

TESIS DEFENDIDA POR  
**ISRAEL ROCHA MENDOZA**  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ



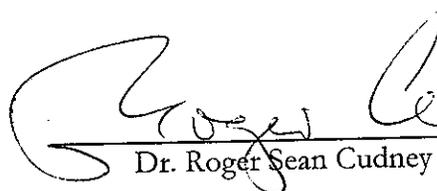
Dr. Anatolii Khomenko Filatova

*Director del Comité*



Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

*Miembro del Comité*



Dr. Roger Sean Cudney Bueno

*Miembro del Comité*



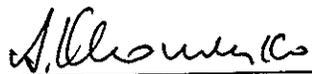
Dr. Alfonso García Weidner

*Miembro del Comité*



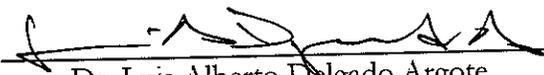
Dr. Rubén Ramos García

*Miembro del Comité*



Dr. Anatolii Khomenko Filatova

*Jefe del Departamento de Óptica*

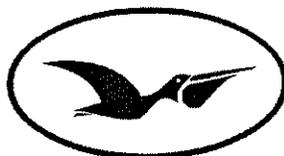


Dr. Luis Alberto Delgado Argote

*Director de Estudios de Posgrado*

11 de Abril del 2003

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE  
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA**



**CICESE.**

---

**DIVISIÓN DE FÍSICA APLICADA  
DEPARTAMENTO DE ÓPTICA**

---

**AMPLIFICACIÓN DE LA LUZ Y DETECCIÓN DE VIBRACIONES  
CON  
CRISTALES CÚBICOS FOTORREFRACTIVOS**

**TESIS**

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

**DOCTOR EN CIENCIAS**

Presenta:

**ISRAEL ROCHA MENDOZA**

Ensenada, Baja California, Abril del 2003.

---

**RESUMEN** de la tesis de **Israel Rocha Mendoza**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS en con orientación en ÓPTICA FÍSICA. Ensenada, Baja California. Abril del 2003.

## “AMPLIFICACIÓN DE LA LUZ Y DETECCIÓN DE VIBRACIONES CON CRISTALES CÚBICOS FOTORREFRACTIVOS”

Resumen aprobado por:



Dr. Anatolii V. Khomenko F.  
Director de Tesis

Un medio fotorrefractivo posee la habilidad para cambiar su birrefringencia como respuesta a la iluminación y, de tal manera, almacenar patrones espaciales no uniformes de intensidad óptica como imágenes, hologramas o patrones de motas. La birrefringencia fotoinducida modifica a su vez la intensidad y la polarización de la luz durante su propagación dentro del medio; esto ha sido la base para el surgimiento de nuevos efectos ópticos no lineales donde la polarización es un parámetro importante en la interacción de la luz con el medio no lineal. El análisis de efectos de tal tipo se lleva a cabo representando a la luz como un campo vectorial y, por lo tanto, se les ha nombrado como efectos vectoriales. En años recientes tales efectos han atraído mucho la atención, entre ellos, la amplificación vectorial de la luz coherente en cristales cúbicos fotorrefractivos así como el estudio de la detección óptica de desplazamientos pequeños a través de la luz esparcida de objetos rugosos en movimiento. Un estímulo importante para la investigación de ambos efectos son sus posibles aplicaciones prácticas.

Para contribuir con el desarrollo de ambos temas, en esta tesis se presenta un trabajo experimental y teórico en el que se estudia, por un lado, *la amplificación de la luz* mediante un análisis vectorial del acoplamiento de dos ondas vía expresiones analíticas (desarrolladas por primera vez para este tipo de análisis) para cristales cúbicos sin actividad óptica, y/o una simulación numérica para cristales cúbicos con actividad óptica. En este análisis se incluyen la condición de agotamiento de un haz así como ambos tipos de no linealidad fotorrefractiva, local y no-local (las cuales se logran aplicando externamente al cristal un campo eléctrico de corriente directa y corriente alterna, respectivamente). Como consecuencia del análisis vectorial se obtuvo, entre otras cosas, una amplificación bidireccional de la luz con ambos tipos de no linealidades; esto es, en cristales bajo campos eléctricos de C. A. y de C. D; así como una amplificación isotrópica de la luz mediante la aplicación de un campo eléctrico rotatorio. Por otro lado, se investiga *la detección de vibraciones de medios rugosos vía el esparcimiento de la luz* mediante un nuevo mecanismo físico, la modulación de la fotocorriente mediante patrones dinámicos, mismo que se propone para el desarrollo de sensores adaptativos para detectar amplitudes grandes y/o frecuencias bajas de oscilación con patrones moteados.

**Palabras Clave:** Óptica no lineal fotorrefractiva, Mezcla de dos ondas, Detectores adaptativos.

**ABSTRACT** of the thesis presented by **Israel Rocha Mendoza** as a partial requirement to obtain the DOCTOR in SCIENCE degree in OPTICS. Ensenada, Baja California, Mexico. April 2002.

**“LIGHT AMPLIFICATION AND VIBRATION DETECTION ON PHOTOREFRACTIVE CUBIC CRYSTALS”**

Abstract approved by:



---

Dr. Anatolii V. Khomenko F.  
Director de Tesis

A photorefractive media has the ability to change its birefringence as a response to an illumination and, in such a way, to store non-uniform spatial patterns, i. e. images, speckle patterns or holograms. In turn, the photoinduced birefringence changes the intensity and polarization of light propagating inside the crystal, which is the basis for many nonlinear optical effects with polarization as an important parameter of the light-media interaction. The analysis of this effects should be done representing the light has a vectorial field; therefore the effects of this type have been named vectorial effects. Recently many efforts have been made to analyze coherent light amplification via vectorial two-wave mixing in cubic photorefractive crystals, as well as the study of an optical detection of small displacements and vibrations of rough surfaces using these crystals. Important motivations for these research activities are potential industrial applications.

This work intent to contribute to both areas of research mentioned above with new experimental and theoretical results. The theoretical analysis of *the light amplification* via vectorial wave mixing has been carried out using analytical and numerical methods for the cubic photorefractive crystals with and without optical activity. The analysis takes into account the beam depletion and both types of nonlinear response, local and non local (which may be obtained whit an ac- and dc-biased crystals), as well as an isotropic amplification of light in crystals under a revolving electric field. On the other, a new physical mechanism, the photocurrent modulation by vibrating intensity patterns, has been demonstrated and investigated in the present work. The obtained results should be used to develop a new type of adaptive optical sensors for *the detection of rough surface vibration*. These types of sensors can be especially useful for measurement of low-frequency and big-amplitude vibrations, where the use of adaptive sensors of other types are difficult or impossible.

**Key Words:** Photorefractive non linear optics, Two wave mixing, Adaptive sensors.

*A mi esposa amada, Gina, por su apoyo incondicional y a mi hijo Israelito,  
lo mejor que nos ha dado la vida durante mi doctorado.*

---

## AGRADECIMIENTOS

*Primeramente agradezco a Dios, porque a través de mis padres me dio la vida y así formar parte de una familia maravillosa en donde afortunadamente el estudio fue siempre una prioridad; a mis padres, por apoyarme siempre en mis decisiones y ser para mí un ejemplo de superación; asimismo agradezco a mis hermanos Angel, Olga, Francisco y Estefani, quienes también siempre me han brindado su apoyo.*

*Al Dr. Anatolii Khomenko, a quien admiro por ser una gran persona tanto académica como personalmente hablando, por tenerme la confianza y dirigir mi tesis doctoral brindándome siempre buenos consejos, tiempo y dedicación.*

*A los miembros del comité por mostrar su interés a este proyecto de investigación y por sus valiosas aportaciones a este trabajo, en particular al Dr. Roger Cudney y al Dr. Eugenio Méndez, por el equipo prestado para la realización de mis experimentos.*

*A Carlos Fuentes y Juan Tapia, compañeros de grupo y de doctorado con quienes y de quienes aprendí mucho sobre todo durante la preparación del examen de conocimientos básicos, en particular a Carlos quien me ayudo en la parte electrónica para obtener varios de los resultados experimentales más importantes de esta tesis.*

*A María Orozco, por su gran amistad, a Jesús Garduño, Victor Ruiz, Alexandro Ruiz, Javier Villegas, Rodolfo Cortés, Néstor Valles, Demetrio Macías, Ileana Márquez y Fernando Treviño, por su compañerismo y hacer de esta estancia en Ensenada algo placentero.*

*Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada por la formación académica que me ha otorgado.*

*Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por las becas tanto de maestría como de doctorado.*

# CONTENIDO

|   | Página |
|---|--------|
| I. INTRODUCCIÓN .....   | 1      |
| I.1 Objetivos .....   | 4      |
| I.2 Antecedentes .....  | 4      |
| I.3 Estructura de la tesis .....  | 8      |
| II. EL EFECTO FOTORREFRACTIVO.....  | 10     |
| II.1 Introducción .....   | 10     |
| II.2 Modelo de bandas .....   | 12     |
| II.2.1 Las ecuaciones de Kukhtarev .....  | 14     |
| II.3 Generación del campo eléctrico interno .....                                   | 15     |
| II.3.1 Campo interno debido al mecanismo de difusión .....                          | 18     |
| II.3.2 Campo interno debido al mecanismo de arrastre .....                          | 19     |
| II.3.3 Campo interno debido a un campo eléctrico externo de corriente alterna ..... | 19     |
| II.4 Modulación del índice de refracción .....                                      | 20     |
| II.4.1 Rejillas locales y no-locales .....  | 21     |
| II.5 Mezcla de dos ondas en CCF .....   | 21     |
| II.5.1 Teoría escalar del acoplamiento de dos ondas .....                           | 23     |
| II.6 Resumen del capítulo II.....   | 28     |

---

|  | Página |
|--|--------|
| III. ACOPLAMIENTO VECTORIAL DE DOS ONDAS .....                                       | 30     |
| III.1 Introducción .....   | 30     |
| III.2 Consideraciones electro-ópticas de los CCF .....                               | 31     |
| III.3 Ecuaciones vectoriales para el acoplamiento de dos ondas .....                 | 34     |
| III.4 Acoplamiento vectorial en cristales sin actividad óptica .....                 | 36     |
| III.4.1 Ecuaciones acopladas en términos de intensidad y fase .....                  | 39     |
| III.4.2 Solución analítica .....   | 41     |
| III.5 Acoplamiento vectorial de dos ondas en cristales con actividad<br>óptica ..... | 45     |
| III.5.1 Simulación numérica .....  | 45     |
| IV. AMPLIFICACIÓN BIDIRECCIONAL CON CAMPO ELÉCTRICO<br>DE CA .....                   | 50     |
| IV.1 Introducción .....  | 50     |
| IV.2 Formación de dos rejillas no-locales .....                                      | 51     |
| IV.3 Ecuaciones vectoriales acopladas para el caso de rejillas no-locales .....      | 52     |
| IV.4 Soluciones analíticas y simulación numérica .....                               | 55     |
| IV.4.1 Caso simétrico, $\Delta n_x = -\Delta n_y$ , sin actividad óptica .....       | 55     |
| IV.4.2 Caso simétrico, $\Delta n_x = -\Delta n_y$ , con actividad óptica .....       | 59     |
| IV.4.3 Caso asimétrico, $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ con $\Delta n_x = 0$ .....      | 61     |
| IV.5 Resultados experimentales y discusión .....                                     | 63     |
| IV.5.1 Experimento del acoplamiento vectorial dos ondas .....                        | 64     |

|  | Página |
|--|--------|
| IV.5.2 Mezcla de multiondas .....  | 66     |
| IV.6 Conclusiones del capítulo IV .....  | 70     |
| V. AMPLIFICACIÓN BIDIRECCIONAL CON CAMPO ELÉCTRICO<br>DE CD .....                            | 72     |
| V.1 Introducción .....   | 72     |
| V.2 Formación de dos rejillas locales .....  | 74     |
| V.3 Ecuaciones vectoriales acopladas para el caso de rejillas locales .....                  | 75     |
| V.4 Soluciones analíticas y simulación numérica .....  | 77     |
| V.4.1 Caso simétrico, $\Delta n_x = -\Delta n_y$ .....                                       | 78     |
| V.4.2 Caso asimétrico, $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ con $\Delta n_x = 0$ .....               | 82     |
| V.5 Resultados experimentales .....  | 83     |
| V.5.1 ¿Amplificador independiente de la polarización? .....                                  | 87     |
| V.6 Discusión .....  | 90     |
| V.7 Conclusiones del capítulo V .....  | 92     |
| VI. AMPLIFICACIÓN ISOTRÓPICA CON CAMPO ELÉCTRICO<br>ROTATORIO .....                          | 94     |
| VI.1 Introducción .....  | 94     |
| VI.2 Aplicación de un campo eléctrico rotatorio .....  | 96     |
| VI.2.1 Obtención de un campo eléctrico uniforme en un cristal<br>con cuatro electrodos ..... | 97     |
| VI.2.2 Metodología experimental para aplicar un CR .....                                     | 99     |

|   | Página |
|---|--------|
| VI.3 Experimento .....  | 101    |
| VI.3.1 Resultados experimentales.....   | 103    |
| VI.4 Simulación numérica .....  | 106    |
| VI.4.1 Resultados numéricos.....  | 106    |
| VI.5 Conclusiones .....   | 109    |
| VII. MODULACIÓN DE LA FOTOCORRIENTE CON PATRONES<br>DINÁMICOS DE INTENSIDAD ..... | 110    |
| VII.1 Introducción .....  | 110    |
| VII.2 El efecto Photo-EMF .....   | 112    |
| VII.3 Modelo teórico .....  | 115    |
| VII.4 Resultados experimentales.....  | 120    |
| VII.5 Discusión .....   | 125    |
| VII.6 Conclusiones del capítulo VII .....   | 127    |
| VIII. CONCLUSIONES .....  | 128    |
| LITERATURA CITADA.....  | 132    |

---

# Lista de Figuras

| Figura | Página  |
|--------|---|
| 1      | Modelo de bandas para el efecto fotorrefractivo. . . . . 12   |
| 2      | Formación de una rejilla de difracción en un medio fotorrefractivo, (a) Patrón de interferencia dentro del medio fotorrefractivo, (b) densidad de cargas, (c) campo eléctrico interno espacio-carga, y (d) rejilla de índice. . . . . 16  |
| 3      | Mezcla de dos ondas en cristales fotorrefractivos. . . . . 22   |
| 4      | Interferencia producida dentro de un medio fotorrefractivo durante la mezcla de dos ondas: a) <i>transferencia de fase</i> (Caso de rejillas locales); y b) <i>transferencia de energía</i> (caso de rejillas no-locales). . . . . 26   |
| 5      | Superficie de índices inicial (líneas segmentadas) y modificado por electro-óptica (líneas continuas). . . . . 31   |
| 6      | Formación de dos rejillas en un cristal cúbico para el caso en que la modulación de la birrefringencia es simétrica $\Delta n_x = -\Delta n_y$ . (a) Patrón de interferencia; (b) Rejilla correspondiente a los haces con polarización $x$ ; (c) Rejilla para los haces con polarización $y$ . El desfaseamiento entre ellas es $\Delta\phi = \pi$ . . . . . 33 |
| 7      | Diagrama de flujo para la simulación numérica del acoplamiento vectorial de dos ondas en CCF. En éste se incluye la actividad óptica así como los casos de rejillas locales (campo directo) y/o no-locales (campo alterno). Ver explicación en el texto. . . . . 46   |
| 8      | Formación de rejillas en un cristal cúbico con campo eléctrico de C. A. para una configuración simétrica. (a) Es el patrón de interferencia; (b) es la rejilla no-local correspondiente a la polarización $x$ ; y (c) es la rejilla no-local para la polarización $y$ . El desfaseamiento entre las rejillas es de $\pi$ radianes. . . . . 51                   |

| Figura | Página   |
|--------|--|
| 9      | Mezcla de dos ondas debido a una rejilla no-local para el caso en que $I_R(0) = I_S(0)$ . La constante de acoplamiento es real, $\Gamma = 10 \text{ cm}^{-1}$ . Ver explicación en el texto. .... 56   |
| 10     | Mezcla de dos ondas debido a una rejilla no-local para el caso en que la razón de los haces es $I_R/I_S = 10$ , con $\Gamma = 20 \text{ cm}^{-1}$ . Ver explicación en el texto. .... 57   |
| 11     | Mezcla de dos ondas en un cristal de BTO en configuración simétrica con campo eléctrico de C. A. La razón entre los haces es de $I_R/I_S = 10$ . Ver detalles en el texto. .... 60   |
| 12     | Mezcla de dos ondas en un cristal de CdTe en configuración asimétrica, $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ con campo eléctrico de C. A. La razón entre los haces es de $I_R/I_S = 10$ . Ver detalles en el texto. .... 62   |
| 13     | Arreglo experimental para obtener el patrón de interferencia dentro del cristal durante la mezcla de dos ondas con campo eléctrico externo. .... 65  |
| 14     | Imágenes del patrón de interferencia dentro del cristal fotorrefractivo. (a) Sin campo eléctrico externo y con luz circular en la entrada; (b) con campo de C. A. de $10 \text{ kV/cm}$ ; (c) con campo de C. A. y analizador a $45^\circ$ ; y (d) con campo de C. A. y analizador a $-45^\circ$ . .... 66 |
| 15     | Arreglo experimental para la mezcla de multiondas. .... 67   |
| 16     | Resultados experimentales de la mezcla múltiple de ondas. (a) Imagen sin campo eléctrico; (b) imagen con campo eléctrico de C. A. de $12.5 \text{ kV/cm}$ ; (c) imagen con analizador en $x$ ; y (d) imagen con analizador en $y$ . .... 68  |
| 17     | Esquema de la mezcla de dos ondas en cristales cúbicos sin actividad óptica sometido a un campo eléctrico de C. A. (caso de rejillas no-locales). .... 70  |
| 18     | Formación de rejillas con campo eléctrico de C. D. para una configuración simétrica. (a) Es el patrón de interferencia; (b) es la rejilla local correspondiente a la polarización $x$ ; y (c) es la rejilla local para la polarización $y$ . El desfase entre las rejillas es de $\pi$ radianes. .... 74   |

| Figura | Página  |
|--------|---|
| 19     | Mezcla de dos ondas debido a una rejilla local para el caso de una configuración simétrica. Sin actividad óptica figuras (a-d); con actividad óptica, $\rho = 6^\circ/mm$ , figuras (e-h). La razón de los haces es $I_R/I_S = 10$ . . . . . 79   |
| 20     | Mezcla de dos ondas en un cristal de CdTe con campo de C. D. aplicado para el caso de una configuración asimétrica, $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ . La razón entre los haces es $I_R/I_S = 10$ . . . . . 83  |
| 21     | Arreglo experimental para medir la ganancia de un haz, durante la mezcla de dos ondas, en un cristal fotorrefractivo con campo eléctrico ampliado. . . . . 85   |
| 22     | Factor de ganancia como función de la polarización de entrada. Los círculos y triángulos son los resultados experimentales con campo de C. D. y A. C., respectivamente. Las líneas corresponden a los resultados obtenidos con simulación numérica. . . . . 86  |
| 23     | Amplificador independiente de la polarización: (a) arreglo experimental propuesto; (b) resultados de la simulación numérica. Ver explicación en el texto. . . . . 88  |
| 24     | Esquema de la mezcla de dos ondas en cristales cúbicos sin actividad óptica sometido a un campo eléctrico de C. D. (caso de rejillas locales). . . . . 92   |
| 25     | Dirección del vector de la rejilla $\vec{K}_g$ con respecto al vector del campo eléctrico $\vec{E}_0$ : (a) paralela $\vec{K}_g \parallel \vec{E}_0$ ; y (b) no paralela $\vec{K}_g \not\parallel \vec{E}_0$ . En donde $\varphi$ es el ángulo entre los vectores $\vec{K}_g$ y $\vec{E}_0$ , respectivamente. . . . . 95 |
| 26     | Cristal fotorrefractivo con cuatro electrodos. . . . . 96   |
| 27     | Distribución del campo eléctrico en un cristal con cuatro electrodos: (a) campo eléctrico no uniforme debido a la influencia de los electrodos adyacentes; y (b) campo eléctrico uniforme. . . . . 98   |
| 28     | Esquema para aplicar un CR. (a) Funciones de alto voltaje; (b) dirección del campo eléctrico en cada cuarto del periodo $T$ ; (c) Campo eléctrico efectivo en cada par de electrodos. . . . . 99  |

| Figura | Página   |
|--------|--|
| 29     | Diagrama de flujo para la aplicación de un campo eléctrico rotatorio. . . . . 100  |
| 30     | Arreglo experimental para la mezcla de dos ondas con campo rotatorio. . . . . 102  |
| 31     | Intensidad transmitida del haz S para diferentes ángulos $\varphi$ del vector de la rejilla $\vec{K}_g$ en un cristal de BTO. Campo aplicado sólo en los electrodos horizontales y a un ángulo de $\varphi = 0^\circ$ : (a) polarización circular; y (c) polarización lineal a $45^\circ$ . Campo Rotatorio y polarización circular: (b) con un ángulo $\varphi = 0^\circ$ ; y (d) con un ángulo $\varphi = 90^\circ$ . . . . . 104  |
| 32     | Gráficas polares de la ganancia de un haz débil en la mezcla de dos ondas calculadas para un cristal de BTO (a) y CdTe (b), respectivamente. La curvas con el número 1 corresponden a la ganancia promediada sobre un periodo del CR; las curvas con el número 2 están promediadas sobre el ciclo negativo y positivo de los electrodos horizontales; y las curvas con el número 3 están promediadas sobre el ciclo negativo y positivo de los electrodos verticales, respectivamente. . . . . 107 |
| 33     | (a) Configuración para detectar el photo-EMF. (b) Patrón de intensidad en estado estacionario; campo eléctrico espacio-carga $\langle E_{sc}(x) \rangle$ debido a difusión; e intensidad con amplitud de oscilación de $\pm\Lambda/4$ . . . . . 112  |
| 34     | Dependencia de la señal photo-EMF en función de la amplitud de oscilación (a) y el campo eléctrico (b) . . . . . 114   |
| 35     | Principio de operación del TFP. . . . . 116  |
| 36     | Modelo de la <i>MFPD</i> . . . . . 118   |
| 37     | Arreglo experimental para observar el efecto de la <i>MFPD</i> . . . . . 121   |
| 38     | Obtención experimental de la <i>MFPD</i> : (a) señal photo-EMF sin campo eléctrico aplicado; (b) traslape de la señal photo-EMF y la <i>MFPD</i> con campo eléctrico $E_0 = 6 \text{ kV/cm}$ ; y (c) señal de la <i>MFPD</i> , con campo eléctrico $E_0 = 6 \text{ kV/cm}$ e iluminación auxiliar. . . . . 122   |

| Figura | Página  |
|--------|---|
| 39     | Señales de la <i>MFPD</i> y el photo-EMF como función del campo eléctrico externo $E_0$ para diferentes amplitudes de vibración, $\Delta$ : (a) patrón senoidal en un cristal de BTO con $\Delta = 1 \mu m$ ; (b) patrón de motas en un cristal de ZnSe con $\Delta = 5 \mu m$ , en las curvas 1 y 2, y $\Delta = 85 \mu m$ en la curva 3, respectivamente. (c) Detección transversal de la <i>MFPD</i> . . . . . 123 |
| 40     | Señales photo-EMF (1) y <i>MFPD</i> (2) como función de la frecuencia de oscilación en un cristal de ZnSe. . . . . 126  |

# Lista de Tablas

| Tabla   | Página |
|---|--------|
| I    Modulación del índice de refracción para cada modo de polarización en diferentes configuraciones experimentales utilizadas para la mezcla de dos ondas con CCF ..... | 32     |

---

# Capítulo I

## Introducción

La óptica es un tema que involucra la generación, propagación y detección de la luz. La invención del láser (hace ya más de cuarenta años), la fabricación de nuevos materiales y la introducción de dispositivos ópticos semiconductores, han sido responsables de un continuo avance en este tema y han cobrado gran importancia en la tecnología moderna. Como resultado de este desarrollo han surgido nuevas disciplinas dentro de la óptica como lo son, entre otras: la opto-electrónica, la óptica cuántica y la óptica no lineal; esta última, en particular, es un campo que ha cobrado mucha importancia desde la invención del láser proveyéndonos una comprensión fundamental de la naturaleza de la luz así como de aplicaciones potenciales. De estas nuevas disciplinas de la óptica moderna, a su vez, han emergido varios temas; tal es el caso del *efecto fotorrefractivo* el cual cae dentro de la óptica no lineal y, más aún, es el tema central de esta tesis. Pero, ¿qué es, en pocas palabras, la óptica no lineal y para qué sirve?

La óptica no lineal es el estudio de fenómenos que ocurren como consecuencia de modificar las propiedades ópticas de un medio con la luz. El término *no lineal* es en el sentido de que la respuesta del medio no es lineal a la amplitud del campo óptico inicial. Dichos fenómenos han servido, precisamente, para generar, amplificar y detectar, la luz; asimismo, han dado herramientas necesarias para controlar su intensidad, su polarización, su fase, su dirección de propagación e incluso su frecuencia (o longitud de onda), lo que ha llevado al desarrollo de nuevos láseres y dispositivos ópticos abriéndose así un amplio campo de acción para aplicaciones ópticas.

La propiedad que relaciona a cualquier medio físico con la luz es el índice de refracción, comúnmente denotado con la letra  $n$ ; éste es un parámetro que nos dice cuál es la razón entre la velocidad de la luz en el vacío y la velocidad de la luz dentro del medio,  $n = c/v$ ; donde  $c$  y  $v$  son las velocidades de la luz en el vacío y dentro del medio, respectivamente. En otras palabras, la luz se propaga a diferentes velocidades

---

en materiales distintos. El índice de refracción depende, en general, del arreglo de átomos y de la distribución de los electrones dentro de un medio. Cuando este medio es iluminado, los electrones vibran (debido al campo eléctrico del haz de luz) radiando y generando otro campo el cual es proporcional al campo incidente, esto da como resultado un corrimiento en la fase de la luz transmitida. Si la intensidad de la luz incidente es muy pequeña, de tal manera que su campo eléctrico es mucho menor en comparación al campo interatómico, entonces el corrimiento de fase es independiente de la intensidad. Dicho de otra manera, el índice de refracción es independiente de la intensidad del haz de luz. Este es el régimen de la *óptica lineal*, en donde la reflexión y la refracción (en una interfase entre dos medios) así como la propagación (en un medio) no dependen de la intensidad de la luz. Por otro lado, cuando la intensidad de la luz se compara con el campo eléctrico interatómico, la distribución de los electrones dentro del medio puede ser modificada por la radiación produciendo diferentes cambios en el índice de refracción. Por lo que, ahora sí, la reflexión y la refracción en la interfaz de un medio, al igual que la propagación dentro de éste, dependerán de la intensidad del campo incidente. Éste es el régimen de la *óptica no lineal*.

Ahora bien, si el índice de refracción puede ser controlado mediante la iluminación de un haz de luz, entonces se puede manipular la propagación de un haz de luz mediante otro haz de luz. Esto es, en esencia, lo que ha implicado una gran variedad de propuestas para nuevas innovaciones tecnológicas basadas en “el control de la luz por la luz”.

Por otro lado, un medio fotorrefractivo exhibe, como se verá en el capítulo II, un comportamiento fotoconductor y electro-óptico, además, posee la habilidad para detectar y almacenar patrones espaciales no homogéneos de intensidad óptica en la forma de distribuciones espaciales no homogéneas del índice de refracción. Esta no uniformidad espacial es la característica clave que distingue al efecto fotorrefractivo de otros efectos no lineales que ocurren bajo intensidades espacialmente uniformes [Shen, 1984]. En otras palabras, en el efecto fotorrefractivo los cambios en el índice de refracción se llevan a cabo por la no uniformidad espacial de la intensidad y no por la intensidad misma. Esta distinción sutil entre efectos no lineales que responden

---

a la intensidad y el efecto fotorrefractivo que responde a una modulación espacial de intensidad, tiene consecuencias importantes para posibles aplicaciones ópticas en las que se requieran bajos niveles de luz, como la computación óptica por citar un ejemplo [Yeh, 1989]. Esto es, la ventaja principal del efecto fotorrefractivo es que se desempeña a intensidades muy bajas, en cambio, otros efectos no lineales requieren irradiancias muy grandes para generar un cambio significativo en el índice de refracción. ¿A qué se refiere uno con intensidades muy bajas y muy grandes? Bueno, pues mientras que los otros efectos no lineales o intensidades del orden de  $kW/cm^2$ , si no es que más, el efecto fotorrefractivo puede causar cambios en el índice de refracción con intensidades de sólo  $mW/cm^2$ , e incluso,  $\mu W/cm^2$ ; pero, como todo en la vida, existe un precio, el precio que se paga por esta luz ultra baja es el tiempo de respuesta lento en estos medios. No obstante, existen diferentes tipos de cristales fotorrefractivos por lo que se tiene un rango considerable de velocidades de operación abarcando tiempos de respuesta desde nanosegundos y picosegundos [Valley *et al.*, 1986] hasta horas, e incluso, días. Los más rápidos, son adecuados para el procesado óptico de información en tiempo real, mientras que los lentos son útiles en aplicaciones de memoria holográfica [Günter y Huignar, 1989, Petrov *et al.*, 1991].

Pero, entonces, ¿qué se puede decir con respecto a las aplicaciones reales con cristales fotorrefractivos? Han existido, hasta hoy en día, múltiples propuestas originales para su aplicación en: *sistemas de memoria óptica*, como lo son la lectura/escritura de memoria holográfica y la memoria asociativa; *sistemas de procesamiento óptico de información*, tales como el análisis de correlación, enfatizado de bordes en imágenes, filtros, elementos lógicos digitales y redes neuronales; *sistemas de comunicaciones ópticas*, esto es, deflectores e interconexiones ópticas; *sistemas de metrología* como sistemas interferométricos holográficos y fotodetectores adaptativos; etc. Sin embargo, cabe mencionar que, aunque son varias las aplicaciones propuestas, aún no existen muchos dispositivos comerciales basados en estas aplicaciones. De hecho, sólo en el área de la interferometría existe ya un sistema adaptativo de detección para captar ondas de ultrasonido [Klein *et al.*, 1999, Lahiri *et al.*, 1999], generadas

dentro de estructuras metálicas mediante un láser pulsado de alta potencia, lo cual tiene aplicaciones prácticas en la industria [Klein y Bacher, 1998, Stepanov, 2001]. No obstante, no debemos subestimar las contribuciones que el efecto fotorrefractivo ha dado (y sigue dando, afortunadamente) a la óptica moderna, por ejemplo, en la óptica de estado sólido, holografía dinámica y procesado óptico de información, los cuales han resultado, directa o indirectamente, de investigaciones relacionadas con este tema. Aunado a esto, los cristales fotorrefractivos se han ido popularizando en muchos laboratorios de investigación básica, ya que son medios ideales para una realización experimental de ideas medulares para la óptica moderna, siendo ésta, hoy en día, la principal aplicación real de este tipo de materiales. Tal es nuestro caso, en donde se estudiará un tipo específico de cristales fotorrefractivos como medios para amplificar la luz y detectar vibraciones de medios rugosos vía el esparcimiento de la luz.

## I.1 Objetivos

Básicamente se tienen dos objetivos principales; esto es, en este trabajo de tesis se estudiará a los *Cristales Cúbicos Fotorrefractivos* (CCF) como un medio para:

- *La amplificación de la luz*, mediante un estudio vectorial del acoplamiento de dos ondas bajo la influencia de diferentes campos eléctricos.
- *La detección de vibraciones* de medios rugosos vía el esparcimiento de la luz.

## I.2 Antecedentes

Es bien sabido que la no linealidad obtenida con el efecto fotorrefractivo puede ser de carácter local o no-local, ambas dependen, como se verá en el capítulo II, de la modulación espacial de la intensidad de la luz. Esto es, en los efectos locales el cambio del índice de refracción depende linealmente de esta distribución no uniforme de la intensidad de la luz, como en el caso del efecto Kerr [Shen, 1984], pero en efectos

no-locales el cambio depende del gradiente dicha modulación espacial en la intensidad óptica [Nolte, 1995]. Esta es una diferencia importante que resulta en manifestaciones muy diferentes en experimentos ópticos con cristales fotorrefractivos. Por ejemplo, se tiene como una regla común en la literatura de la óptica, el hecho de que los efectos no-locales pueden tener aplicaciones importantes como lo son la amplificación de ondas ópticas en medios no lineales, mientras que los efectos locales no se pueden aplicar para ese propósito [Boyd, 1992, Yariv y Yeh, 1983]. En este caso, los efectos no-locales permiten la amplificación de un haz de intensidad débil a expensas de otro haz (de la misma longitud de onda) más intenso. A este fenómeno se le llama mezcla o acoplamiento de dos ondas [Günter y Huignar, 1989, Yeh, 1993].

El proceso de la mezcla de dos ondas en cristales fotorrefractivos con una respuesta no-local es bien conocida en la literatura común de este tema, pero sólo bajo una teoría escalar de la misma [Günter y Huignar, 1989, Petrov *et al.*, 1991, Yeh, 1993, Nolte, 1995]. En ella se consideran dos haces los cuales inciden, al medio fotorrefractivo, formando entre ellos un ángulo muy pequeño y, además, ambos haces tienen una polarización lineal, ya sea perpendicular o paralela al plano de incidencia. En dicha teoría escalar se llega a la conclusión de que la dirección del flujo de energía entre los haces (transferencia de energía) es sólo en una dirección, la cual coincide con la dirección del desplazamiento entre la rejilla de índice, formada por el efecto fotorrefractivo, y el patrón de interferencia. Se concluye también que el haz débil adquiere energía del haz fuerte el cual decae exponencialmente. Para el caso en que no se considera la absorción del medio, la interacción entre las ondas cesa cuando la intensidad del haz fuerte se agota (se consume por completo), transfiriendo así toda su energía al haz débil.

Para un estudio simple de este acoplamiento comúnmente se realizan ciertas aproximaciones tales como el considerar una rejilla uniforme a lo largo del cristal, la cual es válida sólo cuando la amplificación del haz débil no es muy intensa y se desprecia un agotamiento del haz fuerte. Otra aproximación frecuente, utilizada durante muchos años, es despreciar el carácter vectorial de la mezcla de dos ondas ya que realizar una descripción completa de la mezcla de dos ondas en cristales fotorrefractivos es realmente

complicada, sobre todo para el caso de CCF de la familia de los silenitas ( $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{SO}_{20}$ ,  $\text{Bi}_{12}\text{GO}_{20}$ ) los cuales son ópticamente isotrópicos; pero cristalográficamente hablando, tienen simetría puntual 23, por lo que presentan actividad óptica; y además, se induce en ellos una birrefringencia mediante cualquier campo eléctrico aplicado dado a que son electro-ópticos, lo cual significa un cambio en la elipsoide de índice de refracción del medio [Petrov *et al.*, 1991, Yeh, 1993, Yariv y Yeh, 1983]. Entonces, si se quiere analizar de una forma general la mezcla de dos ondas no nos debemos olvidar del carácter vectorial de las ondas involucradas.

La naturaleza vectorial de la interacción de la luz en materiales ópticos fue reconocida desde los primeros años de estudio en fenómenos no lineales. Un ejemplo clásico “no lineal-vectorial” es la rotación de la elipse de la polarización en un medio isotrópico con no linealidad tipo Kerr [Boyd, 1992]. La importancia de la naturaleza vectorial del efecto fotorrefractivo se reconoció también muchos años atrás [Stepanov *et al.*, 1976, Petrov *et al.*, 1979], principalmente en estudios con cristales ferroeléctricos fotorrefractivos los cuales poseen una fuerte birrefringencia natural. En años recientes, esta investigación vectorial nuevamente ha atraído mucho la atención en la comunidad científica como un método poderoso para el análisis de nuevos fenómenos fotorrefractivos y, en nuestra opinión, el progreso principal en estas investigaciones se ha logrado con los CCF de la familia de los silenita. Esto puede ser atribuido, por un lado, a que hoy en día son los más prometedores dado a su corto tiempo de respuesta, su no linealidad fotorrefractiva relativamente fuerte (mediante campos eléctricos de alta intensidad) y su sensibilidad a un amplio intervalo de longitudes de onda, el cual incluye el infrarrojo cercano; por otro lado, quizás se debe al perfeccionamiento logrado estos últimos años en la fabricación de muestras cristalinas largas con muy alta calidad óptica.

Dentro de esos nuevos fenómenos relacionados con la naturaleza vectorial del efecto fotorrefractivo podemos decir que, en esta última década, se han publicado un gran número de artículos dedicados particularmente al estudio de la mezcla de dos ondas vectorial (“Vectorial TWM”) en CCF. Algunos resultados de este análisis vectorial han demostrado la existencia de nuevos efectos asociados con el grado

de libertad en la polarización de entrada de los haces, entre los cuales están la generación de grandes pulsos en la ganancia del haz débil, relacionados al cambio en la polaridad (un “switcheo”) de un campo eléctrico de C. A. [Shamonina *et al.*, 1998c]; un intercambio periódico de la energía durante la propagación de los haces [Hu *et al.*, 1999]; y, más recientemente, se mostró tanto experimental como numéricamente una transferencia no unidireccional de energía en CCF con no linealidad tipo no-local [Krasnoperov *et al.*, 1999, Litvinov *et al.*, 2000] y, un poco más tarde, con no linealidad local [Litvinov, 2001]. En estos últimos tres trabajos se deja entrever que la transferencia bidireccional es posible sólo en cristales cúbicos que presentan actividad óptica, siendo esta última un factor decisivo para dicho flujo no unidireccional. No obstante, en los capítulos IV y V de este escrito, se demostrará que esta transferencia no unidireccional, mejor dicho, dicha *transferencia bidireccional de energía* (como se le llamará aquí) puede existir en cristales con y sin actividad óptica, y, más aun, para ambos tipos de no linealidades fotorrefractivas [Rocha-Mendoza *et al.*, 2002, Rocha-Mendoza y Khomenko, 2002].

Aunque se han hecho muchos esfuerzos para analizar el acoplamiento vectorial de dos ondas, parece ser que una descripción completa del proceso (como en el caso escalar) todavía no existe. En la presente tesis intentamos contribuir con estos esfuerzos analizando el acoplamiento vectorial en CCF para ambos tipos de no linealidad, local y no-local, considerando incluso cristales con actividad óptica. Se verá que, como resultado de este análisis, es posible hacer una explicación más general del acoplamiento vectorial. Para esto nos apoyaremos en expresiones y soluciones analíticas, obtenidas por primera vez en este escrito, así como con resultados de simulaciones numéricas. Además, se obtienen nuevos efectos los cuales se fundamentan con nuestro análisis vectorial y, mejor aun, se comprueban experimentalmente.

Por otro lado, en esta época existe una creación continua de nuevos materiales compuestos con el fin de utilizarlos, como elementos vitales, en sistemas e instrumentos modernos que van desde un simple juguete hasta componentes de un avión [Smith, 1993]. De aquí que se ha creado la enorme necesidad de una evaluación remota

no destructiva de las propiedades mecánicas de dichos materiales. Dentro de estas evaluaciones cae la detección óptica de desplazamientos extremadamente pequeños (ocasionados por ondas de ultrasonido, vibraciones mecánicas, etc.), lo cual es útil para una estimación de la calidad interna del material (como lo son fracturas, resonancias, etc.). Este tema, la detección óptica de desplazamientos pequeños, también ha sido extensamente estudiado en cristales fotorrefractivos durante esta última década. Para ello se han implementado distintos sistemas de detección adaptativa basadas en el efecto fotorrefractivo [Korneev y Stepanov, 1992, Klein y Bacher, 1998, Pouet *et al.*, 1999, Fuentes-Hernández y Khomenko, 1999, Stepanov, 2001, Kamshilin *et al.*, 2002]. En esta tesis también intentamos contribuir en este tema proponiendo un nuevo sistema de detección para la detección de vibraciones vía un patrón de luz (senoidal o de motas) incidiendo en los CCF.

### **I.3 Estructura de la tesis**

Esta tesis comprende de ocho capítulos en donde el primero y el último corresponden, respectivamente, a la introducción y conclusiones generales de la misma. En el capítulo II se hace una breve introducción del efecto fotorrefractivo el cual es indispensable sobre todo para aquellos que no están familiarizados con este tema; por otro lado, si se tiene un conocimiento previo al efecto fotorrefractivo se recomienda leer el resumen de este capítulo ya que allí se hace énfasis en los conceptos necesarios para una comprensión más amena de los capítulos siguientes, en los cuales comienza la parte original de nuestro trabajo. Los capítulos correspondientes del III al VI abordan el tema correspondiente al primer objetivo de la tesis; esto es, el de la amplificación de la luz por medio del acoplamiento vectorial de dos ondas. Más específicamente, en el tercer capítulo se establece una teoría general para la mezcla de dos ondas mediante ecuaciones vectoriales y soluciones analíticas así como la descripción de la simulación numérica (por lo que este capítulo sirve como una base teórica para los dos siguientes); el cuarto capítulo aborda el tema del acoplamiento bidireccional con un campo eléctrico

---

de C. A. (rejillas no-locales) mientras que el quinto toca el acoplamiento bidireccional con un campo eléctrico de C. D. (rejillas locales); y finalmente, en el capítulo VI se toca el tema de una amplificación isotrópica de la luz mediante un campo eléctrico rotatorio. Por otro lado, en el VII se aborda el segundo objetivo, el de la detección de vibraciones mediante patrones dinámicos de intensidad, donde se verá un nuevo efecto que sirve para estos fines. En cada uno de los capítulos se elabora una pequeña introducción alusiva al tema correspondiente y, además, se realiza una sección para expresar las conclusiones más relevantes sólo en aquellos capítulos en los que se consideró necesario.

# Capítulo II

## El efecto fotorrefractivo

### II.1 Introducción

El efecto fotorrefractivo es un *fenómeno no lineal en el cual el índice de refracción de un medio cambia debido a la luz*. Aunque existen diferentes efectos que caen dentro esta definición (el efecto Kerr, efectos térmicos no lineales, entre otros) [Sutherland, 1996], lo que distingue al efecto fotorrefractivo de ellos es que el cambio en el índice de refracción que se produce no depende de la magnitud en la intensidad de la luz; más bien, se debe a una distribución no uniforme de ésta. En otras palabras, el cambio en el índice de refracción se debe a la modulación espacial del patrón de intensidad. Ahora bien, para que un medio sea fotorrefractivo éste debe presentar las siguientes propiedades [Nolte, 1995]:

- **Ser fotoconductor**, para que en las zonas iluminadas exista una fotogeneración de cargas (negativas o positiva, dependiendo del tipo de impurezas), seguida por una redistribución de las mismas “atrapándose” finalmente en las zonas oscuras. De esta manera habrá una concentración de carga positiva donde hay luz y negativa donde no la hay, creándose así una distribución inhomogénea del campo eléctrico dentro del medio, el llamado *campo eléctrico espacio-carga*.
- **Tener defectos o impurezas**, esenciales para producir niveles de energía (donadoras y aceptoras) dentro de la banda prohibida del material en los cuales exista tanto generación como atrapamiento de portadores de carga y, con esto, la concentración de carga que se menciona arriba.
- **Ser electro-óptico**, para que mediante el campo eléctrico previamente

formado en el interior del cristal se produzca un cambio en el índice de refracción siguiendo la forma del primero; en otras palabras, se genera un índice de refracción modulado en espacio.

- **Ser aislante o semiconductor semi-aislante**, de otro modo un exceso de electrones apantallarían el campo eléctrico espacio-carga.

Los cristales fotorrefractivos han sido considerados como medios promisorios para realizar holografía dinámica. A la modulación en el índice de refracción producido en el medio se le conoce como hologramas de fase [Stepanov, 1994]; o bien, para el caso en que el índice de refracción varíe senoidalmente, se le llama “rejilla de fase”. Además, estos hologramas son dinámicos; esto es, no se necesitan procedimientos técnicos (como revelado y fijado en placas fotográficas) para observar el patrón grabado. Otra de las propiedades fascinantes de los cristales fotorrefractivos es su habilidad para transferir energía, de un haz de luz a otro, durante el grabado holográfico. Este fenómeno se basa en un proceso de autodifracción de la luz, en el cual los haces involucrados se difractan debido a la rejilla de fase que ambos formaron, previamente, dentro del cristal. A este proceso también se le conoce como *mezcla de dos ondas* o *acoplamiento de dos ondas* en cristales fotorrefractivos.

