de tal manera que los valores de elevación del plano topográfico son expresados como una combinación lineal de

gaussianas de igual variancia y media diferente. Se usa la función de Densidad Normal como tentativa de tomar en cuenta en el modelado de la superficie topográfica los procesos físicos que rigen la distribución de los materiales en la superficie.

En el desarrollo del método computacional se han implementado 3 algoritmos. Esta implementación ha conducido al cálculo de la Inversa de la matriz proveniente del desarrollo de Gaussianas. Esta se ha resuelto numéricamente mediante un algoritmo eficiente (Descomposición de Choleski).

Se comprobó mediante experimentos numéricos el funcionamiento de los algoritmos desarrollados. Esto dió lugar a comprobar que la solución entregada por el método (11.3.1), que consiste en discretizar el terreno en prismas circulares (sectores de anillos circulares) de cima y base plana, es el más eficiente con un nivel de error aceptable respecto a los otros dos métodos (11.3.2 y 11.3.3), que consisten en la Integración numérica (método de Simpson) del efecto gravimétrico del volúmen existente entre la superficie multigaussiana y el plano de Bouguer a consecuencia del proceso computacional de la estimación del mencionado error.

Para aplicar los métodos desarrollados se requiere tener un previo conocimiento de la densidad del terreno a corregir, la cual se considera constante. Además se debe

asignar una variancia a las diversas gaussianas que constituyen el modelo del terreno. En este trabajo no se ha obtenido un criterio único respecto a que valor considerar, sin embargo, se ha asignado un valor adecuado partiendo de un criterio lógico de interpolación y se ha hecho un análisis de la condición de la matriz proveniente del desarrollo de Gaussianas para diferentes variancias, resultando ser computacionalmente adecuado el seleccionado.

Se ha dado una aplicación del método 11.3.1 para un área previamente corregida mediante el método "manual" de plantilla de Hammer existiendo una buena concordancia entre ambos.

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA.

DIVISION DE CIENCIAS DE LA TIERRA
DEPARTAMENTO DE GEOFISICA DE EXPLORACION

CORRECCION GRAVIMETRICA DEL TERRENO
USANDO CAMPANAS GAUSSIANAS.

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para
obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

JAIME HERRERA BARRIENTOS

Ensenada, Baja California, Abril de 1988.

TESIS APROBADA PARA SU DEFENSA POR:

Ricardo Fernández Tomé

Dr. Ricardo Fernández Tomé, Director del Comité

M. Martínez G.

Dr. Mario Martínez García, Miembro del Comité

E. Gómez

Dr. Enrique Gómez Treviño, Miembro del Comité

C. Flores

Dr. Carlos Flores Luna, Miembro del Comité

Silvio

M.C. Silvio Guido Lorenzo Marinone Moschetto, Miembro del Comité

M. Martínez G.

Dr. Mario Martínez García, Jefe del Departamento de Geofísica de Exploración

(Suárez Vidal)

M.C. Francisco Suárez Vidal, Director de la División de Ciencias de la Tierra

C. Nava B.

M.C. Cuauhtémoc Nava Button, Director Académico

Tesis presentada en Abril 29, 1988

DEDICATORIA

A mis padres y hermanos.

Con todo cariño para
Miguel Angel Herrera B.

AGRADECIMIENTOS

AL Dr. Ricardo Fernández T. por su dirección en este trabajo.

A Blanca Escareño y Edipson Pastrana V. por su ayuda en la escritura y dibujos.

A todos los miembros del comité de tesis por sus comentarios y correcciones al manuscrito.

A todos mis profesores, compañeros y amigos.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología

CONTENIDO

	<u>Página</u>	
I	INTRODUCCION	1
II	DESCRIPCION DEL METODO	8
	II.1 Introducción	8
	II.2 Corrección por Topografía	10
	II.3 Método	14
	II.3.1 Primer Método	14
	II.3.2 Segundo Método	26
	II.3.3 Tercer método	28
III	EXPERIMENTOS NUMERICOS	30
	III.1 Introducción	30
	III.2 Aspectos computacionales	33
	III.3 Descomposición de valores singulares	33
	III.4 Ecuación de la topografía	36
	III.5 Efecto gravimétrico cerca de la estación	39
	III.6 Características del patrón de discretización	40
	III.7 Exactitud de los métodos	42
	III.7.1 Método II.3.1	42
	III.7.2 Método II.3.2	47

Continuación Contenido

	<u>Página</u>
III.7.3 Método 11.3.3	56
III.8 Características adicionales de los métodos de corrección	58
IV APLICACION DEL METODO	61
IV.1 Corrección topográfica en la porción norte del sistema de fallas San Miguel	61
IV.1.1 Corrección usando Gaussianas	64
IV.2 Comparación entre plantilla de Hammer y Superficie multigaussiana para ejemplo de campo	76
V CONCLUSIONES	79
LITERATURA CITADA	83
ANEXO	87

LISTA DE FIGURAS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1. Distribución normal y proceso de Interpolación. (a) Anatomía de una distribución normal, (b) Par de distribuciones normales, cuya superposición (no indicada) pasa por los puntos A y B. (tomado de Revista del Instituto Mexicano del Petróleo (15): 13,15, 1982).	11
2. Aspectos de la distribución normal. (a) Distribuciones normales con media fija (b) Distribuciones normales con desviación estándar fija.	12
3. Corrección de Bouguer y efectos gravitacionales residuales debido a las ondulaciones del terreno (adaptado de Hammer, 1939).	13
4. Modelo digital del terreno	16
5. Arreglo matricial del modelo digital del terreno.	17
6. Patrón elemental de discretización del terreno (adaptado de Krohn, 1976).	19
7. Determinación de Zo suponiendo que la topografía varía linealmente entre cuadrados adyacentes del modelo del terreno (tomado de Kane, 1962).	20
8. Interpolación usando distribuciones normales.	23
9. Patrón usado en el cálculo de la corrección por terreno.	24
10. División de un anillo en compartimientos "cuadrados".	25
11. Estación en el vértice de un cono.	32
12. Diagrama de flujo de algoritmos desarrollados.	34
13. Descomposición en valores característicos de la	

<u>Figura</u>	Continuación lista de Figuras	<u>Página</u>
	matriz A, proveniente del desarrollo de gaussianas para diferentes valores de D.	38
14.	Error en corrección por terreno usando campanas gaussianas como una función de la inclinación de un cono. Método 11.3.1 (a) Error para región No. 1 (0 a 4 U.M). (b) Error para región No. 2 (4 a 12 U.M). (c) Error para región No. 3 (12 a 20 U.M). (d) Error total.	48
15.	Discrepancia entre función triángulo y gaussiana.	49
16.	Error en método aproximado de corrección por terreno usando campanas gaussianas como una función de la inclinación de un cono. (a) Error para región No 1. (b) Error para región No 2. (c) Error para región No. 3. (d) Error total.	54
17.	Error promedio de la aproximación entre G_a y G_v contra el ángulo de inclinación de un cono para las 3 regiones. (a) Error para la primera región. (b) Error para la segunda región. (c) Error para la tercera región. (d) Error total.	55
18.	Error total en método 11.3.3 como una función del ángulo de inclinación de un cono.	57
19.	Localización de área de estudio gravimétrico.	62
20.	Ubicación de estaciones gravimétricas en área de estudio gravimétrico.	63
21.	Ubicación de área a corregir por topografía.	66
22.	Configuración del plano topográfico a corregir por topografía.	67
23.	Similitud entre el plano de contornos topográficos y el obtenido mediante la superposición de gaussianas.	69
24.	Ubicación de estaciones hipotéticas a realizar corrección por topografía.	70
25.	Plano de corrección por topografía para estaciones hipotéticas.	71
26.	Configuración del plano topográfico del área de estudio gravimétrico.	72
27.	Plano de corrección topográfica del área de	

LISTA DE TABLAS

<u>Tabla</u>	<u>Página</u>
I. Comparación de corrección por terreno entre el método "manual" de Plantilla de Hammer y usando Gaussianas para ejemplo de campo	78

CORRECCION GRAVIMETRICA DEL TERRENO

USANDO CAMPANAS GAUSSIANAS

I INTRODUCCION

En la prospección gravimétrica es necesario que las mediciones de la componente vertical de la gravedad estén referidas a una misma latitud y nivel de referencia (geoide o superficie paralela a éste) para lo cual deberán efectuarse las siguientes correcciones: latitud, elevación y masa existente entre las estaciones y el mencionado nivel. A este proceso se le conoce como reducción de datos, y es necesario para la obtención de la Anomalia de Bouguer que es atribuible a las variaciones de la densidad abajo del nivel de referencia. La anomalía de Bouguer es la diferencia entre la gravedad observada reducida al nivel de referencia menos la gravedad teórica dada por el esferoide normal.

Las correcciones relacionadas al efecto de masa entre el nivel de referencia y las estaciones reciben el nombre de Bouguer y topografía. La corrección por topografía constituye uno de los problemas más tediosos en la etapa de reducción de datos, también conocida como corrección por rugosidad. Esta corrección consiste en calcular la componente vertical de la

gravidad producido por valles y lomas, que se encuentran por debajo y encima de un plano horizontal de referencia que pasa por la posición de una estación gravimétrica (plano de Bouguer).

En esta tesis, el problema de corrección por topografía es investigado, utilizando funciones de densidad normal (gaussianas) como tentativa de tomar en cuenta los procesos que rigen la configuración del relieve topográfico ya que éste debe ser el primer paso en el proceso de modelaje de la superficie del terreno. La distribución de accidentes topográficos que denotan la forma del relieve topográfico son consecuencia de una gran cantidad de factores; por ejemplo: Intemperismo (físico, químico y biológico), movimiento de masas, la gravedad, movimientos internos de la tierra y agentes exteriores a la tierra. Analizando cada uno de ellos podríamos obtener un gran número de factores, tales como el tamaño del grano, acidez del agua, composición mineralógica de la roca, forma de la roca, fricción, temperatura, etc., donde este gran número de variables aleatorias vienen a contribuir en la configuración de los diversos rasgos topográficos del terreno. Dichas variables presentan en la mayoría de los casos fuerte independencia que se presenta en el transcurso de millones de años mediante una serie de episodios geológicos enmarcados en movimientos orogénicos y epirogénicos que denotan la forma del relieve actual. En muchas situaciones la forma del relieve

topográfico no es netamente dominante por una variable aleatoria. Entonces como lo establece el teorema del límite central, cada uno de los diversos accidentes tenderá a la configuración de una Gaussiana tal como sucede en el proceso de dejar caer un puñado de granos de arena, que tenderán a distribuirse siguiendo la anatomía de una Gaussiana. Bajo este razonamiento cualitativo o semicualitativo, la superficie topográfica estará dada por la superposición de gaussianas.

El objetivo de esta tesis es entonces elaborar un método computacional que realice la corrección por terreno, modelando la topografía mediante un conjunto de curvas Gaussianas y posteriormente pasar a un esquema de integración numérica del cálculo del efecto gravimétrico del volumen existente entre la superficie multigaussiana y el plano de Bouguer de dicha superficie topográfica. Se elaboraron 3 algoritmos los cuales fueron probados con datos sintéticos y uno con reales, además de haberlo comparado con el método tradicional de Plantilla de Hammer (Hammer, 1939).

Cada uno de los métodos ha sido bautizado mediante nombres numéricos tales como: 11.3.1, 11.3.2, 11.3.3. En todos ellos se utiliza la expresión analítica de la topografía del terreno, la cual ha sido obtenida mediante modelaje con funciones gaussianas y se le ha llamado superficie

multigaussiana.

El método 11.3.1 consiste en obtener la altura promedio de prismas en los que ha sido discretizada la superficie multigaussiana, posteriormente se ha calculado el efecto gravimétrico de éstos, cuya suma representa la solución al problema investigado.

El método 11.3.2 es una forma aproximada de solución al problema propuesto. La superficie multigaussiana es dividida en prismas cuya masa se concentra en su centro de gravedad, además, se ha utilizado un esquema de integración bidimensional de Simpson con objeto de resolver el problema de corrección por topografía.

El método 11.3.3 es una combinación de Integración analítica y numérica en el cálculo de la componente vertical de la gravedad del volumen contenido entre el plano de Bouguer y un punto a corregir. Este método en la actualidad es objeto de investigación por el autor. Sin embargo, se presenta su aplicación a el mismo caso teórico que los métodos 11.3.1 y 11.3.2.

Varios autores han propuesto distintos métodos para llevar a cabo la corrección topográfica, de tal manera que para 1982 existían no menos de 35 trabajos relacionados al tema,

cada uno con diversos tonos de originalidad. Entre los trabajos más antiguos se tiene el de plantilla de Hayford-Bowie (1912), quienes propusieron un método de cálculo del efecto gravimétrico del terreno, dividiendo éste en un conjunto de anillos circulares concéntricos de gran amplitud, así como la sub-división de estos anillos en prismas. Estos prismas eran grandes ya que la escala de los trabajos realizados así se los permitía (geodésicos e isostáticos), teniendo exactitud de un milígal. Con el advenimiento de los gravímetros y la aplicación de métodos gravimétricos de prospección geofísica para trabajos de carácter más local, fue necesario el desarrollar métodos de cálculo más exactos. Hammer (1939) hace una extensión del trabajo de Hayford-Bowie dándole más peso a las zonas más próximas a la estación gravimétrica, según su experiencia ganada en este tipo de trabajos. La extensión consiste en subdividir el terreno en un conjunto de prismas más pequeños a los usados por Hayford-Bowie, y el publicar su conocida plantilla de Hammer, la cual se acompaña de las tablas asociadas al efecto gravimétrico de prismas circulares (sector de una corona circular) de cima y base plana.

Con la llegada de la era computacional, se han originado un gran número de métodos numéricos para estimar el efecto gravimétrico del terreno, utilizando diversos esquemas de cálculo. La mayoría de los trabajos computacionales relacionados al tema calculan el efecto gravimétrico del

terreno discretizándolo en prismas de diversas formas, tales como rectos o circulares tanto de cima cónica como plana.

Kane (1962), utiliza una plantilla similar a la de Hammer con la diferencia de que el modelo de éste es en forma de rejilla. Elevaciones promedio son estimadas para los compartimientos y a su vez referidas a tablas apropiadas o calculadas directamente en la computadora. El efecto gravimétrico del terreno de la porción más próxima a la estación es realizado utilizando prismas con pendiente.

Sandberg (1958), presenta tablas de cálculo del efecto gravimétrico de un plano inclinado.

Oliver y Simard (1981), proponen un método para obtener el efecto gravimétrico de un prisma circular, con pendiente en la parte superior como una buena fórmula de cálculo, ya que ésta presenta más simplicidad en las estimaciones numéricas que la de un prisma de ángulo recto, lados paralelos y base plana, involucrando en su cálculo 24 términos, tal como lo indica Dezso (1966).

Además de los métodos que discretizan el terreno directamente en prismas con pendiente o planos (Sandberg (1958), Kane (1962), Ketelaar (1976), Oliver (1981), etc.) existe el método de Krohn (1976), quien utiliza la técnica de

Hardy (1971) al expresar la topografía en términos de superficies cónicas y obtiene una ecuación del terreno.

Granser(1987) expresa la topografía en términos de desarrollos polinomiales y utiliza métodos de Integración numérica como el de Gauss-Legendre. El autor se encuentra con situaciones en las cuales, a medida que se aumenta el grado del polinomio, la superficie resultante es oscilante y no se apega a la naturaleza del relieve topográfico.

Plouff (1977), desarrolla un algoritmo computacional para obtener la corrección a distancias hasta de 167 km de la estación gravimétrica. Este programa, incluye diversos cambios de su versión original de 1966, incluyendo el cálculo en la región más cercana a la estación gravimétrica utilizando el método de Oliver (1981), además de usar un esquema de coordenadas geográficas considerando la curvatura de la tierra. Para áreas de dimensiones de 15 minutos cuadrados, divide el terreno en compartimientos de un minuto; en cambio, para regiones de 1 por 2 grados discretiza el área en compartimientos de 3 minutos

Estos son algunos de los trabajos más notables en la actualidad. En éstos se aprecian aspectos claros en cuanto a escala y objetivos, situación que también se manifiesta en el presente trabajo.

II DESCRIPCION DEL METODO

II.1 Introducción.

Para resolver el problema de corrección se utiliza una superficie matemática ajustada bajo ciertos criterios a un conjunto de valores puntuales de elevación del terreno, de manera que tengamos una superficie en forma continua y después dividirla en prismas de geometría simple. El cálculo de la suma del efecto gravimétrico de cada prisma existente, entre el plano de Bouguer y la superficie del terreno, representará la solución al problema de corrección por topografía. Este método ha sido "bautizado" como III.3.1 en el presente problema de corrección por topografía.

En los métodos II.3.2 y II.3.3 se han usado esquemas de integración numérica bidimensional de Simpson con objeto de obtener la componente vertical de la gravedad entre la superficie multigaussiana y el plano de Bouguer. Estos métodos

así como el 11.3.1 presentan la misma metodología ha seguir con objeto de obtener la ecuación de la superficie multigaussiana. Las diferencias se presentan en el planteamiento a la solución del problema.

Varios autores (Hardy (1971), Madelbaum (1963), Krumbein (1959), etc.) han tratado de modelar la superficie topográfica mediante polinomios de diversas clases, incluyendo los desarrollos de Fourier. Sin embargo, no han tenido gran aceptación a pesar de que las superficies de Fourier y polinómicas no carecen de exactitud, ya que de acuerdo al teorema de Weierstrass, éstas funciones pueden aproximar exactamente los puntos dato. El problema no es de exactitud, sino de eficiencia. Con pocos datos las series de Fourier oscilan con grandes variaciones entre puntos conocidos. Los polinomios de colocación, con pocos datos, no logran representar variaciones rápidas en la topografía y, los polinomios de mayor grado exhiben fuertes oscilaciones, que en términos generales se alejan de la forma del relieve topográfico. Hardy (1971), con objeto de representar la tendencia de la superficie topográfica, usa funciones cuadráticas tales como: conos, paraboloides hiperbólicos, hiperboloides de una hoja, cilindros, esferas, elipsoides y variaciones elípticas de cilindros a las que les llama Superficies Multicuadráticas. Resulta difícil decir que clase de cuadrática representa mejor un tipo particular de

topografía. Sin embargo, la que se seleccione deberá correlacionar bien con los parámetros geomorfológicos de la topografía (la angularidad de ésta depende de la edad, erosión, fuente geológica, etc.).

En este trabajo utilizamos la Distribución Normal, con objeto de representar a la topografía. Hemos ya expuesto ciertas razones para ello en el capítulo 1.

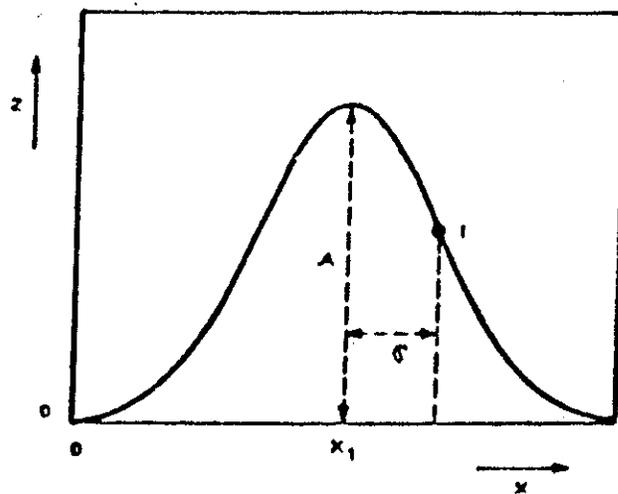
La ecuación de una Gaussiana es:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (1)$$

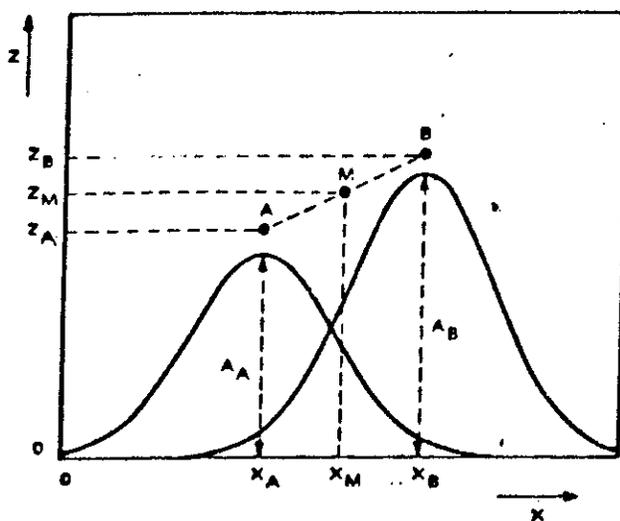
donde μ es conocida como la media, σ su desviación estándar y σ^2 su variancia. La función Gaussiana es simétrica respecto de μ . Obsérvese la anatomía de ésta función en la figura (1a). La figura (2) muestra aspectos interesantes de la distribución Normal.

11.2 Corrección por topografía.

La corrección por topografía evalúa el error en la corrección de Bouguer al considerar el efecto gravimétrico de una loza maciza de extensión infinita, entre la estación y el nivel de referencia y no tomar en cuenta la existencia de deficiencias de masas (valles), y por otra parte, compensar la disminución del valor en la gravedad observada ocasionada por la presencia de cerros y lomas (Telford y col. 1978, Grant y

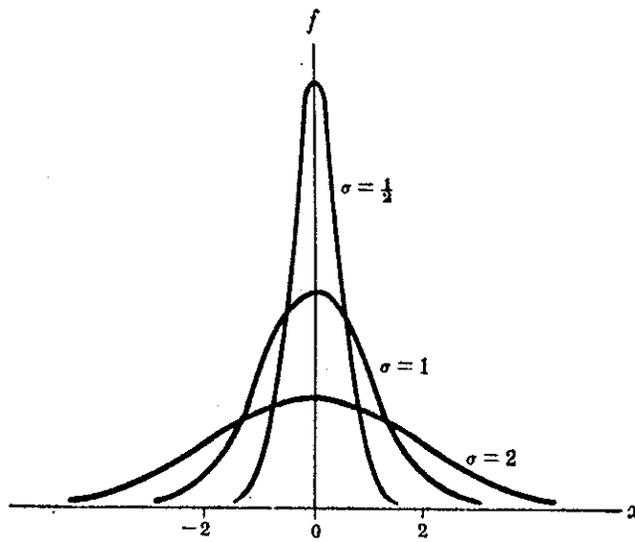


a)

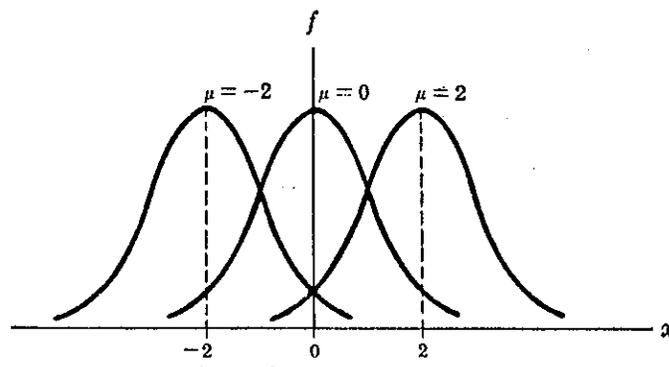


b)

Figura 1. Distribución normal y proceso de interpolación.
 (a) Anatomía de una distribución normal, (b) Par de distribuciones normales, cuya superposición (no indicada) pasa por los puntos A y B. (Tomado de Revista del Instituto Mexicano del Petróleo (15): 13, 15, 1982).



