

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Óptica con orientación en Óptica Física**

Correlación de imágenes vía transformada de Hermite

Tesis
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

José Alfredo Castro Valdez

Ensenada, Baja California, México
2017

Tesis defendida por
José Alfredo Castro Valdez

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Josué Álvarez Borrego
Director de tesis

Dra. Rosa Reyna Mouriño Pérez

Dr. David Salazar Miranda

Dra. Selene Solorza Calderón

Dra. Diana Tentori Santa Cruz



Dr. Pedro Negrete Regagnon
Coordinador del Posgrado en ÓPTICA

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

José Alfredo Castro Valdez © 2017

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis.

Resumen de la tesis que presenta **José Alfredo Castro Valdez** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Óptica con orientación en Óptica Física.

Correlación de imágenes vía transformada de Hermite

Resumen aprobado por:

Dr. Josué Álvarez Borrego
Director de tesis

El estudio de las correlaciones entre imágenes ha generado múltiples filtros de correlación y diferentes metodologías para solucionar los problemas de identificación de imágenes. En este proyecto de tesis los objetivos están enfocados en desarrollar una metodología basada en el uso de la transformada de Hermite para representar las imágenes que se desean comparar. Este procedimiento permite distinguir mejor entre diferentes imágenes aún cuando éstas presentan algunos tipos de ruido, patrones de iluminación no homogénea y distorsiones naturales. Esta metodología fue probada con un imágenes de dos diferentes tamaños (256×256 y 320×320 pixeles) donde las imágenes de menor tamaño eran letras del abecedario tipo Arial, mientras que las de tamaño más grande eran imágenes reales de diferentes especies de fitoplancton. Las imágenes de fitoplancton se dividieron en dos grupos. El primer grupo estuvo compuesto de 30 especies, la iluminación de las imágenes era homogénea y no se agregó ruido. Un segundo grupo estaba constituido por imágenes con ruido de fondo, iluminación no homogénea y distorsiones reales. A todas las imágenes se les aplicó la transformada de Hermite, se seleccionó el orden $L_{1,1}$. Se tomó esta nueva representación de la imagen y se procedió a hacer las correlaciones con diferentes filtros encontrándose que la energía pico de correlación fue mayor cuando se utilizó previamente la transformada de Hermite y así se distinguieron todas las letras y especies de fitoplancton de las imágenes de prueba. Se fabricaron filtros compuestos para los dos grupos de imágenes de fitoplancton y se encontró que con la metodología donde se usa la transformada de Hermite todos los filtros compuestos fabricados fueron capaces de distinguir las especies deseadas, mientras que la metodología convencional falló en ambos grupos con el filtro clásico compuesto.

Palabras clave: Transformada de Hermite, correlación no lineal, filtro compuesto no lineal.

Abstract of the thesis presented by **José Alfredo Castro Valdez** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Master in Sciences in Optics with orientation in Physics Optics.

Image correlation with Hermite transform

Abstract approved by:

PhD. Josué Álvarez Borrego
Thesis Director

The study of correlation in images has generated multiple correlation filters and different methodologies to solve problems in image identification. In this project the objectives are focused on developing a methodology with the Hermite transform in the images to be correlated to better distinguish between different images. Even though they present some types of noise, patterns of nonhomogeneous illumination and natural distortions. This methodology was tested with images of two different sizes (256×256 and 320×320 pixels), where the smaller images were Arial alphabet letters and the larger ones were real images of different phytoplankton species. The phytoplankton species were divided into two groups. The first group was composed of 30 species, these images had neither homogeneous illumination nor aggregate noise. A second group consisted of images with background noise, non-homogeneous illumination and real distortions. The Hermite transform, with the order $L_{1,1}$ was applied to all the images. Having selected this new representation of the image, we proceeded to perform the correlations with different filters, finding that PCE was greater when the Hermite method was used previously. Using this methodology all the phytoplankton letters and species of the test images were distinguished. Composite filters were manufactured for the two groups of phytoplankton images and it was found that with the Hermite methodology all the composite filters manufactured were able to pick out the desired species, meanwhile, conventional methodology failed in both groups with the classical composite filter.

Keywords: Hermite transform, nonlinear correlation, nonlinear composite filter

Dedicatoria

A mis padres, esposa e hija.
Quienes siempre me han apoyado en estos años.

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, CICESE. Por brindarme sus instalaciones y poder tener un lugar cómodo para realizar mis estudios durante los periodos de clases y de tesis.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, CONACyT. Por su apoyo económico para mi estudio de maestría a través de la beca número 591816.

Al Dr. Josué Álvarez Borrego, director de tesis, por sus consejos, paciencia y orientación en esta etapa de maestría, quien me guió por el camino adecuado y poder así concluir a tiempo este trabajo.

A los miembros del comité de tesis, Dra. Rosa Reyna Mouriño Pérez, Dr. David Salazar Miranda, Dra. Selene Solorza Calderón y Dra. Diana Tentori Santa Cruz. Por sus consejos y apoyo en los avances y revisión de tesis.

A mi esposa Susana y mi hija Samira por su valioso apoyo en los momentos de tensión y el sacrificio de momentos familiares que no tuvimos.

A mis padres Oscar y Cristina por su apoyo durante el tiempo que tengo estudiando, quienes supieron enseñarme que debo perseguir mis metas.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatoria.....	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	viii
Lista de tablas.....	xii
Capítulo 1. Introducción	
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Justificación.....	2
1.3 Hipótesis.....	2
1.4 Objetivos.....	2
1.4.1 Objetivo general.....	2
1.4.2 Objetivos específicos.....	3
Capítulo 2. Metodología	
2.1 Transformada de Fourier.....	4
2.1.1 Transformada de Fourier en 1D.....	4
2.1.2 Transformada de Fourier en 2D.....	5
2.2 Transformada de Hermite.....	5
2.2.1 Transformada de Hermite en 1D.....	5
2.2.2 Transformada de Hermite en 2D.....	6
2.3 Métricas de desempeño.....	9
2.3.1 Capacidad de discriminación (DC).....	9
2.3.2 Energía pico de correlación (PCE).....	10
2.4 Tipos de ruido e iluminación no homogénea.....	10
2.4.1 Ruido gaussiano.....	11
2.4.2 Ruido impulsivo.....	11
2.4.3 Patrones de iluminación.....	12
2.5 Filtros de correlación.....	13
2.5.1 Filtro clásico (Vander-Lugt, 1964).....	13

2.5.2 Filtro sólo de fase (Horner & Gianino, 1984).....	13
2.5.3 Filtro no lineal ley k (Kumar & Hasebrook, 1990).....	14
2.5.4 Filtro compuesto	14
2.6 Correlación.....	15
2.6.1 Correlación entre funciones.....	15
2.6.2 Correlación no lineal.....	16
2.7 Órdenes de la transformada de Hermite e imágenes utilizadas.....	16
2.8 Correlación entre imágenes y normalización del plano de correlación.....	17
2.9 Cálculo del coeficiente de discriminación.....	20
2.10 Pico de correlación en imágenes con patrones de iluminación no homogéneo.....	21
2.11 Fabricación de filtros compuestos.....	23
Capítulo 3. Resultados y discusiones	
3.1 Autocorrelaciones entre letras y orden óptimo de la transformada de Hermite.....	27
3.2 Correlación cruzada entre letras.....	31
3.3 Coeficiente de discriminación y tipos de ruido.....	34
3.3.1 Ruido gaussiano.....	36
3.3.2 Ruido impulsivo (sal y pimienta).....	38
3.4 Correlación entre especies de fitoplancton con tratamiento previo.....	39
3.4.1 Especies de fitoplancton con patrones de iluminación no homogénea.....	42
3.5 Correlaciones entre especies de fitoplancton sin tratamiento previo.....	45
3.6 Filtro compuesto para especies de fitoplancton del grupo uno.....	48
3.7 Filtro compuesto para especies de fitoplancton del grupo dos.....	49
Capítulo 4. Conclusiones.....	52
Literatura citada.....	53

Lista de figuras

Figura		Página
1	Tipos de ruido. a) imagen de prueba sin ruido adherido, b) imagen con ruido gaussiano con varianza 0.2, c) imagen con ruido impulsivo con densidad 0.2.....	12
2	Patrones de iluminación no homogénea utilizados en las imágenes.....	12
3	Correlación convencional entre la imagen A y la imagen B.....	18
4	Correlación entre la imagen A y la imagen B a las que se les aplicó la transformada de Hermite.....	19
5	Cálculo del coeficiente de discriminación para los ruidos gaussiano e impulsivo.....	21
6	Correlación convencional entre especies de fitoplancton con patrones de iluminación. El patrón de iluminación F_0 es una matriz unitaria lo cual hace que la imagen quede sin alteraciones.....	22
7	Correlación con transformada de Hermite entre especies de fitoplancton con patrones de iluminación.....	23
8	Filtro compuesto para la identificación de especies de fitoplancton.....	24
9	Transformada de Hermite de la letra B.....	26
10	Transformada de Hermite de la letra E.....	26
11	Planos de correlación de la letra B utilizando ambas metodologías y cuatro diferentes filtros de correlación.....	29
12	Planos de correlación de la letra E utilizando ambas metodologías y cuatro diferentes filtros de correlación.....	30
13	Plano de correlación entre las letras B y E con el filtro clásico y ambas metodologías.....	31
14	Plano de correlación entre las letras B y P con el filtro clásico y ambas metodologías.....	31
15	Plano de correlación entre las letras E y F con el filtro clásico y ambas metodologías.....	32
16	Valor de correlación entre letras utilizando un filtro clásico. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.....	32
17	Valor de correlación entre letras utilizando un filtro de fase. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.....	33
18	Valor de correlación entre letras utilizando un filtro no lineal ley k (k=0.1). a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.....	33
19	Valor de correlación entre letras utilizando un filtro de fase extrema. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.....	33
20	La imagen de la letra E se muestra con diferentes valores de varianza y densidad para los ruidos gaussiano e impulsivo respectivamente.....	34

21	Coeficiente de discriminación promedio con ruido gaussiano para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro clásico.....	35
22	Coeficiente de discriminación promedio con ruido gaussiano para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro de fase.....	35
23	Coeficiente de discriminación promedio con ruido impulsivo (sal y pimienta) para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro clásico.....	35
24	Coeficiente de discriminación promedio con ruido impulsivo (sal y pimienta) para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro de fase.....	36
25	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite, entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.3 utilizando un filtro clásico.....	36
26	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.8 utilizando un filtro clásico.....	37
27	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.3 utilizando un filtro de fase.....	37
28	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.8 utilizando un filtro de fase.....	37
29	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.3 utilizando un filtro clásico.....	38
30	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.8 utilizando un filtro clásico.....	38
31	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.3 utilizando un filtro de fase.....	38
32	a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.8 utilizando un filtro de fase.....	39
33	Especies de fitoplancton. Especie 1 es <i>Acanthogonyaulax spinifera</i> . Especie 2 es <i>Ceratium gravidum</i> . Especie 3 es <i>Dinophysis hastata</i> . Especie 4 es <i>Diplosalopsis orbicularis</i> . Especie 5 es <i>Histioneis</i> . Especie 6 es <i>Lingolodinium polyedrum</i> . Especie 7 es <i>Ornithocercu armata</i> . Especie 8 es <i>Ornithocercus magnificus</i> . Especie 9 es <i>Oxytoxum scolapax</i> . Especie 10 es <i>Podolampas bipes 1</i> . Especie 11 es <i>Podolampas spinifer 1</i> . Especie 12 es <i>Podolampas bipes 2</i> . Especie 13 es <i>Podolampas palmipes</i> . Especie 14 es <i>Podolampas spinifer 2</i> . Especie 15 es <i>Protoperidinium</i> . Especie 16 es <i>Dinophysis rapa</i> . Especie 17 es <i>Dinophysis hastate</i> . Especie 18 es <i>Ceratocorys horrida 1</i> . Especie 19 es <i>Ceratocorys horrida 2</i> . Especie 20 es <i>Ceratium furca</i> . Especie 21 es <i>Ceratium lúnula</i> . Especie 22 es <i>Ceratium hexacantum</i> . Especie 23 es <i>Ceratium praelongum</i> . Especie 24 es <i>Ceratium breve</i> . Especie 25 es <i>Asterolampra marylandica</i> . Especie 26 es <i>Hemidiscus cuneiformis</i> . Especie 27 es <i>Thalassionema nitzschioides</i> . Especie 28 es <i>Pyrocystis</i> . Especie 29 es <i>Hemidiscus</i> . Especie 30 es <i>Dinoflagellata</i>	40

34	Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie cinco como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.....	41
35	Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro de fase con la especie cinco como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.....	41
36	Patrones de iluminación no homogénea utilizados en las especies de fitoplancton...	42
37	Especie uno con los ocho patrones de iluminación agregados.....	42
38	Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro clásico para ambas metodologías de correlación.....	43
39	Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro de fase para ambas metodologías de correlación.....	43
40	Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro de fase extrema para ambas metodologías de correlación.....	43
41	Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro no lineal ley k para ambas metodologías de correlación.....	44
42	a) Valor de correlación convencional, b) valor de correlación con transformada de Hermite para un filtro clásico utilizando la especie cuatro como filtro.....	45
43	Especies del segundo grupo de fitoplancton. Especie 1 es <i>Asterolampra marylandica</i> . Especie 2 es <i>Asteromphalus heptactis</i> . Especie 3 es <i>Hemidiscus cuneiformis</i> . Especie 4 es <i>Hemidiscus</i> . Especie 5 es <i>Odontella mobiliensis</i> . Especie 6 es <i>Diplosalopsis lenticulatum</i> . Especie 7 es <i>Amphisolenia bidentata</i> . Especie 8 es <i>Acanthogonyaul spinifera</i> . Especie 9 es <i>Podolampas bipes</i> . Especie 10 es <i>Ceratium macroceros</i> . Especie 11 es <i>Ceratocorys armata</i> . Especie 12 es <i>Ceratocorys horrida</i> . Especie 13 es <i>Climacodium</i> . Especie 14 es <i>Dactyliosolen antacticus</i> . Especie 15 es <i>Dinophysis hastata</i> . Especie 16 es <i>Goniaulax scippsae</i> . Especie 17 es <i>Heterodinium</i> . Especie 18 es <i>Linguloinium polyedrum</i> . Especie 19 es <i>Octactis octonaria</i> . Especie 20 es <i>Ornithocercus steinii</i> . Especie 21 es <i>Oxytoxum scolapax</i> . Especie 22 es <i>Phalacroma cuneus</i>	46
44	Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie dos como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite	47
45	Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie cinco como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.....	47
46	Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie seis como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite	47
47	Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie 12 como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite...	48
48	Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie 18 como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite...	48
49	a) Valor de correlación convencional y b) valor de correlación con transformada de Hermite para la especie cuatro utilizando un filtro clásico compuesto.....	49

50	Especímenes de fitoplancton <i>Diplosalopsis lenticulatum</i> utilizados para fabricar el filtro compuesto.....	50
51	a) Valor de correlación convencional y b) valor de correlación con transformada de Hermite para un filtro clásico compuesto donde los especímenes a resaltar son 6, 7, 8 y 9.....	50

Lista de tablas

Tabla		Página
1	Tiempo que tarda la computadora en obtener la transformada de Hermite y transformada de Fourier para ambos tamaños de imagen.....	17
2	Valor de autocorrelación de la letra B tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro clásico.....	27
3	Valor de autocorrelación de la letra E tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro clásico.....	27
4	Valor de autocorrelación de la letra B tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro de fase.....	27
5	Valor de autocorrelación de la letra E tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro de fase.....	27
6	Letras de prueba y sus transformadas de Hermite de orden $L_{1,1}$	28

Capítulo 1. Introducción

1.1 Antecedentes

El reconocimiento de imágenes y patrones es algo que hacemos incluso sin darnos cuenta. Ciertas imágenes y patrones las interpretamos como indicaciones, advertencias o mercadotecnia, más aún y quizá de manera inconsciente, las analizamos y realizamos conteos, búsquedas y clasificaciones de lo que vemos. El estudio de estas imágenes y/o patrones complejos tiene varios años en el área de óptica. La utilización de transformadas matemáticas ha hecho posible estas aplicaciones. Desde el filtro clásico (Vander-Lugt, 1964), hasta los múltiples filtros que existen ahora, las aplicaciones son variadas. La correlación de imágenes se ha utilizado en ingeniería (Solorza-Calderón y Álvarez-Borrego, 2009), identificación de especies marinas (Fimbres-Castro y Álvarez-Borrego, 2012), cuerpos de inclusión (Bueno-Ibarra, et al., 2011), manchas cancerígenas en la piel (Guerra-Rosas y Álvarez-Borrego, 2015), etc.

Las propiedades que se requieren, y el por qué de aplicar diferentes transformadas tiene que ver con la obtención de correlaciones invariantes. Muchas veces las imágenes que se desea analizar no son similares entre sí. Las manchas cancerígenas en la piel (Guerra-Rosas y Álvarez-Borrego, 2015), o imágenes de cortes histológicos (Guerra-Rosas et al., 2017), por ejemplo, no tienen la misma forma, siendo la morfología de éstas muy variada. La necesidad de analizar casos de este tipo ha favorecido el estudio de nuevos desarrollos matemáticos para la identificación de estas imágenes.

En aplicaciones biomédicas se ha utilizado la transformada de Hermite en redes neuronales para el reconocimiento del iris (Estudillo y Escalante, 2008), habiéndose aplicado también a la reducción de ruido y fusión de imágenes (Escalante y López, 2006), (Escalante, 2008).

Por otra parte se ha hecho investigación con esta transformada con el fin de optimizar la correlación de imágenes y reducir el tiempo de cómputo (Srinivasan, 2012). Se ha utilizado esta transformada en el indexado de imágenes con un método por contenido de textura y detección de bordes al extraer información característica de las imágenes (Vicente Sanchez 2008). Al respecto, se han utilizado las funciones de Hermite para hacer correlaciones utilizando señales de radar simuladas (Mackenzie y Kiet, 2003).

Sin embargo, no se ha desarrollado una metodología de correlación que involucre la transformada de Hermite, donde se pretenda identificar objetos con distorsiones tales como ruido, iluminación, escala,

desplazamiento, etc.

1.2 Justificación

La transformada de Hermite se ha utilizado para el análisis de fusión y filtrado de ruido en imágenes. Poco se sabe sobre la identificación de objetos o el reconocimiento de patrones usando ésta transformada.

Así que uno de los retos de ésta tesis es investigar el proceso de reconocimiento de objetos mediante la transformada de Hermite y averiguar qué tan robusto es este método cuando la imagen presenta cierto tipo de distorsiones, cierto nivel de ruido y diferentes tipos de iluminación no homogénea.

Al final compararemos estos resultados con la correlación clásica de Fourier para analizar ventajas y desventajas de la nueva correlación usando la transformada de Hermite, y a la que de aquí en adelante le llamaremos correlación tipo Hermite.

1.3 Hipótesis

La correlación de imágenes utilizando la transformada de Hermite produce mejores resultados en cuanto a reconocimiento de objetos cuando estos presentan distorsiones.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

Conocer las propiedades de la transformada de Hermite y su aplicación en la correlación bidimensional de objetos para su identificación.

1.4.2 Objetivos específicos

- Hacer correlaciones bidimensionales vía transformada de Hermite.
- Analizar imágenes con ruido, distorsiones e iluminación mediante la correlación tipo Hermite.
- Probar la correlación no lineal tipo Hermite.
- Analizar la correlación tipo Hermite con filtros compuestos.
- Analizar ventajas y desventajas de la correlación tipo Hermite.

Capítulo 2. Metodología

En el uso de correlaciones se han creado muchos filtros según ha sido necesario para el tipo de imágenes a identificar. Considerando que la transformada de Hermite se ha utilizado para la fusión de imágenes, la reducción de ruido y el indexado de imágenes, se propuso estudiar una metodología de correlación utilizando la transformada de Hermite. El objetivo es buscar una alternativa para determinar información característica de las imágenes que permita una mejor identificación.

2.1 Transformada de Fourier

La correlación de dos funciones se puede llevar a cabo como una multiplicación punto a punto entre una de estas funciones y el complejo conjugado de la otra en el plano de frecuencias de Fourier. Al resultado de este producto se le aplica la transformada inversa de Fourier. De esta manera es más sencillo hacer una correlación entre funciones.

2.1.1 Transformada de Fourier en 1D

La transformada de Fourier de una función $f(x)$ se puede escribir como (Brigham, 1988):

$$\mathbb{F}\{f(x)\} = F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{-2i\pi ux} dx, \quad (1)$$

donde u es la variable de frecuencia y x es la variable espacial.

La señal $f(x)$ puede ser reconstruida por la transformada inversa de Fourier

$$f(x) = \mathbb{F}^{-1}\{F(u)\} = \int_{-\infty}^{\infty} F(u)e^{2i\pi ux} du. \quad (2)$$

La teoría de la transformada de Fourier ha sido muy utilizada para analizar señales armónicas, así como en otras áreas incluyendo mecánica cuántica, movimiento de ondas, y turbulencia (Bednath y Bhatta, 2015). El uso de ésta transformada se debe a que permite una relación exacta entre los dominios de frecuencia y espacio entre funciones, aún cuando éstas no sean periódicas.

2.1.2 Transformada de Fourier en 2D

Para representar imágenes se utilizan dos funciones discretas de dos variables independientes y el par de transformadas de Fourier están dadas por (Brigham, 1988),

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) e^{-2i\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}, \quad (3)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{MN} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} F(u, v) e^{2i\pi \left(\frac{ux}{M} + \frac{vy}{N} \right)}, \quad (4)$$

donde (x, y) son variables discretas que representan el espacio, (u, v) son variables que representan frecuencias, $f(x, y)$ representa una imagen de dimensiones $M \times N$ y $F(u, v)$ representa la transformada de Fourier de la imagen.

