

Resumen de la tesis que presenta Marco Antonio Pérez Flores como requisito parcial para obtener el grado de DOCTOR EN CIENCIAS en Ciencias de la Tierra. Ensenada, Baja California, México. Agosto de 1995.

**INVERSION RAPIDA EN 2-D DE DATOS DE RESISTIVIDAD,
MAGNETOTELURICOS Y ELECTROMAGNETICOS DE FUENTE
CONTROLADA A BAJOS NUMEROS DE INDUCCION**

Resumen aprobado por: _____

Dr. Enrique Gómez Treviño
Director de Tesis

En el presente trabajo se considera que cualquier medición electromagnética representa un promedio ponderado de la distribución de conductividad eléctrica del subsuelo. Como consecuencia se llega, primero, a plantear una alternativa a la Ley de Biot-Savart en relación con la zona de influencia de mediciones electromagnéticas y, segundo, al desarrollo de métodos nuevos para interpretar mediciones geoelectricas de diversos tipos.

El primer problema consiste en determinar la región de la tierra que influye o contribuye más en las mediciones de campos electromagnéticos. Se consideran dos bobinas coplanares horizontales como fuente y receptor separadas una cierta distancia. En el dominio de la frecuencia se encuentra que independientemente de la frecuencia, las regiones cercanas a las bobinas son las que contribuyen más a la medición, no obstante que para bajas frecuencias se incorporan también las regiones más profundas y alejadas de las bobinas. Al suponer un impulso de corriente en la bobina fuente, se encuentra como característica importante, que la región de máxima contribución se desplaza verticalmente por debajo de las bobinas en la medida que transcurre el tiempo. Esto significa que se tiene cierta capacidad de enfocamiento en el dominio del tiempo que no se tiene en el de la frecuencia.

Otros autores han abordado el mismo problema, pero todos ellos han utilizado la ecuación de Biot-Savart. En la presente tesis se realiza el análisis comparativo usando la ecuación mencionada y una ecuación alternativa. Se encuentra que si bien la ecuación de Biot-Savart sirve para obtener los campos en el receptor, por medio de una integral o suma de contribuciones, tales contribuciones no son representativas de la zona de influencia pues el análisis conduce a contradicciones. Este estudio comparativo se hizo para un semiespacio homogéneo y también estratificado, obteniéndose consistencia en los resultados mediante la ecuación alternativa.

El otro problema que se aborda en la tesis es la inversión de datos utilizando la misma ecuación alternativa mencionada en el parrafo anterior. Se considera la determinación bidimensional de la conductividad del subsuelo a partir de mediciones con equipos de bobinas coplanares horizontales y coplanares verticales, que operan en el límite resistivo o a bajos números de inducción. Se obtuvo una ecuación integral donde se relacionan linealmente las mediciones con la distribución de conductividad del terreno. El método es una

aproximación para bajos contrastes de la conductividad, sin embargo da buenos resultados para contrastes moderados. El problema de inversión se resuelve mediante programación cuadrática, minimizando la norma cuadrática de los residuos y la norma cuadrática de las derivadas espaciales de la conductividad. Esto permite obtener modelos suaves o de mínima estructura cuyas respuestas se ajustan a los datos. El algoritmo se aplicó a objetivos de diferentes regiones con resultados satisfactorios. Mediante el mismo esquema bidimensional se abordan los problemas de invertir datos de resistividad por corriente directa y magnetotelúricos. Se realizaron inversiones de datos sintéticos obteniéndose resultados satisfactorios. Los algoritmos se utilizaron también para interpretar datos de resistividad y magnetotelúricos de la zona geotérmica de Ahuachapán, El Salvador. Mediante la aplicación de la metodología de inversión descrita en esta tesis, se obtuvo información adicional a la ya reportada por otros autores. Esto contribuirá a tener un mejor conocimiento de la geología del área, a través del estudio de las propiedades eléctricas del campo geotérmico.

TESIS DEFENDIDA POR: **MARCO ANTONIO PEREZ FLORES**

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITE:

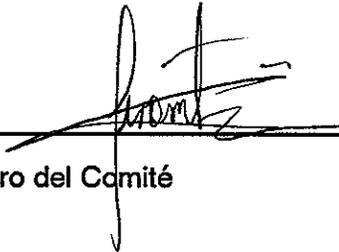


DR. ENRIQUE GOMEZ TREVIÑO.- Director del Comité

DR. MARIO MARTINEZ GARCIA.- Miembro del Comité



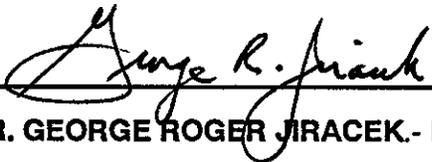
DR. CARLOS FLORES LUNA.- Miembro del Comité



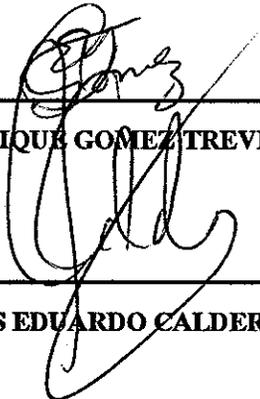
DR. CIRO MARTINEZ GARCIA-MORENO.- Miembro del Comité



DR. JUAN GARCIA ABDESLEM.- Miembro del Comité



DR. GEORGE ROGER JIRACEK.- Miembro del Comité



DR. ENRIQUE GOMEZ TREVIÑO.- Jefe del Depto. de Geofísica Aplicada

DR. LUIS EDUARDO CALDERON AGUILERA.- Director de Estudio de Posgrado

18 DE AGOSTO DE 1995

**CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA**

**DIVISION DE CIENCIAS DE LA TIERRA
DEPARTAMENTO DE GEOFISICA APLICADA**

**INVERSION RAPIDA EN 2-D DE DATOS DE RESISTIVIDAD,
MAGNETOTELURICOS Y ELECTROMAGNETICOS DE FUENTE
CONTROLADA A BAJOS NUMEROS DE INDUCCION**

TESIS

**que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para
obtener el grado de DOCTOR EN CIENCIAS presenta:**

MARCO ANTONIO PEREZ FLORES

Ensenada, Baja California, Agosto de 1995

DEDICATORIA

Dedico esta tesis a:

Don Armando Pérez Solano y
Doña Guadalupe Flores de Pérez,
mis Padres.

A la persona que codo con codo ha
recorrido conmigo este camino, a
Conchita Beltrán Noverola,
mi Esposa.

A mi hijo David.

AGRADECIMIENTOS

**Un profundo agradecimiento a mi asesor y amigo
Enrique Gómez Treviño.**

**Mi agradecimiento y respeto a mis sinodales;
Dr. Mario Martínez, Dr. Carlos Flores,
Dr. Ciro Martínez, Dr. Juan Garcia y
Dr. George Jiracek, por sus observaciones
en el manuscrito de la tesis.**

**Agradecimiento a Lupita González por ayudarme
en muchas cosas relacionadas con esta tesis.**

**Agradecimiento a CICESE por otorgarme manutención
hasta haber terminado esta tesis.**

**Agradecimiento a mis amigos, con quienes compartí
alegrías, pero también conocimientos.**

CONTENIDO

	Página
I. INTRODUCCION GENERAL	1
I.1 Aspectos generales	1
I.2 La zona de influencia para mediciones electromagnéticas	2
I.3 Inversión de mediciones electromagnéticas en el límite resistivo	4
I.4 Inversión de datos de resistividad	10
I.5 Inversión de datos magnetotelúricos	13
II. CAMPO ELECTROMAGNETICO DE UN DIPOLO MAGNETICO VERTICAL SOBRE UNA TIERRA HOMOGENEA	15
II.1 Introducción	15
II.2 Cálculo de los campos	15
II.3 Anillos de corriente ("Smoke Rings")	20
III. ANALISIS DE LA ZONA DE INFLUENCIA PARA UNA TIERRA HOMOGENEA	25
III.1 Introducción	25
III.2 Ecuación de esparcimiento	25
III.3 Análisis para bobinas en el dominio de la frecuencia	29
III.4 Análisis para bobinas en el dominio del tiempo	32
III.5 Análisis para bobinas pegadas ("Inloop"), en el dominio de la frecuencia	35
III.6 Análisis para bobinas pegadas en el dominio del tiempo	36
IV. ANALISIS COMPARATIVO DE LA ZONA DE INFLUENCIA SOBRE UN SEMIESPACIO HOMOGENEO	49
IV.1 Introducción	49
IV.2 Comparación de ecuaciones	49

IV.3	Resultados	52
IV.4	Discusión	54
V.	ANÁLISIS COMPARATIVO DE LA ZONA DE INFLUENCIA SOBRE UNA TIERRA ESTRATIFICADA	64
V.1	Introducción	64
V.2	Teoría	64
V.3	Resultados	66
VI.	MODELADO BIDIMENSIONAL APROXIMADO PARA DIPOLOS MAGNETICOS VERTICALES Y HORIZONTALES A BAJOS NUMEROS DE INDUCCION	78
VI.1	Introducción	78
VI.2	Procedimiento	79
VI.3	Campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical	80
VI.4	Campo eléctrico debido a un dipolo magnético horizontal	82
VI.5	Ecuación integral para modelado con el EM-34	86
VI.6	Aproximación para bobinas horizontales coplanares	88
	VI.6.1 Ecuación para estructuras tridimensionales	91
	VI.6.2 Ecuación para estructuras bidimensionales	91
	VI.6.3 Análisis de la función de sensibilidad en 2D	97
	VI.6.4 Respuesta debida a diversos modelos	100
VI.7	Ecuación integral aproximada para bobinas coplanares verticales	103
	VI.7.1 Ecuación para estructuras tridimensionales	104
	VI.7.2 Ecuación para estructuras bidimensionales	105
	VI.7.3 Análisis de la función de sensibilidad en 2D y 3D	106
	VI.7.4 Respuesta de un modelo complicado	108

VII. METODO PARA INVERTIR MEDICIONES ELECTROMAGNETICAS EN EL LIMITE RESISTIVO	127
VII.1 Introducción	127
VII.2 Ecuación de inversión	128
VII.3 Método de inversión	132
VII.4 Modo para construir la matriz D	137
VII.5 Pruebas de autoconsistencia	140
VII.5.1 Modelos simples	141
VII.5.2 Modelo complicado	142
VII.6 Pruebas de validación	144
VII.7 Inversión de datos de campo	145
VII.7.1 Caso de un paleocanal	146
VII.7.2 Localización de una intrusión salina	147
VII.7.3 Delimitación de una zona contaminada	148
VII.7.4 Determinación del espesor de sedimentos	149
VII.7.5 Detección de fallas	150
VIII. METODO PARA INVERTIR MEDICIONES DE RESISTIVIDAD POR CORRIENTE DIRECTA	177
VIII.1 Introducción	177
VIII.2 Ecuación integral	178
VIII.3 Aproximación para bajos contrastes en la resistividad	182
VIII.4 Ecuación para estructuras bidimensionales con arreglo polo-polo	186
VIII.5 Ecuación para 3D con un arreglo tetrapolar arbitrario	188
VIII.6 Ecuación para 2D con un arreglo tetrapolar colineal	190
VIII.7 Análisis de la función de peso para el dispositivo Dipolo-dipolo	193
VIII.8 Parametrización logarítmica de la resistividad	194

VIII.9	Inversión aproximada de datos sintéticos de Dipolo-dipolo	196
VIII.10	Inversión de datos de campo	198
VII.10.1	Determinación del espesor de sedimentos	198
VII.10.2	Localización de una intrusión salina	198
VII.10.3	Aplicación a un campo geotérmico	199
IX.	INVERSION BIDIMENSIONAL APROXIMADA DE DATOS DE MAGNETOTELURICO (MT)	210
IX.1	Introducción	210
IX.2	Técnica de inversión aproximada	211
IX.3	Prueba de validación	213
IX.4	Aplicación al conjunto de datos "COPROD2"	214
IX.5	Aplicación a la zona geotérmica de Ahuachapán-Chipilapa, El Salvador	215
X.	CONCLUSIONES	230
	REFERENCIAS	235
APENDICE A.	Campos de un dipolo magnético sobre un medio estratificado de tres capas	243
APENDICE B.	Campos magnéticos para bajos números de inducción y principio de operación del equipo <i>GEONICS</i> EM-34	258
APENDICE C.	Principio de reciprocidad	262
APENDICE D.	Ley de Biot-Savart	269
APENDICE E.	Dipole-dipole resistivity imaging of the Ahuachapán-Chipilapa geothermal field, El Salvador	271
APENDICE F.	Participación en congresos	317

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1.- Campo magnético vertical en $z=0$, normalizado por el campo magnético primario contra $(f*\sigma*r^2)$, debido a un dipolo magnético vertical.	23
2.- Anillos de corriente "Smoke Rings" a diferentes tiempos, debido a un dipolo magnético vertical sobre un semi-espacio homogéneo.	24
3.- Parte real de la función de sensibilidad para varias frecuencias.	37
4.- Parte real de la función de sensibilidad para varias frecuencias.	38
5.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos δB_z a varios tiempos. Secciones transversales.	40
6.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos δB_z a varios tiempos. Vista en planta.	41
7.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos $\frac{\partial B_z}{\partial r}$ a varios tiempos y observado en secciones transversales.	44
8.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos $\frac{\partial B_z}{\partial r}$ a varios tiempos y observado en planta.	45
9.- Función de sensibilidad en el dominio de la frecuencia, para un dispositivo de transmisor y receptor en el mismo sitio. (a), (b), (c) y (d) son la parte imaginaria a varias frecuencias. (e), (f), (g) y (h) son la parte real para varias frecuencias.	47
10.- Función de sensibilidad para el dispositivo transmisor-receptor en el mismo sitio, usando un escalón de corriente. (a), (b), (c) y (d) si medimos δB_z , (e), (f), (g) y (h) si medimos $\frac{\partial B_z}{\partial r}$.	48

Lista de Figuras (continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
11.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando B_z a varios tiempos y en sección transversal.	56
12.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando B_z a varios tiempos y en planta.	57
13.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ a varios tiempos y en sección transversal.	58
14.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ a varios tiempos y en planta.	59
15.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparcimiento. Observando B_z a varios tiempos y en sección transversal.	60
16.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparcimiento. Observando B_z a varios tiempos y en planta.	61
17.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparcimiento. Observando $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ a varios tiempos y en sección transversal.	62
18.-	Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparcimiento. Observando $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ a varios tiempos y en planta.	63

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
19.-	Campo eléctrico E_{ϕ} debido a un dipolo magnético vertical sobre una tierra con tres capas. (a) para un tiempo $t= 1$ ms, (b) para $t= 15$ ms según Hoversten y Morrison (1982), (c) para $t= 1$ ms, (d) para $t= 15$ ms según nosotros.	69
20.-	Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo- conductor- resistivo, usando la ley de Biot-Savart para varios tiempos.	70
21.-	Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia conductor- resistivo- conductor, usando la ley de Biot-Savart para varios tiempos.	72
22.-	Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo- conductor- resistivo, usando la ecuación de esparcimiento para varios tiempos.	74
23.-	Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia conductor- resistivo- conductor, usando la ecuación de esparcimiento para varios tiempos.	76
24.-	Campo Eléctrico en la superficie de la tierra debido a un dipolo magnético horizontal.	109
25.-	Producto punto entre los campos eléctricos de dos dipolos magnéticos verticales.	110
26.-	Funciones de peso para bobinas que operan en bajos números de inducción.	111
27.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoeléctrico.	112
28.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoeléctrico.	113
29.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoeléctrico.	114

Lista de Figuras (continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
30.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	115
31.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	116
32.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	117
33.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	118
34.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	119
35.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	120
36.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	121
37.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.	122
38.-	Discretización de un cuerpo para determinar la conductividad aparente.	123
39.-	Vista en planta de la función de peso para bobinas verticales coplanares.	124
40.-	Secciones transversales de la función de peso para bobinas verticales coplanares.	125

Lista de Figuras (continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
41.-	(a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamientos. (b) Modelo geoelectrico.	126
42.-	Rejilla de discretización para determinar la distribución de conductividad del subsuelo a partir de mediciones superficiales de la conductividad aparente.	152
43.-	Ejemplo de como se discretiza el terreno con prismas de extensión infinita en y.	153
44.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 27.	154
45.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 28.	155
46.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 29.	156
47.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 29. pero con separaciones de 10, 20 y 40 m.	157
48.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 30.	158
49.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 32.	159
50.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 35.	160
51.-	Pseudo-sección de conductividad aparente. (a) Modelo, (b) obtenida con dipolos verticales, (c) obtenida con dipolos horizontales.	161
52.-	Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 51(a), usando sólo datos de bobinas horizontales.	162
53.-	Imágenes obtenidas con las observaciones de 10, 15, 20, 30, 40, 50, 75 y 100 m. (a) Modelo. (b) Con bobinas verticales. (c) Con bobinas horizontales. (d) Con ambos arreglos.	163
54.-	Imágenes obtenidas con las observaciones de 10, 20 y 40 m. (a) Modelo. (b) Con bobinas verticales. (c) Con bobinas horizontales. (d) Con ambos arreglos.	164

Lista de Figuras (continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
55.-	Modelado directo de cuerpos conductores. (a) Modelo. (b) Respuesta con bobinas horizontales. (c) Respuesta con bobinas verticales.	165
56.-	Inversión conjunta de los datos de la figura 55, usando diferentes grados de suavizamiento en la optimización.	166
57.-	Mediciones electromagnéticas y gravimétricas de "East Anglia", Inglaterra (Cornwell, 1985). (a) Con dipolos verticales, equipo EM-31. (b) Con dipolos horizontales, equipo EM-34. (c) Modelos A y B obtenidos con mediciones de gravimetría.	167
58.-	Imágenes de conductividad obtenidas de datos de "East Anglia", Inglaterra (Cornwell, 1985), usando sólo las observaciones hechas con el EM-34 y para tres diferentes valores de β	168
59.-	Imágenes de conductividad obtenidas de datos de "East Anglia", Inglaterra (Cornwell, 1985), usando las observaciones con el EM-34 y EM-31, para tres diferentes valores de β	169
60.-	Imágenes de resistividad obtenidas a partir de datos del EM-34 de la línea 1 de Maneadero, B.C. (Proyecto de Herrera, 1994).	170
61.-	Imágenes de resistividad obtenidas a partir de datos del EM-34 de la línea 2 de Maneadero, B.C. (Proyecto de Herrera, 1994).	171
62.-	Delimitación del avance de contaminantes (conductor) por dos métodos independientes. (a) Por inversión de datos de VLF. (b) Por imagen de resistividad a partir de datos de EM-31, EM-34, EM-38.	172
63.-	Datos del EM-34 en forma de pseudo-sección, de Las Auras, Tecate, B.C. (a) De bobinas horizontales coplanares, (b) bobinas verticales coplanares.	173
64.-	Interpretación de los datos de Las Auras. (a) Imagen de resistividad obtenida de los datos de dipolo-dipolo. (b) Imagen de resistividad obtenida de los datos del EM-34.	174

Lista de Figuras (continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
65.-	Determinación de posibles fallas en la línea 1 del sitio "El Descanso", California. (a) Usando VLF. Las estaciones de VLF correspondientes son; Washington (cuadros), Maine (triángulos) y Hawaii (círculos). (b) Usando EM-34.	175
65.-	Determinación de posibles fallas en la línea 2 del sitio "El Descanso", California. (a) Usando VLF. Las estaciones de VLF correspondientes son; Washington (cuadros), Maine (triángulos) y Hawaii (círculos). (b) Usando EM-34.	176
67.-	Representación geométrica de los campos descritos por la ecuación (118).	200
68.-	Diferentes arreglos tetrapolares con el método de resistividad.	201
69.-	Función de peso para el arreglo dipolo-dipolo, para seis diferentes valores de "n".	202
70.-	Modelado con dipolo-dipolo de (a) un conductor de 20 ohm-m, un resistivo de 180 ohm-m, inmersos en un semi-espacio de 60 ohm-m, (b) modelado con parametrización lineal, (b) modelado con parametrización logarítmica.	203
71.-	Modelado por elementos finitos en 3D, para dipolo-dipolo. Pridmore <i>et al.</i> (1981). (a) Modelo de resistividad (ohm-m). (b) Pseudo-sección del contacto vertical en 2D únicamente. (c) Contacto vertical y el conductor en 3D de 10 ohm-m. (d) Respuesta del modelo completo.	204
72.-	Imágenes de resistividad a partir de los datos de Pridmore <i>et al.</i> (1981). (a) Modelo. (b), (c) y (d) Imágenes de resistividad para tres diferentes valores de β .	205
73.-	Imágenes de resistividad a partir de los datos de Pridmore <i>et al.</i> (1981). (a) Modelo. (b), (c) y (d) Imágenes de resistividad para tres diferentes valores de β .	206
74.-	Imágenes de resistividad a partir de los datos de Pridmore <i>et al.</i> (1981). (a) Modelo. (b), (c) y (d) Imágenes de resistividad para tres diferentes valores de β .	207

Lista de Figuras (continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
75.-	Imágenes de resistividad de los datos de la línea 1 del área de Maneadero, B.C. Imágenes con diferentes parámetros de suavizamiento.	208
76.-	Imágenes de resistividad de los datos de la línea 2 del área de Maneadero, B.C. Imágenes con diferentes parámetros de suavizamiento.	209
77.-	Comparación entre dos tipos de inversión. (a) Modelo, (b) Inversión por el método de Sasaki, (c) Inversión aproximada.	220
78.-	Inversión de los datos de MT de COPROD2. (a), (b), (c) y (d) Inversión hecha con otros métodos y otros autores. (e) y (f) Inversión por nuestro método y con distintos parámetros de suavizamiento.	221
79.-	Localización de las cuatro líneas de magnetotelúrico en el área de Ahuachapán-Chipilapa, El Salvador. Los triángulos indican la posición de los sondeos. Las regiones en gris indican manifestaciones hidrotermales superficiales.	222
80.-	(a) Imagen de resistividad para la línea N2 construido con datos de magnetotelúricos. Los números en la escala horizontal en km son los mismos que Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995) para la imagen de resistividad de la línea L-1. (b) Modelo directo de resistividad para la línea N2 (Romo <i>et al.</i> , 1995).	223
81.-	(a) Imagen de resistividad para la línea N3 construido con datos de magnetotelúricos. Los números en la escala horizontal en km son los mismos que Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995) para la imagen de resistividad de la línea L-4. (b) Modelo directo de resistividad para la línea N3 (Romo <i>et al.</i> , 1995).	224

Lista de Figuras (continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
82.-	(a) Imagen de resistividad para la línea E3 construido con datos de magnetotelúricos. Los números en la escala horizontal en km son los mismos que Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995) para la imagen de resistividad de la línea L-2. (b) Modelo directo de resistividad para la línea E3 (Romo <i>et al.</i> , 1995).	225
83.-	Correlación entre la imagen de resistividad de la línea N2 y la temperatura medida en pozos.	226
84.-	Correlación entre la imagen de resistividad de la línea N3 y la temperatura medida en pozos. Misma simbología que figura 83.	227
85.-	Correlación entre la imagen de resistividad de la línea E3 y la temperatura medida en pozos. Misma simbología que figura 83.	228
86.-	Correlación entre la imagen de resistividad de la línea L-5 y la temperatura medida en pozos. Misma simbología que figura 83.	229

**INVERSION RAPIDA EN 2-D DE DATOS DE RESISTIVIDAD,
MAGNETOTELURICOS Y ELECTROMAGNETICOS DE FUENTE
CONTROLADA A BAJOS NUMEROS DE INDUCCION**

I. INTRODUCCION GENERAL

I.1 Aspectos generales

En geofísica se utilizan los métodos electromagnéticos para obtener información de las propiedades eléctricas del subsuelo, como son: la conductividad eléctrica (σ), la permeabilidad eléctrica (ϵ) y la susceptibilidad magnética (μ). A partir del conocimiento de las variaciones espaciales de estos parámetros es posible obtener información sobre aspectos geológicos que se hallan ocultos bajo la superficie del suelo. De las variaciones espaciales en la conductividad, por ejemplo, podemos inferir la presencia de conductores asociados a minerales metálicos, bancos de arcillas, zonas calientes en geotermia, etcétera. o también inferir cuerpos resistivos como yacimientos petrolíferos o cavidades, etcétera.

De acuerdo a las ecuaciones de Maxwell que describen el comportamiento de los campos electromagnéticos, la señal de una estación de radio se puede propagar por un medio resistivo (aire) y llegar a un receptor sin haber sufrido alteraciones. Sin embargo al observarse algunas atenuaciones y defasamientos anómalos de los campos, se pensó en una posible interacción entre los campos y los conductores del subsuelo. Fue así como empezó a hacerse un estudio sistemático y formal de la interacción o acoplamiento de los campos electromagnéticos con los diferentes materiales que podría haber en el subsuelo, o más aún, obtener información del subsuelo a partir de la observación de estas pequeñas alteraciones de los campos. Con este último fin, se desarrollaron desde principios de siglo medidores simples de campos electromagnéticos, que consistían básicamente de pequeñas bobinas que se iban desplazando por zonas donde se creyera hubiese minerales metálicos de valor

comercial. Algunos equipos se hacían rotar para medir la pendiente de mínimo acoplamiento electromagnético, otros medían defasamientos, etcétera. Tales equipos resultaron muy exitosos, no obstante que no se tenía un conocimiento formal de cómo interactuaban los campos con los conductores ocultos, es decir que se usaron durante mucho tiempo como técnicas cualitativas de prospección. Actualmente ha aumentado el conocimiento de cómo interactúan estos campos con diferentes distribuciones de conductividad en el subsuelo. Sin embargo el conocimiento nuevo sigue llegando. Paralelamente ha habido un desarrollo instrumental que permite obtener mejores mediciones o sacar ventaja de las propiedades de los campos para discriminar respuestas indeseables.

Existen grupos trabajando en mejorar la sensibilidad de los instrumentos existentes, otros en diseñar nuevos instrumentos y aún otros en entender mejor como interactúan las ondas electromagnéticas con diferentes geometrías de los cuerpos conductores. La última línea es la más concurrida, debido a que a su vez se divide en infinidad de problemas, a veces muy específicos.

El presente trabajo aborda diversos problemas pertenecientes a la última línea antes mencionada. Uno de tales problemas consiste en determinar qué parte del subsuelo importa más al tomar una medición con sistemas de bobinas.

1.2 La zona de influencia para mediciones electromagnéticas

A partir del conocimiento detallado de cómo se propagan las corrientes inducidas por una fuente magnética en un semiespacio homogéneo (Nabighian, 1979), otros autores se han puesto a calcular como son los mismos campos, pero para estructuras conductoras más complicadas (Hoverstein y Morrison, 1982; Goldman y Stoyer, 1983). Sin embargo, pocos autores han abordado el problema de determinar, no sólo como son los campos sino como cada pequeño conductor dentro del subsuelo se convierte a su vez en una pequeña fuente, que

va a producir un pequeño campo secundario que será medido en el receptor. El campo medido en el receptor es un sólo número que contiene la suma de todas las pequeñas contribuciones de cada fragmento infinitesimal del subsuelo. Este análisis consiste precisamente en ver como son estos sumandos antes de hacer la suma total en el receptor. Cada pedazo del subsuelo va a contribuir de distinta manera, ya que es excitado por un campo eléctrico diferente y a su vez se halla a diferente distancia del receptor. Este análisis sirve para ver que partes del subsuelo contribuyen más o menos en la medición. Cuando sea de nuestro interés tener respuesta de conductores profundos, este análisis nos puede ayudar a diseñar la mejor distancia fuente-receptor y que frecuencias o tiempos observar para obtener una alta contribución de este objetivo.

Algunos autores han abordado el problema. Sidorov y Gubatenco (1974) lo hicieron usando como fuente un dipolo magnético vertical (DMV) sobre un plano conductor homogéneo al interrumpir súbitamente una corriente, y calcular con la ley de Biot-Savart las pequeñas contribuciones de cada fragmento del plano a diferentes tiempos de observación. Bryan (1987) lo hizo con una bobina cuadrada sobre un semiespacio homogéneo y usando también la ley de Biot-Savart. En el presente trabajo se suponen DMV como fuentes y receptores, y se considera un semiespacio homogéneo. Se utiliza la ley de Biot-Savart y una ecuación alternativa basada en Gómez-Treviño (1987). Ambas ecuaciones, al efectuar la suma en el receptor dan los mismos campos, no obstante que los sumandos son diferentes. Una parte de esta tesis consiste en confirmar que la ecuación de Biot-Savart es muy útil para calcular los campos que midiésemos en el receptor, pero es contradictorio al considerar contribuciones elementales. Se observa que según la ley de Biot-Savart la zona de influencia para un semiespacio homogéneo, así como para un semiespacio estratificado, contradice el principio de reciprocidad. Con la ecuación alternativa se observa que existe simetría en la zona de influencia cercana a la fuente y al receptor, confirmando que tan importante es lo cercano a la fuente, como lo cercano al receptor.

Como resultado interesante, se observa que en el dominio del tiempo la zona de máxima influencia se separa de las bobinas y se mueve verticalmente a profundidad a medida que transcurre el tiempo. De todo este análisis también se concluye que no por tomar mediciones a frecuencias cada vez más bajas o tiempos tardíos, se penetrará mucho más, sino que también la separación fuente-receptor limita la profundidad de penetración.

I.3 Inversión de mediciones electromagnéticas en el límite resistivo

Otro de los problemas planteados en la presente tesis, fue la de obtener una expresión aproximada para campos magnéticos a bajos números de inducción. Estas expresiones se derivan de la ecuación integral de esparcimiento para el campo magnético. Esta última ha sido usada para modelado de estructuras simples de problemas electromagnéticos en el dominio de la frecuencia y también para transientes de corriente, de estructuras simples inmersas en un semiespacio homogéneo (Hohmann, 1975) o inmersas en un semiespacio estratificado (Wannamaker *et al.*, 1984). Otros autores calculan los campos directamente de la ecuación diferencial por métodos numéricos como diferencias finitas (Goldman y Stoyer, 1983) o por elementos finitos (Coggon, 1971). El modelado con estos métodos requiere de mucho tiempo computacional, el cual se incrementa en la medida que las estructuras conductoras son más complejas. La ventaja de plantear el problema a partir de una ecuación integral, es que la misma puede servir para modelado (obtención de los campos) o para el problema inverso (obtención de la estructura). Sin embargo el problema inverso requiere de resolver el problema directo decenas de veces para hallar la estructura de mínimo error. Esto desde el punto de vista computacional es un problema que requiere demasiado tiempo de cómputo para obtener un modelo satisfactorio.

En el presente trabajo, a partir de la ecuación de esparcimiento para el campo magnético, se obtiene una ecuación integral, donde la conductividad aparente y la perturbación de la conductividad del terreno ($\delta \sigma$), se hallan relacionadas por un kernel que representa el campo

eléctrico debido a la fuente y la función de Green para un semiespacio. La solución de esta ecuación integral para modelado consume mucho tiempo de computación y para el proceso inverso resulta demasiado oneroso. También se planteó el problema con otra ecuación integral (Gómez-Treviño, 1987), la cual no trabaja con perturbaciones de la conductividad, sino con la conductividad del subsuelo directamente. Además, también se le puede hacer la aproximación para un semiespacio homogéneo. Ambas ecuaciones una vez hecha esta aproximación, resultan ser muy similares.

En el límite resistivo o bajos números de inducción (LIN por "Low Induction Numbers"), las expresiones de los campos eléctricos sobre un semiespacio homogéneo, debido a un dipolo magnético vertical (DMV) y un dipolo magnético horizontal (DMH), resultan ser más simples. Sin embargo, el cálculo del campo magnético en el receptor, que se obtiene a través de la solución de la ecuación integral, aún requiere de mucho tiempo computacional para el modelado y más aún para la inversión. Si suponemos bajos contrastes de conductividad entre el cuerpo anómalo y la conductividad del fondo, entonces podemos aproximar el campo eléctrico que se calcula dentro del cuerpo (y que no lo conocemos), por el campo debido a un semiespacio homogéneo, medido dentro del volumen del cuerpo. Esta aproximación es buena aún para contrastes moderados de la conductividad. De esta forma, el kernel de ambas ecuaciones integrales es independiente de la conductividad. Para modelado usamos indistintamente cualquiera de las dos ecuaciones integrales, pero para el proceso inverso usamos, aquella donde la conductividad aparente y la conductividad del subsuelo se hallan relacionados linealmente a través de una función \mathcal{R} de peso (Gómez-Treviño, 1987). Además, esta función tiene la cualidad de que la integral sobre todo el semiespacio es unitaria. Esta propiedad no resulta obvia al trabajar con perturbaciones. De esta forma la ecuación que se usó para inversión, es:

$$\sigma_a(\mathbf{r}_2) = \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}{\pi} \int_v \mathcal{R}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}) \sigma(\mathbf{r}) dv$$

donde:

\mathbf{r}_1 posición de la bobina fuente

\mathbf{r}_2 posición de la bobina receptora

$\sigma(\mathbf{r})$ conductividad del subsuelo

$\sigma_a(\mathbf{r})$ conductividad aparente

$\mathcal{R}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r})$ función de peso

Al trabajar en el límite resistivo, la función de peso se vuelve independiente de la frecuencia. Sin embargo, esto nos obliga a que nuestras mediciones sean hechas únicamente con equipos que trabajan en el límite resistivo o bajos números de inducción. Los diseñadores de equipos, deben cuidar que el producto de la conductividad más alta esperada en el subsuelo, por la permeabilidad mas alta, por el cuadrado de la distancia receptor-emisor y por la frecuencia de la fuente, no exceda un cierto valor (ver capítulo II). Existen equipos comerciales muy ampliamente usados en la prospección, el EM-34, el EM-31 y el EM-38 de GEONICS, los cuales trabajan en este dominio. Cada uno de estos equipos posee dos bobinas. Una es fuente y otra es receptor. Trabajan en dos modalidades: bobinas horizontales coplanares (BHC) y bobinas verticales coplanares (BVC). Cada uno de estos equipos trabaja con diferentes separaciones fuente-receptor y diferentes frecuencias; el EM-34 (10, 20 y 40 m; 6.4, 1.6 y 0.4 kHz, respectivamente), el EM-31 (3.66 m; 9.8 kHz) y el EM-38 (1 m; 14.6 kHz).

McNeill (1980) y Esparza y Gomez-Treviño (1987) describen una ecuación donde la conductividad del terreno se relaciona linealmente con la conductividad aparente a través de una función de peso que sólo es válida para una tierra unidimensional (estratificada horizontalmente).

En el presente trabajo, obtuvimos la función de peso para una tierra 3D y también para 2D, siendo esta última, una expresión más complicada, ya que nos queda en términos de integrales elípticas. Las gráficas de estas funciones de peso en 2D para arreglos de fuente-receptor con bobinas coplanares horizontales (BCH) y bobinas coplanares verticales (BCV), muestran que la región mas cercana a las bobinas es la que más influencia a la medición. La función de peso de BCH muestra valores negativos entre las bobinas y valores positivos fuera de ellas. Esto significa que al pasar por encima de un conductor, la curva de conductividad aparente deflecta hacia abajo, llegando incluso a dar conductividades aparentes negativas. Este efecto puede llegar a confundir un poco a los usuarios de estos equipos.

Se obtuvieron perfiles de conductividad aparente de algunos modelos, usando la función de peso de BHC y de BVC, para varias separaciones fuente-receptor. En tales perfiles se observó que cuando las bobinas estan menos retiradas, su profundidad de penetración es menor y mayor a medida que las separamos. Observándose una clara deflexión hacia abajo, sobre los conductores y alrededor de esta, dos deflexiones hacia arriba. Esto puede confundir a un interpretador sin experiencia a creer que se trate de dos cuerpos y no de uno. De todos estos perfiles de conductividad aparente, se pudo observar que poca o ninguna información se puede obtener de la geometría y conductividad del cuerpo o cuerpos, de ahí que consideramos que hacer inversión de estos datos sea mejor que tratar de sacar tendencias o patrones para obtener información cualitativa. Para 1D, el problema directo e inverso está resuelto. Para 3D planteamos las ecuaciones del directo e inverso, pero sólo para 2D hicimos ejemplos con datos sintéticos y de campo.

El método de inversión utilizado es el de programación cuadrática, que nos permite minimizar la norma cuadrática de los residuales, sujeto a límites superiores e inferiores en las incógnitas. También minimizamos las derivadas espaciales de la conductividad, lo cual nos permite obtener modelos suaves o de mínima estructura, pero que ajustan bien a los datos.

$$\text{minimizar } F(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|^2 + \frac{1}{2} \beta \|\mathbf{D}\mathbf{X}\|^2$$

$$\text{sujeto a : } l \leq \mathbf{X} \leq u$$

donde:

\mathbf{Y} observaciones (σ_a)

\mathbf{X} incógnitas (σ)

\mathbf{A} función de peso correspondiente (\mathcal{R})

\mathbf{D} matriz que contiene las derivadas espaciales de conductividad o resistividad del subsuelo.

β factor de suavizamiento

l, u cota inferior y superior permitida a cada incognita

La técnica de inversión de electromagnéticos en LIN se aplicó a datos sintéticos aproximados (obtenidos por modelado aproximado con la ecuación 1) y sintéticos exactos (Ecuación Integral exacta; Gómez-Treviño et al., 1994a y 1994b). Se obtuvieron varias imágenes de los modelos, con diferente grado de suavizamiento, observándose buena

semejanza entre el modelo y la imagen de él obtenida por inversión aproximada. Se aplicó para cinco diferentes grupos de datos de campo, con objetivos y geometrías diferentes. Para delimitar un paleocanal glaciario ("tunnel valley") en una región cercana a Cambridge, Inglaterra, donde fue usado el EM-34 y publicado por Cornwell (1985). El autor aplica también gravimetría y obtuvo un modelo 2D. Nosotros tomamos los datos de la publicación y obtuvimos imágenes de conductividad muy semejantes al modelo de gravimetría, delimitándose muy bien las arcillas que rellenaron tal túnel (Pérez-Flores y Gómez-Treviño, 1993).

Un segundo ejemplo fue delimitar el grado de avance de agua de mar dentro de un acuífero (agua dulce). En este estudio se usaron dipolo-dipolo, EM-34 y VLF, como métodos geofísicos (Herrera, 1994). La zona de estudio corresponde al Valle de Maneadero, a 15 km de Ensenada, B.C.. Actualmente la intrusión salina está provocando una baja sustancial en el rendimiento de las tierras de cultivo. El EM-34 delimita bien la zona invadida en los dos perfiles de datos colectados.

El tercer ejemplo es una zona que fue usada como relleno de desechos. La zona está ubicada cerca de Nottingham, Inglaterra. Al parecer la resistividad promedio de los desechos es baja (pruebas de laboratorio), así que se usó el EM-34, 31, 38 y VLF para hallar los límites de este relleno. Se utilizó un método de inversión para interpretar los datos del VLF (Constable et al., 1987) y nuestro método de imágenes de conductividad para interpretar los datos del EM-34, 31 y 38. Los modelos obtenidos para ambos métodos se parecen mucho, no obstante son dos técnicas distintas. Se delimitan bien las fronteras laterales de la cuenca de desecho, pero no así la parte inferior, quizás porque sólo se usó la modalidad de BCV y no se usó BCH, que tiene mayor profundidad de penetración (Beamish y Pérez-Flores, 1994).

El cuarto ejemplo consistió en estudiar con muchas técnicas geofísicas una pequeña cuenca, como parte de un curso de experiencia de campo. La zona de estudio se halla en el

Rancho Las Auras, cerca de Tecate, B.C. En la presente tesis se muestran resultados de la interpretación del EM-34 por nuestra técnica y de la interpretación de datos de dipolo-dipolo por una técnica similar a la del EM-34 (Cavazos-Garza y Gómez-Treviño, 1989; capítulo 8 de esta tesis). Los modelos de ambos métodos resultaron ser muy similares (Gómez-Treviño et al., 1994a y 1994b; Espinosa et al., 1994).

El quinto ejemplo consistió en determinar la ubicación de fallas geológicas. Como parte de la tesis de Maestría de John Patskan, en la Universidad de California en San Diego, se puso como objetivo determinar la presencia de fallas con el fin de posteriormente usar modelado para geohidrología. Para determinar la presencia de estas fallas (algunas veces escondidas), se usó VLF y EM-34. El VLF es muy sensible para detectar este tipo de estructuras. Las mediciones del EM-34 a simple vista no evidenciaban en forma obvia la presencia de las fallas, pero VLF sí. Hicimos la interpretación de estos datos por esta técnica y obtuvimos rasgos que guardan una alta correlación con las anomalías del VLF, dándole al interpretador más seguridad en su prospección.

I.4 Inversión de datos de resistividad

Otro problema abordado en la tesis, es el de resistividad con corriente directa. Cavazos-Garza y Gómez-Treviño (1989), considerando bajos contrastes de la resistividad en resistividad de C.D., obtuvieron una ecuación integral donde se relacionan la resistividad aparente (observada) y la resistividad del subsuelo (incógnita), a través de una función de peso que guarda cierta semejanza con la función de peso de electromagnéticos con bobinas coplanares horizontales (BCH). Esto nos motivó a replantear el problema de resistividad. Cavazos-Garza y Gómez-Treviño (1989) utilizan la expresión del potencial debido a una esfera homogénea, inmersa dentro de un semiespacio homogéneo. Por medio de esta expresión calculan el campo debido a la superposición de esferas de diferente conductividad,

despreciando términos de segundo y mayor orden al suponer contrastes pequeños de resistividad entre las esferas. También suponen que al observar los campos relativamente lejos, el potencial debido a una esfera y un prisma es aproximadamente el mismo.

En la presente tesis, demostramos que tal ecuación es válida con sólo considerar contrastes pequeños en la resistividad. Planteamos la ecuación para polo-polo en estructuras en 3D y obtenemos la correspondiente para 2D. Obtuvimos las ecuaciones para los arreglos tetrapolares colineales más usados: dipolo-dipolo, Schlumberger y Wenner. Con tales expresiones es posible obtener en modo aproximado la respuesta de estructuras bidimensionales complicadas.

También y más importante, podemos obtener imágenes de resistividad de las estructuras bidimensionales a partir de las observaciones de resistividad aparente. El problema inverso en resistividad en 2D con C.D., ya ha sido resuelto de varias formas; Shima (1990) por medio de los llamados Centros Alfa. Sasaki (1994) resuelve la ecuación de Poisson por elementos finitos y luego obtiene por inversión las resistividades de tales elementos. Lo hace para contrastes pequeños y grandes, observando diferencia sólo para recuperar detalles pequeños de las estructuras. Tripp (1984) obtiene una ecuación integral no-lineal, teniendo que linealizar para plantear el problema inverso en términos de las derivadas de Frechet. Tal método es exacto pero requiere de una tremenda cantidad de tiempo de cómputo, que lo hace impráctico. Li y Oldenburg (1992) formularon independiente y posterior al inicio de esta tesis unas expresiones que guardan mucha similitud a las de Cavazos-Garza y Gómez-Treviño (1989) y Comparán y Gómez-Treviño (1988), donde calculan los campos también en función de integrales elípticas y hacen la aproximación para bajos contrastes de resistividad, pero ellos obtienen una expresión donde requieren especificar la resistividad estimada del semiespacio homogéneo del fondo (no se conoce, se supone). La ecuación usada por nosotros relaciona linealmente la resistividad del subsuelo y la resistividad aparente, a través de una función de

peso. Esto es

$$\rho_a(\mathbf{r}_2) = \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}{2\pi} \int_v M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) dv$$

Debido a que el método de resistividad en C.D. posee sensibilidad aproximadamente logarítmica, esto es, que es tan sensible a la presencia de un conductor como de un resistivo. Por inspección de la ecuación (3), se ve que los resistivos tendrán una mayor respuesta que los bajos resistivos (conductores), lo cual sabemos que no es cierto para el caso de corriente directa. Se decidió reparametrizar la ecuación (3) con logaritmos, esto es.

$$\log \rho_a(\mathbf{r}_2) = \frac{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}{2\pi} \int_v M(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}) \log \rho(\mathbf{r}) dv$$

Con esta ecuación, conductores y resistivos poseen igual importancia. Se puede demostrar que para contrastes pequeños en la resistividad ambas ecuaciones son iguales.

Para el problema inverso se recurrió también a programación cuadrática, minimizando la norma cuadrática de los residuales y las derivadas espaciales de la resistividad para obtener imágenes de resistividad del subsuelo con diferente grado de suavizamiento.

Con el objeto de probar la aplicabilidad del método se utilizaron datos sintéticos de dipolo-dipolo publicados por Pridmore et al. (1981). Ellos utilizan elementos finitos en 3D para calcular la respuesta de un modelo que involucra un contacto vertical bidimensional, un conductor tridimensional y un conjunto de prismas que simulan heterogeneidades superficiales, que pueden eclipsar la respuesta de lo más profundo. Se aplicó el algoritmo inverso y se obtuvieron imágenes que reproducen bien los modelos de donde proceden los datos. Se recupera bien la estructura profunda, no obstante la presencia de los cuerpos

superficiales. Incluso se alcanza a recuperar regularmente estos cuerpos.

En general, los métodos de inversión descritos en los párrafos anteriores, sirven para estructuras bidimensionales complicadas y los programas respectivos pueden correrse en computadoras personales con tiempos de ejecución de minutos.

En el apéndice E se da una aplicación del problema de resistividad a datos de campo. El área corresponde a la zona geotérmica de Ahuachapán en El Salvador. En dicha área se desea expandir el área de explotación para generar más electricidad a partir de la extracción de calor. Estadísticamente, la mayoría de los conductores atravesados por pozos corresponden a zonas de elevada temperatura. Si tal relación es cierta, entonces la determinación de conductores por métodos de resistividad o magnetotéluricos (MT) pueden corresponder con los cuerpos calientes. En el presente trabajo se muestra la interpretación de cuatro líneas de dipolo-dipolo por la técnica presentada en la tesis. Se comparan los resultados obtenidos por otros autores que hicieron modelado en lugar de inversión.

1.5 Inversión de datos de magnetotéluricos

Dada la experiencia obtenida en esta tesis con los problemas inversos de resistividad y electromagnéticos, se procedió a aplicar la misma técnica al problema inverso del método magnetotélurico. Esto mejoró la solución del problema inverso según había sido planteado por Esparza (1991) mediante programación lineal.

El método inverso ya con estas mejoras fue comparado con el desarrollado por Sasaki (1989), observándose que nuestros resultados eran tan buenos como los del autor antes mencionado, con la diferencia de que nuestro algoritmo no es iterativo. El método fue aplicado a dos grupos de datos de campo; un grupo, los datos de "COPROD2", corresponde a un transecto MT en el sur de Saskatchewan y Manitoba, Canada (Jones, 1993). El otro grupo

corresponde a sondeos recolectados en la zona geotérmica de Ahuachapán (El Salvador) por personal de CICESE (Flores *et al.*, 1992). Los resultados para ambos grupos de datos fueron presentados en el congreso internacional del IAGA por Esparza *et al.* (1994).

II. CAMPO ELECTROMAGNETICO DE UN DIPOLO MAGNETICO VERTICAL SOBRE UNA TIERRA HOMOGENEA

II.1 Introducción

Una bobina horizontal se puede representar mediante un dipolo magnético vertical, ya que cuando se hace circular una corriente por la bobina, se crea un campo magnético que se asemeja al de dicho dipolo, haciéndose exacta la equivalencia a grandes distancias de la bobina. Cuando la corriente que circula por la bobina es un seno de determinada frecuencia, se dice que estamos trabajando en el dominio de la frecuencia. Cuando se hace pasar una corriente continua y súbitamente se interrumpe, se dice que trabajamos en el dominio del tiempo. En el presente capítulo se calculan los campos en ambos dominios para el caso de una bobina horizontal sobre una tierra homogénea. Aunque la solución matemática del problema se conoce desde hace algún tiempo, hasta hoy disponemos de métodos numéricos más eficientes para calcular las integrales de Hankel que resultan. Estos resultados y procedimientos se utilizarán en capítulos posteriores en relación con las funciones de sensibilidad.

II.2 Cálculo de los campos

Como en cualquier problema electromagnético, empezamos por plantear las ecuaciones de Maxwell en los dominios del tiempo y de la frecuencia:

DOMINIO DEL TIEMPO

DOMINIO DE LA FRECUENCIA

$$\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{h} = \sigma\mathbf{e} + \frac{\partial\mathbf{d}}{\partial t}, \quad \nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{H} = \sigma\mathbf{E} - i\omega\mathbf{D}, \quad (1)$$

$$\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{e} = -\frac{\partial\mathbf{b}}{\partial t}, \quad \nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{E} = i\omega\mathbf{B}, \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{h} = 0, \quad \nabla \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} = 0 \quad \text{y} \quad \nabla \cdot \mathbf{J} = 0 \quad (4)$$

Además, las ecuaciones constitutivas

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad \text{y} \quad \mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}, \quad (5)$$

donde:

e, \mathbf{E} [volt/metro = V/m] campo eléctrico en el dominio del tiempo y de la frecuencia, respectivamente.

h, \mathbf{H} [amper/m = A/m] campo magnético en el dominio del tiempo y de la frecuencia, respectivamente.

b, \mathbf{B} [tesla] inducción magnética en el dominio del tiempo y la frecuencia, respectivamente.

d, \mathbf{D} $\left[\frac{\text{volt} \cdot \text{farad}}{m^2} \right]$ desplazamiento eléctrico en el dominio del tiempo y de la frecuencia, respectivamente.

σ [siemen/metro = S/m] conductividad eléctrica

μ [henry/m = h/m] permeabilidad magnética

ϵ [farad/m] permitividad eléctrica

Encontrar el campo eléctrico y magnético debido a un dipolo magnético vertical sobre un semiespacio homogéneo es un problema resuelto por Wait (1951) y que se halla en cualquier libro de prospección geofísica con métodos electromagnéticos.

Es usual resolver este problema en el dominio de la frecuencia haciendo uso de potenciales vectoriales. Como la fuente es magnética, se puede usar el potencial vectorial de Schelkunoff para fuentes magnéticas (\mathbf{F}).

Si suponemos que el plano de la bobina es paralelo a la superficie terrestre y que ésta es plana, el campo eléctrico circula alrededor de la bobina y el campo magnético es perpendicular al eléctrico. Esto sugiere que tenemos simetría cilíndrica y los campos son de la forma:

$$\mathbf{E} = \{0, E_{\phi}, 0\} \quad \text{y} \quad \mathbf{H} = \{H_r, 0, H_z\} \quad (6)$$

Los campos eléctrico y magnético en función de los potenciales de Schelkunoff quedan:

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F} \quad \text{y} \quad (7)$$

$$\mathbf{H} = -(\sigma - i\omega\epsilon)\mathbf{F} - \frac{1}{i\mu\omega} \nabla \nabla \cdot \mathbf{F} \quad (8)$$

A partir de las ecuaciones 7 y 8 podemos obtener la ecuación de Helmholtz para el potencial vectorial.

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = 0, \quad (9)$$

donde

$$k^2 = i\omega\mu\sigma + \omega^2\mu\epsilon \quad (10)$$

Debido a que las frecuencias utilizadas en geofísica de prospección son suficientemente bajas, la parte inductiva es muy superior a la parte de propagación. En este caso el segundo término de la ecuación (10) se puede despreciar, es decir que trabajaremos en la aproximación cuasi-estática.

Debido a que sólo tenemos F_z , las ecuaciones 7 y 8 se reducen a:

$$E_{\phi} = \frac{\partial F_z}{\partial r} \quad ; \quad H_r = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial^2 F_z}{\partial r \partial z} \quad \text{y} \quad H_z = -\sigma F_z - \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} \quad , \quad (11)$$

y nos queda una ecuación de Helmholtz para F_z

$$\nabla^2 F_z + k^2 F_z = 0 \quad (12)$$

Si introducimos el término de fuente magnética, nos queda:

$$\nabla^2 F_z + k^2 F_z = -J_M \quad (13)$$

La solución de esta ecuación diferencial parcial es la siguiente (ver Apéndice A):

En el aire

$$\begin{aligned} E_{\phi}(r, \omega) &= \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^{\infty} \lambda e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad ; \\ H_r(r, \omega) &= \frac{m}{4\pi} \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{y} \\ H_z(r, \omega) &= \frac{m}{4\pi} \int_0^{\infty} \lambda^2 e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \end{aligned} \quad (14)$$

En el semiespacio homogéneo

$$\begin{aligned}
E_{\theta}(r, \omega) &= \frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^2}{\lambda + u_1} e^{-u_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda, \\
H_r(r, \omega) &= \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^2 u_1}{\lambda + u_1} e^{-u_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad y \\
H_z(r, \omega) &= \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^3}{\lambda + u_1} e^{-u_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda
\end{aligned} \tag{15}$$

Donde:

$$\begin{aligned}
u_1 &= \sqrt{\lambda^2 + i\omega\mu\sigma_1} = \sqrt{\lambda^2 + k_1^2}, \\
\sigma_1 &= \text{conductividad del semiespacio}, \\
\lambda &= \text{parámetro de la transformada de Hankel} \\
m_B &= \text{momento magnético del dipolo magnético} = Ida, \\
J_0, J_1 &= \text{funciones de Bessel de primera clase de orden cero y uno} \\
&\quad \text{respectivamente.}
\end{aligned}$$

Si calculamos el campo H_z en la superficie, es decir en $z = 0$, nos queda:

$$H_z(r, \omega) = \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^3}{\lambda + u_1} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{m}{4\pi r^3} \left[\frac{18}{k_1^2 r^2} - \left(\frac{18}{k_1^2 r^2} - \frac{18i}{k_1 r} - 8 + 2ik_1 r \right) e^{-ik_1 r} \right], \tag{16}$$

El campo primario H_z^p es:

$$H_z^p = -\frac{m}{4\pi r^3}$$

Si normalizamos la ecuación (16) con respecto al campo primario (ver apéndice B), nos queda:

$$\frac{H_z}{H_z^p} = - \left[\frac{18}{k_1^2 r^2} - \left(\frac{18}{k_1^2 r^2} - \frac{18i}{k_1 r} - 8 + 2ik_1 r \right) e^{-ik_1 r} \right] \quad (17)$$

En la figura 1 se aprecia el campo magnético vertical normalizado por el campo primario, teniendo como abcisa el producto $\sigma \cdot f \cdot r^2$ (conductividad * frecuencia * distancia fuente-receptor al cuadrado).

Si la cantidad $\sigma \cdot f \cdot r^2$ es pequeña, las partes real e imaginaria de H_z se aproximan a dos líneas rectas. En este dominio la parte real es constante e igual al campo primario. Sin embargo, la parte imaginaria representa una recta cuya pendiente depende de la conductividad del semiespacio. Esto es algo que motivó varios capítulos de la tesis, ya que trabajar en este dominio nos permite calcular la conductividad del subsuelo e introducir el concepto de conductividad aparente.

Al calcular los campos dentro del semiespacio, lo hacemos numéricamente de las ecuaciones (15). Para realizar la transformada de Hankel, utilizamos un filtro recortado (Anderson, 1975), que consiste en multiplicar el integrando por una función de peso para ciertos valores de λ , sin necesidad de hacerla en el intervalo $(0, +\infty)$.

II.3 Anillos de corriente ("Smoke Ring")

También podemos calcular los campos en el dominio del tiempo. Para $z = 0$ existe solución analítica, pero para $z \neq 0$ sólo lo podemos hacer numéricamente mediante la transformada de Fourier.

$$Q(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad , \quad (18)$$

donde $Q(t)$ es ya sea H_r , H_z o E_ϕ .

También esta transformada la realizamos mediante filtros (Anderson, 1975), que multiplican $Q(\omega)$ por una función de peso para diferentes frecuencias angulares (ω) , sin necesidad de hacer la integral completa en el intervalo $(-\infty, \infty)$.

Si suponemos un escalón de corriente para excitar el medio, debemos de tomar en cuenta que esta función tiene la siguiente expresión en el dominio del tiempo:

$$h_0(t) = \begin{cases} 1 & \text{para } t < 0 \\ 0 & \text{para } t > 0 \end{cases} \quad (19)$$

Esto es, que se tiene una corriente continua para $t < 0$ y en $t = 0$ se interrumpe. Esta función en el dominio de la frecuencia es de la forma:

$$h_0(\omega) = -\frac{1}{i\omega} \quad (20)$$

Así, los campos en el dominio del tiempo, suponiendo una función escalón en el dipolo magnético vertical, los calculamos como

$$Q(t) = -\frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Q(\omega)}{\omega} e^{-i\omega t} d\omega \quad (21)$$

Si utilizamos un impulso de corriente en el dipolo:

$$\delta(t) = \begin{cases} \infty & \text{para } t = 0 \\ 0 & \text{para } t \neq 0 \end{cases} \quad (22)$$

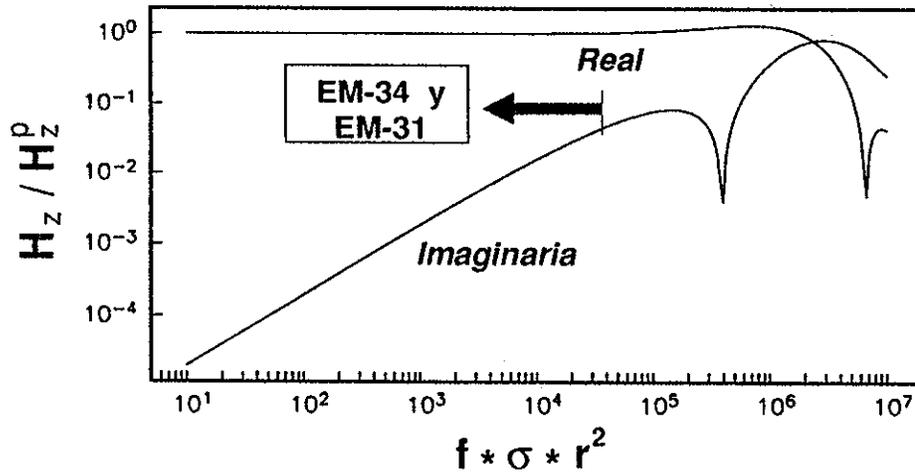
La forma de este impulso en el dominio de la frecuencia es:

$$\delta(\omega) = 1 \quad . \quad (23)$$

Así, si utilizamos un impulso de corriente en el dipolo magnético vertical, los campos nos quedan de la forma:

$$Q(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} Q(\omega) e^{-i\omega t} d\omega \quad . \quad (24)$$

En la figura 2, se grafica el campo eléctrico (E_{ϕ}) en el dominio del tiempo suponiendo un escalón de corriente en un dipolo magnético vertical. Se puede ver que para tiempos muy pequeños, se inducen corrientes dentro del semiespacio, y que éstas tienen la forma de una nube difusa alrededor de la fuente vistas en 3D estas asemejan un anillo. En la figura 2 sólo se grafica en sección transversal la región derecha del semiespacio estando la bobina en $x = 0$. Estos anillos de corriente ya habían sido reportados por Nabighian (1979), a los cuales él les llamó "smoke rings". Para tiempos posteriores el anillo se abre y se profundiza, pero también el campo E_{ϕ} va disminuyendo en amplitud. Esto es de gran importancia, ya que si trabajamos en el dominio del tiempo, podemos ver que a tiempos más grandes la zona que influenciarnos con nuestro campo es más profunda, por lo tanto, esperaríamos tener en nuestro receptor (otra bobina) respuesta de estructuras más profundas. Sin embargo, esto no es del todo cierto, razón que nos motivó a hacer un estudio más formal sobre la zona de influencia de los métodos electromagnéticos de bobinas pequeñas, que se discute en los siguientes capítulos.



f = frecuencia

r = distancia de la fuente al punto de medición

σ = conductividad eléctrica

Figura 1 .- Campo magnético vertical en $z=0$, normalizado por el campo magnético primario contra $(f * \sigma * r^2)$, debido a un dipolo magnético vertical.

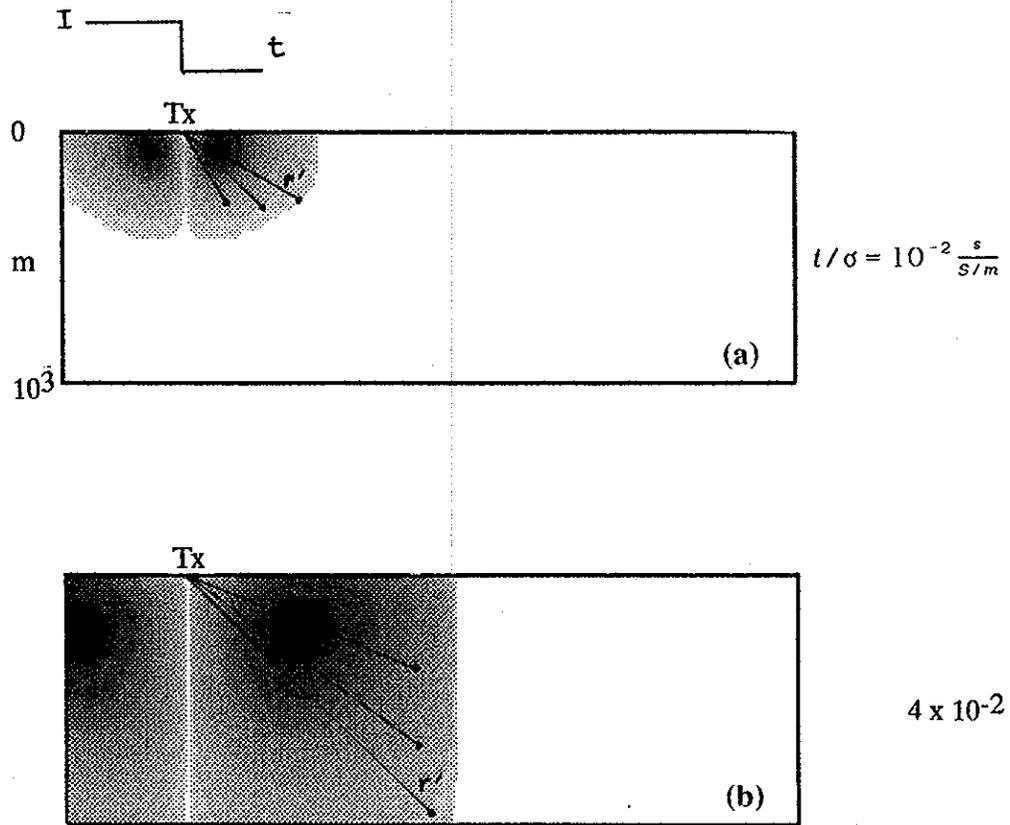


Figura 2.- Anillos de corriente "Smoke Rings" a diferentes tiempos, debido a un dipolo magnético vertical sobre un semi-espacio homogéneo.

III. ANALISIS DE LA ZONA DE INFLUENCIA PARA UNA TIERRA HOMOGENEA

III.1 Introducción

El descubrimiento de los anillos de corriente por Nabighian (1979) para el caso de una tierra homogénea, motivó a que otros calcularan el campo eléctrico para una tierra estratificada (Hoversten y Morrison, 1982) y también para estructuras bidimensionales (Goldman y Stoyer, 1983) para visualizar como se propagan los anillos de corriente en diferentes medios. Sin embargo, muy pocos intentos han habido para determinar y visualizar la zona de influencia, que es dependiente no sólo de las características de la fuente sino también del receptor.

Cuando se toma una medición, ésta dependerá del tipo de fuente, del tipo de receptor y obviamente de la distribución de conductividades en el subsuelo. La zona de influencia nos da información de qué regiones del subsuelo son más importantes para una medición.