(a)



(b)

Figura 2. Aspectos de la distribución normal. (a) Distribuciones normales con media fija (b) Distribuciones normales con desviación estándar fija.

West 1965, etc.). Esta corrección a los valores de gravedad observada siempre es positiva y está dada por la siguiente Integral:

$$G_z = -\gamma \int_v \frac{\partial [\rho(x', y', z') / [(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2]^{\frac{3}{2}}]}{\partial z} dv \quad (2)$$

donde v es el volumen contenido entre la superficie topográfica y el plano de Bouguer (fig. 3), γ es la constante de gravitación universal y $\rho(x', y', z')$ la densidad del volumen v . En la práctica esta densidad es considerada como constante, con objeto de poder resolver la Integral de la ec. (2), y es estimada mediante diversos métodos; tomando valores promedio de muestras de canal y rocas aflorantes en la superficie, o bien mediante el método de perfiles de Nettleton (Nettleton 1976) entre otros.

11.3 Método.

El problema de corrección por topografía se reduce al de resolver la ecuación (2), para lo cual se describen a continuación los métodos utilizados en este trabajo.

11.3.1 Primer método.

Para llevar a cabo un análisis numérico en la computadora, es necesario convertir el plano del relieve topográfico en forma discreta con objeto de tener un modelo

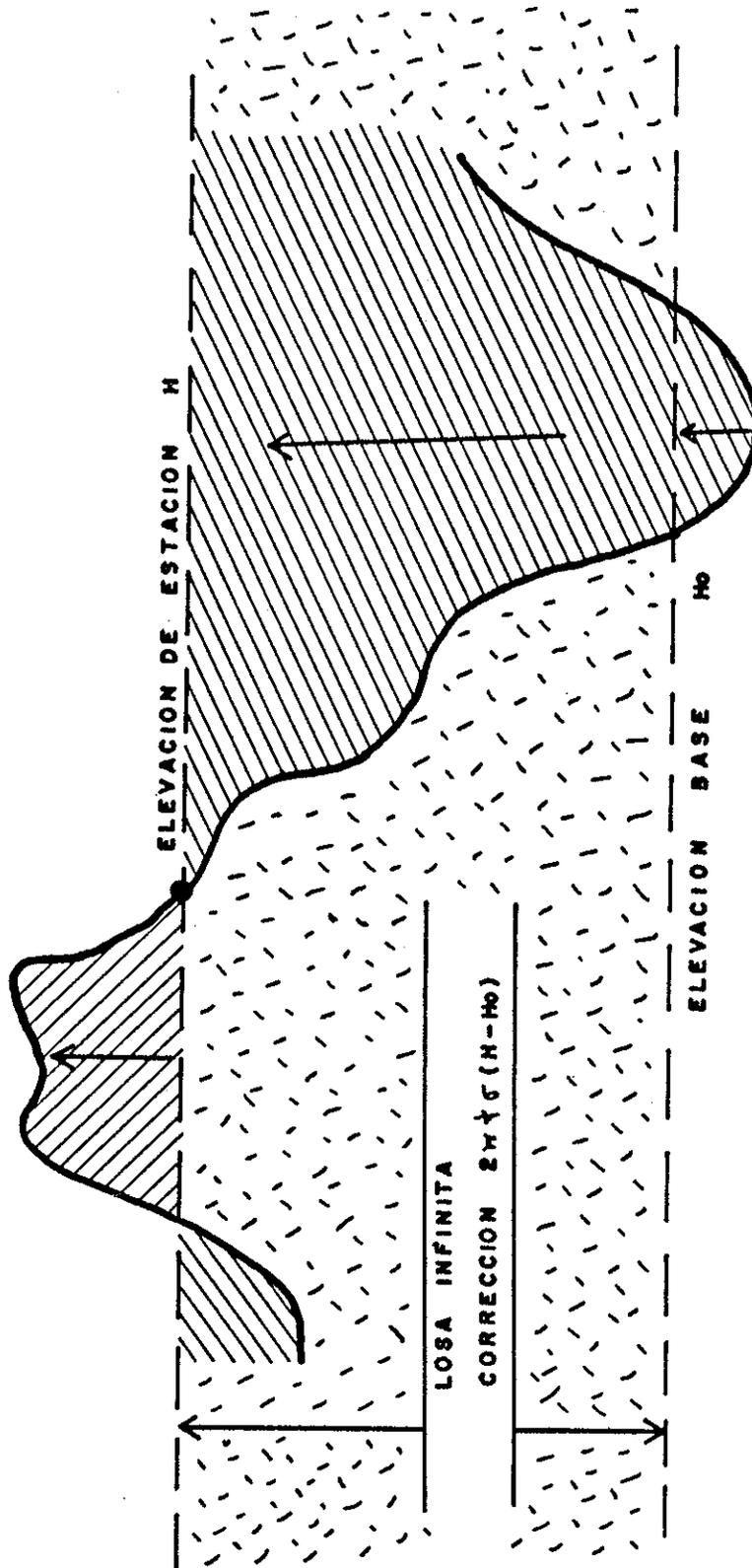


Figura 3. Corrección de Bouguer y efectos gravitacionales residuales debido a las ondulaciones del terreno (adaptado de Hammer, 1939).

digital del terreno. El mapa topográfico es dividido en la forma descrita por Kane (1962). Esto es, dividiendo el terreno en compartimientos cuadrados (figura 4). Se estima la elevación promedio de cada compartimiento de manera que el modelo digital del terreno sea almacenado en forma de un arreglo matricial rectangular (fig. 5).

Cada valor del arreglo representa la elevación promedio de un compartimiento cuadrado del terreno, cuya altura es el valor medio de la topografía respecto del nivel del mar y cuyo ancho representa la longitud de la malla de discretización utilizada.

La dimensión de la malla estará en función de los detalles del terreno que se deseen conservar. En este trabajo se usa una longitud de malla de 500 m, con la cual se podrán reproducir en buena forma accidentes topográficos del orden de los 1000 metros.

El método de plantilla de Hammer realiza la corrección por topografía mediante un patrón de discretización del terreno, el cual es un conjunto de círculos concéntricos con subdivisiones. El centro del patrón se coloca sobre la posición de la estación gravimétrica y se procede a obtener el efecto gravimétrico de cada sector circular respecto a la estación en turno.

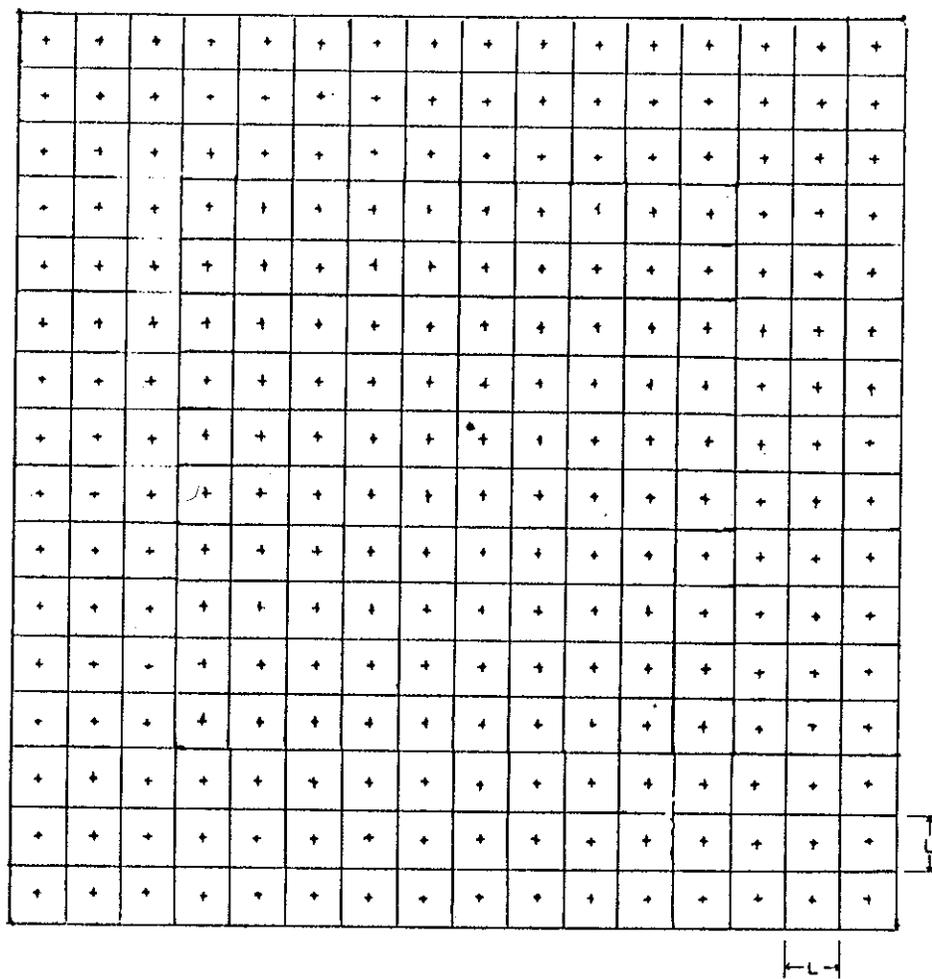


Figura 4. Modelo digital del terreno

i:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
J:																	
1	150	150	230	253	203	159	184	155	142	161	115	100	100	100	100	100	100
2	130	114	273	245	215	203	200	200	200	155	159	97	100	99	100	100	100
3	258	300	290	263	247	234	216	200	199	204	158	154	119	143	134	100	100
4	279	300	300	290	273	254	237	220	198	202	159	160	158	189	150	147	116
5	309	300	300	299	293	273	258	242	214	200	199	195	155	193	160	159	145
6	305	300	293	259	300	292	280	264	234	239	227	197	199	199	199	179	145
7	301	305	254	253	311	299	299	295	278	293	273	231	205	195	199	157	159
8	299	300	227	200	275	300	299	299	299	300	301	284	250	207	206	160	161
9	299	299	200	198	200	284	300	300	300	300	300	258	260	200	178	200	159
10	295	213	226	200	200	295	299	300	300	300	300	299	270	220	199	169	161
11	264	300	288	215	221	290	300	300	300	300	300	300	299	285	194	199	160
12	235	257	299	292	261	298	300	300	300	300	300	299	295	237	200	160	160
13	200	211	301	299	301	300	300	300	300	300	299	282	225	199	198	183	200
14	193	200	252	261	300	300	300	300	300	300	299	268	204	199	200	200	199
15	187	199	199	198	286	299	300	300	300	300	300	278	230	200	200	200	200
16	161	159	204	200	210	301	300	300	300	300	300	291	263	231	216	199	199
17	158	160	181	199	245	302	300	300	300	300	300	300	300	297	275	226	209
18	162	200	199	224	301	299	300	300	300	300	300	300	300	300	299	256	236
19	157	200	219	260	303	299	300	299	300	300	300	300	300	300	300	288	266
20	175	163	224	278	288	264	258	275	299	300	300	300	300	300	300	300	296
21	168	164	211	248	245	218	217	260	299	299	300	300	300	300	300	300	300
22	160	160	190	213	203	176	193	241	285	285	294	299	300	300	300	300	300
23	159	160	164	179	168	152	172	200	250	257	272	295	299	300	300	300	300
24	159	160	159	160	163	158	159	181	212	232	256	288	300	300	300	300	300
25	145	159	161	137	156	160	158	166	194	213	247	276	300	300	299	300	300
26	129	142	100	112	141	153	154	163	199	200	224	253	295	300	300	299	296

Figura 5. Arreglo matricial del modelo digital del terreno

En forma análoga al método de plantilla de Hammer, aquí se selecciona un patrón cuadrado en la forma descrita por Krohn (1976). La dimensión del patrón digital es de 9x9 puntos respecto del modelo digital del terreno en cuyo centro se ubica la estación gravimétrica (fig. 6). El patrón cuadrado descrito anteriormente, cuyo centro es la estación a corregir y con lados paralelos al modelo del terreno, en raras ocasiones coincide con el del modelo mismo, por ello se calcula un patrón de elevaciones del modelo digital del terreno que rodea a la estación gravimétrica en la forma descrita por Kane (1962), donde se supone que la topografía varía linealmente entre puntos adyacentes del terreno (fig. 7)

Una vez obtenido el patrón de elevaciones, éste es expresado como una combinación lineal de Gaussianas, con (a) la media de cada gaussiana en la posición de cada punto del patrón digital del terreno que rodea a la estación sobre la que se realiza la corrección y (b) con desviación estándar de $0.707L$, en la forma descrita por Pérez (1979, 1982), Pérez y Martínez (1986) donde L es la separación entre valores promedio de elevación del patrón digital del terreno. La ecuación utilizada es la de una distribución normal, cuya ecuación bidimensional en su forma más simple y reparametrizada está dada por:

$$z = ce^{-[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]/D^2} \quad (3)$$

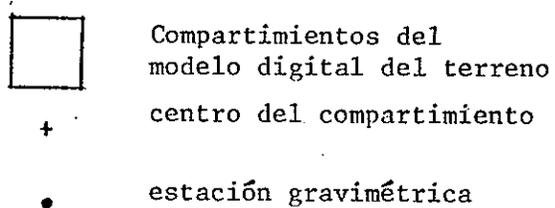
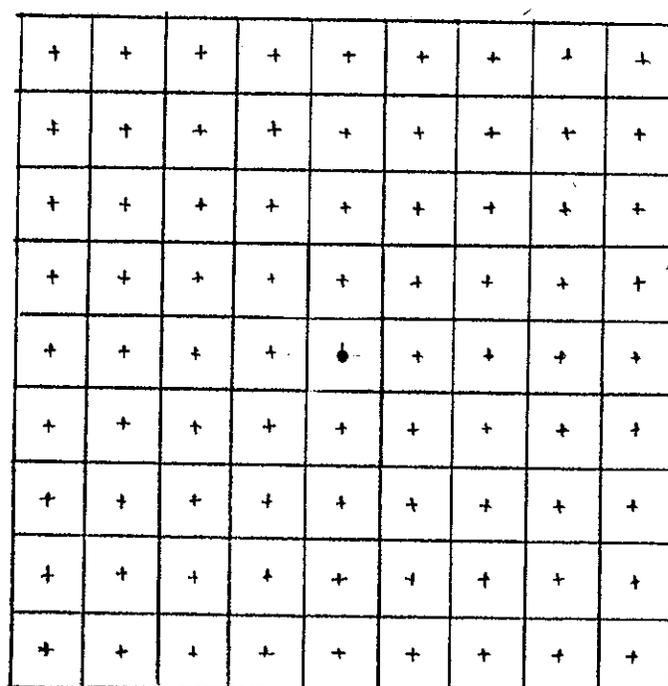
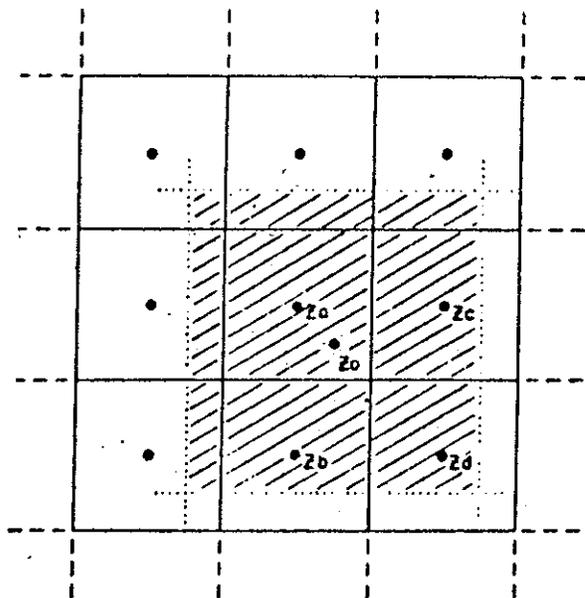


Figura 6. Patrón elemental de discretización del terreno (adaptado de Krohn, 1976).



Possible posición de una estación gravimétrica de altura Z_0 respecto al modelo del terreno

Z_0 = elevación a ser calculada

(X_0, Y_0) = coordenadas de Z_0

$(X_a, Y_a), (X_a, Y_b), (X_b, Y_a), (X_b, Y_b)$

= coordenadas de los centros del modelo cuadrado del terreno más cercano a (X_0, Y_0)

Z_a, Z_b, Z_c, Z_d elevaciones promedio de los respectivos cuadrados del modelo del terreno.

$Y_0 - Y_a = \Delta y,$

$X_0 - X_a = \Delta x,$

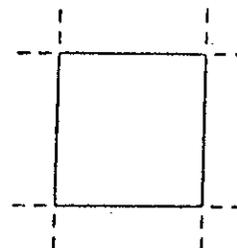
$Y_b - Y_a = X_b - X_a$

= espaciamiento del modelo del terreno

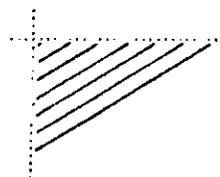
= unidad, entonces

$$Z_0 = Z_a + \Delta x(Z_c - Z_a) + \Delta y(Z_b - Z_a) + \Delta x \Delta y(Z_d - Z_c - Z_b + Z_a)$$

EXPLICACION



cuadrado del modelo del terreno

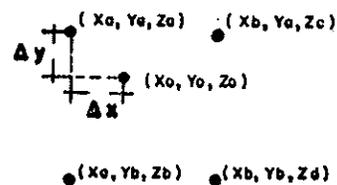


cuadrado del patrón elemental

centro del modelo cuadrado del terreno



centro del cuadrado del patrón elemental



Notación usada en fórmula

Figura 7. Determinación de Z_0 suponiendo que la topografía varía linealmente entre cuadrados adyacentes del modelo del terreno (tomado de Kane, 1962).

El término c está relacionado a la elevación de la Gaussiana, D a la variancia o desviación estándar que, a su vez nos da el grado de suavidad de la función y X_0, Y_0 a la posición del eje de simetría de la Distribución Normal. La ecuación (3) es básica para representar la ecuación de la superficie topográfica de la forma:

$$z(x, y) = \sum_{j=1}^n c_j e^{-[(x-x_j)^2 + (y-y_j)^2]/D^2} \quad (4)$$

La figura 1a, indica el proceso de superposición de gaussianas elementales en su forma más simple, esto mismo se presenta en dos dimensiones de acuerdo a la ecuación (4).

El expresar el patrón digital de elevaciones como una combinación lineal de un conjunto de gaussianas, origina un sistema de n ecuaciones con n incógnitas de la forma:

$$z_i = \sum_{j=1}^n c_j e^{-[(x_i-x_j)^2 + (y_i-y_j)^2]/D^2} \quad (5)$$

$i=1, 2, 3 \dots n$

Rescribiendo $a_{ij} = e^{-[(x_i-x_j)^2 + (y_i-y_j)^2]/D^2}$ donde $A=[a_{ij}]$, es una matriz de $n \times n$ coeficientes, al vector de incógnitas como $C=[c_j]$ y al vector de elevaciones como $Z=[z_i]$, la ecuación se reduce a un sistema lineal de la forma $AC=Z$. Sabemos que la solución es $C=A^{-1}Z$. Este sistema lineal es bien condicionado donde A es una matriz simétrica a la que se le

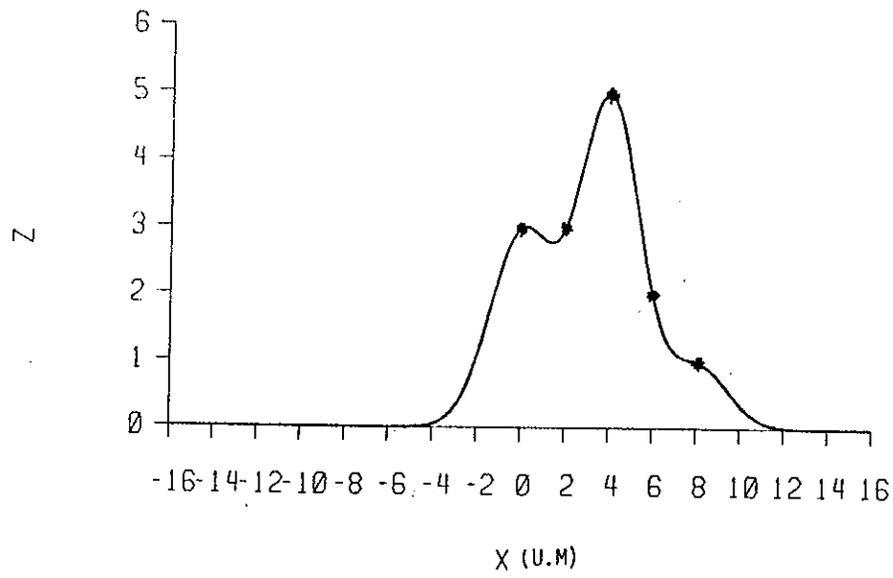
obtiene su inversa utilizando el método de descomposición de Choleski, por razones de eficiencia computacional.

Cuando las constantes c_j son sustituidas en (4) se tiene la ecuación de la topografía, la cual cumple con los puntos dato exactamente y exhibe una interpolación lógica en puntos intermedios (por ejemplo, fig. 8). Esta superficie continua constituye un mejor modelo de la topografía real que una superficie discontinua por prismas regulares.

La corrección se realiza bajo un esquema de integración similar al de plantilla de Hammer (fig. 9). El volumen existente entre el plano de Bouguer y la superficie Gaussiana es dividido en anillos circulares. Estos a su vez en prismas, cuyo ancho es igual a la longitud de arco promedio, de manera que el número de compartimientos por círculo viene dado por la fórmula:

$$n = \pi(R_2 + R_1) / (R_2 - R_1) \quad (6)$$

donde n es el número de compartimientos en un anillo con radio interior R_1 y exterior R_2 (fig. 10). La elevación promedio de cada prisma circular, de cima y base plana se obtiene por integración numérica utilizando la regla trapezoidal. La atracción gravitacional de los compartimientos de todos los diversos anillos en que fué dividido el área que rodea la estación, conforman la corrección por terreno.