En la presente tesis se estudia la amplificación de la luz por medio del acoplamiento vectorial entre dos ondas en un CCF; además, se estudia también la detección de vibración de superficies rugosas utilizando a estos cristales como medio sensor, los cuales, como se verá aquí, son sensibles al movimiento de la luz esparcida del objeto en cuestión. Para abordar estos temas es necesario tener un conocimiento previo del efecto fotorrefractivo por lo que el objetivo de este capítulo es dar una breve introducción de este efecto explicando el modelo que lo rige; la formación del campo eléctrico dentro del cristal; cómo se produce la modulación en el índice de refracción; el caso escalar de la mezcla de dos ondas; y finalmente, se hace un resumen del capítulo para hacer énfasis en los conceptos que serán de gran utilidad para facilitar la comprensión de los capítulos siguientes.

## II.2 Modelo de bandas

Existen varios modelos para describir las propiedades básicas del efecto fotorefractivo [Nolte, 1995], éstos pueden ser modelos de *un defecto y una banda de energía*, en donde sólo interviene un tipo de portador, usualmente electrones y la banda de conducción; *un defecto y dos bandas de energía* (o modelo de Kukhtarev), donde existe una competencia entre electrones y huecos durante la generación del espacio-carga e intervienen ambas bandas, de conducción y de valencia; y finalmente, *dos defectos y dos bandas de energía*, donde existen niveles intermedios entre los niveles donadores (o aceptores) y la banda de conducción (o de valencia). De estos modelos, quizás, el más reconocido ha sido el segundo, el modelo de Khukhtarev, el cual fue desarrollado para explicar el efecto fotorrefractivo en cristales ferroeléctricos [Kukhtarev, 1976, Kukhtarev *et al.*, 1979]. En este trabajo de tesis se utilizan cristales cúbicos fotorrefractivos, principalmente de BTO, por lo que el modelo que más se ajusta a ellos es el primero [Stepanov, 1994].

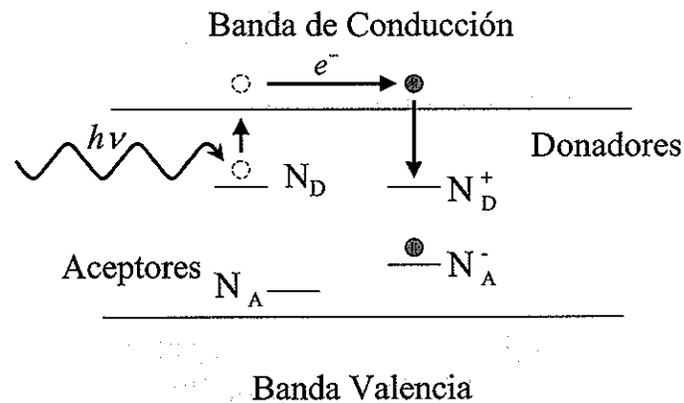


Figura 1. Modelo de bandas para el efecto fotorrefractivo.

No obstante, utilizaremos la figura 1 para explicar las propiedades del efecto fotorrefractivo; esto es, una estructura de dos bandas de energía donde interviene un solo tipo de portadores de carga, los electrones, los cuales pueden moverse libremente

en la banda de conducción. Por otro lado, se consideran ambos tipos de impurezas, donadoras y aceptoras, cuyas densidades totales son  $N_D$  y  $N_A$ , respectivamente, con  $N_D \gg N_A$ . Éstas no son más que átomos de impurezas en estado estable o defectos en la red cristalina los cuales producen niveles (o estados) de energía entre la banda de conducción y de valencia. Para el caso de cristales de la familia de los silenitas (BTO, BSO y BGO) estos defectos comúnmente se relacionan con la ausencia de átomos de oxígeno.

Sea  $N_D^+$  la densidad de impurezas donadoras ionizadas antes de la iluminar el cristal, las cuales cedieron su electrón de valencia a una impureza aceptora (ver  $N_A^-$  en la figura), mediante una transición, o bien, el electrón subió a la banda de conducción por alguna excitación térmica. Entonces existirán inicialmente  $(N_D - N_D^+)$  impurezas donadoras listas para ser excitadas por algún fotón y, por otro lado, hay  $N_D^+$  “espacios libres” listos para atrapar electrones que estén moviéndose libremente en la banda de conducción. Cuando un fotón excita a uno de estas impurezas donadoras en estado estable,  $(N_D - N_D^+)$ , deja a su vez otro estado de energía libre  $N_D^+$ , proceso que se conoce como fotogeneración dado que se está “generando” un nuevo electrón en la banda de conducción. Ya en la banda de conducción, los electrones se mueven libremente debido a un mecanismo de difusión y/o a un mecanismo de arrastre (este último producido por un campo eléctrico aplicado externamente al cristal) hasta ser atrapados por algún estado vacío  $N_D^+$ . Una vez atrapado, el electrón puede volver a ser excitado a la banda de conducción y ocupar otro estado libre  $N_D^+$ , y así sucesivamente. De esta manera los electrones son transportados desde regiones iluminadas a regiones oscuras, concentrando así la mayor densidad de cargas negativas donde no hay luz dejando atrás una concentración de cargas positivas donde sí la hay. Esta redistribución de cargas provoca un campo eléctrico, espacialmente inhomogéneo, dentro del cristal el cual se conoce como “campo eléctrico interno” o “campo espacio carga”,  $E_{SC}$ . Éste, a su vez, modulará al índice de refracción vía el efecto electro-óptico como se verá más adelante.

### II.2.1 Las ecuaciones de Kukhtarev

La respuesta de un cristal fotorrefractivo a un patrón de intensidad puede ser descrita mediante un conjunto de ecuaciones materiales no lineales, presentadas a continuación, las cuales consideran un solo tipo de portadores de carga y un solo nivel de impurezas.

La ecuación

$$\frac{\partial N_D^+}{\partial t} = (sI + \beta_T)(N_D - N_D^+) - \gamma_R n_e N_D^+, \quad (1)$$

es la razón de ionización; esto es, el número de átomos donadores ionizados por unidad de tiempo. El primer término del lado derecho es la razón de generación de electrones, la cual es directamente proporcional al producto de la intensidad  $I$  por el número de impurezas donadores  $(N_D - N_D^+)$  capaces de ceder un electrón a la banda de conducción, donde  $s$  es la sección transversal de foto-excitación y  $\beta_T$  es la razón de excitación térmica; por otro lado, el segundo término es la razón de atrapamiento, donde  $n_e$  es la densidad de electrones en la banda de conducción,  $\gamma_R$  el coeficiente de recombinación de electrones desde la banda de conducción hacia los donadores ionizados y  $t$  es el tiempo.

La ecuación

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} = \frac{\partial N_D^+}{\partial t} + \frac{1}{e}(\nabla \cdot \vec{J}), \quad (2)$$

es la ecuación de continuidad para los electrones libres, donde  $e$  es la carga del electrón y  $\vec{J}$  es la densidad de corriente total.

El transporte de carga en forma de densidad de corriente nos lo da la ecuación

$$\vec{J} = e\mu n_e \vec{E} - k_B T \mu \nabla n_e, \quad (3)$$

donde el primer término del lado derecho representa el mecanismo de arrastre de los electrones mientras que el segundo término representa el mecanismo de difusión de los mismos; aquí  $\vec{E}$  es el campo eléctrico,  $\mu$  es la movilidad de los electrones en la banda de conducción,  $k_B$  es la constante de Boltzman y  $T$  la temperatura absoluta en grados Kelvin.

Finalmente,

$$\varepsilon_0 \nabla \cdot (\hat{\varepsilon} \vec{E}) = e(N_D^+ - N_A - n_e) = \vec{\rho}, \quad (4)$$

es la fórmula diferencial de la ley de Gauss [Reitz y Milford, 1981] (malamente nombrada en la literatura de fotorrefractivos como ecuación de Poisson), donde  $\vec{\rho}$  es la densidad total de carga, mientras que  $\varepsilon_0$  es la permitividad del vacío y  $\hat{\varepsilon}$  es el tensor dieléctrico.

Al conjunto de estas cuatro ecuaciones se le llama “ecuaciones de Kukhtarev” ya que describen matemáticamente su modelo explicado previamente al inicio de la sección anterior.

### II.3 Generación del campo eléctrico interno

Para explicar la formación del campo eléctrico espacio-carga consideremos la interferencia dentro de un cristal fotorrefractivo producida por dos haces planos de luz coherente, a uno de las cuales llamaremos haz señal **S** y al otro haz de referencia **R**. En este caso ambos haces presentan el mismo estado polarización lineal, la cual es perpendicular al plano de incidencia. Entonces, el campo eléctrico total de estos dos haces dentro del cristal está dado por:

$$E_{Total} = S e^{i\vec{k}_S \cdot \vec{r}} + R e^{i\vec{k}_R \cdot \vec{r}}, \quad (5)$$

donde  $S$  y  $R$  son las amplitudes complejas de los haces **S** y **R** respectivamente y,  $\vec{k}_{S,R}$  son sus vectores de onda. Entonces la distribución espacial del patrón de interferencia (ver figura 2-a) es

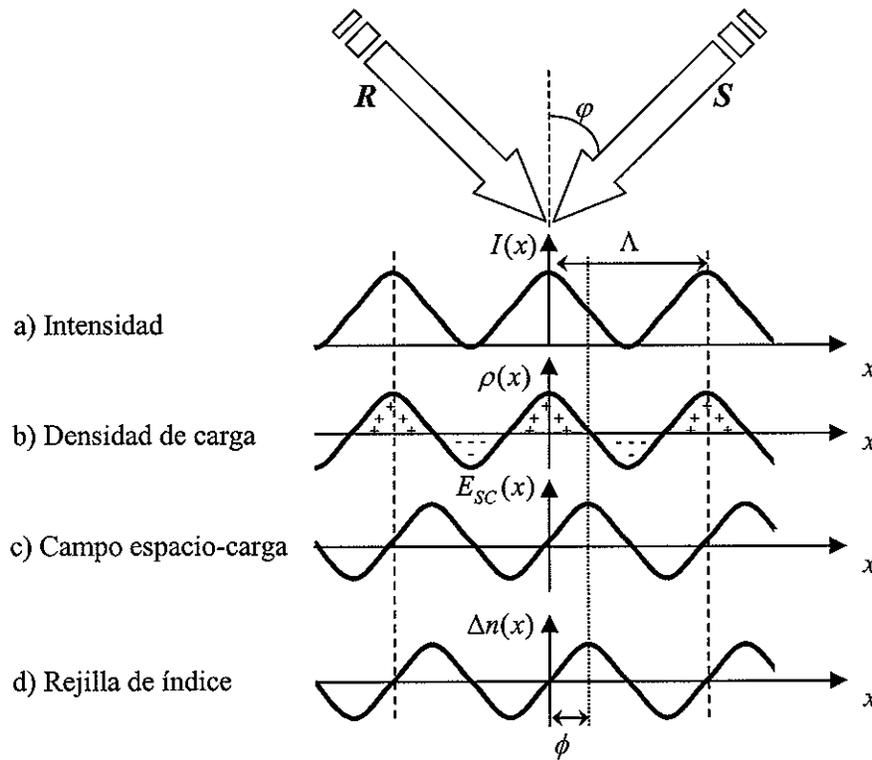
$$I(x) = I_0 \left[ 1 + \frac{m}{2} e^{i\vec{K} \cdot \vec{r}} + \frac{m^*}{2} e^{-i\vec{K} \cdot \vec{r}} \right] = I_0 [1 + |m| \cos(Kx)], \quad (6)$$

donde  $\vec{K} = \vec{k}_S - \vec{k}_R$  es el vector de onda con  $K = |\vec{K}| = 2\pi/\Lambda$ , siendo  $\Lambda$  el periodo espacial del patrón de interferencia;  $I_0 = |S|^2 + |R|^2$  es la intensidad promedio; y  $m$  es

la profundidad de modulación compleja definida como

$$m = 2 \frac{SR^*}{I_0}, \quad (7)$$

también conocida como “contraste complejo”. Por otro lado,  $|m|$  es el contraste real del cual nos referiremos simplemente como el contraste y que viene siendo la modulación de la intensidad, según la ecuación (6).



**Figura 2.** Formación de una rejilla de difracción en un medio fotorrefractivo, (a) Patrón de interferencia dentro del medio fotorrefractivo, (b) densidad de cargas, (c) campo eléctrico interno espacio-carga, y (d) rejilla de índice.

Cuando el medio fotorrefractivo es expuesto a un patrón de intensidad similar al de la ecuación (6) (el cual se muestra en la figura 2-a), en las regiones iluminadas los electrones son excitados desde los niveles de impurezas donadoras hacia la banda de conducción; después, mediante un mecanismo de difusión, se redistribuyen a lo largo

del medio siendo atrapados por átomos donadores ionizados (conocidos como trampas) preferentemente en las zonas oscuras en donde no existe excitación. En otras palabras, existe una concentración de carga negativa en las zonas oscuras y de carga positiva en las zonas iluminadas, provocando así una densidad de carga como se muestra en la figura 2-b.

De acuerdo a la ecuación de Gauss (4), esta redistribución de cargas causará un campo eléctrico dentro del cristal, el campo eléctrico espacio-carga  $\vec{E}_{SC}(x)$ , el cual puede tener un desfase  $\phi$  con respecto al patrón de interferencia (ver figura 2-c). Dicho desfase dependerá, como veremos más adelante, del mecanismo con el que se redistribuyen las cargas.

El campo eléctrico total dentro del cristal puede expresarse en general como la suma de dos campos eléctricos: un campo eléctrico externo  $\vec{E}_0$  (en caso de existir) más un campo que oscila espacialmente  $\vec{E}_{SC}$ ; es decir,

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \vec{E}_{SC}(x) = E_0\hat{u} + (E_{SC}e^{iKx} + E_{SC}^*e^{-iKx})\hat{x}, \quad (8)$$

donde  $\hat{u} = \vec{K}/K$  es la dirección del campo eléctrico externo, que para simplificar la vida en este caso será la misma que la dirección del campo eléctrico espacio carga  $\hat{u} = \hat{x}$ ;  $E_{SC}$  es la amplitud compleja de la modulación del campo eléctrico espacio-carga.

Para el cálculo de la amplitud  $E_{SC}$  se utilizan las ecuaciones de Kukhtarev y, para simplificar los cálculos, se utilizan algunas aproximaciones tales como la aproximación de contraste bajo; es decir,  $|m| \ll 1$ , la cual permite analizar solamente las amplitudes complejas del primer armónico de todos los parámetros involucrados (densidad de carga  $\rho$ , densidad de electrones  $n_e$ , densidad de corriente  $J$ , etc.) ya que también son periódicos como en la ecuación (8). Dado que la solución a estas ecuaciones para el cálculo de  $E_{SC}$  ya ha sido reportada en la literatura [Petrov *et al.*, 1991, Yeh, 1993, Stepanov y Petrov, 1985, Sturman *et al.*, 1999] y no es nuestro objetivo resolverlas de nuevo, solamente se dará el resultado principal de esta solución con el fin de analizar los diferentes mecanismos que forman el campo eléctrico;

el cual está dado de la siguiente forma:

$$\frac{\partial E_{SC}}{\partial t} = -\frac{1}{2\tau_d} \frac{E_M m(E_0 + iE_D)E_q + 2(E_q + E_D - iE_0)E_{SC}}{E_M + E_D - iE_0}, \quad (9)$$

la cual nos describe la evolución temporal de la amplitud compleja (del primer armónico espacial) del campo interno  $E_{SC}$ , donde  $\tau_d$  es el tiempo de relajación dieléctrica de Maxwell, que en este caso es el tiempo en que se forma este campo espacio-carga;  $E_D$  es el campo de difusión;  $E_q$  es la amplitud máxima del campo espacio-carga, el campo de saturación; y  $E_M$  es un parámetro constante. Estos campos están dados como

$$E_D = \frac{Kk_B T}{e}, \quad E_q = \frac{eN_t}{\varepsilon K} \quad \text{y} \quad E_M = \frac{1}{K\mu\tau}, \quad (10)$$

con  $\tau$  como el tiempo de recombinación y  $N_t$  es la concentración efectiva de trampas dentro del cristal.

### II.3.1 Campo interno debido al mecanismo de difusión

Para el caso en que no se aplica ningún campo eléctrico externo al cristal fotorrefractivo, los electrones en la banda de conducción (fotoelectrones) son transportados mediante el mecanismo de difusión. Esta difusión resulta del gradiente en la densidad de electrones que se generan en las zonas iluminadas del cristal. Una vez llegado al estado estacionario  $\partial E_{SC}/\partial t = 0$ , entonces la ecuación (9) queda como

$$E_{SC} = -i \frac{m}{2} \frac{E_D}{(1 + E_D/E_q)}, \quad (11)$$

donde el factor  $i$  significa que existe un desfaseamiento de  $\phi = \pi/2$ ; es decir, el campo eléctrico espacio-carga que se muestra en la figura 2-c tendrá un desplazamiento de  $\phi = \pi/2$  con respecto al patrón de interferencia formado por la interacción de los haces, como en la figura 2-a.

### II.3.2 Campo interno debido al mecanismo de arrastre

Cuando se aplica un campo eléctrico externo  $E_0$  al cristal, los electrones en la banda de conducción son transportados mediante ambos mecanismos: difusión y arrastre (este último también es conocido como deriva). Sin embargo, comúnmente en experimentos con cristales fotorrefractivos el campo aplicado es mucho mayor que el de difusión,  $E_D \ll E_0 \ll E_q$ , por lo que la ecuación (9) en estado estacionario toma la forma

$$E_{SC} = -\frac{m}{2}E_0 \quad (12)$$

En este caso, observamos que el campo eléctrico espacio-carga está en fase con respecto al patrón de interferencia por lo que  $\phi = 0$  (ó  $\pi$ ).

### II.3.3 Campo interno debido a un campo eléctrico externo de corriente alterna

Si consideramos que se aplica al cristal un campo eléctrico externo de corriente alterna, C. A., cuyo periodo temporal  $T$  sea más corto que el tiempo  $\tau_d$  que se tarda en formar el campo eléctrico interno  $E_{SC}$ , entonces, es posible realizar un promedio de la ecuación (9) sobre el periodo  $T$  considerando a  $E_{SC}$  constante. Esto es válido ya que el tiempo de vida promedio de los fotoelectrones en la banda de conducción es mucho menor que el periodo  $T$ ; en otras palabras,  $\tau \ll T \ll \tau_d$ . Realizando el promedio y suponiendo que  $E_0 \leq E_q$  se llega a la siguiente expresión para el caso de un campo eléctrico de C.A. de onda cuadrada, [Stepanov y Petrov, 1985, Sturman *et al.*, 1999]:

$$E_{SC} = -i\frac{m}{2}\frac{E_0^2 E_q}{E_0^2 + E_q(E_D + E_M)}, \quad (13)$$

de nuevo observamos el factor  $i$  en la ecuación (13) por lo que se tiene un desfaseamiento de  $\phi = \pi/2$  con respecto al patrón de interferencia al igual que el caso de difusión. En esencia, ésta es una de las ventajas de aplicar un campo alterno, “simular un campo interno de difusión” pero con amplitud mayor que en la ecuación (11); a esta técnica se le conoce como “*difusión-arrastre*” [Stepanov y Petrov, 1985, Refregier *et al.*, 1985], ya que al ir intercambiando la polaridad del campo eléctrico externo los electrones

son arrastrados de un lado a otro atrapándose en las zonas oscuras, simulando así una difusión. Esta técnica se ha utilizado para enfatizar algunos efectos no lineales observados en cristales fotorrefractivos de BSO y BTO tipo fibra (“fiberlike”); esto es, delgados en su espesor y largos en la dirección de viaje de la luz [Kamshilin *et al.*, 1996, Fuentes-Hernández y Khomenko, 1999].

Dado que de las ecuaciones (11-13) son amplitudes complejas, entonces el campo eléctrico interno se puede representar en general como

$$E_{SC} = q_{sc} m e^{i\phi}, \quad (14)$$

donde  $q_{sc}$  es un factor de ajuste,  $m$  es el contraste complejo dado por la ecuación (7) y  $e^{i\phi}$  depende del mecanismo de movimiento de los electrones en la banda de conducción. Entonces, de la ecuación (14) podemos ver que: *si  $\phi = \pm\pi/2$  el mecanismo de transporte de los portadores de carga (electrones) que forma al campo interno será de difusión (o difusión-arrastre debido a un campo eléctrico de C. A.); por otro lado, si  $\phi = \pi$  (ó  $0$ ) el campo interno será formado por un mecanismo de arrastre de los portadores de carga.*

## II.4 Modulación del índice de refracción

La redistribución de los portadores de carga y la formación del campo eléctrico interno inducen una modulación en el índice de refracción vía el efecto electro-óptico de primer orden, el Efecto Pockels (ver figura 2-d). El cambio en el tensor dieléctrico está dado como

$$\Delta \hat{\epsilon}_{i,j} = -\epsilon_0 n_i^2 n_j^2 r_{ijk} E_{SC}^k, \quad (15)$$

donde  $\epsilon_0$  es la constante dieléctrica en el vacío;  $n_{i,j}$  son los índices de refracción principales, para el caso de cristales birrefringentes;  $E_{SC}^k$  es la  $k$ -ésima componente del campo eléctrico interno espacio-carga; y es  $r_{ijk}$  el coeficiente electro-óptico, el cual es un tensor de orden tres y su valor depende de la orientación en la que se aplica el campo eléctrico con respecto a los ejes principales del cristal. En la ecuación (15) los índices  $i, j, k$  representan las coordenadas x, y, z respectivamente.

### II.4.1 Rejillas locales y no-locales

Ya que el cambio en el índice de refracción es proporcional al cambio en el tensor dieléctrico; esto es,  $\Delta n \propto \sqrt{\Delta \epsilon}$  y además  $E_{SC}^k$  está modulado en espacio, entonces el cambio en el índice de refracción  $\Delta n$  también lo estará. A esta modulación en el índice de refracción es la que se conoce en la literatura como rejilla de índice [Petrov *et al.*, 1991, Yeh, 1993]; o bien, rejilla de fase, tal y como lo habíamos mencionado en la introducción de este capítulo. Ahora bien, de acuerdo a la ecuación (14) la rejilla de índice también estará desplazada una fase  $\phi$ ; esto es,

$$\Delta n \propto q_{sc} m e^{i\phi}, \quad (16)$$

lo cual significa, al igual que en el campo interno espacio-carga, que dicho desplazamiento depende del mecanismo con el que se forma: difusión, arrastre, o difusión-arrastre. Noté que  $\Delta n$  es la amplitud compleja de la modulación del índice de refracción y para hablar, físicamente, de una rejilla (como se muestra en la figura 2-d) tenemos que sumarle el complejo conjugado; esto es,  $\Delta n e^{iKx} + \Delta n^* e^{-iKx} = 2|\Delta n| \cos(Kx + \phi)$ , donde  $K$  es la frecuencia espacial, o bien la magnitud del vector de la rejilla.

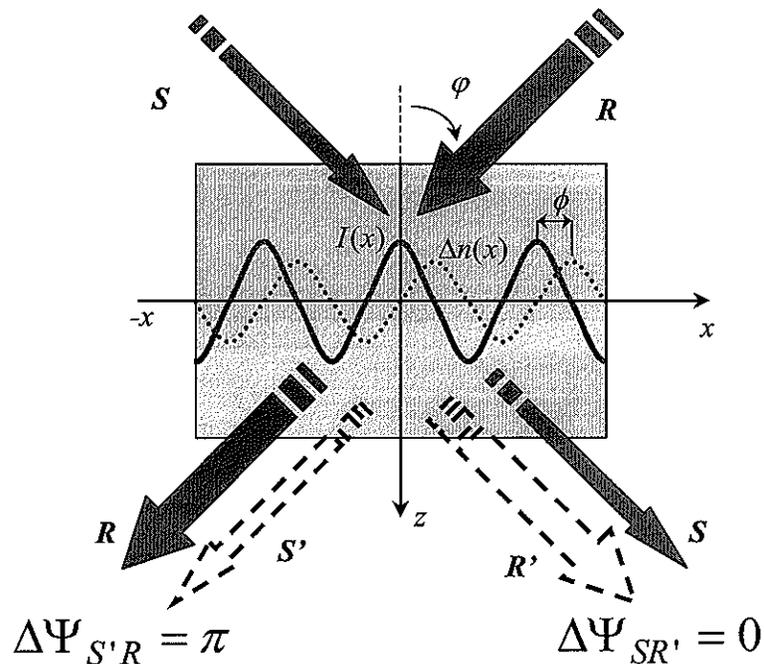
Para el caso en que la rejilla no esté desplazada o bien tenga un desplazamiento de  $\pm\pi$  en su fase  $\phi$ , con respecto al patrón de interferencia, a la rejilla formada se le denomina *rejilla local* [Petrov *et al.*, 1991] la cual sabemos que se logra aplicando un campo eléctrico externo de C. D.

Por otro lado, para el caso en que la rejilla se encuentre desplazada con respecto al patrón de interferencia se le llamará *rejilla no-local*. En la siguiente sección veremos las propiedades de estas rejillas en el caso escalar de la mezcla de dos ondas.

## II.5 Mezcla de dos ondas en CCF

Hasta ahora hemos demostrado que cuando se ilumina a un medio fotorrefractivo con un patrón de interferencia senoidal, como el de la ecuación (6), se formará una

rejilla de índice. Ahora bien, la presencia de dicha rejilla afecta a la propagación de los dos haces involucrados; esto es, cada onda se difracta debido a la presencia de ésta ya que automáticamente se cumple con la condición de Bragg dada por  $\vec{K} = \vec{k}_R - \vec{k}_S$  [Zeld'ovich *et al.*, 1994], donde  $\vec{K}$  es el vector de onda de la rejilla y  $\vec{k}_{R,S}$  son los vectores de onda de los haces **R** y **S**, respectivamente. En otras palabras, el haz de referencia **R** es esparcido debido a la rejilla produciendo un haz difractado **R'** el cual se propaga en dirección del haz **S**. Similarmente, el haz **S** también es esparcido por la misma rejilla y produce una onda difractada **S'** que se propaga en la dirección del haz **R** (ver figura 3). A este proceso se le conoce como auto-difracción, mezcla de dos ondas o acoplamiento de dos ondas [Günter y Huignar, 1989, Stepanov, 1994].



**Figura 3.** Mezcla de dos ondas en cristales fotorrefractivos.

La interferencia entre **S** y **R'** (así como la de **R** y **S'**) puede ser constructiva o destructiva, esto depende de la diferencia de fase que se produce entre las ondas transmitidas (sin prima) y difractadas (primadas), respectivamente. Las diferencias

de fase  $\Delta\Psi_{SR'}$  y  $\Delta\Psi_{S'R}$  entre los haces transmitidos y difractados están directamente relacionadas con el desplazamiento  $\phi$  de la rejilla que se graba dentro del medio. Por un lado, es bien sabido que existe un corrimiento de  $\pi/2$  en la fase cuando una onda es difractada por una rejilla de índice, por lo que  $\mathbf{R}'$  y  $\mathbf{S}'$  sufren dicho corrimiento (ver de nuevo figura 3); por otro lado, según las leyes de Fresnell para la reflexión de un haz entre dos medios con índices de refracción distintos [Saleh y Teich, 1994], los haces transmitidos  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{R}$  no se modifican en su fase para ángulos rasantes; esto es, cuando  $\varphi \rightarrow 0$ . Ahora bien, cuando se graba una rejilla no-local, cada onda difractada sufre un corrimiento adicional en su fase proporcional al corrimiento de la rejilla; en este caso  $-\pi/2$  para el haz  $\mathbf{R}'$  y  $\pi/2$  para el haz  $\mathbf{S}'$  (según la geometría del problema). Por lo tanto, finalmente se tiene que la onda señal  $\mathbf{S}$  estará en fase con la onda difractada  $\mathbf{R}'$  (es decir,  $\Delta\Psi_{SR'} = 0$ ) y habrá una interferencia constructiva entre ellos mientras que  $\mathbf{S}'$  estará en contra fase con respecto a  $\mathbf{R}$  ( $\Delta\Psi_{S'R} = \pi$ ) produciéndose una interferencia destructiva entre ellos. Esto finalmente se traduce en una “transferencia energía” del haz  $\mathbf{R}$  al haz  $\mathbf{S}$ . Por otro lado, si se tiene una rejilla local, mediante un análisis similar se llega a que las diferencias de fases  $\Delta\Psi_{SR'}$  y  $\Delta\Psi_{S'R}$  son tales que no se produce transferencia de energía alguna entre los haces [Stepanov, 1994].

### II.5.1 Teoría escalar del acoplamiento de dos ondas

Para una descripción matemática de la mezcla de dos ondas consideremos la interacción de dos ondas planas con amplitudes  $S$  y  $R$  dentro de un cristal fotorrefractivo y una polarización lineal en la entrada, cuyos vectores de onda son  $\vec{k}_R$  y  $\vec{k}_S$ , respectivamente. En este caso, el acoplamiento dentro del medio estará descrito mediante el siguiente sistema de ecuaciones acopladas [Yeh, 1993]:

$$\frac{dS}{dz} = \frac{1}{2}\Gamma \left( \frac{SR^*}{I_0} \right) R - \frac{1}{2}\alpha S, \quad (17)$$

$$\frac{dR}{dz} = \frac{1}{2}\Gamma^* \left( \frac{SR^*}{I_0} \right)^* S - \frac{1}{2}\alpha R, \quad (18)$$

en las cuales se ha considerado una aproximación paraxial y donde  $\alpha$  es el coeficiente de absorción y  $\Gamma$  la constante de acoplamiento dada por

$$\Gamma = i \frac{2\pi |\Delta n|}{\lambda \cos \varphi} e^{-i\phi}, \quad (19)$$

con  $\varphi$  como el ángulo entre los haces interactuantes.

Note que, salvo un factor de dos, el término encerrado en paréntesis de las ecuaciones (17 y 18) indica el contraste complejo  $m$  definido previamente en la ecuación (7); mientras que en la ecuación (19) el factor  $e^{-i\phi}$  depende del mecanismo con el cual se graba la rejilla.

Definiendo los haces de la forma

$$S = \sqrt{I_S} e^{-i\Psi_S} \text{ y } R = \sqrt{I_R} e^{-i\Psi_R}, \quad (20)$$

donde  $\Psi_{S,R}$  y  $I_{S,R}$ , son las fases y las intensidades de las amplitudes complejas, respectivamente, despreciando la absorción  $\alpha$ , y sustituyendo las expresiones (20) en las ecuaciones acopladas (17 y 18) obtendremos las expresiones

$$\frac{dI_S}{dz} = \gamma \frac{I_S I_R}{I_0}, \text{ y } \frac{dI_R}{dz} = -\gamma \frac{I_S I_R}{I_0}, \quad (21)$$

para las intensidades y

$$\frac{d\Psi_S}{dz} = \beta \frac{I_R}{I_0}, \text{ y } \frac{d\Psi_R}{dz} = \beta \frac{I_S}{I_0}, \quad (22)$$

para las fases, donde  $I_0 = |S|^2 + |R|^2 = I_S + I_R$  y  $\gamma, \beta$  están relacionados con la constante de acoplamiento de la forma

$$\Gamma = \gamma + 2i\beta, \quad (23)$$

donde

$$\gamma = \frac{2\pi \Delta n}{\lambda \cos \varphi} \sin \phi, \text{ y } \beta = \frac{\pi \Delta n}{\lambda \cos \varphi} \cos \phi. \quad (24)$$

Las ecuaciones (22) se pueden expresar de la forma

$$\frac{d(\Psi_S - \Psi_R)}{dz} = \frac{\beta}{I_0} (I_R - I_S), \quad (25)$$

siendo ésta la evolución de la fase relativa ( $\Psi_S - \Psi_R$ ) durante la propagación a lo largo del  $z$ .

Si la rejilla de índice es grabada mediante el mecanismo de arrastre (una rejilla local), ésta estará en fase con respecto al patrón de interferencia; es decir,  $\phi = 0$  ó  $\pm\pi$ , entonces, de las ecuaciones (23 y 24) vemos que la constante de acoplamiento  $\Gamma$  es un número imaginario puro (ya que  $\gamma = 0$ ) y, según las ecuaciones (21), no existe cambio alguno en las intensidades; por lo tanto, *no hay transferencia de energía* de un haz a otro. Además, si los haces son inicialmente de diferente intensidad  $I_S \neq I_R$ , de (22) vemos que cada haz cambiará su fase a diferente razón durante la propagación dentro del medio, dando como resultado que el cambio en la fase relativa sea diferente a cero, como se puede ver ecuación (25); es decir  $d(\Psi_S - \Psi_R)/dz \neq 0$ . Cuando esto sucede se dice que hay “transferencia de fase” [Petrov *et al.*, 1991], concepto que se aclarará más adelante.

Por otro lado, analizando las mismas ecuaciones (21 y 24), vemos que si el corrimiento de fase  $\phi$  es de  $\pi/2$ ; es decir, si se tiene una rejilla no-local (por difusión o difusión-arrastre), *sí habrá transferencia de energía* de un haz a otro y además será máxima. En este caso las fases de los haces no se alteran como podemos ver en las ecuaciones (22) dado que  $\beta = 0$ , por lo que *no hay transferencia de fase*. Obsérvese también que cuando  $\phi = \pi/2$ ,  $\gamma$  es positivo y, según las ecuaciones (21), el flujo de energía será del haz de referencia  $R$  al haz señal  $S$ . En cambio, si el corrimiento de fase  $\phi$  es  $-\pi/2$  entonces  $\gamma$  es negativo, lo cual indica que el flujo de energía será del haz señal  $S$  al de referencia  $R$ . Por lo tanto, *la amplificación del haz depende de la dirección en que se desplaza la rejilla*. Esto nos dice que si queremos amplificar una señal débil, digamos por ejemplo que  $I_S \ll I_R$ , debemos de dirigir el haz  $S$  en dirección del desplazamiento de la rejilla.

Para explicar esto más claramente, analicemos la interferencia de los haces a lo largo del eje  $z$  con la ayuda de la ecuación

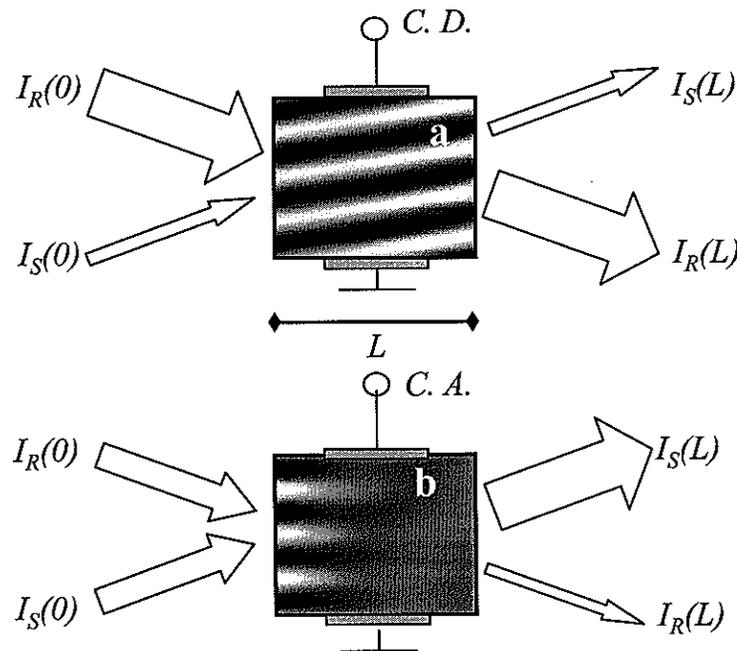
$$I(x, z) = I_0[1 + |m| \cos(Kx + \Delta\Psi)], \quad (26)$$

que no es más que la interferencia de ambos haces a lo largo del cristal; donde  $|m| = 2I_S I_R / I_0$  es el contraste y

$$\Delta\Psi = \Psi_S - \Psi_R \quad (27)$$

es la diferencia de fases (o fase relativa) entre el haz señal y de referencia, respectivamente; ambos funciones de  $z$ .

Tal y como se dijo arriba, cuando se graba una rejilla local y las intensidades iniciales de los haces  $R$  y  $S$  son diferentes, sus respectivas fases,  $\Psi_S$  y  $\Psi_R$ , cambian durante la propagación a lo largo del cristal de modo que el cambio de  $\Delta\Psi$  es diferente de cero, como se puede ver en la ecuación (25); este cambio produce un desvío en las franjas del patrón de interferencia como se muestra en la figura 4-a, y se puede verificar según la ecuación (26). En este caso la rejilla de índice nunca desaparecerá y siempre estará en fase con respecto al patrón de interferencia a lo largo del cristal.



**Figura 4.** Interferencia producida dentro de un medio fotorrefractivo durante la mezcla de dos ondas: a) *transferencia de fase* (Caso de rejillas locales); y b) *transferencia de energía* (caso de rejillas no-locales).

Por otro lado, en cualquiera de las dos direcciones posibles en la que se desplace una rejilla no-local, habrá un “agotamiento” de un haz; esto es, uno de los haces cederá toda su energía al otro, por lo que las franjas del patrón de interferencia se irán desvaneciendo hasta perder el contraste, según la ecuación (7). Además, en este caso las fases se mantienen sin cambio por lo que no existe desvío en el patrón de interferencia, como se puede ver en la figura 4-b y verificar nuevamente con la ecuación (26). En este caso, la rejilla se mantiene desfasada  $\pi/2$  con respecto al patrón de interferencia y dado que el contraste “desaparece” entonces la rejilla también desaparecerá.

Si bien las figuras 4 pueden ser obtenidas resolviendo numéricamente las ecuaciones (21, 22 y 26), también se obtienen (como en este caso) con la simulación numérica y/o solución analítica que se explicarán más adelante en el capítulo III, secciones III.4.2 y III.5.1 respectivamente, los cuales son parte de las contribuciones de este trabajo de tesis.

## II.6 Resumen del capítulo II

A lo largo de este capítulo se expuso una reseña de la literatura existente del efecto fotorrefractivo, como un antecedente para esta tesis, donde se explicó el modelo que lo rige, dando una descripción general de las ecuaciones que se derivan éste; la formación del campo eléctrico dentro del cristal, según el mecanismo de transporte de los portadores de carga; cómo se produce la modulación en el índice de refracción, donde se introdujo el concepto de rejillas locales y no-locales; y finalmente, se explicó el caso escalar de la mezcla de dos ondas, donde se describió la condición para transferir energía de un haz a otro en los cristales fotorrefractivos.

De aquí podemos resaltar dos puntos importantes que serán de gran utilidad para facilitar el análisis del acoplamiento vectorial en CCF, tema que se abordará en los próximos cuatro capítulos para explicar la amplificación de la luz en este tipo de materiales. El primero es que existen dos tipos de rejillas, *locales* y *no-locales*; éstas se logran aplicando, respectivamente, un campo eléctrico externo de C. D. y de C. A. al cristal. El segundo punto es que, según la teoría escalar para la mezcla de dos ondas, existen dos tipos de acoplamiento, en el primero las ondas pueden estar acopladas en intensidad y en el segundo pueden estar acopladas en fase; tal y como se puede ver en las ecuaciones (21 y 22). Cuando los haces están acoplados en intensidad hay *transferencia de energía*, por otro lado, cuando están acoplados en fase las respectivas fases de cada haz cambian relativamente (esto es conocido en la literatura como *transferencia de fase*).

Por lo tanto, a manera de conclusión, podemos decir que para que exista *transferencia de energía* se necesita una rejilla no-local en el cristal; esto es, el patrón de interferencia debe de estar desfasado con respecto a la rejilla grabada; esto es  $\phi \neq 0$ , ó  $\phi \neq \pm\pi$ , donde  $\phi$  es el desplazamiento entre la rejilla de índice y el patrón de interferencia. En este tipo de acoplamiento:

- la amplificación de un haz depende de la dirección en que se desplaza la rejilla, por lo tanto existe una *amplificación unidireccional*;

- *no hay transferencia de fase*; es decir, el cambio en las fases de cada haz a lo largo de la propagación es tal que  $d(\Psi_S - \Psi_R)/dz = 0$ , por lo que no hay inclinación de las franjas durante la propagación dentro del medio fotorrefractivo; y
- las franjas de interferencia, y por tanto la rejilla, se desvanecen debido al agotamiento de un haz.

Por otro lado, para que exista *transferencia de fase* se necesita una rejilla local en el cristal; esto es, el patrón de interferencia debe de estar en fase con respecto a la rejilla grabada; esto es,  $\phi = 0$ , ó  $\phi = \pm\pi$ . En este tipo de acoplamiento:

- *no hay transferencia de energía*, por lo que no hay amplificación alguna;
- las fases de cada haz van cambiando a lo largo de la propagación tales que  $d(\Psi_S - \Psi_R)/dz \neq 0$ , por lo que hay una inclinación en las franjas de interferencia durante la propagación dentro del medio fotorrefractivo.

No obstante, en los capítulos III, IV, y V, se mostrará que, bajo ciertas circunstancias, sí es posible una transferencia de energía con rejillas locales y, más aún, se demostrará que existe una amplificación bidireccional para ambos casos, rejillas locales y no-locales, en donde el haz débil siempre es amplificado sin importar su dirección de propagación siendo esto parte de los resultados principales que se presentarán en esta tesis.

# Capítulo III

## Acoplamiento vectorial de dos ondas

### III.1 Introducción

En el capítulo anterior se explicó, entre otras cosas, el acoplamiento de dos ondas; sin embargo, dado que la teoría allí expuesta es escalar, no es suficiente para explicar dicho acoplamiento tomando en consideración el cambio en la polarización que sufren los haces dentro del medio fotorrefractivo debido principalmente a: *i*) la birrefringencia, inducida al aplicarles un campo eléctrico externo; y *ii*) la actividad óptica, que presentan ciertos cristales cúbicos tales como los de la familia de los silenitas (BTO, BSO y BGO). Para una descripción más correcta del acoplamiento entre las ondas es necesario realizar un estudio vectorial con el cual se pueda considerar dichos cambios en la polarización de cada onda y cómo afecta esto en el acoplamiento.

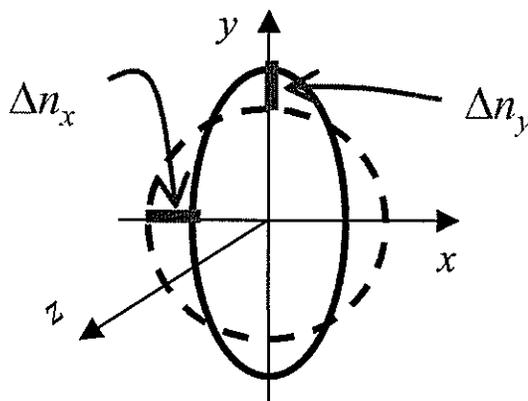
El objetivo de este capítulo es, precisamente, estudiar el carácter vectorial del acoplamiento de dos ondas. Para lograr este objetivo, se considera a los haces interactuantes, **S** y **R**, como dos vectores de Jones, los cuales tienen la información de las amplitudes y las fases para cada componente de polarización [Hecht y Zajac, 1974]. Con esto se hará, a lo largo de éste y los dos capítulos siguientes, un análisis más detallado del acoplamiento en cristales cúbicos con y sin actividad óptica. Dicho análisis estará basado en expresiones y soluciones analíticas, desarrolladas por primera vez aquí, las cuales resultan de las ecuaciones vectoriales acopladas [Shamonina *et al.*, 1997]. Con dichas expresiones y/o soluciones analíticas es posible estudiar el intercambio de energía entre los haces por componentes de polarización (esto es, entre  $S_x$  y  $R_x$ , al igual que entre  $S_y$  y  $R_y$ ), así como el cambio en la fase en cada componente de polarización, revelando así detalles importantes del acoplamiento entre las ondas. Este análisis incluye los casos de rejillas locales y no-locales; en otras palabras, cristales

---

con campo directo y campo alterno, algo que no se encuentra comúnmente en la literatura, [Günter y Huignar, 1989, Petrov *et al.*, 1991, Nolte, 1995, Yeh, 1993]. Se describe también el algoritmo utilizado para la simulación numérica con la cual se analizará, en los capítulos IV y V, el acoplamiento vectorial de dos ondas en CCF con actividad óptica.

