RESUMEN de la Tesis de Marco Antonio Pérez Flores, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en GEOFISICA con opción en GEOFISICA DE EXPLORACION.

Ensenada, Baja California, México, a 8 de Abril de 1988.

ESTIMACION DE PROFUNDIDADES DE CUERPOS TRIDIMENSIONALES MAGNETIZADOS, USANDO LA NORMA " l_2 ".

Resumen aprobado por: Ricardo Fernández Tomé

Dr. Ricardo Fernández Tomé
Director de Tesis.

Los avances contemporáneos en los Métodos Potenciales están enfocados principalmente a la interpretación en 2-D de perfiles de datos magnetométricos, aplicando técnicas de Teoría de Estimación como son: los algoritmos de Marquart, Mínimos Cuadrados, Powell, Programación Lineal y otros.

En este trabajo hemos desarrollado un algoritmo que utiliza Mínimos Cuadrados con ponderación en las observaciones, descomposición de valores singulares y pesos que constriñen los

parámetros de solución al modelo inicial.

Como modelo directo, utilizamos el cálculo de una anomalía magnética, debida a un prisma homogeneamente magnetizado (Bhattacharyya,1965). En el algoritmo extendemos el problema directo, para calcular el efecto mágnetico, debido a un conjunto de prismas.

El propósito del proyecto es modelar en 3-D, la topografía superior e inferior de un basamento magnético, así como el vector de magnetización representativo del área de estudio.

La aplicación del algoritmo ha dado resultados satisfactorios con modelos creados en la computadora y posteriormente sometidos al programa de inversión con hasta 5% de ruido aleatorio en las observaciones sintéticas.

El algoritmo también fue probado con datos magnéticos de una zona de creación de corteza nueva en el "Rift del Río Grande", en Nuevo México, E.U.A., con resultados satisfactorios.

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA, B.C.

DIVISION DE CIENCIAS DE LA TIERRA.
DEPARTAMENTO DE GEOFISICA DE EXPLORACION.

ESTIMACION DE PROFUNDIDADES DE CUERPOS TRIDIMENSIONALES MAGNETIZADOS, USANDO LA NORMA "l_2".

TESIS

que para cubrir parcialmente los requerimientos necesarios para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

MARCO ANTONIO PEREZ FLORES

Ensenada, Baja California, Abril de 1988.

TESIS APROBADA PARA SU DEFENSA POR:

Dr. Ricardo Fernández Tomé, Director del Comité

M.C. José Manuel Romo Jones, Miembro del Comité

Dr. Carlos Flores Luna, Miembro del Comité

Dr. Enrique Gómez Treviño, Miembro del Comité

Dr. Héctor Echavarría Heras, Miembro del Comité

Dr. Mario Martínez García, Jefe del Departamento de Geofísica de Exploración

M.C. Francisco Suárez Vidal, Director de la División de Ciencias de la Tierra

M.C. Cuauhtémoc Nava Button, Director Académico

Tesis presentada en Abril 8, 1988

DEDICATORIA

CON MUCHO CARIÑO PARA MIS PADRES QUE A PESAR DE LA DISTANCIA, ME TIENEN PRESENTE EN SUS RECUERDOS.

PARA ESA PERSONA MARAVILLOSA QUE ME HA ACOMPAÑADO EN LA PARTE MAS FERTIL DE MI VIDA Y QUE ME HA DADO LA ALEGRIA DE CONTINUAR..... A MI ESPOSA.

Todo aquel que está seriamente comprometido en el cultivo de la ciencia, llega a convencerse de que en las leyes del Universo está manifiesto un espíritu, infinitamente superior al del hombre, y ante el cual nosotros, con nuestros modestos poderes debemos sentirnos humildes.

Albert Einsten.

Un hombre es como una fracción, cuyo numerador corresponde a lo que él es, en tanto que el denominador es lo que cree ser. Cuanto mayor es el denominador, tanto más pequeño es el valor de la fracción.

León Tolstoi.

Cuando reflexiono, cosa que hago frecuentemente, sobre la felicidad de que he disfrutado, a veces me digo a mí mismo que si se me ofreciera de nuevo exactamente la misma vida, la volvería a vivir de principio a fin. Todo lo que pediría, sería el privilegio de un autor que corrigiera en una segunda edición algunos errores de la primera.

Benjamin Franklin.

AGRADECIMIENTOS

A CONACYT POR HABERME BRINDADO LA OPORTUNIDAD DE REALIZAR LA MAESTRIA.

A MIS PROFESORES, POR DARME LOS CONOCIMIENTOS Y POR HABERME MOSTRADO EL FASCINANTE MUNDO DE LA INVESTIGACION CIENTIFICA.

A TODO EL PERSONAL DE CICESE, QUE DESDE SUS PUESTOS HACEN QUE ESTA INSTITUCION, SEA CUNA DE MAS ESTUDIANTES QUE ASPIRAN A OBTENER EL CONOCIMIENTO.

A MIS GRANDES COMPAÑEROS, CON LOS CUALES COMPARTI ALEGRIAS, PERO TAMBIEN PESARES CUANDO CEGADOS BUSCABAMOS LA LUZ.

CONTENIDO

	Página
I. INTRODUCCION GENERAL.	1
II. ANALISIS TEORICO.	
II.1 Introducción.	6
II.2 Método Directo.	7
II.3 Método de Estimación.	12
II.4 Planteamiento del Problema.	18
III. EXPERIMENTOS CON DATOS SINTETICOS.	
III.1 Introducción.	23
III.2 Experimentos cuya solución es exacta.	32
III.2.1 Modelo rectangular de 36 prismas.	34
III.2.2 Modelo de forma irregular con 22 prismas.	44
III.3 Experimento cuya solución es óptima.	50
III.3.1 Modelo de 100 prismas, suponiendo 36 prismas como causa de la anomalía.	50
III.3.2 Modelo de 22 prismas, suponiendo 36 prismas como causa de la anomalía.	63
IV. ANALISIS CON DATOS REALES.	
IV.1 Introducción.	68
IV.2 Interpolación de datos.	71
IV.3 Antecedentes geológicos.	74

CONTENIDO (continuación) Página

IV.4 Separación de Regional y Residual. 78

IV.5 Determinación de parámetros iniciales. 80

IV.6 Modelos geológicos obtenidos. 84

V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES. 100

LITERATURA CITADA. 108

LISTA DE FIGURAS

Figura — Página

1. Representación geométrica de un prisma magnetizado y el plano de observación. 8

2. Mapas de contornos de la respuesta magnética de 4 prismas rectangulares (linea punteada). (a) Campo total: (b,c,d,) Derivadas parciales con respecto a Jx, Jy y Jz: (e,f) derivadas con respecto al techo y piso del primer prisma. 20

3. Representación isométrica de los 4 prismas, cuyas profundidades de techos y pisos serán estimadas por Teoria Inversa, a partir de las observaciones calculadas. 25

4. Mapas de contornos de la respuesta magnética de 4 prismas (a) Campo total. (b,c,d) Derivadas parciales con respecto a Jx, Jy y Jz. (e,f,g,h) Derivadas con respecto a cada uno de los techos de los prismas. (i,j,k,l) Derivadas con respecto a los pisos. 26

5. Gráfica de $|V^TX|$ para las iteraciones 1,2,3,4 y 5 de un modelo con 4 prismas. "Filtrando" los $\lambda(n)/\lambda(1)>1/4000$ y los $|V^TX|n>2.0$. El modelo inicial es $J=1.15 \times 10^{-5}$, $I=69^{\circ}$, $D=1.5^{\circ}$, Hmed(techo)=3.575 m y Hmed(piso)=7.665 m. 29

6. Matriz de Resolución, para la primera iteración de un modelo de 16 prismas. Con observaciones justas al área de los prismas. Usando una matriz diagonal estabilizadora de las estimaciones: α=0.1.0E-5 para J y los techos de los prismas, α=01.1422E-2 para los pisos de los prismas. Con error de 0% en las observaciones. 33

7. Modelo real del cuerpo discretizado en 36 prismas. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos. 35

8. Anomalia magnética debida a los 36 prismas de la figura 7 (contornos en gammas o nanoteslas). 36

LISTA DE FIGURAS (continuación).

Figura — Página

9. Matriz de Correlación para la primera iteración de un modelo de 36 prismas o 73 parámetros por estimar. Se usan observaciones a cada 1000 m en ambas direcciones que cubren el área de los prismas. También se introduce una matriz estabilizadora para las estimaciones de J, los techos y pisos de los prismas. 38

10. Matriz de Resolución para la primera iteración de un modelo de 36 prismas o 73 parámetros por estimar. Se usan observaciones a cada 1000 m en ambas direcciones que cubren el área de los prismas. también se introduce una matriz estabilizadora para las estimaciones de J, los techos y pisos de los prismas. 40

11. Profundidad estimada de los 36 prismas, a partir de las observaciones calculadas de la fig. 8. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos. 42

12. Residuales obtenidos en la iteración 8, al ser estimadas las profundidades y el vector de magnetización del modelo de 36 prismas. 43

13. Cuerpo irregular discretizado con 22 prismas. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos. 45

14. Anomalía magnética generada con los 22 prismas planteados en la figura 13. 46

15. Profundidad estimada para el cuerpo discretizado con 22 prismas. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos. 48

16. Profundidad estimada para el cuerpo discretizado con 22 prismas, cuando se ha agregado ruido aleatorio de 1% a las observaciones. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos. 49

17. Superficie topográfica de un subsuelo discretizado con 100 prismas. (a) Topografía Superior. (b) Topografía Inferior (contornos en metros). 51

LISTA DE FIGURAS (continuación).

Figura | Página

18. Area central sustraida del subsuelo de la figura 17, discretizada con 36 prismas. (a) Topografia Superior. (b) Topografia inferior. 54

19. Anomalia magnética debida a los 36 prismas de la figura 18 (contornos en gammas o nanoteslas). 56

20. Matriz de Resolución para la primera iteración de un modelo de 40 prismas o 83 parámetros por estimar. Se usan observaciones a cada 1000 m en ambas direcciones que cubren el área de los 36 prismas centrales. También se introduce una matriz estabilizadora para las estimaciones de J, los techos y los pisos de los prismas. 58

21. Profundidad estimada para los 36 prismas centrales. En los márgenes se anota la profundidad estimada de los prismas regionales. (a) Topografia superior. (b) Topografia inferior. 59

22. Anomalia magnética obtenida con los 36 prismas centrales y 4 regionales (contornos en gammas o nanoteslas). 61

23. Representación lineal de los residuales obtenidos de sustraer la anomalia calculada a la observada (amplitud en gammas). 62

24. Representación lineal de los residuales obtenidos del campo calculado con 22 prismas y una anomalia generada con 36 (amplitud en gammas). 65

25. Profundidad estimada para una área cubierta con 36 prismas, cuando en realidad la anomalia observada es debida a 22. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos. 66

26. Mapa de isopacas obtenido de las profundidades estimadas de los 36 prismas usados en la inversión. 67

27. (a) Ubicación geográfica de la zona de estudio. (b) Distribución de las observaciones dentro del área (contornos en gammas). 69

28. Area de estudio recortada, para encerrar la zona de mayor densidad de observaciones. 72

LISTA DE FIGURAS (continuación).

Figura — Página

29. Area de estudio en coordenadas Cartesianas. Observaciones interpoladas con puntos (contornos en gammas). 73

30. Mapa de Geologia Superficial en el área de estudio, Nuevo México, E.U.A. 77

31. (a) Polinomio minimo cuadrático de orden 2, obtenido a partir de las observaciones. (b) Residual resultante de sustraer el polinomio a las observaciones. 79

32. (a) Polinomio del orden 3 y con linea punteada, el área cubierta por los prismas que serán usados en la estimación de profundidades. (b) Residual resultante de sustraer el polinomio a las observaciones 81

33. (a) Polinomio de orden 4. (b) Residual resultante de sustraer el polinomio a las observaciones. 82

34 Modelo inicial para el programa de estimación de profundidades. $J=450\times10^{-5}$ emu, $I=55^{\circ}$ y $D=6^{\circ}$, Error r.m.s.=334 gammas y Error medio=186 gammas. 85

35. Gráfica de los 73 valores caracteristicos y las proyecciones $|V^TX|$ y $|U^TY|$ resultantes de la primera iteración. Asi como la $|V^TX|$ modificada por el filtro continuo. 87

36. Modelo geológico obtenido para la parte superior del basamento precámbrico. Se usó el modelo inicial de la figura 34, un Cyy^{-1} de 1% de las observaciones y un $Cxx^{-1} = \lambda_{62}$ fijo para todas las iteraciones. Obteniéndose $J=473\times10^{-5}$, $I=53.8^{\circ}$ y $D=310.2^{\circ}$ con un error r.m.s.=127.5 gammas y Error Medio=53.68 γ. 89

37. Modelo geológico obtenido en 3 iteraciones. Se usó el modelo inicial de la figura 34, una Cyy^{-1} de 1% y un $Cxx^{-1} = \lambda_{20}$ para la iteración 1 y luego dividir por 10 para las siguientes. Obteniéndose $J=500\times10^{-5}$ emu, $I=48.3^{\circ}$ y $D=316.7^{\circ}$ con un error r.m.s.=154.9 γ y un Error medio=50.59 γ. 91

LISTA DE FIGURAS (continuación).

Figura — Página

38. Modelo obtenido en la iteración 7 excluyendo J en el proceso de estimación. Se obtiene, $J=473 \times 10^{-5}$ emu, $I=45.6^{\circ}$ y $D=329.2^{\circ}$, Error r.m.s.= 110.7 γ, Error medio=13.90 γ. 93

39. Comparación entre la anomalía observada (línea continua) y la anomalía calculada con el modelo de la figura 38 (línea interrumpida). 95

40. Modelo obtenido en la iteración 24. Se obtuvo, $J=367 \times 10^{-5}$ emu, $I=42^{\circ}$ y $D=298.6^{\circ}$, Error r.m.s.=118.4 γ, Error medio=64.48 γ. 96

41. Comparación entre anomalía observada (línea continua) y la anomalía calculada con el modelo de la figura 40 (línea interrumpida). 98

42. Representación lineal de los residuales obtenidos al restar la anomalía calculada (con el modelo de la figura 40), a la anomalía observada. 99

ESTIMACION DE PROFUNDIDADES DE CUERPOS TRIDIMENSIONALES MAGNETIZADOS, USANDO LA NORMA "l_2".

I. INTRODUCCION GENERAL

Durante mucho tiempo, las curvas de anomalía magnética fueron interpretadas por medio de métodos rápidos y poco exactos. En la mayoría de los casos se utilizaban gráficas generadas por cuerpos geométricos sencillos, a partir de las cuales se estimaba la profundidad al centro o techo del cuerpo geométrico mediante comparación con las curvas de campo, utilizando pruebas de ensayo y error.

En este trabajo se plantea un esquema de solución a la interpretación de anomalías magnéticas mediante conceptos básicos de "Teoría inversa".

Con el advenimiento de las computadoras, se empezaron a implementar los llamados operadores inversos, que al convolucionarlos con la curva de anomalía magnética, hacen posible la estimación de la profundidad y de las características del cuerpo geométrico inferido, para cada desplazamiento del operador. El valor medio debido a todos los desplazamientos, resulta en una estimación óptima de los parámetros de interés (Werner,1953, Hartman et al,1971, Ku y

Sharp, 1983). También se ha utilizado exhaustivamente el método directo de Talwani (1960) para estimar los parámetros de un cuerpo, implementándolo en un algoritmo de inversión en dos dimsiones (2D) (Johnson, 1969, Ofoegbu, 1987). También se han utilizado esquemas de inversión en 2D para diques delgados (Jain, 1976, Reeves y McLeod, 1983), o bien usando funciones de correlación como criterio para hallar las caracteristicas del cuerpo geométrico inferido (Naudy, 1971), o el clásico trabajo de Spector y Grant, 1970, para estimar la profundidad media al basamento.

Sin embargo, recientemente han surgido métodos de inversión más eficientes que trabajan en 2D, teniendo opción a 3D, que utilizan diques de cierto espesor y que juntos forman un cuerpo cuyas profundidades a los techos y pisos son uniformes (Hjelt, 1973, McGrath y Hood, 1973). Asimismo, se han propuesto esquemas de inversión que utilizan prismas en 2D y descomposición ortogonal (Chávez y Garland, 1985) o bien esquemas en 2D con programación lineal (Motti y Mottlova, 1972, Safon et al,1977).

De esta forma se puede ver que se ha hecho poco relativamente para proponer esquemas de inversión en 3D. Aunque han surgido métodos lineales en 3D que combinan simultáneamente "Teoria inversa" y "Simulación" , para estimar las profundidades a los prismas y el vector de magnetización

(Bhattacharyya, 1980).

Okabe, (1979) propone un método para estimar la anomalía magnética debida a un cuerpo poliédrico, el cual ha servido de fuente para varios intentos de estimación de profundidades a los cuerpos productores de anomalía, pero el método restringe las características laterales del cuerpo, lo cual lo hace limitado en su aplicación (Guspi et al, 1987).

El esquema de inversión en 3D que se plantea en este trabajo, tiene como objetivo el estimar las profundidades que conforman la topografía superior e inferior del subsuelo magnetizado, mediante su discretización en prismas rectangulares con magnetización homogénea en todos ellos. Para tal efecto, se plantea un método de inversión basado en el cálculo de la anomalía magnética de un prisma (Bhattacharyya, 1966) y utilizando "Mínimos Cuadrados Regularizados" como método de estimación de las profundidades a los techos y pisos del conjunto de prismas que modelan el subsuelo magnético estudiado. De igual manera se estima el valor medio del vector de magnetización (o bien su contraste, en caso de que el medio encajonante tenga propiedades magnéticas).

En este trabajo se hace un análisis cuantitativo del Método Directo usado, así como del Método Inverso de Mínimos Cuadrados y sus variantes, con el propósito de plantear el

problema inverso propuesto y darle mayor eficiencia al esquema iterativo de estimación.

La metodología seguida se puede resumir en los siguientes párrafos:

Una vez propuesto el método directo, se linealiza el problema, se obtienen analíticamente las expresiones de las derivadas parciales resultantes y se construye un algoritmo iterativo que las calcula en cada iteración. Se incluye un análisis de resolución y estabilidad, de tal manera que permita manejar un operador regularizador, que tiene por objeto controlar el grado y rapidez de convergencia de la solución y hace posible un análisis de los residuales de cada iteración. El algoritmo suspende el proceso iterativo de acuerdo a un criterio de convergencia, esto es cuando la perturbación de los parámetros es menor a un valor preestablecido (Draper, 1966).

Este algoritmo se probó primeramente con datos magnéticos provenientes de un modelo geométrico conocido, observándose un ajuste perfecto a los datos, dando como resultado el modelo inicialmente propuesto. También se analizó el grado de convergencia para modelos geométricamente más complicados (cercanos a la realidad geológica), encontrándose un ajuste aceptable a los datos y un comportamiento del modelo obtenido muy acorde al propuesto.

Para probar el algoritmo con datos reales, se tuvo la disponibilidad de usar los datos magnéticos recabados en una zona de desplazamiento conocida como el "Rift", del Rio Grande, Nuevo México, E.U.A., con el objeto de estimar las profundidades al basamento de edad precámbrica. Para tal propósito, se hubo de analizar la información geológica y geofísica disponible y se construyó un modelo inicial. Se hicieron pruebas con varios operadores regularizadores, hasta que se obtuvo un modelo estimado del basamento congruente con la información geológica disponible.

El algoritmo computacional fue implementado en lenguaje Fortran ANSI-F77 en una computadora SUN 3/260, con optimización en la programación.

II. ANALISIS TEORICO.

II.1 INTRODUCCION

En el presente capitulo se presenta someramente el método directo que calcula la respuesta magnética debida a un prisma de magnetización homogénea. En este problema el vector de magnetización se encuentra en relación lineal con los coeficientes de la ecuación del campo total, no siendo asi las profundidades al techo y piso del prisma. Por lo que se tiene que linealizar con una expansión de Taylor y por tanto desarrollar las expresiones analiticas de las derivadas parciales resultantes. Estas nos van a servir más tarde para construir la matriz de sensibilidad en el esquema de minimos cuadrados regularizados, cuya convergencia a la solución estimada se obtiene en forma iterativa (debido a que el problema es no-lineal).

Se discuten los conceptos fundamentales de la teoria de minimos cuadrados y su variedad al usar un operador regularizador que pondera el espacio de soluciones, estabiliza el proceso numérico y regula la rapidez de convergencia a la solución estimada. También se plantea la necesidad de usar un operador que les asigna precisión estimada a las observaciones.

Se hace un análisis de la resolución procedente de la

matriz de derivadas parciales y discutir problemas del planteamiento del modelo inicial y/o de la ubicación o densidad de las observaciones.

II.2 METODO DIRECTO

El método directo utilizado para calcular la anomalía magnética debida a un prisma rectangular con magnetización homogénea, fue desarrollado por Battacharyya, (1966).

Se parte de la expresión del potencial escalar de un cuerpo magnético.

$$A(r) = \int_v \vec{J}(r_0) \cdot \vec{\nabla_0} \left(\frac{1}{|r - r_0|} \right) dv \qquad (1)$$

donde $\vec{r} = x\hat{\imath} + y\hat{\jmath} + z\hat{k}$ es el vector de posición que va del origen al punto de observación (figura 1).

$\vec{r_0} = \alpha\hat{\imath} + \beta\hat{\jmath} + \gamma\hat{k}$ es el vector de posición que va del origen a un punto del prisma.

$|\vec{r} - \vec{r_0}|$ es la distancia entre un punto del cuerpo y un punto de observación.

$\vec{J}(r_0) = J_\alpha\hat{\imath} + J_\beta\hat{\jmath} + J_\gamma\hat{k}$ es el vector de magnetización en cada punto del cuerpo.

$\vec{\nabla_0} = \frac{\partial}{\partial\alpha}\hat{\imath} + \frac{\partial}{\partial\beta}\hat{\jmath} + \frac{\partial}{\partial\gamma}\hat{k}$ es el gradiente dentro del cuerpo.

A(r) el potencial escalar magnético en un punto de observación.

Definiendo aparte, $d^2 = (x - \alpha)^2 + (y - \beta)^2 + (z - \gamma)^2$

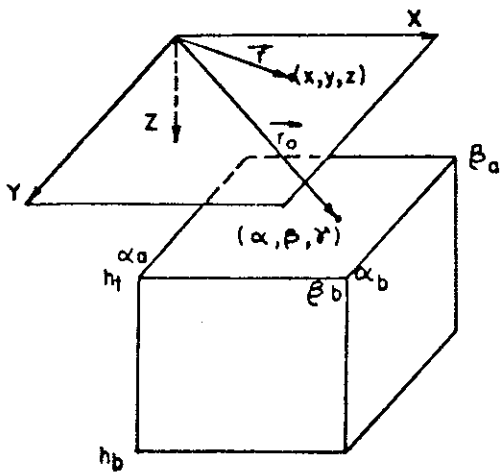


Figura 1. Representación geométrica de un prisma magnetizado y el plano de observación.

podemos expresar la ecuación 1 de la siguiente forma:

$$A(r) = \int_v J_\alpha(r_0)\frac{x-\alpha}{d^3}\,dv + \int_v J_\beta(r_0)\frac{y-\beta}{d^3}\,dv + \int_v J_\gamma(r_0)\frac{z-\gamma}{d^3}\,dv \qquad (2)$$

Cuando el cuerpo magnetizado se encuentra inmerso en el campo geomagnético, se produce una magnetización inducida y puede presentarse también, una magnetización remanente, de ahí que:

$$\vec{J}(r_0) = \vec{J}(r_0)\ \text{remanente} + \vec{J}(r_0)\ \text{inducida} \qquad (3)$$

Por otra parte, es necesario considerar la dirección del campo geomagnético, ya que las mediciones las realizamos en la presencia de éste.

$\vec{u} = li + mj + nk$ es la dirección del campo geomagnético y l,m y n son los cosenos directores.

entonces, la magnitud del campo total T(r) es:

$$T(r) = -\vec{u}\cdot\vec{\nabla}A(r) \tag{4}$$

y $\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} i + \frac{\partial}{\partial y} j + \frac{\partial}{\partial z} k$ es el gradiente del campo geomagnético.

Hasta aquí, no hemos considerado la forma del cuerpo, ni la forma como varía $\vec{J}$ dentro del mismo.

Considerando que el cuerpo posee magnetización homogénea a través de él, el campo total resulta como en la siguiente expresión:

$$T(r) = J_\alpha \int_v kx\, dv + J_\beta \int_v ky\, dv + J_\gamma \int_v kz\, dv \tag{5}$$

donde

$$\vec{J} = J(L\hat{\imath} + M\hat{\jmath} + N\hat{k}) \tag{6}$$

L,M y N son los cosenos directores del vector de magnetización del cuerpo.

$J = |\vec{J}|$ magnitud de la magnetización.

y kx,ky y kz, las funciones kernel que dependen de la geometría del cuerpo.

$$kx = \frac{l}{d^3} - \frac{3[l(x-\alpha)^2 + m(x-\alpha)(y-\beta) + n(x-\alpha)(z-\gamma)]}{d^5} \tag{7}$$

$$ky = \frac{m}{d^3} - \frac{3[l(y-\beta)(x-\alpha) + m(y-\beta)^2 + n(y-\beta)(z-\gamma)]}{d^5} \tag{8}$$

$$kz = \frac{n}{d^3} - \frac{3[l(z-\gamma)(x-\alpha) + m(z-\gamma)(y-\beta) + n(z-\gamma)^2]}{d^5} \tag{9}$$

Ahora considerando un cuerpo prismático, sustituyendo los

límites de integración, resolviendo las integrales, haciendo un poco de álgebra y simplificando resulta:

Cambiando de notación de $(J_\alpha, J_\beta, J_\gamma)$ a (Jx, Jy, Jz)

$$T(r) = Jx\ Gx + Jy\ Gy + Jz\ Gz \tag{10}$$

donde:

$$Gx = \left[\frac{n}{2} Ln\left(\frac{r_1 - \beta_1}{r_1 + \beta_1}\right) - mLn(r_1 + h) - l\ tg^{-1}\left(\frac{\alpha_1 \beta_1}{\alpha_1^2 + r_1 h + h^2}\right)\right]\Bigg|_{\alpha_l}^{\alpha_u}\Bigg|_{\beta_l}^{\beta_u}\Bigg|_{h_t}^{h_b} \tag{11}$$

$$Gy = \left[\frac{n}{2} Ln\left(\frac{r_1 - \alpha_1}{r_1 + \alpha_1}\right) + \frac{l}{2} Ln\left(\frac{r_1 - \beta_1}{r_1 + \beta_1}\right) + n\ tg^{-1}\left(\frac{\alpha_1 \beta_1}{\beta_1^2 + r_1 h + h^2}\right)\right]\Bigg|_{\alpha_l}^{\alpha_u}\Bigg|_{\beta_l}^{\beta_u}\Bigg|_{h_t}^{h_b} \tag{12}$$

$$Gz = \left[\frac{m}{2} Ln\left(\frac{r_1 - \alpha_1}{r_1 + \alpha_1}\right) + \frac{l}{2} Ln\left(\frac{r_1 - \beta_1}{r_1 + \beta_1}\right) + n\ tg^{-1}\left(\frac{\alpha_1 \beta_1}{r_1 h}\right)\right]\Bigg|_{\alpha_l}^{\alpha_u}\Bigg|_{\beta_l}^{\beta_u}\Bigg|_{h_t}^{h_b} \tag{13}$$

$\alpha_1 = \alpha - x,\ \beta_1 = \beta - y,\ \alpha_l = \alpha_a - x,\ \alpha_u = \alpha_b - x$

$\beta_l = \beta_a - y,\ \beta_u = \beta_b - y$

$r_1 = |\vec{r_1}| = |\vec{r} - \vec{r_0}|^2 = \alpha_1^2 + \beta_1^2 + (h + z)^2$

α, β y h representan las coordenadas de los vértices del prisma (ver figura 1)

La ecuación 10 representa el campo total debido a un prisma homogeneamente magnetizado. Se puede observar que Jx, Jy y Jz se encuentran en relación lineal con los coeficientes Gx, Gy, Gz. También que éstos tienen la información de la forma del cuerpo, y (Jx, Jy, Jz), de la magnetización del mismo.

Si quisiéramos estimar Jx, Jy y Jz mediante algún método

de inversión, éste resultaría muy sencillo ya que el problema es lineal. Sin embargo, los objetivos de la Tesis son los de estimar además las profundidades de los techos (ht) y pisos (hb) de cada uno de los prismas que simulan un cuerpo magnético. De ahí que se establezcan como parámetros para ser estimados por el esquema de inversion: Jx, Jy, Jz, ht y hb, donde ht y hb se encuentran en relación no-lineal con el resto de la ecuación y por tanto se requiere de linealizar la ecuación 10. Para ello, hacemos una expansión de Taylor para el campo total y tenemos:

$$T(r) - T(r_i) = \frac{\partial T(r_i)}{\partial Jx}\delta Jx + \frac{\partial T(r_i)}{\partial Jy}\delta Jy + \frac{\partial T(r_i)}{\partial Jz}\delta Jz +$$

$$\frac{\partial T(r_i)}{\partial h_t}\delta h_t + \frac{\partial T(r_i)}{\partial h_b}\delta h_b + \text{Términos de orden mayor} \qquad (14)$$

donde:

$$\frac{\partial T(r_i)}{\partial Jx} = Gx \quad ; \quad \frac{\partial T(r_i)}{\partial Jy} = Gy \quad ; \quad \frac{\partial T(r_i)}{\partial Jz} = Gz \qquad (15)$$

$$\frac{\partial T(r_i)}{\partial h} = \frac{Jxn + Jzl}{2}\cdot\frac{r_1+\beta_1}{r_1-\beta_1}\cdot\frac{2\beta_1 h}{r_1(r_1+\beta_1)^2} + \frac{Jyn + Jzm}{2}\cdot\frac{r_1+\alpha_1}{r_1-\alpha_1}\cdot\frac{2\alpha_1 h}{r_1(r_1+\alpha_1)^2} +$$

$$-(Jxm + Jyl)\cdot\frac{h/r_1 + 1}{r_1 + h} - \frac{\alpha_1 l}{1+\left(\frac{\alpha_1\beta_1}{\alpha_1^2 + r_1 h - \alpha_1}\right)^2}\left[\frac{\alpha_1\beta_1(r_1 + h^2/r_1 + 2h)}{(\alpha_1^2 + r_1 h + h^2)^2}\right] +$$

$$-\frac{\alpha_2 m}{1+\left(\frac{\alpha_1\beta_1}{\beta_1^2+r_1 h+h^2}\right)^2}\cdot\left[\frac{\alpha_1\beta_1(r_1+h^2/r_1+2h)}{(\beta_1^2+r_1 h+h^2)^2}\right] + \frac{Jx\,l}{1+\left(\frac{\alpha_1\beta_1}{r_1 h}\right)^2}\left[\frac{\alpha_1\beta_1(r_1+h^2/r_1)}{(r_1+h)^2}\right]\Bigg|_{\alpha_l}^{\alpha_u}\Bigg|_{\beta_l}^{\beta_u} \qquad (16)$$

$$\frac{\partial T(r_i)}{\partial h_t} = \frac{\partial T(r_i)}{\partial h}\Bigg|_{h_t} \quad ; \quad \frac{\partial T(r_i)}{\partial h_b} = -\frac{\partial T(r_i)}{\partial h}\Bigg|_{h_b} \qquad (17)$$

$T(r_i)$ es el campo total calculado debido a un modelo inicial r_i

δJx , δJy , δJz , δh_t , δh_b son perturbaciones de las incógnitas por estimar.

Cabe aclarar que en el esquema de inversión α_a, α_b, β_a y β_b se consideran conocidas y se fijan. Al tratar con un conjunto de prismas en forma de rejilla, las coordenadas van a depender del intervalo de discretización deseado para el cuerpo magnetizado.

II.3 METODO DE ESTIMACION

El método de estimación para las incógnitas utilizado en este trabajo, es el de mínimos cuadrados regularizados. Este método resulta de mayor versatilidad que el de mínimos cuadrados convencionales, ya que se puede maniobrar la precisión de las observaciones, descomponer en sus valores característicos y usar matrices regularizadoras que ponderan el espacio de soluciones.

