

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Óptica con orientación en Óptica Física**

**Correlación bidimensional para el reconocimiento de objetos
mediante la transformada fraccional de Fourier**

Tesis
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Luis Felipe López Ávila

Ensenada, Baja California, México
2017

Tesis defendida por
Luis Felipe López Ávila

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Josué Álvarez Borrego
Director de tesis

Miembros del comité

Dra. Rosa Reyna Mouriño Pérez

Dr. David Salazar Miranda

Dra. Selene Solorza Calderón

Dra. Diana Tentori Santa Cruz



Dr. Pedro Negrete Regagnon
Coordinador del Posgrado en Óptica

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Luis Felipe López Ávila ©2017

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis.

Resumen de la tesis que presenta **Luis Felipe López Ávila** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Óptica con orientación en Óptica Física.

Correlación bidimensional para el reconocimiento de objetos mediante la transformada fraccional de Fourier.

Resumen aprobado por:

Dr. Josué Álvarez Borrego
Director de tesis

Este trabajo tiene como principal objetivo el reconocimiento de imágenes digitales mediante una metodología denominada “correlación fraccional”, la cual consiste en realizar correlaciones utilizando la transformada fraccional de Fourier. Para desarrollar una metodología sólida se realizaron experimentos con imágenes binarias y reales, donde éstas eran afectadas por distintos tipos de ruido e iluminación no homogénea. Para realizar la correlación fraccional es necesario determinar el orden óptimo de cada imagen filtro que se desea utilizar, donde el criterio para determinar este orden óptimo es maximizar la energía pico de correlación. Conociendo el orden óptimo de la correlación fraccional para cada imagen, se realizaron correlaciones entre todas las imágenes binarias y todas las imágenes reales, con la finalidad de comparar los resultados con la correlación convencional; donde se observó que la correlación fraccional mejora los resultados de la correlación convencional, ya que minimiza el ruido en el plano de salida y genera un pico de correlación mejor definido. Se diseñaron dos tipos de filtros compuestos, los primeros contenían la información de una imagen inmersa en distintos patrones de iluminación no homogénea, y los segundos contenían la información de distintas imágenes de la misma especie de fitoplancton. Desafortunadamente los primeros no tuvieron éxito y resultó imposible identificar a todas las imágenes tanto con la correlación fraccional como con la convencional, por otro lado, el segundo tipo de filtros compuestos fue efectivo en dos de los cinco casos utilizando la correlación convencional a diferencia de la correlación fraccional que fue efectiva en tres de los cinco casos. Debido que la correlación fraccional no es invariante a posición, a diferencia de la correlación convencional, se desarrolló un método para crear la correlación fraccional invariante a posición, la cual utiliza el hecho de que el módulo de la transformada de Fourier es invariante a la posición. Dicha correlación fraccional invariante a posición fue probada con las imágenes binarias obteniendo resultados exitosos ya que fue posible identificar a cada una de ellas.

Palabras clave: Correlación fraccional, orden óptimo, energía pico de correlación, ruido, iluminación no homogénea.

Abstract of the thesis presented by **Luis Felipe López Ávila** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Optics with orientation in physical optics.

Bidimensional correlation for objects recognition using the fractional Fourier transform.

Abstract approved by:

Dr. Josué Álvarez Borrego
Thesis Director

The main of this work is the recognition of digital images using a methodology called “fractional correlation”, which consist in a mathematical correlation using the fractional Fourier transform. In order to develop a solid methodology, it was necessary to perform experiments with binary and real images, where different types of noise and nonhomogeneous illumination were used. To perform the fractional correlation it is necessary to determine the optimal order of each filter image to be used, where the criterion to determine this optimal order is to maximize the PCE, so it was necessary to perform fractional autocorrelations at different order of the image filter and calculate the peak energy correlation and finally select the order that generates a higher PCE. Once the optimal order of fractional correlation for each image was known, it was possible to perform correlations between all binary images and all real images, with the purpose of comparing the results with the conventional correlation; Where it was observed that the fractional correlation improves the results of the conventional correlation, since it minimizes the noise in the correlation plane and generates a better defined correlation peak. Two types of composite filters were designed, the first contained the information of an image immersed in different patterns of nonhomogeneous illumination, and the second contained the information of different images of the same phytoplankton species. Unfortunately the first type was unsuccessful and it was impossible to identify all images with both fractional and conventional correlation; on the other hand, the second type of composite filters was effective in two of the five cases using the conventional correlation unlike the conventional correlation that was effective in three of the five cases. Because the fractional correlation is not invariant to position, unlike the conventional correlation, it was necessary to develop a methodology to create fractional position-invariant correlation, which uses the fact that the Fourier transform module is invariant to the position. This fractional position-invariant correlation was tested with the binary images, obtaining successful results since it was possible to identify each one of them.

Keywords: Fractional correlation, optimal order, peak energy correlation, noise, nonhomogeneous illumination.

Dedicatoria

A mi madre, María Luisa Ávila Rodríguez

Por su cariño, su confianza, su paciencia, sus enseñanzas y por su apoyo incondicional.

A mi hermano, Arturo L. Ávila

El mejor amigo que la vida pudo darme, quien ha visto siempre a favor de mi bienestar.

Agradecimientos

A CICESE, por abrirme sus puertas y permitirme realizar mis estudios de maestría en un posgrado con calidad internacional.

Al Dr. Josué Álvarez Borrego, por brindarme el conocimiento y las herramientas necesarias para concluir mis estudios de maestría y quien ha sido mi apoyo fundamental durante mi estancia en CICESE.

A los miembros de mi comité de tesis, Dra. Rosa Reyna Mourño Pérez, Dr. David Salazar Miranda, Dra. Selene Solorza Calderón, Dra. Diana Tentori Santa Cruz, por haber aceptado ser parte de este trabajo, por sus consejos y por la disciplina inculcada.

A CONACYT, por el apoyo económico que me permitió desempeñarme de la mejor manera enfocado al cien por ciento en mis estudios de maestría, con número de becario 589150, así como por el financiamiento del proyecto FOF108: “Nuevos desarrollos de procesado de imágenes aplicado a la identificación de plancton, enfermedades de la piel, estadística de superficies marinas, localización de iris y análisis de imágenes microscópicas”.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	viii
Lista de tablas.....	xiii
Capítulo 1. Introducción	1
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Estado del arte.....	1
1.3 Justificación	2
1.4 Hipótesis	3
1.5 Objetivos.....	3
1.5.1 Objetivo general	3
1.5.2 Objetivos específicos.....	3
Capítulo 2. Marco teórico	4
2.1 Transformada de Fourier en 1D.....	4
2.2 Transformada de Fourier en 2D.....	4
2.3 Correlación.....	5
2.3.1 Teorema de correlación.....	5
2.4 Transformada fraccional de Fourier.....	5
2.4.1 Operador identidad y operador paridad.....	7
2.4.2 Potencias enteras de la transformada fraccional de Fourier.....	7
2.4.3 Suma de órdenes.....	8
2.5 Métricas de desempeño.....	8
2.5.1 Coeficiente de discriminación.....	8
2.5.2 Energía pico de correlación.....	9
2.6 Tipos de ruido e iluminación no homogénea.....	8
2.6.1 Ruido aditivo.....	9
2.6.2 Ruido impulsivo.....	10
2.6.3 Iluminación no homogénea.....	10

Capítulo 3. Metodología	11
3.1 Filtros de correlación.....	11
3.2 Correlación convencional.....	12
3.3 Correlación fraccional.....	13
3.4 Determinación del orden óptimo para cada imagen.....	13
3.5 Cálculo de la energía pico de correlación.....	14
3.6 Correlaciones utilizando imágenes inmersas en ruido.....	14
3.6.1 Cálculo del coeficiente de discriminación.....	15
3.7 Correlaciones utilizando imágenes con iluminación no homogénea.....	16
3.8 Filtros compuestos.....	18
3.9 Correlación fraccional invariante a posición.....	19
Capítulo 4. Resultados y discusiones	20
4.1 Resultados obtenidos utilizando imágenes binarias.....	20
4.1.1 Autocorrelaciones.....	20
4.1.2 Correlaciones.....	31
4.1.3 Correlaciones utilizando imágenes inmersas en ruido impulsivo y un filtro clásico.....	34
4.1.4 Correlaciones utilizando imágenes inmersas en ruido gaussiano y un filtro clásico.....	39
4.2 Resultados obtenidos utilizando imágenes reales.....	43
4.2.1 Correlaciones utilizando imágenes reales con iluminación no homogénea y un filtro clásico.....	43
4.2.2 Correlaciones de imágenes reales utilizando un filtro clásico.....	45
4.3 Resultados obtenidos utilizando filtros compuestos.....	55
4.3.1 Filtro compuesto utilizando imágenes de fitoplancton con iluminación no homogénea.....	55
4.3.2 Filtro compuesto utilizando diferentes imágenes de la misma especie de fitoplancton.....	58
4.4 Resultados obtenidos utilizando la correlación fraccional invariante a posición.....	65
Capítulo 5. Conclusiones.....	67
Literatura citada.....	69

Lista de figuras

Figura	Página
1 (a) Función rectangular. (b) Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de orden $\alpha = 1/3$ para una función rectangular. (c) Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de orden $\alpha = 2/3$ para una función rectangular. (c) Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de orden $\alpha = 1$ para una función rectangular. Tomada de <i>“Introduction to the fractional Fourier transform and its applications”</i> , Ozaktas and Kutay, 1999.....	6
2 Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de distintos órdenes para una función rectangular. Tomada de <i>“Introduction to the fractional Fourier transform and its applications”</i> , Ozaktas and Kutay, 1999.	7
3 Patrones de iluminación no homogénea. Tomada de <i>“Metodología basada en la transformada de escala y técnicas de correlación no lineal con invariancia a distorsiones geométricas e iluminación”</i> , Solis, 2015.	10
4 Diagrama del procedimiento para realizar la correlación convencional.....	12
5 Diagrama del procedimiento para realizar la correlación fraccional.	13
6 (a) Imagen sin ruido, (b) Imagen inmersa en ruido impulsivo con densidad .5, (c) imagen inmersa en ruido impulsivo con densidad .9	14
7 (a) Imagen sin ruido, (b) Imagen inmersa en ruido gaussiano con media 0 y varianza .5, (c) imagen inmersa en ruido gaussiano con media 0 y varianza .9	15
8 Diagrama del procedimiento para calcular el coeficiente de discriminación.	16
9 Diagrama del procedimiento para crear imágenes con iluminación no homogénea...	17
10 Diagrama del procedimiento para realizar correlaciones utilizando imágenes con iluminación no homogénea.	17
11 Procedimiento para emplear filtros compuestos. IE: imagen de entrenamiento, IEPF: imagen de entrenamiento en el plano fraccional, TFrF: transformada fraccional de Fourier, TFrFI: transformada fraccional de Fourier inversa.....	18
12 Diagrama del procedimiento para realizar la correlación fraccional invariante a posición.....	19
13 Espacio muestral de imágenes binarias.....	20
14 Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro clásico.....	21
15 Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro de fase.....	21
16 Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro de fase extrema...	22
17 Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro inverso.....	22

18	(a) Imagen IM_E. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_E. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .84 de la imagen IM_E.	24
19	(a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_E. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .84 para la imagen IM_E.....	24
20	(a) Imagen IM_B. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_B. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .81 de la imagen IM_B.....	25
21	(a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_B. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .81 para la imagen IM_B.....	25
22	(a) Imagen IM_P. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_P. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .81 de la imagen IM_P.....	26
23	(a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_P. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .81 para la imagen IM_P.....	26
24	(a) Imagen IM_F. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_F. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .82 de la imagen IM_F.....	27
25	(a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_F. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .82 para la imagen IM_F.....	27
26	(a) Imagen IM_H. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_H. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .84 de la imagen IM_H.....	28
27	(a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_H. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .84 para la imagen IM_H.....	28
28	(a) Imagen IM_O. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_O. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .84 de la imagen IM_O.....	29
29	(a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_O. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .84 para la imagen IM_O.....	29
30	(a) Imagen IM_Q. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_Q. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .85 de la imagen IM_Q.....	30

31	(a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_Q. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .85 para la imagen IM_Q.....	30
32	Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_F. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	31
33	Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_F. (b) Imagen a reconocer: IM_H. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	31
34	Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_H. (b) Imagen a reconocer: IM_P. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	32
35	Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_P. (b) Imagen a reconocer: IM_B. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	32
36	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.5. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad .5 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	34
37	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.7. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad .7 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	35
38	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.9. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad .9 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	36
39	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.95. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad .95 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	37
40	Coeficiente de discriminación en función de la densidad del ruido impulsivo utilizando la correlación convencional, la imagen IM_E y un filtro clásico.....	38
41	Coeficiente de discriminación en función de la densidad del ruido impulsivo utilizando la correlación fraccional, la imagen IM_E y un filtro clásico.....	38
42	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .5 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .5 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	39

43	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .7 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .7 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	40
44	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .9 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .9 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	40
45	Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .95 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza .95 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.....	41
46	Coefficiente de discriminación en función de la varianza del ruido gaussiano utilizando la correlación convencional, la imagen IM_E y un filtro clásico.....	42
47	Coefficiente de discriminación en función de la varianza del ruido gaussiano utilizando la correlación fraccional, la imagen IM_E y un filtro clásico.....	42
48	Espacio muestral de imágenes reales.....	43
49	Valor de correlación convencional y fraccional normalizada para la imagen IM01 con cada patrón de iluminación utilizando un filtro clásico.....	45
50	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM01 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .72 (b) Correlación convencional.....	46
51	(a) Autocorrelación fraccional normalizada de la imagen IM01. (b) Autocorrelación convencional de la imagen IM01.....	47
52	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM02 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .75 (b) Correlación convencional.....	48
53	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM03 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .75 (b) Correlación convencional.....	49
54	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM04 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .80 (b) Correlación convencional.....	50
55	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM05 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .69 (b) Correlación convencional.....	51
56	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM06 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .80 (b) Correlación convencional.....	52

57	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM07 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .80 (b) Correlación convencional.....	53
58	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM08 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .60 (b) Correlación convencional.....	54
59	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM09 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.....	55
60	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM01 con cada uno de los patrones de iluminación no homogénea, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .72 (b) Correlación convencional.....	56
61	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM04 con cada uno de los patrones de iluminación no homogénea, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .72 (b) Correlación convencional.....	57
62	Espacio muestral de imágenes reales para el filtro compuesto utilizando diferentes imágenes de la misma especie de fitoplancton.....	58
63	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM10, IM11, IM12, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.....	60
64	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM13, IM14, IM15, IM16, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.....	61
65	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM17, IM18, IM19, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.....	62
66	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM20, IM21, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.....	63
67	Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM22, IM23, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.....	64
68	(a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a resolver: IM_E desplazada. (c) Autocorrelación fraccional normalizada invariante a posición para la imagen IM_E.....	66

Lista de tablas

Tabla		Página
1	Valor de autocorrelación no normalizada y PCE para autocorrelación fraccional en el orden óptimo de cada imagen del espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.....	23
2	Valor de autocorrelación no normalizada y PCE para autocorrelación convencional del espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.....	23
3	Valor de correlación convencional normalizada para espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.....	33
4	Valor de correlación fraccional normalizada para espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.....	33
5	Valor de autocorrelación y PCE para autocorrelación fraccional en el orden óptimo de cada imagen del espacio muestral de imágenes reales utilizando un filtro clásico.	44
6	Valor de autocorrelación y PCE para autocorrelación fraccional invariante a posición, en el orden óptimo de cada imagen del espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.....	65
7	Valor de correlación fraccional invariante a posición para el espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.....	66

Capítulo 1. Introducción

1.1 Antecedentes

El método principal que se utiliza en el reconocimiento de imágenes son las correlaciones ópticas mediante distintas transformadas matemáticas, siendo la más utilizada la transformada de Fourier. Anteriormente se realizaban correlaciones mediante sistemas ópticos compuestos por lentes y luz láser. Sin embargo, con el desarrollo de la tecnología y las ciencias computacionales es posible realizar correlaciones utilizando imágenes digitales, esto ha permitido un gran avance tanto en el desarrollo científico como en el industrial.

En el reconocimiento de imágenes y objetos se presentan distintos tipos de patrones complejos cuyas características pueden ser muy distinguibles o muy similares a las de algún otro objeto, para esto, existen diversas herramientas que se utilizan para eliminar la información no deseada y reducir el ruido en las correlaciones ópticas, siendo las más comunes los filtros y las máscaras binarias.

En los últimos años el reconocimiento de imágenes se ha convertido en una pieza fundamental del sector industrial, ya que promueve la automatización reduciendo costos e incrementando ganancias, lo que ha incentivado a la comunidad científica a proponer nuevos modelos que mejoren la capacidad de diferenciar un objeto de otro en el reconocimiento de imágenes.

1.2 Estado del arte

La transformada fraccional de Fourier es definida por primera vez en 1980 por Victor Namias en su publicación titulada "The fractional order Fourier transform and its application in quantum mechanics", donde utiliza la transformada fraccional de Fourier para resolver la ecuación de Schrödinger. Posteriormente se realizaron distintos trabajos donde se utiliza a la transformada fraccional de Fourier como una herramienta para el procesamiento de señales en el área de comunicaciones.

Fue hasta 1993 cuando David Mendlovic y Haldun Ozaktas desarrollaron una relación entre dicha transformada y el área de óptica, en su publicación "Fractional Fourier transforms and their optical implementation: I", donde mencionan la interpretación óptica de la transformada fraccional de Fourier y discuten sus implicaciones desde el punto de vista de la óptica ondulatoria y de rayos.

En 1994, Pierre Pellat-Finet realiza una publicación donde relaciona a la transformada fraccional de Fourier con la difracción de Fresnel, siendo esta la pauta para que surjan distintas ideas, tales como, el filtrado en el dominio espacio-frecuencia, convolución fraccional y correlación fraccional orientada al procesamiento de imágenes digitales.

El concepto de correlación fraccional fue introducido por primera vez en 1995 por Mendlovic, Ozaktas y Lohmann en su publicación "Fractional correlation", sin embargo, la correlación fraccional no había sido utilizada para el reconocimiento de objetos en imágenes digitales, ni para el estudio de los efectos del ruido impulsivo, ruido gaussiano e iluminación no homogénea presentes en dichas imágenes o para la generación de filtros compuestos. Tampoco se había diseñado una metodología para la correlación fraccional invariante a la posición del objeto.

1.3 Justificación

El reconocimiento de objetos es una herramienta de gran utilidad en el mundo actual, teniendo gran aplicación en distintos campos de estudio tales como la medicina, biología, física, ingeniería, automatización industrial, etc.

Existen diversas metodologías empleadas en el reconocimiento de imágenes digitales, sin embargo en todas ellas se presentan distintos tipos de complicaciones que hacen necesario seleccionar la metodología adecuada dependiendo de las características del problema a resolver.

Otro factor importante a considerar en el reconocimiento de imágenes digitales es el costo computacional, ya que este análisis se realiza mediante el uso de una computadora y los cálculos necesarios para identificar objetos en una imagen requieren de un tiempo asociado a la capacidad de la computadora.

Por lo anterior, es necesario estudiar distintas alternativas que sean capaces de mejorar y optimizar el reconocimiento de objetos minimizando el costo computacional e incrementando la capacidad de diferenciar un objeto respecto a otro y se ha demostrado que es posible realizar correlaciones utilizando la transformada fraccional de Fourier, por lo que resulta atractivo considerar esta alternativa.

1.4 Hipótesis

Es posible realizar correlaciones para el reconocimiento de objetos utilizando la transformada fraccional de Fourier, e inclusive, mejorar los resultados que proporciona la correlación convencional (utilizando la transformada de Fourier).

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Reconocimiento de objetos mediante correlaciones bidimensionales utilizando la transformada fraccional de Fourier.

1.5.2. Objetivos específicos

- Realizar correlaciones de imágenes binarias, o en tono de gris, mediante la transformada fraccional de Fourier.
- Crear una metodología que contenga el análisis de ruido gaussiano e impulsivo (sal y pimienta) para la optimización de la correlación fraccional.
- Crear una metodología que contenga el análisis de distorsiones y de iluminación no homogénea para la optimización de la correlación fraccional.
- Realizar correlaciones no lineales de imágenes binarias, o en tono de gris, mediante la transformada fraccional de Fourier utilizando el filtro ley k .
- Desarrollar filtros compuestos utilizando la transformada fraccional de Fourier de distintas imágenes de entrenamiento.

Capítulo 2. Marco teórico

Anteriormente se utilizaban sistemas ópticos compuestos de lentes para realizar correlaciones ópticas mediante la transformada de Fourier, debido que al colocar un objeto a la distancia focal previa a una lente es posible obtener la transformada de Fourier de la función de transmitancia del objeto en la distancia focal posterior a la lente. Sin embargo, es posible obtener diferentes patrones de intensidad en distintos planos antes y después del plano de Fourier, donde estos patrones de intensidad son representados por la transformada fraccional de Fourier de la función de transmitancia del objeto.

2.1 Transformada de Fourier en 1D

La transformada de Fourier y su inversa, en una dimensión, se pueden expresar de la siguiente forma respectivamente (González y Woods, 1992):

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-i2\pi ut} dx, \quad (1)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{i2\pi ut} du, \quad (2)$$

donde u corresponde a la variable del dominio de frecuencia y x al dominio espacial.

2.2 Transformada de Fourier en 2D

La transformada de Fourier, de una función $f(x, y)$, y su inversa, son expresadas utilizando las siguientes ecuaciones respectivamente (González y Woods, 1992):

$$F(u, v) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y)e^{-i2\pi(ux+vy)} dx dy, \quad (3)$$

$$f(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} F(u, v)e^{i2\pi(ux+vy)} du dv, \quad (4)$$

donde u y v representan un par ordenado en el dominio de frecuencias, mientras que x y y corresponden al par ordenado en el dominio espacial.

2.3 Correlación

Una correlación es una herramienta matemática que comúnmente se utiliza como criterio de comparación entre dos funciones, ya sean unidimensionales (por ejemplo: señales) o bidimensionales (por ejemplo: imágenes). Y se expresa matemáticamente de la siguiente forma:

$$f(x, y) \circ g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f^*(x', y') g(x' + x, y' + y) dx' dy', \quad (5)$$

donde x y y corresponden a un par ordenado en el dominio espacial, por otro lado x' y y' representan a las variables de desplazamiento en el mismo dominio.

La principal característica de esta herramienta es su relación con la transformada de Fourier, dada por el teorema de correlación.

2.3.1 Teorema de correlación

El teorema de correlación nos indica que la transformada de Fourier de la correlación entre dos funciones, $f(x, y)$ y $g(x, y)$, es igual al producto del conjugado de la transformada de Fourier de $f(x, y)$ por la transformada de Fourier de $g(x, y)$. Tal como lo muestra la siguiente ecuación,

$$\mathfrak{F}\{f(x, y) \circ g(x, y)\} = F^*(u, v)G(u, v). \quad (6)$$

2.4 Transformada fraccional de Fourier

Se interpreta a la transformada fraccional de Fourier como una forma generalizada de la transformada de Fourier convencional. La transformada fraccional de Fourier unidimensional de orden α viene dada por la siguiente expresión (Almeida, 1994).

$$F^\alpha(u) = \mathfrak{F}^\alpha\{f(x)\} = \sqrt{1 - i \cot \varnothing} e^{i\pi u^2 \cot \varnothing} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{i\pi x^2 \cot \varnothing} e^{-i2\pi ux \csc \varnothing} dx, \quad (7)$$

con

$$\varnothing = \frac{\alpha\pi}{2}, \quad (8)$$

donde \varnothing es el ángulo de rotación en el plano espacio-frecuencia espacial, α es el orden de la transformada fraccional de Fourier y x es una variable que corresponde a la función original en el dominio espacial.

A continuación se muestra el ejemplo de la transformada fraccional de Fourier para una función rectangular donde α representa el orden de la transformada fraccional de Fourier (Ozaktas and Kutay, 1999).

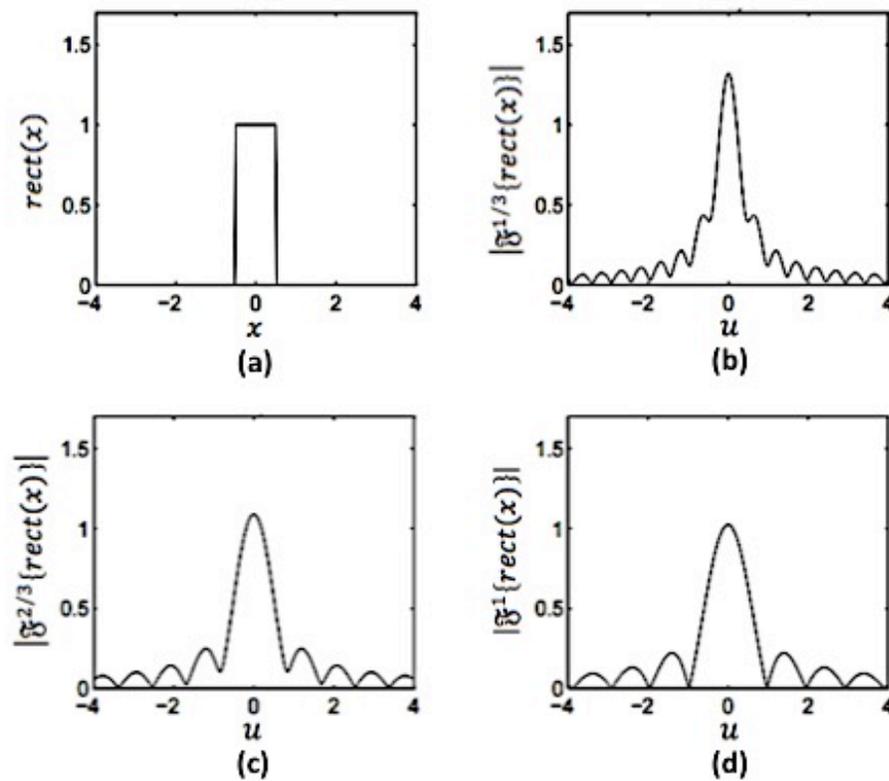


Figura 1. (a) Función rectangular. (b) Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de orden $\alpha = 1/3$ para una función rectangular. (c) Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de orden $\alpha = 2/3$ para una función rectangular. (d) Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de orden $\alpha = 1$ para una función rectangular. Tomada de "Introduction to the fractional Fourier transform and its applications", Ozaktas and Kutay, 1999.