2.2 Transformada de Hermite

2.2.1 Transformada de Hermite en 1D

Una transformada polinomial $L_n(x)$ se genera con una señal de entrada $L(x)$, la cual se multiplica por una función ventana $v(x)$ y es entonces expandida en polinomios ortogonales $G_n(x)$:

$$L_n(x_0) = \int_x L(x) G_n(x_0 - x) v_n^2(x_0 - x) dx. \quad (5)$$

La transformada de Hermite surge cuando G_n son los polinomios de Hermite $H_n(x)$ dados por la fórmula de Rodrigues (Brieva, Jorge et al., 2015)

$$H_n(x) = (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (6)$$

y la ventana ortogonal corresponde a una ventana gaussiana (ponderada) con energía unitaria

$$v(x) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\sigma}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}. \quad (7)$$

Desarrollando la ec.6 se obtienen algunos polinomios de Hermite

$$H_0(x) = 1, \quad (8)$$

$$H_1(x) = 2x, \quad (9)$$

$$H_2(x) = 4x^2 - 2, \quad (10)$$

$$H_3(x) = 8x^3 - 12x. \quad (11)$$

Siguiendo la ec. 5, los coeficientes de expansión $L_n(x)$ pueden ser obtenidos por la convolución de la señal $L(x)$ con las funciones de análisis de Hermite $d_n(x)$, las cuales son dadas en términos de la ventana y los polinomios de Hermite como:

$$d_n(x) = \frac{(-1)^n}{\sqrt{2^n n!}} \cdot \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} H_n\left(\frac{x}{\sigma}\right) e^{-\frac{x^2}{\sigma^2}}. \quad (12)$$

Haciendo que la ec. 5 quede de la siguiente manera,

$$L_n(x_0) = \int_x L(x) d_n(x_0 - x) dx. \quad (13)$$

2.2.2 Transformada de Hermite en 2D

La transformada de Hermite es un caso especial de la transformada polinomial. Se puede considerar como un modelo de descripción de una imagen (Boris Escalante, 2006).

La transformada de Hermite es una técnica de descomposición de señales. El análisis por medio de esta técnica consiste de dos pasos.

En un primer paso, la señal original $L(x, y)$ se multiplica por una función ventana

$$v(x-p, y-q). \quad (14)$$

Con el objetivo de lograr una descripción completa de la señal, este proceso se repite en varias posiciones equidistantes de la ventana sobre la imagen, formando con estas posiciones una rejilla de muestreo S , donde para cada (x, y) , la señal original es

$$L(x, y) = \frac{1}{W(x, y)} \sum_{p, q \in S} L(x, y) v(x-p, y-q), \quad (15)$$

y donde

$$W(x, y) = \sum_{p, q \in S} v(x-p, y-q), \quad (16)$$

se llama función de peso.

La única condición para que la transformada de Hermite exista es que la función de peso sea diferente a cero en todas las coordenadas (x, y) .

El segundo paso consiste en describir la señal contenida dentro de la ventana, por medio de una suma ponderada de polinomios $G_{m, n-m}(x, y)$ con el grado de los polinomios m y $n-m$, con respecto a x, y .

Los polinomios están determinados por la función ventana, es decir

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} v^2(x, y) G_{m, n-m}(x, y) G_{i, j-i}(x, y) dx dy = \delta_{ni} \delta_{mj}, \quad (17)$$

donde n y $i = 0, 1, 2, \dots, \infty$, m y $j = 0, 1, 2, \dots, n, i$ y δ_{ni} es la delta de Kronecker.

El proceso de mapear la señal de entrada en una suma ponderada de polinomios, denominados coeficientes polinomiales, es conocido como transformada polinomial directa.

Los coeficientes polinomiales $L_{m,n-m}(p, q)$ son calculados mediante la convolución de la imagen original con los filtros de análisis

$$D_{m,n-m}(x, y) = G_{m,n-m}(x, y)v^2(-x, -y), \quad (18)$$

es decir, que para todo $(p, q) \in S$,

$$L_{m,n-m}(p, q) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} L(x, y) D_{m,n-m}(x-p, y-q) dx dy. \quad (19)$$

La reconstrucción de la señal con estos coeficientes polinomiales y funciones específicas es llamada transformada polinomial inversa.

La imagen sintetizada se obtiene mediante un proceso de interpolación de los coeficientes polinomiales con funciones patrón $P_{m,n-m}(x, y)$, como sigue:

$$\hat{L}(x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n L_{m,n-m}(p, q) P_{m,n-m}(x-p, y-q), \quad (20)$$

donde las funciones conocidas como funciones de interpolación o patrón, se definen así

$$P_{m,n-m}(x, y) = \frac{G_{m,n-m}(x, y)v(x, y)}{W(x, y)}, \quad (21)$$

donde $n = 0, 1, 2, \dots, \infty$ y $m = 0, 1, 2, \dots, n$.

La transformada polinomial recibe el nombre de transformada de Hermite cuando las ventanas empleadas son funciones gaussianas. Para fines prácticos, si la ventana gaussiana toma la forma discreta correspondiente a una función binomial, la transformada será la transformada de Hermite discreta.

$$v(x, y) = \frac{1}{\sqrt{\sqrt{\pi}\sigma}} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}, \quad (22)$$

y los polinomios

$$G_{m,n-m}(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2^n (n-m)! m!}} H_m\left(\frac{x}{\sigma}\right) H_{n-m}\left(\frac{y}{\sigma}\right), \quad (23)$$

son ortogonales con respecto a $v^2(x, y)$.

2.3 Métricas de desempeño

Una métrica de desempeño para filtros de correlación cuantifica hasta que nivel de ruido aún puede identificarse el objeto inmerso en ruido (Kumar y Hassebrook, 1990). Existen varias métricas de correlación, en este trabajo se utilizaron dos, la capacidad de discriminación, (o coeficiente de discriminación) y la energía pico de correlación.

2.3.1 Capacidad de discriminación (DC)

El coeficiente de discriminación evalúa la habilidad de un filtro para detectar un objeto inmerso en ruido. Este coeficiente está dado por (Yaroslavsky, 1993),

$$DC = 1 - \frac{|C_{I-R}|^2}{|C_{I-IR}|^2}, \quad (24)$$

donde C_{I-R} es el valor máximo del plano de correlación entre la imagen del objeto y la imagen de fondo (ruido) y C_{I-IR} es el valor máximo del plano de correlación entre la imagen del objeto y la imagen del objeto afectada por ruido. El valor máximo que puede tener esta métrica es uno, cuando la imagen problema no presenta ruido. Cuando el valor del coeficiente de discriminación toma valores de cero o

negativos indica que la imagen problema está muy inmersa en ruido y el filtro no puede reconocer la imagen.

2.3.2 Energía pico de correlación (PCE)

En las correlaciones se desea que el pico de máxima energía sea estrecho, de esta manera encontrar dónde está localizado el objeto es más sencillo.

El valor PCE, es una relación de la energía en el origen, que compara la energía total del plano de correlación con respecto al valor del pico de correlación,

$$PCE = \frac{|E\{C(0,0)\}|^2}{E\{|C(x,y)|^2\}}, \quad (25)$$

donde el numerador es el módulo cuadrado del valor esperado de la intensidad del pico de correlación y el denominador es el módulo cuadrado del valor esperado de la energía promedio en el plano de correlación (Javidi, 2002).

2.4 Tipos de ruido e iluminación no homogénea

Las imágenes que se obtienen y se desea correlacionar tienen distorsiones, algunas se presentan en forma de ruido, el cual se encuentra en la imagen pero no tiene ninguna información de la imagen en sí. Este ruido puede afectar la capacidad de los filtros para distinguir las imágenes.

2.4.1 Ruido gaussiano

Este tipo de ruido suele ser provocado por componentes electrónicos como sensores y digitalizadores. En este ruido la intensidad de los píxeles de la imagen se ve alterada, presentando la siguiente distribución de probabilidad,

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}}, \quad (26)$$

donde x es la variable aleatoria y representa el nivel de gris, μ es el valor promedio de x y σ^2 es la varianza de x .

2.4.2 Ruido impulsivo

En el ruido impulsivo (ruido sal y pimienta) el valor que toma el píxel no tiene relación con el valor de la imagen original, sino que toma valores muy altos o muy bajos. Toma el valor máximo (sal) o el mínimo (pimienta); para una imagen de 256 niveles de gris el valor típico de la pimienta es 0 y de la sal 255. Defectos que contribuyen a este tipo de ruido son las manchas de polvo dentro de las componentes ópticas de la cámara, o bien un sensor CCD defectuoso, que realizará una captura “errónea” (González y Woods, 2002, p. 226).

La medida del ruido está determinada por un índice de densidad “ d ”, que nos proporciona la información de píxeles afectados de la imagen que va de 0 a 1. Cuando la densidad es 1, la totalidad de los píxeles están dañados. Una densidad de ruido impulsivo de 0.5 equivale al caso en donde la mitad de los píxeles están siendo afectados (Alfredo Solís, 2015). Ejemplos de estos tipos de ruido se ven en la figura 1.

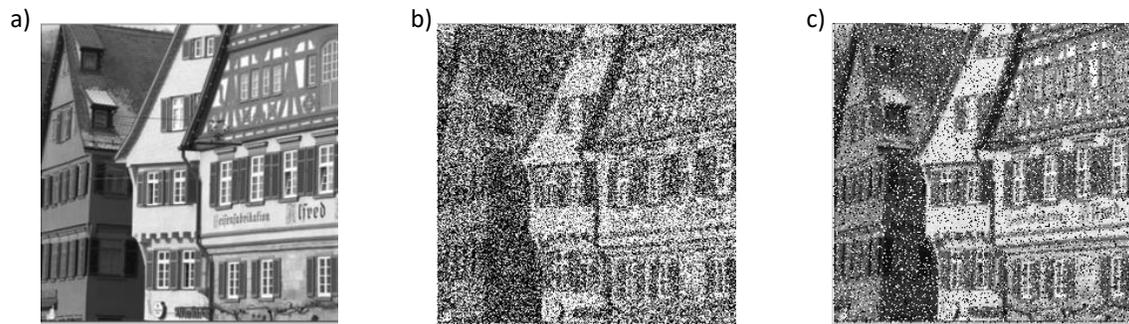


Figura 1. Tipos de ruido. a) imagen de prueba sin ruido adherido, b) imagen con ruido gaussiano con varianza 0.2, c) imagen con ruido impulsivo con densidad 0.2.

2.4.3 Patrones de iluminación

Las imágenes que se desean comparar generalmente están inmersas en diferentes tipos de iluminación no homogénea; esto depende de cómo fueron capturadas. Para compensar esas diferencias de iluminación se propusieron diferentes patrones de iluminación para conocer el comportamiento de la metodología ante éstos. En una imagen a la cual se le aplica un patrón de iluminación no homogénea el valor de cada pixel de ésta puede cambiar al ser ponderado por el valor del pixel en el patrón de iluminación.

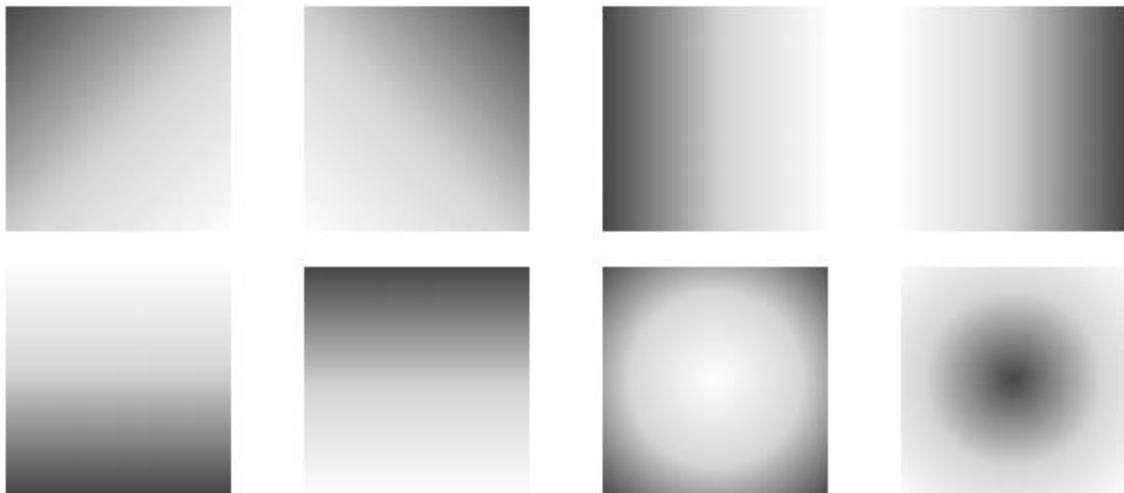


Figura 2. Patrones de iluminación no homogénea utilizados en las imágenes

2.5 Filtros de correlación

Los filtros se utilizan para hacer la correlación entre la imagen problema y la imagen objetivo. Existen muchos tipos de filtros para casos específicos dependiendo del trabajo que se esté realizando.

2.5.1 Filtro clásico (Vander-Lugt, 1964)

Este filtro fue el primero. Algunas de las desventajas de este filtro son los picos de correlación anchos y lóbulos laterales grandes así como baja discriminación entre diferentes imágenes; sin embargo es capaz de distinguir mejor las imágenes cuando éstas contienen ruido. Su representación es la siguiente,

$$H_{CMF}(u, v) = |H(u, v)| e^{i\phi(u, v)}, \quad (27)$$

donde $|H(u, v)|$ es el módulo de la transformada de Fourier de la imagen objetivo y $\phi(u, v)$ es la fase de la transformada de Fourier de la imagen objetivo.

2.5.2 Filtro sólo de fase (Horner & Gianino, 1984)

En este filtro la respuesta en amplitud es unitaria, la ventaja que tiene este filtro en comparación con el filtro clásico son sus picos más angostos; una de sus desventajas es la baja capacidad de discriminación entre imágenes cuando hay ruido en éstas. Su representación es la siguiente,

$$H_{POF}(u, v) = e^{i\phi(u, v)}. \quad (28)$$

2.5.3 Filtro no lineal ley k (Kumar & Hassebrook, 1990)

En general la efectividad de este filtro está entre la del filtro clásico y la del filtro de fase. En el filtro no lineal ley k la respuesta en amplitud es elevada a un valor k el cual toma valores entre cero y uno. Cuando $k=1$ se obtiene el filtro clásico y cuando $k=0$ el filtro de fase, se encontró que para valores entre cero y uno se obtenían mejores resultados en correlaciones entre imágenes. En el filtro no lineal el valor de k , al que se eleva la respuesta en amplitud del filtro, también modifica el valor de la amplitud de la imagen problema a tratar. Su representación es la siguiente,

$$H_{NLF}(u, v) = |H(u, v)|^k e^{i\phi(u, v)}, \quad (29)$$

donde $0 < k < 1$ y $|H(u, v)|^k$ es el módulo de la transformada de Fourier de la imagen objetivo elevada al valor k .

2.5.4 Filtro compuesto

Estos filtros se han utilizado para mejorar la correlación entre imágenes. Con las mejoras de estos filtros se ha logrado llevar a cabo la correlación entre imágenes aún cuando éstas presenten distorsiones tales como: iluminación no homogénea, rotación, escalamiento y desplazamiento. Los filtros compuestos están hechos con imágenes representativas del objeto a reconocer, éstas pueden tener el objeto con distorsiones, diferentes tipos de iluminación o rotación, pueden ser también diferentes especímenes de una misma especie que se desea reconocer con el fin de abarcar los cambios que hay en la misma especie. Los filtros compuestos pueden ser clásicos (filtro clásico compuesto) o no lineales (filtro compuesto no lineal), su representación es la siguiente.

$$H_{CFNL}(u, v) = \sum_{n=1}^N |H_n(u, v)|^k e^{i\phi_n(u, v)}, \quad (30)$$

donde $0 < k \leq 1$. Si $k=1$ se obtiene el filtro clásico compuesto, el valor N indica el número de imágenes que contiene el filtro compuesto, $|H_n(u, v)|^k$ es el módulo de la transformada de Fourier de la imagen objetivo n y $\phi_n(u, v)$ es la fase de la transformada de Fourier de la imagen objetivo n .

2.6 Correlación

La correlación es un proceso para medir el grado de similitud entre dos señales (1D) o imágenes (2D). Cuando se hace una correlación de dos señales ($x(n)$ y $y(n)$) se conoce como correlación cruzada si estas señales son diferentes, o auto correlación si son iguales.

2.6.1 Correlación entre funciones

La correlación entre dos funciones $f(x, y)$ y $g(x, y)$ genera otra función $h(x, y)$, la cual está definida de la siguiente manera,

$$h(x, y) = f(x, y) \circ g(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) g^*(x + \xi, y + \eta) d\xi d\eta, \quad (31)$$

donde $g^*(x + \xi, y + \eta)$ es el complejo conjugado de $g(x + \xi, y + \eta)$ y \circ significa correlación.

Otra forma de obtener la correlación entre dos funciones es utilizando la transformada de Fourier generándose la siguiente igualdad,

$$\mathbb{F}\{f(x, y) \circ g(x, y)\} = F(u, v)G^*(u, v). \quad (32)$$

Es posible entonces encontrar la correlación entre dos funciones al utilizar la transformada de Fourier de la siguiente manera,

$$f(x, y) \circ g(x, y) = \mathbb{F}^{-1}\{F(u, v)G^*(u, v)\}. \quad (33)$$

2.6.2 Correlación no lineal

Los filtros no lineales se caracterizan por tener un mejor desempeño en comparación al filtro lineal en cuanto a capacidad de discriminación, picos de correlación más definidos y robustez en presencia de diferentes tipos de ruido (Javidi, 1990). Como método de comparación entre la imagen objetivo (F_{IO}) y las diferentes imágenes problema (F_{IP}), se ha seleccionado la correlación no lineal ley k ,

$$C_{NL}(F_{IO}, F_{IP}) = \mathbb{F}^{-1} \left\{ |\mathbb{F}\{F_{IP}\}|^k e^{i\phi_{IP}} \cdot |\mathbb{F}\{F_{IO}\}|^k e^{-i\phi_{IO}} \right\}, \quad (34)$$

donde ϕ_{IO} y ϕ_{IP} son la fase de la transformada de Fourier de la firma de la imagen objetivo y de la firma de imagen problema respectivamente, donde $0 < k < 1$.

2.7 Órdenes de la transformada de Hermite e imágenes utilizadas

La transformada de Hermite se utilizó de manera que se generaran seis órdenes y que cada orden tuviera una parte de la información de la imagen, cada orden se autocorrelacionó y se calculó el PCE con el objetivo de encontrar el valor máximo y conocer en qué orden se produce dicho valor.

Se encontró que el orden en el cual se encuentra el PCE mayor es $L_{1,1}$. Este orden se obtuvo utilizando el filtro clásico y el filtro sólo de fase.

Las imágenes utilizadas para hacer las correlaciones se dividieron en tres partes. La primera parte incluyó las imágenes de letras, estas letras fueron B, E, F, H y P, todas de tipo Arial a escala 75, sin rotación y de tipo binario, el tamaño de las imágenes fue de 256×256 píxeles. La segunda parte fue un grupo de imágenes de especies de fitoplancton, a esta parte también se le llamó grupo uno, en este grupo había 30 especies de fitoplancton, las imágenes estaban previamente tratadas de forma que el fondo era negro, no contenían tipos de iluminación no homogénea y las especies de fitoplancton estaban en escala de grises. El tamaño de las imágenes fue de 320×320 píxeles.

La tercer parte de las imágenes, también llamada grupo dos fueron imágenes de especies de fitoplancton pero sin tratamiento previo, estas fueron fotografías extraídas del microscopio, las cuales contenían

distorsiones naturales, iluminación no homogénea y ruido de fondo típico en este tipo de imágenes. El tamaño de las imágenes fue de 320×320 píxeles y recibieron un tratamiento previo a la correlación, el cual consistió en convertirlas a escala de grises ya que estaban a color.

Debido a que se tenían dos tamaños de imagen se hicieron diferentes pruebas de tiempo para conocer cuánto se tardaba la computadora en obtener la transformada de Hermite y seleccionar el orden óptimo para las imágenes de 256×256 píxeles y las de 320×320 píxeles, lo mismo se hizo para conocer el tiempo requerido para obtener la transformada de Fourier de cada tamaño de imagen (Tabla 1).

Tabla 1. Tiempo que tarda la computadora en obtener la transformada de Hermite y transformada de Fourier para ambos tamaños de imagen.

Tiempo de cómputo para las transformadas de Hermite y de Fourier			
256x256 píxeles de tamaño		320x320 píxeles de tamaño	
Transformada de Hermite	Transformada de Fourier	Transformada de Hermite	Transformada de Fourier
0.0681 segundos	0.0162 segundos	0.1099 segundos	0.0227 segundos

La computadora utilizada para obtener estos tiempos de cómputo fue una HP14 con procesador Intel® Celeron® CPU 2.16GHz con memoria RAM de 4.00 GB (3.89 GB utilizable).

Se ve en la tabla 1 el tiempo que se requiere para calcular la transformada de Hermite. Es importante conocer este valor ya que se tiene que aplicar la transformada de Hermite a las imágenes y se debe considerar el tiempo de cómputo requerido. Se encontró que el tiempo de cómputo no es muy elevado, lo que hace de éste un método aplicable.

2.8 Correlaciones entre imágenes y normalización del plano de correlación

Con todas las imágenes a comparar se utilizaron dos metodologías: la correlación convencional y la correlación tipo Hermite.

Utilizando la metodología convencional se toman dos imágenes; la imagen A es la imagen problema y la imagen B es el filtro. A ambas se les aplica la transformada de Fourier, se obtiene el complejo conjugado de la transformada de Fourier del filtro. Y entonces son multiplicadas punto a punto. Al resultado de esta multiplicación se le aplica la transformada de Fourier inversa para obtener la correlación entre las imágenes A y B. Del plano de correlación se extraen los valores del pico de correlación y el valor de la métrica PCE (figura 3).