Algunos autores han analizado la zona de influencia mediante la ley de Biot-Savart. Sidorov y Gubatenko (1974) lo hacen en el dominio de la frecuencia y Bryan (1987) en el dominio del tiempo. El problema en usar la ley de Biot-Savart es que nos lleva a concepciones erróneas sobre la zona de influencia, ya que nos da funciones asimétricas para dispositivos simétricos, lo cual contradice el principio de reciprocidad (Apéndice C). En el capítulo 3 se discutirá esto más ampliamente.

III.2 Ecuación de esparcimiento

Nosotros calculamos la zona de influencia mediante la función de sensibilidad derivada de la ecuación de esparcimiento o ecuación de "scattering". Esta ecuación se usa comúnmente en óptica para ver como se dispersa la luz cuando ésta incide en una superficie que contiene asperezas o para detectar impurezas en los cristales. En geofísica de exploración se usa para

ver como se modifican los campos cuando un semiespacio homogéneo es alterado en su distribución de conductividades. Esta ecuación tiene la forma de una ecuación integral de Fredholm de segundo tipo, y no es más que una representación alterna de las ecuaciones de Maxwell en términos de perturbaciones de los campos debidos a perturbaciones en las propiedades eléctricas del medio. Antecedentes previos a su aplicación en geofísica se hallan en Harrington (1958) que la usa para resolver la ecuación de Helmholtz inhomogénea para el campo eléctrico, así como Tai (1971) para resolver la ecuación vectorial de Helmholtz inhomogénea para el campo eléctrico en un espacio completo. Pero quien la usa para resolver problemas específicos de geofísica, como es polarización inducida (PI) o resistividad es Hohmann (1975), que resuelve la ecuación de Helmholtz inhomogénea para estructuras bidimensionales perturbando un semiespacio homogéneo. Actualmente la ecuación de esparcimiento es ampliamente usada para calcular los campos que se medirían de existir una estructura bidimensional en un semiespacio homogéneo (Hohmann, 1975), o en un semiespacio estratificado (Wannamaker *et al.*, 1984). Pero su uso quizá más importante es para plantear el problema inverso. En esta dirección se ha usado con éxito restringido, ya que resulta computacionalmente ineficiente e incosteable económicamente (e.g. Eaton, 1989).

La derivación de la ecuación de esparcimiento se puede hallar en varios libros, o bien, en Hohmann (1975) y en Tai (1971), pero básicamente consiste en suponer que

$$\sigma(\mathbf{r}_0) = \sigma_0 + \delta\sigma(\mathbf{r}_0) \quad , \quad (25)$$

y sustituirla en la ecuación (1). Se aplica el rotacional en (2) y se sustituye la ecuación (1) modificada, para obtener finalmente una ecuación de Helmholtz para el campo eléctrico secundario

$$\nabla^2 \mathbf{E}_s + k^2 \mathbf{E}_s = i\omega\mu\mathbf{J}_s \quad , \quad (26)$$

donde \mathbf{E}_s es el campo eléctrico.

La solución de esta ecuación está en términos de la función de Green (Tai, 1971). Además, debemos recordar que $\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_p(\mathbf{r}) + \mathbf{E}_s(\mathbf{r})$, de esta forma obtenemos:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \mathbf{E}_p(\mathbf{r}) + \int_v \mathbf{G}_E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) \delta\sigma(\mathbf{r}_0) dv_0 \quad , \quad (27)$$

donde:

$\mathbf{J}_s(\mathbf{r}_0) = \delta\sigma(\mathbf{r}_0)\mathbf{E}(\mathbf{r}_0)$ es la densidad de corriente producida por el campo eléctrico inducido por la fuente dentro del cuerpo que perturba al semiespacio. $\delta\sigma(\mathbf{r})$ es diferente de cero sólo dentro del cuerpo, de ahí que la integral sólo actúe sobre el volumen ocupado por éste.

\mathbf{G}_E es la función de Green, cuando suponemos sólo un semiespacio, pero colocando el dipolo elemental unitario en el volumen ocupado por el cuerpo.

$\mathbf{E}_p(\mathbf{r})$ es el campo primario en el punto de medición suponiendo un semiespacio.

Para nuestro problema en particular, nosotros medimos la componente vertical del campo magnético. Así que nos conviene pasar la ecuación (27) en términos del campo magnético. Haciendo uso de la ecuación (2)

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_p(\mathbf{r}) + \nabla \times \int_v \mathbf{G}_E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) \delta\sigma(\mathbf{r}_0) dv_0$$

Pero como el operador rotacional sólo actúa sobre \mathbf{r} y no sobre \mathbf{r}_0 ,

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_p(\mathbf{r}) + \int_v \mathbf{G}_B(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) \delta\sigma(\mathbf{r}_0) dv \quad , \quad (28)$$

donde:

$$\mathbf{G}_B = \nabla \times \mathbf{G}_E$$

En esta nueva expresión \mathbf{G}_B es el campo magnético debido a un dipolo eléctrico puntual unitario en un semiespacio homogéneo, pero colocado en el volumen ocupado por el cuerpo. $\mathbf{E}(\mathbf{r}_0)$ y $\mathbf{B}(\mathbf{r})$ son el campo eléctrico medido dentro del cuerpo y el campo magnético medido en superficie respectivamente, pero en ambos considerando que se trata de un cuerpo inmerso en un semiespacio homogéneo. \mathbf{B}_p es el campo primario medido en superficie, que es como si no hubiera cuerpo.

La ecuación (28) también la podemos poner como

$$\delta \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \int \mathbf{G}_B(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}_0) \delta \sigma(\mathbf{r}_0) d\nu_0 \quad , \quad (29)$$

En nuestro problema como sólo tenemos campos E_\emptyset y sólo nos interesa medir B_z , entonces sólo nos quedamos con la componente escalar de la función de Green, que relaciona B_z con E_\emptyset :

$$\delta B_z(\mathbf{r}) = \int_\nu G_B(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \cdot E_\emptyset(\mathbf{r}_0) \delta \sigma(\mathbf{r}_0) d\nu_0 \quad . \quad (30)$$

De esta forma nosotros podemos decir que lo que medimos $\delta B_z(r)$, es la suma de las multiplicaciones de la perturbación de la conductividad, por la función de sensibilidad. De esta forma, tal función nos dirá que regiones del subsuelo contribuyen más en nuestra medición antes de ser multiplicada por la perturbación de conductividad.

$$\delta B_z(\mathbf{r}) = \int_\nu W(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \delta \sigma(\mathbf{r}_0) d\nu_0 \quad , \quad (31)$$

donde:

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = G_B(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) \cdot E_\varnothing(\mathbf{r}_0) \quad (32)$$

W es una función tal que depende del campo eléctrico $E_\varnothing(\mathbf{r}_0)$ inducido por la fuente (emisor) dentro del cuerpo perturbador y también del campo magnético debido a un dipolo eléctrico elemental unitario G_B medido en el receptor. Así, \mathbf{r} define la posición del receptor y $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ es la distancia entre el receptor y un punto dentro del cuerpo.

III.3 Análisis para bobinas en el dominio de la frecuencia

Nuestro objetivo no es calcular B_z o δB_z , sino analizar la función de sensibilidad, que nos dará información de la profundidad de penetración en nuestras mediciones a diferentes frecuencias.

La sensibilidad dependerá del tipo de fuente y receptor utilizados. Nosotros consideraremos el caso de dos dipolos magnéticos verticales, es decir, dos bobinas horizontales coplanares pequeñas. Para distancias entre bobinas relativamente grandes, podemos suponer que tales bobinas son puntuales y por lo tanto los campos inducidos en un semiespacio homogéneo estarán representados por (15).

Debido a que la función de Green es el campo magnético debido a un dipolo eléctrico puntual de momento unitario, entonces podemos decir que (ver apéndice A):

$$G_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) = \frac{B_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)}{m_e} \quad , \quad (33)$$

donde:

$$m_e \text{ momento del dipolo eléctrico } m_e = Idl$$

Pero por el principio de reciprocidad para mediciones de campos electromagnéticos (ver apéndice C), podemos decir para nuestro caso, que si tenemos como fuente un dipolo eléctrico (el de la función de Green en el subsuelo) y como receptor un dipolo magnético (en la superficie), siendo ρ la resistividad del medio que los separa, si ahora la fuente se vuelve receptor y el receptor fuente, la resistividad del medio que los separa seguirá siendo ρ . Aún cuando los voltajes cambien en cada caso, a la hora de extraer la resistividad a partir de esos voltajes, debe ser la misma en ambos casos. Es decir que la propiedad del medio se puede considerar como un invariante aún cuando usemos diferentes tipos de fuentes o receptores. Por lo tanto, mediante este principio podemos hallar relaciones de correspondencia entre campos por el sólo hecho de suponer que intercambiamos la fuente y el receptor. Esto nos lleva a decir que el campo magnético vertical medido en superficie y debido a un dipolo elemental en el subsuelo (función de Green; ecuación 33) es equivalente al campo eléctrico azimutal medido en el subsuelo y debido a un dipolo magnético vertical de momento magnético unitario colocado en superficie, esto es;

$$\frac{B_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)}{m_e(\mathbf{r}_0)} = \frac{E_\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega)}{-i\omega m_B(\mathbf{r})} = G_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \omega) \quad , \quad (34)$$

Como prueba de esto, las unidades se conservan y son:

$$\left[\frac{\text{volt} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}^3} \right]$$

De esta forma la función de sensibilidad se puede expresar como:

$$W(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \left[E(\mathbf{r}, \omega) \cdot \frac{E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|, \omega)}{-i\omega m_B} \right] \quad (35)$$

donde $E(\mathbf{r},\omega)$ es el campo eléctrico azimutal en el subsuelo debido al transmisor y $E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|, \omega)$, el campo eléctrico azimutal en el subsuelo, pero debido a una supuesta fuente colocada en la posición del receptor. De esta forma, la función de sensibilidad se puede ver como el producto vectorial de dos campos eléctricos (uno debido al transmisor y otro debido al receptor) en el dominio de la frecuencia, o bien como una convolución de campos eléctricos en el dominio del tiempo.

En las figuras 3 y 4 se muestran las componentes real e imaginaria de la función de sensibilidad, respectivamente, para un semiespacio de $100 \Omega - m$ y una distancia entre receptor y emisor de 2000 m, para varias frecuencias y por tanto varios grosores de piel o "skin depth".

Se observa del grupo de la parte real (figura 3), que la sensibilidad siempre es máxima en el transmisor y receptor. Esto nos da una idea de que la parte real contribuye menos en una medición y además poca información nos puede dar de las regiones alejadas de las bobinas.

En cambio del grupo de la parte imaginaria (figura 4), se observa que la sensibilidad se extiende bastante más allá de las bobinas para ciertas frecuencias. Además, para frecuencias altas ("skin depth" pequeños) la sensibilidad se halla muy pegada a las bobinas. Conforme disminuye la frecuencia la función se va expandiendo hacia el centro y hacia mayores profundidades (aún cuando sigue siendo máxima en las bobinas), esto quiere decir que le va concediendo más importancia a posibles perturbaciones de la conductividad que se hallen distantes en la medida en que disminuye la frecuencia. Sin embargo, pensaríamos que a menores frecuencias mayor penetración pero aquí no, ya que si seguimos disminuyendo la frecuencia, se va colapsando la sensibilidad hacia las bobinas, ocurriendo un cambio de signo en la función. De esta forma, a frecuencias muy bajas sólo las perturbaciones de conductividad muy cercanas a las bobinas serán detectadas por nuestra medición. El hecho de que no siga aumentando la profundidad de penetración al disminuir la frecuencia, se debe a que la

separación emisor-receptor limita la penetración, siendo menor la penetración a menores separaciones. Esto ya lo menciona Spies (1989) en su análisis de sensibilidad para 1D, así como McNeill (1980) para el análisis de sensibilidad en 1D de los equipos de Geonics (EM34 y EM31). Nuestro análisis de sensibilidad está hecho para perturbaciones bidimensionales de la conductividad. En este caso no se ven gráficas cayendo monótonicamente con la profundidad (como en 1D), sino una función que si bien disminuye con la profundidad, también cambia de signo a lo largo de x y de z , dándonos una idea más completa de lo que esperaríamos observar con nuestras mediciones a lo largo de un perfil.

III.4 Análisis para bobinas en el dominio del tiempo

Una vez analizada la sensibilidad en el dominio de la frecuencia, analizarla en el dominio del tiempo resulta un paso inmediato, ya que sólo tenemos que aplicar la transformada de Fourier para pasar toda la ecuación al dominio del tiempo. Esto es,

$$\delta B_z(\mathbf{r}, t) = F^{-1}[\delta B_z(\mathbf{r}, \omega)] = \int_V F^{-1}\left[E(\mathbf{r}_0, \omega) \cdot \frac{E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|, \omega)}{-i\omega m_B}\right] \delta\sigma(\mathbf{r}_0) dV \quad (36)$$

Para calcular la transformada usamos los filtros de Anderson (1975), que calculan la transformada seno y coseno separadamente, de esta forma:

$$\delta B_z(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} B_z(\mathbf{r}, \omega) e^{-i\omega t} d\omega = 2 \int_0^{\infty} \text{real}[B_z(\mathbf{r}, \omega)] \cos(\omega t) d\omega + 2i \int_0^{\infty} \text{imag}[B_z(\mathbf{r}, \omega)] \sin(\omega t) d\omega \quad (37)$$

El primer factor de la función de sensibilidad es $E(\mathbf{r}, \omega)$, que es el campo eléctrico inducido en el semiespacio. Esto quiere decir que dependerá de si hacemos circular por la fuente una corriente en forma de delta o escalón (ecuaciones 19 y 22). La segunda componente es la del receptor y dependerá si lo que medimos es $B_z(\mathbf{r}, t)$ o la derivada $\frac{\partial B_z}{\partial t}$, es decir, si

medimos con un magnetómetro de saturación o bien con una bobina respectivamente.

Si escribimos la ecuación (36) como

$$F(\mathbf{r}, t) = \int_v F^{-1}[c g_1(\mathbf{r}, \omega) \cdot g_2(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|, \omega)] \delta\sigma(\mathbf{r}_0) d\nu \quad , \quad (38)$$

donde g_1 y g_2 son las transformadas de Hankel de los campos eléctricos (ver ecuación 15):

$$g_1(r_1, \omega) = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda + u} e^{-u z} J_1(\lambda r_1) d\lambda \quad y$$

$$g_2(r_2, \omega) = \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{\lambda + u} e^{-u z} J_1(\lambda r_2) d\lambda \quad ,$$

donde $F(\mathbf{r}, t)$ representa la medición. Puede ser $\delta B(\mathbf{r}, t)$ o $\frac{\delta B(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$ y c es un parámetro que depende de lo que medimos y de la fuente, según se puede ver en la siguiente tabla.

	Fuente	
Medición	Impulso	Escalón
$\delta B_z(\mathbf{r}, t)$	$c = \frac{-i\omega\mu^2 m}{4\pi^2}$	$c = \frac{\mu^2 m}{4\pi^2}$
$\frac{\delta B_z(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$	$c = +\frac{\omega^2\mu^2 m}{4\pi^2}$	$c = \frac{i\omega\mu^2 m}{4\pi^2}$

(39)

En la figura 5 se observa el comportamiento de la sensibilidad cuando medimos $\delta B_z(\mathbf{r}, t)$, usando como fuente un escalón en un semiespacio homogéneo de $\rho = 100 \text{ } \Omega - m$ y una separación receptor-emisor de 2000 m, visto en una sección transversal $x - z$.

Se observa que la sensibilidad siempre es máxima en las bobinas, pero al incrementarse el tiempo de observación se extiende la función de sensibilidad lejos de las bobinas, más sin embargo, a mayores tiempos la sensibilidad se colapsa hacia las bobinas, recordándonos lo que sucede a muy bajas frecuencias en el dominio de la frecuencia. Esto nos hace patente nuevamente que la penetración máxima depende del tiempo de observación, pero también de la separación receptor-emisor.

En la figura 6 hicimos el mismo análisis pero sobre el plano $x - y$ en $z = 0$ (en la superficie). El máximo siempre está sobre las bobinas. Nuevamente al incrementar el tiempo de observación se expande hacia el centro la función de sensibilidad y luego se vuelve a colapsar hacia las bobinas a tiempos posteriores.

En el siguiente grupo de gráficas se analiza la función de sensibilidad nuevamente usando una función escalón como fuente, pero ahora midiendo la derivada temporal del campo $\partial B_z / \partial t$.

Este grupo de gráficas muestran un comportamiento muy interesante en la sección transversal $x - z$ (figura 7). A tiempos cortos los máximos en la sensibilidad (negativo y positivo) están adyacentes a cada bobina, pero conforme se incrementa el tiempo, estos máximos permanecen adyacentes a las bobinas, pero se desplazan hacia $z > 0$. Sin embargo, a tiempos posteriores la sensibilidad se repliega nuevamente hacia las bobinas y hay un cambio de polaridad.

Si observamos ahora sobre el plano $x - y$ para $z = 0$ (figura 8), se ven máximos, pero éstos son relativos y parecen despegarse y desplazarse hacia el centro del arreglo y para tiempos posteriores ocurre el cambio de polaridad y el repliegue hacia las bobinas. Esta conducta es muy interesante, porque nos indica que para ciertos tiempos las perturbaciones superficiales de la conductividad más cercanas a las bobinas no serán tan importantes como

las que se hallan más alejadas.

III.5 Análisis para bobinas coincidentes en el dominio de la frecuencia

Existen algunos arreglos de bobinas, donde el emisor y el receptor están juntos. El instrumento aparenta ser una sola bobina porque están juntas. Este arreglo hace que la toma de mediciones sea más sencilla, ya que no requiere de 2 personas y no hay que preocuparse por la distancia entre fuente y receptor. Aún así estos dispositivos son poco populares.

Para estas bobinas no podemos hacer la aproximación de bobinas puntuales, sino considerar que las bobinas tienen un cierto radio " a ". El campo eléctrico considerando el radio se expresa como:

$$E_{\varnothing}(r, \omega) = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda+u} e^{-uz} J_1(\lambda r) J_1(\lambda a) d\lambda \quad (40)$$

ver Nabighian (1987) pag. 219.

Para efectos prácticos suposimos que las bobinas tenían un radio de 1 m. Procediendo de manera semejante introdujimos la ecuación (40) en la (35), obteniendo los siguientes resultados. En la figura 9 se muestra la sensibilidad para varias frecuencias, tanto para la parte real como para la parte imaginaria.

Se observa que la sensibilidad siempre es máxima en la bobina, y la zona de afectación es relativamente pequeña, conservándose pequeña para todas las frecuencias. Este arreglo no depende de la separación obviamente, sólo de la frecuencia y del radio de las bobinas. Aumentar el radio de las bobinas le restaría portabilidad al sistema. Quizá por eso es poco popular. Si disponemos de una bobina de radio fijo parece (al menos para este rango de frecuencias) que no hay manera de expandir la zona de influencia amén de que la sensibilidad

decae a frecuencias bajas, o sea que además la medición del campo es menor y quizá salga del rango mínimo de medición del instrumento. Para fines de graficación, los contornos cubren sólo 3 órdenes de magnitud en la parte real y 6 órdenes de magnitud en la parte imaginaria. Esto es, porque la parte imaginaria decae más rápido que la real.

III. Análisis para bobinas coincidentes en el dominio del tiempo

Para este arreglo también aplicamos la transformada inversa de Fourier por los filtros de Anderson (1975), y calculamos $F(\mathbf{r}, t)$ que es una función semejante a la ecuación anterior, donde $F(\mathbf{r}, t)$ es $\delta B(\mathbf{r}, t)$ o $\partial B(\mathbf{r}, t)/\partial t$ para cuando la fuente es un escalón.

Si medimos $\delta B(\mathbf{r}, t)$ (figuras 10 a, b, c, d), vemos que a tiempos posteriores, la zona de sensibilidad se expande, pero disminuye en amplitud así como la medición y su registro dependerá del rango del equipo.

Las figuras 10 e, f, g, h, son para cuando medimos $\partial B(\mathbf{r}, t)/\partial t$. Podemos ver que la función se expande a tiempos mayores y también disminuye su amplitud.

Es importante hacer notar que no se exploraron varios radios de las bobinas. Sólo podemos inferir que el comportamiento es muy similar, aún cuando no exista una relación lineal entre la amplitud de la sensibilidad y el radio de las bobinas.

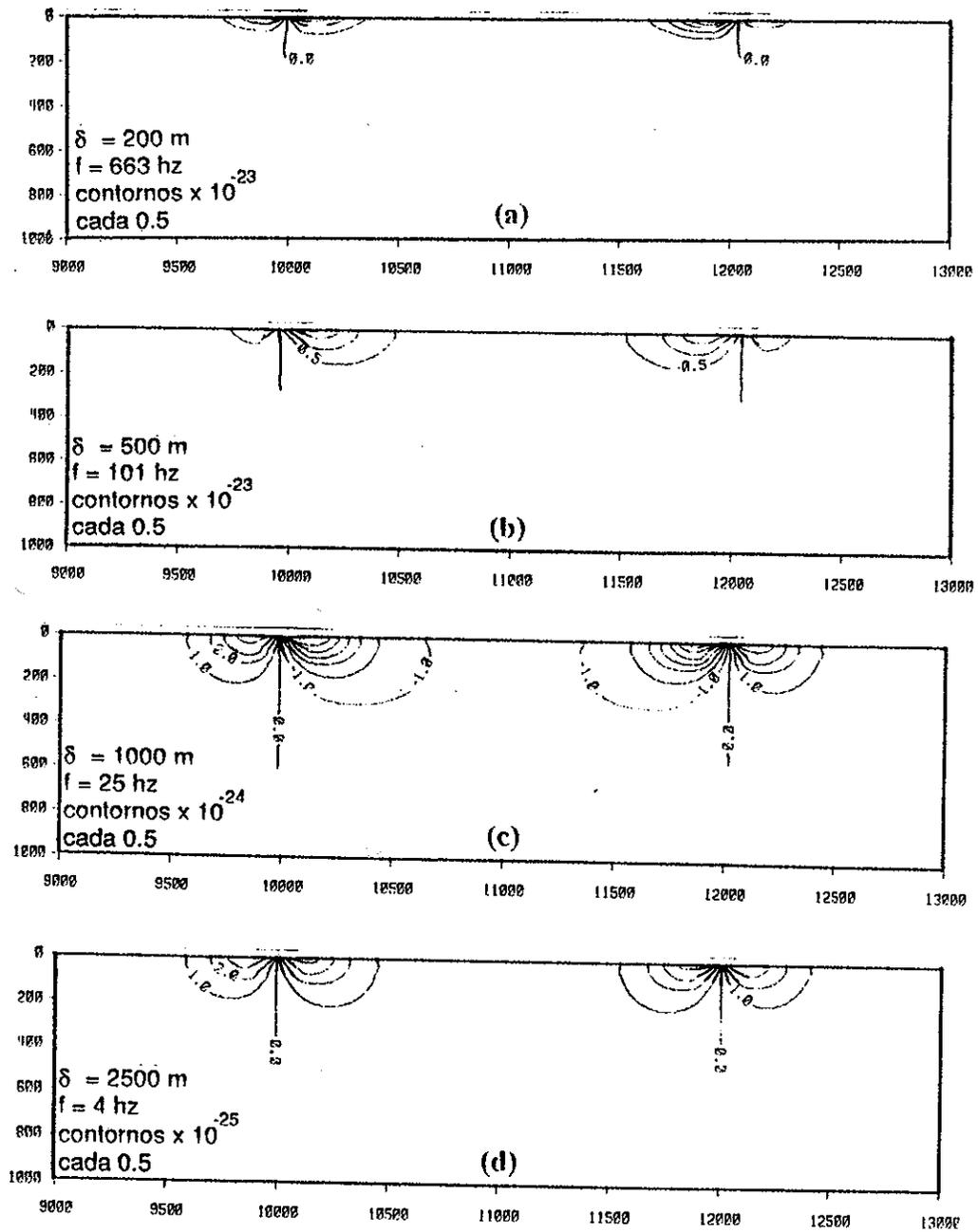


Figura 3.- Parte real de la función de sensibilidad para varias frecuencias.

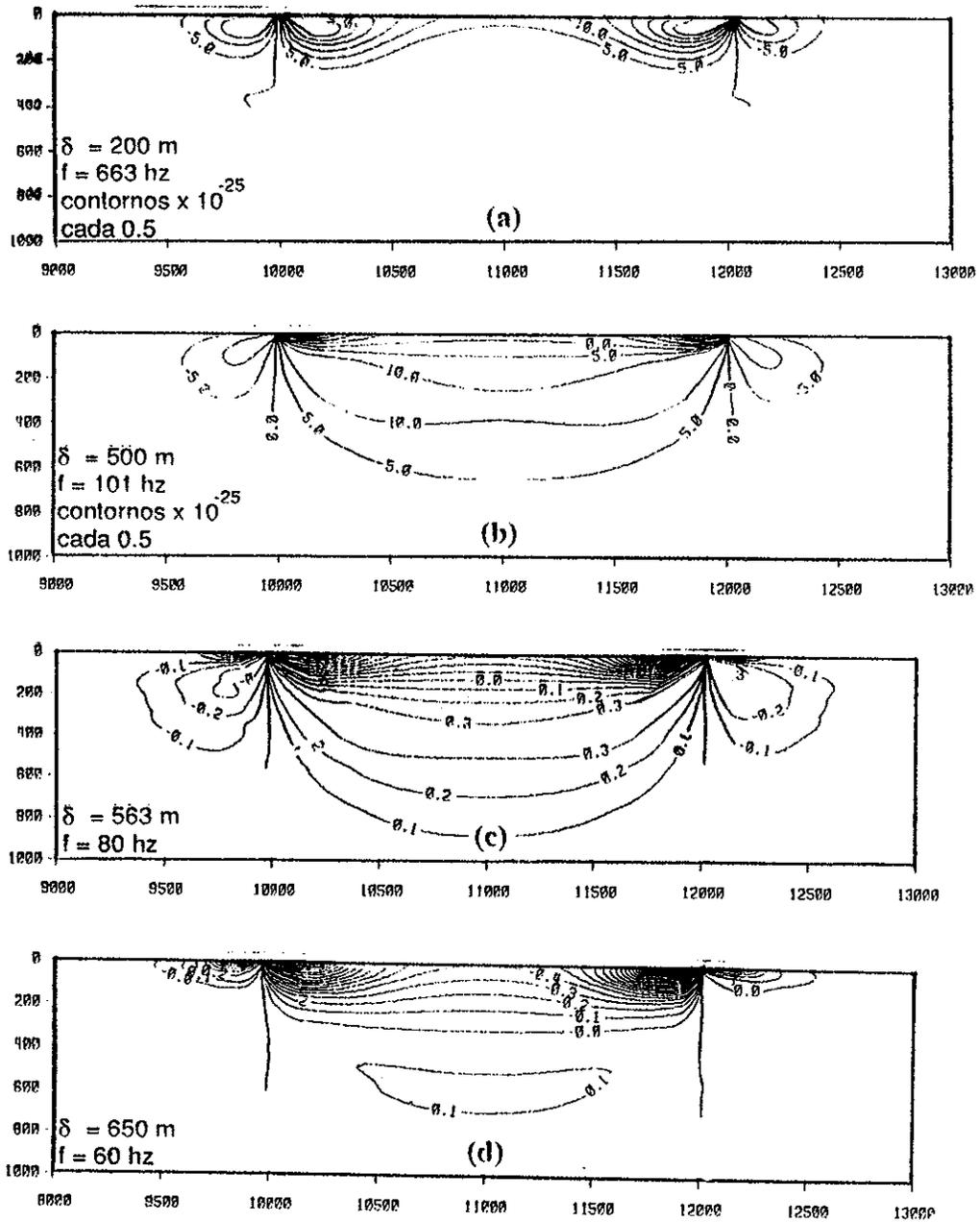


Figura 4.- Parte real de la función de sensibilidad para varias frecuencias.

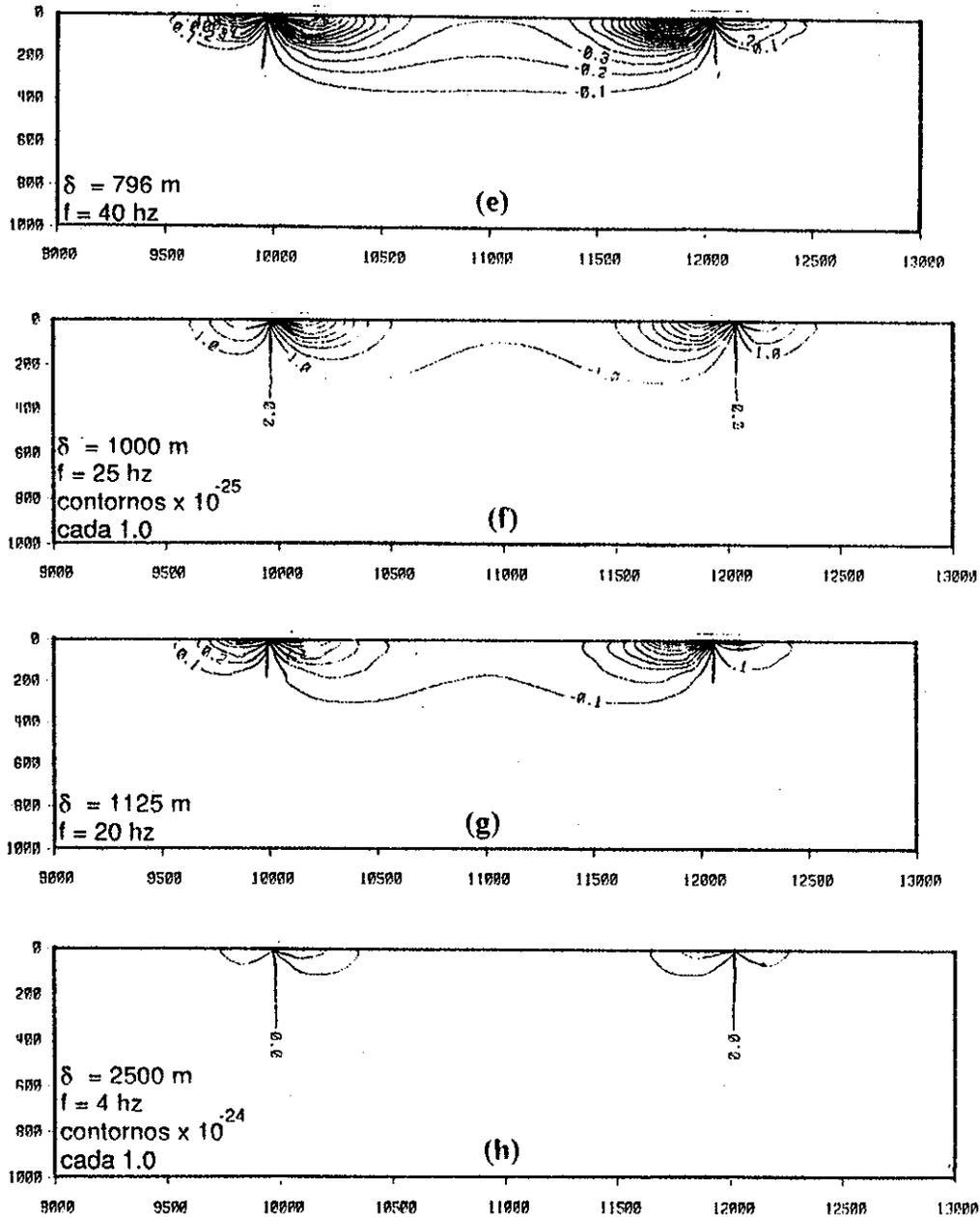


Figura 4.- Parte real de la función de sensibilidad para varias frecuencias.

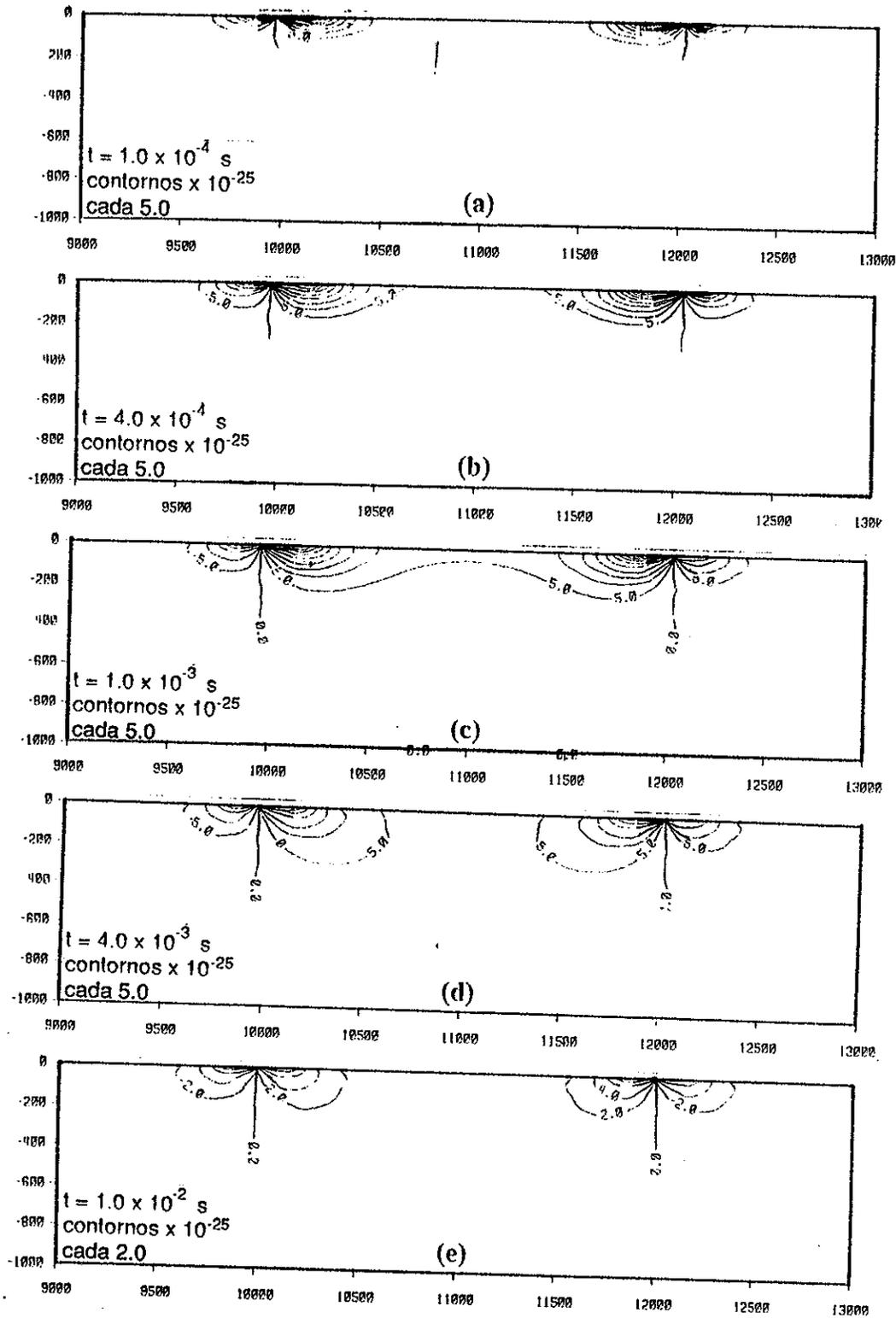


Figura 5.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos δB_z a varios tiempos. Secciones transversales.

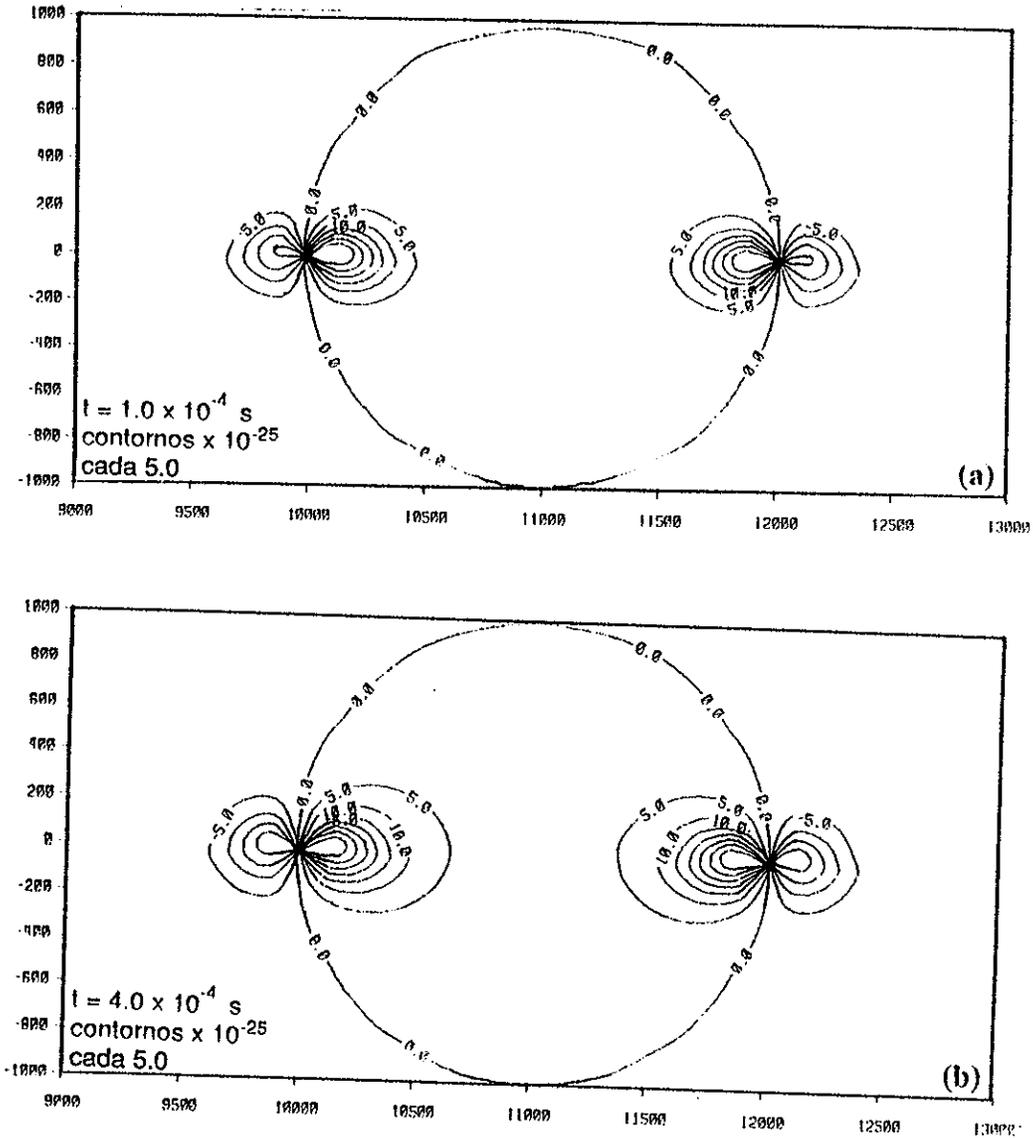


Figura 6.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos δB_z a varios tiempos. Vista en planta.

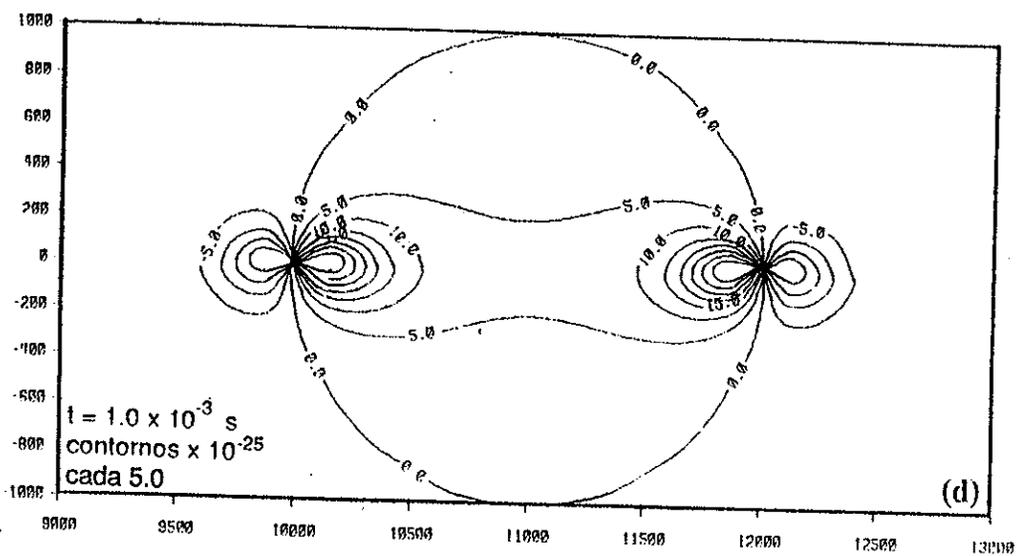
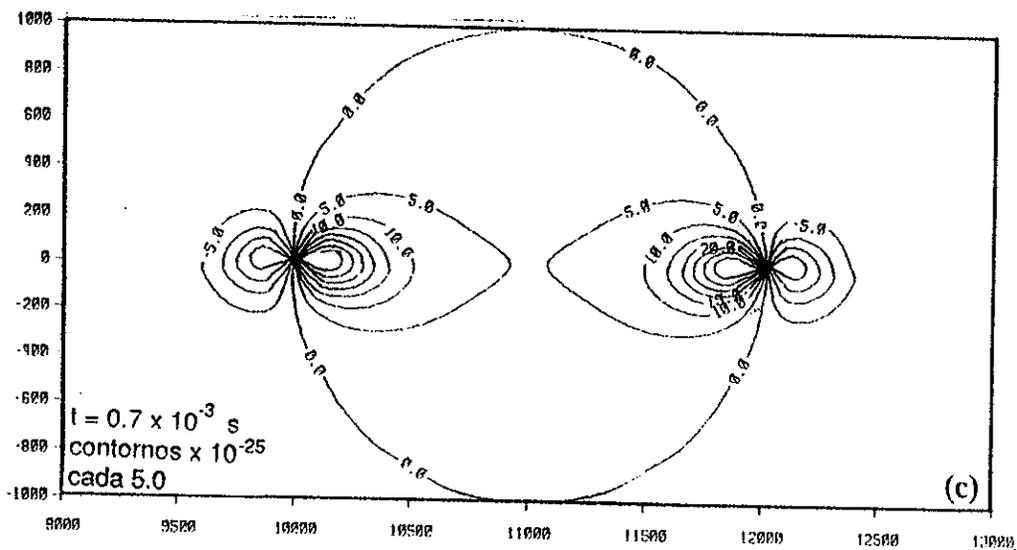


Figura 6.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos δB_z a varios tiempos. Vista en planta.

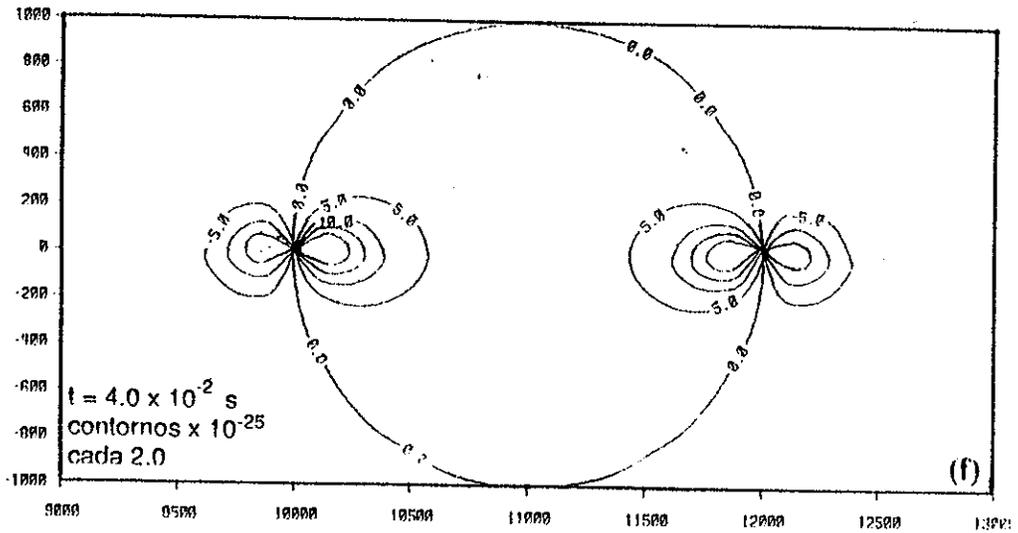
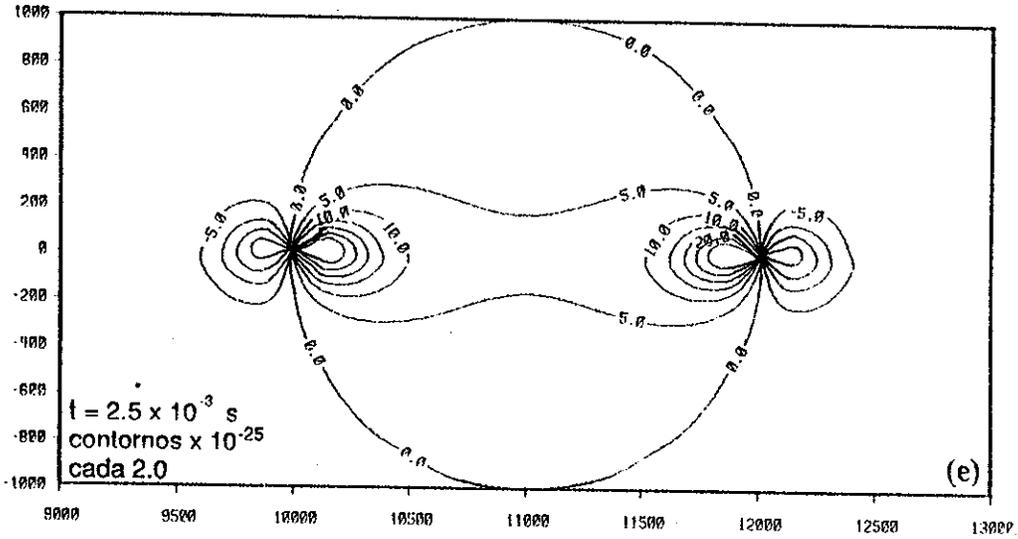


Figura 6.- Función de sensibilidad cuando usamos un escalón de corriente en la fuente y medimos δB_z a varios tiempos. Vista en planta.

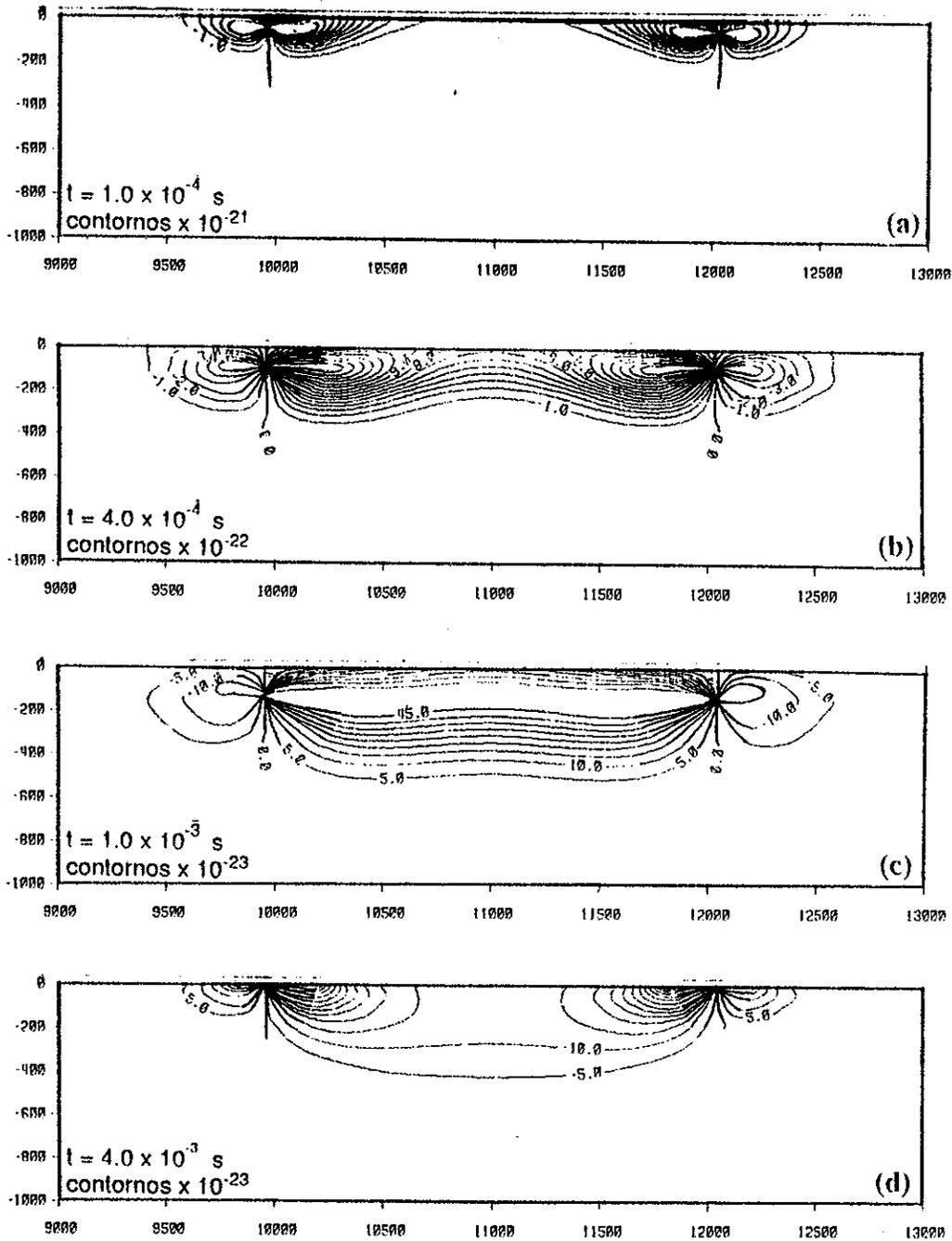


Figura 7.- Función de sensibilidad usando un transiente electromagnético como fuente y midiendo $\partial B_z / \partial t$ a varios tiempos y observado en secciones transversales.

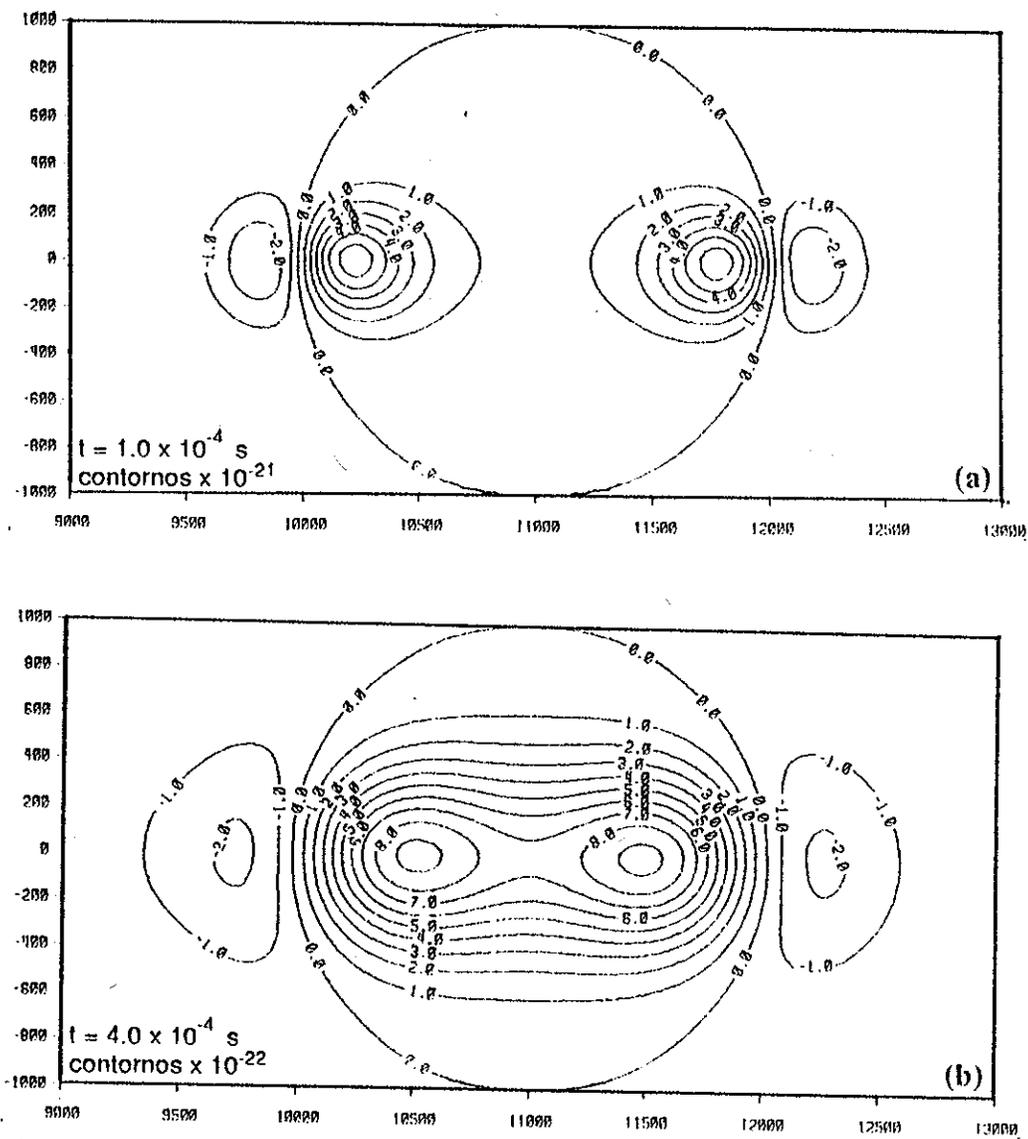


Figura 8.- Función de sensibilidad usando un transiente electromagnético como fuente y midiendo $\partial B_z / \partial t$ a varios tiempos y observado en planta.

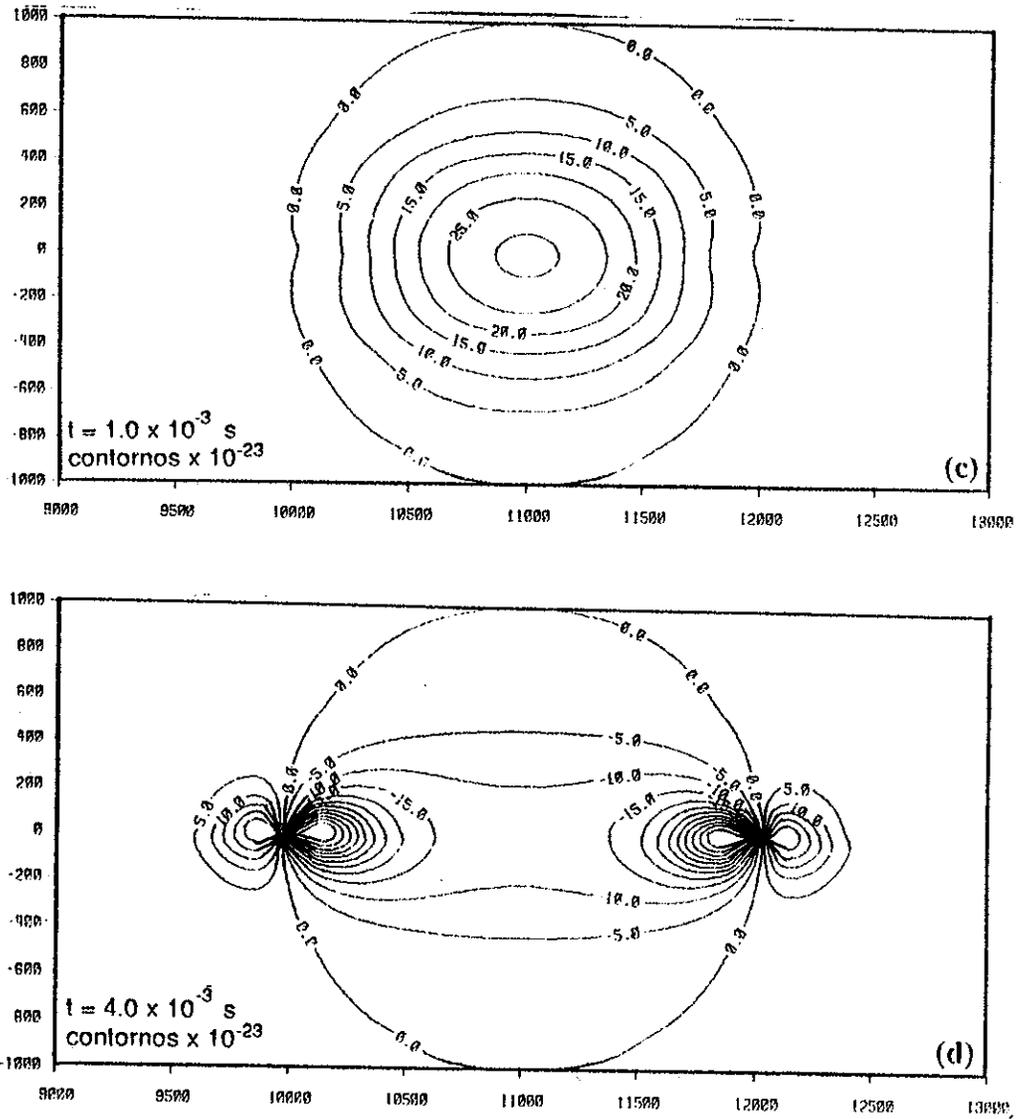


Figura 8.- Función de sensibilidad usando un transiente electromagnético como fuente y midiendo $\partial B_z / \partial t$ a varios tiempos y observado en planta.

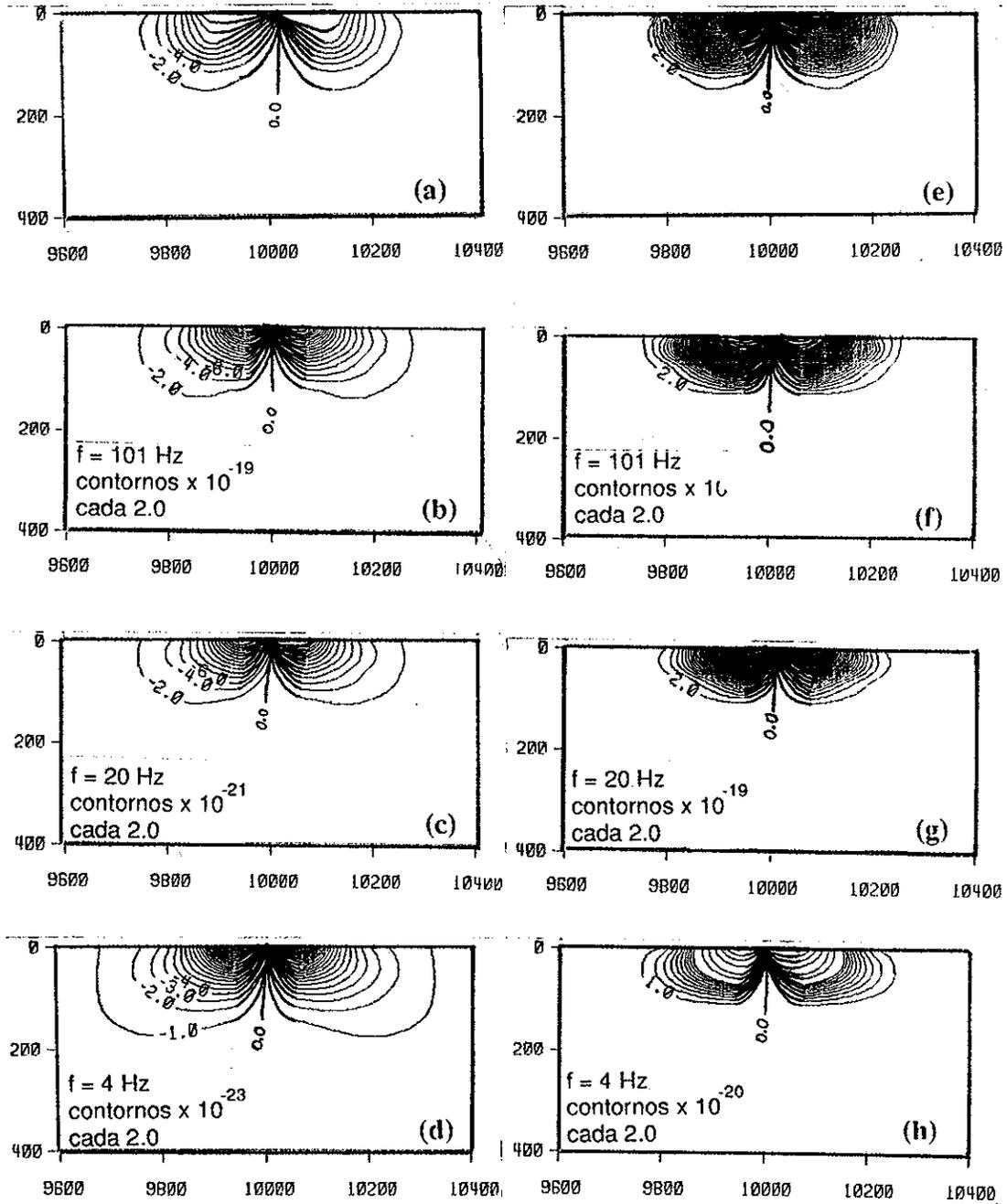


Figura 9.- Función de sensibilidad en el dominio de la frecuencia, para un dispositivo de transmisor y receptor en el mismo sitio. (a), (b), (c) y (d) son la parte imaginaria a varias frecuencias. (e), (f), (g) y (h) son la parte real para varias frecuencias.