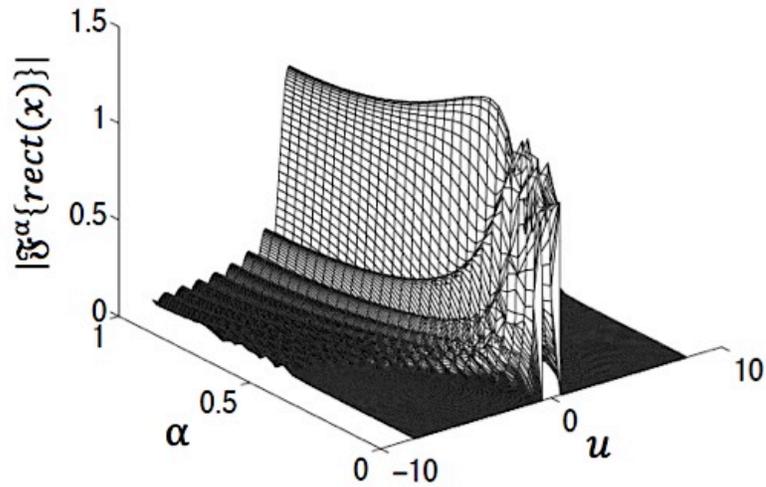


Figura 2. Magnitud de la transformada fraccional de Fourier de distintos órdenes para una función rectangular. Tomada de *"Introduction to the fractional Fourier transform and its applications"*, Ozaktas and Kutay, 1999.

2.4.1 Operador identidad y operador paridad (Ozaktas and Kutay, 1999)

Examinando el caso en que α es un número entero j , por definición se obtiene que el operador identidad es

$$I = \mathfrak{F}^{4j}, \quad (9)$$

mientras que el operador paridad es

$$P = \mathfrak{F}^{4j \pm 2}, \quad (10)$$

lo que indica que

$$f_{4j}(x) = f(x), \quad (11)$$

$$f_{4j \pm 2}(x) = f(-x). \quad (12)$$

2.4.2 Potencias enteras de la transformada fraccional de Fourier

Una vez conociendo los operadores identidad y paridad, es posible relacionarlos con potencias enteras de la transformada fraccional de Fourier, para simplificar la notación de la siguiente manera:

$$\mathfrak{F}^0 = I, \quad (13)$$

$$\mathfrak{F}^1 = \mathfrak{F}, \quad (14)$$

$$\mathfrak{F}^2 = P, \quad (15)$$

$$\mathfrak{F}^3 = \mathfrak{F}P = P\mathfrak{F} , \quad (16)$$

$$\mathfrak{F}^4 = \mathfrak{F}^0 = I , \quad (17)$$

$$\mathfrak{F}^{4j \pm \alpha} = \mathfrak{F}^{4j' \pm \alpha} . \quad (18)$$

2.4.3 Suma de órdenes

Al calcular transformadas fraccionales de Fourier sucesivas es posible utilizar esta propiedad para simplificar las operaciones. Consiste en sumar los órdenes de las transformadas fraccionales de Fourier generando una nueva transformada cuyo orden es la suma de los anteriores, de la siguiente manera:

$$\mathfrak{F}^{\alpha_1} \mathfrak{F}^{\alpha_2} \{f(x)\} = \mathfrak{F}^{\alpha_1 + \alpha_2} \{f(x)\} = \mathfrak{F}^{\alpha_2} \mathfrak{F}^{\alpha_1} \{f(x)\} . \quad (19)$$

2.5 Métricas de desempeño

Las métricas de desempeño de un sistema de correlación son parámetros que nos permiten evaluar la eficiencia del sistema en el reconocimiento de patrones complejos. Existen diversas métricas que se utilizan para evaluar a un sistema de correlación, sin embargo, en este trabajo únicamente se hará uso de la capacidad de discriminación (DC) y la energía pico de correlación (PCE).

2.5.1 Coeficiente de discriminación

La capacidad de discriminación o coeficiente de discriminación (CD) es una cantidad que evalúa la capacidad del sistema para detectar el objeto deseado y rechazar el resto. Y se calcula mediante la siguiente expresión:

$$CD = 1 - \frac{|C_r(0,0)|^2}{|C_{obj}(0,0)|^2} , \quad (20)$$

donde la cantidad en el numerador corresponde al valor máximo en el plano de correlación del objeto de referencia y el fondo, o de los objetos no deseados a rechazar; mientras que la cantidad en el denominador corresponde al valor máximo de correlación del objeto de referencia con el objeto de referencia inmerso en ruido (Kumar y Hassebrook, 1990).

2.5.2 Energía pico de correlación

La energía pico de correlación, PCE (Peak to Correlation Energy) por sus siglas en inglés, se calcula mediante la siguiente expresión:

$$PCE = \frac{|E\{c(0,0)\}|^2}{E\{|c(x,y)|^2\}} \quad , \quad (21)$$

donde la cantidad en el numerador corresponde al valor esperado de la intensidad del pico de correlación, mientras que la cantidad en el denominador corresponde al valor esperado de la energía total promedio en el plano de correlación (Javidi, 2002).

2.6 Tipos de ruido e iluminación no homogénea

Existen diversos tipos de ruido que generan distorsiones en las imágenes que se obtienen del mundo real, este ruido se puede interpretar como una mezcla de señales aleatorias no deseadas que se encuentran presentes en la imagen.

Con la finalidad de eliminar o minimizar el ruido, se han desarrollado distintos modelos que permiten analizar el comportamiento del ruido presente en las imágenes, tales como el ruido gaussiano y el ruido impulsivo. Otro factor a considerar en el procesamiento de imágenes es la iluminación no homogénea, ya que modifica la distribución de energía real de la imagen.

2.6.1 Ruido aditivo

El ruido aditivo, o ruido gaussiano, generalmente se produce por los componentes electrónicos, como sensores, digitalizadores, etc. Este tipo de ruido se caracteriza por que la intensidad de cada pixel de la imagen aumenta respecto a la intensidad del pixel en la imagen original.

La función de probabilidad que describe dicho ruido, se modela matemáticamente mediante la siguiente expresión:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \quad , \quad (22)$$

donde x es una variable que representa el nivel de gris en la imagen, μ es el valor promedio de x y σ^2 es la varianza de x . Por lo que cuando se tiene mayor varianza se obtiene mayor dispersión de los datos en torno a la media.

Al obtener un valor pequeño de este parámetro existe gran probabilidad de obtener datos cercanos al valor medio de la distribución.

2.6.2 Ruido impulsivo

En este tipo de ruido, también conocido como ruido sal y pimienta, los píxeles que conforman la imagen adquieren valores muy altos (sal) o muy bajos (pimienta), sin tener relación con el valor del píxel de la imagen original.

Para cuantificar el ruido se utiliza un índice de densidad “d” cuyo valor oscila entre 0 y 1. Este índice proporciona información acerca de la cantidad de píxeles que están siendo afectados, de tal modo que una densidad de 0.5 indica que la mitad de los píxeles que conforman la imagen están siendo afectados.

2.6.3 Iluminación no homogénea

La iluminación no homogénea representa un factor importante en el procesamiento de imágenes, ya que modifica la distribución de intensidad de los píxeles que conforman la imagen. Esto hace que los píxeles adquieran un valor distinto al original, donde esta modificación depende de la distribución de intensidad en los patrones de iluminación no homogénea. A continuación se muestran algunos patrones de iluminación no homogénea.

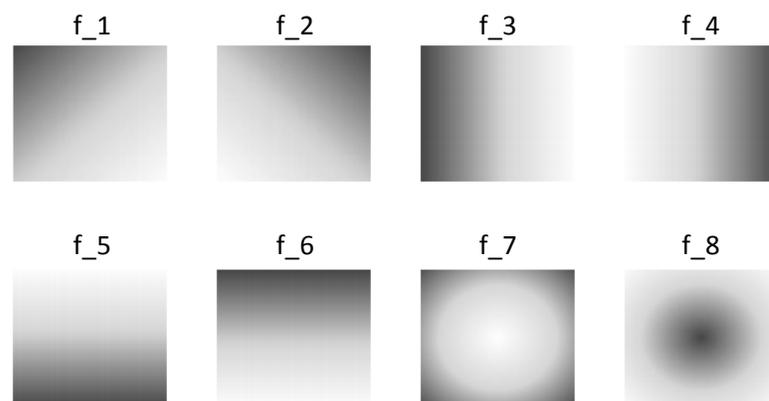


Figura 3. Patrones de iluminación no homogénea. Tomada de “Metodología basada en la transformada de escala y técnicas de correlación no lineal con invariancia a distorsiones geométricas e iluminación”, Solis, 2015.

Capítulo 3. Metodología

3.1 Filtros de correlación

Para aplicar un filtro de correlación debemos obtener las transformadas fraccionales de la imagen de referencia (imagen filtro) y de la imagen problema (imagen a reconocer) y separarlo en su módulo y su fase, tal como se muestra a continuación:

$$\mathfrak{F}^{\alpha}\{f(x, y)\} = |\mathfrak{F}^{\alpha}\{f(x, y)\}|e^{i\phi}. \quad (23)$$

Es posible modificar la contribución del módulo de la transformada fraccional de Fourier de la siguiente manera:

$$\mathfrak{F}^{\alpha}\{f(x, y)\} = |\mathfrak{F}^{\alpha}\{f(x, y)\}|^k e^{i\phi}, \quad (24)$$

donde k es un escalar real.

Si definimos como $f(x, y)$ y $g(x, y)$ a las funciones bidimensionales correspondientes a la imagen de referencia y a la imagen a reconocer respectivamente, entonces, al momento de obtener sus transformadas fraccionales y separarlas en su módulo y fase obtenemos las siguientes expresiones,

$$\mathfrak{F}^{\alpha}\{f(x, y)\} = |\mathfrak{F}^{\alpha}\{f(x, y)\}|^{k_1} e^{i\phi_1}, \quad (25)$$

$$\mathfrak{F}^{\alpha}\{g(x, y)\} = |\mathfrak{F}^{\alpha}\{g(x, y)\}|^{k_2} e^{i\phi_2}, \quad (26)$$

donde dependiendo del valor asignado a los parámetros k_1 y k_2 , se definen los siguientes filtros en un sistema de correlación:

- 1.- Filtro clásico (Vander Lugt, 1963): $k_1 = k_2 = 1$.
- 2.- Filtro de fase (Horner y Gianino, 1984): $k_1 = 0 ; k_2 = 1$.
- 3.- Filtro de fase extrema: $k_1 = k_2 = 0$.
- 4.- Filtro inverso: $k_1 = -1 ; k_2 = 1$.
- 5.- Filtro no lineal ley k (Kumar y Hassebrook, 1990): $0 < k_1 = k_2 < 1$.

Este procedimiento aplica tanto para la correlación convencional como para la correlación fraccional. La transformada de Fourier es un caso particular de la transformada fraccional de Fourier, es decir, es una transformada fraccional de orden $\alpha = 1$.

3.2 Correlación convencional

Para realizar la correlación convencional se obtienen las transformadas de Fourier de la imagen filtro y de la imagen a resolver. Posteriormente se obtiene el complejo conjugado de la transformada de Fourier del filtro y se multiplica por la transformada de Fourier de la imagen a resolver. Se calcula la transformada inversa de Fourier del resultado obtenido y finalmente se calcula su módulo cuadrado, con la finalidad de obtener resultados con analogía física. Como resultado se obtiene una matriz que corresponde al plano de correlación y el valor de correlación será el valor máximo de dicha matriz (valor del pico de correlación). De este modo será posible identificar si la imagen de referencia se encuentra presente en la imagen a resolver. A continuación, se presenta un diagrama que muestra el procedimiento previamente explicado.

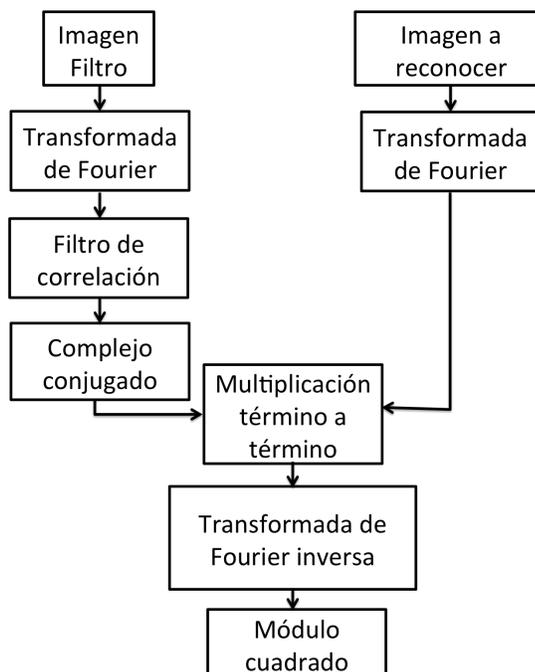


Figura 4. Diagrama del procedimiento para realizar la correlación convencional.

Cuando se tiene el caso en el que la imagen filtro y la imagen a reconocer son iguales, este procedimiento recibe el nombre de autocorrelación.

3.3 Correlación fraccional

El procedimiento para realizar la correlación fraccional es muy similar al de la correlación convencional, la diferencia se encuentra en sustituir las transformadas de Fourier por transformadas fraccionales de Fourier de orden α . El orden de la transformada fraccional de Fourier debe ser el orden óptimo para el filtro que se utilice y debe ser calculado previamente. En el siguiente diagrama se muestra el procedimiento de lo explicado anteriormente.

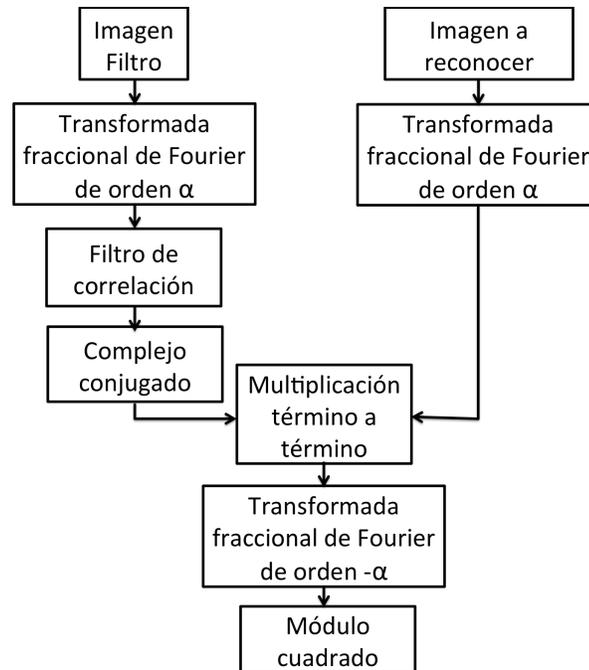


Figura 5. Diagrama del procedimiento para realizar la correlación fraccional.

Cuando se tiene el caso en el que la imagen filtro y la imagen a reconocer son iguales, este procedimiento recibe el nombre de autocorrelación fraccional.

3.4 Determinación del orden óptimo para cada imagen

Para determinar el orden óptimo del filtro, es decir, el orden de la transformada fraccional de Fourier que se utilizará para realizar correlaciones con un filtro determinado, se realizan autocorrelaciones desde el orden $\alpha = 0$ hasta el orden $\alpha = 1$ con incrementos de 0.01 y para cada autocorrelación se

obtiene un valor de energía pico de correlación. El orden de la transformada fraccional de Fourier con mayor valor de energía pico de correlación será el orden óptimo.

3.5 Cálculo de la energía pico de correlación

La energía pico de correlación es una herramienta que nos indica la cantidad de ruido en el plano de correlación (ec. 21). Se obtiene al dividir el valor máximo de la matriz obtenida al realizar una correlación (valor de correlación) entre la suma de todos los elementos de dicha matriz (plano de correlación). Si en el plano de correlación no se encuentra ruido presente sólo se tendrá un valor diferente de cero en el plano de correlación, donde este valor corresponderá al valor del pico de correlación, por lo que la suma de todos los elementos en la matriz será igual al valor del pico de correlación y así la energía pico de correlación será igual a 1. Conforme la cantidad de ruido en el plano aumenta, la energía pico de correlación tiende a cero.

3.6 Correlaciones utilizando imágenes inmersas en ruido

La finalidad de realizar correlaciones utilizando imágenes inmersas en ruido es la de determinar la efectividad de la metodología diseñada en función del nivel de ruido en una imagen, es decir, si tenemos una imagen inmersa en ruido debemos saber hasta qué nivel de ruido podemos seguir identificando a la imagen en cuestión. Para poder cuantificar esta capacidad de nuestro sistema utilizamos el coeficiente de discriminación.

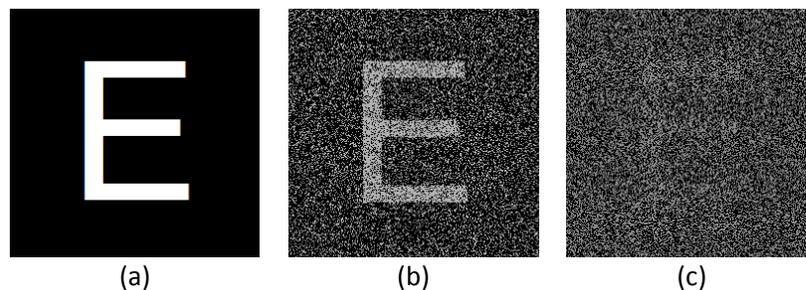


Figura 6. (a) Imagen sin ruido, (b) Imagen inmersa en ruido impulsivo con densidad .5, (c) imagen inmersa en ruido impulsivo con densidad .9

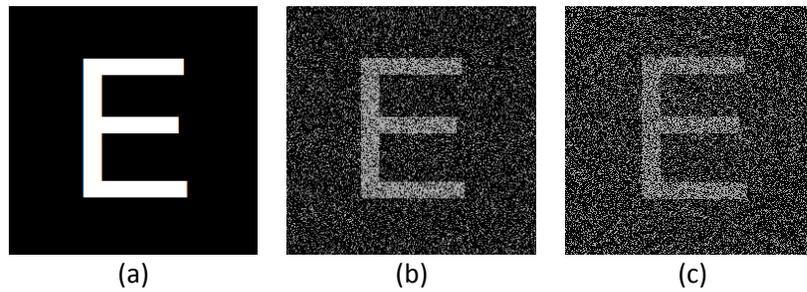


Figura 7. (a) Imagen sin ruido, (b) Imagen inmersa en ruido gaussiano con media 0 y varianza .5, (c) imagen inmersa en ruido gaussiano con media 0 y varianza .9

3.6.1 Cálculo del coeficiente de discriminación

Para calcular el coeficiente de discriminación debemos inicialmente definir el ruido que se va a utilizar, ya sea ruido gaussiano o ruido impulsivo. Posteriormente seleccionamos la imagen que vamos a utilizar como filtro y creamos una nueva imagen a partir de la misma, donde esta nueva imagen es la misma imagen seleccionada, inmersa en el ruido seleccionado. También se debe crear una nueva imagen que contenga únicamente información del ruido seleccionado, de tal manera que finalmente obtenemos tres imágenes, la imagen seleccionada para el filtro, la imagen que contiene la información del ruido, y la imagen seleccionada inmersa en ruido. El parámetro que define el nivel de ruido en la imagen es la varianza en el ruido gaussiano y la densidad en el ruido impulsivo.

Una vez teniendo definidas las tres imágenes que se necesitan para determinar el coeficiente de discriminación, utilizamos la definición matemática del coeficiente discriminación (ec. 20) tal como lo muestra el siguiente diagrama.

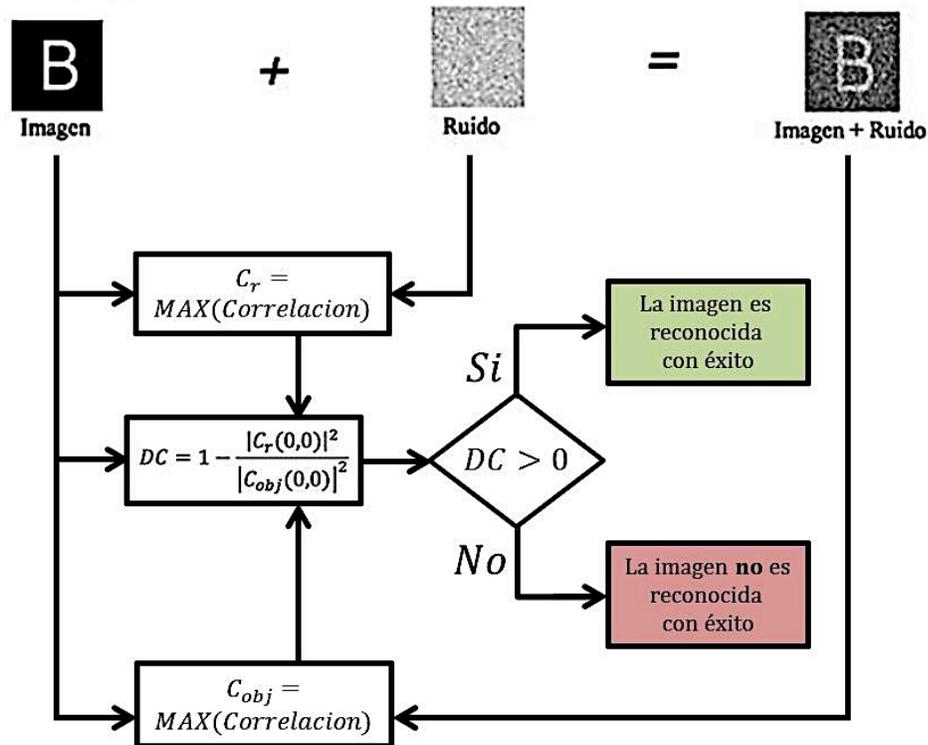


Figura 8. Diagrama del procedimiento para calcular el coeficiente de discriminación.

3.7 Correlaciones utilizando imágenes con iluminación no homogénea

Para realizar correlaciones utilizando imágenes con iluminación no homogénea inicialmente debemos seleccionar la imagen que deseamos utilizar como filtro y calcular el orden óptimo de la correlación fraccional que le corresponde, así como su valor de autocorrelación. Seguido de esto, se debe seleccionar el patrón de iluminación que se desea utilizar y crear la imagen con iluminación no homogénea a partir del producto término a término (pixel por pixel) de nuestra imagen filtro y el patrón de iluminación seleccionado.

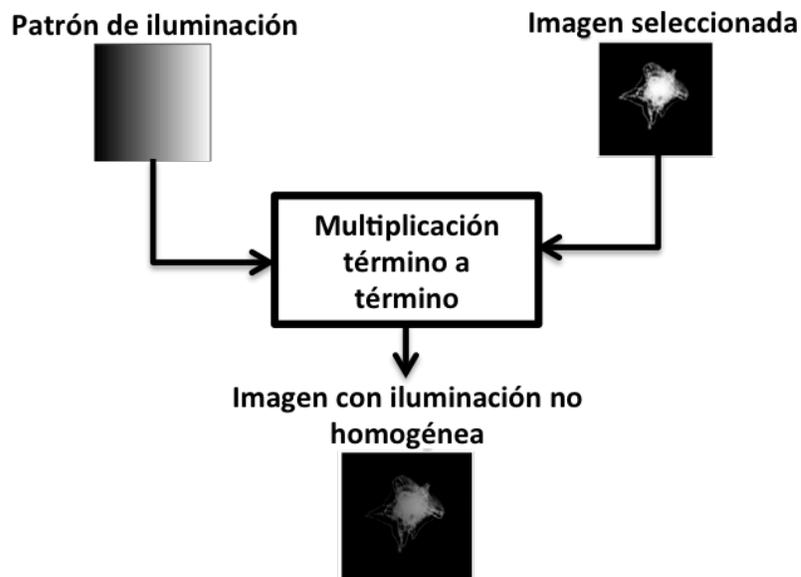


Figura 9. Diagrama del procedimiento para crear imágenes con iluminación no homogénea.

Finalmente realizaremos la correlación fraccional entre nuestra imagen filtro y la imagen con iluminación no homogénea y compararemos los resultados con la correlación convencional.

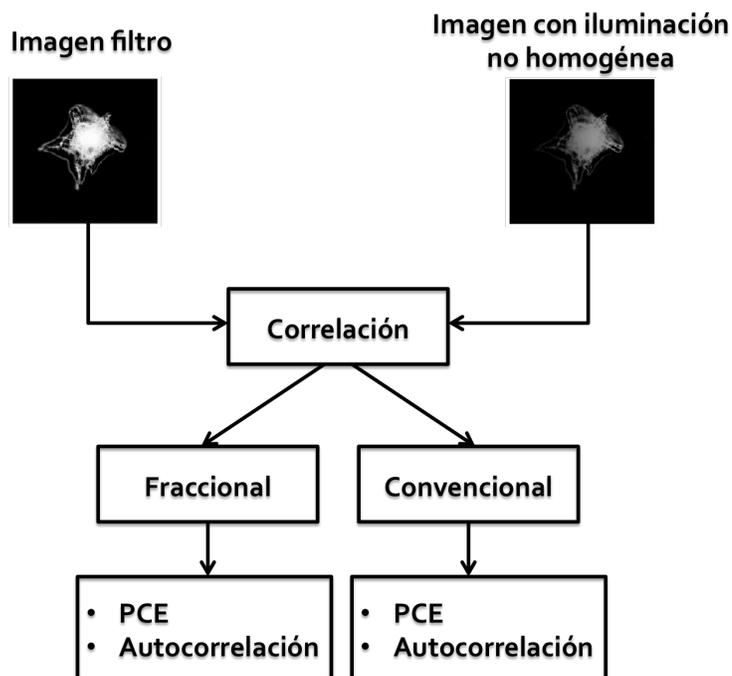


Figura 10. Diagrama del procedimiento para realizar correlaciones utilizando imágenes con iluminación no homogénea.

3.8 Filtros compuestos

Un filtro compuesto es un filtro que contiene la información de un número finito de imágenes distintas, con la finalidad de poder identificar imágenes que sean muy similares a las imágenes que lo componen. A las imágenes que se utilizan para crear el filtro compuesto las llamaremos “imágenes de entrenamiento” (Javidi, Wang y Zhang, 1997).

Para utilizar el filtro compuesto debemos seleccionar n imágenes y obtener su transformada fraccional en el orden óptimo. Una vez obtenidas las transformadas fraccionales debemos sumarlas y conjugar el resultado. Posteriormente debemos multiplicar el resultado por la transformada fraccional de la imagen a resolver. Finalmente debemos calcular la transformada fraccional de Fourier inversa, obtener su módulo cuadrado y el valor de correlación. A continuación se muestra un diagrama que explica el procedimiento descrito previamente.