* puntos dato

Figura 8. Interpolación usando distribuciones normales

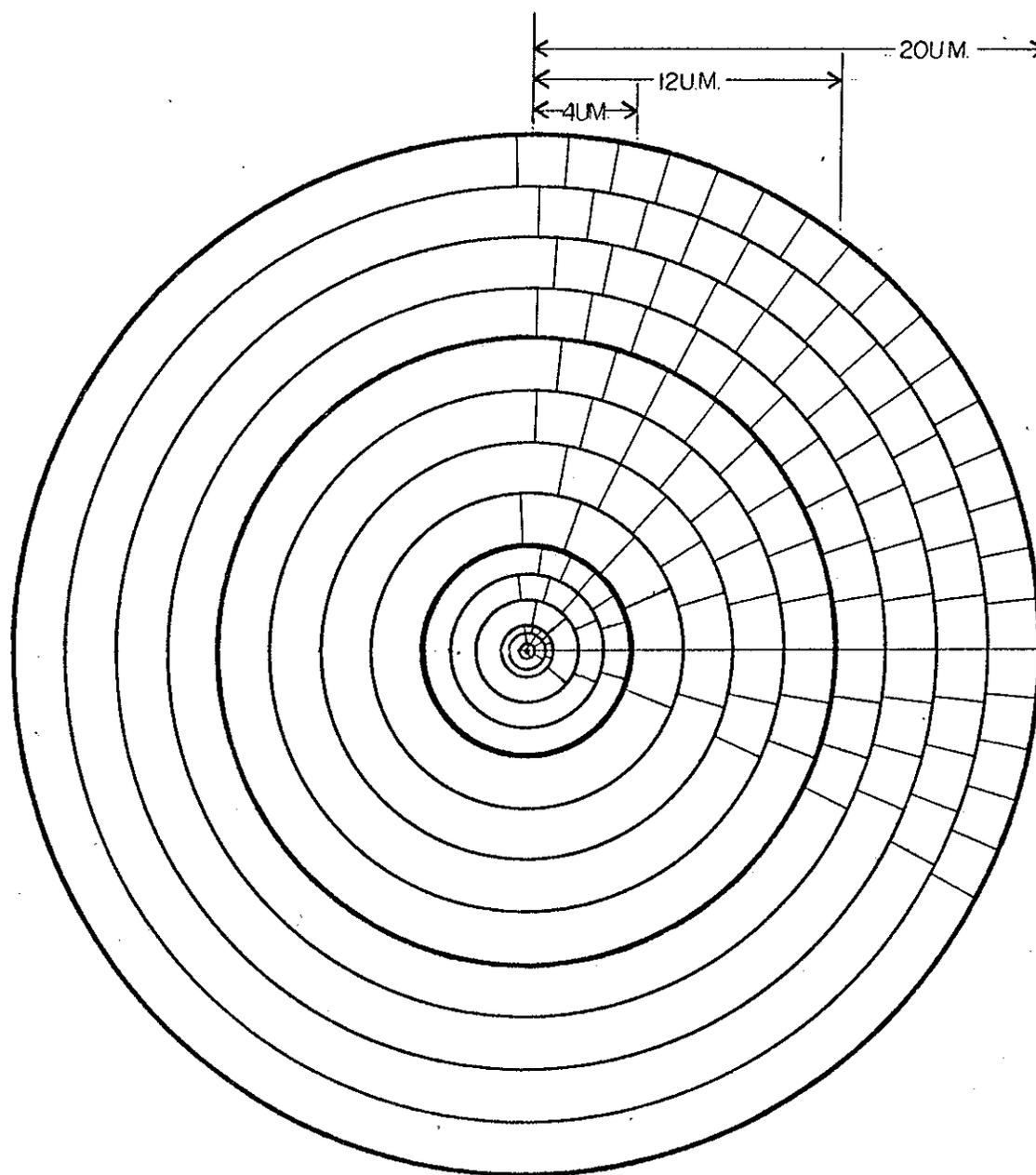


Figura 9. Patrón usado en el cálculo de la corrección por terreno

$$R_2 - R_1 = \frac{l}{2} (\lambda_2 + \lambda_1)$$

$$N = \pi (R_2 + R_1) / (R_2 - R_1)$$

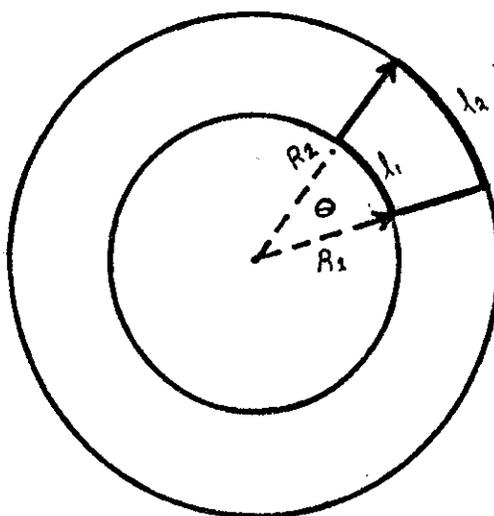


Figura 10. División de un anillo en compartimientos "cuadrados"

La atracción de uno de estos compartimientos está dada por

$$2\pi\gamma/n[R_2 - R_1 + (R_1^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} - (R_1^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}] \quad (7)$$

donde n es el número de compartimientos en un anillo circular de radios exterior e interior R_2 y R_1 , h la diferencia en elevación entre la estación y la altura promedio de cada compartimiento.

11.3.2 Segundo Método.

Este método es una solución aproximada al problema de corrección por terreno. Conocida la ecuación de la topografía (4) y considerando la densidad del terreno constante, podremos replantear la ecuación de la corrección por topografía. La aceleración de la gravedad a causa de una masa m es dada por la ley de Newton:

$$G = \gamma\rho \int (1/R^2) dv \quad (8)$$

donde R es la distancia del punto de medición al centro de masa de cada elemento de volumen dv en que sea dividida la masa m . Esto mismo tiene validez si la masa es la correspondiente a la encerrada entre la superficie del terreno y el plano de Bouguer (lomas y valles). La componente vertical de la gravedad de esta masa resulta:

$$G_z = \gamma\rho \int (z/R^3) dv \quad (9)$$

En coordenadas cilíndricas $dv = z r dr d\theta$ y sustituyendo

en (9) resulta

$$G = \gamma \rho \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} (z^2 r / R^3) dr d\theta$$

z es la ecuación de la topografía que en coordenadas polares es de la forma:

$$z(r, \theta) = \sum_{j=1}^n c_j e^{-[(r \cos \theta - x_j)^2 + (r \sin \theta - y_j)^2] / D^2}$$

Si h es la elevación de la estación gravimétrica a corregir por terreno respecto al nivel de referencia (geolde o superficie paralela a éste) entonces

$$Gz = 2\gamma\rho \int_0^{2\pi} \int_{r_1}^{r_2} \frac{(z-h)^2 r dr d\theta}{[r^2 + (z-h)^2]^{3/2}} \quad (10)$$

donde el denominador del integrando de (10) representa la distancia del punto de medición de la componente vertical de la gravedad, respecto a los centros de masa de los elementos de volumen en que fue discretizado el terreno

La ecuación (10) no posee solución analítica por lo que aplicando la regla de Simpson en forma bidimensional obtenemos:

$$I = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \begin{bmatrix} +F_{i-1,j+1} & + 4F_{i,j+1} & + F_{i+1,j+1} \\ +F_{i-1,j} & + 16F_{i,j} & + 4F_{i+1,j} \\ +F_{i-1,j-1} & + 4F_{i,j-1} & + F_{i+1,j-1} \end{bmatrix} \frac{4\Delta\theta_i \Delta r_j}{36}$$

$i=1,3,5 \dots n$
 $j=1,3,5 \dots m$

en notación abreviada

$$I = \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^p F_{ij} \frac{\Delta A_{ij}}{360} \quad (11)$$

$$F_{ij} = P(r, \theta) \quad \left| \begin{array}{l} \theta = \theta_i \\ r = r_j \end{array} \right.$$

$$\Delta A_{ij} = 4\Delta\theta_i \Delta r_j$$

$$\Delta\theta_i = \theta_i - \theta_{i-1} = \theta_{i+1} - \theta_i$$

$$\Delta r_j = r_j - r_{j-1} = r_{j+1} - r_j$$

la diferencia entre (10) y (11) depende de la naturaleza del integrando y las magnitudes de $\Delta\theta$ y Δr y esta dada por

$$E_{ij} = (\Delta A_{ij} / 180) \left[\Delta\theta_i^4 \frac{\partial^4 f}{\partial \theta^4} + \Delta r_j^4 \frac{\partial^4 f}{\partial r^4} \right] \quad \left| \begin{array}{l} \theta = \theta_i \\ r = r_j \end{array} \right. \quad (12)$$

11.3.3 Tercer método

Este método es una solución mas al problema de corrección por topografía. Conocida la ecuación de la topografía y considerando la densidad del terreno constante, podremos calcular la componente vertical de la aceleración de la gravedad producida por valles y lomas, la cual es dada mediante la ecuación (9).

En coordenadas cilíndricas $dv = r dr d\theta dz$ y sustituyendo en (9) resulta

$$G_z = \gamma \rho \int_0^{2\pi} \int_r^2 \int_0^Z \frac{zr}{(r^2 + z^2)^{3/2}} dz dr d\theta \quad (13)$$

• donde
$$Z = \sum_{j=1}^n c_j e^{-[(r \cos \theta - x_j)^2 + (r \sin \theta - y_j)^2] / D^2}$$

Integrando (13) respecto de Z obtenemos:

$$G_z = 2\pi\gamma\rho(x_2 - x_1) - \gamma\rho \int_0^{2\pi} \int_r^{r_2} [r / (r^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}] r dr d\theta \quad (14)$$

A la integral de la ecuación (14) no se le ha encontrado aún solución analítica con respecto a las direcciones θ y r . Aplicando la regla de Simpson en su forma bidimensional, el error de truncamiento es dado por la fórmula (12).

III EXPERIMENTOS NUMERICOS

III.1 Introducción.

En el desarrollo de un algoritmo computacional, es necesario realizar algunas pruebas básicas que señalen la eficiencia del mismo. Como primer paso en la investigación de su exactitud, es necesario conocer las fuentes naturales de error del problema a resolver e indicar cuales pueden ser reducidas total o parcialmente con el algoritmo propuesto.

Krohn (1976), describe las fuentes de error usando superficies cónicas. Estas mismas fuentes de error son comunes al método de superficies Gaussianas y se pueden resumir en:

- (1).- Error en la estimación de la elevación media de los compartimientos cuadrados del mapa topográfico con objeto de conformar el modelo digital del terreno.
 - (2).- Discrepancia entre el mapa del modelo topográfico y la Superficie Multigaussiana .
 - (3).- Error en el cálculo numérico de la corrección por terreno de la Superficie Gaussiana.
-

El error (1) se le considera de naturaleza aleatoria y por supuesto pequeño, porque de lo contrario la estimación sería de poco valor. Con respecto al error (3), puede reducirse a un valor pequeño, ya que depende del método de Integración y del nivel de discretización utilizados. El error (2) es de gran importancia en lo referente a la prueba de exactitud de los métodos a describir en este capítulo. Probar la eficiencia del método de Superficies Gaussianas, es probar la discrepancia existente entre la superficie propuesta y la del plano topográfico. El estudio de esta prueba de exactitud, trae consigo el análisis de algunas características particulares de la matriz de coeficientes A, proveniente del desarrollo de Gaussianas.

Una buena prueba de exactitud del método lo constituye el calcular la corrección por topografía de una estación en la cima de un cono y compararlo con la respuesta por Gaussianas. Esta corrección no es más que el efecto de un cilindro macizo vertical removiendo el de un cono, cuando la estación se localiza sobre la cara superior del cilindro y sobre el eje del cono de altura h (figura 11). La corrección estará dada por la relación:

$$G_z = G_{z\text{cilindro}} - G_{z\text{cono}} \quad (15)$$

La componente vertical de la gravedad de un cilindro macizo de

radio R y altura h respecto a un punto sobre la cara superior y su eje es :

$$Gz = 2\pi\gamma\rho[R+h - (R^2+h^2)^{\frac{1}{2}}] \quad (16)$$

y para un cono de inclinación θ , altura h y radio R (fig. 11)

$$Gz = 2\pi\gamma\rho h(1 - \text{sen}\theta) \quad (17)$$

Sustituyendo (16) y (17) en (15) tenemos:

$$Gz = 2\pi\gamma\rho[R+h - (R^2+h^2)^{\frac{1}{2}}] - 2\pi\gamma\rho h[1 - \text{sen}\theta] \quad (18)$$

Sustituyendo $R/\text{cos}\theta = (R^2+h^2)^{\frac{1}{2}}$ y $h = R\tan\theta$ en (18) obtenemos

$$Gz = 2\pi\gamma\rho R(1 - \text{cos}\theta) \quad (19)$$

Esta respuesta exacta será entonces utilizada para compararla a una topografía tipo cono, ajustada ésta mediante Gaussianas.

Estación gravimétrica

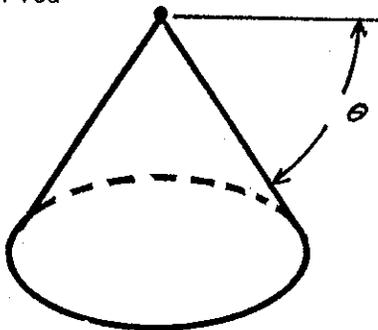


Figura 11. Estación en el vértice de un cono.

III.2 Aspectos Computacionales

Se desarrollaron tres algoritmos numéricos, cuya diferencia radica en las técnicas de Integración numérica utilizada, con el objeto de resolver el problema de acuerdo a los métodos planteados. Los algoritmos se programaron en doble precisión, lo que significa trabajar con cerca de 14 cifras significativas en la computadora Prime 750.

Los arreglos matriciales se organizaron en forma vectorial con objeto de darle mayor eficiencia computacional a los programas. Se utilizó una subrutina llamada SIMGE, la cual realiza el producto de una matriz simétrica por una rectangular. Con objeto de obtener la Inversa de la matriz A se utilizó el método de descomposición de Choleski, para lo cual se empleó la subrutina DSINV adaptada al igual que la anterior por Fréz (1987). Se anexan dos listados de algoritmos desarrollados, así como un diagrama de flujo de éstos (fig. 12).

III.3 Descomposición de Valores Singulares

La descomposición en sus valores singulares de una matriz simétrica A (Lanczos 1961) es $A=U\Lambda U^t$, donde U es una matriz de dimension n llamada de eigenvectores y Λ es una

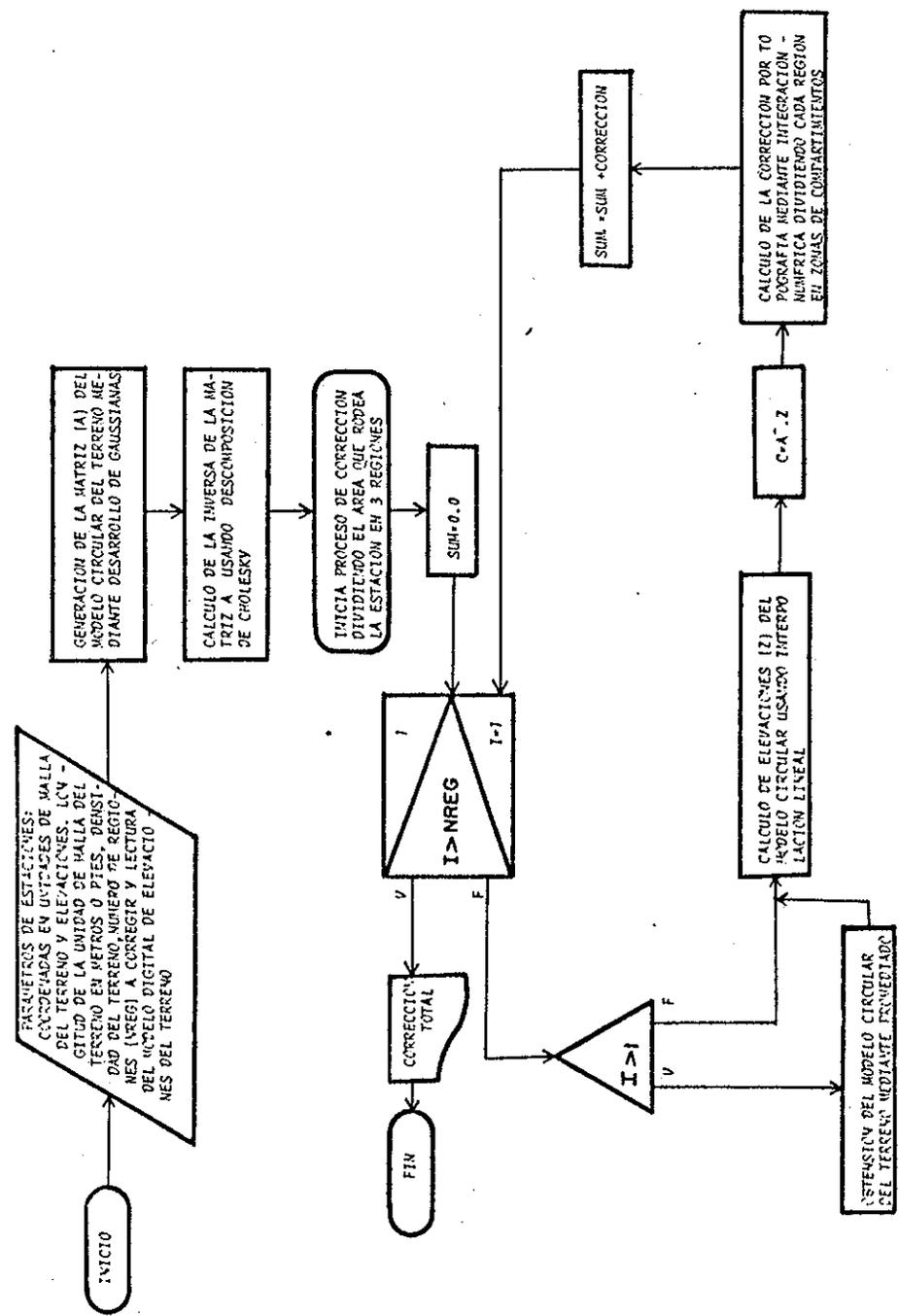


Figura 12. Diagrama de flujo de algoritmos desarrollados

matriz diagonal $r \times r$ cuyos valores característicos son todos positivos; de esta manera,

$$A = \sum_{k=1}^r \lambda_k U_k U_k^t$$

siendo r el rango de A . En general los valores característicos de A decrecen rápidamente, es decir, la energía de la matriz de Información disminuye rápidamente. En la práctica

$$A = \sum_{k=1}^r \lambda_k U_k U_k^t + e(i, j)$$

donde $e(i, j)$ es el error de truncamiento asociado con el (i, j) elemento.

En un sistema de la forma $b=AX$, un valor característico cero indica la existencia de combinaciones lineales de las incógnitas x_1, x_2, \dots, x_n . El número de λ igual a cero indica el número de soluciones linealmente dependientes, las cuales son a priori no obtenibles ya que éstas no admiten una representación en el sistema. En la realidad, valores de λ pequeños representan un cierto grado de combinación lineal de las incógnitas las cuales son obtenibles de antemano pero siendo débilmente representadas en el sistema. La condición de una matriz está representada por la relación $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$, donde un valor grande de esta relación nos indica inestabilidad en la inversión de la matriz. Si la condición es pequeña se evitan dificultades computacionales.

III.4 Ecuación de la topografía.

La ecuación de la topografía está determinada completamente mediante la expresión (4), una vez conocidos los parámetros C y D. Con objeto de determinar los valores de C es necesario partir con un valor dado de D. Uno de los problemas que se presentan es precisamente la elección del parámetro D, el cual está asociado al grado de suavidad de la superficie multigaussiana. Un valor grande de ésta dará lugar a una superficie suave, y uno pequeño a una oscilante.

En realidad no existe técnica de Interpolación que, conocidos dos puntos, pueda predecir con certeza la distribución de los puntos Intermedios. En una distribución cualquiera, el valor correspondiente al punto medio puede ser menor, igual o mayor que el promedio aritmético de los dos valores conocidos. Sin embargo, si se analiza un gran número de casos, es muy probable que el promedio de ambos valores tienda a la media aritmética. Pérez (1982) ha encontrado el valor del parámetro de dispersión para el cual la Superficie Gaussiana tiende a pasar por el punto medio entre dos valores dato (fig. 1a). Esto se cumple si D es igual a la separación de los puntos dato del modelo digital del terreno.

La determinación del factor C, se llevó a cabo resolviendo el sistema $C = \bar{A}^{-1} Z$. La existencia de la Inversa de

la matriz A proveniente del desarrollo de gaussianas depende del factor D. Motivo por el cual se realizó un estudio de la condición de la matriz A mediante la descomposición en valores propios de ésta para diferentes valores de D. Ya que la matriz A es simétrica, en teoría todos sus valores característicos deberán ser positivos. Sin embargo, en matemáticas de precisión finita, un valor característico pequeño daría los mismos resultados computacionales que un cero en precisión infinita. Cuando la condición de la matriz es grande, las posibilidades de obtener la inversa de ésta disminuyen. La figura 13, muestra el análisis de la descomposición en los valores propios de la matriz para diferentes valores de D, en la cual se aprecia que a medida que el parámetro D aumenta, la condición de la matriz aumenta. El valor máximo de la condición de la matriz A, es del orden de ocho decimales. La matriz (doble precisión) fue generada en un ambiente sin ruido, de manera que aún siendo grande la condición, es factible obtener su inversa con un algoritmo estable como el de descomposición de Choleski. La matriz A, presenta buena condición para diversos valores de D, de manera que un criterio de elección del parámetro D, no será consecuencia de su mala condición, sino de un valor que presente un esquema natural de elección para el cual, dados dos puntos, la función de la topografía pase por el punto medio.

Actualmente en la experimentación numérica realizada

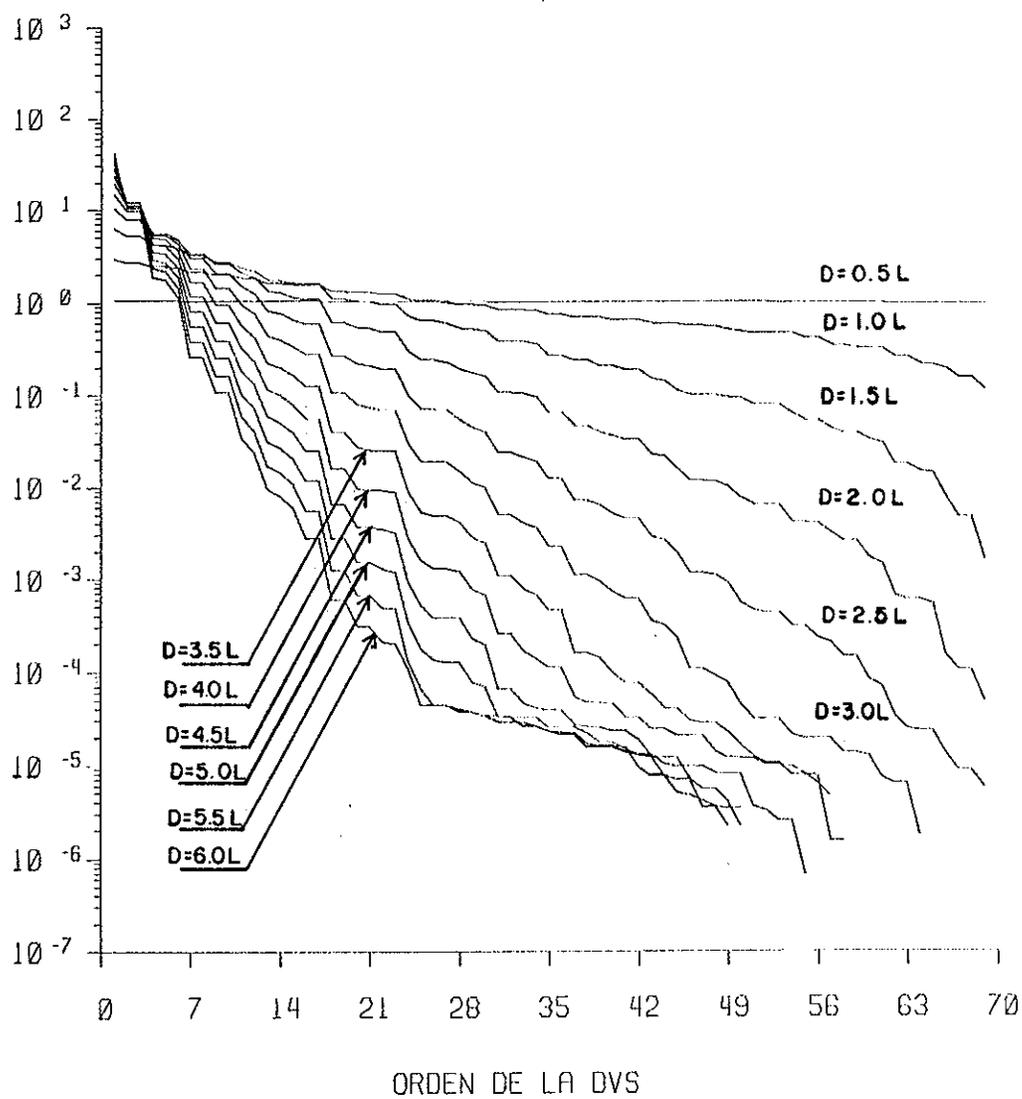


Figura 13. Descomposición en valores característicos de la matriz A, proveniente del desarrollo de gaussianas para diferentes valores de D.

en este trabajo, modelando perfiles topográficos con diferentes valores de D , no se ha podido establecer un criterio único respecto al valor de D óptimo que pueda representar cualquier forma topográfica. Con objeto de realizar el modelado de la topografía, es conveniente seleccionar diversos valores de D y graficar la topografía en una escala adecuada. En muchos casos, la escala podría influir en la elección de determinado modelo (Inclinación pronunciada) que mejor se adapte a nuestro sentido común, o simplemente usar el valor $D=L$ mediante el cual dados dos puntos dato, la superficie multigaussiana tiende a pasar por el punto medio, en absisa a la mitad de ambos puntos.