De esta forma, mínimos cuadrados minimiza la norma de los residuales.

$$\text{Min} \quad \|Y - A\,x\|^2 \tag{18}$$

$$\frac{\partial(r^T r)}{\partial r} = \frac{\partial(Y - Ax)^T(Y - Ax)}{\partial r} \tag{19}$$

donde: r= residual

Y= observaciones

A= matriz de sensibilidad

X= vector de incógnitas

La expresión de minimos cuadrados (m.c.) se puede expresar en forma matricial, o bien usando la descomposición ortogonal de la matriz de sensibilidad (Wiggins,1972), esto es:

$$\hat{X}_{mc} = (A^T A)^{-1} A^T Y \qquad \hat{X} = \text{solución estimada} \tag{20}$$

$$\hat{X}_{mc} = V \Lambda^{-1} U^T Y \qquad \text{donde } V,U \text{ son vectores propios de } A \tag{21}$$

y Λ valores propios de A.

Si consideramos una matriz de peso que depende de la precisión de las observaciones Cyy^{-1} , las ecuaciones anteriores se expresan en:

$$\hat{X}_{mcp} = (A'^T A)^{-1} A'^T Y' \qquad \text{donde } A' = Cyy^{-1/2} A \tag{22}$$

$$Y' = Cyy^{-1/2} Y \tag{23}$$

$$\hat{X}_{mcp} = V' \Lambda'^{-1} U'^T Y' \qquad \text{donde } V' \text{ y } U' \text{ vectores propios de } A'$$

Λ' valores propios de A'

Ahora si utilizamos minimos cuadrados ponderados regularizados, obtenemos:

$$\hat{X}_{mcpr} = (A'^T A' + Cxx^{-1})^{-1} A'^T Y' \tag{24}$$

$$\hat{X}_{mcpr} = V'(\Lambda'^2 + Cxx^{-1})^{-1} U'^T Y' \tag{25}$$

Usando notación indicial, la ecuación 25 queda:

$$\hat{X}_i = \sum_j V'_{ij} \, (U'^T Y') \cdot \frac{\lambda'_j}{\lambda'^2_j + Cxx^{-1}_j} \tag{26}$$

donde

$$f(\lambda_j) = \frac{\lambda'_j}{\lambda'^2_j + Cxx^{-1}_j} \tag{27}$$

actúa como un "filtro" que da pesos al espacio de soluciones (Wiggins,1972)

Este filtro es bastante útil cuando el problema de estimación se torna inestable, ya sea por su naturaleza misma ó debido a que se considera una Cyy^{-1} que pondera las observaciones y la matriz de sensibilidad, logrando que al aumentar Cxx^{-1}, se reduzca la inestabilidad y logremos converger a una estimación de la solución.

Si el problema tiene solución única, una manipulación correcta de Cxx^{-1} puede conducir a la solución acertada o con un grado de error pequeño, siempre y cuando existan errores pequeños en las observaciones.

Si el problema no tiene solución única, la manipulación de Cxx^{-1} puede conducir a diferentes estimaciones, interviniendo nuestro criterio para decidir cual es la más adecuada.

Por otra parte, si definimos nuestras observaciones como:

$$Y = AX + e \tag{28}$$

donde e= error ó ruido en las observaciones, entonces nuestra estimación con ruido en las observaciones se expresa como:

$$\hat{X} = H\,Y = HAX + He = RX + He \tag{29}$$

donde,

H es el operador pseudo-inverso de mínimos cuadrados ponderados regularizados, usado en este trabajo.

$$H = (A'^{T} A' + Cxx^{-1})^{-1} A'^{T} \tag{30}$$

$$R = HA \quad \text{matriz de resolución} \tag{31}$$

Nótese de la ecuación 29, que:

$\hat{X} = X$ si $R = I$ (Matriz identidad) y $e = 0.0$

$\hat{X}$= solución estimada

X= solución exacta

Sin embargo, si $e \neq 0$, entonces $\hat{X} = X + He$

Esto significa que la estimación se aleja más de la solución exacta conforme el ruido en las observaciones es mayor. Esto quiere decir, que si las observaciones son malas, poco podemos esperar de cualquier proceso de inversión.

Una forma de probar métodos de inversión en Geofísica, es la de agregar diferentes niveles de ruido aleatorio a las observaciones sintéticas y ver hasta que nivel de ruido todavía la solución estimada se parece a la solución exacta.

Si la matriz de resolución es R=I, indica que el método de inversión puede resolver bien cada una de las incógnitas por estimar. Si R≠I, indica que a la incógnita que le corresponde un elemento diferente de 1.0, no la vamos a poder resolver adecuadamente, es decir, que las posiciones de las observaciones, el muestreo o bien el modelo inicial no son los adecuados.

La matriz de resolución es muy útil para tener una idea preliminar de la confianza que se le puede dar a las estimaciones. En el presente trabajo siempre se hizo un análisis de resolución para todos los experimentos.

El residual nos da un criterio fundamental para decidir si la estimación obtenida es la óptima. Así el residual, se expresa como:

$$r = Yob - Ycal \tag{32}$$

Esta expresión representa un conjunto de datos, que si muestran aleatoriedad, varianza pequeña y media cero, indicarán que la estimación es óptima.

Existe otra medida de error muy usada en este trabajo, que es el Error raiz cuadrático medio (r.m.s.).

$$\text{Error r.m.s.} = \frac{\sqrt{\sum_{j}^{n} r_j^2}}{n} \tag{33}$$

Vimos anteriormente que las profundidades al techo y piso de los prismas (ht, hb), se encuentran en relación no-lineal en la ecuación 10, teniendo que linealizarla, involucrando un conjunto de derivadas parciales con respecto a cada incógnita que se va a estimar (ecuación 14). Esto significa que todas las ecuaciones descritas anteriormente, son equivalentes en el caso no-lineal a:

$$A = \frac{\partial T(r_i)}{\partial x_j} \qquad \text{matriz de derivadas parciales.} \qquad (34)$$

$$\delta\hat{X}_{mc} = (A^T A)^{-1} A^T r_i \qquad (35)$$

$$r_i = Yob - Ycal$$

$$\delta\hat{X}_{mcpr} = V(\Lambda^2 + Cxx^{-1})^{-1} U^T r_i \qquad (36)$$

donde V,U y se obtienen de la descomposición ortogonal de la matriz de derivadas parciales.

$$r_{ni} = Yob - Ycal - \frac{\partial T(r_i)}{\partial x_i} \delta\hat{X}i \qquad \text{residual no-lineal} \qquad (37)$$

$\delta\hat{X}i$ son las perturbaciones estimadas.

Para estimar la solución, se puede hacer un esquema iterativo de la siguiente forma:

$$\hat{X}^j = \hat{X}^{j-1} + \delta\hat{X}^j \qquad \text{j-ésima iteración.} \qquad (38)$$

donde $\hat{X}^j$ es la solución estimada, debida a la estimación anterior $\hat{X}^{j-1}$, más la perturbación calculada por mínimos

cudrados regularizados ($\delta\hat{X}^i$).

Como el algoritmo es iterativo, se requiere un criterio de convergencia. En nuestro caso el programa termina cuando $\delta\hat{X}^i/\hat{X}^{i-1} < 0.01$, o bien llega a un límite máximo de iteraciones que nosotros fijamos previamente.

II.4 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

Notamos que la magnitud del campo total T(r), es función del vector de posicion r= f(x,y,z). Esto quiere decir que las observaciones del campo magnético total, pueden estar distribuidas en todo el espacio Euclidiano.

El método de inversión descrito en la sección II.3 unicamente opera, si las observaciones se expresan en forma vectorial y si la matriz de sensibilidad se encuentra en un arreglo bidimensional, de ahí que debemos replantear el problema inverso, ya que nuestras observaciones se encuentran en una malla bidimensional y la matriz de sensibilidad no puede operar con estas condiciones.

Así, lo primero que hacemos, es tomar las observaciones a un nivel de z constante (z=0) y eliminar esta variable, quedando T= T(x,y,0). Pero aún así, el problema es bidimensional, entonces se toman perfiles a Y's constantes y

solo dejamos variar X, quedando T= T(x,yo,0). Esto es que T= T(x,y1,0) es el perfil uno en la dirección x, ubicado en y=y1, o T= T(x,y2,0) para el perfil 2. De esta forma se cubre toda una área de observaciones con perfiles N-S (en la dirección de x), que van barriendo la rejilla de observaciones en la dirección E-W (eje y).

En la figura 2(a) se observa el campo magnético total debido a 4 prismas centrados en (0,0), cuyos vértices del conjunto son (-4,-4), (4,4) y las profundidades de sus techos de Sur a Norte y de Oeste a Este son: 3, 2, 2.5 y 10 metros, y las profundidades de sus pisos son: 11, 11.5, 10.5 y 10.8 metros, con un vector de magnetización de $|J|= 1.0 \times 10^{-5}$ emu, Inclinación $(I)=60^{0}$ y Declinación $(D)=0^{0}$. La rejilla de observaciones se cubrió con 9 perfiles en la dirección x, que van de y= -8 a y= 8, con 25 puntos equiespaciados en cada perfil.

En las figuras 2b, 2c y 2d se observan los conjuntos de perfiles de las derivadas parciales de T(r) con respecto a Jx, Jy y Jz respectivamente (ecuación 15). Las figuras 2e y 2f muestran las derivadas parciales con respecto a las profundidades al techo y piso del prisma 1: ht= 3m y hb= 11m. Observándose que la derivada con respecto al piso del prisma, exhibe valores bajos en las lineas de contornos. Esto quiere decir, que es baja la sensibilidad de la matriz A para resolver

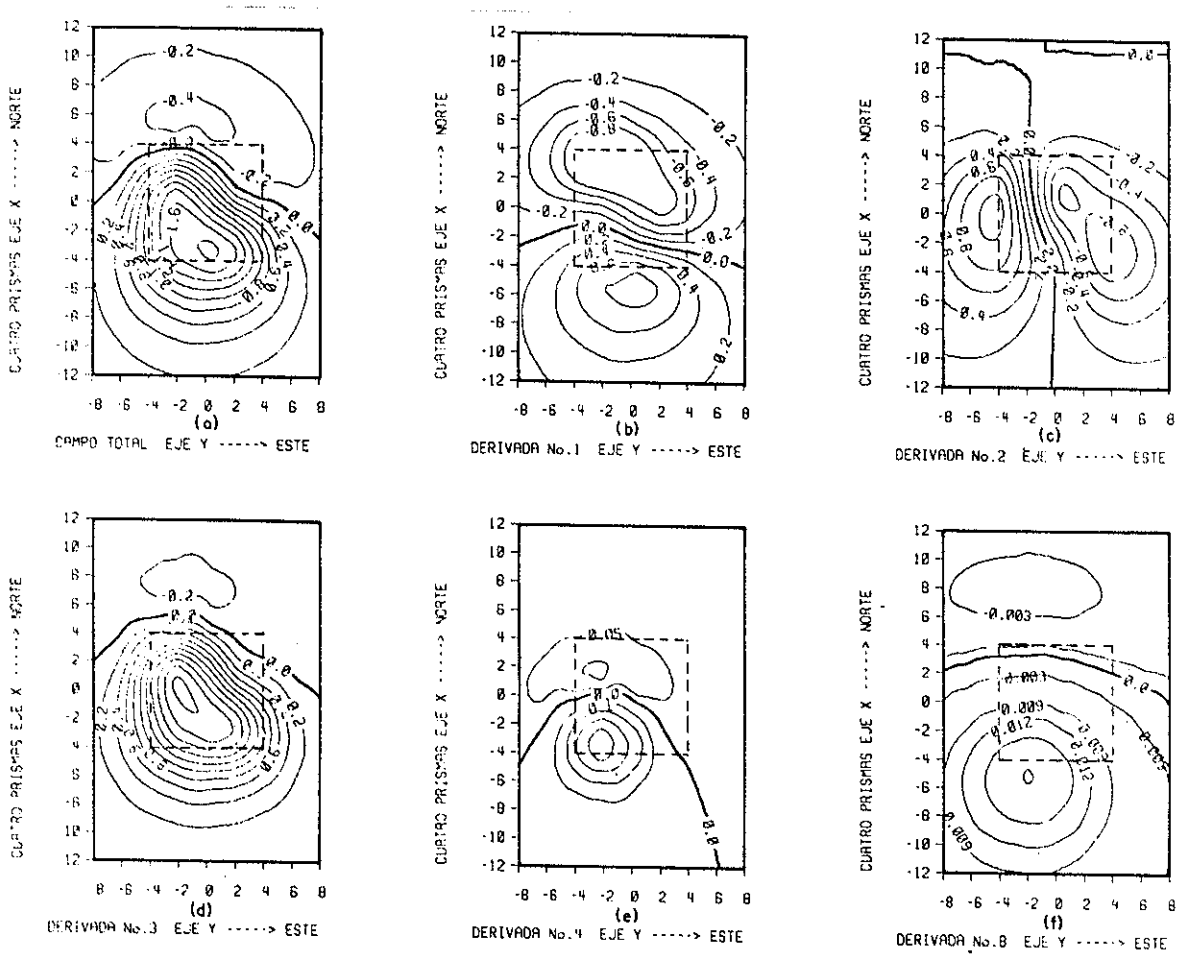


Figura 2. Mapas de contornos de la respuesta magnética de 4 prismas rectangulares (linea punteada). (a) Campo total: (b,c,d) Derivadas parciales con respecto a Jx,Jy y Jz: (e,f) Derivadas con respecto al techo y piso del primer prisma.

este parámetro, siendo éste el último parámetro en ser estimado por el proceso iterativo.

Como el vector de magnetización se considera homogeneo en los 4 prismas, en el proceso de estimación tenemos 11 incógnitas: 3 debidas a Jx, Jy, y Jz, 4 a los techos de los 4 prismas y otras 4 debidas a sus pisos.

De esta forma el algoritmo de inversión, plantea una inversión conjunta de perfiles que cubren una área de estudio. Esto se puede representar matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} \underset{\sim}{Y}_1 \\ \underset{\sim}{Y}_2 \\ \underset{\sim}{Y}_3 \\ \cdot \\ \underset{\sim}{Y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ \cdot \\ A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \\ \underset{\sim}{X} \\ \\ \end{bmatrix} \qquad (39)$$

donde $\underset{\sim}{Y}_1$ es el perfil 1, $\underset{\sim}{Y}_2$ es el perfil 2, etc. y A_1, la matriz debida a las observaciones del perfil 1 y A_2 la matriz debida a las observaciones del perfil 2, etc., con un solo vector de incógnitas $\underset{\sim}{X}$.

De esta manera un problema bidimensional T= T(x,y,0), se reduce a una dimension T= T(x,yo,0), haciendo que el problema quede insuficiente de datos. Reduciendo tal efecto, al usar multi-perfiles que abarquen y cubran toda el área del cuerpo

proyectada en una superficie z=constante y de esta manera obtener una mejor estimación de $\hat{X}$.

III. EXPERIMENTOS CON DATOS SINTETICOS

III.1 INTRODUCCION

Una vez planteado el modelo directo, el método inverso y el planteamiento del problema con inversión conjunta de perfiles que conforman una rejilla, se procedió a hacer experimentos con 1 , 4, 36 y hasta 100 prismas, aumentando el grado de complejidad y tratando de semejar los modelos teóricos a la realidad geológica.

En los primeros experimentos, se procedió a trabajar con un prisma, haciendo la estimación de las incógnitas Jx, Jy, Jz, ht y hb, con un perfil cercano al eje vertical del prisma y luego alejándolo de tal eje, notándose que mientras más alejado esté el perfil de observación del eje vertical del cuerpo, se pierde resolución y por tanto la solución estimada se aleja de la real. Asimismo, se agregó ruido aleatorio a las observaciones sintéticas, encontrándose que $\hat{X}$ se separa de X en un porcentaje semejante al del ruido agregado.

El experimento anterior condujo a hacer una estimación conjunta de perfiles para obtener $\hat{X}$ de un solo prisma. Encontrándose que ésta es mucho más exacta y converge en menos iteraciones, que si se hiciese una estimación con un solo perfil.

En el capitulo II se aclara que en el presente trabajo, se fijan las coordenadas laterales de los prismas (se consideran conocidas). Sin embargo, para el experimento anterior se generó una anomalia con coordenadas conocidas y después se hizo la inversión variando las dimensiones del área rectangular del cuerpo y modificando la posición del eje vertical del prisma, hacia la dirección Norte, o bien Este. Se encontró que las incógnitas más afectadas en la estimación son; los ht, hb y la declinación magnética del cuerpo, pero que aún asi el error en ht y hb es del orden del porcentaje de variación de las coordenadas laterales del prisma.

Después de hacer la estimación con un prisma, se agregan 3 prismas más, generándose observaciones con 4 prismas cuyas profundidades fueron: ht =3.0 m, ht =2.0 m, ht =2.5 m, ht = 10.0 m, hb =11.0 m, hb =11.5 m, hb 10.5 m, hb =10.8 m y $|J|$ $=1.0\times10^{-5}$ emu, $I=60^{\circ}$, $D=0^{\circ}$ (ver figura 3).

En la figura 4a se muestran las observaciones del campo total debidas a estos prismas y su respectiva ubicación. En la misma figura, las derivadas 1, 2 y 3 corresponden a Jx, Jy y Jz; las derivadas 4,5,6 y 7 corresponden a ht , ht , ht y ht ; y las derivadas 8,9,10 y 11 a hb , hb , hb y hb .

En este experimento la rejilla de observación es mayor al área de los prismas, cuyos vértices son (-8,-12) y (8,12), y

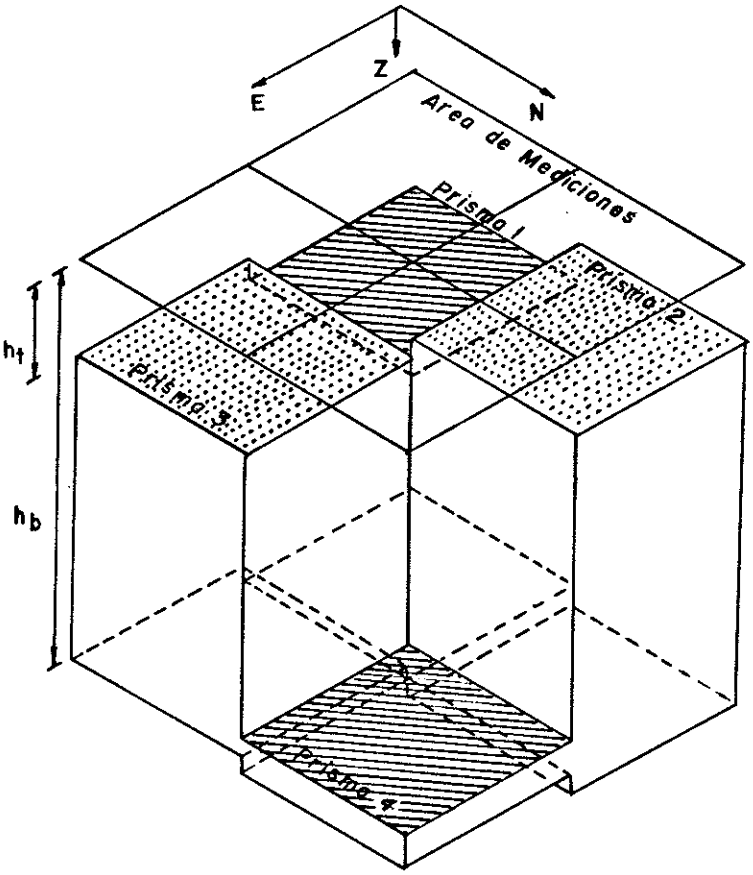


Figura 3. Representación isométrica de los 4 prismas, cuyas profundidades de techos y pisos serán estimadas por Teoría Inversa, a partir de las observaciones calculadas.

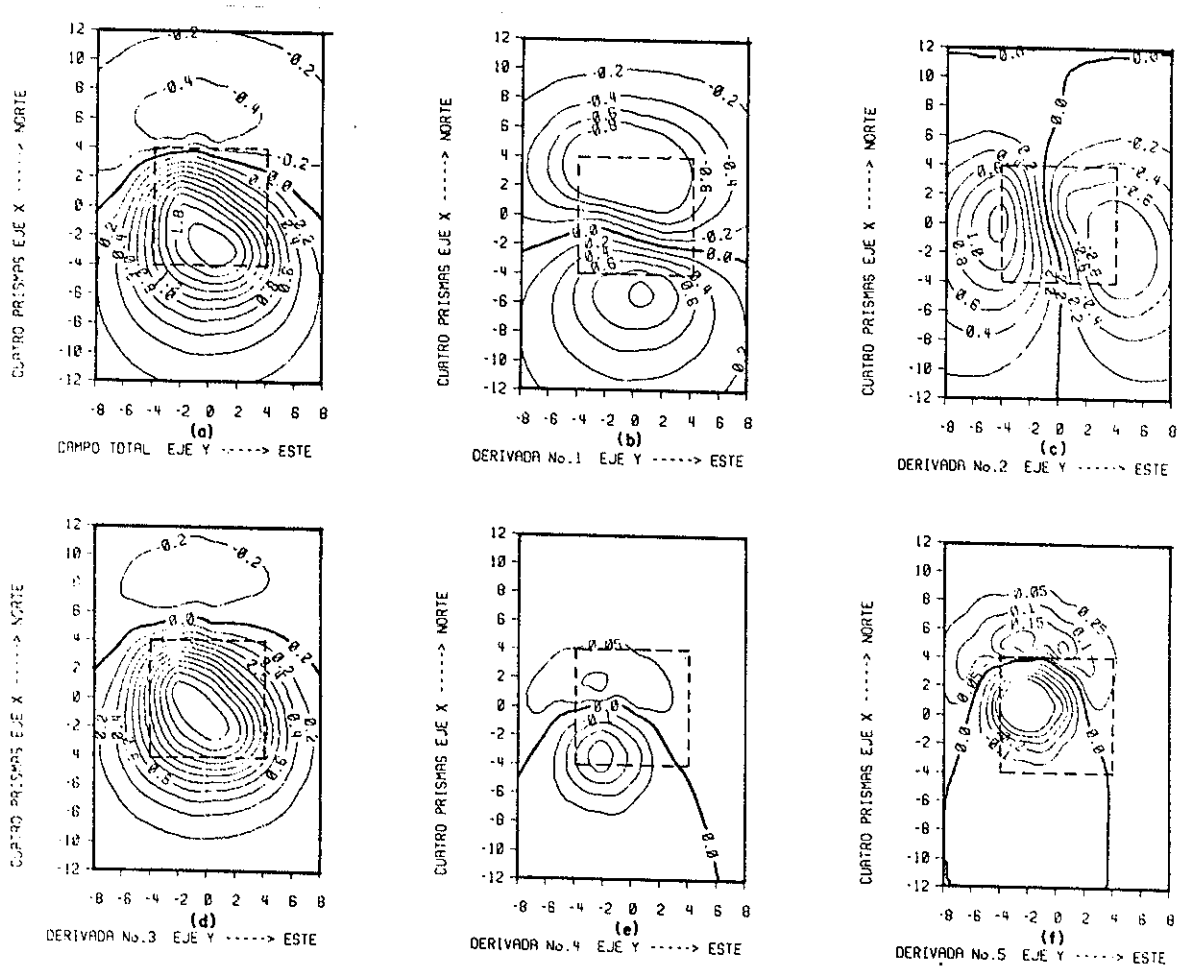
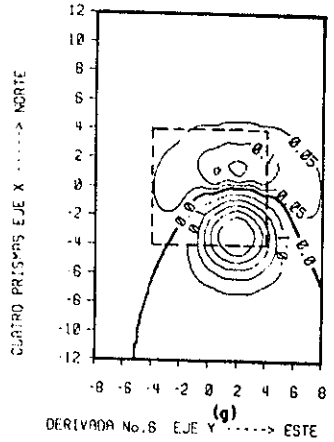
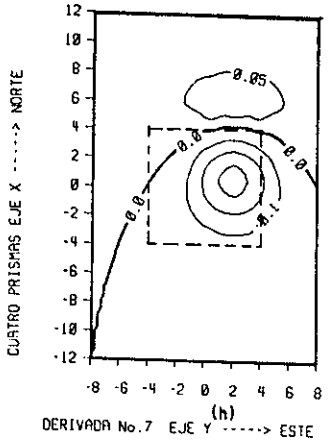


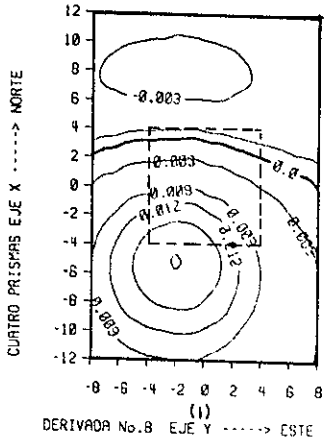
Figura 4. Mapas de contornos de la respuesta magnética de 4 prismas (a). Campo Total. (b,c,d) Derivadas parciales con respecto a Jx,Jy y Jz. (e,f,g,h) Derivadas con respecto a cada uno de los techos de los prismas. (i,j,k,l) Derivadas con respecto a los pisos.


CUATRO PRISMAS EJE X -----> NORTE
DERIVADA No.6 EJE Y -----> ESTE

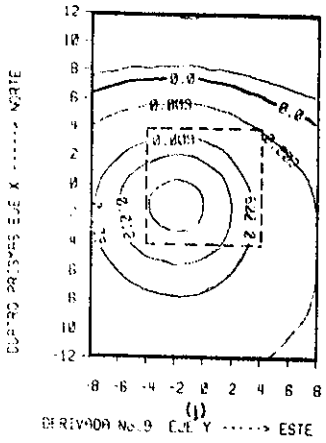
(g)


CUATRO PRISMAS EJE X -----> NORTE
DERIVADA No.7 EJE Y -----> ESTE

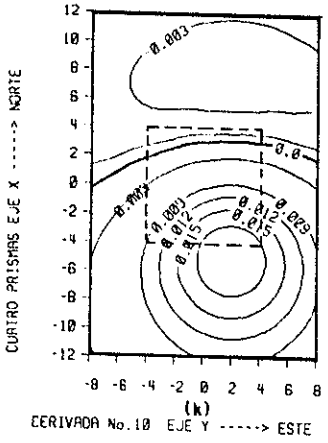
(h)


CUATRO PRISMAS EJE X -----> NORTE
DERIVADA No.8 EJE Y -----> ESTE

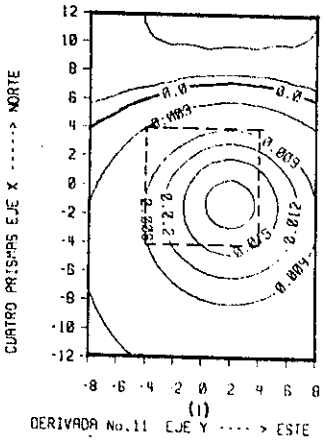
(i)


CUATRO PRISMAS EJE X -----> NORTE
DERIVADA No.9 EJE Y -----> ESTE

(j)


CUATRO PRISMAS EJE X -----> NORTE
DERIVADA No.10 EJE Y -----> ESTE

(k)


CUATRO PRISMAS EJE X -----> NORTE
DERIVADA No.11 EJE Y ----> ESTE

(l)

cubren esta región con 9 perfiles en direccion N-S, conteniendo 25 observaciones cada perfil, sumando un total de 225. Esto quiere decir que la matriz de sensibilidad es de 225 filas y 11 columnas.

Como modelo inicial, se utilizó un cuerpo que difiere del real hasta en un 25%, encontrando que se necesitan más iteraciones para converger al modelo real. Sin embargo cuando se aleja el modelo inicial en un 30%, se encuentra que el proceso diverge (o sea que se vuelve inestable).

De esta forma, nos vemos obligados a estudiar el comportamiento de los valores propios (λ) y de la proyección $|V^T X|$, encontrándose que entre λmax y λmin, hay más de 4 décadas de diferencia y que $|V^T X|$, cuando es inestable, muestra picos que exceden a 2.0. Esto nos da la pauta para cortar la matriz Λ en una p<n (n=numero de incógnitas), siempre y cuando $\lambda_n/\lambda_1 < 1/4000$ o bien $|V^T X| > 2.0$. En la figura 5 se observan gráficas para 5 iteraciones. Aplicando los criterios anteriores, se puede observar que en las iteraciones 1, 2 y 3, el critero corta en p=7 y en la iteración 5 en p=8.

Con este criterio, se logra que la solución no diverja de iteración en iteración, pero no se logra que $\hat{X} = X$.

Esto se debe a que al cortar en una p<n también se

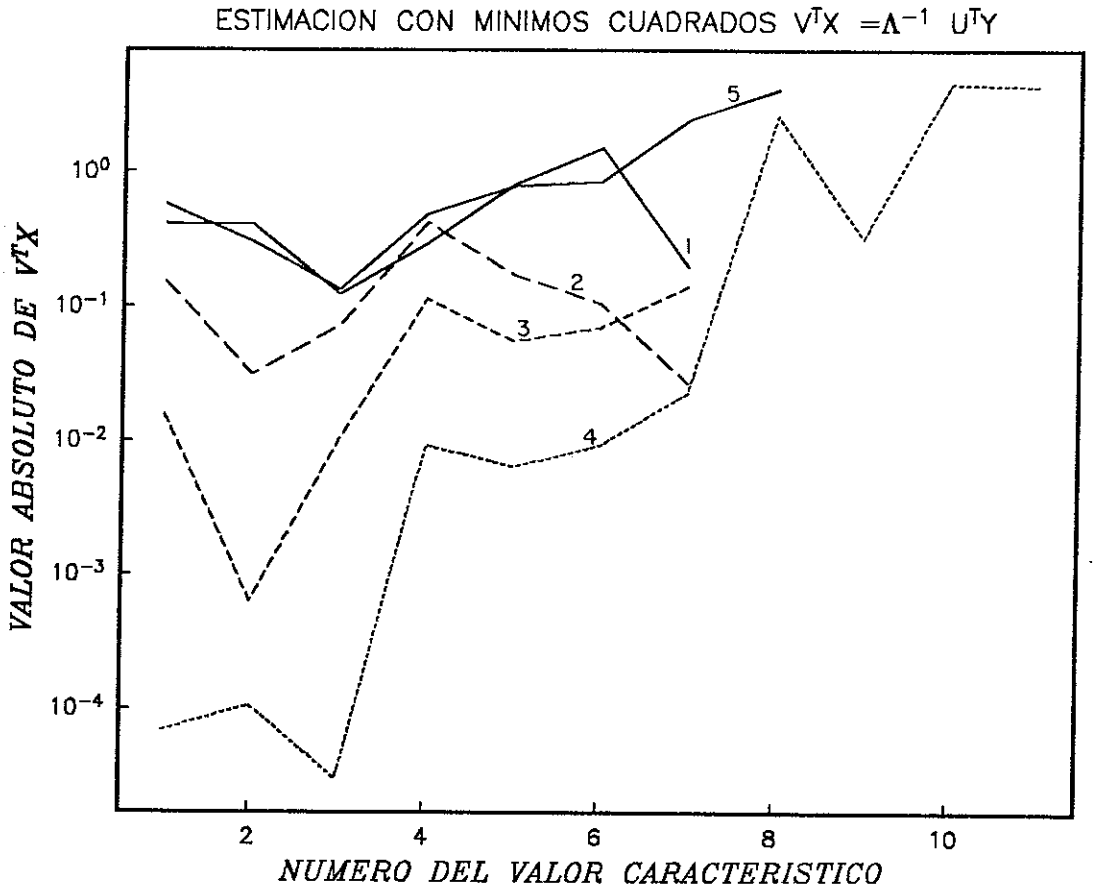


Figura 5. Gráfica de $|V^TX|$ para las iteraciones 1,2,3,4 y 5 de un modelo con 4 prismas. "Filtrando" los $\lambda(n)/\lambda(1)>1/4000$ y los $|V^TX|_n > 2.0$. El modelo inicial es $J=1.15\ x10^{-5}$, $I=69°$, $D=1.5°$, $H_{med_{TECHO}}=3.575$ m y $H_{med_{PISO}}=7.665$ m.

renuncia a la posible información que pudieran tener las proyecciones $|V^T X|$ de p a n.