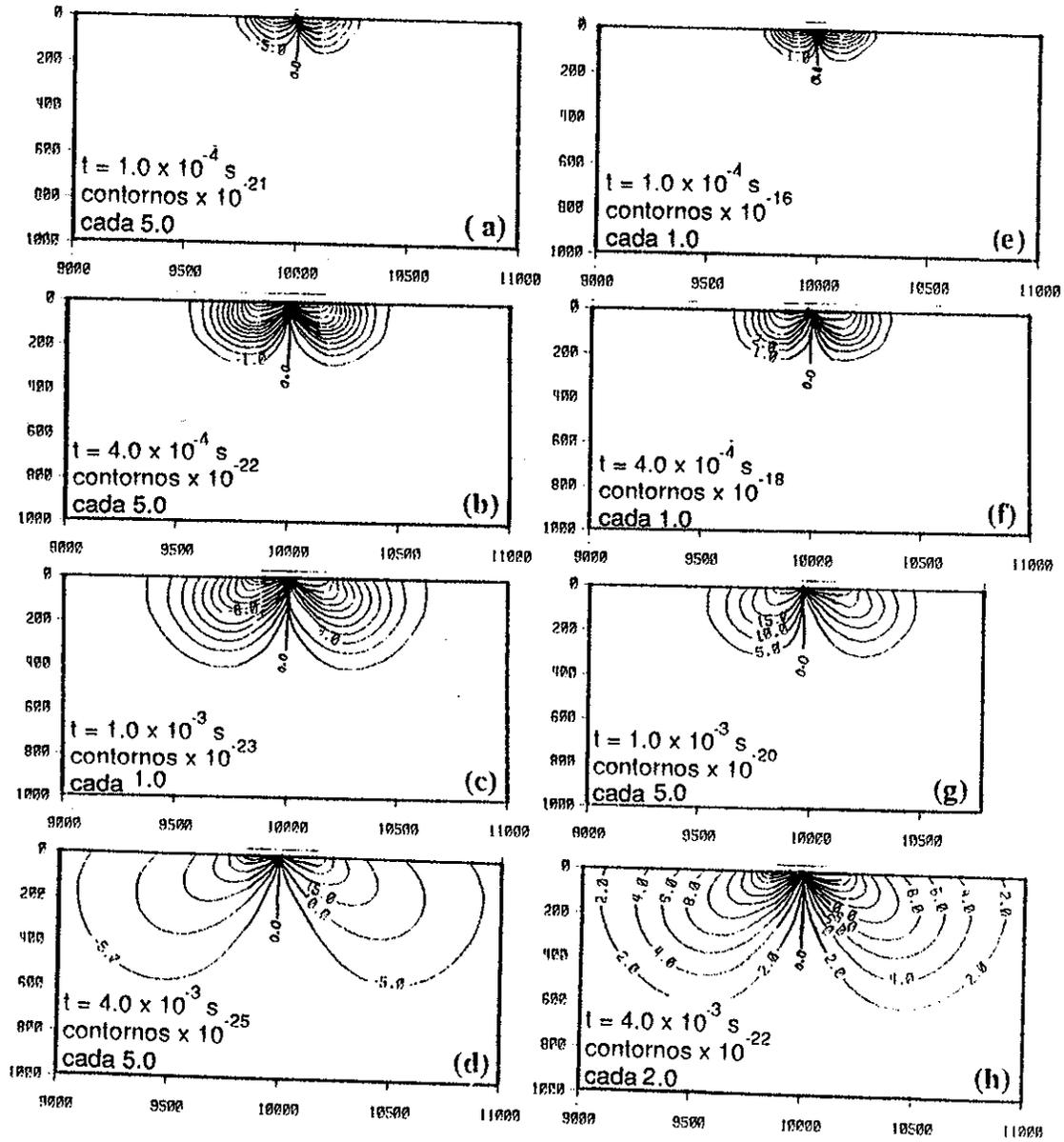


Figura 10.- Función de sensibilidad para el dispositivo transmisor-receptor en el mismo sitio, usando un escalón de corriente. (a), (b), (c) y (d) si medimos δB_z , (e), (f), (g) y (h) si medimos $\partial B_z / \partial t$

IV. ANALISIS COMPARATIVO DE LA ZONA DE INFLUENCIA SOBRE UN SEMI-ESPACIO HOMOGENEO

IV.1 Introducción

En este capítulo se tratará de justificar la forma como calculamos la sensibilidad en el capítulo III y veremos que existen formas diferentes de definirla. Para que una ecuación pueda darnos información sobre la zona de influencia se requiere que la expresión del campo (en este caso el magnético vertical), esté relacionada con la fuente y también con el receptor.

IV.2 Comparación de ecuaciones

Existen al menos tres expresiones que cumplen con los requisitos antes mencionados; la ecuación de esparcimiento ("scattering"), la ley de Biot-Savart y otra expresión alterna desarrollada por Gómez-Treviño (1987).

$$1.- \delta\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \int_V \mathbf{G}_B(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dV \quad \text{Ecuación de esparcimiento} \quad (41)$$

$$2.- \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{M_B} \int_V \mathbf{G}'_B(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') dV \quad \text{Gómez-Treviño (1987)} \quad (42)$$

$$3.- \mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu}{4\pi} \int \frac{\mathbf{E}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \sigma(\mathbf{r}') dV \quad \text{Ley de Biot-Savart} \quad (43)$$

La primera ecuación nos dice como varía el campo magnético debido a cambios o perturbaciones de la conductividad del medio a través de una función de sensibilidad representada por el campo eléctrico inducido por la fuente y la función de Green que depende de la posición del receptor y de la conductividad del medio. Existen expresiones analíticas para los casos de semiespacio homogéneo y estratificado.

La segunda ecuación nos da directamente el valor del campo, a partir de la función de conductividad del medio (no la perturbación), a través de una función de peso representada por el campo eléctrico debido a la fuente y la función de Green que toma en cuenta la posición del receptor y además depende de la distribución de la conductividad de todo el subsuelo. Esta función de Green es demasiado complicada aún para geologías simples y sólo se podría calcular numéricamente.

La tercera ecuación también representa el campo debido a la distribución de corrientes inducidas en el subsuelo. Físicamente se trata de una infinidad de elementos volumétricos que transportan una corriente y calculamos el campo total vía la ley de Biot-Savart. Para el caso de un semiespacio, $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ es el campo en el punto \mathbf{r}' dentro del semiespacio y $\frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3}$ es una función de la distancia entre cualquier punto del semiespacio y el receptor.

Es interesante hacer notar que los campos $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ de las ecuaciones (41 y 42) son los mismos, pero las funciones de Green de ambas son diferentes. Sin embargo, para las expresiones del campo magnético sobre un semiespacio homogéneo o estratificado, tales funciones de Green son las mismas. Además, para el caso homogéneo $M_B = 1$ (Esparza y Gómez-Treviño, 1987). Esto quiere decir que los integrandos de ambas ecuaciones son iguales y sólo varían en que uno contiene $\delta\sigma(\mathbf{r})$ y otra $\sigma(\mathbf{r})$. Para la ecuación (41), el producto $\mathbf{G} \cdot \mathbf{E}$ representa la función de sensibilidad y también representa las derivadas de Frechét del campo magnético. Por su parte el mismo producto en la ecuación (42) representa una función que asigna diferentes pesos a la distribución de conductividades. En su artículo, Gómez-Treviño (1987) demuestra que esta función de peso también representa las derivadas de Frechét del campo. Esto hace que amplíemos el significado de las derivadas de Frechét, ya que antes sólo se consideraba como una función de sensibilidad, pero ahora sabemos que también representa una función de peso.

De esta forma vemos que si bien el producto tiene diferente significado en las ecuaciones (41) y (42), son iguales para el caso homogéneo y aún para el estratificado, de tal forma que su análisis será el mismo y por facilidad nos referiremos a la función de sensibilidad de (41), sin olvidar que es lo mismo que la función de peso de (42). Sólo el integrando de la ley de Biot-Savart es diferente a los dos anteriores. Es interesante notar que aún cuando las ecuaciones (42 y 43) nos darían el mismo valor del campo, sus integrandos son diferentes. Debemos recordar que una medición es un número, pero éste se obtiene de la suma de efectos infinitesimales y nosotros deseamos extraer información de esos efectos antes de sumarlos, porque tenemos la idea que estos pequeños números nos darán información de las regiones del subsuelo que contribuyeron más en la medición. El problema consiste en definir cual de estos integrandos es el que mejor representa a la zona de influencia o el que tiene más sentido físico.

Existe poca gente que se ha interesado en analizar estas funciones, Patra y Mallick (1980) mencionan que esta función es una función asimétrica entre emisor y receptor, aún cuando el arreglo es simétrico y así se puede ver en sus gráficas, posteriormente Sidorov y Gubatenko (1974) hicieron un análisis en el dominio del tiempo utilizando la ley de Biot-Savart observando también asimetría en tal función, a pesar de la simetría de su arreglo. Bryan (1987) hizo algo semejante en el dominio del tiempo, usando Biot-Savart, observando también la asimetría. Para confirmar lo expuesto por los anteriores autores, utilizamos un arreglo simétrico, esto es, dos bobinas coplanares horizontales como fuente y receptor, separadas una cierta distancia y en el dominio del tiempo al usar un escalón de corriente para excitar al medio. De esta forma aplicamos la ley de Biot-Savart y la ecuación de esparcimiento o de Gómez-Treviño (1987) para analizar sus respectivos integrandos.

IV.3 Resultados

Comenzamos hallando la expresión del campo magnético vertical sobre un semiespacio homogéneo al usar la ley de Biot-Savart (ver apéndice D):

$$B_z(x_R) = \frac{\mu}{4\pi} \int_V \frac{|\mathbf{J}(x, y, z)|}{R^2} \left[\frac{y^2}{r_f} + \frac{(x - x_f)(x - x_r)}{r_f} \right] dv, \quad (44)$$

donde:

x_r = Posición en x del receptor, suponemos que $y_r = 0$ y $z_r = 0$,

x_f = Posición en x del emisor, suponemos que $y_f = 0$ y $z_f = 0$,

x, y, z son coordenadas de un punto cualesquiera en el semi-espacio,

$J(x, y, z) = \sigma E(x, y, z)$ donde $E(x, y, z)$ son los anillos de corriente ("smoke rings") que salen de la fuente al usar un escalón de corriente.

$$R = \sqrt{(x_r - x)^2 + y^2 + z^2} \quad (45)$$

$$r_f = \sqrt{(x - x_f)^2 + y^2}$$

Si medimos $B_z(t)$ (figura 11), vemos que para tiempos muy cortos la región más importante para la medición es la cercana al transmisor. Esta se expande hacia el receptor al irse incrementando el tiempo, de tal forma que a tiempos tardíos lo más importante es lo cercano al receptor. Esto es consistente aún si lo observamos en planta (figura 12).

Ahora si medimos $\frac{\partial B_z(t)}{\partial t}$ (figura 13), vemos el mismo fenómeno, la zona de influencia

es mayor cerca del transmisor a tiempos cortos y mayor en el receptor a tiempos tardíos. Lo mismo sucede en planta (figura 14), observándose una clara asimetría en todas estas figuras.

Como se trata de un transiente electromagnético, podríamos pensar que lo anterior es correcto, ya que en la medida que el tiempo transcurre el anillo de corriente se va acercando al receptor y por eso las regiones cercanas al mismo son más importantes a tiempos tardíos. Pero ahora pongamos en nuestra mente el principio de reciprocidad. Si intercambiamos las posiciones del transmisor y del receptor, también se intercambia la zona de influencia, pero las mediciones de B_z o $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ deben ser las mismas. Ahora bien, ignoremos por un momento este principio e imaginemos que hay un pequeño conductor cerca de la posición del receptor. Aparentemente el efecto de éste se observará mejor en las mediciones a tiempos tardíos y mejor a tiempos cortos si intercambiamos de lugar transmisor-receptor y conservamos fija la ubicación del conductor. Pero por el principio de reciprocidad las mediciones a cualesquier tiempo deben ser las mismas cuando se intercambia fuente y receptor, ya que el conductor no se ha movido. Esto nos conduce a una aparente contradicción con un principio que es básico e ineludible.

Ahora consideremos el integrando en la ecuación 42, utilizando el mismo arreglo electromagnético y en el dominio del tiempo. En este caso $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ son los anillos de corriente que salen del transmisor. $\mathbf{G}(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)$ es el campo magnético debido a un dipolo eléctrico horizontal infinitesimal de momento unitario, pero por el principio de reciprocidad, también es el campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical de momento unitario (ver apéndice C). $M_B = 1$ en el caso de un semiespacio (Esparza y Gómez-Treviño, 1987).

Se puede ver en las figuras 15 que para B_z a tiempos cortos la función de peso tiene amplitudes concentradas muy cerca del transmisor y del receptor y además son iguales, o sea que no es más importante lo que pudiese haber bajo del transmisor, que lo que pudiese haber bajo el receptor. Conforme transcurre el tiempo la zona influenciada se extiende alejándose de las bobinas, pero siempre conserva valores más altos de la amplitud cerca de las bobinas. Lo mismo se observa en planta $x - y$ (figura 16).

Si medimos la derivada de B_z (figura 17), se observa que a tiempos cortos los máximos en los pesos se encuentran muy cercanos al receptor y fuente, pero al transcurrir el tiempo ahora estos máximos se desplazan hacia abajo (se profundizan), esto significa que a diferencia del dominio de la frecuencia (capítulo III), la región pegada a bobina deja de ser la más importante para algunos tiempos. Estos máximos no se despegan del eje vertical de la bobina, pero sí se desplazan sobre el eje z . Esto hace que la función de peso vista en planta (plano $x - y$), parezca que el máximo relativo se desplaza hacia el centro del arreglo (figura 18).

IV.4 Discusión

El hecho de que haya simetría en la función de peso (ecuación 42) o bien de sensibilidad (ecuación 41), nos indica que un punto cercano al transmisor tendrá una mayor densidad de corriente (por la cercanía con la fuente), pero estará más lejos del receptor (la amplitud de la función de Green será menor). Otro punto cercano al receptor tendrá un mayor valor en la función de Green, pero tendrá un valor pequeño en la densidad de corriente, debido a que está más distante de la fuente. Esto hace que la función de peso les asigne valores iguales a estos dos puntos y por tanto ambos sean igualmente importantes, generando una distribución de pesos simétrica. Si ahora suponemos que intercambiamos el transmisor y el receptor, la concepción física del problema no cambia, estando perfectamente de acorde con el principio de reciprocidad.

Esto nos hace concluir que si bien ambas ecuaciones (42 y 43) dan el mismo valor del campo, sus integrandos son totalmente diferentes y sólo uno nos dará información sobre las regiones que más influyen la medición. La ley de Biot-Savart se puede usar con mucha confianza para calcular campos, pero creemos que no podemos asignarle mayor significado a su integrando acerca de la zona de influencia, ya que contiene un aparente conflicto con el principio de reciprocidad. La ecuación (42) no tiene conflicto alguno y nos da una mejor concepción física de lo que deseamos. En todo caso el integrando de la ley de Biot-Savart nos presenta una distribución que en forma equivalente da el mismo campo magnético vertical total, pero no nos dice nada sobre las zonas de mayor importancia en la medición.

Es importante hacer notar que el efecto de propagación de ondas que se observaría en el ejemplo de este capítulo sería observable solamente a tiempos muy pequeños. Esto significa que si colocásemos una fuente y un receptor separados 2000 m, el tiempo de propagación de la onda electromagnética será del orden de 700 nanosegundos. Para los tiempos que utilizamos en prospección geofísica (10^{-4} a 10^{-1} s), la onda ya recorrió esa distancia por lo menos 150 veces. Por lo que se cumple la aproximación cuasi-estática. Sólo a separaciones de más de 300 km entre fuente y receptor, habría alguna diferencia. Sin embargo, las separaciones muy grandes se utilizan para objetivos profundos y a los tiempos de observación empleados nuevamente se cumple la aproximación cuasi-estática.

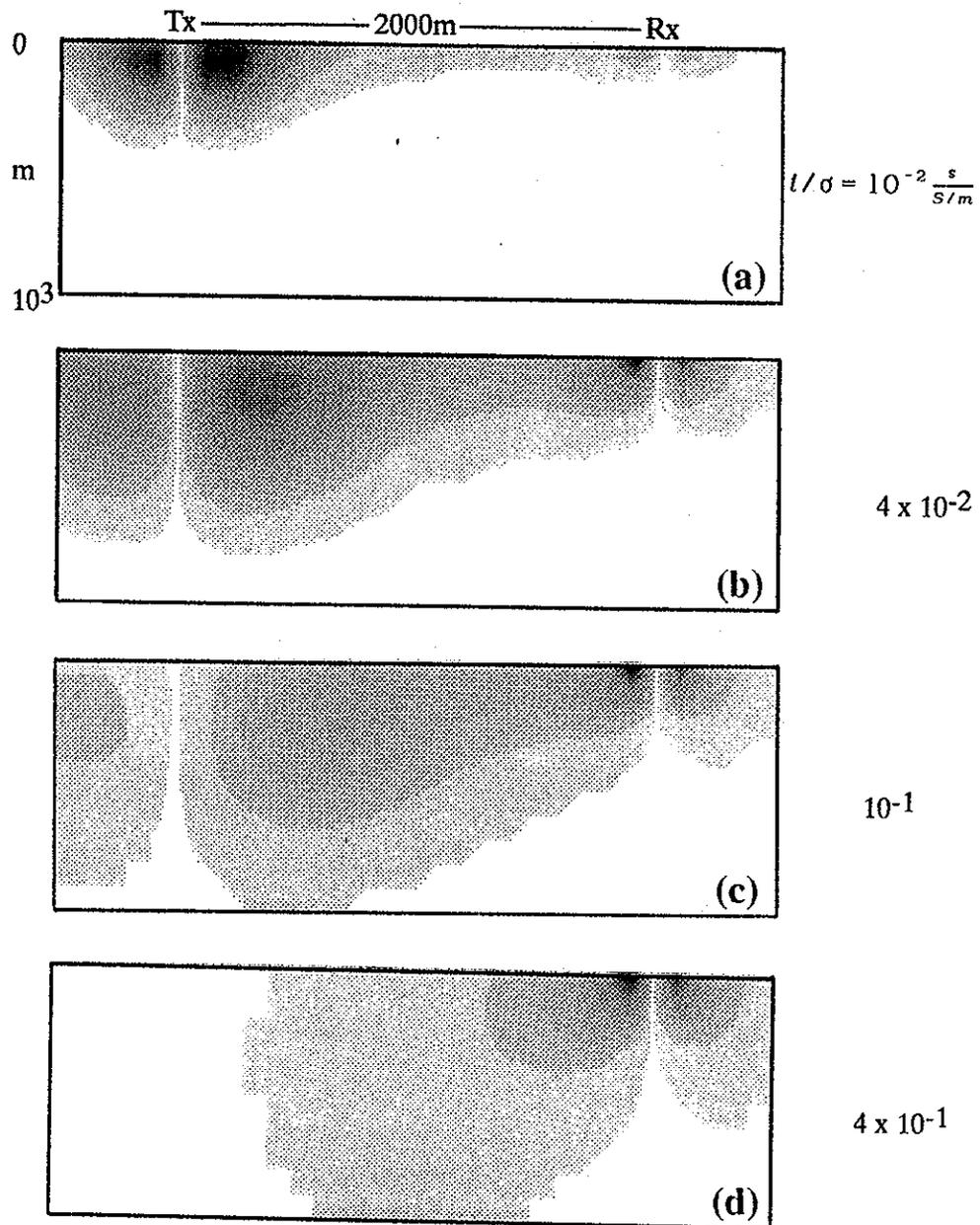


Figura 11.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando B_z a varios tiempos y en sección transversal.

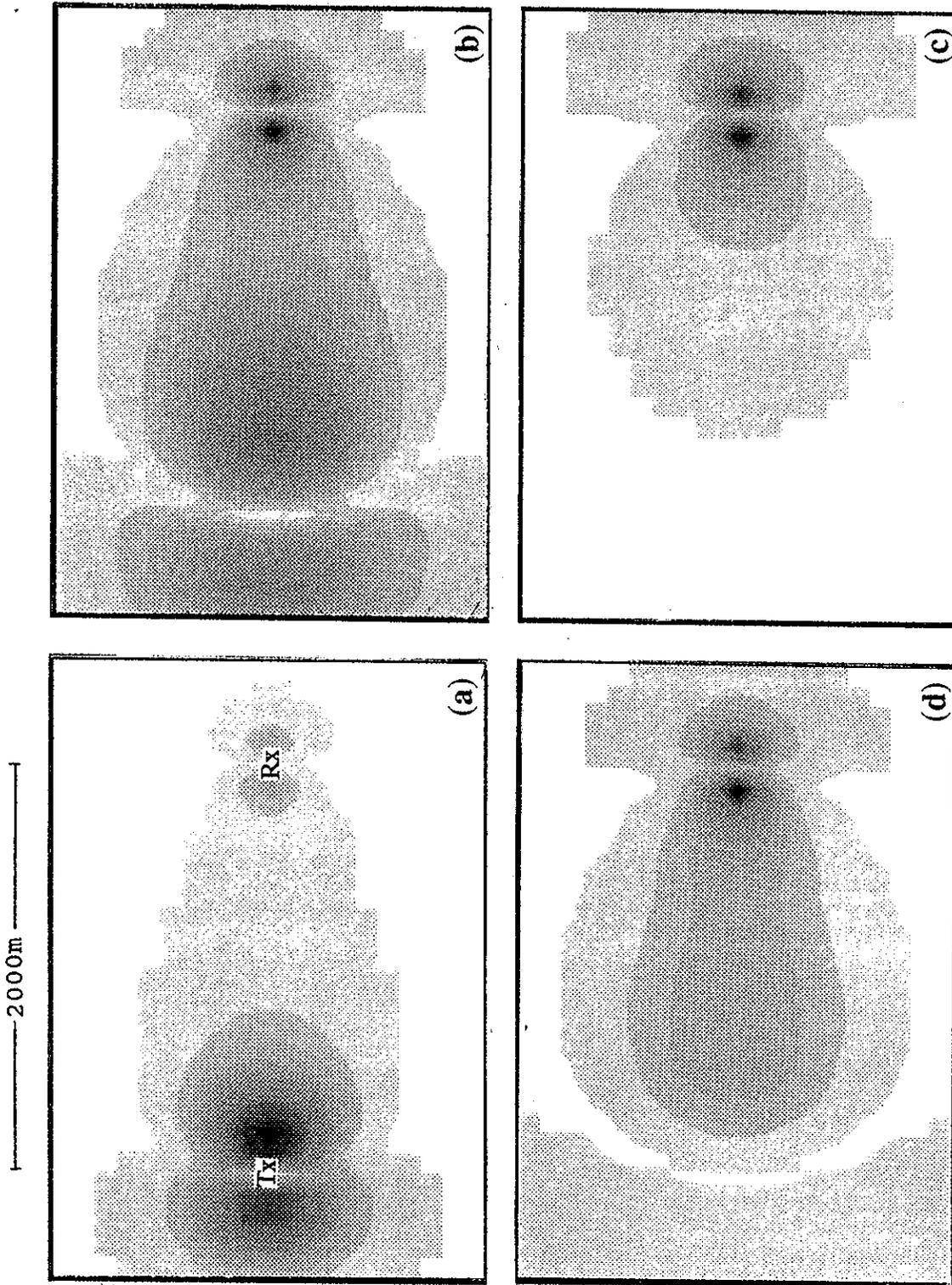


Figura 12.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando B_z a varios tiempos y en planta.

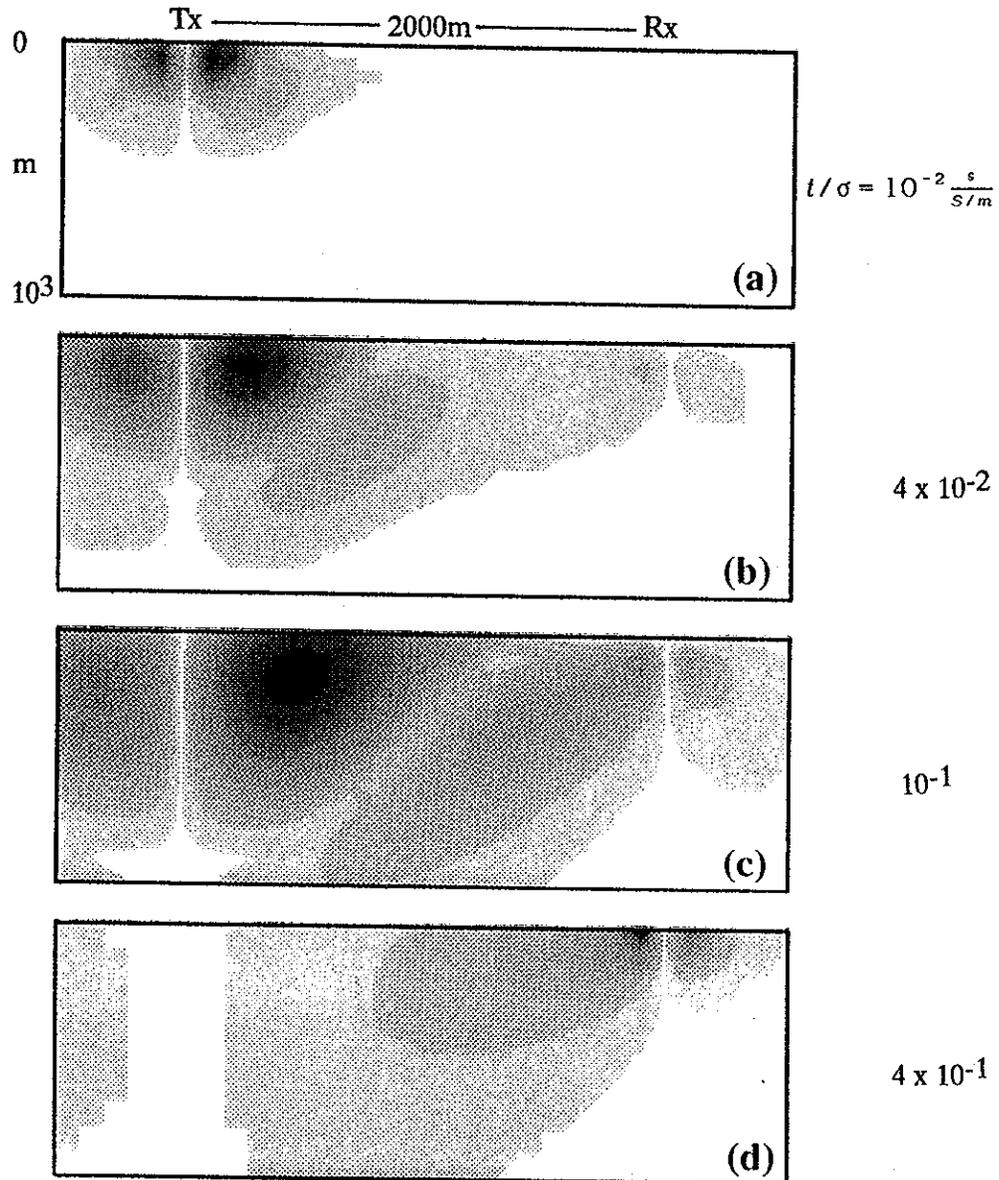


Figura 13.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando $\partial B_z/\partial t$ a varios tiempos y en sección transversal.

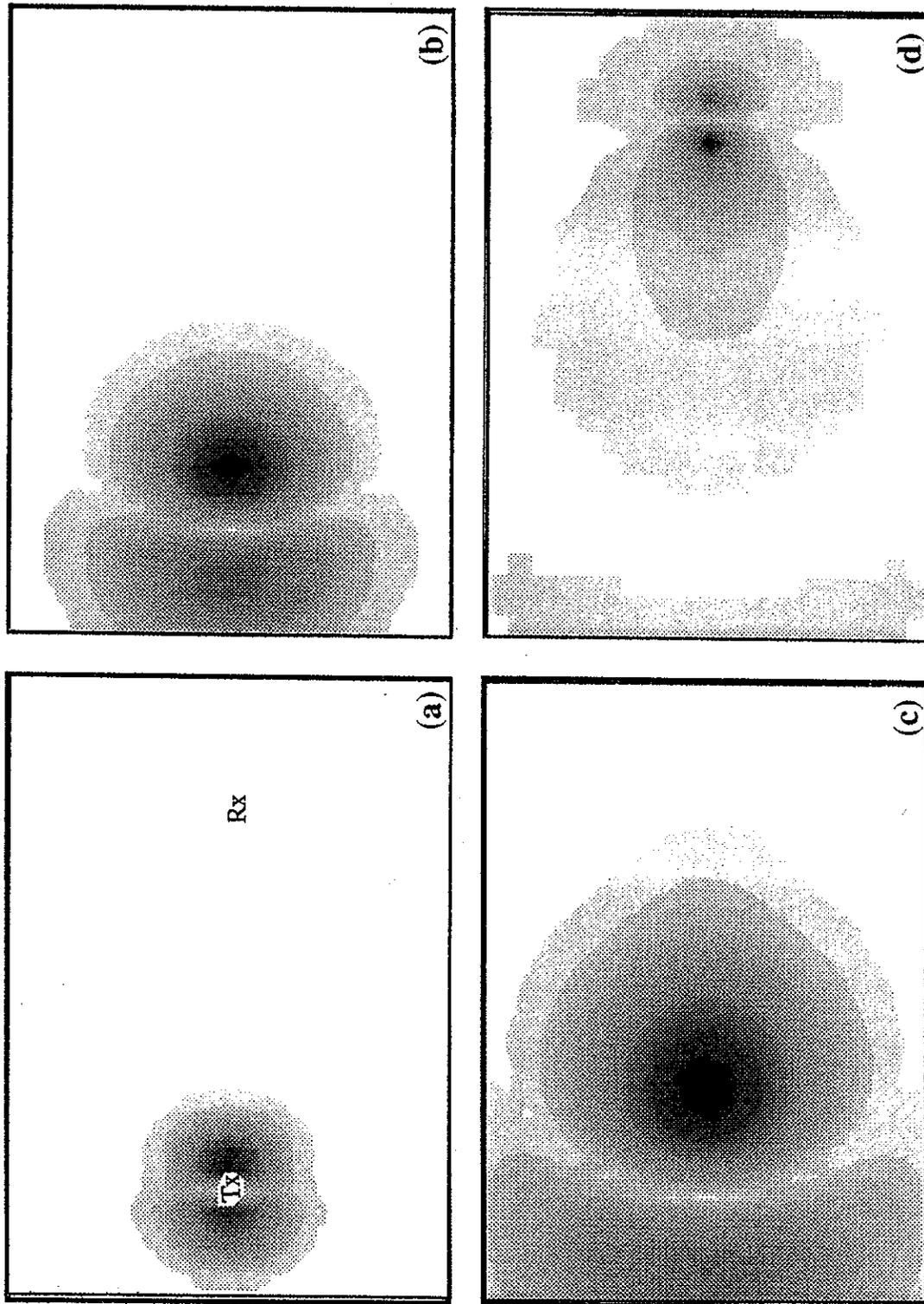


Figura 14.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ley de Biot-Savart. Observando $\partial B_z / \partial t$ a varios tiempos y en planta.

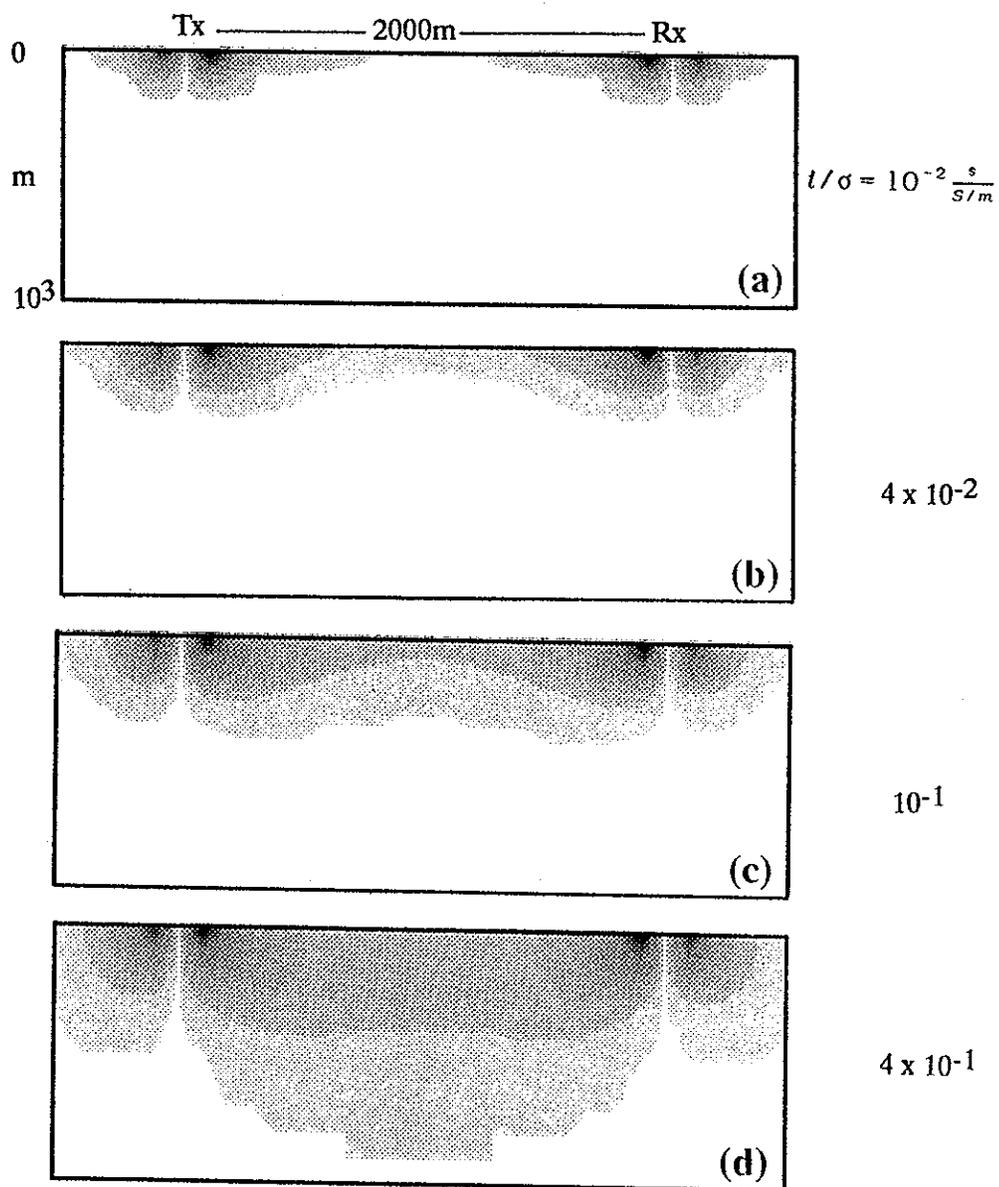


Figura 15.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparcimiento. Observando B_z a varios tiempos y en sección transversal.

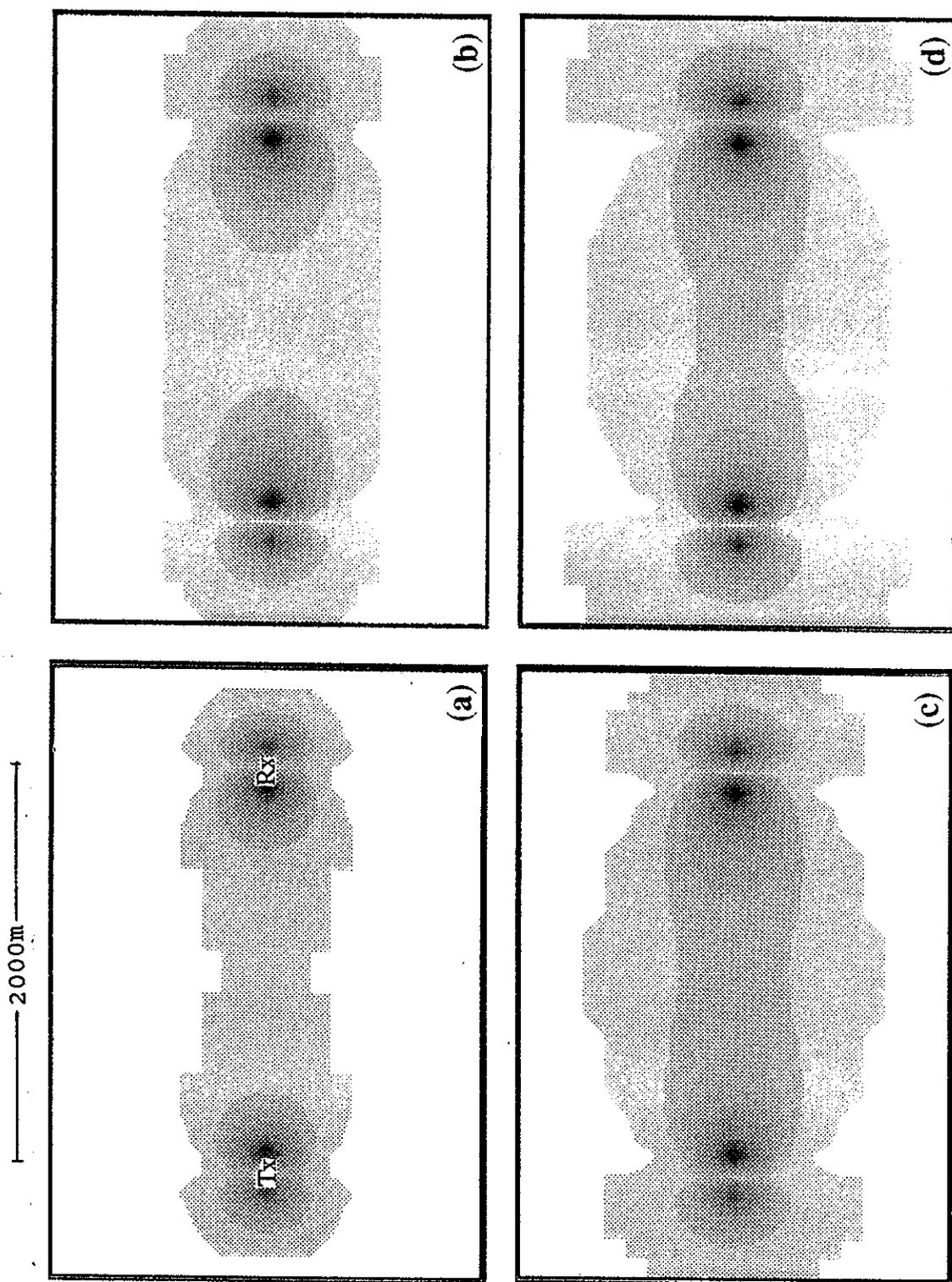


Figura 16.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparcimiento. Observando B_z a varios tiempos y en planta.

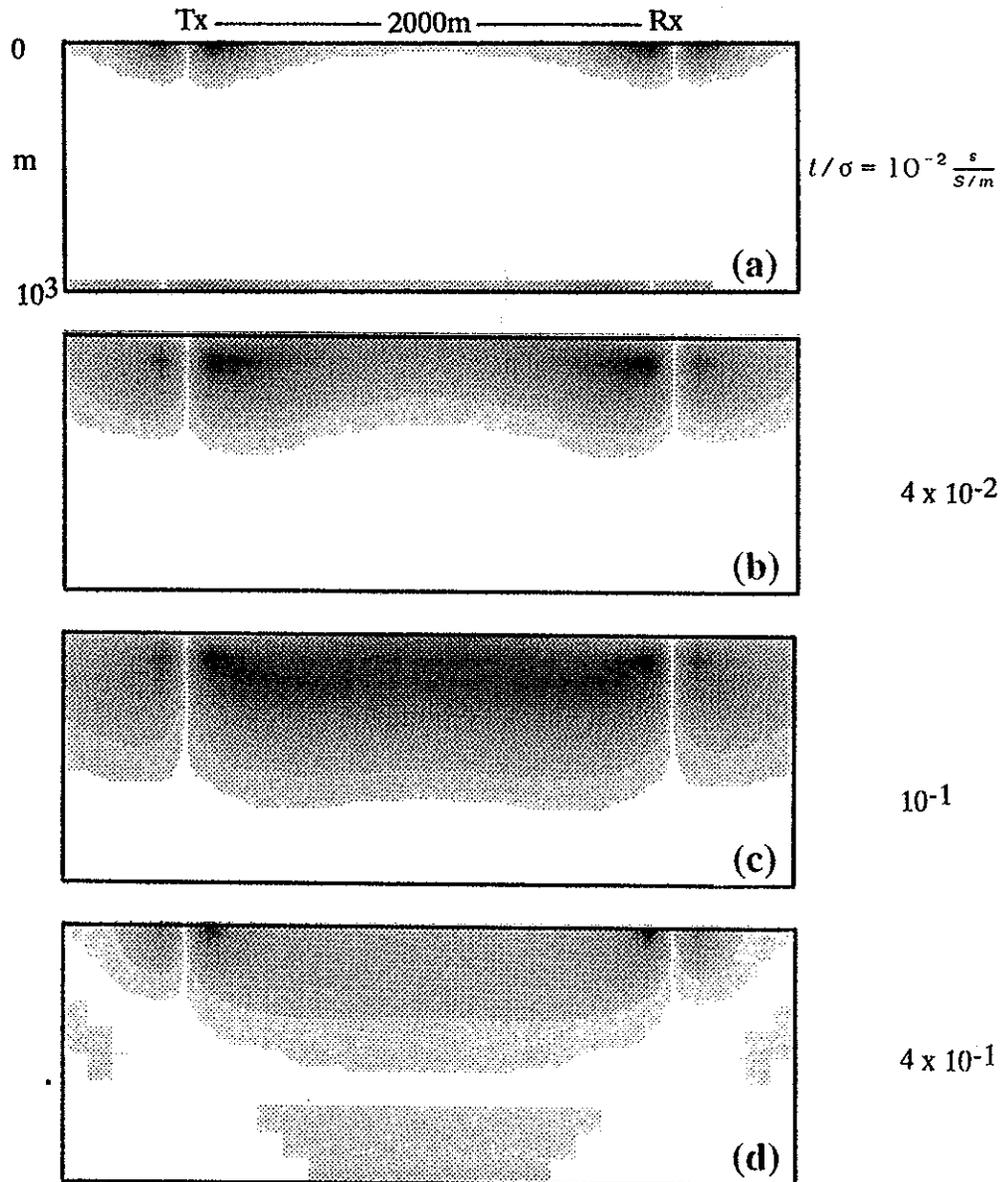


Figura 17.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparcimiento. Observando $\partial B_z/\partial t$ a varios tiempos y en sección transversal.

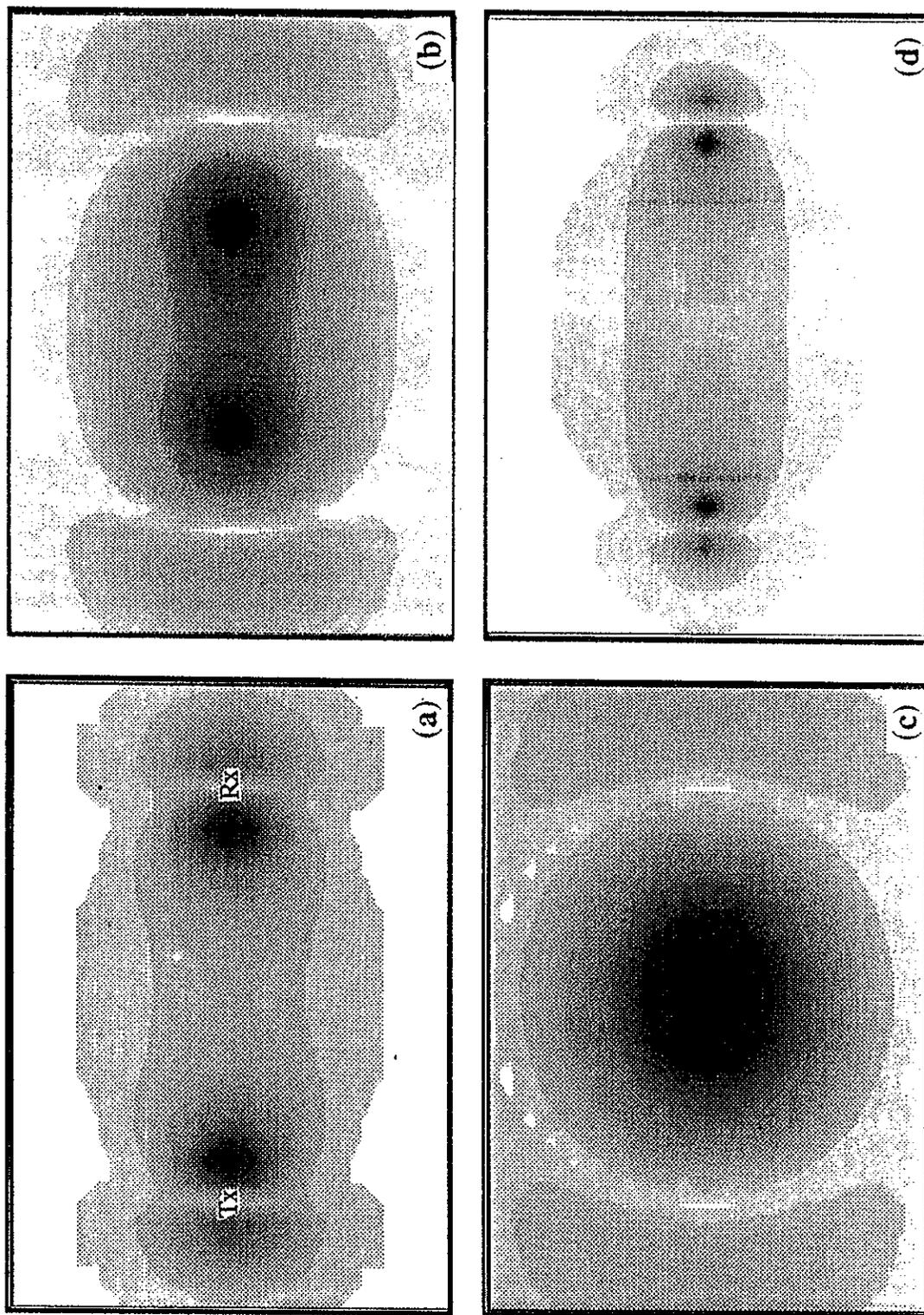


Figura 18.- Función de sensibilidad sobre un semi-espacio homogéneo, usando la ecuación de esparsamiento. Observando $\partial B_z / \partial t$ a varios tiempos y en planta.

V. ANALISIS COMPARATIVO DE LA ZONA DE INFLUENCIA SOBRE UNA TIERRA ESTRATIFICADA

V.1 Introducción

En el capítulo anterior se discutieron algunos aspectos relacionados con la zona de influencia para el caso de un semiespacio homogéneo. En el presente capítulo se aborda la cuestión de si se cumplirá lo antes dicho para una tierra más complicada. Con este fin se realizó un análisis similar pero para una tierra estratificada con dos capas sobre un semiespacio homogéneo. Esto es, una tierra compuesta de tres capas.

V.2 Teoría

Para que la comparación sea acorde, se utiliza la misma fuente y receptor, separados la misma distancia, pero las propiedades del medio se varían de tal forma que la resistividad de 100 ohms-m (la resistividad del semiespacio de los capítulos III y IV), está en al menos una de las tres capas. En el apéndice A se obtienen con detalle las expresiones para el campo eléctrico en cada capa. Aún para el caso estratificado, se tienen las mismas componentes de los campos, esto es

$$\mathbf{E} = \{0, E_{\phi}, 0\} \quad \text{y} \quad \mathbf{H} = \{H_r, 0, H_z\} \quad . \quad (46)$$

Esto es en coordenadas cilíndricas, ya que la fuente induce campos en el subsuelo con esta simetría. Debido a que la fuente es magnética, podemos auxiliarnos del potencial magnético vertical de Schelkunoff (ver apéndice A) y plantear una ecuación de Helmholtz para cada capa en términos de estos potenciales, esto es:

$$\nabla^2 F_{z0} + k_0^2 F_{z0} = -J_m \quad , \quad \text{en el aire} \quad , \quad z \leq 0 \quad ;$$

$$\nabla^2 F_{z1} + k_1^2 F_{z1} = 0 \quad , \quad \text{en la primera} \quad , \quad \text{capa} \quad 0 \leq z \leq h_1 \quad ; \quad (47)$$

$$\nabla^2 F_{z2} + k_2^2 F_{z2} = 0 \quad , \quad \text{en la segunda capa} \quad , \quad h_1 \leq z \leq h_2 \quad ;$$

$$\nabla^2 F_{z3} + k_3^2 F_{z3} = 0 \quad , \quad \text{en la tercera capa} \quad , \quad z \geq h_2 \quad .$$

Sólo la ecuación para el aire es inhomogénea ya que ahí está ubicada la fuente. La forma usual de resolver este sistema, es hallar la solución general para cada ecuación como si fueran independientes y luego fusionarlas mediante las condiciones en las fronteras. Estas condiciones son, que los campos eléctricos tangenciales $E_{\theta i}$ y los campos magnéticos tangenciales H_{ri} son iguales en sus respectivas fronteras (ver apéndice B).

Mediante la relación del campo eléctrico con los potenciales (ecuación 24-B), obtenemos los campos para cada capa:

$$E_{\theta 0} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty (e^{-\lambda|z|} + D'_0 e^{\lambda z}) J_1(\lambda r) d\lambda \quad , \quad \text{para} \quad z \leq 0 \quad ;$$

$$E_{\theta 1} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty (C_1 e^{-u_1 z} + D_1 e^{u_1 z}) J_1(\lambda r) d\lambda \quad , \quad 0 \leq z \leq h_1 \quad ; \quad (48)$$

(51)

$$E_{\theta 2} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty (C_2 e^{-u_2 z} + D_2 e^{u_2 z}) J_1(\lambda r) d\lambda \quad , \quad h_1 \leq z \leq h_2 \quad ;$$

$$E_{\theta 3} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty C_3 e^{-u_3 z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad , \quad z \geq h_2 \quad .$$

Donde C_1 , C_2 y C_3 , son los coeficientes de transmisión de la onda (cuando viaja hacia abajo) y D'_0 , D_1 y D_2 , los coeficientes de reflexión (cuando la onda viaja hacia arriba). Todos ellos se determinan analíticamente de un sistema de 6 ecuaciones con 6 incógnitas que se plantean a partir de las condiciones en las fronteras.

Todas estas expresiones son transformadas de Hankel que se calculan numéricamente por medio de filtros (Anderson, 1979). La función de sensibilidad la calculamos en el dominio de la frecuencia por la ecuación (35) y en el dominio del tiempo mediante la ecuación (36).

V.3 Resultados

Para comprobar si nuestras expresiones analíticas están bien, así como toda la programación, calculamos el campo eléctrico en el dominio del tiempo debido a un transiente de corriente en un dipolo magnético vertical, sobre un medio de 3 capas homogéneas con espesores y resistividades usadas también por Hoversten y Morrison (1982) para ver el comportamiento de los anillos de corriente en un semiespacio estratificado.

En la figura 19 se observa una muy buena correlación entre nuestros resultados y los de ellos. Es interesante que aún existiendo las fronteras, no se forman anillos de corriente independientes (como en propagación de ondas, Georadar), sino uno solo, deformado por las fronteras.

Después de la comprobación, estamos en condiciones de calcular la función de sensibilidad usando la ecuación 42 y la ecuación 43 de Biot-Savart. Para la ecuación de Biot-Savart $E(\mathbf{r}')$ es el campo inducido en un medio de tres capas y el otro factor es una función que nos da el alejamiento con respecto a la fuente. Podemos hacer el análisis para cuando medimos B_z ó $\frac{\partial B_z}{\partial t}$, para cuando tenemos alternancia de conductor-resistivo-conductor o bien resistivo-conductor-resistivo en las capas.

En el presente capítulo, sólo hacemos el análisis para cuando se mide $\partial B_z / \partial t$, por considerarlo más interesante (según capítulo III), además de que por lo regular se usa una bobina, en lugar de un magnetómetro para medir. Se suponen dos bobinas horizontales coplanares como fuente-receptor. En la figura 20 se muestra la función de peso, cuando

suponemos una alternancia resistivo-conductor-resistivo en las capas. A tiempos cortos se observa un anillo saliendo de la fuente y poco a poco penetrando la segunda capa. Al parecer, este anillo-que en realidad es la función de peso, pasa rápidamente por el resistivo, pero se confina mucho tiempo en la frontera con la capa conductora y tarda aún más en llegar a la tercera capa. En la medida que el tiempo transcurre, según la Ley de Biot-Savart, la región cercana al receptor será más importante. De tal forma, que para tiempos muy largos la mayor amplitud se concentra en el receptor.

En la figura 21 se supone lo mismo que el ejemplo anterior, pero con una alternancia conductor-resistivo-conductor. Se observa que el máximo nunca sale de la primera capa, sólo se expande la función transpasando la segunda capa, para luego concentrarse en el receptor a tiempos tardíos.

Las siguientes dos gráficas muestran la zona de influencia calculada a partir de la ecuación (41 ó 42), pero con las mismas características de las figuras 20 y 21. En la figura 22 se muestra para una alternancia resistivo-conductor-resistivo. En ella se observa que para tiempos tempranos, pareciera que salen dos anillos (que no son de corriente), uno de la fuente y otro del receptor, que se van expandiendo a lo largo del resistivo, hasta que hay un cambio de signo en la función y luego empieza a expandirse hacia la segunda capa, que es conductora, hasta alcanzar la tercera, para finalmente colapsarse hacia las bobinas. Demostrando nuevamente, que la profundidad de penetración, no sólo depende del tiempo de observación y de las características del medio, sino también de la separación fuente-receptor. Como ya se discutió en el capítulo IV, esta definición de zona de influencia no tiene ningún conflicto con el principio de reciprocidad. Los valores negativos en la función indican, que de haber un pequeño conductor enterrado, el campo magnético vertical medido disminuirá cuando pasen encima de él. Por lo regular, se seleccionan ventanas de tiempo y se grafican como si se hubieran hecho diferentes perfiles de $\frac{\partial B_z}{\partial t}$ para diferentes tiempos. De ser así, veríamos una

serie de subidas y bajadas, de acuerdo al tiempo de observación. Lo que se ve claro, es que la zona cercana a las bobinas es muy sensible a cambios en la conductividad, esto es, que también existe el problema de estática. Sin embargo, para algunos tiempos tardíos el problema de estática es menor. En el ejemplo de la figura 22, $t = 6 \times 10^{-2} s$, es el tiempo que tiene menos problema de estática, ya que la función le asigna mayores pesos a las perturbaciones que están en la región central entre las bobinas y la segunda capa.

Si analizamos el mismo problema pero con la alternancia conductor-resistivo-conductor (figura 23) en las capas, el comportamiento de la función parece más sencillo. A tiempos cortos el máximo se concentra alrededor de las bobinas ($10^{-4} s$) y rápidamente la sensibilidad se expande hacia la segunda capa, pero conservando su máximo cerca de la bobina. La máxima penetración la tenemos en $10^{-3} s$ porque la función se expande y luego se colapsa hacia las bobinas ($2 \times 10^{-3} s$). Este ejemplo muestra que es mayor el problema de estática, ya que para todos los tiempos, lo cercano a las bobinas, es lo más importante.

De los dos ejemplos anteriores, podemos concluir que cuando se haya una capa conductora en el subsuelo, ya sea superficial o intermedia, la respuesta de lo más profundo, lo veremos a tiempos mayores a que si no existiera tal capa conductora. En semejanza a sísmica, una capa conductora se puede mirar como una capa de baja velocidad y por lo tanto la onda sísmica sufrirá un retardo para llegar a las capas más profundas.

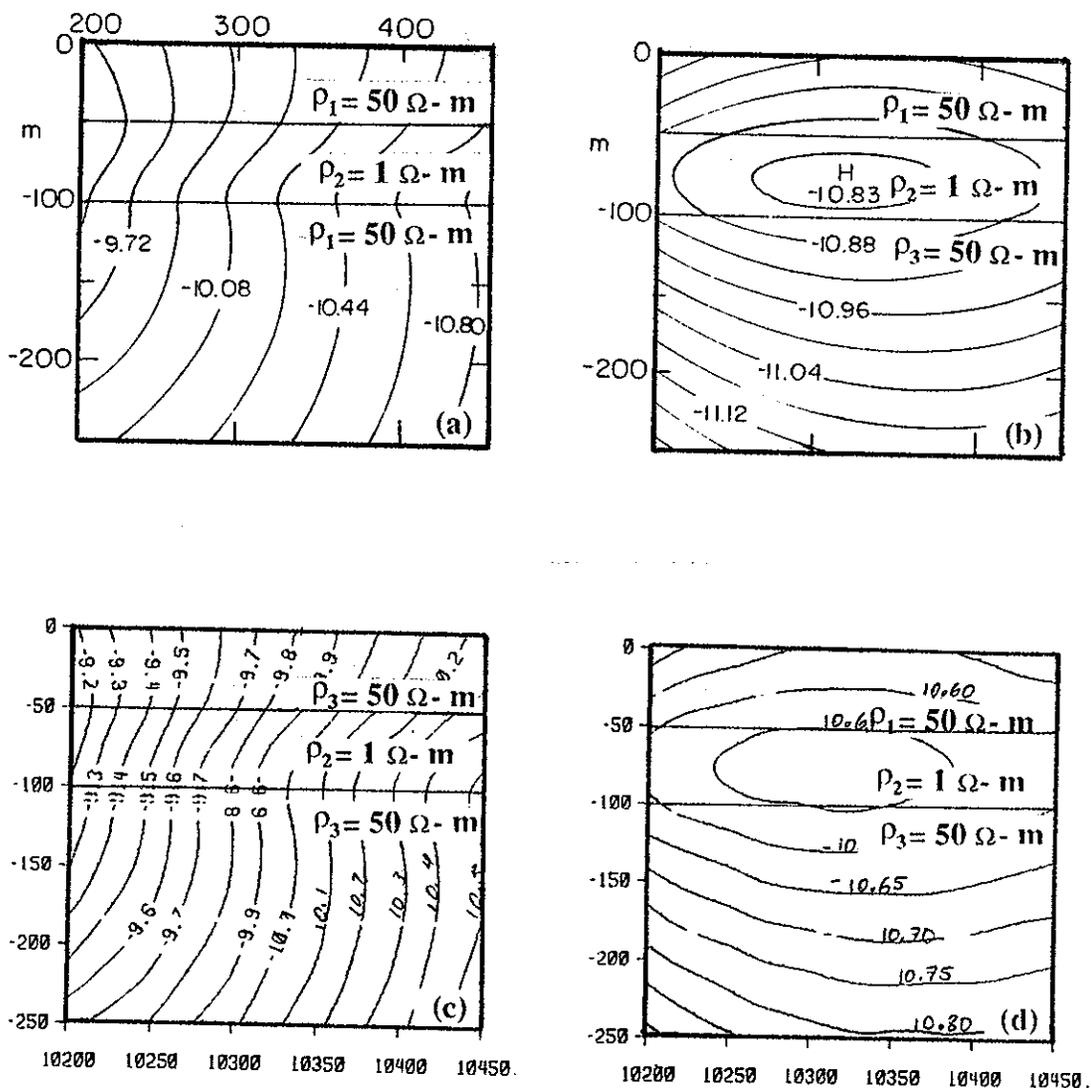


Figura 19.- Campo eléctrico E_ϕ debido a un dipolo magnético vertical sobre una tierra con tres capas. (a) para un tiempo $t = 1 \text{ ms}$, (b) para $t = 15 \text{ ms}$ según Hoversten y Morrison (1982), (c) para $t = 1 \text{ ms}$, (d) para $t = 15 \text{ ms}$ según nosotros.

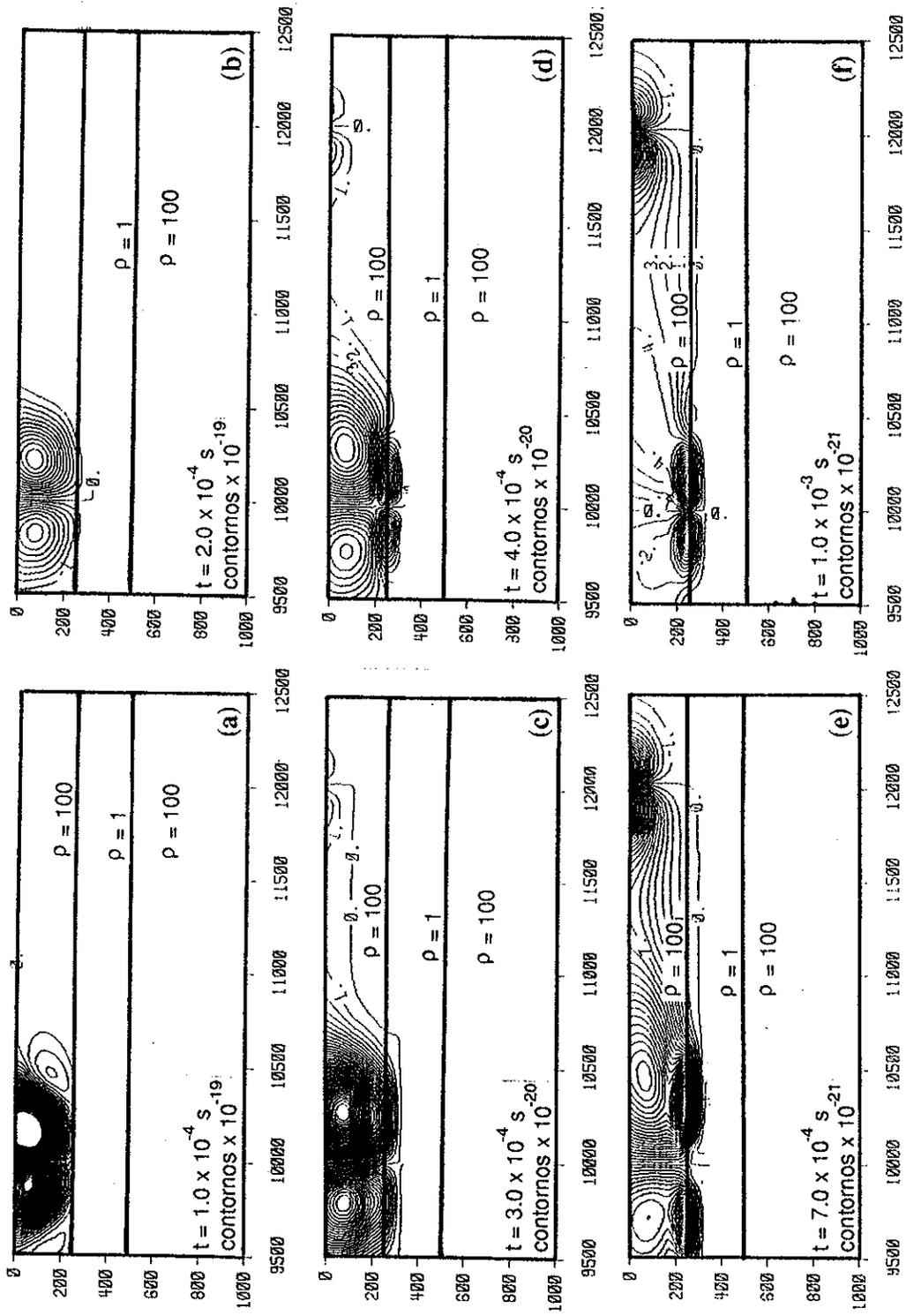


Figura 20.- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo-conductor-resistivo, usando la ley de Biot-Savart para varios tiempos.