### III.2 Consideraciones electro-ópticas de los CCF

Cuando un cristal cúbico es perturbado mediante un campo eléctrico, la superficie de índices (inicialmente isotrópica) sufre un cambio en su forma [Saleh y Teich, 1994]. En este caso, el cambio en el índice de refracción entre la superficie inicial y los ejes principales de la elipse  $\Delta n_{x,y}$  (ver figura 5), puede ser producido por el campo eléctrico interno  $E_{SC}(x)$ , un campo eléctrico externo  $E_0$ , o ambos, y su valor depende de la dirección en la que se apliquen estos campos con respecto a los ejes principales del cristal.



**Figura 5.** Superficie de índices inicial (líneas segmentadas) y modificado por electro-óptica (líneas continuas).

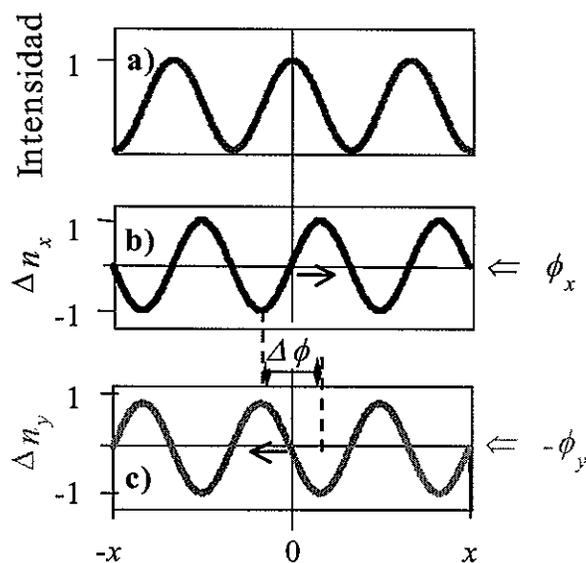
La tabla I muestra algunos valores del cambio de índice de refracción,  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$ , a lo largo de los ejes principales  $x$  y  $y$  de la indicatriz óptica (la elipsoide

de índices) los cuales yacen en el plano transversal a la dirección de propagación; esta última a lo largo del eje  $z$ . Los casos mostrados en esta tabla corresponden a distintas configuraciones experimentales que comúnmente se utilizan en experimentos con cristales fotorrefractivos, entre ellos, la mezcla de dos ondas. El cálculo de los cambios  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$  se hace, según la teoría del Efecto Pokels, mediante la ecuación (15) realizando previamente una transformación de coordenadas, utilizando los ángulos de Euler [Arfken, 1985], del sistema de coordenadas del laboratorio al sistema de coordenadas del cristal (coordenadas cristalográficas). Dicho procedimiento algebraico se explica de una manera explícita en [Fuentes-Hernández, 1998], en donde se analiza también el caso en que los ejes de la indicatriz óptica no coinciden con las coordenadas del laboratorio; no obstante, aquí siempre se tomará como sistema de referencia los ejes que coinciden con los de la indicatriz óptica (ver figura 5).

Tabla I. Modulación del índice de refracción para cada modo de polarización en diferentes configuraciones experimentales utilizadas para la mezcla de dos ondas con CCF.

|    | Dirección del campo eléctrico   | Dirección de propagación | $\Delta n_x, \Delta n_y$  |
|----|---|--------------------------|---|
| 1) | $[1 \bar{1} 0]$   | $[1 1 0]$                | $\frac{1}{2}n^3rE$<br>$-\frac{1}{2}n^3rE$                                     |
| 2) | Cualquier dirección perpendicular a $[1 1 1]$ , por ejemplo $[1 \bar{1} 0]$ | $[1 1 1]$                | $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}n^3rE$<br>$-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{2}{3}}n^3rE$ |
| 3) | $[\bar{1} 1 1]$   | $[1 1 0]$                | $\frac{1}{\sqrt{3}}n^3rE$<br>$-\frac{1}{2\sqrt{3}}n^3rE$                      |
| 4) | $[0 0 1]$   | $[1 1 0]$                | 0<br>$\frac{1}{2}n^3rE$   |

En la tercer columna de la tabla I la letra  $n$  es el índice de refracción inicial del medio,  $r$  es el coeficiente electro-óptico y  $E$  es el campo eléctrico aplicado. En caso de que el campo eléctrico sea la amplitud compleja del campo interno espacio carga  $E_{SC}(x)$ , dada en la ecuación (14), entonces las perturbaciones  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$  serán las



**Figura 6.** Formación de dos rejillas en un cristal cúbico para el caso en que la modulación de la birrefringencia es simétrica  $\Delta n_x = -\Delta n_y$ . (a) Patrón de interferencia; (b) Rejilla correspondiente a los haces con polarización  $x$ ; (c) Rejilla para los haces con polarización  $y$ . El desfaseamiento entre ellas es  $\Delta \phi = \pi$ .

amplitudes complejas de la modulación del índice de refracción (rejillas de fase) para cada componente de polarización; en cambio, si el campo eléctrico externo es constante  $E_0$ , entonces  $\Delta n_x - \Delta n_y$  no es más que la birrefringencia inducida del medio.

En los primeros dos casos mostrados en la tabla I los cambios en los índices de refracción son iguales en magnitud, pero diferente en signo; esto es,  $\Delta n_x = -\Delta n_y$ . Esto significa que la luz “verá” dos rejillas (una para cada componente de polarización) con la misma amplitud y desplazadas a una misma distancia  $\phi$  ( $= \phi_x = \phi_y$ ) con respecto al patrón de interferencia; en otras palabras, la rejilla de índice  $\Delta n_x$ , producida por la interferencia de dos haces **R** y **S**, tendrá un desplazamiento  $\Delta \phi$  de  $\pi$  radianes con respecto a la rejilla  $\Delta n_y$ , producida por los mismos haces (ver figura 6). Lo anterior sucede independientemente del mecanismo con el que se forme el campo interno, difusión, arrastre, o difusión-arrastre. A estos dos casos (1 y 2 de la tabla 6) les llamaremos a partir de aquí “configuraciones simétricas”.

En el tercer caso de la tabla, la diferencia de índices es diferente tanto en amplitud como en signo; esto es  $\Delta n_x \neq -\Delta n_y$ . Aquí, al igual que los dos casos anteriores, la luz “observará” una rejilla para cada polarización; sin embargo, tanto los desplazamientos  $\phi_x$  y  $\phi_y$ , como las amplitudes  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$ , son diferentes. Por otro lado, para el cuarto caso la luz sólo “verá” una rejilla, en este caso para la polarización  $y$ , por lo que si los haces tienen una polarización a lo largo del eje  $x$  no habrá ni transferencia de energía ni transferencia de fase, según lo visto en el capítulo II. En este caso particular podemos decir que el cristal “pierde su fotorrefractividad”; esto es, es completamente transparente a los haces. Dado que en estas dos configuraciones, tres y cuatro, no existe simetría alguna les llamaremos “configuraciones asimétricas”.

El llamar *configuraciones simétricas* o *asimétricas* a los casos mostrados en la tabla I nos será útil más adelante para diferenciar algunos efectos en la mezcla de dos ondas, entre ellos el flujo de energía unidireccional o bidireccional de los haces por citar un ejemplo. En los capítulos IV y V de esta tesis se analizarán resultados del acoplamiento vectorial para ambas configuraciones, simétricas y asimétricas; esto mediante resultados analíticos y numéricos que se explican en este capítulo.

### III.3 Ecuaciones vectoriales para el acoplamiento de dos ondas

El análisis teórico que a continuación se presenta está basado en las ecuaciones vectoriales que describen el acoplamiento de dos ondas en cristales fotorrefractivos cúbicos [Shamonina *et al.*, 1998c], éstas son dos ecuaciones acopladas que tienen la forma

$$dS/dz = i\hat{\eta}R + \hat{M}S, \quad (28)$$

$$dR/dz = i\hat{\eta}^*S + \hat{M}R, \quad (29)$$

donde  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_x \\ S_y \end{bmatrix}$  y  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_x \\ R_y \end{bmatrix}$  son los vectores de Jones [Fowles, 1975], aquí  $S_x$ ,  $S_y$ ,  $R_x$  y  $R_y$  son las amplitudes complejas de los componentes que yacen sobre los ejes principales de la elipsoide de índices, según sea el caso de la tabla I.

La matriz  $\hat{\eta}$  contiene los términos de la modulación espacial,  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$ , producida dentro del medio fotorrefractivo por distintos mecanismos tales como el efecto electro-óptico [Günter y Huignar, 1989] y/o elasto-óptico [Izvanov *et al.*, 1986, Stepanov *et al.*, 1987]. En el sistema principal, ésta matriz está dada por

$$\hat{\eta} = k_0 \begin{bmatrix} \Delta n_x(E_{SC}) & 0 \\ 0 & \Delta n_y(E_{SC}) \end{bmatrix}, \quad (30)$$

en nuestro caso particular  $\Delta n_x(E_{SC})$  y  $\Delta n_y(E_{SC})$  son las amplitudes complejas de la modulación del índice de refracción producida debido al campo interno espacio carga,  $E_{SC}$ , donde  $k_0 = 2\pi/\lambda$  es el vector de onda en el vacío, y  $\lambda$  es la longitud de onda.

Entonces, los primeros términos del lado derecho de las ecuaciones (28 y 29) describen el acoplamiento entre las ondas **R** y **S** debido a la presencia de las rejillas de índice. Nótese que, dado que estamos en el sistema principal, el acoplamiento se da entre componentes del mismo modo de polarización (esto es,  $R_x$  con  $S_x$  y  $R_y$  con  $S_y$ ) y, por lo tanto, depende del estado de polarización de las ondas. El acoplamiento es igual para cada componente de polarización en el caso de una polarización de 45°. Por otro lado, el acoplamiento cruzado entre componentes ortogonales (esto es,  $R_x$  con  $S_y$  y,  $R_y$  con  $S_x$ ) no se lleva a cabo. En otras palabras, el acoplamiento intermodal (“photorrefractive intermode coupling”) [Petrov *et al.*, 1991, Stojkov *et al.*, 1992], no existe cuando se considera al sistema principal como sistema coordinado.

Por otro lado, la matriz  $\hat{M}$  dada por

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} k_0 \Delta n_x^0(E_0) & \rho \\ \rho & k_0 \Delta n_y^0(E_0) \end{bmatrix}, \quad (31)$$

incluye los efectos de la actividad óptica y/o birrefringencia inducida por un campo eléctrico externo uniforme  $E_0$ . Cabe mencionar que si la dirección del campo eléctrico externo es paralela al vector de onda  $\vec{K}$  de la rejilla, los términos fuera de la diagonal de la matriz (31) no dependen de este campo eléctrico; sin embargo, nótese que no se hacen cero en caso de un cristal con actividad óptica. Aquí,  $\Delta n_x^0(E_0)$  y  $\Delta n_y^0(E_0)$ , son los cambios en los ejes principales de la elipsoide de índices con respecto al índice de refracción inicial  $n_0$  debido al campo eléctrico  $E_0$  el cual, como ya se ha

mencionado, depende de la configuración del cristal mientras que  $\rho$  es al poder de rotación [Yeh, 1993].

Por lo tanto, los segundos términos de las ecuaciones (28 y 29) describen dos procesos: *i*) el primero corresponde a un cambio lineal de fase para cada componente debido a la birrefringencia inducida por un campo externo, éste se puede ver según los términos de la diagonal principal de la matriz  $\hat{M}$ ; y *ii*) un acoplamiento entre las componentes ortogonales de polarización en un mismo haz (en este caso,  $R_x$  con  $R_y$  y  $S_x$  con  $S_y$ ), debido a la actividad óptica, situada en los términos fuera de la diagonal principal de la matriz  $\hat{M}$ , y la cual contribuye en la evolución de la polarización afectando el intercambio de energía entre los haces. Cuando las direcciones del campo eléctrico aplicado  $\vec{E}_0$  y el vector de donde de la rejilla  $\vec{K}$  no son paralelos,  $\vec{E}_0 \nparallel \vec{K}$ , existirán otros términos fuera de la diagonal principal asociados con la birrefringencia, los cuales también influyen en el acoplamiento entre componentes ortogonales de polarización. De igual forma, si  $\vec{E}_0 \nparallel \vec{K}$ , en la matriz  $\hat{\eta}$  también habrá términos fuera de la diagonal produciéndose un acoplamiento intermodal.

### III.4 Acoplamiento vectorial en cristales sin actividad óptica

En esta sección se estudia el acoplamiento vectorial en cristales sin actividad óptica y bajo una configuración simétrica en donde  $\Delta n_x = -\Delta n_y$ . El objetivo de esto es obtener expresiones analíticas con las cuales se pueda explicar dicho acoplamiento vectorial para ambos casos de no linealidad fotorrefractiva, de carácter local y no-local. De estas expresiones analíticas se obtendrá una solución exacta con la cual también será posible explicar el acoplamiento para ambos casos, cristales con campo eléctrico externo de C. D. y C. A, respectivamente.

Entonces, si consideramos que la dirección del campo eléctrico es la misma que la dirección del vector de la rejilla,  $\vec{E}_0 \parallel \vec{K}$ , entonces la matriz  $\hat{M}$  no contribuye en el proceso de acoplamiento, por lo que las ecuaciones (28 y 29) quedan como:

$$\frac{dR_x}{dz} = ik_0 \Delta n_x^*(E_{SC}) S_x = ik_0 \frac{n^3 r E_{SC}^*}{2} S_x, \quad (32)$$

$$\frac{dS_x}{dz} = ik_0 \Delta n_x(E_{SC}) R_x = ik_0 \frac{n^3 r E_{SC}}{2} R_x, \quad (33)$$

$$\frac{dR_y}{dz} = -ik_0 \Delta n_y^*(E_{SC}) S_y = -ik_0 \frac{n^3 r E_{SC}^*}{2} S_y, \quad (34)$$

$$\frac{dS_y}{dz} = -ik_0 \Delta n_y(E_{SC}) R_y = -ik_0 \frac{n^3 r E_{SC}}{2} R_y. \quad (35)$$

En estas ecuaciones (32-35) la amplitud compleja del campo interno  $E_{SC}$  está dada por la ecuación general (14). En este caso no se toma en cuenta el efecto elasto-óptico puesto que se consideran las configuraciones simétricas de la tabla I en donde tal efecto es despreciable según [Shcherbin *et al.*, 1996, Shamonina *et al.*, 1998b]. Por otro lado, la amplitud compleja de la modulación de intensidad  $m$  está dada por

$$m = (S_x R_x^* + S_y R_y^*) / I_0, \quad (36)$$

y, definiendo la constante de acoplamiento de la forma

$$\Gamma = ik_0 n^3 r q_{sc} e^{i\phi}, \quad (37)$$

las ecuaciones (32-35) quedan como

$$\frac{dR_x}{dz} = -\frac{\Gamma^*}{2I_0} (S_x^* R_x + S_y^* R_y) S_x, \quad (38)$$

$$\frac{dS_x}{dz} = \frac{\Gamma}{2I_0} (S_x R_x^* + S_y R_y^*) R_x, \quad (39)$$

$$\frac{dR_y}{dz} = \frac{\Gamma^*}{2I_0} (S_x^* R_x + S_y^* R_y) S_y, \quad (40)$$

$$\frac{dS_y}{dz} = -\frac{\Gamma}{2I_0} (S_x R_x^* + S_y R_y^*) R_y. \quad (41)$$

Note que el término entre paréntesis del lado derecho de estas últimas ecuaciones (38-41) dividido entre la intensidad total  $I_0$ , es el contraste complejo dado en la ecuación (36), lo cual nos indica que el acoplamiento de estas cuatro ecuaciones depende del estado de polarización de las ondas  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{R}$ ; en otras palabras, depende de la amplitud y fase de cada componente durante su evolución dentro del medio. En caso de que la

polarización de los haces sea lineal a lo largo del  $x$  o de  $y$ , estas ecuaciones se reducen a las ecuaciones (17 y 18) dadas en el capítulo II. Esto es, si los haces tienen inicialmente una polarización lineal en  $x$ , entonces  $S_y$  y  $R_y$  son cero quedando sólo las ecuaciones (38-39) por lo que el flujo de energía será del haz **R** al haz **S**; en cambio, si la polarización inicial a lo largo de  $y$ , entonces el flujo de energía será del haz **S** al haz **R** según las ecuaciones (40-41).

Por otro lado, para el caso en que se tengan haces que contengan ambas componentes de polarización  $x$  y  $y$ ; esto es, lineal a  $\pm 45^\circ$  por ejemplo, o circular, la rejilla grabada a lo largo del cristal dependerá de la evolución del estado de polarización de los haces, específicamente de la suma de los términos complejos  $S_x^* R_x$  y  $S_y^* R_y$ . Entonces el acoplamiento terminará cuando la polarización de los haces sea mutuamente ortogonal; en otras palabras, cuando la suma de estos dos términos complejos sea cero,  $S_x^* R_x + S_y^* R_y = 0$ . Algebraicamente, para que esto suceda la magnitud de cada uno de los términos involucrados tiene que ser igual y la diferencia de fase entre ellos debe ser  $\pi$ ; esto es,  $|S_x^* R_x| = |S_y^* R_y|$  y  $\Delta\Psi = \pi$ . Explícitamente esta diferencia de fase está dada por

$$\Delta\Psi = \Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y, \quad (42)$$

siendo a su vez

$$\Delta\Psi_x = \Psi_{S_x} - \Psi_{R_x}, \quad (43)$$

$$\Delta\Psi_y = \Psi_{S_y} - \Psi_{R_y}, \quad (44)$$

las fases relativas para las componentes  $x$  y  $y$ , respectivamente; donde  $\Psi_{S_x}$ ,  $\Psi_{S_y}$ ,  $\Psi_{R_x}$  y  $\Psi_{R_y}$ , son las fases de cada componente de polarización.

En este caso, el cambio de la fase relativa  $d(\Delta\Psi_x)/dz$  dentro del medio representa, según se vió en el capítulo II con la ecuación (25), la transferencia de fase (o inclinación de las franjas) producida por la interferencia entre las componentes  $S_x$  y  $R_x$ , mientras que el cambio de la fase relativa  $d(\Delta\Psi_y)/dz$  representa la inclinación de las franjas

de interferencia producida por las componentes  $S_y$  y  $R_y$ , respectivamente. Al cambio de la diferencia  $\Delta\Psi$  con respecto a la propagación le llamaremos, a partir de aquí “transerencia de fase total o neta” por simple analogía con la ecuación (25).

### III.4.1 Ecuaciones acopladas en términos de intensidad y fase

En la sección II.5.1 se analizaron dos tipos de acoplamiento para el caso escalar de la mezcla de dos ondas, para ver esto se obtuvieron dos ecuaciones acopladas en términos de las intensidades y las fases de las ondas interactuantes, ecuaciones (21 y 22), logrando así estudiar por separado el acoplamiento cuando se graba una rejilla local y el acoplamiento cuando se graba una rejilla no-local, respectivamente. En esta sección se realizará un procedimiento similar para expresar las cuatro ecuaciones acopladas (38-41) en términos de sus intensidades y sus fases, con el fin estudiar de nuevo por separado los casos de rejillas locales y no-locales. Cabe mencionar que este procedimiento, por más simple que pueda resultar, no se ha realizado anteriormente para estudiar el acoplamiento vectorial de dos ondas (hasta donde sabemos en la literatura); por lo tanto, se puede considerar como una de las contribuciones originales de este trabajo.

Entonces, definiendo las amplitudes complejas para cada componente de polarización como

$$R_x = \sqrt{I_{Rx}}e^{-i\Psi_{Rx}}, R_y = \sqrt{I_{Ry}}e^{-i\Psi_{Ry}}, S_x = \sqrt{I_{Sx}}e^{-i\Psi_{Sx}} \text{ y } S_y = \sqrt{I_{Sy}}e^{-i\Psi_{Sy}}, \quad (45)$$

donde  $I_{Rx}$ ,  $I_{Ry}$ ,  $I_{Sx}$  y  $I_{Sy}$ , son las intensidades para cada componente de polarización y  $\Psi_{Sx}$ ,  $\Psi_{Sy}$ ,  $\Psi_{Rx}$  y  $\Psi_{Ry}$ , sus respectivas fases, sustituyendo estas expresiones en las ecuaciones (38-41) y utilizando la constante de acoplamiento (37) en su forma cartesiana

$$\Gamma = \gamma + 2i\beta, \quad (46)$$

donde  $\gamma$  y  $\beta$  son los términos real y complejo, respectivamente; y después de un poco de álgebra elemental, se obtienen las siguientes cuatro ecuaciones acopladas para las

intensidades

$$\frac{dI_{Rx}}{dz} = -\gamma \frac{I_{Sx}I_{Rx}}{I_0} - \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} [\gamma \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) - 2\beta \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (47)$$

$$\frac{dI_{Sx}}{dz} = \gamma \frac{I_{Sx}I_{Rx}}{I_0} + \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} [\gamma \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) - 2\beta \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (48)$$

$$\frac{dI_{Ry}}{dz} = \gamma \frac{I_{Sy}I_{Ry}}{I_0} + \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} [\gamma \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) + 2\beta \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (49)$$

$$\frac{dI_{Sy}}{dz} = -\gamma \frac{I_{Sy}I_{Ry}}{I_0} - \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} [\gamma \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) + 2\beta \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (50)$$

mientras que para las fases se obtienen otras cuatro ecuaciones acopladas dadas por

$$\frac{d\Psi_{Rx}}{dz} = -\beta \frac{I_{Sx}}{I_0} - \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Rx}} [\gamma \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) + 2\beta \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (51)$$

$$\frac{d\Psi_{Sx}}{dz} = -\beta \frac{I_{Rx}}{I_0} - \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Sx}} [\gamma \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) + 2\beta \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (52)$$

$$\frac{d\Psi_{Ry}}{dz} = \beta \frac{I_{Sy}}{I_0} - \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Ry}} [\gamma \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) - 2\beta \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (53)$$

$$\frac{d\Psi_{Sy}}{dz} = \beta \frac{I_{Ry}}{I_0} - \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Sy}} [\gamma \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) - 2\beta \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y)], \quad (54)$$

donde  $I_0 = I_{Rx} + I_{Sx} + I_{Ry} + I_{Sy}$  es la intensidad total;  $\Delta\Psi_x$  y  $\Delta\Psi_y$  son las fases relativas para cada modo de polarización dadas en las ecuaciones (43 y 44), respectivamente; y el argumento del seno y coseno no es más que la diferencia de fases total  $\Delta\Psi$  según se definió en la ecuación (42) de la sección anterior.

Como podemos ver, las ecuaciones (47-54) son algo difícil de interpretar; sin embargo, según el capítulo II, recordemos que la constante de acoplamiento indica, de una u otra forma, el mecanismo de transporte con el que se generan las rejillas siendo éstas no-locales cuando la constante es real y locales cuando es imaginaria pura, respectivamente. Por lo tanto, tomando esto en cuenta, podemos eliminar una de estas constantes,  $\gamma$  o  $\beta$ , para estudiar cada caso por separado y simplificar así el análisis.

Con estas mismas ecuaciones (47-54) se puede obtener numéricamente la información necesaria para conocer la evolución de la intensidad y el estado polarización de cada haz durante la propagación; estudiar por separado el acoplamiento entre cada modo de polarización ( $S_x$  con  $R_x$  y  $S_y$  con  $R_y$ ) y acoplamiento total de las ondas ( $S$

con  $R$ ); se puede variar la polarización de entrada de cada haz, utilizando la teoría de los vectores de Jones [Saleh y Teich, 1994]; y además utilizar cualquier configuración experimental del cristal, entre ellas, las que se muestran en la tabla I. Además nos dicen que, en principio, es posible una transferencia de energía con rejillas locales. En los próximos dos capítulos se estudiarán estas ecuaciones para los casos en que se aplique campo alterno y campo directo, respectivamente, en donde se verá que es posible una transferencia bidireccional de energía.

### III.4.2 Solución analítica

Las ecuaciones acopladas (38-41) son similares, matemáticamente, a las ecuaciones con que se explican otros efectos en cristales fotorrefractivos, por ejemplo la mezcla de cuatro ondas [Dolfi *et al.*, 1982, Fisher *et al.*, 1986, Yeh, 1993]; el acoplamiento entre componentes cruzados de polarización en cristales cúbicos [Yeh, 1987]; la difracción de un haz por medio de rejillas grabadas a diferentes longitudes de onda [Saxena *et al.*, 1990]. Por lo tanto, el método de solución de estas ecuaciones ya ha sido bien establecido el cual se utilizará aquí para dar solución a nuestro caso.

En otros trabajos se han propuesto soluciones analíticas para explicar el acoplamiento vectorial de dos ondas, pero éstas sólo se limitan al estudio de rejillas no-locales [Fisher *et al.*, 1986, Petrovic y Milivoj, 1994, Sturman *et al.*, 1999]. En el primero de estos trabajos no se toma en consideración el flujo de energía bidireccional entre cada modo de polarización, el cual se puede observar en el signo de las ecuaciones (38-41), por lo tanto, el resultado analítico que obtienen allí es diferente al que nosotros obtendremos; el segundo, se limita a explicar el acoplamiento intermodal; y en el tercero, no realizan experimentos con ninguna de las configuraciones simétricas mostradas en la tabla I excluyendo de esta manera, al igual que los dos primeros, el acoplamiento bidireccional simétrico. Por lo tanto, dado a que las ecuaciones (38-41) no se han resuelto en la literatura, bajo esta configuración simétrica, en esta sección resolveremos este problema siguiendo el mismo método de solución que se utilizó en

---

[Dolfi *et al.*, 1982, Fisher *et al.*, 1986, Saxena *et al.*, 1990]. Las diferencias principales con respecto a las otras soluciones es que aquí consideraremos ambos tipos de rejillas, locales y no-locales; se parte de una configuración simétrica; y que no se toma en cuenta la condición de no agotamiento.

Quizás cabe aquí la siguiente pregunta ¿para qué mostrar todos los pasos para llegar a una solución?, ya que, según se mencionó en la sección anterior, para entender el acoplamiento vectorial es suficiente con una solución numérica de las ecuaciones (47-88) puesto que se tiene prácticamente todo lo necesario, las intensidades y fases de cada componente de polarización. Sin embargo, considero que una solución analítica siempre es más formal, aunque sea un caso muy particular.

Para encontrar dicha solución analítica, primeramente se consideran las siguientes relaciones:

$$|R_x|^2 + |S_x|^2 = I_{Rx} + I_{Sx} = I_{0x}, \quad (55)$$

$$|R_y|^2 + |S_y|^2 = I_{Ry} + I_{Sy} = I_{0y}, \quad (56)$$

$$R_x S_y + R_y S_x = b, \quad (57)$$

$$R_x R_y^* - S_x S_y^* = c, \quad (58)$$

las cuales son constantes de integración; donde (55 y 56) son resultado de la conservación de la energía e implican que sólo existe un acoplamiento intramodal mientras que las (57 y 58) son resultado del teorema de reciprocidad [Gu y Yeh, 1987].

Definiendo las siguientes variables

$$u = \frac{S_x}{R_y^*} \text{ y } v = \frac{S_y}{R_x^*}, \quad (59)$$

derivándolas con respecto a  $z$ , y sustituyéndolas en las ecuaciones (38-41) se llega a las siguientes dos ecuaciones diferenciales las cuales “desacoplan” a las cuatro ecuaciones iniciales

$$\frac{du}{dz} = -\frac{\Gamma}{2I_0} [b^* u^2 - \sigma u - b], \quad (60)$$

$$\frac{dv}{dz} = \frac{\Gamma}{2I_0} [b^* v^2 - \sigma v - b], \quad (61)$$

donde  $\sigma = I_{0x} - I_{0y}$  y  $b$  está dada en (57). La solución a cada una de estas últimas dos ecuaciones se puede encontrar en libros de fórmulas de integración (por ejemplo en [Gradshteyn y Ryzhik, 1980]). Entonces, una vez resueltas dichas ecuaciones y aplicando las condiciones en la frontera  $R_x(0) = R_{0x}$ ,  $R_y(0) = R_{0y}$ ,  $S_x(0) = S_{0x}$  y  $S_y(0) = S_{0y}$ , las cuales no son más que el valor de la amplitud compleja de cada componente de polarización en la entrada del cristal, dan como resultado las siguientes expresiones:

$$u = \frac{s}{2b^*} \tanh \left[ \kappa z + \tanh^{-1} \left( \frac{2b^*u_0 - \sigma}{s} \right) \right] + \frac{\sigma}{2b^*}, \quad (62)$$

$$v = \frac{s}{2b^*} \tanh \left[ -\kappa z + \tanh^{-1} \left( \frac{2b^*v_0 - \sigma}{s} \right) \right] - \frac{\sigma}{2b^*}, \quad (63)$$

donde  $u_0 = S_{0x}/R_{0y}^*$ ,  $v_0 = S_{0y}/R_{0x}^*$ ,  $s = \sqrt{\sigma - 4|b|^2}$  y  $\kappa = s\Gamma/4I_0$ ; esto es, (62 y 63) están en función de las condiciones iniciales y la constante de acoplamiento.

Ya obtenidas las funciones  $u$  y  $v$  el problema está resuelto, puesto que con la ayuda de las ecuaciones (55-59) se obtienen finalmente las siguientes expresiones en intensidad para las cuatro componentes de polarización

$$I_{Rx} = \frac{I_{0x} - I_{0y}|u|^2}{1 - |uv|^2}, \quad (64)$$

$$I_{Sx} = \frac{I_{0y}|u|^2 - I_{0x}|uv|^2}{1 - |uv|^2}, \quad (65)$$

$$I_{Ry} = \frac{I_{0y} - I_{0x}|v|^2}{1 - |uv|^2}, \quad (66)$$

$$I_{Sy} = \frac{I_{0x}|v|^2 - I_{0y}|uv|^2}{1 - |uv|^2}. \quad (67)$$

Dado que  $u = u(z)$  y  $v = v(z)$ , estas últimas cuatro expresiones describen la evolución en intensidad de cada componente al propagarse una distancia  $z$  a través del cristal fotorrefractivo. Por otro lado, nótese que no es posible conocer a partir de ellas la evolución de las fases para cada componente durante la propagación. Sin embargo, sí es posible obtener es la diferencia fase total  $\Delta\Psi$ , dada en la expresión (42), para

obtener esto simplemente hacemos la razón entre  $u$  y  $v$ , ecuaciones (59); esto es,

$$\frac{u}{v} = \frac{S_x R_x^*}{S_y R_y^*} = C e^{i\Delta\Psi} \quad (68)$$

el cual en general es un número complejo de modo que su amplitud y fase están dadas por  $C$  y  $\Delta\Psi$ , respectivamente.

Finalmente, con estos resultados analíticos (64-68) se puede calcular la interferencia entre los haces  $\mathbf{R}$  y  $\mathbf{S}$  a lo largo de todo el cristal como una suma de los patrones de interferencia de ambas componentes de polarización; esto es,  $I_T(x, z) = I_x(x, z) + I_y(x, y)$ , donde  $I_T(x, z)$ ,  $I_x(x, z)$  y  $I_y(x, y)$  son la intensidad total, la intensidad entre las componentes  $x$  y la intensidad producida por las componentes  $y$ , respectivamente, donde cada una de estas intensidades cumplen con la expresión

$$I_i(x, z) = |S_i|^2 + |R_i|^2 + |S_i|^2 |R_i|^2 \cos(Kx + \Delta\Psi_i), \quad (69)$$

en donde los subíndices  $i = x, y, T$ , corresponden a los componentes de polarización  $x$ ,  $y$  y total, respectivamente;  $K$  es la magnitud del vector de onda de la rejilla; y tomando en cuenta la simetría del problema la diferencia de fase total es tal que  $\Delta\Psi_T = \Delta\Psi$ , con

$$\Delta\Psi_x = \Delta\Psi/2, \text{ y } \Delta\Psi_y = -\Delta\Psi/2. \quad (70)$$

Por otro lado, se pueden obtener los contrastes complejos  $m$ ,  $m_x$  y  $m_y$  de estas intensidades si hacemos

$$m = \frac{\sqrt{I_{Rx} I_{Sx}} e^{i\Delta\Psi} + \sqrt{I_{Ry} I_{Sy}} e^{i\Delta\Psi}}{I_{0x} + I_{0y}}, \quad (71)$$

$$m_x = \frac{\sqrt{I_{Rx} I_{Sx}} e^{i\Delta\Psi_x}}{I_{0x}}, \quad (72)$$

$$m_y = \frac{\sqrt{I_{Ry} I_{Sy}} e^{i\Delta\Psi_y}}{I_{0yx}}. \quad (73)$$

Por lo tanto, con los resultados analíticos para las intensidades (64-67), al igual que con las ecuaciones (47-54) de la sección anterior, es posible estudiar detalladamente la mezcla vectorial de dos ondas tanto para rejillas locales como para rejillas no-locales,

ya que con la ayuda de las expresiones (69-73) se puede explicar, de una forma clara y explícita, el acoplamiento entre los modos de polarización  $x$  y  $y$ , el acoplamiento total de las ondas; y el estado polarización de cada haz durante la propagación dentro del medio; tal y como se hará en los próximos capítulos IV y V con las figuras 10 y 19, respectivamente.

### III.5 Acoplamiento vectorial de dos ondas en cristales con actividad óptica

En general no existe una solución exacta para las ecuaciones acopladas vectoriales (28 y 29), no obstante, se han utilizado para simular y explicar distintos efectos de los cuales podemos mencionar, entre otros, el estudio del efecto abanico [Tuovinen *et al.*, 1995]; la modulación en la ganancia mediante campos eléctricos de C. A. senoidales [Stance *et al.*, 1989] y cuadrados [Shamonina *et al.*, 1998c]; la búsqueda de una orientación óptima para la mezcla de dos ondas en cristales sin actividad óptica [Strait *et al.*, 1990], con actividad óptica [Shamonina *et al.*, 1997] e incluso tomando en cuenta el efecto elasto-óptico [Shamonina *et al.*, 1998a]. Por lo tanto aquí también se realiza una simulación numérica con estas ecuaciones para analizar los efectos de la actividad óptica en el acoplamiento vectorial de dos ondas.

#### III.5.1 Simulación numérica

La figura 7 muestra un diagrama de flujo para resolver las ecuaciones (28 y 29) y así obtener numéricamente la evolución de las amplitudes complejas  $S$  y  $R$  a lo largo del cristal. La solución se obtiene mediante el método de diferencias finitas en donde se divide al cristal en un número determinado de capas delgadas (delgadas en referencia la longitud  $L$  del cristal) y se calcula el cambio de cada parámetro de  $\mathbf{S}$  y  $\mathbf{R}$  correspondiente a cada paso  $\Delta z$ , siendo esta última la longitud infinitesimal de dichas

---

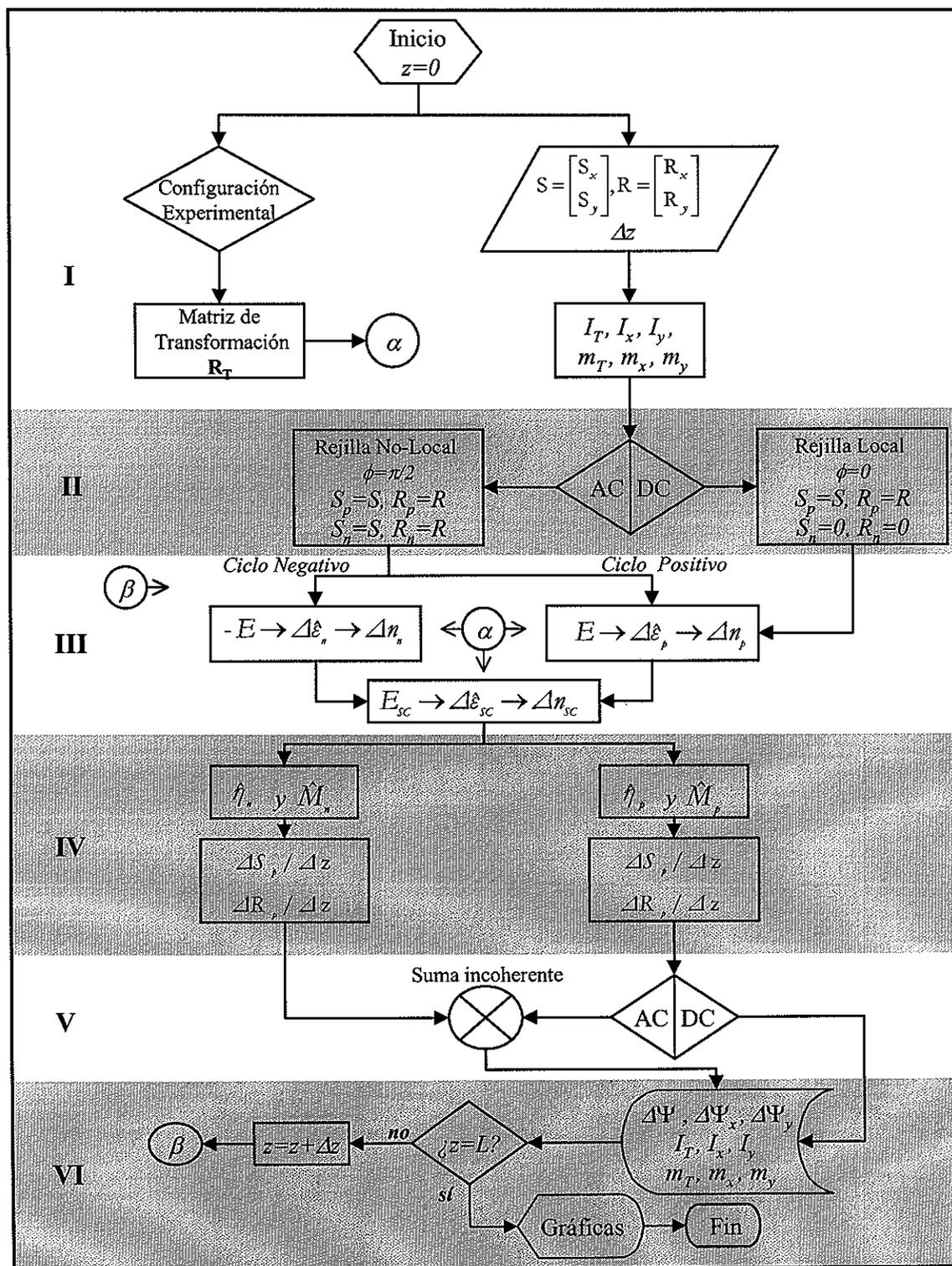


Figura 7. Diagrama de flujo para la simulación numérica del acoplamiento vectorial de dos ondas en CCF. En éste se incluye la actividad óptica así como los casos de rejillas locales (campo directo) y/o no-locales (campo alterno). Ver explicación en el texto.

capas. El algoritmo está dividido en seis etapas, las cuales se ilustran con números romanos en el diagrama, y se describe a continuación.

Primeramente, en la etapa I, se define tanto el paso  $\Delta z$  como los vectores de Jones correspondientes a los haces señal  $\mathbf{S}$  y referencia  $\mathbf{R}$  en la entrada del cristal. Estos vectores contienen la información del estado de polarización inicial de los haces; es decir, las amplitudes complejas de cada componente y sus respectivas fases, mismas que se dan en (45). Con ellas se calculan y almacenan las intensidades  $I_T$ ,  $I_x$  y  $I_y$ , así como los contrastes complejos  $m$ ,  $m_x$  y  $m_y$ , con las ecuaciones (69) y (71-73) respectivamente. Con estos contrastes se calculan más adelante el campo eléctrico interno  $E_{SC}$ . En esta misma etapa se escoge la configuración experimental (de la tabla I) y se calcula la matriz de transformación  $R_T$  mediante los ángulos de Euler [Arfken, 1985]. Ésta transforma el sistema de coordenadas cristalográfico al sistema de coordenadas del laboratorio y sirve para calcular los cambios en el tensor dieléctrico  $\hat{\epsilon}$  del cristal en las coordenadas del laboratorio. Con esta opción de elegir la configuración se puede estudiar no sólo el acoplamiento simétrico si no también estudiar los casos asimétricos.

En la etapa II, se elige qué tipo de campo eléctrico se va a aplicar, de corriente directa o corriente alterna, y por lo tanto qué tipo de no linealidad fotorrefractiva se va a simular, arrastre o difusión-arrastre. Si la no linealidad es de carácter no-local entonces se asigna un valor de  $\pi/2$  al desfase  $\phi$  entre la rejilla y el patrón de interferencia, además se definen dos vectores iguales a los iniciales,  $S_p=S_n=S$  y  $R_p=R_n=S$ , esto para calcular por separado el cambio en los haces producido por cada semiciclo, positivo y negativo, correspondientes a un periodo de la función de onda cuadrada del campo eléctrico. En caso de que la no linealidad fotorrefractiva sea local entonces  $\phi = 0$  y sólo existirá una polaridad del campo eléctrico.

En la etapa III, se calcula el cambio del tensor dieléctrico, éste sufre un cambio  $\Delta\hat{\epsilon}$  debido al campo eléctrico externo  $E_0$  más un cambio  $\Delta\hat{\epsilon}_{SC}$  debido al campo eléctrico interno  $E_{SC}$ , el cual se calcula según la ecuación

$$E_{SC} = \frac{-q_{SC}}{NI_0} |E_0| \sum_{j=1}^N [S_{xj}R_{xj}^* + S_{xj}R_{xj}^*] e^{i\phi}, \quad (74)$$

donde  $q_{sc}$  es un factor de ajuste;  $I_0 = \sum_{j=1}^n (I_{xj} + I_{yj})$  es la intensidad total; el término entre paréntesis cuadrados es el contraste complejo dado por la ecuación; con  $e^{i\phi}$  escogemos el mecanismo de formación del campo interno; y  $N$  es el número de polaridades del campo eléctrico siendo  $N = 1$  para el caso de C. D.,  $N = 2$  para el caso de C. A. correspondientes a dos semiciclos y,  $N = 4$  si es un campo rotatorio, este último tiene cuatro polaridades del campo eléctrico en un periodo y se definirá más adelante en el capítulo VI. El primero de estos cambios en el tensor dieléctrico  $\Delta\hat{\epsilon}$  se traduce en la birrefringencia inducida mientras que el segundo  $\Delta\hat{\epsilon}_{SC}$  tiene que ver con las rejillas de índice  $\Delta n_x$  y  $\Delta n_y$ . En caso de tener un campo eléctrico de C. A. se supone que el periodo de oscilación de éste sea mucho menor que el tiempo de respuesta del material por lo que, en este caso, la ecuación 74 es el promedio temporal del campo eléctrico interno. Para el cálculo de los cambios en el tensor dieléctrico  $\Delta\hat{\epsilon}$  y  $\Delta\hat{\epsilon}_{SC}$  se utiliza la ecuación (15) del efecto Pockels dado en el capítulo II. El conector  $\alpha$  que se observa en esta etapa (ver figura 7) indica que se utiliza a la matriz  $R_T$  para calcular los cambios del tensor dieléctrico en el sistema del laboratorio; esto se logra mediante una simple operación de similaridad  $\Delta\hat{\epsilon} = \epsilon_0 n^2 R_T \hat{r} R_T^{-1} E$  [Saleh y Teich, 1994], donde  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío y  $\hat{r}$  es el tensor de coeficientes electro-ópticos. Obsérvese que si se tiene un campo eléctrico de C. A. entonces se realizan dos veces los mismos cálculos, éstos corresponden a los semiciclos positivo y negativo de la función cuadrada de voltaje, mientras que si se tiene un campo eléctrico de C. D. existe una sola polaridad del campo y se realizan sólo una vez los cálculos.