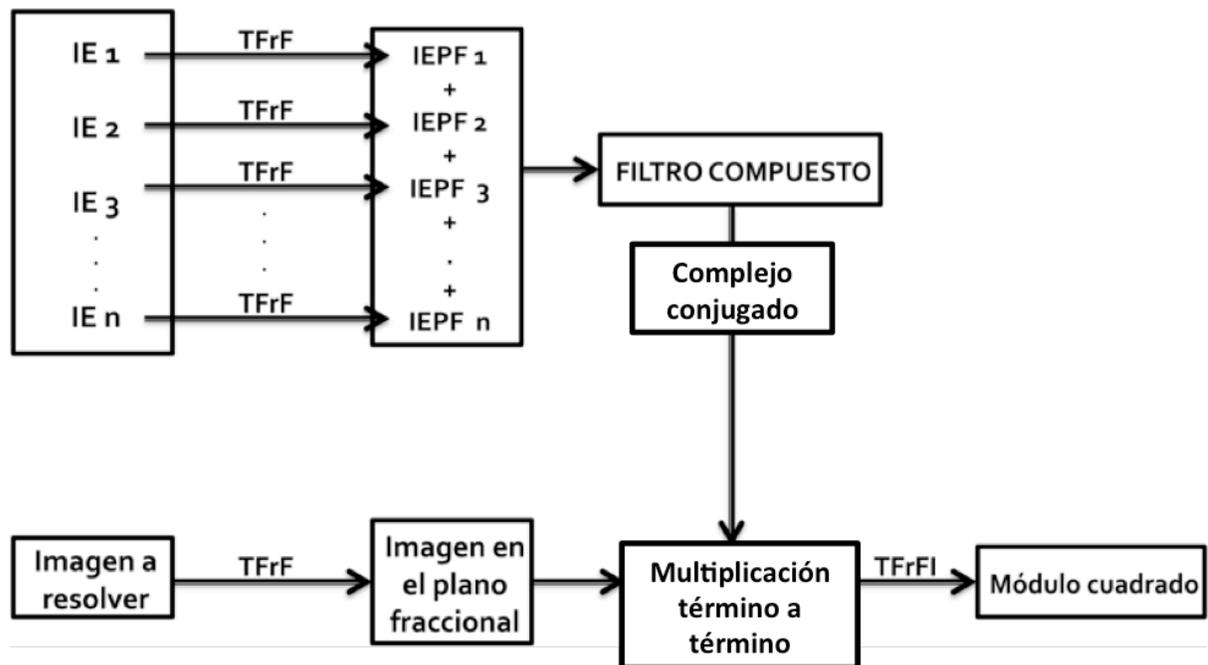


Figura 11. Procedimiento para emplear filtros compuestos. IE: imagen de entrenamiento, IEPF: imagen de entrenamiento en el plano fraccional, TFrF: transformada fraccional de Fourier, TFrFI: transformada fraccional de Fourier inversa.

3.9 Correlación fraccional invariante a posición

El procedimiento para realizar la correlación fraccional invariante a desplazamiento consiste en obtener el módulo de la transformada de Fourier de la imagen filtro y de la imagen a resolver y, posteriormente, realizar una correlación fraccional. El orden de la transformada fraccional de Fourier debe ser el orden óptimo para el módulo de la transformada de Fourier del filtro que se utilice y debe ser calculado previamente. En el siguiente diagrama (Fig. 12) se muestra el procedimiento de lo explicado anteriormente.

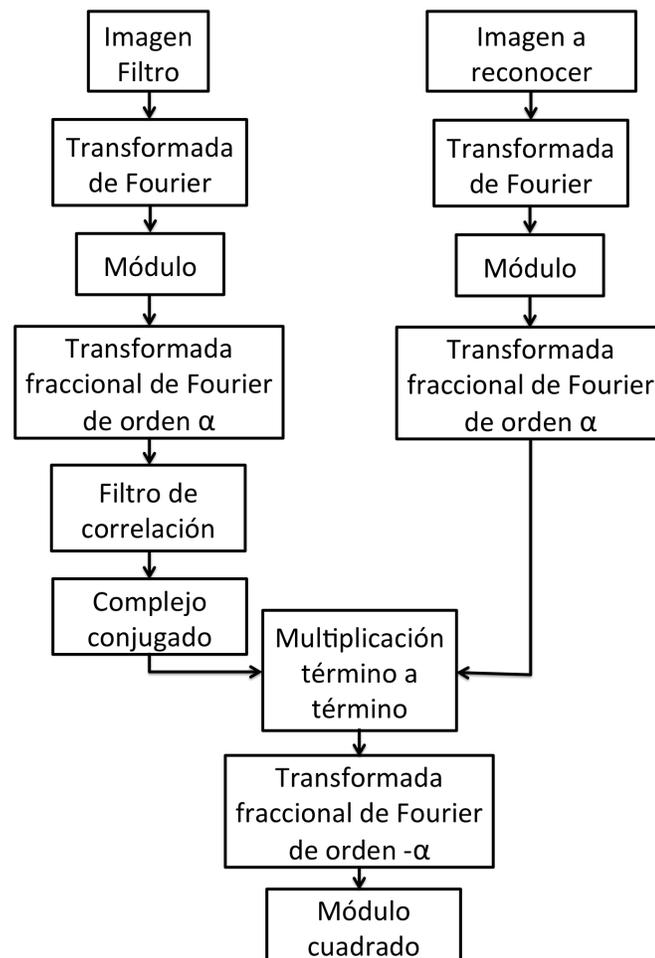


Figura 12. Diagrama del procedimiento para realizar la correlación fraccional invariante a posición.

Cuando se tiene el caso en el que la imagen filtro y la imagen a reconocer son iguales, este procedimiento recibe el nombre de autocorrelación fraccional invariante a posición.

Capítulo 4. Resultados y discusiones

4.1 Resultados obtenidos utilizando imágenes binarias

4.1.1 Autocorrelaciones

A continuación se muestra el espacio muestral de la imágenes binarias seleccionadas.

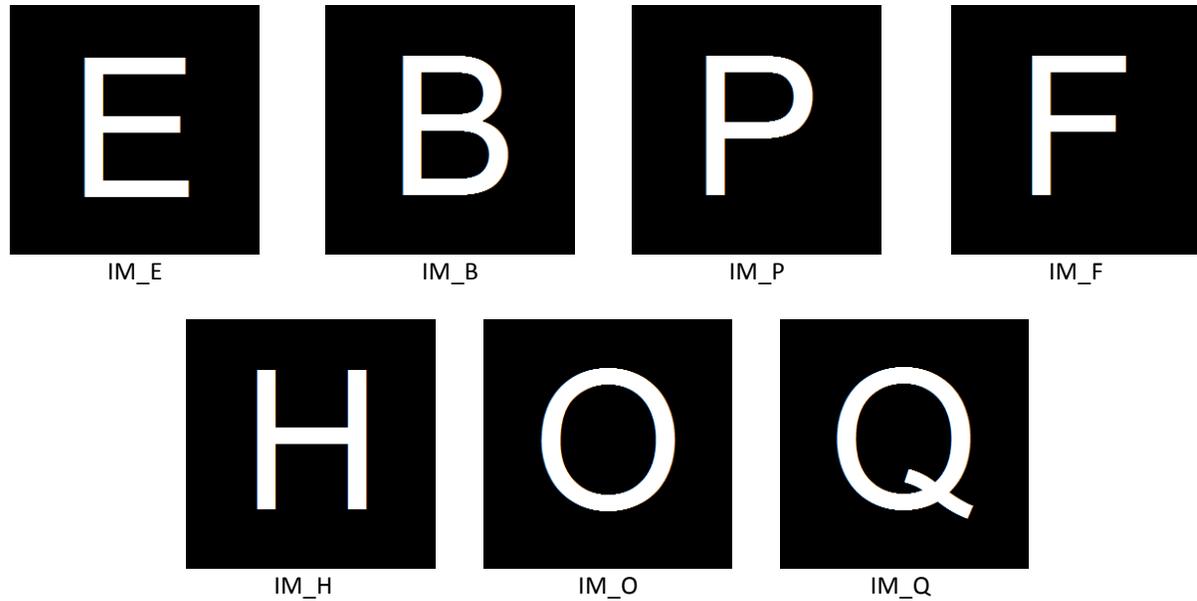


Figura 13. Espacio muestral de imágenes binarias.

Se seleccionaron la imágenes mostradas en la figura 13. Debido a las similitudes que se presentan entre algunas de ellas, es evidente que la imagen IM_O y la imagen IM_Q son similares en su forma circular, la imagen IM_B resulta una extensión de la imagen IM_P, lo mismo ocurre con las imágenes IM_E y IM_F. Mientras que la imagen IM_H tiene similitud en su parte izquierda y central con las imágenes IM_E, IM_B, IM_P y IM_F.

Posteriormente se calculó el orden óptimo de la transformada fraccional para cada una de las imágenes mencionadas anteriormente utilizando distintos filtros de correlación. Para esto, se realizaron autocorrelaciones fraccionales desde el orden 0.01 hasta 1 en intervalos de 0.01 y para cada autocorrelación se calculó el valor de energía pico de correlación, después se graficó el valor de energía pico de correlación como función del orden de la transformada fraccional y se localizó el orden con mayor energía pico de correlación. Los resultados obtenidos para la imagen IM_E se muestran en las figuras 14, 15, 16 y 17.



Figura 14. Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro clásico.



Figura 15. Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro de fase.

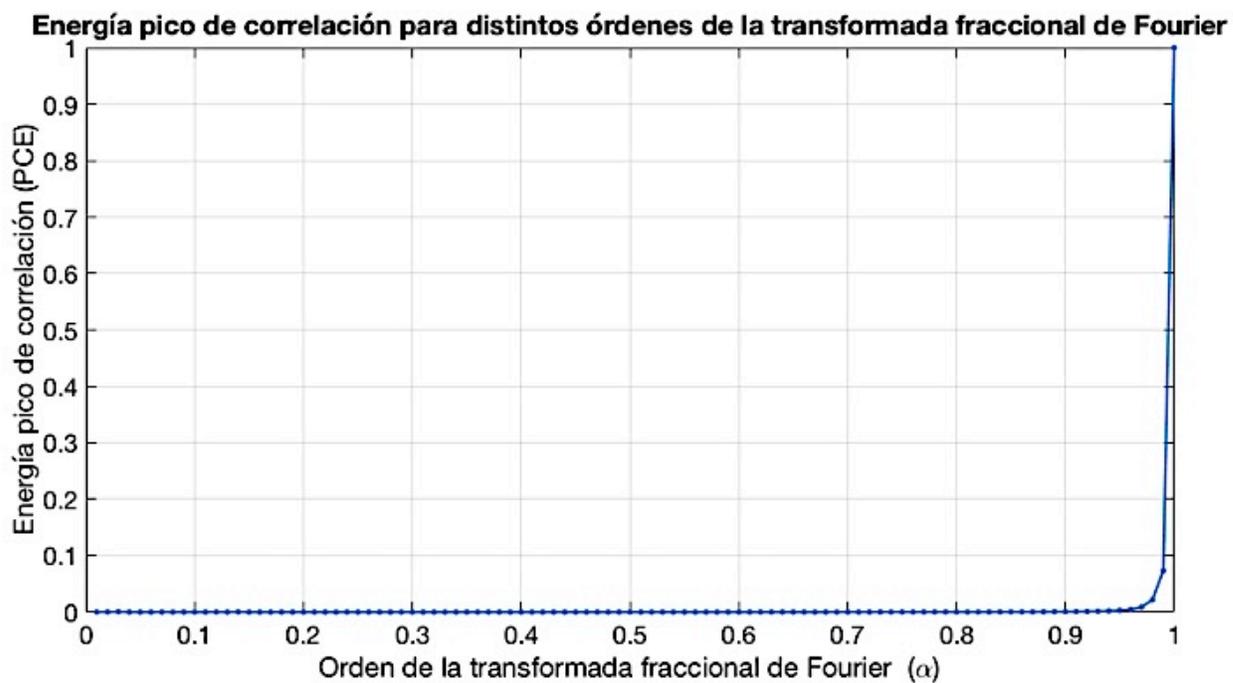


Figura 16. Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro de fase extrema.

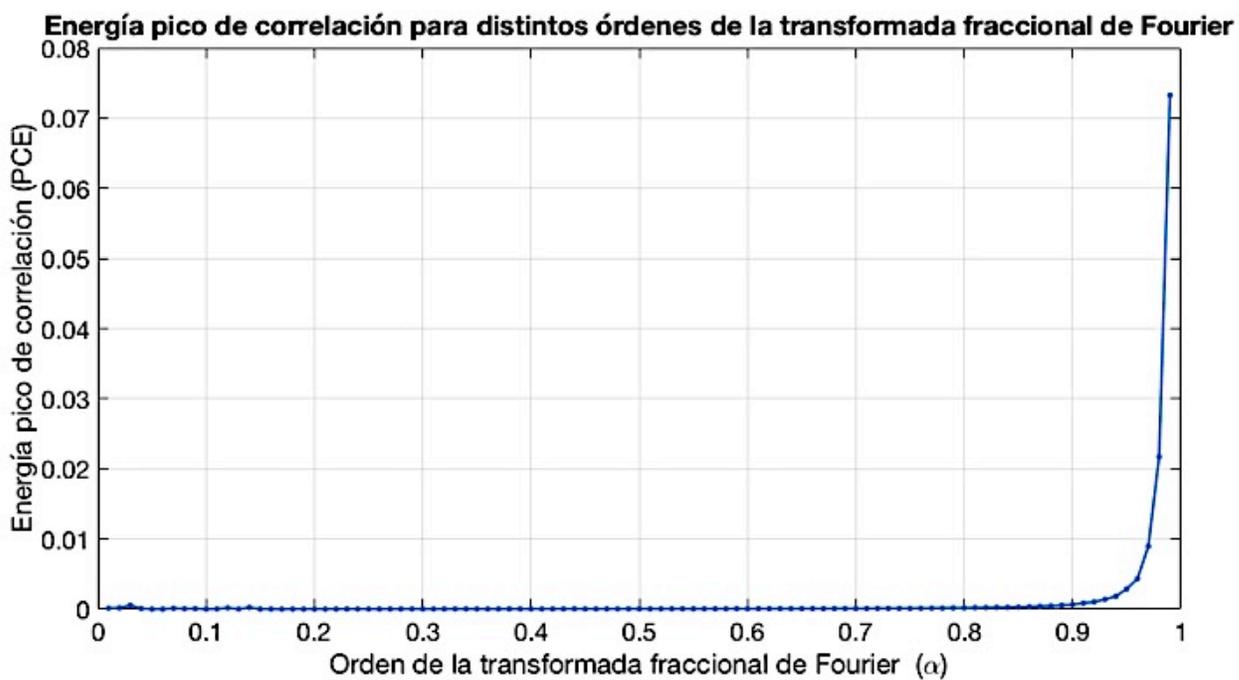


Figura 17. Cálculo del orden óptimo para la imagen IM_E utilizando un filtro inverso.

El procedimiento anterior se realizó para todas las imágenes de la figura 13, obteniendo resultados similares cuando se utilizaron los filtros de fase, fase extrema e inverso, donde se observaba que el orden óptimo correspondía al orden 1, lo cual no resultó de interés por no ser un orden fraccional. Por otro lado se descartó el filtro no lineal ley k debido a que al momento de variar el valor de k entre 0 y 1 y al mismo tiempo variar el orden de la transformada fraccional (α) se encontró que la mayor energía pico de correlación se encontraba localizada para los valores de $k = 0.01$ y $\alpha = 0.99$ lo cual representa una aproximación a la autocorrelación convencional utilizando un filtro de fase extrema. Por esta razón sólo se obtuvo el orden óptimo para cada imagen utilizando el filtro clásico. En la tabla 1 se muestra el orden óptimo, la energía pico de correlación y el valor de autocorrelación no normalizada para cada una de las imágenes binarias.

Tabla 1. Valor de autocorrelación no normalizada y PCE para autocorrelación fraccional en el orden óptimo de cada imagen del espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.

Filtro	Orden óptimo	PCE	Autocorrelación no normalizada
E	.84	0.0107	292.7335
B	.81	0.0111	285.4506
P	.81	0.0117	221.0012
F	.82	0.0101	172.0541
H	.84	0.0116	287.7279
O	.84	0.0170	323.3845
Q	.85	0.0149	416.3553

Se realizaron autocorrelaciones convencionales con cada una de las imágenes binarias mostradas en la figura 13 y se obtuvo el valor de PCE y de autocorrelación no normalizada con la finalidad de comparar los resultados con los de la autocorrelación fraccional. Dichos resultados se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Valor de autocorrelación no normalizada y PCE para autocorrelación convencional del espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.

Filtro	PCE	Autocorrelación no normalizada
E	0.0008	591.5445
B	0.0008	785.1487
P	0.0010	496.4662
F	0.0010	347.5099
H	0.0008	550.9047
O	0.0017	636.0886
Q	0.0016	766.9946

En las figuras 18, 20, 22, 24, 26, 28 y 30 se muestra la comparación de la transformada de Fourier y la transformada fraccional de Fourier en el orden óptimo para cada una de la imágenes binarias y en las figuras 19, 21, 23, 25, 27, 29 y 31 se muestra la comparación del plano de correlación normalizado para la autocorrelación fraccional y convencional utilizando cada imagen mencionada. Se puede apreciar que en el caso de la autocorrelación fraccional se obtiene un pico de correlación mejor definido (más angosto), lo cual concuerda con el hecho de que éste tiene un mayor PCE.

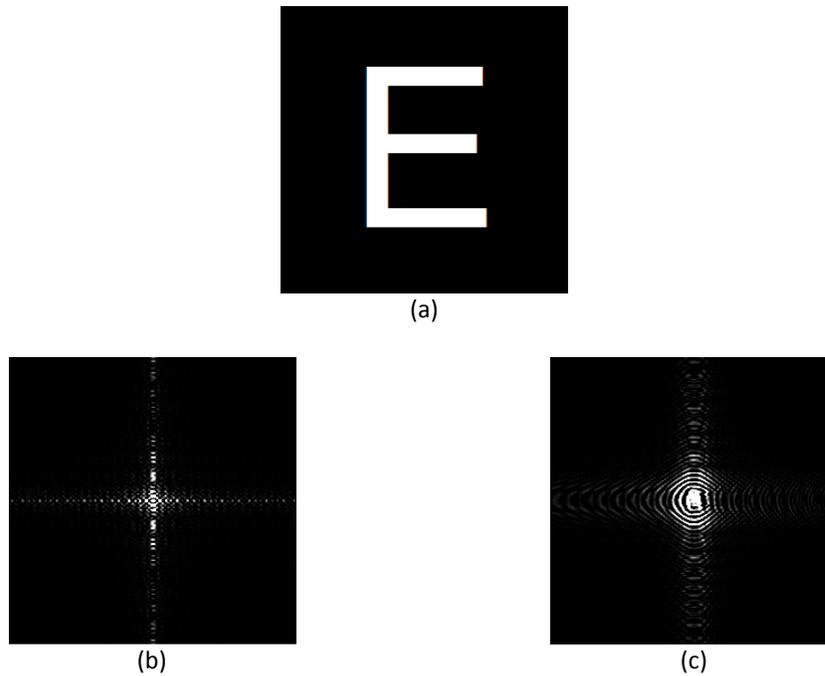


Figura 18. (a) Imagen IM_E. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_E. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .84 de la imagen IM_E.

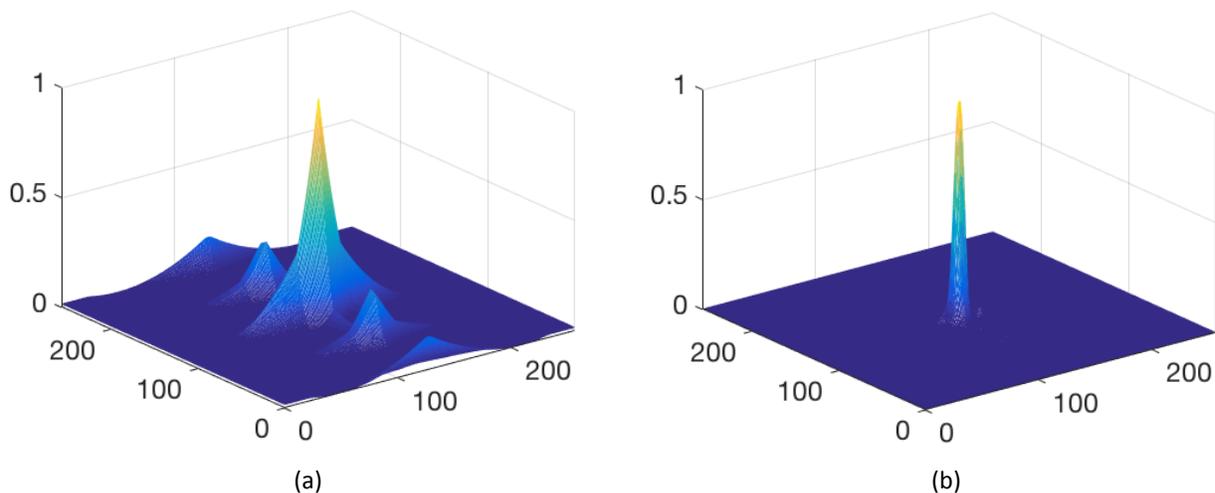


Figura 19. (a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_E. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .84 para la imagen IM_E

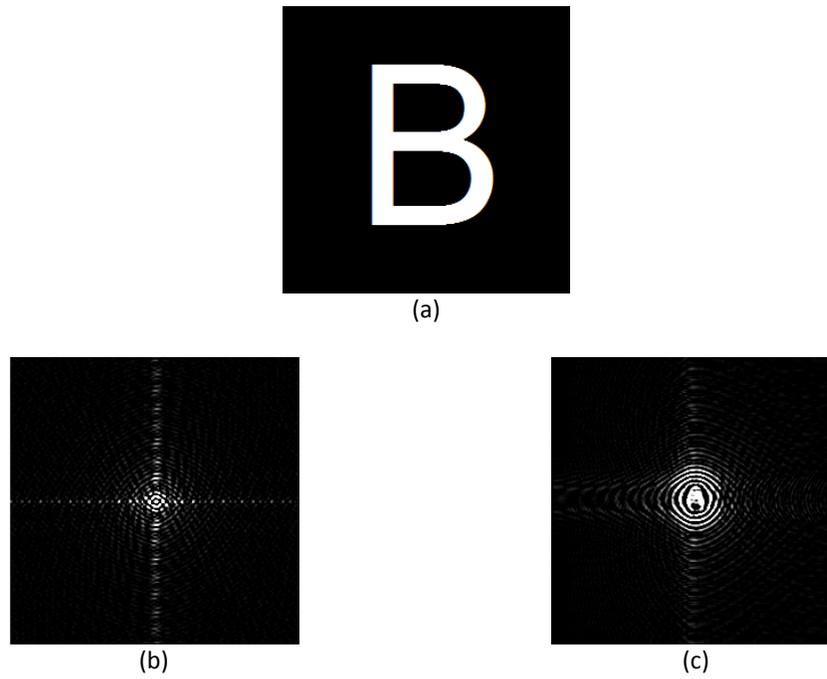


Figura 20. (a) Imagen IM_B. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_B. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .81 de la imagen IM_B.

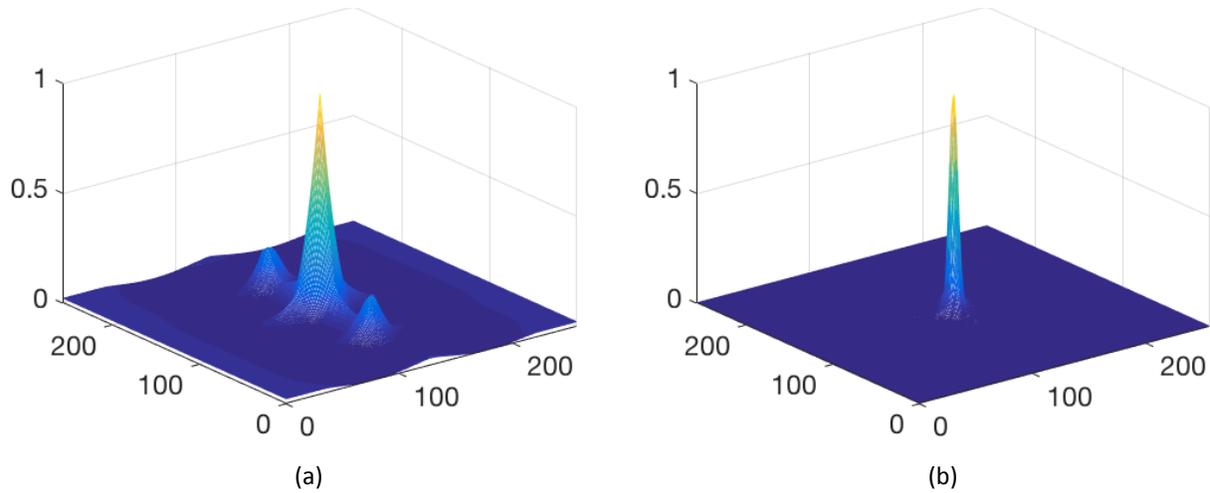


Figura 21. (a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_B. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .81 para la imagen IM_B.

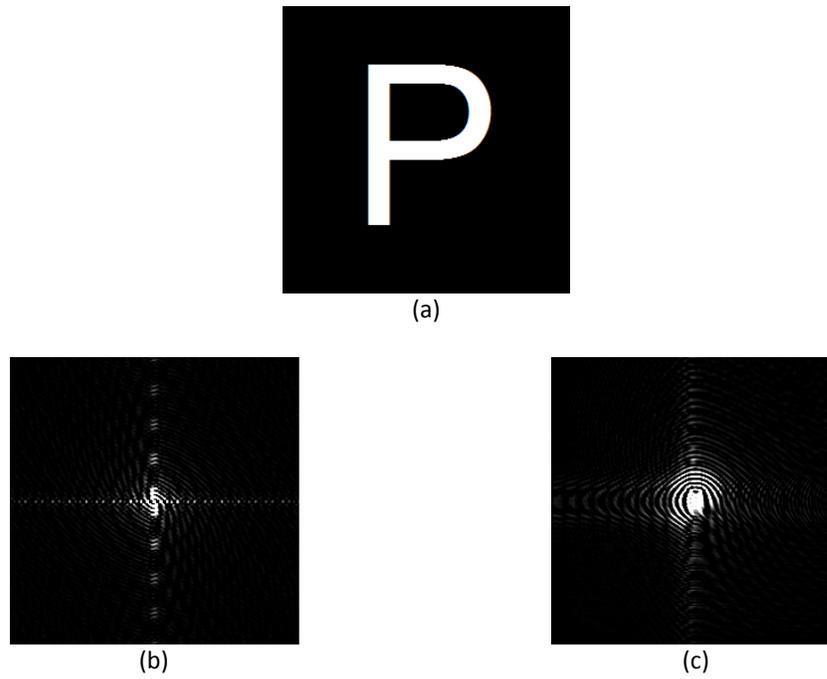


Figura 22. (a) Imagen IM_P. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_P. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .81 de la imagen IM_P.