A raiz de ello, se decidió mejor usar un filtro continuo (ecuación 30) que les resta importancia a las proyecciones $|V^T X|$ entre p y n, pero no los anula. Esto disminuye la inestabilidad y se recupera algo de información que pudiese haber en esas proyecciones. Debido a que el filtro continuo empieza a actuar en la misma p, entonces las proyecciones de p a n, se ven amortiguadas en todas las iteraciones y por tanto no se logra que $\hat{X}$ sea igual a X, pero si que se aproxime.

Después de muchos experimentos, se encuentra que las primeras 2 iteraciones son las más inestables. Esto nos da el criterio de usar un filtro más severo en las 2 primeras iteraciones y luego menos severo en las siguientes , hasta que finalmente se logra que $\hat{X}= X$.

Esto también se puede plantear, como una matriz diagonal Cxx^{-1} ,que pesa el espacio de soluciones (ecuación 30).

En los multiples experimentos realizados, observamos que a partir del séptimo valor propio, las proyecciones $|V^T X|$ divergen. Estas proyecciones son las relacionadas con la posición de los pisos de los prismas en el espacio de soluciones. Debido a esta divergencia, el proceso se vuelve

inestable, obligándonos a usar una matriz Cxx^{-1} diagonal, donde todos sus elementos son del orden del octavo valor propio (λ_8). El resultado que produce, es que a partir de la octava proyección de $|V^T X|$, el efecto es más severo y amortigua las proyecciones 8 a 11, logrando estabilizar el proceso.

Con este esquema de inversión y todos estos criterios, se agrega ruido aleatorio a las observaciones y se hace la inversión, encontrándose resultados diferentes para cada nivel de ruido, ya que también se usa en el esquema de inversión una matriz Cyy^{-1} que pesa el espacio de observaciones. Esta matriz de diseño diagonal y con magnitud del orden del ruido aleatorio estimado en las observaciones.

De esta forma, la matriz Cxx^{-1}, depende de la cantidad de error estimado en las observaciones.

De la ecuación 29 se observa que al agregar ruido a las observaciones la estimación se aleja de la solución exacta. Para este problema específico de 4 prismas, las J's y las profundidades a los techos de los prismas se ven muy poco afectados, no siendo así para los pisos que se afectan más. Sin embargo, se mantienen en un margen de 5% cuando el error en las observaciones es del 1%.

Otro experimento útil, fue generar la anomalía con 4

prismas y suponer en la inversión, que estas observaciones fueron generadas por 16 prismas de iguales dimensiones entre ellos y que ocupaban la misma área de los 4 prismas reales. Al hacer la inversión se encontró que $\hat{X}= X$ para las J's y los techos de los prismas, pero $\hat{X}= X$ para los pisos. Se revisó la matriz de resolución (R) (figura 6) y se encontró que en los elementos 20 a 35, correspondientes a los 16 pisos de los prismas, la resolución era muy pobre. Esto quiere decir que el espaciamiento de las observaciones no es el adecuado. Se redujo el espaciamiento del muestreo generando el doble de observaciones logrando que $\hat{X}= X$, cuando el error = 0 en las observaciones, ya que la resolución se vuelve óptima, R= I.

Si ahora se le agrega ruido a las observaciones y de nuevo se estima con 16 prismas en lugar de 4, nuevamente la estimación se aleja más de la solución exacta, para los pisos de los prismas. Esto quiere decir que la estimación de las profundidades a los pisos, es muy afectada por error en las observaciones.

III.2 EXPERIMENTOS CUYA SOLUCION ES EXACTA

En estos experimentos, se escogen modelos más complicados, incluyendo más primas que simulan la topografía superior e inferior de un cuerpo magnetizado. La característica que tienen estos modelos, es que al hacer la inversión se considera que se conoce el número de prismas y su ubicación, quedando por

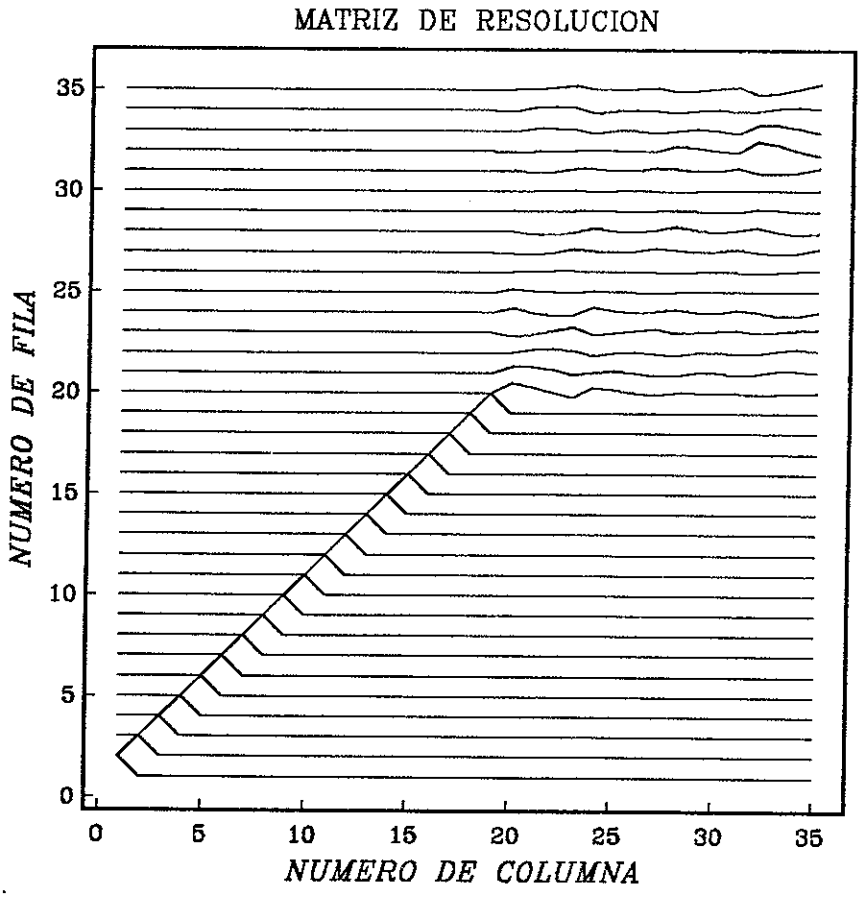


Figura 6. Matriz de Resolucion para la primera iteracion de un modelo de 16 prismas. Con observaciones justas al area de los prismas. Usando una matriz diagonal estabilizadora de las estimaciones: α=1.0 E−5 para J y los techos de los prismas, α=0.1422 E−5 para los pisos de los prismas. Sin error en las observaciones.

incógnitas, las J's y las profundidades correspondientes al techo y piso de cada prisma.

Estos ejemplos están enfocados a observar, si interviniendo como parámtros las profundidades a los techos y pisos de muchos prismas, asi como el vector de magnetización, se produce un problema de no-unicidad en la solución estimada.

IIII.2.1 MODELO RECTANGULAR DE 36 PRISMAS.

En la figura 7 se observa que el cuerpo magnetizado es rectangular, con dimensiones de 24000 metros en dirección N-S y 24000 metros en dirección E-W. Se usaron 36 prismas equiespaciados para conformar la topografia superior e inferior del cuerpo magnetizado (figura 7a y 7b respectivamente, profundidad en metros), el cual está inmerso en un campo Geomagnético de $I=60^{\circ}$ y $D=0^{\circ}$, con un vector de magnetización, cuyas caracteristicas son $|J|=1180\times10^{-5}$ emu, $I=60^{\circ}$ y $D=20^{\circ}$.

Se genera la anomalia magnética debida a este cuerpo, creando observaciones sintéticas a cada 1000 m en ambas direcciones (sumando 625 observaciones figura 8).

Se puede ver en la figura 8 que debido a las caracteristicas del campo magnético, hay inversión de polaridad del campo, en los limites superiores del cuerpo.

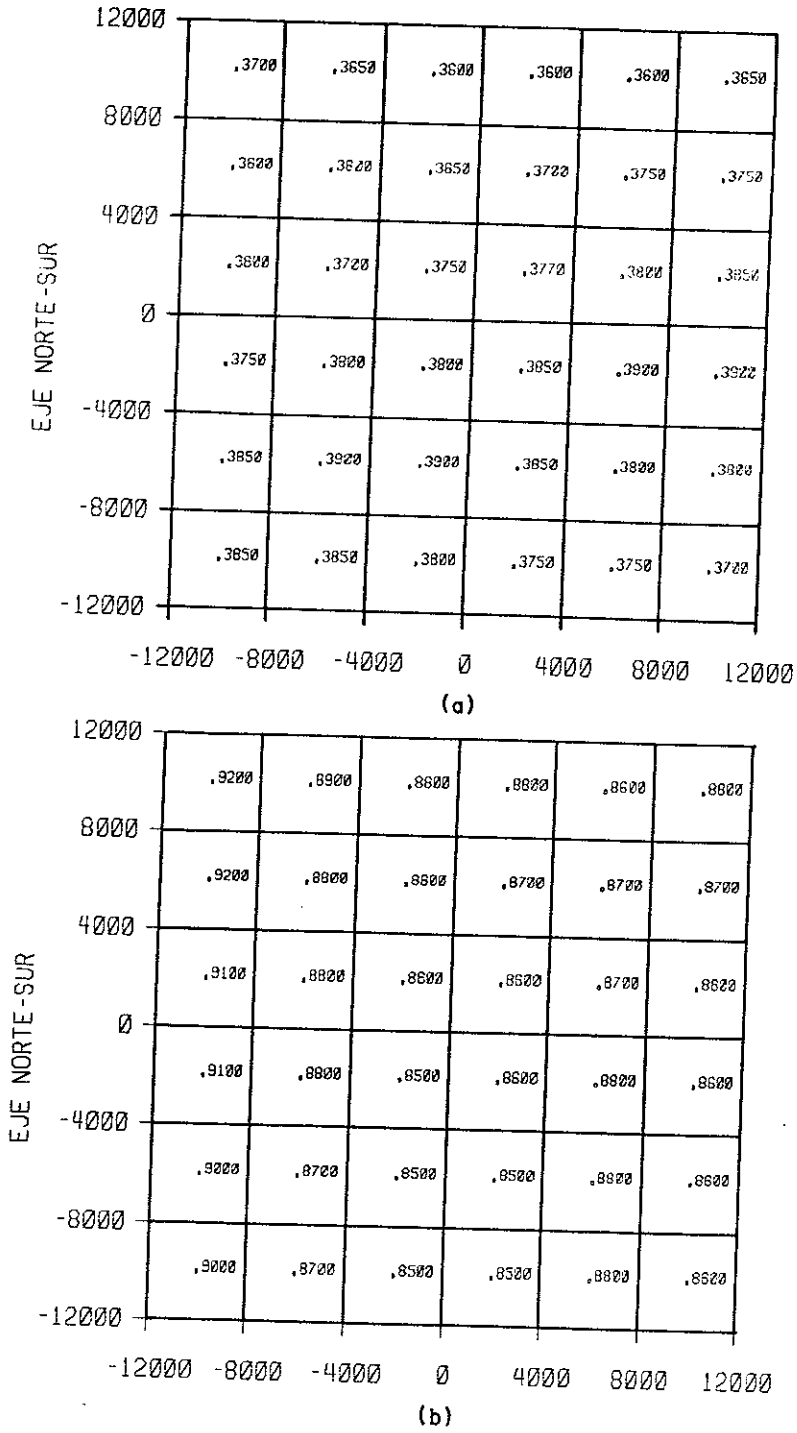


Figura 7. Modelo real del cuerpo discretizado en 36 prismas. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos.

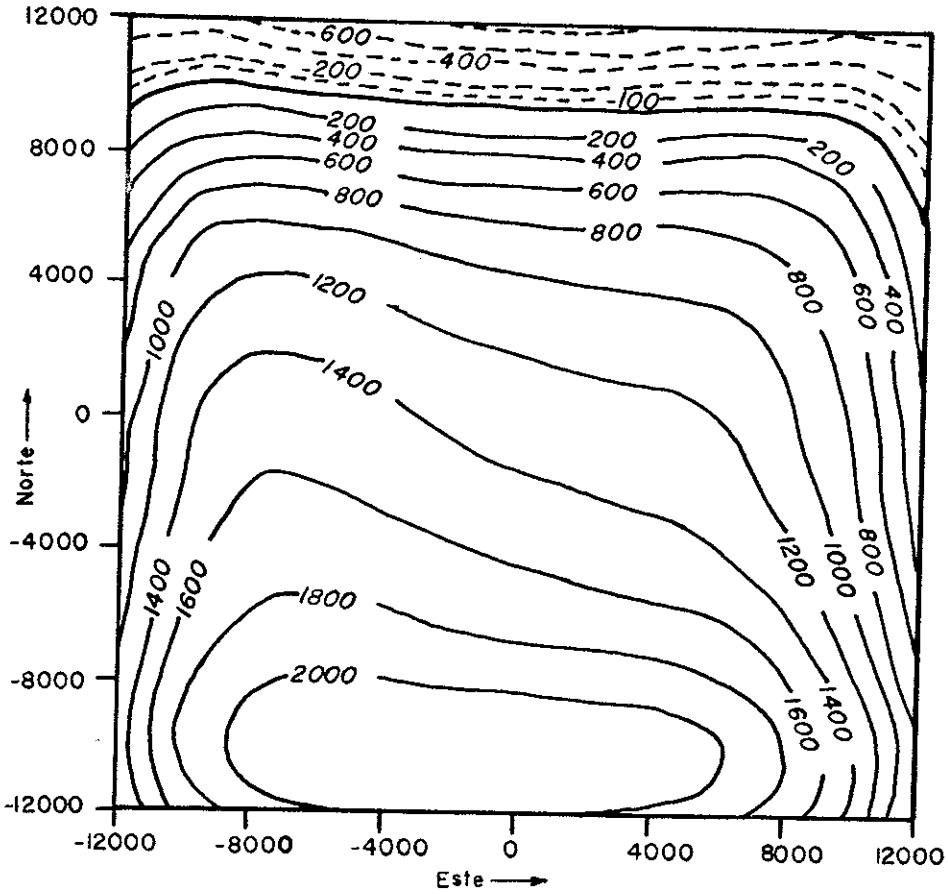


Figura 8. Anomalía magnética debida a los 36 prismas de la figura 7 (contornos en gammas o nanoteslas).

Se hace la inversión de esta rejilla de observaciones, indicándole al algoritmo de estimación, que se trata de 36 prismas con su correcta ubicación lateral, quedando por estimar Jx,Jy,Jz, 36 profundidades a los techos y otras 36 a los pisos, sumando 75 incógnitas.

Se le asigna como modelo inicial $|J|=1000\times10^{-5}$ emu., $I=69^{\circ}$, $D=23^{\circ}$, una profundidad media a todos los techos de los prismas, de 3750 m y una profundidad promedio de 8750 m a los pisos.

Se corre una vez el algoritmo y se observa el comportamiento de los 75 valores propios.

Se asigna a la matriz Cxx^{-1} la magnitud del valor propio 40, con el fin de estabilizar la estimación en las primeras iteraciones. Algunos autores reducen Cxx^{-1} a αI, como una constante que multiplica a una matriz identidad, de ahí que a veces así aparezca en las gráficas del presente trabajo.

También en la primera iteración se puede ver como se comportan las columnas de la matriz de sensibilidad, que en este caso es de 625 filas y 75 columnas. Esto se hace para observar la dependencia lineal entre las incógnitas.

En la figura 9 se muestra una gráfica de la matriz simétrica $A^{T}A$, que representa las proyecciones de cada columna

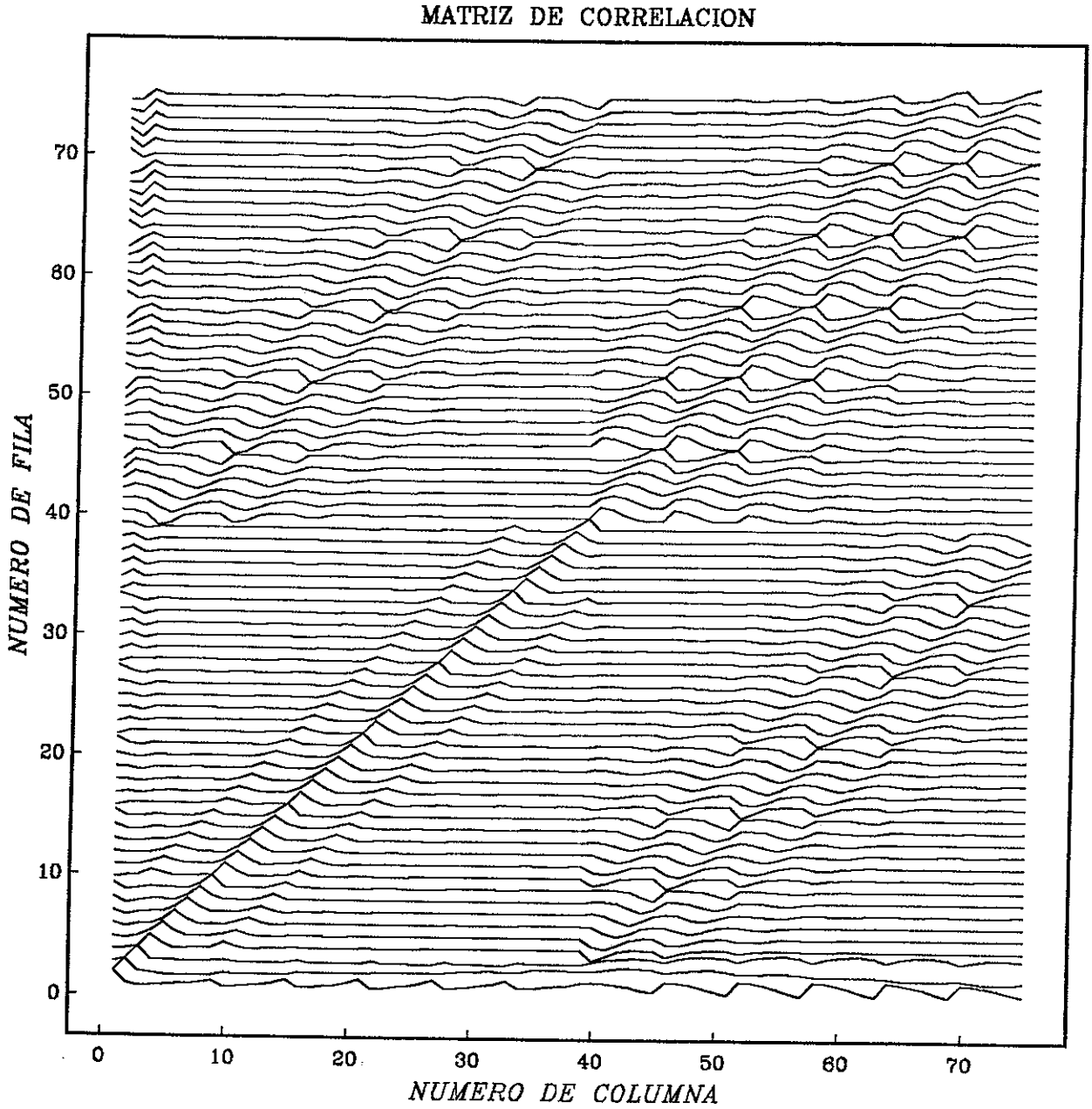


Figura 9. Matriz de Correlación para la primera iteración de un modelo de 36 prismas o 73 parámetros por estimar. Se usan observaciones a cada 1000m en ambas direcciones que cubren al área de los prismas. También se introduce una matriz estabilizadora para las estimaciones de J, los techos y pisos de los prismas.

sobre las demás, siendo la diagonal, las proyecciones de las columnas consigo mismas y divididas por su desviación estándar, es decir, una matriz A^TA normalizada.

Los elementos de la matriz son acomodados de tal manera que del 1 al 3 corresponden a Jx, Jy, Jz., del 4 al 39, los techos de los prismas y del 40 al 75, los pisos de los mismos.

Se puede observar claramente que del 4 al 39 la correlación es baja. Esto se debe a que los techos de los prismas estan correlacionados solo con los prismas adyacentes. Sin embargo, del elemento 40 al 75, la correlación es más grande, indicándonos que si alguno de los pisos de los prismas esta mal estimado, este efecto se propaga en los elementos más correlacionados a él, haciendo que al final todos los pisos esten mal estimados. El factor Cxx^{-1}, tiende a romper en algo la alta correlación que existe entre los elementos de la matriz A^TA, haciendo que a su vez, el proceso sea más estable, ya que disminuye la dependencia lineal entre las columnas de la matriz de sensibilidad.

En la primera iteración, también se puede analizar la matriz de resolución. En este caso (figura 10), los 75 elementos de la matriz son iguales a la unidad, lo cual quiere decir que si las observaciones no tienen error, se puede lograr que $\hat{X} = X$. Si la matriz de resolución no es la identidad, puede

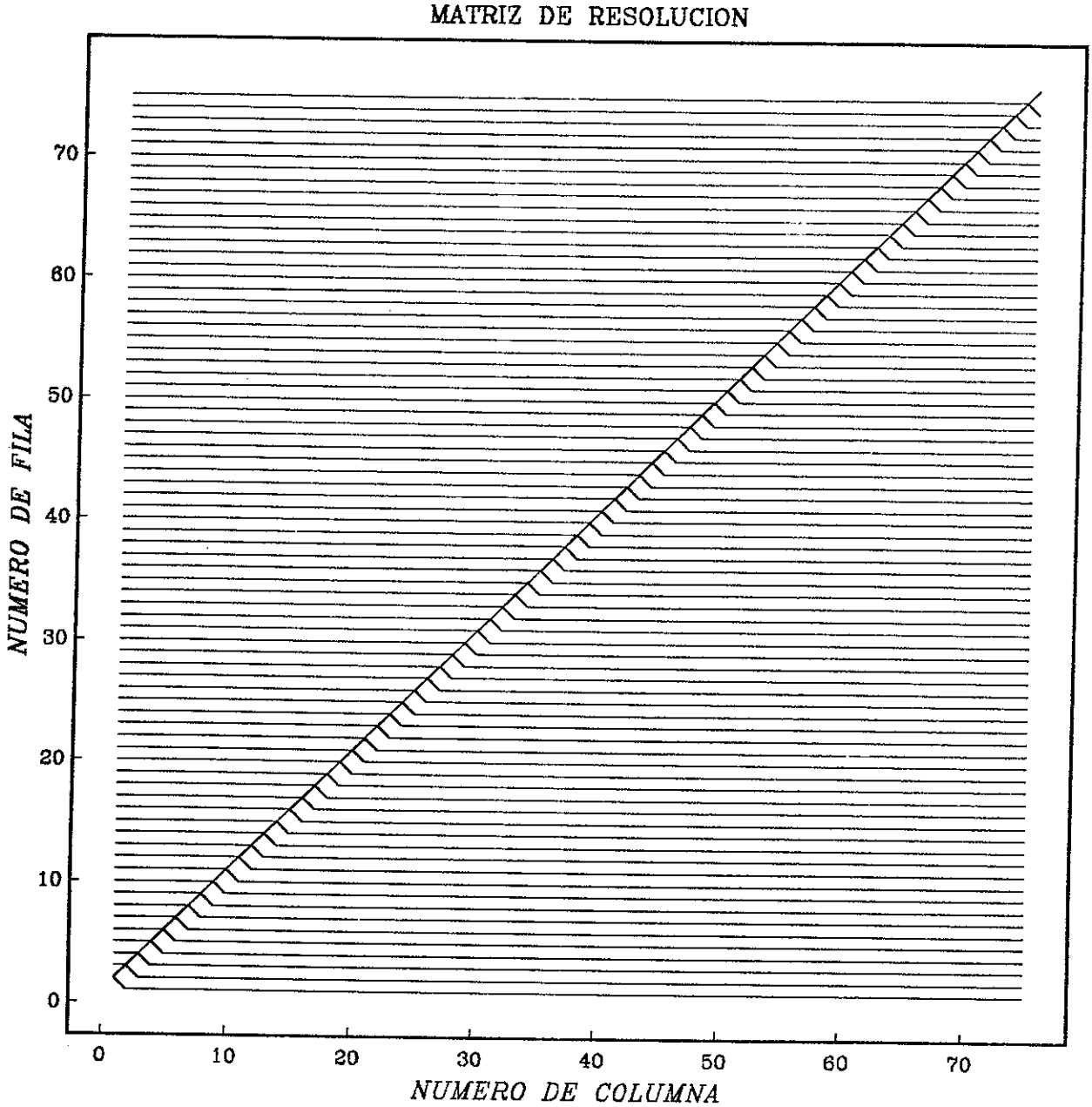


Figura 10. Matriz de Resolución para la primera iteración de un modelo de 36 prismas o 73 parámetros por estimar. Se usan observaciones a cada 1000m en ambas direcciones que cubren al área de los prismas. También se introduce una matriz estabilizadora para las estimaciones de J, los techos y pisos de los prismas.

ser que el modelo inicial no sea el adecuado ó que el sistema necesite observaciones más cercanas entre sí, para poder resolver todas las incógnitas.

Para ir reduciendo la severidad del filtro continuo, el cual se calcula a partir de Cxx^{-1} (ver ecuación 27), se le indica al algoritmo que $Cxx^{-1j} = Cxx^{-1j-1} / 10.0$, para la j-ésima iteración. Esto quiere decir que el Cxx^{-1} va siendo menos severo en cada iteración, estabilizando el sistema en las primeras de éstas y convergiendo a la solución exacta en las últimas iteraciones.

Para este modelo en particular, se necesitaron solo 6 iteraciones para lograr la convergencia.

En las figuras 11a y 11b se observan las profundidades estimadas a los techos y pisos correspondientes y una $\vec{J}$ estimada de; $|J|=1180 \times 10^{-5}$ emu, $I=59.96^{\circ}$, $D=20.14^{\circ}$.

Es de observar que la estimación es muy buena, aún cuando existe un error de 30m en 9000m, que es la profundidad media de los pisos, o sea como un error de 0.3%.

En la figura 12 se muestran los residuales no lineales. La dispersión de éstos es muy baja y además muestran cierta aleatoriedad.

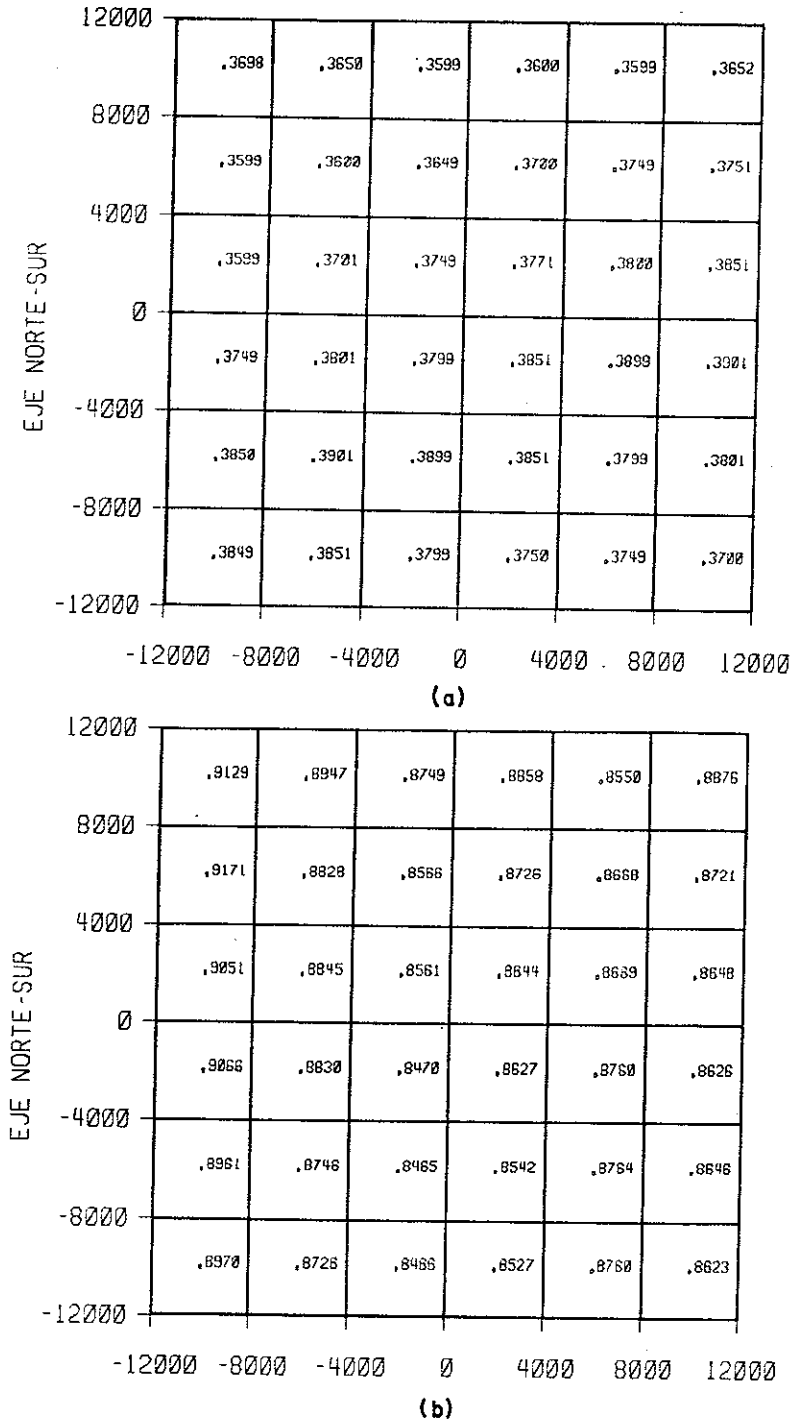


Figura 11. Profundidad estimada de los 36 prismas, a partir de las observaciones calculadas de la fig.8. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos.

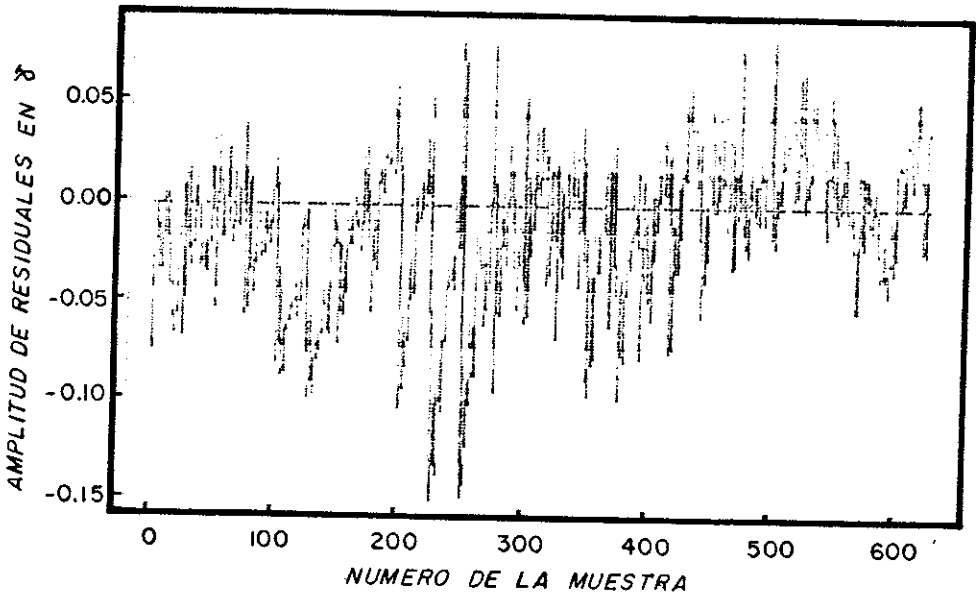


Figura 12. Residuales obtenidos en la iteración 8, al ser estimadas las profundidades y el vector de magnetización del modelo de 36 prismas.

III.2.2 MODELO DE FORMA IRREGULAR CON 22 PRISMAS

En la figura 13a y 13b se muestra un cuerpo magnetizado, cuya forma no es regular y que está constituido de 22 prismas. Está inmerso en un campo geomagnético de $I=60^0$ y $D=0^0$ y un vector de magnetización $|J|=1180\times10^{-5}$ emu, $I=60^0$ y $D=20^0$.