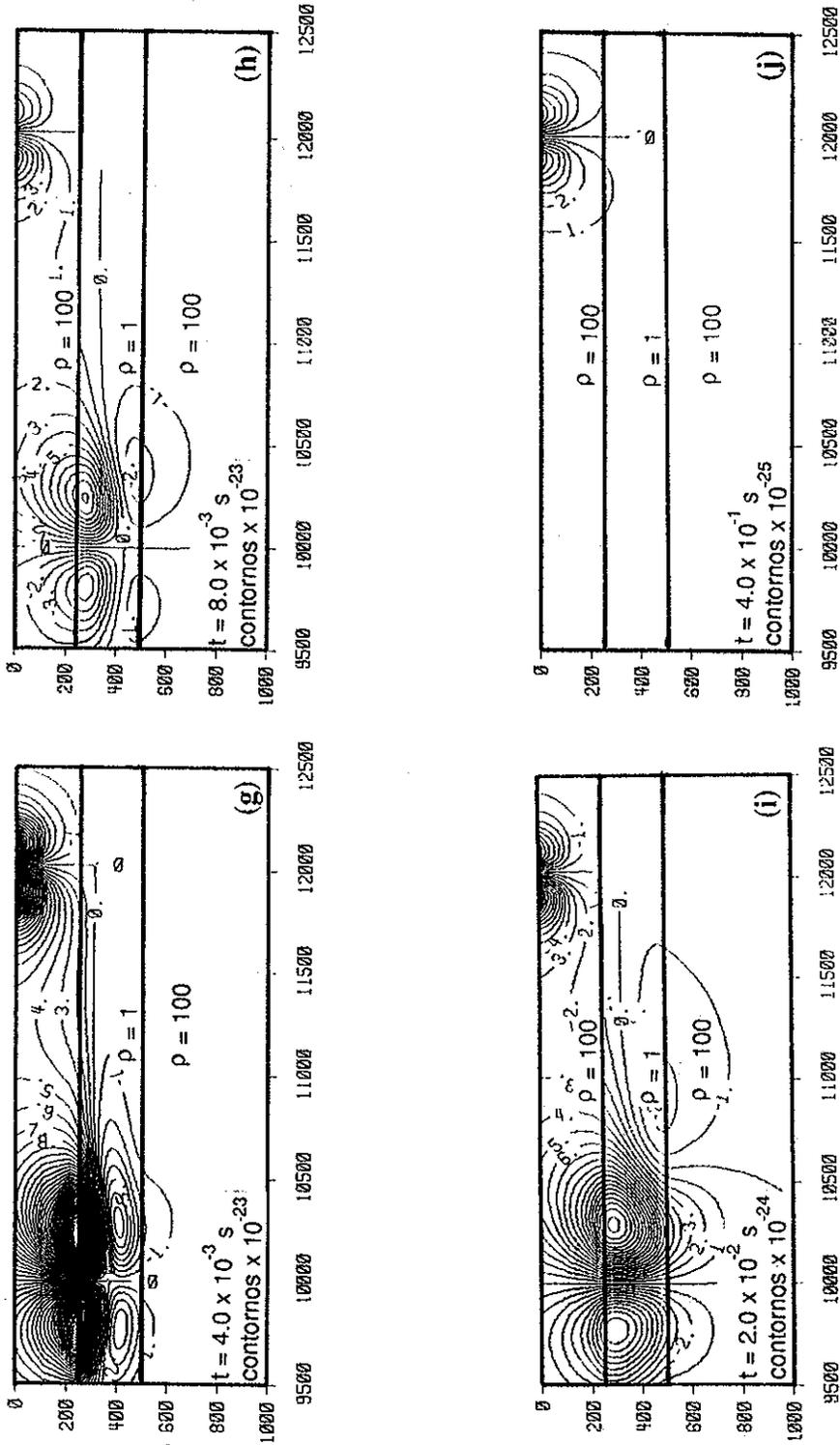


Figura 20 .- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo-conductor-resistivo, usando la ley de Biot-Savart para varios tiempos.

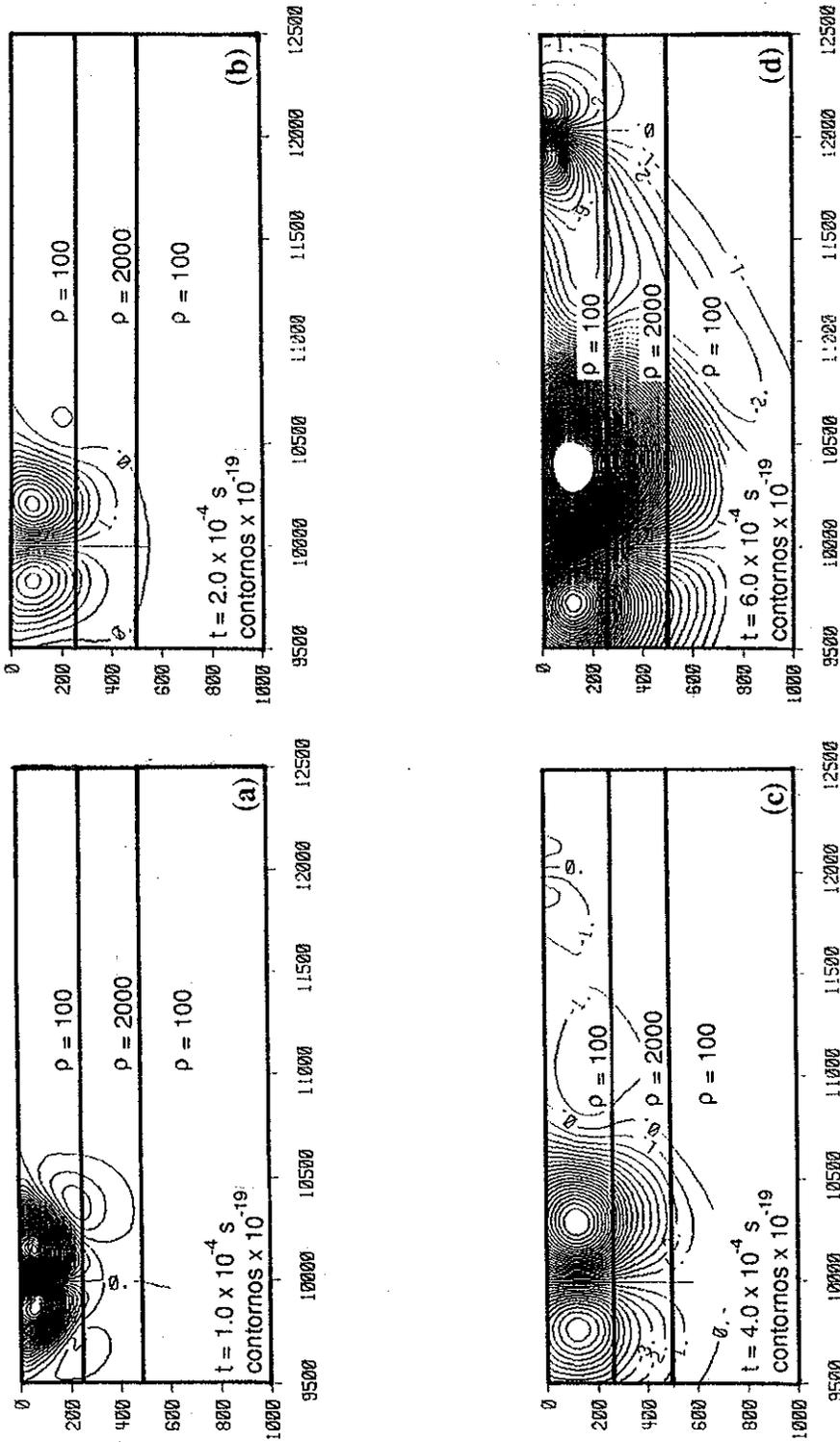


Figura 21.- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia conductor-resistivo-conductor, usando la ley de Biot-Savart para varios tiempos.

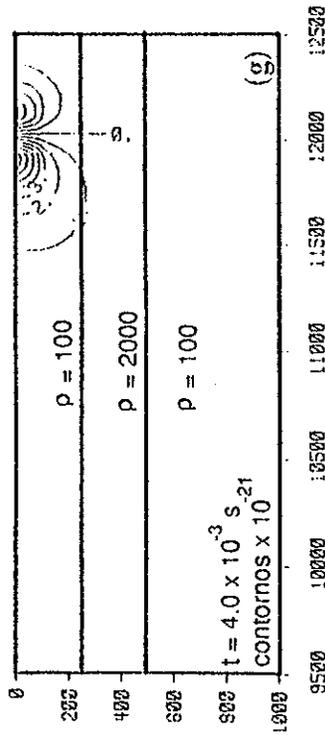
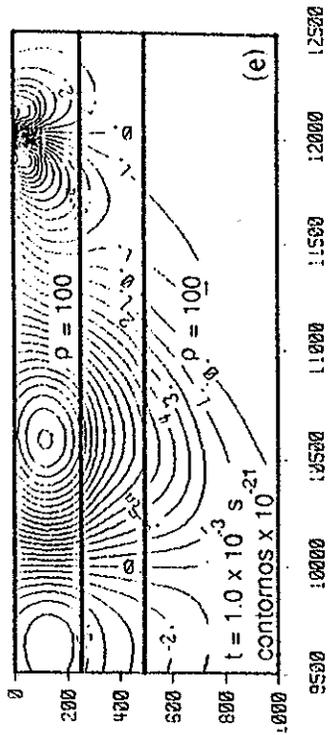
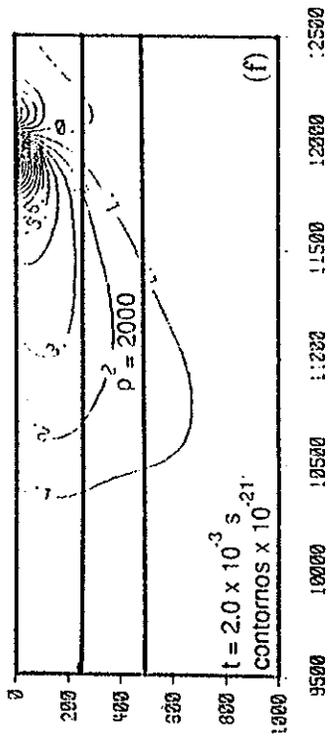


Figura 21.- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia conductor-resistivo-conductor, usando la ley de Biot-Savart para varios tiempos.

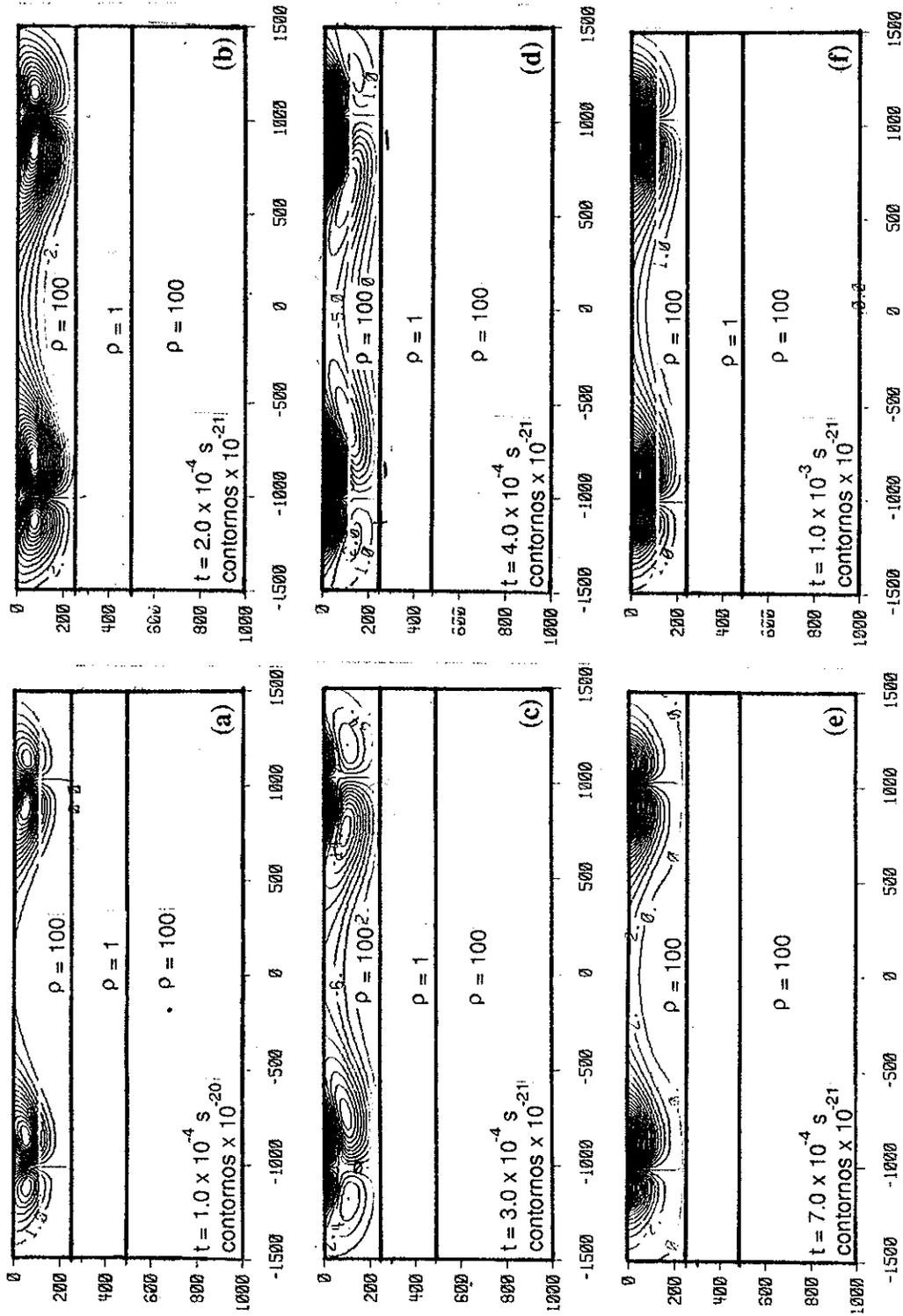


Figura 22.- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo-conductor-resistivo, usando la ecuación de dispersión para varios tiempos.

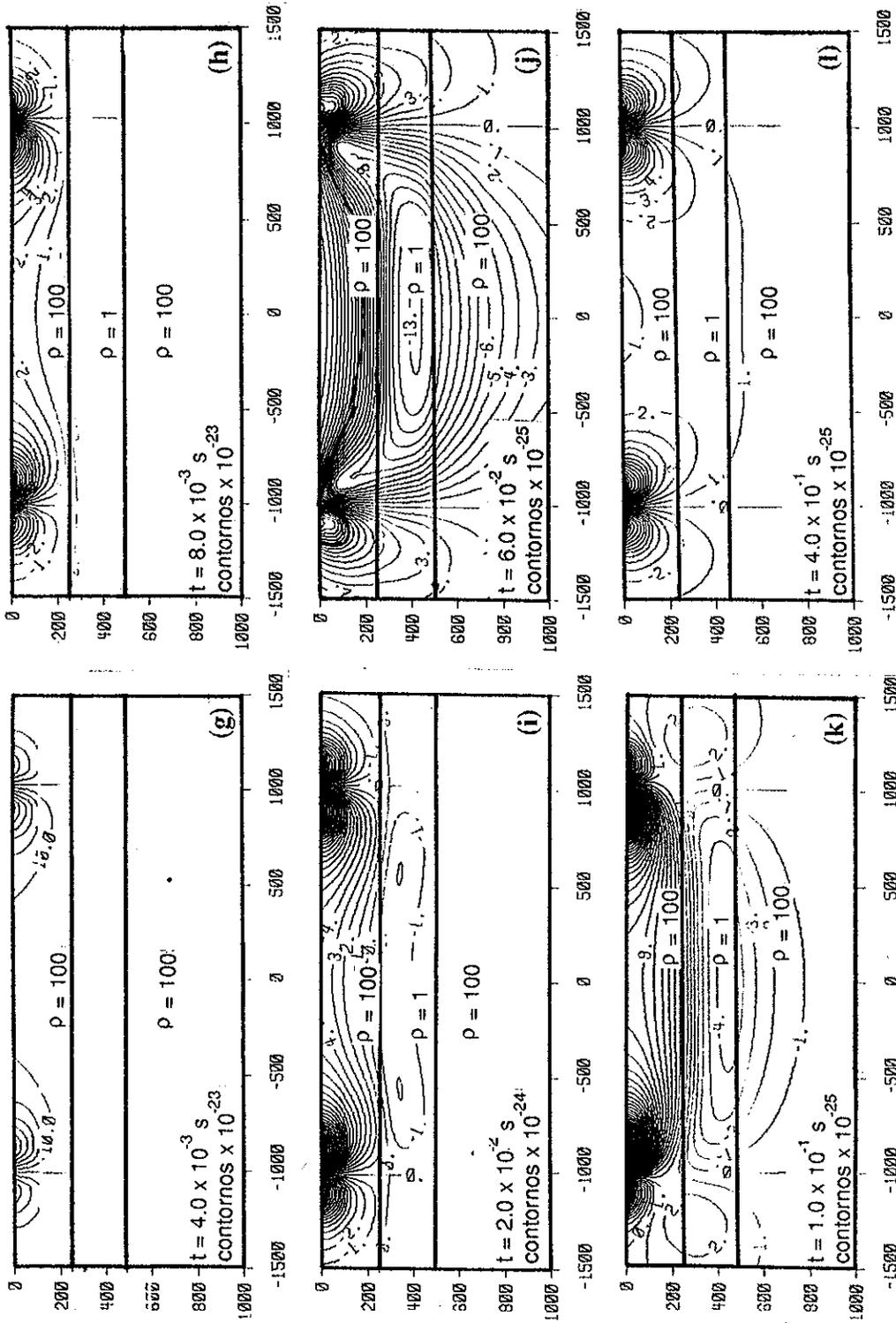


Figura 22.- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo-conductor-resistivo, usando la ecuación de dispersión para varios tiempos.

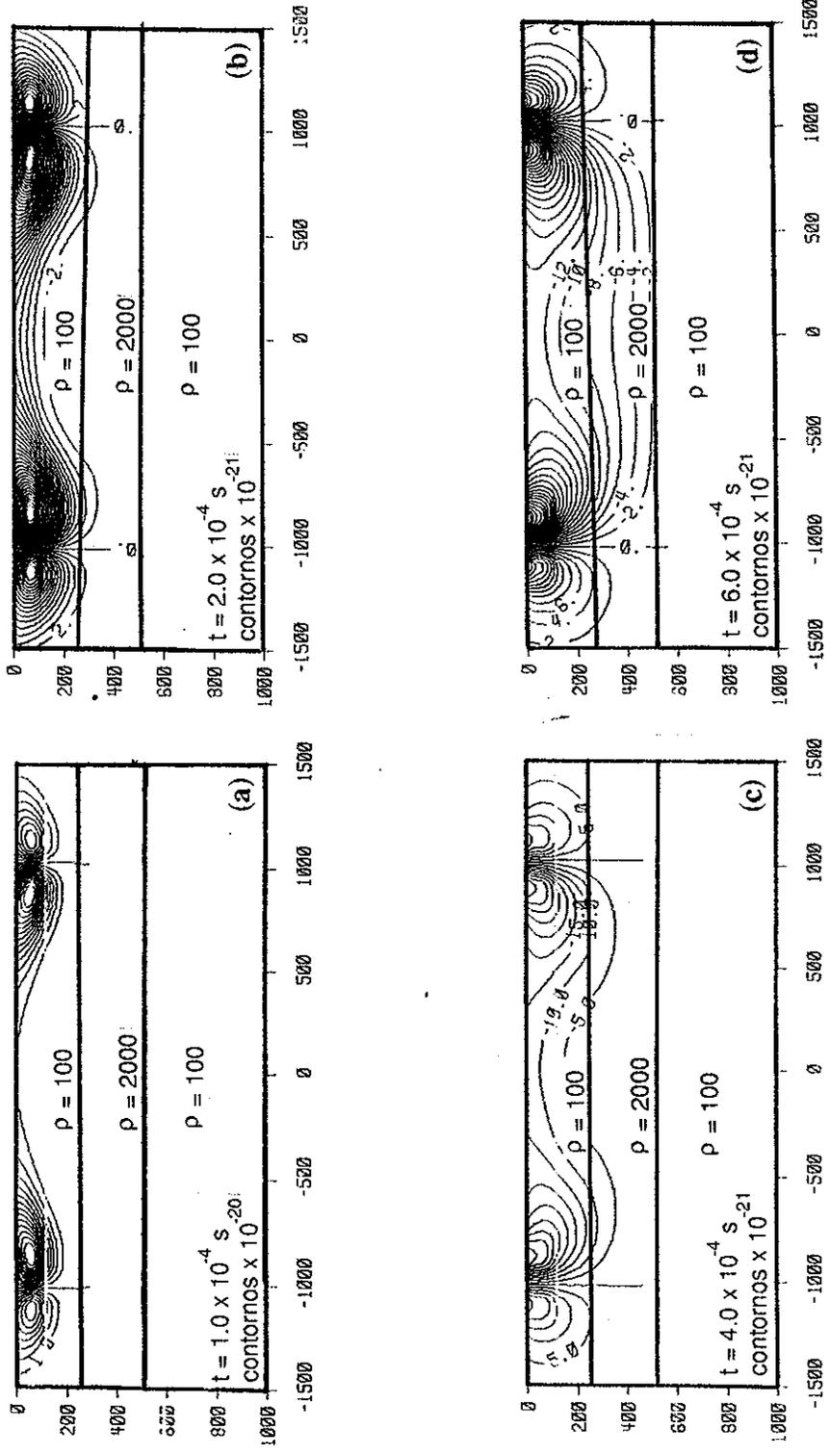


Figura 23.- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo-conductor-resistivo, usando la ecuación de espacamiento para varios tiempos.

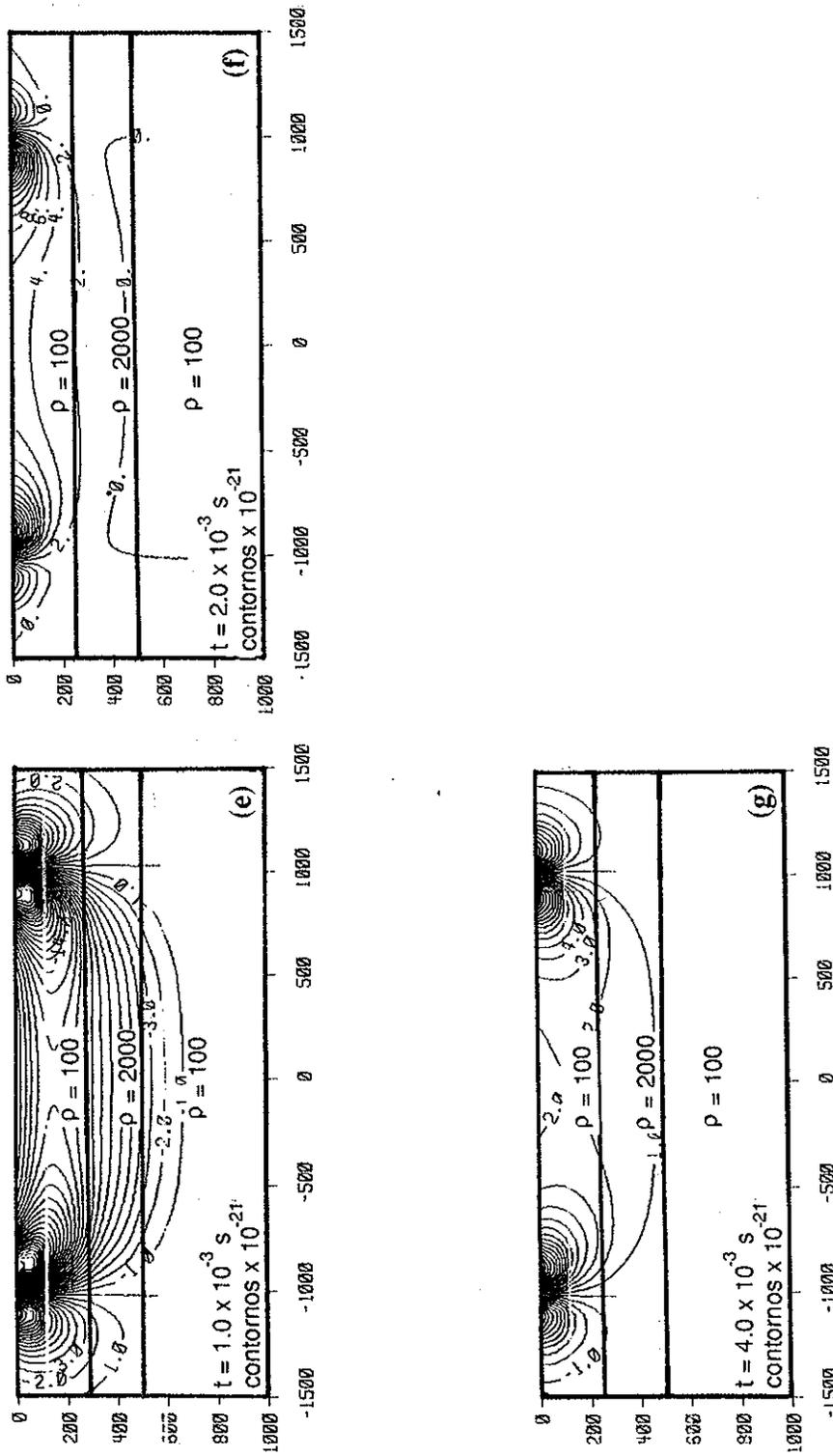


Figura 23.- Función de peso para un semi-espacio estratificado de tres capas, con alternancia resistivo-conductor-resistivo, usando la ecuación de esparramiento para varios tiempos.

VI. MODELADO APROXIMADO PARA DIPOLOS MAGNETICOS VERTICALES Y HORIZONTALES A BAJOS NUMEROS DE INDUCCION

VI.1 Introducción

El problema general de modelado en 2D para campos electromagnéticos cuasi-estáticos ha sido tratado por diferencias finitas en el dominio del tiempo por Goldman y Stoyer (1983), por elementos finitos en el dominio de la frecuencia por Coggon (1971) y también por ecuación integral en el mismo dominio por Hohmann (1975) y Parry y Ward (1971). Para estructuras tridimensionales (3-D), por ecuación integral para cuerpos en un semi-espacio homogéneo por Raiche (1974), Hohmann (1975) y Weidelt (1975), y cuerpos en un medio estratificado por Wannamaker *et al.* (1984). También existe modelado 3-D directamente de la ecuación diferencial (E.D.), por diferencias finitas (Lines y Jones, 1973; Zhdanov *et al.*, 1982). El método de ecuación integral es útil sólo para estructuras bidimensionales pequeñas, ya que requiere de mucho poder computacional. Cuando las estructuras bidimensionales son complicadas, se recomienda usar métodos que trabajan directamente con la E.D. Para estructuras 3-D quizá ecuación integral se justifique más que en 2-D y en algunos casos tal vez sea más rápida que aplicar métodos numéricos sobre la E.D. De cualquier forma, el costo computacional aumenta muchísimo al trabajar con geologías complicadas, haciendo que todos estos métodos sean inoperantes en esos extremos.

Para bajos números de inducción (ver figura 1), existe la ventaja de que la parte real del campo magnético no depende de las conductividades del subsuelo, sólo la parte imaginaria trae información del terreno. Esto implica una simplificación computacional muy grande, ya que sólo se trabaja con la componente imaginaria. Para una tierra de capas horizontales McNeill (1980) encuentra expresiones analíticas sencillas para calcular los campos magnéticos correspondientes para bobinas coplanares horizontales y coplanares verticales. Para un medio de capas inclinadas (2D), modela en 1-D para diferentes espesores o

profundidades de las capas, para simular el efecto de buzamiento de las capas. Sin embargo, para estructuras 2-D más complicadas (más cercanas a la realidad geológica), el método ya no es funcional. Gomez-Treviño *et al.* (1994) encuentran los campos magnéticos correspondientes debido a estructuras 2D y 3D, partiendo de la ecuación de esparcimiento (ecuación 41), pero para bajos números de inducción. Aún cuando sólo trabajan con la parte imaginaria del campo magnético el esfuerzo computacional para cualquier máquina sigue siendo muy grande, aún para estructuras simples, haciéndolo nuevamente inoperante para cosas más complicadas.

En el presente capítulo planteamos una forma aproximada para resolver la ecuación (41), suponiendo que el subsuelo es casi un semi-espacio homogéneo, pero alterado por pequeños cambios en la conductividad. Hallamos que tales cambios no necesariamente deben ser pequeños, pueden ser moderados, pero no tan grandes. En estas condiciones, se puede calcular la respuesta de cualquier estructura 2-D, por complicada que sea, en un tiempo bastante menor comparado con la forma exacta de Gómez-Treviño *et al.* (1994a).

VI.2 Procedimiento

El método considera que podemos expresar el campo eléctrico dentro del cuerpo en la ecuación de dispersión, como el debido a un semi-espacio homogéneo más una perturbación del mismo ($\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \delta\mathbf{E}$), debido a modificaciones en la distribución de la conductividad, quedándonos una ecuación de la forma:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \mathbf{B}_{p0}(\mathbf{r}) + \int_v \mathbf{G}_0 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'| \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dv + \mathbf{R} \quad (52)$$

Esta ecuación es exacta. Sin embargo, en el presente capítulo diremos que el término \mathbf{R} (que contiene la perturbación del campo), es pequeño comparado con el término de la integral, cuando el contraste de conductividad es moderado, ya que el campo será aproximado al del semi-espacio. En tal caso, el término \mathbf{R} se puede ignorar.

Este tipo de aproximación ha sido utilizada por Li y Oldenburg (1992) para el problema de resistividad de corriente directa (CD), y por Cavazos-Garza y Gómez-Treviño (1989). El objetivo de este capítulo es utilizar esta aproximación para el problema electromagnético en el dominio de bajos números de inducción, que es equivalente en cierta forma al dominio de bajas frecuencias. El siguiente paso es hallar en este dominio las expresiones de estos campos para el arreglo de bobinas horizontales coplanares (dipolos magnéticos verticales) y bobinas verticales coplanares (dipolos magnéticos horizontales). Posteriormente, introducir estas expresiones en la ecuación integral para ver qué forma tienen ya con la función de Green correspondiente. Se verá, que para el caso de modelado de estructuras bidimensionales (extensión infinita en la dirección de y), la integral con respecto a y es analítica en el caso de bobinas horizontales, disminuyendo considerablemente el tiempo de cómputo. Sin embargo, no sucede lo mismo para bobinas verticales, pero aún así, el tiempo de cálculo es mucho menor al método exacto.

VI.3 Campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical

En el apéndice A, se obtienen las expresiones para el potencial vectorial dentro de un semi-espacio (ecuación 33-A), así como la expresión para el campo (E_{θ}) (ecuación 35-A). También en el apéndice B se da la expresión para H_z (2-B), para cualquier frecuencia. En la ecuación (3-B) se da la expresión para cuando el campo es medido en $z = 0$. En la figura 1 se presenta una gráfica de esta expresión. Se observa que para bajas frecuencias existe un comportamiento lineal en las componentes real e imaginaria, siendo horizontal la variación para la parte real. Si a la anterior ecuación la expandemos por series de Taylor y sólo nos

quedamos con los primeros componentes, obtenemos (7-B y 8-B), que son las ecuaciones respectivas de las rectas mencionadas. Trabajar con los primeros componentes de esta expansión, equivale a trabajar en el dominio de bajos números de inducción o bajas frecuencias. Este capítulo intenta hallar una expresión para calcular H_z en este mismo dominio, pero no para un semi-espacio homogéneo, sino para un medio cercano a un semi-espacio homogéneo, por eso es que se requiere de la ecuación integral para H_z (ecuación 52). Para lo anterior debemos hallar primero la expresión de E_\varnothing para este dominio. La manera más sencilla es hallar la expresión para el potencial vectorial primero. Para cualesquier frecuencia o número de inducción (apéndice A):

$$F_{z1} = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda + u_1} e^{-u_1 z'} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z' \geq 0, \quad (53)$$

donde

$$z' = z + |h| \quad (54)$$

$|h|$ es la elevación del centro de la bobina sobre la interface aire-tierra ($z = 0$).

A la ecuación (53) le aplicamos la aproximación para el límite de bajos números de inducción que es:

$$\frac{\omega\mu\sigma}{\lambda^2} \ll 1 \quad \text{por lo tanto } u_1 = \sqrt{\lambda^2 + i\omega\mu\sigma} \cong \lambda \quad (55)$$

Sólo en este caso, la integral de la ecuación (53) tiene solución analítica.

$$F_{z1} = -c \int_0^\infty e^{-\lambda z'} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{c}{\sqrt{z'^2 + r^2}} \quad \text{para } z' \geq 0, \quad (56)$$

$$c = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \quad (57)$$

Entonces el campo eléctrico dentro del semi-espacio queda como:

$$E_{\varnothing 1} = -\frac{\partial F_z}{\partial r} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \frac{r}{(z'^2 + r^2)^{3/2}} \quad \text{para } z' \geq 0 \quad (58)$$

Nótese que en la ecuación (58) el campo eléctrico es independiente de la conductividad del medio y para bajos números de inducción $\frac{\omega\mu\sigma}{\lambda^2} \ll 1$ el campo eléctrico se relaciona linealmente con la frecuencia, además de que la respuesta es puramente imaginaria, la parte real es cero.

El campo eléctrico E_{\varnothing} con la frecuencia describe una línea recta con ordenada al origen. Esto es,

$$E_{\varnothing 1} = i \left[\frac{\mu m}{4\pi} \cdot \frac{r}{(z'^2 + r^2)^{3/2}} \right] \omega \quad (59)$$

Sin embargo para que la aproximación $\frac{\omega\mu\sigma}{\lambda^2} \ll 1$ sea válida, se requiere que ω no sea muy grande, considerando los valores típicos del subsuelo (ver figura 1). Por eso es que esta aproximación es válida sólo para frecuencias muy bajas.

VI.4 Campo eléctrico debido a un dipolo magnético horizontal

En el apéndice A se calcula el campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical, a partir de los potenciales de Schelkunoff. Para el caso de un dipolo magnético horizontal también usamos los potenciales de Schelkunoff, pero las componentes F_y y F_z (Ward, 1967; pag. 164). Para este tipo de fuente, no existe simetría cilíndrica, así que se resuelve todo en coordenadas cartesianas. Las componentes del campo eléctrico en el aire son E_x y E_z , pero

ya dentro del semi-espacio sólo se inducen E_y y E_x . Si el eje del dipolo magnético es paralelo al eje y . Entonces, las expresiones de los campos, en función de los potenciales nos quedan:

$$E_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \quad ,$$

$$E_y = -\frac{\partial F_z}{\partial x} \quad y$$

$$E_z = \frac{\partial F_y}{\partial x} \quad .$$
(60)

Como a nosotros sólo nos interesan los campos dentro del semi-espacio, entonces sólo nos interesan E_x y E_y .

Las expresiones de F_y y F_z dentro del semi-espacio son:

$$F_{y1} = 2c \int_0^\infty \frac{\mu_1 k_0^2}{u_0 \mu_0 k_1^2 + u_1 \mu_1 k_0^2} e^{-u_1 z'} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \quad y$$

$$F_{z1} = -2c \frac{\partial}{\partial y} \int_0^\infty \frac{\mu_0 \mu_1}{u_0 \mu_1 + u_1 \mu_0} \cdot \frac{k_1^2 - k_0^2}{u_0 \mu_0 k_1^2 + u_1 \mu_1 k_0^2} e^{-u_1 z'} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda \quad ,$$
(61)

$$\text{donde} \quad r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad .$$

Estas expresiones son para el contacto de dos semi-espacios con frontera plana, pero el semi-espacio de arriba es aire, así que $k_0^2 = i\omega\mu_0\sigma_0$ y $\sigma_0 = 0$, suponemos que el aire no es conductor, y además $\mu_1 \equiv \mu_0 = \mu$ y $u_0 \equiv \lambda$. Entonces F_{y1} es cero dentro de la tierra y sólo nos queda F_{z1}

$$F_{z1} = -2c \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{\lambda(\lambda + u_1)} e^{-u_1 z'} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z \geq 0 \quad (62)$$

Si ahora hacemos la aproximación para bajos números de inducción $\lambda^2 \gg i\omega\mu\sigma$, entonces:

$$F_{z1} = -2c \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{2\lambda^2} e^{-\lambda z'} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z \geq 0 \quad ,$$

o bien
$$F_{z1} = -c \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda z'} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z \geq 0 \quad .$$

Como
$$\frac{\partial}{\partial y} J_0(\lambda r) = \frac{\partial}{\partial r} J_0(\lambda r) \cdot \frac{\partial r}{\partial y} = -\lambda J_1(\lambda r) \cdot \frac{1}{2} r^{-1} \cdot 2y = -\frac{y}{r} \lambda J_1(\lambda r) \quad ,$$

entonces
$$F_{z1} = +c \frac{y}{r} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z'} J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z \geq 0 \quad (63)$$

La ecuación (63) tiene solución analítica (Gradshteyn and Ryzhik, 1965, pag. 707, formula 6.611 (1))

$$\int_0^{\infty} e^{-\lambda z'} J_1(\lambda r) d\lambda = \frac{r^{-1} [\sqrt{r^2 + z'^2} - z']}{\sqrt{r^2 + z'^2}} \quad (64)$$

Entonces:

$$F_{z1} = c \frac{y}{r^2} \cdot \frac{\sqrt{r^2 + z'^2} - z'}{\sqrt{r^2 + z'^2}} \quad (65)$$

para bajos números de inducción $\frac{\omega\mu\sigma}{\lambda^2} \ll 1$. Si hacemos $R = \sqrt{r^2 + z'^2}$ entonces:

$$F_{z1} = c \frac{y}{r} \cdot \frac{R - z'}{rR}$$

De esta forma como sólo existe F_{z1}

$$E_y = -\frac{\partial}{\partial x} F_{z1} = -\frac{\partial}{\partial x} \left[c \frac{y}{r} \cdot \frac{R - z'}{rR} \right] ,$$

o bien

$$E_y = cxy \left(\frac{2}{r^4} - \frac{2z'}{r^4 R} - \frac{z'}{r^2 R^3} \right)$$

Así como:

$$E_x = \frac{\partial}{\partial y} F_{z1} = \frac{\partial}{\partial y} \left[c \frac{y}{r} \cdot \frac{R - z'}{rR} \right] =$$

$$E_x = c \left(\frac{1}{r^2} - \frac{z'}{r^2 R} - \frac{2y^2}{r^4} + \frac{y^2 z'}{r^2 R^3} + \frac{2y^2 z'}{r^4 R} \right) \quad (67)$$

Si colocamos la bobina en la superficie ($h = 0$) y medimos también en la superficie ($z = 0$), nos queda:

$$E_y = \frac{2cxy}{(x^2 + y^2)^2} \quad (68)$$

$$y \quad E_x = c \left[\frac{1}{(x^2 + y^2)} - \frac{2y^2}{(x^2 + y^2)^2} \right] \quad (69)$$

Si graficamos estos campos sobre la superficie, obtenemos los diagramas de la figura 24. En la figura 24(a) se muestra el campo E_y y en la 24(b) el campo E_x . La figura 24(c) es la representación vectorial de ambos campos, suponiendo que las amplitudes se mantienen

constantes aún si nos alejamos de la fuente, lo cual si bien no es cierto, nos permite visualizar mejor la dirección y sentido vectorial. En la figura 24(d) se presenta el campo vectorial como realmente se observaría, esto es, considerando que las amplitudes disminuyen rápidamente con la distancia entre la bobina fuente y el punto de medición.

VI.5 Ecuación integral para modelado con el EM-34

Existen en el mercado instrumentos de prospección geofísica que trabajan en el dominio de bajos números de inducción. El EM-34, el EM-31 y el EM-38 son equipos de la compañía GEONICS que trabajan a varias frecuencias y varias separaciones entre bobinas. Son equipos muy utilizados en prospección porque la toma de datos es rápida. Se sabe que son sensibles a cambios laterales en la conductividad del subsuelo, pero no se conoce bien el tipo de respuesta de diferentes tipos de cuerpos conductores o resistivos. En los siguientes subcapítulos se mostrarán curvas de respuestas aproximadas para diferentes modelos bidimensionales para las separaciones típicas de estos equipos comerciales.

Estos equipos consisten de dos bobinas con las que se mide la derivada temporal del campo magnético, pero en forma automática hace unos cálculos con el fin de darnos como medición conductividades aparentes. Estas conductividades representan las conductividades promedio de volúmenes grandes del terreno y en la medida que separamos más las bobinas, estos promedios involucran volúmenes cada vez más grandes.

El objetivo de este subcapítulo es plantear la ecuación integral exacta válida para estos equipos, para después aplicar nuestra aproximación en el siguiente subcapítulo.

Partimos de la ecuación de dispersión (ecuación 41) para el campo magnético. En el dominio de bajos números de inducción, el campo magnético medido sobre un semi-espacio es (Esparza y Gómez-Treviño, 1987):

$$\sigma = p' B_z \quad , \quad (70)$$

donde

$$p' = \frac{i16\pi r}{m\mu^2\omega}$$

Esto significa que de tratarse de un semi-espacio, podríamos recuperar la conductividad de éste, a partir de la medición del campo. Si no se trata de un semi-espacio y nos empeñamos en usar la ecuación anterior, debemos estar concientes, que el campo no es el debido a un semi-espacio y por lo tanto, la conductividad obtenida corresponderá a la de un semi-espacio que no existe, pero que equivale al semi-espacio promedio observado por la medición. A esta conductividad le llamaremos aparente. Es una práctica común en geofísica aplicada hablar de resistividades o conductividades aparentes. Creo que en la actualidad no existe una razón de peso suficiente para seguir con esta práctica, ya que podemos trabajar directamente con los campos sin suponer que se trata de una conductividad promedio. Esta práctica, es la herencia de la geofísica cualitativa, donde los prospectores al carecer de técnicas de interpretación cuantitativa, se conformaban con tener una idea cualitativa de las conductividades, aunque éstas fuesen aparentes. Sin embargo, la inercia es tan grande que aún tenemos que ajustar nuestras técnicas de interpretación al modo de uso generalizado.

De esta forma si usamos la ecuación de dispersión (ecuación 41), podemos calcular el campo para cualquier estructura, pero si modificamos dicha ecuación y sustituimos la ecuación (70), estaremos calculando la respuesta de estas estructuras en términos de conductividades. Esta conductividad la podemos expresar como la suma de la conductividad del semi-espacio promedio más las perturbaciones.

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0(\mathbf{r}) + \delta\sigma_a(\mathbf{r}) \quad . \quad (71)$$

Sustituyendo ésta y la ecuación (70) en la (41), nos queda:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0(\mathbf{r}) + \rho' \int_v \mathbf{G}_B(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dv \quad , \quad (72)$$

donde:

$\sigma_a(\mathbf{r})$	conductividad aparente en el límite resistivo
$\sigma_0(\mathbf{r})$	conductividad del medio encajonante (semi-espacio)
$\delta\sigma(\mathbf{r})$	perturbación de la conductividad verdadera
$\mathbf{E}(\mathbf{r}')$	campo eléctrico total dentro del cuerpo anómalo
$\mathbf{G}_B(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$	función de green para el medio encajonante (semi-espacio)

Para fines de modelado, conocemos σ_0 , $\delta\sigma(\mathbf{r})$, la función de Green del semi-espacio, pero no conocemos $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ dentro del cuerpo anómalo y además deseamos conocer $\sigma_a(\mathbf{r})$. La solución de esta ecuación integral no es el objetivo de esta tesis, pero se pueden consultar a Gómez-Treviño et al. (1994a); Gómez-Treviño et al. (1994b) y para mayores detalles se puede consultar la Tesis Doctoral de Méndez-Delgado (en preparación).

VI.6 Aproximación para bobinas horizontales coplanares

Una vez determinada la ecuación integral exacta para este dominio (ecuación 72), podemos expresarla como una parte debida a un semi-espacio homogéneo más un término de segundo orden, como se explica en el subcapítulo VI.2 (ecuación 52). Para el caso de una tierra donde no existen cambios fuertes en la conductividad, el término de segundo orden se puede ignorar. En general podemos escribir,

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \rho' \int_v \mathbf{G}_0(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \cdot \mathbf{E}_0(\mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dv + \mathbf{R} \quad . \quad (73)$$

Despreciando \mathbf{R} y expresando la función de Green como el campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical, de acuerdo al principio de reciprocidad y como se aplicó en el capítulo III (ecuaciones 33, 34 y 35) de esta tesis.

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + p' \int_v \frac{\mathbf{E}_2(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{i\omega m_B} \cdot \mathbf{E}_1(\mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dv \quad , \quad (74)$$

donde:

$\mathbf{E}_1(\mathbf{r}')$ es el campo eléctrico inducido por la fuente en el subsuelo

$\mathbf{E}_2(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ es el campo eléctrico debido a dipolo magnético de momento unitario colocado en el receptor.

Debido a la simetría cilíndrica de los campos eléctricos E_ϕ , el producto punto de los campos los podemos expresar como:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + p' \int_v \frac{|\mathbf{E}_1(\mathbf{r}')| |\mathbf{E}_2(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)|}{i\omega m_B} \hat{\phi}_1 \cdot \hat{\phi}_2 \delta\sigma(\mathbf{r}') dv \quad , \quad (75)$$

donde

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}') = |\mathbf{E}(\mathbf{r}')| \hat{\phi}_1$$

$$\text{y} \quad \mathbf{E}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = |\mathbf{E}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)| \hat{\phi}_2$$

Geoméricamente en una vista de planta tenemos (figura 25):

$$\hat{\phi}_1 = \frac{(y - y_1)\hat{i} - (x - x_1)\hat{j}}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} = \frac{(y - y_1)\hat{i} - (x - x_1)\hat{j}}{r_1}; \quad \mathbf{E}_1(\mathbf{r}') = \frac{i\omega\mu m_B}{4\pi} \left[\frac{r_1}{(r_1^2 + z'^2)^{3/2}} \right] \hat{\phi}_1$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{(y-y_2)\hat{i} - (x-x_2)\hat{j}}{\sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2}} = \frac{(y-y_2)\hat{i} - (x-x_2)\hat{j}}{r_2}; \quad \mathbf{E}_2(|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|) = \frac{i\omega\mu m_B}{4\pi} \left[\frac{r_2}{(r_2^2+z'^2)^{3/2}} \right] \hat{\phi}_2$$

$$\hat{\phi}_1 \cdot \hat{\phi}_2 = \frac{y^2 - (x-x_1)(x_2-x)}{\sqrt{(x-x_1)^2 + y^2} \sqrt{(x-x_2)^2 + y^2}} = \frac{y^2 - (x-x_1)(x_2-x)}{r_1 r_2}$$

Sin perder generalidad podemos decir que fuente y receptor se hallan en $y_1 = y_2 = 0$.

De esta forma

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \frac{i\omega\mu m_B}{4\pi} \cdot \frac{i\omega\mu m_B}{4\pi} \cdot \frac{i16\pi r}{m_B \mu^2 \omega} \cdot \frac{1}{-i\omega m_B} \int_{v'} \frac{r_1}{(r_1^2+z'^2)^{3/2}} \frac{r_2}{(r_2^2+z'^2)^{3/2}} \cdot \frac{y^2 - (x-x_1)(x_2-x)}{r_1 r_2} \delta\sigma(\mathbf{r}') dv',$$

$$\text{o bien} \quad \sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \frac{r}{\pi} \int_{v'} \frac{y^2 - (x-x_1)(x_2-x)}{\sqrt{(r_1^2+z'^2)^3 (r_2^2+z'^2)^3}} \delta\sigma(\mathbf{r}') dv',$$

donde r es la distancia entre fuente y receptor. Lo anterior puede resumirse como

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \frac{|x_2-x_1|}{\pi} \int_{v'} \frac{y^2 - (x-x_1)(x_2-x)}{\sqrt{(r_1^2+z'^2)^3 (r_2^2+z'^2)^3}} \delta\sigma(\mathbf{r}') dv', \quad (76)$$

$$\text{donde} \quad r_1^2 = (x_1-x)^2 + y^2$$

$$\text{y} \quad r_2^2 = (x_2-x)^2 + y^2.$$

Además,

x_1 = posición en x de la fuente ,

x_2 = posición en x del receptor ,

(x, y, z) un punto cualesquiera dentro del subsuelo ,

$\delta\sigma(r')$ perturbación de la conductividad, cero fuera del cuerpo anómalo ,

v' volumen del cuerpo anómalo.

Esta es la ecuación integral aproximada que rige el comportamiento de la conductividad aparente (medición), y la perturbación de la conductividad en el subsuelo.

VI.6.1 Ecuación para estructuras tridimensionales

Con la ecuación anterior, podemos simular la respuesta en conductividad aparente de una anomalía tridimensional inmerso en un semi-espacio homogéneo. Incluso no sólo se puede tratar de un cuerpo, sino de muchos y entonces el volumen v' ya no necesita estar confinado, sino extenderse hasta infinito en todas direcciones.

Los límites de la integral van a definir la forma del cuerpo o cuerpos anómalos, siendo $\delta\sigma(r')$ la variación de la perturbación de la conductividad dentro de él o ellos. La solución de la integral no es analítica, así que cualquier estructura por sencilla que sea, se debe hacer por integración numérica evaluando

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} \delta\sigma(x, y, z) dx dy dz \quad (77)$$

Hacer modelado con el metodo exacto es incosteable para estructuras simples en 3D y más aún en 2D. Con este método se requiere de mucho menos tiempo para calcular la respuesta de estructuras en 3D, pero aún así, el tiempo de cómputo se incrementa grandemente con la complejidad de las estructuras.

VI.6.2 Ecuación para estructuras bidimensionales

El modelado de estructuras 2D implica considerar que la conductividad no varía a lo largo de un eje, en nuestro caso supondremos, que es el eje de la coordenada y . Esto significa

que la integral con respecto de y debe efectuarse hasta infinito. Veremos que para bobinas coplanares horizontales, esta integral es analítica, pero un poco complicada. Debido a que el integrando de la ecuación (77) es par con respecto de y , duplicamos la integral de cero a infinito. Esto es,

$$\sigma_a(x', y') = \sigma_0 + \frac{2|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} \int_{y_1=0}^{y_2=\infty} \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} \delta\sigma(x, z) dy dx dz \quad (78)$$

Si resolvemos aparte la integral con respecto de y resulta que.

$$I = 2 \int_{y=0}^{y=\infty} \frac{y^2 - (x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(r_1^2 + z'^2)^3 (r_2^2 + z'^2)^3}} dy = 2 \int_0^{\infty} \frac{y^2}{\sqrt{(y^2 + c^2)^3 (y^2 + p^2)^3}} dy - 2 \int_0^{\infty} \frac{(x - x_1)(x_2 - x)}{\sqrt{(y^2 + c^2)^3 (y^2 + p^2)^3}} dy = I_2 - I_1$$

$$\text{donde } c^2 = (x_1 - x)^2 + z'^2 \quad \text{y} \quad p^2 = (x_2 - x)^2 + z'^2 \quad (79)$$

Resolviendo para I_1 , según Gradshteyn y Ryzhik (1965), fórmula 3.163.2

$$I_1 = 2 \int_u^{\infty} \frac{(x - x_1)(x_2 - x) dy}{\sqrt{(y^2 + c^2)^3 (y^2 + p^2)^3}} = \frac{2(x - x_1)(x_2 - x)}{c p^2 (c^2 - p^2)^2} \{ (c^2 + p^2) E(\beta, q) - 2p^2 K(\beta, q) \}$$

$$\frac{2(x - x_1)(x_2 - x)u}{p^2 (c^2 - p^2) \sqrt{(c^2 + u^2)(p^2 + u^2)}} \quad \text{para } c > p \quad u \geq 0$$

$$\beta = \text{tg}^{-1}\left(\frac{u}{c}\right) \quad ; \quad q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c} \quad \text{y} \quad E(\beta, q) \quad \text{y} \quad K(\beta, q) \quad (80)$$

son integrales elípticas incompletas.

En nuestro caso $u = 0$ y por tanto $\beta = \text{tg}^{-1}(0) = \pi/2$ y las integrales elípticas se hacen completas $E(\pi/2, q) = E(q)$ y $K(\pi/2, q) = K(q)$

Así para $\underline{c} \geq \underline{p}$

$$I_1 = [(x - x_1)(x_2 - x)] \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4p^2K(q)}{cp^2(c^2 - p^2)^2}; \quad q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c} \quad (81)$$

para $\underline{c} \leq \underline{p}$, sólo se invierten c y p

$$I_1 = (x - x_1)(x_2 - x) \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4c^2K(q)}{pc^2(p^2 - c^2)^2}; \quad q = \frac{\sqrt{p^2 - c^2}}{p} \quad (82)$$

Ahora si $\underline{c} \equiv \underline{p}$, esto es $(x_1 - x) = (x_2 - x)$ quiere decir que son puntos exactamente entre la fuente y el receptor. En este caso, la solución se indetermina, así que nos vamos directamente a la integral y la resolvemos para $c = p$

$$I_1 = 2 \int_0^\infty \frac{(x - x_1)(x_2 - x)dy}{(y^2 + c^2)^3} = \frac{3\pi}{8c^5}(x - x_1)(x_2 - x) \quad (83)$$

Si ahora evaluamos I_2

$$I_2 = 2 \int_0^\infty \frac{y^2 dy}{\sqrt{(y^2 + c^2)^3 (y^2 + p^2)^3}} \quad (84)$$

Esta integral es más complicada que la anterior, para lo cuál se requiere de un truco.

Evaluamos primero la integral 3.152-2 de Gradshteyn y Ryshik (1965)

$$\int_u^\infty \frac{y}{\sqrt{(y^2 + c^2)(y^2 + p^2)}} = \frac{1}{c} K(\beta, q) \quad y \quad c > p \quad y \quad \beta = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{u}{a}\right); \quad q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c} \quad (85)$$

En nuestro caso $u = 0$, $\beta = \operatorname{tg}^{-1}(0) = \frac{\pi}{2}$ y $K(\pi/2, q) = K(q)$, entonces :

$$\int_0^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{(y^2+c^2)(y^2+p^2)}} = \frac{1}{c} K(q) \quad \text{para } c > p \quad \text{y } q = \frac{\sqrt{c^2-p^2}}{c}$$

Si derivamos esta expresión con respecto a "p"

$$2 \int_0^{\infty} \frac{(y^2+c^2)p dy}{\sqrt{(y^2+c^2)^3(y^2+p^2)^3}} = -\frac{2}{c} \frac{\partial K(q)}{\partial p} = 2p \int_0^{\infty} \frac{y^2 dy}{\sqrt{(y^2+c^2)^3(y^2+p^2)^3}} + 2c^2 p \int_0^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{(y^2+c^2)^3(y^2+p^2)^3}}$$

Así la integral que nos interesa es

$$2 \int_0^{\infty} \frac{y^2 dy}{\sqrt{(y^2+c^2)^3(y^2+p^2)^3}} = -\frac{2}{cp} \frac{\partial K(q)}{\partial p} - 2c^2 \int_0^{\infty} \frac{dy}{\sqrt{(y^2+c^2)^3(y^2+p^2)^3}} \quad \text{para } c > p$$

Conocemos la solución de la segunda integral, faltaría calcular la derivada de la función elíptica

$$\frac{\partial K(q)}{\partial p} = \frac{\partial K(q)}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial p} = \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] \left[-\frac{p}{c^2 q} \right]$$

Así para $\underline{c} \geq \underline{p}$ la integral I_2 queda:

$$I_2 = \frac{2}{c^3 q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] - c^2 \frac{2(c^2+p^2)E(q) - 4p^2 K(q)}{cp^2(c^2-p^2)^2}; \quad q = \frac{\sqrt{c^2-p^2}}{c} \quad (85)$$

Para $\underline{c} \leq \underline{p}$

$$I_2 = \frac{2}{p^3 q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] - p^2 \frac{2(c^2+p^2)E(q) - 4c^2 K(q)}{pc^2(p^2-c^2)^2}; \quad q = \frac{\sqrt{p^2-c^2}}{p} \quad (86)$$

Para $\underline{c} \equiv \underline{p}$

$$I_2 = 2 \int_0^{\infty} \frac{y^2 dy}{(y^2 + c^2)^3} = \frac{\pi}{8c^3} \quad (87)$$

Ahora si $I_0 = I_2 - I_1$;

Para $\underline{c} \geq \underline{p}$

$$I_0 = \mathfrak{R}(c, p, r) = \frac{2}{c^3 q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] - \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4p^2 K(q)}{cp^2(c^2 - p^2)^2} [(x-x_1)(x_2-x) + c^2]; q = \sqrt{\frac{c^2 - p^2}{c^2}} \quad (88)$$

Para $\underline{c} \leq \underline{p}$

$$I_0 = \mathfrak{R}(c, p, r) = \frac{2}{p^3 q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] - \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4c^2 K(q)}{pc^2(p^2 - c^2)^2} [(x-x_1)(x_2-x) + p^2]; q = \frac{\sqrt{p^2 - c^2}}{p^2} \quad (89)$$

Para $\underline{c} \equiv \underline{p}$

$$I_0 = \mathfrak{R}(c, p, r) = -\frac{\pi}{8} \left[\frac{3}{c^5} (x-x_1)(x_2-x) - \frac{1}{c^3} \right] \quad (90)$$

De esta forma la conductividad aparente nos queda como

$$\sigma_a(x') = \sigma_0 + \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} \mathfrak{R}(c, p, r) \delta\sigma(x, z) dx dz \quad (91)$$

Las integrales elípticas las calculamos numéricamente por medio de filtros recortados para doble precisión (Abramowitz y Stegun, 1975).

$$K(q) = [a_0 + a_1 q_1 + a_2 q_1^2 + a_3 q_1^3 + a_4 q_1^4] + [b_0 + b_1 q_1 + b_2 q_1^2 + b_3 q_1^3 + b_4 q_1^4] \ln(1/q_1) + \varepsilon(q) \quad (92)$$

donde $|\varepsilon(q)| \leq 2 \times 10^{-8}$

$$a_0 = 1.38629436112$$

$$b_0 = 0.5$$

$$a_1 = 0.09666344259$$

$$b_1 = 0.12498593597$$

$$a_2 = 0.03590092383$$

$$b_2 = 0.06880248576$$

$$a_3 = 0.03742563713$$

$$b_3 = 0.03328355346$$

$$a_4 = 0.01451196212$$

$$b_4 = 0.00441787012$$

donde $q_1 = 1 - q$

Finalmente

$$E(q) = [1 + a_1 q_1 + a_2 q_1^2 + a_3 q_1^3 + a_4 q_1^4] + [b_1 q_1 + b_2 q_1^2 + b_4 q_1^4] \ln(1/q_1) + \varepsilon(q) \quad (93)$$

donde $|\varepsilon(q)| < 2 \times 10^{-8}$

$$a_1 = 0.44325141463$$

$$b_1 = 0.24998368310$$

$$a_2 = 0.06260601220$$

$$b_2 = 0.09200180037$$

$$a_3 = 0.04757383546$$

$$b_3 = 0.04069697526$$

$$a_4 = 0.01736506451$$

$$b_4 = 0.00526449639$$

La integral con respecto de x y de z las evaluamos numéricamente, ya que la función $\mathfrak{R}(c, p, r)$ es demasiado complicada para tener solución analítica. Ahora ya podemos calcular la respuesta de estructuras bidimensionales. Para el cálculo de las integrales de x y z usamos prismas de longitud infinita en la dirección de y y suponemos estructuras donde la conductividad no varía en la dirección de y .

Cada prisma con contraste de conductividad constante, se divide en una cantidad grande de sub-prismas con la misma conductividad, con el fin de calcular las integrales. Esto es,

$$\sigma_a(x') = \sigma_{ai} = \sigma_0 + \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N \mathfrak{R}_{ij} \delta\sigma_{ij} \Delta x_n \Delta z_j \quad (94)$$

x' es la posición central de las bobinas

Es obvio que mientras más pequeño sea Δx_i y Δz_j , mejor calculada estará la integral, más sin embargo debido a que la resolución de nuestras mediciones decaiga con la profundidad, podríamos utilizar un criterio logarítmico, de tal forma que fuese más fino cerca de la superficie y más grueso con la profundidad.

Parecerá que el cómputo de la función $\mathfrak{R}(c, p, r)$ tomará mucho tiempo, así como el cálculo de las integrales elípticas, pero es muy rápido. Lo que más toma tiempo, es la integral en x y z . Por fortuna, para modelado, la integral sólo se realiza sobre el volumen v'

Debido a que las mediciones son más sensibles a pequeños cambios en la superficie, entonces, discretizamos más en superficie y menos a profundidad (e.g. fig. 38). Además, es recomendable discretizar más fino donde la conductividad varía más rápido. El modo de discretizar usado por Huestis y Ander (1983), para gravimetría se acomoda muy bien para nosotros. Consiste en hacer paquetes de prismas donde éstos tienen las mismas dimensiones. Un cuerpo se puede discretizar con una cantidad grande de paquetes y es relativamente fácil tener un control más fino en zonas de mayor gradiente.

VI.6.3 Análisis de la función de sensibilidad en 2D

El análisis de funciones de peso es de gran interés ya que nos indica que región del subsuelo es más importante cuando efectuamos una medición. McNeill (1980), trabajando en el dominio para bajos números de inducción (ver apéndice "B"), obtiene las expresiones

de la conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales y verticales, cuando el subsuelo está compuesto de capas horizontales (1D). Las expresiones para tales funciones, que él obtiene son

$$\varnothing_H(z) = \frac{4zd}{(4z^2 + d^2)^{3/2}} \quad \text{para bobinas horizontales coplanares y} \quad (95)$$

$$\varnothing_v(z) = \frac{2}{d} - \frac{4z}{(4z^2 + d^2)^{1/2}} \quad \text{para bobinas verticales coplanares.} \quad (96)$$

Las gráficas de estas funciones se muestran en las figuras 26b y d.

Estas gráficas sólo son aplicables a una tierra con capas planas. Es interesante observar que para la parte superficial las bobinas horizontales no tienen respuesta, en cambio en las bobinas verticales la respuesta es máxima. Además, se observa que las bobinas horizontales tienen su máxima respuesta a 0.35 de la separación entre bobinas. También se observa que la curva \varnothing_H decae más lentamente que \varnothing_v , lo cual nos indica que las bobinas horizontales tienen mayor respuesta a objetivos profundos que las bobinas verticales.

Los métodos electromagnéticos de este y otros tipos, surgieron gracias al ingenio de exploradores mineros que buscaron alternativas para poder detectar respuestas debidas a cuerpos conductores. Poco a poco tales equipos se fueron complicando, pero aún así muchos no dejaron de ser herramientas cualitativas para la detección, aún cuando se volvieron muy populares y llegaron a ser herramientas importantes. Los equipos GEONICS-EM34 son muy populares, se han usado intensamente en Europa y en Norteamérica, pero solamente con el análisis de McNeill (1980) se le ha podido elevar al nivel de herramienta cuantitativa de

detección, para el caso más simple, que es una tierra estratificada horizontalmente.

Con el análisis que nosotros hacemos y las ecuaciones que obtenemos, podemos hallar la respuesta de estructuras bidimensionales y tridimensionales. De esta forma la ecuación 91 nos expresa la conductividad aparente debido a una estructura bidimensional, donde $\frac{|x_2-x_1|}{\pi} \mathfrak{R}(c, p, r)$ representa la función de sensibilidad para las bobinas horizontales coplanares. Esto significa que la función de perturbaciones de la conductividad del subsuelo, debe ser multiplicada por esta función y al sumarle la conductividad del semi-espacio, nos dará una observación (conductividad aparente). Dicho de otra forma, esta función nos dice qué región de un subsuelo bidimensional es más importante cuando efectuamos una medición.

Si nuestro análisis y nuestras ecuaciones son correctas, al momento de suponer una estructura unidimensional, usando la formulación bidimensional, la respuesta debe ser la misma que la de McNeill (1980). Esto quiere decir que si suponemos que la conductividad del subsuelo no varía en la dirección x , entonces la ecuación (91) queda:

$$\sigma_a = \sigma_0 + \frac{|x_2-x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \delta\sigma(z) \int_{x_1}^{x_2} \mathfrak{R}(c, p, r) dx dz \quad (97)$$

$$y \quad \frac{|x_2-x_1|}{\pi} \int_{x_1}^{x_2} \mathfrak{R}(c, p, r) dx = \frac{4zd}{(4z^2+d^2)^{3/2}} \quad (98)$$

Esto último no lo demostramos analíticamente, ya que la función $\mathfrak{R}(c, p, r)$ es demasiado complicada y seguramente su integración con respecto a x no tendrá solución conocida, pero tal vez podríamos proponer una nueva integral para los que publican tablas, ya que por otro método conocemos el resultado. La demostración la hicimos numéricamente.