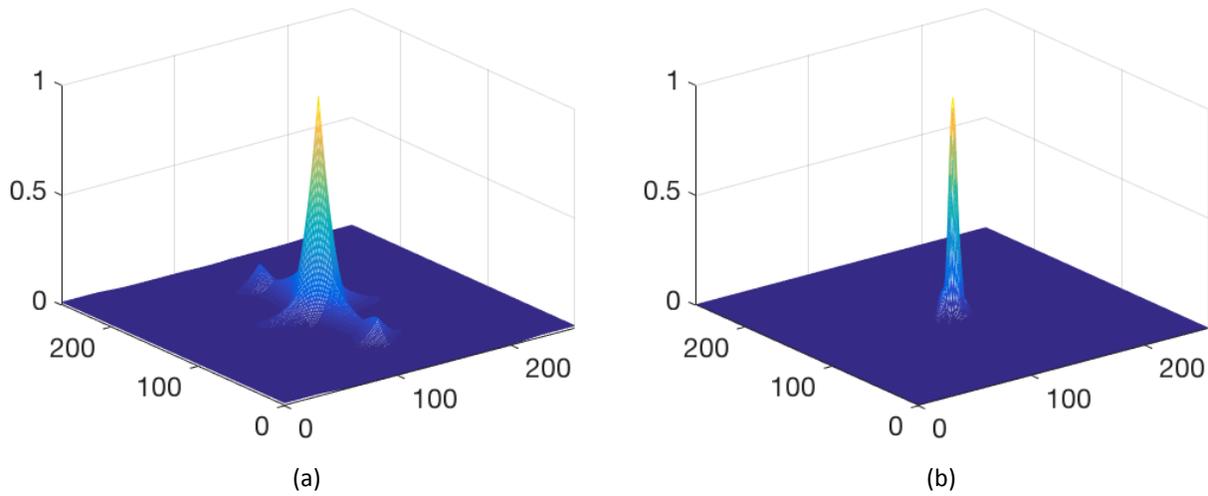


Figura 23. (a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_P. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .81 para la imagen IM_P.

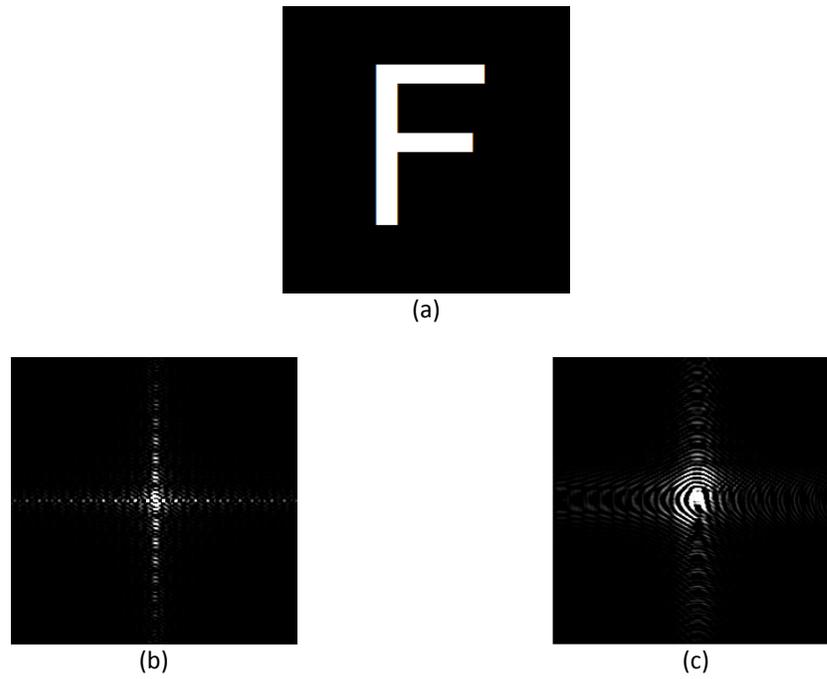


Figura 24. (a) Imagen IM_F. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_F. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .82 de la imagen IM_F.

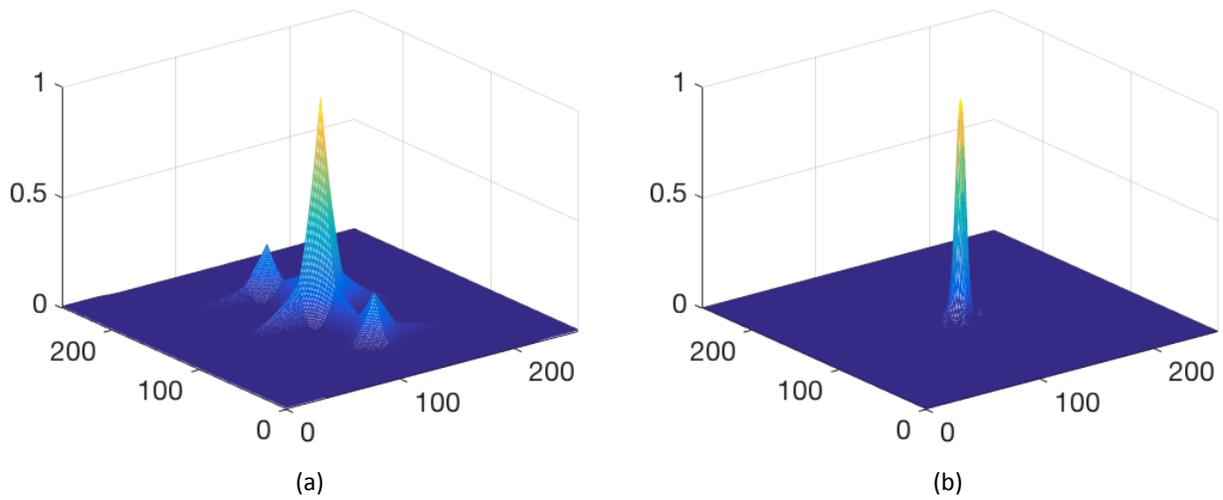


Figura 25. (a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_F. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .82 para la imagen IM_F.

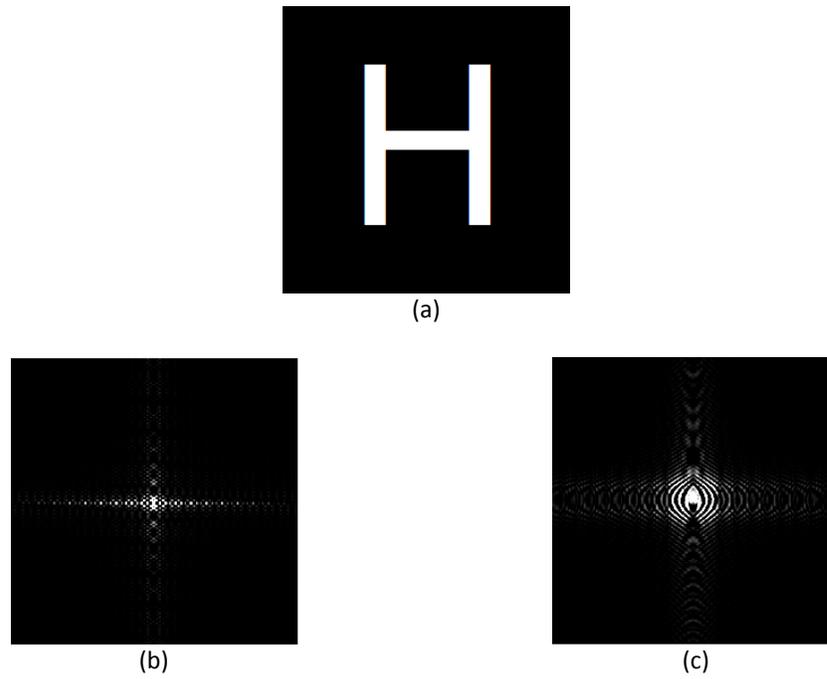


Figura 26. (a) Imagen IM_H. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_H. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .84 de la imagen IM_H.

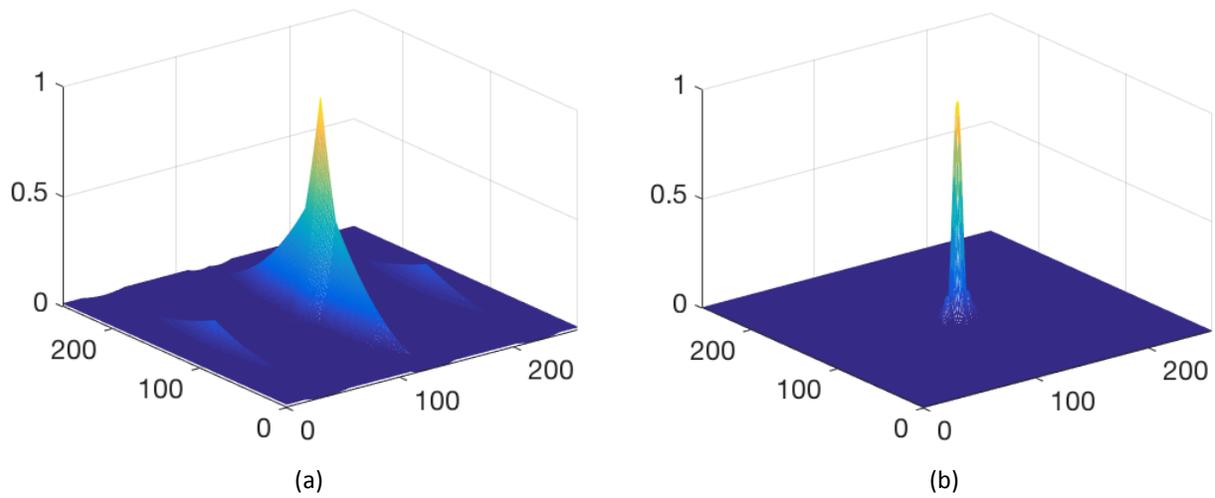


Figura 27. (a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_H. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .84 para la imagen IM_H.

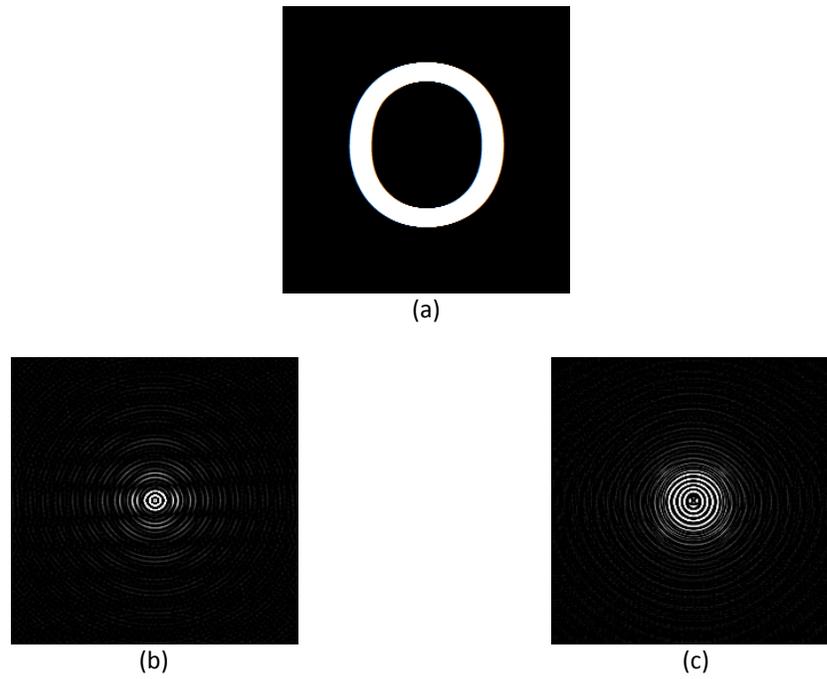


Figura 28. (a) Imagen IM_O. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_O. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .84 de la imagen IM_O.

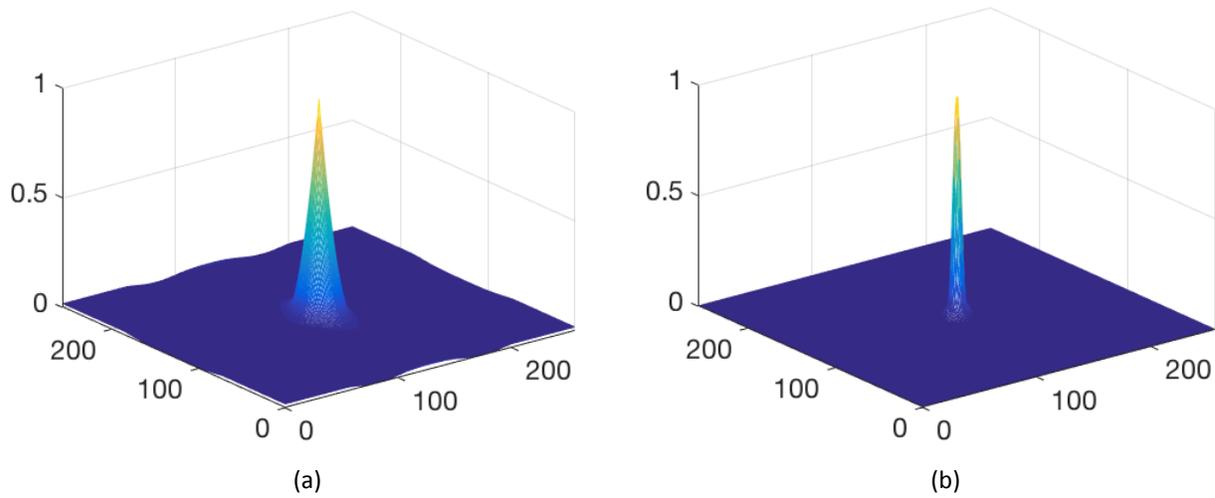


Figura 29. (a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_O. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .84 para la imagen IM_O.

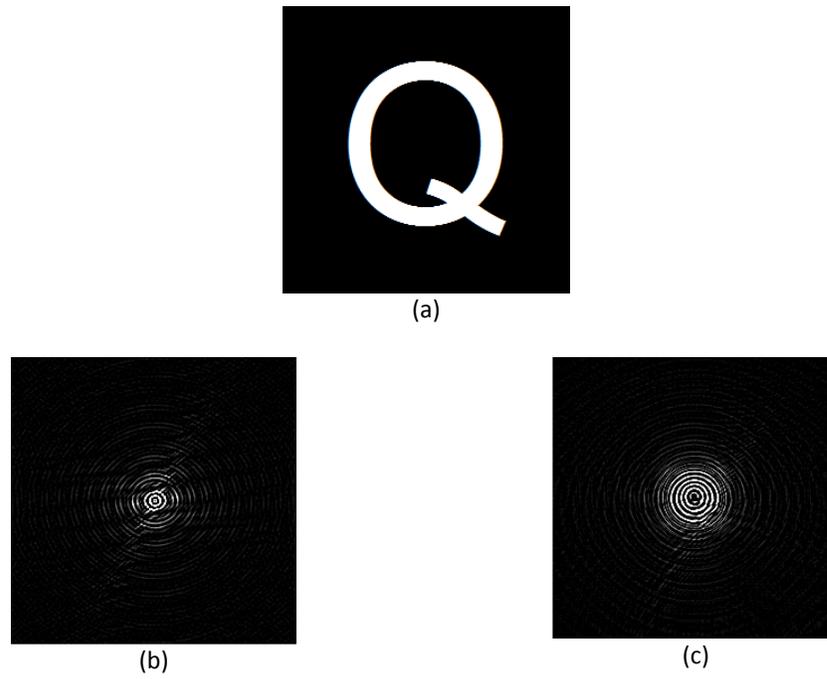


Figura 30. (a) Imagen IM_Q. (b) Parte real de la transformada de Fourier de la imagen IM_Q. (c) Parte real de la transformada fraccional de Fourier de orden .85 de la imagen IM_Q.

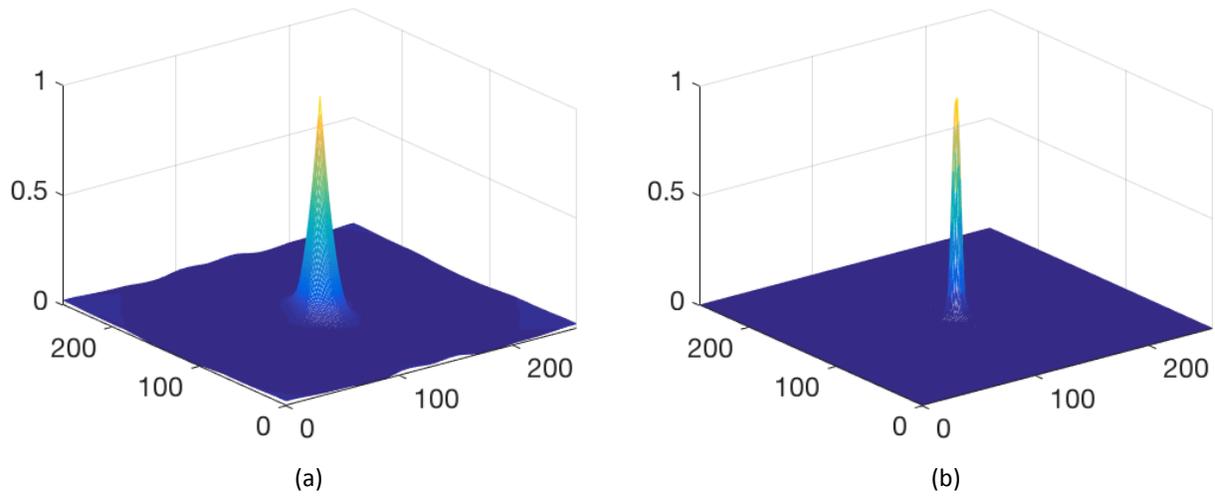


Figura 31. (a) Autocorrelación convencional normalizada para la imagen IM_Q. (b) Autocorrelación fraccional normalizada de orden .85 para la imagen IM_Q.

4.1.2 Correlaciones

Se realizaron correlaciones convencionales y fraccionales utilizando distintas imágenes binarias. A continuación se muestran los resultados obtenidos.

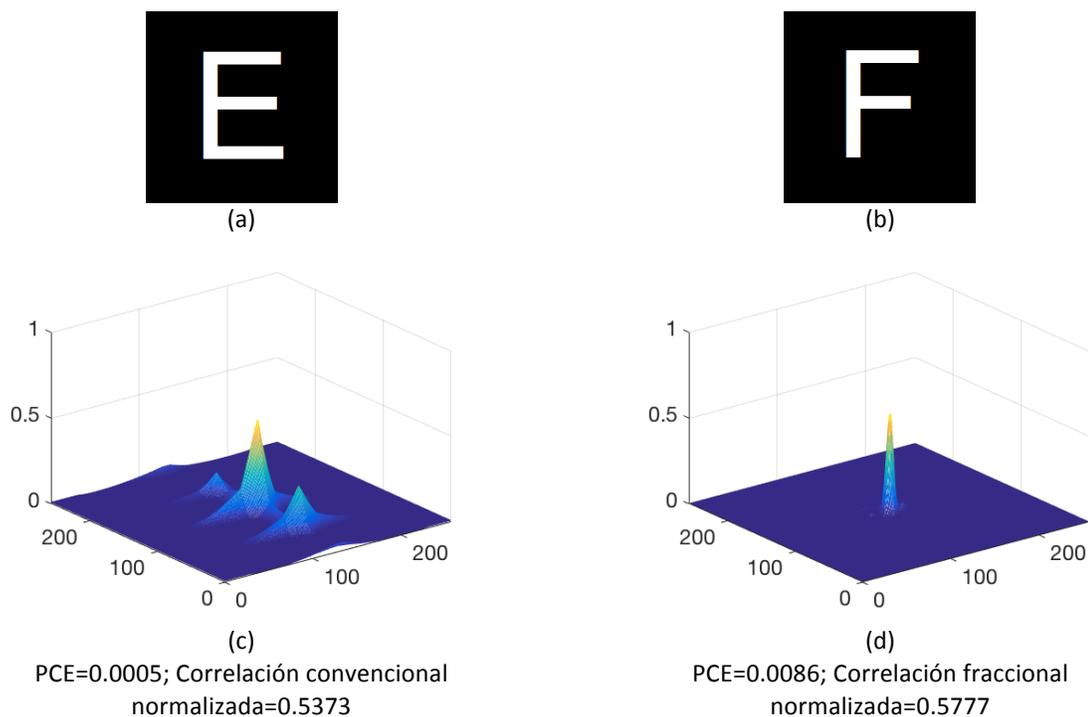


Figura 32. Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_F. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

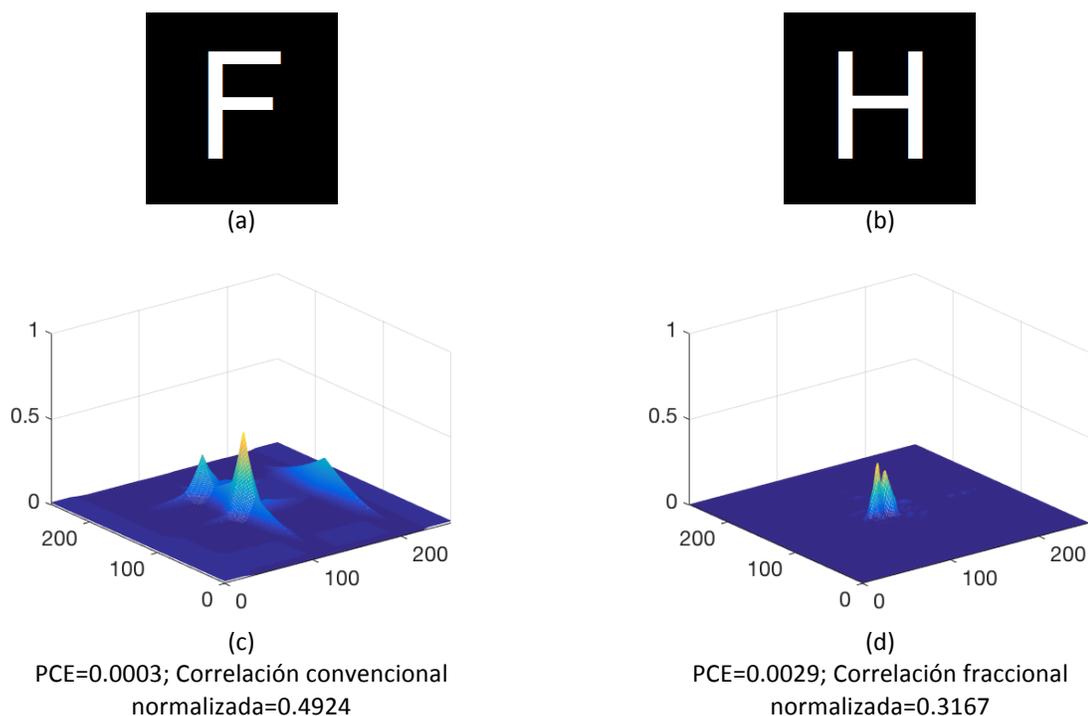


Figura 33. Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_F. (b) Imagen a reconocer: IM_H. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

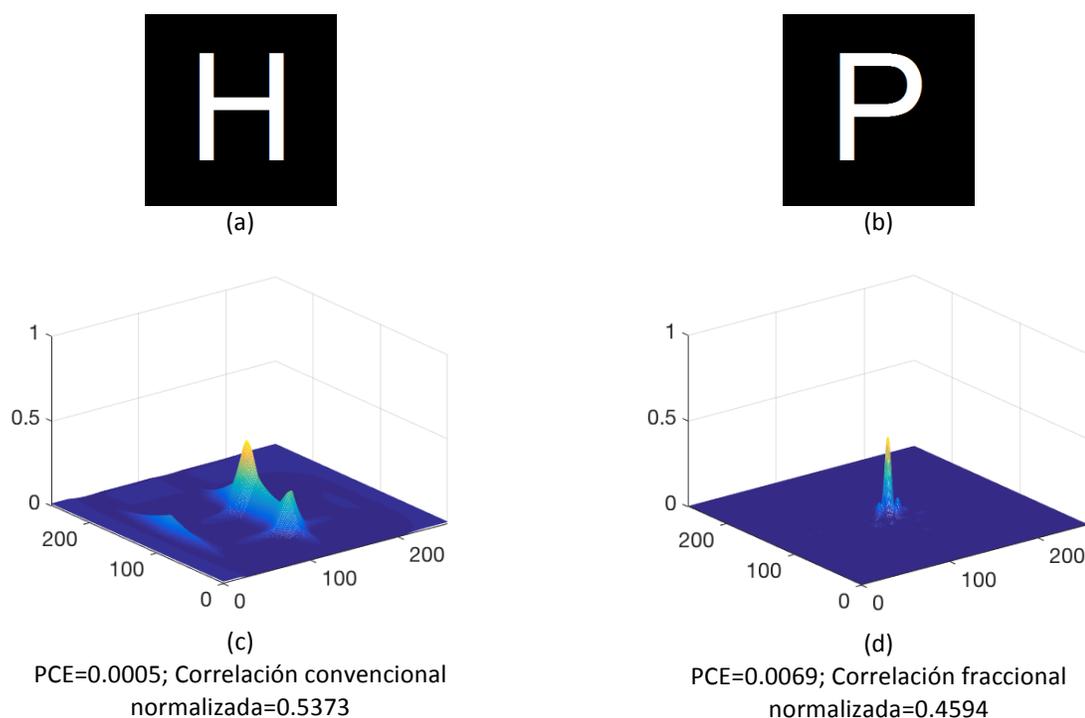


Figura 34. Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_H. (b) Imagen a reconocer: IM_P. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

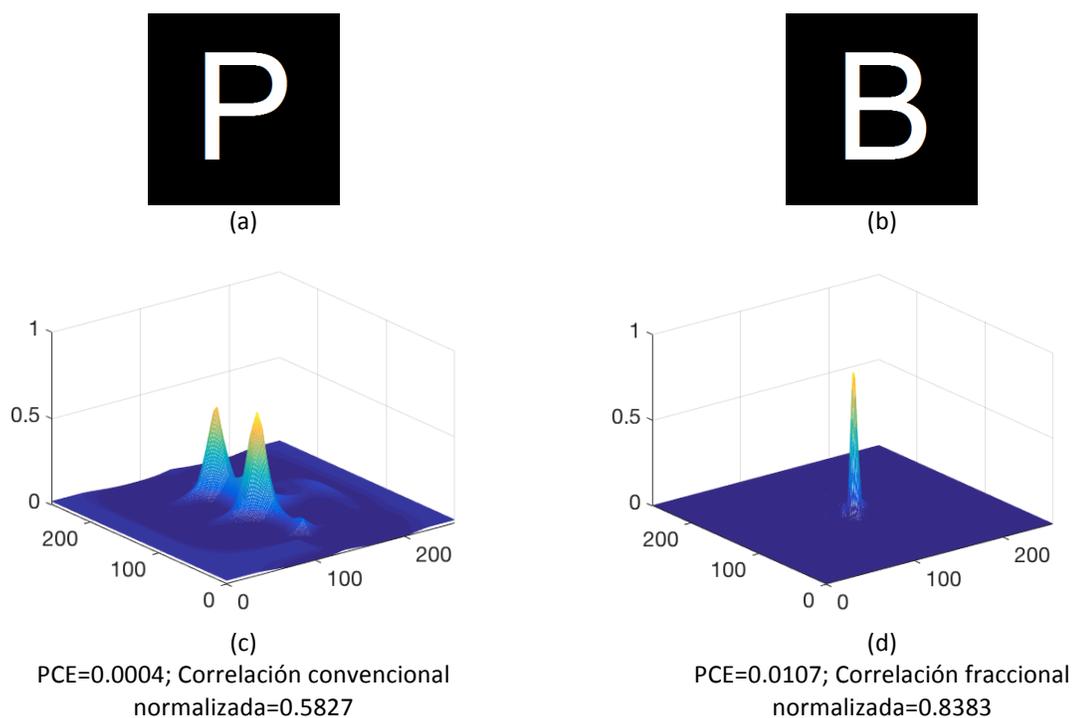


Figura 35. Comparación de la correlación convencional y fraccional. (a) Imagen filtro: IM_P. (b) Imagen a reconocer: IM_B. (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

Aunque el valor de la correlación fraccional normalizada sea un poco mayor que la correlación convencional, el plano de salida muestra un pico más definido, único y más limpio (Fig. 32c).