En la etapa IV, se calculan las matrices de acoplamiento  $\hat{\eta}$  y  $\hat{M}$  una vez más para cada polaridad del campo, éstas se definieron en las ecuaciones (30 y 31), respectivamente. Con estas matrices se calcula el cambio de las amplitudes complejas  $S$  y  $R$  correspondiente a cada incremento  $\Delta z$ , para esto simplemente se utiliza el lado derecho de las ecuaciones (28 y 29) multiplicados por el incremento  $\Delta z$  y se suma al valor anterior de las amplitudes; esto es,  $S = S + (i\hat{\eta}R + \hat{M}S)\Delta z$  y  $R = R + (i\hat{\eta}^*S + \hat{M}R)\Delta z$ .

En la etapa V, se obtienen las intensidades  $I_{Rx}$ ,  $I_{Ry}$ ,  $I_{Sx}$  y  $I_{Sy}$ , donde cada una de ellas se obtiene mediante una suma incoherente de las intensidades de cada polaridad

dividida entre dos para el caso de C. A.; esto es, por ejemplo  $I_{Rx} = (I_{Rx} + I_{Rxp})/2$  y de igual forma para las otras intensidades.

En la etapa VI, se calcula y almacenan las fases  $\Psi_{Sx}$ ,  $\Psi_{Sy}$ ,  $\Psi_{Rx}$  y  $\Psi_{Ry}$ , y con ellas obtener la diferencia  $\Delta\Psi$  y las transferencia de fases  $\Delta\Psi_x$ , y  $\Delta\Psi_y$ ; así como las intensidades  $I_T$ ,  $I_x$  y  $I_y$  y los contrastes complejos  $m$ ,  $m_x$  y  $m_y$ , correspondientes. Finalmente, en esta misma etapa, se pregunta si se llegó a la distancia  $L$  del cristal, si es así se grafican los resultados y se termina el programa, si no, se incrementa la distancia  $z = z + \Delta z$  y se continúa con los cálculos a partir de la etapa III, tal y como se señala en el diagrama con el conector  $\beta$ .

# Capítulo IV

## Amplificación bidireccional con campo eléctrico de CA

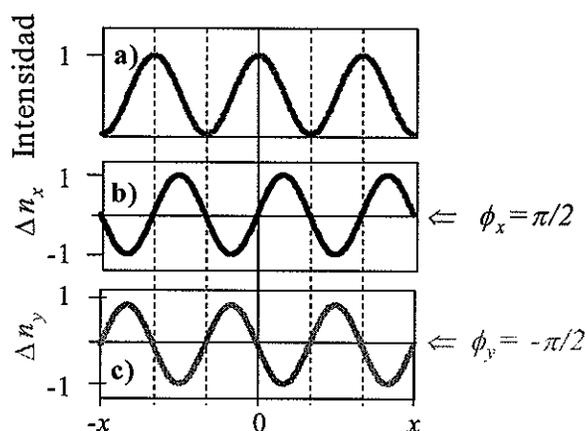
### IV.1 Introducción

En el capítulo II se explicó y analizó el caso escalar de la mezcla de dos ondas y se concluyó, entre otras cosas, que la transferencia de energía sólo puede efectuarse para el caso de una no linealidad fotorrefractiva de carácter no-local, ya sea por difusión o difusión-arrastre. Además, dicho análisis escalar tuvo como consecuencia una transferencia de energía unidireccional; esto es, en donde un haz de luz sólo puede amplificarse en una dirección y ésta depende de la dirección de desplazamiento de la rejilla de índice, formada por el efecto fotorrefractivo, con respecto al patrón de interferencia.

En este capítulo se muestra una transferencia bidireccional de la energía entre dos haces. Dicha transferencia bidireccional resulta del análisis vectorial del acoplamiento de dos ondas (realizado en el capítulo anterior); donde el caso escalar de la mezcla de dos ondas es, obviamente, un caso particular de este acoplamiento vectorial. Además, se verá aquí que esta transferencia bidireccional es posible en CCF, con y sin actividad óptica, existiendo para ambos casos una amplificación bidireccional de la luz; esto es, en donde el haz débil siempre es amplificado independientemente de su dirección de propagación con respecto al haz fuerte. Se demostrará que esta amplificación es simétrica sólo bajo una configuración del cristal en donde el cambio de índices es tal que,  $\Delta n_x = -\Delta n_y$  (de allí el nombre de configuraciones simétricas para el primer y segundo caso de la tabla I). Se utilizarán tanto las ecuaciones vectoriales en términos de intensidad y fase, la solución analítica y la simulación numérica descritas en el capítulo

anterior, para dar una explicación más clara y sencilla del porqué de esta transferencia bidireccional de la energía; además, se presentan nuevos efectos encontrados los cuales se explican y demuestran con resultados numéricos y experimentales, respectivamente.

## IV.2 Formación de dos rejillas no-locales



**Figura 8.** Formación de rejillas en un cristal cúbico con campo eléctrico de C. A. para una configuración simétrica. (a) Es el patrón de interferencia; (b) es la rejilla no-local correspondiente a la polarización  $x$ ; y (c) es la rejilla no-local para la polarización  $y$ . El desfase entre las rejillas es de  $\pi$  radianes.

Para entender el acoplamiento bidireccional no es necesario formula alguna si entendemos bien el siguiente razonamiento (ver figura 8). Cuando un CCF se somete a un campo eléctrico externo, la superficie de índices, inicialmente isotrópica, sufre un cambio en general elíptico en su forma; en donde los cambios sobre los ejes principales de la indicatriz óptica están dados por  $\Delta n_x$ ,  $\Delta n_y$  (ver figura 5). Para el caso en se tenga una configuración experimental simétrica, se aplique un campo eléctrico de C. A. y los haces incidentes **S**, **R**, contengan ambas componentes de polarización  $x$  y  $y$ , entonces, la rejilla producida por las componentes  $x$  (figura 8-b) estará desplazada  $\pi/2$  con respecto al patrón de intensidad (la figura 8-a) mientras que la rejilla producida

por las componentes  $y$  estará desplazada  $-\pi/2$  (figura 8-c); en otras palabras, cada componente de polarización “observará” su propia rejilla no-local las cuales están desplazadas  $\pi$  radianes una con respecto a la otra según la configuración simétrica. De aquí que el flujo de energía será diferente para cada componente de polarización. Este proceso se cumple tanto para cristales con y sin actividad óptica.

### IV.3 Ecuaciones vectoriales acopladas para el caso de rejillas no-locales

En la sección III.4.1 anterior se obtuvieron ocho ecuaciones diferenciales que explican el acoplamiento vectorial en CCF sin actividad óptica tanto para el caso de rejillas locales como el de rejillas no-locales. En esta sección se retoman estas ecuaciones para explicar el acoplamiento bidireccional en cristales cúbicos con campo eléctrico de C. A., en este caso la constante de acoplamiento  $\Gamma$  es real (como se puede ver en la expresión (37)) ya que el campo eléctrico interno está desplazado  $\pi/2$  con respecto al patrón de interferencia; o bien, dicho de otra manera, en donde el término complejo de la constante de acoplamiento dada en (46) es cero,  $\beta = 0$ . Entonces, tomando esto en consideración, las ecuaciones para las intensidades (47-50) quedan de la forma

$$\frac{dI_{Rx}}{dz} = -\gamma \frac{I_{Sx}I_{Rx}}{I_0} - \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (75)$$

$$\frac{dI_{Sx}}{dz} = \gamma \frac{I_{Sx}I_{Rx}}{I_0} + \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (76)$$

$$\frac{dI_{Ry}}{dz} = \gamma \frac{I_{Sy}I_{Ry}}{I_0} + \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (77)$$

$$\frac{dI_{Sy}}{dz} = -\gamma \frac{I_{Sy}I_{Ry}}{I_0} - \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (78)$$

mientras que las ecuaciones para las fases (51-54) quedan como

$$\frac{d\Psi_{Rx}}{dz} = -\gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Rx}} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (79)$$

$$\frac{d\Psi_{Sx}}{dz} = -\gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Sx}} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (80)$$

$$\frac{d\Psi_{Ry}}{dz} = -\gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Ry}} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (81)$$

$$\frac{d\Psi_{Sy}}{dz} = -\gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0I_{Sy}} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y). \quad (82)$$

Para entender el acoplamiento bidireccional con estas últimas ocho ecuaciones consideremos el caso en que ambos haces **R** y **S** tengan la misma polarización al entrar al cristal, para esto se escoge una polarización lineal a 45° con respecto a la indicatriz (recordando que tomamos a los ejes de ésta como nuestro sistema de referencia); o bien, una polarización circular. Con esto, los haces tendrán la misma amplitud en cada componente de polarización; es decir  $\sqrt{I_{Rx}} = \sqrt{I_{Ry}}$  y  $\sqrt{I_{Sx}} = \sqrt{I_{Sy}}$ . Entonces, según la notación para los vectores de Jones, con estas polarizaciones se tendrá como condición inicial que las fases relativas (43 y 44) serán cero,  $\Delta\Psi_x = \Delta\Psi_y = 0$ , por lo que las ecuaciones (79-82) también serán cero y, por lo tanto, no habrá transferencia de fase (inclinación en las franjas de interferencia), tal y como es de esperarse para el caso de rejillas no-locales. Por otro lado, de las ecuaciones (75-78) se puede obtener el cambio de la intensidad de cada haz,  $I_R$  e  $I_S$ , con respecto a la distancia  $z$  donde, utilizando de nuevo la condición inicial, se puede observar que el segundo término del lado derecho (esto es, los términos con  $\Delta\Psi_x$  y  $\Delta\Psi_y$ ) se eliminan quedando las siguientes ecuaciones:

$$\frac{dI_R}{dz} = \frac{d(I_{Rx} + I_{Ry})}{dz} = -\frac{\gamma}{I_0}(I_{Sx}I_{Rx} - I_{Sy}I_{Ry}), \quad (83)$$

$$\frac{dI_S}{dz} = \frac{d(I_{Sx} + I_{Sy})}{dz} = \frac{\gamma}{I_0}(I_{Sx}I_{Rx} - I_{Sy}I_{Ry}). \quad (84)$$

Con estas dos ecuaciones se puede explicar el acoplamiento bidireccional, esto se puede ver en el término entre paréntesis donde si  $I_{Sx}I_{Rx} > I_{Sy}I_{Ry}$  el flujo de energía va del haz de referencia al haz señal mientras que si  $I_{Sx}I_{Rx} < I_{Sy}I_{Ry}$  el flujo de energía se invierte yendo del haz señal al haz de referencia; en otras palabras, siempre se podrá

amplificar el haz débil sin importar la dirección de propagación con respecto al haz fuerte.

Nótese que, según la polarización que se escogió en la entrada, aparte de no haber transferencia de fase tampoco existe flujo de energía  $dI_R/dz = dI_S/dz = 0$  al inicio del cristal, dado a que las amplitudes de las componentes son iguales y el término entre paréntesis se elimina; sin embargo, existe un cambio en la polarización. Esto lo podemos ver según las ecuaciones (75-78) las cuales quedan de la forma

$$\frac{dI_{Rx}}{dz} = -\gamma \frac{I_{Sx}I_{Rx}}{I_0} - \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0}, \quad (85)$$

$$\frac{dI_{Sx}}{dz} = \gamma \frac{I_{Sx}I_{Rx}}{I_0} + \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0}, \quad (86)$$

$$\frac{dI_{Ry}}{dz} = \gamma \frac{I_{Sy}I_{Ry}}{I_0} + \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0}, \quad (87)$$

$$\frac{dI_{Sy}}{dz} = -\gamma \frac{I_{Sy}I_{Ry}}{I_0} - \gamma \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0}, \quad (88)$$

ya que la intensidad, y por tanto la amplitud, de cada componente cambia durante la propagación de manera que el término  $(I_{Sx}I_{Rx} - I_{Sy}I_{Ry})$  de las ecuaciones (83 y 84) es diferente de cero. Este proceso de acoplamiento termina cuando dicho término vuelve a eliminarse; esto es, cuando las polarizaciones de los haces interactuantes son tales que  $(I_{Sx}I_{Rx} - I_{Sy}I_{Ry}) = 0$ .

Las ecuaciones (85-88), excepto por el segundo término, son similares a las ecuaciones (21) para el caso escalar del acoplamiento de dos ondas del capítulo II. De ellas se destaca que, además de una amplificación bidireccional, el flujo de energía es diferente para la polarización  $x$  que para la polarización  $y$ ; donde la intensidad  $I_{Rx}$  cede parte de su energía a la componente  $I_{Sx}$  mientras que la intensidad  $I_{Ry}$  adquiere energía de  $I_{Sy}$ . Por lo tanto, existe un flujo bidireccional de la energía. Con este breve análisis de las ecuaciones (75-81) se explica de una forma matemática el acoplamiento bidireccional supuesto con el modelo de la figura 8.

## IV.4 Soluciones analíticas y simulación numérica

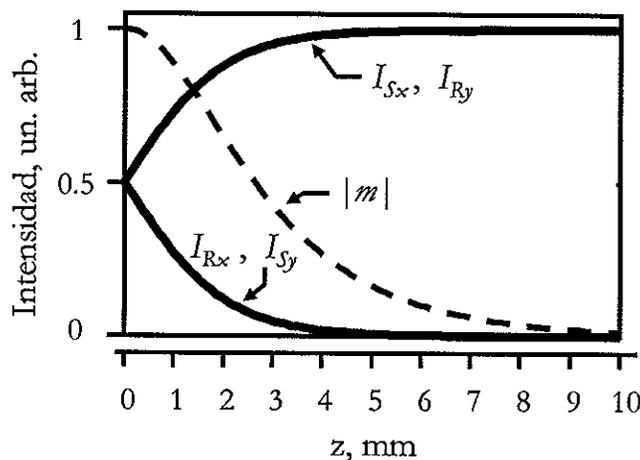
En esta sección se utiliza tanto la solución analítica como la simulación numérica presentadas en el capítulo anterior para analizar diferentes casos del acoplamiento vectorial de dos ondas. Para el caso de cristales sin actividad óptica y en configuración simétrica se utiliza la solución analítica dada en (64-67); en cambio, para los casos de cristales con actividad óptica y/o en una configuración asimétrica, se utiliza la simulación numérica descrita en la sección III.5.1. Aunque, si bien, la simulación numérica es más que suficiente para analizar cualquier caso deseado, aquí se decide utilizar ambos métodos para profundizar el análisis de los mecanismos físicos involucrados durante el acoplamiento y, por otro lado, nos sirvió para comprobar la equivalencia en los resultados obtenidos; lo cual nos dice que la solución analítica aquí desarrollada es correcta confirmándose más adelante su validez sobre la base de los resultados experimentales.

En ambos casos, simulación numérica y solución analítica, se hace uso de las expresiones dadas en (69-73) con las cuales se obtiene una imagen del patrón de interferencia a lo largo del cristal. Esto con el fin de analizar por separado, de una forma visual y explícita, el acoplamiento entre los modos de polarización  $x$  y  $y$ ; el acoplamiento total de las ondas; y el estado polarización de cada haz durante la propagación dentro del medio.

### IV.4.1 Caso simétrico, $\Delta n_x = -\Delta n_y$ , sin actividad óptica

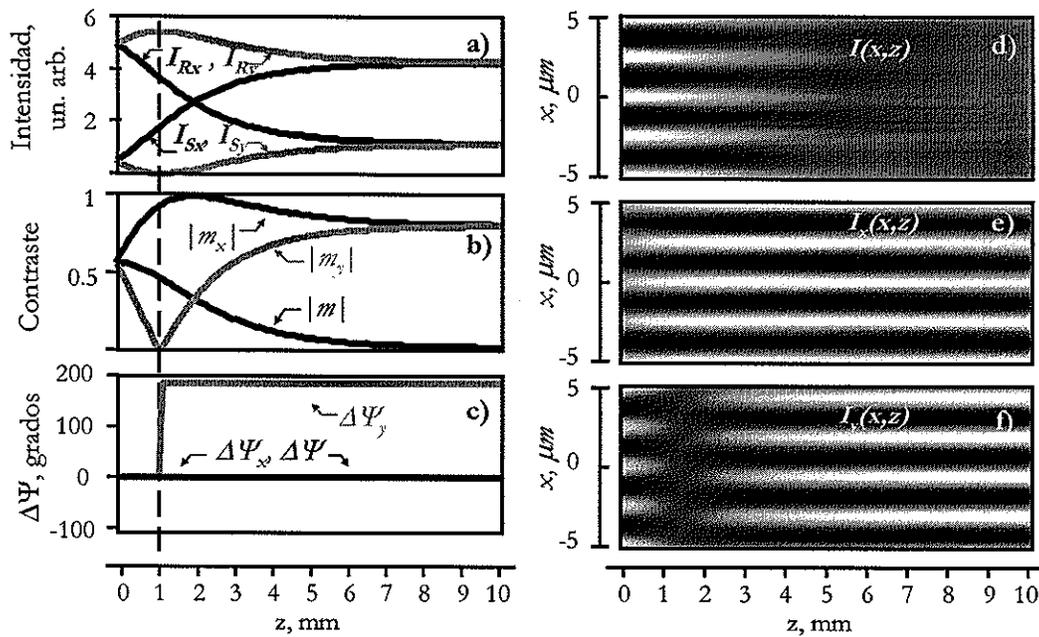
La figura 9 muestra la evolución de las intensidades de las cuatro componentes de polarización obtenidas con las soluciones (64-67) para el caso en que la razón entre el haz de referencia y el haz señal es 1:1; esto es,  $I_R(0) = I_S(0)$ . La polarización inicial de ambos haces es lineal a  $45^\circ$ , las pérdidas por absorción no se toman en cuenta y se escoge una constante de acoplamiento real  $\Gamma=10 \text{ cm}^{-1}$ . Con esta figura se puede apreciar el flujo bidireccional de la energía, para esto obsérvese que la intensidad  $I_{Rx}$  cede energía a  $I_{Sx}$  hasta llegar a una transferencia total de energía, mientras que la

componente  $I_{Ry}$  adquiere energía de  $I_{Sy}$  hasta que, al igual que  $I_{Rx}$ , desaparece lo que era de esperarse de acuerdo a las ecuaciones (85-88). Nótese que aproximadamente a los diez milímetros de propagación el contraste  $m$  (definido en la ecuación (71)) será igual a cero, dado que sólo sobreviven las componentes  $I_{Sx}$  y  $I_{Ry}$ , las cuales son ortogonales entre sí, terminando de esta manera el acoplamiento entre los haces.



**Figura 9.** Mezcla de dos ondas debido a una rejilla no-local para el caso en que  $I_R(0) = I_S(0)$ . La constante de acoplamiento es real,  $\Gamma = 10 \text{ cm}^{-1}$ . Ver explicación en el texto.

Es importante resaltar que en este caso el acoplamiento entre los haces no termina por un agotamiento del haz de referencia  $I_R$ , tal y como sucede en el caso escalar, si no más bien porque la polarización entre los haces **S** y **R** es ortogonal en salida del cristal como se puede ver en la figura 9. Obsérvese también que tanto el haz de referencia como el haz señal salen del cristal con la misma energía con la que entraron; esto es,  $I_R(0) = I_R(L_0) = I_S(0) = I_S(L_0) = I_0/2$  (donde  $L_0$  es la longitud del cristal e  $I_0$  es la intensidad total); en otras palabras, *el acoplamiento entre los haces no provoca ganancia alguna, en cambio produce una ortogonalización de la polarización*. Este efecto (hasta nuestro conocimiento) nunca ha sido reportado en la literatura razón por lo cual lo hemos bautizado precisamente como “efecto de ortogonalización de la polarización” y es otra de las contribuciones de este trabajo de tesis.



**Figura 10.** Mezcla de dos ondas debido a una rejilla no-local para el caso en que la razón de los haces es  $I_R/I_S = 10$ , con  $\Gamma = 20 \text{ cm}^{-1}$ . Ver explicación en el texto.

La figura 10 muestra otro caso del acoplamiento con una no linealidad de carácter no-local, aquí la razón entre el haz de referencia y el haz señal es de 10:1,  $10I_R = I_S$ , los haces presentan polarización lineal a  $45^\circ$  y se escoge una constante de acoplamiento real,  $\Gamma = 20 \text{ cm}^{-1}$ , con el fin de terminar el proceso de acoplamiento en un centímetro de longitud. En la figura 10-a se puede ver otra vez cómo la dirección del flujo de energía es diferente para al acoplamiento entre componentes de polarización  $x$  que de polarización  $y$ , al menos durante el primer milímetro del propagación. Obsérvese cómo la intensidad  $I_{Rx}$  cede energía a  $I_{Sx}$  pero sin llegar ahora a una transferencia total de energía, mientras que la componente  $I_{Ry}$  recibe energía de  $I_{Sy}$  hasta que esta última desaparece aproximadamente en un milímetro de recorrido (ver la línea segmentada en la figura 10-a). En este punto el contraste  $m_y$  también desaparece como se puede verificar en la ecuación (73) y observar en la figura 10-b; sin embargo, el acoplamiento entre haces **S** y **R** no cesa aquí ya que el contraste total  $m = S_x R_x^* + S_y R_y^*$  no se elimina

debido a la presencia de la componente de polarización  $x$ , lo cual quiere decir que la rejilla sigue presente.

Dado que se está analizando el acoplamiento debido a una linealidad fotorrefractiva tipo no-local, no debe de existir transferencia de fase entre las componentes durante la propagación; esto es,  $\Delta\Psi_x = \Delta\Psi_y = 0$ . Sin embargo, en la figura 10-b observamos un cambio de  $180^\circ$  en la fase  $\Delta\Psi_y$  cambiando así la dirección de acoplamiento entre las intensidades  $I_{Ry}$  y  $I_{Sy}$ . Dicho "salto" produce un corrimiento en el patrón de interferencia  $I_y(x, z)$  de las componentes de polarización  $y$ , tal y como se puede ver en las figura 10-f. Por lo tanto, en la intensidad total  $I_T(x, z)$  mostrada en la figura 10-d, la cual la suma de las intensidades  $I_T(x, z) = I_x(x, z) + I_y(x, y)$  (presentadas en las figuras 10-e y f, respectivamente) se observa un desvanecimiento de las franjas producido por el corrimiento de  $180^\circ$  en  $I_y(x, y)$ , esto nos indica de nuevo que la polarización entre los haces es ortogonal en la salida del medio.

Entonces otra vez, al igual que el caso mostrado en la figura 9, en la salida del cristal los haces tienen una polarización ortogonal entre sí y, además, son iguales a la mitad de la intensidad total; esto es:

$$I_R(L_0) = I_S(L_0) = I_0/2, \quad (89)$$

esto a pesar de que la razón  $I_R/I_S$  entre los haces de entrada es diferente en ambos casos, figuras 9 y 10, respectivamente.

Para ver que efectivamente los haces tienen la misma intensidad de salida véase la figura 10-a, en donde simplemente se suman las intensidades finales de cada componente; es decir,  $I_{Rx}(L_0) + I_{Ry}(L_0) \cong I_{Sx}(L_0) + I_{Sy}(L_0)$  con  $L_0 = 10 \text{ mm}$ . Por otro lado, para el caso en que la razón inicial entre los haces sea muy grande,  $I_R/I_S \gg 1$ , mediante una breve inspección se puede demostrar que la ganancia máxima será aproximadamente igual a la mitad de la razón de entrada entre los haces; esto es,

$$g = \frac{I_S(L_0)}{I_S(0)} = \frac{1}{2} \frac{I_R(0)}{I_S(0)} \quad (90)$$

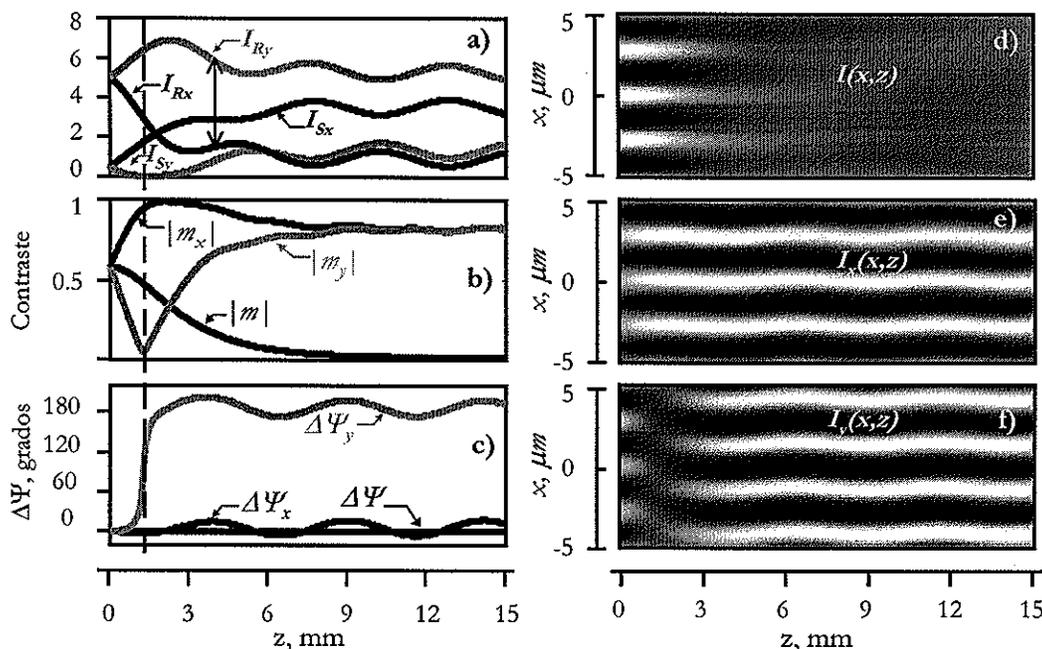
Nótese que un intercambio entre las razones de intensidades en la entrada del cristal no cambia el proceso de acoplamiento descrito en la figura 10, por lo que es lo mismo si  $I_R > I_S$ , o bien  $I_R < I_S$ , en la entrada del cristal; en otras palabras la ganancia (90) no depende de la dirección mutua entre los haces. Esto se verificó numéricamente confirmando así que la amplificación es bidireccional, en donde el haz débil siempre será amplificado independientemente de la dirección de propagación.

Cabe mencionar además que los mismos resultados mostrados en la figura 10 se obtienen con la simulación numérica si se considera un cristal cúbico de CdTe en configuración simétrica al cual se le aplica un campo eléctrico de C. A. de  $20 \text{ kV/cm}$ . En este caso la constante electro-óptica es  $r_{41} = 6.8 \text{ pm/V}$  y el índice de refracción es igual a  $n = 2.82$  a una longitud de onda  $\lambda = 1 \text{ }\mu\text{m}$  según los datos de [Yeh, 1993]; además, en la simulación se considera un cristal de un milímetro de ancho por un centímetro de largo y la polarización inicial de los haces es lineal a  $45^\circ$ , aunque lo mismo se obtiene con polarización circular.

#### IV.4.2 Caso simétrico, $\Delta n_x = -\Delta n_y$ , con actividad óptica

La figura 11 muestra el proceso de acoplamiento en un cristal de BTO con un campo eléctrico de C. A. obtenida mediante la simulación numérica, en donde se considera de nuevo una razón entre el haz de referencia y el haz señal de 10:1, así como una configuración simétrica; en este caso la constante electro-óptica es  $r_{41} = 5.17 \text{ pm/V}$ , el índice de refracción es  $n = 2.25$  a una longitud de onda  $\lambda = 0.63 \text{ }\mu\text{m}$  según [Petrov *et al.*, 1991], y la polarización inicial de los haces es lineal a  $45^\circ$ .

En esta figura se observa primeramente que el proceso de acoplamiento es similar al caso de un cristal sin actividad óptica mostrado en la figura 10; esto es, en la figura 11-a se puede ver que el flujo de energía sigue siendo diferente para la polarización  $x$  que para la polarización  $y$ , en donde la intensidad  $I_{Rx}$  cede energía a  $I_{Sx}$ , sin llegar a una transferencia total, mientras que la componente  $I_{Ry}$  recibe energía de  $I_{Sy}$ , la cual disminuye hasta desaparecer (ver la línea segmentada en la figura 11-a). Ahora en este



**Figura 11.** Mezcla de dos ondas en un cristal de BTO en configuración simétrica con campo eléctrico de C. A. La razón entre los haces es de  $I_R/I_S = 10$ . Ver detalles en el texto.

punto se observa un cambio no tan brusco en la fase  $\Delta\Psi_y$  cambiando así la dirección de acoplamiento entre las intensidades  $I_{Ry}$  y  $I_{Sy}$  (ver figuras 11-d y c). Dicho “salto suave” produce el corrimiento, también suave, en el patrón de interferencia  $I_y(x, z)$  correspondiente a las componentes de polarización  $y$  mostrado en las figura 11-f. Por otro lado, nótese que existe una fluctuación, casi armónica, en la intensidad de cada una de las componentes mostradas en la figura 11-a, esto se debe a la actividad óptica, la cual produce un acoplamiento entre componentes ortogonales (esto es,  $R_x$  con  $R_y$  y  $S_x$  con  $S_y$ ) el cual “está compitiendo” con el acoplamiento entre ondas producido por la rejilla de índice (es decir,  $R_x$  con  $S_x$  y  $R_y$  con  $S_y$ ) afectando en gran manera al intercambio de energía entre los haces. Para ver esto, obsérvese que aproximadamente a los cuatro milímetros de recorrido, mostrado con una flecha doble en la figura 11-a, la intensidad  $I_{Rx}$  tiende a juntarse con su componente ortogonal  $I_{Ry}$ , sin embargo domina el acoplamiento de energía entre  $I_{Rx}$  y  $I_{Sx}$ ; así mismo  $I_{Sx}$  tiende a juntarse con  $I_{Sy}$

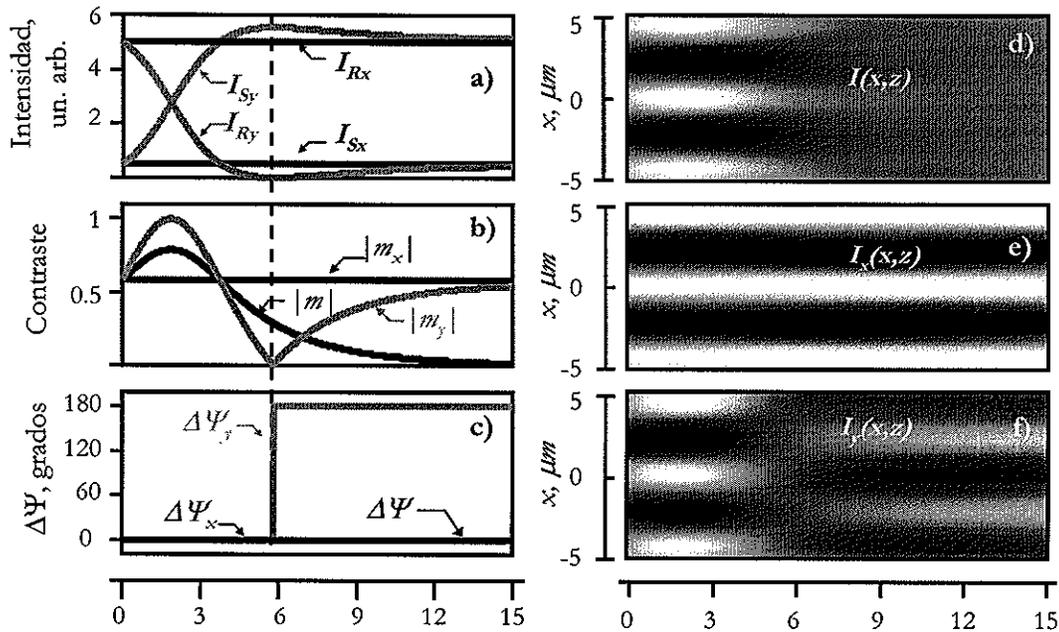
dominando en este caso el acoplamiento entre  $I_{Ry}$  y  $I_{Sy}$ . Este acoplamiento producido por la actividad óptica se explicó en el capítulo III el cual se puede ver en los términos que están fuera de la diagonal principal de la matriz  $\hat{M}$  dada en (31).

No obstante podemos observar que a pesar de la actividad óptica, la suma de las intensidades  $I_x(x, z) + I_y(x, y)$  de las figuras 11-e y f dan como resultado la intensidad total  $I_T(x, z)$  mostrada en la figura 11-d en la que se desvanecen de nuevo las franjas de interferencia, lo que nos indica otra vez que la polarización entre los haces es ortogonal en la salida del medio. Por lo tanto podemos decir que: *el efecto de ortogonalización de la polarización también es posible en cristales con actividad óptica retardando ésta la transferencia de energía entre los haces*. En este caso la ganancia será menor que la obtenida en (90) (lo cual se demostrará experimentalmente en la próxima sección de este capítulo). Esta aseveración es válida toda vez que se cumpla la condición de que la actividad óptica sea mucho menor que la constante de acoplamiento  $\rho \ll \Gamma$ , y para que esto suceda es necesario aplicar campos eléctricos más intensos. Por otro lado, se necesitan cristales largos para que el proceso de ortogonalización se lleve a cabo por completo y, así mismo, dar pie a toda la transferencia de energía posible; de aquí que para la simulación de la figura 11 se haya escogido una longitud de 1.5 centímetros y se aplique un campo eléctrico de C. A. de  $25 \text{ kV/cm}$  a diferencia del caso sin actividad óptica mostrado en la figura 10.

#### IV.4.3 Caso asimétrico, $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ con $\Delta n_x = 0$

Finalmente, en la figura 12 se muestra un caso de acoplamiento vectorial de dos ondas en un cristal cúbico con un campo eléctrico de C. A., sin actividad óptica y bajo una configuración asimétrica, específicamente la configuración asimétrica correspondiente al cuarto caso de la tabla I del capítulo III en donde sólo las componentes con polarización en  $y$  pueden ser acopladas dado que  $\Delta n_x = 0$ ; esto es, donde no existe rejilla de índice para las componentes  $x$ . Una vez más la polarización de los haces es lineal a  $45^\circ$  y los parámetros del cristal corresponden a los de un cristal

de CdTe, dados en el último párrafo de la sección anterior, con la única diferencia de que la amplitud del campo eléctrico externo es ahora de  $10 \text{ kV/cm}$  y la longitud del cristal es de 1.5 centímetros.



**Figura 12.** Mezcla de dos ondas en un cristal de CdTe en configuración asimétrica,  $\Delta n_x \neq \Delta n_y$  con campo eléctrico de C. A. La razón entre los haces es de  $I_R/I_S = 10$ . Ver detalles en el texto.

Bajo esta configuración, si la polarización de los haces es lineal a lo largo del eje  $y$  entonces se tendrá el caso escalar de la mezcla de dos ondas y habrá una transferencia total de energía, esto despreciando obviamente la absorción del medio, tal y como se ha estado haciendo en todos los casos anteriores. Por otro lado, para cualquier otro estado de polarización las componentes en  $x$  sí afectan el acoplamiento, dado que contribuyen en la modulación de la birrefringencia vía el campo interno  $E_{sc}$  el cual depende a su vez del contraste total. Para ver esto, obsérvese por ejemplo la figura 12-a, allí se puede ver que efectivamente las componentes en  $y$  están acopladas ya que  $I_{R_y}$  transfiere energía a  $I_{S_y}$  cediéndola por completo justo en los seis milímetros de recorrido dentro del medio, mientras tanto, las componentes  $I_{R_x}$  e  $I_{S_x}$  se mantienen inalteradas debido

a que no existe acoplamiento entre ellas. Nuevamente, el acoplamiento entre haces **S** y **R** no cesa en este punto ya que la rejilla sigue presente dado que el contraste total  $m = S_x R_x^* + S_y R_y^*$  no se elimina como se observa en 12-b, ocurriendo el cambio de fase de  $180^\circ$  según se ve en la figura 12-c. Este cambio de fase, al igual que en los casos anteriores, produce el desvío en las franjas de interferencia,  $I_y(x, z)$ , producido por las componentes de polarización en  $y$  dando como resultado el desvanecimiento de las franjas de la interferencia total  $I_T(x, z)$  (ver figuras 12-d y f, respectivamente).

Por lo tanto, el efecto de ortogonalización también puede observarse en cristales cúbicos bajo una configuración experimental asimétrica  $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ , en la que la modulación espacial de birrefringencia para las componentes en  $x$  no se lleva a cabo; esto es  $\Delta n_x = 0$ . Esta afirmación contradice por completo lo citado en [Hu *et al.*, 1999] en donde enuncian dos casos para la transferencia de energía en cristales bajo esta misma configuración experimental. Allí, el primer caso supone la posibilidad de una transferencia total de energía si ambos haces interactuantes tienen una polarización lineal a lo largo de  $y$ , tal y como se ha dicho aquí y es comprobable con nuestra simulación numérica; sin embargo, en el segundo caso suponen que es posible una transferencia de energía oscilatoria entre los haces interactuantes durante la propagación dentro del cristal lo cual, según la simulación mostrada en la figura 12, no es posible toda vez que la polarización de los haces sea ortogonal.

## IV.5 Resultados experimentales y discusión

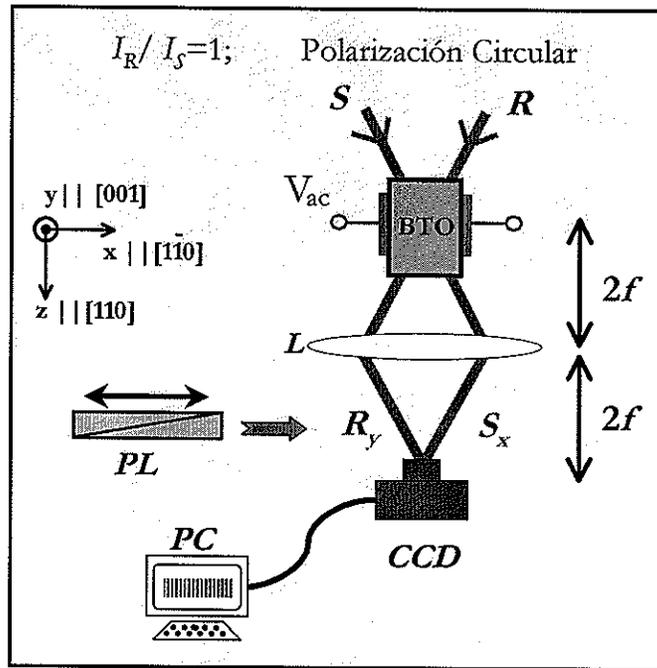
A continuación se muestran los resultados experimentales resultantes de dos experimentos en un cristal con actividad óptica, el primero de ellos consistió en un arreglo convencional para la mezcla de dos ondas con el cual se muestra el efecto de ortogonalización de la polarización de los haces, mientras que en el segundo experimento se elabora un arreglo experimental para obtener la mezcla múltiple de ondas con la cual se mostrará el flujo bidireccional de la energía y, además, se hará notar que el efecto de ortogonalización también se lleva a cabo en el acoplamiento múltiple de ondas. En

ambos experimentos se utilizó un cristal fotorrefractivo de  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$ , mejor conocido como un cristal de BTO (léase “be-te-o”), que pertenece a la familia de los silenitas los cuales presentan actividad óptica ya que tienen simetría puntual 23 [Yariv y Yeh, 1983]. Las dimensiones del cristal son de  $4 \times 4 \times 10 \text{ mm}^3$ , donde la cara de entrada corresponde al área de  $4 \times 4 \text{ mm}^2$  y la longitud es de  $10 \text{ mm}$ . El cristal fue cortado a lo largo del eje cristalográfico  $[1\ 1\ 0]$ , dirección en la cual se propaga la luz. Mediante una pintura de plata se le depositaron dos electrodos, de área aproximadamente de  $2 \times 10 \text{ mm}^2$ , sobre dos de las superficies laterales a la propagación, normales al eje cristalográfico  $[1\ \bar{1}\ 0]$ ; a través de estos electrodos se aplicó el campo eléctrico externo. Dicho corte corresponde a una configuración simétrica según la tabla I del capítulo III. La fuente de luz utilizada fue un láser de He-Ne, cuyo haz tiene una longitud de onda  $\lambda$  de  $633 \text{ nm}$  con una potencia de  $30 \text{ mW}$  en la salida del láser.

#### IV.5.1 Experimento del acoplamiento vectorial dos ondas

La figura 13 muestra básicamente el arreglo experimental para la mezcla de dos ondas en cristales con campo eléctrico externo. En este experimento los haces de entrada S y R tienen la misma intensidad y poseen una polarización circular; mediante un microscopio convencional, representado por la lente  $L$  en el la figura 13, se transfiere la imagen del patrón de interferencia formado en el centro del cristal a una cámara CCD la cual permite, con la ayuda de una  $PC$  y algunos programas de programación, la grabación de las imágenes en un rango dinámico de 16 bits (65,536 niveles o conteos) con una resolución de  $1024 \times 256$  pixeles.

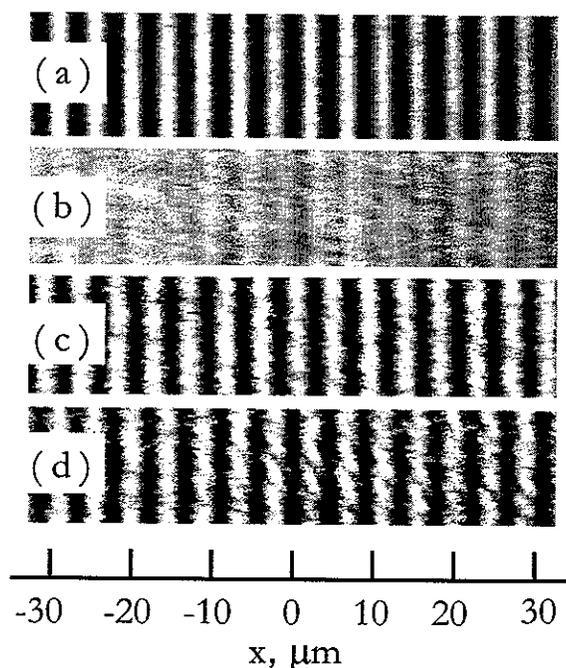
Algunos de los resultados obtenidos con este arreglo experimental se presentan en la figura 14. En el primer inciso se muestra el patrón de interferencia cuando no existe ningún campo eléctrico externo al cristal cuyo periodo espacial  $\Lambda^{-1}$  es aproximadamente de 4.5 micras. Ahora bien, cuando el cristal es sometido a un campo eléctrico de C. A. la imagen del patrón de interferencia tiende a “desaparecer”, tal y como se ve en la figura 14-b, en este caso fue necesario aplicar sólo  $10 \text{ kV/cm}$ . La respuesta al porqué



**Figura 13.** Arreglo experimental para obtener el patrón de interferencia dentro del cristal durante la mezcla de dos ondas con campo eléctrico externo.

se desvanece la imagen ya se ha mencionado repetidamente a lo largo de éste capítulo y no es más que se tiene una ortogonalización en la polarización de los haces. Cabe mencionar que se obtiene un resultado similar si los haces tienen una polarización lineal de entrada a  $-45^\circ$  y  $+45^\circ$  con respecto a la indicatriz óptica, lo cual se verificó experimentalmente.

Para corroborar que efectivamente los haces son ortogonales se colocó un polarizador  $PL$  en la salida del cristal y con esto analizar la polarización de los haces. Como resultado se encontró que existen dos patrones de interferencia desfasados aproximadamente  $180^\circ$  uno con respecto al otro, como se puede ver en las figuras 14-c y d, respectivamente; éstos los pudimos observar al rotar  $90^\circ$  el polarizador. Uno de ellos correspondería a un corte transversal de la interferencia  $I_x(x, z)$  correspondiente a las componentes de polarización  $x$  y otro a un corte transversal de la interferencia  $I_y(x, z)$  de las componentes de polarización  $y$ , tal y como ocurre en la figuras 11-e y f, anteriores. Por lo tanto, este experimento confirma lo dicho en la sección anterior



**Figura 14.** Imágenes del patrón de interferencia dentro del cristal fotorrefractivo. (a) Sin campo eléctrico externo y con luz circular en la entrada; (b) con campo de C. A. de 10 kV/cm; (c) con campo de C. A y analizador a  $45^\circ$ ; y (d) con campo de C. A y analizador a  $-45^\circ$ .

con respecto a que la ortogonalización de los haces también es posible en cristales con actividad óptica.