En la figura 26a, graficamos la función de sensibilidad $\mathfrak{R}(c, p, r)$, que es válida para estructuras bidimensionales y unidimensionales (ecuación 91). En la figura 26b, graficamos

la integración numérica de $\Re(c, p, r)$ con respecto a x (ecuación 98) y obtenemos la gráfica de McNeill (1980). En la figura 26a, es muy interesante observar que la función de sensibilidad tiene valores altos cerca de las bobinas, disminuyendo conforme nos alejamos de ellas. Este resultado no se puede intuir con un simple análisis en 1D. Sin embargo, la función tiene valores negativos entre bobina y bobina y valores positivos fuera de ellas. Esto significa que de haber un cuerpo conductor entre bobina y bobina, la conductividad aparente que midamos, sería muy baja y aún podría ser negativa. De haber un cuerpo conductor fuera de las bobinas, la conductividad aparente sería alta y positiva y los cuerpos que se hallen retirados de las bobinas, tendrán un efecto muy pequeño.

VI.6.4 Respuesta debida a diversos modelos

A continuación modelamos, la respuesta en conductividad aparente para un semi-espacio con $\sigma = 0.1 \text{ S/m}$ y un basamento resistivo deformado en forma de cuña con $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$. Calculamos la respuesta para los espaciamientos fuente-receptor de 10, 15, 20, 30, 40, 50, 70, 100 m, observándose (Fig. 27) que con la separación de 10 m sólo se tiene respuesta de la capa superior, en cambio con la de 100 m se tiene una fuerte respuesta del basamento, lo cuál nos indica que abriendo más la distancia entre bobinas, aumenta la profundidad de penetración, cosa que habíamos visto en nuestra función de sensibilidad bidimensional (Figura 26a).

Si invertimos las conductividades, esto es, para el semi-espacio $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ y para el basamento $\sigma = 0.1 \text{ S/m}$ (Fig. 2), se observa que la posición de las curvas se invierte y también la forma. Esto quiere decir que en la abertura de 100 m cuando nuestro arreglo de bobinas está exactamente arriba del pico del basamento, la curva de conductividad aparente aumenta si el basamento es resistivo y disminuye si el basamento es conductor. Esto contradice un poco el sentido común, pero si observamos nuestra función de sensibilidad (Fig. 26a),

observaremos que ésta es negativa entre las bobinas y positiva fuera de ellas. Al estar las bobinas encima del pico del basamento, esta sensibilidad negativa le resta respuesta al efecto positivo de fuera de las bobinas, haciendo que la conductividad aparente disminuya.

Este efecto disminuye en la medida en que el ancho del pico del basamento (estructura geológica) es mucho más grande que la abertura de los dipolos, tal es el caso de la abertura de 10 m que no sufre esta flexión. Antes de este análisis cualquier prospectador podría pensar que un pico hacia arriba en cualquier abertura nos da la presencia de un conductor, y hacia abajo, la presencia de un cuerpo resistivo. De esta forma si nos guiamos por este falso sentido común, creemos que la curva de 100 m nos está mostrando dos conductores pequeños separados, cuando en realidad es un solo conductor. Esto pone de manifiesto que la interpretación cualitativa de estos equipos nos puede llevar a conclusiones erróneas sobre las estructuras geológicas debajo del suelo.

En la Fig. 29 vemos la respuesta de una cuenca, con $\sigma = 0.1 \text{ S/m}$ en la capa superior y $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$ en el basamento. En la Fig. 30 se muestra la misma cuenca, pero con las conductividades invertidas.

En la Fig. 31 vemos la respuesta debida a un contacto vertical. Hacia los extremos las curvas se acercan asintóticamente a la conductividad del su respectivo medio, pero en el contacto vertical la curva de conductividad aparente se flexiona demasiado, sobre todo en las de espaciamientos grandes, no así la de 10 m . Esa súbita flexión hacia abajo en la curva de 100 m que interrumpe la tendencia de subida se debe debida a la sensibilidad negativa en el espacio entre las bobinas.

En la Fig. 32 se muestra la conductividad aparente debida a un prisma rectangular con $\sigma = 0.33 \text{ S/m}$ en un medio encajonante de $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$. Como el ancho del prisma es de 50 m, las separaciones de 10, 20, 30 no tienen la flexión hacia abajo cuando están encima del cuerpo, pero las superiores a 40 sí la tienen.

En la Fig. 33 se muestra el caso de 2 cuerpos de 50 m de ancho cada uno, separados 50 m. La curva de 10 m no parece discernir la presencia de los 2 cuerpos, pero la de 30 sí y las de mayor espaciamiento dan más evidencias gracias a esas flexiones hacia abajo.

En la Fig. 34 se muestra el caso de los mismos 2 cuerpos, pero separados 100 m. Si vemos la curva de 100 m y suponemos que un conductor nos da una mayor respuesta (como se interpreta cualitativamente), variamos 3 conductores: debajo de -150, 0 y 150 m respectivamente. En el caso de perforar los barrenos pasarían al lado de cada prisma y tal vez ni los tocarían y el de en medio peor, ni existe.

En la Fig. 35 vemos la respuesta de un cuerpo con forma de cuña, el ancho del cuerpo es muy superior al del máximo espaciamiento utilizado, así que no se presentan deflexiones fuertes en la curva. En este caso el cuerpo resistivo podría representar una caverna subterránea.

En la Fig. 36 se muestra la respuesta de un cuerpo escalonado. Puede tratarse de un dique o de un intrusivo conductor. La curva de mayor espaciamiento nos da más información sobre el buzamiento del cuerpo, ya que el cuerpo no es muy superficial.

En la Fig. 37 se muestra la respuesta debida a un conjunto de cuerpos conductores de $\sigma = 0.1 \text{ S/m}$ en un semi-espacio de $\sigma = 0.01 \text{ S/m}$. Las curvas se cruzan tantas veces que parece no haber coherencia, más sin embargo la curva de 10 m es la más suave y la que se comporta mejor, pero también la que da menos información de lo que hay a profundidad. El cuerpo de la derecha lo mira muy bien, ya que aflora. La curva de 100 m es la que más flexiones tiene y encima del tercer cuerpo la curva se deflecta tanto que las mediciones exactamente

encima del afloramiento nos dan conductividades aparentes negativas. Este extraño fenómeno se explica debido a que la sensibilidad negativa entre bobinas es mucho más importante que la sensibilidad positiva encima del cuerpo aflorante. Ya se ha reportado por prospectores y aún en el mismo manual de McNeill (1980) se indica que se pueden registrar conductividades negativas, de tal manera que el equipo EM-34 tiene una escala para mediciones negativas de la conductividad aparente.

VI.7 Ecuación integral aproximada para bobinas coplanares verticales

Para hallar la expresión de la conductividad aparente de un sistema de bobinas verticales coplanares en el límite resistivo o bajos números de inducción, usamos la ecuación 72.

Para resolverla, usamos la aproximación de que $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ es el campo eléctrico debido a un semi-espacio homogéneo medido dentro del cuerpo. $\mathbf{G}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ la podemos interpretar como el campo eléctrico debido a un dipolo magnético horizontal de momento unitario (ver capítulo III ecuaciones 32, 33, 34 y 35).

De esta forma la ecuación 74 se puede reescribir como

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 - \frac{p'}{i\omega m_B} \int_{v'} \{E_x(\mathbf{r}')E_x(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) + E_y(\mathbf{r}')E_y(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)\} \delta\sigma(\mathbf{r}')dv' \quad , \quad (98')$$

donde E_x y E_y son los campos en el límite resistivo:

$$E_x(\mathbf{r}') = c'(x - x_1)y \left[\frac{2}{r_1^4} - \frac{2z'}{r_1^4 R_1} - \frac{z'}{r_1^2 R_1^3} \right] \quad ,$$

$$E_y(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = c'(x - x_2)y \left[\frac{2}{r_2^4} - \frac{2z'}{r_2^4 R_2} - \frac{z'}{r_2^2 R_2^3} \right] \quad ,$$

$$E_x(\mathbf{r}') = c \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{z'}{r_1^2 R_1} - \frac{2y^2}{r_1^4} + \frac{y^2 z'}{r_1^2 R_1^3} + \frac{2y^2 z'}{r_1^4 R_1} \right] \quad (99)$$

$$y \quad E_x(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) = c \left[\frac{1}{r_2^2} - \frac{z'}{r_2^2 R_2} - \frac{2y^2}{r_2^4} + \frac{y^2 z'}{r_2^2 R_2^3} + \frac{2y^2 z'}{r_2^4 R_2} \right]$$

$$r_1 = \sqrt{(x - x_1)^2 + y^2} \quad ;$$

$$r_2 = \sqrt{(x - x_2)^2 + y^2}$$

$$R_1 = \sqrt{r_1^2 + z'^2} \quad ;$$

$$R_2 = \sqrt{r_2^2 + z'^2}$$

donde:

x_1 posición en x del transmisor

x_2 posición en x del receptor

$$z' = z + h$$

De esta forma, la expresión de la conductividad aparente, nos queda:

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_V Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dv \quad (100)$$

donde

$$Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{E_x(\mathbf{r}')E_x(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) + E_y(\mathbf{r}')E_y(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{c^2} \quad (101)$$

VI.7.1 Ecuación para estructuras tridimensionales

Para modelado de cuerpos tridimensionales, los límites de integración definen la forma del cuerpo. En este caso las 3 integrales se deben evaluar numericamente. Para cada

observación de σ_a se evalúa una integral de volumen en x, y, z , lo cuál hace que en 2D el tiempo de ejecución sea más lento comparado con el de bobinas horizontales coplanares, donde la integración en y se efectúa analíticamente.

VI.7.2 Ecuación para estructuras bidimensionales

En este caso suponemos que la estructura tiene extensión infinita en la dirección de y . Si observamos detenidamente las ecuaciones 99 y 101, veremos que la función $Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ es par con respecto de y . Por tanto, sólo necesitamos duplicar la integral de cero a infinito, esto es

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} 2 \int_{y=0}^{y=+\infty} Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dv$$

$Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ es demasiado complicada, así que la integral con respecto de "y" la resolvemos numéricamente, mediante integración gaussiana

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \sigma_0 + \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{x_1}^{x_2} T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \delta\sigma(\mathbf{r}') dv \quad (102)$$

Una vez que se realizamos la integral en y , la doble integral que resta, la resolvemos igual que en la sección de bobinas horizontales coplanares (ecuación 94), discretizando con prismas de extensión infinita en y . Para discretizar el cuerpo, utilizamos el criterio de que Δz_i sea más burdo con la profundidad y más fino en la superficie (ver figura 38).

VI.7.3 Análisis de la función de sensibilidad en 2D y 3D

Ya en la sección de funciones de sensibilidad para las bobinas horizontales coplanares, discutíamos la importancia de estas funciones, ya que son las que multiplicadas por la perturbación de la conductividad del medio más la conductividad del semi-espacio, nos dan la conductividad aparente que se mide con estas bobinas.

También discutimos que en el análisis unidimensional de McNeill (1980; Fig. 26d) el arreglo de bobinas verticales nos daba menor profundidad de penetración, teniendo su máximo en la superficie.

Debido a que los campos para este arreglo de bobinas tienen una forma mucho más complicada (ver Figura 24), decidimos graficar la función de sensibilidad en 3D de este arreglo, esto es, sin integrar en la dirección de y , ya que la forma que pudiera tener no parece ser tan obvia como en bobinas horizontales. Esto es que graficamos $\frac{|x_2 - x_1|}{\pi} Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ en la superficie ($z = 0$; Fig. 39) y en secciones transversales (Fig. 40a,b,c,d,e).

En la figura 39 se muestra esta función en el plano $x - y$, para $z = 0$. Las distancias están normalizadas con respecto al espaciamiento entre bobinas (a). Es de observar que los valores máximos de la función siempre están cerca de las bobinas, aún cuando éstos sean positivos o negativos. A lo largo de la línea que une a las bobinas, las amplitudes son positivas, lo cuál indica que conductores ahí harán que las mediciones de conductividad aparente aumenten. Sin embargo, si nos alejamos de tal línea, los valores son negativos, indicando que ahí los conductores reducirían el valor de las mediciones de conductividad aparente. En las (Fig. 40a-e) se muestran rebanadas en el plano $x - z$ para diferentes valores de y . Se ve en las secciones a y b que las amplitudes son positivas en la superficie y negativas a profundidad, sin embargo en c , d y e sólo quedan valores negativos y cero.

Como nuestro objetivo es modelar la respuesta en conductividad aparente debida a estructuras bidimensionales, también hicimos el análisis de la función de sensibilidad para estructuras bidimensionales. Esto es, después de realizar la integral numérica de $(-\infty, +\infty)$ de $Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ obtenemos otra función que depende de x y z y que llamamos $T(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Si graficamos $\frac{|x_2 - x_1|}{\pi} T(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, obtenemos la (Fig. 26c).

Si ahora suponemos que la conductividad no varía a lo largo de x (caso de capas, 1D). Al efectuar la integral numérica correspondiente, obtenemos nuevamente la gráfica de McNeill (1980) para el caso de bobinas verticales (fig. 26d).

Comparado con el caso unidimensional tenemos que si

$$\sigma_a = \sigma_0 + \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z_1}^{z_2} \delta\sigma(z) \int_{-\infty}^{\infty} T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx dz,$$

Entonces podemos decir que

$$\frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx = \frac{2}{d} - \frac{4z}{(4z^2 + d^2)^{1/2}} \quad (103)$$

En la figura 26c se gráfica $|x_1 - x_2|/\pi T(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Es de observarse que aquí los valores siempre son positivos a diferencia de $Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Sin embargo estos valores son casi cero en el centro del arreglo de las bobinas. Esto quiere decir que un conductor ahí provocará que la curva de conductividad aparente baje mucho, pero no tanto como para ser negativa. Los conductores cerca de las bobinas y fuera de ellas, siempre harán que aumente la curva de conductividad aparente.

VI.7.4 Respuesta de un modelo complicado

En el presente subcapítulo no se hizo una exploración muy extensa de diferentes tipos de cuerpos, ya que la respuesta de este arreglo se comporta como lo que esperaríamos desde el punto de vista cualitativo. Sin embargo, sí se calculó la respuesta del modelo complicado de la figura 37. En la Fig. 41 se muestra la curva de conductividad aparente para las bobinas verticales coplanares con los espaciamientos de 10, 15, 20, 30, 40, 50, 70 y 100 m. Se observa en la Figura 41 que debido al tercer cuerpo (que es el que aflora), la curva de conductividad aparente de 100 m sufre una flexión importante hacia abajo, exactamente encima del cuerpo, lo cuál significa que también existe sensibilidad muy baja aún cuando no llega a ser negativa entre bobinas. La curva de 10 m sí aumenta encima del cuerpo ya que el ancho de los cuerpos es mayor a la separación entre bobinas. Sin embargo si comparamos las Fig. 37 y 41 se observa que la respuesta de las bobinas horizontales se flexiona más y la de las bobinas verticales menos, para los cuerpos que se hallan a 50 m de profundidad y se flexiona aún más para el cuerpo que aflora. Esto nos indica que las bobinas horizontales tienen más sensibilidad a los cuerpos profundos y las bobinas verticales a los cuerpos cercanos a la superficie. O sea que las bobinas horizontales tienen mayor profundidad de penetración.

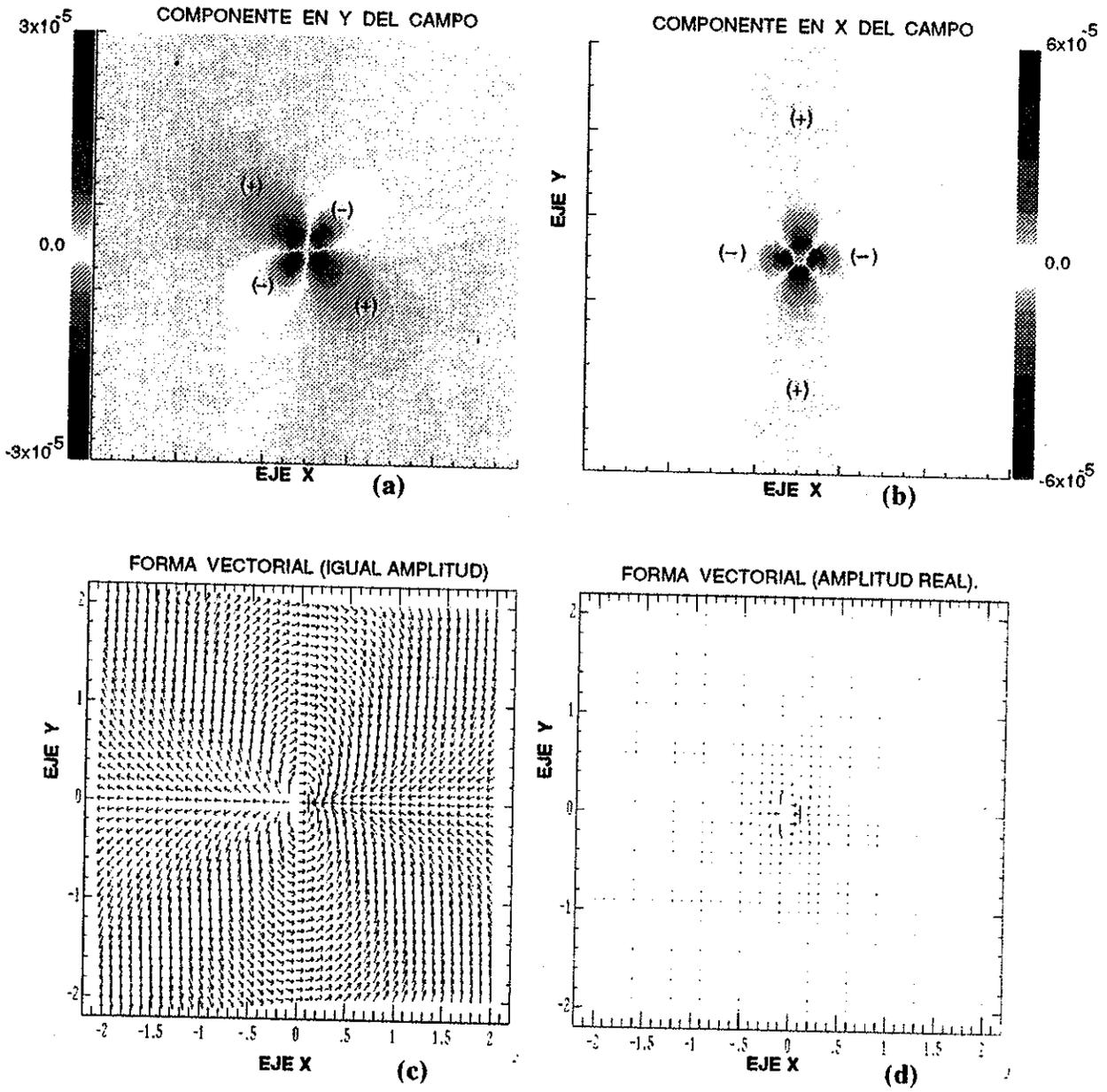


Figura 24.- Campo Eléctrico en la superficie de la tierra debido a un dipolo magnético horizontal.

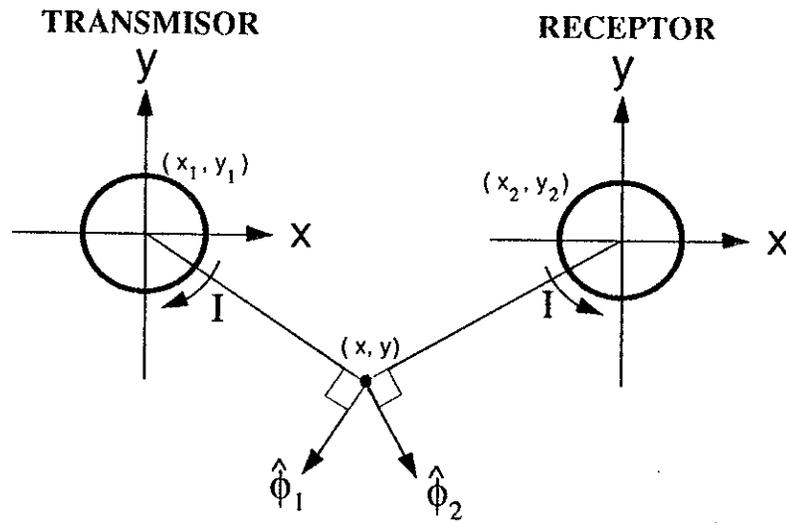


Figura 25.- Producto punto entre los campos eléctricos de dos dipolos magnéticos verticales.

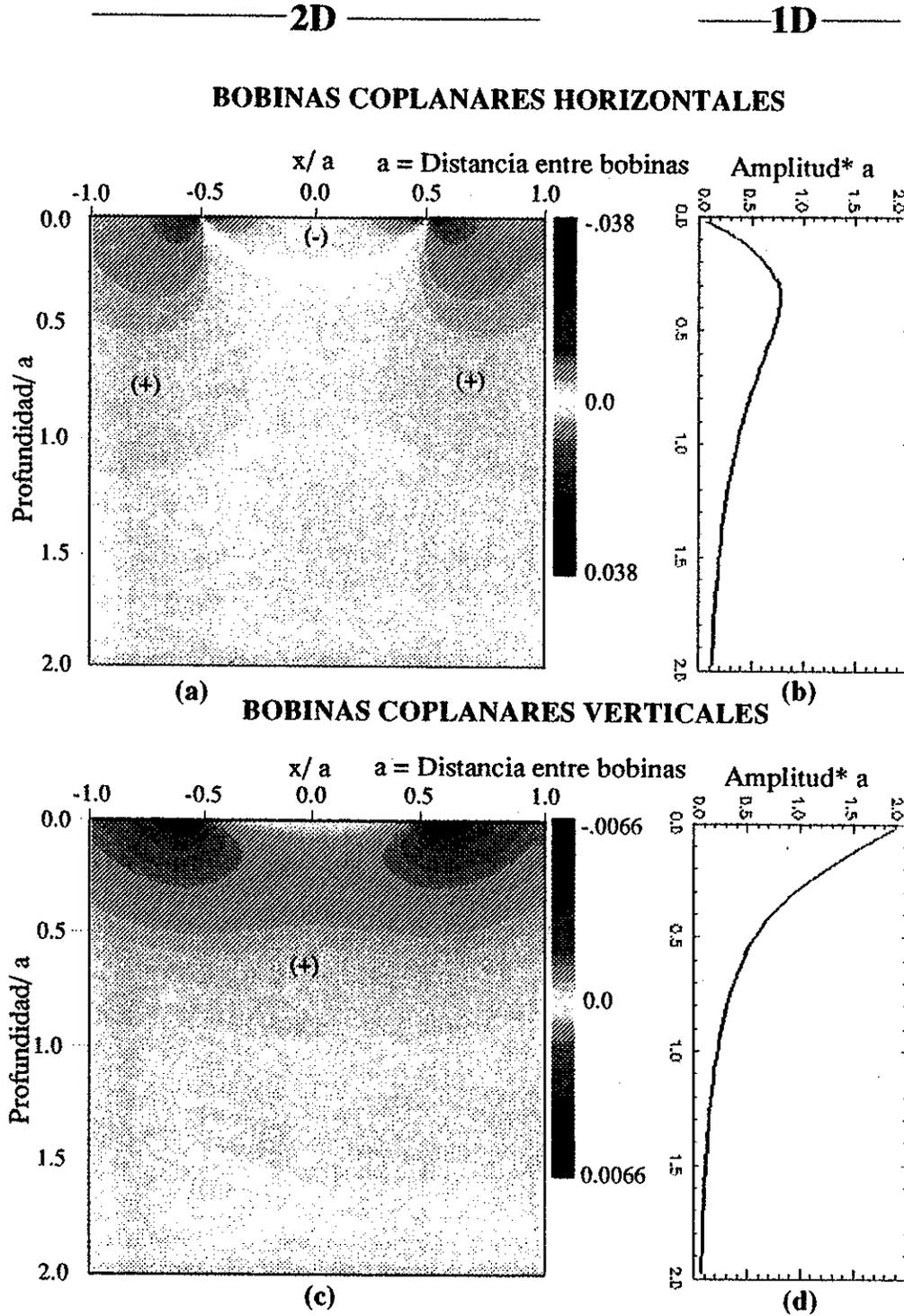


Figura 26.- Funciones de peso para bobinas que operan en bajos números de inducción.

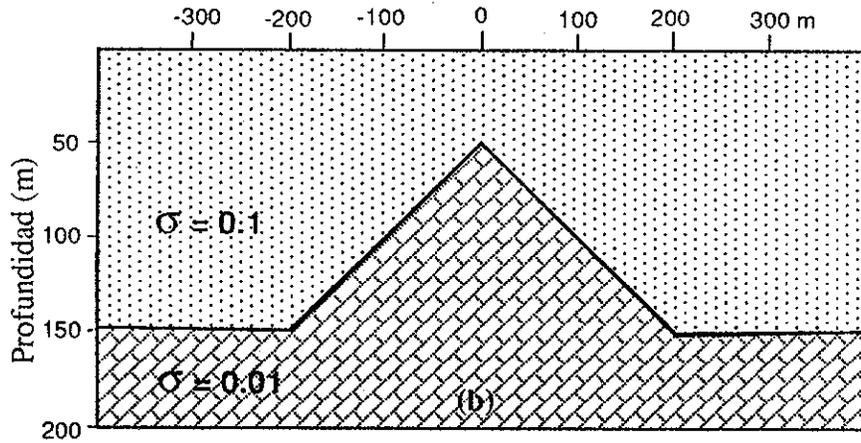
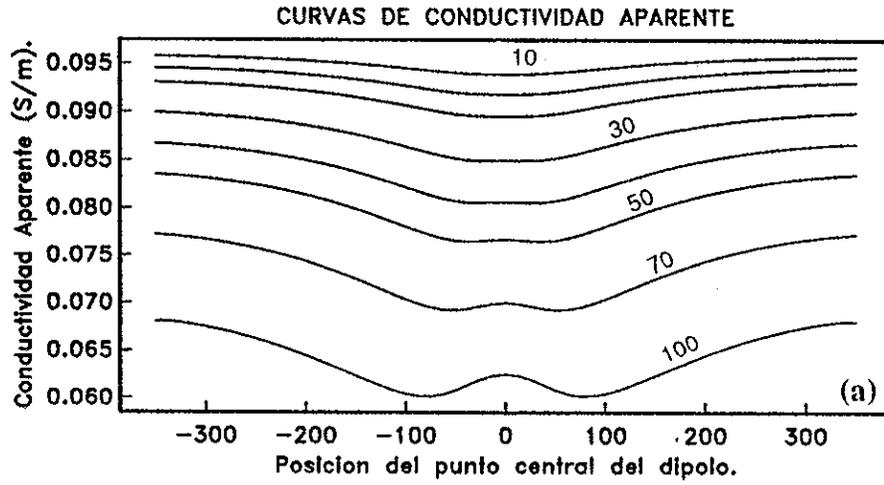


Figura 27.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.

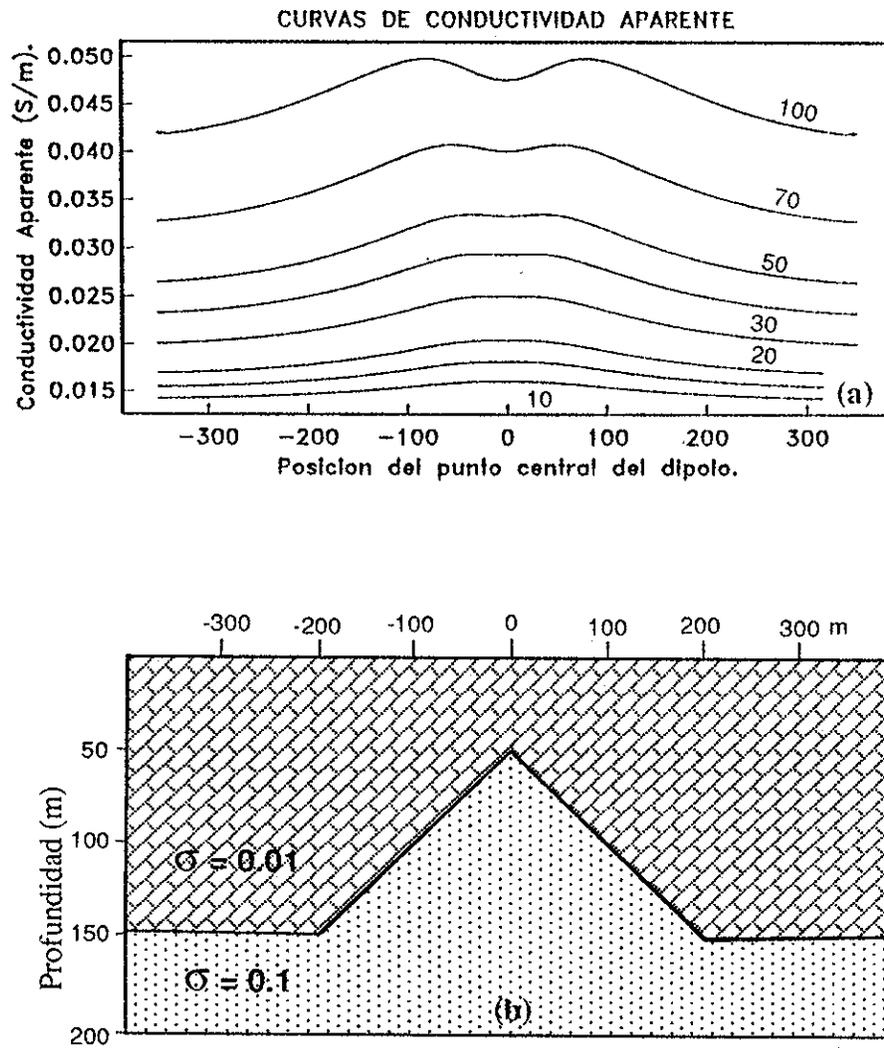


Figura 28.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.

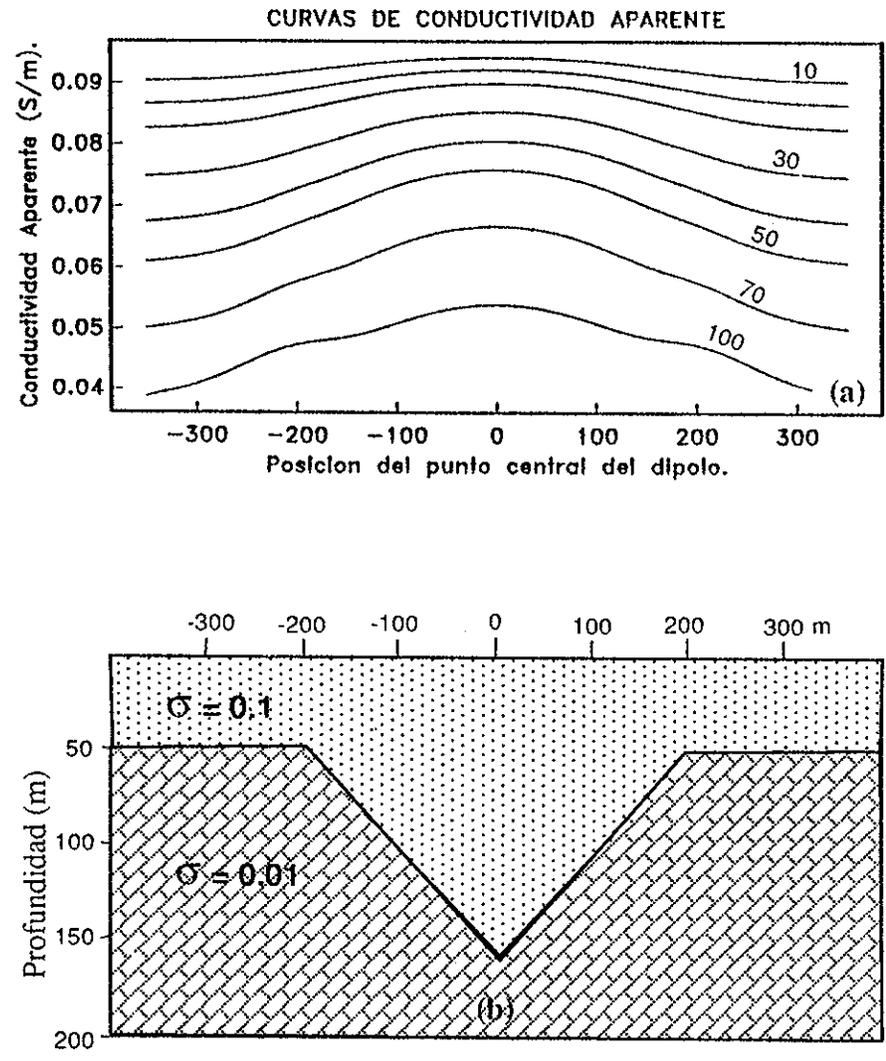


Figura 29.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.

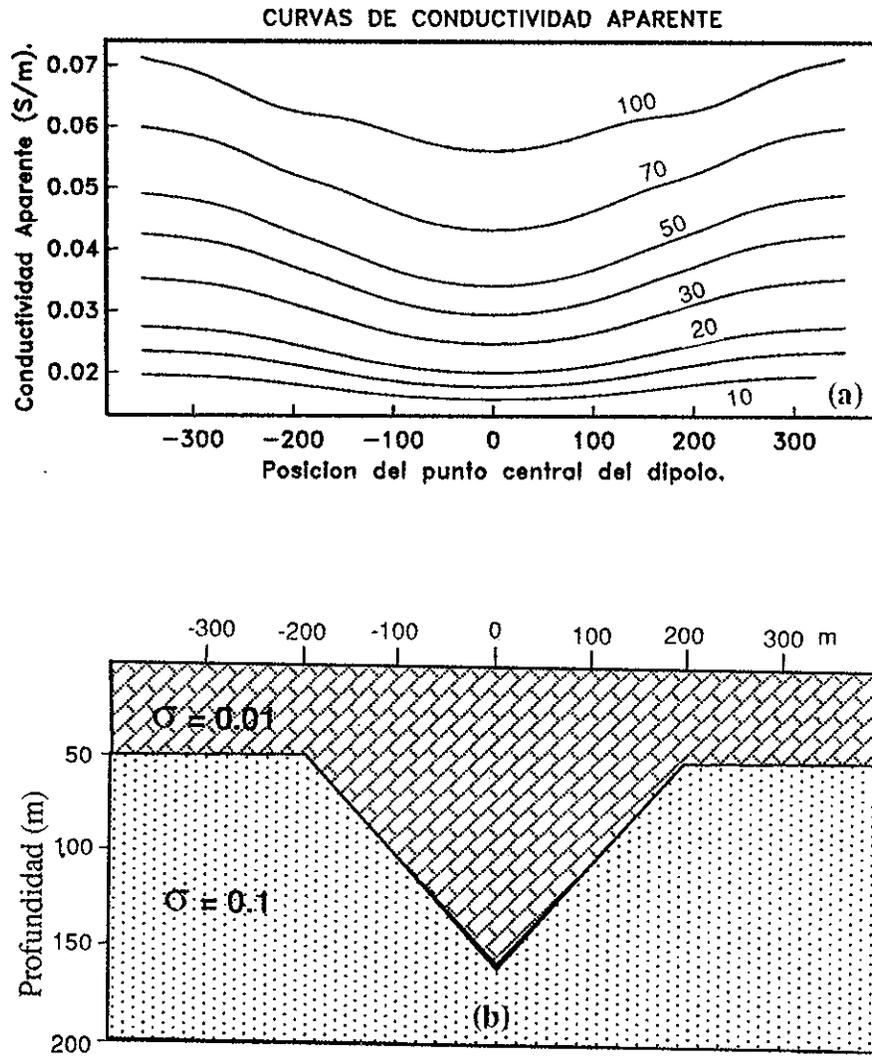


Figura 30.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamientos. (b) Modelo geoelectrico.

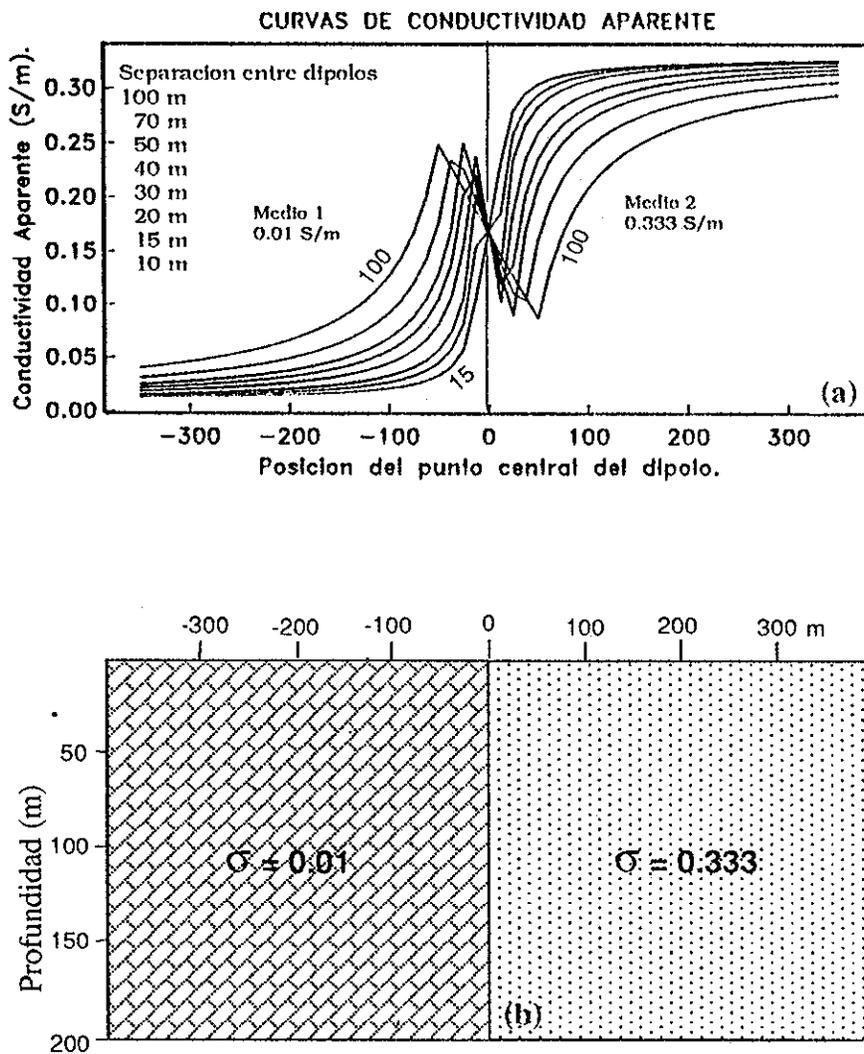


Figura 31.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamientos. (b) Modelo geoelectrico.

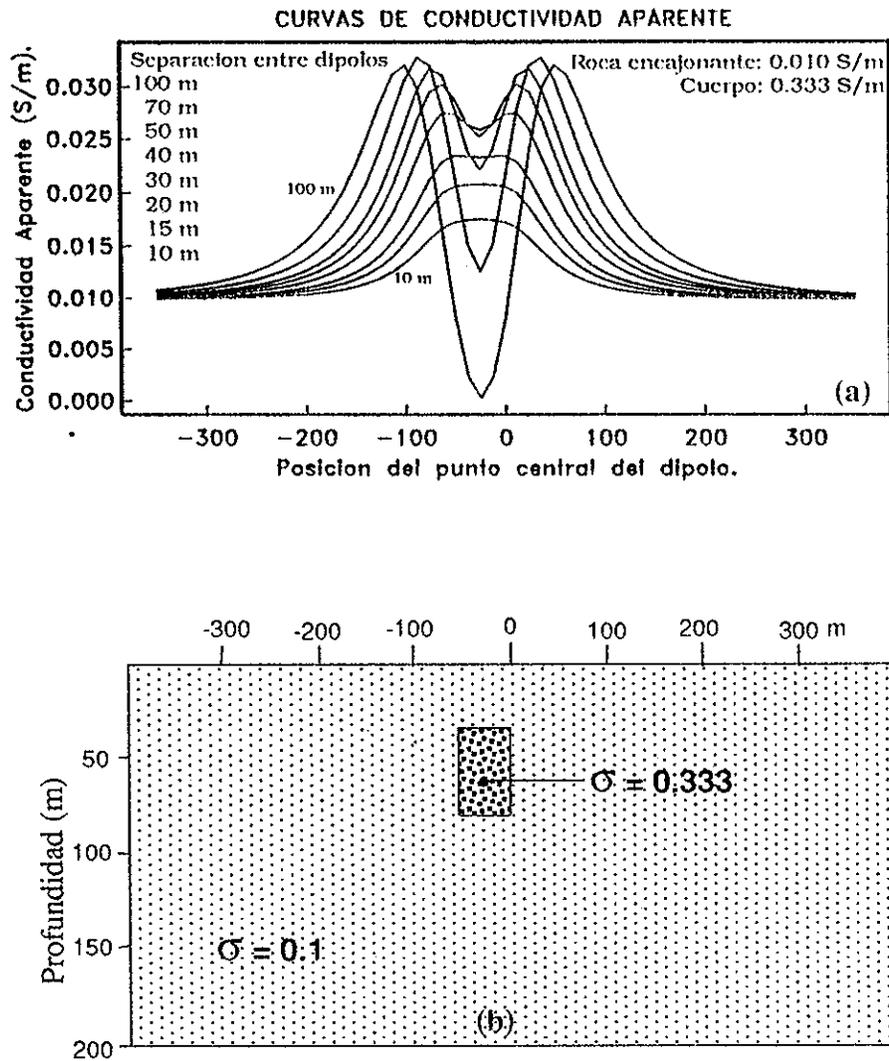


Figura 32.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.

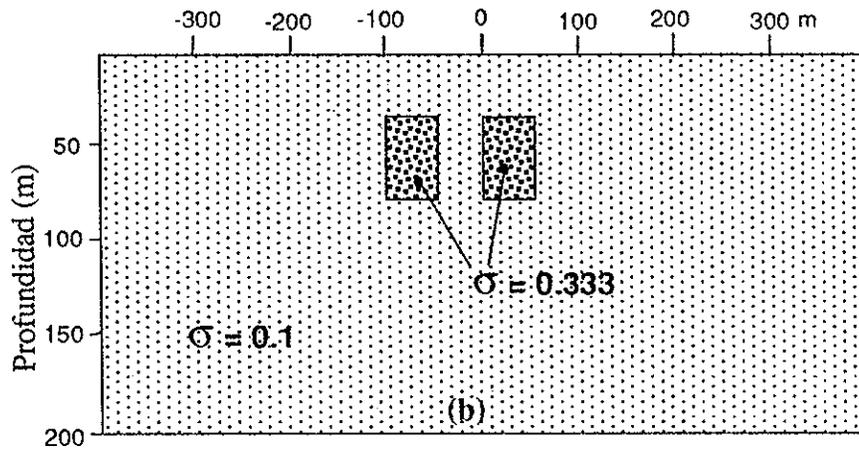
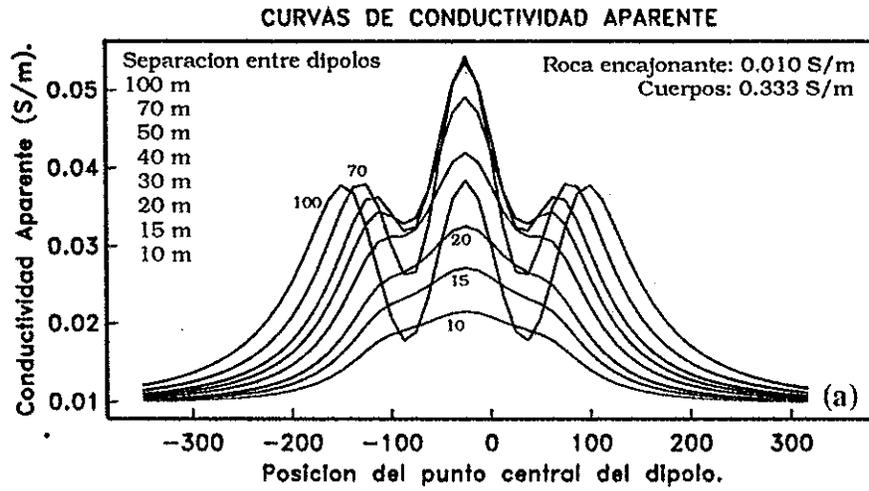


Figura 33.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamientos. (b) Modelo geoelectrico.

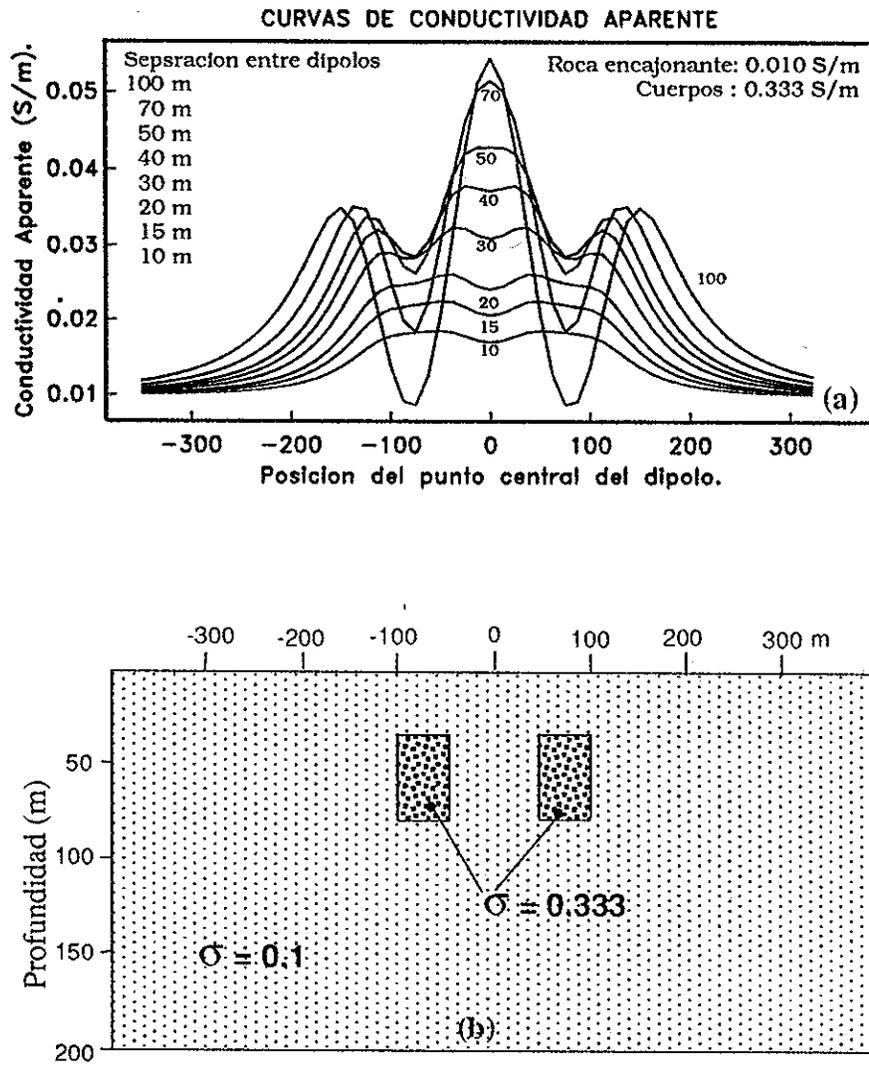


Figura 34.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.

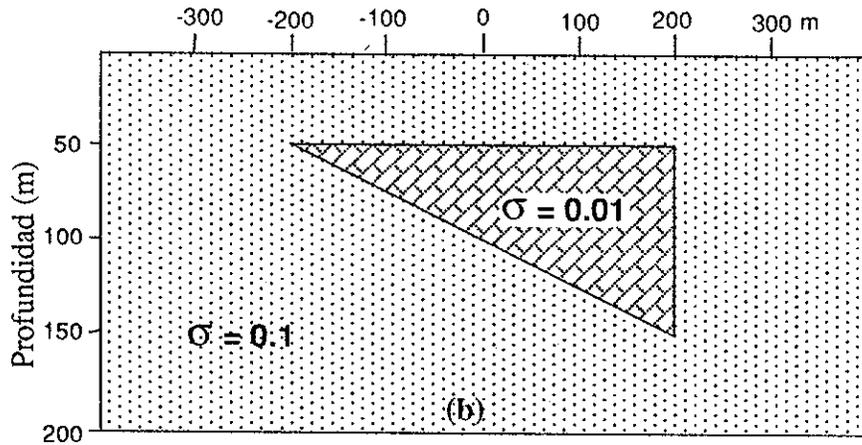
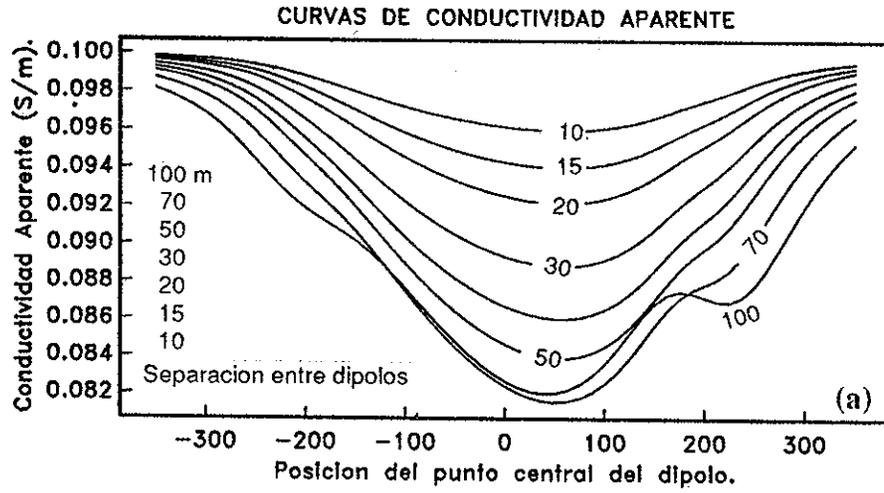


Figura 35.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamientos. (b) Modelo geoelectrico.

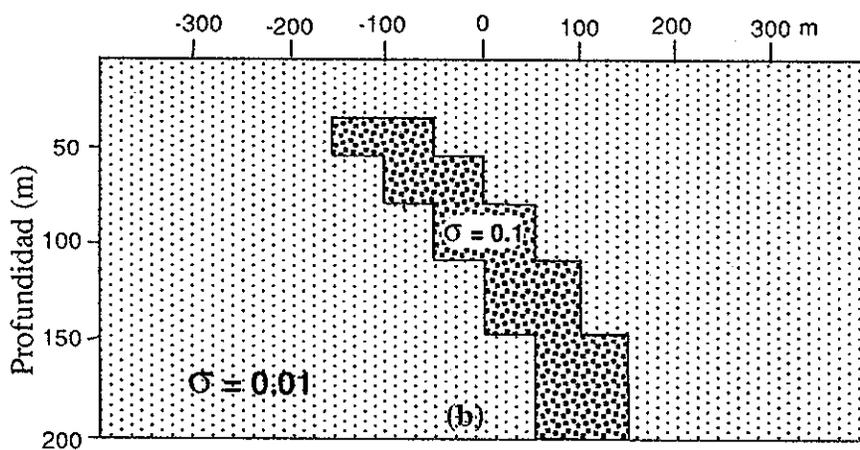
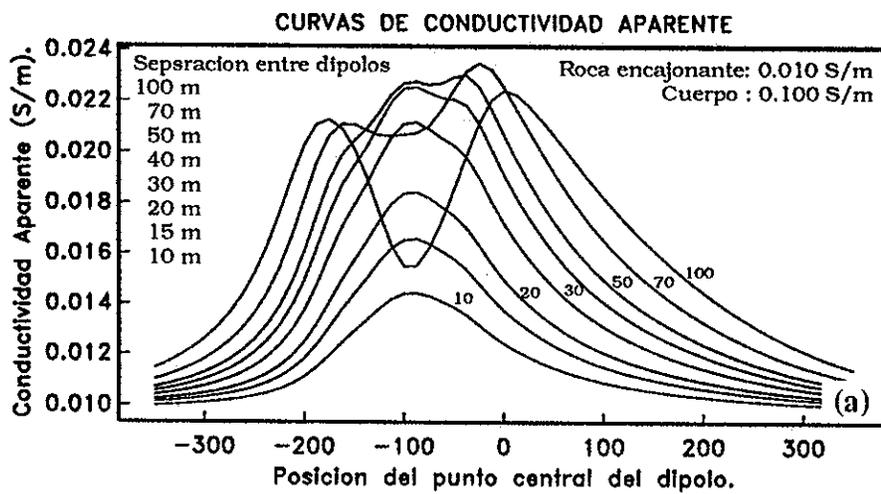


Figura 36.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamentos. (b) Modelo geoelectrico.

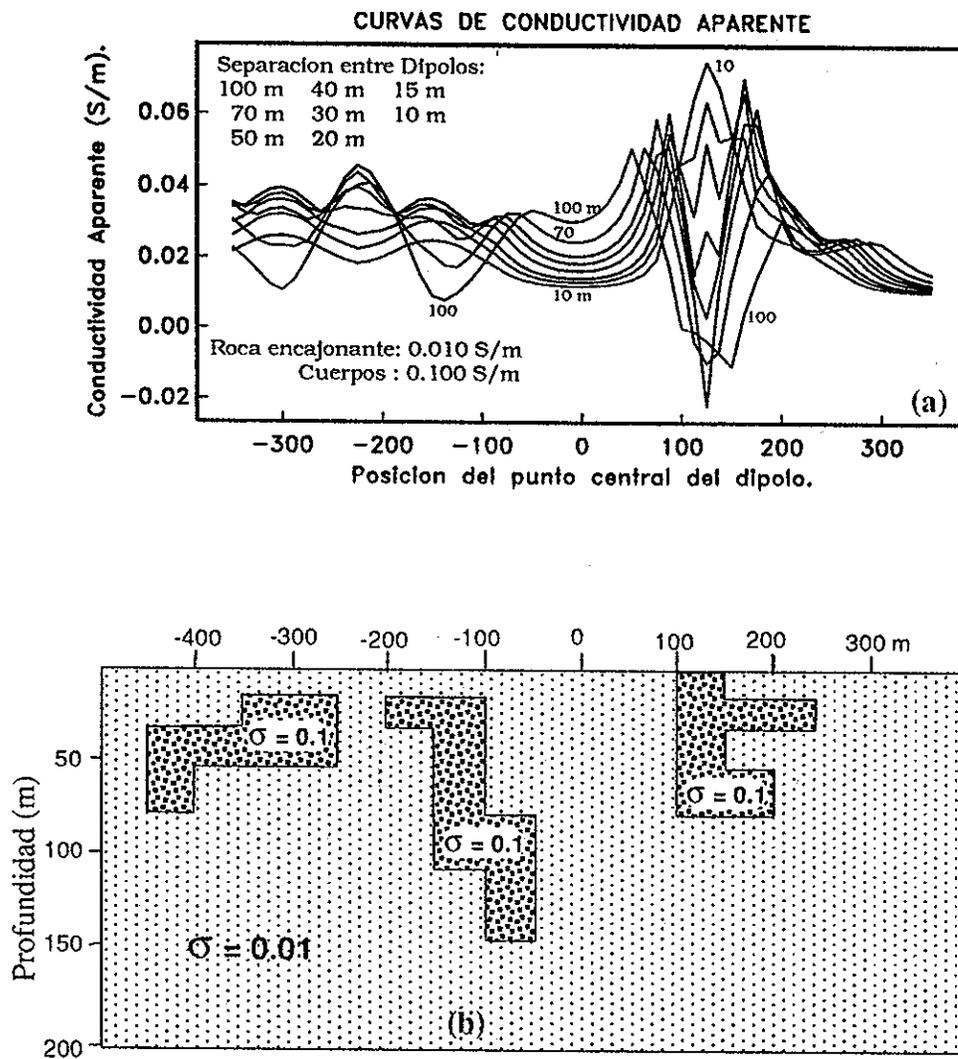
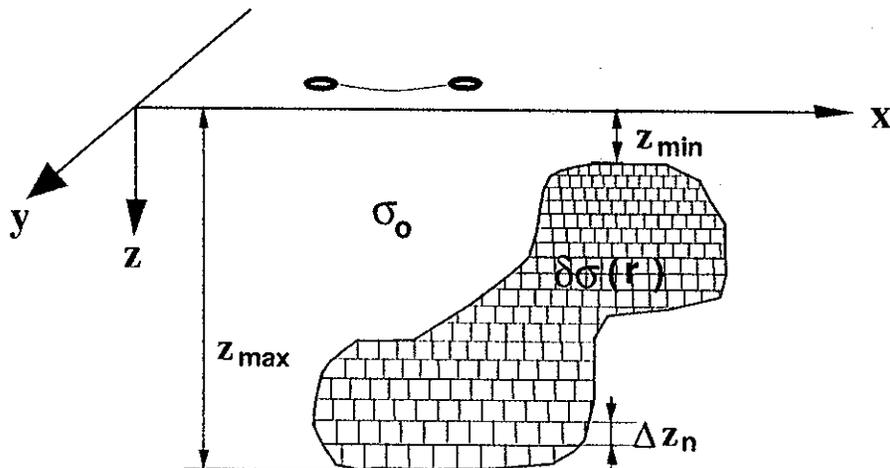


Figura 37.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espacimientos. (b) Modelo geoelectrico.



$$\Delta z_n = (z_{\min} - z_{\max}) \log_{10} \left(\frac{N}{N - 0.9n} \right) \quad (102.5)$$

N número de capas

Δz_n espesor para la capa n

Figura 38.- Discretización de un cuerpo para determinar la conductividad aparente.

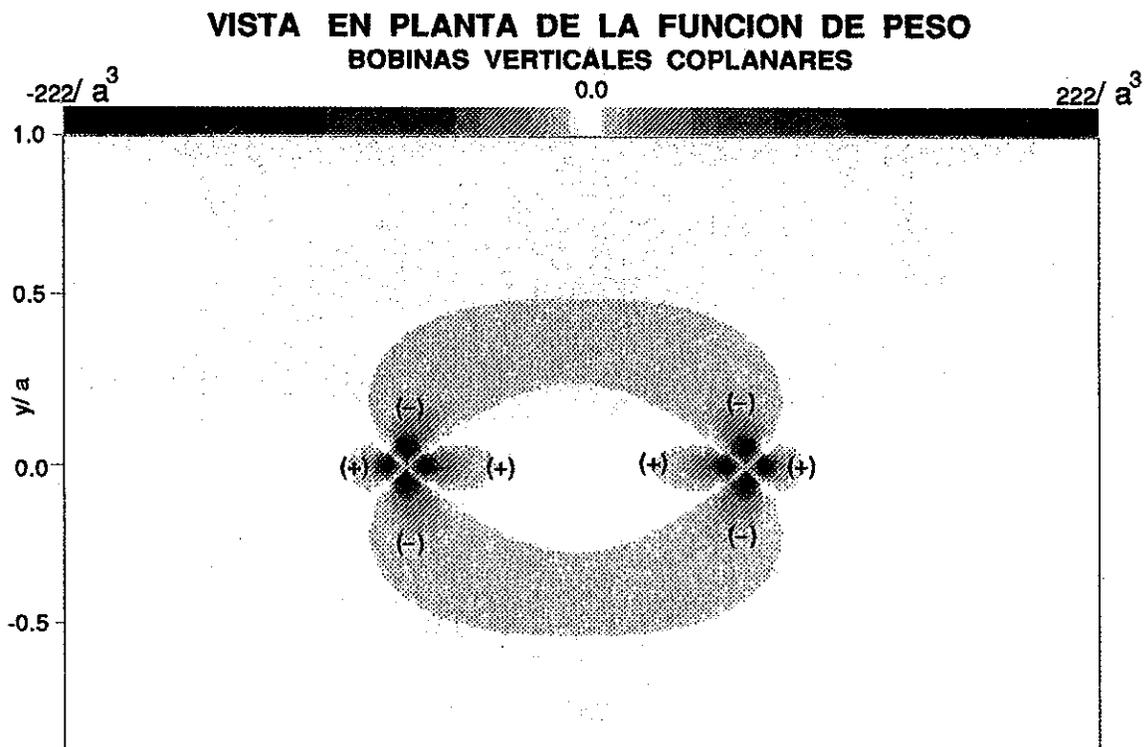


Figura 39.- Vista en planta de la función de peso para bobinas verticales coplanares.

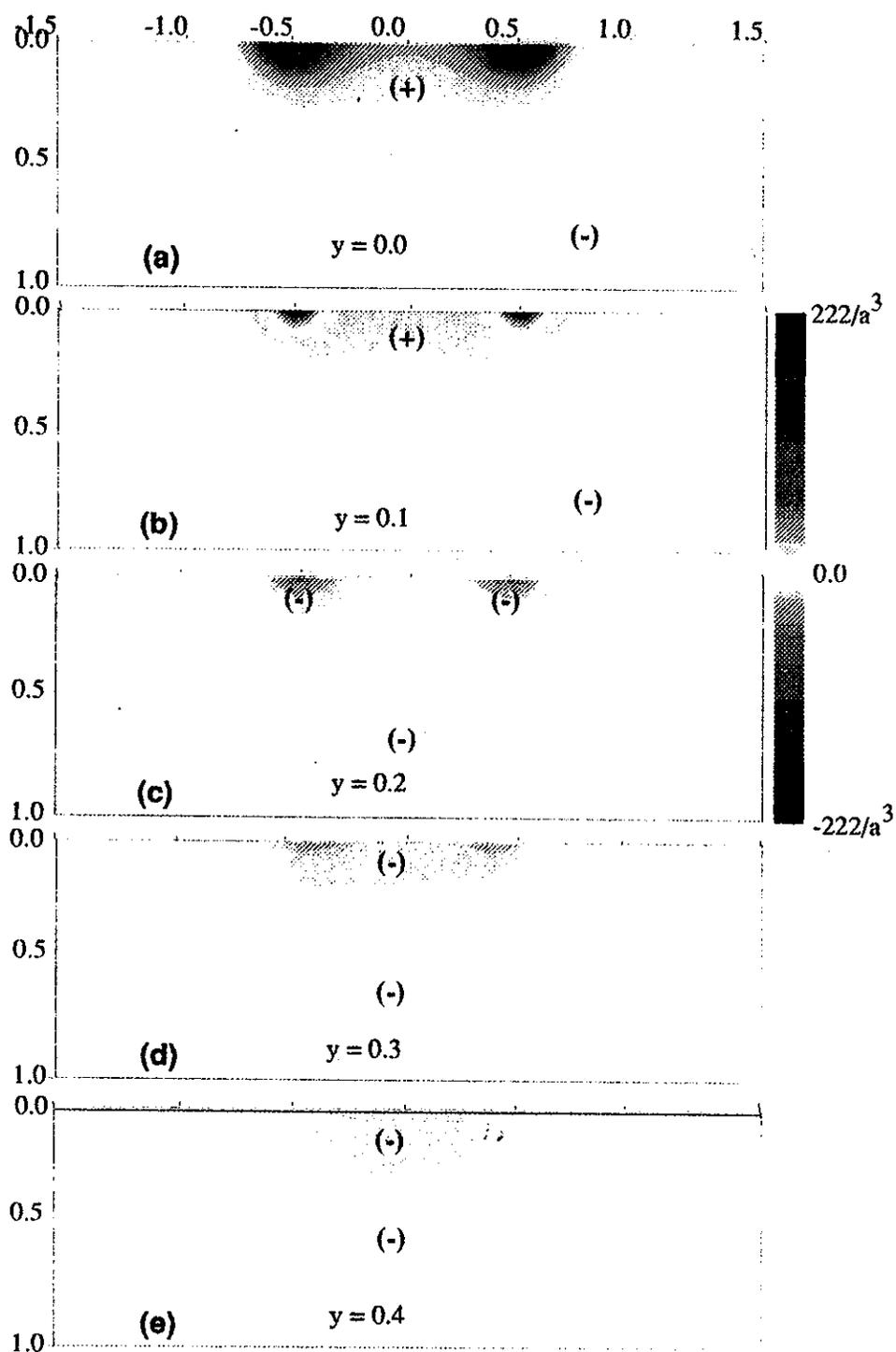


Figura 40.- Secciones transversales de la función de peso para bobinas verticales coplanares.