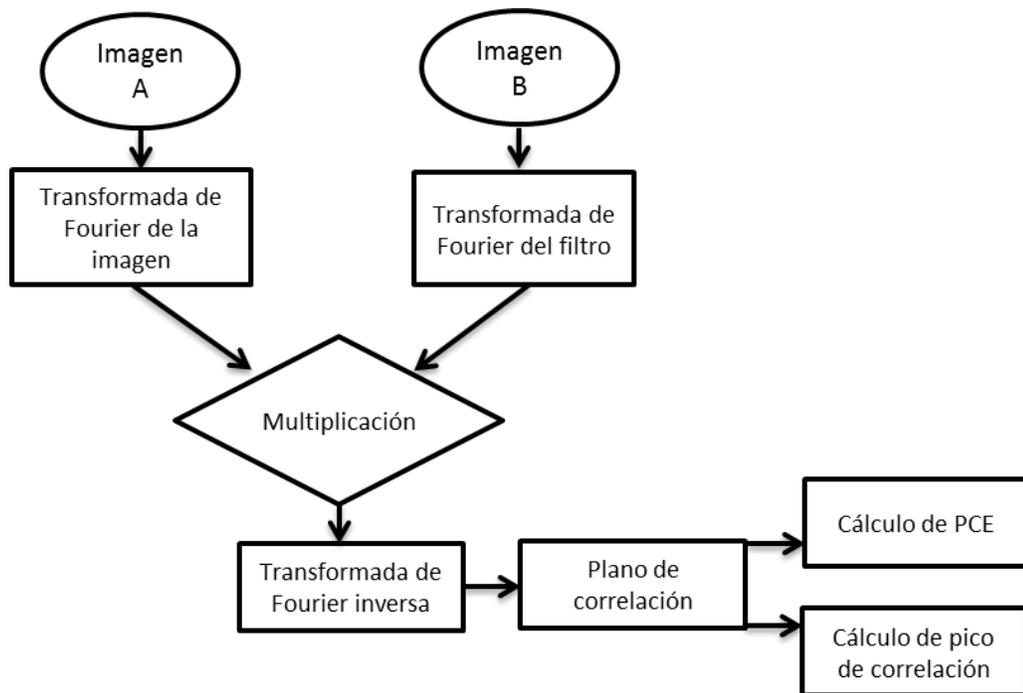


Figura 3. Correlación convencional entre la imagen A y la imagen B.

Para llevar a cabo la correlación tipo Hermite se tienen que obtener las transformadas de Hermite de la imagen A y la imagen B. Se selecciona el orden $L_{1,1}$ y se procede a obtener la transformada de Fourier de las imágenes, a la transformada de Fourier de la imagen B, la cual es tomada como imagen objetivo, se le obtiene el complejo conjugado y se multiplica punto a punto con la transformada de Fourier de la imagen A (imagen problema). Se obtiene la transformada de Fourier inversa de esta multiplicación, se obtiene la correlación y se obtienen los valores del pico de correlación y el valor de la métrica PCE (figura 4).

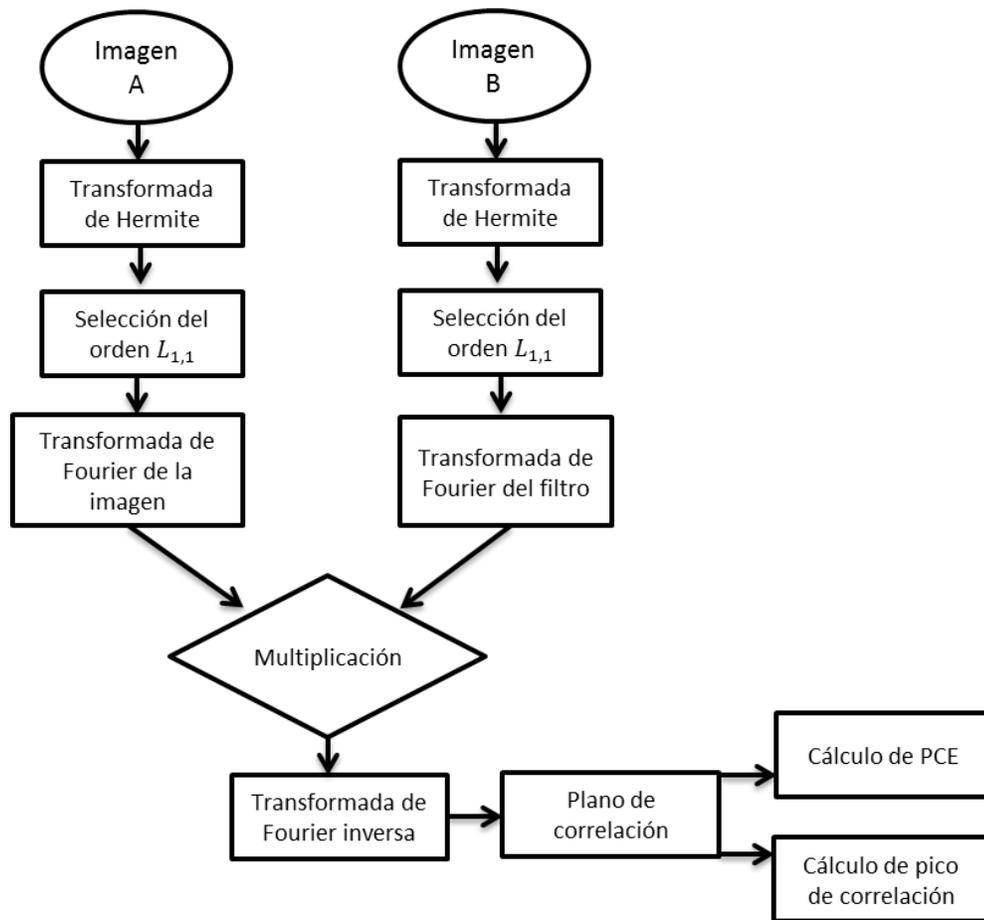


Figura 4. Correlación entre la imagen A y la imagen B a las que se les aplicó la transformada de Hermite.

Cuando se utiliza el filtro clásico, el valor del pico de correlación se normaliza a 1 al dividir el plano de correlación entre el producto de las desviaciones estándar de ambas imágenes correlacionadas, esto es:

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}}, \quad (35)$$

donde $\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$ es la covarianza de (X, Y) , $\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2}$ es la desviación estándar de X

, $\sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i - \bar{Y})^2}$ es la desviación estándar de Y y \bar{X} y \bar{Y} son las medias aritméticas de X y Y

respectivamente. Como a todas las imágenes correlacionadas se les restó el promedio ($\bar{X} = 0$ y $\bar{Y} = 0$), por lo que el valor de r queda de la siguiente manera,

$$r = \frac{\sum_{i=1}^N X_i Y_i}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (X_i)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N (Y_i)^2}} . \quad (36)$$

Cuando se utilizaron filtros no lineales, (filtro sólo de fase, filtro de fase extrema y filtro no lineal ley k) el valor para normalización se obtuvo haciendo una autocorrelación con cada filtro y obteniendo el valor del pico de correlación, este era el valor de normalización en el plano de correlación para otras imágenes con el mismo filtro.

2.9 Cálculo del coeficiente de discriminación

Para evaluar el coeficiente de discriminación, (ecuación 24) se aplicaron dos tipos de ruido, gaussiano e impulsivo, a las imágenes de letras, se fue aumentando la varianza (para ruido gaussiano) y la densidad (para ruido impulsivo) y con cada variación de ruido se hicieron correlaciones entre las imágenes para obtener el valor donde se perdía la posibilidad de detectar la imagen problema inmersa en ruido. La forma en que se hizo esto fue utilizando tres imágenes (Figura 5): una imagen sin ruido, la cual fue utilizada como imagen objetivo; una imagen con ruido agregado; y una imagen del ruido que fue agregado a la imagen anterior. A cada una de las tres imágenes se les aplicó la transformada de Fourier, y se calculó la correlación entre la imagen limpia con la imagen con ruido y la correlación entre la imagen limpia con el ruido. Se obtuvo el pico de correlación para cada uno de los casos anteriores y se elevó al cuadrado, estos dos valores se sustituyeron en la ec. 24 para obtener el coeficiente de discriminación. Se hicieron 30 correlaciones para cada cantidad de ruido y se graficó el DC promedio con un nivel de confianza de $\pm 95\%$. Si el coeficiente de discriminación era positivo se lograba reconocer la imagen con ruido, si era menor o igual a cero la imagen con ruido era irreconocible.

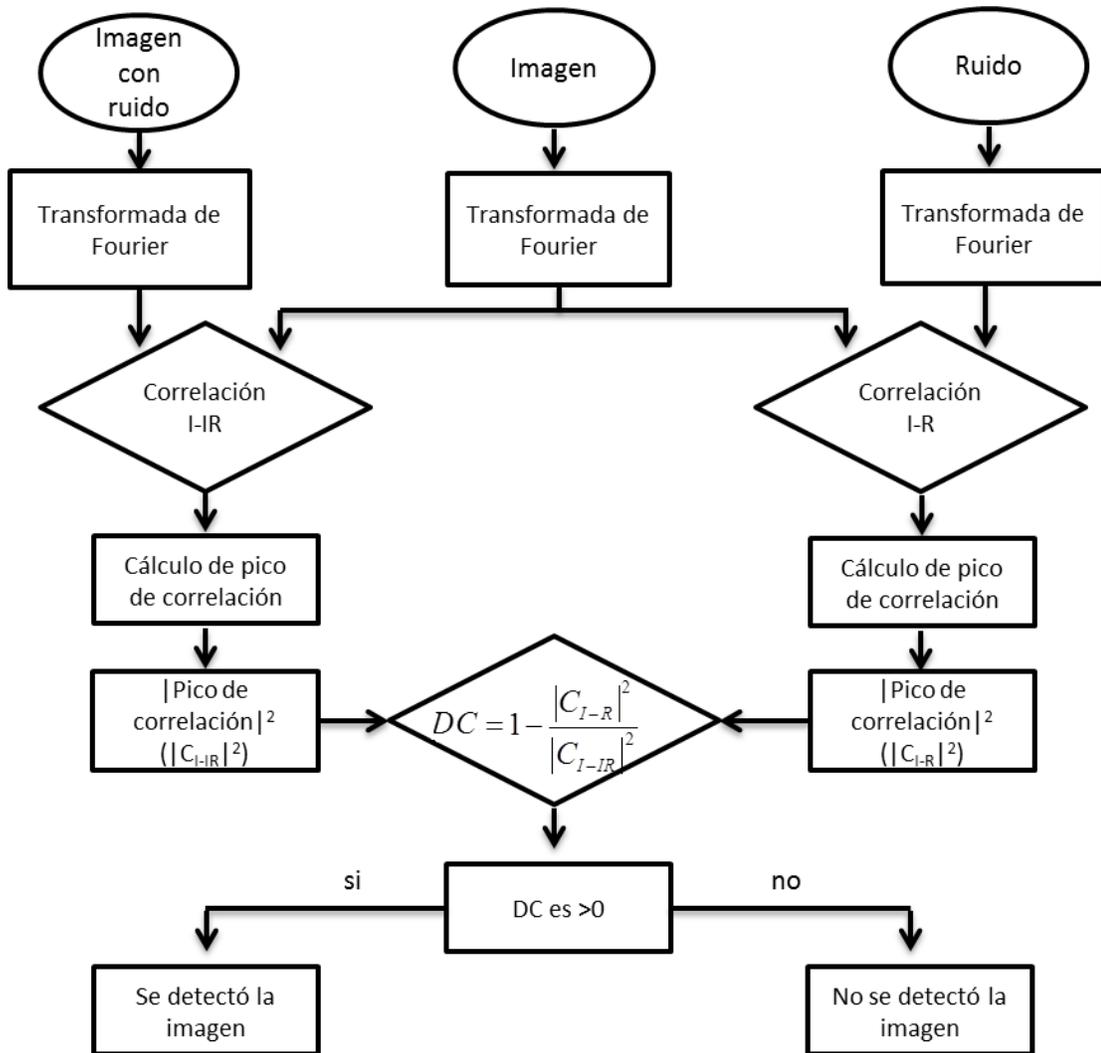


Figura 5. Cálculo del coeficiente de discriminación para los ruidos gaussiano e impulsivo.

2.10 Pico de correlación en imágenes con patrones de iluminación no homogéneo

Con el grupo de imágenes de especies de fitoplancton se probó la correlación entre imágenes con patrones de iluminación no homogénea, (figura 6) y se graficó el valor del pico de correlación para ambas metodologías con cuatro diferentes filtros (filtro clásico, filtro sólo de fase, filtro de fase extrema y filtro no lineal ley k). Para obtener los valores del pico de correlación convencional entre el filtro y la imagen con los ocho diferentes patrones de iluminación se multiplicó punto a punto el valor de la imagen problema con el valor de los patrones de iluminación y para cada caso se hizo la correlación por medio de la transformada de Fourier entre el filtro y la imagen inmersa en diferentes patrones de iluminación no

homogénea, con esto se obtuvieron nueve valores de correlación, ocho para imágenes inmersas en patrones de iluminación no homogénea y uno para la imagen sin iluminación agregada (F_0).

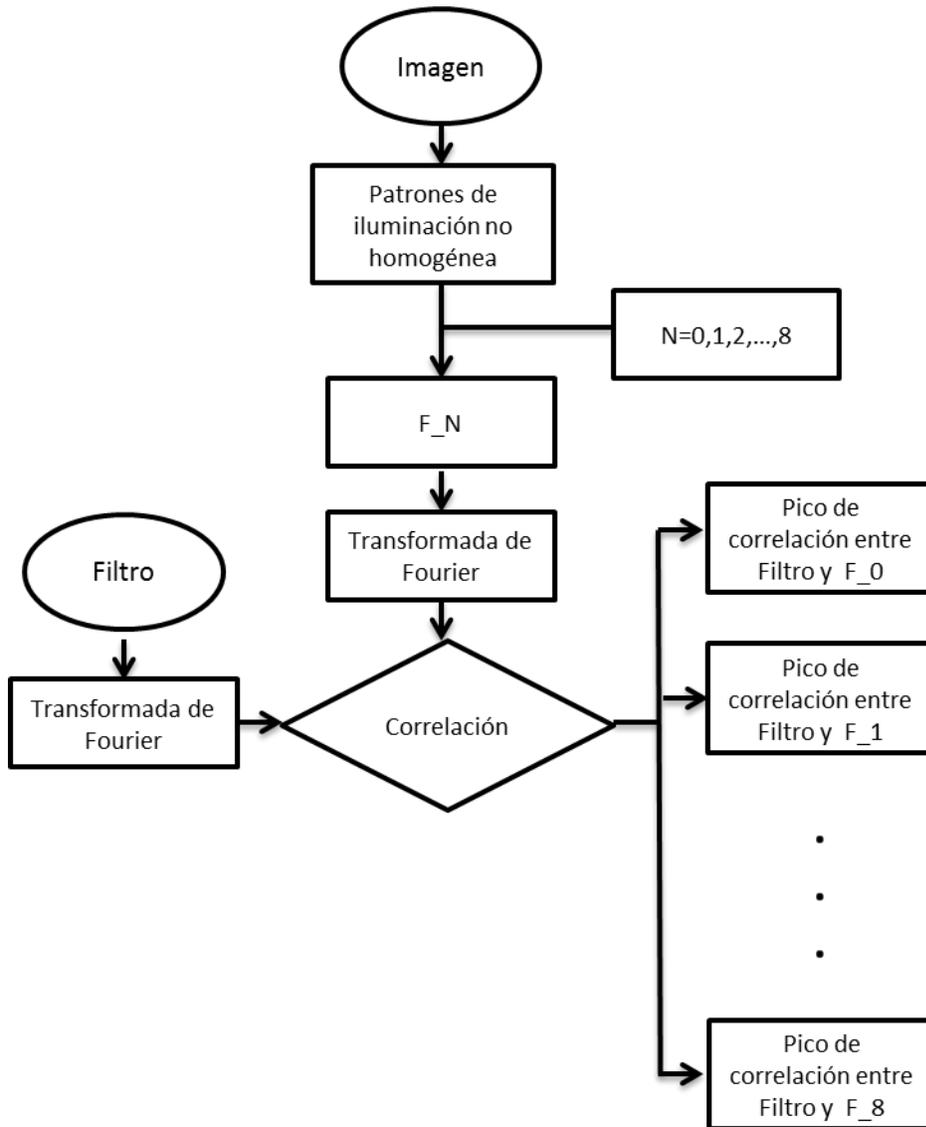


Figura 6. Correlación convencional entre especies de fitoplancton con patrones de iluminación, el patrón de iluminación F_0 es una matriz unitaria lo cual hace que la imagen quede sin alteraciones.

Para la correlación tipo Hermite también se calcularon los nueve valores de correlación. En este caso se aplicó la transformada de Hermite a la imagen objetivo y las ocho imágenes problema con diferentes patrones de iluminación no homogénea. Se seleccionó el orden $L_{1,1}$ de éstas imágenes y se realizó la

correlación entre el filtro y las imágenes con diferentes patrones de iluminación por medio de la transformada de Fourier.

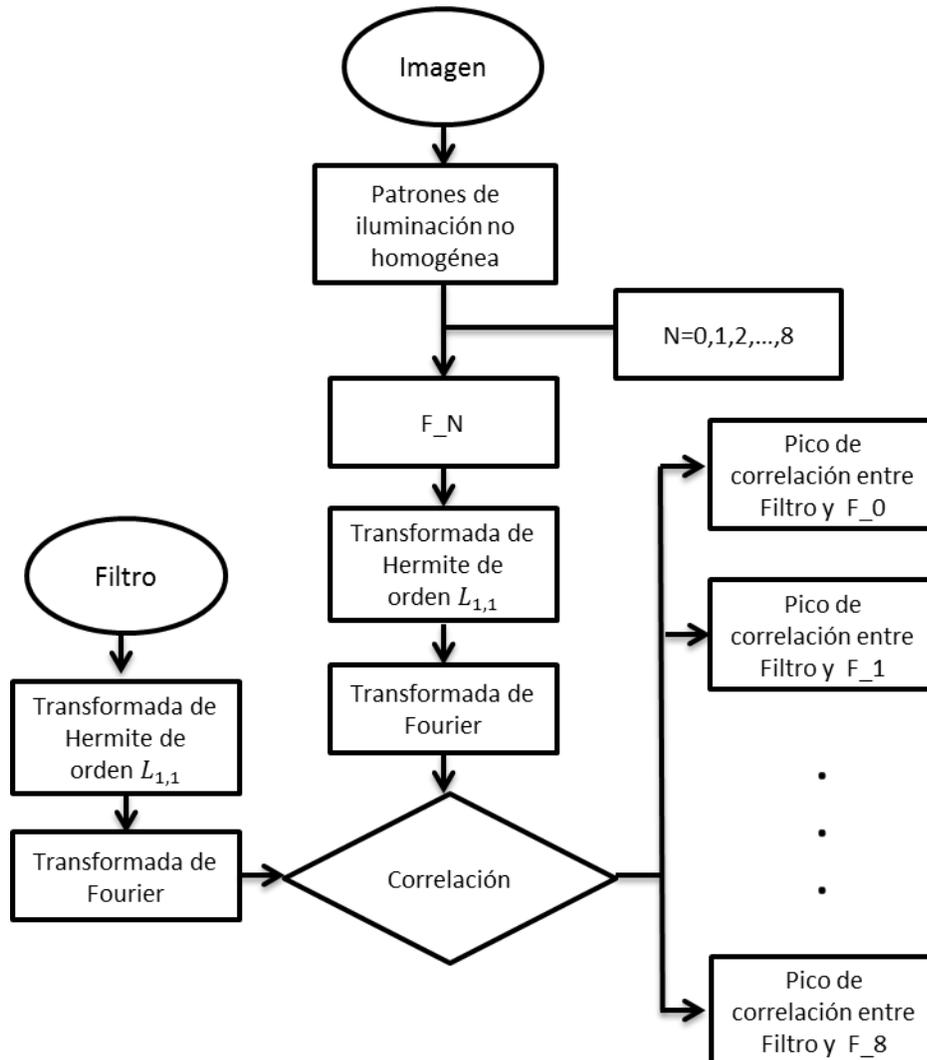


Figura 7. Correlación con transformada de Hermite entre especies de fitoplancton con patrones de iluminación.

2.11 Fabricación de filtros compuestos

Con el grupo de imágenes de fitoplancton previamente tratadas se fabricó un filtro compuesto donde las imágenes de entrenamiento eran de distintos patrones de iluminación aplicados a una misma especie de fitoplancton, para así poder distinguir una especie aun cuando ésta presente diferentes tipos de

iluminación. En este caso se tomó como filtro una especie de fitoplancton. A la imagen sin iluminación no homogénea agregada y las ocho imágenes con diferentes patrones de iluminación se les aplicó la transformada de Fourier y se sumaron todos los valores de las transformadas para formar el filtro compuesto, se obtuvo el complejo conjugado del filtro compuesto y se multiplicó punto a punto con las imágenes problema para encontrar la especie deseada.

Para el grupo de imágenes de fitoplancton sin tratamiento previo se creó un filtro multiobjeto en el cual las imágenes de entrenamiento eran diferentes especímenes de la misma especie con el fin de poder distinguir a una especie en particular aún cuando ésta tenía diferentes especímenes y cada uno de éstos diferentes distorsiones. El procedimiento para crear este filtro compuesto es igual al anterior.