III.5 Efecto Gravimétrico cerca de la Estación.

Dada la naturaleza en la variación de la componente vertical de la gravedad en la forma Z/R^3 (en coordenadas cartesianas o cilíndricas), resulta evidente que ésta tenderá a crecer a medida que uno se aproxima al punto de medición. Pero, por otra parte, Z cercano a la estación generalmente también es pequeña. Por ejemplo, en la zona B de la plantilla de Hammer, la cual tiene un radio exterior de 14.7m siendo tal que, los 4 compartimientos en que es dividido resultan ser pequeños, de manera que las correcciones en esta zona son despreciables. En trabajos de detalle, generalmente se cuenta con mapas a escala 1:50000 y 1:25000, siendo problemático

realizar la corrección a una distancia menor a los 200m de la estación por razones de carácter práctico.

Si se desea tener buena resolución en la corrección cerca de la estación, es necesario haber discretizado el terreno de tal forma que los accidentes topográficos de lo que se quiera corregir sean reproducidos fielmente.

Para problemas tales como exploración de cuerpos metalíferos y otros estudios especiales como: arqueología y aplicaciones de microgravimetría, en los cuales se requiere de buena precisión en la topografía, es posible realizar la corrección con los métodos desarrollados aquí, siempre y cuando la longitud de la unidad de malla del modelo digital del terreno sea la adecuada (cumpla con la relación de Nyquist) con respecto a la dimensión (ancho y largo), de los accidentes topográficos más severos que se deseen corregir

III.6 Características del Patrón de Discretización.

La dimensión del patrón de discretización del terreno (fig.6) fué seleccionada en forma arbitraria siendo de 9x9 puntos. La separación entre puntos es tal que con dicho modelo es posible realizar la corrección a una distancia máxima de 4 U.M. (unidades de malla). Sin embargo, la corrección se realizó hasta un radio de 20 U.M (fig. 9). La razón por la

cual no utilizamos un patrón de 20x20 es simplemente para obtener mejor eficiencia computacional, ya que de lo contrario esto traería como consecuencia el calcular la inversa de una matriz A de dimensión 400x400. Aunque la matriz A es simétrica, permitiendo un ahorro considerable de memoria, aún así resulta ser incómodo manejar este tipo de matrices.

Krohn (1976) ha desarrollado una técnica eficiente que no requiere del uso de mucha memoria. El área a realizar la corrección es dividida en 3 regiones circulares usando igual número de patrones básicos de 9x9 puntos. Eliminando 3 puntos de cada esquina resulta un modelo circular de 69 compartimientos, de manera que, la matriz de coeficientes a invertir es de 69x69. Empleando el patrón básico es posible realizar la corrección con un radio máximo de 4 U.M. La corrección para un radio de 4 a 12 U.M se realiza agrupando compartimientos de 1x1 U.M en compartimientos más grandes de 3x3 U.M, bajo el mismo patrón de 69 puntos. Esto se lleva a cabo calculando la media de los 9 compartimientos unitarios, que constituyen el de 3x3. La corrección para la tercera región (12-20 U.M), se realizó agrupando compartimientos de 1x1 en compartimientos de 5x5 U.M. La elevación de éste nuevo compartimiento es estimada mediante el promedio de las alturas de los 25 compartimientos unitarios que constituyen la tercera región.

III.7 Exactitud de los métodos.

Como se mencionó anteriormente, y con objeto de probar la exactitud de los métodos, se calculó la corrección por terreno para una estación ubicada en el vértice de un cono simulando una montaña.

De acuerdo a (19), resulta fácil evaluar el error resultante de la aplicación de los métodos 11.3.1, 11.3.2 y 11.3.3

El tener una función continua de la topografía permite el digitalizar ésta de diversas formas geométricas. Por razones de simplicidad computacional usando el método 11.3.1 utilizamos discretización en prismas circulares de cima y base plana. En cambio para los métodos 11.3.2 y 11.3.3 se usó el esquema de Integración numérica bidimensional de Simpson.

Con objeto de simular un plano topográfico al cual se le aplicará la corrección por rugosidad, se genera analíticamente un conjunto de conos de diversas pendientes, con el propósito de mostrar la resolución de los métodos descritos. Los conos son discretizados a un intervalo de un kilómetro.

III.7.1 Método 11.3.1

La relación G_1/G_2 del efecto gravimétrico de dos prismas circulares de clima y base plana con densidad ρ está dado por la fórmula:

$$G_1/G_2 = \theta_1(r_1) / \theta_2(r_2), \quad (20)$$

donde $r_1 = [R_2 - R_1 + (R_1^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} - (R_2^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}]$ y

$$r_2 = [R_3 - R_2 + (R_2^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} - (R_3^2 + h^2)^{\frac{1}{2}}]$$

Además, $R_1 < R_2 < R_3$. Si h es pequeña respecto a R_1 , R_2 y R_3 , entonces en el límite cuando h tiende a cero, la ecuación (20) se simplifica a

$$G_1/G_2 = (\theta_1(R_2 - R_1) / (R_3 - R_2)\theta_2) \quad (21)$$

Si $R_2 - R_1 = R_3 - R_2$ y además los prismas son "cuadrados", de la expresión (6) y (21) resulta

$$G_1 = [(R_3 + R_2) / (R_2 + R_1)] G_2 \quad (22)$$

La ecuación (22) indica que, para prismas de las mismas dimensiones, pero a diferente distancia de un punto determinado, el efecto gravimétrico del más cercano es mayor.

Si consideramos una serie de prismas adyacentes en forma radial de ancho unitario y $R_1 = 1$, de la ecuación (22) obtenemos la relación

$$G_1/G_2 = 5/3, 7/5, 9/7, 11/9 \dots \dots (2n+3)/(2n+1) \quad (23)$$

lo cual implica que cuando n tiende al infinito, $G1/G2 \rightarrow 1$. Por otro lado, la ecuación (23) indica que para prismas adyacentes, ubicados a grandes distancias, la diferencia en su efecto gravimétrico es casi nulo. De lo anterior, resulta necesario dividir el terreno en prismas, para los cuales se considera su peso respecto a la posición de la estación a corregir (fig. 9).

La mayoría de los mapas topográficos se encuentran a escala 1:50000, por lo cual no resulta práctico realizar la corrección a un radio menor de .1 km, por lo tanto, se realizó con un radio mínimo de .1 km. En los levantamientos gravimétricos a detalle, llevar a cabo la corrección hasta la zona M (14.74 a 21.94 km) es suficiente, ya que para distancias mas alla de los 15 a 25 km de la estación a corregir, el efecto topográfico es pequeño o varía ligeramente. Para puntos intermedios de la zona M, la curvatura de la tierra aumenta en 87 pies, y es aquí donde ésta comienza a influir en el cálculo de la corrección, según Hammer (1939). Por consiguiente, para el tipo de trabajos mencionados se considera adecuado un radio exterior de 20 km. De manera que en el algoritmo desarrollado no es necesario realizar corrección por curvatura de la tierra. La corrección procede de la siguiente forma: el área de estudio es dividida en 3 regiones, con objeto de darle peso a la región más cercana a la estación en proceso. La primera región va de .1 a 4 U.M (unidad de malla) y es dividida en 3

sectores circulares de ancho .3 U.M y 3 de 1 U.M. La segunda región va de 4 a 12 U.M y es dividida en 4 zonas de ancho 2 U.M. La tercera región es de radio interior 12 y exterior 20 U.M, y es dividida en 4 anillos circulares (fig. 9).

La elevación promedio de cada prisma de ancho Δr y largo $\Delta \theta$ viene dada por la ecuación:

$$\bar{h} = \frac{1}{\Delta \theta \Delta r} \int_{\theta_1}^{\theta_2} \int_{r_1}^{r_2} f(r, \theta) dr d\theta \quad (24)$$

donde $f(r, \theta)$ es la función que describe a la topografía. La Integral se convierte en una doble suma mediante la aplicación de la regla trapezoidal en su forma bidimensional. Esta doble suma se realiza de la siguiente manera: la regla del trapecio es aplicada en su forma unidimensional, empleando ordenadas equidistantes en la dirección θ . El resultado obtenido se le somete nuevamente al proceso anterior de Integración en la dirección r .

El error por truncamiento generado al tratar de resolver (24) mediante la regla trapezoidal viene dado por:

$$E_{ij} = \frac{1}{12} (\Delta \theta^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} + \Delta r^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial r^2})$$

Este es gobernado por la naturaleza del integrando y las magnitudes de $\Delta \theta$ y Δr empleadas (Carnahan y col. 1964).

Donde:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial r^2} = (2/D^4) \sum_{j=1}^n f_j [-D^2 + 2(A_j - r)(A_j - 1)]$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial \theta^2} = (2r/D^4) \sum_{j=1}^n f_j (D^2 C_j + 2r B_j^2)$$

$$\frac{\partial f}{\partial r} = (2/D^2) \sum_{j=1}^n f_j (A_j - r)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \theta} = (2r/D^2) \sum_{j=1}^n f_j B_j$$

Además,

$$f_j = c_j e^{-[(r \cos \theta - x_j)^2 + (r \sin \theta - y_j)^2] / D^2}$$

$$f = \sum_{j=1}^n f_j$$

$$A_j = x_j \cos \theta + y_j \sin \theta$$

$$B_j = y_j \cos \theta - x_j \sin \theta$$

$$C_j = -(y_j \sin \theta + x_j \cos \theta)$$

Después de obtener la altura promedio de cada prisma mediante (24) y conocida la posición radial usando (7), se obtiene la contribución gravimétrica de cada prisma que rodea la estación en proceso de corrección; la suma de ellos resulta en la corrección por topografía del terreno.

La figura 14 muestra una gráfica de error en función del ángulo de la pendiente de un cono (fig. 11). Este error proviene de 2 fuentes: (1) Integración numérica y (2) la

discrepancia existente entre la superficie multigaussiana y el cono. El primer factor de error es pequeño, ya que se usan suficientes trapecios precisamente para reducirlo al mínimo. El segundo error es consecuencia de que el cono no es posible duplicarlo en su totalidad, ya que en la angularidad correspondiente al vértice se presenta una distorsión de la forma real del cono (fig. 15) y la superficie multigaussiana y por consecuencia del efecto topográfico. Un error negativo indica subestimación y uno positivo sobrestimación del valor real. El error negativo (fig. 14a), es consecuencia de una subestimación de la elevación existente entre el plano de Bouguer y la superficie Gaussiana. En cambio, para las regiones 2 y 3 el error es positivo (figs. 14b y 14c), ya que la Superficie Gaussiana pasa por debajo del cono, incrementando la altura existente entre el plano de Bouguer y la superficie. Ello origina un efecto gravimétrico mayor al del cono. La figura 14d, muestra el error total, el cual es menor del 2.5% para una pendiente de 30 grados. Además, a medida que aumenta la pendiente existe convergencia al valor teórico.

III.7.2 Método II.3.2

El realizar la corrección por topografía usando la ecuación (10), involucra el cálculo de una integral doble. El procedimiento a seguir con el fin de estimar la exactitud es el

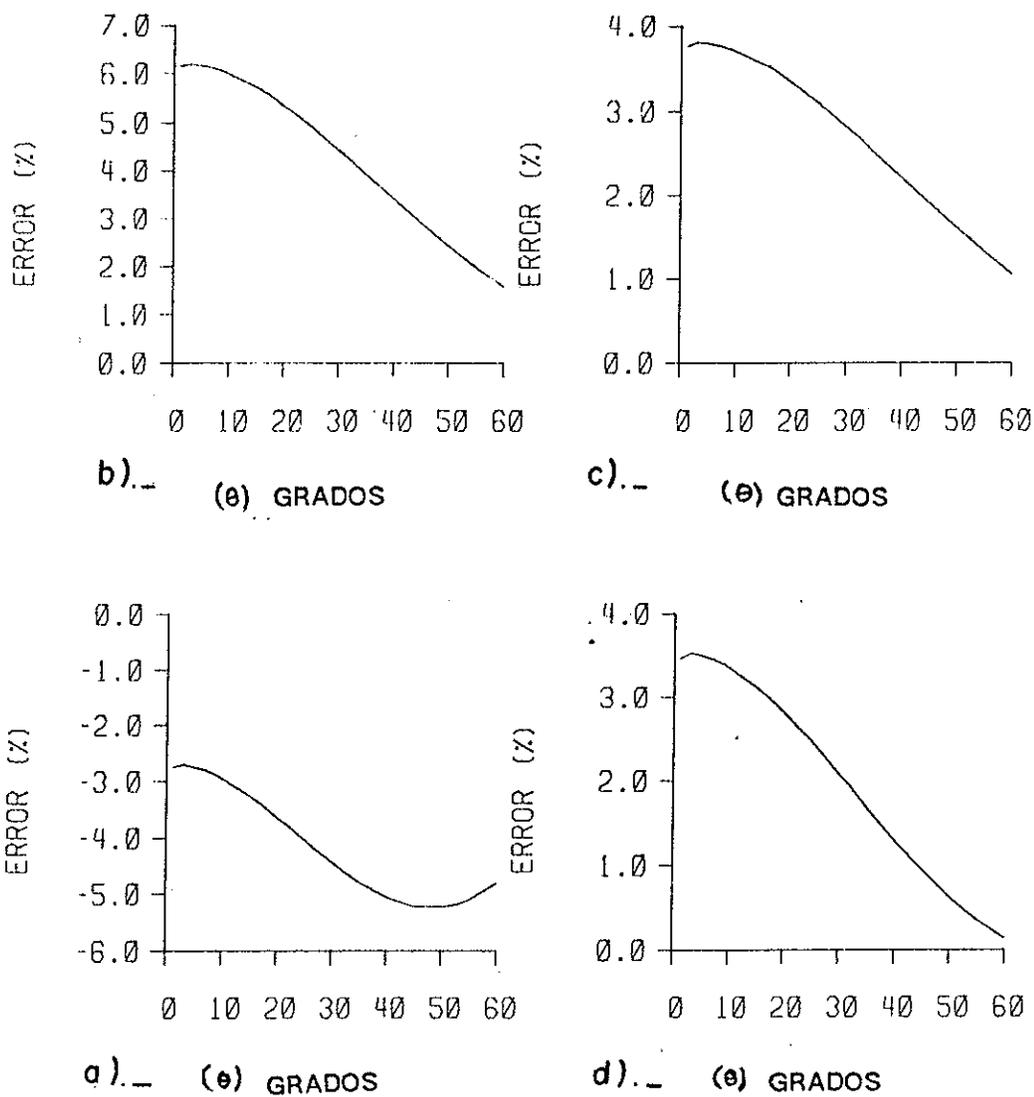
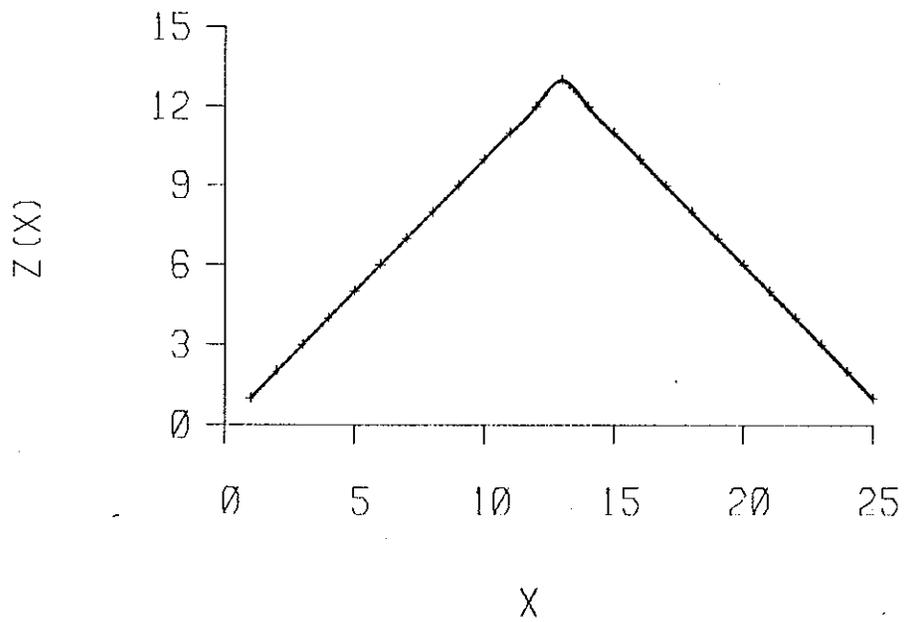


Figura 14.- Error en corrección por terreno usando campanas gaussianas como una función de la inclinación de un cono. Método - II.3.1

- a).- Error para región No. 1 (0 a 4 U.M)
- b).- Error para región No. 2 (4 a 12 U.M)
- c).- Error para región No. 3 (12 a 20 U.M)
- d).- Error total.



- * puntos discretos
- función triángulo
- función gaussiana

Figura 15. Discrepancia entre función triángulo y gaussianas

mismo que se utilizó en el caso anterior (II.3.1). La exactitud dependerá, además de la naturaleza aproximada de la fórmula (10), de la discrepancia existente entre la superficie del cono y la multigaussiana, así como del método de Integración utilizado. Este a su vez, de los errores de truncamiento y redondeo numérico. El error de truncamiento dependerá de los intervalos de discretización a que sea sometido el Integrand. Los intervalos de discretización pueden ser manejados de manera tal que uno pueda controlar el error por truncamiento. Evaluar el error por truncamiento generado, al tratar de aproximar el Integrand mediante alguna expresión polinómica, es una tarea que resulta generalmente ardua, dada la naturaleza compleja del error. La complejidad aumenta a medida que el polinomio de aproximación incrementa su grado. Aquí utilizaremos un polinomio de grado dos con objeto de aproximar el Integrand de la ecuación (10). El error por truncamiento de éste, resulta ser complejo a consecuencia de las diversas derivaciones a que es sujeto el Integrand. De tal manera que resulta computacionalmente más simple resolver la Integral que la fórmula de la estimación del error.

En el presente método, por razones de simplicidad numérica, se utilizó el método de cuadratura de Simpson. Además, éste da buenos resultados para superficies suaves que no presenten pendientes fuertes.

Se generó la superficie de un cono de diversas pendientes con objeto de probar el algoritmo desarrollado. Todos los conos fueron discretizados con el mismo intervalo tanto en la dirección radial como angular, con objeto de mostrar la eficiencia del método en función de la inclinación de los conos.

En forma análoga al método anterior (11.3.1) el área que rodea la estación hipotética fue dividida en tres zonas. La primera va de (0.2-4.0)U.M, la segunda de (4.0-12.0)U.M y la tercera de (12.0-20.0)U.M .

La figura 16 muestra el error para las 3 regiones así como el total generado por estas. El error graficado es el resultado de la diferencia entre el valor calculado por Integración numérica de (10) y el verdadero obtenido de (19), dividido entre el valor verdadero. Errores negativos son indicadores de subestimación del valor verdadero y positivos de sobrestimación. El origen de este error proviene esencialmente de 3 fuentes:

- (1).- Formulación aproximada al cálculo de la componente vertical de la gravedad de la topografía (ecuación 10).
 - (2).- Discrepancia existente entre la superficie multigaussiana de aproximación y el cono.
 - (3).- Error numérico de truncación del método de Integración
-

de Simpson.

El error (1) es intrínscico al método y es el de mayor magnitud. Una evaluación de este error viene dada mediante la siguiente ecuación:

$$G_a/G_v = 2h^2(R_2^2 - R_1^2) / [(R_1 + R_2)^2 + h^2]^{\frac{3}{2}} (R_2 - R_1 + (R_1^2 + h^2)^{\frac{1}{2}} - (R_2^2 + h^2)^{\frac{1}{2}})$$

donde G_a es el efecto gravimétrico de la componente vertical de la gravedad de un prisma circular de cima y base plana cuya masa se concentra en su centro de gravedad y G_v el de un prisma de la misma geometría y densidad cuya contribución gravimétrica se calcula mediante integración analítica usando la segunda Ley de Newton. La figura 17 muestra el comportamiento del error promedio de la aproximación entre G_a y G_v versus la inclinación del cono. Errores negativos indican que el valor aproximado es menor al verdadero y positivos lo contrario. Nótese como el error cerca de la estación a corregir es negativo para las 3 regiones, especialmente para inclinaciones pequeñas de los conos siendo más marcada para la primera región. En cambio, a medida que la pendiente del cono aumenta, o lo que es lo mismo la razón (h/r) aumenta, el error tiende a crecer. Obsérvese la similitud existente entre el error absoluto (fig. 16) y el proveniente del método de aproximación (fig. 17). Los motivos por los cuales la magnitud en estos difiere es consecuencia de los errores (2) y (3). El error (2) tiene fuertes implicaciones sobre el (1), ya que en las zonas más próximas al cono la discrepancia existente entre el cono y la Superficie

Gaussiana se manifiesta mediante la subestimación de la altura entre el plano de Bouguer y la Superficie Gaussiana, con un efecto similar en la corrección, tal como se aprecia en la figura 16. En cambio, a medida que se aleja uno de la estación existe una sobrestimación de la función verdadera (cono) a consecuencia del carácter Gaussiano de la función de aproximación, con el consiguiente aumento en el efecto gravimétrico (figs 16b,c y d).

Además de las fuentes de error anteriores, también se tiene la originada por truncamiento numérico del método utilizado. La evaluación de este error es compleja (ecuación 12) dada la naturaleza que presenta el integrando y las diversas derivaciones a que debe ser sometido. En cambio, es sencillo el cálculo del error verdadero para un caso como éste, en el que conocemos la solución exacta. Sin embargo, en una topografía irregular en la que desconocemos la solución verdadera, la evaluación de este error es importante.