#### IV.5.2 Mezcla de multiondas

En la figura 15 se muestra el arreglo experimental para realizar la mezcla de multiondas. Aquí el haz del láser pasa a través del difusor  $S$  para generar un patrón de motas, después, se coloca una lente  $L_1$  a una distancia  $2f$  del difusor, donde  $f$  es el foco de la lente, con la cual se obtiene la imagen de éste en la cara de entrada de la muestra fotorrefractiva  $PRC$  (también a una distancia de  $2f$  con respecto a la lente), esta lente sirve a su vez para converger el patrón de motas dentro del medio produciendo una interferencia múltiple de ondas. Antes de la muestra fotorrefractiva se coloca un

polarizador lineal  $PL_1$  para controlar el estado de polarización en la entrada del cristal, así mismo se sitúa un segundo polarizador  $PL_2$  detrás del cristal con el fin de analizar el estado de polarización.

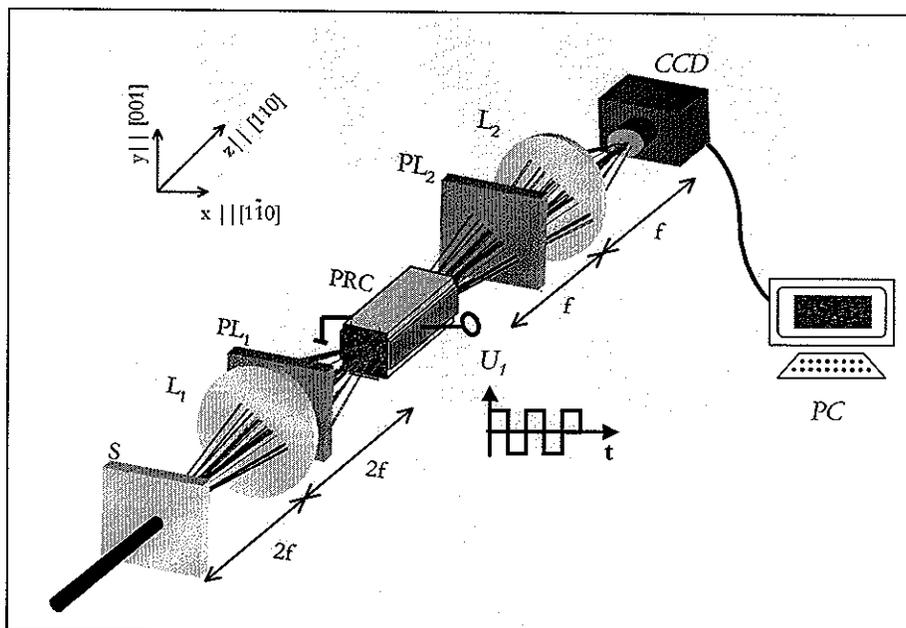
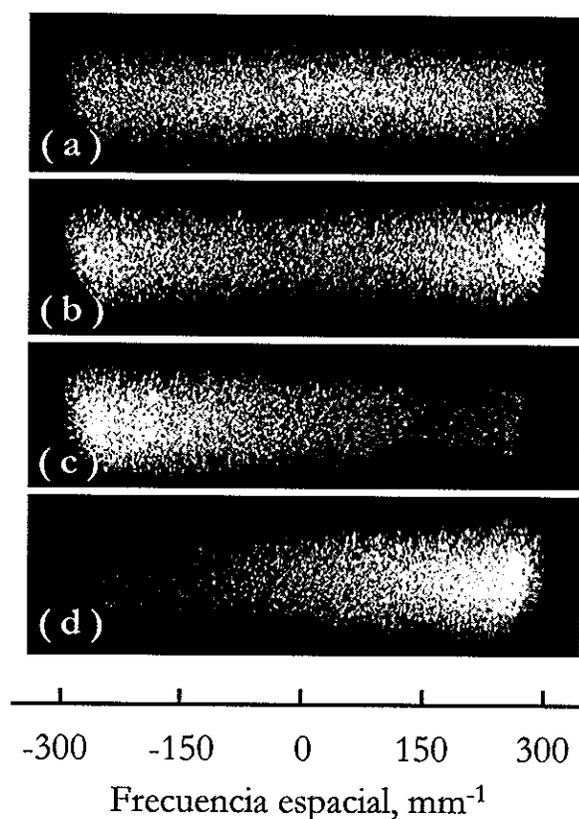


Figura 15. Arreglo experimental para la mezcla de multiondas.

El patrón de motas es grabado en campo lejano mediante la cámara  $CCD$  cuya área del arreglo sensor es de  $27.64 \times 6.9$  mm, por lo que, para grabar el campo lejano del patrón de motas que sale del cristal fue necesario colocar una lente transformadora de Fourier  $L_2$  entre la cámara y el cristal para así disminuir el tamaño de dicho patrón y poder introducirlo en el área activa de la cámara  $CCD$ . Esto sobre la base de que una lente tiene la capacidad de traer el campo lejano (zona de Fraunhofer) hacia el campo cercano (zona de Fresnel) [Goodman, 1968]. Finalmente, por medio de una computadora  $PC$ , se grabaron los patrones de motas para diferentes estados de polarización de entrada analizándose tanto el estado de polarización en la salida del cristal así como el flujo de energía entre los haces, ambos, en función de las polarizaciones entrada.



**Figura 16.** Resultados experimentales de la mezcla múltiple de ondas. (a) Imagen sin campo eléctrico; (b) imagen con campo eléctrico de C. A. de  $12.5 \text{ kV/cm}$ ; (c) imagen con analizador en  $x$ ; y (d) imagen con analizador en  $y$ .

Los resultados más sobre salientes de este experimento se muestran en la figura 16 en donde se muestran las imágenes en campo lejano del patrón de motas; en otras palabras, se muestran los espectros espaciales de las imágenes del patrón de motas en la cara de salida del cristal con y sin campo eléctrico externo. La figura 16-a es el espectro espacial sin campo eléctrico externo aplicado, el rango espectral abarca frecuencias desde  $-300 \text{ mm}^{-1}$  a  $300 \text{ mm}^{-1}$  aproximadamente; en la figura 16-b se muestra el cambio que sufre el espectro cuando se aplica un campo eléctrico de C. A. de  $12.5 \text{ kV/cm}$ , aquí claramente se observa un flujo bidireccional de la energía lo que produce que las frecuencias altas, tanto negativas como positivas, se amplifiquen; más aún en las siguientes dos figuras 16-c y d se observa que no sólo se amplifican las

frecuencias altas sino que también la polarización de cada frecuencia espacial positiva tiene una polarización ortogonal a su correspondiente frecuencia negativa. Estas últimas dos imágenes se obtienen si se analiza la polarización del espectro, con el polarizador  $PL_2$  de la figura 15, en donde la figura 16-c tiene polarización a lo largo del eje  $x$  de la indicatriz óptica correspondiente, mientras que la figura 16-d tiene polarización a lo largo del eje  $y$ .

Un efecto similar al mostrado en las figuras 16-c y d se obtiene experimentalmente si en lugar de tener polarización circular en la entrada del cristal se tiene polarización lineal a lo largo del ejes principales  $x$  y  $y$  de la elipsoide de índices respectivamente; en otras palabras, se puede controlar la dirección del flujo de la energía con un simple polarizador lineal en la entrada del cristal, tal y como se muestra en la figura 22 del capítulo V.

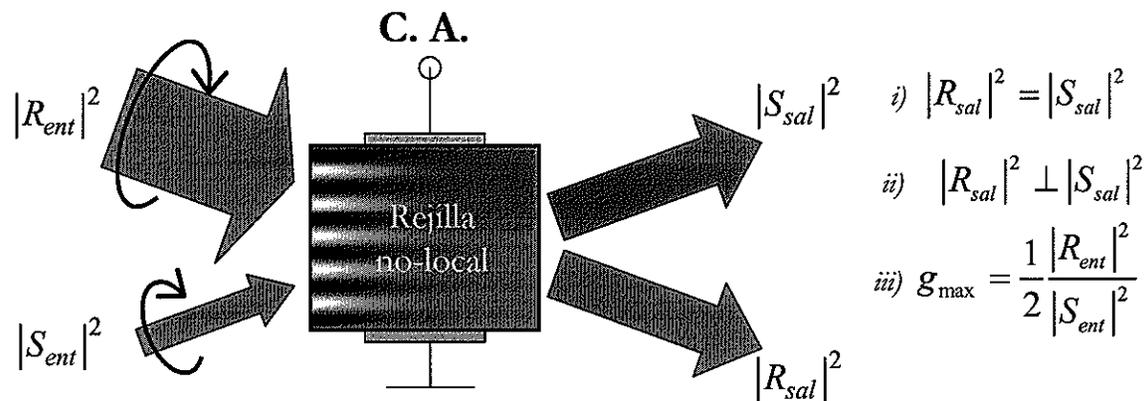
Por otro lado, estos resultados también nos revelan que el cristal fotorrefractivo puede servir como un filtro activo para amplificar las frecuencias altas, negativas o positivas, de una imagen; siendo entonces una posible aplicación potencial para el procesamiento óptico de imágenes, como por ejemplo el enfatizamiento de bordes de una imagen (“edge enhancement”), lo cual ya ha sido propuesto anteriormente por nuestro grupo de trabajo, bajo una configuración experimental asimétrica, en la reciente tesis doctoral [Fuentes-Hernández, 2002, Fuentes-Hernández, 1998].

---

## IV.6 Conclusiones del capítulo IV

Después de los resultados tanto experimentales como de simulación numérica expuestos en este capítulo a continuación se enlista, a manera de conclusión, las propiedades del acoplamiento vectorial de dos ondas en cristales cúbicos sin actividad óptica sometidos a campo eléctricos de corriente alterna y bajo una configuración simétrica (las cuales se esquematizan en la figura 17):

- El haz débil siempre será amplificado independientemente de su dirección de propagación; esto es existe una amplificación bidireccional de la luz.
- Ambos haces en la salida del cristal siempre serán iguales en intensidad sin importar la razón inicial de entrada entre los haces.
- Una vez terminado el acoplamiento, la polarización entre los haces es ortogonal en la salida del cristal, en donde el estado de polarización (lineal, circular o elíptico) depende de la razón inicial entre los haces.
- La ganancia máxima será igual a la mitad de la razón inicial de entrada entre los haces.



**Figura 17.** Esquema de la mezcla de dos ondas en cristales cúbicos sin actividad óptica sometido a un campo eléctrico de C. A. (caso de rejillas no-locales).

Los cuatro puntos anteriores se dan sólo si: no se toma en cuenta la absorción del medio y ambos haces de entrada tienen la misma polarización lineal de entrada a  $\pm 45^\circ$ , o polarización circular.

Con respecto al acoplamiento vectorial en cristales que poseen actividad óptica se puede concluir que ésta retrasa la ortogonalización de la polarización afectando la transferencia de energía entre los haces; sin embargo, se da el efecto. Lo anterior siempre y cuando se cumpla que  $\rho \ll \Gamma$ ; esto es, cuando la actividad óptica sea mucho menor que la constante de acoplamiento. Para que esto suceda se necesita aplicar campos eléctricos intensos y/o cristales largos para que el proceso de ortogonalización se lleve a cabo y, así mismo, toda la transferencia de energía posible.

---

# Capítulo V

## Amplificación bidireccional con campo eléctrico de CD

### V.1 Introducción

Existen hasta el momento dos técnicas para aumentar la eficiencia en la ganancia de un haz en la mezcla de dos ondas con CCF. Una de ellas consiste aplicar un campo eléctrico de C. A. al cristal para formar una rejilla de índice no-local [Stepanov y Petrov, 1985], mediante un mecanismo de difusión-arrastre, y así producir la transferencia de energía entre las ondas interactuantes, tal y como se vió anteriormente en los capítulos II y III. Por otro lado, en la otra técnica se aplica un campo de C. D. y un patrón de interferencia en movimiento, el cual se logra desplazado ligeramente en frecuencia  $\Omega$  (del orden de  $10^2 \text{ s}^{-1}$ ) a uno de los haces [Refregier *et al.*, 1985, Solymar *et al.*, 1996], por tal motivo se le llama *técnica de rejilla en movimiento* (“moving-grating technique”). Con esta segunda técnica, se ha encontrado la generación de “ondas espacio-carga” dentro del cristal debido al movimiento de las franjas [Sturman *et al.*, 1993, Pedersen *et al.*, 1998] y, recientemente, se ha estudiado el acoplamiento vectorial producido entre las ondas cuando el valor de la frecuencia  $\Omega$  está en resonancia con la frecuencia  $\omega_K$  de las ondas espacio-carga [Sturman *et al.*, 2000]; esto es,  $\Omega \simeq \omega_K$ . La primera de estas dos técnicas, la de campo alterno, ha sido reconocida como la más útil [Stance *et al.*, 1990], ya que utiliza patrones de interferencia estacionarios. Además se ha demostrado que su eficiencia depende del perfil temporal del campo eléctrico [Petrov *et al.*, 1991]; en otras palabras, depende de la forma de la función de voltaje, siendo más eficiente cuando tiene un perfil periódico de onda cuadrada. No obstante, utilizar alto voltaje con este tipo de

---

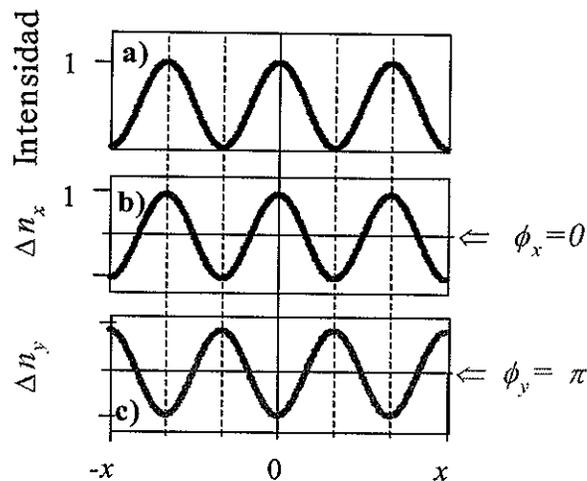
función se convierte en una desventaja debido al tiempo tan corto en el cambio de una polaridad a otra, el llamado tiempo de subida (“the rise time”), sobre todo si se utilizan CCF semiconductores (GaAs, CdTe, o InP) los cuales necesitan campos alternos de más alta frecuencia para generar el campo interno  $E_{SC}$  [Ziari *et al.*, 1992]. Esto se debe a que el tiempo de respuesta de dichos cristales son de los más cortos, para este tipo de cristales, algo esencial para muchas aplicaciones.

Hasta ahora se cree que una condición necesaria para amplificar la luz en medios fotorrefractivos es el desfaseamiento entre la rejilla de índice y el patrón de interferencia (tal y como se vio en el capítulo anterior); esto es, se necesita una rejilla no-local, la cual se obtiene cuando el mecanismo de transporte de los electrones es mediante difusión o difusión-arrastre (ver ecuaciones (11 y 13)).

En este capítulo se muestra una nueva técnica para amplificar la luz en CCF mediante un campo eléctrico de C. D., en la cual no se necesita un patrón de interferencia en movimiento; es decir, la técnica emplea rejillas locales estacionarias. Esta técnica está basada en la teoría del acoplamiento vectorial de dos ondas desarrollada en el capítulo III y se demostrará, al igual que en el capítulo anterior, que la amplificación es posible en cristales con y sin actividad óptica. Se demostrará que tal amplificación también es bidireccional, en donde el haz débil siempre es amplificado independientemente de su dirección de propagación.

## V.2 Formación de dos rejillas locales

Tal y como se ha mencionado anteriormente, si se aplica un campo eléctrico a un cristal fotorrefractivo entonces la superficie de índices sufre un cambio en su forma; donde los cambios sobre los ejes principales de la indicatriz óptica están dados por  $\Delta n_x$ ,  $\Delta n_y$  (ver figura 5). Por lo cual si el campo eléctrico es de C. D., se tiene una configuración experimental simétrica y los haces incidentes **S** y **R** contienen ambas componentes de polarización,  $x$  y  $y$ , entonces cada componente de polarización “observará” su propia rejilla las cuales están en fase con respecto al patrón de interferencia; esto es, serán rejillas locales (ver figura 18). Ambas rejillas están desplazadas  $\pi$  radianes entre sí dado que  $\Delta n_x = -\Delta n_y$ , según la tabla I. Sabemos de antemano, tal y como se vio en el capítulo II, que en este caso no habrá flujo de energía entre cada componente de polarización; sin embargo, en este tipo de rejillas sí existe transferencia de fase por lo que habrá una inclinación de las franjas de interferencia, en diferente dirección, para cada componente polarización. Esto de nuevo se cumple tanto para cristales con y sin actividad óptica.



**Figura 18.** Formación de rejillas con campo eléctrico de C. D. para una configuración simétrica. (a) Es el patrón de interferencia; (b) es la rejilla local correspondiente a la polarización  $x$ ; y (c) es la rejilla local para la polarización  $y$ . El desfase entre las rejillas es de  $\pi$  radianes.

Bajo este concepto, en este capítulo se mostrará que, mediante un análisis vectorial del acoplamiento de dos ondas y con una polarización adecuada, dichas transferencias de fase producen un ligero desfaseamiento entre la rejilla de índice y el patrón de interferencia suficiente para producir una transferencia de energía de un haz a otro; lo anterior, independientemente de que el patrón de interferencia siempre esté en fase con el campo eléctrico interno  $E_{SC}$ . En consecuencia, ¡una no linealidad fotorrefractiva de carácter local también puede amplificar luz coherente! Para desarrollar este análisis vectorial se utilizarán, al igual que el capítulo anterior, las ecuaciones vectoriales en términos de intensidad y fase, la solución analítica y simulación numérica descritas en el capítulo III.

### V.3 Ecuaciones vectoriales acopladas para el caso de rejillas locales

En esta sección se retoman de nuevo las ecuaciones diferenciales para el acoplamiento vectorial en cristales cúbicos sin actividad óptica, ecuaciones (47-54) del capítulo III, para explicar el acoplamiento vectorial con este tipo de rejillas. Dado que se tiene un campo de C. D., el mecanismo de transporte es de arrastre por lo que la constante de acoplamiento  $\Gamma$  será un número imaginario puro (como se puede ver en la expresión (37)). Esto ya que la rejilla fotorrefractiva está en fase con respecto al patrón de interferencia; esto es, 0 ó  $\pi$ . O bien, visto de otra forma, en donde el término complejo de la constante de acoplamiento (46) es cero  $\gamma = 0$ , por lo que las ecuaciones para las intensidades (47-50) toman la siguiente forma

$$\frac{dI_{Rx}}{dz} = 2\beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (91)$$

$$\frac{dI_{Sx}}{dz} = -2\beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (92)$$

$$\frac{dI_{Ry}}{dz} = 2\beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (93)$$

$$\frac{dI_{Sy}}{dz} = -2\beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (94)$$

mientras que de las ecuaciones (51-54) las fases quedan como

$$\frac{d\Psi_{Rx}}{dz} = -\beta \frac{I_{Sx}}{I_0} - \beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0 I_{Rx}} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (95)$$

$$\frac{d\Psi_{Sx}}{dz} = -\beta \frac{I_{Rx}}{I_0} - \beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0 I_{Sx}} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (96)$$

$$\frac{d\Psi_{Ry}}{dz} = \beta \frac{I_{Sy}}{I_0} + \beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0 I_{Ry}} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (97)$$

$$\frac{d\Psi_{Sy}}{dz} = \beta \frac{I_{Ry}}{I_0} + \beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{2I_0 I_{Sy}} \cos(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y). \quad (98)$$

De estas ecuaciones ocho ecuaciones podemos destacar que a diferencia del caso escalar, donde las ecuaciones para las intensidades se hacen cero (ver ecuaciones (21)), en este caso sí existe una transferencia de energía entre los haces **R** y **S**, ya que aquí no se eliminan. Lo cual es algo totalmente nuevo en este tema (a pesar de casi ya treinta años a la fecha) en el estudio de la mezcla de dos ondas en estos cristales. Por otro lado, tomando en cuenta que las intensidades totales de cada haz son  $I_R = I_{Rx} + I_{Ry}$  y  $I_S = I_{Sx} + I_{Sy}$  y utilizando(91-94) se obtiene que la evolución de estos haces dentro del cristal finalmente será:

$$\frac{dI_R}{dz} = 4\beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y), \quad (99)$$

$$\frac{dI_S}{dz} = -4\beta \frac{\sqrt{I_{Sx}I_{Sy}I_{Rx}I_{Ry}}}{I_0} \sin(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y). \quad (100)$$

Para explicar estas ecuaciones y, con esto, entender el acoplamiento de energía, consideremos el caso en que los haces tengan inicialmente la misma polarización, digamos lineal a  $45^\circ$ . En este caso los vectores de Jones iniciales son de tal forma que los haces tienen la misma amplitud en cada componente de polarización; es decir  $\sqrt{I_{Rx}} = \sqrt{I_{Ry}}$  y  $\sqrt{I_{Sx}} = \sqrt{I_{Sy}}$ , quedando de la forma  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \sqrt{I_{Sx}} \\ \sqrt{I_{Sy}} \end{bmatrix}$  y  $\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sqrt{I_{Rx}} \\ \sqrt{I_{Ry}} \end{bmatrix}$  donde las fases iniciales  $\Psi_{Sx}$ ,  $\Psi_{Rx}$ ,  $\Psi_{Sy}$  y  $\Psi_{Ry}$  son cero. Con esto se tiene entonces como condición inicial que las fases relativas  $\Delta\Psi_x = \Psi_{Sx} - \Psi_{Rx}$  y  $\Delta\Psi_y = \Psi_{Sy} - \Psi_{Ry}$  son cero y, por tanto, las ecuaciones (99-100) también serán cero; esto nos dice que al inicio del recorrido dentro del medio fotorrefractivo no habrá transferencia de energía. No obstante, sabemos que con las rejillas locales sí existe transferencia de fase (doblamiento

de las franjas); esto es, las fases de cada componente varían con respecto a  $z$ , lo cual lo podemos constatar en las ecuaciones (95-98) donde ninguno de los términos se hacen cero aunque  $\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y = 0$ . Esto quiere decir que después de entrar al cristal las fases relativas  $\Delta\Psi_x$  y  $\Delta\Psi_y$  ahora son diferente de cero existiendo así transferencia de fase, lo cual nos indica a su vez que ahora el argumento de la función seno ( $\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y$ ) en las ecuaciones (99-100) también será diferente de cero, produciéndose de este modo un acoplamiento de energía. Por lo tanto podemos decir que, "*existe una transferencia de energía entre los haces debido a una transferencia de fase generada al inicio del cristal*".

Observe que las ecuaciones (99-100) no sólo indican que sí puede haber transferencia de energía si no que además la potencia de los haces oscila a lo largo del cristal, donde el cambio en el flujo de energía será cada vez que la diferencia entre las fases relativas sea  $\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y = \pm(n+1/2)\pi$ , donde  $n = 1, 2, \dots$ , esto se puede ver por el término senoidal en estas ecuaciones. Nótese que este intercambio de energía oscilatorio es similar al intercambio de energía que se da en la teoría de modos acoplados, en donde la rejilla es fija; esto es, donde la rejilla ya ha sido grabada previamente [Yeh, 1993]. Por otro lado, de las ecuaciones (99-100) podemos destacar una característica importante de este carácter oscilatorio en el intercambio de energía, esta es: no importa cuál sea el haz débil y cuál el haz fuerte, siempre habrá una amplificación del haz débil, de aquí el nombre de "*acoplamiento bidireccional*". Esto se demostrará tanto numérica como experimentalmente en la siguientes secciones.

## V.4 Soluciones analíticas y simulación numérica

Al igual que en sección IV.3 en esta sección se utilizará tanto la solución analítica como las soluciones numéricas obtenidas con la técnica presentada en el diagrama 7 del capítulo III para explicar diferentes casos del acoplamiento vectorial de dos ondas, pero ahora con rejillas locales. Para los casos de cristales sin actividad óptica y en configuración simétrica se utilizará la solución analítica, mientras que para los casos de cristales con actividad óptica y/o en una configuración asimétrica se utilizará la

simulación numérica. En ambos casos, simulación numérica y solución analítica, se hace uso también de la expresión para la intensidad (69) con el fin de analizar por separado, de una forma visual y explícita, cómo se efectúa la transferencia de energía entre las dos ondas en los cristales cúbicos fotorrefractivos bajo una no-linearidad de carácter local.

#### V.4.1 Caso simétrico, $\Delta n_x = -\Delta n_y$

En la figura 19-a se muestra cómo las intensidades de las cuatro componentes de polarización (45) evolucionan a lo largo del cristal. Aquí, la razón entre la intensidad del haz de referencia y el haz señal en la entrada del cristal es,  $I_R/I_S = 10$ ; tienen una polarización lineal a  $45^\circ$  con respecto a la indictriz óptica; las pérdidas por absorción dentro del medio no se toman en cuenta; y se tiene una configuración experimental simétrica de acuerdo a la tabla I del capítulo III. En esta figura se muestran dos casos para dicha configuración experimental, estos corresponden al caso con actividad óptica y al caso sin actividad óptica respectivamente.

El primero de estos casos, sin actividad óptica, se muestra en los incisos del ‘a’ al ‘d’ de la figura 19; en donde, para obtenerlas se utilizó la solución analítica (64-67) en la que se escogió una constante de acoplamiento compleja  $\Gamma=20i \text{ cm}^{-1}$ , aunque cabe señalar que se obtiene prácticamente el mismo resultado con la simulación numérica para un cristal cúbico de CdTe al cual “se le aplica” un campo eléctrico de C. D. de  $20 \text{ kV/cm}$  y cuyos parámetros físicos son los mismos utilizados para obtener la figura ?? del capítulo anterior.

Obsérvese en la figura 19-a que la intensidad de ambos haces es periódica a lo largo de  $z$ , tal y como lo esperábamos según (99-100), donde la amplitud máxima de las oscilaciones es

$$\Delta I = I_R(0) - I_S(0), \quad (101)$$

en la que  $I_R(0)$  e  $I_S(0)$  representan las intensidades totales de entrada  $I_R = I_{Rx} + I_{Ry}$  y  $I_S = I_{Sx} + I_{Sy}$ . Cuando la distancia del cristal es  $L = L_0/2$ , con  $L_0$  como el periodo de

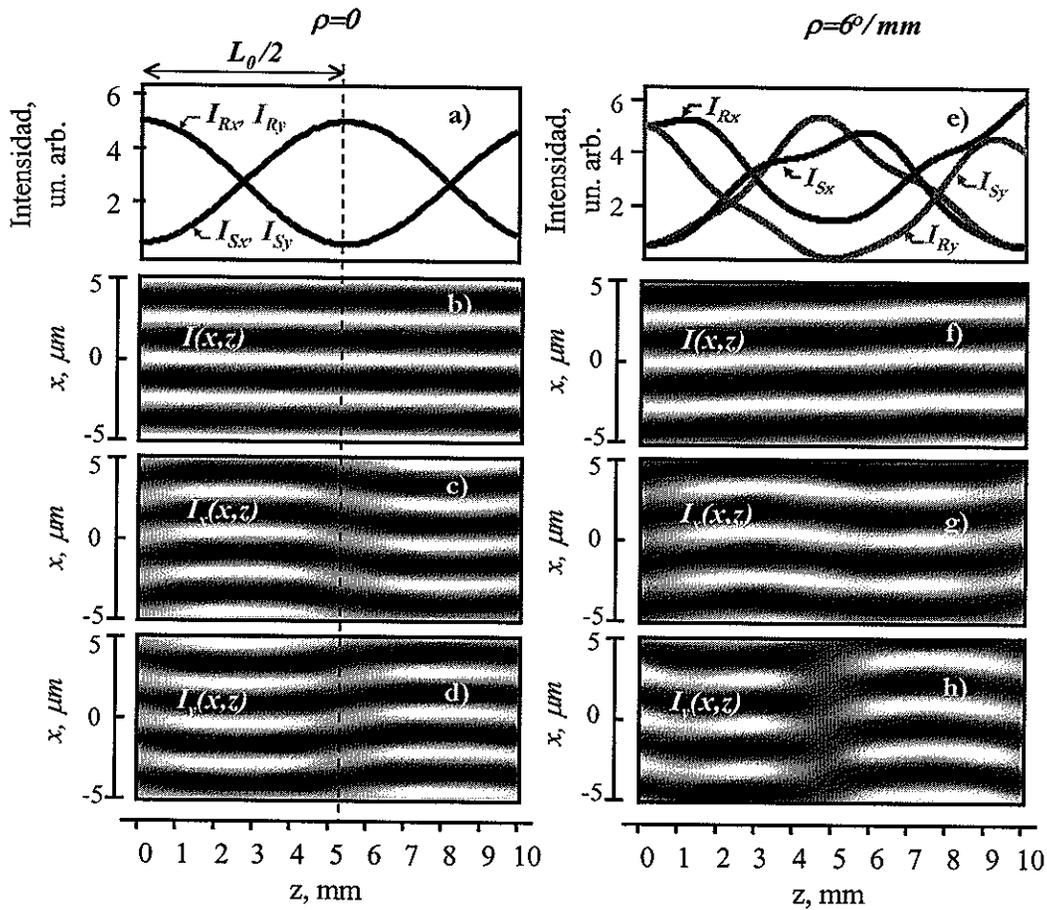


Figura 19. Mezcla de dos ondas debido a una rejilla local para el caso de una configuración simétrica. Sin actividad óptica figuras (a-d); con actividad óptica,  $\rho = 6^\circ/\text{mm}$ , figuras (e-h). La razón de los haces es  $I_R/I_S = 10$ .

intercambio de energía, habrá una transferencia total de energía máxima de modo que en la salida del cristal el haz débil será igual al haz de bombeo; esto es  $I_S(L) = I_R(0)$ . En este caso la ganancia máxima será igual a la razón inicial entre los haces; esto es,

$$g = \frac{I_S(L)}{I_S(0)} = \frac{I_R(0)}{I_S(0)}. \quad (102)$$

La figura 19-b muestra el patrón de interferencia total  $I(x,y)$  producido por los haces  $I_R$  e  $I_S$  a lo largo de todo el cristal, mientras que los patrones de interferencia  $I_x(x,y)$  e  $I_y(x,y)$  (mostrados en las figuras 19-c y d) corresponden al

patrón de interferencia producida por las componentes de igual polarización  $x$  y  $y$ , respectivamente. Según la teoría escalar, no hay transferencia de energía entre los haces para rejillas locales; sin embargo, sí existe una transferencia de fase la cual a su vez se traduce en un doblamiento en las franjas tal y como se puede observar en las figuras 19-c y d. Note que las franjas del patrón de interferencia  $I_x(x, y)$  se doblan en dirección opuesta al patrón de interferencia  $I_y(x, y)$ , esto es debido a que se tiene una configuración simétrica donde  $\Delta n_x = -\Delta n_y$ , razón por la cual vemos franjas rectas en la interferencia total  $I(x, y)$ ; cuyo contraste permanece constante a lo largo de la propagación (ver figura 19-b).

Dado que la intensidad total  $I(x, y)$  es la responsable de modulación del índice de refracción (la famosa rejilla de índice), la cual se graba en fase con el patrón de interferencia, entonces podemos asociar a la imagen de la figura 19-b con la rejilla local. Por lo tanto, serán los desfases  $\phi_x$  y  $\phi_y$  entre esta imagen y los patrones de interferencia  $I_x(x, y)$  e  $I_y(x, y)$  lo que produce el acoplamiento de energía, donde podemos ver que  $\phi_x$  está en contra fase con  $\phi_y$ ; esto es,  $\phi_x = -\phi_y$ . De aquí que *exista una transferencia de energía debido a una transferencia de fase* generada al inicio del cristal, tal y como mencionó en la sección anterior.

Por otro lado, el mismo razonamiento puede utilizarse para explicar el segundo caso de la figura 19; es decir, para el caso de un cristal fotorrefractivo con actividad óptica mostrado en los incisos del 'e' al 'h' de esta figura. Estos fueron obtenidos mediante la simulación numérica considerando un cristal de BTO cuyos parámetros físicos son los mismos utilizados para obtener la figura 11 del capítulo anterior sólo que ahora se considera un campo eléctrico de C. D. de  $30 \text{ kV/cm}$ . Aquí, el intercambio de energía entre los haces nuevamente es periódico, aunque la evolución de las componentes de intensidad tengan una forma algo complicada según se puede ver en la figura 19-e. Esto debe a la presencia de la actividad óptica ya que, como se mencionó anteriormente, ésta provoca un acoplamiento entre componentes ortogonales de un mismo haz (esto es,  $R_x$  con  $R_y$  y  $S_x$  con  $S_y$ ) el cual "está compitiendo" con el acoplamiento entre ondas producido por la rejilla de índice (esto es,  $R_x$  con  $S_x$  y  $R_y$  con  $S_y$ ) afectando así el

intercambio de energía entre los haces. Dicho acoplamiento producido por la actividad óptica se puede ver en los términos que están fuera de la diagonal principal de la matriz  $\hat{M}$  dada en la ecuación (31) del capítulo III.

De todos modos, aun con la actividad óptica, la intensidad total  $I(x, y)$  puede asociarse con la rejilla de índice grabada en el medio, por lo que son los desfases  $\phi_x$  y  $\phi_y$  entre ésta (figura 19-f) y los patrones de interferencia  $I_x(x, y)$  e  $I_y(x, y)$  (figuras 19-g y h, respectivamente) lo que producirá una vez más la transferencia de energía entre los haces. Obsérvese que la intensidad total  $I(x, y)$  tampoco se ve alterada a lo largo del cristal, esto nos indica que debe ser una constante de integración para las ecuaciones vectoriales acopladas (28 y 29) dadas en el capítulo III. Por otro lado, el doblamiento en las franjas que se observa allí se debe también a la presencia de la actividad óptica, la cual afecta a la transferencia de fase entre cada componente de polarización  $\Delta\Psi_x$  y  $\Delta\Psi_y$  respectivamente, rompiendo así su simetría, tal y como se puede ver las figuras 19-g y h donde el doblamiento de las franjas no es simétrico, produciendo por lo tanto una transferencia de fase neta en la intensidad total  $I(x, y)$ ; esto es  $d(\Delta\Psi)/dz \neq 0$ . En este caso se utilizó un poder de rotación positivo  $\rho = 6^\circ/mm$  correspondiente a un cristal de BTO; sin embargo, si éste fuera negativo, el doblamiento de las franjas del patrón de interferencia  $I(x, y)$  sería en dirección opuesta (hacia abajo de la figura 19-f) y esto se debe a que se cambia el signo del acoplamiento entre componentes ortogonales, según se puede ver en la matriz de acoplamiento (31), cambiando así la transferencia de fase total. Esto se observaría experimentalmente si se rotal al cristal  $180^\circ$  tomando como pivote al eje  $x$ .

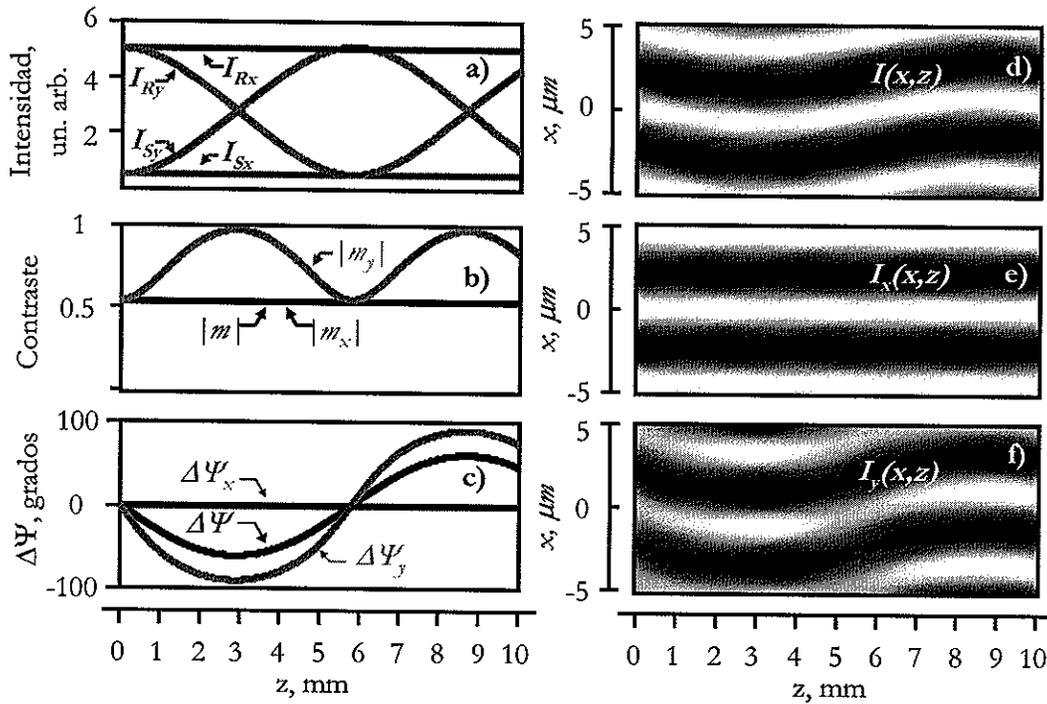
Finalmente, es importante mencionar que un intercambio entre las razones de intensidad; esto es, si  $I_R < I_S$  o bien  $I_R > I_S$  en la entrada del cristal, producirá un cambio de signo en las fases  $\phi_x$  y  $\phi_y$  invirtiéndose a su vez el flujo de energía, por lo que no cambia el proceso de acoplamiento descrito en las figura 19. Esto se verificó numérica y experimentalmente, siendo por lo tanto esta técnica de amplificación con campo de C. D. una técnica con la cual se consigue una amplificación bidireccional de la luz.

#### V.4.2 Caso asimétrico, $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ con $\Delta n_x = 0$

Por otro lado, en la figura 20 se muestra el caso del acoplamiento vectorial de dos ondas en un cristal cúbico con un campo eléctrico de C. D., sin actividad óptica y bajo la configuración asimétrica correspondiente al cuarto caso de la tabla I del capítulo III. Esta figura se obtuvo una vez más mediante simulación numérica, donde la polarización de los haces es lineal a  $45^\circ$  y los parámetros del cristal corresponden a los de un cristal de CdTe, la amplitud del campo eléctrico externo es ahora de  $20 \text{ kV/cm}$  y la longitud del cristal es de un centímetro. Recordemos que bajo esta configuración sólo se da la modulación del índice de refracción a lo largo del eje  $y$ , ya que  $\Delta n_x = 0$ ; sin embargo, si los haces interactuantes tiene inicialmente un estado de polarización fuera de este eje (esto es, cuyos haces contengan componentes de polarización en  $x$ ), entonces ésta contribuye en la modulación de la birrefringencia  $\Delta n_y$  vía el campo interno  $E_{sc}$  dado que este último depende a su vez del contraste total  $m = S_x R_x^* + S_y R_y^*$ .

Obsérvese que en la figura 20-a se puede ver que efectivamente las componentes de polarización en  $y$  están acopladas ya que la componente de intensidad  $I_{Ry}$  transfiere periódicamente su energía a  $I_{Sy}$ , mientras tanto, las componentes  $I_{Rx}$  e  $I_{Sx}$  se mantienen inalteradas debido a que no existe acoplamiento entre ellas. Esto quiere decir que el patrón de interferencia  $I_x(x, y)$  mostrado en la figura 20-e es “transparente al cristal” por lo que, en este caso, el acoplamiento de energía se da debido al ligero desempatamiento en las fases entre  $I(x, y)$  e  $I_y(x, y)$  como se puede ver en las figura 20-c. Nótese que el contraste  $m$  de  $I(x, y)$  vuelve a mantenerse constante tal y como lo indica la figura 20-b lo cual nos dice que debe ser una constante de integración. Según esta figura, podemos concluir que la amplificación de luz con rejillas locales también puede observarse en cristales cúbicos sin actividad óptica bajo una configuración asimétrica  $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ . Sin embargo, en este caso no existirá un intercambio total en la energía ya que la ganancia máxima en este caso será

$$g = \frac{I_S(L)}{I_S(0)} = \frac{1}{2} \left( 1 + \frac{I_R(0)}{I_S(0)} \right), \quad (103)$$



**Figura 20.** Mezcla de dos ondas en un cristal de CdTe con campo de C. D. aplicado para el caso de una configuración asimétrica,  $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ . La razón entre los haces es  $I_R/I_S = 10$ .

donde  $I_R(0)$  e  $I_S(0)$  representan las intensidades totales de entrada y  $L = L_0/2$  es la distancia del cristal donde ocurre la máxima transferencia de energía, con  $L_0$  como el periodo de intercambio de energía. Entonces, para el caso de la figura 20 el haz débil es amplificado 5.5 veces al recorrer aproximadamente 6 mm dentro del medio. Esta expresión (103) es válida para cuando no se considera la absorción del medio y los haces tengan polarización lineal a  $45^\circ$  grados con respecto a la indicatriz óptica, o bien presenten polarización circular.

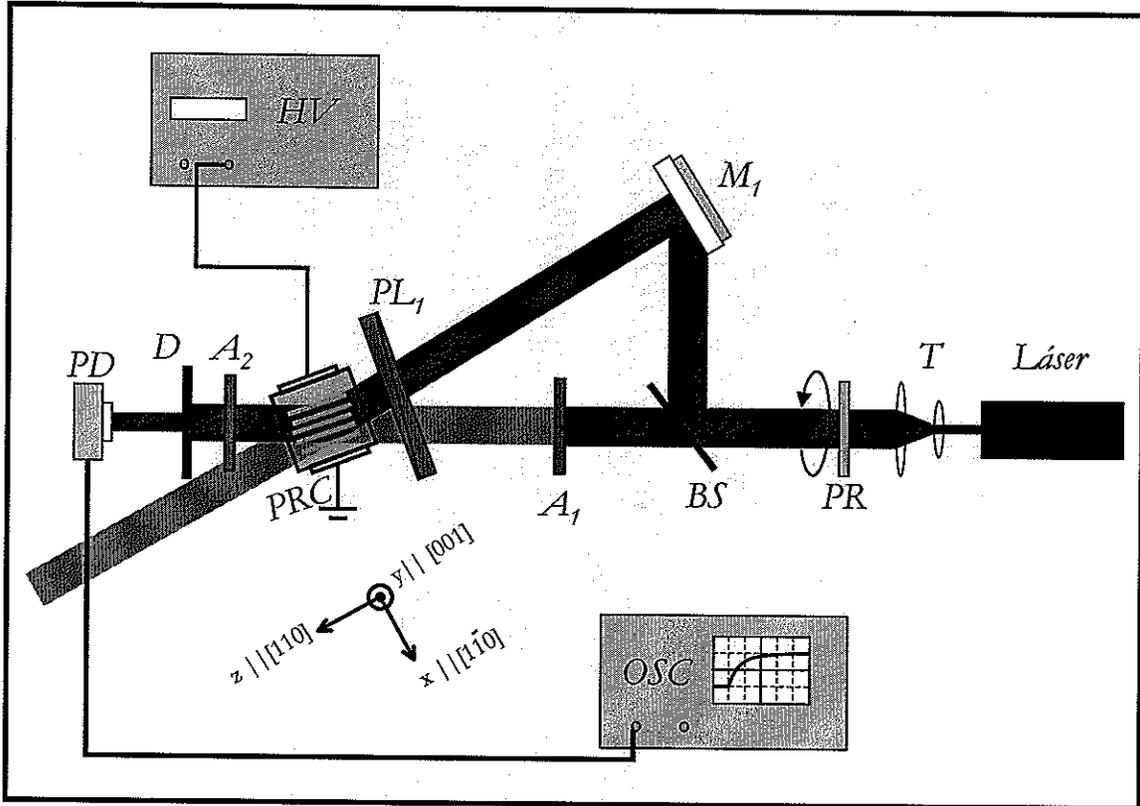
## V.5 Resultados experimentales

La figura 21 muestra el arreglo experimental para la mezcla de dos ondas. La fuente de luz es un láser de He-Ne cuyo haz de salida tiene una longitud de onda en

el visible,  $\lambda = 633 \text{ nm}$ , a  $30 \text{ mW}$  de potencia y está linealmente polarizado. Dicho haz es expandido mediante el telescopio  $T$  y convertido posteriormente a un haz con polarización circular utilizando una placa retardadora  $PR$  de  $\lambda/4$ , esto con el fin de poder variar el ángulo de polarización en la entrada del cristal haciendo uso del polarizador  $PL_1$  colocado justo antes de que los haces incidan al medio. En esta figura  $BS$  es un divisor de haz 50:50 y  $M_1$  un espejo convencional en donde el primero de estos divide el haz en dos y el segundo los hace interferir dentro de la muestra fotorrefractiva  $PRC$ , respectivamente; el atenuador variable  $A_1$  disminuye la intensidad de uno de los haces del interferómetro, el cual se toma como el haz señal  $S$  mientras que el otro el haz es el de bombeo  $R$ ; el diafragma  $D$  se utiliza para detectar sólo los efectos centrales del cristal en donde se garantiza tener un campo eléctrico uniforme;  $PD$  es un foto detector sensible a la longitud de onda utilizada y el cual se satura a los 12 volts, de ahí la necesidad del atenuador  $A_2$  para no saturar la señal; finalmente el fotodetector se conecta un a osciloscopio  $OSC$  digital de dos canales, con el cual se mide la ganancia del haz señal  $S$ .