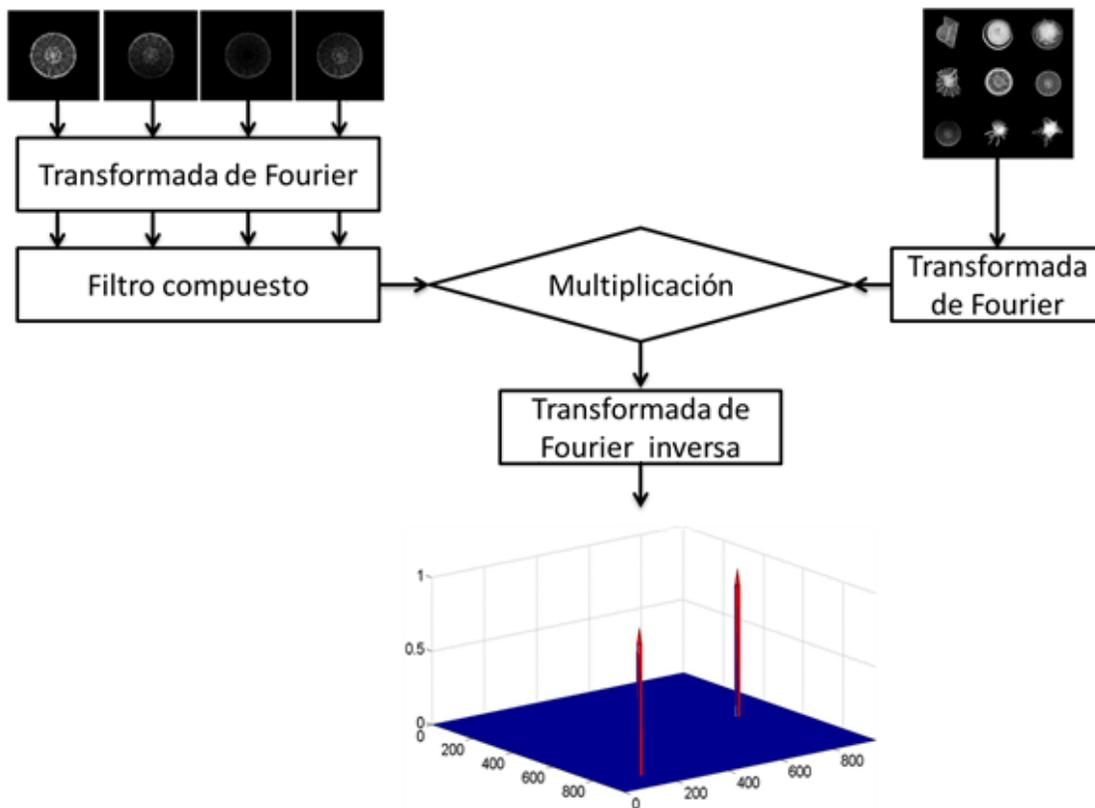


Figura 8. Filtro compuesto para la identificación de especies de fitoplancton.

La figura 8 muestra el esquema de un filtro para especies de fitoplancton inmersas en patrones de iluminación no homogénea. La forma de crear un filtro compuesto consiste en tomar las imágenes de entrenamiento y aplicarles la transformada de Fourier, después las transformadas de Fourier de las

imágenes se suman y se selecciona el tipo de filtro con el que se aplicará la correlación. A la imagen problema se le aplica también la transformada de Fourier y ésta se multiplica por el complejo conjugado del filtro compuesto. Se aplica la transformada inversa a esta multiplicación y se obtiene el plano de correlación.

Para un filtro multiobjeto (ec. 30) se seleccionan las diferentes imágenes a las cuales se les aplicará la transformada de Fourier y se sigue el procedimiento anterior.

Para hacer un filtro compuesto para una correlación con transformada de Hermite, a las imágenes que conformarán el filtro y a la imagen problema se les aplica la transformada de Hermite y se toma el orden $L_{1,1}$. Después se sigue el procedimiento antes mencionado para ambos tipos de filtro.

Capítulo 3. Resultados y discusiones

Se obtuvieron los primeros seis órdenes de la transformada de Hermite para las cinco letras de prueba, estos órdenes están colocados en forma piramidal, las figuras 9 y 10 muestran cómo se ven los diferentes órdenes de la transformada de Hermite para dos letras. Para cada orden de la transformada de Hermite de cada letra se hizo una autocorrelación y se calculó el PCE con el objetivo de encontrar el PCE mayor, en el cual el pico de correlación estuviera más definido.

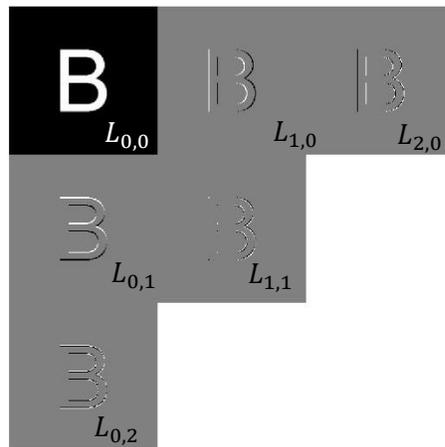


Figura 9. Transformada de Hermite de la letra B.

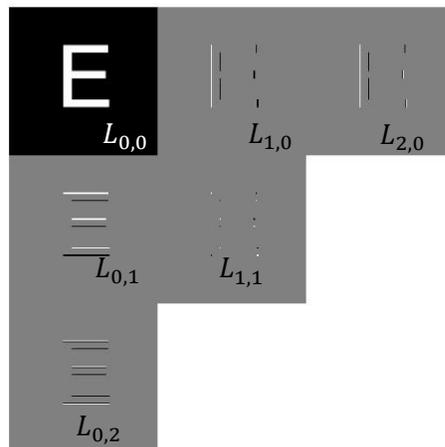


Figura 10. Transformada de Hermite de la letra E.

3.1 Autocorrelaciones entre letras y orden óptimo de la transformada de Hermite

Se generó una tabla con cada valor de PCE obtenido para cada una de las letras a diferentes órdenes. En las tablas 2 y 3, para las letras B y E se ve que el orden de la transformada de Hermite donde el PCE es mayor ocurre en el orden $L_{1,1}$, esto utilizando un filtro clásico. Sin embargo en las tablas 4 y 5 se obtiene el valor de PCE para las mismas letras pero utilizando un filtro de fase. En estas tablas se ve que el orden con un mayor PCE es el $L_{1,1}$, por lo que se toma este orden como óptimo y a partir de aquí se utilizará para las correlaciones entre imágenes.

Tabla 2. Valor de autocorrelación de la letra B tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro clásico.

B	Auto-correlación de la letra B tipo Arial a escala 75, sin rotación con filtro clásico.						
	No Hermite	$L_{0,0}$	$L_{1,0}$	$L_{0,1}$	$L_{2,0}$	$L_{1,1}$	$L_{0,2}$
PCE	1.2712 e-6	1.0433 e-6	1.8903 e-4	2.2089 e-4	2.5966 e-4	6.5072 e-2	3.7587 e-4
Pico máx	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 3. Valor de autocorrelación de la letra E tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro clásico.

E	Auto-correlación de la letra E tipo Arial a escala 75, sin rotación con filtro clásico.						
	No Hermite	$L_{0,0}$	$L_{1,0}$	$L_{0,1}$	$L_{2,0}$	$L_{1,1}$	$L_{0,2}$
PCE	1.7083 e-6	1.3831 e-6	1.0410 e-4	3.4314 e-5	1.0410 e-4	3.8460 e-2	3.5561 e-5
Pico máx	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 4. Valor de autocorrelación de la letra B tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro de fase.

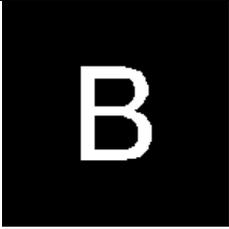
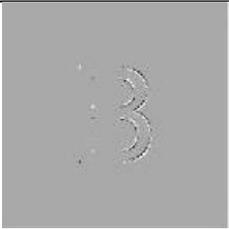
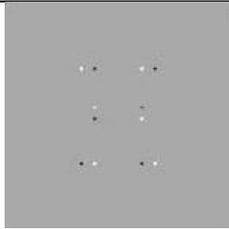
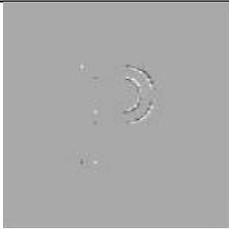
B	Auto-correlación de la letra B tipo Arial a escala 75, sin rotación con filtro de fase.						
	No Hermite	$L_{0,0}$	$L_{1,0}$	$L_{0,1}$	$L_{2,0}$	$L_{1,1}$	$L_{0,2}$
PCE	4.0919 e-3	5.4928 e-4	2.8787 e-2	2.7123 e-2	4.3598 e-2	0.2908	4.1633 e-2
Pico máx	1	1	1	1	1	1	1

Tabla 5. Valor de autocorrelación de la letra E tipo Arial con escala 75 sin rotación utilizando un filtro de fase.

E	Auto-correlación de la letra E tipo Arial a escala 75, sin rotación con filtro de fase.						
	No Hermite	$L_{0,0}$	$L_{1,0}$	$L_{0,1}$	$L_{2,0}$	$L_{1,1}$	$L_{0,2}$
PCE	9.2719 e-4	2.3230 e-4	6.4301 e-2	2.7281 e-3	6.4722 e-3	0.2371	2.7718 e-3
Pico máx	1	1	1	1	1	1	1

En la tabla 6 se muestran algunas imágenes de la transformada de Hermite de orden $L_{1,1}$ de las letras de prueba. Estas imágenes de la transformada de Hermite son las utilizadas en la correlación tipo Hermite.

Tabla 6. Letras de prueba y sus transformadas de Hermite de orden $L_{1,1}$.

Imagen a tratar			
Transformada de Hermite de orden $L_{1,1}$ de la imagen			

Para cada letra se hizo una autocorrelación con ambas metodologías y se graficó su plano de correlación para poder ver la energía en el pico de correlación.

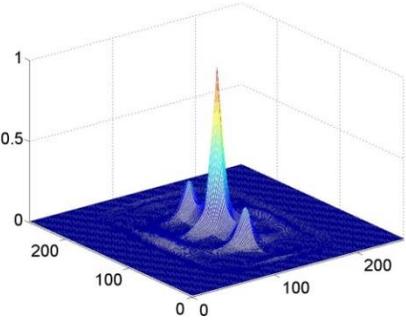
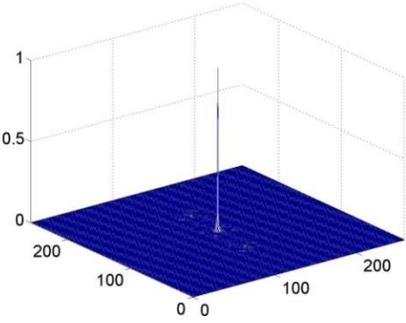
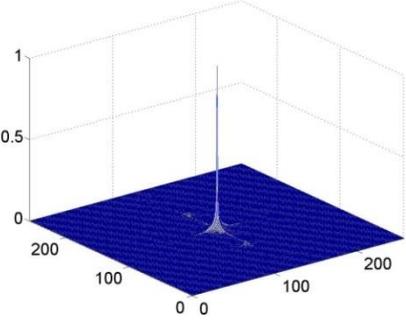
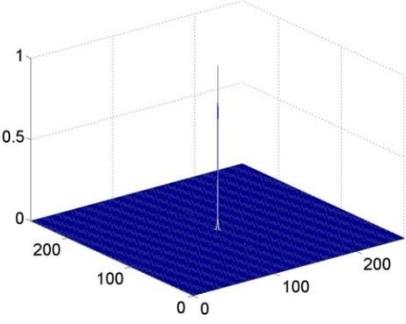
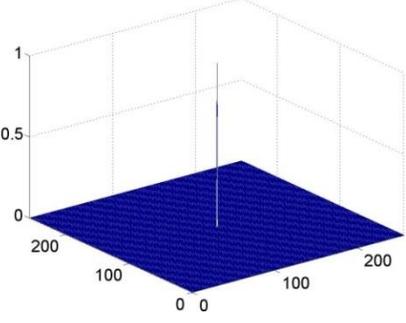
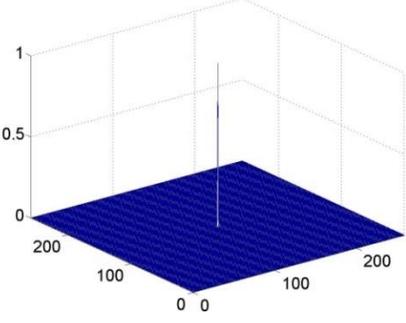
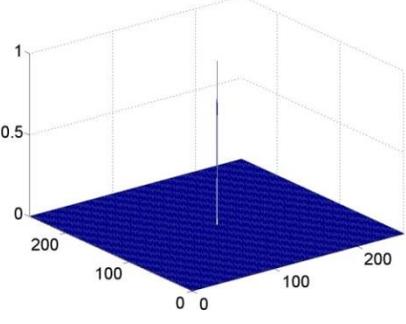
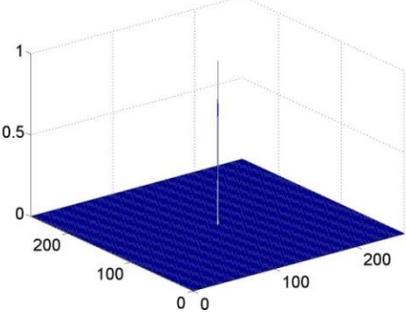
Letra B	Correlación convencional	Correlación tipo Hermite
Filtro clásico		
	PCE = 1.2712 e-6	PCE = 6.5085 e-2
Filtro de fase		
	PCE = 4.0919 e-3	PCE = 2.9081 e-1
Filtro no lineal ley k (k=0.1)		
	PCE = 9.1567 e-1	PCE = 8.7822 e-1
Filtro de fase extrema		
	PCE = 1	PCE = 1

Figura 11. Planos de correlación de la letra B utilizando ambas metodologías y cuatro diferentes filtros de correlación.

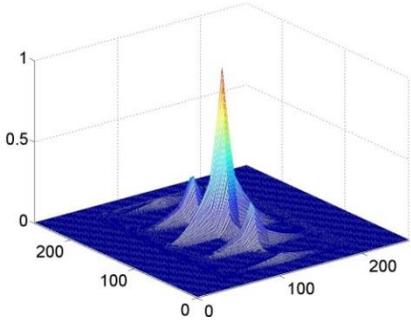
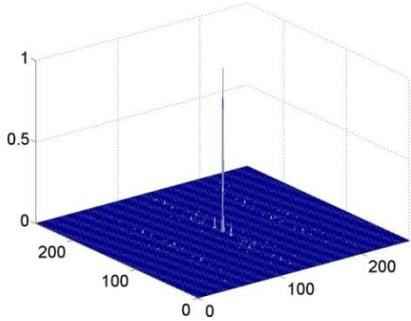
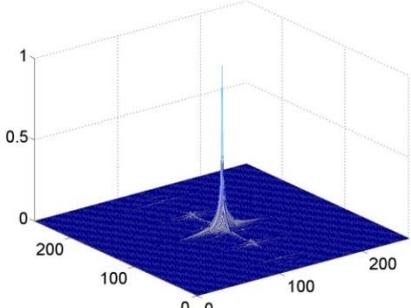
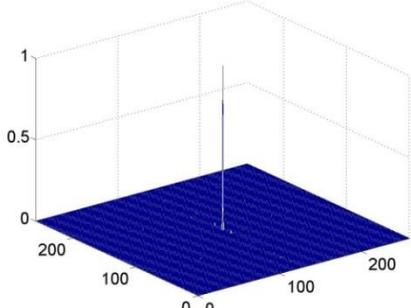
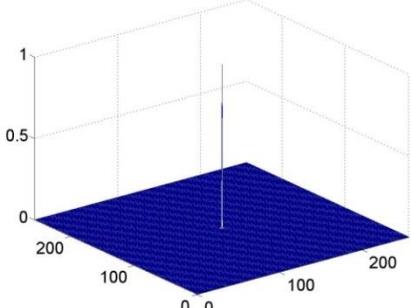
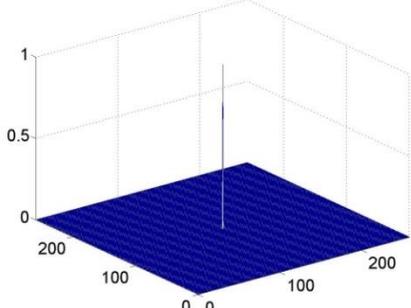
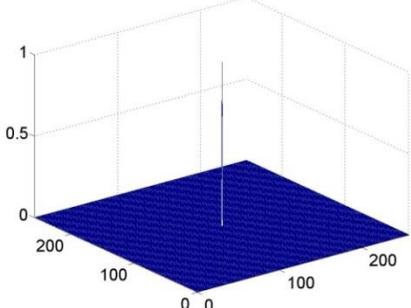
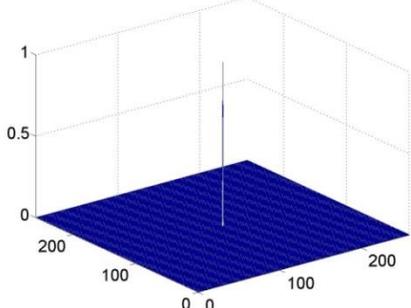
Letra E	Correlación convencional	Correlación tipo Hermite
Filtro clásico		
	PCE = 1.7083 e-6	PCE = 3.8384 e-2
Filtro de fase		
	PCE = 9.2719 e-4	PCE = 2.3684 e-1
Filtro no lineal ley k (k=0.1)		
	PCE = 8.1453 e-1	PCE = 8.6022 e-1
Filtro de fase extrema		
	PCE = 1	PCE = 1

Figura 12. Planos de correlación de la letra E utilizando ambas metodologías y cuatro diferentes filtros de correlación.

Se puede observar en las figuras 11 y 12, que para la correlación tipo Hermite el plano de correlación es más limpio y el pico de correlación es más definido. De las figuras también se puede ver que para el filtro clásico y el filtro de fase la correlación tipo Hermite produce resultados considerablemente mejores. Para las letras, F, H y P se obtuvieron resultados similares por lo que no se muestran las gráficas.

3.2 Correlaciones cruzadas entre letras

Se hicieron correlaciones cruzadas entre letras para obtener el valor del pico de correlación y el PCE y saber la capacidad de discriminación con diferentes filtros en ambas metodologías.

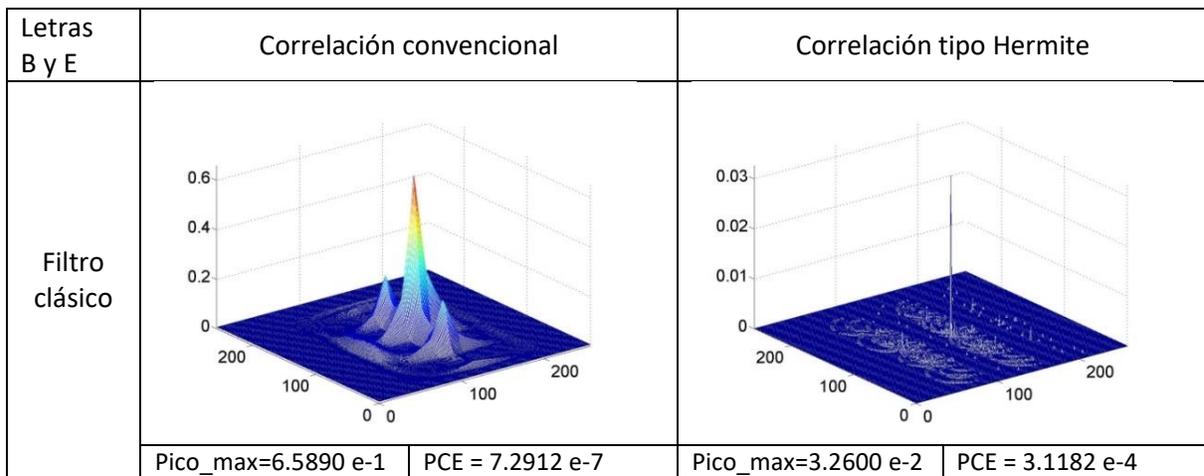


Figura 13. Plano de correlación entre las letras B y E con el filtro clásico y ambas metodologías.

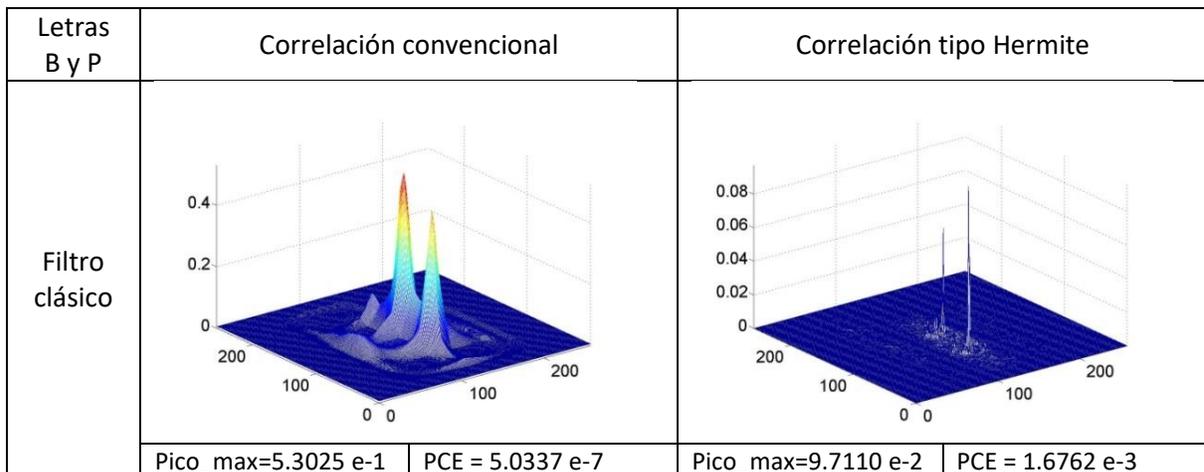


Figura 14. Plano de correlación entre las letras B y P con el filtro clásico y ambas metodologías.