En la figura 33 se observa que la correlación fraccional discrimina de mejor manera a la imagen a reconocer, ya que el valor de la correlación fraccional normalizada es menor que el de la correlación convencional. También se obtiene un plano de salida más limpio donde se elimina de manera significativa la presencia de picos de correlación secundarios.

En la correlación convencional entre las imágenes IM_H y IM_P se obtienen picos secundarios y una correlación normalizada más elevada comparada con la correlación fraccional donde obtenemos una mayor energía pico de correlación, por lo que la correlación fraccional discrimina mejor a la imagen a reconocer (Fig. 34).

En la correlación fraccional mostrada en la figura 35 se observa un plano de salida muy limpio, con un sólo pico de correlación bien definido a diferencia de la correlación convencional que muestra dos picos, de los cuales uno corresponde a un pico de correlación falso.

Tabla 3. Valor de correlación convencional normalizada para espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.

Imagen filtro								
Imagen a reconocer		E	B	P	F	H	O	Q
	E	1	0.5224	0.5383	0.7961	0.2997	0.1709	0.1419
	B	0.6829	1	0.5309	0.7971	0.3868	0.2873	0.2262
	P	0.6829	0.3574	1	0.6168	0.3427	0.1373	0.1039
	F	0.4345	0.3159	0.3808	1	0.1498	0.0466	0.0328
	H	0.3378	0.2794	0.4312	0.2936	1	0.1092	0.1056
	O	0.2073	0.2344	0.1810	0.0981	0.1261	1	0.7971
	Q	0.2095	0.2219	0.1673	0.0828	0.1451	0.9612	1

Tabla 4. Valor de correlación fraccional normalizada para espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.

Imagen filtro								
Imagen a reconocer		E	B	P	F	H	O	Q
	E	1	0.4657	0.6976	0.7010	0.3678	0.1894	0.1628
	B	0.8382	1	0.8383	0.8463	0.6201	0.3767	0.2914
	P	0.4921	0.3343	1	0.4548	0.4594	0.1895	0.1501
	F	0.5777	0.4576	0.5504	1	0.2361	0.0606	0.1501
	H	0.2630	0.1905	0.3311	0.2031	1	0.1519	0.1501
	O	0.1883	0.1618	0.1403	0.0876	0.0967	1	0.8098
	Q	0.1718	0.1595	0.1134	0.0718	0.0967	0.9388	1

En las tablas 3 y 4 se muestra el valor de correlación normalizada para la correlación convencional y fraccional utilizando todas las imágenes binarias mostradas en la figura 13. Estas tablas también muestran que ambas metodologías son capaces de reconocer a cada una de dichas imágenes, ya que únicamente los elementos de la diagonal de cada tabla presentan un valor de 1. También se muestra que la correlación fraccional discrimina mejor a la imagen IM_Q cuando se utiliza como filtro a la imagen IM_O comparada con la correlación convencional.

4.1.3 Correlaciones utilizando imágenes inmersas en ruido impulsivo y un filtro clásico

Con la finalidad comparar la efectividad de la correlación fraccional y convencional para reconocer imágenes inmersas en ruido, se realizaron correlaciones de imágenes binarias inmersas en ruido impulsivo. En las figuras 36-39 se puede ver que la correlación fraccional supera los resultados obtenidos usando la correlación convencional, ya que genera un pico de correlación bien definido en el plano de salida y, en algunos casos, aumenta el valor de correlación aun cuando la cantidad de ruido sea elevada. Por otro lado, los resultados obtenidos para el coeficiente de discriminación fueron muy similares tanto para la correlación fraccional como para la convencional. Ver figuras 40, 41.

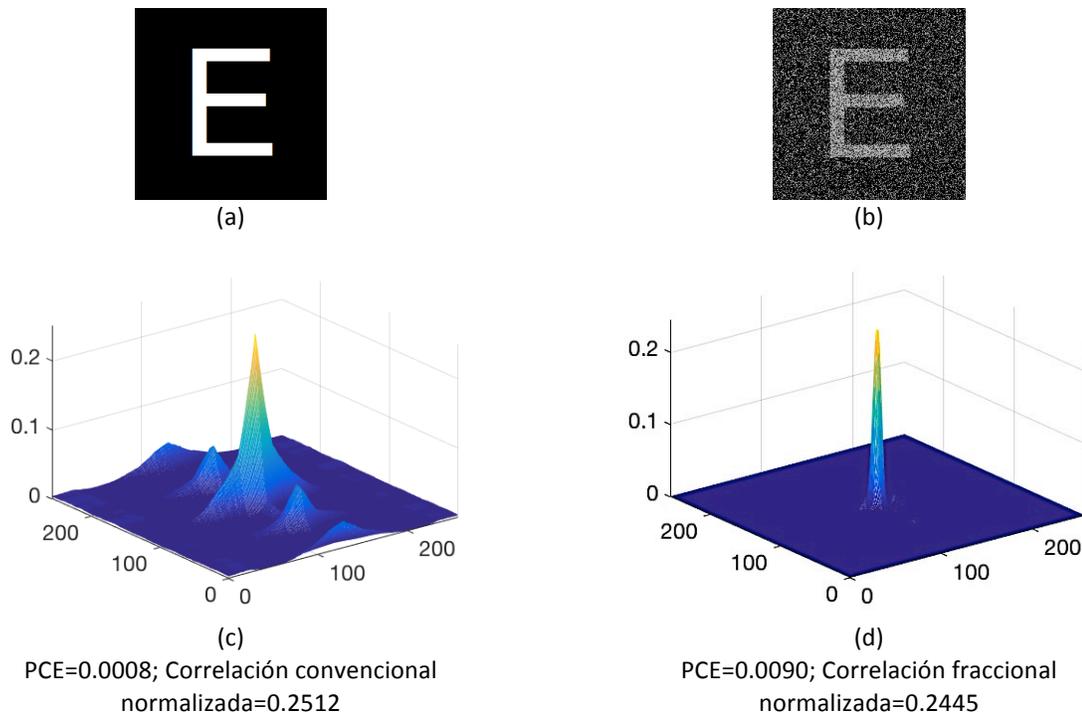


Figura 36. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.5%. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.5 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

En este caso la correlación fraccional genera un plano de salida más limpio, con la presencia de un sólo pico de correlación bien definido, a diferencia de la correlación convencional que presenta un plano de salida con mayor cantidad de ruido (Fig. 36).

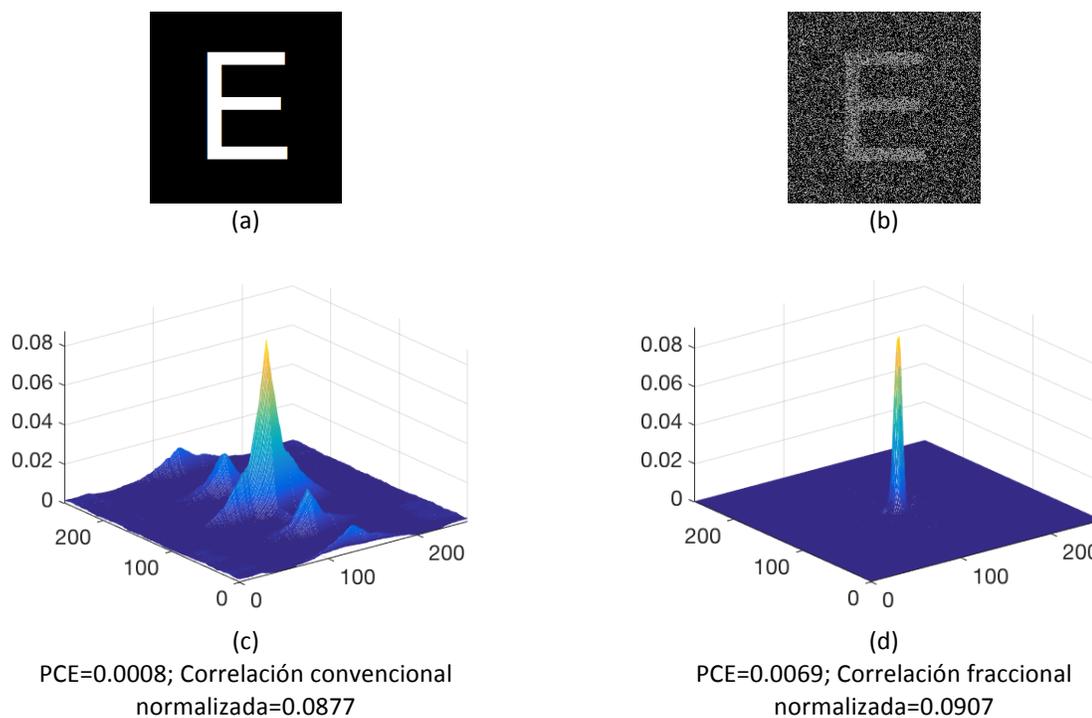


Figura 37. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.7. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.7 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

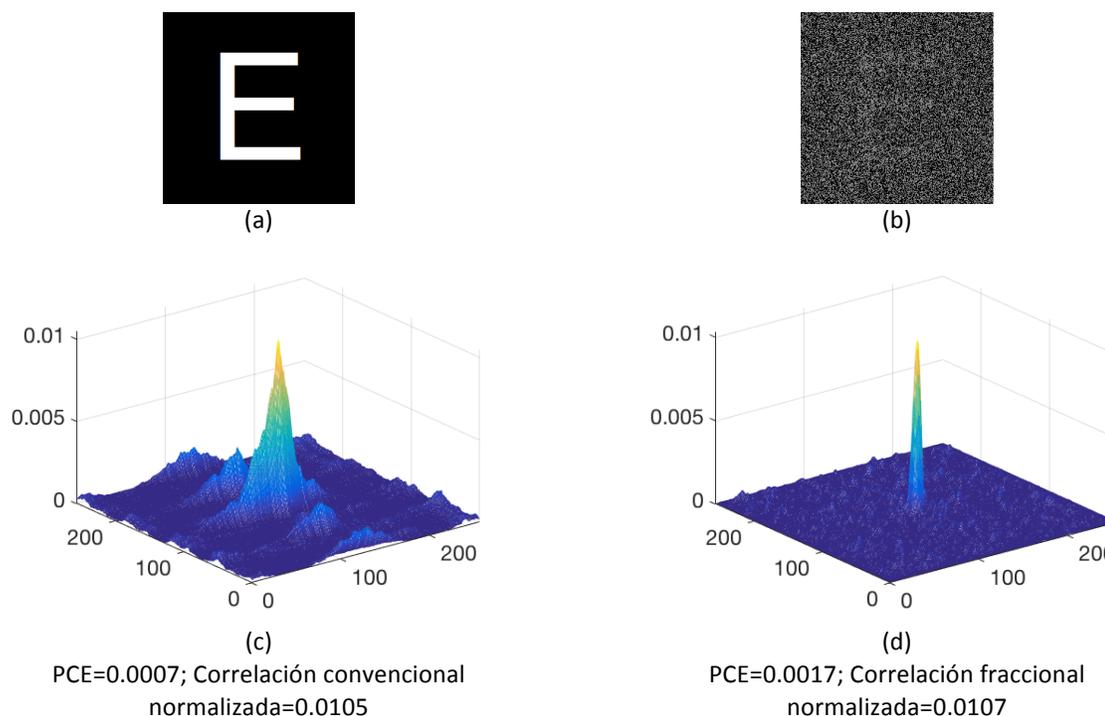


Figura 38. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.9 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.9 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada

Al aumentar la cantidad de ruido en la imagen a reconocer, disminuye de manera significativa el valor de la correlación convencional y fraccional normalizadas, sin embargo, la energía pico de correlación y el valor de correlación normalizada es mayor en la correlación fraccional (Fig. 37).

En la figura 38 la imagen a reconocer se encuentra inmersa en ruido impulsivo con densidad 0.9 y el plano de salida de la correlación convencional se ve afectado de manera considerable, mostrando alteraciones en el pico de correlación a diferencia de la correlación fraccional donde el pico de correlación permanece bien definido y muestra un valor de correlación normalizada mayor al de la correlación convencional.

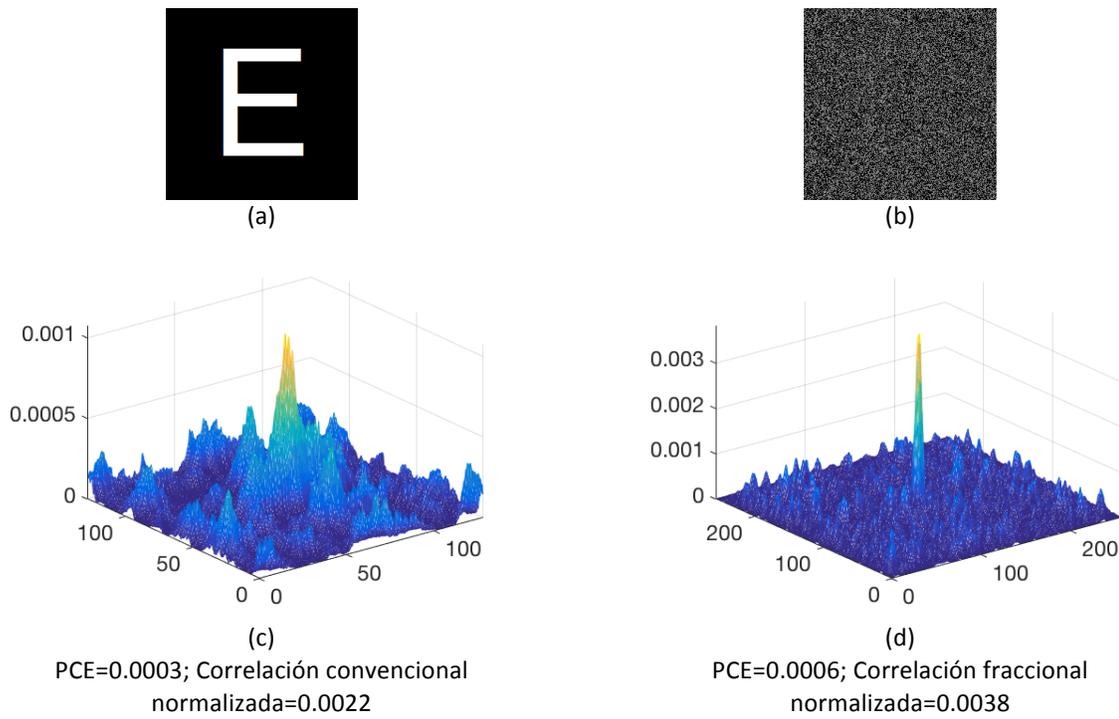


Figura 39. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.95. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido impulsivo con densidad de 0.95 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

Cuando la densidad del ruido aumenta a 0.95 la imagen a reconocer se ha perdido casi en su totalidad. En la correlación convencional se muestra un plano de salida con perturbaciones abruptas y el pico de correlación se empieza a perder en el ruido, por otro lado en la correlación fraccional se mantiene un pico de correlación bien definido donde el ruido se encuentra muy por debajo del mismo. En la correlación fraccional se obtiene una correlación normalizada mayor (Fig. 39).

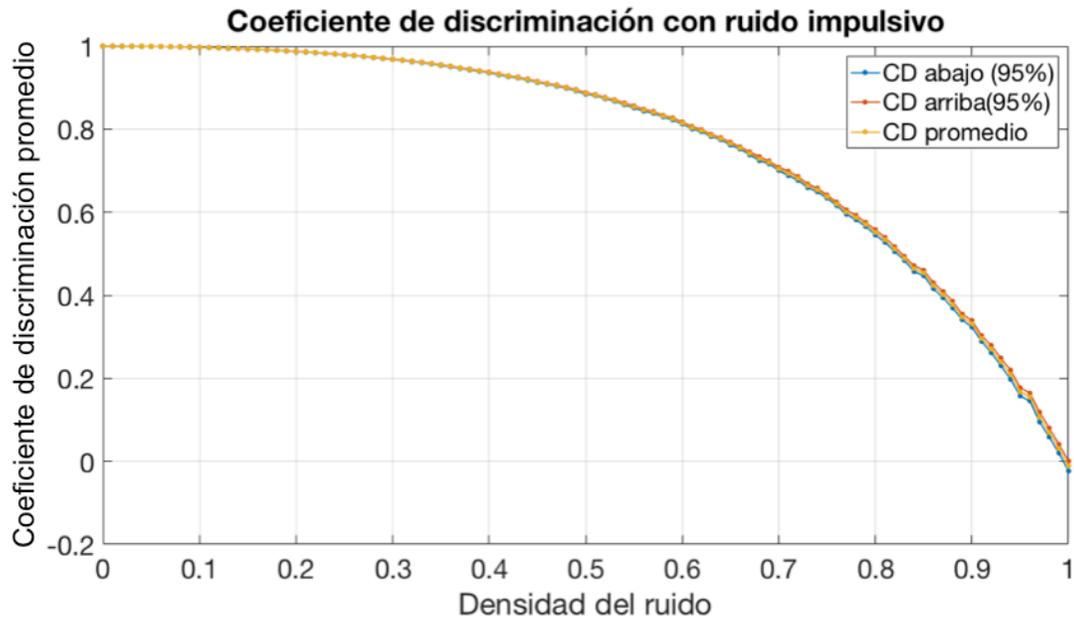


Figura 40. Coeficiente de discriminación en función de la densidad del ruido impulsivo utilizando la correlación convencional, la imagen IM_E y un filtro clásico.

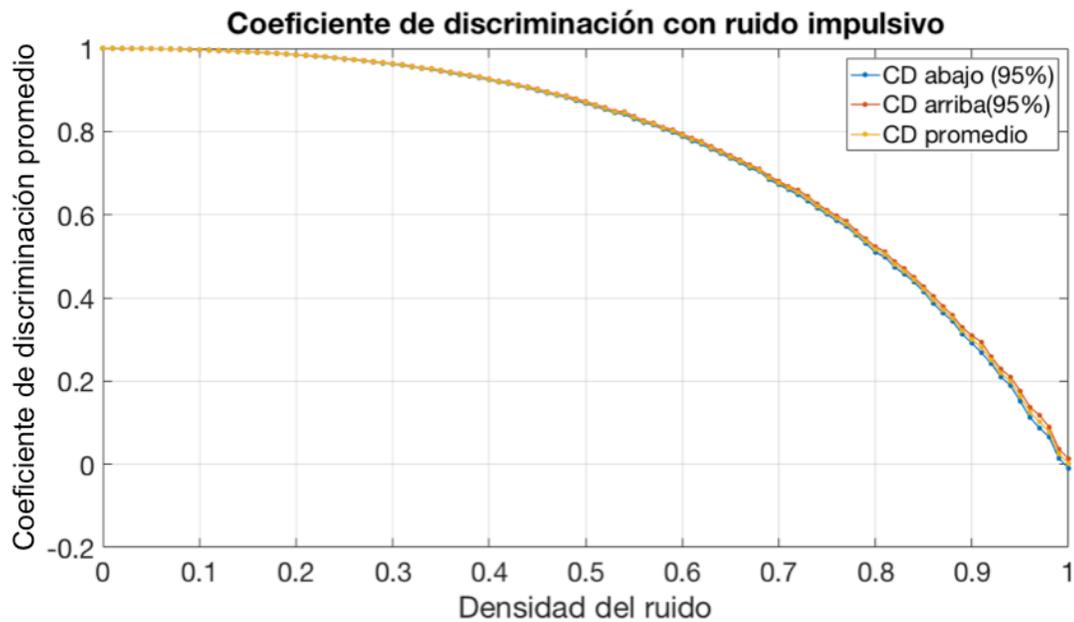


Figura 41. Coeficiente de discriminación en función de la densidad del ruido impulsivo utilizando la correlación fraccional, la imagen IM_E y un filtro clásico.

4.1.4 Correlaciones utilizando imágenes inmersas en ruido gaussiano y un filtro clásico

Al igual que en la sección 4.1.3, se realizaron correlaciones de imágenes binarias inmersas en ruido, esta vez en ruido gaussiano. La correlación fraccional genera planos de correlación con mayor PCE comparada con la correlación convencional (ver figuras 42-45) y un mayor valor de correlación normalizada, sin embargo, los resultados para el coeficiente de discriminación fueron muy similares, tal como se muestra en las figuras 46, 47.

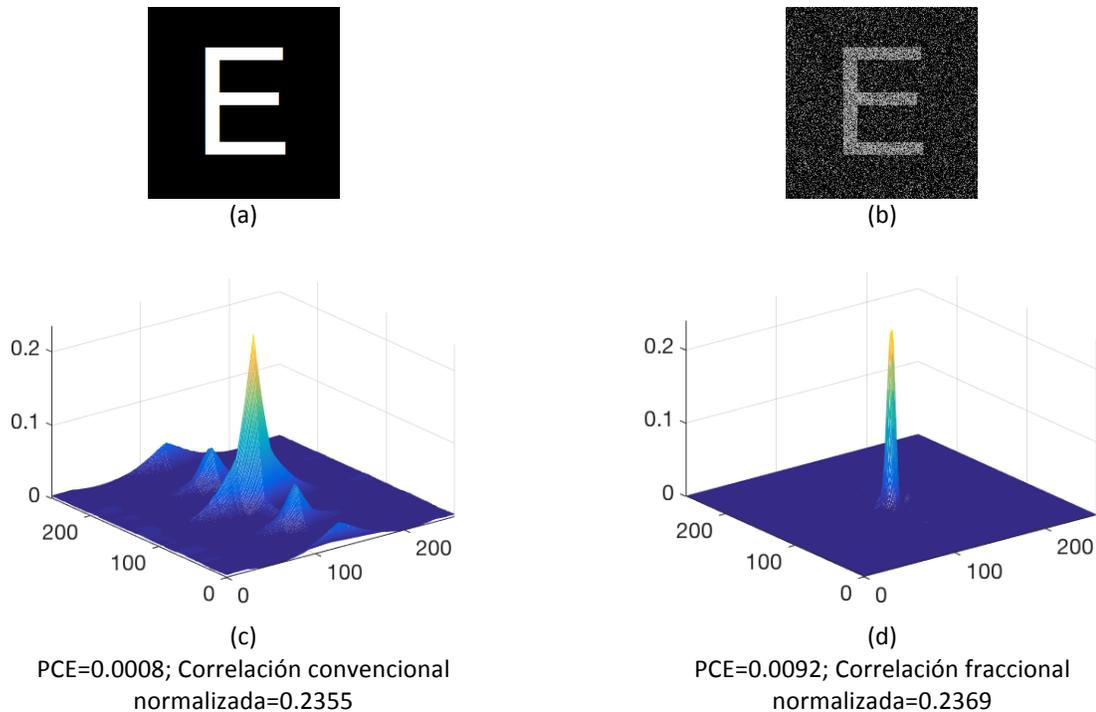


Figura 42. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.5 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.5 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

En la figura 42 se muestra que para una imagen inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.5, la correlación fraccional obtiene un plano de salida más limpio, con un mayor valor de correlación normalizada y un PCE más elevado comparado con la correlación convencional.

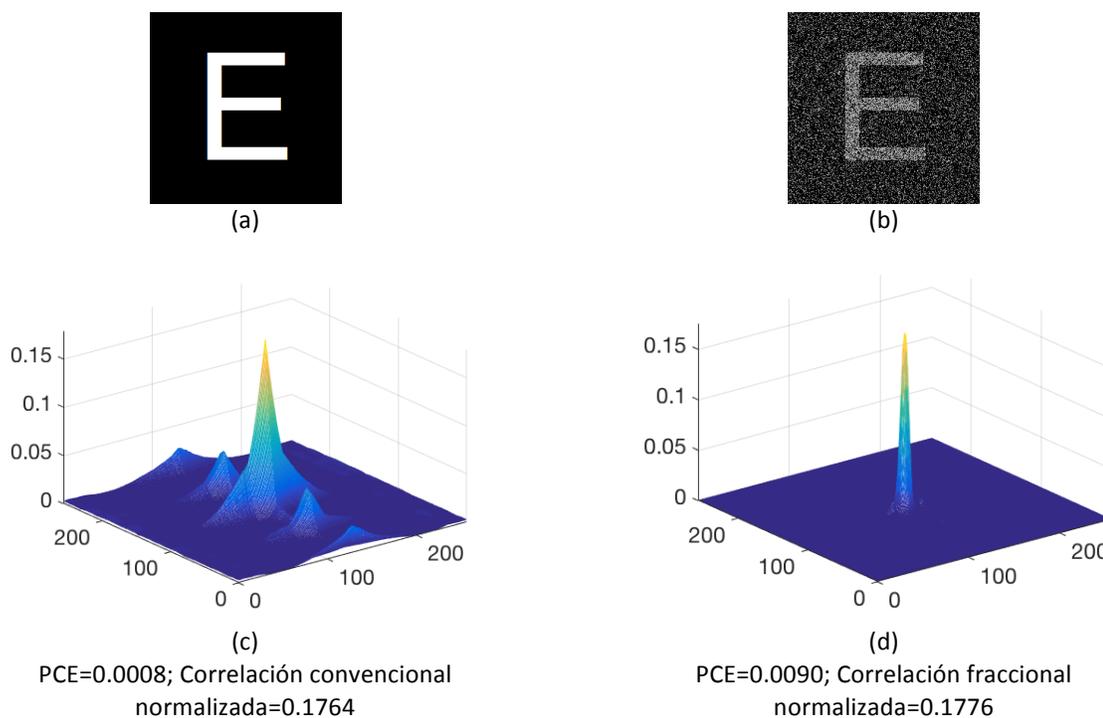


Figura 43. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.7 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.7 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

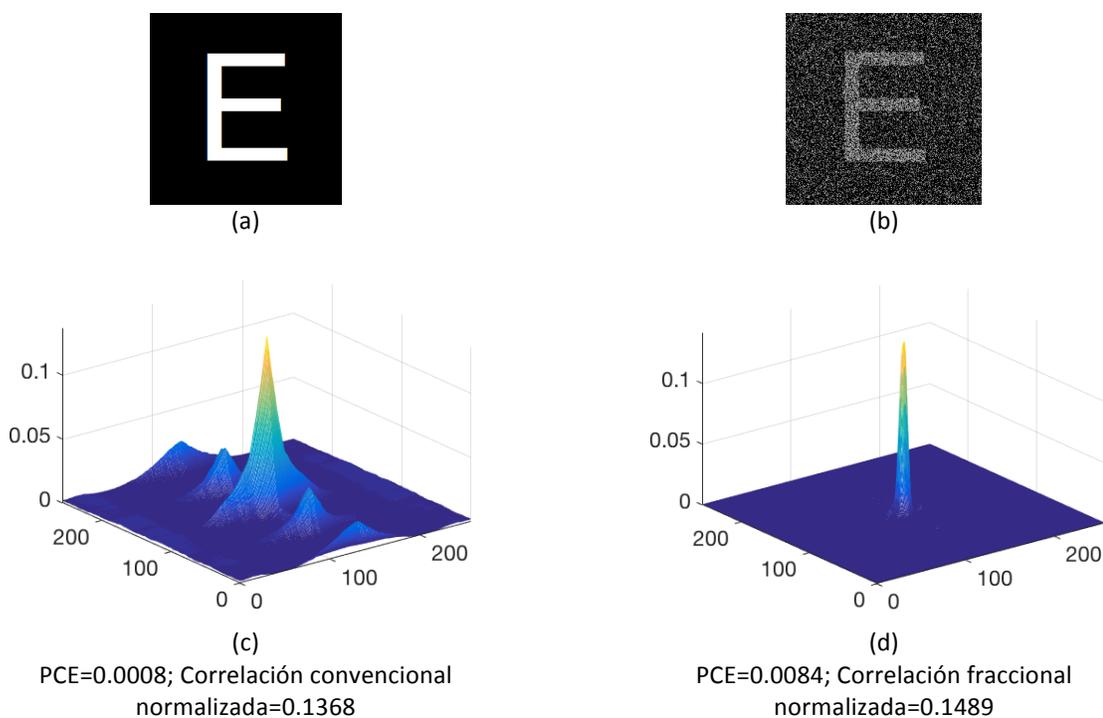


Figura 44. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.9 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.9 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

Al incrementar la cantidad de ruido, la correlación fraccional sigue obteniendo un plano de salida más limpio, con un valor mayor de correlación normalizada y un PCE más elevado comparado con la correlación convencional (Fig. 43).