En el método 11.3.1, a medida que aumenta la inclinación del cono, la solución tiende a converger hacia la verdadera, en cambio en el método aproximado tiende a crecer. En lo referente a los errores se puede notar en las 4 gráficas de la figura 16, como el error puede ser cero a consecuencia de la suma algebraica de los errores existentes. El que el error absoluto sea cero o se aproxime depende principalmente de la

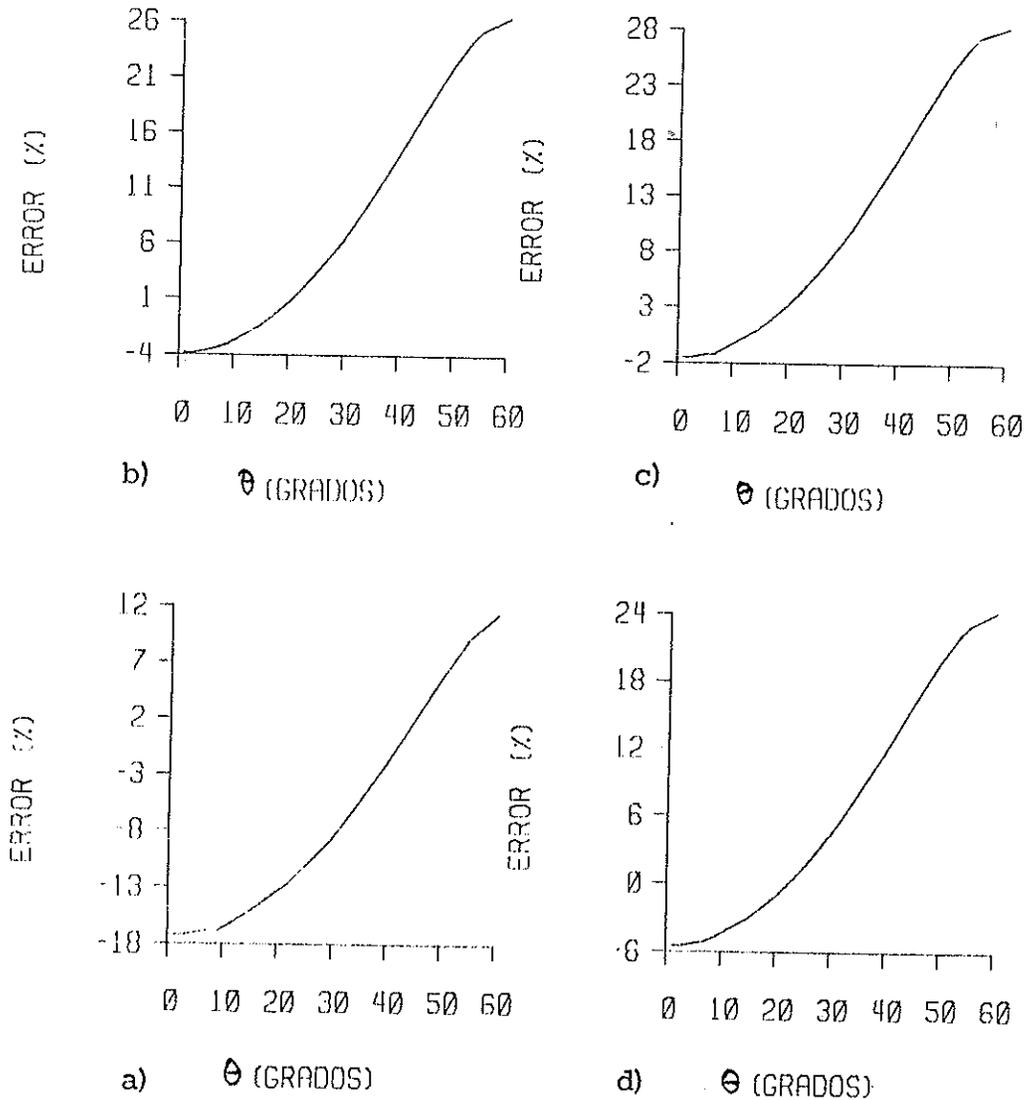


Figura 16. Error en método aproximado de corrección por terreno usando campanas gaussianas como una función de la inclinación de un cono.

- a).- Error para región No. 1
- b).- Error para región No. 2
- c).- Error para región No. 3
- d).- Error total

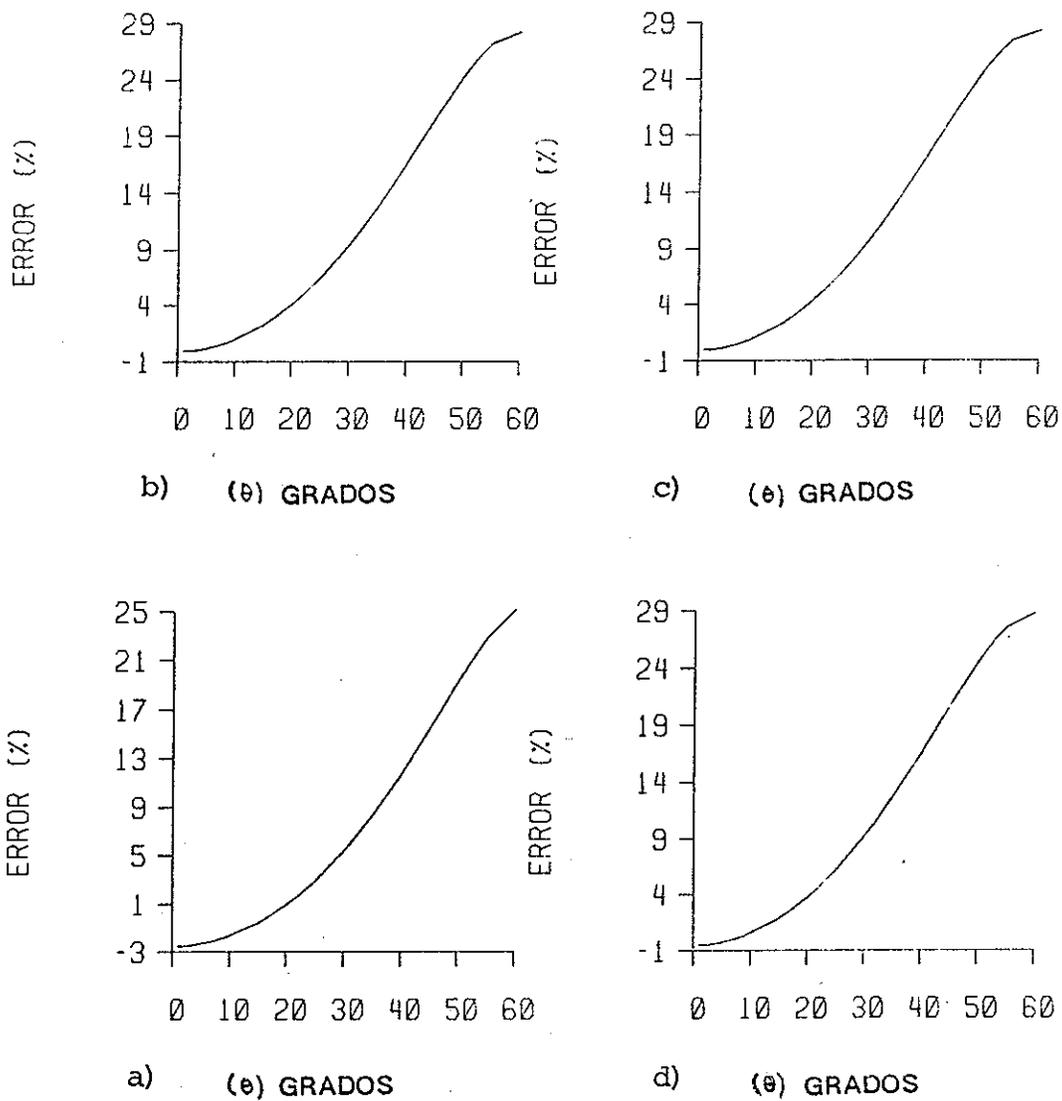


Figura 17. Error promedio de la aproximación entre G_a y G_v contra el ángulo de inclinación de un cono para las 3 regiones.
 a).- Error para la primera región
 b).- Error para la segunda región
 c).- Error para la tercera región
 d).- Error total

relación (h/R_1) y R_2-R_1 (ancho del prisma) para la cual el cociente de $G_a/G_v \rightarrow 1$.

III.7.3 Método II.3.3

Realizar la corrección por topografía mediante este método, es resolver la integral doble de la ecuación (14). En este método existe solución analítica en el cálculo de G_z respecto a la dirección vertical, sin embargo, al igual que el método anterior es necesario realizar integración numérica en la dirección r y θ . Integración numérica en la cual el cálculo del error por truncamiento resulta ser de naturaleza compleja, dadas las diversas derivaciones a que es sujeto el integrando.

La exactitud del método depende al igual que el anterior (1) de la naturaleza aproximada con que sea calculada la integral de la ecuación (14) y (b) de la discrepancia existente entre la superficie multigaussiana y la función real de prueba del método. En éste caso, al igual que en los métodos anteriores se han usado conos con diversas inclinaciones con objeto de mostrar la eficiencia del método.

La figura 18 muestra el error para un intervalo de cálculo de la corrección por topografía que va de (0.2 a 20 km)

en función de la inclinación del cono.

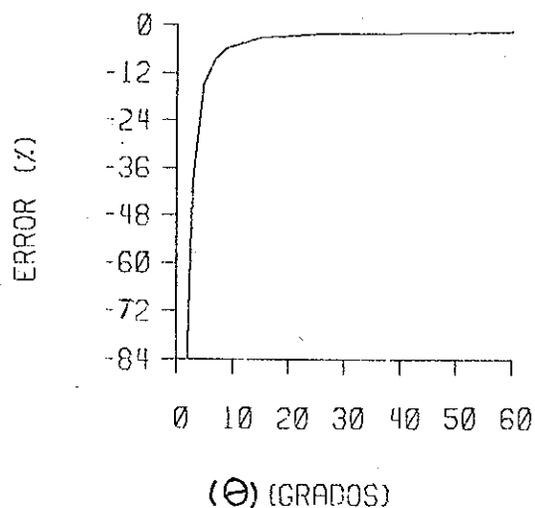


Figura 18. Error total en método II.3.3 como una función del ángulo de inclinación de un cono.

En este ejemplo, cada una de las tres regiones que constituyen el intervalo de cálculo antes mencionado fue discretizado en 20 parábolas tanto en la dirección radial como angular. El error graficado es el resultado de la diferencia entre el valor calculado por Integración numérica de (14) y el verdadero obtenido de (19), dividido entre el valor verdadero. Errores negativos son indicadores de subestimación del valor verdadero y positivos de sobrestimación .

En este método a medida que aumenta la inclinación del cono, la solución converge rápidamente a la verdadera, de

manera que a los 5 grados el error es del orden del 10 por ciento negativo.

En el presente ejemplo, no se ha hecho un cálculo del error proveniente de la Integración numérica con objeto de separarlo del (2), ya que éste es de naturaleza compleja y en una aplicación práctica del método donde no se conoce la solución verdadera, no sería computacionalmente eficiente, sin embargo, sería eficiente si la Integral doble de la ecuación (14) se pudiera reducir a una Integral en una dirección. Este es tema de investigación en la actualidad por el autor.

III.8 Características adicionales de los métodos de Corrección.

Después de haber mostrado algunas de las características de los métodos de corrección por topografía desarrollados en éste trabajo resulta conveniente señalar las ventajas o desventajas existentes entre ellos. Estas serán establecidas desde un punto de vista práctico relacionado con su eficiencia.

El método 11.3.2 es una aproximación a la solución del problema a resolver en este trabajo ya que la ecuación (8) es válida para masas puntuales, siendo el denominador del Integrandó de la ecuación (10) el cubo de la distancia entre el punto de medición y el centro de masa del diferencial de

volumen en que fue discretizada la superficie $z(r,\theta)$. El diferencial de volumen seleccionado en (10), es el de un prisma circular de base $\Delta\theta\Delta r$ y altura z que, en el límite cuando $\Delta\theta$ y Δr tienden a cero, se tratará de una forma geométrica similar a una "aguja", con centro de masa en $(r_0, z/2)$. La aguja no es meramente una masa puntual, pero una manera aproximada es considerar el denominador de (10) como la distancia entre el punto de observación y el centro de masa del prisma elemental de volumen. Este aspecto y la dificultad computacional de evaluar el error por truncamiento, pone de manifiesto la debilidad en el método.

El método 11.3.3 a pesar de tener solución analítica en una dirección y presentar rápida convergencia al valor verdadera, no resulta práctico de usar en problemas donde la solución verdadera no se conoce (caso general) ya que es necesario realizar el cálculo del error por truncamiento asociado al método de Integración con objeto de establecer el rango de confianza del método 11.3.3.

La exactitud del método 11.3.1 también depende de la forma en que es discretizado el terreno. En lo referente a la estimación de la altura promedio para cada compartimiento en que es dividido el terreno, es un proceso simple. Además, el efecto gravimétrico de los prismas elementales en que es dividida la Superficie multigaussiana del terreno poseen

solución analítica, tal manera que éstas son características favorables respecto al método anterior. Las figuras 14 y 16 manifiestan en una buena parte las ventajas de éste método respecto de los antes mencionados.

IV. APLICACION DEL METODO

IV.1 Corrección Topográfica en la porción Norte del Sistema de Fallas San Miguel.

Durante los años 1981 y 1982 se llevó a cabo un levantamiento gravimétrico en la porción Norte del sistema de Fallas San Miguel (tramo Tijuana-Valle de las Palmas) realizado por Espinosa (1983). La figura 19 muestra el plano de localización del área estudiada la cual se ubica al SE de la ciudad de Tijuana, y está delimitada por las siguientes coordenadas: $32^{\circ}24.66'$ a $32^{\circ}28.95'$ latitud Norte y de $116^{\circ}45.96'$ a $116^{\circ}58.58'$ latitud Oeste.

La figura 20 muestra la distribución de 150 estaciones gravimétricas. Se observa en esta figura un rasgo topográfico sobresaliente el llamado cañón de la Presa que cruza el área de estudio. Este cañón es el rasgo topográfico más severo con un desnivel que va de 100 a 300 m.

La corrección por topografía para el área fue

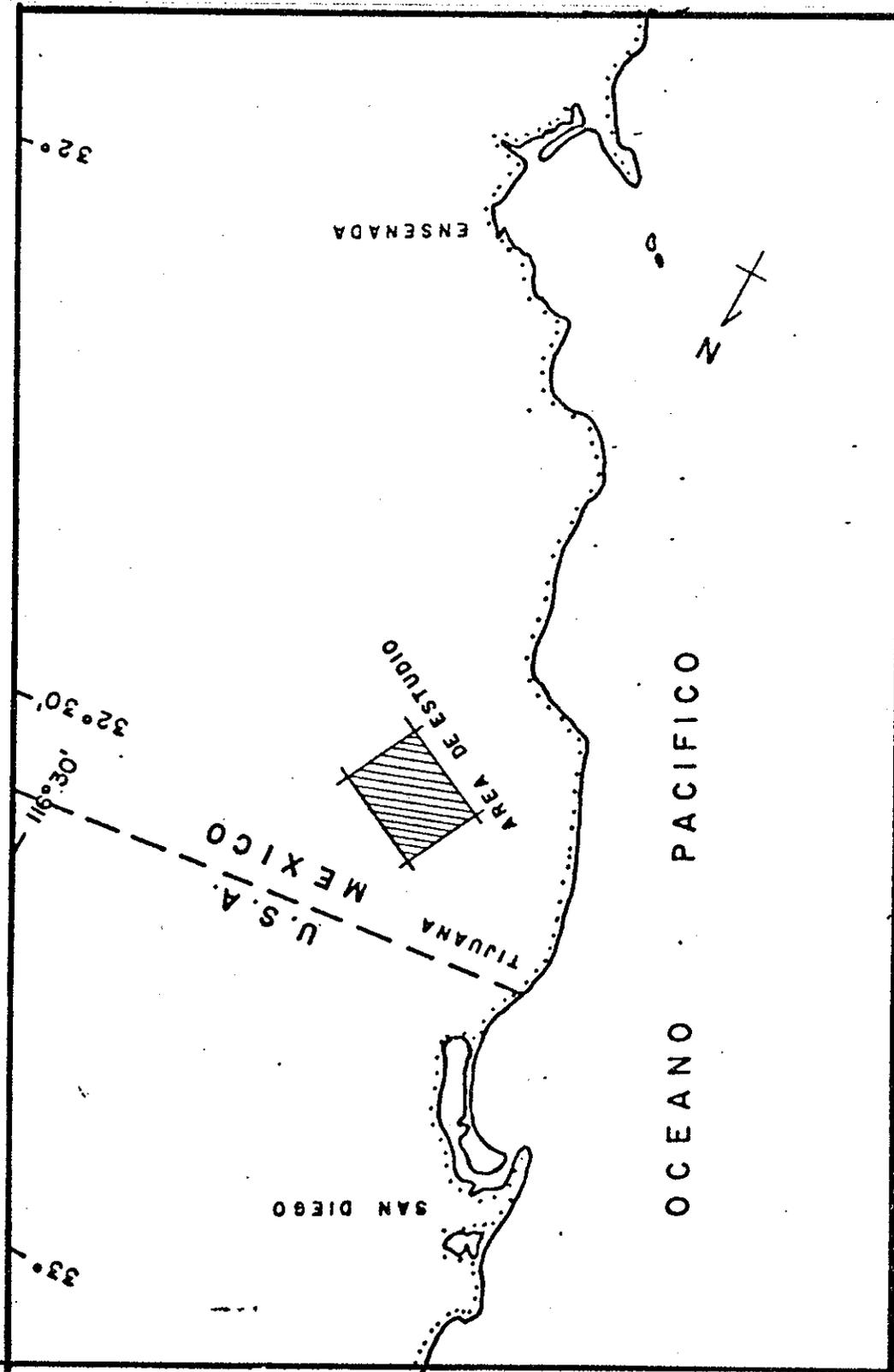


Figura 19 . Localización de área de estudio gravimétrico .

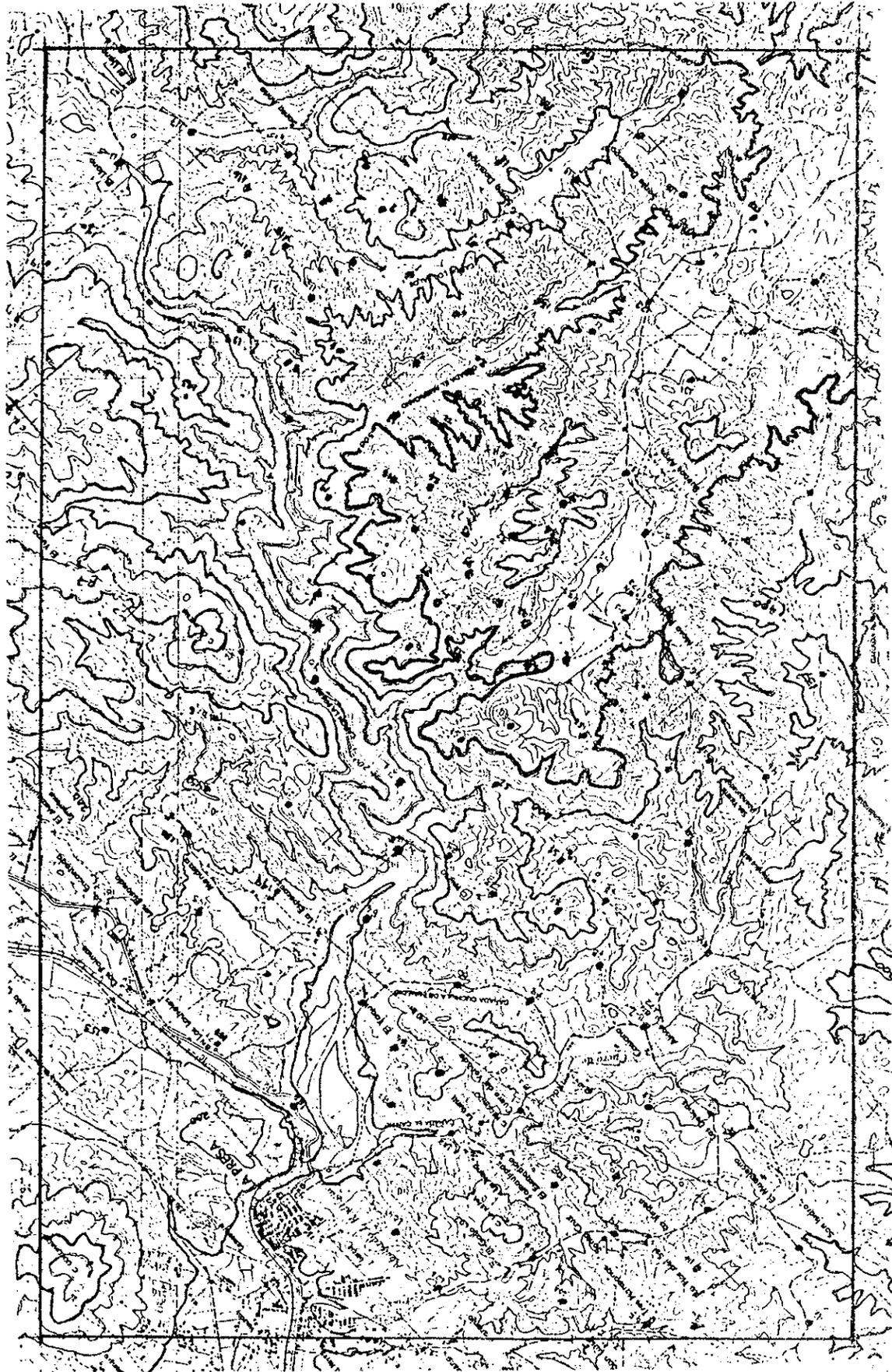


Figura 20. Ubicación de estaciones gravimétricas en área de estudio gravimétrico.

realizada a "mano" por Espinosa (1983) utilizando el método gráfico de plantilla de Hammer (1939), usando tablas de Bible (1962), con un factor de densidad de 2.67 gr/cm^3 ya que el basamento que aflora lo constituyen rocas metavolcánicas y graníticas. Para la corrección se limitó a un radio interior equivalente a la zona C, y exterior a la zona J de la plantilla de Hammer, respectivamente.

IV.1.1 Corrección Usando Gaussianas.

De los 3 métodos de corrección por topografía desarrollados, se utilizó el que consiste en dividir el terreno en prismas circulares de cima y base plana dadas sus ventajas con respecto a los otros dos. La corrección se aplicó considerando la misma densidad y zona de influencia topográfica (zonas C-J) que en el método manual de Hammer.

El mapa topográfico fue obtenido del DETENAL a escala 1:50000, el cual fué discretizado utilizando el sistema gráfico, Tektronix, consola (4051) y controlador gráfico de tableta (4956) en aproximadamente 40000 valores de elevación en puntos no equidistantes. De éstos se obtiene un arreglo equidistante entre estaciones en forma matricial con separación de 500m entre dato y dato. Se empleó para ello un algoritmo de interpolación bivariente y ajuste de superficies suaves para

datos distribuidos irregularmente (Akima, 1978). La ubicación del área discretizada (fig. 21) tiene una extensión de 30,5x25 km, obteniéndose un arreglo matricial de 51x62 datos. Cabe hacer notar que el área estudiada por Espinosa (1982) queda comprendida en nuestros datos, la cual se explicará por separado más adelante.