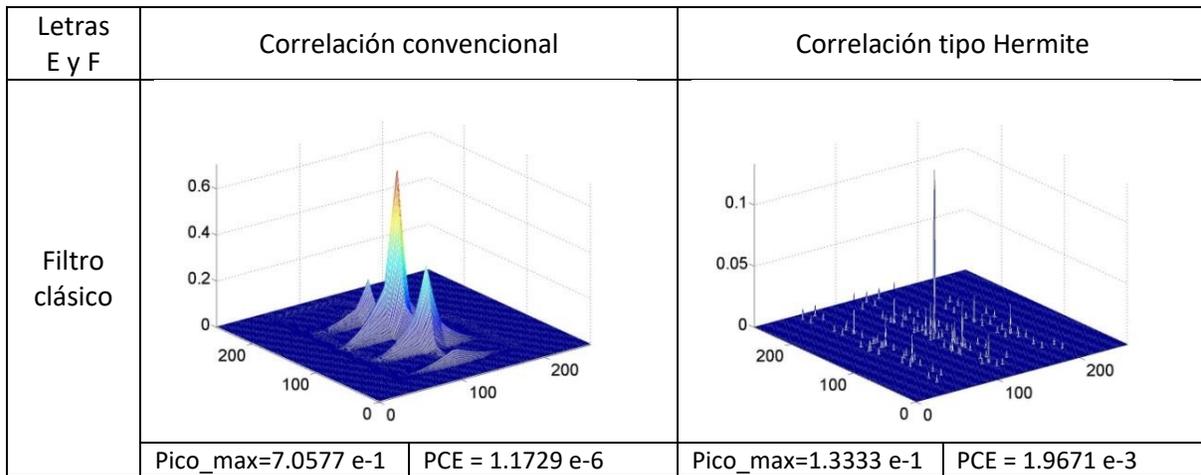


Figura 15. Plano de correlación entre las letras E y F con el filtro clásico y ambas metodologías.

En el plano de correlación, utilizando el filtro clásico, se obtiene un PCE mayor y un pico de correlación menor con la correlación tipo Hermite. En la figura 13 se compararon las letras B y E y se encontró que el valor de pico de correlación para la correlación convencional fue de 0.6 (se encontró una semejanza del 60%) mientras que en la correlación tipo Hermite fue de 0.03 (semejanza del 3%). En la figura 14 también se encontró una mejor capacidad de discriminación con la correlación tipo Hermite, ya que el valor de pico de correlación fue de 0.08 mientras que con la correlación convencional fue de 0.4. La figura 15 mostró un resultado similar a las figuras 13 y 14. En otras palabras, la correlación tipo Hermite distingue mejor entre objetos o imágenes diferentes. Y genera un pico de salida más limpio.

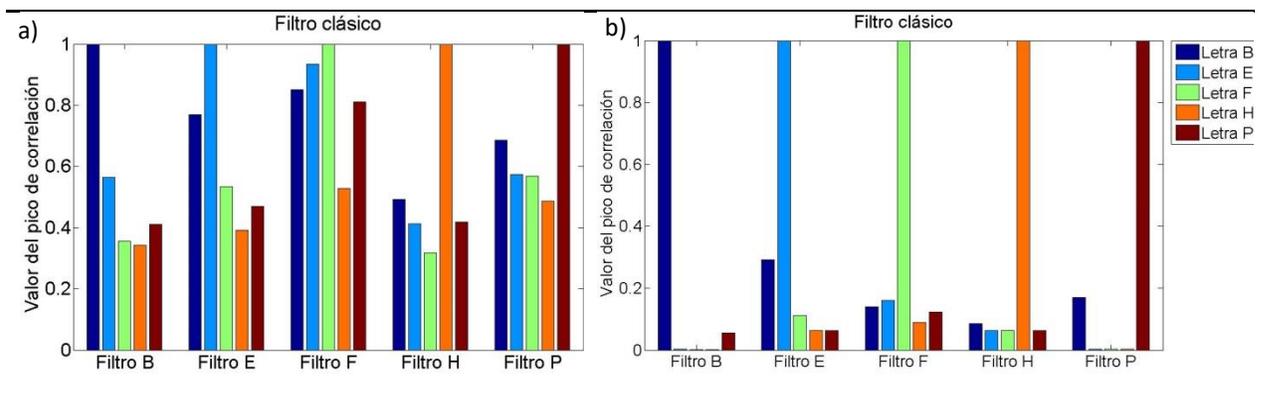


Figura 16. Valor de correlación entre letras utilizando un filtro clásico. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

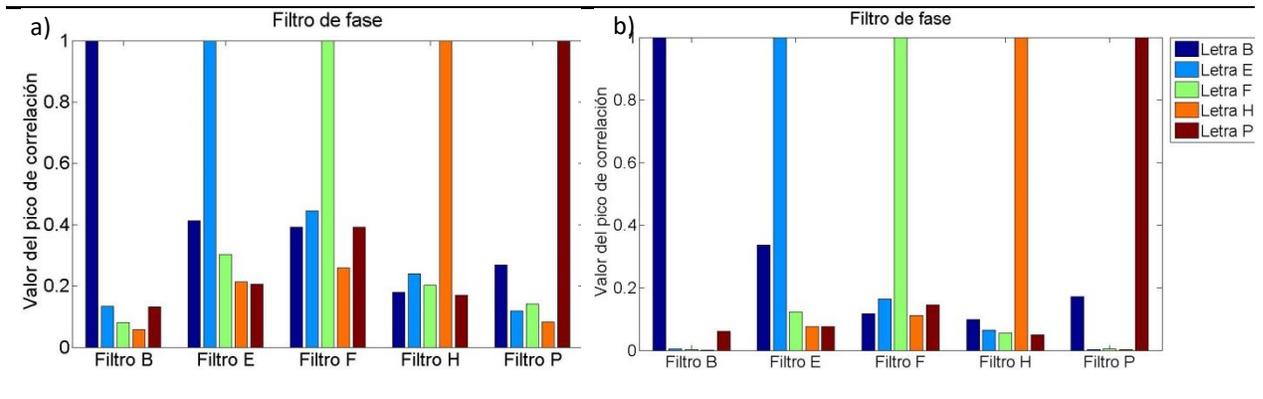


Figura 17. Valor de correlación entre letras utilizando un filtro de fase. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

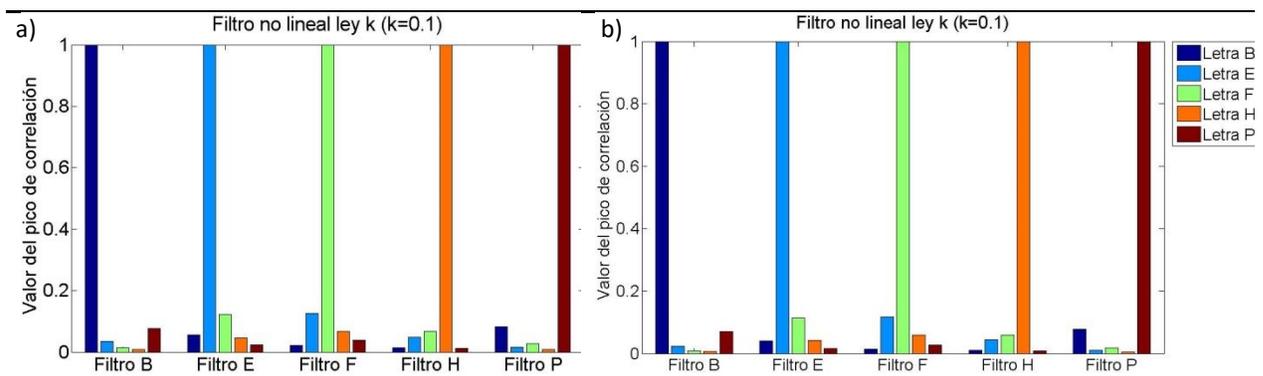


Figura 18. Valor de correlación entre letras utilizando un filtro no lineal ley k ($k=0.1$). a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

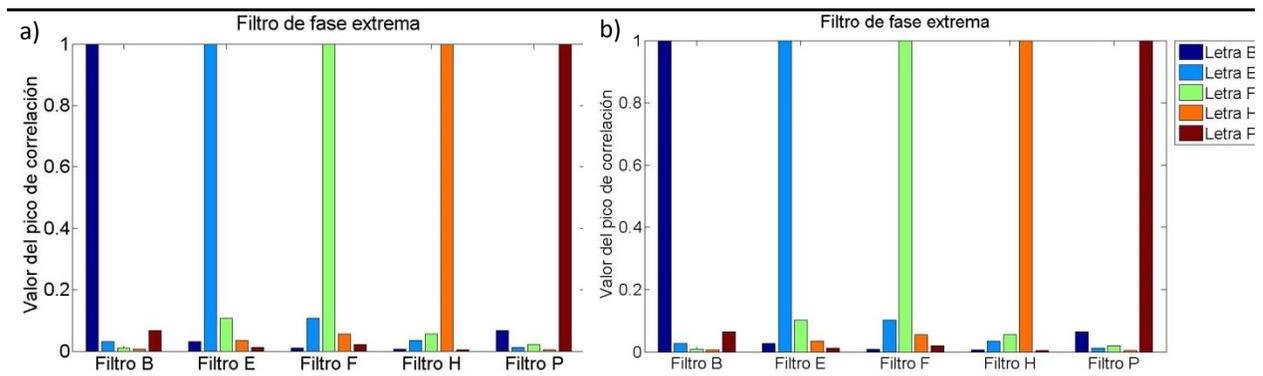


Figura 19. Valor de correlación entre letras utilizando un filtro de fase extrema. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

Al hacer correlaciones entre todas las letras de prueba para los filtros: clásico, de fase, no lineal ley k ($k=0.1$) y de fase extrema, se obtuvieron los valores de pico de correlación con las dos metodologías utilizadas.

Si se observa la figura 16, donde se utiliza el filtro clásico, se puede ver que el valor de correlación para las correlaciones cruzadas es menor cuando se utiliza la correlación tipo Hermite lo cual indica que esta metodología discrimina mejor entre letras. En la figura 17, donde se utiliza el filtro de fase se tiene un comportamiento similar al de la figura 16. Con ambos filtros la correlación tipo Hermite logró discriminar mejor entre letras. Es importante aclarar que con ambas metodologías se logró distinguir la letra deseada, sin embargo con la correlación tipo Hermite se tiene un mayor nivel de confianza y una salida más limpia.

En las figuras 18 y 19 los valores de pico de correlación para ambas metodologías fue similar, debido a que los valores encontrados son aceptables en ambos casos no hay preferencia de uso entre metodologías. Esto es debido a que estos últimos filtros realizan un trabajo similar al que hace la transformada de Hermite.

3.3 Coeficiente de discriminación y tipos de ruido

A una de las letras se le agregó ruido gaussiano e impulsivo con diferente varianza y densidad respectivamente; ya que el coeficiente de correlación está dado con base en la cantidad de ruido que hay en la imagen a correlacionar. La manera en la que se ve la letra inmersa en diferentes cantidades de ruido es la siguiente, (Figura 20).

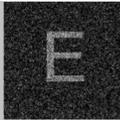
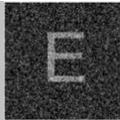
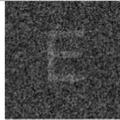
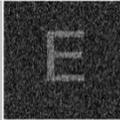
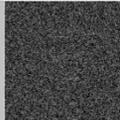
E	Tipo de ruido	
	Ruido gaussiano	Ruido impulsivo
0.1		
0.5		
0.8		
0.95		

Figura 20. La imagen de la letra E se muestra con diferentes valores de varianza y densidad para los ruidos gaussiano e impulsivo respectivamente.

Para el ruido impulsivo con densidad 0.95 la imagen de la letra se pierde, para analizar en qué valor se pierde la capacidad de identificar la letra entre el ruido se requiere recurrir al coeficiente de discriminación (DC). En las siguientes figuras se muestra el valor del coeficiente de discriminación. En ellas se puede apreciar que en algunas el valor de la densidad o de la varianza producen un coeficiente de discriminación igual o menor a cero.

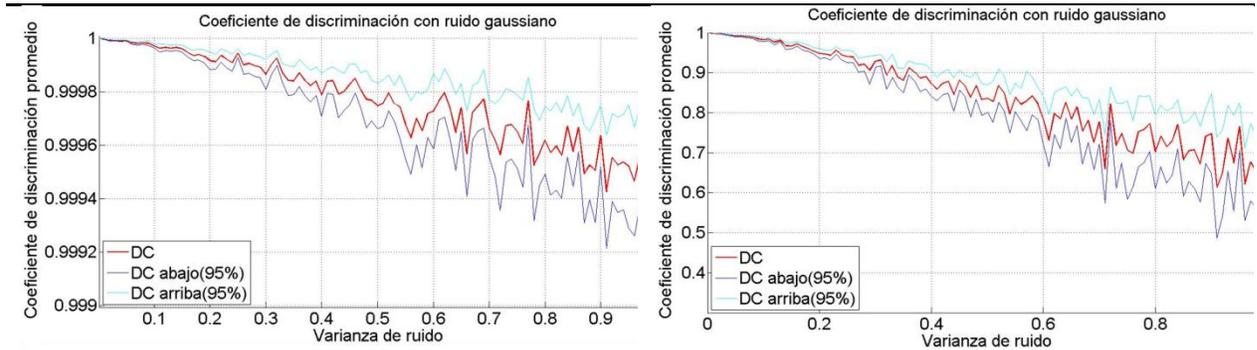


Figura 21. Coeficiente de discriminación promedio con ruido gaussiano para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro clásico.

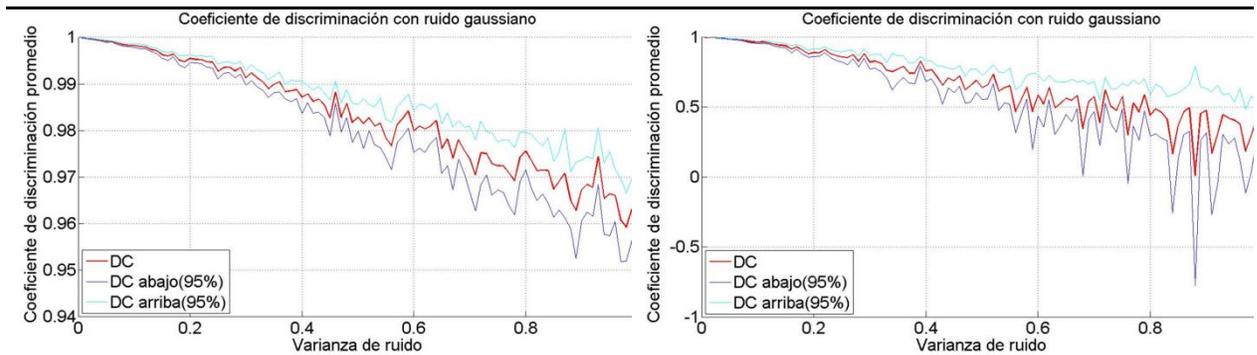


Figura 22. Coeficiente de discriminación promedio con ruido gaussiano para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro de fase.

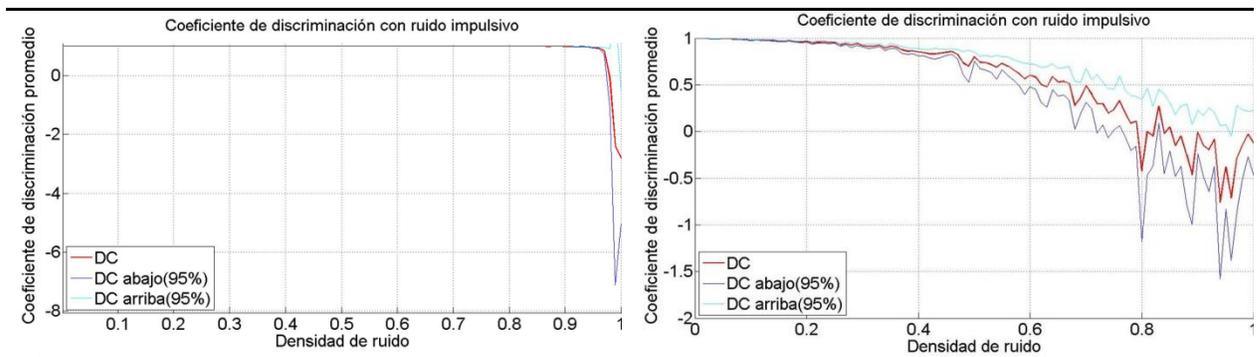


Figura 23. Coeficiente de discriminación promedio con ruido impulsivo (sal y pimienta) para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro clásico.

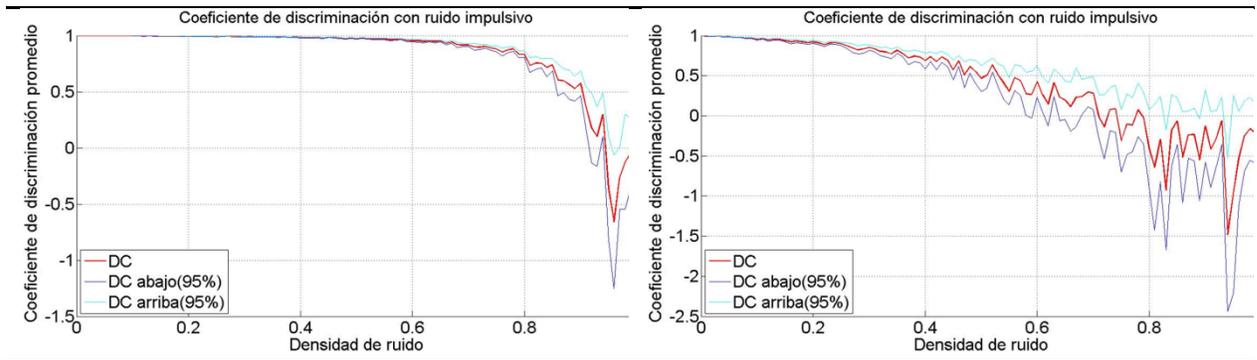


Figura 24. Coeficiente de discriminación promedio con ruido impulsivo (sal y pimienta) para la correlación convencional (izquierda) y la correlación tipo Hermite (derecha), utilizando un filtro de fase.

En la gráfica 21 se observa que el filtro clásico utilizado en la metodología convencional puede soportar mayor cantidad de ruido en comparación con el filtro clásico utilizado en la metodología con transformada de Hermite. Esto sucede para ambos tipos de ruido (figura 23). Esto se debe a una cualidad inherente al filtro clásico que soporta muy bien la señal con ruido. En la figura 22 se ve que con ruido gaussiano y un filtro de fase la correlación tipo Hermite pierde la capacidad de reconocer la imagen con valores de varianza mayores a .72 mientras que la correlación convencional logró reconocer la imagen aun con valores de varianza igual a 1. En la figura 24 se observa que con la correlación convencional se puede soportar un poco más de densidad de ruido (~ 0.9) en comparación con la correlación tipo Hermite (~ 0.55). Ya que la transformada de Hermite contiene información parcial de la imagen, esto genera que al agregarle ruido a la imagen problema la información de esta se pierda más fácilmente que con una imagen sin transformar.

3.3.1 Ruido gaussiano

Los planos de correlación utilizando letras inmersas en ruido gaussiano se muestran en las figuras 25-28.

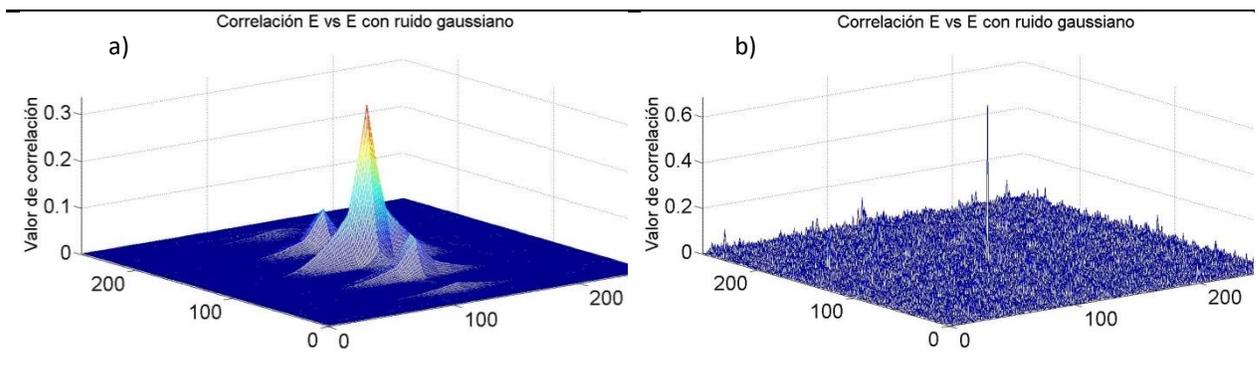


Figura 25. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite, entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.3 utilizando un filtro clásico.

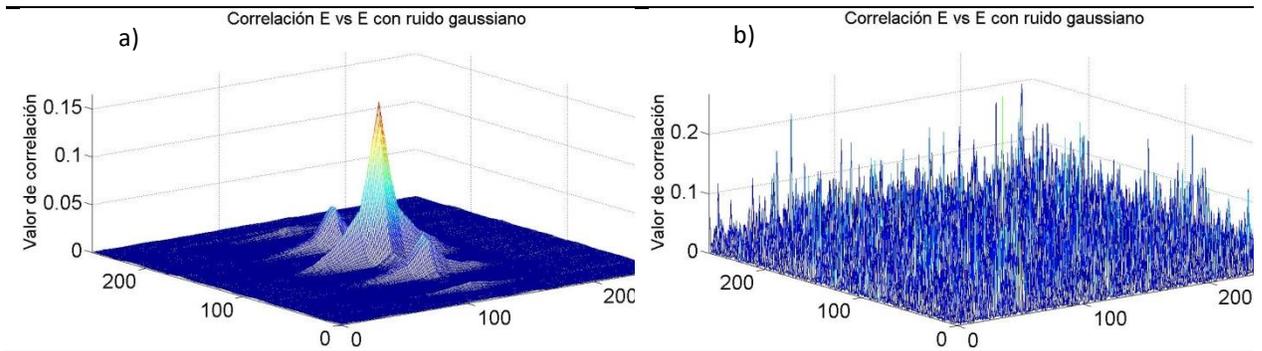


Figura 26. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.8 utilizando un filtro clásico.