Cuando el ruido gaussiano tiene una varianza de 0.9, la correlación fraccional sigue reconociendo de mejor manera a la imagen (b) ya que presenta un mayor valor de PCE, una mayor correlación normalizada y un plano de salida sin picos secundarios a diferencia de la correlación convencional (Fig. 44).

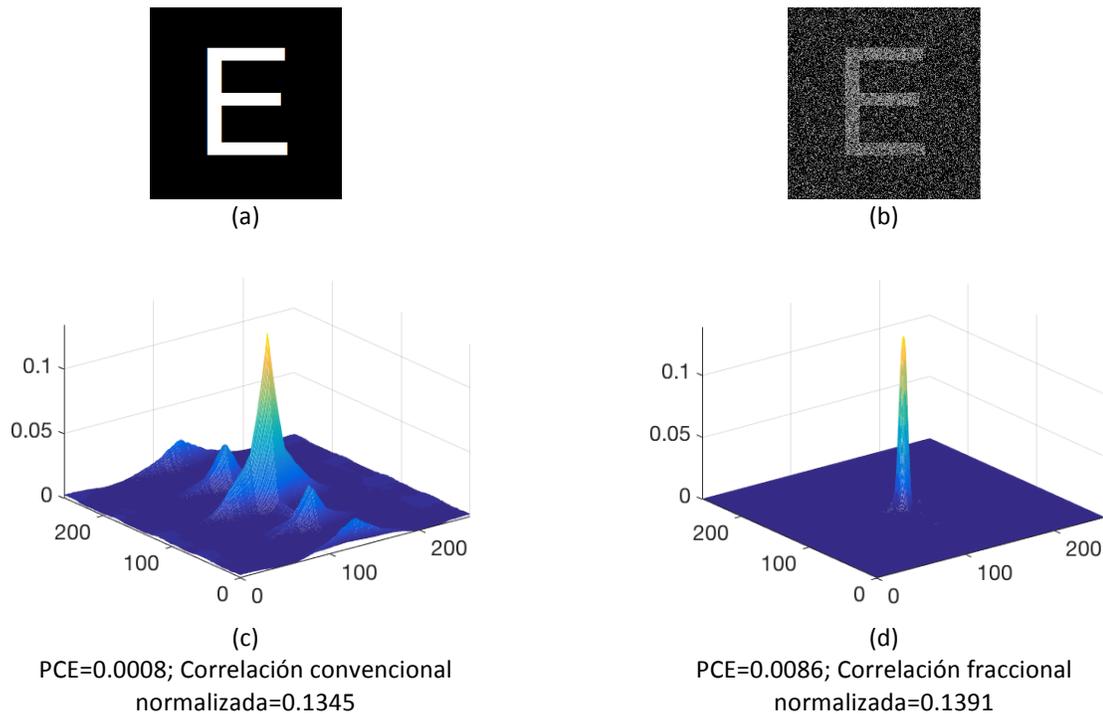


Figura 45. Comparación de la correlación fraccional y convencional utilizando la imagen IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.95 (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a reconocer: IM_E inmersa en ruido gaussiano con varianza de 0.95 (c) Correlación convencional normalizada. (d) Correlación fraccional normalizada.

En la figura 45 el ruido gaussiano tiene una varianza de 0.95 y la correlación fraccional presenta un mayor valor de PCE, una mayor correlación normalizada, con un pico más limpio en el plano de salida comparado con el de la correlación convencional.

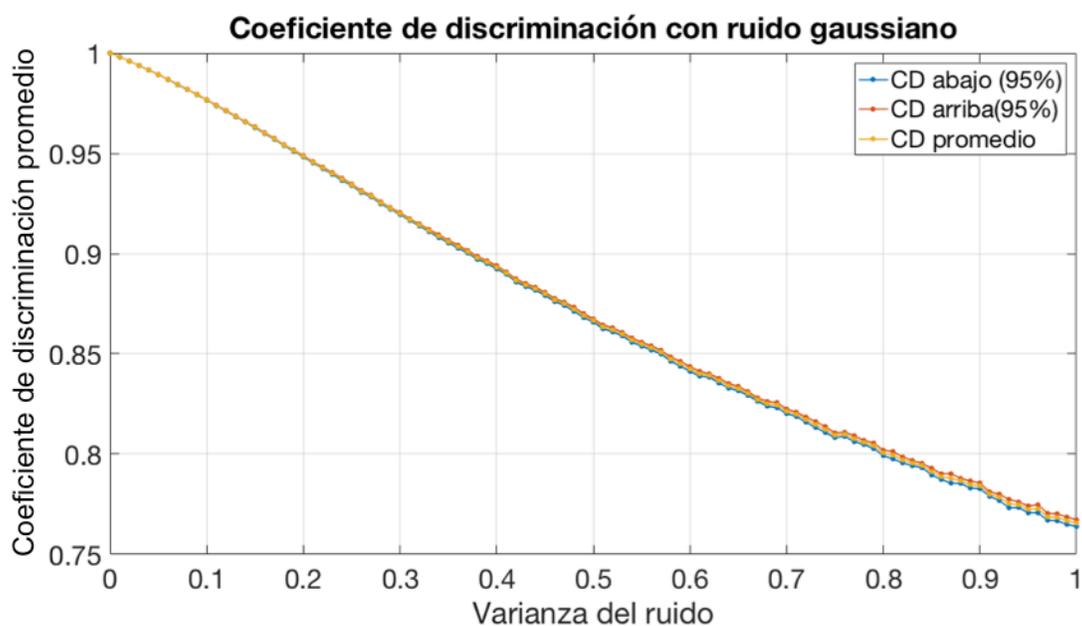


Figura 46. Coeficiente de discriminación en función de la varianza del ruido gaussiano utilizando la correlación convencional, la imagen IM_E y un filtro clásico.

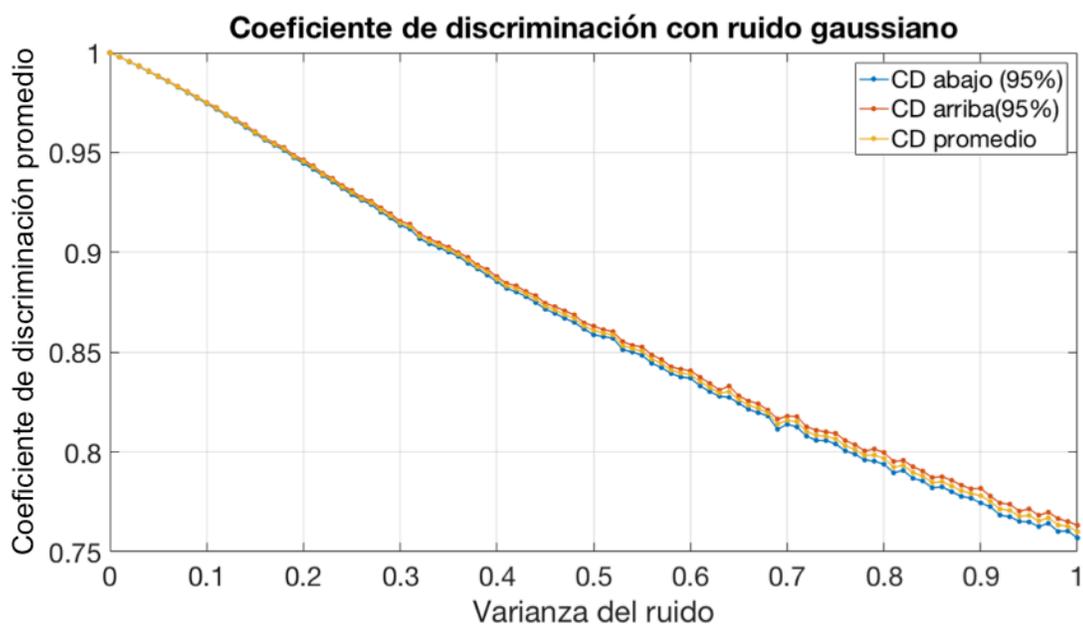


Figura 47. Coeficiente de discriminación en función de la varianza del ruido gaussiano utilizando la correlación fraccional, la imagen IM_E y un filtro clásico.

4.2 Resultados obtenidos utilizando imágenes reales

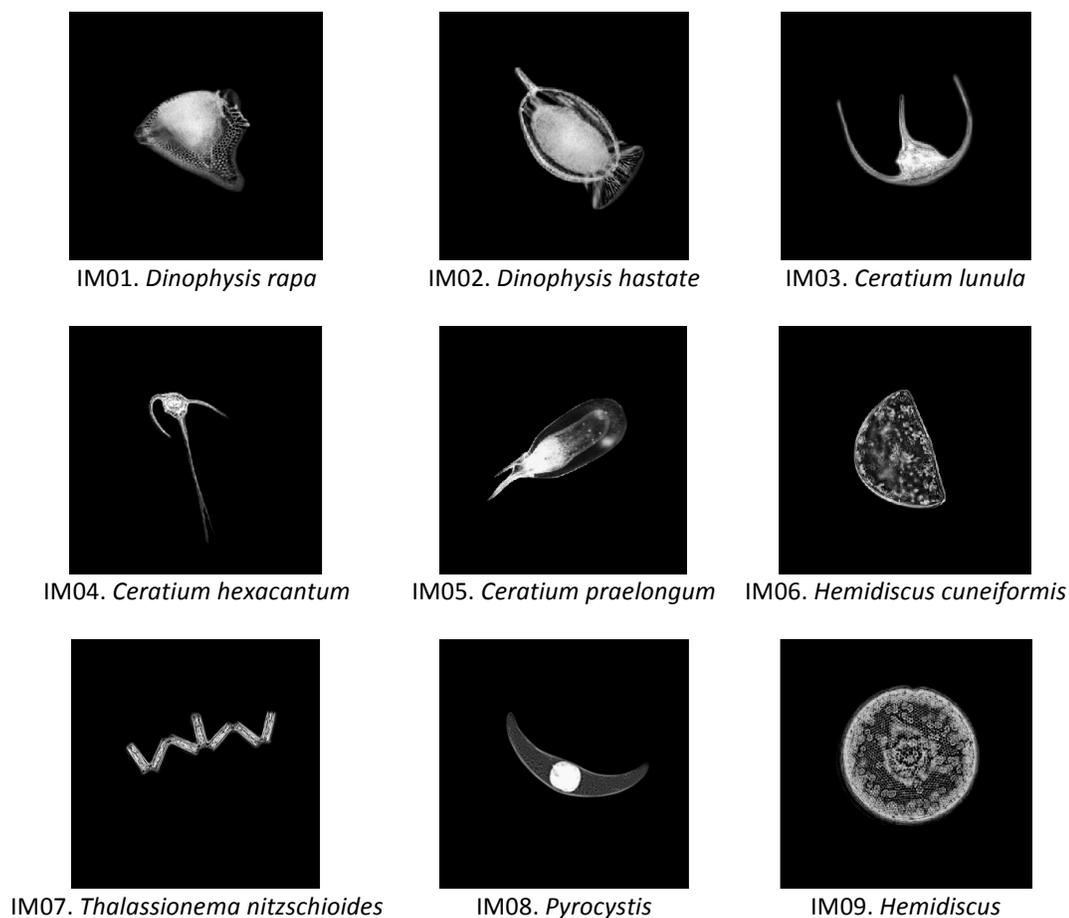


Figura 48. Espacio muestral de imágenes reales.

Para realizar correlaciones utilizando imágenes reales, se seleccionaron las mostradas en la figura 48, debido a que estas presentan diferentes niveles de intensidad, distintas formas y estructuras, así como distintos tamaños.

4.2.1 Correlaciones utilizando imágenes con iluminación no homogénea y un filtro clásico

Al igual que con las imágenes binarias, fue necesario determinar el orden óptimo de la correlación fraccional para cada una de las imágenes mostradas en la figura 48. En la tabla 5 se indica el orden óptimo, la energía pico de correlación (PCE) y el valor de la autocorrelación no normalizada correspondiente a cada una de las imágenes reales.

Se realizaron correlaciones utilizando imágenes con iluminación no homogénea con la finalidad de comparar la efectividad de la correlación fraccional y convencional para reconocer una imagen aún cuando está presente una distribución de intensidad no homogénea. Esto consiste en seleccionar una imagen filtro y la imagen a reconocer será la misma imagen filtro pero se modificará su distribución de intensidad utilizando uno de los patrones de iluminación no homogénea mostrados en la figura 3. Esta modificación consiste en multiplicar término a término cada elemento de la imagen filtro por cada elemento del patrón de iluminación. En las figura 49 se muestran los valores de correlación normalizada utilizando la correlación convencional y fraccional para imagen IM01 con sus respectivos patrones de iluminación. El patrón de patrón de iluminación f_0 corresponde a la imagen sin modificar su distribución de intensidad.

Tabla 5. Valor de autocorrelación y PCE para autocorrelación fraccional en el orden óptimo de cada imagen del espacio muestral de imágenes reales utilizando un filtro clásico.

Imagen	Orden óptimo de correlación fraccional	PCE	Autocorrelación no normalizada
<i>Dinophysis rapa</i>	.72	0.0070	66.2836
<i>Dinophysis hastate</i>	.75	0.0082	95.7843
<i>Ceratium lunula</i>	.75	0.0077	25.6542
<i>Ceratium hexacantum</i>	.80	0.0051	2.6701
<i>Ceratium praelongum</i>	.69	0.0068	21.9847
<i>Hemidiscus cuneiformis</i>	.80	0.0075	14.1493
<i>Thalassionema nitzschioides</i>	.80	0.0082	7.8491
<i>Pyrocystis</i>	.60	0.0064	9.8023
<i>Hemidiscus</i>	.88	0.0110	177.6185

Correlación convencional y fraccional para la imagen IM01 con cada patrón de iluminación

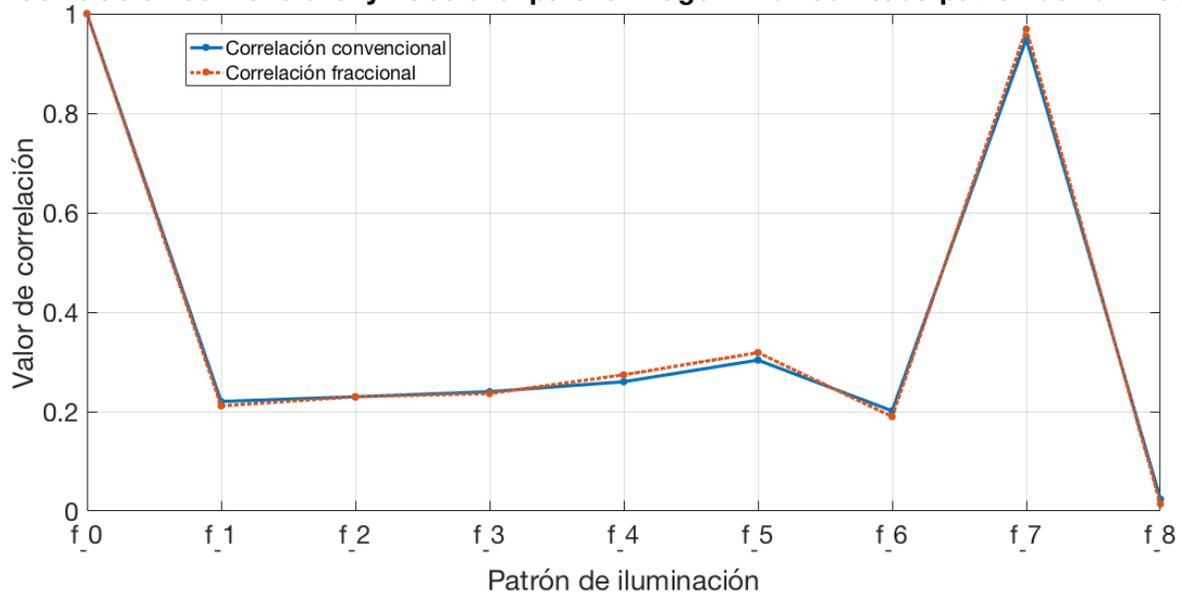


Figura 49. Valor de correlación convencional y fraccional normalizada para la imagen IM01 con cada patrón de iluminación utilizando un filtro clásico.

En la figura 49 se observa que los resultados obtenidos para la correlación convencional y fraccional son muy similares. Los valores de correlación más elevados corresponden a la imagen a reconocer con el patrón f_0 y f_7, esto se debe a que ambos patrones de iluminación conservan la información del centro de la imagen que es justamente donde se encuentra ubicada la especie de fitoplancton, mientras que el resto de los patrones de iluminación hacen que se pierda la información de la imagen. El mismo procedimiento se realizó para el resto de las imágenes mostradas en la figura 48, obteniendo resultados similares a los mostrados en la figura 49.

En un caso real puede existir más de un organismo en la misma imagen, entonces la correlación fraccional logra identificar mejor a dichos organismos debido a que genera picos de correlación más angostos, disminuyendo el traslape de dichos picos de correlación aun cuando los organismos se encuentren muy cercanos entre sí.

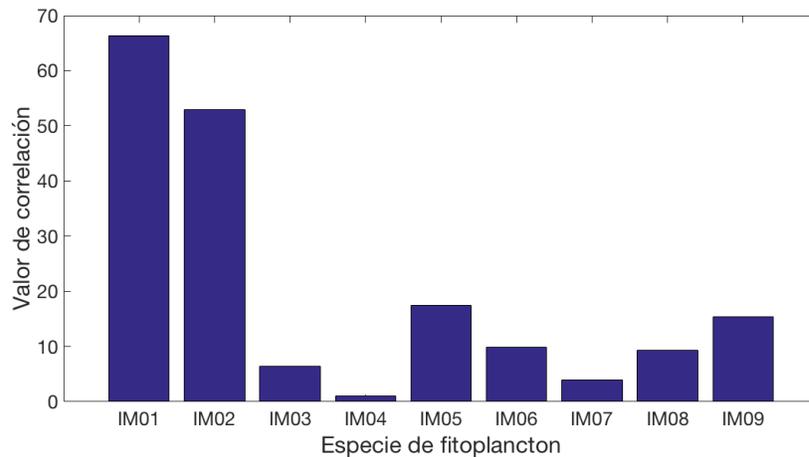
4.2.2 Correlaciones de imágenes reales utilizando un filtro clásico

Para realizar correlaciones de imágenes reales se selecciona una imagen de las mostradas en la figura 48 para utilizarse como filtro y posteriormente se realizan correlaciones con cada una de las imágenes

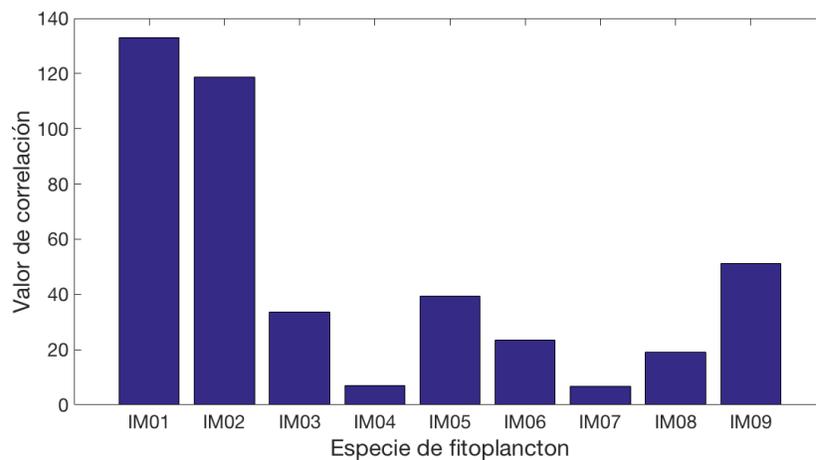
reales. En la figura 50, 52, 53, 54, 55, 56, 57, 58 y 59 se muestran las gráficas de los valores de correlación no normalizada utilizando como filtro a cada imagen real.

Tanto la correlación fraccional como la convencional logran reconocer exitosamente a las imágenes IM01, IM02, IM03, IM05 y IM09 pero la correlación fraccional siempre genera un plano de salida mas limpio y con mayor energía pico de correlación, tal como se muestra en la figura 51.

En las figuras 54 y 68 se muestra que únicamente la correlación fraccional logra reconocer a las imágenes IM04 e IM08 respectivamente; mientras que en la figura 57 se muestra que sólo la correlación convencional logra reconocer a la imagen IM07. Por otro lado, en la figura 56 se muestra que ninguna de las dos metodologías es capaz de reconocer a la imagen IM06.



(a)



(b)

Figura 50. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM01 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .72 (b) Correlación convencional.

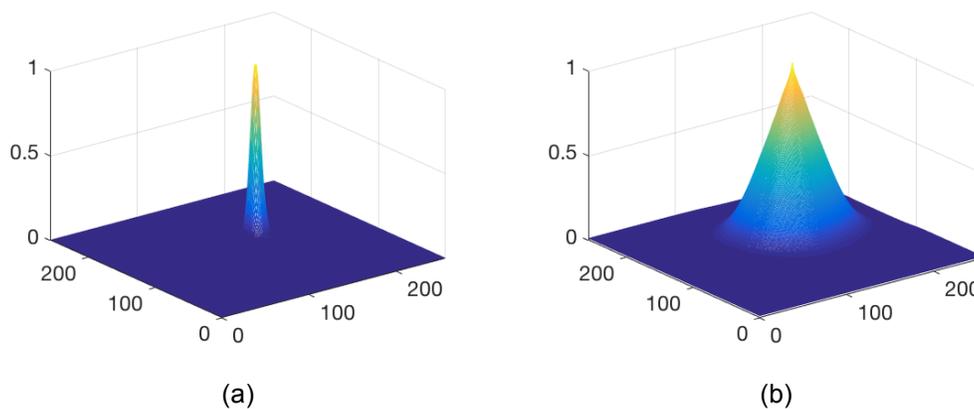
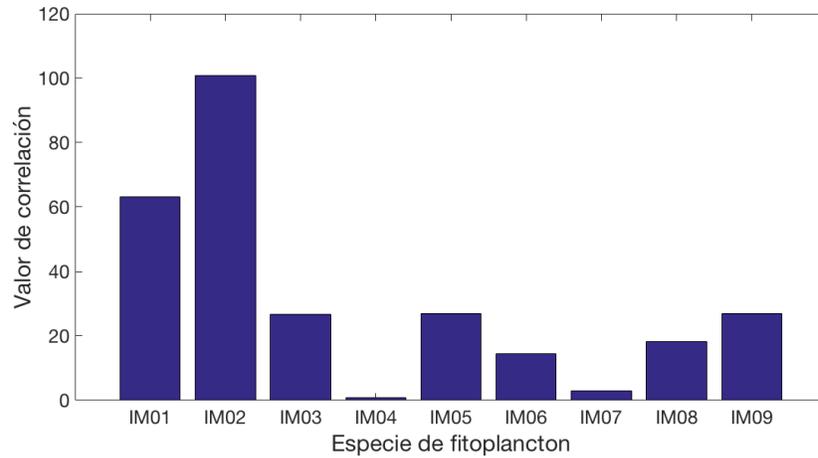
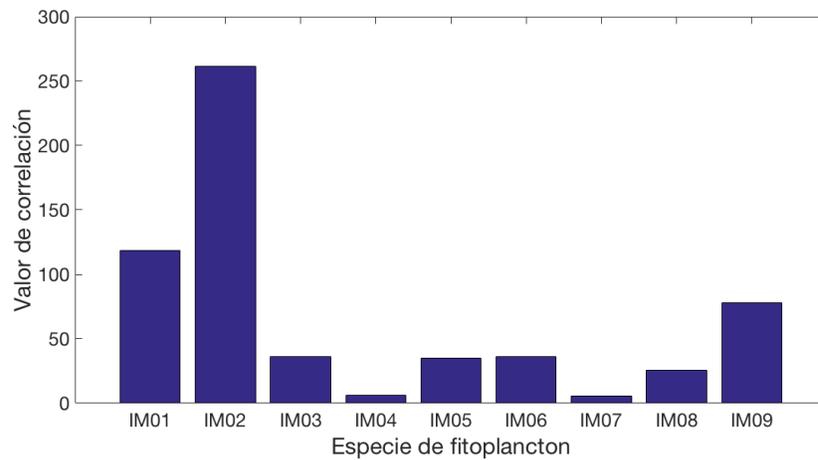


Figura 51. (a) Autocorrelación fraccional normalizada de la imagen IM01. (b) Autocorrelación convencional de la imagen IM01.

La correlación fraccional y convencional identifican exitosamente a la imagen IM01 (Fig. 50), sin embargo, observando los planos de salida (Fig. 51) se observan mejores resultados en la correlación fraccional ya que genera una salida más limpia con mayor energía pico de correlación.