Se genera la anomalia sintética con una rejilla de observaciones que cubre el área de los prismas, con observaciones a cada 1000 metros, haciendo un total de 625 observacions, (figura 14).

Como en este modelo se desea estimar Jx, Jy y Jz, las profundidades a los techos de los 22 prismas y las profundidades a los 22 pisos; el total de incógnitas asciende a 47. Esto quiere decir que la matriz de sensibilidad tiene 625 filas y 47 columnas.

Se parte de un modelo inicial de $|J|=1000\times10^{-5}$ emu, $I=69^0$, $D=23^0$. de una profundidad media al techo de los prismas de 3750 m y una profundidad media al piso de los mismos, de 8750 metros. Se corre la primera iteración con el objeto de observar el comportamiento de los valores propios y de la matriz de resolución. En este caso, se decidió que Cxx^{-1} fuese del orden del valor propio 26, que es donde comienza el efecto

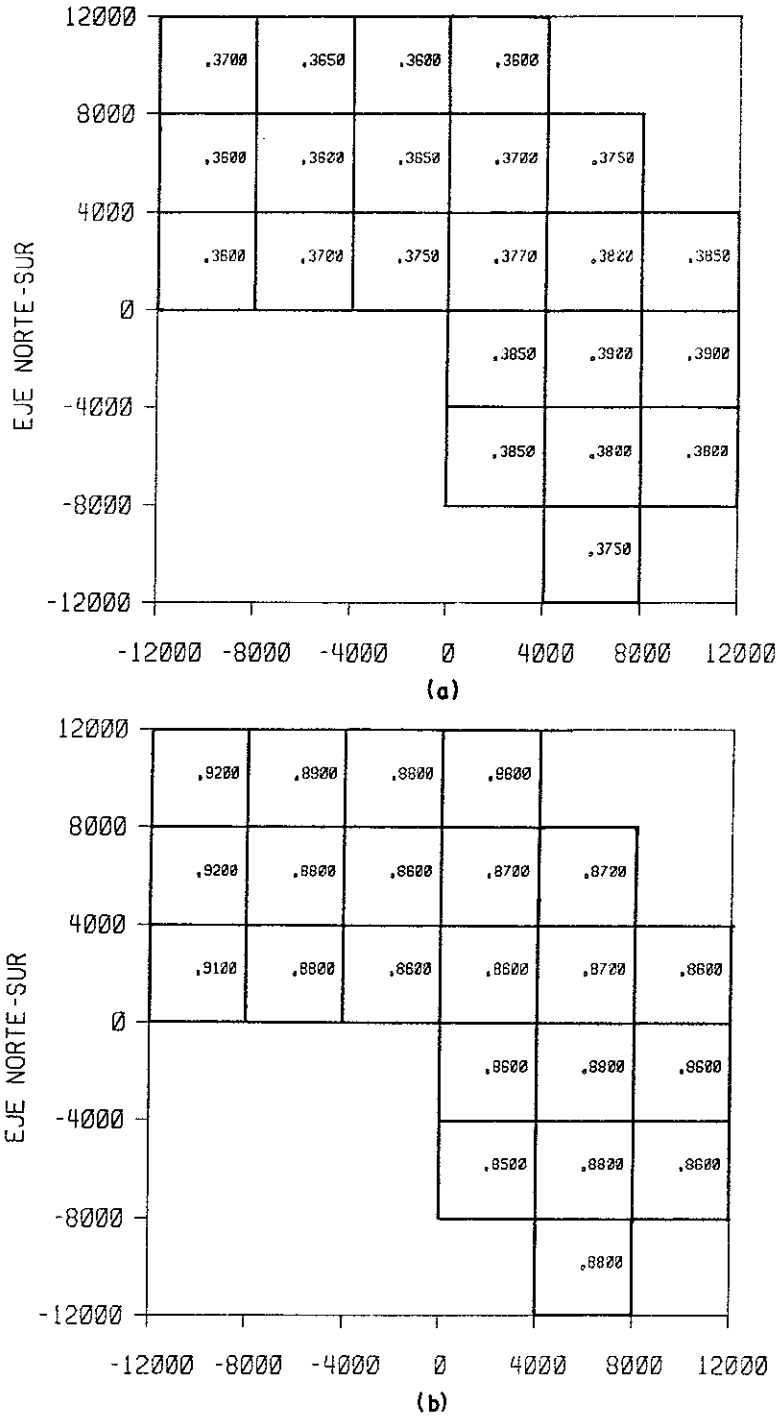


Figura 13. Cuerpo irregular discretizado con 22 prismas. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos.

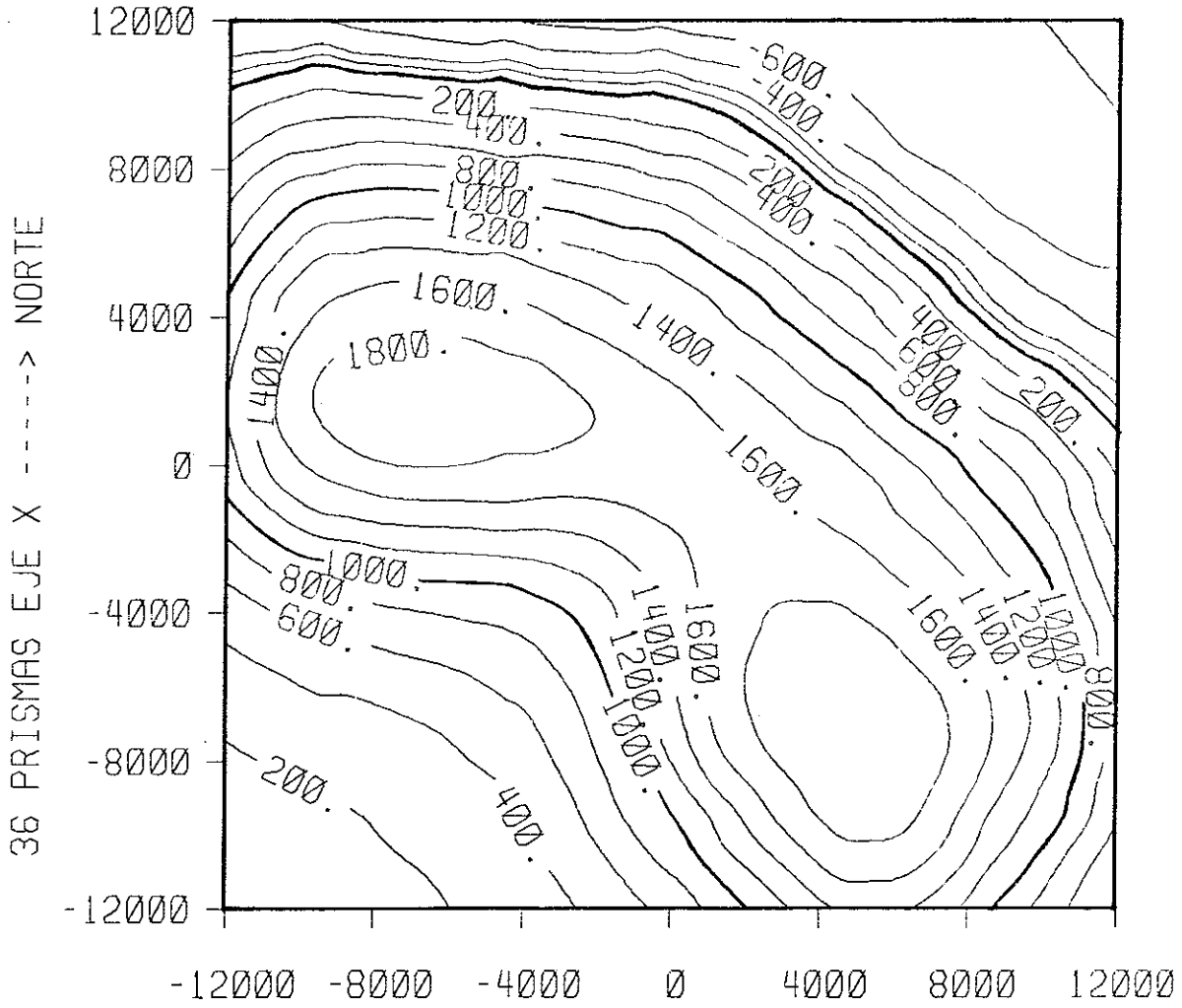


Figura 14. Anomalía magnética generada con los 22 prismas planteados en la figura 13.

de los pisos de los prismas. Además, la matriz de resolución es la identidad, por lo tanto tenemos posibilidad de recuperar la solución exacta.

De esta forma el algoritmo continúa con el criterio de que el filtro de la siguiente iteración sea 10 veces menor que el de la iteración anterior, lográndose en 8 iteraciones una convergencia muy buena a la solucion exacta, ya que $\hat{X}= X$, con un error r.m.s. de 0.01745 gammas. (ver figuras 15a y15b). Incluso los pisos son muy bien estimados.

En otro experimento, se agrega ruido aleatorio del 1% a las observaciones teóricas. También se hace el análisis de la primera iteración y se establece que $Cxx^{-1}= \lambda_{25}$. Al fijar estos parámetros se logra converger en 9 iteraciones a un modelo que está alejado del exacto; en un 1.3% en los techos, y 1.7% en los pisos y un vector de magnetización estimado de $|J|=1185.4\times10^{-5}$ emu, $I=60.15^{0}$ $D=20.4^{0}$, con un error r.m.s. de 6.338 gammas.

Esto nos indica que aún agregando error aleatorio de 1%, el modelo estimado no diverge mucho (ver figuras 16a y 16b).

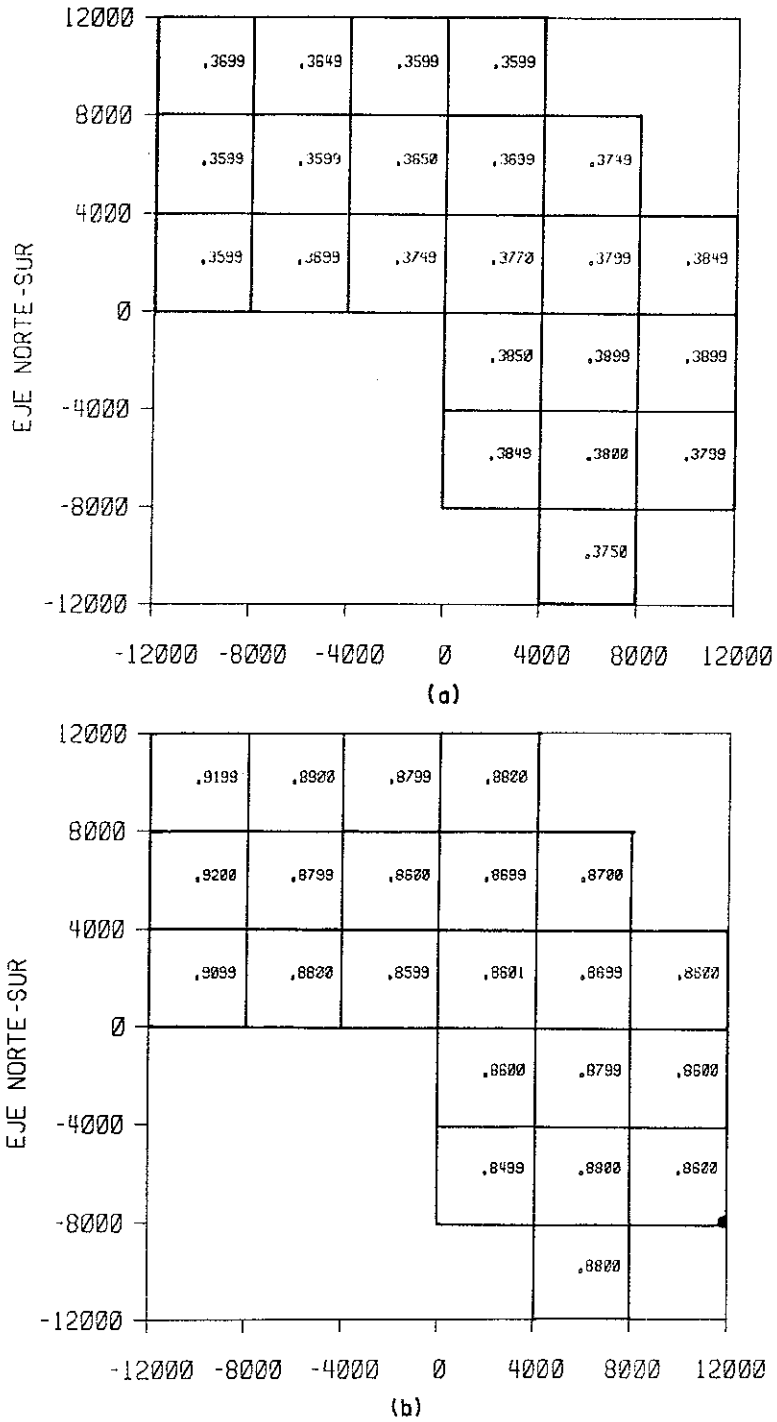
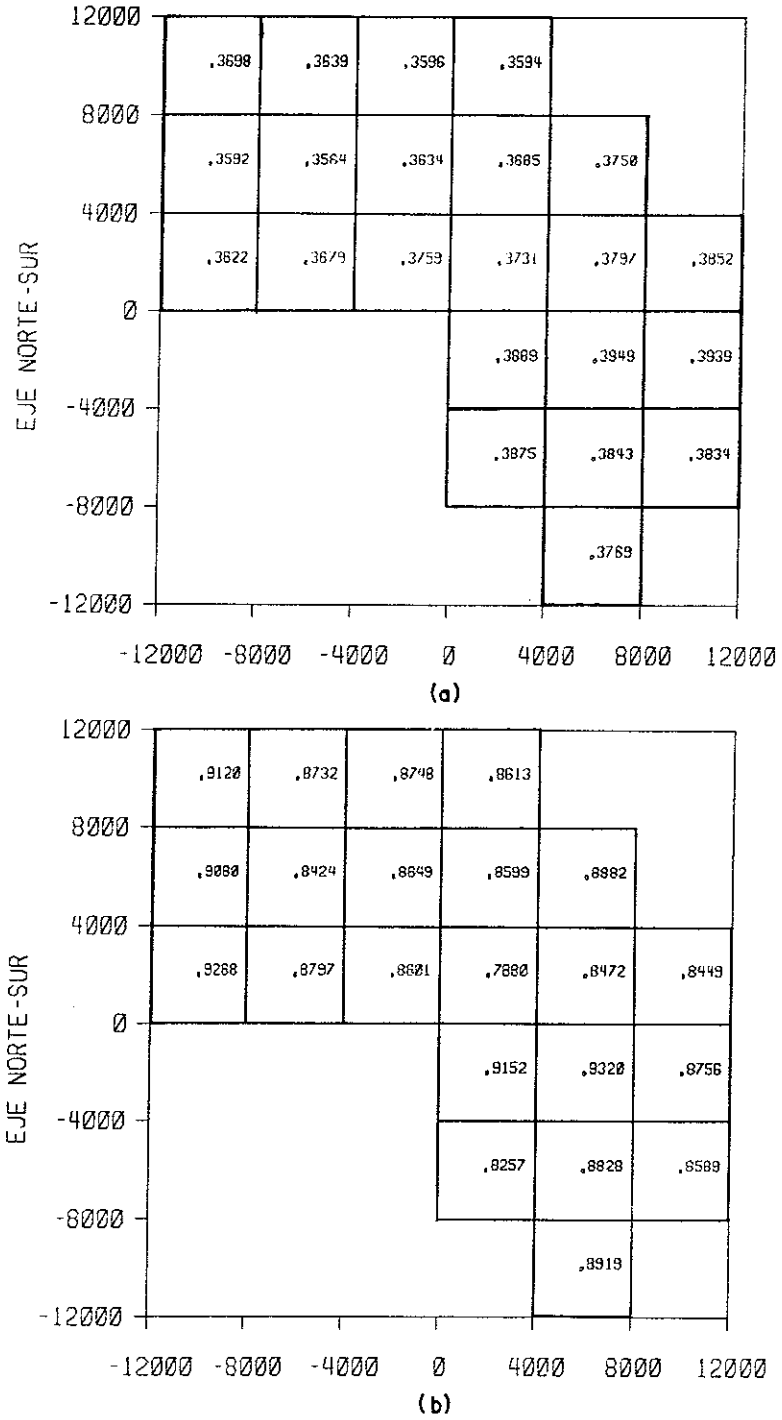


Figura 15. Profundidad estimada para el cuerpo discretizado con 22 prismas. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos.



Figira 16. Profundidad estimada para el cuerpo discretizado con 22 prismas, cuando se ha agregado ruido aleatorio de 1% a las observaciones. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos.

III.3 EXPERIMENTO CUYA SOLUCION ES OPTIMA

III.3.1 MODELO DE 100 PRISMAS, SUPONIENDO 36 PRISMAS COMO CAUSA DE LA ANOMALIA.

En estos experimentos, no se tuvo necesidad de agregar ruido aleatorio a las observaciones, ya que las suposiciones de interpretación son intrinsicamente erróneas y esto se puede manipular en el algoritmo de inversión, como error sistemático en las observaciones.

Con estos experimentos y principalmente con éste, se trata de simular un problema geológico real, con todas sus limitaciones.

Para este experimento en particular, se construyó una topografía superior e inferior de un cuerpo prismático de 40000 m de ancho, en la dirección N-S y 40000 m, en la dirección E-W (ver figura 17a y 17b). Se discretiza el cuerpo en un conjunto de prismas equiespaciados, asignando 10 en la dirección N-S y 10 en la dirección E-W, teniendo un ancho de 4000 m cada uno en ambas direcciones. Al discretizar se le asigna una profundidad promedio a cada techo y piso, de acuerdo al área topográfica que cubren.

Ahora se supone que el cuerpo con sus 100 prismas,

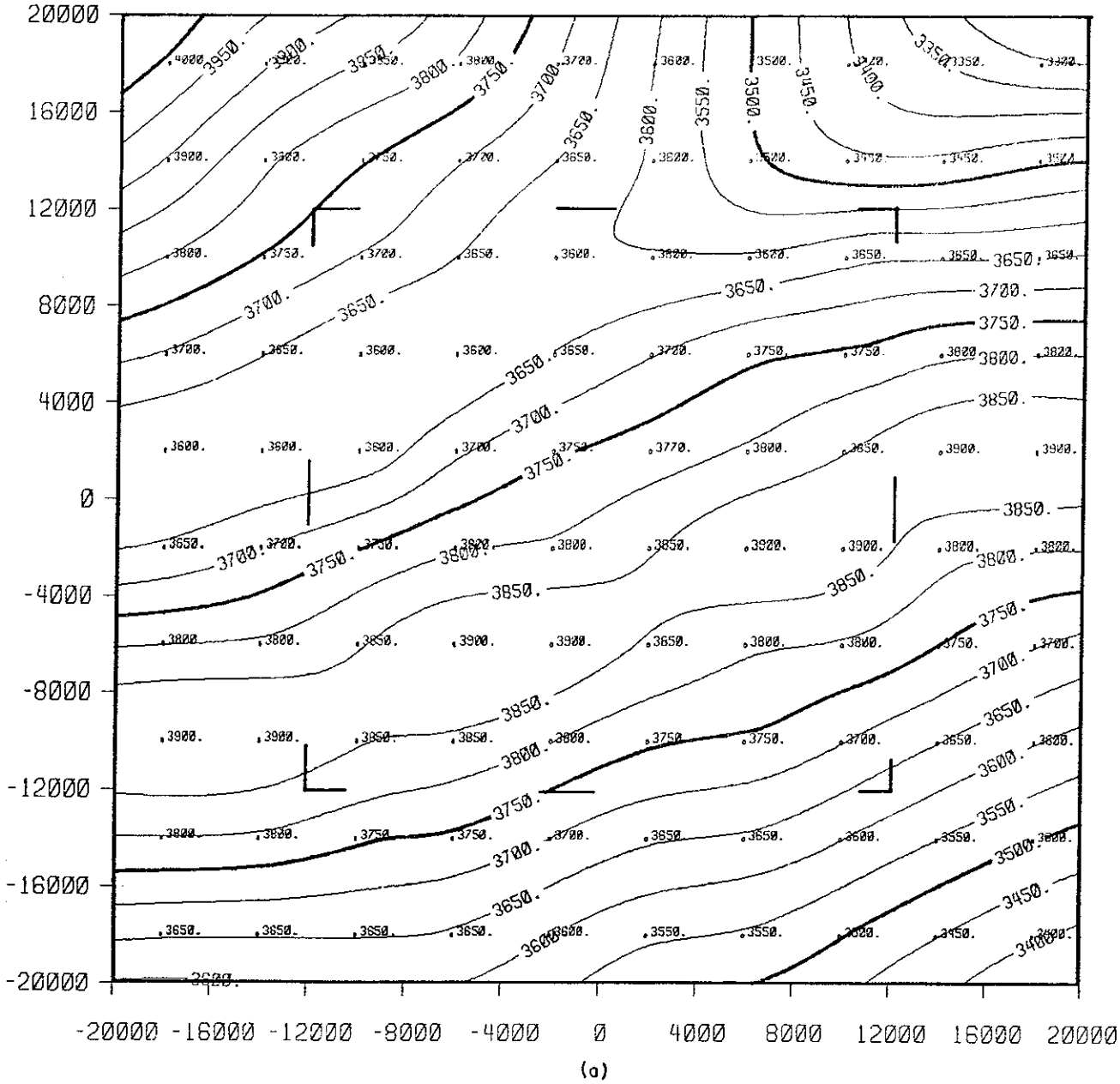
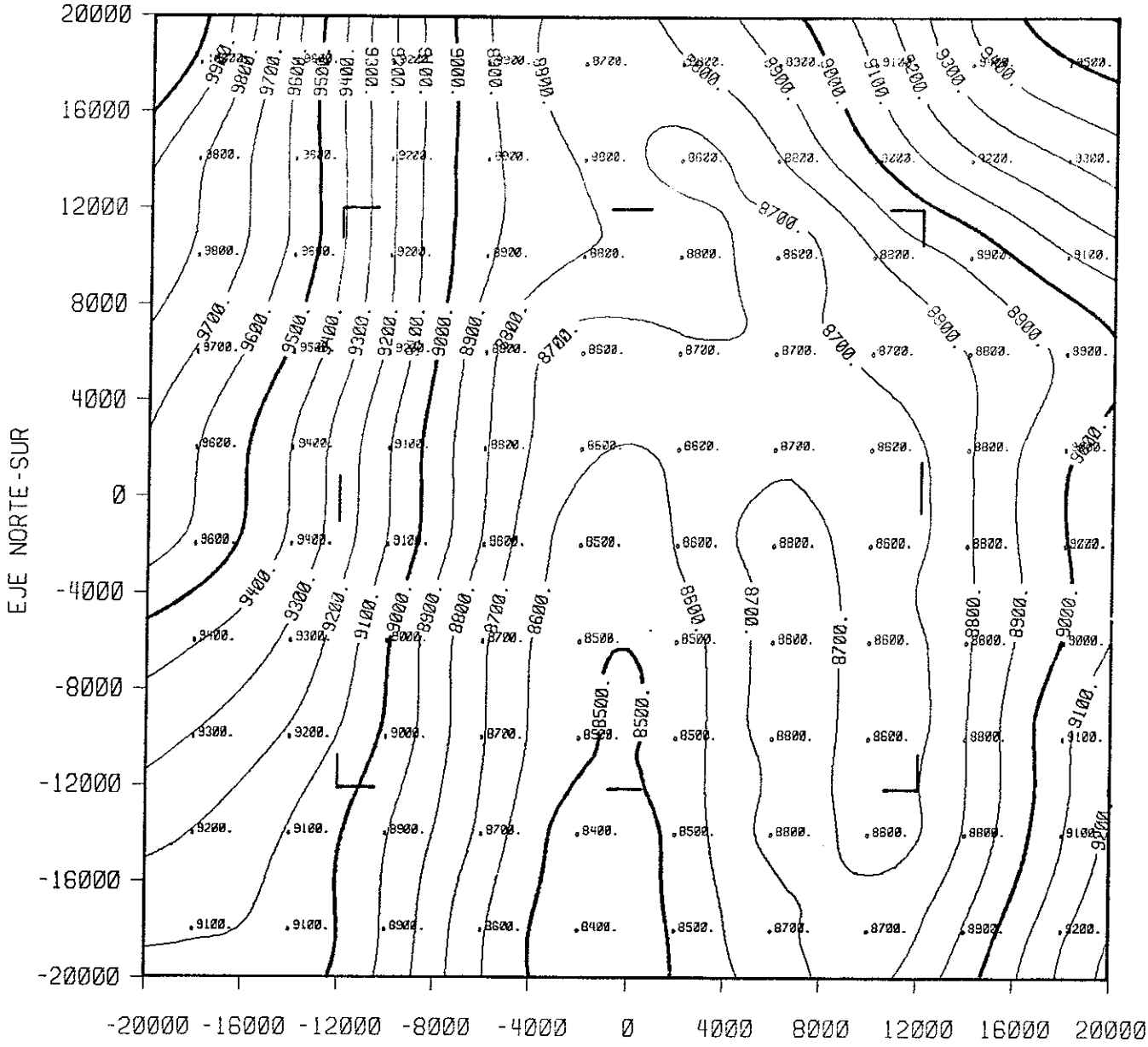


Figura 17. Superficie topográfica de un subsuelo discretizado con 100 prismas. (a) Topografía Superior. (b) Topografía Inferior (contornos en metros).


EJE NORTE-SUR
20000
16000
12000
8000
4000
0
-4000
-8000
-12000
-16000
-20000
-20000 -16000 -12000 -8000 -4000 0 4000 8000 12000 16000 20000

(b)

constituye un cuerpo tan grande que podría ser regional, es decir, que se extiende hasta infinito en todas las direcciones laterales.

Es muy conocido que en métodos potenciales, se hacen estudios tratando de cubrir áreas que no son más grandes que el cuerpo regional que se trata de estudiar, es decir que solo se observa una parte de la superficie regional.

De esta forma se supone que el área enmarcada en la figura 17, cuyo ancho es 24000 m en dirección N-S y 24000 m en dirección E-W, es el área de estudio de una brigada de magnetometría terrestre suponiendo que la topografía es plana y que el cuerpo esta inmerso en un campo geomagnético de $I=60^{\circ}$, $D=0^{\circ}$ y un vector de magnetización homogéneo para todo el cuerpo de $|J|=1180\times10^{-5}$ emu, $I=60^{\circ}$ y $D=20^{\circ}$.

El objetivo es estimar las profundidades al cuerpo, que cubre exactamente el área de estudio. De esta forma la topografía superior e inferior del cuerpo que deseamos obtener son las mostradas en la figura 18a y 18b.

Sin embargo, la anomalía observada por la brigada de magnetometría, es debida a todo el cuerpo regional. En este caso, al efecto de los 100 prismas y no solo de los 36 prismas que cubren el área de estudio.

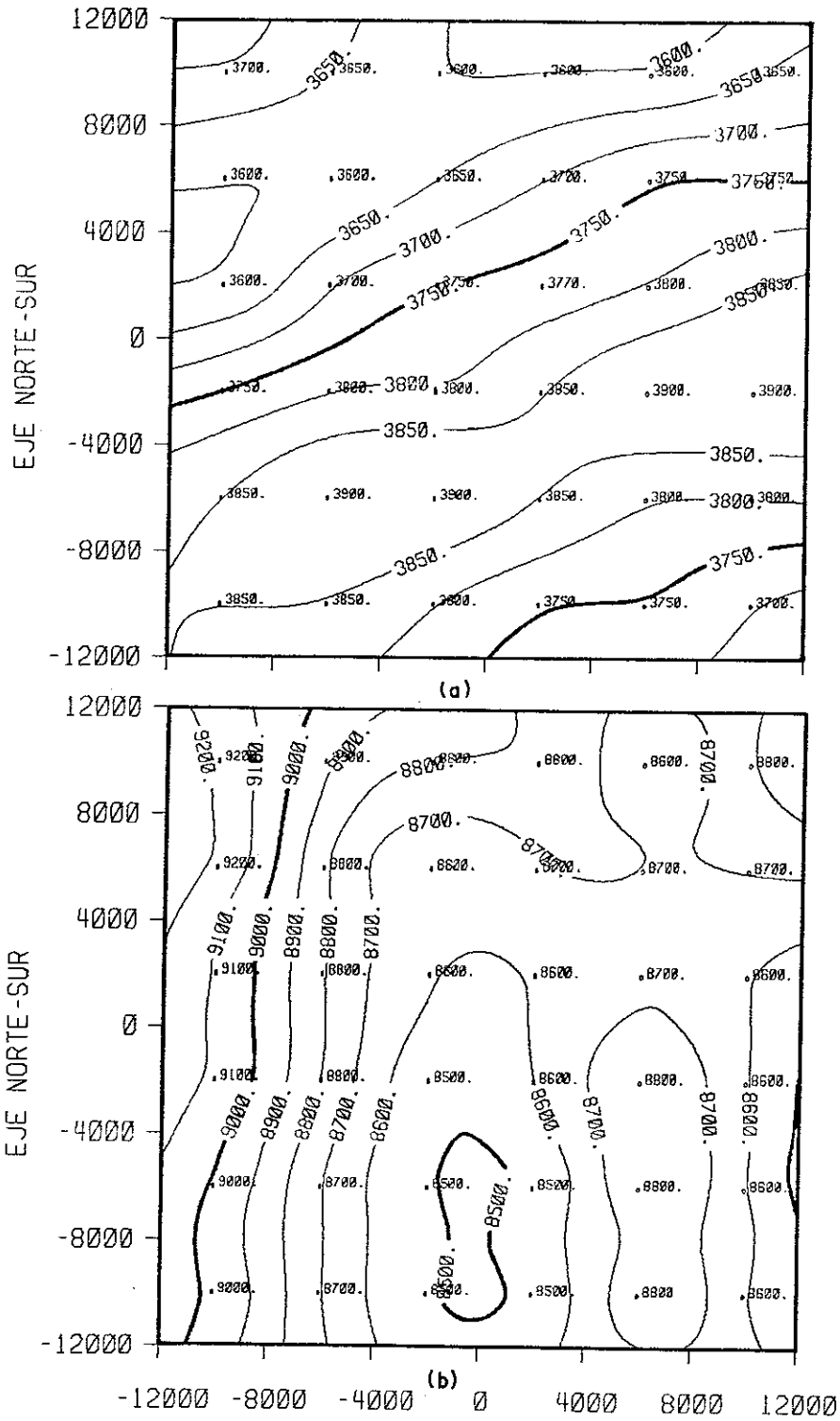


Figura 18. Area central sustraida del subsuelo de la figura 17, discretizada con 36 prismas. (a) Topografía Superior. (b) Topografía Inferior

La anomalía magnética observada en dicha área de estudio se muestra en la figura 19.

Las consideraciones antes mencionadas, hacen que el problema tenga error sistemático, ya que el modelo supuesto no refleja exactamente las observaciones que tenemos.

El problema se atacó en un principio, con observaciones a cada 1000 m en la dirección N-S y a 2000 m en la dirección E-W, sumando un total de 325 observaciones. Se consideró un error de 1% y se calculó con este criterio la matriz Cyy^{-1}. Se le introdujo un modelo inicial con profundidad media al techo de los 36 prismas, de 3750 m, profundidad media a los pisos, de 8750 m y un vector de magnetización de $|J|=1000\times10^{-5}$ emu, $I=63^{\circ}$ y $D=23^{\circ}$.

Se corrió el algoritmo una iteración con estos datos y observaciones, encontrándose que la resolución era muy mala. Entonces, se generaron observaciones a cada 1000 m en la dirección E-W, en lugar de 2000 m, teniendo ahora un total de 625 observaciones. Se hizo de nuevo la corrida a una iteración, resultando ahora que la matriz de resolución fue la identidad.