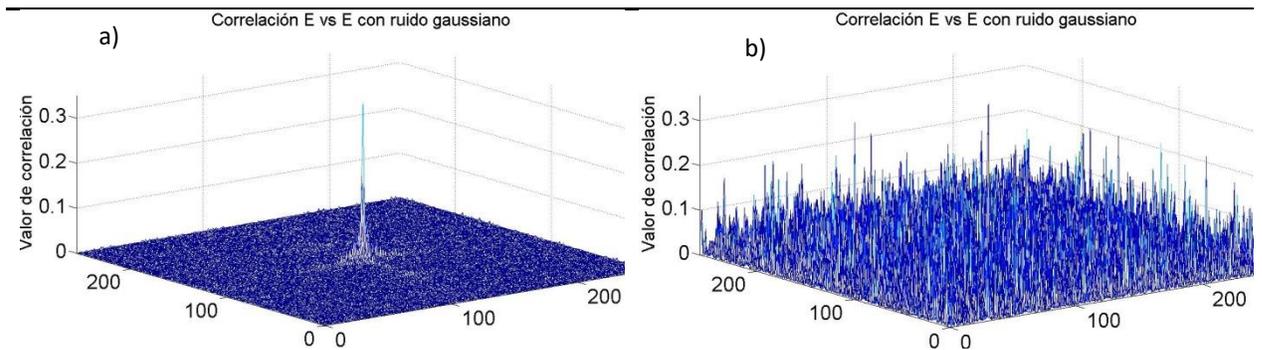


Figura 27. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.3 utilizando un filtro de fase.

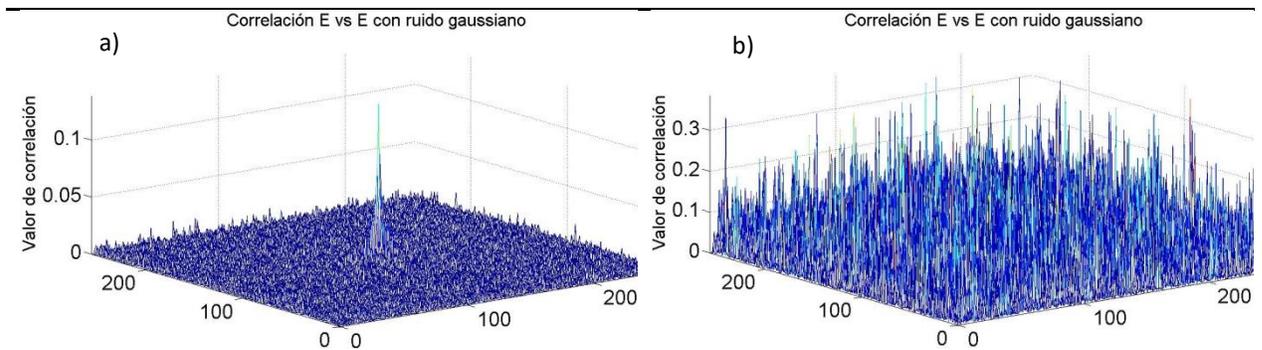


Figura 28. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido gaussiano con varianza 0.8 utilizando un filtro de fase.

En la figura 25 se observa que el pico de correlación (filtro clásico) obtenido utilizando la correlación tipo Hermite es más definido aun cuando la imagen problema tenía ruido gaussiano con varianza 0.3. Sin embargo en las figuras 26, 27 y 28 se muestra que utilizando la correlación convencional es posible distinguir mejor entre imágenes cuando éstas están contenidas en ruido gaussiano. Esto debido a que la transformada de Hermite contiene información parcial de la imagen y ésta se pierde más fácilmente entre el ruido agregado.

3.3.2 Ruido impulsivo (sal y pimienta)

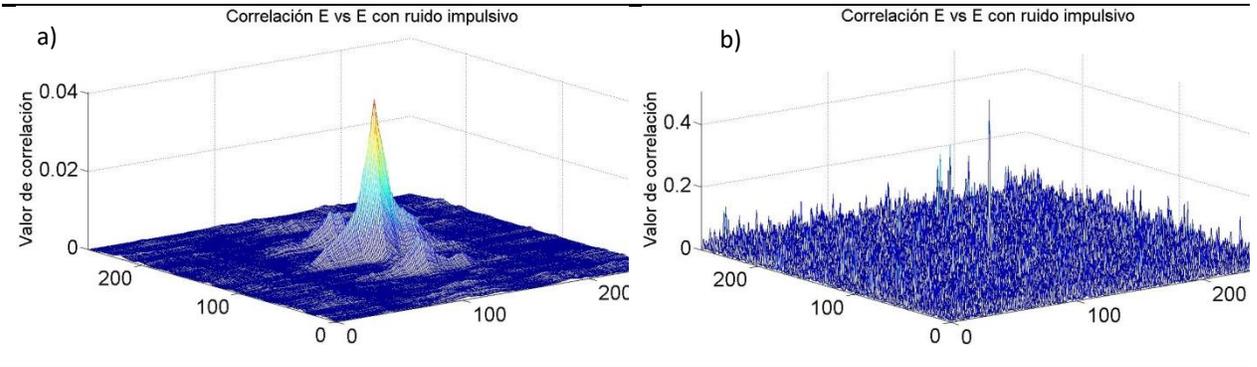


Figura 29. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.3 utilizando un filtro clásico.

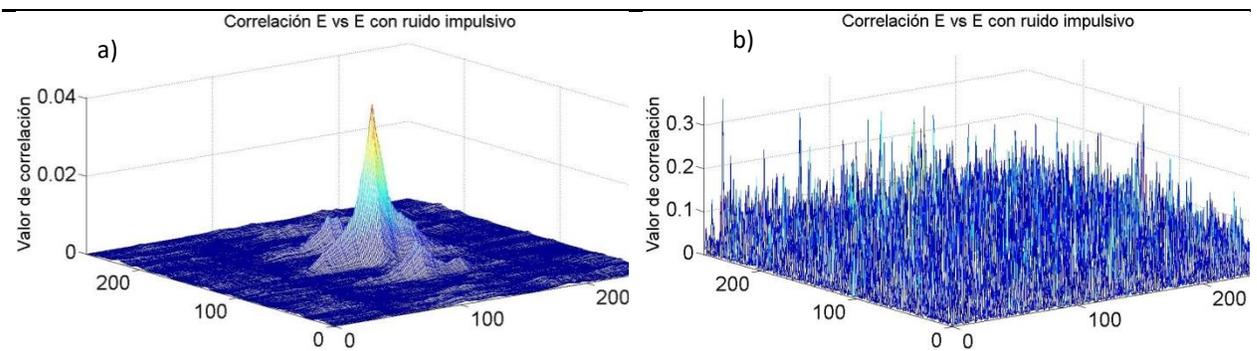


Figura 30. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.8 utilizando un filtro clásico.

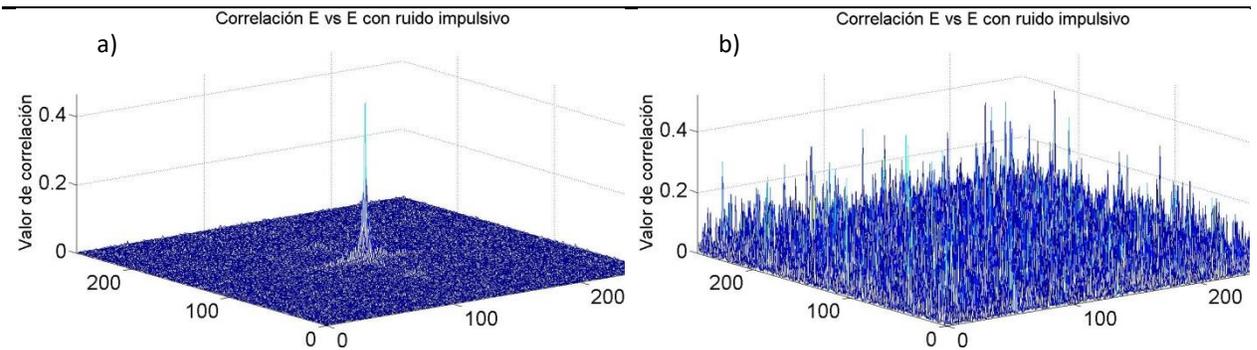


Figura 31. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.3 utilizando un filtro de fase.

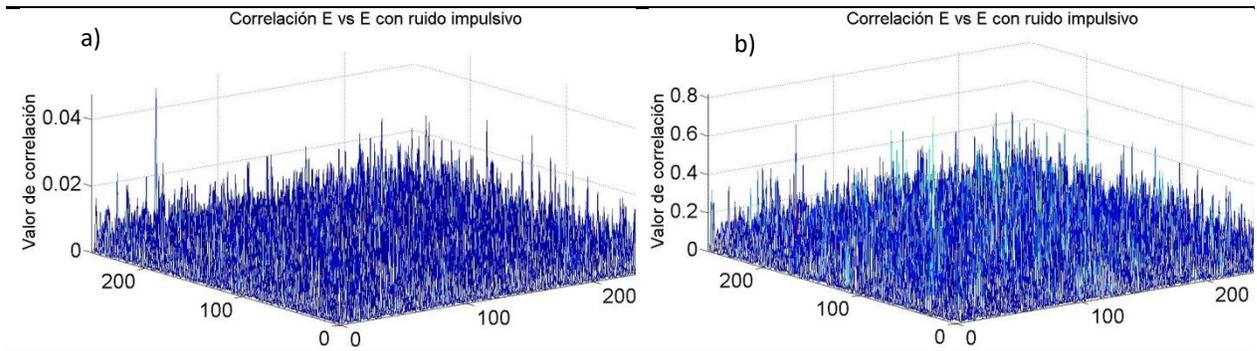


Figura 32. a) Correlación convencional y b) correlación tipo Hermite entre la letra E sin ruido y la letra E con ruido impulsivo con densidad 0.8 utilizando un filtro de fase.

El comportamiento de los planos de correlación cuando la imagen problema estaba inmersa en ruido impulsivo fue similar al de los planos de correlación con imágenes inmersas en ruido gaussiano. La figura 29 muestra un pico de correlación más definido con la correlación tipo Hermite, comparándola con la correlación convencional. Sin embargo en las figuras 30 y 31 se ve que con la correlación convencional es posible distinguir mejor entre imágenes inmersas en ruido impulsivo. En la figura 32 se observa que debido a la cantidad de ruido en las imágenes, no fue posible identificar la imagen inmersa en ruido con ninguna de las metodologías.

Ya que la transformada de Hermite contiene información parcial de la imagen, esto provoca que al agregarle ruido a la imagen problema la información de ésta se pierda más fácilmente.

Se hicieron correlaciones con imágenes inmersas en ruido utilizando un filtro de fase extrema y el filtro no lineal ley k , pero los resultados obtenidos fueron similares entre ambos tipos de correlación por lo que no se muestran estas figuras.

3.4 Correlaciones entre especies de fitoplancton con tratamiento previo

Utilizando un grupo de 30 especies de fitoplancton (Figura 33) se hicieron correlaciones entre ellas con ambas metodologías con cuatro filtros de correlación obteniéndose las siguientes gráficas. Estas imágenes fueron tratadas previamente para eliminar el ruido de fondo y las variaciones de iluminación.

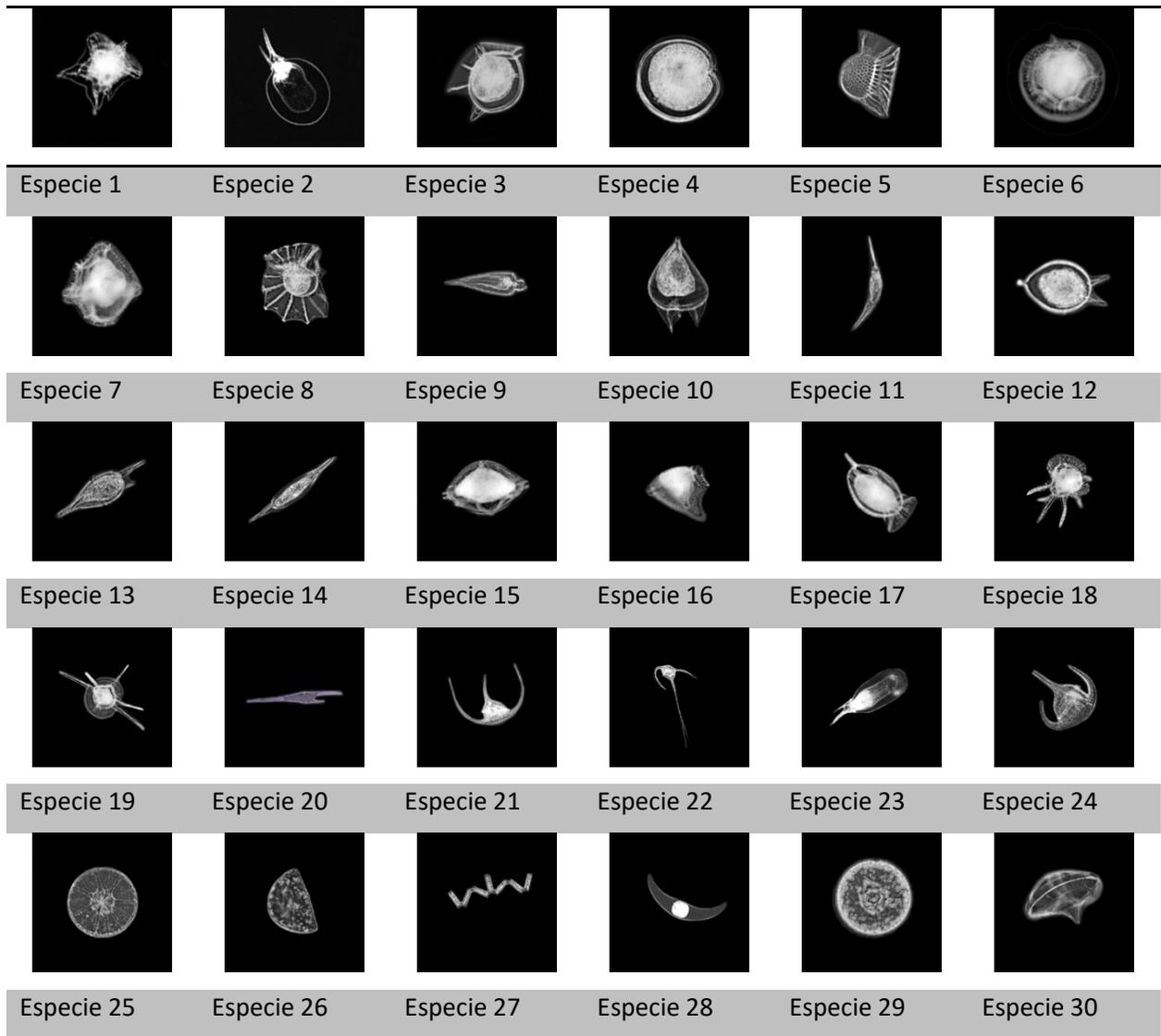


Figura 33. Especies de fitoplancton. Especie 1 es *Acanthogonyaulax spinifera*. Especie 2 es *Ceratium gravidum*. Especie 3 es *Dinophysis hastata*. Especie 4 es *Diplosalopsis orbicularis*. Especie 5 es *Histioneis*. Especie 6 es *Lingulodinium polyedrum*. Especie 7 es *Ornithocercu armata*. Especie 8 es *Ornithocercus magnificus*. Especie 9 es *Oxytoxum scolapax*. Especie 10 es *Podolampas bipes 1*. Especie 11 es *Podolampas spinifer 1*. Especie 12 es *Podolampas bipes 2*. Especie 13 es *Podolampas palmipes*. Especie 14 es *Podolampas spinifer 2*. Especie 15 es *Protoperidinium*. Especie 16 es *Dinophysis rapa*. Especie 17 es *Dinophysis hastate*. Especie 18 es *Ceratocorys horrida 1*. Especie 19 es *Ceratocorys horrida 2*. Especie 20 es *Ceratium furca*. Especie 21 es *Ceratium lúnula*. Especie 22 es *Ceratium hexacantum*. Especie 23 es *Ceratium praelongum*. Especie 24 es *Ceratium breve*. Especie 25 es *Asterolampra marylandica*. Especie 26 es *Hemidiscus cuneiformis*. Especie 27 es *Thalassionema nitzschioides*. Especie 28 es *Pyrocystis*. Especie 29 es *Hemidiscus*. Especie 30 es *Dinoflagellata*.

Haciendo la correlación entre las 30 especies de fitoplancton utilizando como filtro la especie cinco se obtuvieron las siguientes gráficas (Fig. 34 y 35).

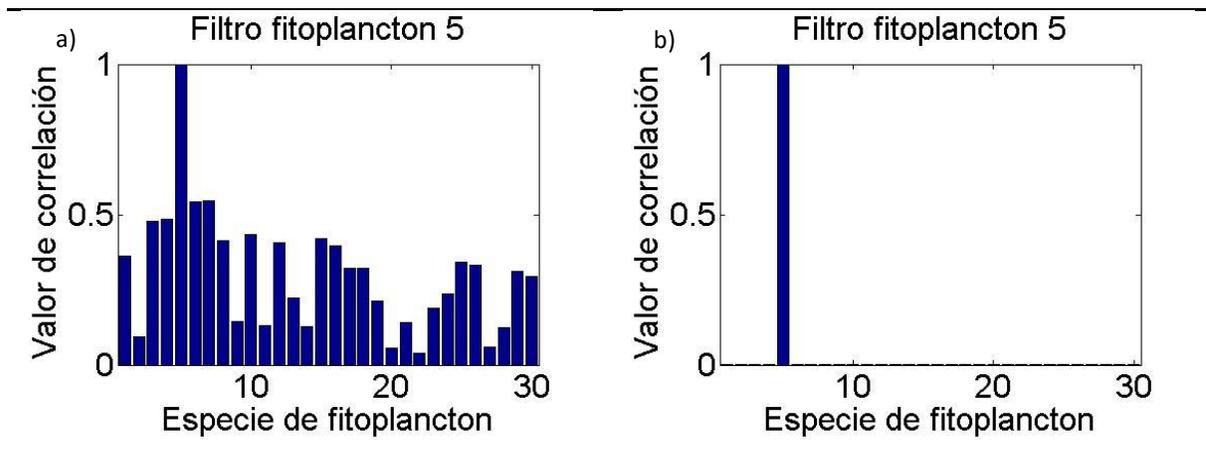


Figura 34. Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie cinco como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

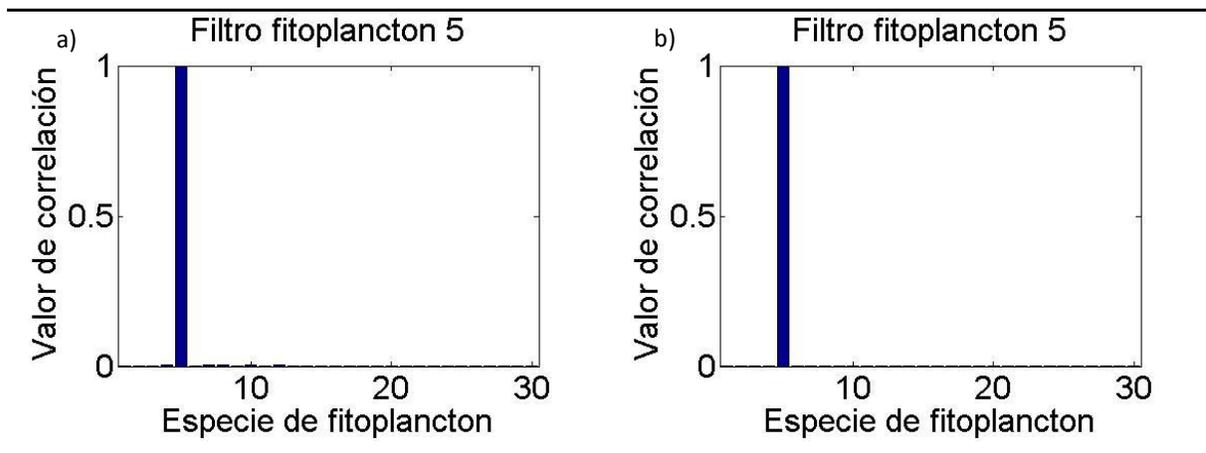


Figura 35. Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro de fase con la especie cinco como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

En todos los casos fue posible distinguir la especie deseada. Sin embargo se ve en la figura 34 que utilizando la correlación tipo Hermite el valor de los picos de correlación entre diferentes especies es prácticamente cero cuando se le compara con la correlación convencional. Esto indica que para este filtro la correlación tipo Hermite tiene un mayor nivel de discriminación. En la figura 35 el valor del pico de correlación fue similar. Dado que para ambos casos se puede discriminar bien entre imágenes, no se tiene preferencia por ninguna metodología, ya que ambas tienen un nivel de discriminación alto. Los resultados obtenidos con el filtro no lineal ley k y el filtro de fase extrema son similares a los de la figura 35, por lo que no se muestran. Los resultados obtenidos en estas figuras fueron similares para las otras 29 especies por lo que no se incluyeron estas figuras.

3.4.1 Especies de fitoplancton con patrones de iluminación no homogénea

A cada especie de fitoplancton se les agregaron ocho patrones de iluminación (Figura 36) y se realizaron correlaciones entre la misma especie inmersa en los diferentes patrones de iluminación no homogénea y se graficó el valor de correlación.