El proceso de discretización del terreno puede también realizarse calculando el valor medio de la elevación de los compartimientos cuadrados que constituyen el modelo, en forma similar al cálculo de la elevación promedio en el método manual de plantilla de Hammer. Sin embargo, se utilizó el método de Interpolación auxiliar en la obtención del modelo digital del terreno con objeto de ahorrar horas hombre en el proceso de introducir manualmente el arreglo matricial de elevaciones a la computadora.

La figura 22 muestra el plano topográfico constituido por las 3162 valores de altura del terreno. La sección del recuadro señala la zona en la que deben de encontrarse posibles estaciones a corregir con un radio máximo de 5 kilómetros. El plano en general muestra la existencia de varios accidentes topográficos severos constituidos por un cañón y varios cerros que alcanzan una altura de 1000 metros y con un desnivel de 300 metros para el cañón. Es de esperarse que estos pronunciamientos topográficos presentan fuerte contribución en

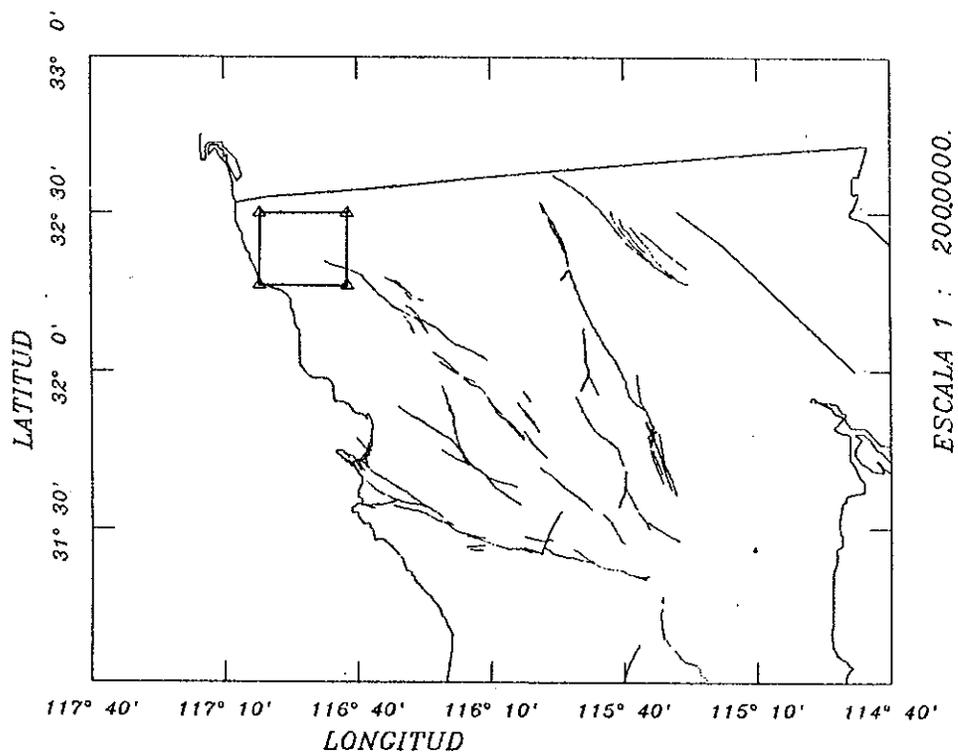


Figura 21 . Ubicación de área a corregir por topografía

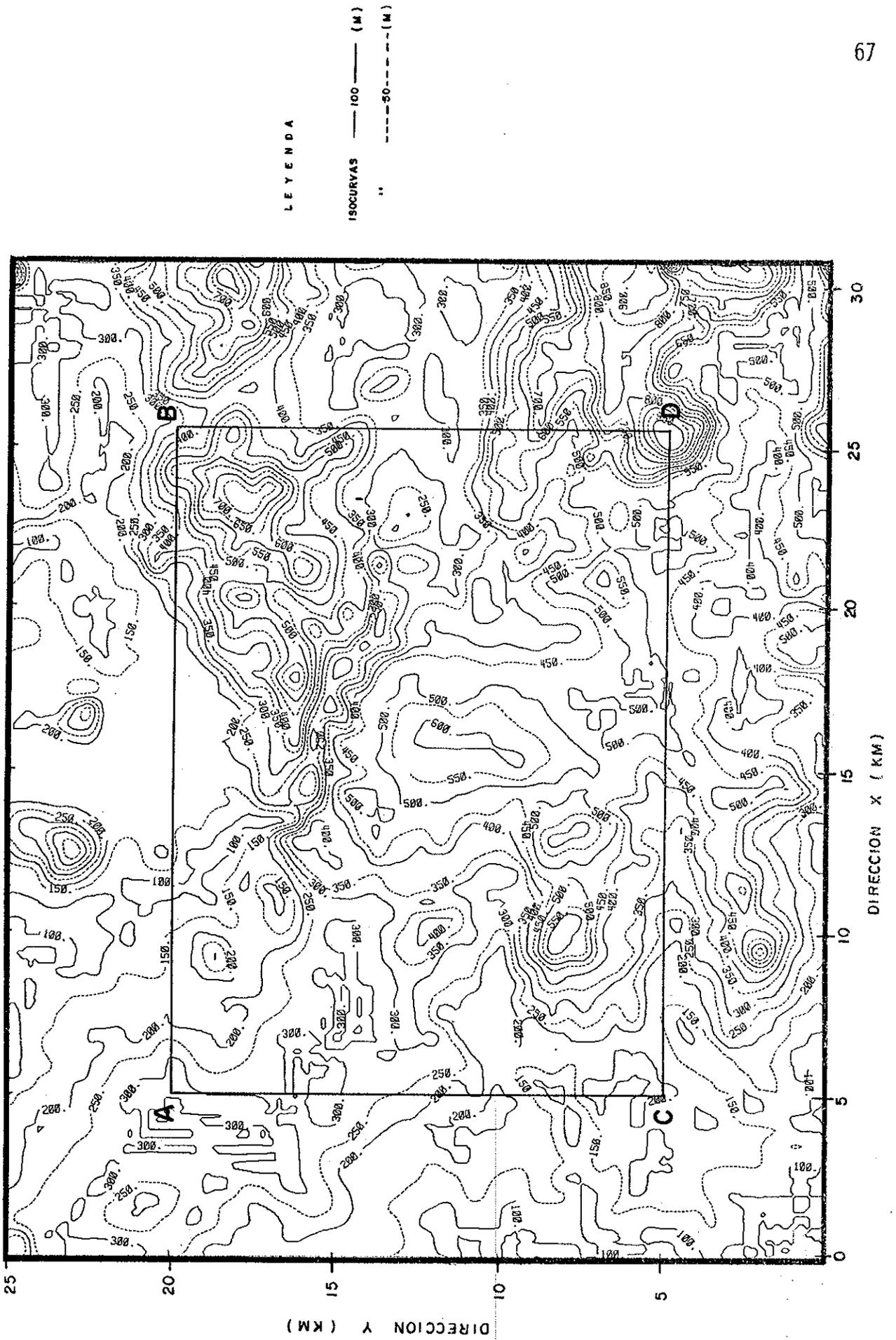
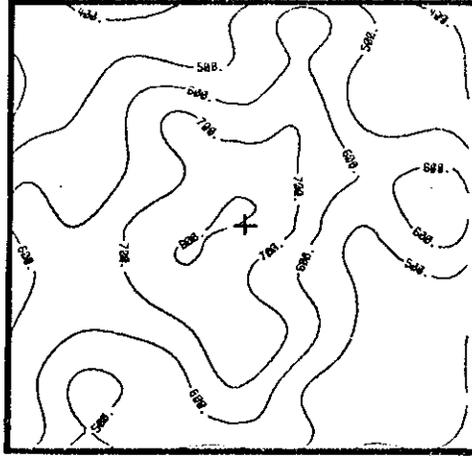


Figura 22 . Configuración del plano topográfico a corregir por topografía

las mediciones gravimétricas para estaciones cercanas a éstos. La figura 23 muestra una estación sobre un accidente topográfico. Además nótese la similitud entre el plano de contornos topográfico y el mapa obtenido de la superposición de funciones de densidad normal.

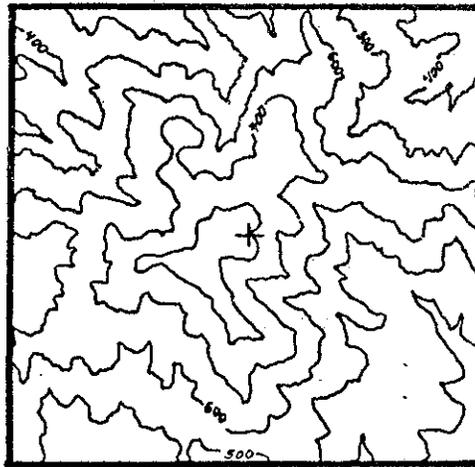
La figura 24 muestra estaciones hipotéticas (cuadritos), a las cuales se les aplica la corrección por topografía con un radio máximo de 5 km, con objeto de obtener el plano del efecto gravimétrico del terreno de la región. La figura 25 muestra su correspondiente plano de corrección por topografía. Obsérvese la fuerte semejanza existente entre ambos. El cañón se manifiesta con efectos gravimétricos que llegan hasta los 8 miligales, así como en las protuberancias de la porción Noreste del plano. Otras localidades que presentan correlación, se pueden apreciar en la porción SW de ambos planos, con efectos gravimétricos de hasta 5 miligales.

La figura 26 muestra una configuración del plano topográfico del área estudiada por Espinosa (1983); y la fig. 27, su correspondiente efecto gravimétrico. Este plano también fué obtenido considerando estaciones hipotéticas con separación de 500 metros entre ellas. Nótese la fuerte correlación existente entre ambos. La fig. 28 muestra el plano de anomalías de Bouguer sin corrección topográfica obtenido de 150 estaciones gravimétricas; y la figura 29 el mismo plano pero



Modelo de la topografía del mapa inferior resultante del desarrollo de Gaussianas.

ESCALA
+ ESTACION 0 1 U.M.



Mapa de contornos de la topografía próxima a una estación gravimétrica.

Figura 23. Similitud entre el plano de contornos topográficos y el obtenido mediante la superposición de gaussianas.

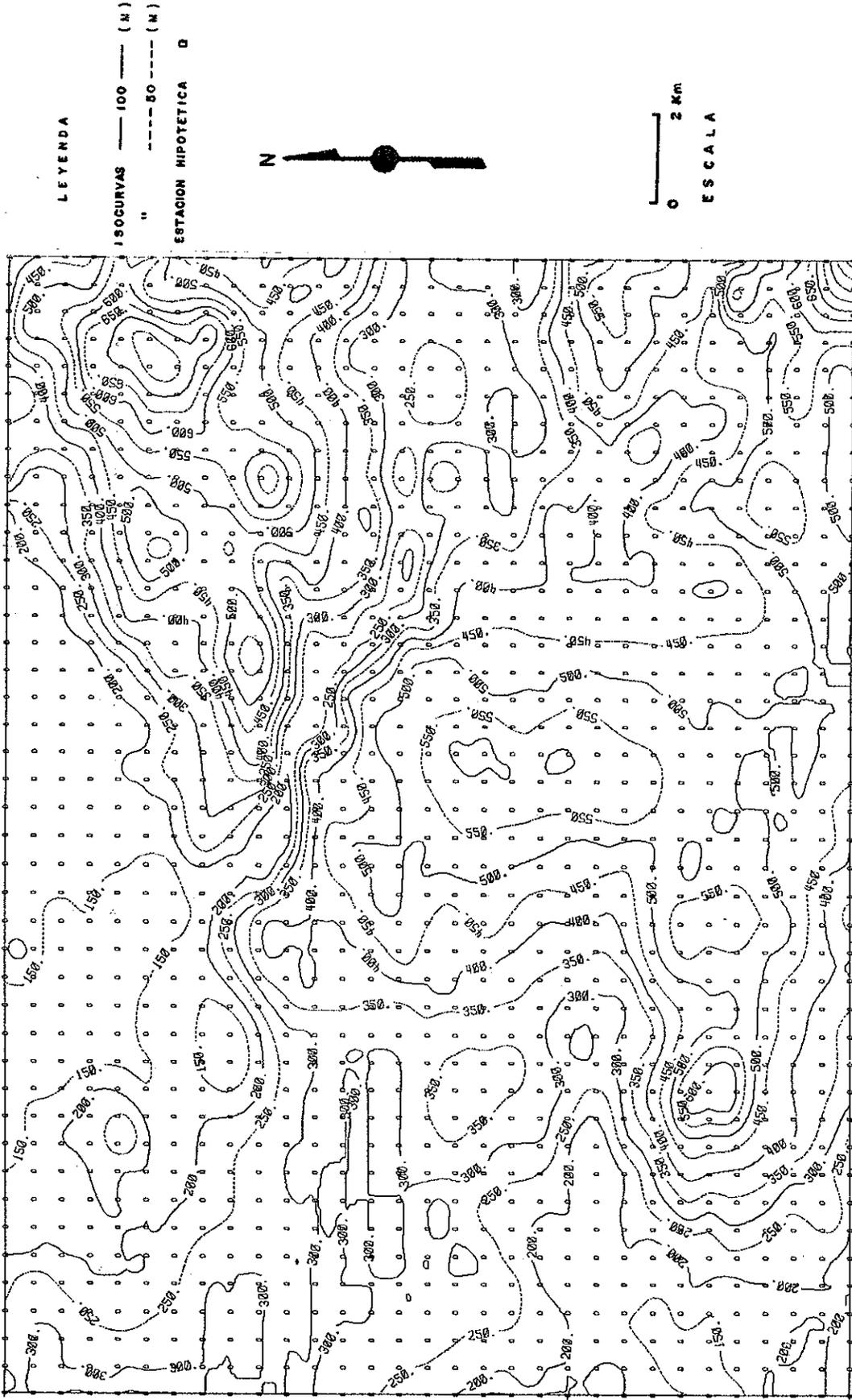
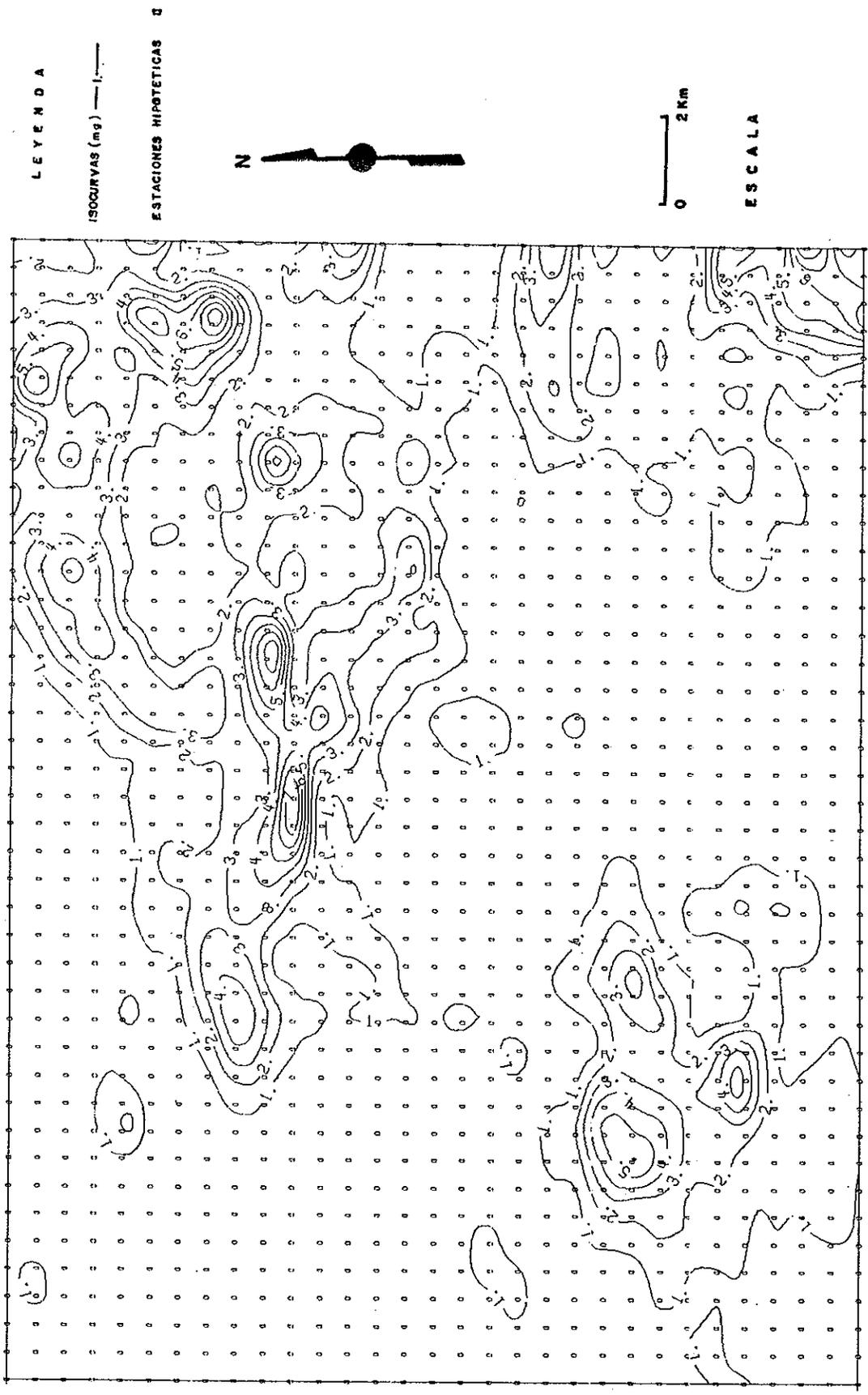


Figura 24 . Ubicación de estaciones hipotéticas a realizar corrección por topografía.



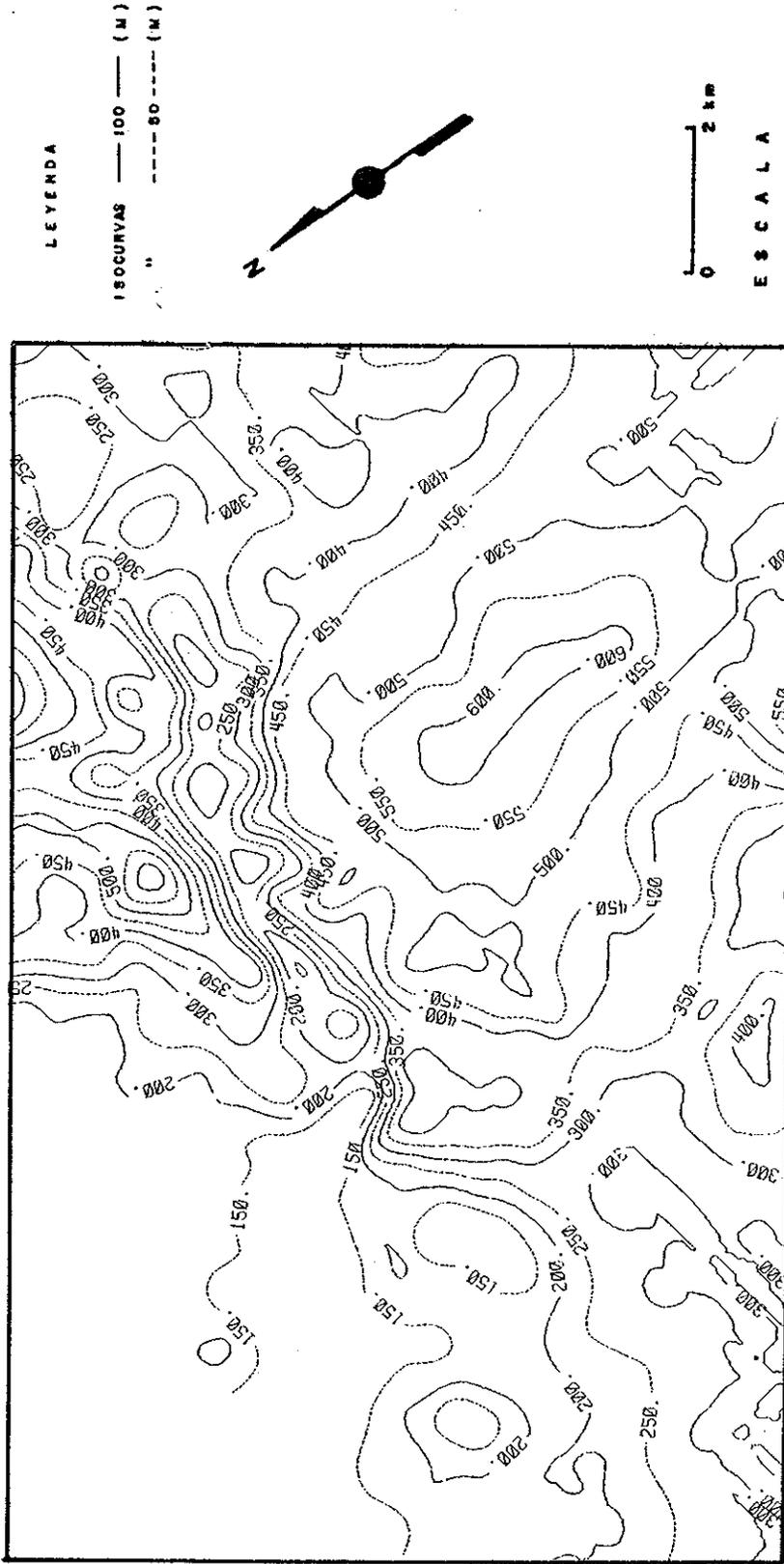


Figura 26 . Configuración del plano topográfico del área de estudio gravimétrico.