Se hace el análisis de valores propios y se le asigna un $Cxx^{-1}=\lambda_{40}$. Se hicieron varios intentos con Cxx^{-1}, conservándolos

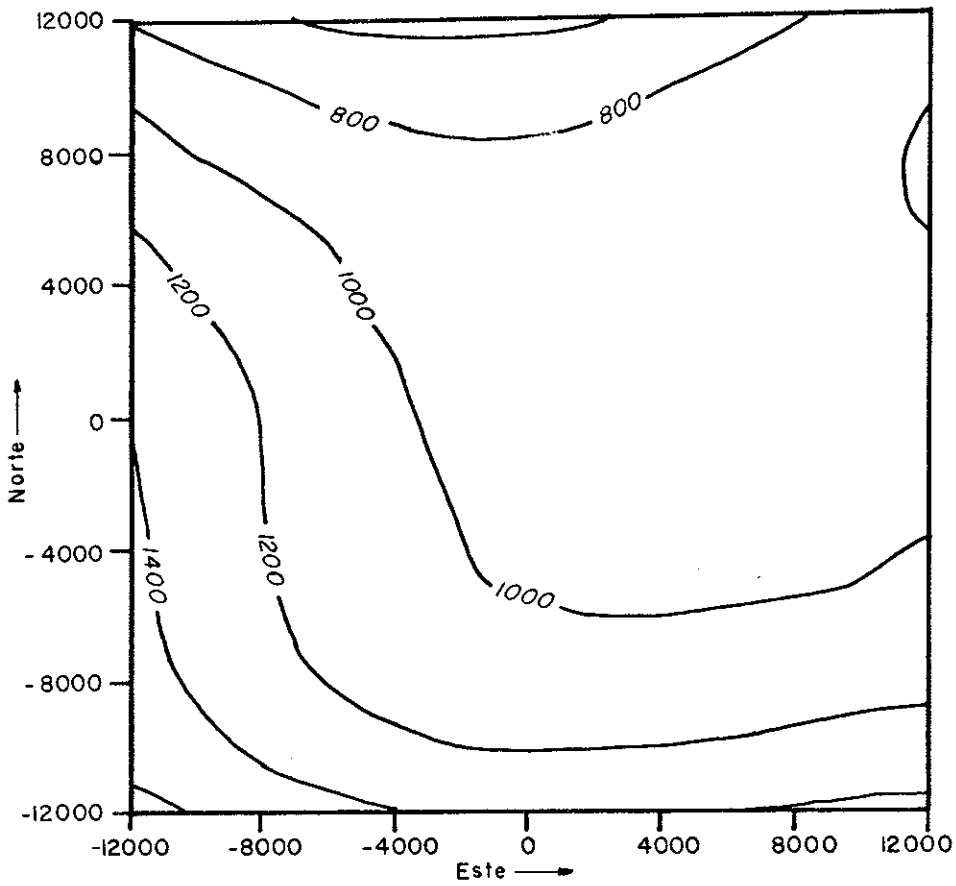


Figura 19. Anomalía magnética debida a los 36 prismas de la figura 18 (contornos en gammas o nanoteslas).

constantes a lo largo de las iteraciones, o bien disminuyéndolos, pero aun así la estimación siempre resultó muy alejada de la exacta, debido a un fuerte problema de esquinas, que existe en todas las anomalías magnéticas.

Se decidió colocar 4 prismas grandes, cubriendo los bordes del área de estudio, simulando el efecto de los 75 prismas no considerados en el experimento anterior.

Estos cuatro prismas se introducen en el esquema de inversión, resultando ahora 40 prismas por estimar y 83 incógnitas. Se les asigna una profundidad media a los techos de los 4 prismas regionales de 3750 m y una profundiad media de 8750 m a los pisos. Después de una primera corrida, se analiza la matriz de resolución, resultando no ser la identidad, pero es óptima (ver figura 20). Obsérvese en esta figura que el problema de resolución comienza en el elemento 43, que es donde inicia la posición correspondiente a los pisos.

Con base en estos resultados se le asigna a Cxx^{-1} el valor de λ_{43} para la primera iteración, y luego dividir Cxx^{-1} por 10, para cada siguiente iteración, así como una matriz Cyy^{-1} de 1% en las observaciones correspondientes, estimándose de esta forma los parámetros de un modelo en la cuarta iteración.

En las figuras 21a y 21b se observan las profundidades

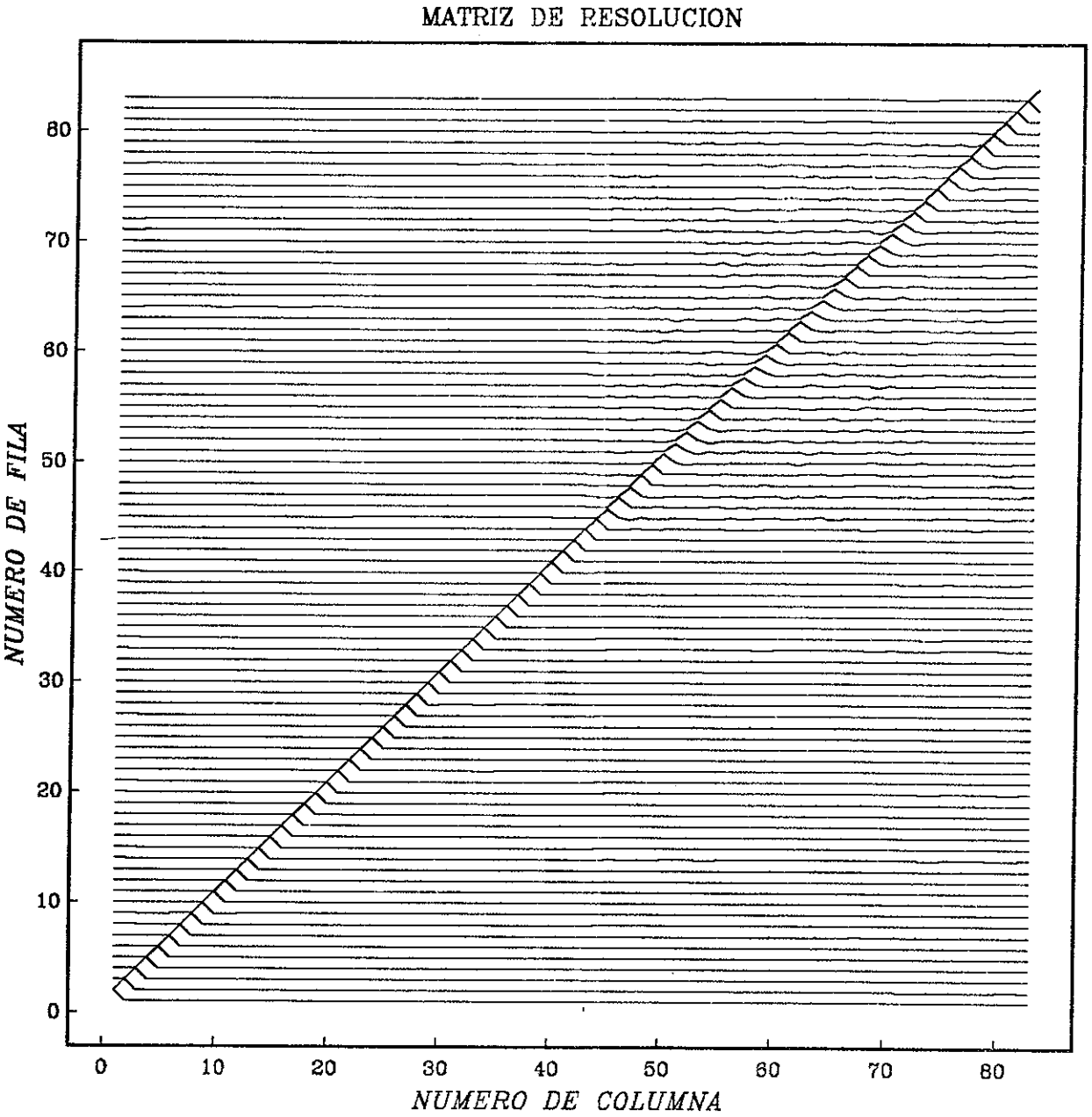
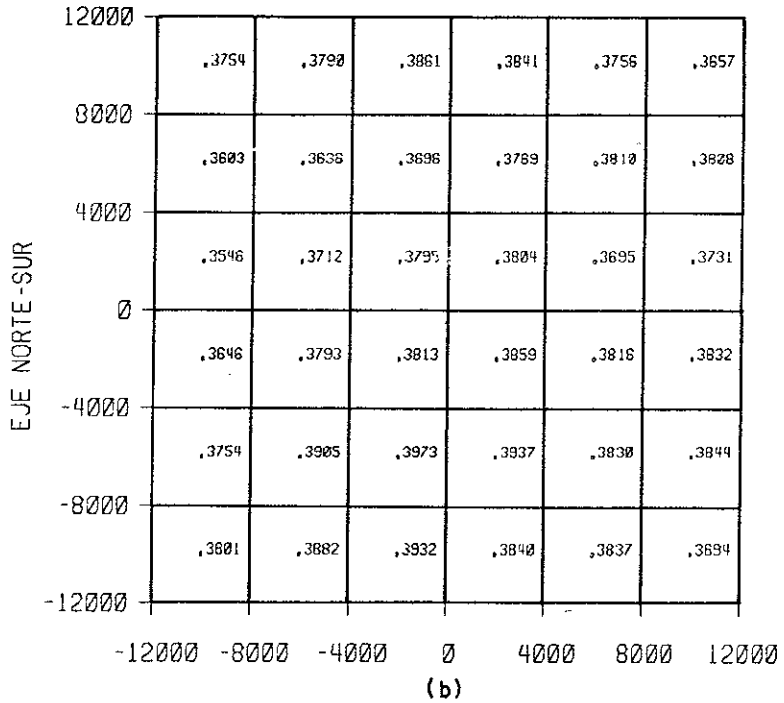
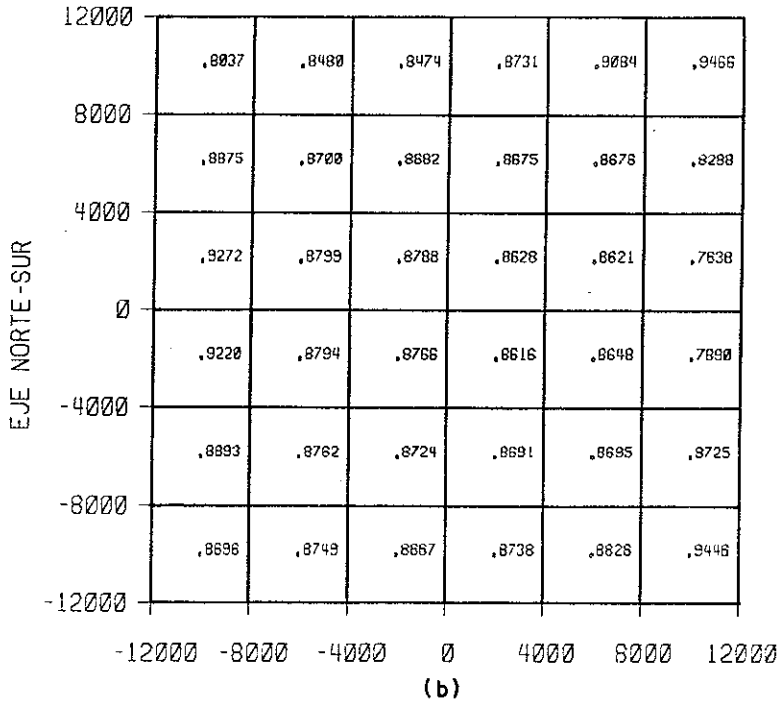


Figura 20. Matriz de Resolución para la primera iteración de un modelo de 40 prismas o 83 parámetros por estimar. Se usan observaciones a cada 1000m en ambas direcciones que cubren al área de los 36 prismas centrales. También se introduce una matriz estabilizadora para las estimaciones de J, los techos y los pisos de los prismas.



(b)



(b)

Figura 21. Profundidad estimada para los 36 prismas centrales. En los margenes se anota la profundidad estimada de los prismas regionales. (a) Topografía superior. (b) Topografía inferior.

estimadas a los techos y pisos de los 36 prismas, siendo la de los prismas regionales las anotadas en el márgen correspondiente y un vector de magnetización de $|J|=1106\times10^{-5}$ emu, $I=59.4^{\circ}$ y $D=73^{\circ}$.

Es de observar que $|J|$ estimado está más o menos cercano al real. La inclinación fue bien estimada y la declinación fue la más afectada por las suposiciones geológicas que hicimos, lo cual nos indica que a la declinación es dificil darle credibilidad, cuando las suposiciones geológicas son inexactas.

Nótese de la figura 21a que las profundidades más erróneas son las de los flancos. Esto se debe a que, aun añadiendo los 4 prismas regionales, es imposible quitar del todo el efecto de esquinas. Sin embargo, sus profundidades son óptimas, no siendo asi las profundidades a los pisos, que son más afectadas por el efecto de esquinas y la pobre resolución.

Aún con estos parámetros, la anomalia calculada (figura 22), reproduce muy bien a la anomalia observada (figura 19), con un error r.m.s. de 11.74 gammas (ver residuales, figura 23).

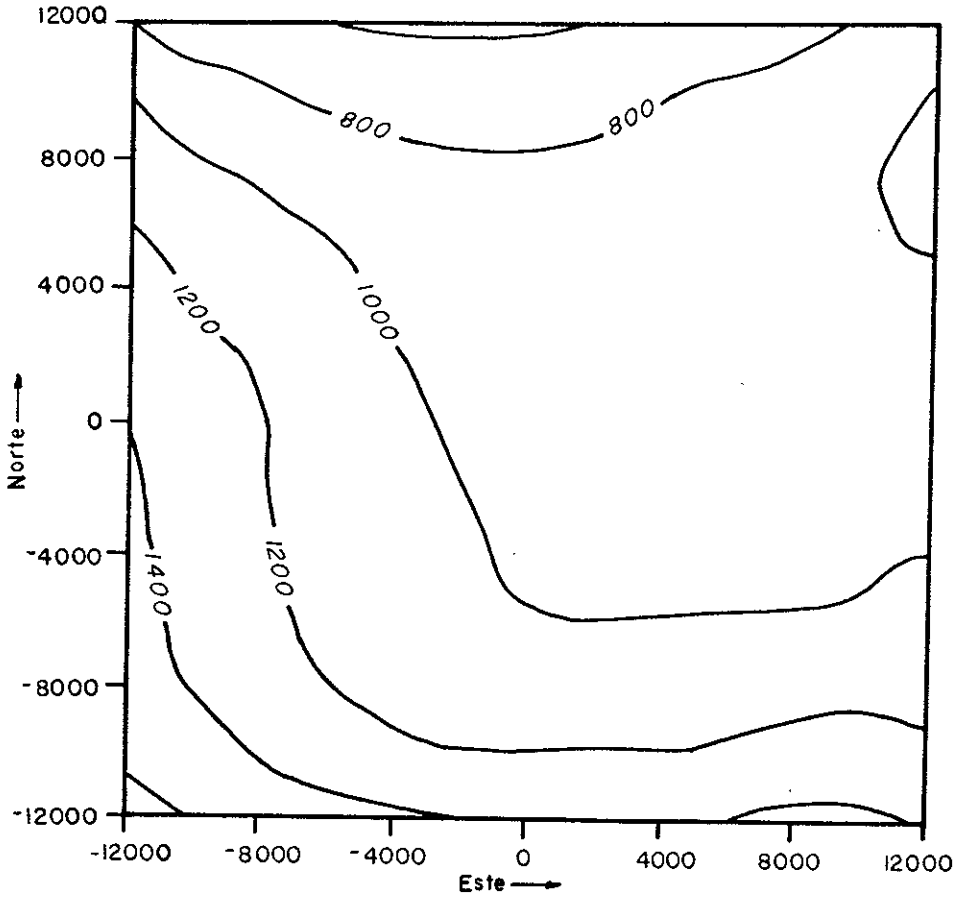


Figura 22. Anomalía magnética obtenida con los 36 prismas centrales y 4 regionales (contornos en gammas o nanoteslas).

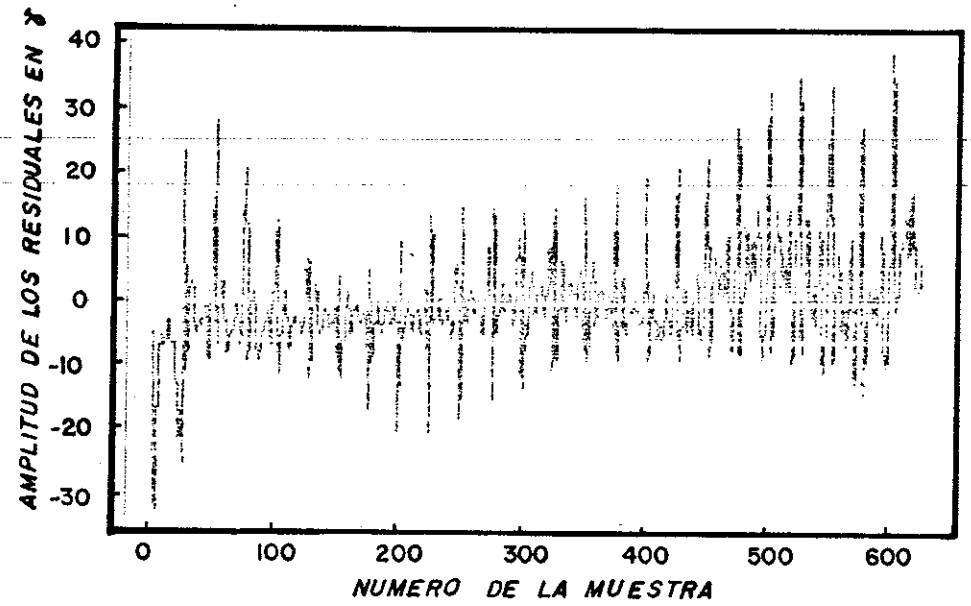


Figura 23. Representación lineal de los residuales obtenidos de sustraer la anomalía calculada a la observada (amplitud en gammas).

III.3.2 MODELO DE 22 PRISMAS, SUPONIENDO 36 PRISMAS COMO CAUSA DE LA ANOMALIA.

Este experimento es una extensión de la sección III.2.2, solo que aqui la solución estimada no se ajusta a la exacta, pero nos enseña las limitaciones del método de inversión mismo y por tanto, que tipo de problemas geológicos podemos tratar con él.

Se usa el modelo de 22 prismas de la figura 13a y 13b, para generar la anomalia magnética de la figura 14, con observaciones a cada 1000 m en ambas direcciones. Suponiendo que el campo geomagnético tiene $I=60^{\circ}$ y $D=0^{\circ}$ y el vector de magnetización $|J|=1180\times10^{-5}$ emu, $I=60^{\circ}$ y $D=20^{\circ}$.

La diferencia en este experimento estriba en que ahora se supone que la anomalia generada con los 22 prismas, es causada por el conjunto de 36 prismas que cubren el área de observaciones.

Se hizo una primera corrida y se encontró que la matriz de resolución era óptima. Haciendo un análisis de los valores propios, se decidió evaluar Cxx^{-1} con $\bar{\lambda}_7$.

Se dejó correr el algoritmo con el criterio de $Cxx^{-1j} = Cxx^{-1j-1}/10.0$, para reducir la severidad del filtro conforme

avanzan las iteraciones, encontrándose que la iteración 3 nos arroja una solución menos alejada de la exacta, ya que el problema es muy inestable debido a que las observaciones no reflejan la existencia de los 36 prismas. Esto provoca, que la dispersión de los residuales sea demasiado grande (figura 24), siendo el error r.m.s. del orden de 309 gammas para la iteración 3.

En las figuras 25a y 25b se muestran las profundidades a los techos y pisos de los 36 prismas usados para la inversión. Al calcular el espesor entre techo y piso de cada prisma, se observa que éste es cercano a cero, en las posiciones más alejadas del cuerpo y más grueso conforme nos acercamos a él. Esto quiere decir que el método de inversión usado, no puede discriminar los prismas que no existen, pero si les asigna menor espesor conforme se alejan del cuerpo real.

En la figura 26 se configuró la superficie de los techos de los prismas, encontrándose que las curvas de isoprofundidad siguen los bordes del cuerpo real. Esto nos puede servir de criterio para discriminar prismas en el proceso de inversión.

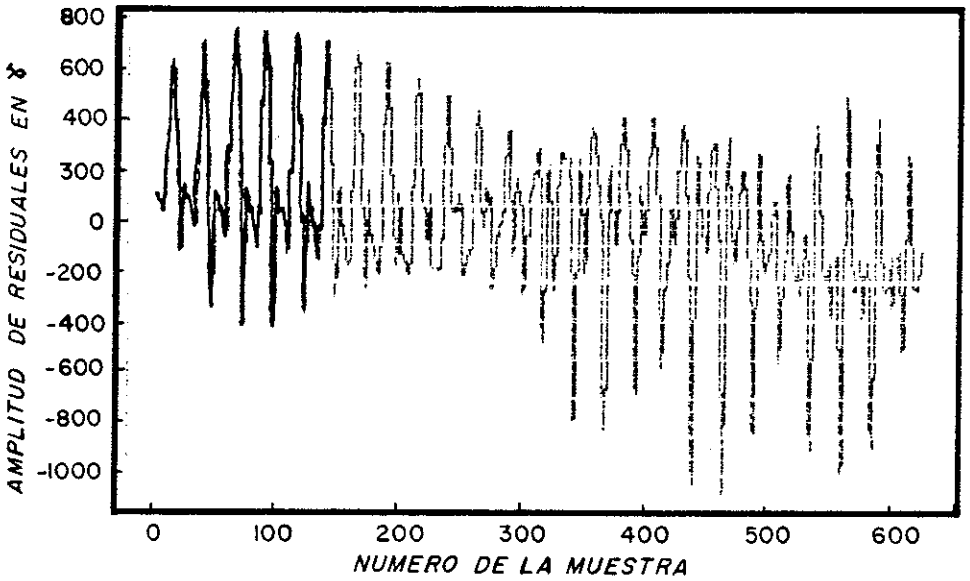
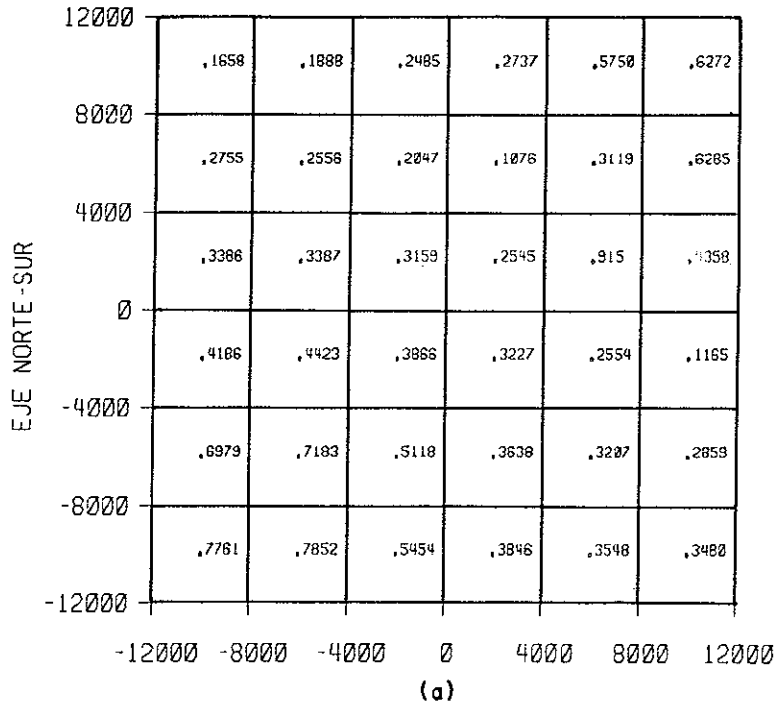
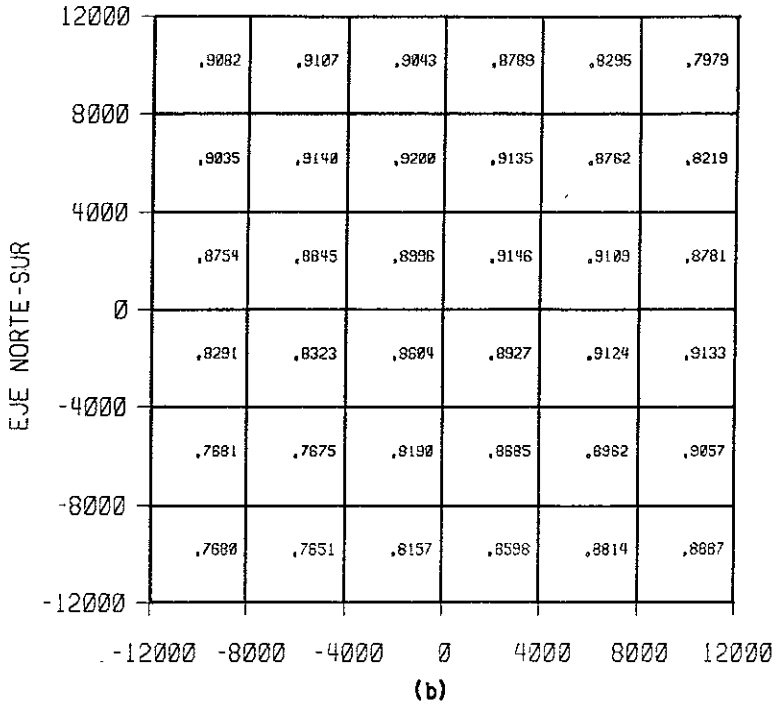


Figura 24. Representación lineal de los residuales obtenidos del campo calculado con 22 prismas y una anomalía generada con 36 (amplitud en gammas).



(a)



(b)

Figura 25. Profundidad estimada para una área cubierta con 36 prismas, cuando en realidad la anomalía observada es debida a 22. (a) Profundidad de los techos. (b) Profundidad de los pisos.

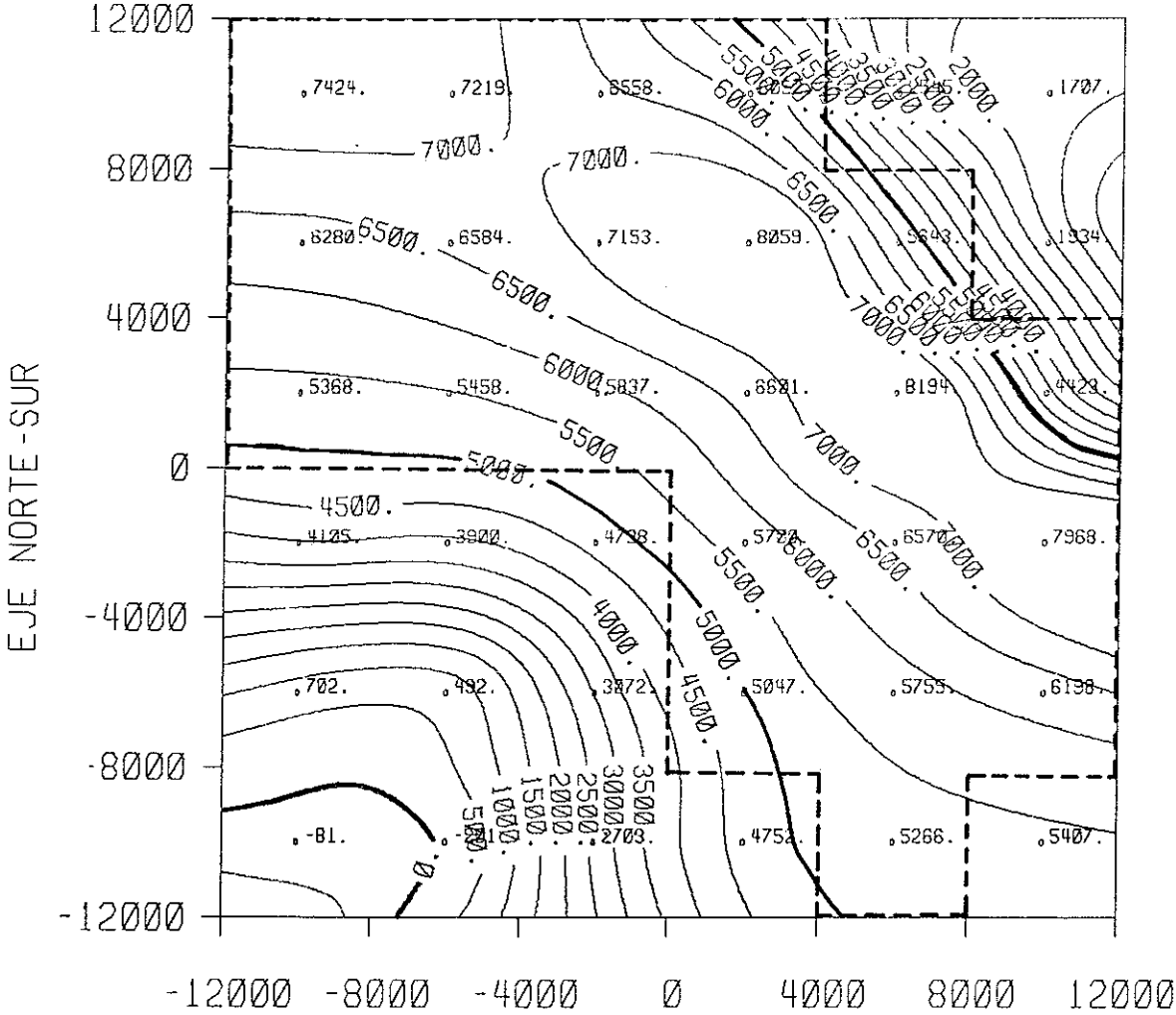


Figura 26. Mapa de isopacas obtenido de las profundidades estimadas de los 36 prismas usados en la inversión.

IV. ANALISIS CON DATOS REALES

IV.1 INTRODUCCION

El método de inversión ó estimación propuesto en este trabajo, fue probado con datos reales, correspondientes éstos, a un estudio de magnetometría terrestre en una área enmarcada por las coordenadas; -106° 17.04'W, -105° 52.56'W en la dirección Este-Oeste y 35° 37.62'N, 35° 52.5'N en la dirección Norte-Sur.

El área de estudio está localizada en la zona de desprendimiento de corteza comocida como el Rift del Rio Grande, el cual es una zona de creación de corteza nueva en pleno continente, que corre del estado de Colorado, pasando por Nuevo México,E.U. y llegando hasta Chihuahua, México. Este estudio solo cubre una fracción de la zona en el estado de Nuevo México, E.U. (ver figura 27b).

Estos datos son el resultado de observaciones llevadas a cabo a través de un curso inter-universitario, llamado "Summer of Applied Geophysical Experience (SAGE)", el cual fue promovido por el Instituto de Geofísica y Física Planetaria del Laboratorio Nacional de los Alamos y la Universidad de California, E.U.A.