La muestra  $PRC$  que se utilizó corresponde a un cristal de  $\text{Bi}_{12}\text{TiO}_{20}$  cuyas dimensiones son  $4 \times 4 \times 10 \text{ mm}^3$ , siendo los  $10 \text{ mm}$  la longitud de recorrido dentro del cristal a lo largo del eje  $z$  paralela a la dirección de corte  $[1 \ 1 \ 0]$ . En ésta se depositaron dos electrodos sobre las superficies normales al eje cristalográfico  $[1 \ \bar{1} \ 0]$ , en los cuales se conecta un amplificador de alto voltaje  $HV$  con el cual fue posible aplicar ambos tipos de campo eléctrico.

En la figura 22 se muestran los resultados obtenidos en este experimento, ésta nos permite hacer una comparación directa entre las ganancias  $G$ , obtenidas con ambas técnicas de amplificación, de C. D. y de C. A., respectivamente, en función del ángulo de polarización de entrada de los haces. Aquí, las intensidades de los haces interactuantes se ajustaron a una razón de 10:1, los cuales interfieren dentro del cristal grabando una rejilla fotorrefractiva (local o no-local, según sea el caso) con una frecuencia espacial de aproximadamente  $200 \text{ mm}^{-1}$ . Para el caso de C. A. se utilizó una función de onda cuadrada a  $53 \text{ Hz}$  de frecuencia y la magnitud para ambos tipos de campo eléctrico fue



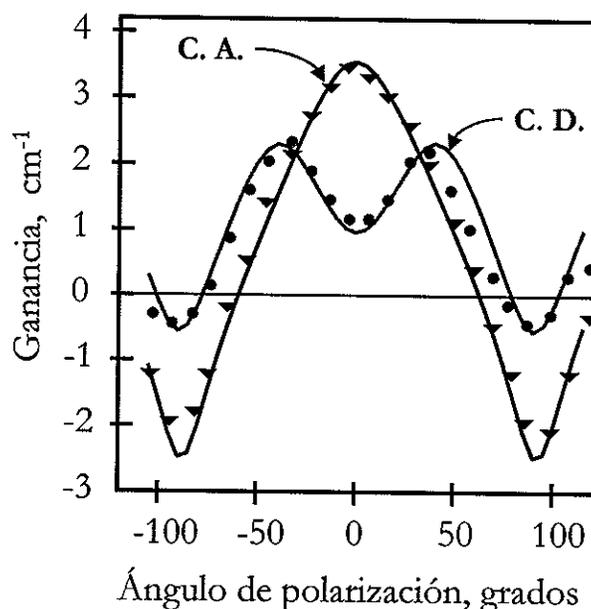
**Figura 21.** Arreglo experimental para medir la ganancia de un haz, durante la mezcla de dos ondas, en un cristal fotorrefractivo con campo eléctrico ampliado.

de  $10.5 \text{ kV/cm}$ . El factor de ganancia  $G$  se calculó de acuerdo a la expresión,

$$G = \frac{1}{L} \ln \left( \frac{g\xi}{1 + \xi - g} \right), \quad (104)$$

donde  $L$  es la longitud del cristal,  $g = I_S(L)/I_S(0)$  es la razón entre la intensidad de salida y la intensidad de entrada del haz señal (o ganancia fotorrefractiva), mientras que  $\xi = I_R(0)/I_S(0)$  es la razón inicial de los haces. Aquí vale la pena hacer un paréntesis para mencionar que este factor de ganancia está expresado como usualmente se define en la literatura [Yeh, 1993, Nolte, 1995]; en donde, para el caso escalar de la mezcla de dos ondas, a una razón inicial de los haces tal que  $\xi \gg 1$ , y sin considerar la absorción, el cociente  $I_S(L)/I_S(0)$  crece exponencialmente [Petrov *et al.*, 1991]; esto es,

$$g = I_S(L)/I_S(0) \exp(|\Gamma| L), \quad (105)$$



**Figura 22.** Factor de ganancia como función de la polarización de entrada. Los círculos y triángulos son los resultados experimentales con campo de C. D. y A. C., respectivamente. Las líneas corresponden a los resultados obtenidos con simulación numérica.

donde  $|\Gamma| = G$  es el factor de ganancia. No obstante, es importante destacar que para el caso vectorial este cociente,  $I_S(L)/I_S(0)$ , tiene un máximo, tal y como se puede ver en las expresiones (90, 102 y 103) algo que no se ha reportado aún en la literatura. A pesar de esto, nosotros utilizamos la definición (104) para fines de ajuste en las curvas mostradas en la figura 22.

Una vez aclarado esto, volvamos a la explicación de la figura 22, allí las curvas con puntos y triángulos corresponden a los resultados experimentales con campo directo y alterno, respectivamente, mientras que las curvas sólidas corresponden a los resultados numéricos. Nótese que para el caso de C. A. el máximo en la ganancia se obtiene cuando la polarización de entrada es  $0^\circ$ , esto quiere decir que sólo un modo de polarización participa en el acoplamiento, en este caso mediante la rejilla  $\Delta n_x$ . Este resultado concuerda con los resultados de la figura 16-c y d los cuales corresponden, respectivamente, al máximo en  $0^\circ$  y el mínimo de  $90^\circ$  de esta curva. En cambio, en

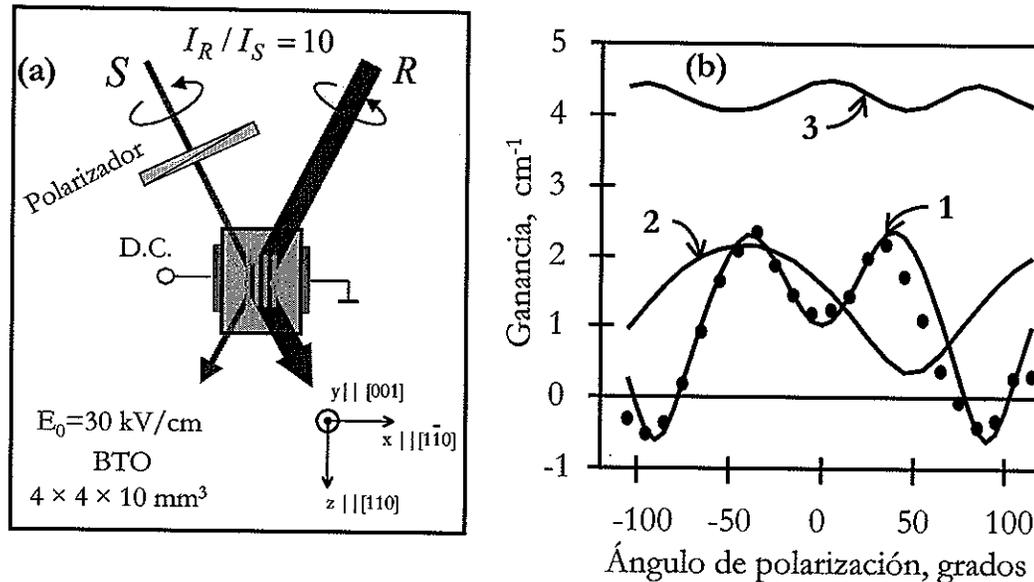
la curva de ganancia con campo de C. D. sobresalen dos máximos a  $-45^\circ$  y  $45^\circ$  de polarización, esto sucede cuando las componentes de polarización de los haces tienen la misma amplitud, tal y como se ha simulado en este capítulo. Como se puede apreciar, los resultados experimentales concuerdan fielmente con la simulación numérica y por lo tanto con la teoría presentada a lo largo de esta tesis.

Para realizar los cálculos numéricos se utilizó la simulación numérica descrita en el capítulo III, en la cual simplemente se cambian las condiciones en la entrada haciendo los vectores de Jones de la forma  $\mathbf{S} = |\mathbf{S}|[\cos \theta, \sin \theta]$  y  $\mathbf{R} = |\mathbf{R}|[\cos \theta, \sin \theta]$  donde  $\theta$  es el ángulo de polarización (ver la etapa I del diagrama de flujo de la figura 7). Por otro lado, cabe mencionar que para ajustar las curva obtenida con el campo de C. A. se asumió un desfase  $\phi$  de  $90^\circ$  entre el campo interno y el patrón de interferencia según la ecuación (74) (etapa III de la figura 7); sin embargo, contrario a lo que se esperaba, la curva que mejor se ajustó a los datos experimentales obtenidos con el campo de C. D. fue al introducir un desfase  $\phi$  de  $10^\circ$ . Tal desfase lo podemos atribuir al mecanismo de difusión el cual siempre ha de estar presente en estos cristales independientemente a menos que el campo externo supere por mucho el campo interno de difusión  $E_D$ , tal y como se estableció en la sección II.3.2 de esta tesis.

### V.5.1 ¿Amplificador independiente de la polarización?

No cabe duda que tener una simulación numérica la cual concuerda con los resultados experimentales se convierte en una herramienta poderosa para poder inferir algunos resultados que no son posibles alcanzar en el laboratorio, sobre todo si ésta está apoyada por un desarrollo o modelo teórico establecido. Tal es nuestro caso, según podemos ver con los resultados mostrados hasta el momento. Por tal motivo, en esta sección se propone un método para amplificar la luz de un haz linealmente polarizado independientemente del ángulo de polarización incidente al medio amplificador, en este caso el cristal fotorrefractivo. En la figura 23-a se muestran las condiciones

experimentales necesarias para llevar a cabo esto, mientras que en la figura 23-b se muestran los resultados numéricos obtenidos bajo tales condiciones.



**Figura 23.** Amplificador independiente de la polarización: (a) arreglo experimental propuesto; (b) resultados de la simulación numérica. Ver explicación en el texto.

Según la figura 23-a lo único que necesitamos hacer es aplicar un campo eléctrico de C.D. suficientemente intenso, de  $30 \text{ kV/cm}$  por ejemplo y que el haz de bombeo, **R** en este caso, tenga una polarización circular. Aunque sabemos que la razón entre los haces puede ser cualquiera, dado que existe una amplificación bidireccional, es importante mantener la condición de que el haz fuerte tenga una polarización circular en la entrada; esto no sería una inconveniente ya que en cualquier dispositivo amplificador real existe la posibilidad de manipular el haz de bombeo. La razón de esta característica en la polarización la podemos justificar si analizamos bien las ecuaciones (99-100); por ejemplo, si el haz **R** tiene una polarización circular, digamos derecha, y el haz **S** tiene polarización lineal e incide a cualquier ángulo, entonces (de acuerdo a los vectores de Jones) el argumento de la función seno será diferente de cero tal que  $(\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y) = -\pi/2$ , por lo que habrá siempre una transferencia de energía entre los

haces desde el inicio del cristal. Además, de estas mismas ecuaciones podemos ver que una especie de conmutación de energía entre el haz de bombeo y el haz débil se llevará a cabo cuando las polarizaciones de los haces (la cual cambia durante la propagación dentro del medio) sean tal que cambien el término de la diferencia de fases ( $\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y$ ) ciento ochenta grados; esto es,  $\Delta\Psi_x - \Delta\Psi_y = \pi/2$  (ver ecuaciones (99-100)). Entiéndase por conmutación de energía cuando el haz **S** tome el valor del haz **R** y viceversa. Este cambio de ciento ochenta grados en la diferencia de fases relativas dependerá de dos factores: *i*) la distancia de recorrido dentro del cristal, cosa que no podemos controlar, y *ii*) el voltaje aplicado, el cual sí es posible controlar, éste voltaje va implícito en la constante de acoplamiento  $\beta$  de las ocho ecuaciones (91-98).

La figura 23-b muestra los resultados obtenidos bajo las condiciones de la figura 23-a haciendo uso de los parámetros de ajuste con que se calcularon las curvas experimentales de la figura 22; esto es, mismo cristal de BTO, misma razón entre las intensidades, misma longitud de cristal, un campo de D. C., etc. Lo único que se varió fue precisamente la magnitud del campo aplicado y la polarización de entrada de los haces. La figura 23-b nos ayuda a predecir qué pasaría en el laboratorio mediante tres curvas: la curva (1) corresponde al resultado experimental con su respectiva curva de ajuste a  $10.5 \text{ kV/cm}$ ; por otro lado, las dos restantes corresponden a las del experimento aquí propuesto, en donde para la curva (2) se aplicó el mismo campo eléctrico utilizado en el experimento, mientras que en la curva (3) se aplicó un campo eléctrico de  $30 \text{ kV/cm}$ , respectivamente. En estas tres curvas se utilizó la misma ecuación para el factor de ganancia (104) por lo que podemos apreciar que tanto en la curva dos como en la tres existe amplificación a cualquier ángulo de polarización ya que son curvas logarítmicas por encima del cero; no obstante, es sólo en la curva tres donde se puede ver prácticamente una independencia de la ganancia con respecto al ángulo de polarización.

Aunque si bien tal magnitud del campo eléctrico no es hoy en día muy difícil de aplicar experimentalmente, lo cual ya se ha hecho incluso por nuestro grupo de trabajo [Khomenko *et al.*, 1998], en este caso particular no nos fue posible dado al espesor tan grande de la muestra; esto es, 4 mm de ancho, ya que necesitábamos un potencial de

¡12 kV!, el cual técnicamente no fue posible dado a que el amplificador de voltaje tiene un máximo de amplificación de 10 kV y, más aún, la muestra presentaba problemas de corto a los 6 kV, una experiencia no muy agradable para el equipo (y los dueños del equipo sobre todo). Una alternativa para aumentar el campo eléctrico es utilizar obviamente cristales menos anchos; sin embargo, los que se tienen en nuestro laboratorio no corresponden el corte cristalográfico necesario para esta aplicación, ver por ejemplo [Khomenko *et al.*, 1996b, Khomenko *et al.*, 1996a], respectivamente. No obstante, allí queda la propuesta que en mi opinión sería muy interesante verificar posteriormente.

## V.6 Discusión

Hasta ahora se tiene como una regla común en la literatura que sólo mediante los efectos no-locales es posible amplificar la luz, mientras que los efectos locales no se pueden aplicar para tal propósito, ver por ejemplo: [Yariv, 1985, Petrov *et al.*, 1991, Saleh y Teich, 1994]. Sin embargo, a lo largo de este capítulo se ha demostrado que sí es posible amplificar un haz óptico débil en un cristal fotorrefractivo con respuesta local si se toma en cuenta tanto la naturaleza vectorial de las ondas involucradas (en el acoplamiento de dos ondas) como la naturaleza tensorial de la respuesta del material. Si bien, una de las ventajas del efecto fotorrefractivo es que puede ser observado con láseres de muy baja intensidad (del orden de miliwatts) al mismo tiempo ha resultado ser el principal obstáculo de este tipo de cristales para aplicaciones reales, ya que su tiempo de respuesta es inversamente proporcional a la intensidad [Petrov *et al.*, 1991]. Los valores típicos del tiempo de respuesta de los CCF están en el rango de  $1 - 10^{-3}$  segundos, esto no permite su aplicación en áreas importantes como en sistemas de telecomunicaciones. Entonces, aquí cabe hacerse la siguiente pregunta: ¿cómo utilizar este nuevo efecto en aplicaciones “reales”?

En nuestro grupo de trabajo pensamos que el problema relacionado con el tiempo de respuesta podría resolverse si este efecto de amplificación con rejillas locales se encontrara también en medios ópticos con no linealidad tipo Kerr, los cuales presentan

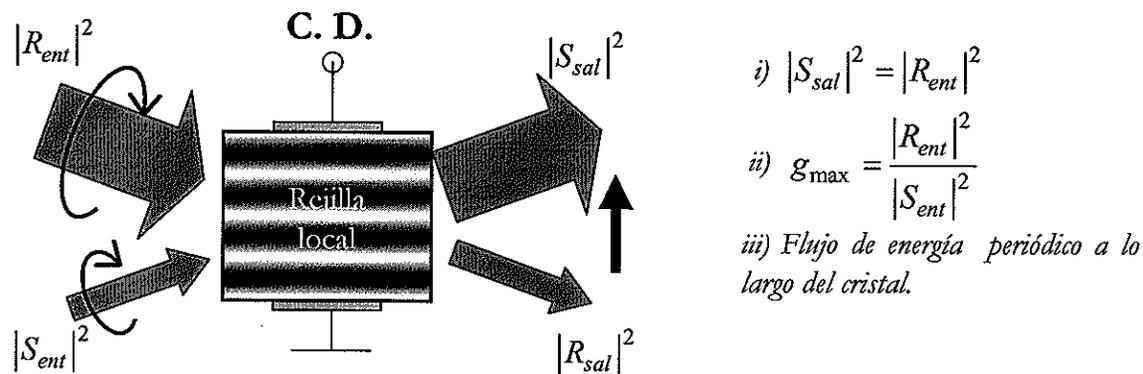
una no linealidad de carácter local y cuyos valores típicos del tiempo de respuesta están entre  $10^{-13}$  y  $10^{-15}$  segundos. Es bien sabido que el efecto Kerr está directamente relacionado con la polarización no lineal de tercer orden, razón por lo cual se observa utilizando láseres de pulsos cortos [Boyd, 1992], esto asegura intensidades muy altas en los picos de cada pulso. Cabe mencionar que estos medios incluyen una gran variedad de materiales ópticos tales como vidrios, cristales, líquidos y polímeros, lo cual, aunado con su gran velocidad de respuesta, ha hecho a estos materiales muy atractivos para su aplicación en varios dispositivos ópticos y ha estimulado, durante mucho tiempo, las actividades de investigación en el área de la óptica no lineal.

Por lo tanto, de ser posible lo dicho en el párrafo anterior, entonces este efecto “no lineal-vectorial local” (por así decirlo) podría ser útil en algunas “aplicaciones reales”. Algunas de estas aplicaciones podrían ser el control de la forma de pulsos ópticos, la amplificación, modulación y conmutación de señales ópticas a una alta velocidad.

---

## V.7 Conclusiones del capítulo V

Se muestra un nuevo método para la amplificación de luz coherente con CCF con una no linealidad tipo local; esto es, con rejillas locales. La técnica consiste en aplicar un campo eléctrico de C. D. al cristal sin la necesidad de mover el patrón de intensidad dentro del medio. La ganancia obtenida es comparable con la que se obtendría con la técnica de C. A. y puede ser controlada mediante la polarización de entrada de los haces involucrados. Esta técnica de amplificación tiene la peculiaridad de que es bidireccional; esto es, donde el haz débil siempre es amplificado independientemente de la razón entre los haces señal y referencia. Además, esta amplificación está fundamentada en la teoría vectorial del acoplamiento de dos ondas desarrollada en el capítulo III de esta tesis.



**Figura 24.** Esquema de la mezcla de dos ondas en cristales cúbicos sin actividad óptica sometido a un campo eléctrico de C. D. (caso de rejillas locales).

Por otro lado, sobre la base de los resultados numéricos obtenidos en este capítulo, se pueden inferir las siguientes propiedades del acoplamiento vectorial en cristales cúbicos sin actividad óptica con rejillas fotorrefractivas locales (las cuales se esquematizan en la figura 24):

- El flujo de energía entre los haces será periódico a lo largo del cristal.
- La ganancia máxima será igual a la razón de entrada entre los haces.
- Cuando la ganancia es máxima, el haz amplificado será igual al la

intensidad de entrada del haz de bombeo; esto es, habrá una especie de “conmutación” (o intercambio) de energías entre los haces.

- La amplificación es bidireccional; esto es, el haz débil siempre será amplificado independientemente de su dirección de propagación con respecto al haz fuerte.

Las propiedades anteriores se dan sólo si no se considera la absorción del medio, se tiene una configuración simétrica (casos 1 y 2 de la tabla I) y ambos haces tienen una polarización de entrada lineal a  $\pm 45^\circ$  con respecto a la indicatriz óptica.

# Capítulo VI

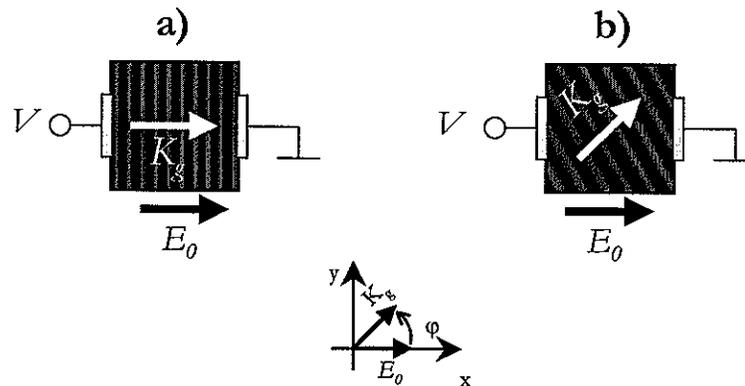
## Amplificación isotrópica con campo eléctrico rotatorio

### VI.1 Introducción

En los capítulos anteriores se demostró la existencia de una amplificación bidireccional en los cristales fotorrefractivos. Según lo estudiado allí, se puede decir que esta propiedad se debe a una simetría del efecto fotorrefractivo, ésta ocurre sólo para ciertas configuraciones experimentales, a las que llamamos configuraciones simétricas, en donde el cambio en la superficie de índices es tal que  $\Delta n_x = -\Delta n_y$ . Sin embargo, hasta el momento sólo hemos considerado el caso en que la dirección del vector del campo eléctrico externo  $\vec{E}$  es paralela al vector  $\vec{K}_g$  de la rejilla (ver figura 25-a).

Por otro lado, es bien sabido que los parámetros principales del efecto fotorrefractivo, tales como la eficiencia de difracción y la ganancia en la mezcla de dos ondas, varían en gran forma con la dirección en que se graba la rejilla (ver ahora figura 25-b) [Strait *et al.*, 1990, Tuovinen *et al.*, 1995, Shcherbin *et al.*, 1996, Shamonina *et al.*, 1997, Shamonina *et al.*, 1998a]. Para el caso de cristales bajo la influencia de algún campo eléctrico externo, esto se debe principalmente a: *i*) la anisotropía inherente del efecto electro-óptico, el cual es el responsable de la modulación de la luz [Petrov *et al.*, 1991]; y *ii*) a la anisotropía asociada al mecanismo de aumento del campo interno,  $E_{SC}$ , por medio de un campo eléctrico externo. El fin de aumentar el campo interno es incrementar la amplitud de la rejilla de índice  $\Delta n(E_{SC})$  magnificando así tanto la eficiencia de difracción como la ganancia; sin embargo, este incremento se da sólo en la dirección del campo externo aplicado y estará ausente cuando la rejilla de índice esté en dirección ortogonal. En otras palabras, se carece de una libertad

en el plano de incidencia de los haces y por lo tanto podemos hablar de una fuerte anisotropía del efecto fotorrefractivo. Si bien sabemos ya que la amplificación puede ser bidireccional [Rocha-Mendoza *et al.*, 2002, Rocha-Mendoza y Khomenko, 2002], surge ahora la siguiente pregunta: ¿es posible obtener una ganancia isotrópica en este tipo de cristales? De darse una respuesta positiva sería interesante para ciertas aplicaciones en cristales fotorrefractivos tales como amplificación de imágenes y sensores basados en el efecto de automodulación.

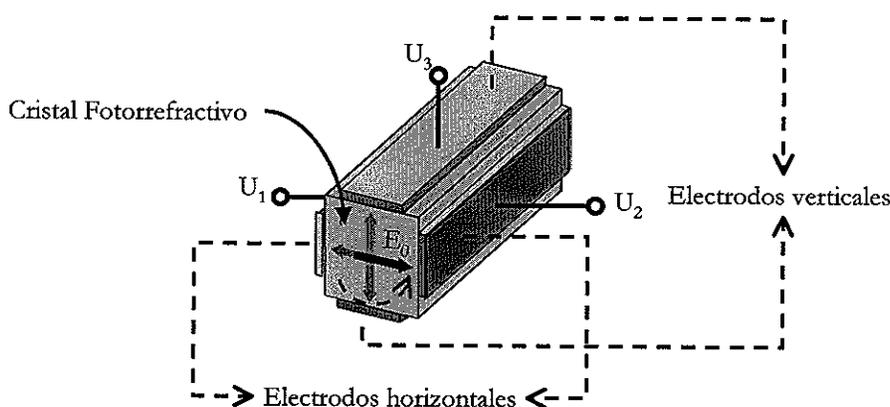


**Figura 25.** Dirección del vector de la rejilla  $\vec{K}_g$  con respecto al vector del campo eléctrico  $\vec{E}_0$ : (a) paralela  $\vec{K}_g \parallel \vec{E}_0$ ; y (b) no paralela  $\vec{K}_g \nparallel \vec{E}_0$ . En donde  $\varphi$  es el ángulo entre los vectores  $\vec{K}_g$  y  $\vec{E}_0$ , respectivamente.

Para dar respuesta a esta pregunta, en este capítulo se propone una nueva técnica para aplicar un campo eléctrico externo con el cual el campo eléctrico fotoinducido  $E_{SC}$  se enfatice independientemente de la dirección del plano de incidencia de los haces; es decir, en la que no dependa la dirección en la que se graba la rejilla, permitiendo así una amplificación isotrópica de la luz. Se demostrará aquí, mediante resultados numéricos y experimentales, que esto es posible únicamente mediante una configuración especial, desarrollada en este trabajo, que incluye: un cristal con cuatro electrodos, la aplicación de un campo eléctrico rotatorio, una configuración simétrica específica (ver tabla I), y una polarización circular de los haces en la entrada del cristal.

## VI.2 Aplicación de un campo eléctrico rotatorio

Un campo eléctrico rotatorio, el cual llamaremos simplemente CR, es aquel cuya dirección del vector de campo eléctrico rota sobre cuatro caras adyacentes de un cristal fotorrefractivo, para esto se necesita un cristal con cuatro electrodos; en otras palabras, se necesitan dos pares de electrodos perpendiculares entre sí. A este par de electrodos les nombramos electrodos horizontales y electrodos verticales, respectivamente, tal y como se muestra en la figura 26.



**Figura 26.** Cristal fotorrefractivo con cuatro electrodos.

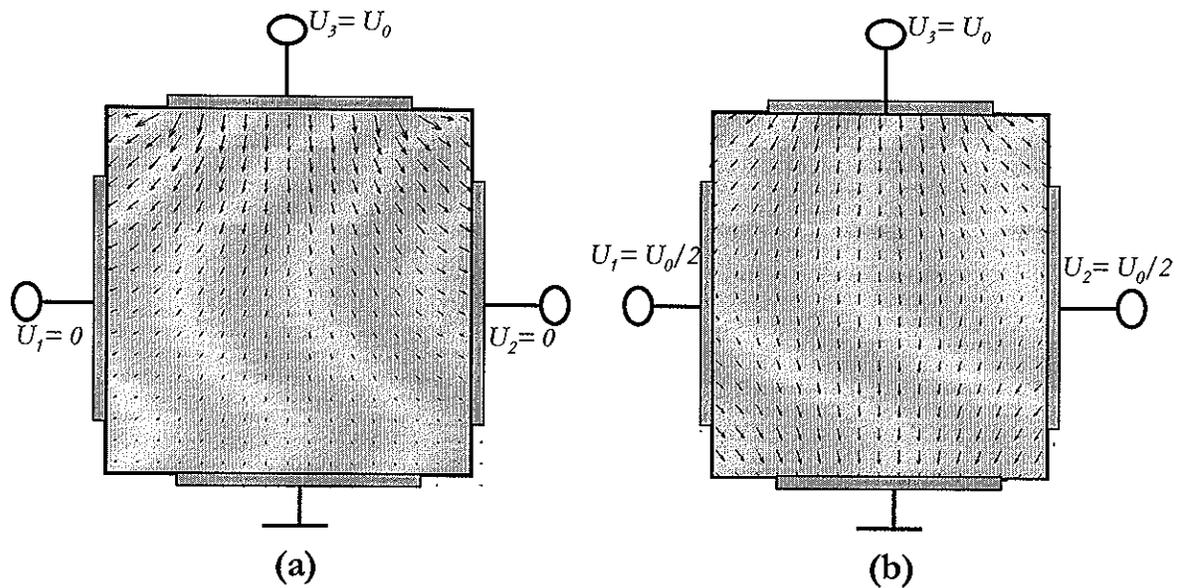
En principio, uno pensaría que para lograr rotar experimentalmente el campo eléctrico, simplemente es necesario conectar dos fuentes pulsadas de alto voltaje al cristal en cada par de electrodos, se sincronizan para evitar un corto circuito, y asunto resuelto. Sin embargo, la cosa no es tan sencilla, sobre todo si se desea un campo eléctrico uniforme dentro del cristal. Cuando existen sólo un par de electrodos paralelos, como los que se muestran en la figura 25, el campo eléctrico sí será uniforme a lo largo del cristal al aplicar un potencial  $V$ , por lo que este campo puede ser representado como un sólo vector que va desde un electrodo al otro, ya que no cambia de magnitud y ni de sentido [Reitz y Milford, 1981]. En cambio, en un cristal con cuatro electrodos hay que considerar que siempre habrá dos electrodos adyacentes al electrodo en donde

en determinado tiempo existe un potencial. En estos electrodos adyacentes el campo eléctrico será mayor al del electrodo opuesto correspondiente y, por lo tanto, el vector del campo eléctrico no será uniforme a lo largo del cristal; esta no uniformidad puede conducir a resultados experimentales erróneos si se desea estudiar experimentalmente la propagación de la luz. Entonces, es indispensable conocer cómo se ve afectado la distribución del campo eléctrico en el interior del cristal por la presencia de estos dos electrodos adyacentes y buscar de alguna manera (jugando con los potenciales en cada electrodo, por ejemplo) la forma de crear un vector de campo eléctrico uniforme en cada dirección del CR.

### VI.2.1 Obtención de un campo eléctrico uniforme en un cristal con cuatro electrodos

Para lograr conocer la distribución del campo eléctrico dentro del cristal bajo esta configuración de cuatro electrodos, se resolvió numéricamente la ecuación de Poisson en dos dimensiones. Esto fue posible, de una manera sencilla, mediante una de las herramientas que existen dentro de Matlab, específicamente la *PDEtool* (“Partial Differential Equation Tool”) [MathWorks, 2002]. Con esta herramienta es posible obtener, entre otras cosas, la magnitud y dirección del campo eléctrico en cada punto del espacio dándonos de esta manera una idea visual de cómo es la distribución total del campo eléctrico (ver figura 27). En esta simulación no se consideró el campo eléctrico interno  $E_{SC}$ ; sin embargo, nos sirvió para darnos una idea cualitativa de cómo obtener un campo uniforme dentro del cristal.

En la figura 27-a se muestra el campo eléctrico producido si se aplica voltaje solamente al electrodo superior, representado en este caso por  $U_3 = +U_0$ , mientras que los tres restantes se conectan a tierra en donde el potencial es igual a cero; obsérvese aquí que efectivamente dicho campo no es uniforme en el centro del cristal. Por otro lado, en la figura 27-b se puede observar un campo eléctrico prácticamente uniforme en el centro del cristal, para lograr esto, en este caso se aplican los voltajes  $U_1, U_2 = +U_0/2$  al par



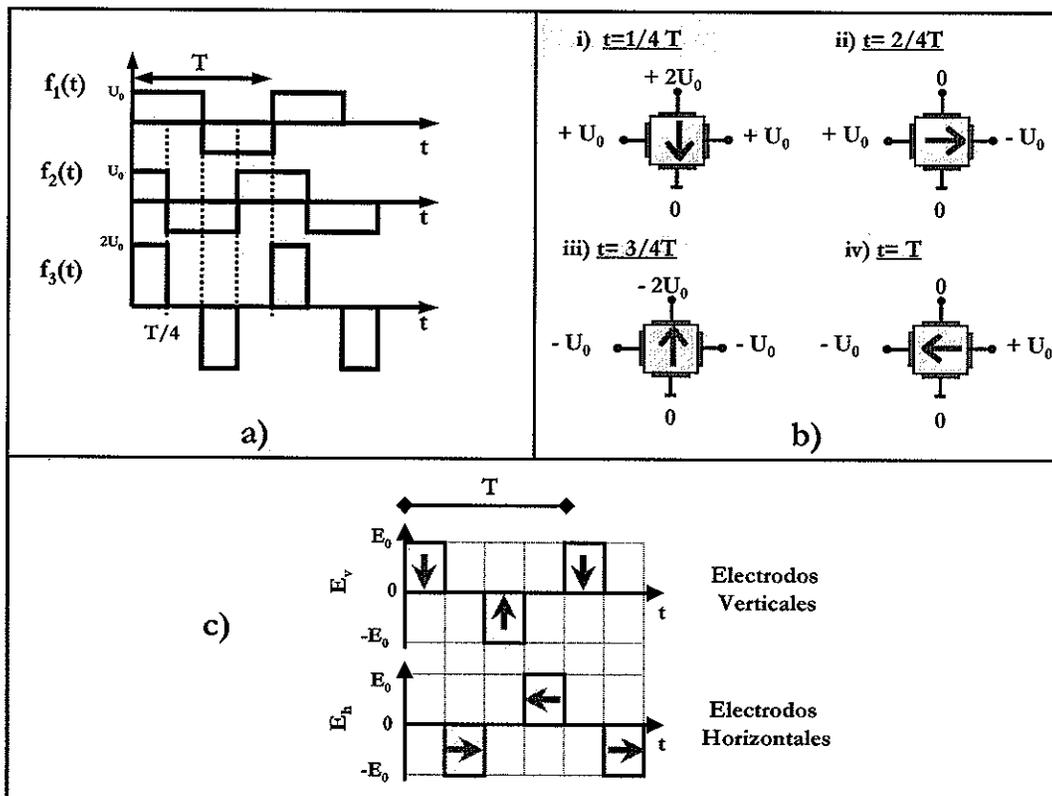
**Figura 27.** Distribución del campo eléctrico en un cristal con cuatro electrodos: (a) campo eléctrico no uniforme debido a la influencia de los electrodos adyacentes; y (b) campo eléctrico uniforme.

de electrodos horizontales, según la figura 26, y un voltaje  $U_3 = +U_0$  en el electrodo superior.

Esto es sólo un ejemplo de cómo obtener un campo eléctrico uniforme dentro del cristal, el siguiente paso es rotarlo conservando la uniformidad y magnitud del campo eléctrico. Esto se logra nuevamente mediante una serie de combinaciones en los voltajes  $U_1$ ,  $U_2$ , y  $U_3$  con el fin de obtener campos uniformes similares al mostrado en la figura 27-b. Entonces, jugando de esta manera con dicha herramienta del Matlab se llegó empíricamente a dos condiciones necesarias para obtener un campo eléctrico uniforme: (i) aplicar una combinación de tres voltajes en sólo tres de los cuatro electrodos del cristal manteniendo uno de ellos fijo a tierra; y (ii) el electrodo opuesto al electrodo de menor potencial debe ser dos veces mayor al de los electrodos adyacentes. Estas condiciones son válidas únicamente para muestras cuadradas.

## VI.2.2 Metodología experimental para aplicar un CR

Basándose en las condiciones mencionadas arriba y en diferentes pruebas experimentales, se desarrolló una metodología experimental (la cual pensamos que es óptima) para obtener un CR. Para esto se proponen ahora tres funciones periódicas de voltaje,  $f_1$ ,  $f_2$  y  $f_3$ , las cuales se conectan a los electrodos  $U_1$ ,  $U_2$ , y  $U_3$  del cristal respectivamente, estas funciones son de igual periodo  $T$  y su forma es tal que se logra el efecto de rotar, una sola vez, el campo eléctrico durante este periodo de tiempo.



**Figura 28.** Esquema para aplicar un CR. (a) Funciones de alto voltaje; (b) dirección del campo eléctrico en cada cuarto del periodo  $T$ ; (c) Campo eléctrico efectivo en cada par de electrodos.

En la figura 28-a se muestra la forma de las funciones de voltaje que entran al cristal. Con estas funciones se cumple que la distribución del campo eléctrico sea

uniforme en cada cuarto de periodo logrando así un CR uniforme cuyo periodo  $T$  es el mismo, ver figura 28-b. En el inciso 'c' de esta misma figura, se muestra finalmente el campo eléctrico neto o resultante; esto es, el campo eléctrico que "sentiría el cristal", estas señales son la que se utilizan posteriormente para simular numéricamente la propagación del los haces durante la mezcla de dos ondas.

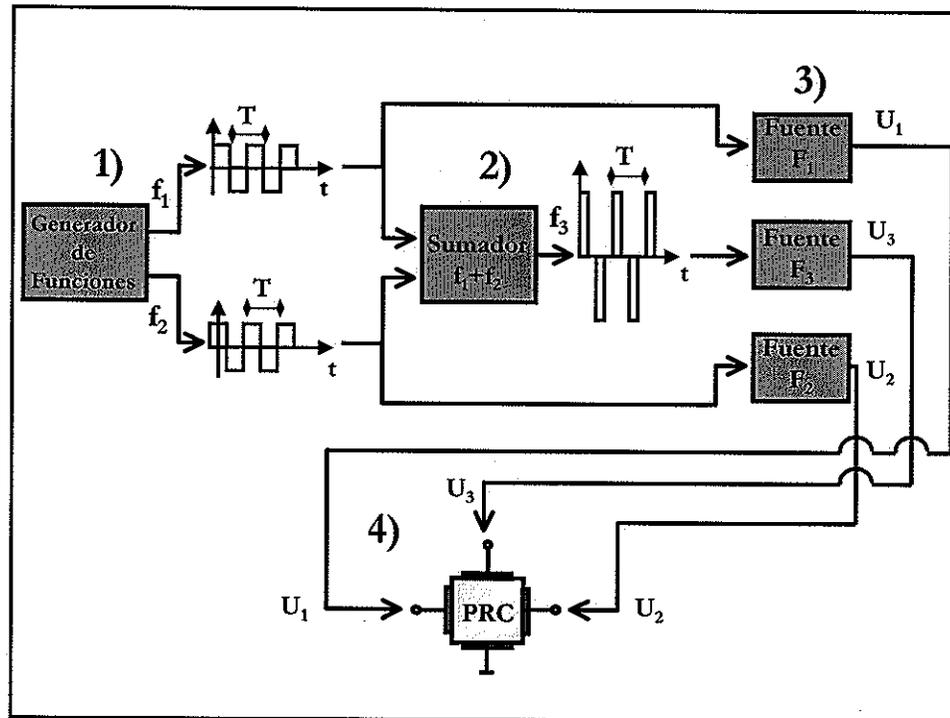


Figura 29. Diagrama de flujo para la aplicación de un campo eléctrico rotatorio.

En la figura 29 se muestra un diagrama de flujo que explica paso a paso cómo se logró sincronizar experimentalmente tres fuentes de alto voltaje y, con esto, rotar el campo eléctrico. En el primer paso, se crean las primeras dos funciones cuadradas de voltaje  $f_1$  y  $f_2$  de igual amplitud y periodo con la diferencia de que una de ellas,  $f_2$  por ejemplo, está desplazada  $90^\circ$  en fase; esto es, se retrasa un cuarto de su periodo temporal  $T$ . Esto fue posible mediante un generador de funciones de dos salidas. Después, como segundo paso, se suman ambas señales dando como resultado la tercera función  $f_3$  de igual periodo  $T$ . En este caso, esto se realizó mediante un circuito electrónico sumador

de funciones. Una vez creadas las tres funciones de voltaje necesarias, en el tercer paso se amplifican; para esto, cada señal se conecta a una fuente amplificadora de voltaje las cuales se esquematizan en la figura como  $F_1$ ,  $F_2$  y  $F_3$  respectivamente, las cuales son capaces de mantener la forma inicial de las señales de voltaje. Finalmente, como cuarto paso, se conectan al cristal las tres señales de voltaje ya amplificadas,  $U_1$ ,  $U_2$ , y  $U_3$ , en tres de los cuatro electrodos del cristal previamente depositados. El cuarto electrodo, en este caso el electrodo inferior según el eje vertical del cristal, es conectado a tierra al igual que cada una de las fuentes de alto voltaje.

Nótese que esta metodología propuesta considera ¡tres fuentes de alto voltaje para aplicar un CR uniforme!, y no dos como pudiera pensarse, y de hecho, lo pensamos nosotros en un principio. Entonces, tampoco es difícil pensar que una mala sincronización de estas tres fuentes puede traer consecuencias catastróficas para la muestra y, sobre todo, el equipo utilizado (sin olvidar al experimentador). Según nuestro conocimiento, hasta el momento no se conoce en la literatura otra forma o propuesta de hacerlo siendo, por lo tanto, otra contribución de esta investigación.

### VI.3 Experimento

Para este experimento se utilizó la misma muestra de BTO que se ocupó en los respectivos experimentos mostrados en los capítulos IV y V anteriores, sólo que ahora a ésta se le depositaron dos pares de electrodos perpendiculares entre sí sobre las superficies normales a los ejes  $x$  y  $y$  del laboratorio. La técnica para el depósito de los electrodos consistió en dos pasos: primero mediante una pintura de plata se pintaron los cuatro electrodos con un área de aproximadamente  $2 \times 10 \text{ mm}^2$ ; después, se realizó un tratamiento de recocido a la muestra elevando su temperatura (en pasos de  $10^\circ \text{ C}$  cada 15 minutos) hasta aproximadamente  $120^\circ \text{ C}$ , para evaporar por completo el solvente de la pintura quedando así solamente las partículas de plata y así mismo lograr una mejor adherencia de la película de plata al cristal.