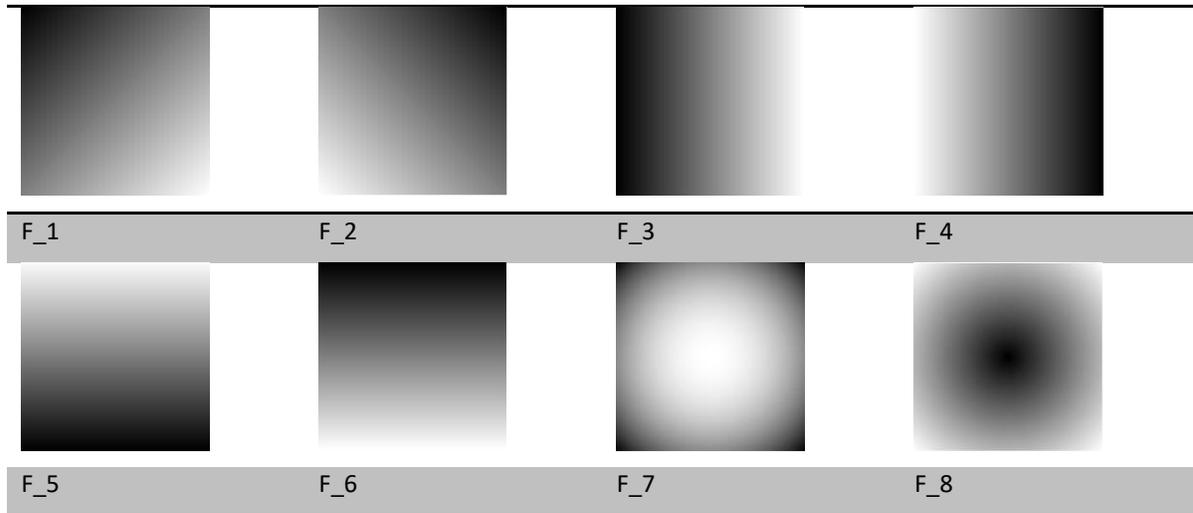


Figura 36. Patrones de iluminación no homogénea utilizados en las especies de fitoplancton.

Al agregársele los patrones de iluminación no homogénea a las imágenes de fitoplancton, estas quedan de la siguiente manera (figura 37).

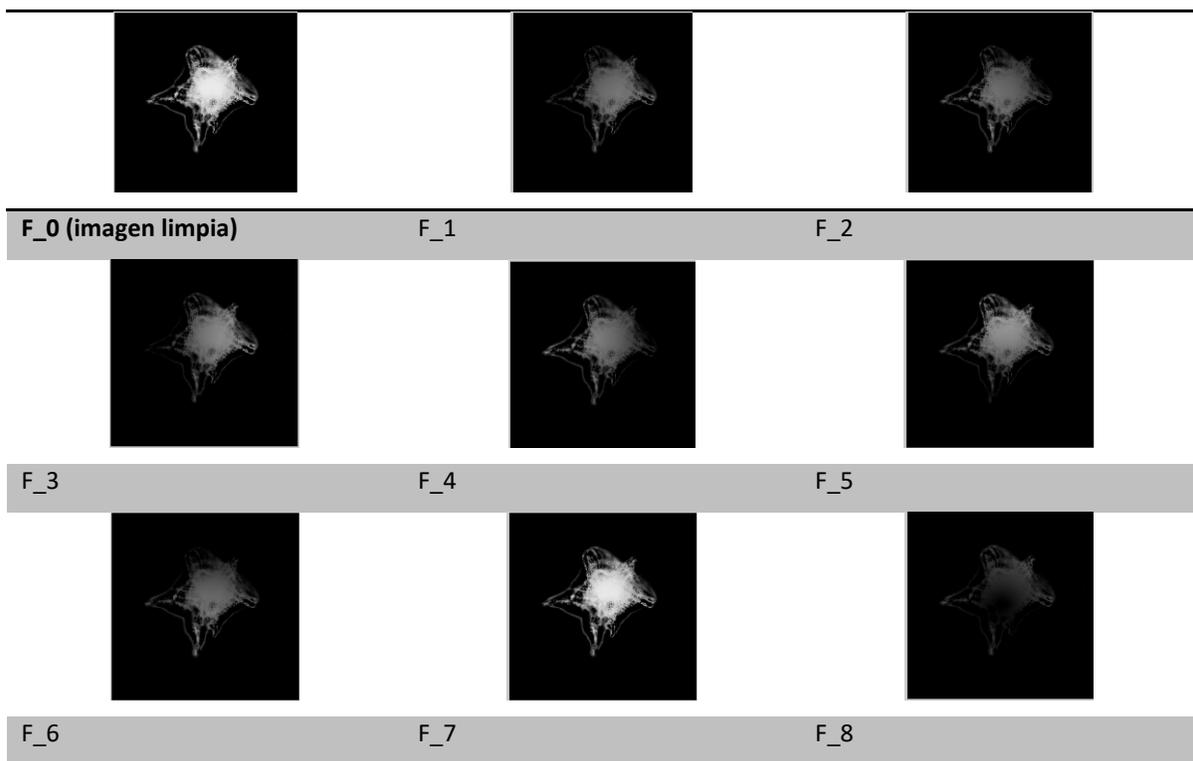


Figura 37. Especie uno con los ocho patrones de iluminación agregados.

Las siguientes figuras (38-41) muestran el valor de correlación de la especie uno de fitoplancton inmersa en diferentes patrones de iluminación utilizando diferentes filtros de correlación.

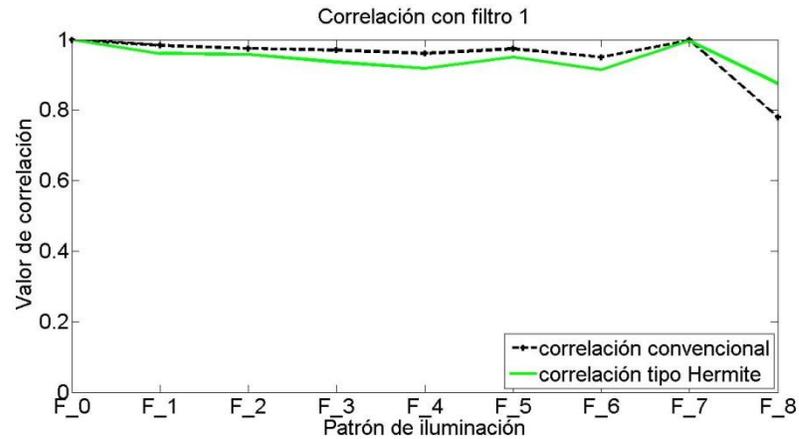


Figura 38. Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro clásico para ambas metodologías de correlación.

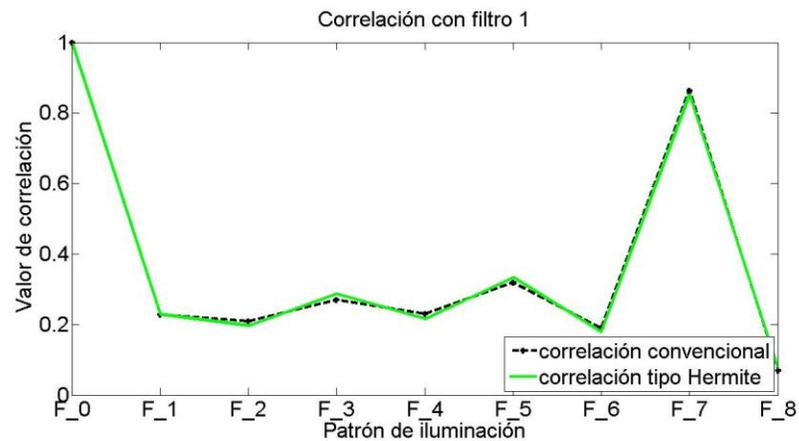


Figura 39. Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro de fase para ambas metodologías de correlación.

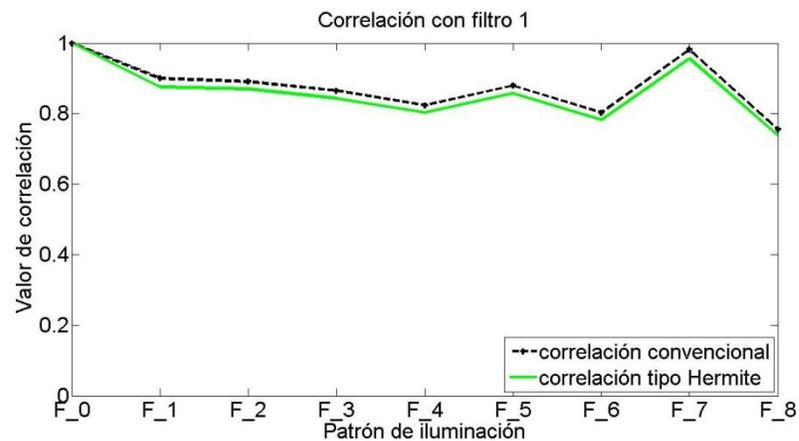


Figura 40. Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro de fase extrema para ambas metodologías de correlación.

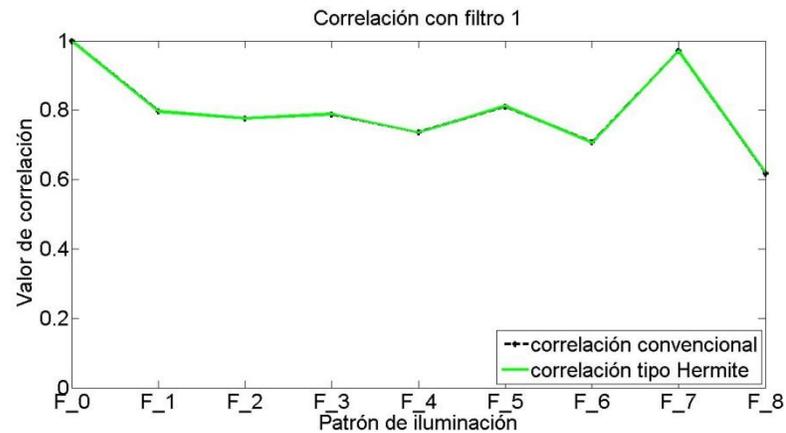


Figura 41. Valor de correlación para la especie uno utilizando un filtro no lineal ley k para ambas metodologías de correlación.

Debido a que el valor de correlación entre imágenes de fitoplancton con patrones de iluminación no homogénea es igual en ambas metodologías, sólo se muestra la correlación con la especie uno de manera ilustrativa.

Se puede observar en las figuras 38-41 que para F_0 el valor de correlación es uno, ya que en este caso la imagen problema no contenía iluminación no homogénea. En F_7 se observa un pico que se debe a que el patrón de iluminación no homogénea F_0 tiene el centro iluminado, (figura 36) y es por esto que no se pierde mucha información de la imagen problema. El caso contrario ocurre con el patrón de iluminación F_8 , donde la parte oscura está en el centro de la imagen y se pierde mucha información de la imagen problema, (figura 37).

Utilizando la imagen de una especie de fitoplancton sin iluminación no homogénea agregada, se hicieron correlaciones para las 30 especies de fitoplancton con los ocho patrones de iluminación para cada especie y se graficó el valor del pico de correlación para poder hacer las comparaciones de discriminación entre especies para los diferentes filtros y metodologías de correlación.

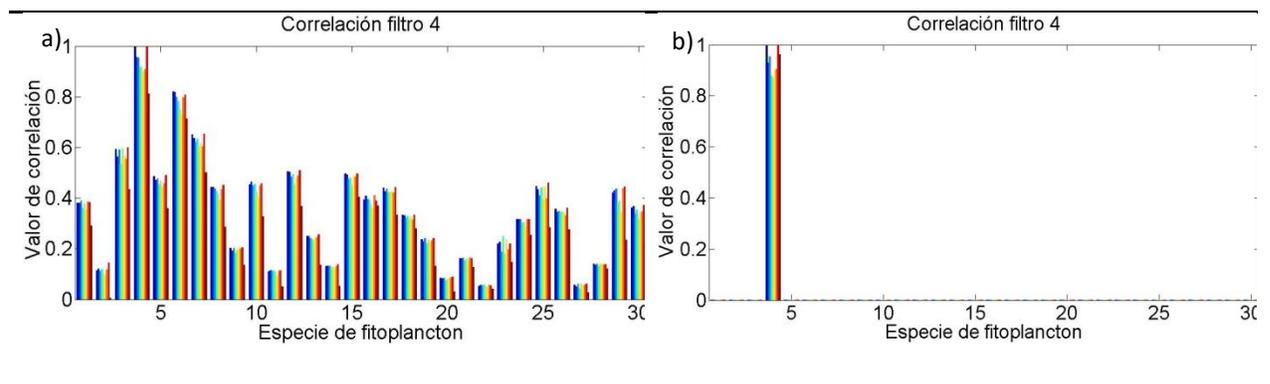


Figura 42. a) Valor de correlación convencional, b) valor de correlación con transformada de Hermite para un filtro clásico utilizando la especie cuatro como filtro.

En la figura 42.a se puede ver que algunos valores de correlación de la especie cuatro son similares a los de la especie seis. En otras palabras, el filtro clásico no logró distinguir entre especies utilizando la correlación convencional. Se realizaron correlaciones utilizando otras especies como filtro y se encontraron más casos donde las especies no se lograron distinguir. Sin embargo en la figura 42.b el valor de correlación para especies no deseadas fue prácticamente cero, por lo que se puede decir que en este caso la correlación de Hermite tiene un nivel de discriminación alto. Los resultados utilizando otras especies como filtro fueron similares así que no se muestran en este trabajo.

Las correlaciones entre especies de fitoplancton con iluminación agregada y utilizando los filtros de fase, fase extrema y no lineal ley k con $k=0.1$, producen una alta discriminación entre especies, la cual es similar para ambas metodologías por lo tanto no se muestran sus figuras.

3.5 Correlaciones entre especies de fitoplancton sin tratamiento previo

El grupo de imágenes de especies de fitoplancton fue extraído de un microscopio sin retocar. Estas imágenes contienen distorsiones naturales, iluminación no homogénea y ruido de fondo típico en este tipo de imágenes.

Las imágenes con las que se hicieron las correlaciones son las siguientes.

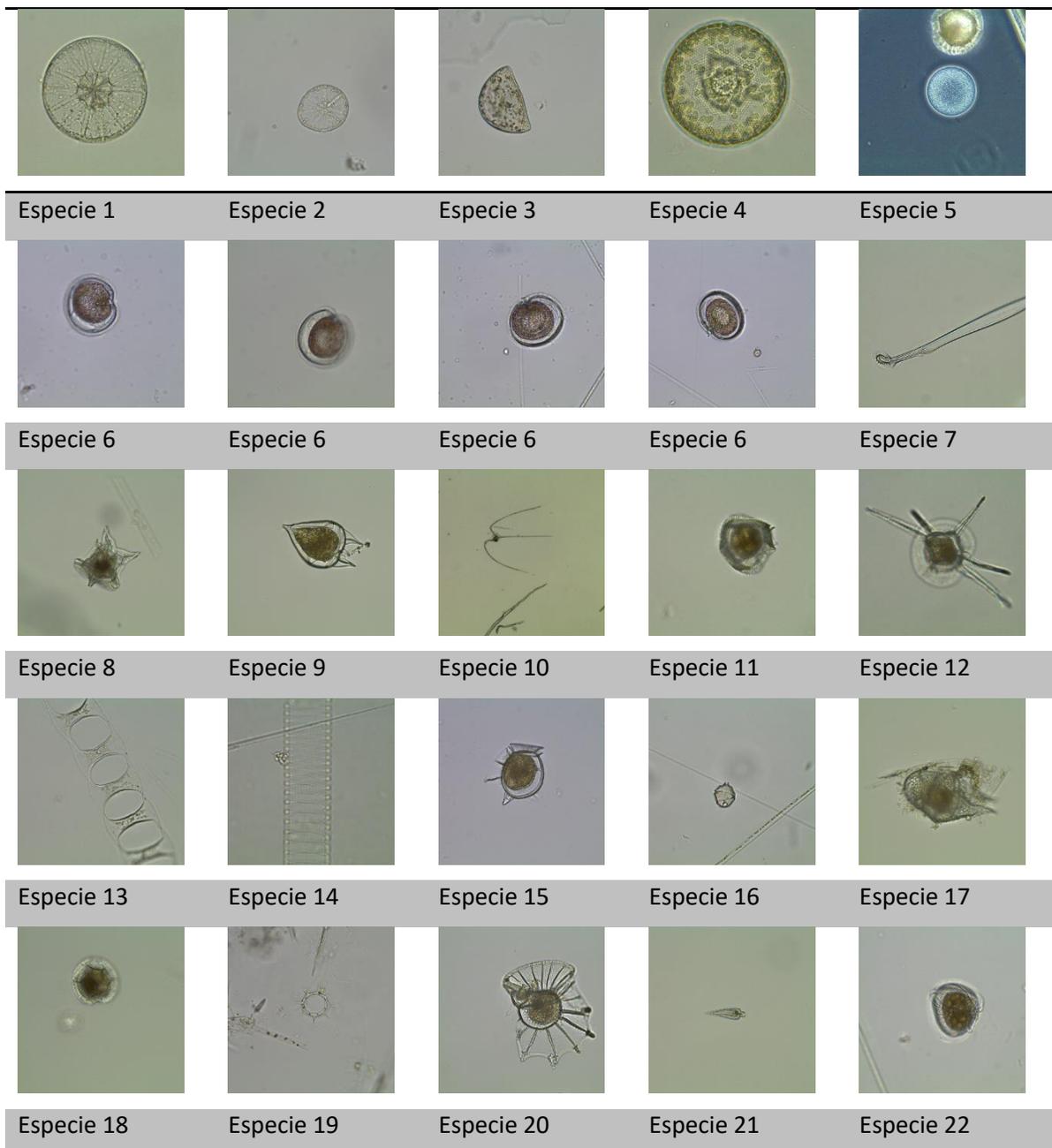


Figura 43. Especies del segundo grupo de fitoplancton. Especie 1 es *Asterolampra marylandica*. Especie 2 es *Asteromphalus heptactis*. Especie 3 es *Hemidiscus cuneiformis*. Especie 4 es *Hemidiscus*. Especie 5 es *Odontella mobiliensis*. Especie 6 es *Diplosalopsis lenticulatum*. Especie 7 es *Amphisolenia bidentata*. Especie 8 es *Acanthogonyaul spinifera*. Especie 9 es *Podolampas bipes*. Especie 10 es *Ceratium macroceros*. Especie 11 es *Ceratocorys armata*. Especie 12 es *Ceratocorys horrida*. Especie 13 es *Climacodium*. Especie 14 es *Dactyliosolen antarcticus*. Especie 15 es *Dinophysis hastata*. Especie 16 es *Goniaulax scippsae*. Especie 17 es *Heterodinium*. Especie 18 es *Linguloinium polyedrum*. Especie 19 es *Octactis octonaria*. Especie 20 es *Ornithocercus steinii*. Especie 21 es *Oxytoxum scolapax*. Especie 22 es *Phalacroma cuneus*.

Haciendo las correlaciones entre las 22 especies de fitoplancton se obtuvieron las siguientes gráficas (Figs. 44-48).