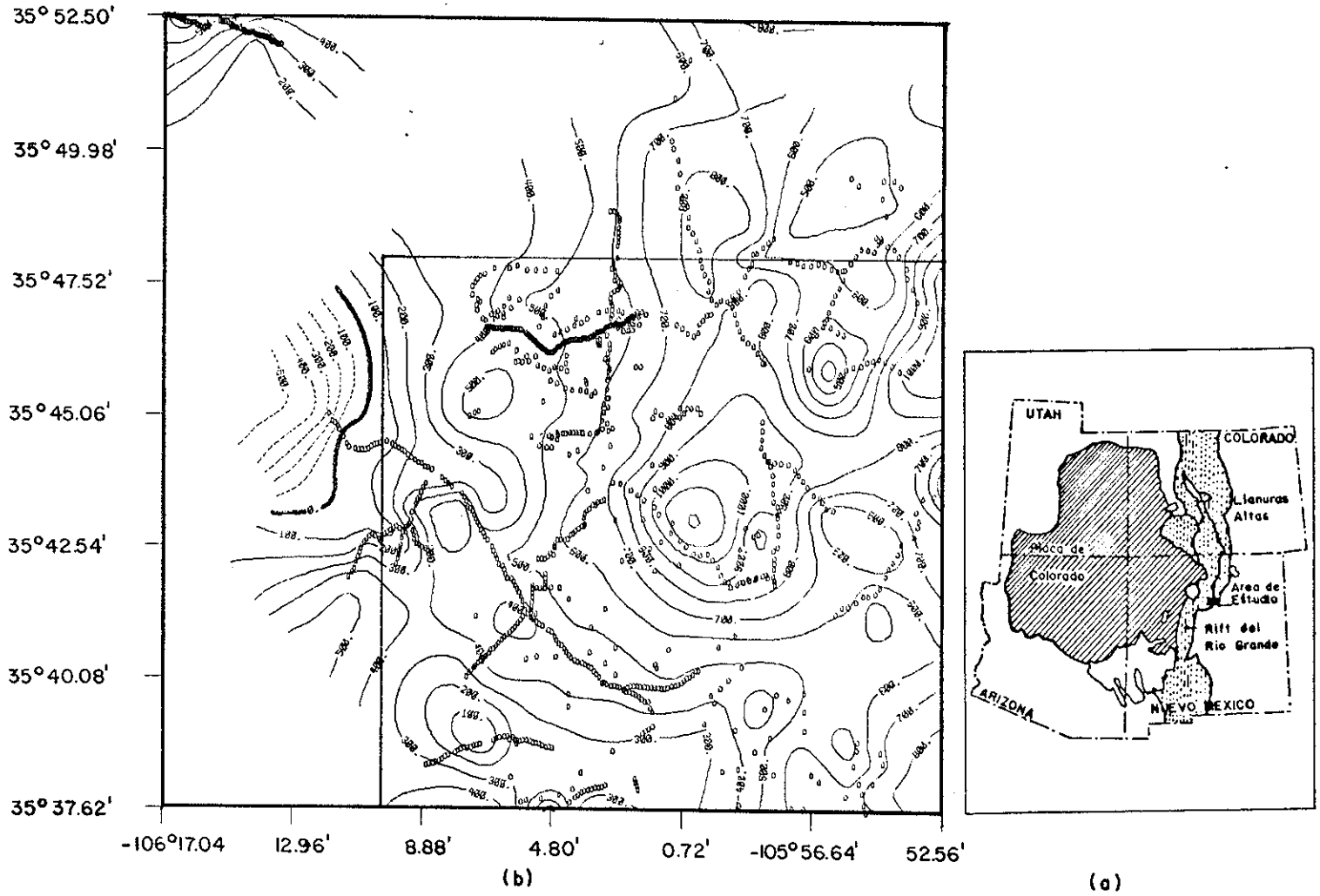


Figura 27. (a) Ubicación geográfica de la zona de estudio. (b) Distribución de las observaciones dentro del área (contornos en gammas).

Las observaciones fueron obtenidas con un Magnetómetro de Precesion Nuclear de la linea Geometrics EG&G, el cual mide la magnitud de la componente total del campo magnético.

Los datos, se transfirieron al Sistema PRIME 750 para ser editados, graficados y puestos en condiciones de ser usados en los programas de estimación de profundidades.

Los datos fueron proporcionados ya corregidos por la componente debida a la variación diurna y a la magnitud del campo Geomagnético de la región.

En la figura 27a se muestran con puntos, las ubicaciones de las observaciones y las isolineas cuyas magnitudes están en; nanoteslas ó gammas.

IV.2 INTERPOLACION DE LOS DATOS

Se puede notar en la figura 27a que existen unos tramos del área de estudio, que no fueron cubiertos con observaciones. Estas regiones no cubiertas son muy grandes como para ser extrapoladas, de ahí que se haya decidido utilizar solamente una subárea que esté bien cubierta por observaciones. Así, en la figura 28 se muestra esta subárea, la cual aún muestra regiones pequeñas sin datos.

Debido a que las coordenadas Geográficas no exhiben la misma escala vertical y horizontal, ya que son diferentes un grado de Latitud y uno de Longitud, se decide pasar todas las observaciones a un sistema Cartesiano con coordenadas en metros, asignando el origen a la esquina Sur-oeste del área de estudio. En la figura 29 se observa que el área tiene una longitud de 21.7 km en la dirección Este y una longitud de 14.5 km en la Norte. Además, debido a que hay regiones sin datos (figura 28), se tuvo la necesidad de interpolar y reubicar las observaciones en una rejilla de datos equiespaciados, para optimización del algoritmo de inversión.

Debido a que el intervalo de muestreo en algunas zonas es mayor que en otras e incluso llegando a no haber observaciones en unas, se escogió un intervalo medio de muestreo de 807 metros en la dirección Norte, generando 19 observaciones y un

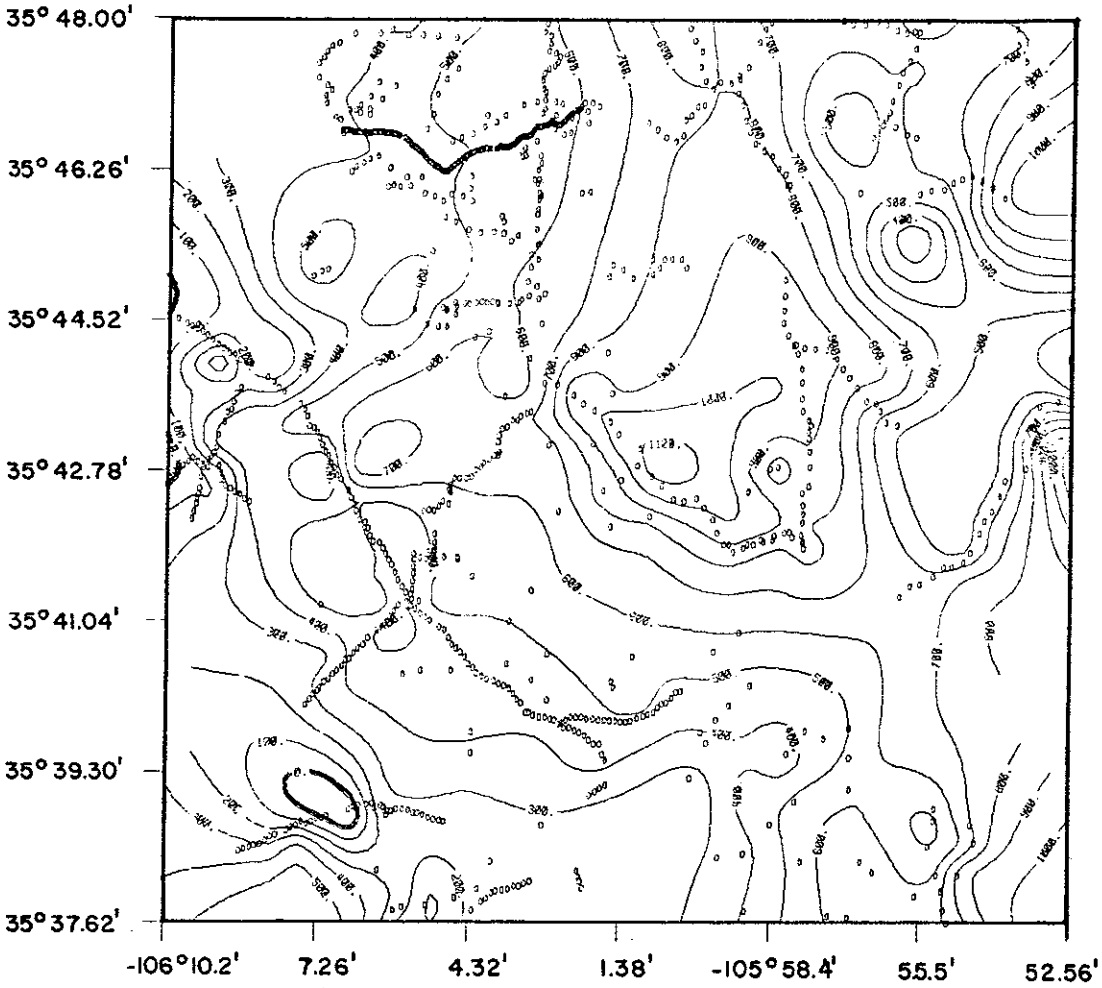


Figura 28. Area de estudio recortada, para encerrar la zona con mayor densidad de observaciones.

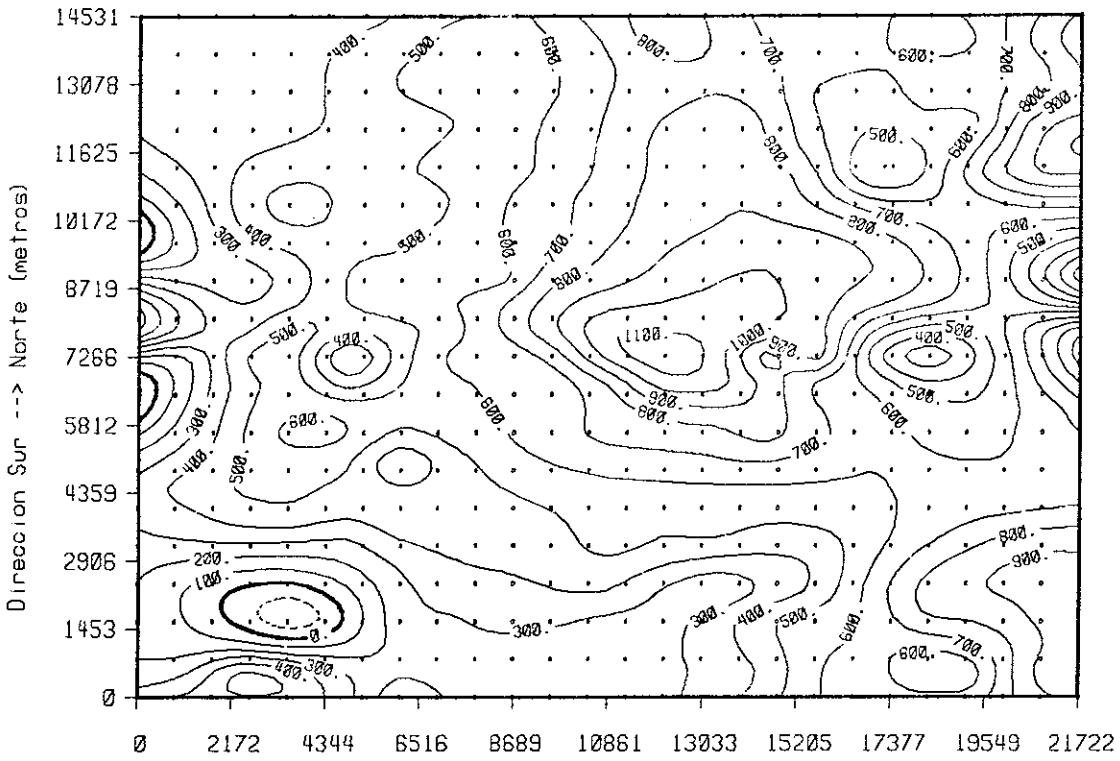


Figura 29. Area de estudio en coordenadas Cartesianas. Observaciones interpoladas con puntos (contornos en gammas).

intervalo de 868 m en dirección Este, con 26 observaciones, generando de esta forma 494 datos (figura 29)

IV.3 ANTECEDENTES GEOLOGICOS

El Rift del Rio Grande, se encuentra en la región colindante entre Estados Unidos y México. El área mayormente estudiada, se encuentra ubicada en los estados de Colorado, Arizona, Nuevo México y el lado Este de Texas. La localización geográfica de toda la orogenia del Rift está delimitada en el cuadrante 110°, 104° de longitud Oeste y 30°, 38° de latitud Norte.

El Rift del Rio Grande es una continuación de las Montañas Rocosas, las cuales se formaron en la Revolución Laramidica (en el Cretácico Superior, hace 90 millones de años). Las Rocosas se extienden desde Alaska hasta Wyoming y la parte media de Colorado. En Nuevo Mexico estas montañas se bifurcan y dan origen al Rift del Rio Grande. Lo cual quiere decir que el Rift, al estar rodeado de una zona montañosa, se transforma en una zona de cuenca, sujeta a los fenómenos de transporte sedimentario. En la actualidad el Rift se encuentra relleno de sedimentos consolidados y no consolidados.

La cuenca del Rift ha sufrido procesos de deformación estructural, encontrándose sumamente fracturada, con fallas

tipo "graben" y "horst", cuyo rumbo del eje predominante es Noroeste-Sureste.

El Rift está limitado hacia el Oeste, por una región relativamente estable (desde el punto de vista estructural), conocida como la Planicie de Colorado (Colorado Plateau), compuesta por roca de edad precámbrica y hacia el Este por otra zona estable llamada Llanuras Altas (Hight Plains), también de roca precámbrica, que sugiere que el Rift es un proceso posterior a la formación de estas zonas estables. Se piensa que la Planicie de Colorado y las Llanuras Altas eran un solo cuerpo y debido a algún fenómeno geológico de distensión, ésta se partió y dió origen al Rift (ver figura 27b).

Este fenómeno geológico, se puede explicar como un intento de la parte superior del Manto por emerger a la superficie, causando el separamiento de la Planicie de Colorado y las Llanuras Altas. Es conocido que en zonas de distensión el fracturamiento es del tipo "graben". Los sedimentos depositados posteriormente en la cuenca del Rift tienen el mismo tipo de fracturamiento, queriendo decir que el fenómeno de distensión persiste.

La cuenca del Rift sufrió fallas a rumbo y perpendiculares al rumbo del "graben" principal, haciendo que la cuenca original se viera desplazada en subcuencas, controladas por

conjuntos de fallas tipo echelón.

Las fallas y la cercanía de la Astenósfera a la superficie, produce migraciones de magma, originando edificios volcánicos de edad terciaria y posiblemente cámaras magmáticas.

En la figura 30 se observa el mapa de Geología Superficial del área de estudio. (Kelley, 1978). En él se puede observar que del lado Este afloran las Montañas Sangre de Cristo (de roca precámbrica), en la parte central, sedimentos no magnetizados y en la parte Oeste, derrames de lava de edad terciaria, cuyo grosor se estima sea pequeño, ya que se encuentra en la propia zona de cuenca.

Los resultados de sísmica de reflexión y refracción (Pérez, 1986), indican que las Montañas Sangre de Cristo se hunden hacia el Oeste con fallas paralelas del tipo "graben" (formando el Graben Velarde), y después llega a una zona plana, cuya profundidad media está entre 1800 y 2000 metros. De esta forma, toda la cuenca se encuentra rellena de sedimentos con posibles intrusiones, así como por derrames de lava de edad terciaria de poco espesor.

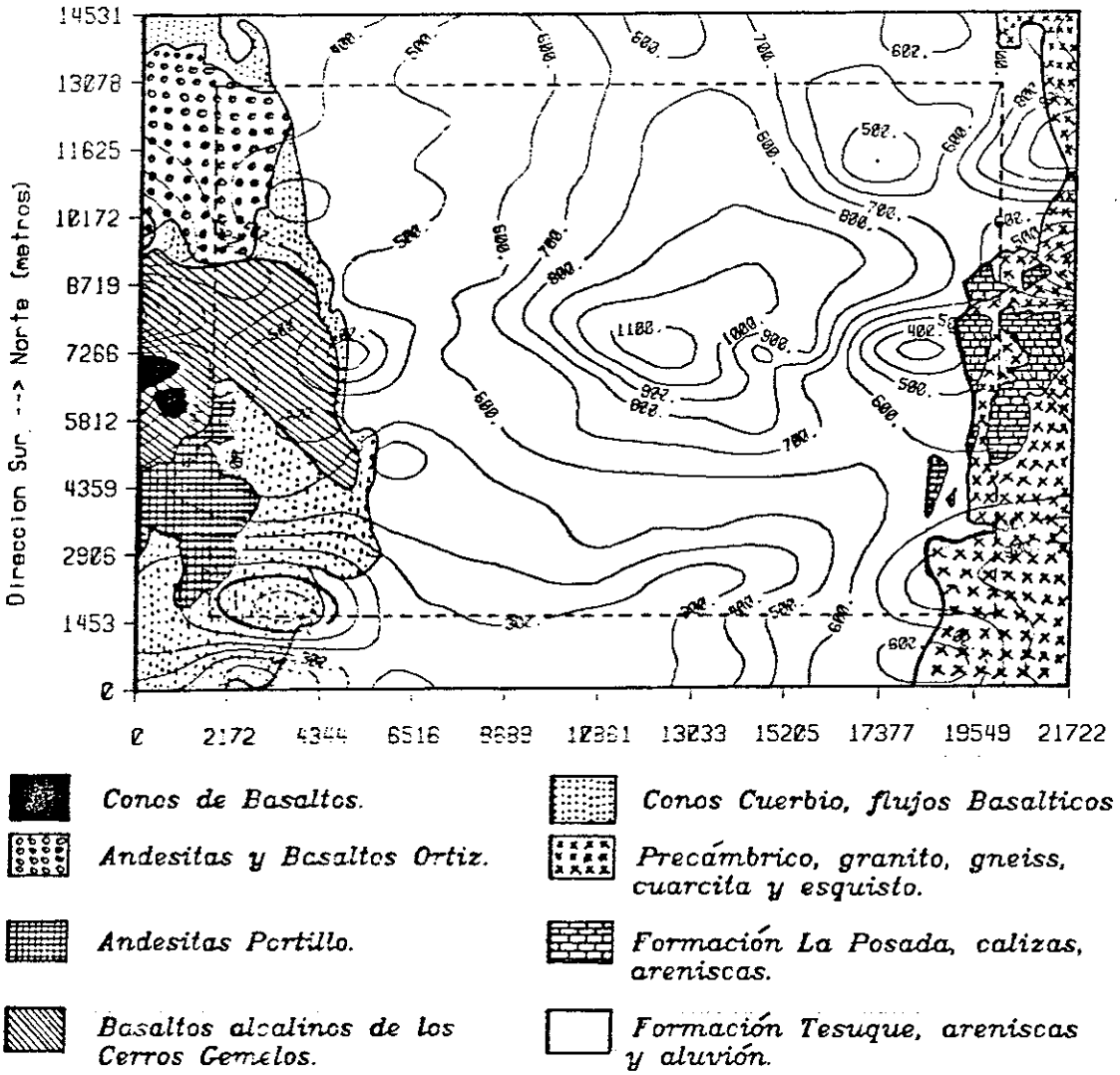


Figura 30. Mapa de Geología Superficial en el área de estudio, Nuevo México, E.U.A.

IV.4 SEPARACION DE REGIONAL Y RESIDUAL

Una vez que se revisó la geologia, se hubo planteado como objetivo, el de estimar las profundidades al basamento precámbrico que aflora en las montañas Sangre de Cristo y la forma como éste va cayendo hacia el lado Oeste de la cuenca y estimar también la topografia de las raices de estas montañas, al menos en la zona de estudio.

Es asi como se decidió separar el efecto superficial de anomalias espureas, como lo son los derrames de lava y el posible efecto de intrusivos. Para tal efecto se modeló con polinomios minimo cuadráticos en 2 dimensiones el mapa de anomalia magnética con el objeto de quedarse con una superficie polinomial de bajo orden y simular el efecto debido al basamento magnético y el residuo, como el efecto superficial.

Se hizo el análisis con una superficie polinomial de segundo orden (figura 31a), observándose que los valores de intensidad magnetica (gammas o nanoteslas) disminuyen hacia el Oeste, lo que indica una posible caida de la estructura. Sin embargo debido a la curvatura de las lineas de igual intensidad de campo magnético, parece como si la parte más profunda de la cuenca, tuviera forma de cuchilla, levantándose hacia el Sur. Esto no es posible, ya que la cuenca tiene dirección Noroeste-Sureste, y se continúa hacia el Sur.

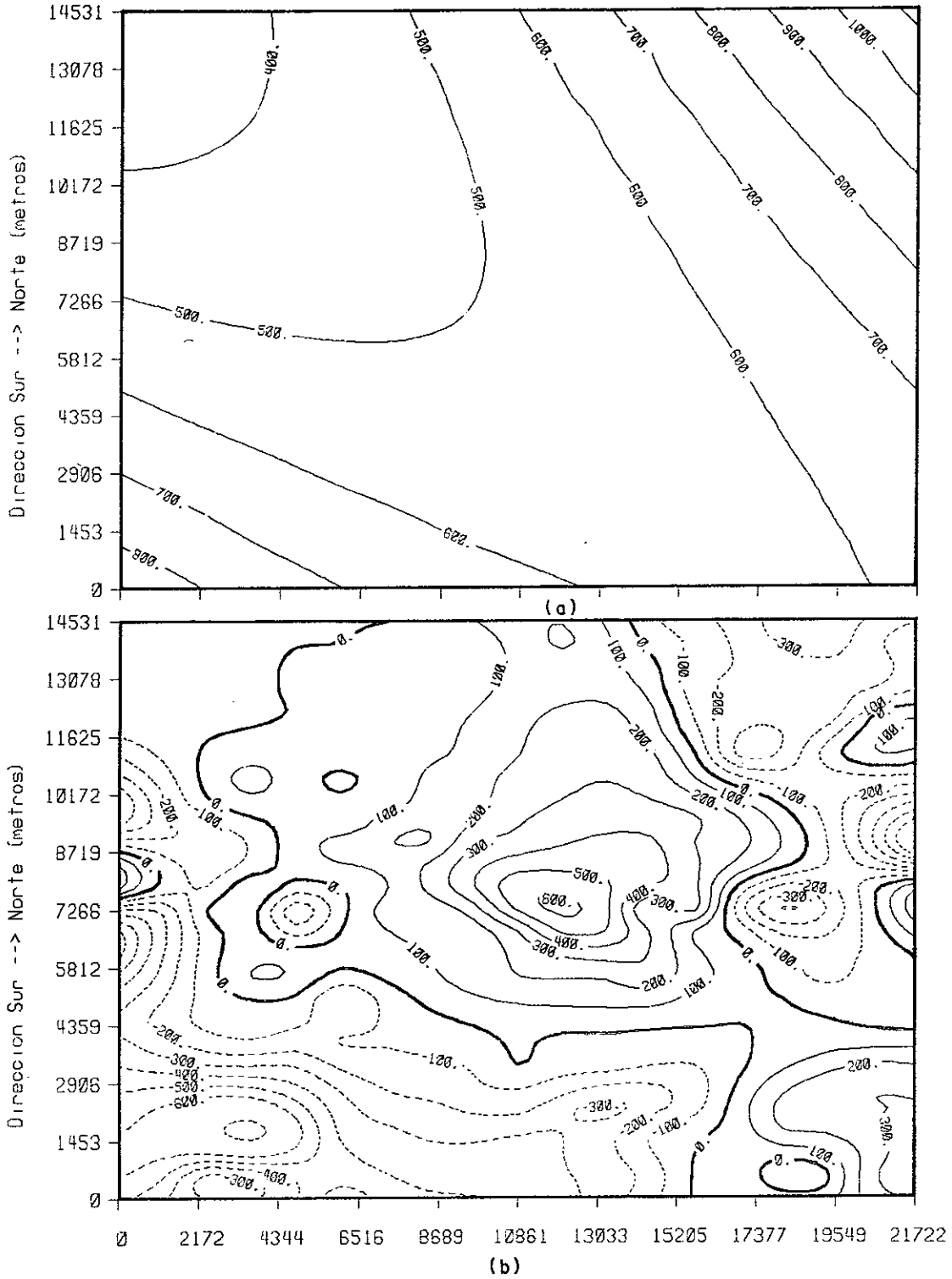


Figura 31. (a) Polinomio mínimo cuadrático de orden 2, obtenido a partir de las observaciones. (b) Residual resultante de sustraer el polinomio a las observaciones.

Se decide analizar el polinomio de 3er. orden (figura 32a). En esta figura se puede observar que las iso-lineas se curvan y parece haber una tendencia Noroeste-Sureste, que coincide con la dirección del eje de la cuenca y además una caida estructural hacia el Oeste.

Se analiza también la superficie polinomial de 4to. orden (figura 33a), encontrándose polaridad negativa en la parte inferior izquierda del mapa. Lo que indica que en esa parte el basamento magnético finaliza o bien que las montañas Sangre de Cristo tienen una frontera en esa parte. Sin embargo, la geologia nos dice que el basamento magnético es mucho más grande que el área de estudio, asi que se desecha esta superficie polinomial. Se puede concluir que si bien la superficie de tercer orden es la que muestra mayor sentido geológico, no se puede asegurar que ésta sea la única y aislada respuesta magnética debida al basamento, ya que el polinomio de 3er. orden, pudo haber filtrado de más o de menos en diferentes partes del área de estudio.

IV.5 DETERMINACION DE LOS PARAMETROS INICIALES.

Debido a que en magnetometria existe un fuerte problema de esquinas, se tuvo la necesidad de usar en la inversión 4 prismas grandes, que alrededor del área rectangular del estudio, puedan simular el comportamiento de basamento, cuando

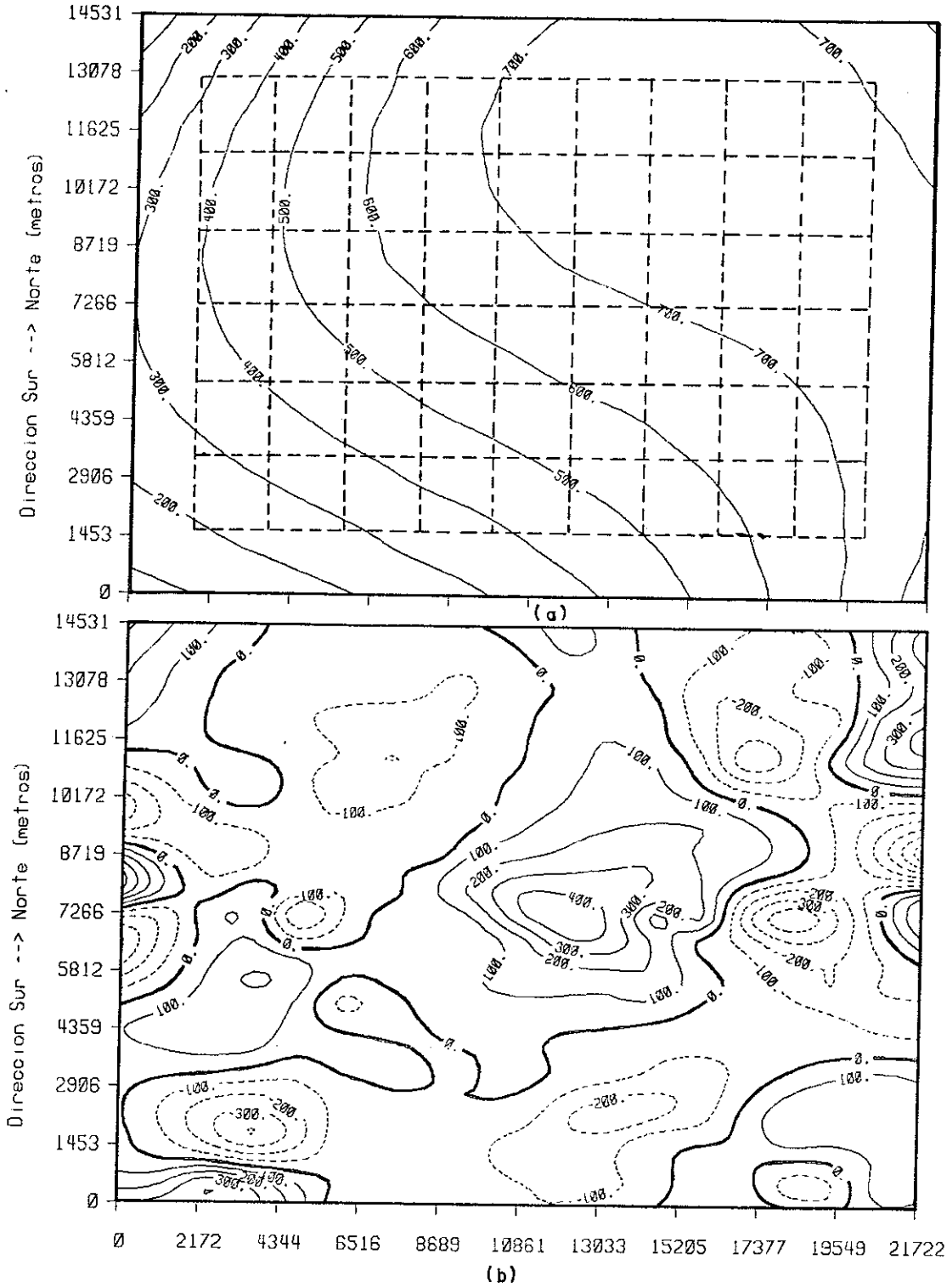


Figura 32. (a) Polinomio de orden 3 y con linea punteda, el área cubierta por los prismas que serán usados en la estimación de profundidades. (b) Residual resultante de sustraer el polinomio a las observaciones.

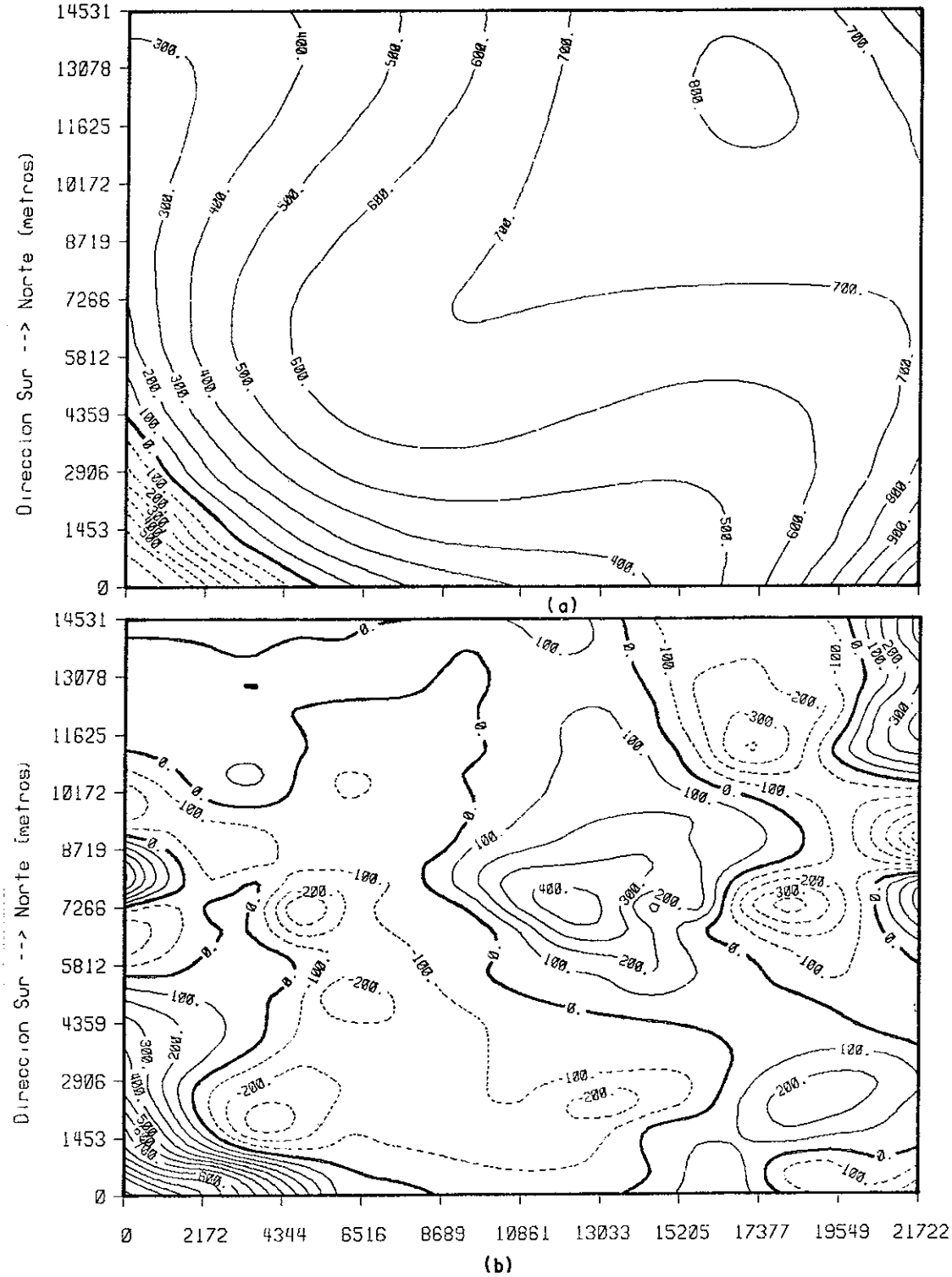


Figura 33. (a) Polinomio de orden 4. (b) Residual resultante de sustraer el polinomio a las observaciones.