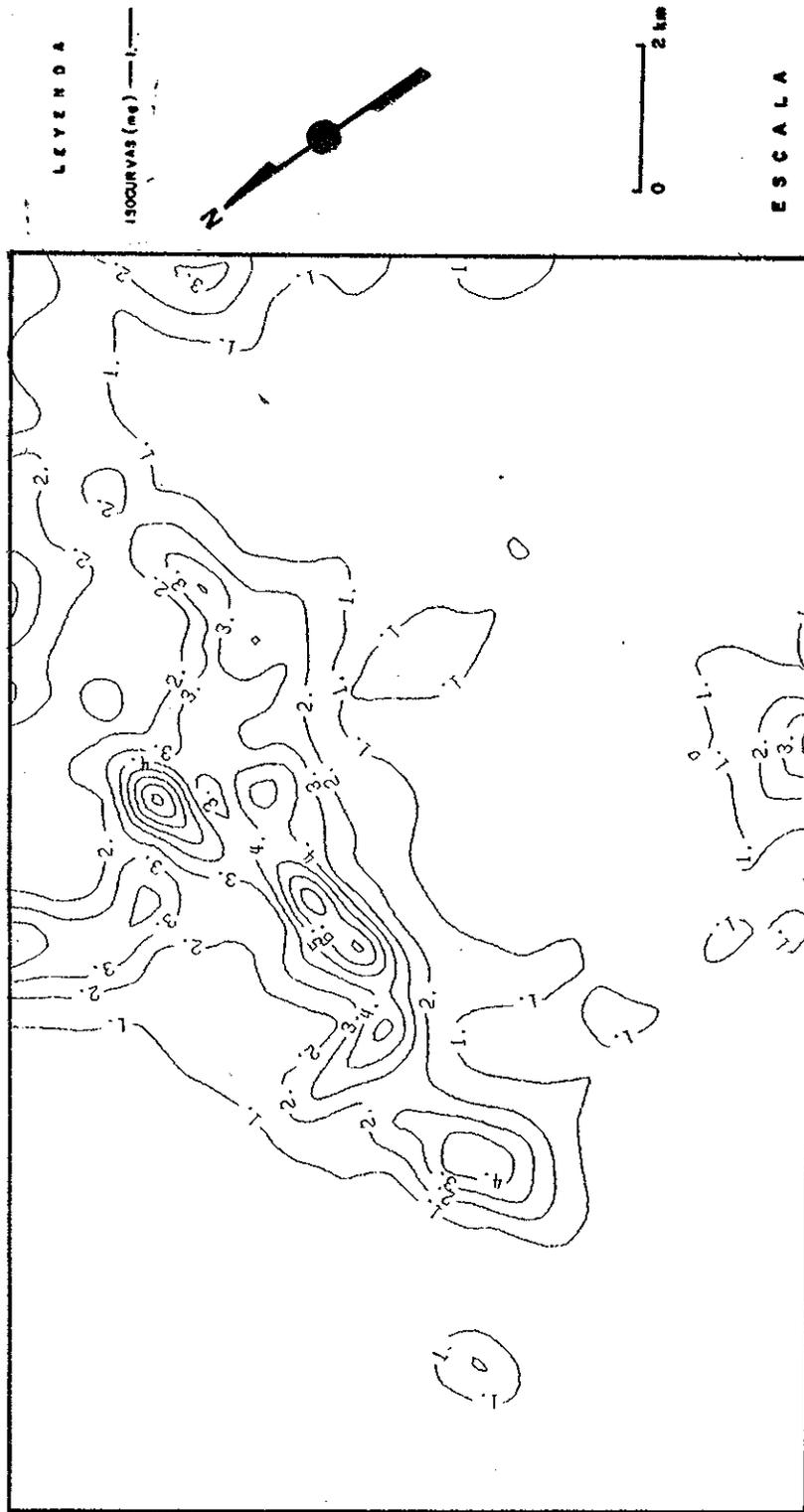


Figura 27 . Plano de corrección topográfica del área de estudio gravimétrico usando campanas gaussianas.

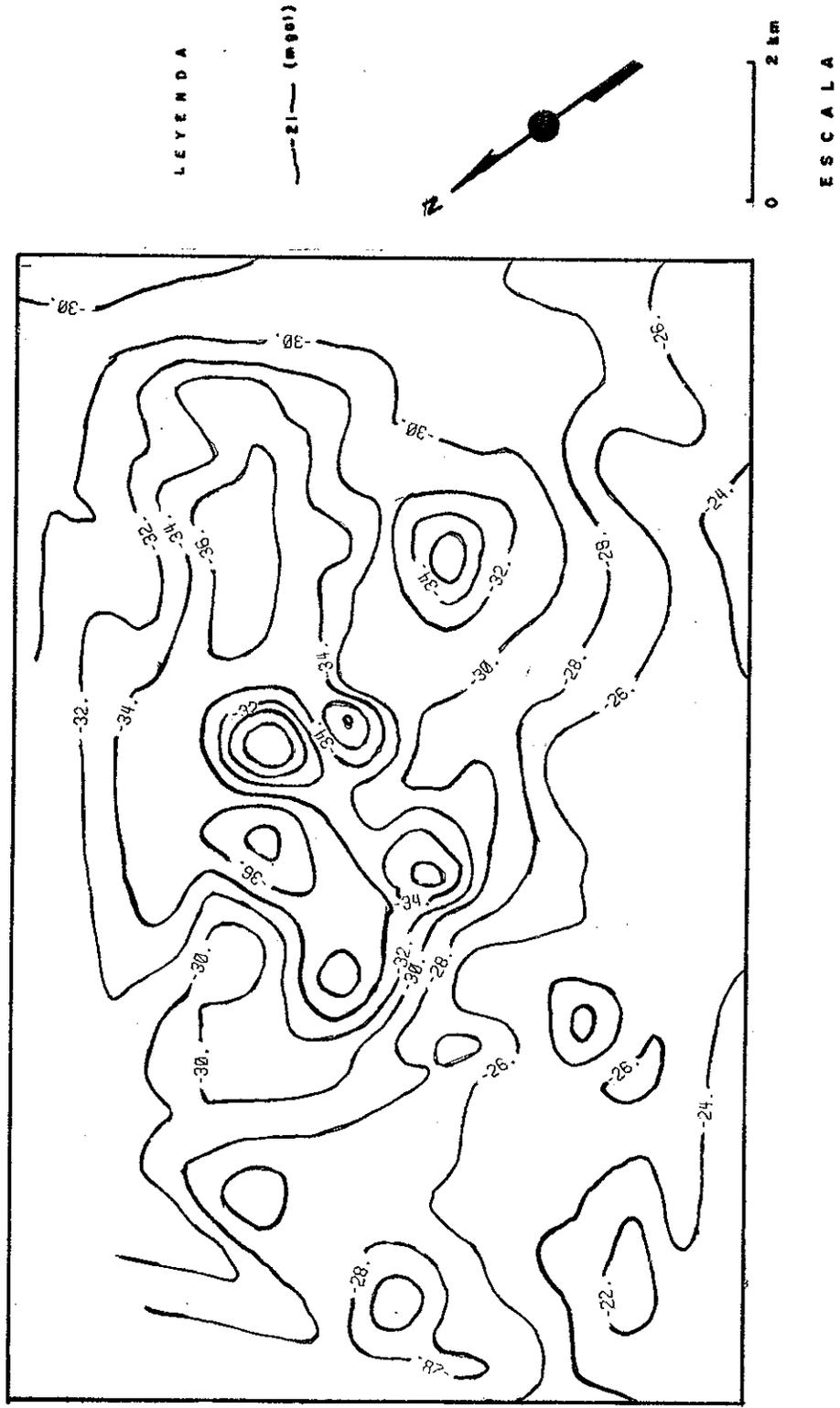


Figura 28 . Plano de anomalía de Bouguer sin corrección topográfica correspondiente al área de estudio gravimétrico.

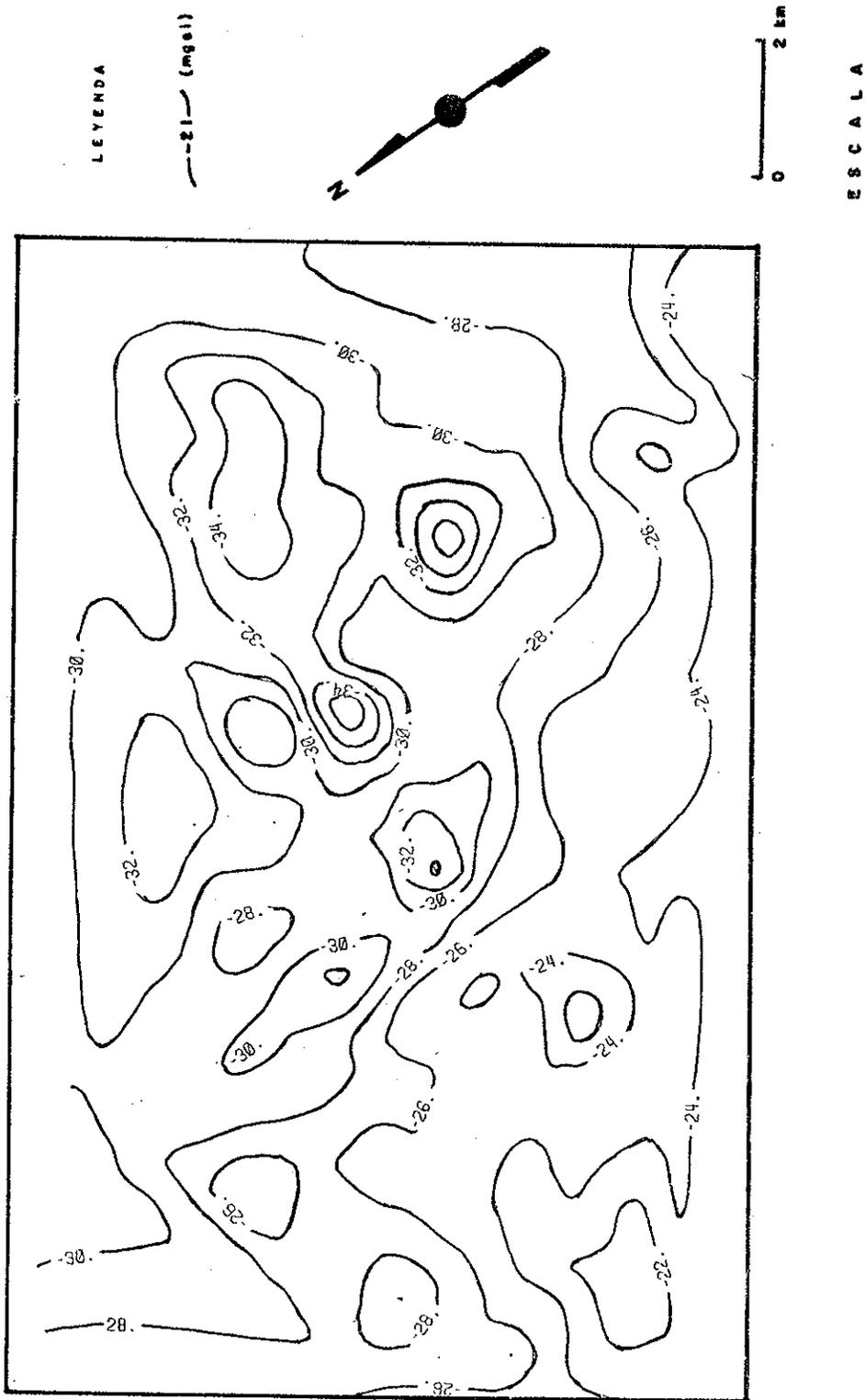


Figura 29 Plano de anomalías de Bouguer correspondiente al área de estudio gravimétrico

correguido por topografía usando el método desarrollado en el presente trabajo. Obsérvese la diferencia existente entre ambos. La magnitud y la tendencia de la anomalía de Bouguer sin corrección se ve modificada considerablemente.

IV.2 Comparación entre plantilla de Hammer y Superficie

Multigaussiana para ejemplo de campo.

El ejemplo de campo es el correspondiente a la porción NW de Baja California. La tabla No. I, muestra resultados de la comparación entre ambos métodos para 20 estaciones gravimétricas ubicadas en la proximidad del accidente topográfico más notable del área (cañón La Presa). Utilizando el método de Superficies Multigaussianas, el terreno fue dividido en 1300 compartimientos cuadrados, y en 74 para el de plantilla de Hammer. Se supone una densidad de 2.67 g/cm^3 para todas las estaciones en ambos métodos.

El efecto gravimétrico promedio del terreno para el método de Hammer es de 1.92 mgal; y para el de Superficies Gaussianas es de 1.80 mgal, presentando este último un efecto gravimétrico menor al de plantilla. Esto es consecuencia de la discrepancia existente entre el modelo de prismas planos y la superficie del terreno, lo cual origina una sobre estimación del valor de corrección. En cambio, en el método de

Superficies Gaussianas, es posible discretizar el terreno en un número mayor de prismas que en el de Hammer, donde la elevación de cada prisma se obtiene mediante integración numérica, de tal forma que este modelo se aproxima más al plano topográfico. Sin embargo, algunas diferencias no pueden ser atribuidas totalmente a la inexactitud del método de plantilla. Las estaciones 20,36,39,41,71,52 y 146 presentan diferencias algo notables. Estas estaciones se ubican en la base y lados del cañón la Presa. Este presenta porciones estrechas inferiores a los 500 metros en que fue discretizado el terreno. De tal manera que, el modelo digital del terreno, no reproduce estos caracteres topográficos. Siendo ésta otra razón por lo cual la corrección usando gaussianas esta por debajo del método de plantilla de Hammer.

Las estaciones 18,19,84,90 y 142 exhiben corrección por el método de Superficies Gaussianas ligeramente superior al de plantilla de Hammer. El área cercana (100-150 mts.) que las rodea es plana, siendo limitada por abruptos acantilados. En los lados de estas fuertes discontinuidades del terreno se presenta el fenómeno de Gibbs con consecuencias en la corrección por terreno como la anterior.

Tabla I. Comparación de corrección por terreno entre el método "manual" de plantilla de Hammer y usando Gaussianas para ejemplo de campo.

ESTACION	(1)	(2)
	Usando tablas de corrección de - Biblie	Método de superficies Gaussianas
Valores en miligales		
18	1.76	2.01
19	2.66	2.79
6	2.16	1.73
20	.73	0.54
36	1.32	0.83
39	1.1	0.82
41	.39	0.28
71	1.11	0.87
51	4.80	4.10
52	1.35	0.99
83	1.08	0.81
84	1.90	2.03
58	0.44	0.41
71	1.11	0.87
90	7.06	7.11
105	1.37	1.28
142	5.07	5.29
146	0.41	0.25
151	3.53	3.46
154	1.70	1.89
B3	0.39	0.35
114	0.90	0.86
Media	1.92	1.80

Diferencia de medias
(1)-(2)

0.12

V CONCLUSIONES

Se ha desarrollado un método computacional para realizar la corrección gravimétrica del terreno para trabajos a escala de semidetalle, detalle y regionales en los que no se tome en cuenta la curvatura de la tierra a partir de un plano topográfico del área a corregir. Dicho plano es discretizado en forma de una malla regular de tal manera que los valores de elevación del plano topográfico son expresados como una combinación lineal de gaussianas de igual variancia y media diferente. Se usa la función de Densidad Normal como tentativa de tomar en cuenta en el modelado de la superficie topográfica los procesos físicos que rigen la distribución de los materiales en la superficie.

En el desarrollo de los métodos computacional se han implementado tres algoritmos. Esta implementación ha conducido al cálculo de la inversa de la matriz proveniente del desarrollo de Gaussianas. Esta se ha resuelto numéricamente mediante un algoritmo eficiente (Descomposición de Choleski).

Para aplicar los métodos desarrollados se requiere

tener un previo conocimiento de la densidad del terreno a corregir, la cual se considera constante. Además de asignar una variancia a las diversas gaussianas que constituyen el modelo del terreno. En este trabajo no se ha obtenido un criterio único respecto a que valor considerar. Sin embargo, se ha asignado un valor adecuado partiendo de un criterio lógico de Interpolación, además, se ha realizado un análisis de la condición de la matriz proveniente del desarrollo de Gaussianas para diferentes variancias con el objeto de garantizar la existencia de la Inversa, resultando ser computacionalmente adecuado el seleccionado. Se comprobó mediante experimentos numéricos el funcionamiento de los algoritmos desarrollados mediante un modelo teórico, cuyo efecto gravimétrico por terreno es conocido.

El método 11.3.3 es un buen método ya que presenta una rápida convergencia (fig. 18) a la solución verdadera, no obstante, en éste no es posible establecer un criterio respecto al intervalo adecuado de discretización del Integrand de la ecuación (14) con objeto de minimizar el error por truncamiento sin antes haberlo estimado mediante la ecuación (12). Este procedimiento, dada la naturaleza compleja del error, resulta no ser práctico desde un punto de vista computacional. El anterior problema puede ser reducido en gran medida si la Integral bidimensional de la ecuación (14) pudiera ser reducida en forma analítica a una Integral unidimensional. Este

problema es actualmente tema de investigación por el autor.

El método 11.3.2 presenta divergencia en su solución respecto a la teórica a consecuencia de su carácter aproximado en su planteamiento, sin embargo, se ha encontrado que para relaciones $r = R_2 - R_1 = 0.38$ y $(h/r) \leq 0.30$ entrega soluciones con un error menor al 10 por ciento donde, h representa la altura promedio de un prisma circular de discretización del terreno y r la distancia a su centro.

El método 11.3.1 ha sido utilizado en la corrección por topografía de cerca de 150 estaciones gravimétricas en la porción NW de la Baja California Norte. Los resultados obtenidos utilizando éste método han demostrado ser una técnica confiable y efectiva. Comparaciones con el método de plantilla de Hammer han indicado que ambos métodos presentan soluciones equivalentes bajo condiciones similares en la discretización del terreno. Este método presenta ventajas respecto al de plantilla de Hammer en lo referente al número de compartimientos a discretizar la superficie multigaussiana, de tal manera que la pérdida del carácter gaussiano de la topografía es reducido.

Se concluye que el método 11.3.1 presenta un carácter exacto y ante todo flexible con respecto a los otros desarrollados en el presente trabajo. Además, este método

presenta una buena opción de solución al problema de corrección por topografía respecto a los ya existentes para trabajos a escala de detalle.

En lo referente al uso de la curva gaussiana en el modelaje de la superficie topográfica resulta ser una técnica eficiente de poco uso en la literatura como interpolador.

LITERATURA CITADA

- Akima, H. 1978. A Method of Bivariate Interpolation and Smooth Surface fitting for Irregularly Distributed Data Points. Transactions on Mathematical Software, Vol. 4, No.2
- Biblie, J.L. 1962. Terrain Corrections Table for Gravity. Geophysics. 27:716-718
- Carnahan B., Luther, H.A and Wilkes O.J. Applied Numerical Methods. Sons, Inc., 1964.
- Danés, Z.F. 1982. An Analytic Method for the Determination of Distant Terrain Corrections. Geophysics vol 47, No. 10.
- Dezso Nagy 1966. The Gravitational Attraction of a Right Rectangular Prism. Geophysics, vol. 31, No.2
- Espinosa Cardaña J.M. 1983. Gravedad Y Magnetismo en la Parte Norte del Sistema de Fallas San Miguel (tramo Tijuana Valle de las Palmas). Tesis de Maestría. CICESE
-

- Pérez, R.C. 1976. Use of Normal Analysis in the Description of Heterogeneous Reservoirs. Society of Petroleum Engineers of AIME. 54th Annual fall technical Conference and Exhibition.
- Pérez, R. C. 1982. Configuración de Yacimientos Mediante el Análisis Normal. Revista del Instituto Mexicano del Petróleo. Vol. 14, No.4
- Pérez, R. C. y Martínez, A. R. 1986. Sistema Automatizado para la Configuración de Yacimientos Afallados. Revista del Instituto Mexicano del Petróleo. Vol. 17, No.3 .
- Plouff, D. 1977. Preliminary Documentation for a Fortran Program to Complete Gravity Terrain Correction Based on Topography Digitized on Geographic Grid. U.S. Geological Survey Open-File Report 77-335, 45.p.
- Sandberg, 1958. Terrain Corrections for An Inclined Plane In Gravity Computations. Geophysics, vol. 23, No.4
- Telford, W.M, Geldart, L.P, Sheriff, R.E, Keys D.A. Applied Geophysics 1978. Cambridge University Press.
-

27, No 4, p. 455-462

Ketelaar, A.C.R 1976. A System for Computer Calculation of the Terrain Correction In Gravity Survering. Geopxploration vol. 14, No 1

Krohn, D.H. 1976. Gravity Terrain Corrections Using Multiquadric Equations. Geophysics, vol. 41, No.2 p. 266-275

Krumbein, W.C. 1959. Trend Surface Analysis of Contour-Type Maps with Irregular Control-Point Spacing. of Geophysical Research vol. 64, No.7

Lanczos, C. 1961 . Linear Differential Operatore, Van Nostrand

Mandelbaum, H. 1963. Statical and Geological Implications of Trend Mapping with Nonorthogonal Polynomlals. Geophysical Research, vol. 68, No 2

Nettleton, L.L 1976. Gravity and Magnetics In Oil Prospecting. McGraw-Hill, 464p.