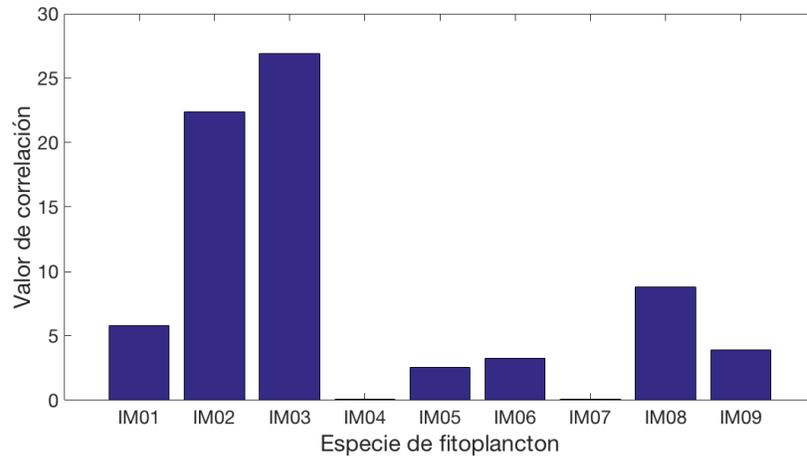
(a)



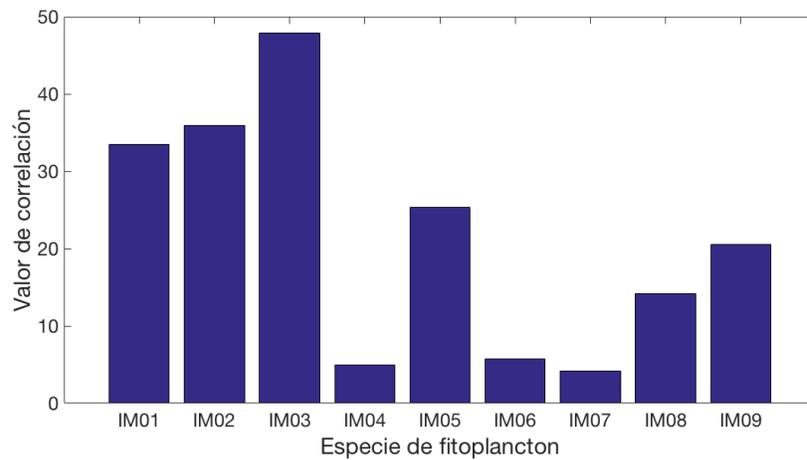
(b)

Figura 52. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM02 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .75 (b) Correlación convencional.

En la figura 52 se muestra que tanto la correlación convencional como la fraccional logran identificar correctamente a la imagen IM02, pero la correlación fraccional siempre genera picos de correlación mas angostos por lo que ésta tiene ventaja sobre la convencional.



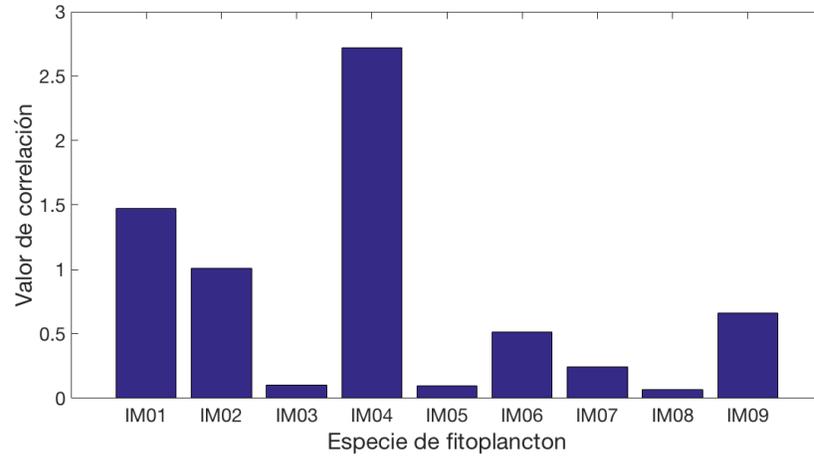
(a)



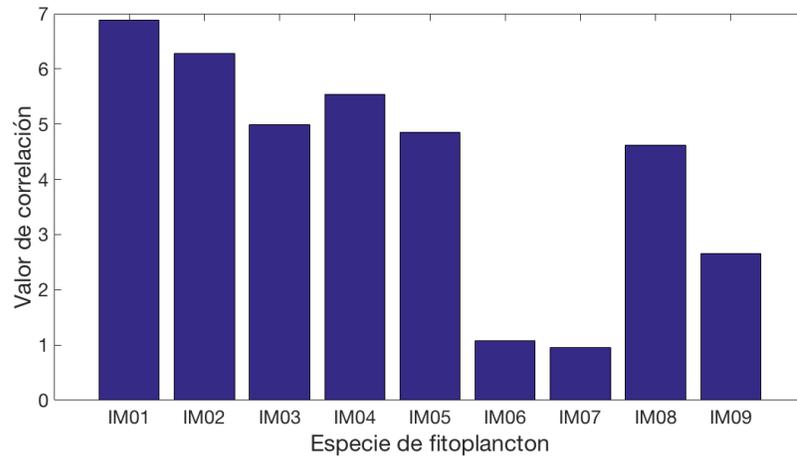
(b)

Figura 53. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM03 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .75 (b) Correlación convencional.

Al igual que en la figura 52, ambas metodologías logran identificar a la imagen IM03, pero la correlación fraccional también tiene ventaja sobre la convencional en el plano de salida (Fig. 53).



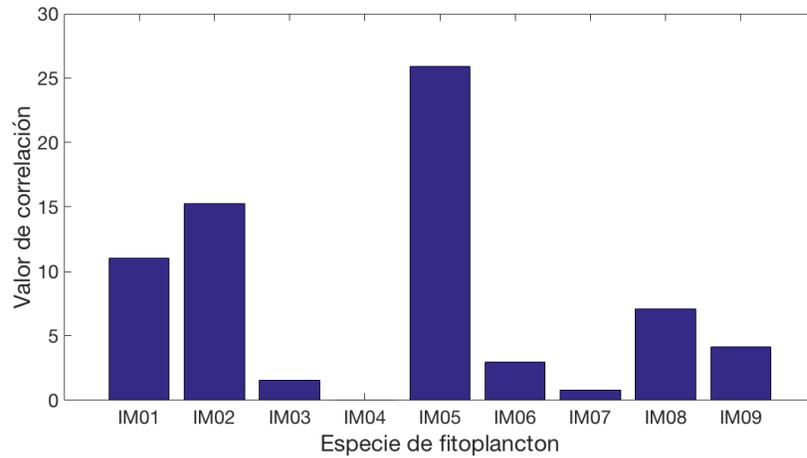
(a)



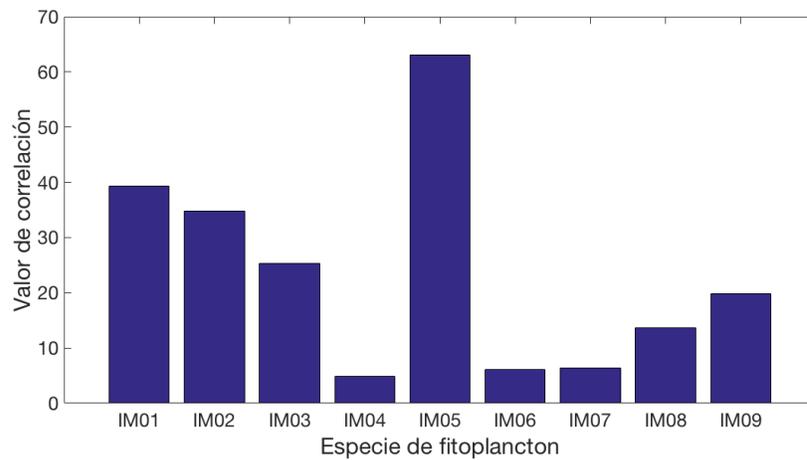
(b)

Figura 54. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM04 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .80 (b) Correlación convencional.

En este caso únicamente la correlación fraccional identifica a la imagen IM04 ya que la correlación convencional identifica de manera errónea a la imagen IM01 (Fig. 54).



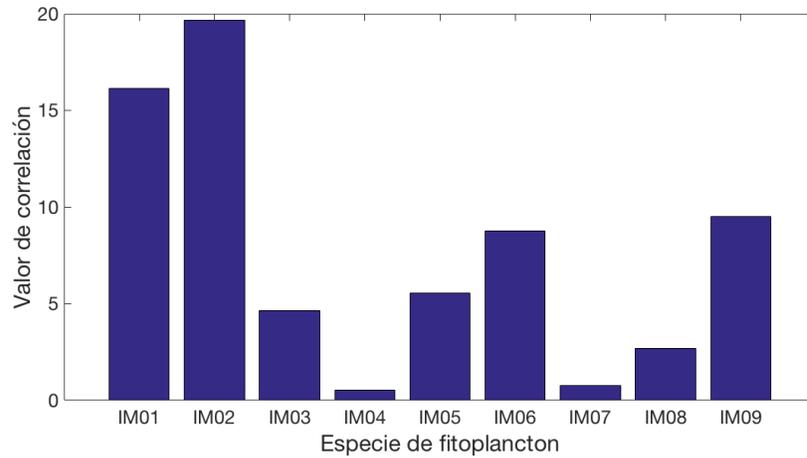
(a)



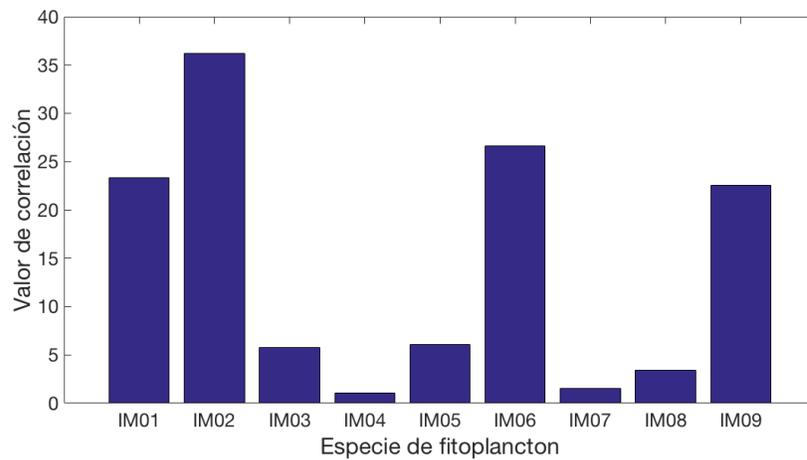
(a)

Figura 55. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM05 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .69 (b) Correlación convencional.

En la figura 55 se muestra que ambas correlaciones identifican a la imagen IM05 pero debido a que la correlación fraccional genera un mejor plano de salida se puede decir que dicha correlación presenta ventajas sobre la convencional.



(a)



(b)

Figura 56. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM06 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .80 (b) Correlación convencional.

En la figura 56 se puede ver que la correlación fraccional y convencional no reconocen a la imagen IM06 e identifican equivocadamente a la imagen IM02, es decir, ninguna de las dos metodologías fue efectiva para este caso. Esto se debe a que la imagen IM06 contiene muy poca información, ya que la intensidad de los píxeles de dicha imagen es muy baja.

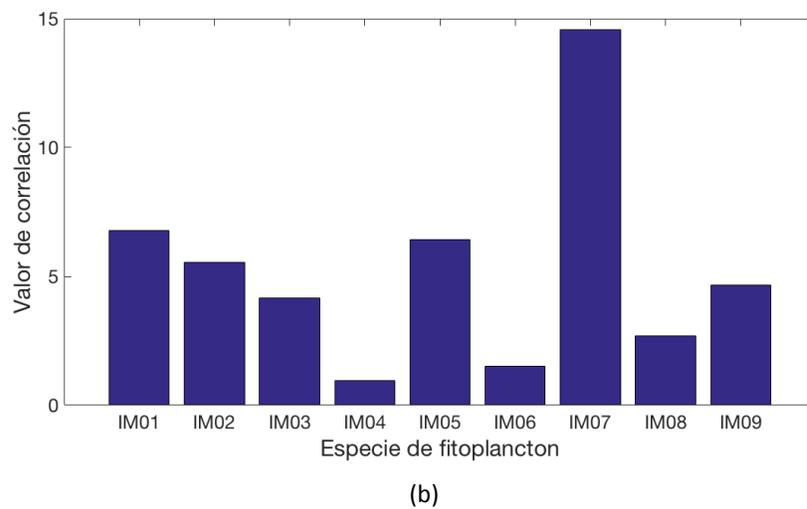
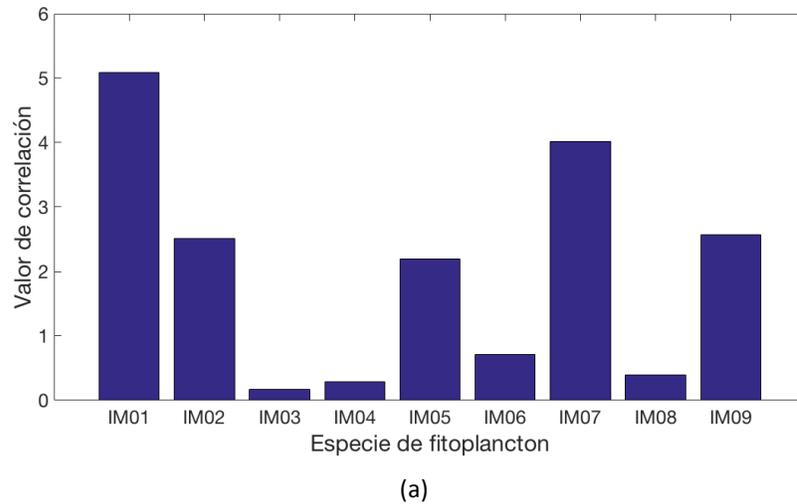
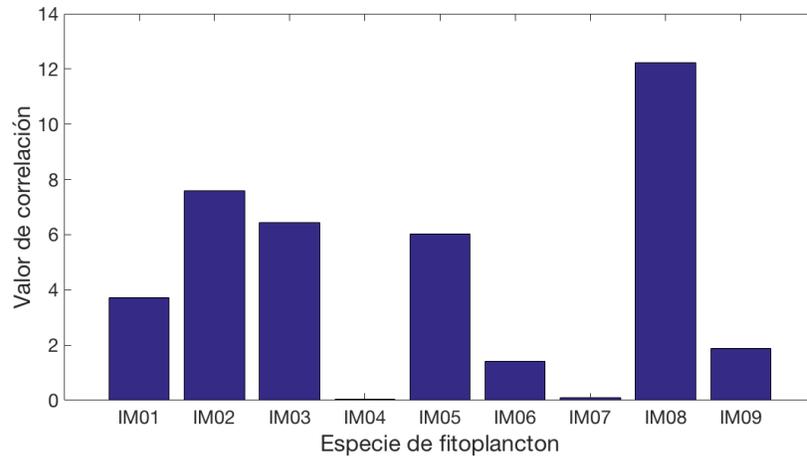


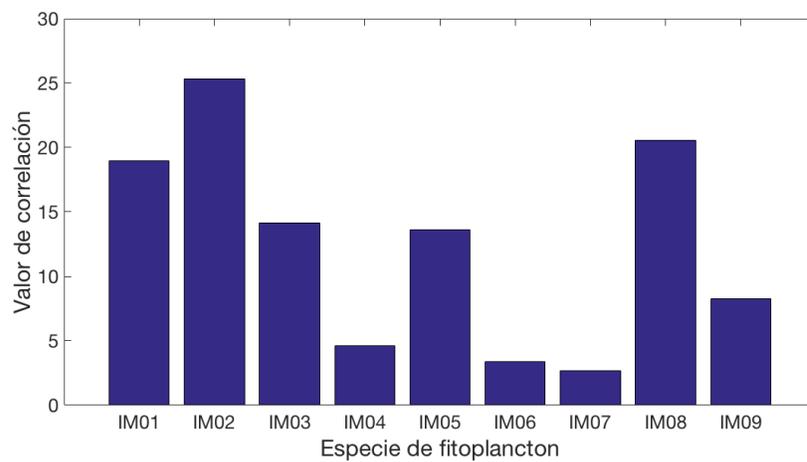
Figura 57. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM07 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .80 (b) Correlación convencional.

La correlación fraccional identifica incorrectamente a la imagen IM01, por otro lado, la correlación convencional logra identificar correctamente a la imagen IM07 (Fig. 57).

En las figuras 56 y 57 se muestra que la correlación fraccional no logra reconocer con éxito a la imágenes IM06 y IM07 respectivamente. Esto se debe a que la imagen IM06 contiene muy poca información, ya que la intensidad de los píxeles de dicha imagen es muy baja.



(a)



(b)

Figura 58. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM08 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .60 (b) Correlación convencional.

En este caso es la correlación fraccional la que logra identificar exitosamente a la imagen IM08 ya que la correlación fraccional identifica a la imagen IM02 (Fig. 58).

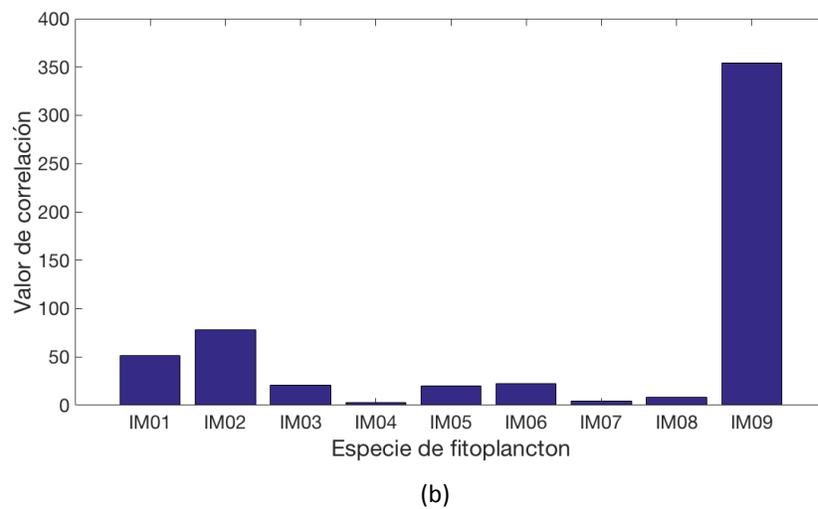
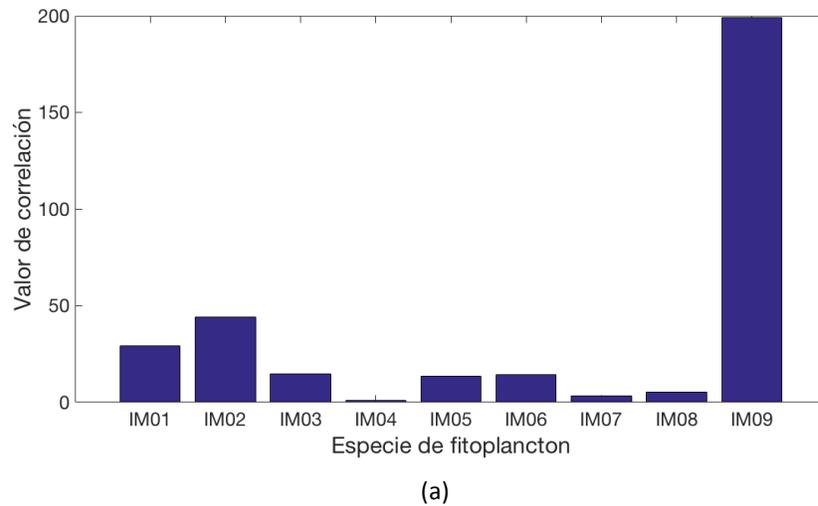


Figura 59. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM09 con cada imagen del espacio muestral de imágenes reales, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.

En la figura 59 ambas metodologías logran identificar correctamente a la imagen IM09, por otro lado, la ventaja de la correlación fraccional es el generar un plano de salida con menos ruido y con un pico de correlación mejor definido, similar al que se muestra en la figura 51.

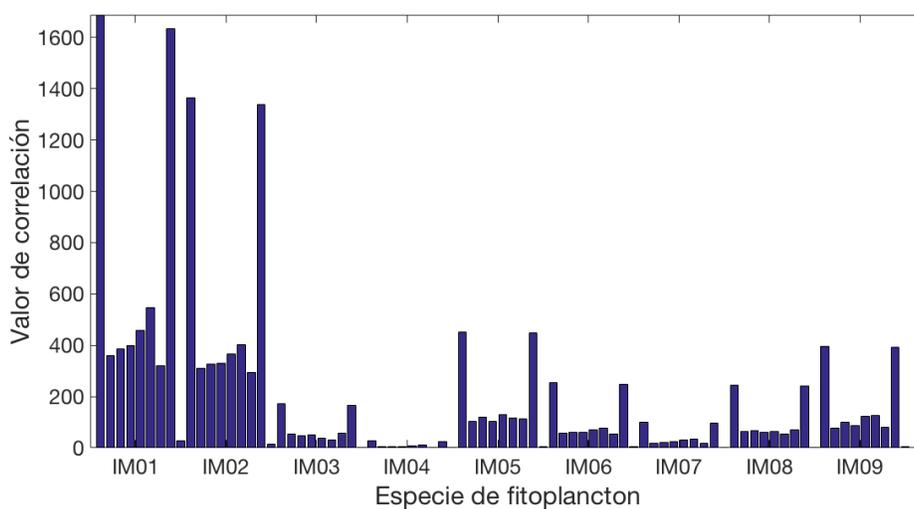
4.3 Resultados obtenidos utilizando filtros compuestos

4.3.1 Filtros compuestos utilizando imágenes de fitoplancton con iluminación no homogénea

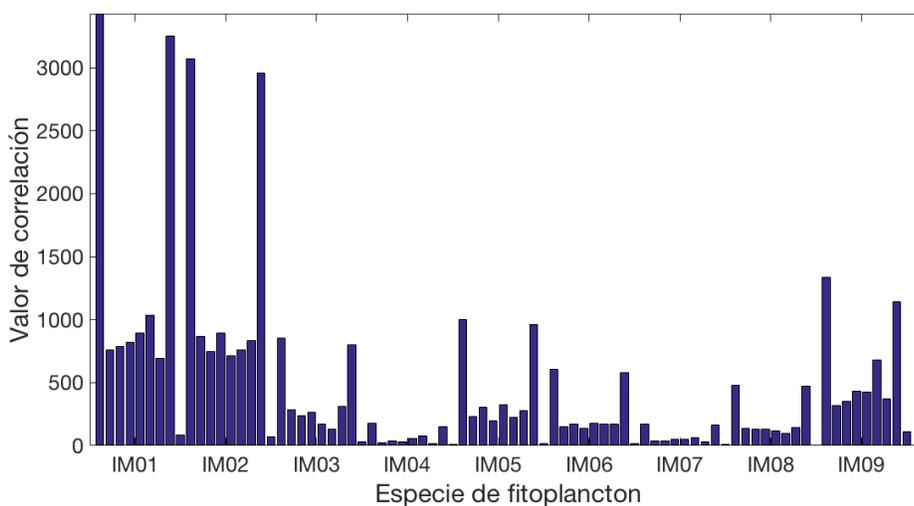
Se diseñaron filtros compuestos tal como se muestra en la figura 11, donde cada imagen de entrenamiento corresponde a una misma imagen real con cada uno de los patrones de iluminación no

homogénea mostrados en la figura 3, incluyendo el patrón f_0 descrito en la sección 4.2.1. Posteriormente se realizaron correlaciones con todas las imágenes reales con cada uno de los patrones de iluminación.

Desafortunadamente ninguna de las dos metodologías fue capaz de reconocer a las imágenes de manera exitosa. En la figura 60 se utiliza un filtro compuesto diseñado a partir de la imagen IM01 y se observa que no logra reconocer a todas las imágenes con la etiqueta "IM01" debido a que se encuentran valores de correlación más elevados para otras imágenes. Lo mismo ocurre en la figura 61 donde el filtro compuesto es diseñado a partir de la imagen IM4.

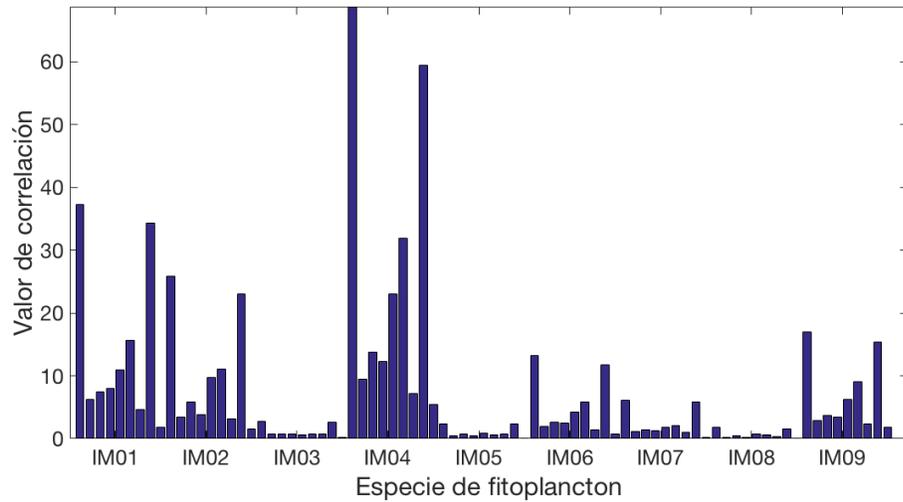


(a)

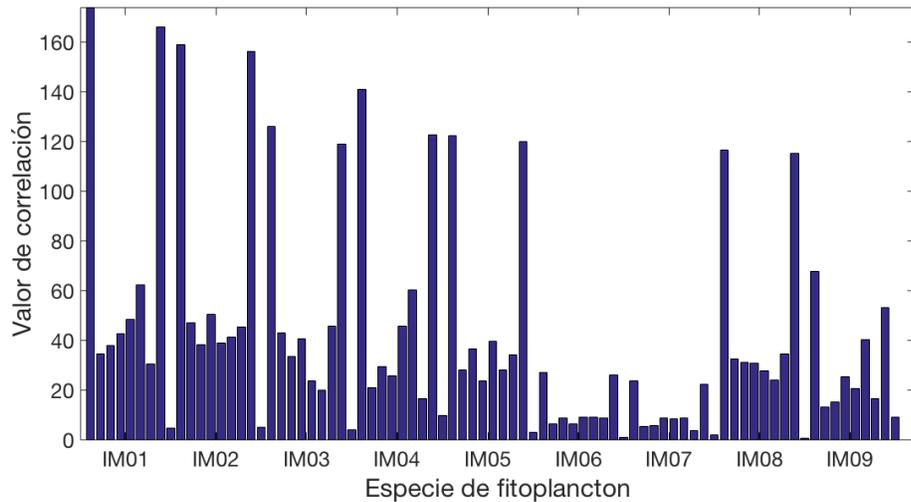


(b)

Figura 60. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM01 con cada uno de los patrones de iluminación no homogénea, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .72 (b) Correlación convencional.



(a)



(b)

Figura 61. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para la imagen IM04 con cada uno de los patrones de iluminación no homogénea, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .72 (b) Correlación convencional.

Lo anterior se realizó con cada una de las imágenes reales y en ningún caso se logró reconocer a la imagen correctamente obteniendo resultados similares a los mostrados en las figuras 60 y 61. Esto se debe a que los patrones de iluminación afectan significativamente el centro de la imagen a reconocer, perdiendo la información de la imagen original. Se obtuvieron valores de correlación más elevados aun cuando la imagen a reconocer era incorrecta.

4.3.2 Filtros compuestos utilizando diferentes imágenes de la misma especie de fitoplancton

Para diseñar los filtros compuestos en esta sección, se seleccionaron las imágenes mostradas en la figura 62, debido a que cada imagen de cada especie presenta diferencias muy notorias, tales como rotación, desplazamiento, escalamiento e inclusive distintas distorsiones naturales de la imagen.