éste se extiende a infinito en las cuatro direcciones. Aunque estos cuatro prismas disminuyen el error debido al efecto de esquinas, no lo eliminan totalmente, por lo que se decidió que el área de estimación de profundidades fuese menor al área de observaciones. Esto se puede ver en la figura 30, en donde el rectángulo externo es el área de observaciones y el rectángulo interno, es el área de estimación de profundidades. Esta última tiene una longitud de 11300 m en la dirección Norte y 18250 m en la dirección Este.

De acuerdo al intervalo de muestreo de las observaciones de la rejilla (800 m en ambas direcciones), se decide que el área de estimación de profundidades sea discretizada en 6 prismas en dirección Norte y 9 en dirección Este, con una longitud en las aristas de cada prisma, de 2400 metros. Usando este ancho de prismas tratamos de evitar el problema de "alias" espacial, ya que éste depende del intervalo de muestreo y de la profundidad del cuerpo.

Con este ancho de prismas y con este intervalo de las observaciones, quedan alrededor de 9 muestras en el área de cada prisma, número suficiente para no tener problema de resolución, al menos en la parte superior del basamento precámbrico.

Para compensar el efecto de esquinas se usaron cuatro

prismas grandes, que se extienden 25 km a cada lado del área de los prismas.

En la figura 32a se observa la superficie polinomial de tercer orden y la superficie rectangular inferior correspondiente al área de estimación de profundidades y los 54 prismas correspondientes, que fueron discretizados.

De acuerdo a otros estudios de magnetometría en la región (Cordell, 1984), se reporta una inclinación de 60° y una declinación de 17° para el campo Geomagnético, así como una susceptibilidad de 810×10^{-5} emu para la roca precámbrica aflorante, una Declinación de 6° y una inclinación de 55° para el vector de magnetización remanente. Como modelo inicial se le asignó el valor de la susceptibilidad a la magnetización $|J|$.

IV.6 MODELOS GEOLOGICOS OBTENIDOS

De acuerdo al modelo geológico planteado en la sección IV.3 para el área de estudio y de acuerdo a los parámetros conocidos de ésta, se propuso un modelo inicial, que es el que se muestra en la figura 34. Casi aflorante hacia el Este y cayendo en forma de rampa hacia el Oeste, hasta llegar a una zona más o menos plana a 1800 y 2000 m de profundidad.

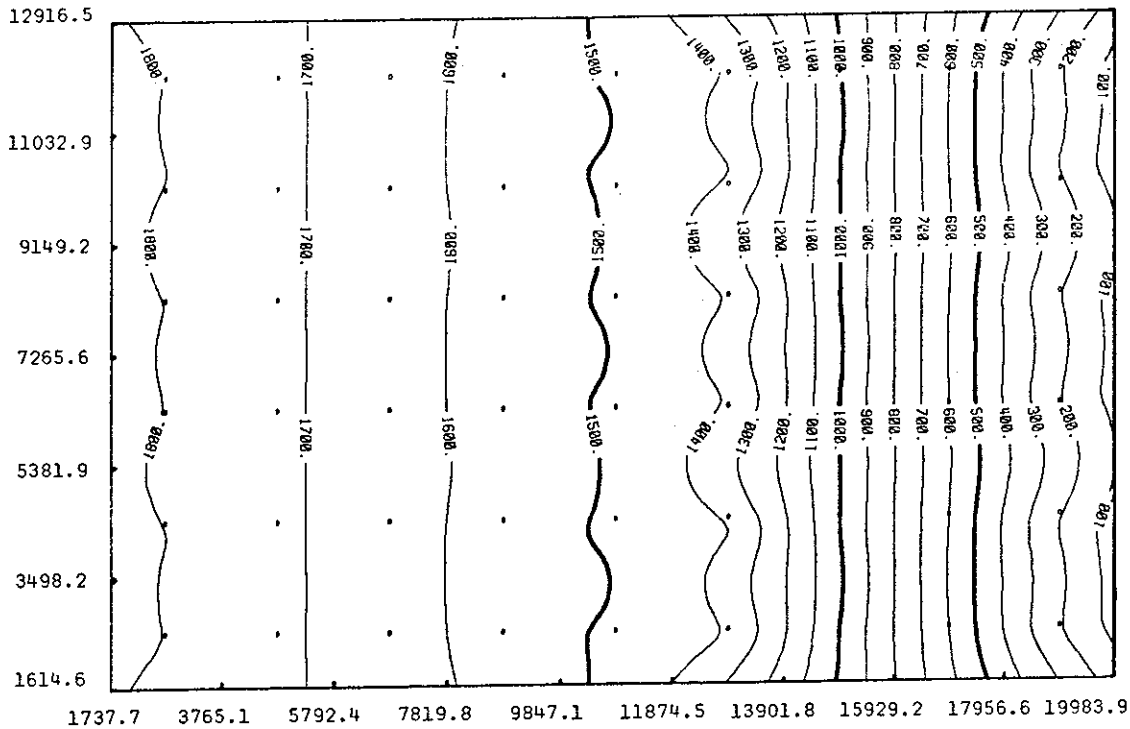
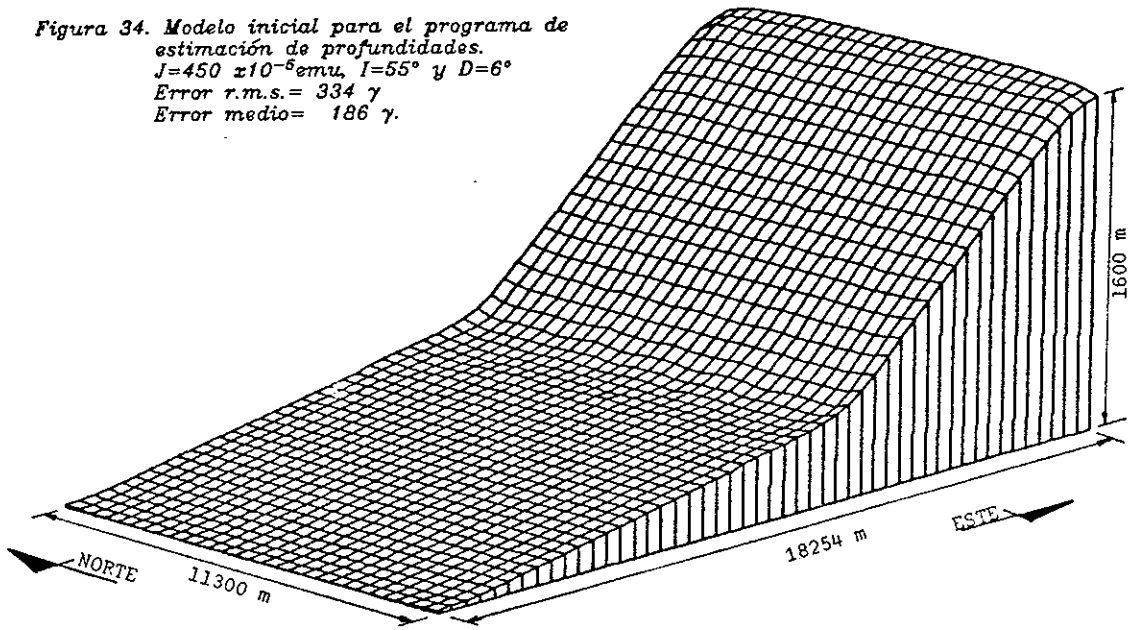


Figura 34. Modelo inicial para el programa de estimación de profundidades.
$J=450\ x10^{-6}$emu, $I=55°$ y $D=6°$
Error r.m.s.= 334 γ
Error medio= 186 γ.



Se hicieron muchos experimentos para ver cual era el comportamiento numérico del método iterativo, encontrándose que éste mostraba gran inestabilidad, debida principalmente al error mismo de los datos, así como al error agregado de hacer la separación de regional y residual y las consideraciones geológicas, que no necesariamente son las más exactas. Sin contar que el área de observaciones (de 19.9 km X 12.9 km) y el intervalo de muestreo, no permiten resolver las profundidades a los pisos de los prismas, ya que la profundidad media estimada por el método magnetotelúrico, es de 10 km (Rodriguez, 1987).

Para el área de estudio se proyecta la estimación de las profundidades a 54 techos y 54 pisos de los prismas regionales y 3 incógnitas debidas al vector de magnetización, sumando 119 incógnitas. Si el método no muestra singularidades en la matriz de sensibilidad, el número de valores propios debe ser 119. Sin embargo, en este problema geológico particular, se tuvo mala resolución sobre los pisos de los prismas, reportando el algoritmo solo 73 valores propios.

En la figura 35 se observa el comportamiento de los 73 valores propios resultantes, así como de las proyecciones $|U^TY|$ y $|V^TX|$, antes y después de ser afectados por el filtro de la ecuación 27.

En esta figura, se puede notar, que la gráfica de valores

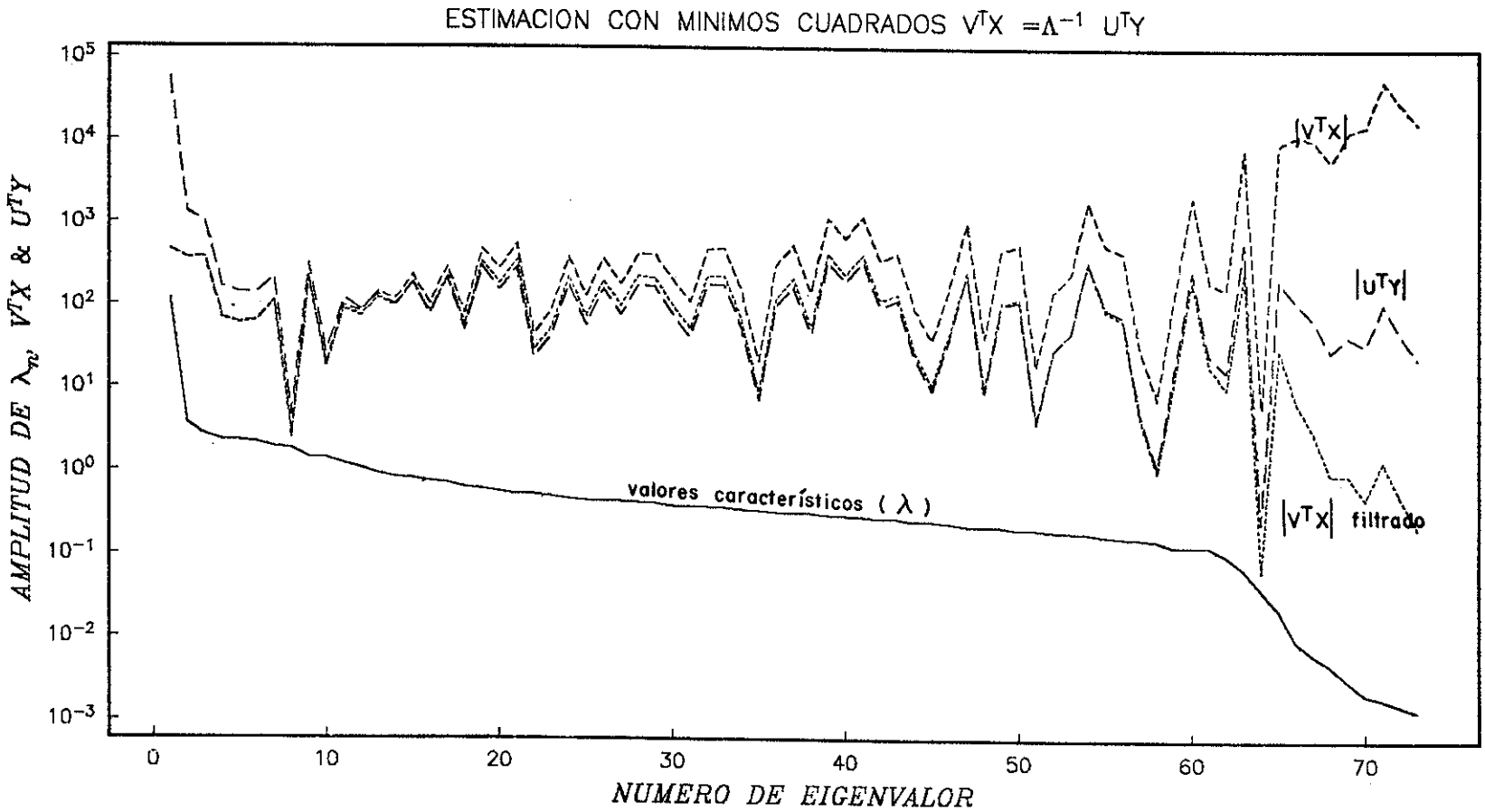


Figura 35. Gráfica de los 73 valores característicos y las proyecciones $|V^TX|$ y $|U^TY|$ resultantes de la primera iteración. Asi como la $|V^TX|$ modificada por el filtro continuo.

propios cae muy rapidamente, a partir de λ_{62}, coincidiendo con la posición correspondiente a los pisos de los prismas. Además la curva $|V^TX|$ muestra una cierta divergencia, esto quiere decir que los últimos λ's solo contribuyen con inestabilidad numérica. Despues de observar esto, se decidió aplicar un filtro estabilizador, asignándole a Cxx^{-1} un valor de λ_{62}. Como resulado de esto, la curva $|V^TX|$ filtrada ya no muestra divergencia, es decir que le restamos efecto a los últimos valores propios y por tanto estabilizamos.

En el primer experimento se utilizó el modelo inicial de la figura 34, incluyendo una matriz Cyy^{-1} del orden de 1% de las observaciones, como error estimado de éstas y una matriz estabilizadora Cxx^{-1} del orden de λ_{62}, que se mantiene fija en todas las iteraciones. En la figura 36, se muestra el modelo geológico obtenido para la parte superior del basamento precámbrico, asi como el vector de magnetización estimado. En este problema geológico, debido al efecto estabilizador de Cxx^{-1}, filtramos todo el ruido numérico y la pobre información que pudiera haber presente en los últimos λ's, redundando en que los pisos de los prismas queden fijos en 10 km antes y después de la estimación.

Como resultado de este experimento se observó que la magnetización de 473 $\times 10^{-5}$ emu, es la media que representa mejor a esta área.

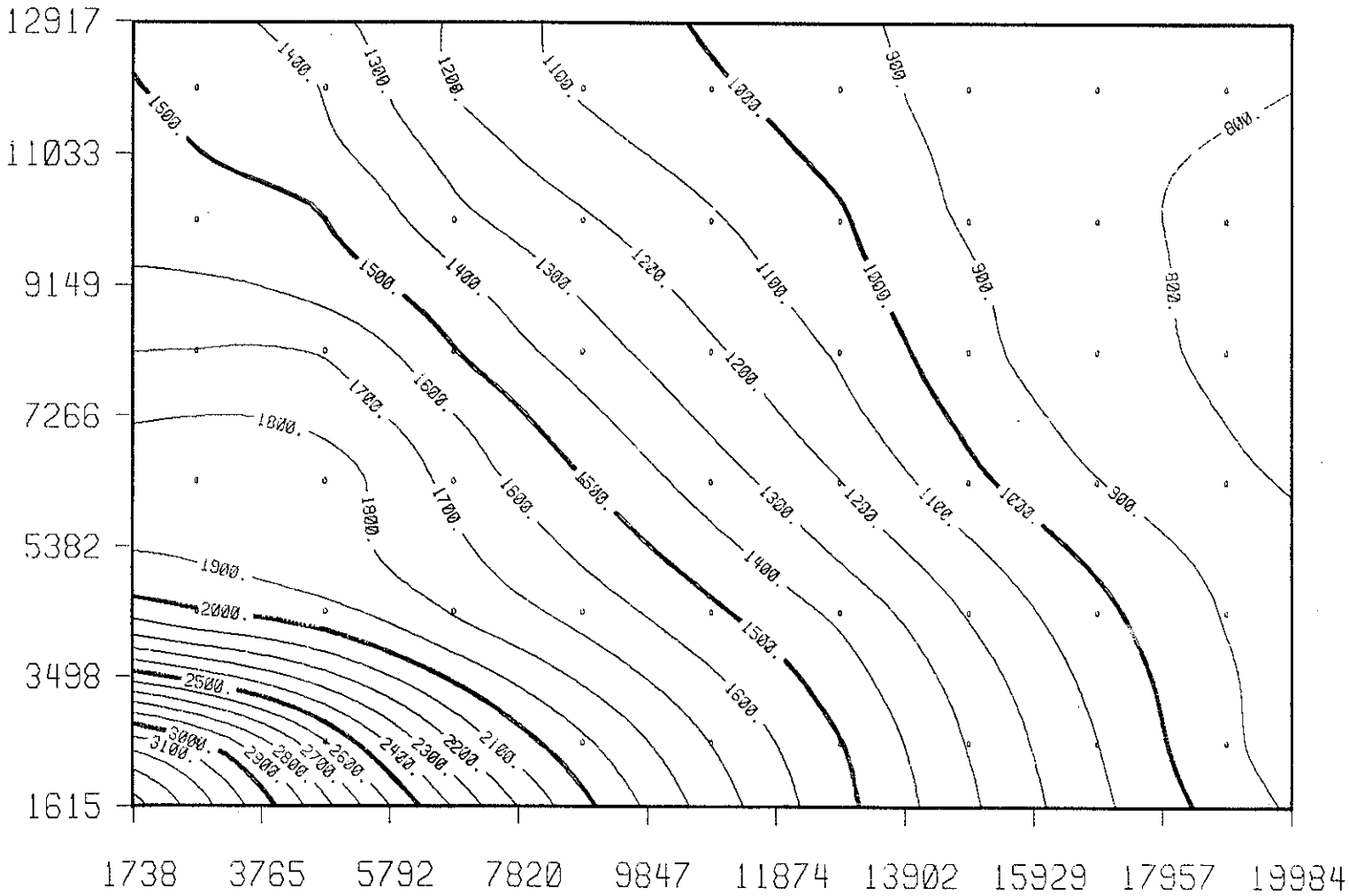


Figura 36. Modelo geológico obtenido para la parte superior del basamento precámbrico. Se usó el modelo inicial de la figura 34, un Cyy^{-1} de 1% de las observaciones y un $Cxx^{-1}=\lambda_{62}$ fijo para todas las iteraciones. Obteniéndose $J=473\ x10^{-5}$, $I=53.8°$ y $D=310.2°$ con un Error r.m.s= 127.5 gammas y Error Medio= 53.68 γ

Sin embargo la declinación es totalmente errónea. El hecho de que la declinación sea mal estimada se debe a que ésta no encuentra claramente la presencia del mínimo magnético.

Esto podría hacer suponer qe el efecto se propaga al resto de las incógnitas, pero no es así, ya que la matriz de covariancia de las incognitas exhibe poca correlación de esta incognita con las demás.

En la misma figura 36, se puede observar una tendencia de caída topográfica hacia el Oeste de la Cuenca. Sin embargo el modelo aún presenta residuales con un error r.m.s. de 127.5 γ y una componente de C.D. de 53.68 γ.

El siguiente experimento consistió prácticamente de lo mismo, solo que ahora la matriz estabilizadora Cxx^{-1} es del orden de λ_{20} para la primera iteración y se va dividiendo por 10 en cada iteración siguiente. Esto es con el fin de estabilizar en las primeras iteraciones y dejar libre la inversión en las siguientes y de esta forma dejar que actúen también las últimas λ's. Con este criterio, se obtuvo el modelo geológico de la figura 37, el cual muestra un vector de magnetizaciones, con características semejantes al experimento anterior, al igual que una tendencia topográfica muy semejante, pero con un error r.m.s. mayor, así como la componente de C.D. de los residuales.

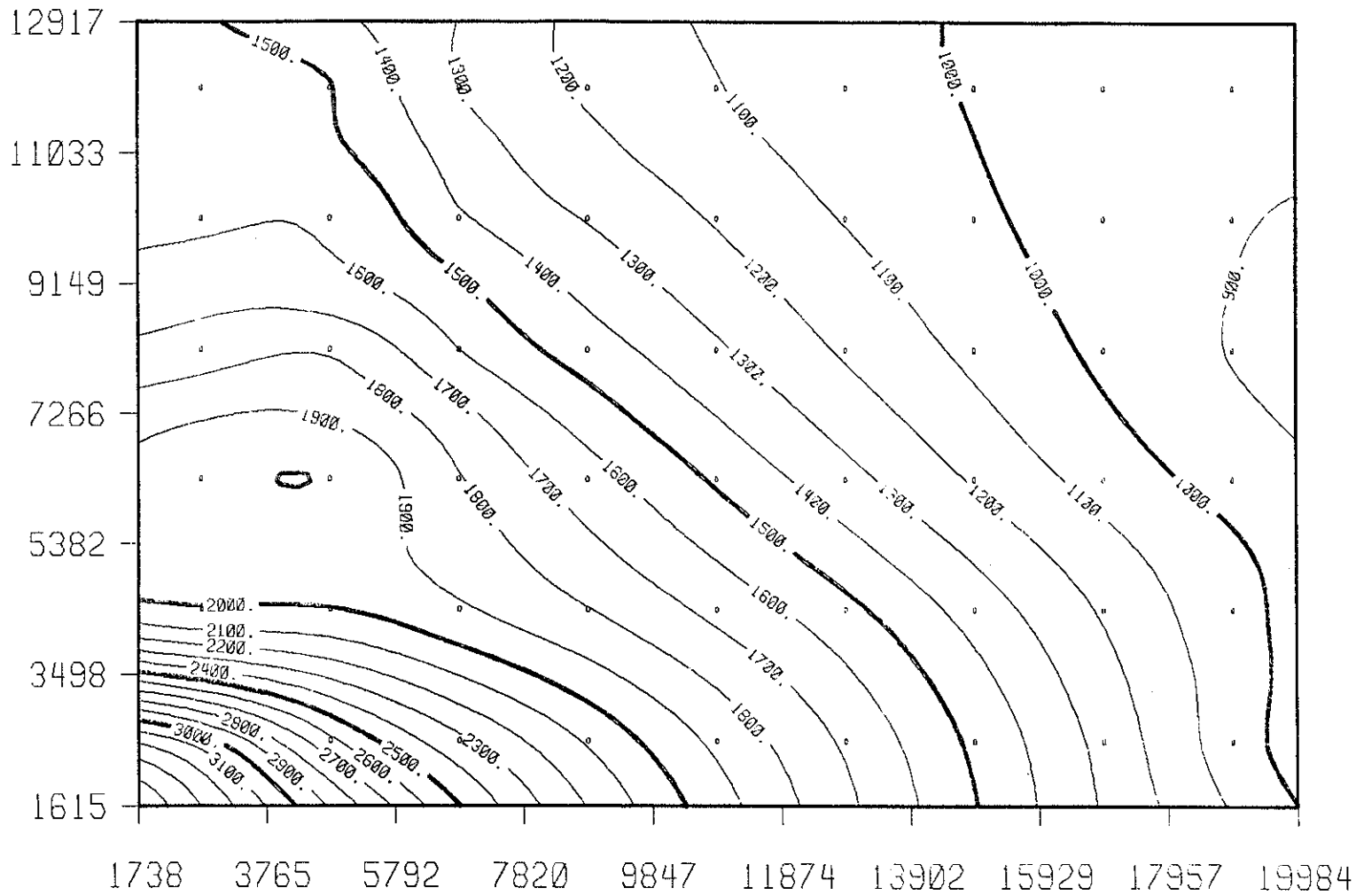


Figura 37. Modelo geológico obtenido en 3 iteraciones. Se usó el modelo inicial de la figura 34, una Cyy^{-1} de 1% y un $Cxx^{-1}=\lambda_{20}$ para la iteración 1 y luego dividir por 10 para las siguientes. Obteniéndose $J=500\ x10^{-5}$ e.m.u, $I=48.3°$ y $D=316.7°$ con un Error r.m.s.= 154.9 γ y un Error medio=−50.59 γ.

El hecho de alterar Cxx^{-1}, nos puede conducir a modelos geológicos distintos, pero con una gran semejanza geológica entre ellos, que nos da idea de la no-unicidad en la solución de los métodos potenciales. Esto nos sugirió hacer el experimento de fijar como conocido el vector de magnetización en: $|J|=473\times10^{-5}$ emu, $I=45.6^{\circ}$ y $D=329.2^{\circ}$, dejando solo en la estimación los 54 prismas del área de estudio y los 4 prismas regionales, sumando 116 incógnitas. Además, se usó una Cxx^{-1} del orden λ_{20} para los prismas regionales y los prismas del área que hacen contacto con éstos y una Cxx^{-1} más pequeña para los prismas centrales en la primera iteración, dividiéndose por 10 para las siguientes iteraciones.

En la figura 38 se muestra el mapa de contornos y el isométrico de la parte superior del basamento precámbrico. Nuevamente la tendencia topográfica indica una caida hacia el lado Oeste de la cuenca. Sin embargo se observa un minimo muy marcado en la esquina Sureste, el cual se debe a la mala separación del regional y residual, es decir, que se debe tomar esta zona con recelo. Pero aún asi, el modelo presenta una caida hacia el Oeste en una forma más o menos escalonada, presentando en el borde Oeste, una zona de cuenca pequeña, asi como una hendidura en la parte central Este, debida posiblemente a la presencia de algún intrusivo, que al ser removido por el efecto de separación de residual-regional, fue extraida parte de la información del basamento precámbrico.

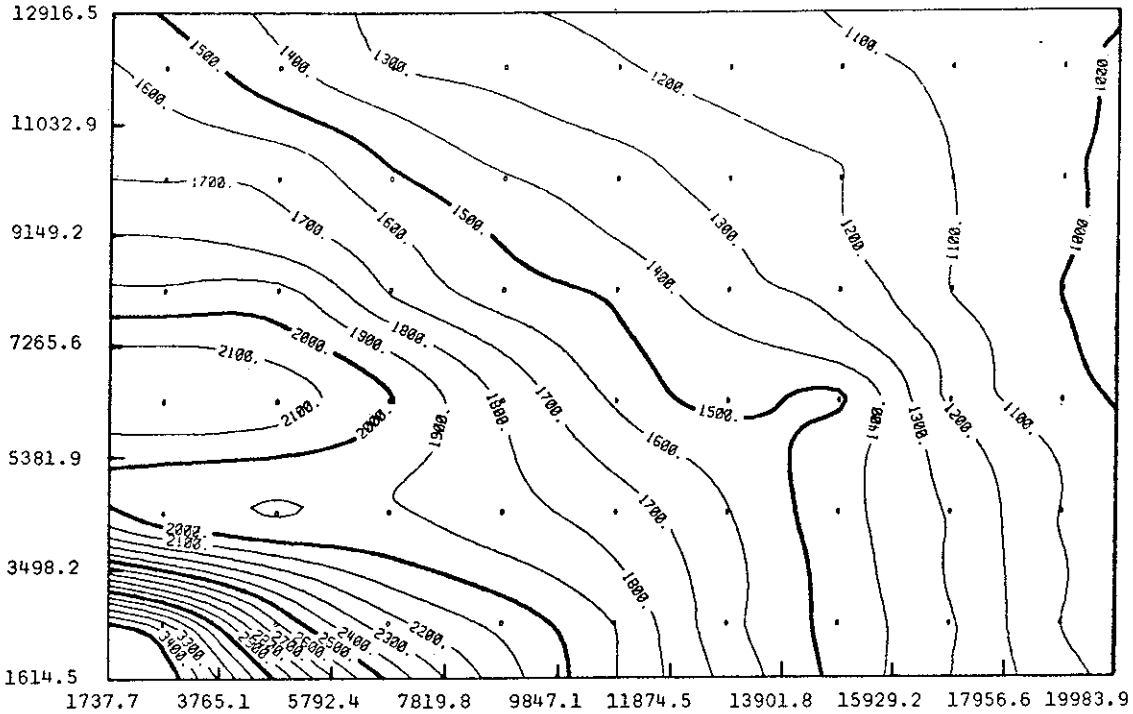
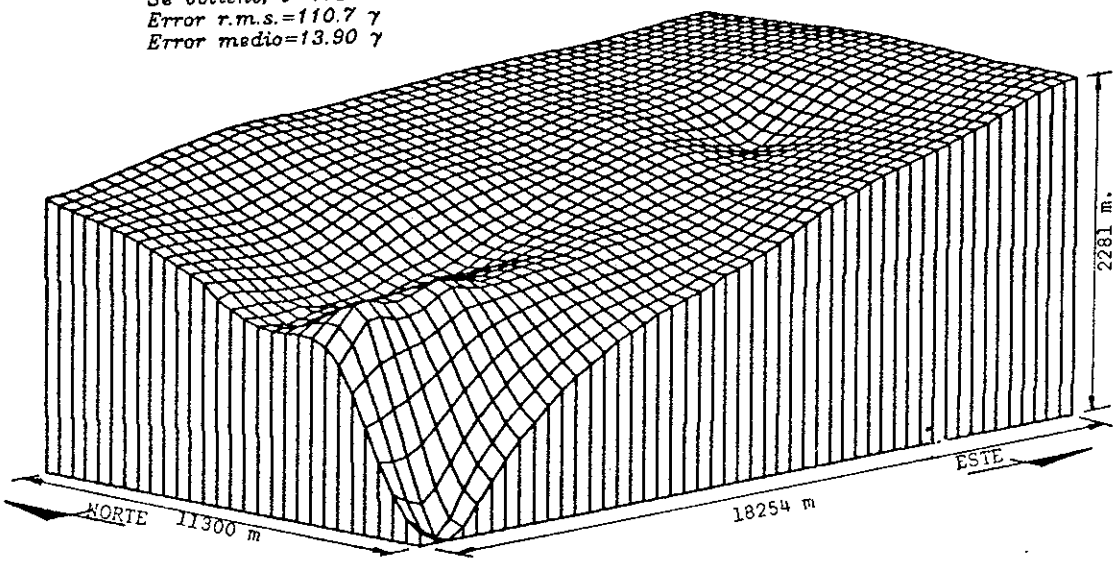


Figura 38. Modelo obtenido en la iteración 7 excluyendo J en el proceso de estimación. Se obtiene, J=473 x10^{-5} emu, I=45.6° y D=329.2° Error r.m.s.=110.7 γ Error medio=13.90 γ



Los residuales de este modelo tienen un error R.M.S. menor, así como también el del C.D. de los residuales. Sin embargo, las gráficas de anomalía observada y calculada, muestran una gran dispersión en el ajuste (figura 39). Se nota una clara tendencia de la anomalía calculada para seguir el comportamiento de la anomalía observada.