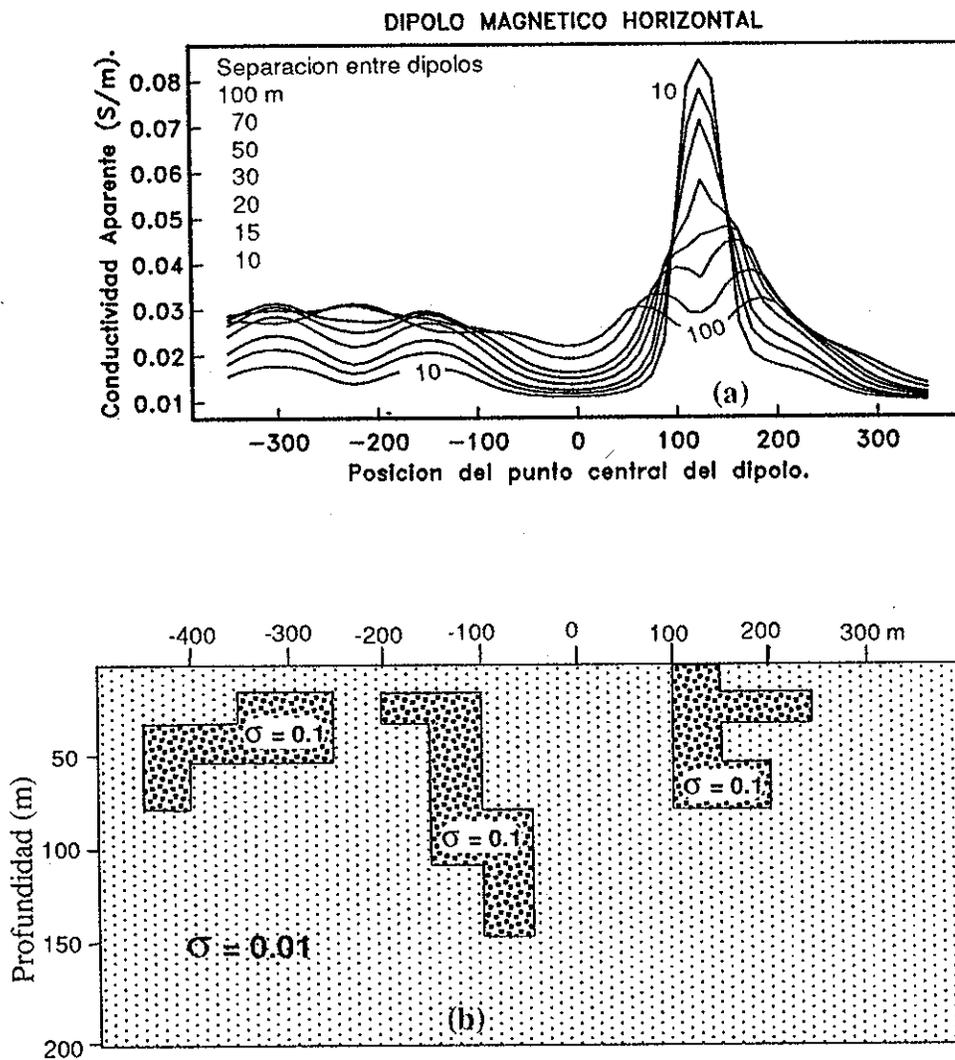


Figura 41.- (a) Curvas de conductividad aparente para bobinas coplanares horizontales a diferentes espaciamientos. (b) Modelo geoelectrico.

VII. METODO PARA INVERTIR MEDICIONES ELECTROMAGNETICAS EN EL LIMITE RESISTIVO

VII.1 Introducción

En los capítulos anteriores se discutió sobre la mejor forma de analizar la zona de influencia de las mediciones electromagnéticas. Una vez hecho esto, se realizó el análisis para el caso de bobinas horizontales en el dominio de la frecuencia y del tiempo. Se comentó también que el modelado de cuerpos anómalos está limitado por la capacidad actual de cómputo, no obstante que en este rubro la tecnología ha avanzado enormemente. Parece que aún durante varios años ninguna máquina será suficiente para hacer modelado numérico para estructuras complejas. Existen buenos acercamientos para 2D y pocos para 3D. Para el problema inverso, es decir, determinar las propiedades geoelectricas a partir de mediciones de los campos, el problema se halla mucho más limitado. En sentido estricto, cualquier algoritmo de inversión requiere de correr muchas veces el directo, en una forma semi-automática, lo cual hace que una corrida de programa tarde varios días. Debido a esto, durante algún tiempo los especialistas estarán interesados en hallar métodos rápidos, aún cuando éstos sean aproximados o sirvan para una banda limitada de frecuencias. En este sentido, el método de inversión aquí propuesto está limitado para una banda de bajas frecuencias (bajos números de inducción), la banda en que trabajan los equipos comerciales como el EM-34, EM-31 y el EM-38. Además se considera una aproximación de bajos contrastes en la conductividad. Hemos observado que esta última restricción no es tan estricta, ya que podemos trabajar con contrastes moderados amén de que podemos controlar el proceso de inversión para que nos de sólo los modelos cuyos contrastes en la conductividades sean moderados. De esta forma nunca violamos la hipótesis inicial de que los contrastes son pequeños. En la tierra la gradualidad es observada en casi todas las propiedades físicas. En el peor de los casos, cuando exista un cambio fuerte justificado, nuestro método nos dará una versión suavizada de la realidad. Cuando no existe algo mejor, aún esto es de gran utilidad.

Los equipos como el EM-34 han sido ampliamente usados para proyección minera y actualmente para geofísica ambiental (difusión de contaminantes, etc), pero siempre en forma cualitativa. Hasta los desarrollos obtenidos por McNeill (1980) se pudo hacer modelado e inversión para una tierra estratificada (1D). Pero dada la complejidad de la geología, esto no es suficiente. Sin embargo, no se ha desarrollado algo mejor desde entonces. Parte del material presentado en este capítulo se puede hallar en Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1992); (1993) y Gómez-Treviño *et al.* (1994a).

VII.2 Ecuación de inversión

Para poder hacer la estimación de la conductividad verdadera del subsuelo a partir de las mediciones (conductividades aparentes), necesitamos hallar una ecuación que relacione ambas conductividades. En esta tesis hemos trabajado con dos ecuaciones que involucran a ambos parámetros; la ecuación de dispersión (ecuación 41) que fue la que usamos para modelado (capítulo VI) y la ecuación obtenida por Gómez-Treviño (1987; ecuación 42), que aún cuando se encuentra en función de los campos, la podemos poner en función de las conductividades aparentes.

En el subcapítulo IV.2 se discutió que en ambas ecuaciones, en el caso de un semi-espacio, ya sea homogéneo o estratificado, su integrando es el mismo. En este método aproximado de inversión, al suponer moderados contrastes en la conductividad, podemos suponer que la función de Green y el campo eléctrico dentro del cuerpo son los debidos a los de un semi-espacio homogéneo. Esto es semejante a usar la primera aproximación de Born para la solución de la ecuación de esparcimiento. Para hacer inversión aproximada, tendríamos que hacer la misma aproximación ya sea para la ecuación 41 o 42. Para modelado aproximado, la ecuación de esparcimiento es muy conveniente. Sin embargo, para inversión la ecuación 42 es mejor, ya que relaciona directamente la conductividad del subsuelo con los campos que se miden. En cambio la ecuación de esparcimiento relaciona la perturbación de la

conductividad con la perturbación de los campos. En geofísica se miden campos, no perturbaciones de los campos respecto a un valor medio. Así que usaremos la ecuación 42 para obtener la ecuación de inversión.

Con estas consideraciones, la función de Green la podemos expresar como el campo eléctrico debido a un dipolo magnético de momento unitario mediante el principio de reciprocidad. Procederemos en forma similar a lo que se hizo con la ecuación de esparcimiento en el subcapítulo VI.6. En el Apéndice C se obtiene que

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{M_B} \int_V \frac{\mathbf{E}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{-i\omega m_B} \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') dV \quad (105)$$

Ya vimos que en el límite resistivo el campo eléctrico es independiente de la conductividad, que sólo existe la componente imaginaria y que la misma depende linealmente de la frecuencia (ver ecuación 59). El campo es de la forma $E_\phi(\mathbf{r}) = iq(\mathbf{r})\omega$. El campo magnético asociado con este campo eléctrico sí depende de la conductividad, es imaginario y se relaciona linealmente con la frecuencia, esto es

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = iq(\mathbf{r}, \sigma)\omega$$

Entonces en el límite resistivo

$$M_B = \frac{\omega}{iq(\mathbf{r}, \sigma)\omega} \cdot iq(\mathbf{r}, \sigma)\omega = 1 \quad (106)$$

La expresión de la conductividad aparente en el límite resistivo (Esparza y Gómez-Treviño, 1987) se expresa de acuerdo a la ecuación 70. De esta forma la expresión (105) en términos de la conductividad aparente se reduce a

$$\sigma_a(\mathbf{r}) = \frac{p'}{-i\omega m_B} \int_V \mathbf{E}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') dV \quad (107)$$

Esta es la expresión que usaremos para inversión. Conocemos $\sigma_a(\mathbf{r})$, calculamos $\mathbf{E}(\mathbf{r}')$ y $\mathbf{E}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ para un semi-espacio homogéneo y podemos obtener $\sigma(\mathbf{r}')$ por algún método de inversión.

Estos campos son los mismos que usamos en la ecuación de dispersión para estructuras bidimensionales (ecuación es 91 y 100) en el capítulo de modelado. Entonces

$$\sigma_a^H(x, 0) = \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z=0}^{z=+\infty} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \Re(c, p, \mathbf{r}) \sigma(\mathbf{r}') dx dz \quad (108)$$

Esta es la conductividad aparente debida a estructuras bidimensionales con el arreglo de bobinas horizontales coplanares. $\Re(c, p, \mathbf{r})$ está dada por las ecuaciones 88, 89 y 90. La diferencia con la ecuación de dispersión es que aquí debemos integrar a lo largo de todo el semi-plano $x - z$.

Para el arreglo de bobinas verticales coplanares, la expresión de la conductividad aparente es

$$\sigma_a^V(x, h) = \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z=0}^{z=+\infty} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \sigma(\mathbf{r}') dx dz \quad (109)$$

donde

$$T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{y=-\infty}^{y=+\infty} Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dy$$

$Q(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ esta dada por la ecuación (99).

De las ecuaciones (108) y (109) podemos ver que si medimos sobre un semi-espacio homogéneo, entonces $\sigma(\mathbf{r}') = \sigma_0$ es una constante que sale de la integral, y por tanto lo que medimos debe ser la conductividad del semi-espacio, esto es

$$\sigma_a^H(x, 0) = \sigma_0 = \sigma_a^V(x, b) .$$

Para que esto suceda se requiere que

$$\frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} \mathfrak{R}(c, p, \mathbf{r}) dx dz = 1$$

.

$$\text{y que } \frac{|x_2 - x_1|}{\pi} \int_{z=0}^{z=\infty} \int_{x=-\infty}^{x=+\infty} T(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx dz = 1 . \quad (110)$$

$\mathfrak{R}(c, p, \mathbf{r})$ y $T(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ son las funciones de sensibilidad o, en nuestro caso, funciones de peso de cada arreglo (Fig. 26a y c) . El resultado de la ecuación (110) es muy importante ya que es un indicador, de que tan bien se hizo la integración numérica. Si no se hace una correcta discretización del semi-espacio, la integral es diferente de uno. Es un criterio que nos ayuda a construir una malla de discretización adecuada.

Para la discretización del subsuelo utilizamos el criterio logarítmico. Es decir, más fino cerca de la superficie y más grueso a profundidad (ver figura 38). Para efectos de inversión, cada prisma de extensión infinita en y tiene conductividad uniforme y supondremos que tal conductividad no la conocemos. A partir de las mediciones de conductividad aparente, hallaremos por algún método de estimación numérica, la óptima combinación de conductividades para estos prismas tal que reproduzcan las observaciones. Esto quiere decir que tendremos tantas incógnitas como prismas. Si hacemos muy fina la rejilla tendremos

muchas incógnitas, el problema inverso estará muy mal condicionado debido a que nunca tendremos suficiente resolución para prismas tan pequeños (sobre todo los profundos). Así que trataremos de usar la menor cantidad de prismas pero que sean suficientes.

Otro problema es que las integrales de área de las funciones $\mathfrak{R}(c, p, \mathbf{r})$ y $T(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ sólo alcanzan el valor exacto de 1 cuando discretizamos el semi-espacio completo. Desde el punto de vista práctico no podremos obtener exactamente la unidad, pero 0.98 o 0.99 sería suficiente considerando la incertidumbre en los datos. Sin embargo, en casos de estructuras cuyo contraste es muy pequeño y donde las mediciones sólo muestran una pequeñísima deflexión alrededor de un valor promedio, en estos casos la exactitud de la integral marca la diferencia entre éxito o fracaso en la detección. Para obtener 0.98 en la integral, las curvas en 1D de McNeill (1980) nos dicen que nos debemos extender 25 veces el mayor espaciamiento que vayamos a usar. Si vamos a usar 40 m de separación, entonces debemos extender la rejilla de discretización hasta 1000 m de profundidad. Por eso es que la discretización con criterio logarítmico es muy importante con el fin de usar prismas más gruesos a profundidad.

VII.3 Método de inversión

Las ecuaciones (108) y (109), se pueden plantear como un sistema de ecuaciones lineales de la forma

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X}$$

donde:

\mathbf{Y} es el vector de observaciones. Está formado por las columnas de datos σ_a^V y σ_a^H .

\mathbf{A} es la matriz de pesos. Está formada por las funciones de peso T y \mathfrak{R} respectivamente.

\mathbf{X} es el vector de incógnitas. Está constituido por las conductividades de todos los prismas con los que fué discretizado el semi-espacio.

Para determinar el vector incógnita (conductividad verdadera) a partir del vector de observaciones (conductividades aparentes) y de la matriz de pesos, se utilizó el método de programación cuadrática, adaptado según se explicará más adelante. El método consiste básicamente en minimizar una función objetivo que consiste en la norma cuadrática de los residuales, sujeta a límites inferior y superior en la conductividad verdadera. Esto es,

Minimizar

$$F(\mathbf{X}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y} - \mathbf{A}\mathbf{X}\|^2 \quad (111)$$

sujeta a

$$\mathbf{X}_l \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_u$$

Esto quiere decir que buscará una solución para (\mathbf{X}) , tal que el cuadrado de los residuales sea mínimo, pero que a la vez la solución no salga de ciertos límites superiores o inferiores que nosotros le establecemos. Esto es que le podemos establecer límites a las conductividades del sub-suelo.

El método es semejante a mínimos cuadrados, con la diferencia que podemos acotar las incógnitas como en programación lineal. El método traza una zona de factibilidad impuesta por las cotas. El método tratará de hallar el mínimo dentro de esta zona. Cuando el mínimo absoluto se halla en esta región, se trata de una solución óptima. Si el mínimo absoluto está fuera, se trata de un mínimo en un punto de la frontera de la zona de factibilidad. Con los límites impuestos por nosotros a las incógnitas. La zona factible es en realidad el interior de

un hiperpoliedro con tantas aristas como incógnitas sean. Dentro del hiperpoliedro se debe cumplir que la función por minimizar sea convexa. Se requiere de una solución inicial arbitraria, pero que esté en la zona factible, por lo regular se le asigna una arista del hiperpoliedro. Después, mediante un proceso de descenso pronunciado avanza iterativamente hacia el punto donde la función objetivo es mínima, sin necesidad de calcular la matriz A cada vez (Gill *et al.*, 1986). Cuando no especificamos límites a los parámetros, se supone que los límites son $(-\infty, \infty)$ y esto es equivalente a mínimos cuadrados convencionales.

La minimización de la ecuación (111) también se puede representar como:

(112)

$$F(\mathbf{X}) = \mathbf{C}^T \mathbf{X} + \frac{1}{2} \mathbf{X}^T \mathbf{S} \mathbf{X}$$

sujeto a

$$\mathbf{X}_l \leq \mathbf{X} \leq \mathbf{X}_u \quad ,$$

donde

$$\mathbf{C}^T = -(\mathbf{A}^T \mathbf{Y})^T$$

$$\text{y } \mathbf{S} = \mathbf{A}^T \mathbf{A} \quad (\text{Matriz Hessiana}) \quad .$$

La Hessiana es una matriz simétrica. El término $\mathbf{Y}^T \mathbf{Y}$ se omite, ya que al efectuar la derivada de $F(\mathbf{X})$ con respecto a \mathbf{X} , este término desaparece.

Existen variaciones de la técnica que hacen más eficiente la minimización. Por ejemplo, se puede calcular la matriz inversa de \mathbf{S} por descomposición de Cholesky. Existen programas estándar que aplican programación cuadrática para resolver sistemas de ecuaciones. Nosotros usamos el de Gill *et al.* (1986) que trabaja con la ecuación (112).

Con el objetivo de darle mayor importancia a las observaciones con menor error, hacemos

$$\mathbf{A}' = \mathbf{U}\mathbf{A}$$

y $\mathbf{Y}' = \mathbf{U}\mathbf{Y}$, (113)

donde

$$U_{ii} = \frac{1}{e_i} \quad e_i = \text{error en la observación } i\text{-ésima.}$$

Ejemplo. Si medimos una resistividad aparente de $100 \Omega - \text{m}$ y estimamos un error del 5%, entonces $e = 5\Omega - \text{m}$.

Para poder estabilizar el proceso de inversión se acostumbra sumarle a la Hessiana el término $\beta\mathbf{I}$. Pero el valor óptimo de este parámetro depende de la geometría de las observaciones, de la rejilla de discretización, de las observaciones y de su nivel de error. Por lo tanto, no existe un valor, ni siquiera un rango óptimo para todos los problemas. Para reducir esta incertidumbre, procuraremos que la diagonal de la Hessiana sea unitaria, para que ya normalizada $\beta\mathbf{I}$ actúa sobre la diagonal y el rango de variación de β disminuya. Esto lo logramos haciendo

$$\mathbf{Y}' = \mathbf{A}'\mathbf{V}\mathbf{V}^{-1}\mathbf{X} \quad ,$$

es decir

$$\mathbf{A}'' = \mathbf{A}'\mathbf{V}$$

$$\text{y } \mathbf{X}' = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{X} \quad ,$$

$$\text{donde } V_{ii} = \frac{1}{\sum_{j=1}^n A_{ji}} \quad \text{y } V_{ij} = 0, \quad i \neq j \quad (114)$$

Así, al calcular la Hessiana, su diagonal será unitaria.

Por último, en lugar de estabilizar sumando un $\beta\mathbf{I}$ a la Hessiana, esto es,

$$F(\mathbf{X}') = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y}' - \mathbf{A}''\mathbf{X}'\|^2 + \frac{1}{2} \beta \|\mathbf{X}'\|^2 \quad , \quad (115)$$

lo hacemos mediante

$$F(\mathbf{X}') = \frac{1}{2} \|\mathbf{Y}' - \mathbf{A}''\mathbf{X}'\|^2 + \frac{1}{2} \beta \|\mathbf{D}\mathbf{X}'\|^2 \quad (116)$$

que es equivalente a

$$F(\mathbf{X}') = \mathbf{C}^T\mathbf{X}' + \frac{1}{2} \mathbf{X}'^T \mathbf{S} \mathbf{X}' \quad , \quad (117)$$

donde

$$\mathbf{C}^T = -(\mathbf{A}''^T \mathbf{Y}')^T$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{A}''^T \mathbf{A}'' + \beta \mathbf{D}^T \mathbf{D}$$

\mathbf{D} es una matriz que contiene las derivadas espaciales con respecto a x y con respecto a z de los parámetros.

Una vez planteado el problema al modo de la ecuación (117), podemos usar el algoritmo de Gill *et al.* (1986) para obtener \mathbf{X}' . Pero debemos recordar que $\mathbf{X}' = \mathbf{V}^{-1}\mathbf{X}$. Entonces

$$\mathbf{X} = \mathbf{V}\mathbf{X}' \quad (118)$$

que es la solución a nuestro sistema de ecuaciones original.

VII.4 Modo para construir la matriz \mathbf{D}

Si el producto punto $\mathbf{D}^T\mathbf{D}$ se redujese a \mathbf{I} , entonces se trataría de una regularización convencional. Nosotros escogimos \mathbf{D} de acuerdo a un criterio de minimización de las variaciones espaciales de la conductividad del subsuelo.

La matriz \mathbf{D} contiene las derivadas $\frac{\partial\sigma(r)}{\partial x}$ y $\frac{\partial\sigma(r)}{\partial z}$. Estas se calculan numéricamente aproximando la derivada mediante la primera diferencia $\frac{\partial\sigma(r)}{\partial x} \cong \frac{\sigma_j - \sigma_{j-1}}{\Delta x}$ y $\frac{\partial\sigma(r)}{\partial z} \cong \frac{\sigma_j - \sigma_{j-1}}{\Delta z}$.

Al minimizar la función objetivo de la ecuación (116), le pedimos una solución \mathbf{X}' tal que los residuales sean mínimos, y además que la norma de las derivadas o variaciones de la conductividad sea mínima. Esto hace que las conductividades de los prismas contiguos no varíe más de lo necesario. Es decir, que le pedimos una solución donde la función de la conductividad $\sigma(x, z)$ sea más o menos suave y además que su respuesta ajuste a los datos según el compromiso indicado en la ecuación (116). Esto tiene cierto criterio geológico, ya que difícilmente hallaremos en la naturaleza contrastes muy fuertes en las propiedades físicas de las rocas. Desde el punto de vista de la génesis de las rocas, aún cuando haya intrusivos o alteraciones hidrotermales dentro del subsuelo, casi siempre hay una zona de transición de la roca sana a la roca alterada. En el caso de un cambio brusco en las propiedades, la solución será una versión suavizada de lo real. De cualquier manera con o sin derivada, lo que obtengamos estará suavizado, ya que el método de mínimos cuadrados también suaviza.

Sin el término de la derivada el proceso nos entregará una solución con los parámetros acotados, pero con variaciones relativamente fuertes en $\sigma(x, z)$. El criterio de suavizamiento mediante $\mathbf{D}^T\mathbf{D}$ es consistente con la suposición de que la conductividad del medio $\sigma(x, z)$ no es demasiado diferente de la conductividad del semi-espacio promedio. Por ejemplo, de la figura 43, σ_5 no debe ser muy diferente de σ_2 en la dirección de z y no muy diferente de σ_4 y σ_6 en la dirección de x . Considerando que la distancia entre los centros de los prismas es casi la misma podemos tomar Δx como una unidad de separación. Para esta tesis estamos considerando que la separación Δx es casi igual a Δz_i . En prismas adyacentes esta aproximación es buena. Si considerásemos prismas más retirados (segunda derivada), seguramente esta aproximación produciría un efecto de mayor suavizamiento en donde los prismas son más cortos.

Siguiendo con el ejemplo de la figura 43,

$$\beta \mathbf{D}\mathbf{X} = \beta \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix}$$

Las primeras cuatro filas de \mathbf{D} corresponden a las derivadas de la conductividad con respecto a x y las 3 últimas corresponden a las derivadas con respecto a z .

El minimizar $\beta \|\mathbf{D}\mathbf{X}\|^2$, equivale a minimizar $\beta \mathbf{X}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{X}$, donde $\beta \mathbf{D}^T \mathbf{D}$ se convierte en una matriz simétrica que de acuerdo a la ecuación (117) se suma a otra matriz simétrica $\mathbf{A}''^T \mathbf{A}''$, dando otra matriz simétrica \mathbf{S} , que es lo que finalmente se invierte.

En la medida que β aumenta, el proceso de inversión le da mayor importancia a la minimización de la variación espacial, que a los residuales. Esto hace que al aumentar β , se obtenga una solución más suave pero cuyos residuales no son tan pequeños. Si le damos un β casi cero o cero el proceso sólo minimiza los residuales, obteniendo una solución con contrastes fuertes en $\sigma(x, z)$ y que puede ajustar demasiado a los datos. Sin embargo, tampoco β debe ser muy grande, ya que se perderían muchos detalles geológicos importantes. De ahí que recomendamos obtener varias imágenes de $\sigma(x, z)$ para diferentes valores de β .

En general resultaría muy problemático establecer un criterio para obtener el rango del β óptimo, pero gracias a que la diagonal de $\mathbf{A}''^T \mathbf{A}''$ es unitaria, el problema es relativamente menor. De nuestra experiencia, hemos visto que valores de 10^{-5} , 10^{-4} en β nos dan bastante detalle de $\sigma(x, z)$ y residuales muy bajos. Un valor de 10^{-3} nos gusta más, ya que desaparecen algunos detalles pequeños, que pudieran no existir y los residuales aún tienen un valor relativamente aceptable. Valores de β de 10^{-2} y 10^{-1} nos suavizan mucho y perdemos información geológica de $\sigma(x, z)$ que sí puede existir. Nosotros procuramos usar valores de β de 10^{-2} , 10^{-3} y 10^{-4} para contrastar las diferentes $\sigma(x, z)$. Los rasgos que persisten en todas estas imágenes del subsuelo, nos indican que son los más probables de existir, mientras que los rasgos que desaparecen, nos indican que no son tan importantes en el ajuste de los datos y quizá podrían no existir. Simplemente, tienen menor probabilidad de existir. De una forma más simple, se recomienda obtener tres imágenes, las de $\beta = 10^{-3}$, 10^{-2} y 10^{-1} y de ellas tomar como rasgos seguros los que persisten en las tres imágenes y los rasgos que desaparecen con el suavizamiento, tomarlos con reservas.

La construcción de la matriz \mathbf{D} puede resultar muy complicada si no se hace una discretización adecuada del medio. En el ejemplo de la figura 43, resulta sencillo, ya que cada prisma queda completamente encima del otro prisma y así las relaciones de correspondencia

son fáciles. Más difícil sería si los bloques quedaran como los tabiques de una casa (intercalados) y más difícil aún, si quedaran intercalados y los bloques fuesen de diferente tamaño.

En la figura 42 se muestra el tipo de discretización utilizada. La longitud vertical de cada hilera de prismas se mantiene igual, pero es diferente a la longitud vertical de la hilera inmediatamente de abajo. Es decir, que cumplimos con el criterio de que resolvemos estructura fina cerca de la superficie y más gruesa a profundidad y al mismo tiempo permitimos que las relaciones entre las derivadas sean simples y por lo tanto la construcción de la matriz \mathbf{D} . Esto nos permitió hacer un programa que construye automáticamente una rejilla de discretización, y dentro del algoritmo de inversión construir automáticamente \mathbf{D} , restando darle interactivamente uno o varios valores de β .

A la minimización de las derivadas espaciales de $\sigma(x, z)$ o gradiente de $\sigma(x, z)$ se le ha dado por llamar inversión de Occam o navaja de Occam. Constable *et al.* (1987) y De-Groot and Constable (1992), lo usan para obtener la resistividad en 1D y 2D de observaciones magnetoteléuricas (MT). A la solución que se obtiene se le llama de "mínima estructura", ya que omite los rasgos que no son indispensables para el ajuste de los datos. Existen variaciones de la misma técnica en donde se obtienen soluciones de mínima estructura e intentan un método probabilístico (Bayesiano) para estimar el valor óptimo de β (Akaike, 1980; Uchida, 1993).

VII.5 Pruebas de autoconsistencia

En la presente sección se realizan inversiones de respuestas calculadas utilizando la aproximación de bajos contrastes en conductividad. Esto es, se utiliza la misma aproximación tanto para el problema directo como para el inverso. Esto se requiere como prueba inicial

para comprobar la autoconsistencia del programa de inversión. En la sección siguiente se consideran pruebas más rigurosas en las que se invierten respuestas calculadas sin suponer aproximaciones.

VII.5.1 Modelos simples

Como primer ejemplo aplicamos el esquema de inversión a las respuestas de conductividad aparente de la figura 27a, generadas mediante la ecuación de espaciamiento aproximada (ecuación 91). Debemos obtener el modelo de la figura 27b, donde la cubierta superior tiene una conductividad de $\sigma = 0.1$ y $\sigma = 0.01$ S/m en el basamento. En la figura 44 se muestran los modelos de conductividad obtenidos para valores de β de 10^{-3} , 10^{-4} , 10^{-5} y 10^{-6} . Es de observarse que en la medida en que el valor de β aumenta, se obtiene una imagen más suavizada del modelo. Sin embargo, para betas pequeñas es más agudo el pico del modelo y se obtienen variaciones muy fuertes en la conductividad. Es decir, que el modelo obtenido oscila más, aún cuando ajusta mejor a los datos. De ahí que juzguemos conveniente mostrar las imágenes obtenidas con 4 diferentes valores de β . Se invirtieron solamente respuestas de bobinas horizontales.

En la figura 45 se muestran las imágenes obtenidas a partir de las respuestas de la figura 28. El modelo es igual al anterior, con la diferencia que el basamento tiene una conductividad de $\sigma = 0.1$ S/m y la capa superior de $\sigma = 0.01$ S/m. Nuevamente se observa que para valores pequeños de β , el pico del modelo se presenta más agudo, pero la solución oscila mucho. Para betas grandes se suaviza más y el pico parece ser más ancho. En la figura 46a, b, c y d se muestran las imágenes obtenidas del modelo de la figura 29b, a partir de todas las observaciones de la figura 29a.

En la figura 47 se muestran también las imágenes del modelo de la figura 29b, pero usando en la inversión únicamente las respuestas con separación de dipolos de 10, 20 y 40

m, que son las utilizadas por el EM-34. Si comparamos las figuras 46 y 47 se observa que aún cuando usamos los mismos valores de β , la figura 47 se presenta más suavizada, para los mismos valores de β . Lo cual nos indica que es diferente el efecto para cada matriz de sensibilidad. También se observa en la figura 47 que al no tener observaciones de mayor separación que 40 m, no tenemos buen control de la parte más profunda del modelo.

En la figura 48 se muestran las imágenes del modelo de la figura 30b, en el cual la capa superior es resistiva, a diferencia del modelo de la figura 29b. Al comparar la figura 48 y 46 se observa que se tiene un poco de mayor resolución cuando la capa superior es resistiva y el basamento es conductor, que al revés. Esto significa que las observaciones sobre capa superficial conductora tienen poca información de la capa profunda. Es decir, que se requiere de separaciones mayores para penetrar la capa conductora.

En la figura 49 se presentan dos imágenes del modelo de la figura 32. Se observa que el suavizamiento aumenta a mayores profundidades. Esto se debe a que la derivada actúa más donde la resolución es más pobre. Esto es equivalente a aceptar desde un principio, que por falta de resolución nunca podremos ver detalles en las partes más profundas.

En la figura 50 se muestran las imágenes obtenidas para el modelo de la figura 35, el cual consiste de un cuerpo resistivo en forma de cuña dentro de un semi-espacio homogéneo. Geológicamente podría ser una caverna de disolución. Nuevamente observamos que para valores de β de 10^{-4} y 10^{-5} el triángulo se confunde con el del semi-espacio y para betas de 10^{-6} y 10^{-7} existe mayor contraste. Como en los casos anteriores, se invirtieron solamente respuestas de bobinas horizontales.

VII.5.2 Modelo complicado

En la figura 51b y 51c se muestran los mismos datos presentadas en las figuras 37a y 41, respectivamente, sólo que en forma de pseudo-secciones de conductividad aparente para

las separaciones dipolares de 10, 15, 20, 30, 40, 50, 70 y 100 m. Podemos ver en las figuras 51b y 51c que poca o ninguna información podemos inferir a simple vista de la forma del o de los cuerpos productores de la anomalía (figura 51a). Lo que sí es notorio es que el conductor que aflora entre 0.1 y 0.15 km, en la pseudo-sección de bobinas horizontales coplanares, se presenta como una "V" invertida, tal como sucede con las pseudo-secciones de dipolo-dipolo. En la propia figura 51a se observa un alto conductivo en $x = -0.25$ km, pero no existe un cuerpo asociado a él, aparentemente. Quizá la pseudo-sección de bobinas verticales nos confunda menos, ya que también se observa una "V" invertida en $x = 0.15$ km, pero muy cerrada, dandonos un efecto más localizado del conductor.

Aplicando el esquema de inversión a los datos de la figura 51b, correspondientes a bobinas horizontales, obtenemos las imágenes del modelo de la figura 51a para varios valores de β (figuras 52). En este caso, el problema fue muy estable, ya que la rejilla de discretización correspondió más o menos con los prismas que conforman los cuerpos reales. Esto nos permite usar valores pequeños de β , más sin embargo, si $\beta = 0$ la inversa de $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$ es singular y no obtenemos solución alguna. También si $\mathbf{D}^T \mathbf{D} = \mathbf{I}$, la solución es muy oscilante. Un rasgo interesante de las figuras 52, es que para todas las betas utilizadas, se resuelve bien la parte superior de los cuerpos, pero sólo para betas pequeñas se puede resolver un poco mejor la parte inferior de los mismos.

En las figuras 53 se presentan las imágenes obtenidas con $\beta = 10^{-7}$, utilizando sucesivamente en la inversión las respuestas de bobinas verticales (figura 53b), las observaciones de bobinas horizontales (figura 53c), y ambos tipos de respuestas (inversión conjunta; figura 53d), para separaciones dipolares de 10, 15, 20, 30, 40, 50, 70 y 100 m. Se utilizó este valor de β , ya que se trata de datos sintéticos y podemos sobreajustar a los datos. Es de observarse que en la imagen de bobinas horizontales, se resuelve mejor la parte inferior

de los cuerpos en comparación con la imagen de bobinas verticales. La imagen de bobinas horizontales y la correspondiente a inversión conjunta no son muy diferentes, lo cual significa que para este ejemplo, la información aportada por los bobinas verticales no contribuye mucho.

En la figura 54 se muestran imágenes semejantes a las de la figura 53, con la diferencia de que sólo usamos en la inversión respuestas correspondientes a las distancias dipolares de 10, 20 y 40 m, que son las distancias con las que cuenta el equipo comercial EM-34 de *GEONICS*. Inmediatamente se observa que al no contar con la información de las separaciones mayores, tenemos una resolución pobre en la parte inferior de los cuerpos, siendo un poco mejor la de bobinas horizontales. En este ejemplo es notable la mejoría en la resolución al usar simultáneamente las observaciones de ambos arreglos (inversión conjunta).

VII.6 Pruebas de validación

El presente subcapítulo fue escrito casi a la finalización de esta tesis. El objetivo es probar el algoritmo de inversión con respuestas generadas independientemente a partir de la ecuación integral completa (ecuación 72). Estas respuestas fueron calculadas como parte de la tesis doctoral de Sóstenes Méndez Delgado y fueron proporcionados en tiempos muy recientes. El ejemplo de inversión que se discute en los párrafos siguientes fue presentado en diversos foros científicos Gómez-Treviño *et al.* (1994a; 1994b).

Debido a la gran cantidad de tiempo de cómputo necesario para calcular la respuesta completa de cualquier estructura, sólo se calculó el efecto de cuatro pequeños cuerpos conductores (20 ohm-m), con extensión infinita en y , inmersos en un semi-espacio homogéneo de 100 ohm-m. La respuesta se calculó con ambos arreglos y para las separaciones de bobinas de 1, 3.66, 10, 20 y 40 m, que son las usadas por los equipos de *GEONICS*.

En la figura 55 se puede ver que aún conociendo los cuerpos que están produciendo las anomalías, es muy difícil aislar a simple vista las anomalías individuales y a partir de éstas, sacar un patrón de formas. Si no conocemos lo que hay abajo, es todavía más difícil imaginarse que puede estar produciendo tales respuestas.

Las respuestas mostradas en la figura 55(b y c) son utilizadas como datos, para aplicar el algoritmo de inversión aproximada. En la figura 56, se muestran las imágenes de resistividad para tres diferentes valores de β . Se puede observar un gran manchón oscuro debido a la presencia del conductor debajo de 40-60 m. El cuerpo parece prolongarse hacia abajo, ya que las 5 separaciones utilizadas siempre vieron al conductor y jamás al resistivo debajo de él (quizá la separación de 40 m ve algo). El pequeño conductor debajo de -60 m se recupera bastante bien. El conductor debajo de -20 m se recupera bien en su parte superior, no así en la parte inferior. Esto quiere decir que a profundidades mayores de 30 m se tiene dificultad para resolver, esto debido a las separaciones usadas. Si se quiere ver más abajo se requieren mayores separaciones. Esto no quiere decir que no exista información debajo de 30 m, sino que no es suficiente en el presente caso. Es decir, que un conductor grande podrá ser visto pero no así uno pequeño. En general, se puede decir que se tiene una buena imagen del modelo, no obstante que la inversión es aproximada. Sólo resta probar el método con varios objetivos de prospección.

VII.7 Inversión de datos de campo

Los equipos EM-34, EM-31 y EM-38 son muy usados con fines diversos. En los siguientes subcapítulos mostramos algunos ejemplos; algunos de los datos fueron tomados de publicaciones y otros por diversos autores que confiaron su interpretación a este nuevo método.

VII.7.1 Caso de un paleocanal

Tomamos los datos de EM-34 y EM-31 publicados por Cornwell (1985) en un estudio hecho en el sureste de Inglaterra. El objetivo fue determinar la distribución de propiedades físicas de sedimentos cuaternarios en 4 regiones al este de Cambridge, que reflejan la presencia de antiguos túneles producidos por glaciares ("tunnel valleys"). Para lograrlo, aparte de geología, se aplicaron diversos métodos geofísicos; refracción sísmica, gravimetría y electromagnéticos (EM-31 y EM-34).

Estos túneles se caracterizan por estar rellenos de sedimentos finos; arenas y arcillas y fuera de los túneles, gravas. Este tipo de estructuras de depositación son difíciles de localizar porque están enterradas. Mediante métodos electromagnéticos se pretende localizar las arcillas que rellenas estos túneles. No se usó refracción porque hubo problemas para interpretar los datos, ya que éstos estaban contaminados por el efecto de pequeñas capas superficiales, por lo cual se decidió no interpretarlos ya que las velocidades obtenidas no eran confiables.

En todo el prospecto se utilizó el EM-31 con el objeto de hacer una determinación rápida de las conductividades superficiales, pero sólo en un perfil de datos se conjuntaron datos tomados con el EM-34 y datos de gravimetría. Sin embargo los de gravimetría correspondían a dos perfiles muy cercanos al del EM-34. La anomalía de Bouguer de estos perfiles fue interpretada bidimensionalmente por Cornwell (1985). Sin embargo, los datos de electromagnéticos se muestran en forma cruda, es decir, sin interpretar. Nosotros tomamos tales datos y les aplicamos nuestra técnica.

En las figuras 57 se muestran los resultados obtenidos por Cornwell (1985) para estos perfiles. La figura 57a corresponde a la conductividad aparente medida con el EM-31 (modo de bobinas horizontales), la figura 57b a la pseudo-sección obtenida con las tres separaciones permitidas por el EM-34 (modo de bobinas verticales), y la figura 57c se muestran los dos

modelos (A y B) obtenidos de interpretar bidimensionalmente ambos perfiles de gravimetría, tomando un contraste de densidad de $0.25\text{mg}/\text{m}^3$. En la parte extrema derecha de la figura se muestran las pequeñas variantes de los modelos A y B. En ambos modelos persiste el cuerpo principal, que según Cornwell se trata de un paquete de arcillas.

Si tomamos únicamente los datos del EM-34 (figura 57b) y los interpretamos con el algoritmo de inversión, obtenemos 3 imágenes para 3 betas diferentes (figuras 58a,b,c). Es de observar que en general los tres modelos se parecen mucho al modelo obtenido por gravimetría.

Adicionando los datos del EM-31 (Figura 57a) es equivalente a añadir más información para resolver mejor la parte superficial. Los resultados de la inversión se presentan en la figura 59. Básicamente la forma del cuerpo no cambia. Lo diferente es que la parte superficial parece más resistiva que la parte más profunda. Esto nos puede decir que en la parte superior del cuerpo la proporción de arcilla es menor.

VII.7.2 Localización de una intrusión salina

Estos datos fueron proporcionados por Jaime Herrera Barrientos como parte de un proyecto de delimitación de la intrusión salina en la zona agrícola de Maneadero, Baja California. Esta zona se localiza a 10 km al Sur de Ensenada, B.C. y es una región de suma importancia para la agricultura local. El área de cultivo se halla muy cercana a la línea de costa (~200m). Debido a la escasez de lluvias y sobreexplotación de los mantos acuíferos, éstos últimos están siendo invadidos por agua de mar, provocando que la salinidad del agua de riego aumente, poniendo en peligro el cultivo de algunos cultivos poco resistentes a la alta concentración de sales. En dicho proyecto se hicieron mediciones de la calidad de agua en algunos pozos y se realizaron estudios geofísicos del tipo dipolo-dipolo y electromagnéticos (EM-34 y VLF).

A nosotros se nos confió la interpretación de los datos del EM-34, los cuales fueron realizados sólo en la modalidad de bobinas horizontales coplanares. Se trata de dos líneas; una que comienza muy cercana a la margen costera (línea 1) y otra cuyo extremo se halla cercano a una elevación costera (un macizo andesítico; perfil 2). En la figura 60 se muestran las imágenes de resistividad para la línea 1 con dos diferentes valores de β . Se ve claramente un conductor que está penetrando por la margen Este de la línea, que es la dirección donde se halla el mar, delimitándonos la entrada de agua salina (de baja resistividad) en el acuífero.

En las figura 61 se muestran las imágenes de resistividad para la línea 2. La margen Este también es la más cercana al mar, pero también dicha margen coincide con la presencia de un macizo andesítico. O sea que es difícil que el mar avance por este tipo de roca, sólo que esté fracturada. Las imágenes revelan un conductor entre 1600 y 2800 m en la escala horizontal. Esto podría sugerir que el mar no puede penetrar las andesitas, así que le da la vuelta al macizo y viene a penetrar el acuífero a la distancia antes especificada.

Es importante resaltar que las gráficas pretenden ver diferencias de la resistividad hasta 200 m, pero hemos visto en la práctica que el EM-34 tiene buena resolución entre cero y treinta metros. En este caso, quiere decir que por debajo de 30 m parece que los conductores y resistivos se continúan, pero en realidad no es así. Este tipo de problemas se presentan en todos los métodos electromagnéticos, no sólo éste. Es difícil saber hasta donde realmente nuestras mediciones son sensibles.

VII.7.3 Delimitación de una zona contaminada

En este caso el método fue aplicado a una zona contaminada por desperdicios de todo tipo. Se trata de una zona cercana a la Ciudad de Nottingham, Inglaterra. El objetivo es determinar el espesor de contaminantes. Los datos fueron colectados por David Beamish como parte de un proyecto del British Geological Survey (BGS). En el area, se utilizó

geoquímica y se observó que el relleno de contaminantes tenía un comportamiento promedio de conductor (3 a 11 ohm-m) en contraste con el suelo que lo rodea (30 ohms-m), de ahí que se decidiera aplicar métodos electromagnéticos del tipo EM-38, EM-31, EM-34 y VLF. De parte del BGS se hizo inversión en 2D de los datos de VLF, usando el programa de inversión de Occam (DeGroot y Constable, 1992). Como datos utiliza la resistividad aparente y la fase para una sola frecuencia. No obstante la deficiencia de información, se obtiene un modelo para uno de los perfiles (figura 62a). En forma independiente interpretamos por nuestra técnica los datos del EM-(38,31,34), en forma conjunta, pero sólo en la modalidad de bobinas verticales coplanares, ya que sólo este arreglo fue utilizado (figura 62b). De esta figura se puede observar que ambos modelos tienen una gran semejanza, no obstante de que se trata de métodos diferentes, con diferentes sensibilidades a los contrastes de la conductividad del subsuelo y que fueron obtenidos en forma independiente (Beamish y Pérez-Flores, 1994). Sin embargo, no queda muy bien claro el objetivo inicial. Al parecer ambos métodos delimitan la zona de relleno, pero no se alcanza a ver el límite inferior. Esto quizá porque no se usó el arreglo de bobinas horizontales que tienen mayor profundidad de penetración.

VII.7.4 Determinación del espesor de sedimentos

Como parte de un curso de experiencia geofísica para estudiantes de postgrado del CICESE, se aplicaron diversos métodos geofísicos en Las Auras, una pequeña cuenca localizada a 32 km al NE de Tecate, Baja California. Los métodos utilizados fueron: resistividad dipolo-dipolo, Electromagnéticos del tipo EM-34, VLF y Transiente Electromagnético (TEM), así como, gravimetría, magnetometría, sísmica de refracción, método magnetométrico de resistividad (MMR), georadar, sondeos tipo Schlumberger (SEV) y scintilómetro (rayos gamma).

La recolección de los datos se realizó en una semana. A nosotros nos correspondió interpretar los datos de dipolo-dipolo y EM-34. Los datos de dipolo-dipolo se tomaron con

una abertura dipolar de 10 m y distancias interdipolares de $n=1,2,3,4,5$ y 6 veces la abertura dipolar. En el caso del EM-34, se usaron las tres separaciones entre bobinas (10, 20 y 40 m), tomándose lecturas cada 5 metros a lo largo del perfil. En el mismo perfil se tomaron las tres separaciones para los dos tipos de arreglos; bobinas horizontales (figura 63a) y bobinas verticales (figura 63b). Se puede ver que ambas pseudo-secciones son diferentes y que la de bobinas horizontales presentó incluso valores negativos en la conductividad aparente. Los datos de dipolo-dipolo fueron invertidos por una técnica aquí desarrollada en esta tesis (Pérez-Flores y Gómez-Treviño, 1992). En la figura 64a se muestra la imagen de resistividad obtenida por dipolo-dipolo. En la figura 64b se muestra la imagen obtenida aplicando inversión aproximada a los datos del EM-34. Es alentador ver que ambas técnicas en forma independiente vean casi lo mismo. Se puede ver en los datos de EM-34 (Figura 63), que el arreglo de bobinas horizontales registra valores negativos en la conductividad aparente. Viendo esta pseudo-sección es difícil determinar la forma de la estructura. Sin embargo, la de bobinas verticales coplanares sí define más o menos la forma de la cuenca. Quizá por eso, muchos prospectores prefieran usar sólo el arreglo de verticales coplanes, no obstante tener menor profundidad de penetración. Estos resultados fueron presentados por Gómez-Treviño *et al.* (1994a; 1994b).

VII.7.5 Detección de fallas

Como parte del proyecto de investigación para la tesis de maestría de John Patskan (1995; San Diego State University), se le pidió que colectara datos con VLF y EM-34 en forma de perfiles en una zona a 65 km al Este de la ciudad de San Diego, California, y a 25 km de la frontera con México.

El objetivo es localizar posibles fallas geológicas y de esta forma construir un modelo geohidrológico para esa zona. El VLF es muy sensible a la presencia de fallas, ya que mide fuertes respuestas en el campo magnético, pero también lo es a tubos enterrados (agua, drenaje,

olioductos, etc). Al medir en el campo respuestas fuertes en el campo magnético, se debe certificar primero si se trata de tubos o no y luego pensar en la posibilidad de fallas geológicas. Con el fin de disminuir la incertidumbre, se aplicó otro método geofísico independiente. De esta forma se utilizó el EM-34 con sus tres separaciones en las modalidades de bobinas horizontales y verticales, tomándose dos perfiles paralelos de alrededor de 170 m cada uno, separados una distancia de 165 m. En la figura 65(a) se observa el campo magnético total medido con el VLF sobre el primer perfil. En la misma gráfica se observa el campo con tres estaciones diferentes; Washington (cuadros), Hawaii (círculos) y Maine (triángulos). Se observa que la estación Washington muestra mayores anomalías, quizá porque el rumbo de la estructura dominante tiene mayor acoplamiento electromagnético. Se observa en la figura 65, que los tonos claros (bajos resistivos) ubicados en 40, 100 y 150 metros, corresponden muy bien con los altos en la curva del campo magnético del VLF. De acuerdo a una interpretación preliminar, estos conductores son debidos a la presencia de fallas, con algo de contenido de arcillas. En la figura 66 se observan sólo dos conductores en 95 y 140 m, que podrían corresponder con la continuacion de tales fallas, quedando pendiente determinar si el conductor de 40 m en Fig. 65 corresponde a una falla o no. La zona oscura corresponde a roca granítica no fracturada (resistiva).

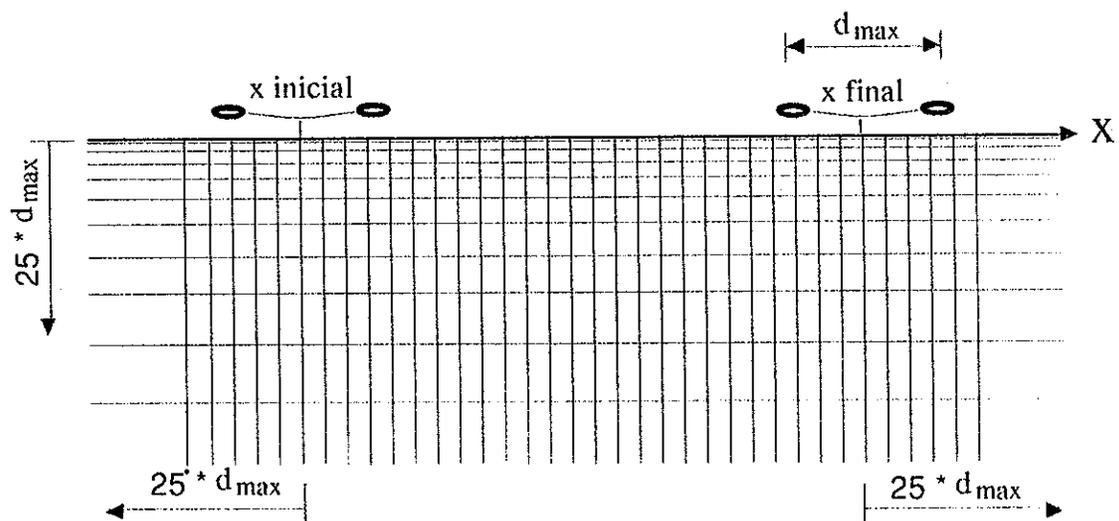


Figura 42.- Rejilla de discretización para determinar la distribución de conductividad del subsuelo a partir de mediciones superficiales de la conductividad aparente.

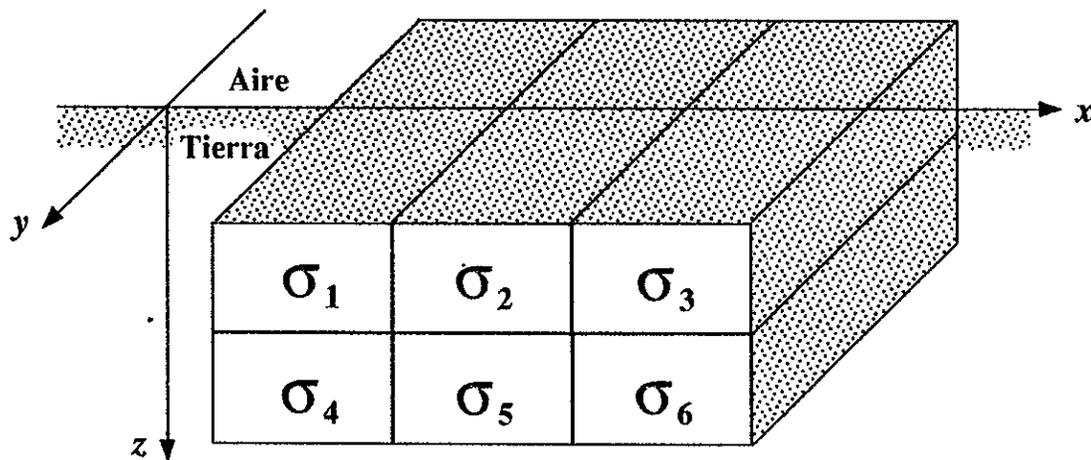


Figura 43.- Ejemplo de como se discretiza el terreno con prismas de extensión infinita en y .

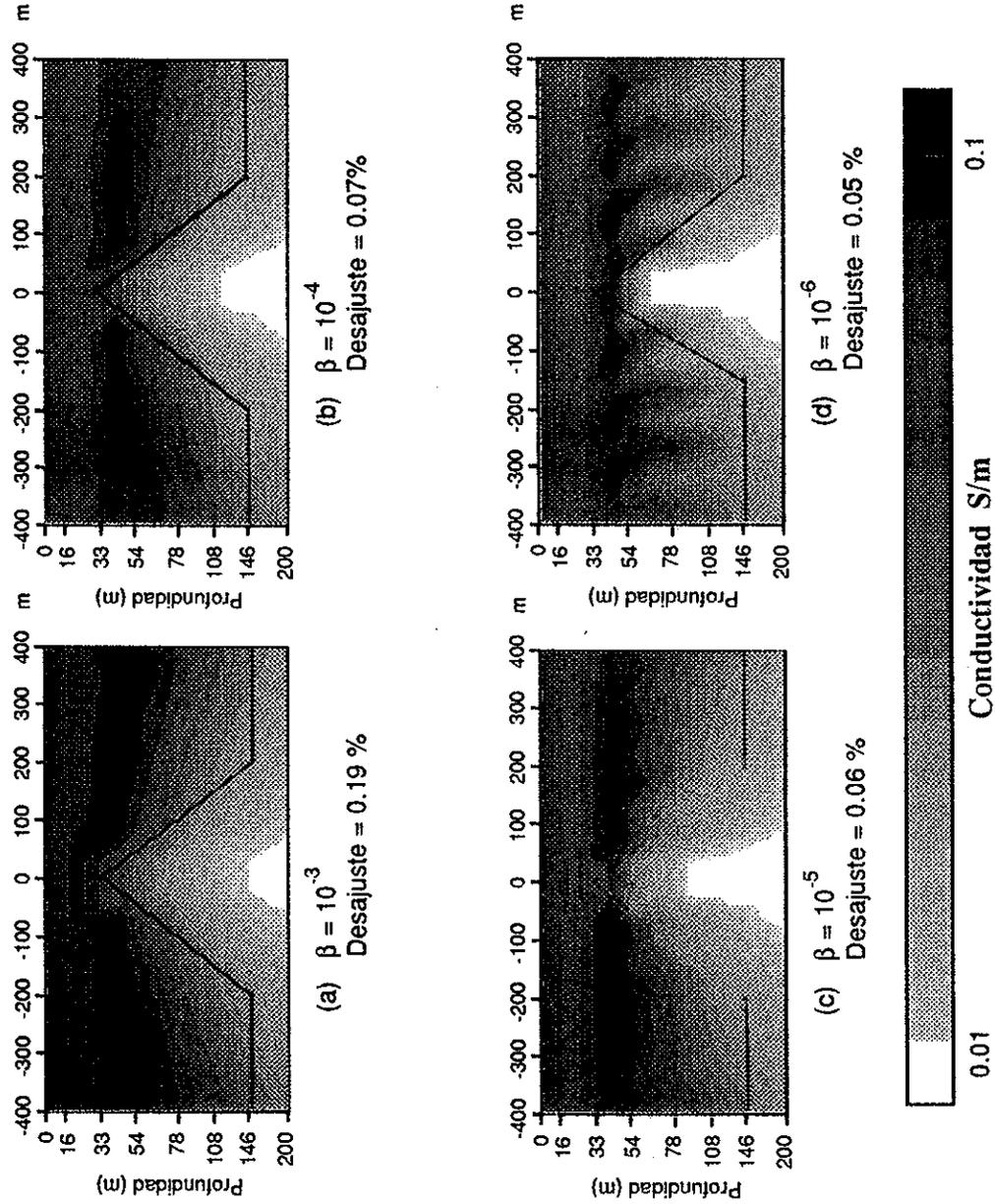


Figura 44. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 27.

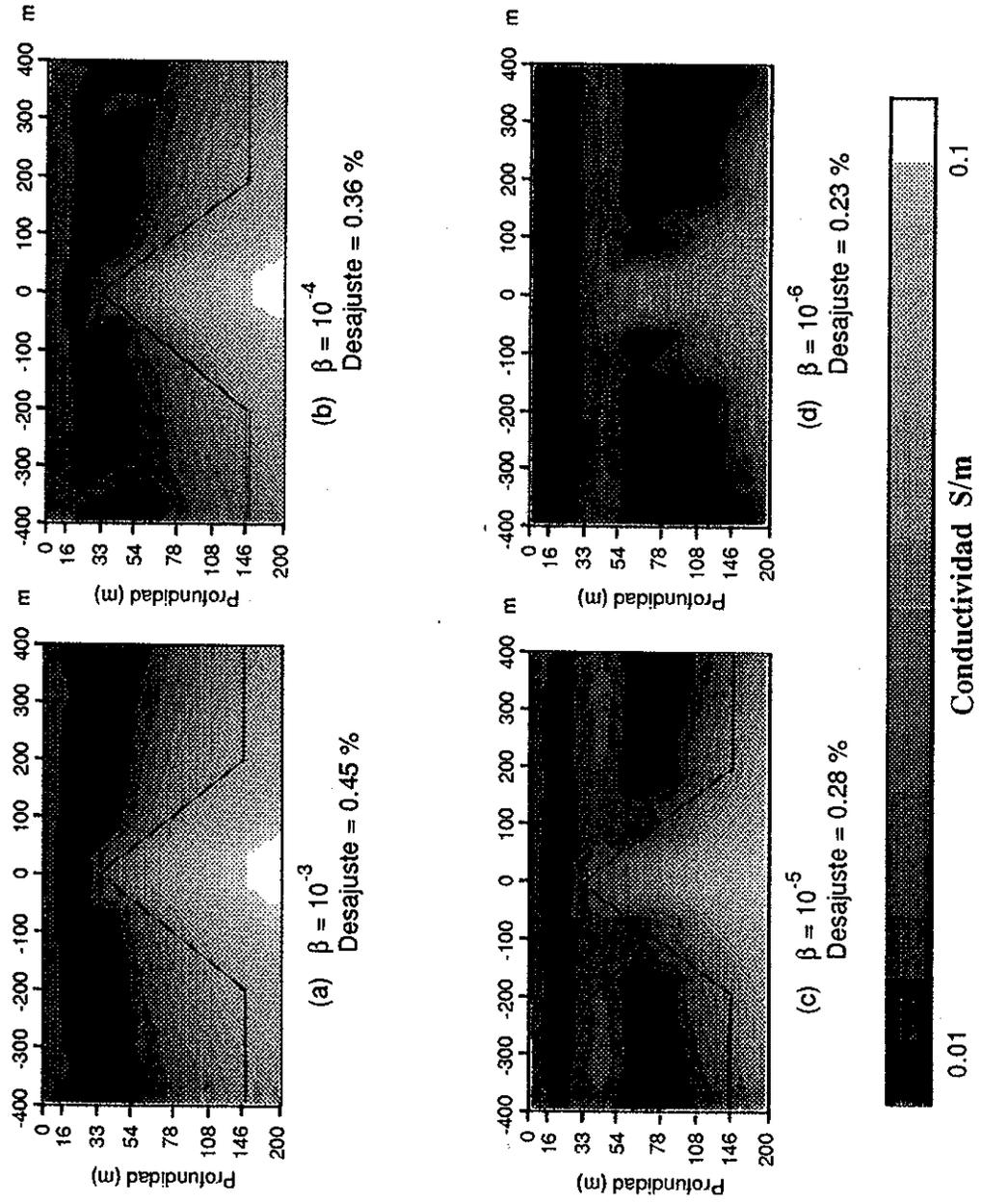


Figura 45. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 28.

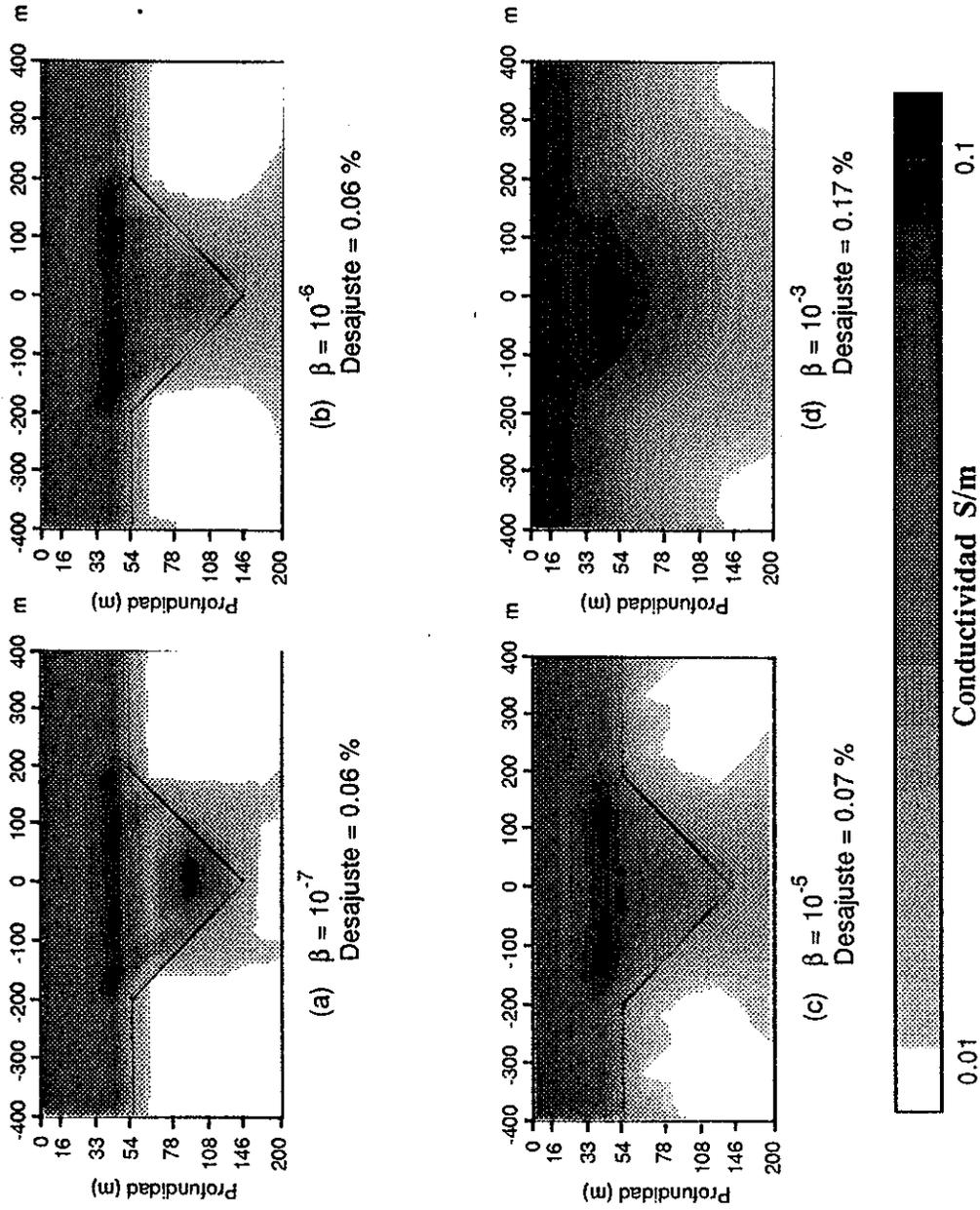


Figura 46. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 29.