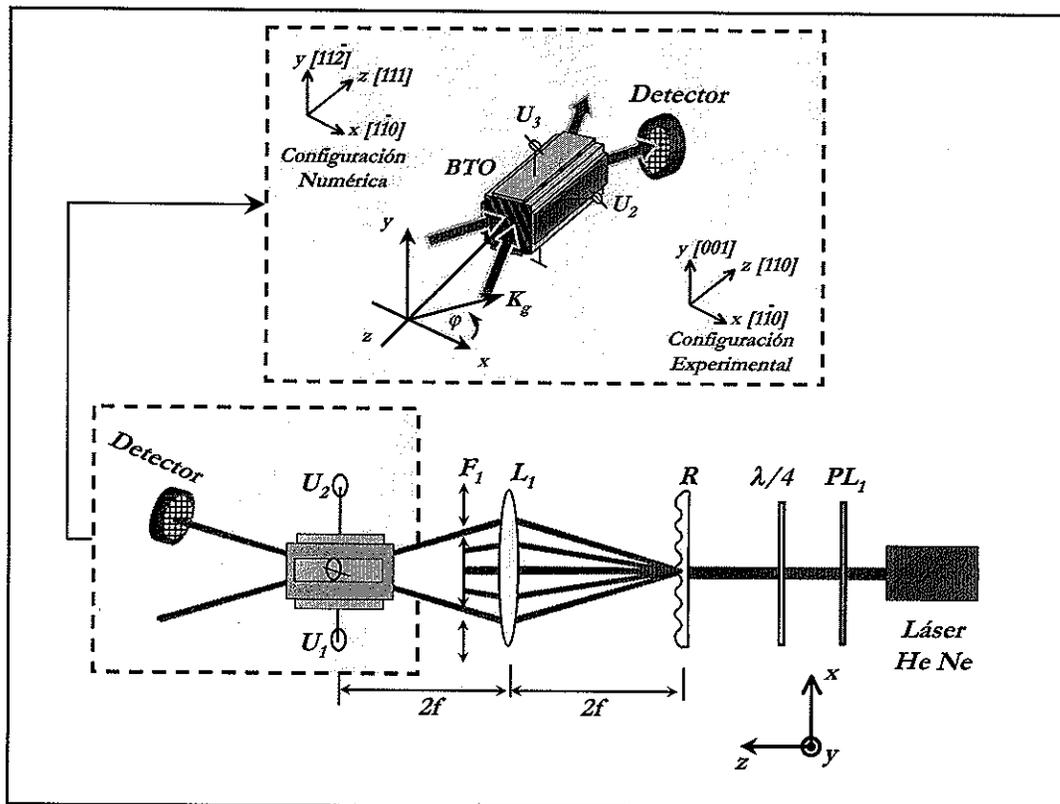


Figura 30. Arreglo experimental para la mezcla de dos ondas con campo rotatorio.

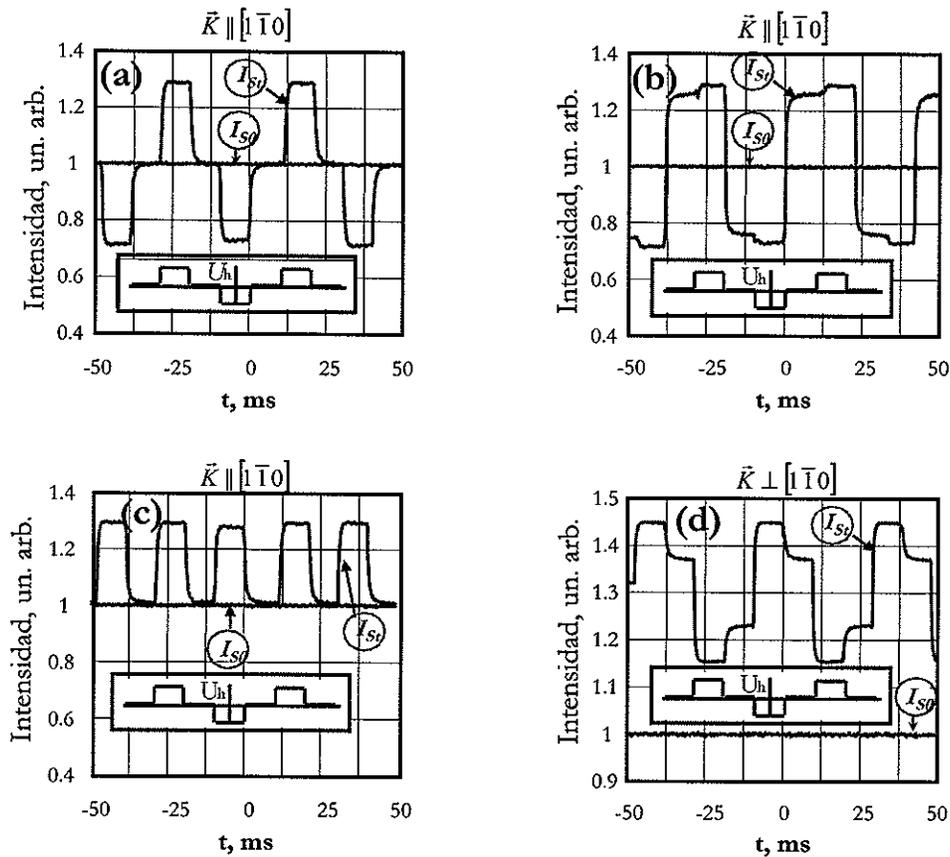
En la figura 30 se muestra el arreglo experimental con el cual se estudió qué efectos produce el CR en la mezcla de dos ondas. Allí, nuevamente el haz de un láser He-Ne es convertido a un haz con polarización circular mediante el polarizador  $PL_1$  y la placa retardadora de  $\lambda/4$ ; después, con una rejilla de difracción  $R$ , el haz del láser es dividido en diferentes ordenes espaciales de difracción; posteriormente, haciendo uso de la lente  $L_1$  estos ordenes de difracción son convergidos al interior del cristal; el filtro  $F_1$  se utiliza para interferir únicamente un par de ordenes de igual frecuencia espacial dentro del cristal fotorrefractivo; y finalmente, tal y como se describió en la sección anterior, se somete al cristal a un campo rotatorio de  $7.5 \text{ kV/cm}$  (valor máximo alcanzado en esta muestra), cuya frecuencia fue de  $23 \text{ Hz}$  de tal forma que el periodo  $T$  fuese más corto que el tiempo de respuesta del cristal fotorrefractivo.

A pesar de que el arreglo experimental mostrado en la figura 30 no es un arreglo común para interferir dos haces, éste nos permite rotar el plano de incidencia de ambos haces a lo largo del eje  $z$  simplemente rotando la rejilla  $R$  y con esto formar un ángulo  $\varphi$  entre el eje  $x$  y el vector  $\vec{K}_g$  de la rejilla grabada dentro del cristal (ver el recuadro de esta figura). De otro modo, si se optara por un arreglo interferométrico, la única opción para rotar el plano de incidencia de los haces sería rotar el cristal, lo cual representa un riesgo ya que recordemos que éste se encuentra conectado a tres fuentes de alto voltaje.

### VI.3.1 Resultados experimentales

En la figura 31 se muestran cuatro señales correspondientes a la intensidad de salida del haz de referencia **S**, las cuales fueron tomadas con un osciloscopio digital. Éstas describen la ganancia momentánea que sufre un haz debido a un campo eléctrico de corriente alterna. En cada una de ellas  $I_{S0}$  corresponde a la intensidad del haz señal cuando el haz de referencia **R** (también conocido como haz de bombeo) está obturado; por otro lado,  $I_{St}$  es la intensidad transmitida del haz señal cuando se deja pasar el haz de referencia. El tiempo de subida (“rise time”) de los pulsos de alto voltaje es del orden de pocos  $\mu s$ , por lo que el tiempo de subida de las respectivas señales en la figura corresponde al tiempo de respuesta del fotodetector. En el experimento ambos haces tienen la misma intensidad,  $I_S/I_R = 1$ , y una polarización circular excepto en el caso mostrado en la figura 31-c; la cual es lineal a  $45^\circ$  de la indicatriz óptica. Nótese que en la figuras 31-a, b y c, la rejilla fue grabada paralelamente a la dirección cristalográfica  $[1 \bar{1} 0]$ ; esto es, paralela al eje  $x$  del laboratorio, por lo que el ángulo formado entre este eje y la rejilla es de  $\varphi = 0^\circ$ , mientras que en la figura 31-d la rejilla fue grabada perpendicularmente formando entonces la rejilla un ángulo de  $\varphi = 90^\circ$ .

En la figura 31-a se aplicó sólo el campo eléctrico en los electrodos horizontales de la forma  $f_1$  (ver figura 28-a y c) en la cual podemos resaltar dos propiedades de la mezcla de dos ondas en un CCF en configuración simétrica: (i) no hay intercambio de energía entre los haces cuando no existe campo eléctrico aplicado; y (ii) el cambio en



**Figura 31.** Intensidad transmitida del haz S para diferentes ángulos  $\varphi$  del vector de la rejilla  $\vec{K}_g$  en un cristal de BTO. Campo aplicado sólo en los electrodos horizontales y a un ángulo de  $\varphi = 0^\circ$ : (a) polarización circular; y (c) polarización lineal a  $45^\circ$ . Campo Rotatorio y polarización circular: (b) con un ángulo  $\varphi = 0^\circ$ ; y (d) con un ángulo  $\varphi = 90^\circ$ .

la polaridad del campo eléctrico cambia la dirección del flujo de energía entre los haces; esto es, el haz débil gana o pierde energía según el signo del campo eléctrico, esto no ha sido descubierto (o al menos reportado) hasta el momento por trabajos previos que existen en la literatura [Stance *et al.*, 1989, Shamonina *et al.*, 1998c]. Por otro lado, en la figura 31-b se aplica un CR, allí podemos observar dos propiedades más para una configuración simétrica: (iii) el campo eléctrico ortogonal al vector  $\vec{K}$  también produce una ganancia momentánea en la mezcla de dos ondas; y (iv) el cambio en la dirección de este campo ortogonal también cambia la dirección del flujo de energía entre los haces.

Las primeras dos propiedades mencionadas arriba nos hablan indudablemente de una simetría del efecto fotorrefractivo en donde, en promedio, la ganancia es cero para una razón 1:1 entre los haces. Hay que resaltar que esto es posible sólo bajo este tipo de configuración simétrica y cuando los haces tienen una polarización circular. En cambio, si la polarización es lineal y/o se tiene una configuración asimétrica; esto es,  $\Delta n_x \neq \Delta n_y$ , se pierde toda simetría y la ganancia es unidierccional tal y como se muestra en las figuras 31-c y d, respectivamente. Esto explica quizá el porque no se reportó este efecto en la literatura antes citada. Por otro lado, la tercera y cuarta propiedad nos dicen que el CR enfatiza un campo eléctrico interno independientemente del ángulo  $\varphi$  en que se graba la rejilla. Esto se puede apreciar en la figura 31-b en donde, nuevamente, la ganancia es cero a pesar de que exista un campo eléctrico ortogonal a la rejilla. Más aún, esto quiere decir que se forma una rejilla no-local dado a la transferencia momentánea de energía entre los haces.

Por otro lado, en la figura 31-d la rejilla fue grabada perpendicular a la dirección cristalográfica  $[1 \bar{1} 0]$ , allí se puede ver otra vez muy claro que cada polaridad del CR es acompañada por un cambio en la ganancia; sin embargo, en promedio ésta es en sólo una dirección perdiéndose así la simetría. Esto se debe a que con este ángulo  $\varphi$  de noventa grados la configuración deja de ser simétrica y pasa a ser la configuración asimétrica mostrada en el cuarto caso de la tabla I en donde  $\Delta n_x = 0$  y  $\Delta n_y \neq 0$ . Razón por la cual nunca vimos experimentalmente la anhelada ganancia isotrópica. Por lo tanto, estas cuatro propiedades nos dan las condiciones primordiales para obtener una amplificación isotrópica las cuales son: (1) tener una configuración simétrica para cualquier dirección del campo aplicado; y (2) que ambos haces tengan una polarización circular.

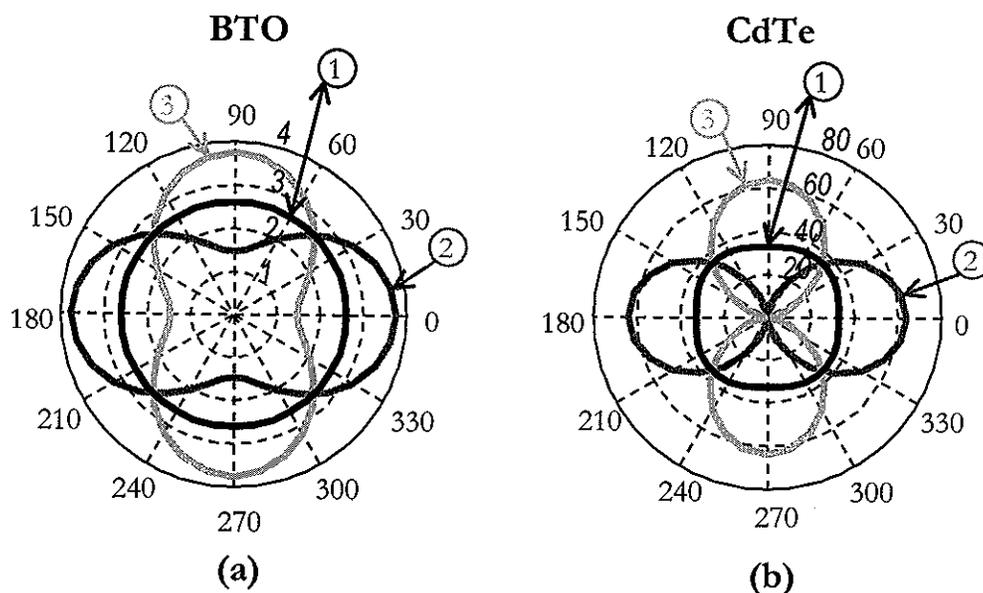
Esto nos redujo a dos posibilidades para obtenerla: conseguir un cristal cuyo corte cristalográfico sea en la dirección  $[111]$ , cosa que no ha sido posible hasta hoy; o bien, mediante simulación numérica la cual, como mencionamos anteriormente, en nuestro caso ha sido una herramienta poderosa para poder predecir algunos resultados no alcanzados en el laboratorio.

## VI.4 Simulación numérica

Para realizar los cálculos numéricos de la mezcla de dos ondas bajo un CR, se utilizó nuevamente la simulación numérica descrita en la figura 7 del capítulo III, para esto se efectuaron unos cambios sencillos descritos a continuación. Primeramente, en la etapa II de este diagrama (ver figura 7), se consideró una no linealidad fotorrefractiva no-local dado que se tiene un campo eléctrico alterno; en otras palabras, se asignó un valor de  $\pi/2$  al desfaseamiento  $\phi$  entre la rejilla y el patrón de interferencia. Allí mismo se definen ahora cuatro vectores de Jones iguales a los vectores iniciales; esto es,  $S=S_{hp}=S_{hn}=S_{vp}=S_{vn}$  y  $R=R_{hp}=R_{hn}=R_{vp}=R_{vn}$ , para calcular por separado el cambio producido en los haces en cada dirección del CR. Los subíndices  $hp$  y  $hn$  corresponden al campo horizontal positivo y negativo, mientras que los subíndices  $vp$  y  $vn$  corresponderían al campo vertical positivo y negativo, respectivamente, mostrados en la figura 28-c. Por otro lado, en la etapa III se calculó el cambio en el tensor dieléctrico  $\Delta\hat{\epsilon}$  para cada dirección del campo aplicado; esto es, se calculó la birrefringencia inducida por cada polaridad del campo rotatorio, mientras que el campo eléctrico interno  $E_{SC}$  se calculó según la ecuación (74) dada en el mismo capítulo III con  $N = 4$ . Esto último es válido toda vez que el periodo del CR sea mucho menor que el tiempo de formación del campo eléctrico interno  $E_{SC}$ . Finalmente, en la etapa IV se calculan para cada polaridad del CR las matrices de acoplamiento  $\hat{\eta}$  y  $\hat{M}$ , para así calcular el cambio de las cada amplitud  $S_{hp}$ ,  $S_{hn}$ ,  $S_{vp}$ ,  $S_{vn}$ ,  $R_{hp}$ ,  $R_{hn}$ ,  $R_{vp}$  y  $R_{vn}$ , correspondiente a cada incremento  $\Delta z$  del cristal. A partir de ésta etapa se siguen exactamente los pasos descritos en el algoritmo.

### VI.4.1 Resultados numéricos

Como se pudo ver en los resultados experimentales, a una razón de 1:1, el haz transmitido oscila con el campo alterno aplicado habiendo una ganancia momentánea, positiva o negativa (ver en la figura 31-a y b). En cambio, los resultados numéricos de la figura 32 muestran que cuando la razón de los haces es diferente a uno, la



**Figura 32.** Gráficas polares de la ganancia de un haz débil en la mezcla de dos ondas calculadas para un cristal de BTO (a) y CdTe (b), respectivamente. Las curvas con el número 1 corresponden a la ganancia promediada sobre un periodo del CR; las curvas con el número 2 están promediadas sobre el ciclo negativo y positivo de los electrodos horizontales; y las curvas con el número 3 están promediadas sobre el ciclo negativo y positivo de los electrodos verticales, respectivamente.

ganancia promedio del haz débil correspondiente es amplificado isotrópicamente. En la simulación de esta figura se consideraron nuevamente las muestras de BTO y de CdTe cuyos parámetros físicos se describieron en los capítulos IV y V anteriores, en ambos casos se utilizó la segunda configuración simétrica de la tabla I en la cual la dirección de propagación es a lo largo del eje cristalográfico [111].

Para el cristal de BTO, figura 32-a, se utilizó un CR de  $7.5 \text{ kV/cm}$ , una razón de 10:1 entre los haces y una longitud del cristal de  $10 \text{ cm}$  tratando de inferir los posibles resultados en el laboratorio. Allí se muestran tres figuras en coordenadas polares correspondientes a la ganancia promedio del haz bajo un campo rotatorio (1); la ganancia promediada sobre las dos polaridades, negativa y positiva, del campo eléctrico horizontal (2); y la ganancia promedio del campo eléctrico vertical (3), respectivamente. En las figuras la ganancia está en dirección del radio y el ángulo polar es el ángulo  $\varphi$

entre el plano de incidencia de los haces (dirección del vector de la rejilla) y el eje  $x$  del laboratorio. Nótese que si se aplica sólo un campo eléctrico horizontal, o vertical, la ganancia no es isotrópica tal y como se conoce hasta hoy; en cambio, bajo el campo rotatorio se tiene por fin una ganancia isotrópica. En el experimento se obtuvo una amplificación de sólo tres veces, por lo que podemos decir que está en concordancia con la simulación. Por otro lado, el cristal de CdTe fue simulado con un CR de 15  $kV/cm$ , una razón de 100:1 entre los haces y una longitud de 15  $cm$ , donde observamos prácticamente la misma dependencia lo cual quiere decir que la amplificación isotrópica es posible en cristales cúbicos con y sin actividad óptica, ver figura 32-b.

Cabe señalar que los resultados obtenidos con ésta simulación numérica también están en concordancia con los resultados numéricos presentados en [Khomenko *et al.*, 2001], los cuales fueron obtenidos con el método de propagación de haces BPM (por sus siglas en inglés “Beam Propagation Method”). Este método ha sido utilizado con gran éxito no sólo en nuestro grupo de trabajo, donde ha servido para explicar cualitativamente algunos efectos observados con los CCF (ver por ejemplo [Khomenko *et al.*, 1998, Fuentes-Hernández *et al.*, 2002]), si no también en otras líneas de investigación en la óptica [Fisher *et al.*, 1978, Yevick, 1994, Hughes *et al.*, 1995]. Por lo tanto, nuevamente podemos tener la confianza de que los resultados numéricos obtenidos son válidos.

---

## VI.5 Conclusiones

En conclusión podemos decir que sí es posible obtener una amplificación isotrópica de la luz en CCF bajo un campo rotatorio. Esta amplificación es factible, en la mezcla de dos ondas, sólo cuando ambos haces tienen una polarización circular en la entrada y cuya propagación es a lo largo del eje cristalográfico [111]; esto es, una configuración simétrica. En otras palabras, dicho campo rotatorio permite que un haz débil se amplifique independientemente de la dirección en la que se grabe la rejilla.

Se propone una metodología experimental para obtener un CR, en donde la dirección del campo eléctrico rota en cuatro posiciones del cristal en un periodo de tiempo menor a la constante de tiempo del medio. Se establecen las condiciones necesarias para que el CR sea uniforme dentro del cristal fotorrefractivo.

Se demuestra experimentalmente y se discute la simetría del efecto fotorrefractivo bajo un CR, la cual es indispensable para lograr dicha amplificación isotrópica.

Finalmente, se muestran resultados numéricos que evidencian la ganancia isotrópica en CCF con y sin actividad óptica.

---

## Capítulo VII

# Modulación de la fotocorriente con patrones dinámicos de intensidad

### VII.1 Introducción

La detección de pequeños movimientos a través patrones de intensidad, senosoidales o de motas, ha sido extensamente estudiada en cristales fotorrefractivos durante esta última década. Para esto se han utilizado distintos mecanismos basados en el efecto fotorrefractivo tales como: la autodifracción dinámica [Korneev y Stepanov, 1992]; el efecto de fuerza foto-electromotriz mejor conocido, por sus siglas en inglés, como “Photo-EMF”, [Petrov *et al.*, 1990, Stepanov, 2001]; y la automodulación de la polarización [Kamshilin *et al.*, 1999a, Kamshilin *et al.*, 1999b], este último propuesto inicialmente por nuestro grupo de trabajo [Fuentes-Hernández y Khomenko, 1999]. Tales mecanismos han resultado ser métodos no destructivos (sin contacto) útiles en la medición de deformaciones, inclinaciones y vibraciones de superficies rugosas, así como para caracterizar ciertos parámetros de los cristales fotorrefractivos. Además, poseen dos propiedades intrínsecas: (i) la capacidad de compensar irregularidades de los frentes de onda de la luz incidente; y (ii) la capacidad de compensar cambios lentos de fase. A tales propiedades conjuntas se le conoce como *adaptatividad* [Stepanov, 1991]. Esto se debe a que dichos mecanismos involucran, de una u otra forma, al campo eléctrico interno  $E_{SC}$  cuya distribución es una réplica exacta del patrón de interferencia que incide en el medio; por lo que la resolución en la detección de pequeños desplazamientos puede ser muy alta, del orden de picómetros [Stepanov *et al.*, 1990]. No obstante, debido a este carácter holográfico, la máxima amplitud que se detecta es del orden de

---

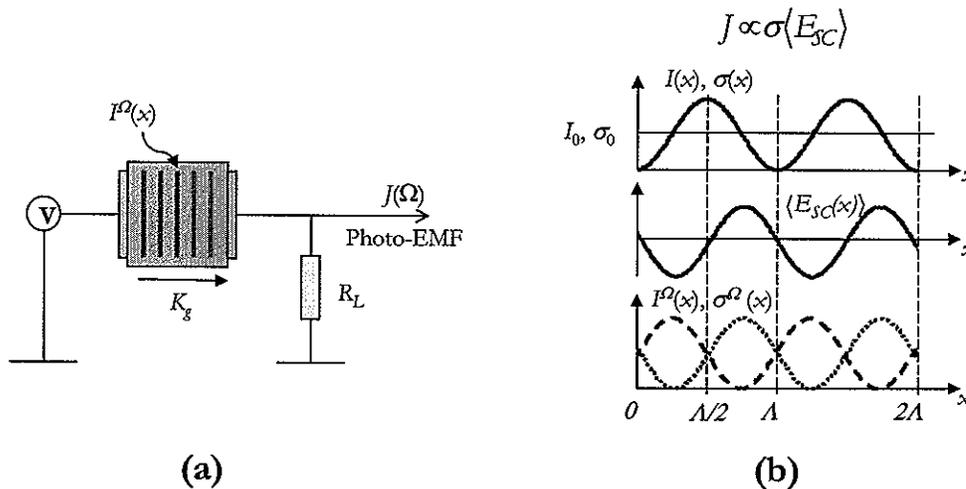
un cuarto del periodo espacial del patrón de interferencia; o bien, de la mitad del ancho promedio de cada mota [Korneev y Stepanov, 1991].

En este capítulo se propone un nuevo mecanismo para la detección de vibraciones basado en la modulación de la fotocorriente mediante patrones dinámicos de intensidad. Esta fotocorriente se puede observar como una corriente eléctrica alterna producida dentro de una muestra fotoconductor en corto circuito, la cual se somete a un campo eléctrico externo,  $E_0$ , en dirección de la oscilación del patrón de intensidad. En este nuevo mecanismo el campo eléctrico interno  $E_{SC}$  no toma parte por lo que sí es posible detectar amplitudes mayores al periodo espacial del patrón de interferencia.

Se analizan las dependencias de esta fotocorriente con respecto a la amplitud de vibración, al campo externo aplicado y la frecuencia de oscilación, mediante una comparación directa con el efecto photo-EMF. Lo anterior por su similitud en la forma de detección y porque, de los demás efectos, es el que más información existe en la literatura. Por tal motivo, este capítulo comienza con una breve explicación del photo-EMF y, posteriormente, se expone el modelo para explicar cómo se modula la corriente foto-inducida.

## VII.2 El efecto Photo-EMF

Cuando una distribución de intensidad luminosa se mueve periódicamente dentro de un cristal fotorrefractivo, de alguna manera, se graba el promedio de este patrón de intensidad dentro del cristal en la forma de un campo eléctrico espacio-carga en estado estacionario; es decir, en forma estática. La interacción de dicha distribución de intensidad en movimiento con este campo eléctrico interno da como resultado un efecto de fuerza foto-electromotriz en estado no estacionario, el Photo-EMF. Este efecto no es más que una corriente eléctrica alterna producida dentro de una muestra fotoconductorora en corto circuito (ver Figura 33-a). Dicha corriente resulta físicamente de una modulación entre el promedio temporal del campo eléctrico interno,  $\langle E_{SC}(x) \rangle$ , y la fotoconductividad en oscilación,  $\sigma(x, t)^\Omega$ , esta última asociada a la iluminación no uniforme,  $I(x, t)^\Omega$ , como se muestra en la figura 33-b. En otras palabras, el photo-EMF es un resultado de la ley de Ohm,  $J \propto \sigma E_{SC}(x)$ .



**Figura 33.** (a) Configuración para detectar el photo-EMF. (b) Patrón de intensidad en estado estacionario; campo eléctrico espacio-carga  $\langle E_{sc}(x) \rangle$  debido a difusión; e intensidad con amplitud de oscilación de  $\pm\lambda/4$ .

En las primeras dos curvas de la figura 33-b (vistas de arriba hacia abajo) se observa tanto a la fotoconductividad,  $\sigma(x)$ , como al campo interno,  $\langle E_{SC}(x) \rangle$ , ambos en estado

estacionario; en donde el campo interno se forma debido al mecanismo de difusión. Nótese que éstas son dos funciones trigonométricas ortonormales por lo que la integral del producto entre ellos será cero y, por lo tanto, no habrá ninguna corriente alterna inducida,  $J = 0$ . Por otro lado, cuando la intensidad oscila entre  $-\Lambda/4$  y  $+\Lambda/4$  ocurre la máxima modulación entre la fotoconductividad en movimiento,  $\sigma(x, t)^\Omega$ , y el campo interno,  $\langle E_{SC}(x) \rangle$ , como se puede ver en el segundo y tercer gráfico de la figura 33-b, por lo que la magnitud de la corriente photo-EMF será máxima. Un análisis más completo del efecto photo-EMF se puede encontrar en [Petrov *et al.*, 1990, Stepanov, 2001]. Aquí sólo se analizará el comportamiento de la señal con respecto a la amplitud de vibración  $\Delta$  y al campo eléctrico externo  $E_0$ , para su posterior comparación con el mecanismo aquí propuesto, la modulación de la corriente foto-inducida, y que se mostrará en la siguiente sección de este capítulo.

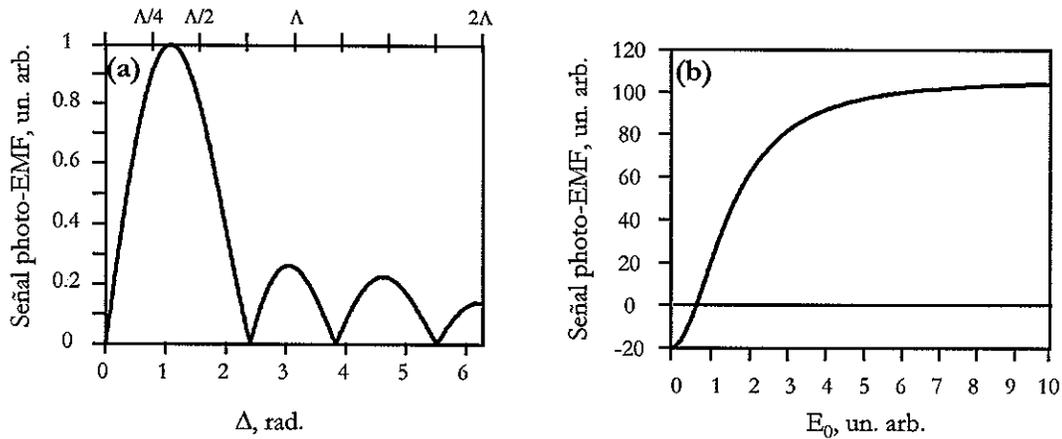
Consideremos entonces la amplitud compleja del primer armónico de la corriente photo-EMF cuando se aplica un campo eléctrico externo  $E_0$ . El desarrollo para obtenerla fue realizado inicialmente en [Trofimov y Stepanov, 1986] para el caso en que las longitudes de arrastre y difusión de los portadores de carga son muy pequeños ( $L_0, L_D \ll \Lambda$ ) y los campos eléctricos de arrastre y difusión son mucho menores al campo de saturación ( $E_0, E_D \ll E_q$ ),

$$J(\Omega) = -\frac{\sigma_0 m^2 J_0(\Delta) J_1(\Delta) S}{(1 + K_g^2 L_D^2)^2 + K_g^2 L_0^2} [E_D(1 + K_g^2 L_D^2) - K_g L_0 E_0], \quad (106)$$

donde  $\sigma_0$  es la fotoconductividad promedio;  $m$  es el contraste promedio;  $J_0(\Delta)$  y  $J_1(\Delta)$  son funciones Bessel de cero y primer orden;  $S$  es la sección transversal; la longitud de arrastre está dada por  $L_0 = \mu\tau E_0$  con  $\mu$  y  $\tau$  como la movilidad de electrones y el tiempo de vida de un foto-electrón, respectivamente; mientras que la longitud de difusión está dada por  $L_D = \sqrt{\mu\tau E_D / K_g}$  con  $K_g$  como la magnitud del vector de la rejilla, respectivamente.

En la ecuación (106) el producto de las dos funciones Bessel es un resultado típico que se obtiene al realizar un promedio temporal del patrón de intensidad oscilante,

$$I(x, t) = I_0[1 + m \cos(Kx + \Delta \text{sen}(\Omega t))], \quad (107)$$



**Figura 34.** Dependencia de la señal photo-EMF en función de la amplitud de oscilación (a) y el campo eléctrico (b)

donde  $\Omega$  es la frecuencia de oscilación, para esto se descompone el término de interferencia en una serie temporal de armónicos  $n\Omega$  dando como resultado el producto de las funciones Bessel  $J_0(\Delta)J_1(\Delta)$  para el primer armónico. Esto nos dice que el comportamiento de la corriente photo-EMF en función de la amplitud de oscilación,  $\Delta$ , tiene un comportamiento lineal sólo para amplitudes muy pequeñas  $\Delta \ll 1$  rad, siendo el primer máximo cuando la amplitud  $\Delta$  es aproximadamente igual a 1.1 rad; en otras palabras, se asegura un régimen lineal para amplitudes menores que  $\Delta/4$  (ver escala superior de la figura 34-a). Por otro lado, con respecto a la dependencia de la señal en función del campo eléctrico externo  $E_0$  obsérvese en la ecuación (106) que, en ausencia de éste, la magnitud de la corriente sólo depende del campo de difusión mientras que conforme  $E_0$  aumenta la amplitud de señal photo-EMF decae a cero, cambia de signo e incrementa, en principio, linealmente; no obstante, nótese también en esta ecuación que tanto en el numerador como en el denominador el campo eléctrico está implícito en la longitud de arrastre,  $L_0 \propto E_0$ , por lo que la señal crecerá hasta alcanzar un nivel de saturación, cuyo valor será (según la ecuación (106))

$$J(\Omega) = -\frac{\sigma_0 m^2 \Delta S}{\mu \tau K_g}, \quad (108)$$

esto para campos eléctricos muy grandes  $E_0 \gg \sqrt{E_D/\mu\tau K_g}$  y para amplitudes de oscilación pequeñas (ver ahora figura 34-b).

Se puede decir que, para los fines del tema que nos ocupa, los gráficos mostrados en la figura 34 nos dicen dos de las “limitantes” del efecto photo-EMF: (i) no puede detectar amplitudes “grandes”, ¿qué tan grandes?, pues mayores al tamaño mínimo promedio de las inhomogeneidades de un patrón de motas, del orden de decenas de micras, lo cual sido un problema a resolver sobre todo en la industria automotriz para medir vibraciones de las autopartes, por ejemplo; y (ii) no existe un incremento monótono de la señal con respecto al campo eléctrico externo, por lo que si se desea aumentar la señal por este medio se necesitan campo eléctricos mayores al campo de difusión.

### VII.3 Modelo teórico

En [Dolfi *et al.*, 1994] se propuso un fotodetector para la generación óptica de señales de microondas conocido como TFP (por sus siglas en inglés “Traveling Fringes Photodetector”) [Merlet *et al.*, 1996, Merlet *et al.*, 1998], el principio de operación de este fotodetector se basa en una sincronización del arrastre, de los portadores de carga foto-inducidos, con un patrón de interferencia en movimiento. La figura 35 muestra el arreglo experimental mismo que sirve para explicar el modelo de tal fotodetector. Allí, dos ondas planas con frecuencias ópticas,  $\omega$  y  $\omega + 2\pi f$  (con  $f$  en el rango de 1 a 20 GHz), interactúan dentro de un material fotoconductor produciéndose un patrón de interferencia en movimiento; el cual se traslada a una velocidad  $v = \Lambda \cdot f$ , donde  $\Lambda$  es el periodo espacial. Escogiendo una longitud de onda adecuada, dentro del material se generarán pares de electrones-huecos en cada franja brillante del patrón de interferencia. La razón de generación asociada al movimiento de este patrón de interferencia se expresa por:

$$g(x, t) = g_0 + [1 + m \cos 2\pi f(t - x/v)], \quad (109)$$

con

$$g_0 = \phi_0[1 - e^{-\alpha d}], \quad (110)$$

donde  $\phi_0 = \eta \frac{P}{h\nu}$  es el flujo óptico con  $\eta$  como la eficiencia cuántica,  $P$  la potencia óptica incidente y  $h\nu$  la energía del fotón;  $\alpha$  es la absorción del medio;  $m$  es el contraste de las franjas y  $d$  la profundidad de medio. Luego, al aplicar un campo eléctrico externo  $E_0$  entre los electrodos, tanto los electrones y como los huecos, son arrastrados a velocidades  $v_e = -\mu_e E_0$  y  $v_h = \mu_h E_0$ , respectivamente; donde  $v_{e,h}$  y  $\mu_{e,h}$  son la velocidad de arrastre y la movilidad de los portadores. Considerando un solo tipo de portadores, los electrones, y un campo eléctrico tal que la rapidez de las franjas iguala a la velocidad de arrastre; esto es,  $v = v_e$ , cada franja de luz del patrón en movimiento viajará sincrónicamente con los portadores de carga generados existiendo un proceso en resonancia. Este proceso genera una densidad de cargas variable, produciéndose así, foto-corrientes de frecuencias en el rango de las microondas.

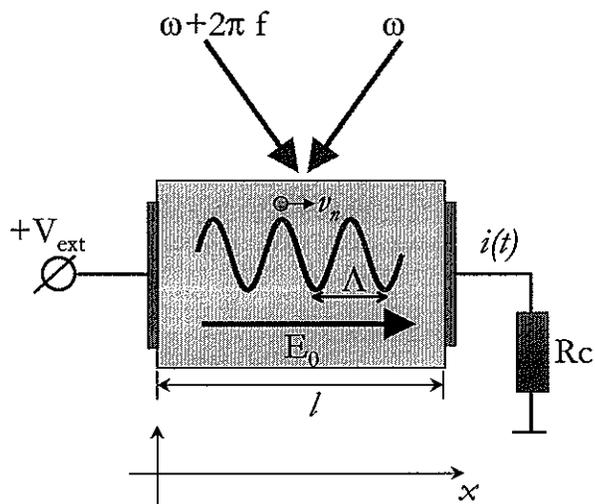


Figura 35. Principio de operación del TFP.

El tamaño de cada “paquete” de electrones es la integración de todos los portadores de carga foto-generados por cada franja en el área de detección. Este fotodetector

emplea contactos “Ohmicos” por lo que, a diferencia de lo que ocurre en un fotodiodo convencional, los portadores de carga que llegan al electrodo de salida vuelven a entrar al medio fotoconductor. Por otro lado, dado a la rapidez de las franjas, el contraste del patrón de intensidad es muy bajo lo que hace posible que el campo interno y el atrapamiento se desprecien en este modelo.

Entonces, la densidad de corriente colectada por el electrodo de salida en un tiempo  $t$ , es el resultado de todos los electrones generados por el patrón en movimiento  $g(x, t)$  durante el tiempo  $t' < t$  en cada punto  $x = l - v_e(t' - t)$  del medio, siendo afectada sólo por la razón de recombinación; esto es,

$$n(t) = \int_{t-\tau_t}^t g(x, t') \exp\left(-\frac{t-t'}{\tau}\right) dt', \quad (111)$$

donde  $\tau$  es el tiempo de vida de los electrones bajo iluminación y  $\tau_t$  es el tiempo de tránsito de los electrones durante una distancia  $l$  entre los electrodos. Por lo tanto, despreciando la difusión, la densidad de corriente sería igual a

$$i(t) = \frac{e}{\tau_t} n(t). \quad (112)$$

Un análisis más completo de este efecto, y algunas de sus aplicaciones, se puede encontrar en [Dolfi *et al.*, 1994, Merlet *et al.*, 1997, Tonda-Goldsetin *et al.*, 2000], el motivo de mencionarlo aquí es a manera de justificación y/o como un antecedente del modelo que proponemos a continuación para explicar el mecanismo de la *Modulación de la Fotocorriente mediante Patrones Dinámicos*, el cual llamaremos a partir de aquí simplemente *MFPD*. Este modelo se ilustra en la figura 36.

Para explicar el modelo, consideremos primeramente una franja de luz la cual está localizada en el punto  $x_0$  dentro de un medio fotoconductor en el cual, de alguna manera, no existe atrapamiento. Consideremos también un solo un tipo de portadores, los electrones. Entonces, tal y como hemos mencionado aquí, al aplicar un campo eléctrico externo los electrones generados en el medio, debido a esta franja de luz estacionaria, serán arrastrados hacia el electrodo de salida a una velocidad  $v_e = \mu_e E_0$ . En este caso, la densidad de electrones  $n$ , será proporcional a la generación  $g(x_0)$  de fotoelectrones; esto es,  $n(L) \propto g(x_0)$  que a su vez es proporcional a la intensidad de la franja  $I(x_0)$ ,

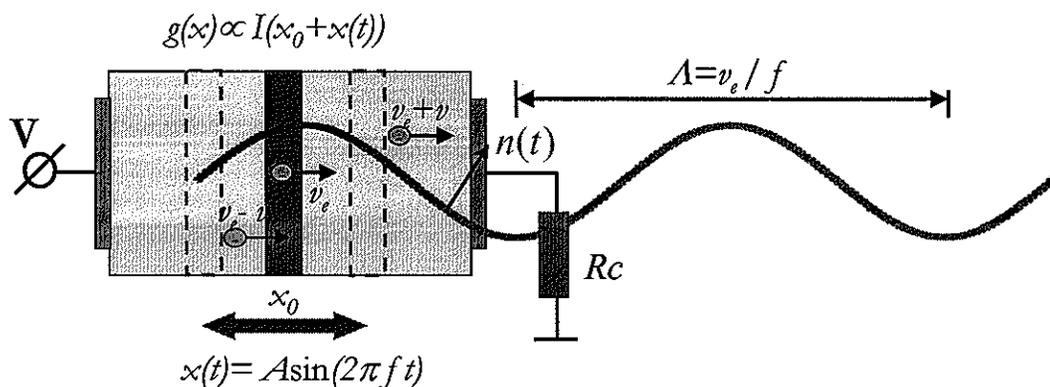


Figura 36. Modelo de la MFPD.

$g(x_0) \propto I(x_0)$ . Supongamos ahora que esta franja cambia armónicamente su posición inicial, oscilando a una frecuencia  $f$ ; es decir,

$$x(t) = x_0 + A \sin(2\pi f t), \quad (113)$$

con  $A$  como la amplitud de oscilación. En este caso la generación en cada punto  $x(t)$  será constante; esto es,

$$g(x(t)) = g(x_0) = cte. \quad (114)$$

No obstante, dado al movimiento armónico de la franja se producirá un retraso, y adelanto, sucesivo en el arrastre de los portadores de carga generados, induciéndose de esta manera una onda viajera de portadores de carga cuya periodicidad será igual a  $\Lambda = v_e / f$ . Dado a que el fotoconductor emplea contactos ohmicos los foto-electrones que salen vuelven a entrar. Entonces, según este modelo, la densidad de carga la podemos representar ahora con la siguiente expresión:

$$n(t) \propto \frac{g(x_0)v_e}{v_e - v(t)}, \quad (115)$$

siendo  $v_e$  la velocidad de arrastre del electrón, y

$$v(t) = A\Omega' \cos(\Omega't) \quad (116)$$

la velocidad de la franja con  $\Omega' = 2\pi f$  como la frecuencia angular. En este caso, a diferencia del TFP, consideramos frecuencias mucho menores a la frecuencia de resonancia (del orden de decenas de Hz); esto quiere decir que  $v_e \gg v(t)$ , por lo que la expresión para la densidad de carga (115) queda como

$$\begin{aligned} n(t) &\propto g(x_0)\left[1 + \frac{v(t)}{v_e}\right] \\ &= \phi_0\left[1 + \frac{A\Omega}{v_e} \sin(\Omega't)\right], \end{aligned} \quad (117)$$

considerando a la generación a  $g(x_0)$  igual a la expresión (110). Esta última expresión, junto con la ecuación (112), nos dice que es posible modular la fotocorriente a una frecuencia de oscilación igual a la del patrón en movimiento, que es a lo que hemos llamado *Modulación de la Fotocorriente mediante Patrones Dinámicos*. Nótese que el campo eléctrico va implícito dentro del modelo y que no existiría modulación alguna de la fotocorriente si no se aplicase el campo eléctrico externo.

Este efecto lo podemos comparar con un caso muy sencillo (que seguramente todo mundo ha observado alguna vez en su vida) al regar las plantas de su casa. Éste tiene que ver con el flujo de agua que cae al suelo al salir de una manguera a determinada altura. En este caso, las gotas de agua representarían a los portadores de carga cuyo flujo es constante, independientemente de la altura de la manguera, y el campo eléctrico estaría directamente relacionado con la gravedad que ejerce la tierra sobre el agua haciéndola caer al suelo. Si se varía la altura de la manguera disminuyéndola y aumentándola sucesivamente, en el suelo observará un cambio en el flujo de agua proporcional al movimiento de la manguera. Algo similar ocurre en el modelo presentado en la figura 36.

Como se puede apreciar ambos modelos, para el fotodetector TFP y para la *MFPD*, son prácticamente iguales sólo que a regímenes distintos de frecuencia; esto es, el primero considera patrones de interferencia cuya translación es en una sola dirección a velocidades en resonancia con la velocidad de arrastre de los portadores, [Dolfi *et al.*, 1994], mientras que el segundo considera patrones de intensidad oscilantes a frecuencias muy por debajo de resonancia. Por lo tanto, para un desarrollo analítico

más elaborado del *MFPD* sólo implicaría resolver (en un futuro) la integral (111) con una generación proporcional al patrón de interferencia (109); esto es,

$$g(x, t) = g_0[1 + m \cos(Kx + \Delta \text{sen}(\Omega t))], \quad (118)$$

considerando  $v \ll v_e$ , con  $\Omega (= 2\pi v/\Lambda)$  como la frecuencia angular.