Después de este experimento, se decidió trabajar nuevamente con las 119 incógnitas, pero con un vector de magnetización inicial de $J=450 \times 10^{-5}$ emu, $I=55^{\circ}$ y $D=6^{\circ}$. Además una Cxx^{-1} muy grande (del orden de λ_{10}), para pesar las posiciones del vector de magnetización; con un valor de λ_3 para los prismas regionales y para los prismas del área de estudio que hacen contacto con ellos, así como una Cxx^{-1} del orden del λ_{62} para los prismas internos del área. Es decir, que el efecto de filtrado es mucho mayor, ya que se decide que la matriz Cxx^{-1} construida de esta forma, se mantenga constante en todas las iteraciones. En la figura 40 se observa el mapa de contornos y el isométrico del modelo Geológico obtenido. En estas gráficas se observa claramente que el basamento precámbrico cae en forma escalonada hacia el Oeste y llega a formar hacia el extremo una pequeña cuenca, que se extiende en dirección Noroeste-Sureste, con una profundidad que oscila entre 1800 y 2300 m (si excluimos el valor disparado de la esquina inferior izquierda). Este modelo tiene mayor realidad geológica, ya que muestra la tendencia de caída del Graben

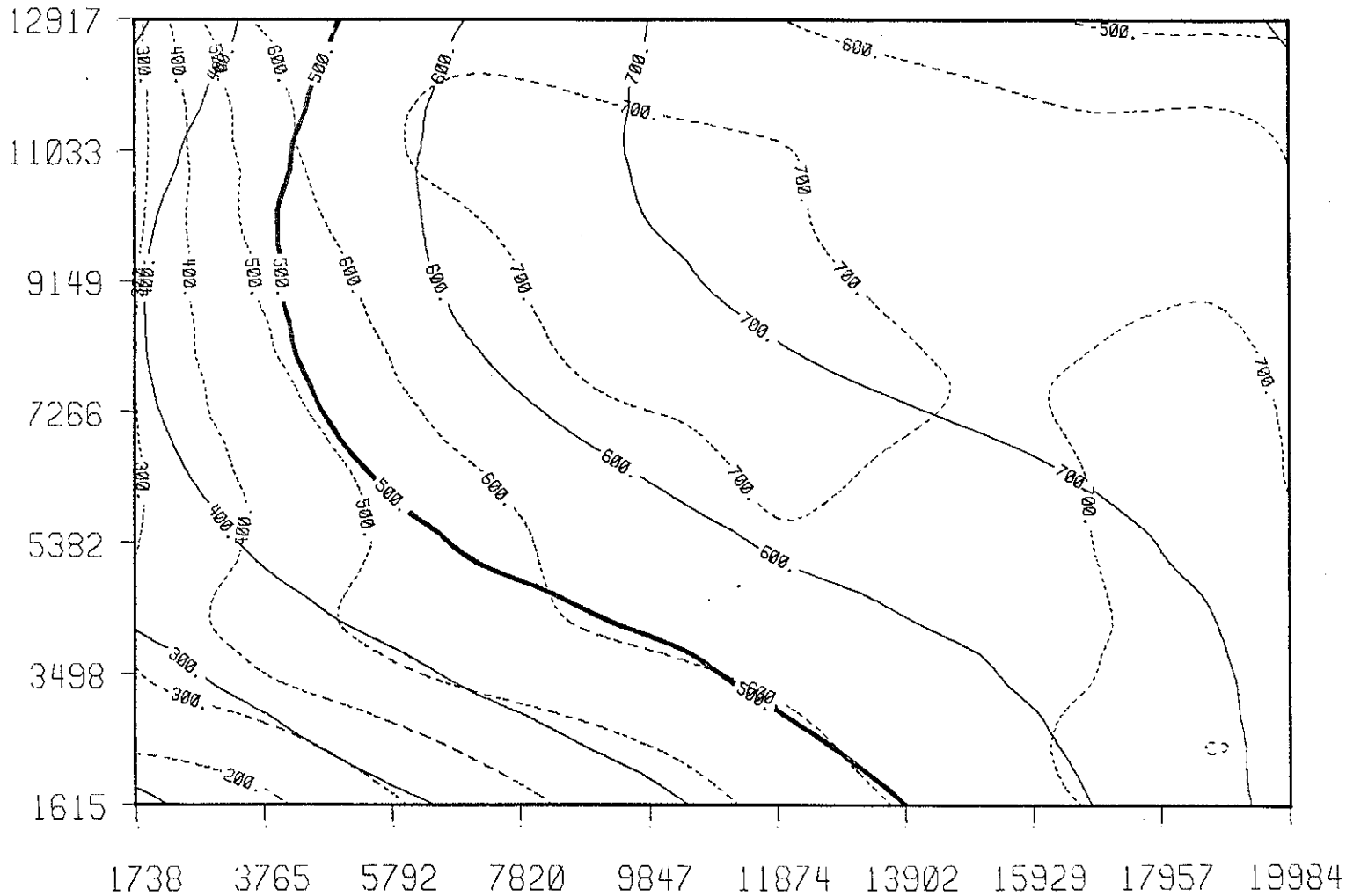


Figura 39. Comparación entre la anomalía observada (linea continua) y la anomalía calculada con el modelo de la figura 38 (linea interrumpida).

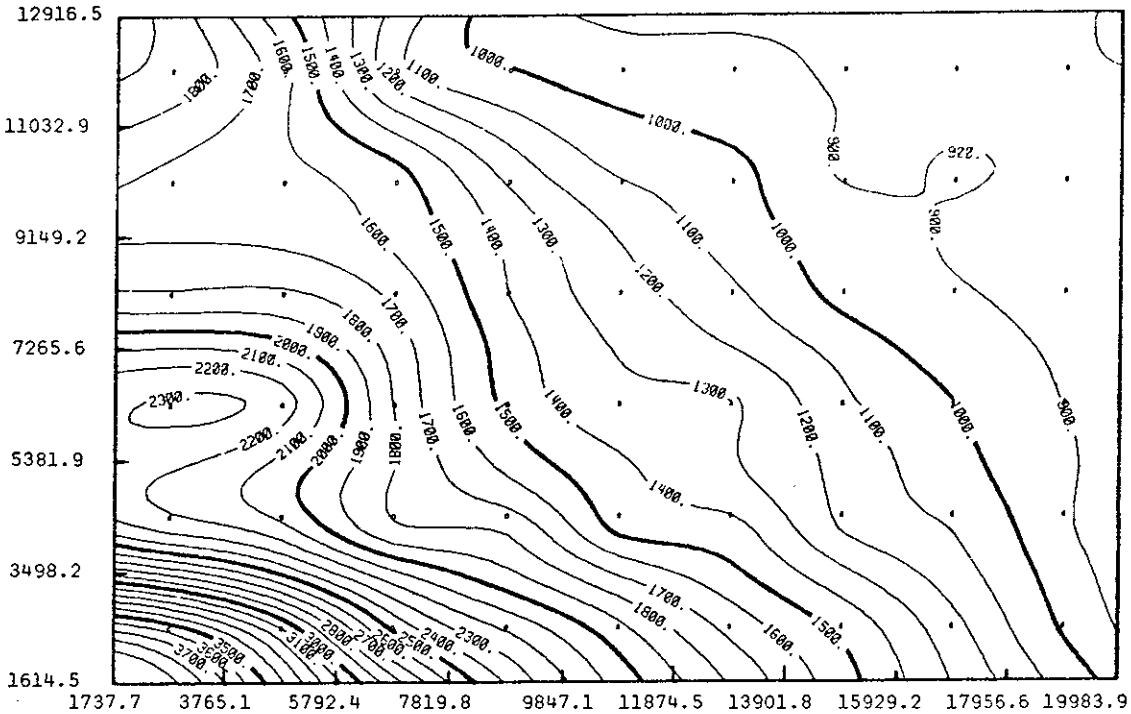
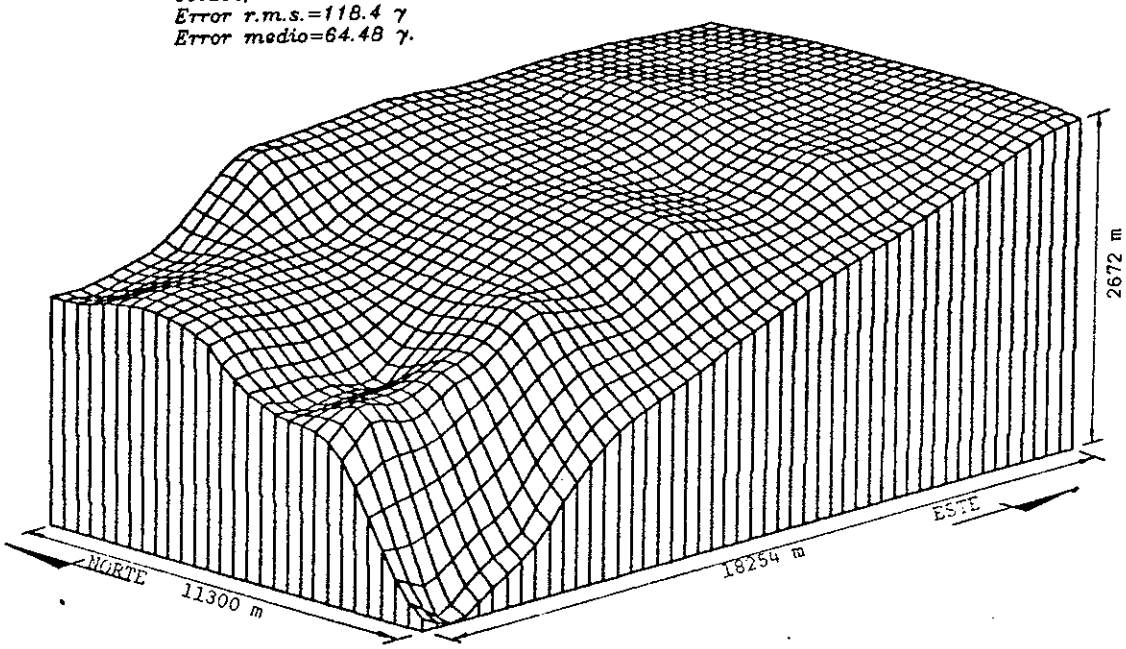


Figura 40. Modelo obtenido en la iteración 24. Se obtuvo, J=367 x10^{-5} emu, I=42° y D=298.6°.
Error r.m.s.=118.4 γ
Error medio=64.48 γ.



Velarde y la dirección predominante de la cuenca. Sin embargo, se debe observar que la profundidad de lado Este es de 800 metros, lo cual difiere de los 100 metros esperados, debido posiblemente a que el regional fue sub-valuado, al hacer su separación.

En la figura 41, se observa el ajuste de las anomalías observada y calculada, notándose nuevamente junto con la gráfica de los residuales (figura 42), una gran dispersión y un corrimiento en C.D., debido probablemente al subvaluamiento del regional.

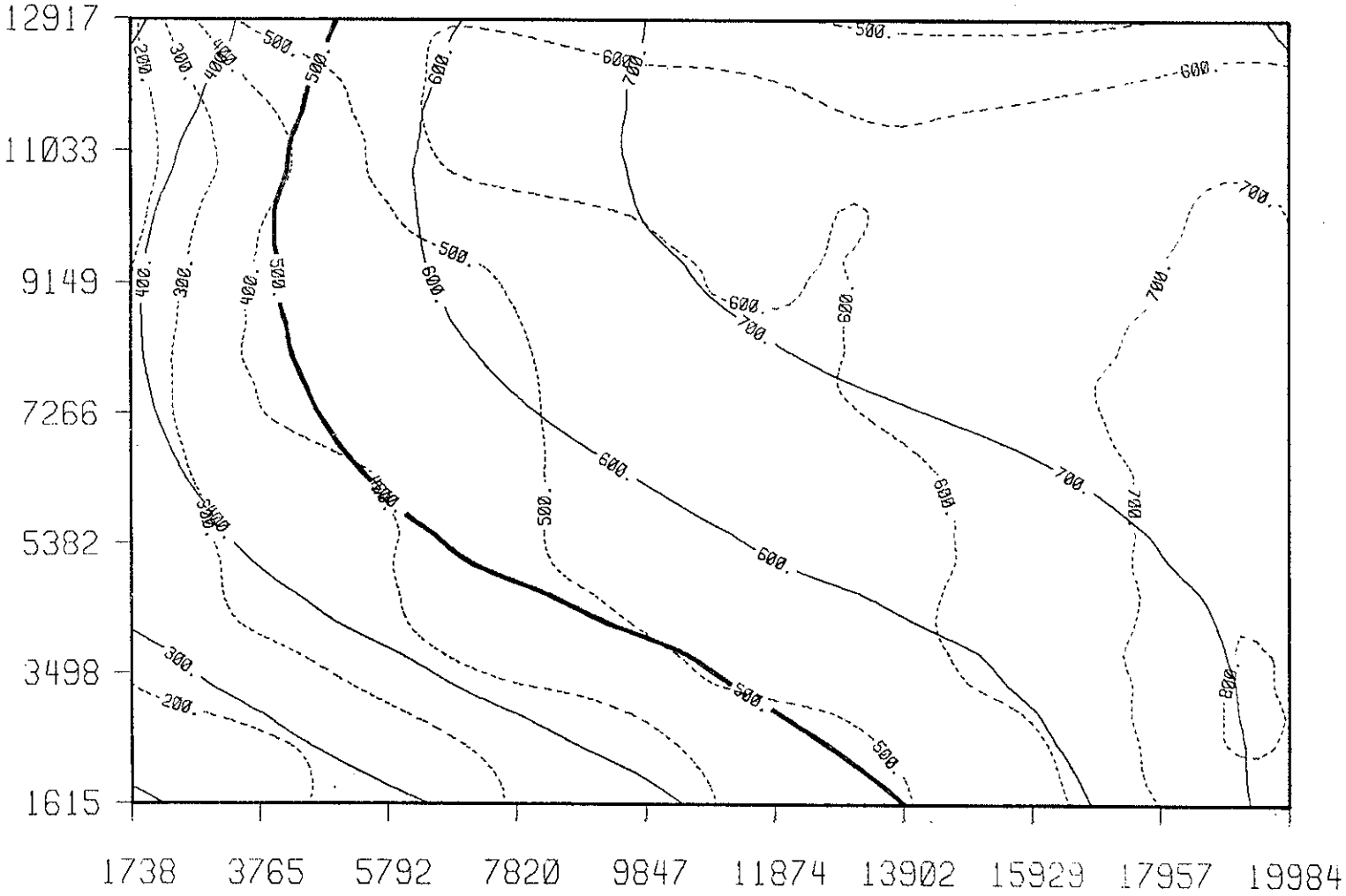


Figura 41. Comparación entre anomalía observada (linea continua) y la anomalía calculada con el modelo de la figura 40 (linea interrumpida).

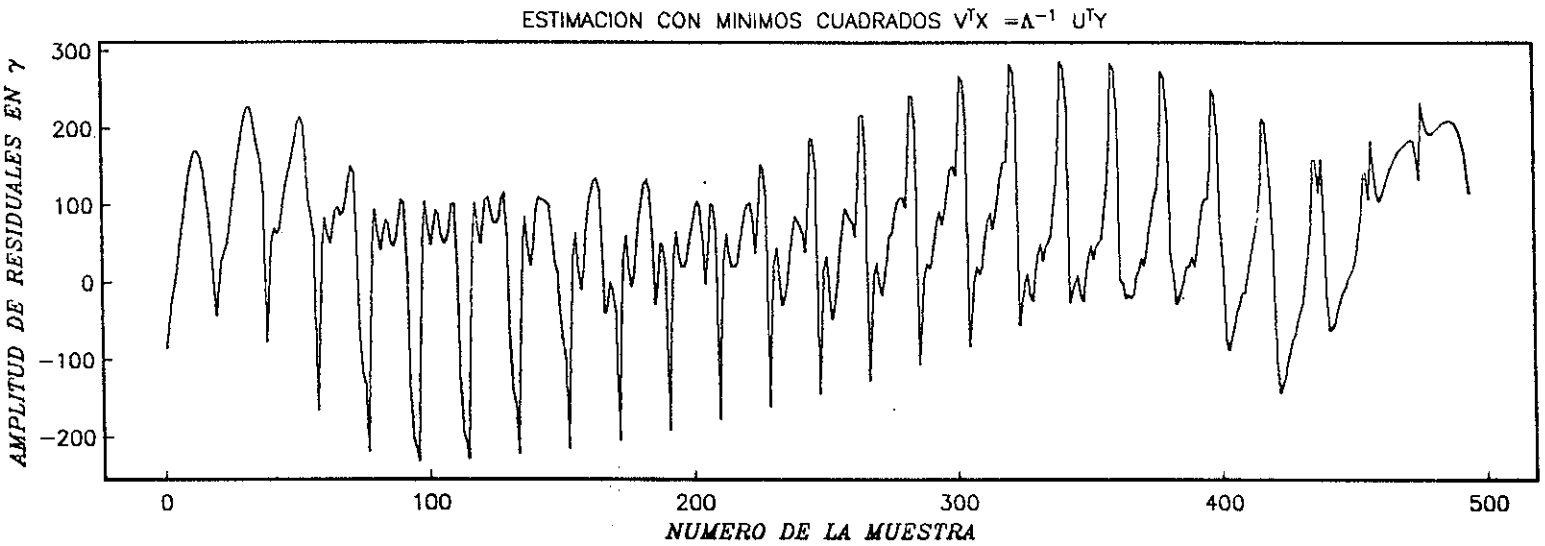


Figura 42. Representación lineal de los residuales obtenidos al restar la anomalía calculada (con el modelo de la figura 40), a la anomalía observada.

V. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Los principales resultados obtenidos en este trabajo fueron detallados en cada capitulo, sin embargo en esta sección se presentan las conclusiones generales bajo un panorama global de los resultados y se discuten posibles mejoras al trabajo. Para ello se hace un análisis individual de cada capitulo.

CAPITULO II.- Se analizó la teoria, mediante la cual podemos calcular la respuesta magnética debida a un prisma homogeneamente magnetizado. Se incluyó el planteamiento necesario para el desarrollo de un algoritmo numérico en un esquema no-lineal para la estimación de las profundidades al techo y piso de cada prisma, que en su conjunto conforman la topografia superior e inferior de un subsuelo magnetizado, asi como la estimación del valor medio del vector de magnetización del subsuelo.

El algoritmo fue implementado en Fortran 77 en una microcomputadora SUN 3/260, tratando de optimizar expresiones lógicas dentro del programa, reduciendo asi el tiempo de ejecución.

Cabe hacer la observación que discretizar el subsuelo magnetizado por medio de prismas, no nos da una configuración muy exacta de la forma de éste, ya que el área cubierta por un

prisma simula una profundidad media. Sin embargo, estos prismas se pueden modificar en el algoritmo propuesto para un área deseada, ya sea grande o pequeña, pero no se debe olvidar que el reducir el área de los prismas, puede traer problemas muy fuertes de resolución, si es que la distancia entre observaciones es grande. De tal forma que el intervalo de muestreo es el que nos indicará el tamaño del área mínima de los prismas que podemos usar en la estimación.

CAPITULO III.- En este capitulo se hacen experimentos con modelos geométricos conocidos. Se pretende estimar por medio del algoritmo propuesto, las profundidades a los techos y pisos de los prismas que conforman el subsuelo, así como el valor del vector de magnetización $\vec{J}$, usando las observaciones predichas por el modelo. Se hicieron 2 experimentos donde se conoce perfectamente la ubicación lateral de cada prisma y se encuentra una solución estimada igual a la exacta. Esto indica que el algoritmo trabaja bien y que el método propuesto puede ser útil, a pesar de que numéricamente es ligeramente inestable.

Después se hicieron experimentos con modelos, donde no conocíamos la distribución lateral de los prismas, ni la finitud del subsuelo localizado debajo del área de estudio. Estos experimentos fueron encaminados a simular un problema geológico, donde no conocemos si el área de estudio cubre todo

el cuerpo o si éste se extiende a infinito en todas las direcciones (desde un punto de vista práctico). Este planteamiento trae consigo un error sistemático al simplificar el modelo geológico que servirá para iniciar el proceso iterativo.

Por otra parte, en el modelo donde fue necesario agregar cuatro prismas grandes que cubrieran las aristas del cuerpo rectangular con el fin de simular un basamento, se encontró un problema de resolución en los pisos de los prismas, debido a que no se disponía de observaciones ubicadas encima de los prismas grandes. En este experimento el problema se pudo reducir un poco, utilizando un operador regularizador, que sin embargo no permitió estimar bien la profundidad a los pisos de los prismas y aún le quitaba precisión en la estimación de la profundidad a los techos de los mismos.

En cuanto al experimento donde se estimaron las profundidades de un subsuelo construido con 22 prismas y que se planteó con 36. Se encuentra que el espesor es casi cero entre el techo y piso de los prismas donde no existe cuerpo alguno. Pero que sin embargo empieza a mostrar un cuerpo ficticio conforme los prismas se acercan a la presencia real del cuerpo. Esto quiere decir, que el método obtiene versiones suavizadas de los cuerpos que son finitos en el área. Este problema se puede resolver, implementando un algoritmo que unicamente

estime la configuración en planta del cuerpo productor de anomalía (Rene, 1986).

CAPITULO IV.- En este capítulo se utilizan datos reales para estimar las profundidades al basamento de edad precámbrica ubidado en una pequeña área del Rift del Río Grande, en Nuevo México, E.U.A. Los datos proporcionados ya habían sido corregidos por variación diurna y efecto geomagnético local.

Debido a que el área de estudio tiene zonas sin observaciones, se recortó el área de estudio y se interpoló en un intervalo de muestreo que fuese la media de todos los intervalos de los datos originales.

Se hizo la separación regional-residual, por medio de polinomios mínimo cuadráticos en 2D, quedándonos con un polinomio de 3er. grado, por ser éste el más representativo del comportamiento geológico del basamento precámbrico en el área.

A partir de estos datos, se procedió a hacer la estimación de profundidades, fijando la profundidad de los pisos de los prismas a 10 km, ya que ésta es la profundidad media que se reporta para la base de las Montañas Sangre de Cristo (Rodríguez, 1987). Se usaron 4 prismas grandes unidos a las aristas del cuerpo principal, el cual se discretizó en 54

prismas.

Se hizo un estudio de resolución, encontrándose que ésta era pobre. Esto es debido a que el modelo inicial no es óptimo, o bien a que no existen suficientes observaciones encima de los prismas grandes, problema que ya se había visto en la sección III.

También se utilizaron varios modelos iniciales, hasta obtener uno de menor error r.m.s., a partir del cual se hizo la estimación teniendo que estabilizar numéricamente el problema mediante diferentes esquemas. Los modelos geológicos del basamento estimado están de acuerdo con la conducta geológica del lugar, pero las profundidades del lado Este del área, están sobrevaluadas, sin embargo son los modelos que mejor ajustan a los datos.

Es posible que este problema se deba a que se usa una magnetización homogénea para todo el basamento, además de que el polinomio de 3er. orden que simula la respuesta del basamento, puede no ser el más apropiado. Esto significa que tal filtrado pudo haber quitado información útil para la interpretación del basamento precámbrico.

Las enseñanzas obtenidas en este trabajo, nos muestran que las observaciones deben ser lo más confiables posible y que es

necesario procesarlas correctamente hasta obtener los datos que van a ser usados por el algoritmo de estimación de profundidades.

De ahí que se recomienda usar un procesado de los datos magnetométricos que dependerá del objetivo que se persiga. De esta forma se propone:

PARA LA ESTIMACION DE PROFUNDIDADES DE BASAMENTOS.

1.- Corrección de los datos por diferencia de alturas en la observación (Hansen y Miyazaki,1984).

2.- Una óptima separación del regional, ya sea por medio de descomposición espectral, continuación hacia arriba, operadores direccionales o bien polinomios ortogonales de diferentes tipos.

3.- Determinación de profundidades por un método rápido que puede ser un algoritmo de Talwani en 2D o con operadores de deconvolución Werner (Ku y Sharp, 1983).

4.- Determinación del mapa de susceptibilidades magnéticas sobre la superficie topográfica del basamento (Misener et al, 1984).

5.- Usar el algoritmo de estimación de profundidades propuesto en este trabajo, una vez que ha sido alimentado con los datos que siguieron esta secuencia.

PARA LA ESTIMACION DE PROFUNDIDADES DE CUERPOS FINITOS.

1.- Corrección de los datos por diferencia de altura (Hansen y Miyazaki, 1984).

2.- Una estimación óptima del residual, que puede ser obtenida por los mismos métodos del punto 2 antes descrito.

3.- Implementación de un algoritmo que estime la forma en planta que tiene el cuerpo (Rene, R.M., 1986).

4.- Hacer una estimación de profundidades preliminar con el algoritmo propuesto en este trabajo.

5.- Hacer un mapeo de susceptibilidades sobre la superficie estimada del cuerpo (Misener et al, 1984).

6.- Estimación de profundidades con el algoritmo propuesto, para ajustar mejor a los datos y obtener un modelo geológico mejor.

Otra de las enseñanzas obtenidas con este trabajo, es que si las observaciones poseen un error considerable (de 3% en adelante), será muy dificil estimar las profundidades que conforman la superficie inferior de cualquier cuerpo magnetizado.

Se puede concluir que los métodos magnéticos pueden aportar una información valiosa objetivo de estudio, siempre y cuando se les conceda la importancia que ellos tienen y se invierta mayor tiempo-máquina para hacer un procesamiento

correcto de los datos y por tanto mejorar las interpretaciones geológicas que de ellos se deriven.

LITERATURA CITADA

Backus, George y Gilbert Freeman. 1968. The resolving power of gross Earth data., Geophys, J.R. Astr. Soc., Vol. 16, p. 169-205.

Baldridge, W. Scott, et al. 1984. Rio Grande Rift: problems and perspectives., New Mexico Geol.Soc., 35th. Ann. field conference p. 1-12

Barrodale y Erickson, R.E. 1980. Algorithms for Least-squares linear prediction and maximum entropy spectral analysis - part I: Theory., Geophysics, Vol. 45, p. 420-432.

Bhattacharyya,B.K. 1964. Magnetic due to prism-shaped bodies with arbitrary polarization., Geophysics, Vol. 29, p. 517-531.

Bhattacharyya, B.K. 1966. A method for computing the total magnetization vector and the dimensions of a rectangular block-shaped body from magnetic anomalies., Geophysics, Vol. 31, p. 74-96.

Bhattacharyya, B.K. y Leu, L.K. 1975. Spectral analysis of gravity and magnetic anomalies due to two-dimensional structures: Geophysics, V. 40, p. 993-1013.

Bhattacharyya, B.K. 1975. Digital convolution for computing gravity and magnetic anomalies due to arbitray bodies., Geophysics, Vol. 40 No. 6, p. 981-992.

Bhattacharyya, B.K. y Leu, L.K. 1977. Spectral analysis of gravity and magnetic anomalies due to rectangular prismatic bodies., Geophysics, Vol. 42, p. 41-50.

Bhattacharyya, B.K. 1980. A generalized multibody model for inversion of magnetic anomalies., Geophysics, Vol. 45, No. 2, p. 255-270.

Cordell, Lindrith. Aeromagnetic and gravity studies of the Rio Grande Graben in New Mexico between Belen and Pilar., New Mexico Geological Society, p. 62-70.

Cordell, Lindrith y Keller, G.R. 1984. General structural trends inferred from gravity and aeromagnetic data in New Mexico. Colorado border region., N.M. Geol. Soc., 35th Annual field conference. p. 21-24.

Chávez, R. E. y Garland, G.D. 1983. On the application of inverse theory to gravity interpretation., Geophysical Prospecting 31, p. 119-130.

Chávez, René E. y Garland, George D. 1985. Linear inversion of gravity data using the spectral method., Geophysics, Vol. 50, p. 820-824.

Debeglia, B.R. y Chenot, 1986. Gravity and magnetic 3-D interactive inversion with constraints., 56th. Ann. Inter. Mtg. & Exp., Soc. Explor. Geophy. Houston.

Draper, N.R. y Smith H. 1966. Applied regression analysis., John Wiley & Sons, Inc.

Frez, José C. 1985. Teoría de inversión de datos geofísicos., Notas de clase, CICESE, Ensenada, B.C. México.

Gerard A. y Debeglia N. 1975. Automatic three-dimensional modeling for the interpretation of gravity or magnetic anomalies., Geophysics, Vol. 40, No. 6, p. 1014-1034.

Gilbert, D. y Galdeano, A. 1985. A computer program to perform transformations of gravimetic and aeromagnetic surveys., Computer & Geosciences, Vol 11, p. 553-588.

Guspi, F. et al. 1987. Calculation of gravity effect of tridimensional structures by analytical integration of a polyhedric approximation and application to the inverse problem., Geof. Int., Vol. 26-31, p. 407-428.

Hansen, R.O. y Miyazaki, Y. 1984. Continuation of potential fields between arbitrary surfaces., Geophysics, Vol. 49, No. 6 p. 787-795.

Hartman, Ronald R. et al 1971. A system for rapid digital aeromagnetic interpretation., Geophysics, Vol. 36, No. 5, p. 891-918.

Hjelt, S.E. 1973. Experiences with automatic magnetic interpretation using the thick plate model., Geophysical Prospecting, Vol. 21, p. 243-265.

Johnson, William W. 1969. Least-squares method of interpreting magnetic anomalies caused by two-dimensional structures., Geophysics, Vol. 34 No. 1, p. 65-74.

Kelley, Vincent C. 1978. Map: Geology of española basin, New Mexico, N.M., Bureau of Mines & Mineral Resources.

Ku, Chad C. y Sharp, John R. 1983. Werner deconvolution for

automated magnetic interpretation and its refinement using Marquart's inverse modelling., Geophysics, Vol. 48, No. 6, p. 754-774.

Lines, L. R. y Treitel, S. 1984. Tutorial. A review of Least-squares inversion and its application to Geophysical problems., Geophysical Prospecting 32, p. 159-186.

McGrath Peter H. y Hood, Peter J. 1973. An automatic Least-squares multimodel method for magnetic interpretation., Gephysics, Vol. 38, No. 2. p. 349-358.

Menichetti, V. y Guillen A. 1983. Simultaneous interactive magnetic and gravity inversion., Geophysical Prospecting 31, p. 929-944.

Misener et al. 1984. Variable depth, space-domain magnetic susceptibility mapping; Presented at the 54th. Ann. Inter. Mtg. and Expos. Soc. Explor. Geophy. Atlanta.

Mottl, J. y Mottlová, L. 1972. Solution of inverse gravimetric problem with the aid of integer linear programming., Geo exploration, 10, p. 53-62.

Naudy Henri. 1971. Automatic determination of depth on aeromagnetic profiles., Geophysics, Vol. 36, No. 4 p. 717-722.

O'Brien, D. 1972. Compudepth: A new method for depth-topo-basament computation., Presented at the 42th. Ann. Internat. Mtg. and Expos. Soc. Explor. Geophys. Atlanta.

Ofoegbu, C.O. 1987. An estimate of the depth to the basament underneath the Benue through from a study of aeromagnetic anomalies., Geof. Int. Vol. 26-4 p. 555-571.

Okabe, M. 1979. Analytical expressions for gravity anomalies due to homogeneous polyhedral bodies and translations into magnetic anomalies., Geophysics, Vol. 44, p. 730-741.

Pedersen, L.B. 1977. Interpretation of potential field data., Geophysical Prospecting., 25, p. 199-230.

Pedersen, L.B. 1979. Constrained inversion of potential field data., Geophysical Prospecting 27, p. 726-748.

Pérez, Marco A. 1986. Reporte Técnico; Estudio Geofísico de la Cuenca Española, Tesuque Pueblo y el Cañon de los Alamos, N.M., Sage 1986.

Reeves, C.V. y Macleod, I.N. 1983. Modelling of potential field anomalies -some applications for the microcomputer., First Break p. 18-24.

Rene, R.M. 1986. Gravity inversion using open, reject and "shape of anomaly" fill criteria., Geophysics, Vol. 51, No. 4, p. 988-994.

Rodriguez,L.Carlos. 1987. Interpretación magnetotelúrica en 2D para la parte Este de la Cuenca de la Española, Nuevo México, E.U.A. Tesis de Maestria, CICESE.

Safon, Claude et al. 1977. Some applications of linear programing to the inverse gravity problem., Geophysics, Vol. 42, p. 1215-1229.

Serpa, Laura F. y Cook, Kenneth L. 1984. Simultaneous inversion modeling of gravity and aeromagnetic data applied to a geothermal study in Utah., Geophysics, Vol. 49, p. 1327-1337.

Seshagiri, S.V. et al 1986. Gravity interpretation using the Mellin Transform., Geophysics, Vol. 51, No. 1, p. 114-122.

Spector A. y Grant F.S. 1970. Statistical models for interpreting aeromagnetic data., Geophysics, Vol. 35, No. 2 p. 293-302.

Sudmir, Jain. 1976. An automatic method of direct interpretation of magnetic profiles., Geophysics, Vol. 41, No. 3, p. 531-541.

Talwani,M,Ewing,M. 1960. Rapid computation of gravitational atraction of three dimensional bodies of arbitrary shape, Geophysics, vol.25, pp.203.

Tikhonov, Andrey N. 1977. Solution of ill-posed problems., John Wiley & Sons, Inc.

Wiggins, Ralph A. 1969. Monte Carlo inversion of body-wave observations., Journal of Geophysical Res., Vol. 74, No. 12.

Wiggins, Ralph A. 1972. The general linear inverse problem: implication of surface waves and free oscillations for Earth structure., Rev. of Geophys. and Space Phys. 10, p. 251-268.