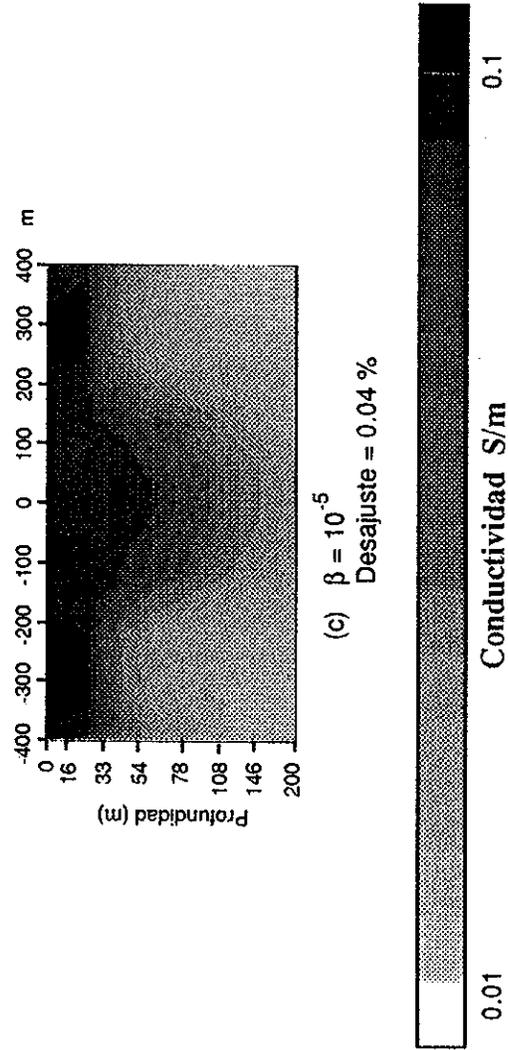
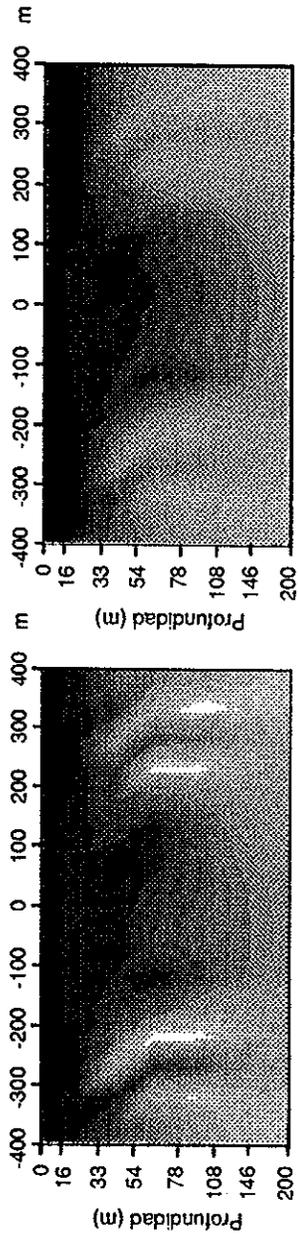
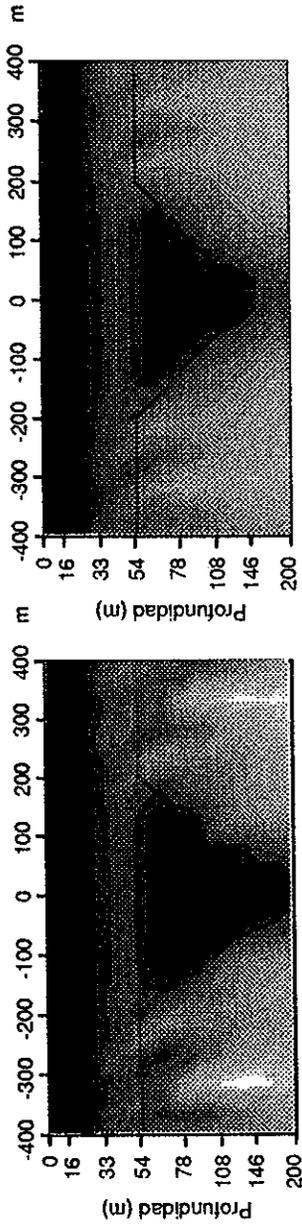
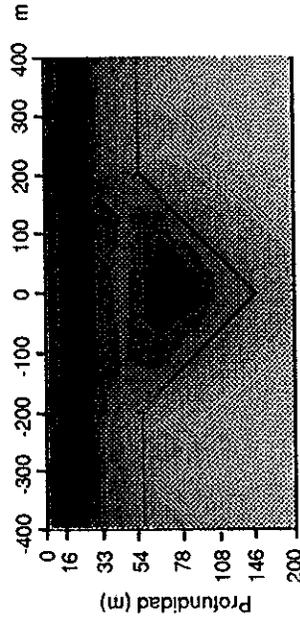


Figura 47. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 29, pero con separaciones de 10, 20 y 40 m.



(a) $\beta = 10^{-7}$
Desajuste = 0.16 %

(b) $\beta = 10^{-6}$
Desajuste = 0.16 %



(c) $\beta = 10^{-5}$
Desajuste = 0.19 %



Figura 48. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 30.

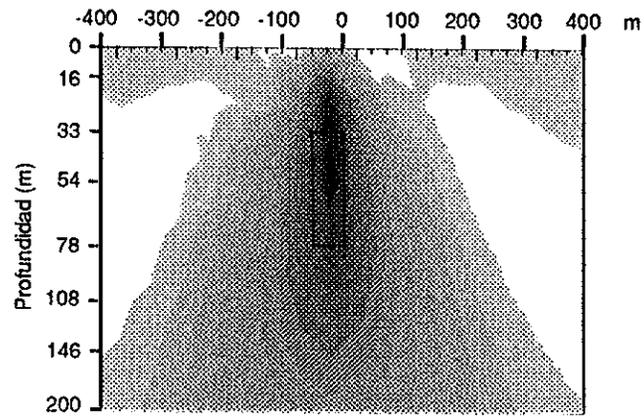
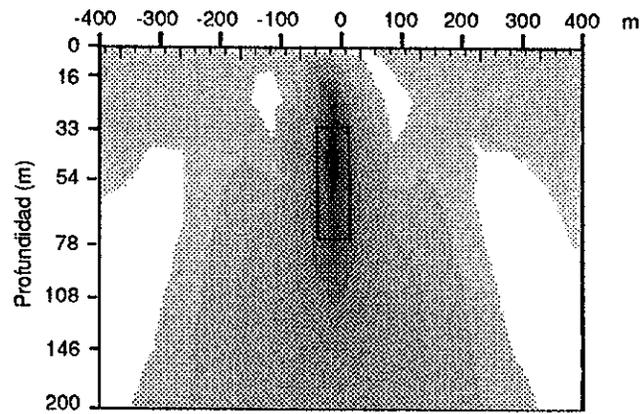
(a) $\beta = 10^{-1}$ (b) $\beta = 10^{-2}$ 

Figura 49. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 32.

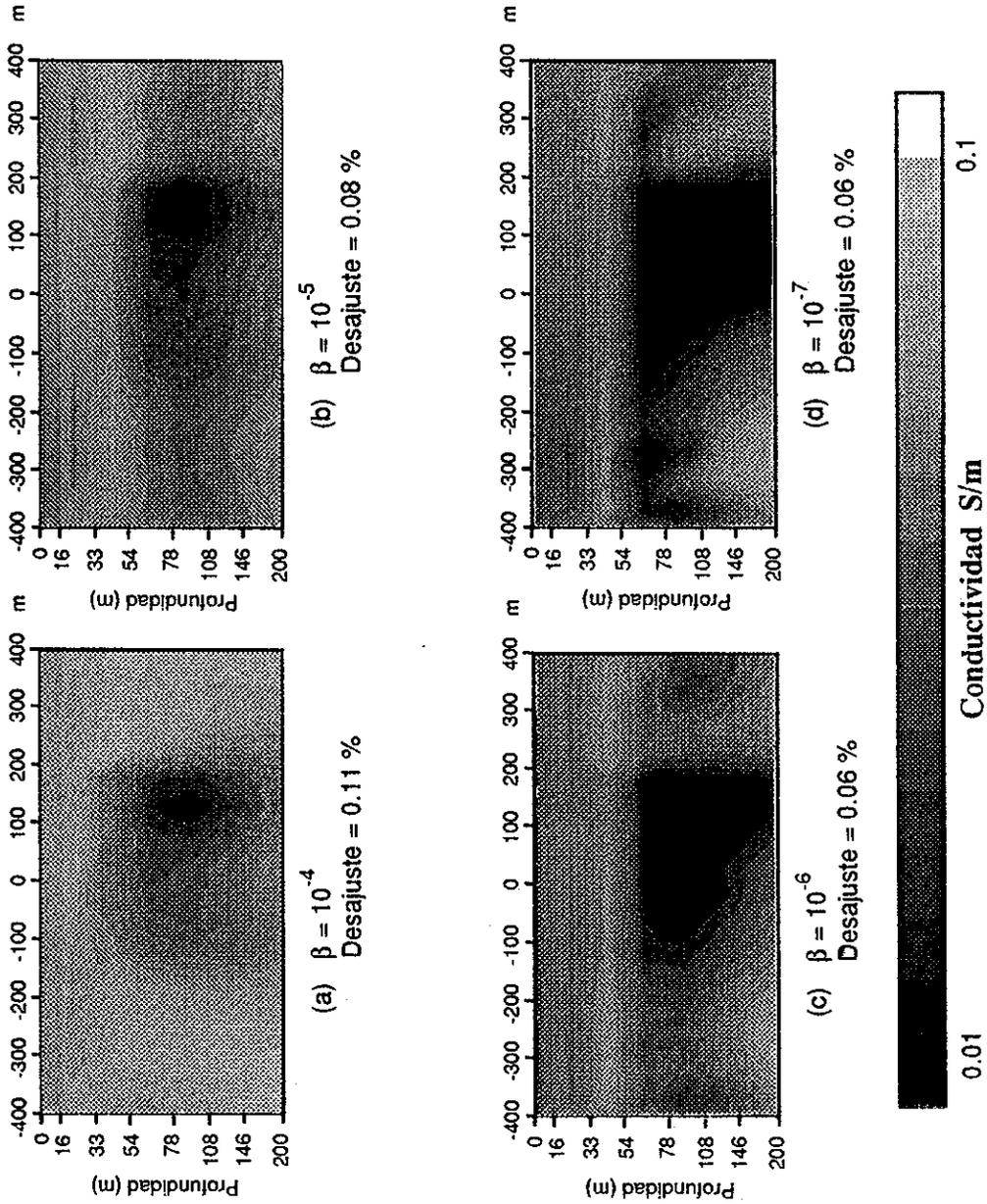


Figura 50. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 35.

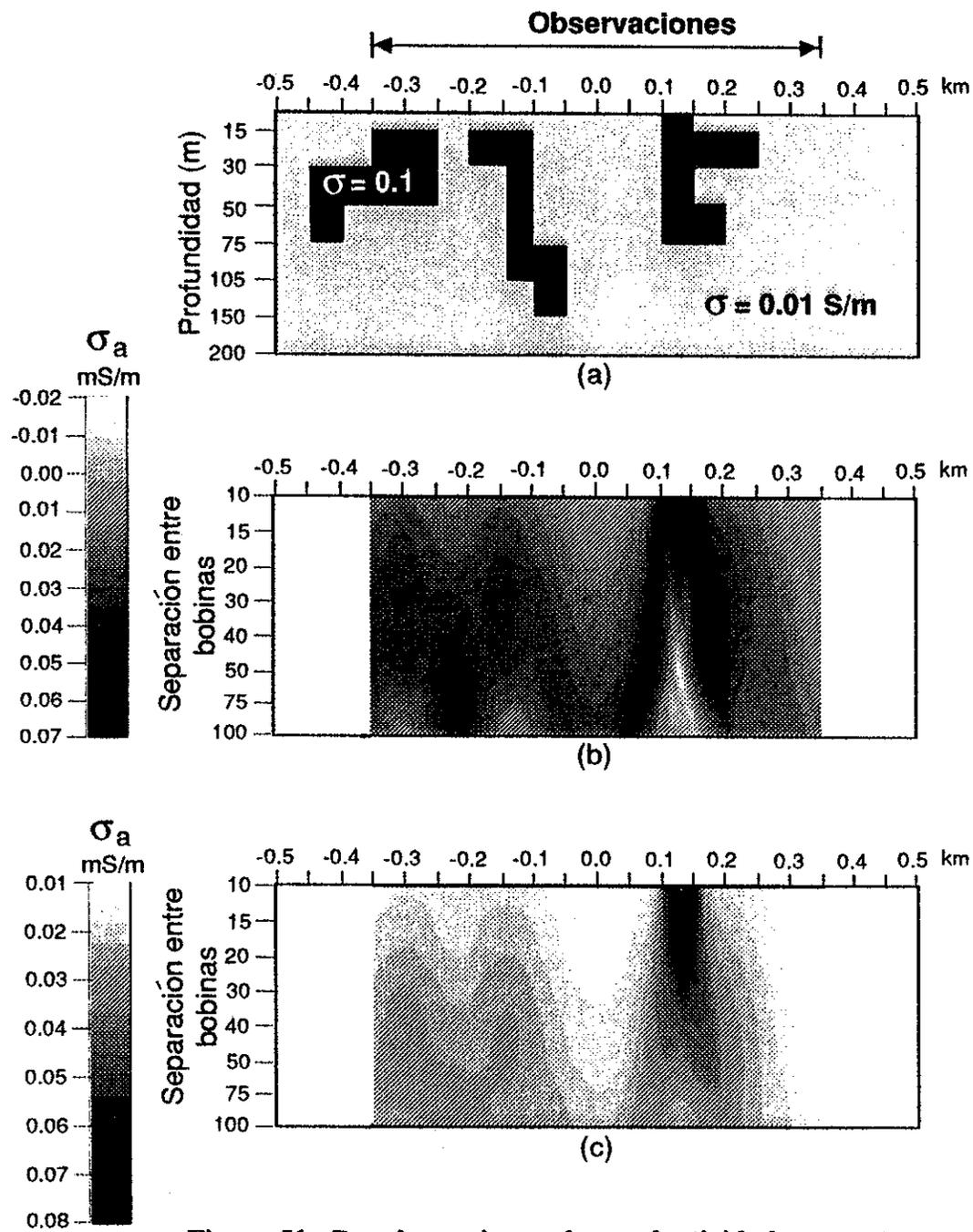


Figura 51.- Pseudo-secciones de conductividad aparente.
(a) Modelo, (b) obtenida con dipolos verticales,
(c) obtenida con dipolos horizontales.

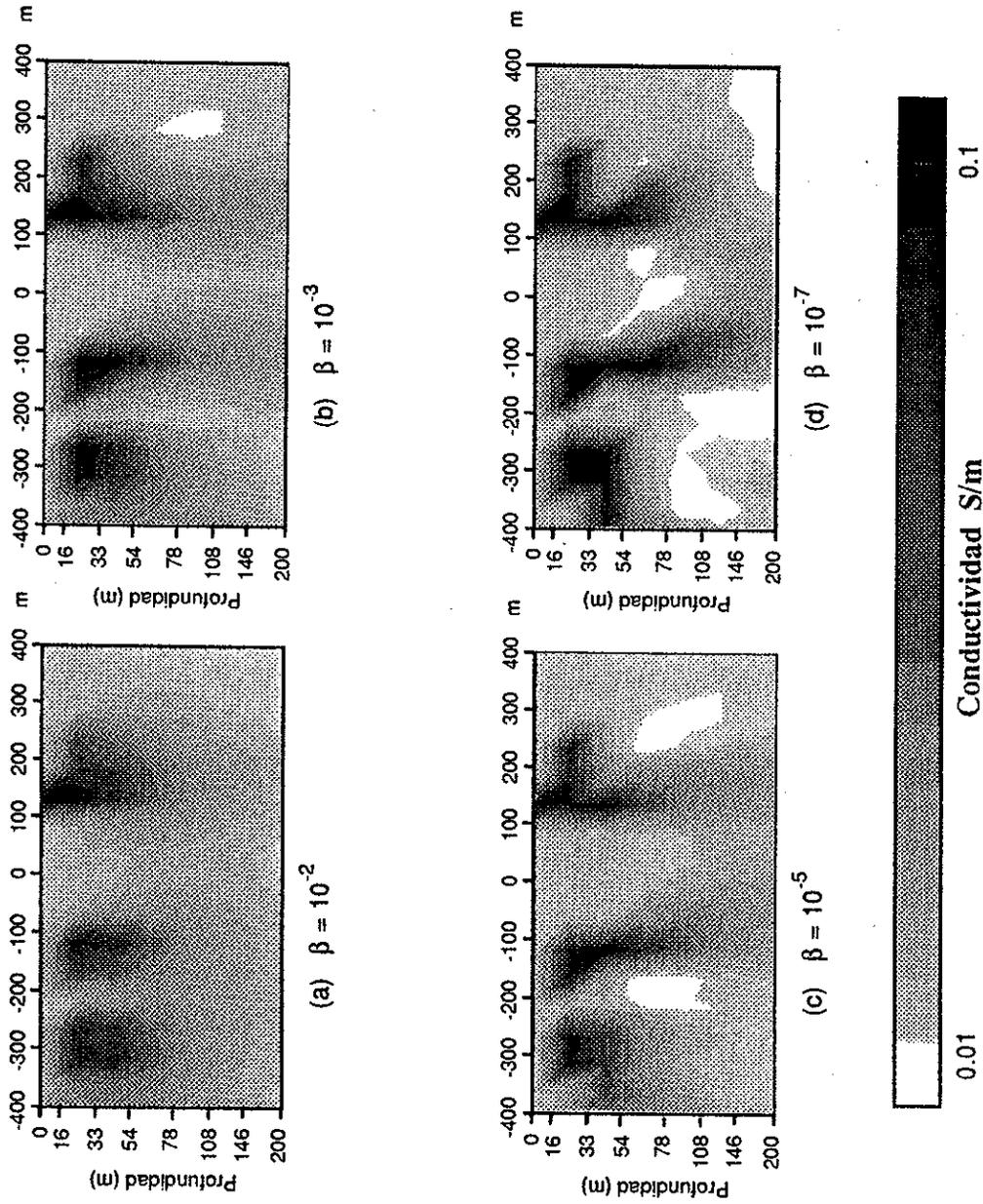


Figura 52. Imágenes de conductividad para el modelo de la figura 51(a), usando sólo datos de bobinas horizontales.

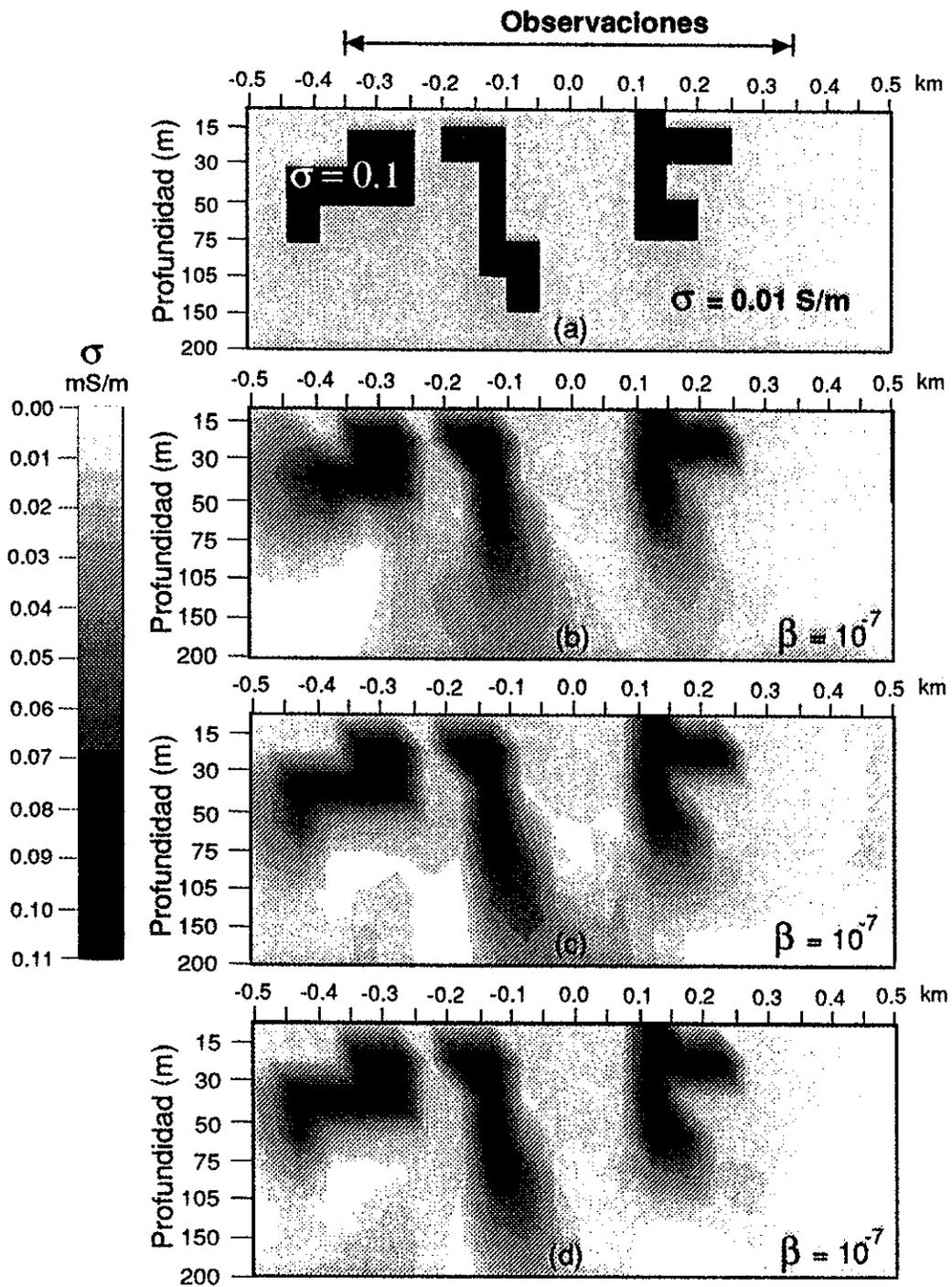


Figura 53.- Imágenes obtenidas con las observaciones de 10, 15, 20, 30, 40, 50, 75 y 100 m. (a) Modelo. (b) Con bobinas verticales. (c) Con bobinas horizontales. (d) Con ambos arreglos.

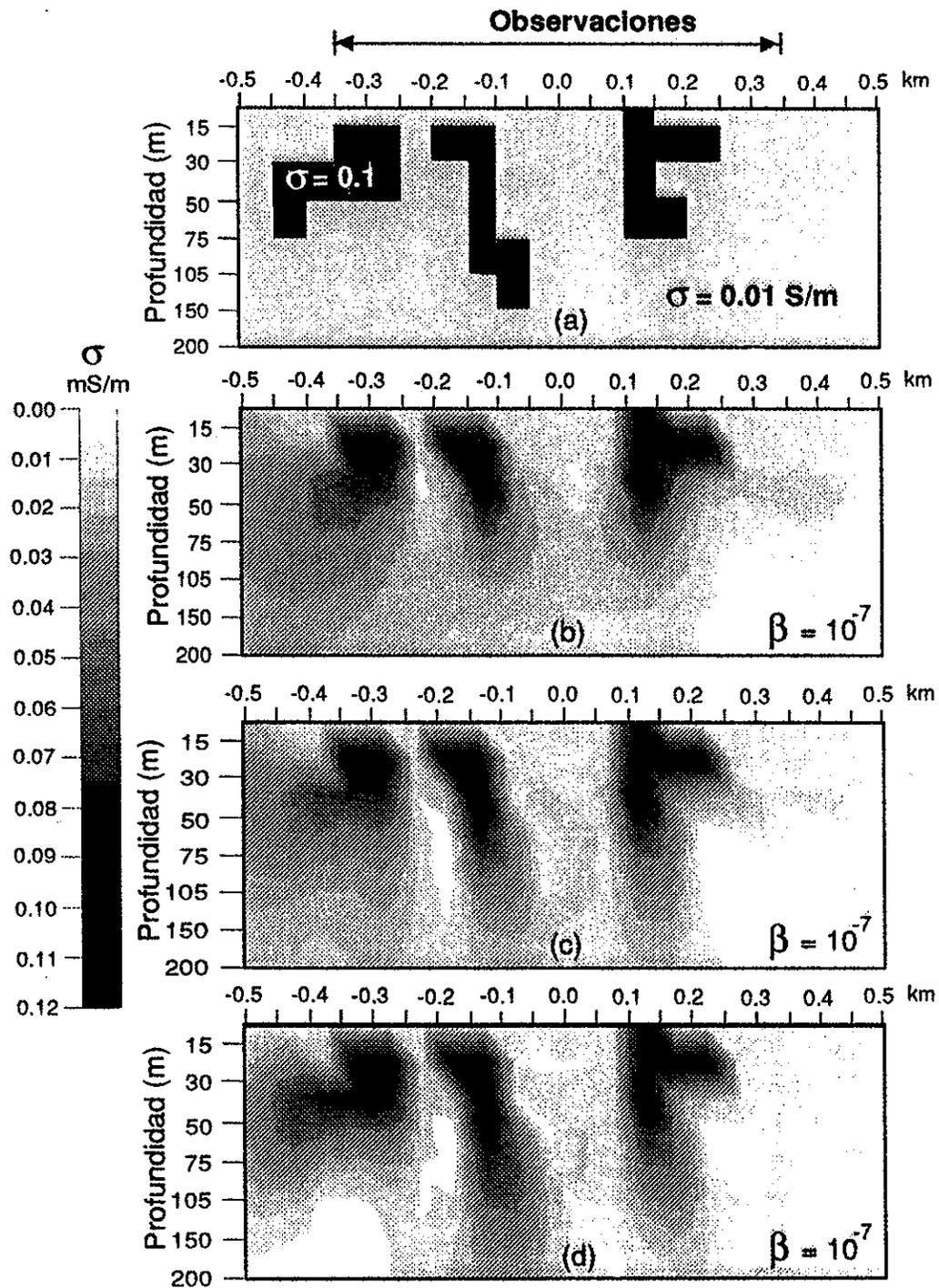


Figura 54.- Imágenes obtenidas con las observaciones de 10, 20 y 40 m. (a) Modelo. (b) Con bobinas verticales. (c) Con bobinas horizontales. (d) Con ambos arreglos.

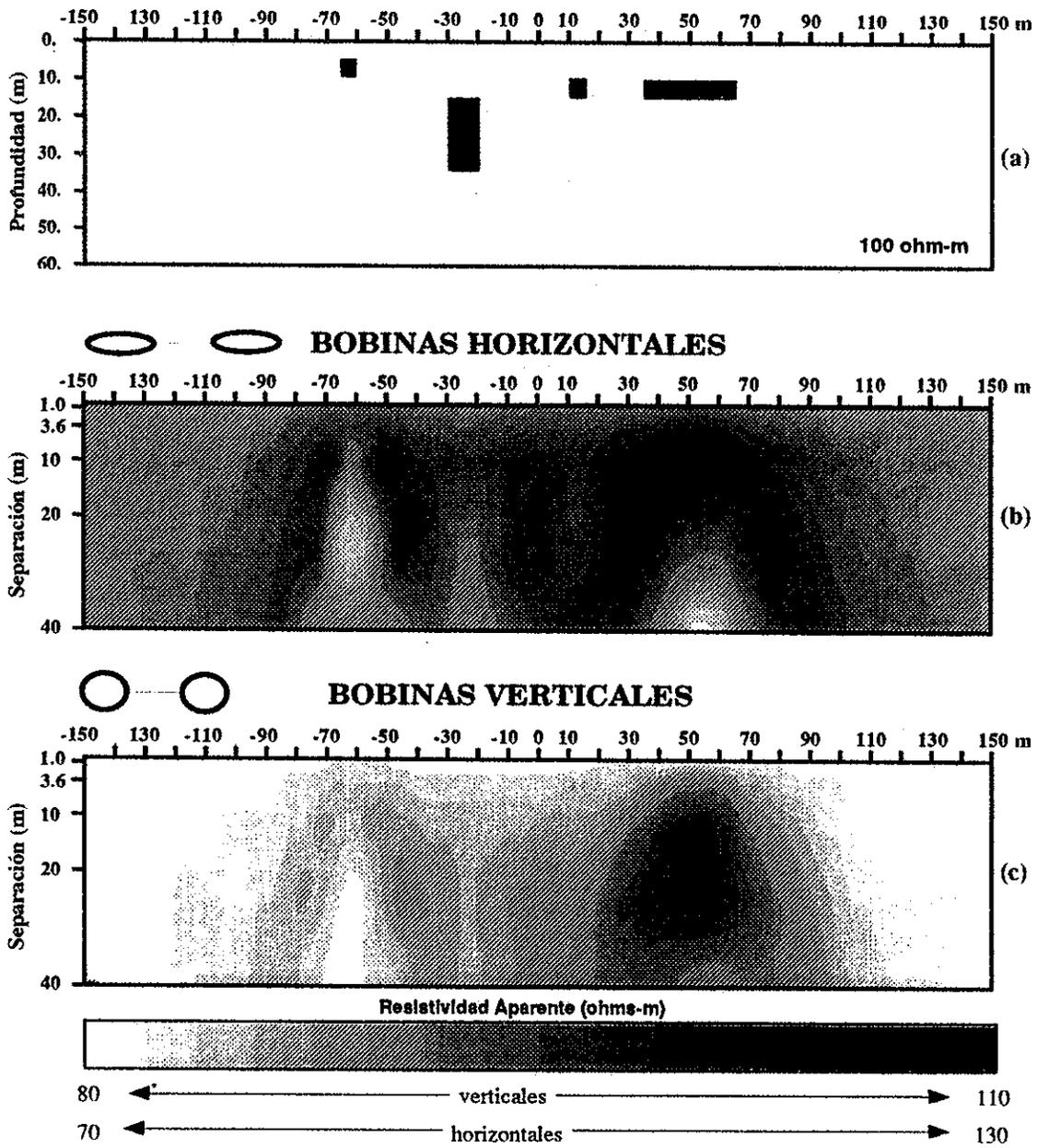


Figura 55.- Modelado directo de cuerpos conductores. (a) Modelo. (b) Respuesta con bobinas horizontales. (c) Respuesta con bobinas verticales.

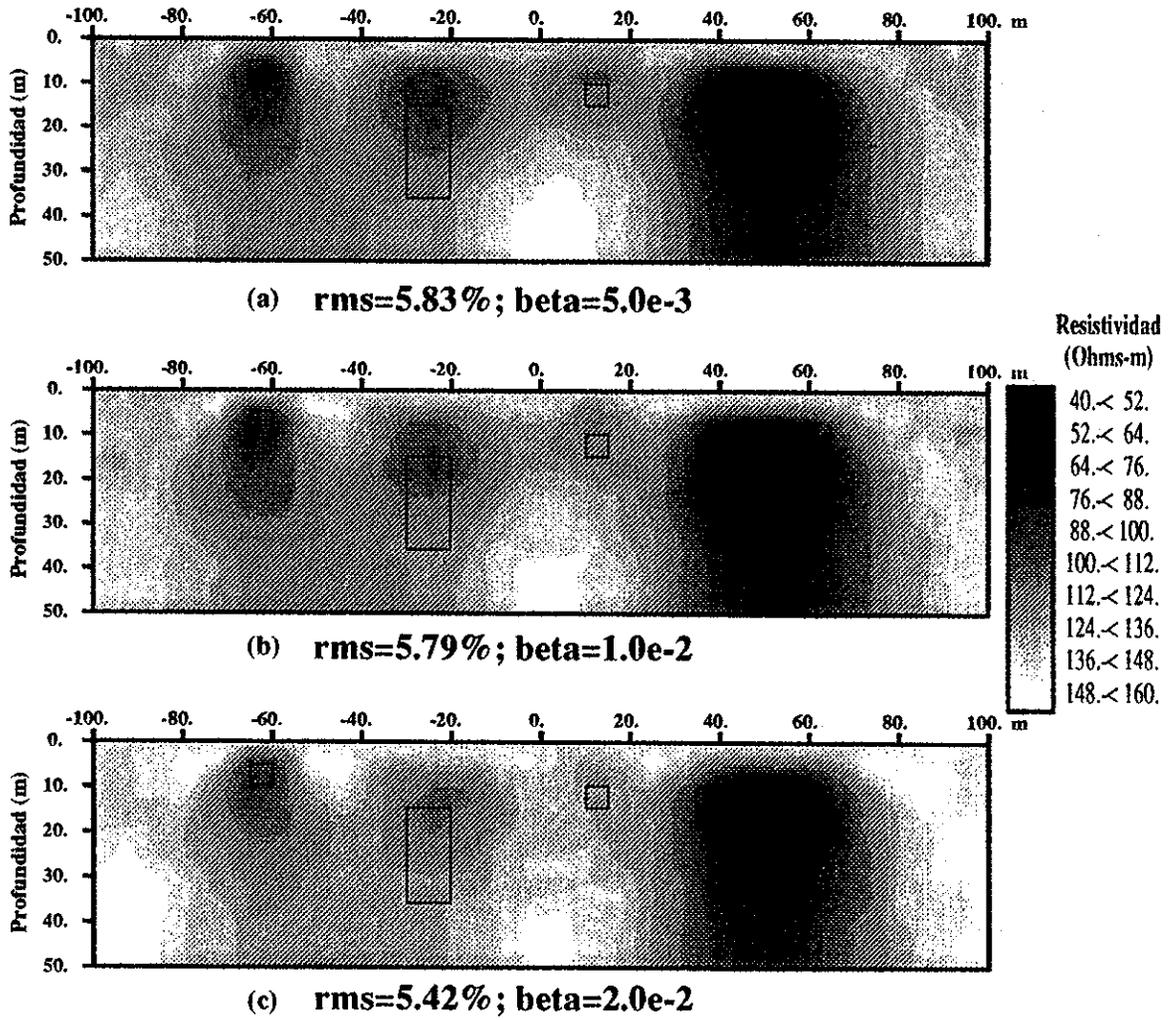


Figura 56.- Inversión conjunta de los datos de la figura 55, usando diferentes grados de suavizamiento en la optimización.

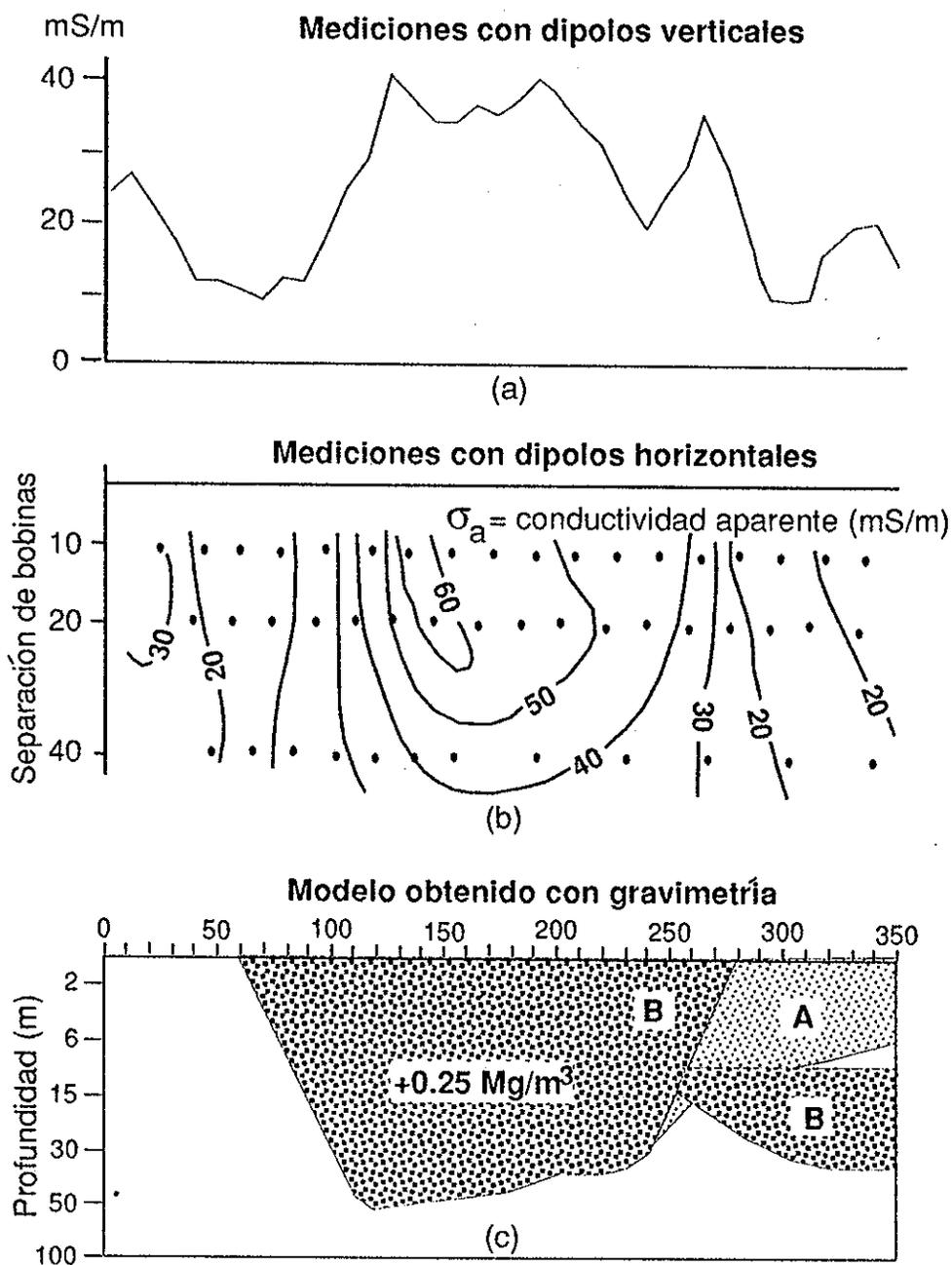


Figura 57.- Mediciones electromagnéticas y gravimétricas de "East Anglia", Inglaterra (Cornwell, 1985). (a) Con dipolos verticales, equipo EM-31, (b) con dipolos horizontales, equipo EM-34, (c) modelos A y B obtenidos con mediciones de gravimetría.

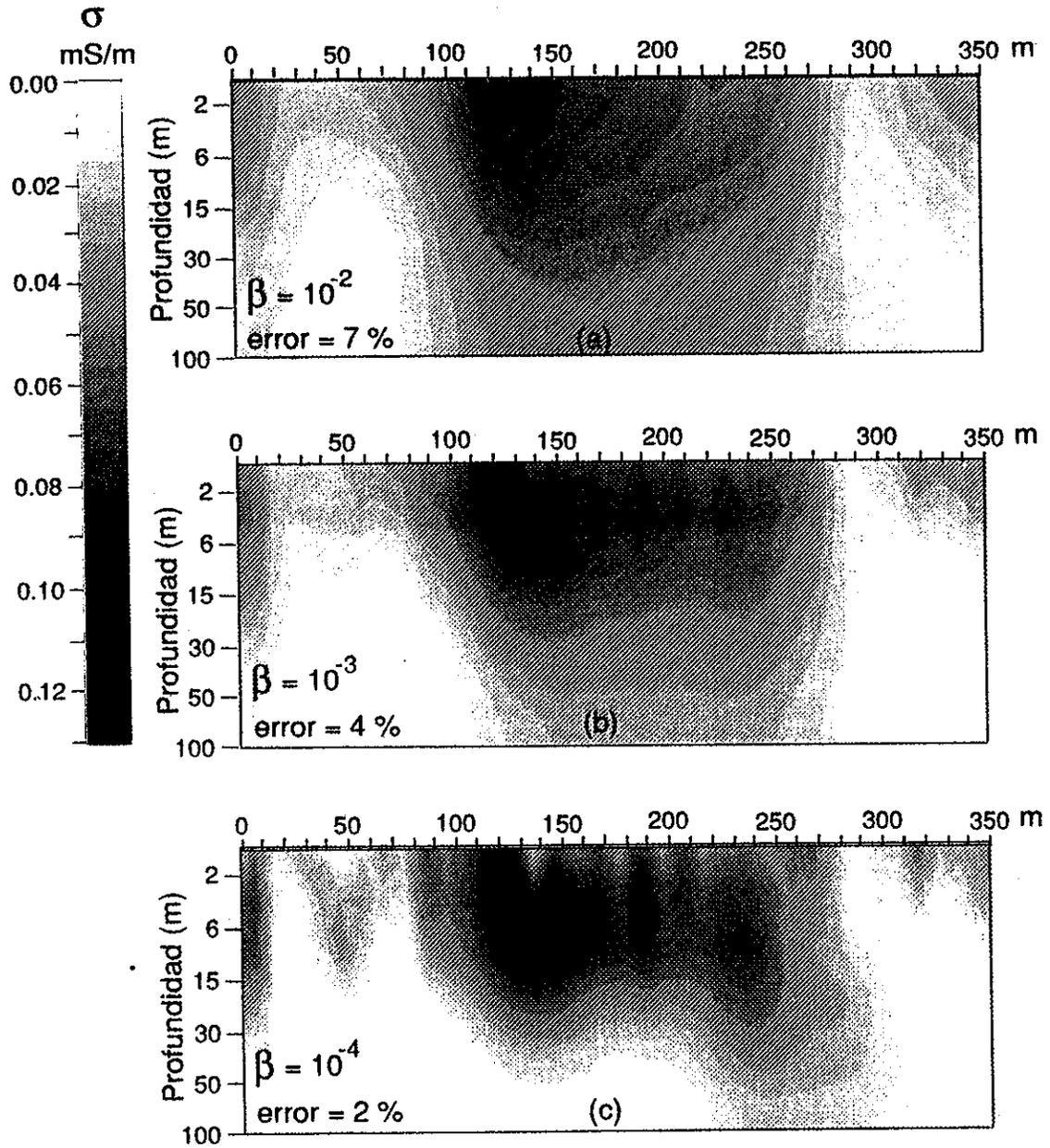


Figura 58.- Imágenes de conductividad obtenidos de datos de "East Anglia", Inglaterra (Cornwell, 1985), usando solo las observaciones hechas con el EM-34 y para tres diferentes valores de β .

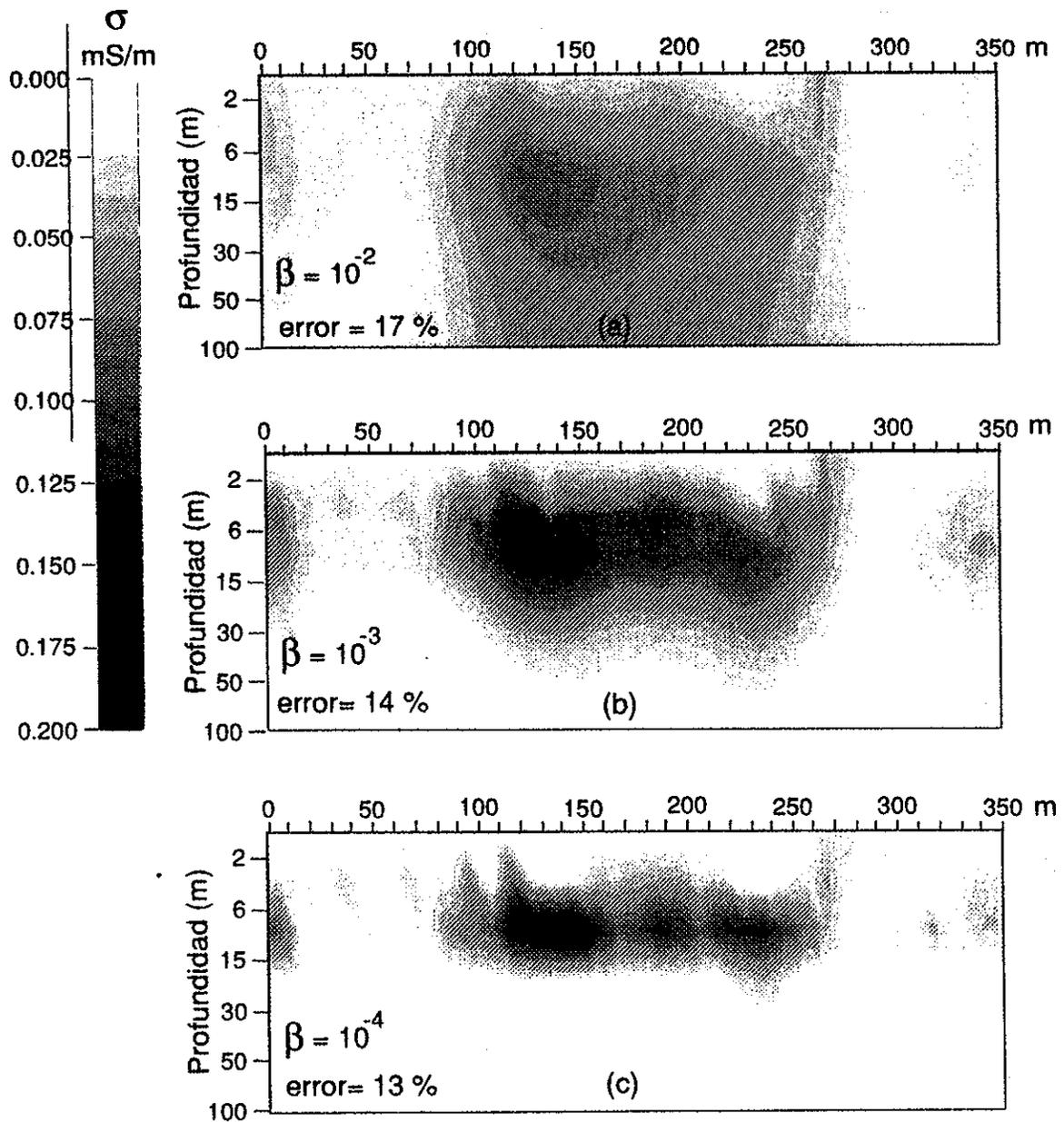


Figura 59.- Imágenes de conductividad obtenidos de datos de "East Anglia", Inglaterra (Cornwell, 1985), usando las observaciones hechas con el EM-34 y EM-31, para tres diferentes valores de β .

LINEA 1 (Maneadero, B.C.)

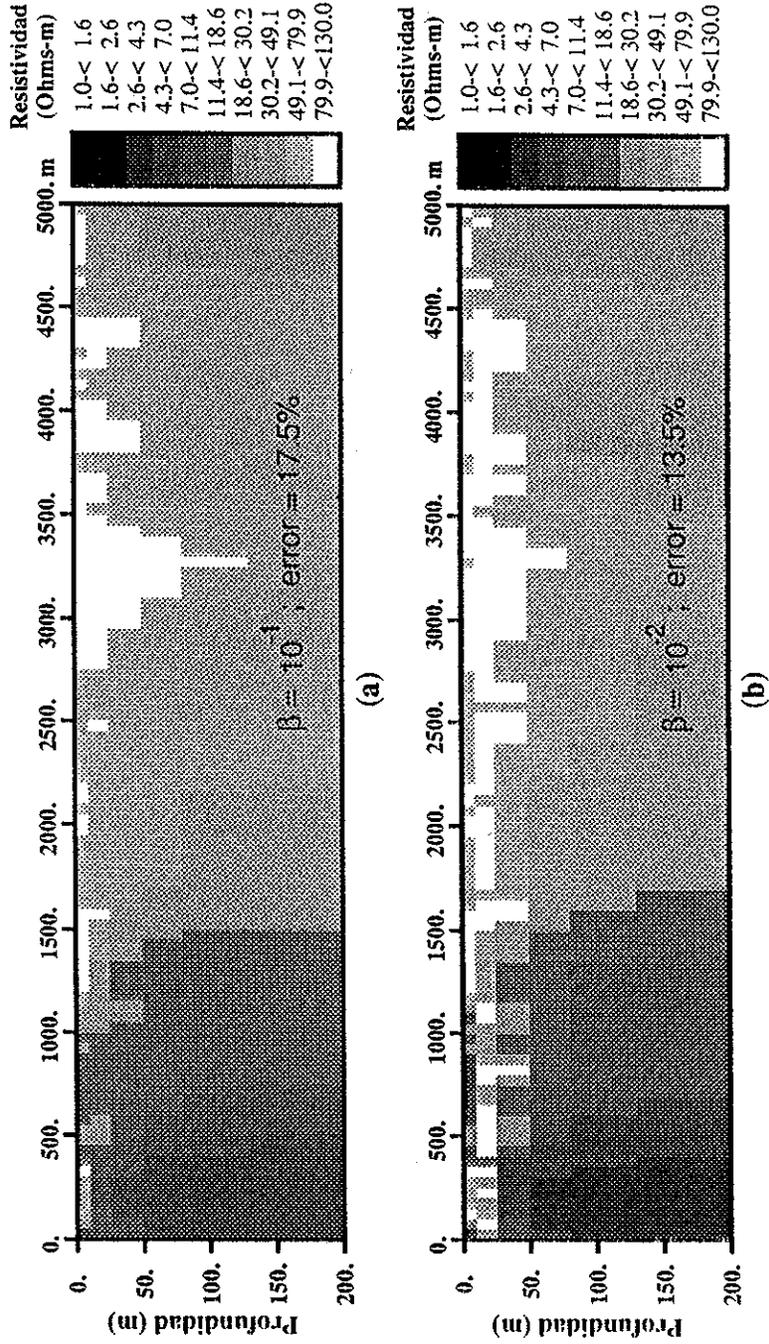


Figura 60.- Imágenes de resistividad obtenidas a partir de datos del EM-34 de la línea 1 de Maneadero, B.C. (Proyecto de Herrera, 1994).

LINEA 2 (Maneadero, B.C.)

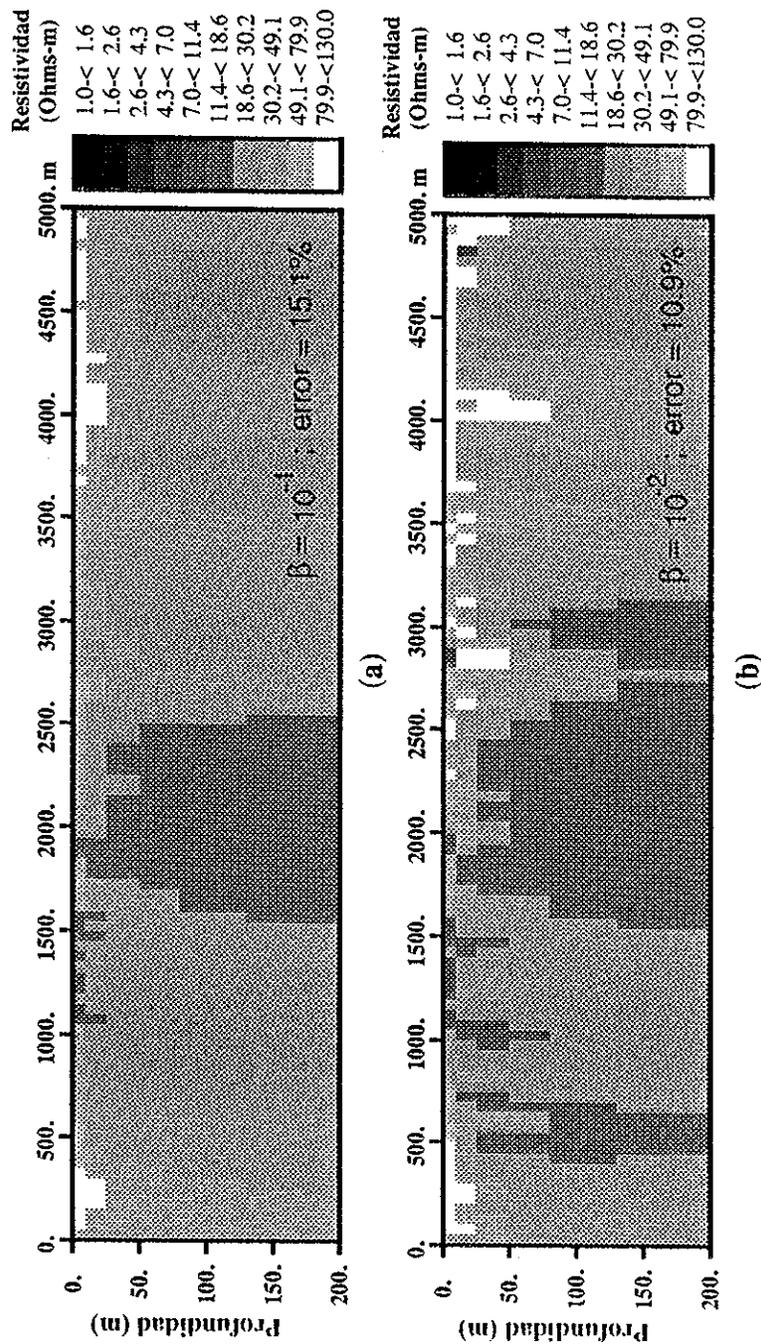


Figura 61.- Imágenes de resistividad obtenidas a partir de datos del EM-34 de la línea 2 de Maneadero, B.C. (Proyecto de Herrera, 1994).

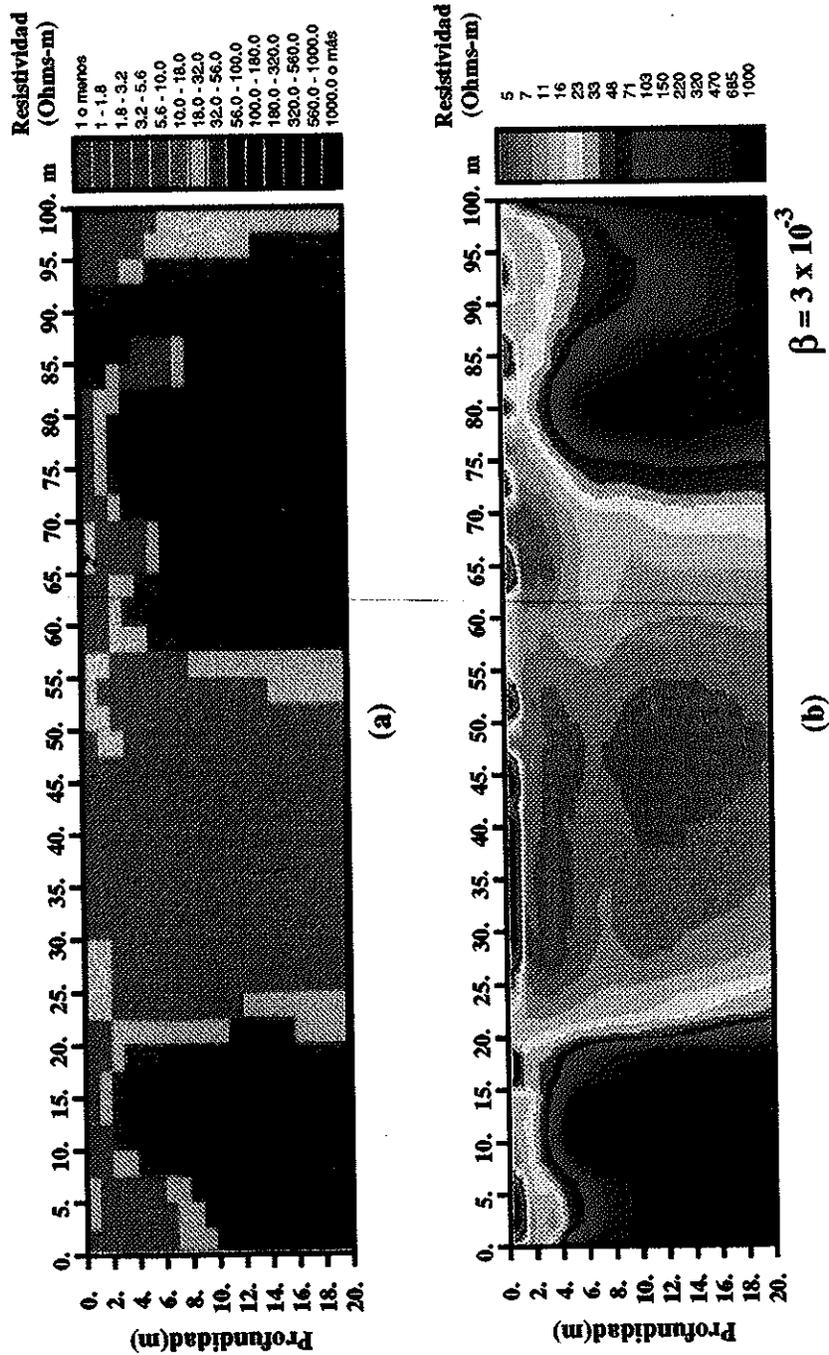
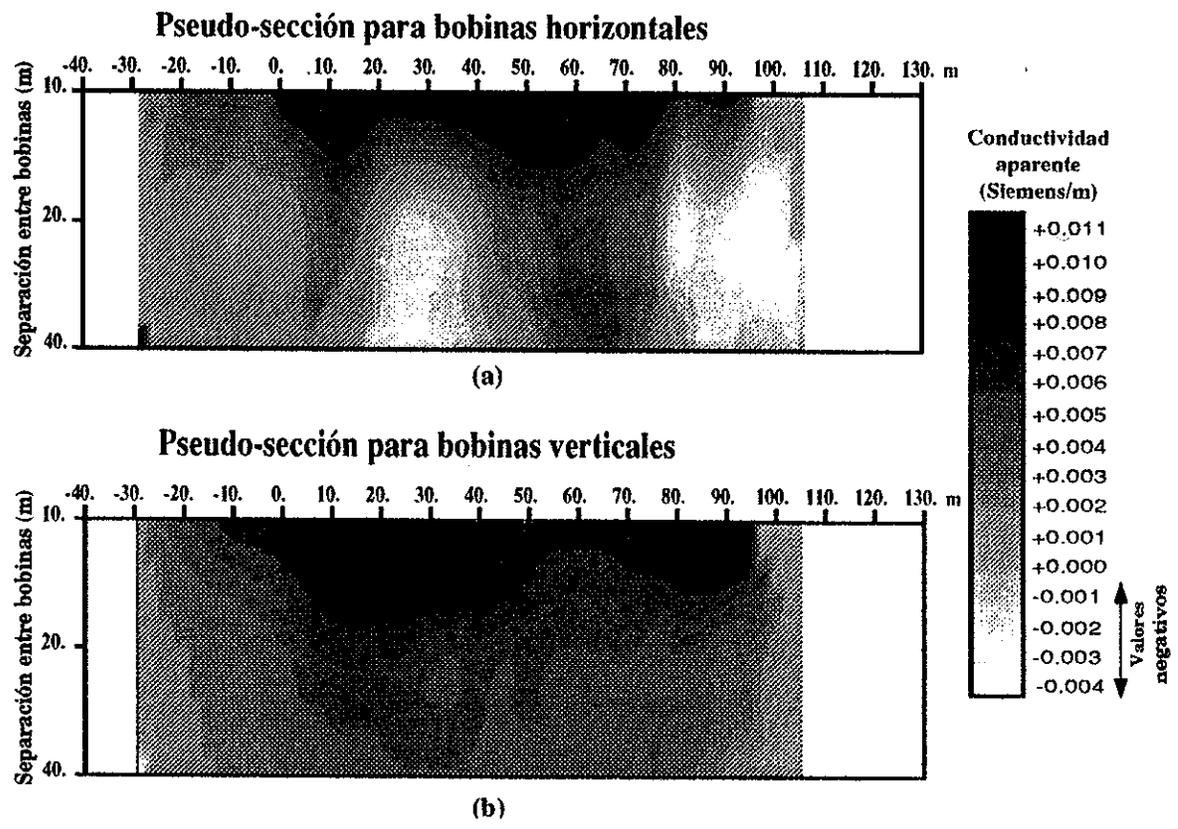


Figura 62.- Delimitación del avance de contaminante (conductor) por dos métodos independientes. (a) Por inversión de datos de VLF. (b) Por imagen de resistividad a partir de datos de EM-31, EM-34, EM-38.



**Figura 63.- Datos del EM-34 en forma de pseudo-sección, de Las Auras, Tecate, B.C.
(a) De bobinas horizontales coplanares, (b) bobinas verticales coplanares.**

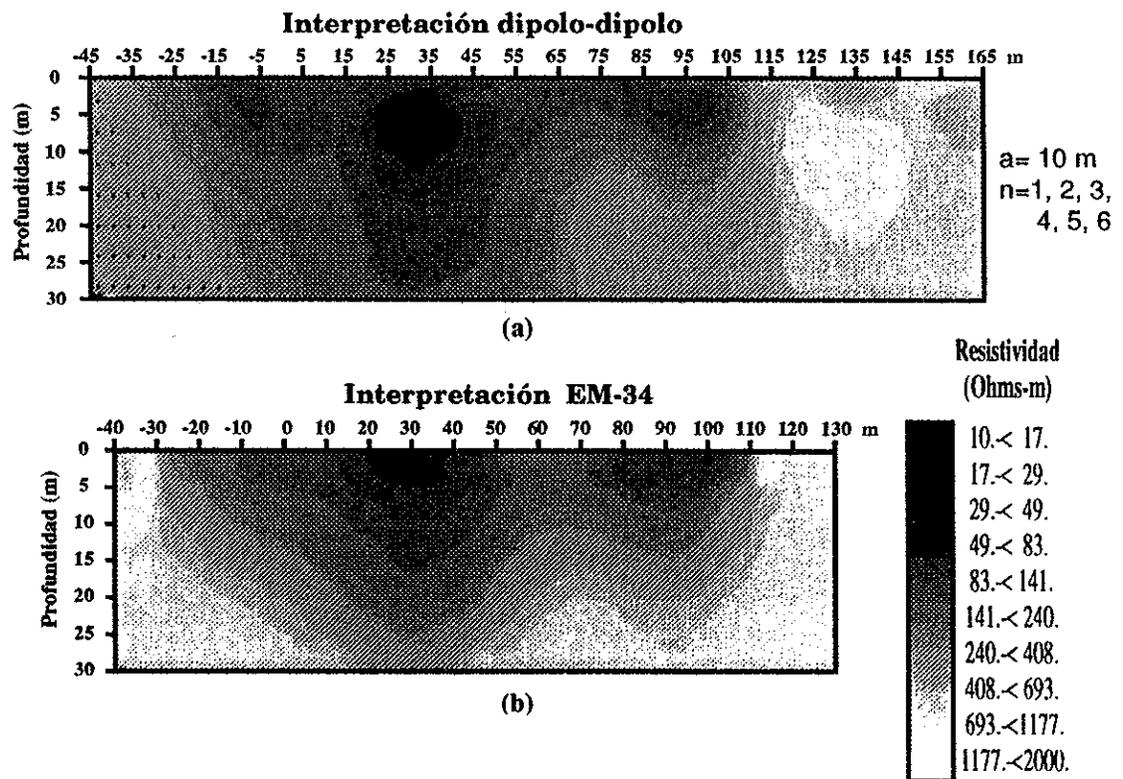


Figura 64.- Interpretación de los datos de Las Auras. (a) Imagen de resistividad obtenida de los datos de dipolo-dipolo. (b) Imagen de resistividad obtenida de los datos del EM-34.