## VII.4 Resultados experimentales

La figura 37 muestra el arreglo experimental para modular la fotocorriente. Éste es, salvo una variante, el mismo arreglo experimental que se utiliza para detectar el photo-EMF [Stepanov, 2001] en donde, mediante algún sistema interferométrico, se hacen interferir dos haces dentro de una muestra fotoconductor. Ambos haces son de igual intensidad sólo que a uno de estos se le modula armónicamente la fase por medio de un espejo adherido a un piezoeléctrico *PZT*. Tanto la frecuencia de oscilación  $f$  como la amplitud de vibración  $\Delta$  del patrón de interferencia son controlados a través de un generador de funciones el cual modula la fase en forma senoidal. La muestra fotoconductor contiene un par de electrodos en uno de los cuales se aplica un voltaje,  $V$ , mientras que el otro se conecta a una resistencia de carga,  $R_L$ . A través de esta última se detectan ambas señales, del efecto photo-EMF y la *MFPD*, como una señal alterna de voltaje mediante un amplificador “lock-in”. La resistencia de carga fue de  $1 \text{ M}\Omega$  siendo menor a la impedancia del cristal y se obtuvieron señales del orden de microvolts. La diferencia principal del arreglo mostrado en esta figura 37 con respecto al del photo-EMF es que la muestra se ilumina uniformemente mediante una fuente de luz externa, en este caso, una lámpara de tungsteno. Lo anterior con el fin de eliminar el campo eléctrico interno.

En la figura 38 se muestran los resultados principales de este experimento. Como se puede apreciar, se presentan tres gráficos en función de la amplitud de vibración,  $\Delta$ , bajo distintas condiciones. Estos resultados se obtuvieron con una muestra de BTO, de dimensiones  $4 \times 4 \times 10 \text{ mm}^3$ , y con un patrón de interferencia oscilando a una frecuencia

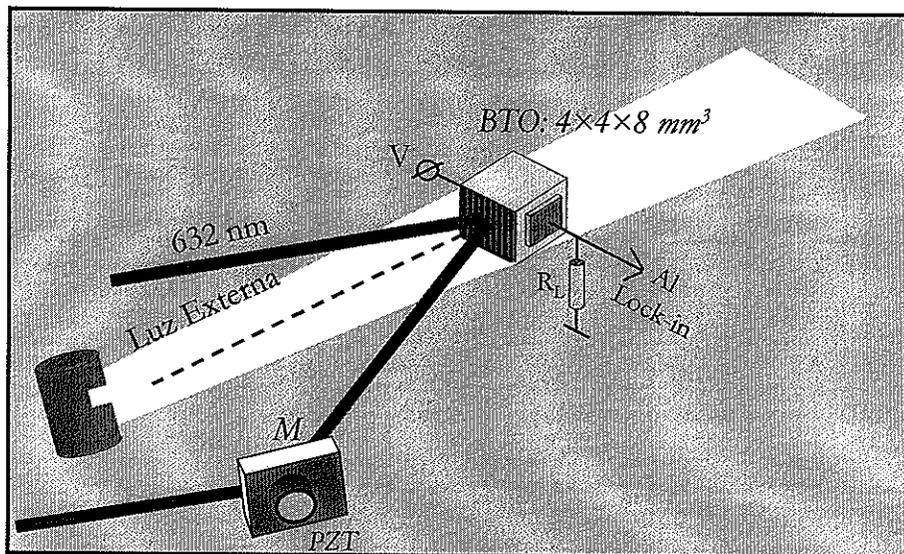
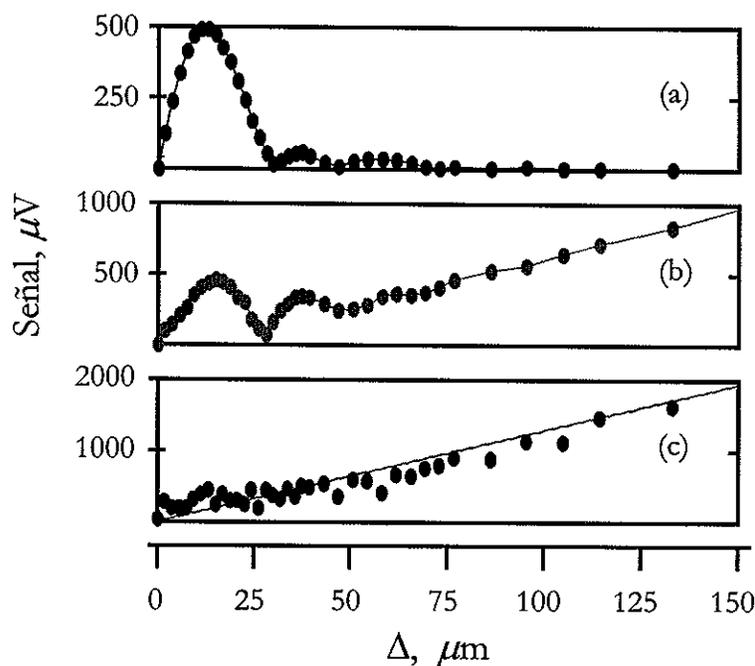


Figura 37. Arreglo experimental para observar el efecto de la *MFPD*.

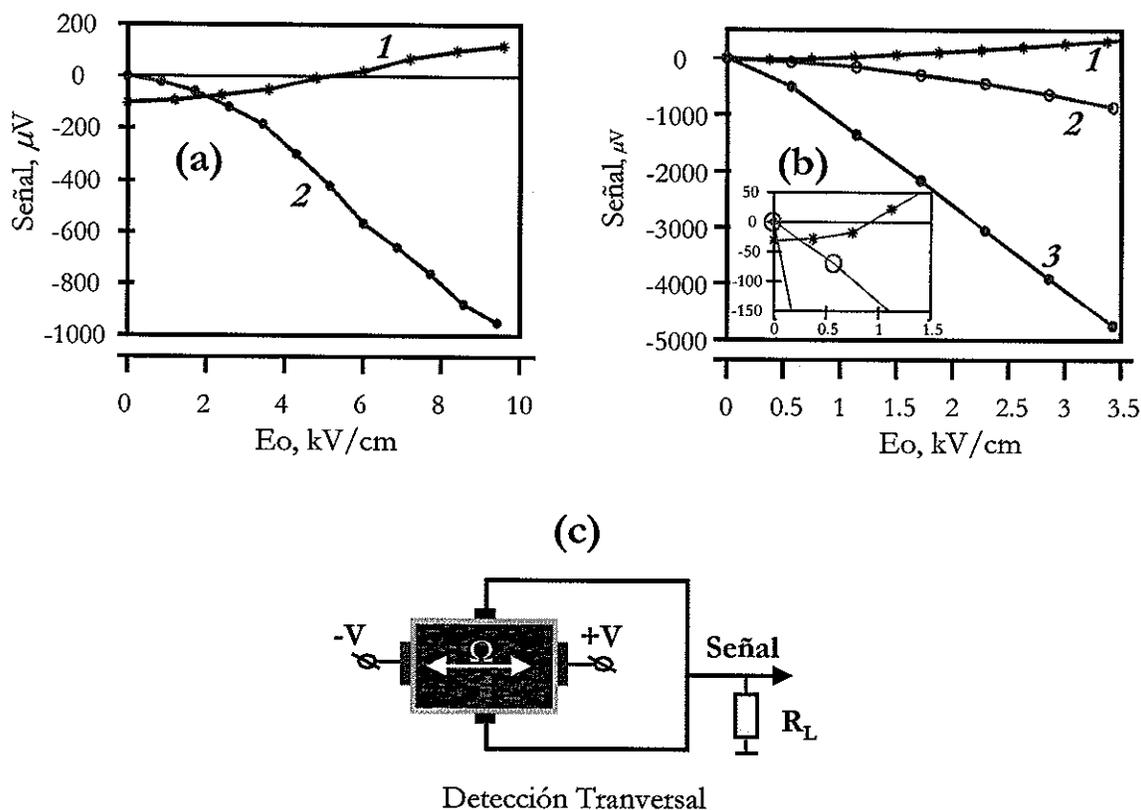
$f = 100 \text{ Hz}$ . El periodo espacial,  $\Lambda$ , fue aproximadamente de  $21 \mu\text{m}$ . La figura 38-a corresponde a una señal típica del photo-EMF, sin campo eléctrico externo  $E_0 = 0$ , como función de la amplitud; aquí vemos que no existe señal alguna para amplitudes mayores al periodo espacial, tal y como se mostró en la figura 34-a. Esto se debe a que para estas amplitudes no existe una correlación entre el campo eléctrico interno y la fotoconductividad asociada al patrón de interferencia. Por otro lado, en la figura 38-b se puede apreciar claramente que existen dos diferentes mecanismos. El primero de éstos domina para amplitudes menores al periodo espacial,  $\Lambda$ , y no es más que el photo-EMF; el cual involucra al campo eléctrico interno. Por otro lado, el segundo mecanismo ocurre para amplitudes mayores al periodo espacial en donde, como ya se ha mencionado, el que campo interno no tiene nada que ver, por lo que la señal que se observa se debe a un efecto relacionado con la pura fotoconductividad del material; éste es al que hemos denominado llamado aquí como *MFPD*. Para la obtención de este gráfico se aplicó un campo eléctrico de  $E_0 = 6 \text{ kV/cm}$ . Finalmente, en la figura 38-c se observa únicamente a la señal *MFPD*, nótese que ésta tiene un comportamiento lineal a la amplitud de vibración  $\Delta$  aun para amplitudes mayores al periodo espacial. Observamos también



**Figura 38.** Obtención experimental de la *MFPD*: (a) señal photo-EMF sin campo eléctrico aplicado; (b) traslape de la señal photo-EMF y la *MFPD* con campo eléctrico  $E_0 = 6 \text{ kV/cm}$ ; y (c) señal de la *MFPD*, con campo eléctrico  $E_0 = 6 \text{ kV/cm}$  e iluminación auxiliar.

que la magnitud de la señal aumenta considerablemente con respecto a la figura 38-b, esto se debe a la iluminación externa que se utilizó para borrar el campo eléctrico interno  $E_{SC}$ .

Cabe mencionar que, para fines puramente estéticos de comparación con la señal photo-EMF, en la figura 38 se muestran los valores de estas señales sólo hasta una amplitud de modulación de  $150 \mu\text{m}$ ; no obstante, el valor de la señal *MFPD* (38-c) siguió aumentando linealmente hasta una amplitud de vibración  $\Delta$  de  $300 \mu\text{m}$  alcanzando un valor de  $4 \text{ mV}$ . En otras palabras, se detectó hasta 5 veces el periodo  $\Lambda$ ; esto es, 60 veces mayor a la amplitud que es posible detectar (en un régimen lineal) con el photo-EMF. Para obtener este último resultado se aplicó el mismo campo eléctrico  $E_0 = 6 \text{ kV/cm}$  y se iluminó uniformemente el cristal con la fuente de tungsteno.



**Figura 39.** Señales de la *MFPD* y el photo-EMF como función del campo eléctrico externo  $E_0$  para diferentes amplitudes de vibración,  $\Delta$ : (a) patrón senoidal en un cristal de BTO con  $\Delta = 1 \mu m$ ; (b) patrón de motas en un cristal de ZnSe con  $\Delta = 5 \mu m$ , en las curvas 1 y 2, y  $\Delta = 85 \mu m$  en la curva 3, respectivamente. (c) Detección transversal de la *MFPD*.

Por otra parte, la figura 39 muestra una comparación de las señales *MFPD* y el photo-EMF como función del campo eléctrico aplicado obtenidas en dos cristales fotoconductores diferentes, uno de BTO y otro de ZnSe. En este caso la señal *MFPD* se detecta transversalmente al movimiento del patrón de interferencia, para lograr esto se utilizó una muestra con dos pares de electrodos perpendiculares entre sí, esquematizada en la figura 39-c, en donde un par de electrodos se utiliza para aplicar el campo eléctrico a lo largo del patrón de vibración mientras que el otro par de electrodos (transversales a la dirección de vibración) se conectan, ambos, a la resistencia de carga  $R_L$ . En este caso en cada electrodo horizontal se aplicaron dos potenciales  $V$  de igual magnitud

pero de polaridades distintas, garantizando con esto un campo eléctrico uniforme a lo largo del cristal. Esta configuración poco común fue reportada previamente en [Rocha-Mendoza *et al.*, 2001] como una nueva técnica para la detección óptica de vibraciones con patrones moteados. Por otro lado, el photo-EMF se detecta tal y como se mostró en la figura 33-a, para esto simplemente se desconectan los electrodos superior e inferior de la resistencia de carga  $R_L$  conectándose esta última a uno de los electrodos horizontales (ver figura 39-c).

En la figura 39-a se presenta un par de resultados obtenidos con la muestra de BTO y un patrón de interferencia senoidal cuya frecuencia y amplitud de vibración fueron  $950 \text{ Hz}$  y  $0.9 \mu\text{m}$ , respectivamente; allí la curva (1) muestra la señal photo-EMF mientras que la curva (2) muestra la señal  $MFPD$  transversal siendo ésta 10 veces mayor a la primera. Por otro lado, en la figura 39-b se utilizó la muestra de ZnSe (la cual no es fotorrefractiva) y un patrón moteado vibrando a una frecuencia de  $100 \text{ Hz}$ . En este caso el tamaño promedio de motas fue de  $10 \mu\text{m}$ , aproximadamente. En esta figura, de nueva cuenta, las curvas (1) y (2) corresponden, respectivamente, a la señal photo-EMF y la  $MFPD$  transversal, cuando el patrón oscila con una amplitud menor al tamaño promedio de motas ( $5 \mu\text{m}$ , aproximadamente), mientras que la curva (3) muestra la señal  $MFPD$  cuando el patrón moteado oscila a  $85 \mu\text{m}$  de amplitud; amplitud en la que no existe señal photo-EMF alguna.

Con esta figura 39 se puede resaltar dos diferencias principales entre la señal photo-EMF y la  $MFPD$ . La primera es que la señal  $MFPD$  incrementa, partiendo desde cero, casi linealmente con el campo eléctrico aplicado como se puede apreciar en la curva (2) de la figuras 39-a y en las curvas (2) y (3) de la figura 39-b, respectivamente, mientras que la señal photo-EMF primero disminuye su señal a cero, cambia su signo y aumenta progresivamente con el campo eléctrico, tal y como se observa en la curva (1) de la figura 39-a y en la curva (1) de la figura 39-b (ver la región aumentada dentro de la misma). Este comportamiento es típico del efecto photo-EMF, tal y como se explicó anteriormente con la ecuación (106) y se mostró en la figura 34-b. La segunda diferencia es que, excepto para campos eléctricos pequeños, la señal  $MFPD$  siempre es mayor;

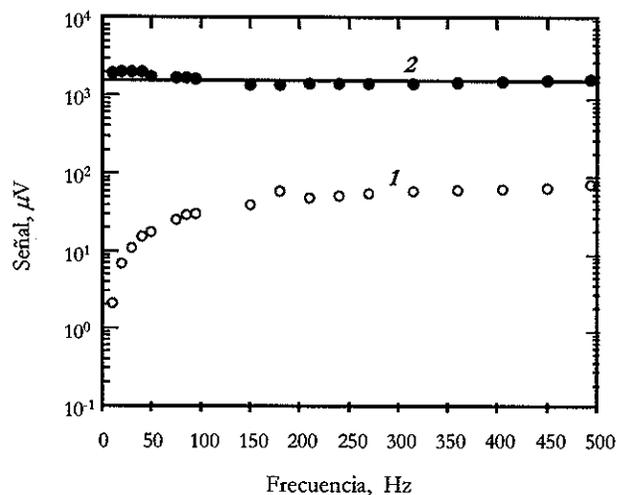
sobre todo para amplitudes en las que el photo-EMF no es posible detectar tal y como se puede ver en la curva (3) de la figura 39-b, en donde la magnitud de la señal es muy detectable.

## VII.5 Discusión

Los resultados de este experimento muestran que este efecto de la modulación de la fotocorriente con patrones dinámicos indudablemente compensa irregularidades del frente de onda. Cabe destacar que se realizaron pruebas con las que encontramos que la señal obtenida es una suma constructiva de todas las contribuciones en todas las regiones iluminadas del cristal por el patrón de intensidad en vibración. Estos resultados fueron confirmados tanto para patrones de motas como para senoidales.

Por otra parte, la compensación de pequeños desplazamientos debido a movimientos lentos en la fase tales como el aire, cambios de temperatura, entre otros, son muy importantes para sensores interferométricos. La respuesta de este tipo de fotodetectores varía periódicamente como una función senoidal del corrimiento en la fase, producido por dichas condiciones ambientales, dando como resultado una señal sumamente inestable la cual no puede ser compensada mediante un simple filtro pasa altas [Stepanov, 2001].

Otra de las características más importantes del photo-EMF es que su función de transferencia es análoga a la función de transferencia de un circuito RC; es decir, la amplitud de la señal photo-EMF incrementa linealmente, a partir de cero, en función de la frecuencia de modulación hasta llegar a una frecuencia de corte  $f_0$ , a partir de allí, la amplitud comienza a saturarse, conforme la frecuencia de oscilación aumenta, hasta permanecer constante. La figura 40 muestra la dependencia ambas señales, photo-EMF sin campo eléctrico y *MFPD*, como función de la frecuencia oscilación en el cristal de ZnSe. Para el caso del photo-EMF se utilizó un patrón de motas oscilando a una amplitud de  $5 \mu\text{m}$ , menor al tamaño promedio de motas, mientras que para el caso de la señal *MFPD* osciló a una amplitud de  $85 \mu\text{m}$ . La curva (1) de la figura



**Figura 40.** Señales photo-EMF (1) y *MFPD* (2) como función de la frecuencia de oscilación en un cristal de ZnSe.

40 muestra la función de transferencia de la señal photo-EMF sin campo eléctrico externo aplicado. Por otro lado, como se puede apreciar en curva (2) de la figura 40, la señal *MFPD* al parecer no posee esta propiedad adaptativa del filtro pasa altas. No obstante, la respuesta de esta señal es lineal para un amplio rango de desplazamientos (ver figura 38) y la respuesta en frecuencia es prácticamente constante para amplitudes grandes de oscilación. Ambas propiedades permiten utilizar un simple filtro pasa altas externo para compensar dichos corrimientos en la fase del patrón de entrada y, por otro lado, es posible medir desplazamientos a muy bajas frecuencias. Nuestros experimentos confirmaron esto demostrando una muy buena estabilidad en la señal obtenida.

La razón de que no exista esta caída en frecuencias quizás se debe a que no existe un campo eléctrico interno, cuyo tiempo de formación es el responsable de ésta famosa caída en la señal para el caso del photo-EMF.

## VII.6 Conclusiones del capítulo VII

En este capítulo se presenta un nuevo efecto para la detección de vibraciones en cristales fotoconductores basado en la modulación fotocorriente mediante patrones dinámicos de intensidad. Se propone un modelo que explica el mecanismo físico de este efecto. Se realiza una comparación de este nuevo mecanismo con el efecto foto-EMF, mecanismo que ha resultado ser un método eficaz para la detección de pequeños desplazamientos y el cual es muy reconocido en la literatura. Se muestran resultados experimentales que evidencian un comportamiento lineal de la señal obtenida con este nuevo efecto con respecto a la amplitud de vibración del patrón de interferencia y el voltaje aplicado, llegando a detectarse amplitudes muy por encima al tamaño promedio de las inhomogeneidades en un patrón de motas; además, dicha señal responde a frecuencias mucho menores al tiempo de grabación del campo interno. Lo anterior hace a este nuevo efecto muy atractivo en el desarrollo de sensores adaptativos útiles para detectar grandes amplitudes y/o a bajas frecuencias de oscilación utilizando patrones moteados. Finalmente, una característica importante que podemos destacar de este efecto es que su detección puede ser tanto longitudinal como transversal al campo eléctrico externo aplicado.

---

# Capítulo VIII

## Conclusiones

En esta tesis se presenta un trabajo experimental y teórico (teórico mediante expresiones analíticas y soluciones numéricas) el cual consistió en investigar a los cristales cúbicos fotorrefractivos como un medio de amplificación de luz, así como un medio para detectar vibraciones. Los principales logros que se derivaron de esta investigación se pueden clasificar en dos diferentes líneas de investigación. La primera de ellas es el *acoplamiento vectorial de dos ondas bajo la influencia de diferentes campos eléctricos*, cuyos principales resultados se enuncian a lo largo de los capítulos del III al VI de esta tesis. De esta línea podemos destacar las siguientes conclusiones:

- Se realizó un *análisis del acoplamiento vectorial* basado en *expresiones analíticas* y una *simulación numérica*. La forma de dichas expresiones analíticas, mostradas *por primera vez* para este tipo de análisis, son tales que incluyen el agotamiento de un haz así como los casos de rejillas locales (campo directo) y no-locales (campo alterno), con las cuales fue posible estudiar el intercambio de energía entre los haces por componentes de polarización, así como el cambio en la fase de cada una de ellas, revelando detalles importantes del acoplamiento. Con la simulación numérica fue posible analizar el acoplamiento vectorial en cristales con y sin actividad óptica, también para ambos casos de rejillas.
  - Se obtuvo una *amplificación bidireccional* de la luz bajo con *campos eléctricos de C. A.*, en donde el haz débil siempre es amplificado y, como consecuencia del acoplamiento vectorial, la polarización de los haces es ortogonal en la salida del cristal. Este nuevo efecto fue nombrado como *ortogonalización de la polarización* y puede ser observado en *cristales con y sin actividad óptica*.
-

- Se encontró un *nuevo método* para *amplificar luz coherente* en cristales *con una no linealidad local*; esto es, con un campo eléctrico de C. D. y una rejilla local en estado estacionario. Esta técnica de *amplificación* también tiene la peculiaridad de ser *bidireccional* e igualmente está fundamentada en la teoría vectorial del acoplamiento de dos ondas desarrollada en esta tesis.
  - Se mostró una *nueva configuración experimental* con la cual se obtiene una *amplificación isotrópica* de la luz. Ésta es posible sólo en cristales bajo un *campo rotatorio*, cuando ambos haces tienen una polarización circular y se propagan a lo largo del eje cristalográfico [111]. En otras palabras, sólo mediante un promedio temporal de dicho campo rotatorio, se consigue una simetría isotrópica del efecto fotorrefractivo en la cual un haz débil se amplifica independientemente de la dirección en la que se grabe la rejilla.
  - Se estableció la *metodología experimental* para obtener el *campo rotatorio*, estableciendo las condiciones experimentales necesarias para éste sea uniforme dentro del cristal fotorrefractivo.
  - Se describió el algoritmo utilizado para la simulación numérica del acoplamiento vectorial en cristales bajo la influencia de cualquier campo eléctrico, de C. D., C. A. y C. R. En esta simulación se incluye la birrefringencia del medio, la actividad óptica y la modulación del índice de refracción, para cualquier configuración del cristal (tabla I por ejemplo), por lo que fue útil para la obtención de muchos de los resultados que en esta tesis se presentan.
-

Por otro lado, la segunda línea de investigación tiene que ver con la *modulación de la fotocorriente mediante patrones dinámicos*, cuyos principales resultados se encuentran descritos en el capítulo VII, de los cuales podemos destacar:

- La propuesta de un modelo para explicar el *mecanismo físico* de este efecto.
- Una comparación de este nuevo mecanismo con el efecto *photo-EMF*.
- La propuesta de este mecanismo como una *técnica atractiva* para el desarrollo de *sensores adaptativos* útiles para detectar *amplitudes grandes y/o a frecuencias bajas* de oscilación con patrones moteados.
- La *detección* de esta fotocorriente puede ser tanto *longitudinal* como *transversal* al campo eléctrico externo aplicado.

Por lo demás, algunos de los resultados de mayor relevancia en este trabajo de tesis han sido reportados a lo largo de esta investigación, principalmente en:

- Rocha-Mendoza, I. y A. V. Khomenko, “Bidirectional vectorial light amplification in cubic crystals with unshifted photorefractive gratings”, *Optics Letters*, v. 27, n. 16, p. 1448-1450 (2002).
  - Fuentes-Hernández, C. A., Khomenko, A. V., y Rocha-Mendoza, I, “Beam propagation method for sillenite photorefractive crystals”, *J. Opt. Technol.*, v. 69, n. 8, p. 565-569 (2002).
-

- Rocha-Mendoza, I, A. V. Khomenko, C. A. Fuentes-Hernandez y A. Garcia-Weidner, “Bi-directional two-wave coupling in ac- and dc-biased photorefractive cubic crystals”, ICO XIX: Optics for Quality of Life, A. Cosortini and G. C. Righini, Editors, Proc. SPIE 4829, p. 413-414 (2002).
  - Rocha-Mendoza, I, A. V. Khomenko y C. A. Fuentes-Hernández, “Detection of speckle patterns vibration using alternating transverse photocurrent”, *OSA Trends in Optics and Photonics* Vol. 62, Photorefractive Effects, Materials, and Devices, D. D. Nolte, G. J. Salamo, A. Siahmakoun, and S. Stepanov. Eds., (Optical Society of America, Washigton, DC 2001), pp. 305-309.
  - Khomenko, A. V, I. Rocha-Mendoza, C. A. Fuentes-Hernández, Victor V. Prokofiev y Ervin Nippolainen, “Photorefractive effect in cubic crystal under a revolving electric field”, *OSA Trends in Optics and Photonics* Vol. 62, Photorefractive Effects, Materials, and Devices, D. D. Nolte, G. J. Salamo, A. Siahmakoun, and S. Stepanov. Eds., (Optical Society of America, Washigton, DC 2001), pp. 476-481.
  - Rocha-Mendoza, I, A. V. Khomenko y C. A. Fuentes-Hernández , “Non-steady-state photo-emf in BTO crystal under a transverse external dc electric field” Conference on Laser and Electro-Optics, *OSA Technical Digest* (Optical Society Of America, Washington DC, 2000), pp. 105-106.
  - Actualmente están en proceso dos publicaciones más, una referente a la ortogonalización de la polarización la cual se someterá en *OpticsLetters*, y otra donde se incluya el análisis completo del acoplamiento vectorial en rejillas locales y no-locales mediante las expresiones analíticas expuestas en el capítulo III, éste se someterá en *JOSA B*.
-

# Literatura Citada

- Arfken, G. (1985). *Mathematical Methods for Physicist*. Academic Press, Inc., San Diego.
- Boyd, R. W. (1992). *Nonlinear Optics*. Academic Press, Inc., USA.
- Dolfi, D., Merlet, T., Mestreau, A., y Huignard, J. P. (1982). *Exact solution of a nonlinear model of four-wave mixing and phase conjugation*. *Opt. Lett.*, 7:313–315.
- Dolfi, D., Merlet, T., Mestreau, A., y Huignard, J. P. (1994). *Photodetector for microwave signals based on the synchronous drift of photogenerated carriers with a moving interference pattern*. *Appl. Phys. Lett.*, 65(23):2931–2933.
- Fisher, B., White, H. O., Cronin-Golomb, M., y Yariv, A. (1978). *Light propagation in graded-index optical fibres*. *Appl. Optics*, 17:3990–3998.
- Fisher, B., White, H. O., Cronin-Golomb, M., y Yariv, A. (1986). *Non-linear vectorial two-beam coupling and forward four-wave mixing in photorefractive materials*. *Opt. Lett.*, 11(4):239–241.
- Fowles, G. R. (1975). *Introduction to modern optics*. Dover Publications, Inc., New York.
- Fuentes-Hernández, C. A. (1998). *Estudio de la propagación de un haz de láser en un cristal fotorrefractivo de BSO sometido a campos eléctricos alternos elevados*. Tesis de maestría, CICESE.
- Fuentes-Hernández, C. A. (2002). *Automodulación óptica en cristales fotorrefractivos de silenita*. Tesis de doctorado, CICESE.
- Fuentes-Hernández, C. A. y Khomenko, A. V. (1999). *Beam collapse and polarization self-modulation in an optically active photorefractive crystal in an alternating electric field*. *Phys. Rev. Lett.*, 83(6):1143–1146.
- Fuentes-Hernández, C. A., Khomenko, A. V., y Rocha-Mendoza, I. (2002). *Beam propagation method for sillenite photorefractive crystals*. *J. Opt. Technol.*, 69(8):565–569.
- Günter, P. y Huignard, J. (1989). *Photorefractive materials and their applications*, volumen II. Springer Verlag, Berlin.
- Goodman, J. W. (1968). *Introduction to Fourier Optics*. McGraw-Hill, New York.
-

- Gradshteyn, I. S. y Ryzhik, I. M. (1980). *Table of Integrals, Series, and Products*. Academic Press, New York.
- Gu, C. y Yeh, P. (1987). *Reciprocity in Photorefractive Wave Mixing*. *J. Opt. Soc. Am.*, 4:1382–1388.
- Hecht, E. y Zajac, A. (1974). *Optica*. Addison-Wesley, E.U.A.
- Hu, Y., Ringhofer, B., y Sturman (1999). *Two regimes of two-beam coupling in cubic  $43m$  crystals*. *Appl. Phys. B*, 68:931–936.
- Hughes, S., Burzler, J. M., Spurge, G., y Wherrett, B. S. (1995). *Fast fourier transforms techniques for efficient simulation of Z-scan measurements*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 12(10):1888–1993.
- Izvanov, A. A., Mandel, A. E., Khatkov, N. D., y Shandarov, S. M. (1986). *Influence of the piezoelectric effect on hologram writing an reconstruction in photorefractive crystals*. *Optoelectronics*, 2:80–84.
- Kamshilin, A. A., Iida, Y., Ashihara, S., Shimura, T., y Kuroda, K. (1999a). *Linear sensing of speckle-pattern displacements using a photorefractive GaP crystal*. *Appl. Phys. Lett.*, 75:2575–2577.
- Kamshilin, A. A., Paivasaari, K., Khomenko, A. V., y Fuentes-Hernández, C. A. (1999b). *Polarization self-modulation of the nonstationary speckle field in a photorefractive crystal*. *Opt. Lett.*, 24(12):832–834.
- Kamshilin, A. A., Raita, E., y Grachev, A. I. (2002). *Highly sensitive adaptive interferometer for ultrasound detection*. In Consortini, A. y Righini, G. C., editors, *ICO XIX Optics for the Quality of Life, SPIE Proceedings Vol. 4829*, pages 325–326, Firenze, Italy.
- Kamshilin, A. A., Raita, E., y Khomenko, A. V. (1996). *Intensity redistribution in a thin photorefractive crystal caused by strong fanning effect and internal reflections*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 13(11):2536–2543.
- Khomenko, A. V., Garcíá-Weidner, A., y Kamshilin, A. A. (1996a). *Amplification of optical signals in BTO by the photorefractive surface waves*. *Opt. Lett.*, 21(14):1014.
- Khomenko, A. V., Garcíá-Weidner, A., y Tentori, D. (1996b). *Enhanced beam amplification in a photorefractive BTO crystal by internal reflections*. *Opt. Lett.*, 21(11):776–778.
- Khomenko, A. V., Nippolainen, E., Kamshilin, A. A., Zúñiga-Segundo, A., y Jaaskelainen, T. (1998). *Leaky photorefractive surface waves in BTO and BSO*
-

*crystals. Opt. Commun.*, 150:175–179.

Khomenko, A. V., Rocha-Mendoza, I., Fuentes-Hernández, C. A., Profokiev, V., y Nippolainen, E. (2001). Photorefractive effect in cubic crystals under a revolving electric field. In Nolte, D., Salamo, G. J., Siahmoun, A., y Stepanov, S., editors, *OSA Trends in Optics and Photonics Vol. 62, Photorefractive Effects, Materials and Devices*, pages 476–482, Optical Society of America, Washington, DC.

Klein, M. B. y Bacher, G. D. (1998). Novel, adaptive single-beam laser vibrometer for vector surface velocity measurement. In *SPIE Proceedings Vol. 3411*, pages 53–60.

Klein, M. B., Bacher, G. D., Grunnet-Jespen, A., Wright, D., y E., M. W. (1999). *Homodyne detection of ultrasonic surface displacements using two-wave mixing in photorefractive polymers. Opt. Commun.*, 162:79–84.

Korneev, N. A. y Stepanov, S. I. (1991). *Measurement of small lateral vibration of speckle patterns using a non-steady-state photo-EMF in GaAs:Cr. J. Mod. Opt.*, 38(11):2153–2158.

Korneev, N. A. y Stepanov, S. I. (1992). *Dynamic self-diffraction of laterally vibrating spackle patterns in photorefractive crystals. Optik*, 91(2):61–65.

Krasnoperov, V. Y., Litvinov, R. V., y Shandarov, S. M. . (1999). *Nonunidirectional two-beam interaction in photorefractive bismuth silicate in an alternatig electric field. Phys. Sol. State*, 41(4):568–572.

Kukhtarev, N. V. (1976). *Kinetics of hologram recording and erasure in electrooptic crystals. Soviet Technical Physics Letters.*, 2(12):438.

Kukhtarev, N. V., Markov, V. B., Odoulov, S. G., Soskin, M. S., y Vinetesii, V. (1979). *Holographic storage in electrooptic crystals. Ferroelectrics*, 22:949.

Lahiri, I., Pyrak-Nolte, L. J., Nolte, D. D., Melloch, M. R., Kruger, R., D., B. G., y Klein, M. (1999). *Laser-based ultrasound detection using photorefractive quantum wells. Phys. Sol. State*, 73(8):1041–1043.

Litvinov, R. V. (2001). Energy exchange between light waves on local photorefractive grating in a cubic gyrotropic crystals. In Nolte, D., Salamo, G. J., Siahmoun, A., y Stepanov, S., editors, *OSA Trends in Optics and Photonics Vol. 62, Photorefractive Effects, Materials and Devices*, pages 630–638, Optical Society of America, Washington, DC.

Litvinov, R. V., Shandarov, S. M., y Chistayakov, S. G. (2000). *Two wave interaction on a photorefractive grating in cubic gyrotropic crysals in the case of strong coupling. Phys. Sol. State*, 42(8):1435–1442.

- MathWorks (2002). *Partial Differential Equations Toolbox User's Guide, Version I*. The MathWorks Inc., USA.
- Merlet, T., Dolfi, D., y Huignard, J. P. (1996). *A traveling fringes photodetector for microwave signals*. *IEE J. Quantum Electron.*, 32(5):778–783.
- Merlet, T., Dolfi, D., y Huignard, J. P. (1997). *Phase and time delays for microwave signals using photocarrier drift in semiconductor*. *IEE Photonics Thech. Lett.*, 9(4):478–480.
- Merlet, T., Dolfi, D., y Huignard, J. P. (1998). *Compared microwave performances of a high-speed PIN photodiode and traveling traveling fringes photodetector*. *IEE Photonics Thech. Lett.*, 10(4):585–587.
- Nolte, D. D. (1995). *Photorefractive effects and materials*. Kluwer Academic Publishers, USA.
- Pedersen, H. C., Webb, D. J., y Johansen, P. M. (1998). *Fundamental characteristics of space-charge waves in photorefractive sillenite crystals*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15:2573–2580.
- Petrov, M. P., Miridinov, S. V., Stepanov, S. I., y Kulikov, V. V. (1979). *Light diffraction and nonlinear image processing in electrooptic BS0 crystals*. *Opt. Commun.*, 31(3):301–305.
- Petrov, M. P., Sokolov, I. A., Stepanov, S. I., y Trofimov, G. S. (1990). *Non-Steady State photo electromotive force induced by dynamic gratings in partially compensated photoconductors*. *J. Appl. Phys.*, 68(5):2216–2225.
- Petrov, M. P., Stepanov, S. I., y Khomenko, A. V. (1991). *Photorefractive Crystals in Coherent Optical Systems*. Springer-Verlag, Berlin.
- Petrovic, M. y Milivoj, B. (1994). *Vectorial two-beam mixing in photorefractive crystals*. *Opt. Commun.*, 109:338–347.
- Pouet, B., Lafond, E., Pufahl, B., Bacher, D., Brodeur, P., y Klein, M. B. (1999). *On-machine characterization of moving paper using a photo-emf laser ultrasonics method*. In *SPIE Proceedings Vol. 3589*, pages 160–169.
- Refregier, P., Solymar, L., Rajbenbach, H., y Huignard, J. P. (1985). *Two-beam coupling, in photorefractive BS0 crystals with moving grating: Theory and experiments*. *J. App. Phys.*, 58:45–57.
- Reitz, J. R. y Milford, F. J. (1981). *Fundamentos de la teoría electromagnética*. UTEHA, México.
-

- Rocha-Mendoza, I. y Khomenko, A. V. (2002). *Bidirectional vectorial light amplification in cubic crystals with unshifted photorefractive gratings*. *Opt. Lett.*, 27(16):1448–1450.
- Rocha-Mendoza, I., Khomenko, A. V., y Fuentes-Hernández, C. A. (2001). Speckle pattern vibration detection using transverse photocurrent in bto and zns crystals. In Nolte, D., Salamo, G. J., Siahmoun, A., y Stepanov, S., editors, *OSA Trends in Optics and Photonics Vol. 62, Photorefractive Effects, Materials and Devices*, pages 305–309, Optical Society of America, Washington, DC.
- Rocha-Mendoza, I., Khomenko, A. V., Fuentes-Hernández, C. A., y García-Weidner, A. (2002). Bidirectional two-wave coupling in ac- and dc-biased photorefractive cubic crystals. In Consortini, A. y Righini, G. C., editors, *ICO XIX Optics for the Quality of Life, SPIE Proceedings Vol. 4829*, pages 413–416, Firenze, Italy.
- Saleh, B. E. A. y Teich, M. C. (1994). *Fundamentals of Photonics*. Wiley-Interscience, New York.
- Saxena, R., Vachss, F., McMichael, I., y Yeh, P. (1990). *Diffraction properties of multiple-beam photorefractive gratings*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 7(7):1211–1215.
- Shamonina, E., Cedilink, G., Mann, M., Kiessling, A., Webb, D. J., Kowarschik, R., y Ringhofer, K. H. (1997). *Investigation of two-wave mixing in arbitrary oriented sillenite crystals*. *Appl. Phys. B*, 64:49–56.
- Shamonina, E., Kamenov, V. P., Ringhofer, K. H., Cedilink, G., Kiessling, A., y Kowarschik, R. (1998a). *Optimum orientation of volume phase gratings in sillenite crystals: is it always [111]*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 15(10):2552–2559.
- Shamonina, E., Kamenov, V. P., Ringhofer, K. H., Cedilink, G., Kiessling, A., Kowarschik, R., y Webb, D. J. (1998b). *Optical activity in photorefractive BSO*. *Opt. Lett.*, 23(18):1435–1437.
- Shamonina, E., Ringhofer, K. H., Sturman, B., Kamenov, V. P., Cedilink, G., Esselbach, M., Kiessling, A., Kowarschik, R., Kamshilin, A. A., Prokofiev, V. V., y Jaaskelainen, T. (1998c). *Gain momentary readout by switching electric fields during two-wave mixing in sillenites*. *Opt. Lett.*, 23(18):1435–1437.
- Shcherbin, K., Odoulov, S., Litvinov, R., Shanarov, E., y Shandarov, S. (1996). *Contribution of nonlinear absorption and elasto-optic effect in photorefractive grating recording in GaAs*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 13(10):2268–2277.
- Shen, Y. R. (1984). *The Principles of Nonlinear Optics*. Wiley-Interscience, New York.
-

- Smith, W. F. (1993). *Fundamentos de la Ciencia e Ingeniería de Materiales*. McGraw-Hill, Madrid.
- Solymar, L., Webb, D. J., y Frunnet-Jepsen, A. (1996). *The Physics and Applications of Photorefractive Materials*. Clarendon, Oxford.
- Stance, C., Powell, A. K., y Hall, T. J. (1989). *Coupling modulation in photorefractive materials by applying ac electric fields*. *Optics Comm.*, 70(6):509–514.
- Stance, C., Walsh, K., Powell, A. K., y Hall, T. J. (1990). *Techniques for the enhancement of space-charge fields in photorefractive materials*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 7:288–303.
- Stepanov, S. I. (1991). Adaptive interferometry: A new area of applications of photorefractive crystals. In Goodman, J., editor, *International Trends in Optics*, page 125, Academic Press. London.
- Stepanov, S. I. (1994). *Applications of photorefractive crystals*. *Rep. Prog. Phys.*, 57:39–116.
- Stepanov, S. I. (2001). Photo-electromotive-force effect in semiconductors. In Nalwa, H. S., editor, *Handbook of advanced electronic and photonic materials and devices, Vol. 2: Semiconductor Devices*, pages 205–272, Academic Press., London.
- Stepanov, S. I. y Petrov, M. P. (1985). *Efficient unstationary holographic recording in photorefractive crystals under an external alternating electric field*. *Opt. Commun*, 53(4):292–295.
- Stepanov, S. I., Petrov, M. P., y Kamshilin, A. A. (1976). *Optical diffraction with polarization plane rotation in a volume hologram in an electrooptic crystal*. *Sov. Tech. Phys. Lett.*, 3(9):345–346.
- Stepanov, S. I., Shandarov, S. M., y Khatkov, N. D. (1987). *Photo-elastic contribution to the photorefractive effect in cubic crystals*. *Sov. Phys. Solid State.*, 29:1754–1756.
- Stepanov, S. I., Sokolov, I. A., y Trofimov, G. S. (1990). *Measuring vibration amplitudes in the picometer range using non-steady state photo-EMF in GaAs:Cr*. *Opt. Lett.*, 15:1239.
- Stojkov, P., Timotijevic, D., y Belic, M. (1992). *Symmetries of two-wave mixing in photorefractive crystals*. *Opt. Lett.*, 17(20):1406–1408.
- Strait, J., Reed, J. D., y Kukhtarev, N. V. (1990). *Orientalional dependence of photorefractive two-wave coupling in InP:Fe*. *Opt. Lett*, 15(4):209–211.
-

- Sturman, B. I., Chernykh, A. I., Kamenov, P. V., Shamonina, E., Podivilov, E. V., y Ringhofer, K. H. (2000). *Resonant vectorial wave coupling in cubic photorefractive crystals*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 17(6):985–996.
- Sturman, B. I., Mann, M., Otten, J., y Ringhofer, K. H. (1993). *Space-charge waves and their parametric excitation*. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10:1919–1932.
- Sturman, B. I., Podivilov, E. V., Ringhofer, K. H., Shamonina, E. V., Kamenov, P., Nippolainen, E., Prokofiev, V. V., y Kamshilin, A. A. (1999). *Theory of photorefractive vectorial wave coupling in cubic crystals*. *Phys. Rev. E*, 60(3):3332–3352.
- Sutherland, R. L. (1996). *Handbook of nonlinear optics*. Marcel Dekker, Inc., New York.
- Tonda-Goldsetin, S., Dolfi, D., Huignard, J. P., Sape, P., Granger, G., y J., C. (2000). *Optoelectronic arbitrary-waveform generator for radar applications*. *Optical Engineering*, 39(12):3294–3299.
- Trofimov, G. S. y Stepanov, S. I. (1986). *Time-dependent holographic currents in photorefractive crystals*. *Sov. Phys. Solid State*, 28(9):1559–1562.
- Tuovinen, H., Kamshilin, A. A., Ravattinen, R., Prokofiev, V. V., y T., J. (1995). *Two-wave mixing and fanning effect in BTO*. *Optical Engineering*, 34(9):2641–2647.
- Valley, G. C., Smirl, A. L., Klein, M. B., Bohnert, K., y Boggess, F. (1986). *Picosecond photorefractive beam coupling in GaAs*. *Opt. Lett.*, 11:647–649.
- Yariv, A. (1985). *Optical Electronics*. Holt, Rinehart and Winston, USA.
- Yariv, A. y Yeh, P. (1983). *Optical Waves in Crystals*. Wiley-Interscience, USA.
- Yeh, P. (1987). *Photorefractive two-beam coupling in cubic crystals*. *J. Opt. Soc. Am. B*, 4(9):1382–1386.
- Yeh, P. (1989). *Photorefractive Nonlinear Optics and Optical Computing*. *Opt. Eng.*, 28:328–343.
- Yeh, P. (1993). *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics*. Wiley-Interscience, USA.
- Yevick, D. (1994). *A guide to electric field propagation technique for guide-wave optics*. *Opt. Quantum Electron*, 26(3):185–197.
- Zeld'ovich, B., Mamaev, A. V., y Shkunov, V. V. (1994). *Speckle-wave interactions*
-

*in application to holography and nonlinear optics.* CRC Press Inc., USA.

Ziari, M., Steier, W. H., Ranon, P. M., Klein, M. B., y Trivedi, S. (1992).  
*Enhancement of the photorefractive gain at 1.3-1.5  $\mu\text{m}$  in CdTe using alternating electric fields.* *J. Opt. Soc. Am. B*, 9:1461.