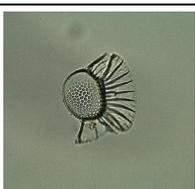
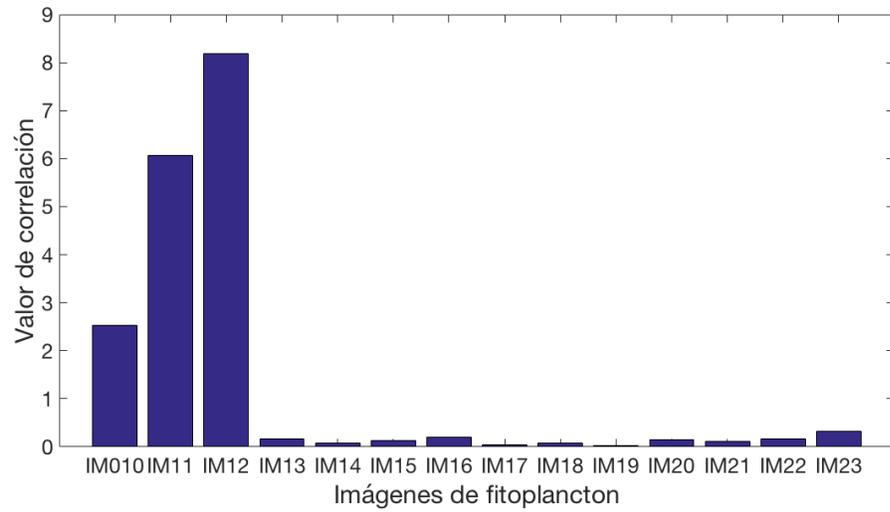
Especie de fitoplancton	Imagen de entrenamiento 1	Imagen de entrenamiento 2	Imagen de entrenamiento 3	Imagen de entrenamiento 4
<i>Hemidiscus</i>	 IM10	 IM11	 IM12	
<i>Diplopsalopsis</i>	 IM13	 IM14	 IM15	 IM16
<i>Amphisolenia bidentata</i>	 IM17	 IM18	 IM19	
<i>Ornithocercus magnificus</i>	 IM20	 IM21		
<i>Podolampas bipes</i>	 IM22	 IM23		

Figura 62. Espacio muestral de imágenes reales para el filtro compuesto utilizando diferentes imágenes de la misma especie de fitoplancton.

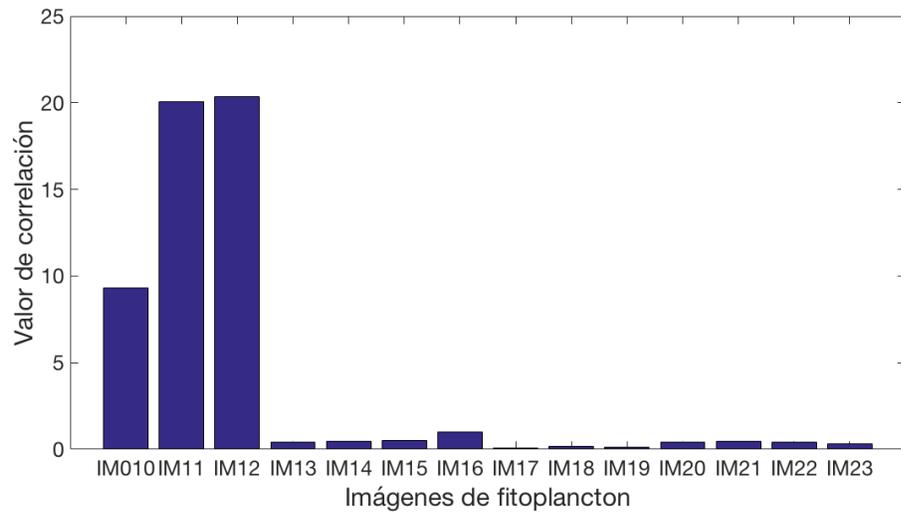
Se diseñaron filtros compuestos donde cada imagen de entrenamiento corresponde a las imágenes de una misma especie mostradas en la figura 62. Después se realizaron correlaciones fraccionales y convencionales con todas las imágenes de la figura 62 con la finalidad de determinar si es posible reconocer a las imágenes contenidas en cada filtro compuesto.

En la figura 63 se puede observar que ambas metodologías reconocen exitosamente a las imágenes contenidas en el filtro compuesto. En la figura 64 ninguna de las dos metodologías resulta efectiva. En las figuras 65 y 66 sólo la correlación convencional logra reconocer a las imágenes correspondientes, sin embargo, en la figura 67 es la correlación fraccional la que logra reconocer correctamente a las imágenes a diferencia de la correlación convencional.

La ineficiencia de ambas metodologías se debe a que estas imágenes presentan distorsiones naturales, ruido, o se encuentran desenfocadas. Aunado a esto, la correlación fraccional no es invariante a la posición del objeto a reconocer en la imagen, a diferencia de la correlación convencional, lo cual representa una clara desventaja para la correlación fraccional.

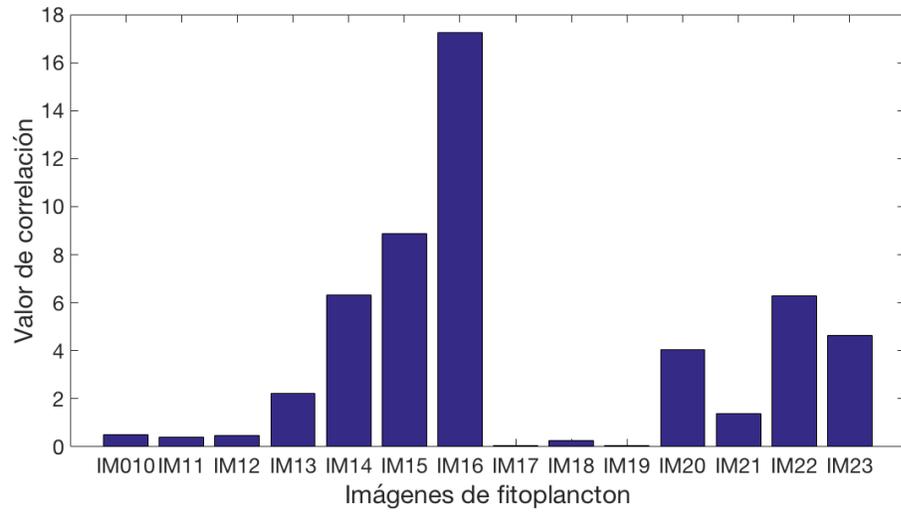


(a)

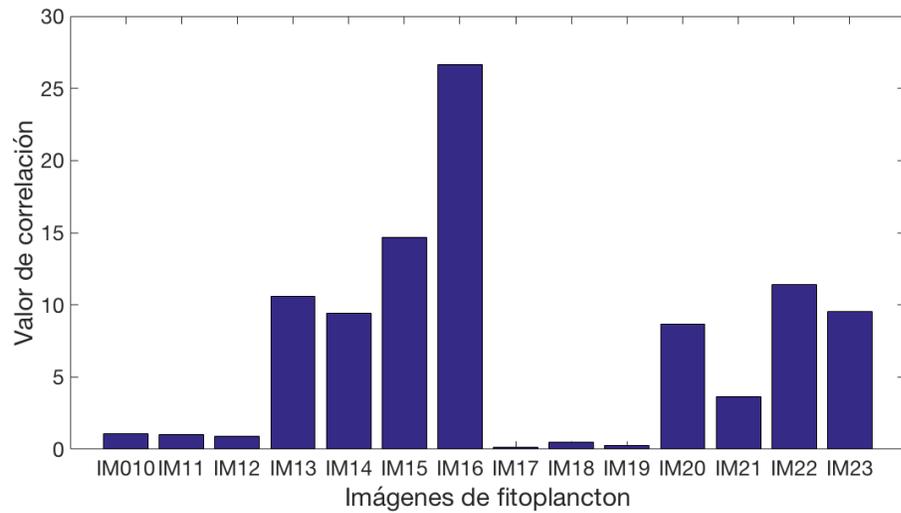


(b)

Figura 63. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM10, IM11, IM12, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .88 (b) Correlación convencional.

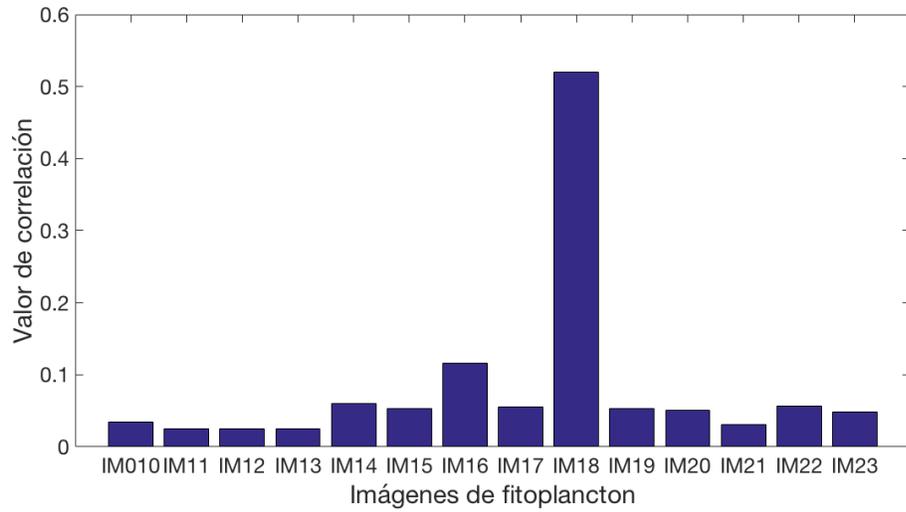


(a)

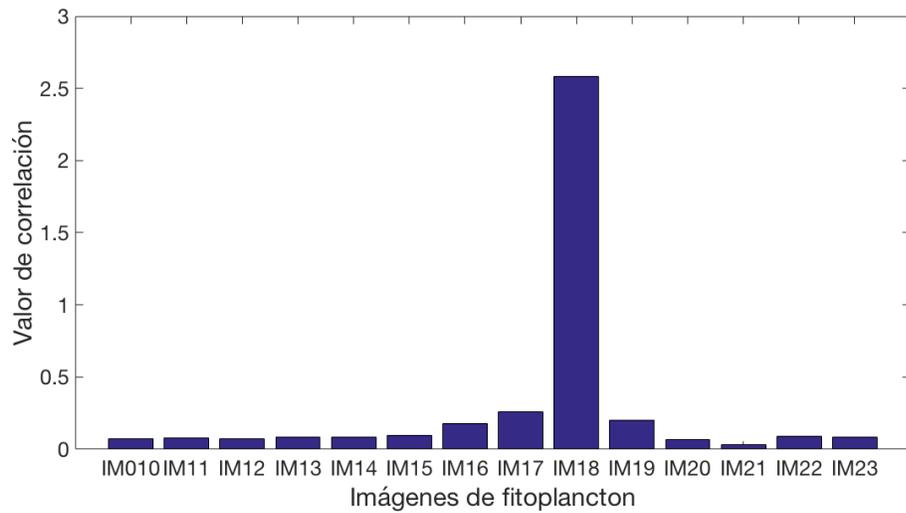


(b)

Figura 64. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM13, IM14, IM15, IM16, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .74 (b) Correlación convencional.

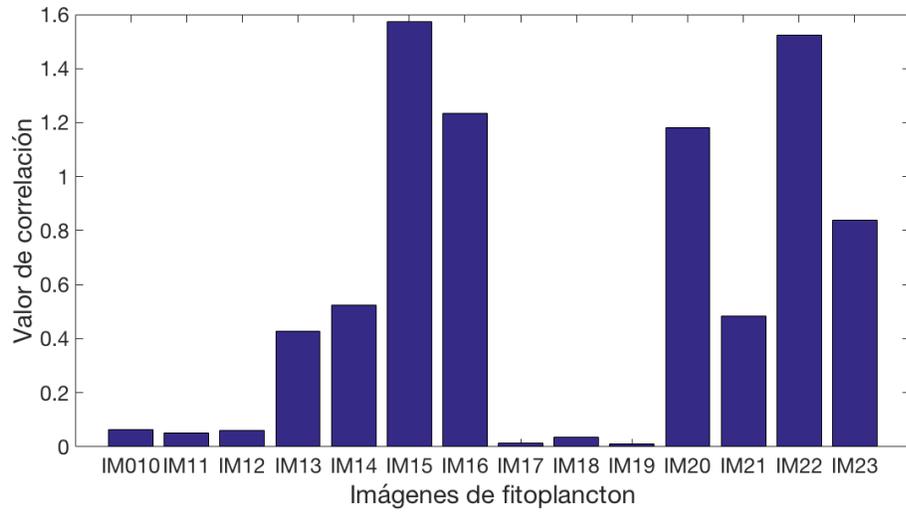


(a)

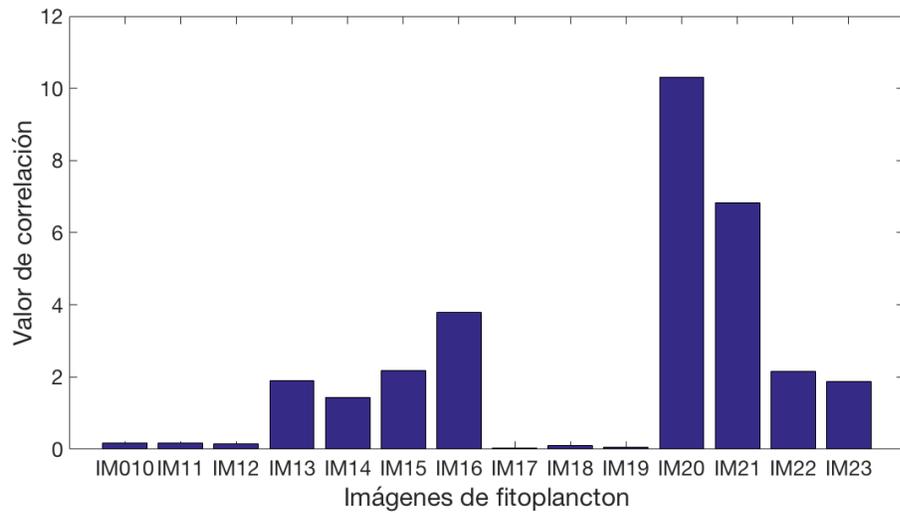


(b)

Figura 65. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM17, IM18, IM19, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .90 (b) Correlación convencional.

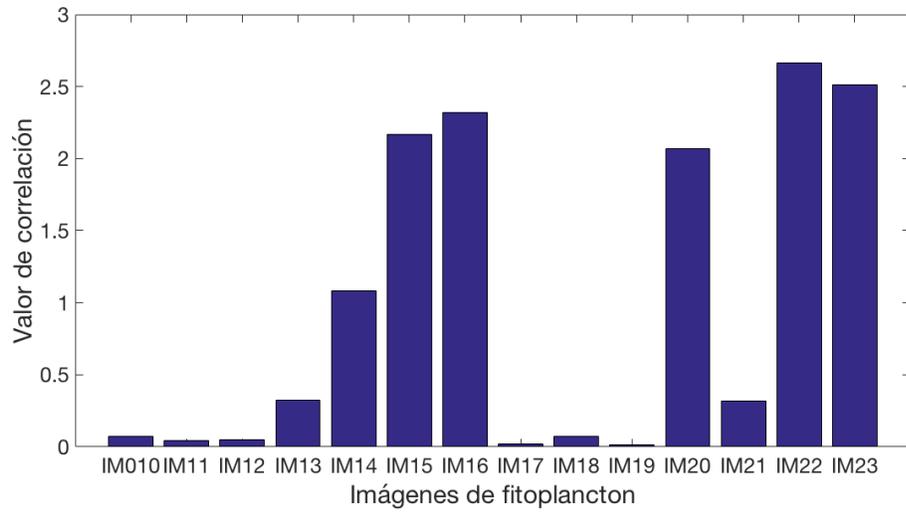


(a)

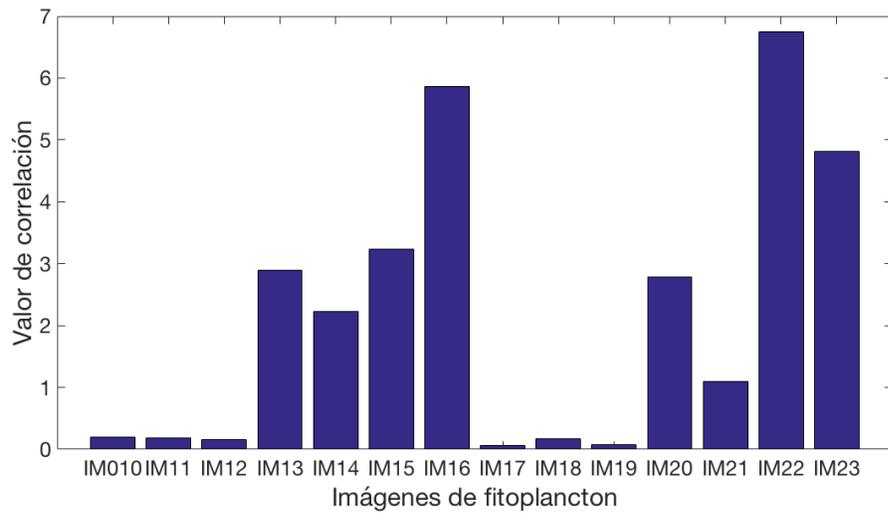


(b)

Figura 66. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM20, IM21, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .75 (b) Correlación convencional.



(a)



(b)

Figura 67. Valor de correlación convencional y fraccional no normalizada para un filtro compuesto por las imágenes de entrenamiento IM22, IM23, utilizando un filtro clásico. (a) Correlación fraccional de orden .76 (b) Correlación convencional.

4.4 Resultados obtenidos utilizando la correlación fraccional invariante a posición

Para realizar la correlación fraccional invariante a posición inicialmente se calcula el orden óptimo para cada imagen como se describe en la sección 3.4 con la diferencia que ahora la autocorrelación se llevará a cabo como se muestra en la figura 12.

En la tabla 6 se muestra el orden óptimo, el PCE y el valor de autocorrelación no normalizada para cada una de las imágenes binarias utilizadas anteriormente.

Tabla 6. Valor de autocorrelación y PCE para autocorrelación fraccional invariante a posición, en el orden óptimo de cada imagen del espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.

Filtro	Orden óptimo	PCE	Autocorrelación no normalizada
IM_E	.18	0.0133	513.6833
IM_B	.18	0.0164	1071.7115
IM_P	.18	0.0157	708.1631
IM_F	.18	0.0138	345.0987
IM_H	.18	0.0129	427.9410
IM_O	.18	0.0163	1133.1071
IM_Q	.18	0.0171	1528.7299

En la figura 68 se muestra la correlación fraccional invariante a posición para la imagen IM_E, donde la imagen a reconocer es la misma imagen ubicada en otra posición. Se puede observar que aunque la imagen a reconocer se encuentre en otra posición es posible identificarla exitosamente ya que el valor de autocorrelación normalizada es igual a 1.

En la tabla 7 se muestra el valor de correlación normalizado, para la correlación fraccional invariante a posición utilizando todas las imágenes binarias y se puede observar que reconoce exitosamente a cada una de las imágenes, ya que únicamente se encuentra el valor de 1 en la diagonal de la tabla.

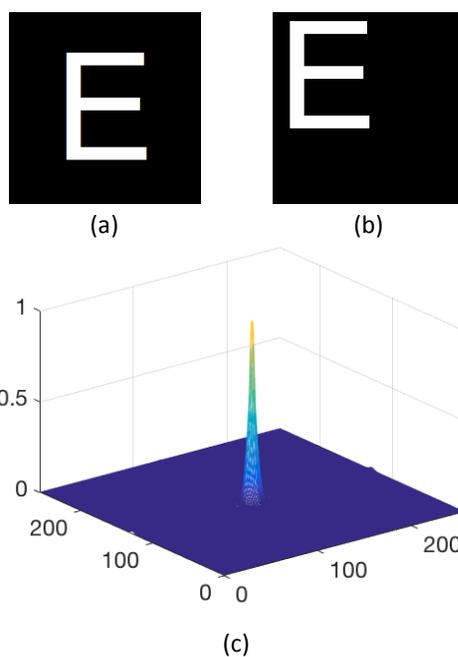


Figura 68. (a) Imagen filtro: IM_E. (b) Imagen a resolver: IM_E desplazada. (c) Autocorrelación fraccional normalizada invariante a posición para la imagen IM_E.

Tabla 7. Valor de correlación fraccional normalizado invariante a posición para el espacio muestral de imágenes binarias utilizando un filtro clásico.

		Imagen filtro						
		E	B	P	F	H	O	Q
Imagen a reconocer	E	1	0.6046	0.7860	0.7706	0.8872	0.6089	0.5198
	B	0.3254	1	0.6932	0.0493	0.1332	0.9988	0.8468
	P	0.7191	0.7651	1	0.4289	0.5729	0.7631	0.6496
	F	0.8120	0.4901	0.6380	1	0.9042	0.4926	0.4211
	H	0.9015	0.5429	0.7072	0.8890	1	0.5439	0.4662
	O	0.2697	0.9821	0.6699	0.1110	0.0765	1	0.8500
	Q	0.0392	0.7976	0.4276	0.4898	0.2762	0.8175	1

Capítulo 5. Conclusiones

La correlación fraccional logra identificar al 100% de las imágenes binarias garantizando una mayor energía pico de correlación, es decir, un pico de correlación mejor definido donde tenemos una menor cantidad de ruido en el plano de salida comparado con la correlación convencional. Utilizando un filtro clásico, se logró asociar a cada imagen filtro con un orden de la transformada fraccional de Fourier para el cual se obtiene un mayor PCE en la correlación fraccional, sin embargo, para realizar la correlación fraccional es necesario determinar el orden óptimo de cada imagen filtro, por lo que este procedimiento tiene un tiempo de cómputo más elevado.

Realizando la autocorrelación fraccional para imágenes binarias y reales se obtuvo una salida más limpia (con un valor de PCE más elevado) en comparación con la autocorrelación convencional, lo que indica que puede usarse para reducir la cantidad de ruido y la presencia de picos secundarios que puedan ser confundidos con picos de correlación positivos.

Con respecto a imágenes inmersas en ruido gaussiano e impulsivo la correlación fraccional supera los resultados obtenidos usando la correlación convencional, ya que genera un pico de correlación bien definido en el plano de salida y, en algunos casos, aumenta el valor de correlación aun cuando la cantidad de ruido sea elevada. Por otro lado, los resultados obtenidos para el coeficiente de discriminación fueron muy similares tanto para la correlación fraccional como para la convencional, por lo que en ese sentido, el uso de la correlación fraccional no genera ventajas sobre la correlación convencional.

En la correlación fraccional de imágenes reales con iluminación no homogénea se obtuvieron resultados muy similares comparados con los calculados usando la correlación convencional, por lo que la correlación fraccional mejora los resultados de la correlación convencional únicamente proporcionando picos de correlación más definidos con planos de salida más limpios.

Utilizando la correlación fraccional fue posible identificar a cada una de las imágenes contenidas en el espacio muestral de imágenes binarias. Por otro lado, la correlación fraccional logró identificar al 77.77% de las imágenes reales mientras que la correlación convencional sólo reconoció al 66.66% de las mismas imágenes.

Se construyeron dos tipos de filtros compuestos, los primeros contenían la información de una imagen inmersa en distintos patrones de iluminación no homogénea, y los segundos contenían la información de distintas imágenes de la misma especie de fitoplancton. Desafortunadamente los primeros no tuvieron éxito y resultó imposible identificar a las imágenes tanto con la correlación fraccional como con la convencional, por otro lado, el segundo tipo de filtros compuestos fue efectivo en dos de los cinco casos utilizando la correlación fraccional a diferencia de la correlación convencional que fue efectiva en tres de los cinco casos. Esto se atribuye a que la correlación fraccional no es invariante a la posición del objeto en la imagen a diferencia de la correlación convencional.

Una de las principales desventajas de la correlación fraccional es la dependencia de la posición de la imagen a reconocer, a diferencia de la correlación convencional que es invariante a la posición, pero se diseñó una metodología con la cual fue posible reconocer a cada una de las imágenes binarias sin importar su posición, generando picos de correlación bien definidos y se probó su efectividad logrando reconocer al 100% de las imágenes binarias.

En este trabajo se probó que la transformada fraccional de Fourier puede ser utilizada para el reconocimiento de objetos en imágenes digitales utilizando un filtro clásico. Al realizar correlaciones fraccionales en el orden óptimo para cada imagen filtro se logra reducir la cantidad de ruido en el plano de correlación aun cuando la imagen a reconocer se encuentre inmersa en ruido aditivo o impulsivo.

La correlación fraccional mostrada en este trabajo no es invariante a escalamiento ni rotación, lo cual deja abierta la puerta a nuevas ideas y propuestas en la investigación de la transformada fraccional para el reconocimiento de objetos.

Literatura citada

- Gonzalez, R. C., Woods, R. E. (1992). *Digital Image Processing*. Addison-Wesley.
- Horner, J., Gianino, P. (1984). Phase-only matched filtering. *Applied Optics*, 23, 812-816.
- Javidi, B., Wang, W., Zhang, G. (1997). Composite Fourier-planes nonlinear filter for distortion-invariant pattern recognition. *Optical Engineering*, 36 (10), 2690-2696
- Javidi, B. (2002). *Image recognition and classification algorithms, systems, and applications*. New York, NY, Marcel Dekker.
- Kumar, V., Hassebrook, L. (1990). Performance measures for correlation filters. *Applied Optics* 29, 2997-3006.
- Mendlovic D., & Ozaktas, H. M. (1993). Fractional Fourier transform and their optical implementation: I. *JOSA A*, 10(9), 1875-1881.
- Mendlovic, D., Ozaktas, H., Lohmann, A. (1995). Fractional correlation. *Applied Optics*, 34, 303-309.
- Namias, V. (1980). The fractional order Fourier transform and its application in quantum mechanics. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 25(3), 241-265.
- Ozaktas, H. M., Kutay, M. A., & Mendlovic, D. (1999). Introduction to the fractional Fourier transform and its applications, *Advances in imaging and electron physics*, 106, 239-291.
- Pellat-Finet, P. (1994). Fresnel diffraction and the fractional-order Fourier transform. *Optics Letters*. 19(18), 1388-1390.
- Solis Ventura, A. (2015). Metodología basada en la transformada de escala y técnicas de correlación no lineal con invariancia a distorsiones geométricas e iluminación. Tesis de doctorado en ciencias con especialidad en óptica. CICESE. México.
- Torrez, C. O., Torres, Y., Pellat-Finet, P. (1998). Óptica fraccional de Fourier, Grupo de Óptica y tratamiento de señales, Universidad industrial de Santander. España.
- Vander Lugt, A. (1964). Signal detection by complex spatial filtering, *IEEE Transactions on Information Theory*, 10(2), 139-145.