Oliver, J.R. and Simard, G.R. 1981. Improvement of the Conic Prism Model for Terrain Correction In Rugged Topography. Geophysics, vol. 46, No 7 p. 1054-1056

- Fréz, C. J. 1987. Teoría de Inversión de Datos Geofísicos - notas de clase. (Sin publicar).
- Grant, F.S and West, G.F. 1965. Interpretation Theory In Applied Geophysics. Mc. Graw Hill Book. Co., New York. 584p.
- Granser, H. 1987. Topographic Reduction of Gravity Measurements By Numerical Integration of Boundary Integrals. Geophysical Prospecting 35,71-82.
- Hardy, R.C. 1971. Multiquadric Equations of Topography and Other Irregular Surfaces. J. Geophys. Res., vol. 76, p.1905-1915
- Hammer, S. 1939. Terrain Correction for Gravimeter Stations. Geophysics, vol. 4, p. 184-194
- Hammer, S. 1982. Critique of Terrain Corrections for Gravity Stations. Geophysics, vol.47, no.5
- Hayford, J.F., and Bowle, W., 1912. The effect of Topography and Isostatic Compensation Upon the Intensity of Gravity. U.S.G.S. spec. pub. no. 10
- Kane, M.F. 1962. A Compresive System of Terrain Corrections Using a Digital Computer. Geophysics, vol.
-


```

      READ(1,33)(X(I),Y(I),H(I),I=1,N)
33  FORMAT(3D13.5)
      WRITE(1,61)
61  FORMAT(2X,'SI ELEVACION ES EN PIES (0.000) EN METROS 1.000')
      READ(1,62)UNIDAD
62  FORMAT(D13.5)
      IF(UNID.N.EQ.0.000) GO TO 63
      CTE=4.19D-02
      GO TO 68
63  CTE=1.27738D-02
68  WRITE(1,78)
78  FORMAT(2X,'SEPARACION ENTRE DATOS DISCRETOS DEL TERRENO',
1     /,2X,'EN UNIDADES DE ELEVACION')
      READ(1,79)P
      WRITE(1,799)P
799  FORMAT(2X,'SEPARACION ENTRE DATOS P', '=',D13.5)
      WRITE(1,90)
90  FORMAT('ESCRIBE LA DENSIDAD DE LA ROCA EN CGS')
      READ(1,79)DEN
      WRITE(1,800)DEN
800  FORMAT(2X,'DENSIDAD ', '=',D13.5,1X,'CGS')
79  FORMAT(D14.5)
      WRITE(1,80)
80  FORMAT('DESEAS CORREGIR POR REGION 3 (SI=0,NO=1)')
      READ(1,99)SI
99  FORMAT(D12.3)
      WRITE(1,99)SI
C ... GENERACION DE LA MATRIZ DEL PATRON CIRCULAR
      L1=0
      DO 5 J=1,9
      DO 5 I=1,9
      IF((J-4)*(J-5)*(J-6))70,71,72
70  IF(I.GT.(2*J+3))GO TO 5
      L1=L1+1
      X1(L1)=-5.000+FLOAT(J)
      Y1(L1)=2.000+FLOAT(J-1)
      GO TO 5
71  L1=L1+1
      X1(L1)=-5.000+FLOAT(J)
      Y1(L1)=5.000-FLOAT(I)
      GO TO 5
72  IF(I.GT.(23-2*J))GO TO 5
      L1=L1+1
      X1(L1)=-5.000+FLOAT(J)
      Y1(L1)=12.000-FLOAT(J+1)
5  CONTINUE
      M1=0
      DO 20 KK=17,M
      DO 20 L=1,KK
      M1=M1+1
20  A(M1)=EX1(X1(L),X1(KK),Y1(L),Y1(KK))
      CALL DSINV(A,M,1.0D-09,IER)
      WRITE(1,200)IER
200  FORMAT('IER=',I3)
C ... ESTIMACION DE Z DEL MODELO XY POR INTERPOLACION LINEAL.
      PI=4.000+DATAN(1.000)
      DO 3 K=1,N
      TN=0.000
      XK=X(K)
      YK=Y(K)
      HK=H(K)
      JX=DINT(X(K))
      IY=DINT(Y(K))
      IP=IY-4
      JP=JX-4
      CALL INTER(XY,XK,YK,JP,IP,MY,Z)
      WRITE(1,600)Z(35)
600  FORMAT('Z=',D13.5)

```

```

      Z(35)=HK
      CALL SIMG(A, Z, C, M, 1)
C .... CORRECCION PARA LA PRIMERA REGION [0.05-0.25] Y [0.25 -4.0] UNIDAD
C .... DE MALLA.
      SM=.100
      DI=.300
      CALL SECTOR(X1, Y1, C, HK, P, SM, DI, 3, 2, 2, CT)
      TN=TN+CT
      WRITE(1, 76)X(K), Y(K)
76  FORMAT(2X, 'COORDENADAS DE LA EST. ', 'X', F6.1, 2X, 'Y', F6.1)
      SM=1.000
      DI=1.000
      CALL SECTOR(X1, Y1, C, HK, P, SM, DI, 3, 2, 2, CT)
      TN=TN+CT
      WRITE(1, 30)K, TN
30  FORMAT(2X, 'EST No', I3, ' REG. 1', ' C. T', '=', D13.5)
C .... CORRECCION PARA LA SEGUNDA REGION [4.000-12.000] UNIDAD DE MALLA.
      CALL MALLA(A1, XY, JX, IY, MY, 3, 10)
      CALL INIER(A1, XK, YK, 1, 1, 10, Z)
      Z(35)=HK
      CALL SIMG(A, Z, C, M, 1)
      P1=3.000+P
      SM=1.333300
      DI=0.667500
      CALL SECTOR(X1, Y1, C, HK, P1, SM, DI, 4, 2, 2, CT)
      TN=TN+CT
      WRITE(1, 55)K, CT
55  FORMAT(2X, 'EST No', I3, ' REG. 2', ' C. T', '=', D13.5)
      IF(SI.EQ.1.000)GO TO 60
C .... CORRECCION PARA LA TERCERA REGION [12.0-20.0] UNIDAD DE MALLA
      CALL MALLA(A1, XY, JX, IY, MY, 5, 10)
      CALL INIER(A1, XK, YK, 1, 1, 10, Z)
      Z(35)=HK
      CALL SIMG(A, Z, C, M, 1)
      P2=5.000+P
      CALL SECTOR(X1, Y1, C, HK, P2, 2.400, 0.13051200, 2, 2, 2, CT)
      TN=TN+CT
60  COR=CTE*DEN*TN
      WRITE(1, 32)K, CT
32  FORMAT(2X, 'EST No', I3, 1X, 'REG. 3', 1X, 'C. T', '=', D13.5)
      WRITE(1, 34)XK, YK, COR
34  FORMAT(2F7.2, F6.2)
3   CONTINUE
      CALL EXIT
      END
      SUBROUTINE INTER(XY, XK, YK, JP, IP, MY, Z)
C .... LA SUBROUTINE INIER OBTIENE UN PATRON CIRCULAR DISCRETO DE UN PATRON
C .... CUADRADO XY DE MY RENGLONES CON CENTRO EN LAS COORDENADAS X, Y ALMA--
C .... CENDADO EN EL VECTOR Z DE UNA LONGITUD PARA M=9 Z=69 ELEMENTOS
C .... JP E IP SON COORDENADAS PIVOTE PARA LA INTERPOLACION AL MODELO CIRCULAR.
C .... K ES UN SUBINDICE ASOCIADO AL NUMERO DE ESTACION A CORREQUIR EN TURNO.
      IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
      DIMENSION XY(1), Z(1)
      DO 4 LL=1, 69
4   Z(LL)=0.000
      DX=XK-DINT(XK)
      DY=YK-DINT(YK)
      L=0
      DO 3 J=1, 9
      DO 3 I=1, 9
      IF((J-4)*(J-5)*(J-6))7, 13, 15
7  IF(I.GT.(2*J+3))GO TO 3
      L=L+1
      ZA=XY(MY*(JP+J-2)+IP+2-J+I)
      ZB=XY(MY*(JP+J-2)+IP+3-J+I)
      ZC=XY(MY*(JP+J-1)+IP+2-J+I)
      ZD=XY(MY*(JP+J-1)+IP+3-J+I)
      S1=ZA+DX*(ZC-ZA)+DY*(ZB-ZA)

```

```

Z(L)=S1+DX*DY*(ZD-ZC-ZB+ZA)
GO TO 3
13 L=L+1
ZA=XY(MY*(JP+J-2)+IP+I-1)
ZB=XY(MY*(JP+J-2)+IP+I)
ZC=XY(MY*(JP+J-1)+IP+I-1)
ZD=XY(MY*(JP+J-1)+IP+I)
S1=ZA+DX*(ZC-ZA)+DY*(ZB-ZA)
Z(L)=S1+DX*DY*(ZD-ZC-ZB+ZA)
GO TO 3
15 IF(I.GT.(23-2*J))GO TO 3
L=L+1
ZA=XY(MY*(JP+J-2)+IP+J-8+I)
ZB=XY(MY*(JP+J-2)+IP+J-7+I)
ZC=XY(MY*(JP+J-1)+IP+J-8+I)
ZD=XY(MY*(JP+J-1)+IP+J-7+I)
S1=ZA+DX*(ZC-ZA)+DY*(ZB-ZA)
Z(L)=S1+DX*DY*(ZD-ZC-ZB+ZA)
3 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE SECTOR(X1, Y1, C, HK, P, SM, DI, NS, NHR, NHT, CT)
IMPLICIT REAL*8(A-H, Q-Z)
DIMENSION X1(1), Y1(1), C(1), XX(7), RR(7)
C ... NHR =NUMERO DE INTERVALOS DE INTEGRACION EN DIRECCION RADIAL
C ... NHT =NUMERO DE INTERVALOS DE INTEGRACION EN DIRECCION ANGULAR.
C ... TETA=ANCHO DE CADA ELEMENTO CIRCULAR
C ... DI =LARGO DE CADA ELEMENTO CIRCULAR (DIR. RADIAL)
C ... EN ESTA SUBROUTINA SE OBTIENE LA ELEVACION PROMEDIO DE CADA PRISMA
C ... EN QUE ES DISCRETIZADO EL TERRENO (PRISMAS CIRCULARES DE CIMA Y
C ... BASE PLANA)
DO 30 M=1,7
XX(M)=0.000
30 RR(M)=0.000
HR=DI/FLOAT(NHR)
LR=NHR+1
LTETA=NHT+1
CT=0.000
PI=4.000*DATAN(1.000)
DO 20 M=1,NS
R1=SM+FLOAT(M-1)*DI
R2=R1+DI
N1=DINT(PI*((R1+R2)/(R2-R1))+.100)
TETA=(2.000*PI)/FLOAT(N1)
HTETA=TETA/FLOAT(NHT)
SUM=0.000
DO 7 I=1, N1
RI=R1
DO 50 I1=1, LR
XTETA=TETA*FLOAT(I-1)
DO 52 J=1, LTETA
XC=RI*DCOS(XTETA)
YC=RI*DSIN(XTETA)
S=0.000
DO 49 K1=1, 69
49 S=S+C(K1)*EX1(XC, X1(K1), YC, Y1(K1))
XX(J)=DABS(HK-S)
XTETA=XTETA+HTETA
52 CONTINUE
RI=RI+HR
CALL TRAPE(LTETA, XX, AREA)
50 RR(I1)=AREA
CALL TRAPE(LR, RR, AREA)
HPRM=AREA/(4.000*FLOAT(NHT*NHR))
F1=R1+P
F2=R2+P
7 SUM=SUM+TER(F1, F2, HPRM)
SUM=SUM/FLOAT(N1)

```

```

CT=CT+SUM
20 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE TRAPE(N, YY, AREA)
IMPLICIT REAL*8(A-H, O-Z)
DIMENSION YY(1)
C ... YY(N)
C ... En esta subrutina se obtiene el promedio de alturas de cada ---
C ... elemento circular (prisma) .Usando la regla del Trapecio.
C ... DELTA =INTERVALO ENTRE PUNTOS DISCRETIZADOS.
C ... A =RESULTADO DE LA INTEGRAL.
N1=N-1
AREA=0.0D0
DO 3 I=1, N1
3 AREA=AREA+YY(I)+YY(I+1)
RETURN
END
FUNCTION TER(R1, R2, H1)
C ... CALCULA EL EFECTO GRAVIMETRICO DE CADA PRISMA EN QUE FUE
C ... DISCRETIZADO EL TERRENO.
IMPLICIT REAL*8(A-H, O-Z)
P1=DSQRT(R1**2+H1**2)
P2=DSQRT(R2**2+H1**2)
TER=R2-R1+P1-P2
RETURN
END
FUNCTION EX1(X, X1, Y, Y1)
IMPLICIT REAL*8(A-H, O-Z)
C ... SE DEFINE LA FUNCION MULTIGAUSSIANA
EX1=DEXP(-1.0D0*((X-X1)**2+(Y-Y1)**2))
RETURN
END
SUBROUTINE MALLA(A1, XY, JX, IY, MY, ISP, NR)
C ... A1 ES UNA MATRIZ AUXILIAR DONDE SE GUARDAN LOS PROMEDIOS DE UNA MALLA
C ... REDUCIDA PARA POSTERIORMENTE LLEVARLA A LA SUBROUTINA INTER
C ... XY= ES EL PLANO TOPOGRAFICO
C ... PARAMETROS DE ENTRADA:
C ... XY=PLANO TOPOGRAFICO
C ... JX=ABSCISA DE ESTACION A CORREGUIR EN VALOR TRUNCADO. 15.3, JX=15
C ... IY=ORDENADA DE EST. A CORR. EN EL VALOR TRUNCADO 34.6, IY=34
C ... MY=NUMERO DE RENGLONES DE XY
C ... ISP=SEPARACION DEL MODELO EN UNIDADES DE MALLA(3, 5, ETC.)
C ... NR=NUMERO DE REGLAS Y COLS. DEL MODELO CIRCULAR (NR=9)
IMPLICIT REAL*8(A-H, O-Z)
DIMENSION A1(1), XY(1)
FAC=(FLOAT(ISP))**2
KX=(ISP*(NR-1)+1)/2+1
KY=KX-1
NN=NR*NR
DO 18 I=1, NN
18 A1(I)=0.0D0
K1=0
DO 11 J1=1, NR
DO 11 I1=1, ISP
K1=K1+1
L=10*(J1-1)
K2=0
DO 11 J=1, NR
L=L+1
S=0.0D0
DO 6 I=1, ISP
K2=K2+1
S=S+XY(MY*(JX-KX+K1)+IY+K2-KY)
6 CONTINUE
A1(L)=A1(L)+S/FAC
11 CONTINUE

```

```

RETURN
END
SUBROUTINE SIMQ(S,G,R,M,N)
C SUBROUTINA PARA MULTIPLICAR UNA MATRIZ SIMETRICA POR UNA
C GENERAL.
C S ES LA MATRIZ SIMETRICA DE ORDEN MxM
C G ES LA MATRIZ GENERAL DE ORDEN MxN
IMPLICIT REAL*8(A-H,O-Z)
DIMENSION S(1),G(1),R(1)
MN=M*N
M1=M-1
DO 20 I=1,MN
20 R(I)=0.0D0
IR=0
JJG=-M
DO 50 J=1,N
JJG=JJG+M
JS=-1
JJ=0
MM=M
JG=JJG
DO 101 I=1,M1
JG=JG+1
JJ=JJ+1
JS=JS+JJ
IR=IR+1
JR=IR
IK=1
KK=I-1
MM=MM-1
D=S(JS+1)*G(JG)
IQ=JG
DO 100 K=1,MM
100 IQ=IQ+1
101 JR=JK+1
KK=KK+1
IK=IK+KK
IS=IK+JS
R(JR)=R(JR)+S(IS)*G(JG)
R(IR)=R(IR)+S(IS)*G(IQ)
R(IR)=R(IR)+D
JS=JS+JJ+1
IR=IR+1
50 R(IR)=R(IR)+S(JS+1)*G(JG+1)
RETURN
END
SUBROUTINE DSINV
C
C PURPOSE
C INVERT A GIVEN SYMMETRIC POSITIVE DEFINITE MATRIX
C
C USAGE
C CALL DSINV(A,N,EPS,IER)
C
C DESCRIPTION OF PARAMETERS
C A - DOUBLE PRECISION UPPER TRIANGULAR PART OF GIVEN
C SYMMETRIC POSITIVE DEFINITE N BY N COEFFICIENT
C MATRIX.
C ON RETURN A CONTAINS THE RESULTANT UPPER
C TRIANGULAR MATRIX IN DOUBLE PRECISION.
C N - THE NUMBER OF ROWS (COLUMNS) IN GIVEN MATRIX.
C EPS - SINGLE PRECISION INPUT CONSTANT WHICH IS USED
C AS RELATIVE TOLERANCE FOR TEST ON LOSS OF
C SIGNIFICANCE.
C IER - RESULTING ERROR PARAMETER CODED AS FOLLOWS
C IER=0 - NO ERROR
DSIN0040
DSIN0050
DSIN0060
DSIN0070
DSIN0080
DSIN0090
DSIN0100
DSIN0110
DSIN0120
DSIN0130
DSIN0140
DSIN0150
DSIN0160
DSIN0170
DSIN0180
DSIN0190
DSIN0200
DSIN0210
DSIN0220
DSIN0230

```

```

C .. PROGRAMA PRINCIPAL DEL METODO II.3.2
C .. *****
C .. N=NUMERO DE ESTACIONES GRAVIMETRICAS
C .. X(N)=ABSCISAS DE LAS ESTACIONES GRAVIMETRICAS
C .. Y(N)=ORDENADAS DE LAS ESTACIONES GRAVIMETRICAS
C .. H(N)=ELEVACION DE LAS ESTACIONES GRAVIMETRICAS
C ..
C .. MY=NUMERO DE RENGLONES DE LA MATRIZ DEL PLANO TOPOGRAFICO
C .. NX=NUMERO DE COLUMNAS DE LA MATRIZ DEL PLANO TOPOGRAFICO
C .. XY(MY,NX)=MODELO DIGITAL DEL PLANO TOPOGRAFICO (ELEV.)
C ..
C .. M 69 NUMERO DE RENGLONES Y COLS. DEL PATRON CUADRADO
C .. MSYM=(M+M+M)/2
C .. A(MSYM)=MATRIZ TRIANGULAR SUPERIOR DEL PATRON CUADRADO
C .. X1(M)=VECTOR DE ABSCISAS AUXILIAR EN EL CALCULO DE A(MSYM)
C .. Y1(M)=VECTOR DE ORDENADAS AUXILIAR EN EL CALCULO DE A(MSYM)
C .. C(M)=VECTOR DE COEFICIENTES DEL DESARROLLO GAUSSIANO=(A)INV*Z
C .. Z(M)=ELEVACIONES INTERPOLADAS DEL PATRON CUADRADO
C .. P: ES UN NUMERO QUE EXPRESA LA LONGITUD DE LA UNIDAD DE MALLA EN KMS.
C .. DEN: ES LA DENSIDAD DEL TERRENO PARA LA CUAL SE HARA LA C.TOPOG.
C .. ESTE PROGRAMA INVOCA TRES SUBROUTINAS: MALLA, INTER, INTE2D
C ..
C .. LAS ELEVACIONES XY DEBEN SER DADAS EN KILOMETROS
C .. PARAMETER MY=15, NX=45, M=69, MSYM=(M+M+M)/2, MN=MY*NX
C .. IMPLICIT REAL*8 (A-H, O-Z)
C .. DIMENSION A(2415), Z(69), X(100), Y(100), X1(69), Y1(69),
C .. *H(100), C(69), XY(MN), T(100), B(100)
C .. WRITE(1, 40)
40 FORMAT(2X, 'LECTURA DEL MODELO DIGITAL DEL PLANO TOPOGRAFICO')
C .. READ(5, 41)(XY(I), I=1, MN)
41 FORMAT(9D13. 5)
C .. WRITE(1, 203)
203 FORMAT('N NUMERO DE ESTACIONES GRAVIMETRICAS A CORREGIR ')
C .. READ(5, 204)N
204 FORMAT(I3)
C .. WRITE(6, 707)N
707 FORMAT(2X, 'NUMERO DE ESTACIONES A CORREGIR N', '=', I4)
C .. WRITE(6, 44)
44 FORMAT(2X, ' ABSCISAS , ORDENADAS Y ELEVACIONES DE E. GRAY')
C .. READ(5, 33)(X(I), I=1, N)
C .. READ(5, 33)(Y(I), I=1, N)
C .. READ(5, 33)(H(I), I=1, N)
C .. WRITE(6, 712)
712 FORMAT(3X, ' X ', 3X, ' Y ', 3X, ' H ')
C .. WRITE(6, 33)(X(I), Y(I), H(I), I=1, N)
33 FORMAT(3D13. 5)
C .. WRITE(1, 78)
78 FORMAT(2X, 'LONGITUD DE LA UNIDAD DE MALLA EN KILOMETROS')
C .. READ(5, 79)P
C .. WRITE(1, 90)
90 FORMAT('ESCRIBE LA DENSIDAD DE LA ROCA EN UNIDADES CGS')
C .. READ(5, 79)DEN
C .. WRITE(6, 708)DEN
708 FORMAT(2X, 'DENSIDAD', '=', 1PD13. 5)
79 FORMAT(D12 3)
C .. WRITE(1, 80)

```

```

80 FORMAT('SI DESEAS CORREGIR POR REGION TRES ESCRIBE CERO')
WRITE(1,88)
88 FORMAT('DE LO CONTRARIO ESCRIBE UNO')
READ(5,99)SI
99 FORMAT(D12.3)
C .... GENERACION DE LA MATRIZ DEL PATRON CUADRADO
L1=0
DO 5 J=1,9
DO 5 I=1,9
IF((J-4)*(J-5)*(J-6))70,71,72
70 IF(I.GT.(2+J+3))GO TO 5
L1=L1+1
X1(L1)=-5.000+FLOAT(J)
Y1(L1)=2.000+FLOAT(J-1)
GO TO 5
71 L1=L1+1
X1(L1)=-5.000+FLOAT(J)
Y1(L1)=5.000-FLOAT(I)
GO TO 5
72 IF(I.GT.(23-2*J))GO TO 5
L1=L1+1
X1(L1)=-5.000+FLOAT(J)
Y1(L1)=12.000-FLOAT(J+I)
5 CONTINUE
M1=0
DO 20 K=1,M
DO 20 L=1,K
M1=M1+1
20 A(M1)=EX(X1(L),X1(K),Y1(L),Y1(K))
CALL DSINV(A,M,1.00-09,IER)
WRITE(1,200)IER
200 FORMAT('IER=',I3)
C .... ESTIMACION DE Z DEL MODELO XY POR INTERPOLACION LINEAL.
PI=4.000+DATAN(1.000)
CTE=6.67+DEN*P
DO 3 K=1,N
T(K)=0.000
JX=DINT(X(K))
IY=DINT(Y(K))
IP=IY-4
JP=JX-4
CALL INIER(XY,X,Y,JP,IP,MY,K,Z)
C WRITE(6,69)(Z(I),I=1,69)
Z(35)=H(K)
CALL SING(A,Z,C,M,1)
C WRITE(6,69)(C(I),I=1,69)
69 FORMAT(D13.4)
C .... CORRECCION PARA LA PRIMERA REGION : TETA(0,2PI) Y R(0,4)
XB=2.000+PI
X0=0.000
WRITE(1,700)
700 FORMAT(1X,'ESCRIBE:', 'DELTA TETA',2X,'DELTA R',2X,'Y R0')
READ(5,*)HX,HY,Y0
WRITE(6,701)HX,HY,Y0
701 FORMAT(13H DELTA THETA=,D13.5,2X,9H DELTA R=,D13.5,2X,
1 4H R0=,D13.5)
FF=P
CALL INTE2D(FF,HX,HY,X1,Y1,X0,XS,Y0,4.000,Z,C,CT)

```

```

C1=CT+CTE
T(K)=T(K)+C1
WRITE(6,29)K,C1
29 FORMAT(8H EST NO. , I3, 22H CORR. PRIMERA REGION=, D13. 5)
C ... CORRECCION PARA LA SEGUNDA REGION TETA (0, 2PI), R(4, 12)
WRITE(1, 98)JX, IY
98 FORMAT(2I7)
CALL MALLA(B, XY, JX, IY, NY, 3, 10)
CALL INTER(B, X, Y, 1, 1, 10, K, Z)
Z(35)=H(K)
CALL SIMO(A, Z, C, M, 1)
C WRITE(6, 69)(Z(I), I=1, 69)
YO=4. 000/3. 000
FF=3. 000+P
WRITE(1, 702)
702 FORMAT(2X, 'ESCRIBE: ', 2X, 'DELTA TETA', 2X, 'DELTA R')
READ(5, 4)HX, HY
WRITE(6, 710)HX, HY
710 FORMAT(2X, 'DELTA THETA', '=', D13. 5, 2X, 'DELTA R', '=', D13. 5)
CALL INTE2D(FF, HX, HY, X1, Y1, XO, XE, YO, 4. 000, Z, C, CT)
C1=CT+CTE
T(K)=T(K)+C1
WRITE(6, 30)C1
30 FORMAT(35H CORRECCION PARA LA SEGUNDA REGION=, D12. 4)
IF(SI. EQ. 1. 000)GO TO 60
C ... CORRECCION PARA LA TERCERA REGION TETA(0, 2PI) Y R(12, 20)
CALL MALLA(B, XY, JX, IY, NY, 5, 10)
CALL INTER(B, X, Y, 1, 1, 10, K, Z)
Z(35)=H(K)
CALL SIMO(A, Z, C, M, 1)
YO=12. 000/5. 000
FF=5. 000+P
WRITE(1, 703)
703 FORMAT(2X, 'ESCRIBE: ', 2X, 'DELTA TETA', 2X, 'DELTA R', 2X,
1 /, ' PARA LA TERCERA REGION')
READ(5, 4)HX, HY
WRITE(6, 711)HX, HY
711 FORMAT(2X, 'DELTA THETA', '=', D13. 5, 2X, 'DELTA R', '=', D13. 5)
CALL INTE2D(FF, HX, HY, X1, Y1, XO, XS, YO, 4. 000, Z, C, CT)
C1=CT+CTE
T(K)=T(K)+C1
WRITE(6, 52)C1
52 FORMAT(34H CORRECCION PARA LA TERCERA REGION=, D12. 4)
60 COR=T(K)
WRITE(6, 32)K, COR
32 FORMAT(8H EST NO. , I3, 22H C. TOTAL EN MILIGALES=, D13. 5)
3 CONTINUE
CALL EXIT
END

```