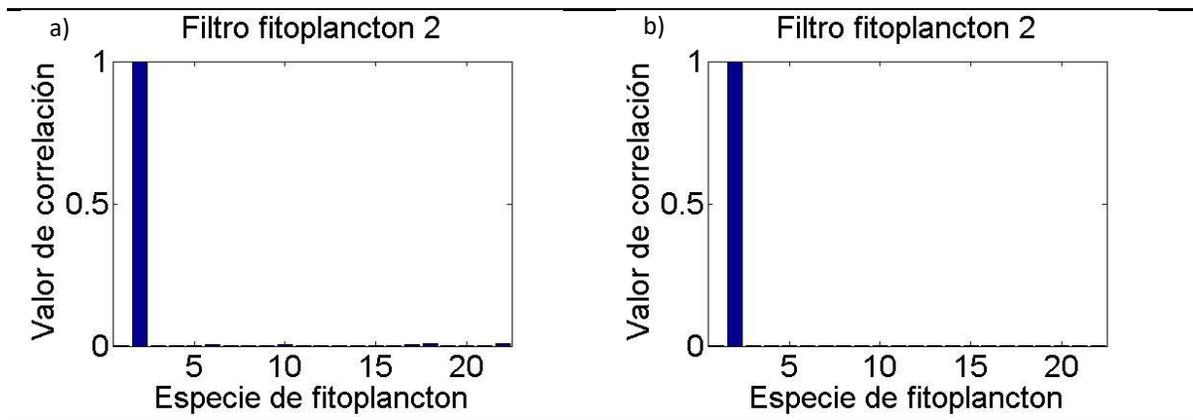


Figura 44. Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie dos como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

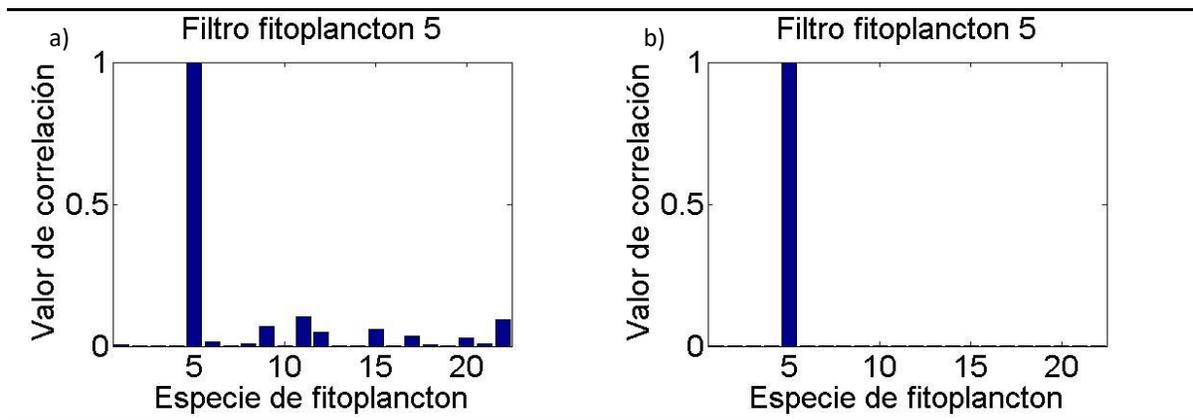


Figura 45. Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie cinco como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

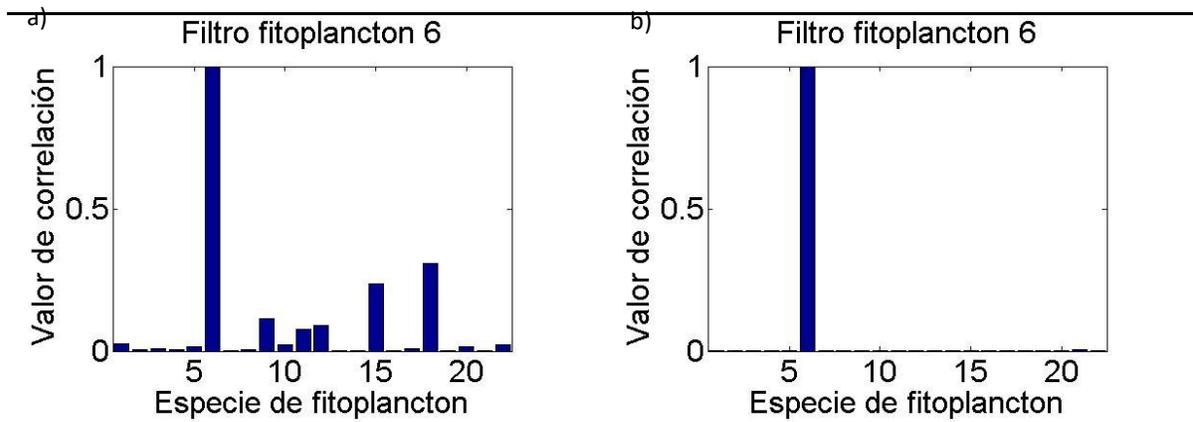


Figura 46. Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie seis como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

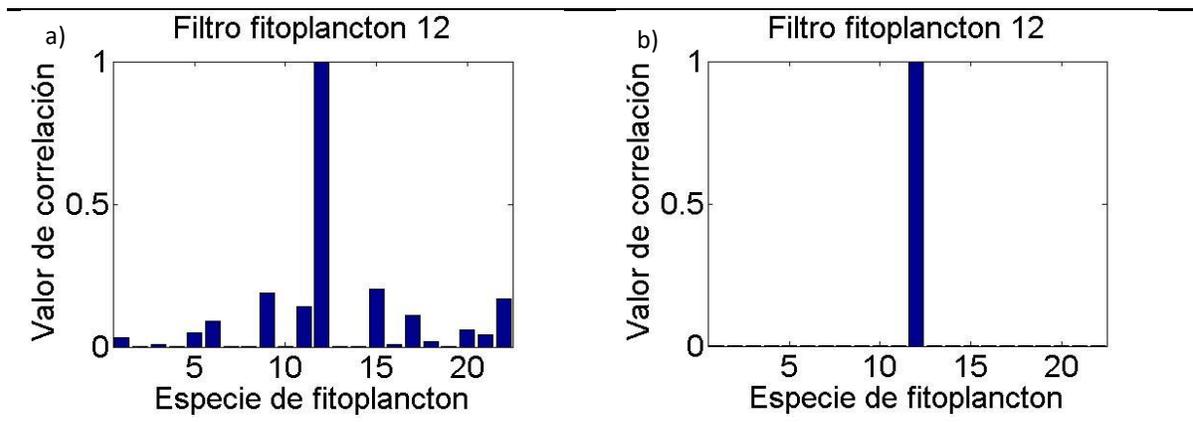


Figura 47. Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie 12 como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

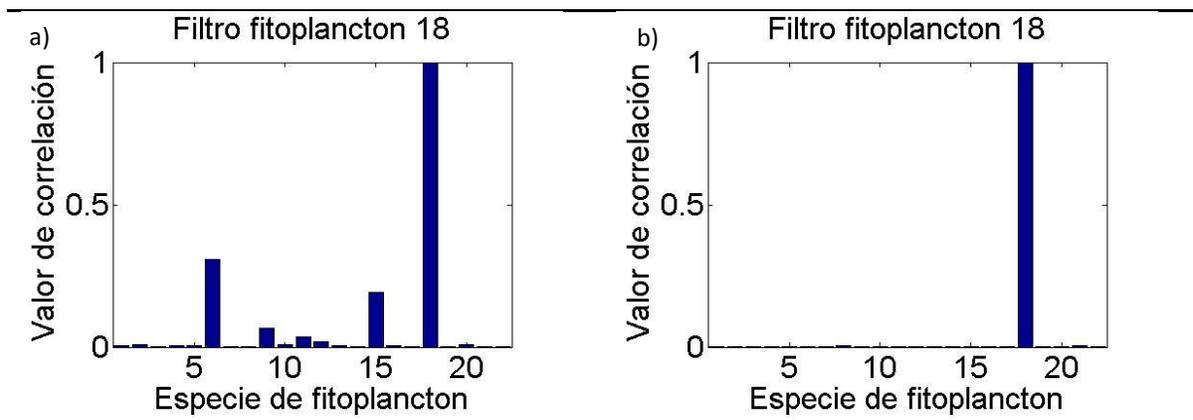


Figura 48. Valor de correlación entre especies de fitoplancton utilizando un filtro clásico con la especie 18 como filtro. a) correlación convencional, b) correlación tipo Hermite.

Para todas las especies correlacionadas con el filtro clásico y ambas metodologías de correlación se logró distinguir la especie deseada. Sin embargo se puede ver en las figuras 45, 46, 47 y 48 que con la correlación tipo Hermite no se presentan picos de correlación considerables entre especies, figurando sólo el pico de correlación para la misma especie, lo cual hace que sea menos probable tener un error en la discriminación entre especies. Por tanto la correlación tipo Hermite discrimina mejor entre especies, produciendo valores de correlación con valores cercanos a cero en especies no deseadas.

3.6 Filtro compuesto para especies de fitoplancton del grupo uno

Para el grupo de fitoplancton con tratamiento previo se generó un filtro compuesto donde las imágenes de entrenamiento fueron las nueve variaciones de iluminación de la misma especie de fitoplancton

incluida la imagen sin iluminación agregada, un ejemplo de este filtro son las transformadas de Fourier de las imágenes de la figura 37.

Las correlaciones para este filtro compuesto generaron resultados que se presentan en la siguiente gráfica (Fig. 49).

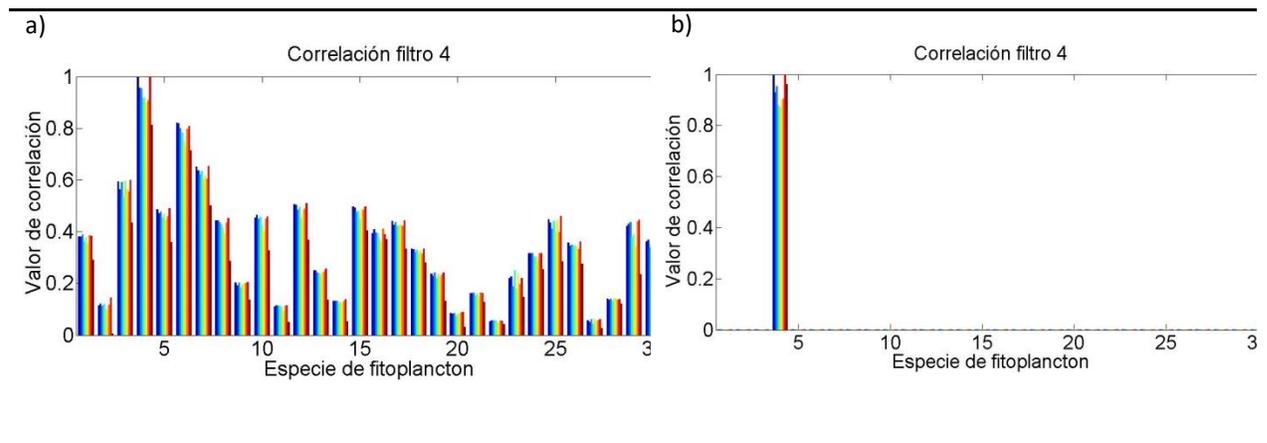


Figura 49. a) Valor de correlación convencional y b) valor del pico de correlación con transformada de Hermite para la especie cuatro utilizando un filtro clásico compuesto.

En la figura 49 se muestran los valores de correlación generados con un filtro clásico compuesto. En este caso se ve que con la correlación tipo Hermite se discrimina mejor entre especies, ya que con el filtro clásico compuesto y la correlación convencional hay valores de correlación entre especies mayores a los encontrados entre la misma especie. Esto hace que se detecten especies no deseadas, como producto de la poca capacidad de discriminación del filtro clásico compuesto cuando se utiliza la correlación convencional. Las figuras para las diferentes especies con este filtro presentan el mismo problema al utilizar la correlación convencional, por lo que no se muestran. Utilizando un filtro compuesto no lineal fue posible identificar a todas las especies deseadas con ambas metodologías, encontrándose valores de correlación similares por lo que estas gráficas no se muestran.

3.7 Filtro compuesto para especies de fitoplancton del grupo dos

Para el grupo de fitoplancton sin tratamiento previo se generó un filtro compuesto donde las imágenes de entrenamiento fueron imágenes de diferentes especímenes de la misma especie de fitoplancton (figura

50). Para hacer notoria la capacidad de discriminación o detección de las especies con este filtro se colocaron cuatro imágenes de la misma especie en las posiciones 6, 7, 8 y 9 con el fin de distinguir estas imágenes entre las otras.

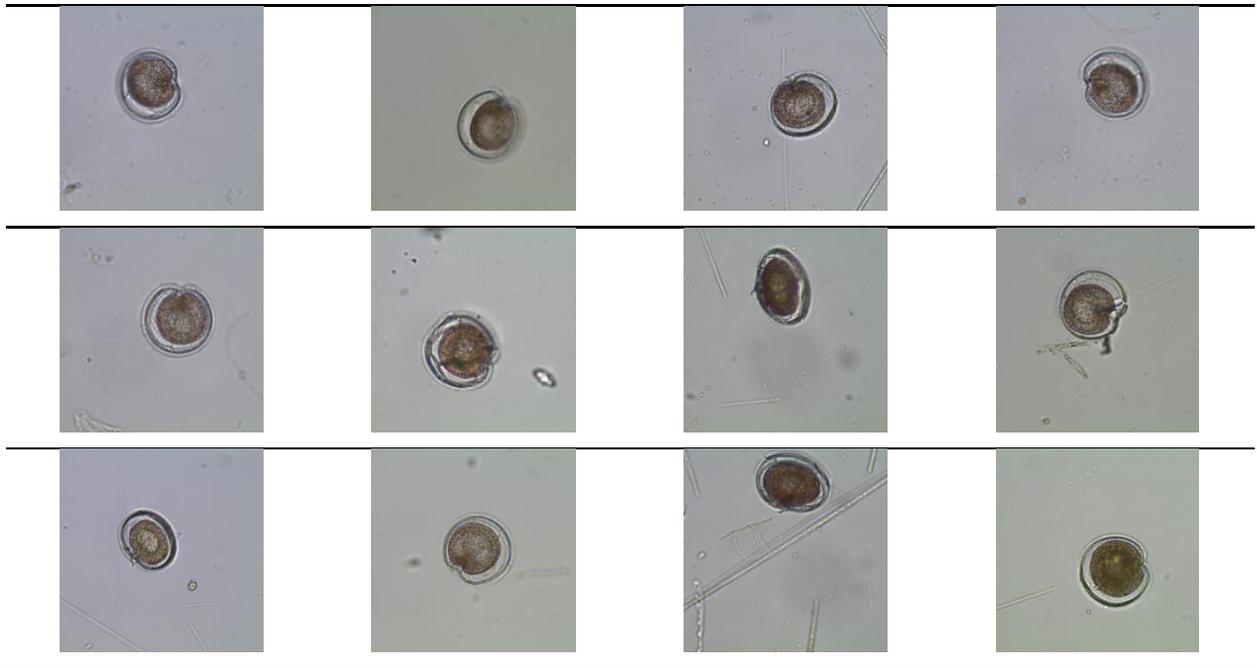


Figura 50. Especímenes de fitoplancton *Diplosalopsis lenticulatum* utilizados para fabricar el filtro compuesto.

Al hacer las correlaciones entre especies con el filtro compuesto y graficando el valor de correlación se encontró los valores mostrados en la Fig. 51.

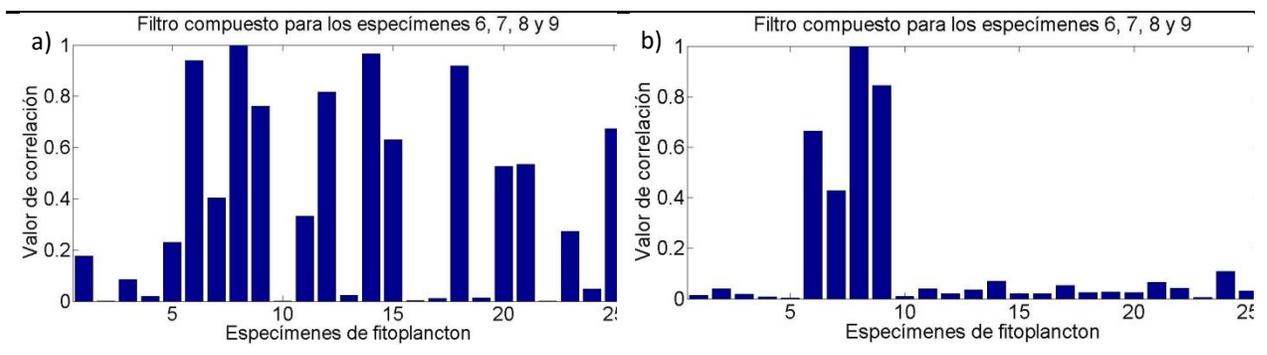


Figura 51. a) Valor de correlación convencional y b) valor de correlación con transformada de Hermite para un filtro clásico compuesto donde los especímenes a resaltar son 6, 7, 8 y 9.

En la figura 51 se observa que con la correlación convencional no es posible distinguir las especies 6, 7, 8 y 9; mientras que utilizando la correlación tipo Hermite sí es posible. Se realizaron correlaciones con

diferentes especies de fitoplancton encontrando que la correlación tipo Hermite lograba distinguir la especie deseada, mientras que la correlación convencional fallaba.

El valor del pico de correlación para los filtros compuestos de fase, fase extrema y no lineal es similar en ambas metodologías, por lo que no se muestran los resultados.

Muchas de las gráficas no fueron incluidas ya que los valores obtenidos con las dos metodologías fue similar, en general esto sucedió con el filtro no lineal ley k y con el filtro de fase extrema. En algunos casos esto pasó también con el filtro de fase. En los casos donde se decidió no colocar algunas graficas fue porque las gráficas mostradas representaban la tendencia de los valores de correlación para todas las especies utilizadas con las dos metodologías.

Capítulo 4. Conclusiones

La correlación tipo Hermite fue capaz de identificar a todas las letras y especies de las imágenes de prueba estudiadas, aún cuando éstas presentaban diferentes patrones de iluminación no homogénea (fitoplancton del grupo uno) o eran imágenes sin tratamiento previo, las cuales tenían ruido de fondo, iluminación no homogénea y distorsiones (fitoplancton del grupo dos).

Al utilizar la correlación tipo Hermite el coeficiente de discriminación fue menor en comparación con la correlación convencional. Sin embargo para cantidades pequeñas de ruido la correlación tipo Hermite generó picos de correlación más definidos en comparación con la correlación convencional.

Cuando al primer grupo de fitoplancton se le agregaron patrones de iluminación no homogénea, se encontró que la correlación tipo Hermite fue capaz de reconocer todas las especies cuando se hicieron las correlaciones con los cuatro filtros; mientras que al utilizar el filtro clásico en la metodología convencional no se logró reconocer algunas especies.

Para el segundo grupo de fitoplancton con ruido, distorsiones e iluminación no homogénea típica de estas imágenes, utilizando la correlación tipo Hermite fue capaz de distinguir todas las especies deseadas con un nivel mayor de confianza que con la correlación convencional, ya que ésta también distingue todas las especies, pero con valores de pico de correlación similares a los valores obtenidos en correlaciones cruzadas.

En la fabricación de filtros compuestos para ambos grupos de fitoplancton la correlación tipo Hermite discrimina mejor utilizando un filtro clásico compuesto ya que la correlación convencional con este filtro no fue capaz de distinguir a la especie deseada. Con el filtro compuesto no lineal y el filtro compuesto de fase, ambas metodologías presentaban valores similares por lo que en esos casos no hay preferencia de uso entre ellas.

En este proyecto de tesis se utilizaron solamente cuatro filtros de correlación. Un trabajo a futuro puede ser la aplicación de la metodología tipo Hermite con diferentes transformadas matemáticas para tratar de solucionar más problemas en las imágenes, como por ejemplo invariancia a rotación y escala. En el método presentado sólo se tuvo invariancia a desplazamiento.

Literatura citada

- Brackx, F., De Schepper, N. & Sommen, F. (2003) *The Hermite transform in quaternionic analysis* Ghent University, department of mathematical analysis.
- Bueno-Ibarra, M. A., Chávez-Sánchez, M. C., & Álvarez-Borrego, J. (2011). K-law spectral signature correlation algorithm to identify white spot syndrome virus in shrimp tissues. *Aquaculture*, 318(3), 283-289.
- Debnath, L., & Bhatta, D. (2015). *Integral transforms and their applications*. (3th. ed.) CRC press.
- Escalante-Ramírez, B. (2008). The Hermite transform as an efficient model for local image analysis: An application to medical image fusion. *Computers & Electrical Engineering*, 34(2), 99-110.
- Escalante-Ramírez, B., & López-Caloca, A. A. (2007). The Hermite transform: an efficient tool for noise reduction and image fusion in remote-sensing. *Image Processing for Remote Sensing*, 273, 537-555.
- Escalante-Ramírez, B., Moya-Albor, E. *Método Diferencial para la estimación de flujo óptico usando la transformada de Hermite* UNAM Fac. Ingeniería.
- Estudillo-Romero, A., & Escalante-Ramírez, B. (2008, September). The Hermite transform: an alternative image representation model for Iris recognition. In *Iberoamerican Congress on Pattern Recognition* (pp. 86-93). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Fimbres-Castro, C., Álvarez-Borrego, J., & Bueno-Ibarra, M. A. (2012). Invariant nonlinear correlation and spectral index for diatoms recognition. *Optical Engineering*, 51(4), 047201-1.
- Gonzalez, C. R., & Woods, R. (2002). *Digital image processing*. Pearson Education.
- Guerra-Rosas, E., & Álvarez-Borrego, J. (2015). Methodology for diagnosing of skin cancer on images of dermatologic spots by spectral analysis. *Biomedical optics express*, 6(10), 3876-3891.
- Guerra-Rosas, E., Álvarez-Borrego, J., & Angulo-Molina, A. (2017). Identification of melanoma cells: a method based in mean variance of signatures via spectral densities. *Biomedical Optics Express*, 8(4), 2185-2194.
- Guerrero-Moreno, R. E., & Álvarez-Borrego, J. (2009). Nonlinear composite filter performance. *Optical Engineering*, 48(6), 067201-067201.
- Horner, J. L., & Gianino, P. D. (1984). Phase-only matched filtering. *Applied optics*, 23(6), 812-816..
- Mackenzie, M. (2004). Correlation with the hermite series using artificial neural network technology.
- Mackenzie, M. R., & Tieu, A. K. (2003). Hermite neural network correlation and application. *IEEE transactions on signal processing*, 51(12), 3210-3219.
- Pech-Pacheco, J. L., Álvarez-Borrego, J., Cristobal Matthias, G. S. Keil. (2003). Automatic object identification irrespective of geometric changes. *Optical Engineering*, 42(2), 551-559.
- Sanchez Luna, V. (2008). *Indexado de imágenes aplicando la transformada polinomial*, Tesis de maestría. Universidad Nacional Autónoma de México.

- Silvn-Cárdenas, J. L., & Escalante-Ramírez, B. (2006). The multiscale Hermite transform for local orientation analysis. *IEEE Transactions on Image processing*, 15(5), 1236-1253. DOI: 10.1109/TIP.2005.864177.
- Solís Ventura, A. (2015). *Metodología basada en la transformada de escala y técnicas de correlación no lineal con invariancia a distorsiones geométricas e iluminación*. Tesis de doctorado. CICESE, México.
- Solorza, S., & Borrego, J. . (2009). Sistema de correlación digital invariante a rotación aplicado a la identificación de modelos de automviles. *e-Gnosis*, 7.
- Solorza, S., & Álvarez-Borrego, J. (2010). Digital system of invariant correlation to position and rotation. *Optics Communications*, 283(19), 3613-3630.
- Srinivasan, N. (2012). *Cross-correlation of biomedical images using two dimensional discrete Hermite Functions* (Doctoral dissertation, University of Akron).
- Vander Lugt, A. (1964). Signal detection by complex spatial filtering. *IEEE Transactions on information theory*, 10(2), 139-145.
- Vijaya B. V. K. Kumar and L. Hasebrook, (1990). Performance measures for correlation filters. *Applied optics*, 29(20), 2997-3006.