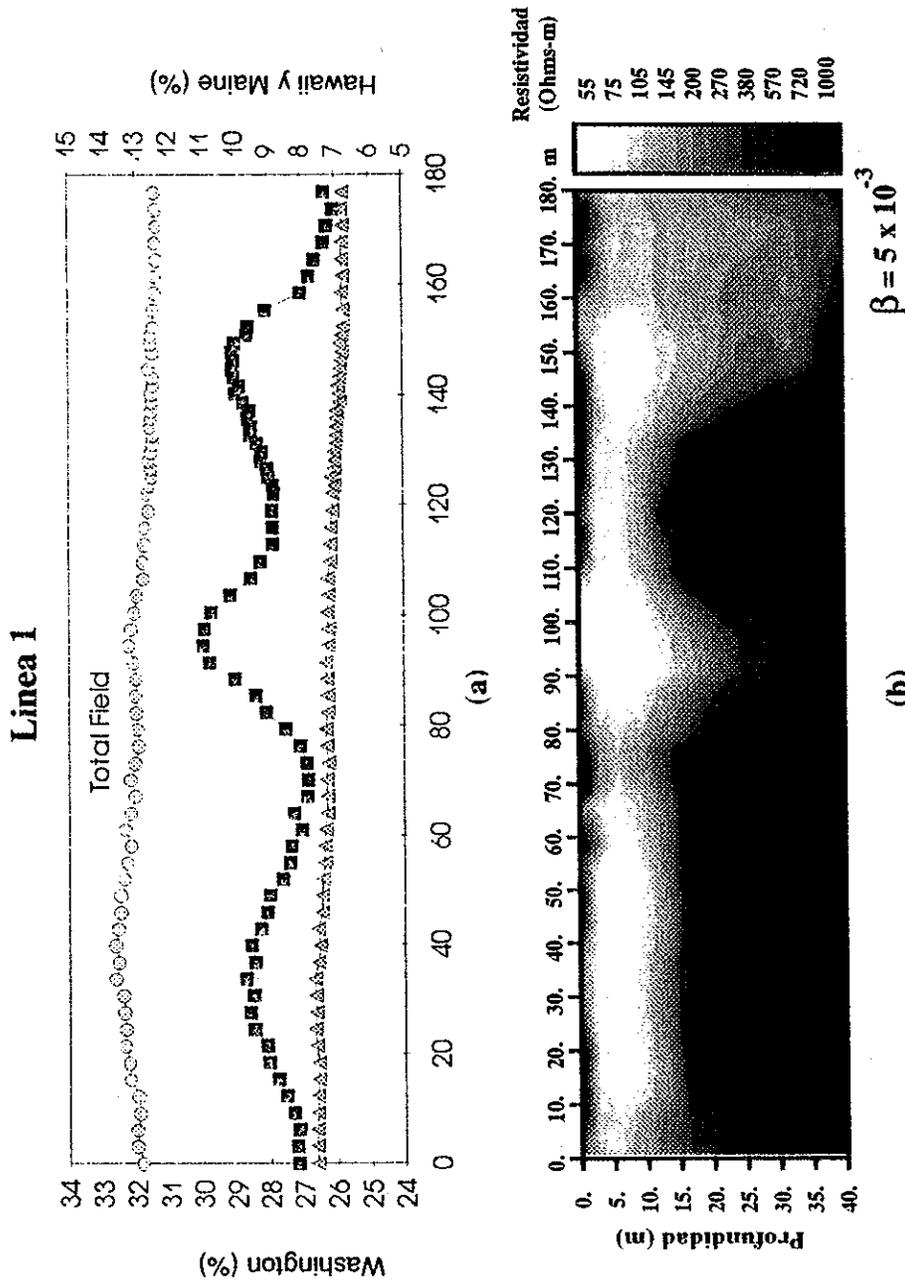


Figura 65.- Determinación de posibles fallas en la línea 1 del sitio "El Descanso", California. (a) Usando VLF. Las estaciones de VLF correspondientes son; Washington (cuadros), Maine (triángulos) y Hawaii (círculos). (b) Usando EM-34

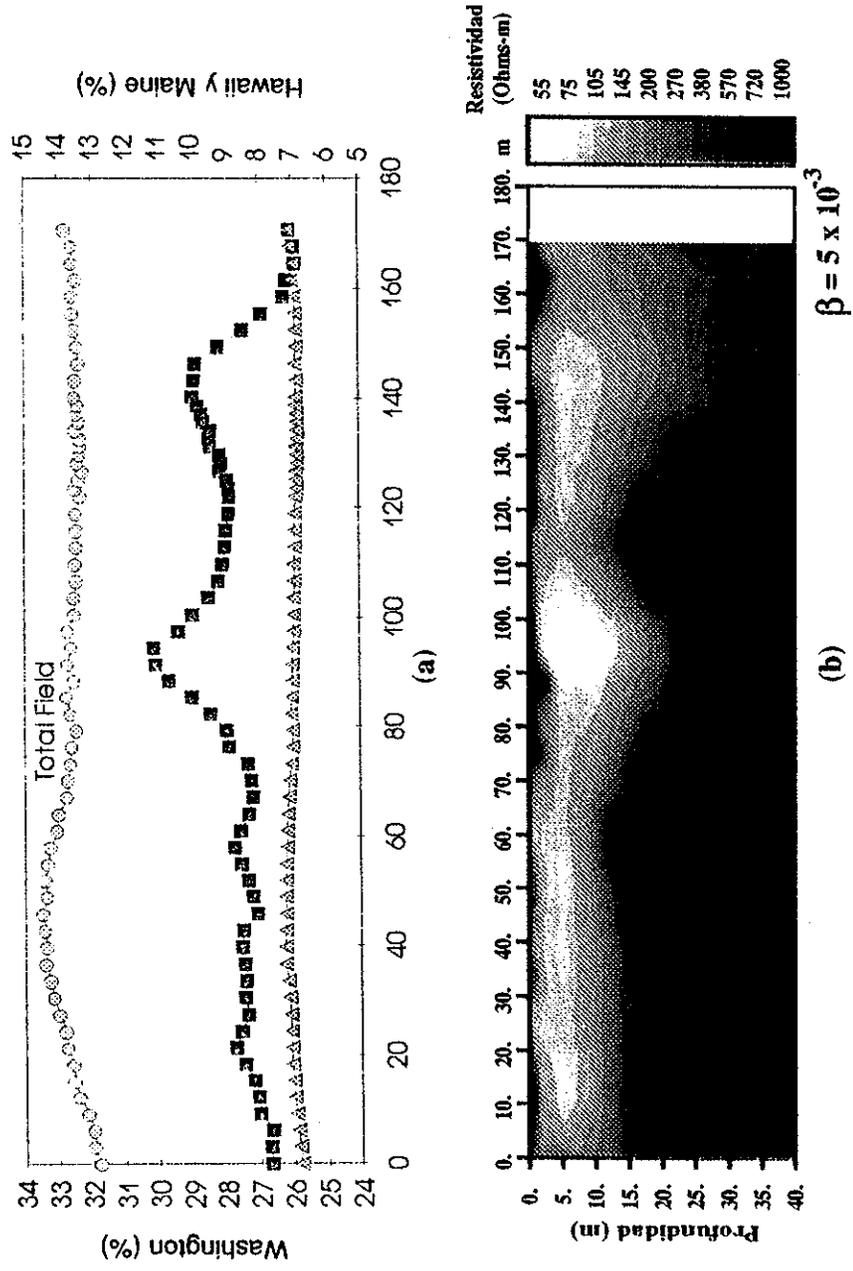


Figura 66.- Determinación de posibles fallas en la línea 2 del sitio "El Descanso", California. (a) Usando VLF. Las estaciones de VLF correspondientes son; Washington (cuadros), Maine (triángulos) y Hawaii (círculos). (b) Usando EM-34

VIII METODO PARA INVERTIR MEDICIONES DE RESISTIVIDAD POR CORRIENTE DIRECTA

VIII.1 Introducción

Este capítulo pretende ser una continuación de la tesis realizada por Cavazos-Garza (1986) y del trabajo de Cavazos-Garza y Gómez-Treviño (1989). La continuación es en el sentido de superar algunos aspectos fundamentales de su trabajo en lo referente a obtener modelos bidimensionales de resistividad a partir de mediciones superficiales de potencial eléctrico. La diferencia principal consiste en eliminar la limitación de suponer un modelo de referencia en la inversión, así como en determinar una solución analítica a la integral en la dirección del rumbo. Además, se estabiliza el problema introduciendo el criterio de mínima estructura y se utiliza programación cuadrática para permitirnos acotar las incógnitas. De esta forma el algoritmo es más rápido y entrega soluciones confiables e inmediatas sin introducir criterios numéricos adicionales para cada problema.

En la actualidad el problema inverso de resistividad ha sido resuelto de varias formas. Por medio de elementos finitos (Sasaki, 1994) y por medio de centros alfa (Petrick *et al.*, 1981; Shima, 1990), entre otros métodos. Todas estas técnicas, aún cuando dan soluciones aceptables, requieren de mucho poder computacional. Existe otra corriente, que es la de trabajar con la aproximación para contrastes pequeños, en el cual los algoritmos son mucho más rápidos, requieren de una sola iteración y pueden correr en computadoras pequeñas. A estos métodos se les llama de imágenes, ya que no es inversión con la ecuación completa (sino aproximada). Se supone que el campo eléctrico dentro del cuerpo es muy cercano al de un semi-espacio homogéneo. Li y Oldenburg (1992) usan la misma aproximación que Cavazos-Garza y Gómez-Treviño (1989) y obtienen conclusiones similares. En ambos casos no se pueden tener variaciones de la resistividad que se desvíen mucho de un valor promedio. Nosotros hacemos la misma aproximación pero no requerimos de un semi-espacio promedio, lo cual nos da un margen un poco mayor para que varíe la resistividad.

VIII.2 Ecuación integral

Para resolver el problema, partimos de la ecuación de esparcimiento descrita en el capítulo VI, pero para corriente directa, la cual establece que

$$\delta\mathbf{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) = - \int_{V'} \mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}',\mathbf{r}_0) \frac{\delta\rho(\mathbf{r}')}{\rho^2(\mathbf{r}')} dv \quad (118)$$

donde

$\delta\sigma = -\frac{\delta\rho}{\rho^2}$ es la perturbación de la conductividad dentro del cuerpo perturbador del campo primario, $\delta\sigma(\mathbf{r}) = \sigma(\mathbf{r}') - \sigma_0$, según se ilustra en la figura 67.

$\mathbf{E}(\mathbf{r}',\mathbf{r}_0)$ es el campo eléctrico dentro del cuerpo.

$\delta\mathbf{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) = \mathbf{E}(\mathbf{r},\mathbf{r}_0) - \mathbf{E}_p(\mathbf{r},\mathbf{r}_0)$ es la diferencia entre el campo eléctrico total y el campo eléctrico que existía en la ausencia del cuerpo perturbador.

$\mathbf{G}(\mathbf{r},\mathbf{r}')$ es la función de Green para el campo eléctrico en la ausencia del cuerpo.

Sin pérdida de generalidad, supondremos como fuente de corriente un electrodo puntual localizado en el punto \mathbf{r}_0 . La función de Green representa el campo eléctrico medido en las tres direcciones (x,y,z) debido a tres dipolos orientados en las tres direcciones (x,y,z) , ver figura (67). De esta forma la función de Green es un tensor de 9 elementos.

Por otro lado, debido a que el campo eléctrico es conservativo, lo podemos expresar por medio de un potencial escalar. El trabajo requerido para llevar una carga desde infinito hasta un punto cualquiera dentro de un campo, se define como el potencial de ese campo. Debido a que es conservativo, la ruta de integración puede ser cualquiera. Sin pérdida de generalidad y por conveniencia integramos en la dirección de x . Así, de esta manera el tensor de Green sólo se queda con los elementos de x .

$$\int_{-\infty}^r \delta \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \cdot d\mathbf{x} = \int_{-\infty}^r \delta E_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) dx = -\delta \mathcal{O}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \quad (119)$$

Integrando también el término dentro de la integral en la ecuación (118), pero sólo la componente x , tenemos.

$$\delta \mathcal{O}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \int_{v'} \int_{-\infty}^r [G_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_x(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) + G_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_y(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) + G_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') E_z(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0)] \frac{\delta \rho(\mathbf{r}')}{\rho^2(\mathbf{r}')} dx dv' \quad (120)$$

La integral sólo actúa sobre la función de Green (sólo ésta depende de x), pero como representa el campo eléctrico debido a dipolos eléctricos en las tres direcciones, normalizado por su respectivo momento dipolar (ecuación 12c), podemos escribir

$$\int_{-\infty}^r G_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx = \int_{-\infty}^r \frac{E_{xx}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx}{I \Delta x} = \frac{\Psi_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{I \Delta x} \quad ,$$

$$\int_{-\infty}^r G_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx = \int_{-\infty}^r \frac{E_{yy}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx}{I \Delta y} = \frac{\Psi_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{I \Delta y} \quad (121)$$

$$y \quad \int_{-\infty}^r G_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx = \int_{-\infty}^r \frac{E_{zz}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') dx}{I \Delta z} = \frac{\Psi_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{I \Delta z} \quad ,$$

Donde E_{xx} , E_{yy} , E_{zz} representan los campos en la dirección de x , debidos a dipolos en las tres direcciones como fuente (colocados dentro del cuerpo). La integración dá como resultado el potencial eléctrico debido a un dipolo en esa dirección.

Si consideramos que el potencial debido a un polo eléctrico sobre un semi-espacio homogéneo se expresa como

$$\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\rho I}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \quad , \quad (122)$$

entonces el campo eléctrico se puede expresar como

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\nabla\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\rho I (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad . \quad (123)$$

Por otro lado, el potencial debido a un dipolo eléctrico es

$$\psi_d(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\rho I}{2\pi} \nabla \left(\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \right) \cdot d\mathbf{l} \quad , \quad (124)$$

donde $d\mathbf{l} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$ representa la dirección del dipolo. Equivalentemente

$$\psi_d(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\rho I (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \cdot (\Delta x, \Delta y, \Delta z) \quad . \quad (125)$$

Se puede ver de las ecuaciones 125 y 123 que:

$$E_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\Delta x = \psi_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \quad (126)$$

$$E_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\Delta y = \psi_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$$

$$\text{y } E_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}')\Delta z = \psi_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}') .$$

O sea que el campo eléctrico (E_x, E_y, E_z) debido a un polo eléctrico, es igual al potencial debido a un dipolo eléctrico normalizado por el momento del dipolo.

De esta forma, si sustituimos (126) en (121) y el resultado en (120), queda

$$\delta\mathcal{O}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{I} \int_{v'} [E_x(\mathbf{r}, \mathbf{r}')E_x(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) + E_y(\mathbf{r}, \mathbf{r}')E_y(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) + E_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}')E_z(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0)] \frac{\delta\rho(\mathbf{r}')}{\rho^2(\mathbf{r}')} dv' .$$

$$\delta\mathcal{O}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{I} \int_{v'} \mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) \frac{\delta\rho(\mathbf{r}')}{\rho^2(\mathbf{r}')} dv' , \quad (127)$$

$$\text{o bien, } \delta\mathcal{O}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{I} \int_{v'} \nabla\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \nabla\mathcal{O}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) \frac{\delta\rho(\mathbf{r}')}{\rho^2(\mathbf{r}')} dv' . \quad (128)$$

\mathcal{O} es el potencial dentro del cuerpo debido a un polo eléctrico como fuente, y ψ es el potencial en el receptor y debido a los tres dipolos de la función de Green, o bien aplicando el principio de reciprocidad (Apéndice C), el campo eléctrico en las 3 direcciones debido al polo receptor actuando como fuente.

El potencial debido a un polo eléctrico sobre un semi-espacio homogéneo es:

$$\mathcal{O} = \frac{\rho I}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} , \text{ por lo que podemos definir}$$

$$\rho_a = \frac{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{I} \varnothing \quad (129)$$

En cualquier lugar que midamos la resistividad debe ser igual a la del semi-espacio. Pero cuando no se trata de un semi-espacio, entonces, la resistividad medida es aparente.

Aplicando (129) a (128) obtenemos

$$\delta\rho_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{I^2} \int_{v'} \nabla\psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \nabla\varnothing(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) \frac{\delta\rho(\mathbf{r}')}{\rho^2(\mathbf{r}')} dv' \quad (130)$$

Esta ecuación la podemos usar para modelado de cualquier tipo de distribución de resistividades en el subsuelo. Conocemos $\rho(\mathbf{r}')$, conocemos el potencial debido a un semi-espacio (ψ). El potencial dentro del cuerpo \varnothing y ρ_a , se calculan mediante algún método numérico para la solución de ecuaciones integrales de Fredholm de segunda especie.

VIII.3 Aproximación para bajos contrastes en la resistividad

La ecuación (130) también la podemos usar para obtener la resistividad verdadera a partir de observaciones de la resistividad aparente. Pero no conocemos ρ ni tampoco \varnothing , por lo que se requiere de resolver numéricamente la ecuación integral para calcular, primero \varnothing y luego ρ . Esto requiere de un esfuerzo computacional muy grande. El problema se simplifica si hacemos la aproximación de que el contraste de resistividades no difiere mucho de la resistividad del semi-espacio promedio (ρ_0), que puede ser homogéneo o estratificado.

En este capítulo de la tesis tomamos un semi-espacio homogéneo. De esta forma el potencial \varnothing debido a un polo en \mathbf{r}_0 (como fuente) y el potencial ψ debido a un polo en \mathbf{r} (también como fuente, por reciprocidad) vienen dados como

$$\varnothing(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) = \frac{\rho I}{2\pi |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|} \quad (131)$$

$$y \quad \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{\rho I}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

Los gradientes respectivos:

$$\nabla \varnothing(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) = -\frac{\rho I (\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0)}{2\pi |\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^3} \quad (132)$$

$$y \quad \nabla \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\rho I (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3}$$

Si sustituimos (132) en (130) queda:

$$\delta\rho_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{2\pi} \int_{v'} \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^3 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \delta\rho(\mathbf{r}') dv'$$

$$\text{o bien} \quad \rho_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \rho_0 + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{2\pi} \int_{v'} \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^3 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \delta\rho(\mathbf{r}') dv' \quad (133)$$

Otra forma de plantear el problema inverso es partiendo de la ecuación integral para corriente directa desarrollada por Gómez-Treviño (1987), la cual es la contraparte eléctrica de la ecuación (42) para campos magnéticos. La ecuación es

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = - \int_v \mathbf{G}'(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) \frac{dv}{\rho(\mathbf{r}')} \quad (134)$$

en donde $\mathbf{E}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0)$ es el campo en el subsuelo y $\mathbf{G}'(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ es la función de Green, pero considerando ya las heterogeneidades en la resistividad. Para cada cuerpo existirá una $\mathbf{G}'(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ diferente. Es muy probable que tenga una forma demasiado complicada y sea necesario resolverla numéricamente. Sin embargo, si hacemos la aproximación para bajos contrastes en la resistividad, entonces ahora $\mathbf{E}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0)$ se vuelve el campo en el semi-espacio homogéneo o estratificado y $\mathbf{G}'(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ es el campo eléctrico debido a tres dipolos dentro de un semi-espacio homogéneo o estratificado.

Si siguiendo un procedimiento igual al de las ecuaciones (119) al (128), nos queda

$$\mathcal{O}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{1}{I} \int_v \nabla \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \nabla \mathcal{O}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) \frac{dv'}{\rho(\mathbf{r}')} \quad (135)$$

Si procedemos de igual forma que en la ecuación (130), obtendremos:

$$\rho_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{2\pi |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{I^2} \int_v \nabla \psi(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \cdot \nabla \mathcal{O}(\mathbf{r}', \mathbf{r}_0) \frac{dv'}{\rho(\mathbf{r}')} \quad (136)$$

Si suponemos un semi-espacio homogéneo (ecuaciones 131 y 132), nos queda:

$$\rho_a(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|}{2\pi} \int_v \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^3 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho(\mathbf{r}') dv \quad (137)$$

La ecuación (137) es muy semejante a la obtenida para la ecuación de dispersión (ecuación 133), con la diferencia que la integral es sobre todo el semi-espacio. Esta es la ecuación que utilizamos en la inversión de datos de corriente directa.

Para inversión, es decir, obtener $\rho(\mathbf{r})$ a partir de las resistividades aparentes, usamos la ecuación (137), ya que es sobre todo el volumen (v), pues no sabemos donde se halla el cuerpo que está provocando la anomalía de resistividad.

Las ecuaciones (133) y (137) se pueden usar para cualesquier distribución tridimensional de resistividad. Por lo tanto se pueden usar para inversión y modelado aproximado de cuerpos tridimensionales, resolviendo numéricamente la integral de volumen.

VIII.4 Ecuación para estructuras bidimensionales con arreglo polo-polo

La ecuación (137), expresado en forma expandida queda:

$$\rho_a(x, x_0) = \frac{|x - x_0|}{2\pi} \int_v \frac{(x' - x_0)(x - x') - y'^2 - z'^2}{\sqrt{(y^2 + c^2)^3 (y^2 + p^2)}} \rho(x', y', z') dv, \quad (141)$$

$$\text{con } c^2 = (x' - x_0)^2 + z'^2$$

$$\text{y } p^2 = (x - x')^2 + z'^2.$$

El polo de fuente se halla en $(x_0, 0, 0)$ y el polo receptor en $(x, 0, 0)$. La distancia entre fuente y receptor es $|x - x_0|$.

La ecuación (141) es muy semejante a la ecuación (78) de modelado bidimensional con bobinas horizontales coplanares. Sólo difiere en que la ecuación (141) tiene el término $(-z'^2)$ en el numerador. Como suponemos que el cuerpo es infinito en la dirección de y , entonces resolveremos esa integral analíticamente como lo hicimos en la sección VI.6.2.

De esta forma la expresión para estructuras bidimensionales queda:

$$\rho_a(x-x_0) = \frac{|x-x_0|}{\pi} \int_0^z \int_{x_1}^{x_2} M(c, p, r) \rho(x', z') dx' dz' \quad (142)$$

Donde:

Para $c > p$

$$M(c, p, r) = \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4p^2K(q)}{cp^2(c^2 - p^2)^2} [(x' - x_0)(x - x') - z'^2 + c^2] - \frac{2}{c^3q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] \quad (143)$$

$$\text{con } q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c}$$

Para $c < p$

$$M(c, p, r) = \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4c^2K(q)}{pc^2(p^2 - c^2)^2} [(x' - x_0)(x - x') - z'^2 + p^2] - \frac{2}{p^3q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] \quad (144)$$

$$\text{con } q = \frac{\sqrt{p^2 - c^2}}{p}$$

Para $c = p$

$$M(c, p, \mathbf{r}) = \frac{\pi}{8} \left\{ \frac{1}{c^3} - \frac{3}{c^5} [(x' - x_0)(x - x') - z^2] \right\} \quad (145)$$

Estas expresiones son similares a las ecuaciones (88), (89) y (90). Como en los casos anteriores, la solución de las integrales elípticas es mediante coeficientes (ver ecuaciones 92 y 93). Suponiendo una discretización similar a la utilizada para el caso electromagnético, la ecuación (142) se puede escribir como

$$\rho_a(x - x_0) = \frac{|x - x_0|}{\pi} \sum_{j=1}^J \sum_{n=1}^N M_{nj} \rho_{nj} \Delta x_n \Delta z_j \quad (146)$$

Esta expresión se puede usar para modelado o para estimación aproximada de resistividades verdades con el arreglo polo-polo. Como antes, el problema inverso quedó planteado en términos de un sistema de ecuaciones lineales.

VIII.5 Ecuación para 3D con un arreglo tetrapolar arbitrario

Si desde la ecuación (135), suponemos contrastes bajos en la resistividad y sustituimos (132), el resultado es

$$\Phi(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}) = \frac{I}{4\pi^2} \int_V N(\mathbf{r}_0, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') dV = \frac{I}{4\pi^2} \int \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0) \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_0|^3 |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \rho(\mathbf{r}') dV \quad ,$$

donde \mathbf{r}_0 es la ubicación del polo fuente y \mathbf{r} la ubicación del polo receptor.

En un arreglo de 4 polos, como en la figura (68a), el potencial producido por cualquiera de los dos electrodos de corriente (A y B) en cualquiera de los dos electrodos de potencial (M y N) se puede expresar como

$$\Phi(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \frac{I}{4\pi^2} \int_v N(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}') dV = \frac{I}{4\pi^2} \int_v \frac{(\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i) \cdot (\mathbf{r}_j - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_i|^3 |\mathbf{r}_j - \mathbf{r}'|^3} \rho(\mathbf{r}') dV \quad (147)$$

siendo $i = A, B$

y $j = M, N$

De esta forma, la diferencia de potencial medida en MN, debido a los electrodos de corriente A-B, es

$$\Delta V = \Phi(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_M) - \Phi(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_N) - \Phi(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M) + \Phi(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_N) \quad (148)$$

Sobre un semi-espacio homogéneo tendremos

$$\Delta V = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{1}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_M|} - \frac{1}{|\mathbf{r}_A - \mathbf{r}_N|} - \frac{1}{|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_M|} + \frac{1}{|\mathbf{r}_B - \mathbf{r}_N|} \right] = \frac{\rho I}{2\pi} [g] \quad (149)$$

donde $[g]$ es el factor de la geometría del arreglo.

Despejando de la ecuación (149) definimos la resistividad aparente como

$$\rho_a = \frac{2\pi}{I} [g]^{-1} \Delta V \quad (150)$$

Si sustituimos (148) en (150) resulta

$$\rho_d(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_N) = \frac{[g]^{-1}}{2\pi} \int_v M(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_N) \rho(\mathbf{r}') dv \quad , \quad (151)$$

donde

$$M(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_N) = N(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}') - N(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_N, \mathbf{r}') - N(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}') + N(\mathbf{r}_B, \mathbf{r}_N, \mathbf{r}')$$

En este caso también se debe cumplir que

$$\frac{[g]^{-1}}{2\pi} \int_v M(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_N) dv = 1 \quad . \quad (152)$$

VIII.6 Ecuación para 2D con un arreglo tetrapolar colineal

Para arreglos colineales hacemos coincidir los cuatro polos sobre el eje x (en $y = 0$) según se ilustra en la figura (68b).

En este caso el factor geométrico se reduce a

$$[g] = \left[\frac{1}{|x_A - x_M|} - \frac{1}{|x_A - x_N|} - \frac{1}{|x_B - x_M|} + \frac{1}{|x_B - x_N|} \right] \quad . \quad (153)$$

y la integral con respecto a y tiene solución analítica, ver ecuación (142). De esta forma, la ecuación (151) queda

$$\rho_a(x_A, x_B, x_M, x_N) = \frac{[g]^{-1}}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty M(x_A, x_B, x_M, x_N) \rho(x', z') dx' dz' \quad , \quad (154)$$

donde

$$M(x_A, x_B, x_M, x_N) = M(x_A, x_M) - M(x_A, x_N) - M(x_B, x_M) + M(x_B, x_N) \quad , \quad (155)$$

$$c^2 = (x' - x_i)^2 + z'^2 \quad i = A, B$$

$$p^2 = (x_j - x')^2 + z'^2 \quad j = M, N$$

Para $\underline{c > p}$

$$M(x_i, x_j) = \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4p^2K(q)}{cp^2(c^2 - p^2)^2} [(x' - x_i)(x_j - x') - z'^2 + c^2] - \frac{2}{c^3q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] \quad (156)$$

$$\text{con } q = \frac{\sqrt{c^2 - p^2}}{c} \quad .$$

Para $\underline{c < p}$

$$M(x_i, x_j) = \frac{2(c^2 + p^2)E(q) - 4c^2K(q)}{pc^2(p^2 - c^2)^2} [(x' - x_i)(x_j - x') - z'^2 + p^2] - \frac{2}{p^3q} \left[\frac{E(q)}{q(1-q^2)} - \frac{K(q)}{q} \right] \quad (157)$$

$$\text{con } q = \frac{\sqrt{p^2 - c^2}}{c} \quad .$$

Para $\underline{c = p}$

$$M(x_i, x_j) = \frac{\pi}{8} \left\{ \frac{1}{c^3} - \frac{3}{c^5} [(x' - x_i)(x_j - x') - z'^2] \right\} \quad (158)$$

También se debe cumplir que

$$\frac{[g]^{-1}}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty M(x_A, x_B, x_M, x_N, r') dx' dz' = 1 \quad (159)$$

Con la ecuación (154) se puede realizar modelado e inversión aproximada de cualquier arreglo tetrapolar colineal suponiendo estructuras bidimensionales.

Para otros arreglos, los arreglos más usados, sólo se requiere cambiar el factor geométrico $[g]$.

$$[g] = \left[\frac{2}{an(n+1)(n+2)} \right] \quad \text{Dipolo-Dipolo} \quad , \quad (160)$$

$$[g] = \left[\frac{1}{a} \right] \quad \text{Wenner} \quad . \quad (161)$$

$$\text{y} \quad [g] = \left[\frac{2a}{L^2} \right] \quad \text{Schlumberger} \quad . \quad (162)$$

En las figuras 68 se muestra la disposición geométrica de cada uno de los tres arreglos arriba mencionados. En cualquiera de los arreglos se debe cumplir la ecuación (159). En el presente trabajo nos concentramos en el dispositivo dipolo-dipolo.

VIII.7 Análisis de la función de peso para el dispositivo dipolo-dipolo

En la figura 69 se muestran imágenes de la función $([g]^{-1}/\pi)M(x_A, x_B, x_M, x_N, \mathbf{r}')$ para diferentes valores de "n" en un arreglo dipolo-dipolo. Las gráficas están escaladas en unidades de "a", tanto en la dirección x como en z. El objetivo de mostrar estas gráficas es el de visualizar la forma en que las diferentes partes, de la tierra afectan a las mediciones. De esta manera se puede, por ejemplo, analizar la costumbre de representar las mediciones en la forma de pseudo-sección.

Cuando se construye una pseudo-sección de resistividad aparente en dipolo-dipolo, es común asignar la observación al cruce de las líneas de 45° por debajo de los dipolos. Se trata de una asignación arbitraria. Al observar la gráfica de la figura 69, en el cruce de tales líneas no siempre se tiene buena resolución. En valores de "n" de 3, 4, 5 y 6 en el punto de asignación la función de peso es casi cero. Esto indica que un posible conductor ahí, quizá no dé una respuesta fuerte en la observación, ya que será más importante lo que esté más cerca de los electrodos.

Otro rasgo interesante, es que existe siempre una zona de sensibilidad negativa entre los dipolos. Esto quiere decir que al ir recorriendo el arreglo dipolo-dipolo sobre un resistivo enterrado, primero se observará un incremento en la curva de resistividad aparente, y al estar casi encima del resistivo, un decremento en la curva y después otra elevación. Cualitativamente nos haría suponer que el bajo en la curva es debida a un conductor, pero no a un resistivo. Se requiere pericia para no confundirse con el comportamiento de la función de peso. De ahí que, el proceso inverso nos evita caer en tales confuciones, aún cuando éste sea aproximado.

VIII.8 Parametrización logarítmica de la resistividad

Si observamos las ecuaciones (151) y (154), vemos que la resistividad verdadera multiplicada por una función de peso, nos da la resistividad aparente. Por simple inspección observamos que la ecuación le da más importancia a lo que sea más resistivo. En la figura 70a se muestra un modelo de un semi-espacio de 60 ohm-m perturbado por un resistivo de 180 ohm-m y un conductor de 20 ohm-m.

Sabemos que en resistividad, la sensibilidad del método es aproximadamente logarítmica. Esto es, que de tratarse de un semi-espacio de 100 ohm-m y un cuerpo de 10 ohm-m, la curva de resistividad aparente debe deflectarse hacia abajo, aproximadamente en la misma proporción que se deflecta hacia arriba en la presencia de un cuerpo resistivo de 1000 ohm-m.

En el ejemplo de la figura 70, $\log(60) - \log(20) = \log(3)$ y $\log(180) - \log(60) = \log(3)$. Esto es, que la curva de resistividad aparente debe mostrar igual deflexión sobre el conductor y sobre el resistivo. En la figura 70 se muestra la curva de resistividad aparente usando directamente la ecuación 154. Se observa que el lóbulo causado por el resistivo es mucho mayor que el causado por el conductor.

Una forma de obligar a que el método tenga sensibilidad logarítmica, es escalando las ecuaciones 151 y 154 en términos de los logaritmos de la resistividad verdadera y aparente. Esto es,

$$\log \rho_a(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_N) = \frac{[g]^{-1}}{2\pi} \int_v N(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_B, \mathbf{r}_M, \mathbf{r}_N, \mathbf{r}') \log \rho(\mathbf{r}') dv \quad , \quad (163)$$

o bien

$$\log \rho_a(x_A, x_B, x_M, x_N) = \frac{[g]^{-1}}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty M(x_A, x_B, x_M, x_N) \log p(x', z') dx' dz' \quad (164)$$

Si usamos la ecuación (164) para calcular la respuesta del mismo modelo, obtenemos las dos curvas de resistividad aparente de la figura 70c. Se observa que los lóbulos para el conductor y el resistivo son similares. En magnitud, esto nos indica que las ecuaciones 163 y 164 son las más apropiadas para el problema de resistividad, ya que da igual peso a los conductores y resistivos que tienen proporciones recíprocas con respecto a la resistividad del semi-espacio.

Las ecuaciones 163 y 164 se pueden obtener a partir de las ecuaciones 151 y 154, haciendo la aproximación para bajos contrastes de la resistividad. Tomemos como ejemplo la ecuación 151 y expresémosla de otra forma:

$$\log \rho_a = \frac{[g]^{-1}}{2\pi} \int_v \frac{n}{n_a} N(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \log p dv \quad ,$$

donde

$$n_a = \frac{\rho_a}{\log \rho_a} \quad \text{y} \quad n = \frac{\rho}{\log \rho} \quad ,$$

si además

$$\rho_a = \rho_0 + \delta \rho_a \quad \text{y} \quad \rho = \rho_0 + \delta \rho \quad .$$

de esta forma

$$n_a = \frac{\rho_0 \left(1 + \frac{\delta\rho_a}{\rho_0}\right)}{\log \rho_0 \left(1 + \frac{\delta\rho_a}{\rho_0}\right)} \quad \text{y} \quad n = \frac{\rho_0 \left(1 + \frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)}{\log \rho_0 \left(1 + \frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)},$$

Expandiendo en una serie de Taylor los términos $\left(1 + \frac{\delta\rho_a}{\rho_0}\right)$ y $\left(1 + \frac{\delta\rho}{\rho_0}\right)$ y quedándonos con el primer término únicamente, considerando que $\delta\rho_a$ y $\delta\rho$ son suficientemente pequeños, tenemos que

$$\frac{n}{n_a} = 1,$$

La validación de las ecuaciones 163 y 164 está de acorde con la aproximación de bajos contrastes en la ecuación integral original (ecuación 130) y con la minimización de las derivadas espaciales de la resistividad en el proceso de inversión.

VIII.9 Inversión aproximada de datos sintéticos de dipolo-dipolo

Para obtener las resistividades verdaderas a partir de las resistividades aparentes usamos la ecuación 164. Discretizamos el subsuelo con un criterio logarítmico (figura 42) para asignarle a cada prisma bidimensional una resistividad. Se minimiza la norma cuadrática de los residuales, sujeta a constricciones de desigualdad en las resistividades o logaritmos de las resistividades (según sea el caso), de acuerdo a la ecuación (112), pero también se aplica el criterio de hallar el modelo de mínima estructura, minimizando además la norma cuadrática de las derivadas espaciales de los parámetros (ecuación 116). En general, el algoritmo es paralelo al desarrollado para mediciones electromagnéticas según se describe en el capítulo anterior.

Para certificar la veracidad de la ecuación 164, utilizamos datos de dipolo-dipolo generadas por Pridmore *et al.* (1981). Ellos calculan la resistividad aparente debida a cuerpos ya sea bidimensionales o tridimensionales con elementos finitos en 3D. En la figura 71 se muestra el modelo completo; un contacto vertical bidimensional, un conductor tridimensional de 10 ohm-m de 2m de ancho y cuerpos tridimensionales en la superficie, que no difieren mucho de las resistividades del fondo, pero pueden ser fuentes de error para objetivos mas profundos como el conductor. En la figura 71 también se muestran las respuestas para el contacto vertical, para el contacto vertical y conductor, así como el modelo completo.

En las figuras 72 se presentan las imágenes de resistividad para diferentes valores de β , usando el logaritmo de la resistividad. Se puede observar que para una β mayor, la imagen de resistividad se ve más suavizada, sobre todo a profundidad, ya que ahí se tiene menos resolución. El criterio de minimización de las derivadas evita que el algoritmo invente variaciones donde se tiene peor resolución, es decir nos da imágenes más suaves en esa región. También se utilizó parametrización lineal (ecuación 154), pero los resultados fueron muy pobres. La parametrización logarítmica surgió después de hacer muchos intentos fallidos con la lineal.

En la figura 73, se muestran las imágenes para el contacto vertical y el conductor tridimensional. Es de observarse que aún para un valor pequeño de β , el conductor es más corto en profundidad, esto tal vez se deba a que nuestro algoritmo es bidimensional y ajusta los datos poniendo un conductor más pequeño en sección transversal, pero infinito en la dirección de y .

En la figura 74 se muestran las imágenes para el modelo completo. Como las resistividades de los cuerpos superficiales no difieren mucho de la del fondo, además de que son finitos en la dirección de y el programa bidimensional sólo alcanza a ver regularmente el cuerpo de 50 ohm-m, pero recupera bien la presencia del conductor de 10 Ohm-m. De aquí se puede observar que para mayores valores de β , se pierden detalles que pueden ser importantes. De ahí que recomendamos utilizar varios valores de β .

VIII.10 Inversión de datos de campo

Una vez comprobada la utilidad del método de inversión en la recuperación de secciones transversales de resistividad, se procedió a utilizarlo en la interpretación de datos de campo.

VIII.10.1 Determinación del espesor de sedimentos

Se utilizó la técnica para obtener una imagen de resistividad de una pequeña cuenca localizada en Las Auras, B.C.. La recolección de los datos correspondió a un curso de experiencia de campo con diversos métodos geofísicos (capítulo VII.7.4 de esta tesis). La interpretación de los datos de dipolo-dipolo se realizó en la propia zona de estudio, una vez montado el algoritmo en una PC. Posteriormente, se llevó a cabo la interpretación de los datos del EM-34 (con la técnica de esta tesis) y se comparó con la de dipolo-dipolo. En la figura 64 se muestran los resultados, se puede ver una alta correspondencia en lo obtenido por ambos métodos.

VIII.10.2 Localización de una intrusión salina

El algoritmo también se aplicó a dos perfiles realizados en el Valle de Maneadero (B.C., México) por Herrera Barrientos (1993), en un proyecto tendiente a delimitar la zona de intrusión salina en el mencionado valle. Los resultados obtenidos a partir de los datos de dipolo-dipolo se muestran en las figuras 75 y 76. En cada gráfica se muestran tres imágenes distintas obtenidas al variar el parámetro de suavizamiento β en la inversión. Las regiones que muestran bajos resistivos corresponden a zonas de intrusión salina.

Los resultados de la línea 1 muestran un conductor del lado izquierdo, lo cual nos indicaría que el agua de mar está penetrando por ahí (resultado similar con el EM-34; figura 60). Debido a que el método de dipolo-dipolo tiene mayor profundidad de penetración

comparado con el EM-34, podemos ver en la línea 1 una zona conductora entre $x = 1700$ y $x = 3000m$ y cuya parte superior se encuentra en $z = 100m$, la cual no pudo ser vista por el EM-34.

Los resultados de la línea 2 (figura 76) muestran un conductor que parece venir de abajo en $x=250 m$, dirigirse a superficie y extenderse hacia la derecha, alcanzando una profundidad de $z=80 m$ a una x entre 600 y $1500 m$. Si ahora vemos los resultados del EM-34 (figura 61), veremos un conductor entre $x=1500$ y $x=2500 m$. Este último conductor parece ser la continuación superficial del conductor visto por dipolo-dipolo.

VIII.10.3 Aplicación a un campo geotérmico

Como parte de un estudio de geotermia en la zona de Ahuachapán-Chipilapa en El Salvador, se colectaron datos de dipolo-dipolo para determinar la distribución de resistividad en esa zona y ver si existía una posible relación entre bajo resistivo y alta temperatura. Los datos fueron colectados por personal del Laboratorio de Los Alamos, Nuevo México, E.U.A.. Se realizaron cuatro perfiles de longitudes promedio de 10 km con separaciones de $a = 500$ y $1000 m$ y $n = 0.1, 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 3.0, 3.5, 4.0, 4.5, 5.0, 5.5$ y 6.0 . Son datos únicos, por las grandes longitudes y porque debieron utilizar fuentes de poder grandísimas para inyectar corriente. Los datos de $a = 1000 m$ fueron interpretados por la técnica desarrollada en esta tesis y comparados con resultados previos de diversos autores que aplicaron modelado directo en 2D. Además, se comparan los resultados con registros de temperaturas en diversos pozos del área, encontrándose una buena correspondencia entre baja resistividad y alta temperatura para la mayoría de los pozos. Las imágenes de resistividad contienen los principales rasgos que hallan los autores de modelado y además se obtienen muchos otros detalles importantes que no pudieron ser contemplados por los modeladores. La investigación motivó la escritura de un artículo en la revista *GEOTHERMICS*, el cual se presenta completo en el Apéndice E.

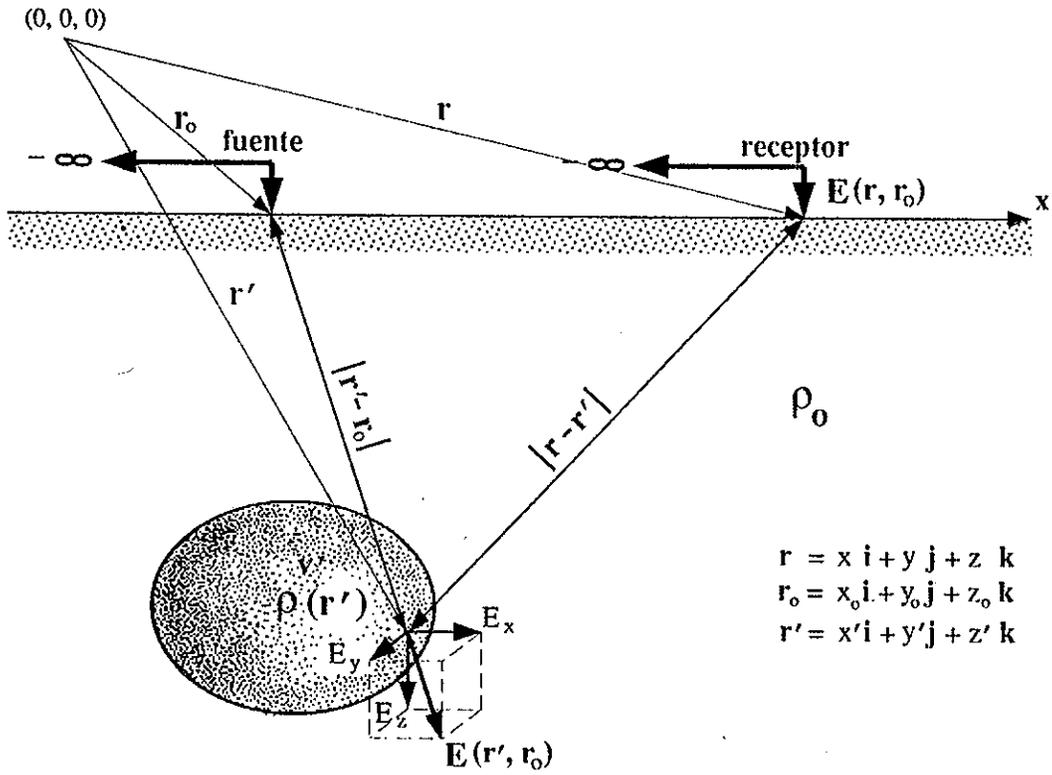


Figura 67.- Representación geométrica de los campos descritos por la ecuación (118).

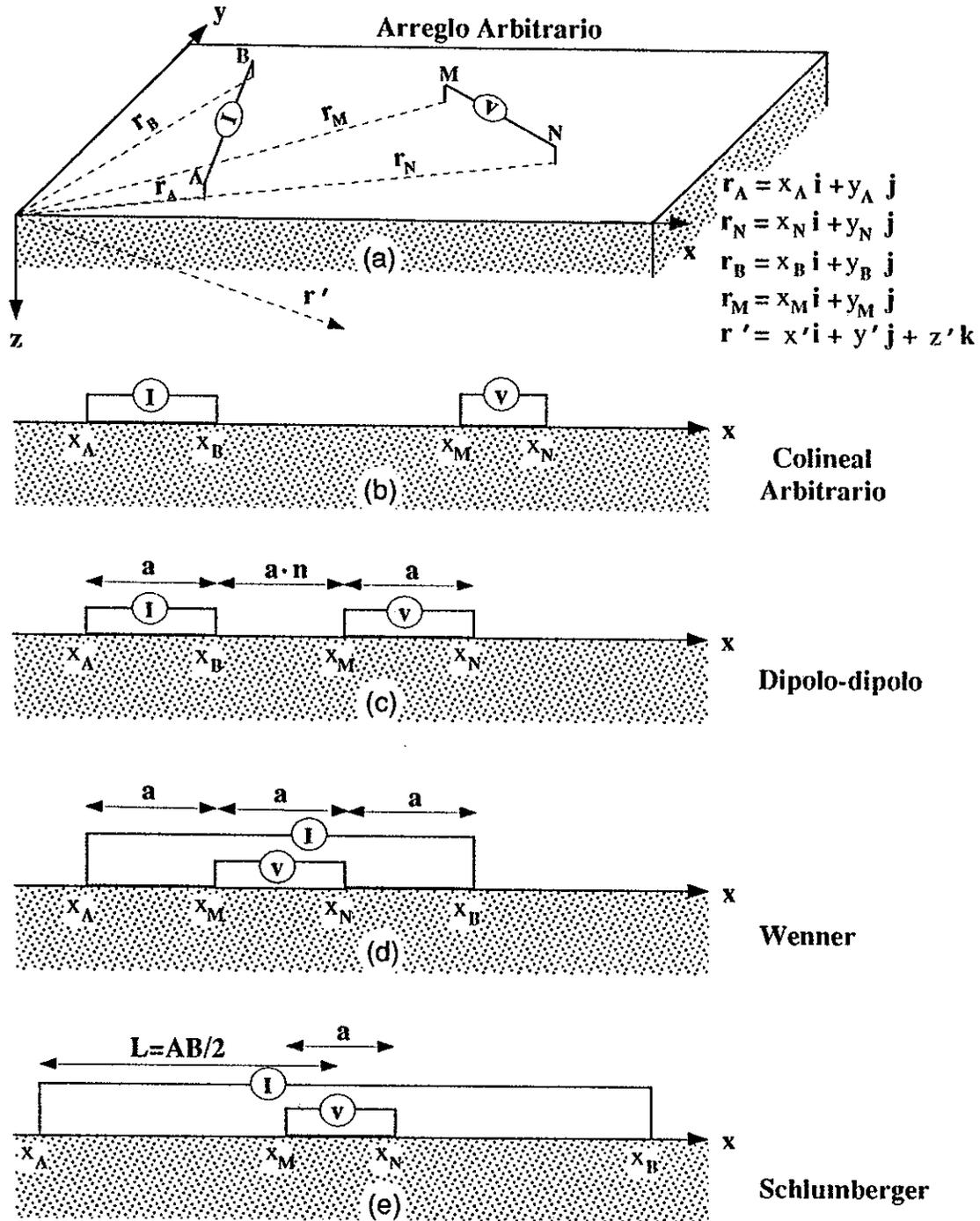


Figura 68.- Diferentes arreglos tetrapolares con el método de resistividad.

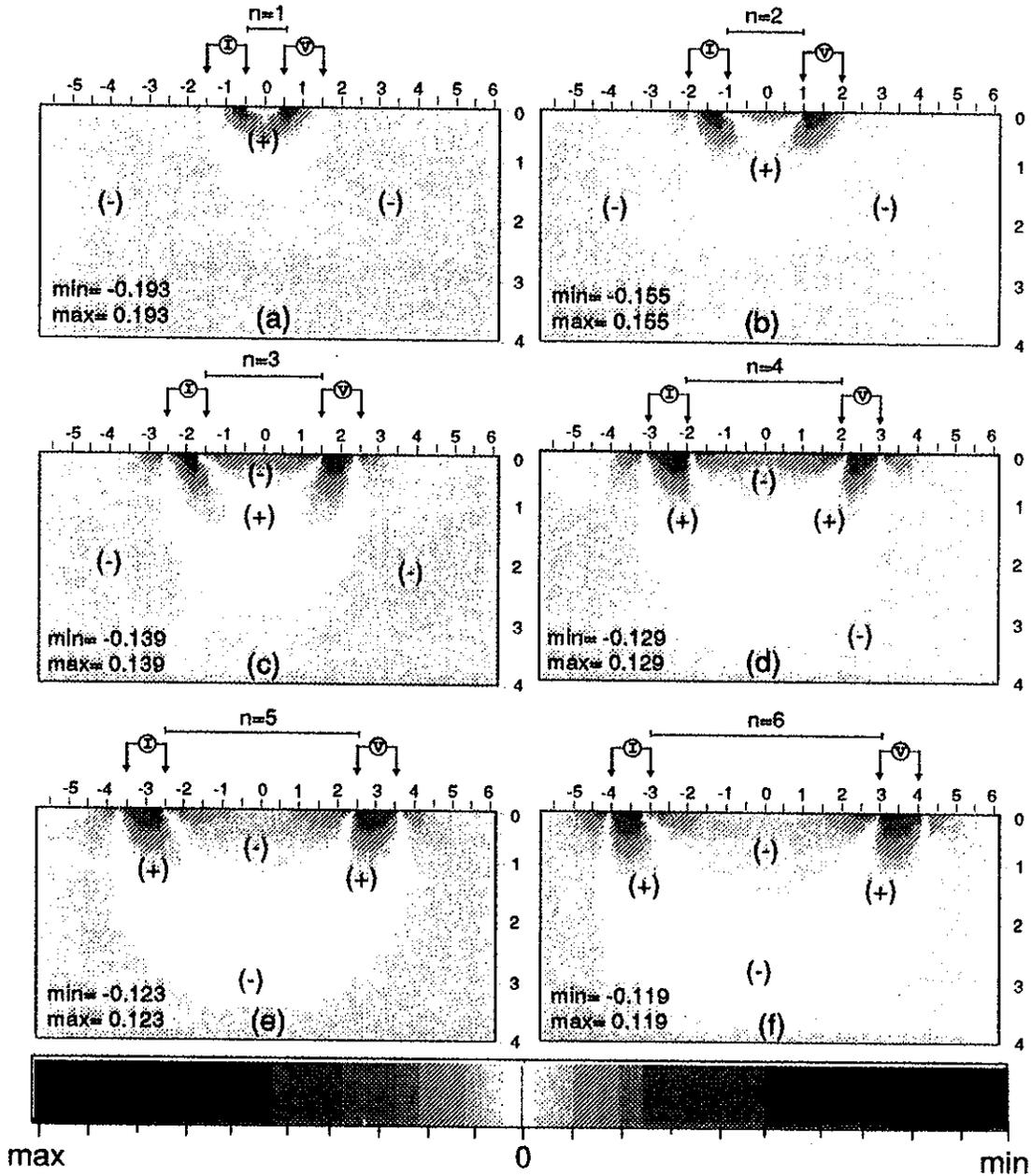


Figura 69.- Función de peso para el arreglo dipolo-dipolo, para seis diferentes valores de "n".

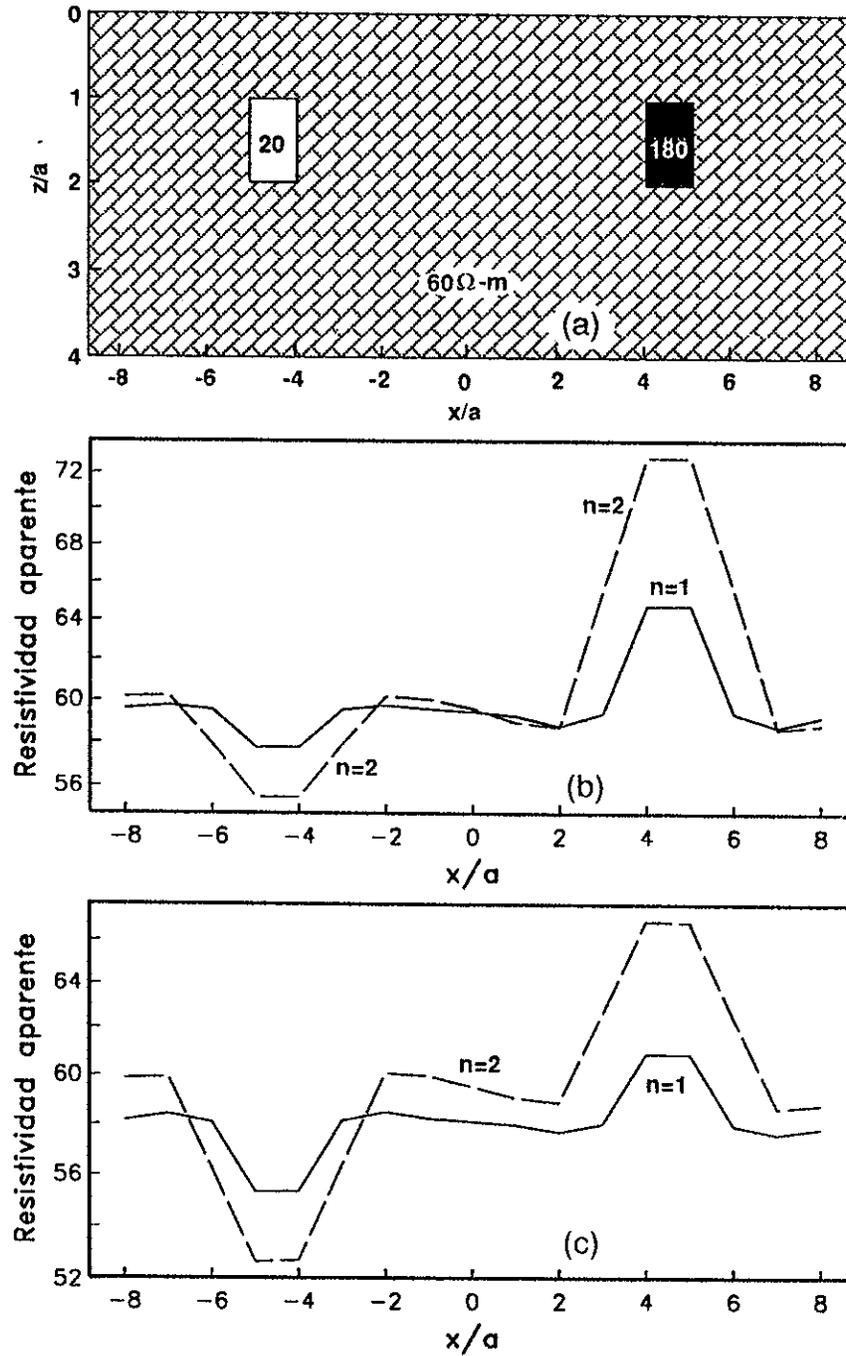


Figura 70.- Modelado con dipolo-dipolo de (a) un conductor de 20 ohms-m, un resistivo de 180 ohms-m, inmersos en un semi-espacio de 60 ohms-m, (b) modelado con parametrización lineal, (c) modelado con parametrización logarítmica.

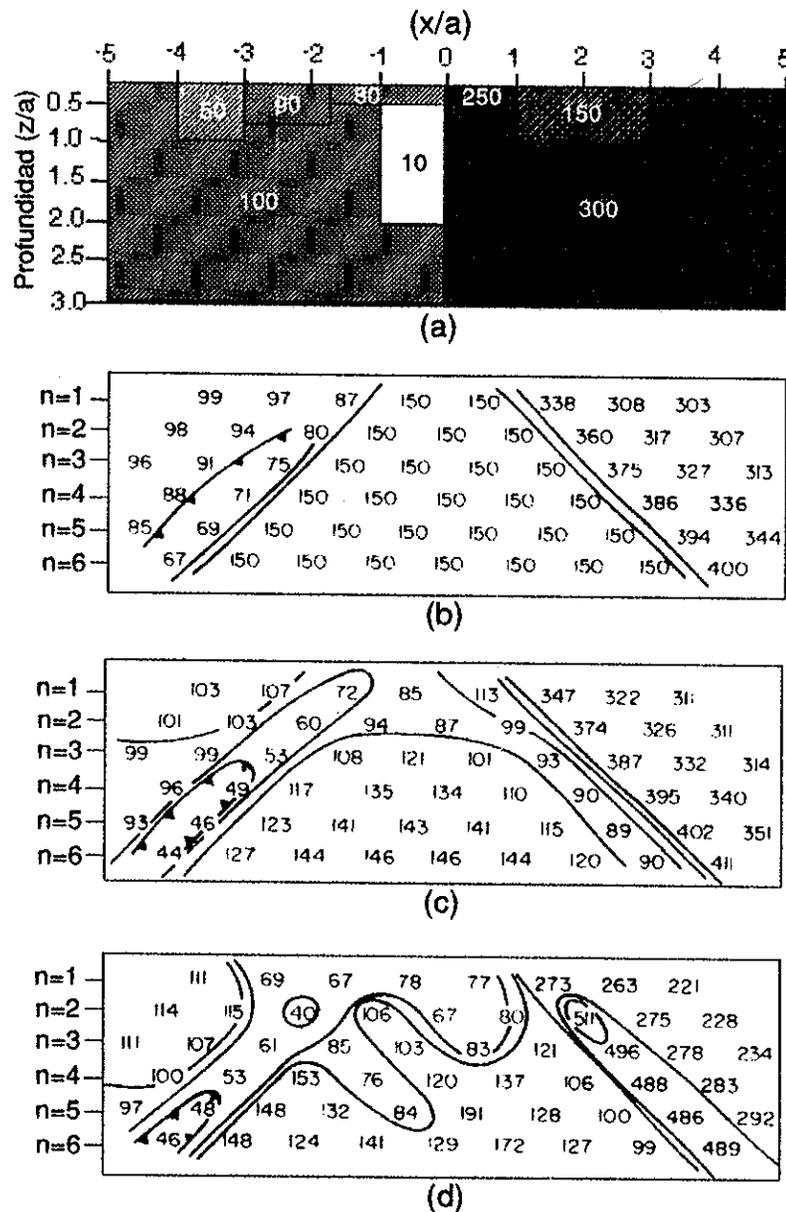


Figura 71.- Modelado por elementos finitos en 3D, para Dipolo-dipolo. Pridmore et al (1981). (a) Modelo de resistividad (ohm-m), (b) Pseudo-sección del contacto vertical en 2D únicamente, (c) Contacto vertical y el conductor en 3D de 10 ohm-m, (d) Respuesta del modelo completo.

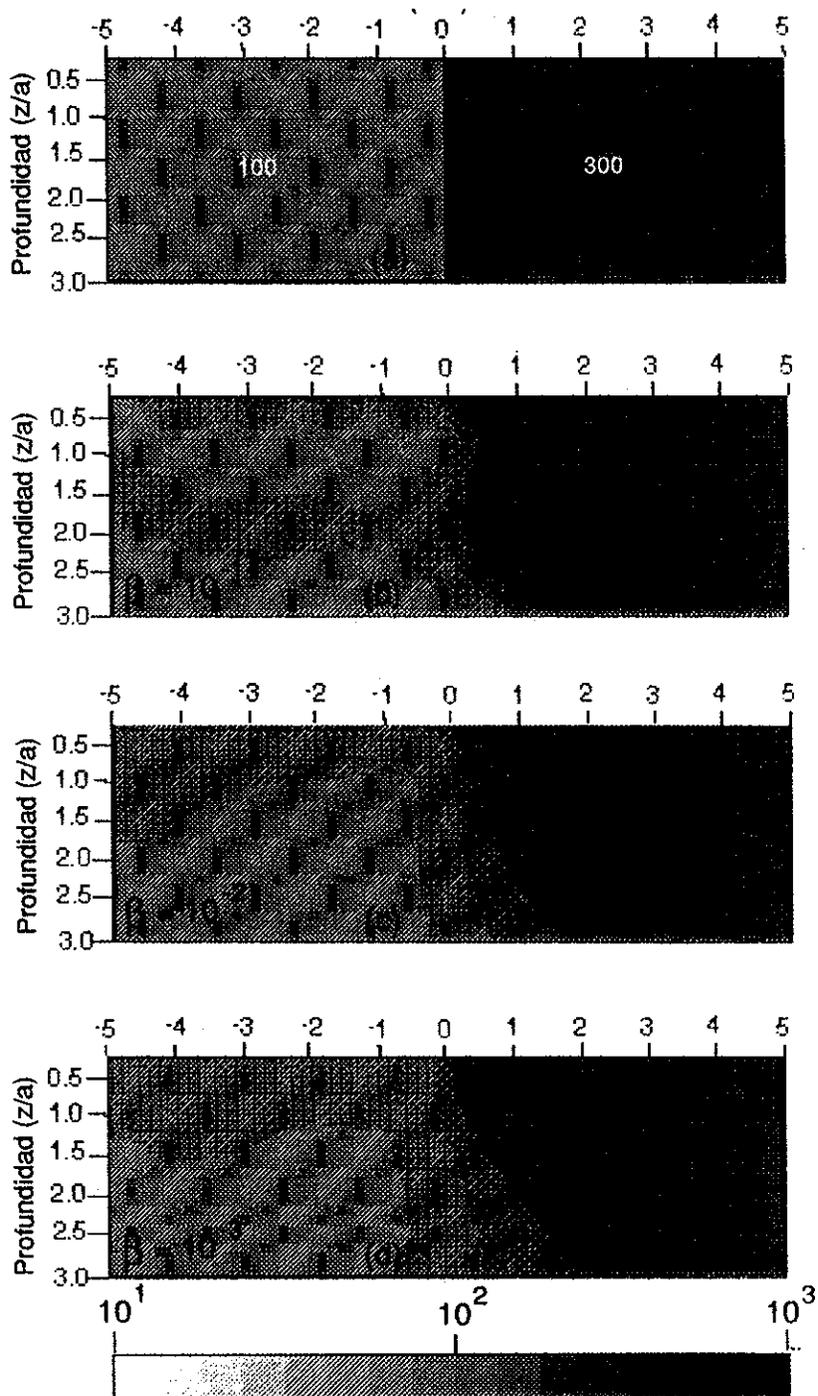


Figura 72.- Imágenes de resistividad a partir de los datos de Pridmore et al. (1981). (a) Modelo. (b), (c) y (d) Imágenes de resistividad para tres diferentes valores de β .

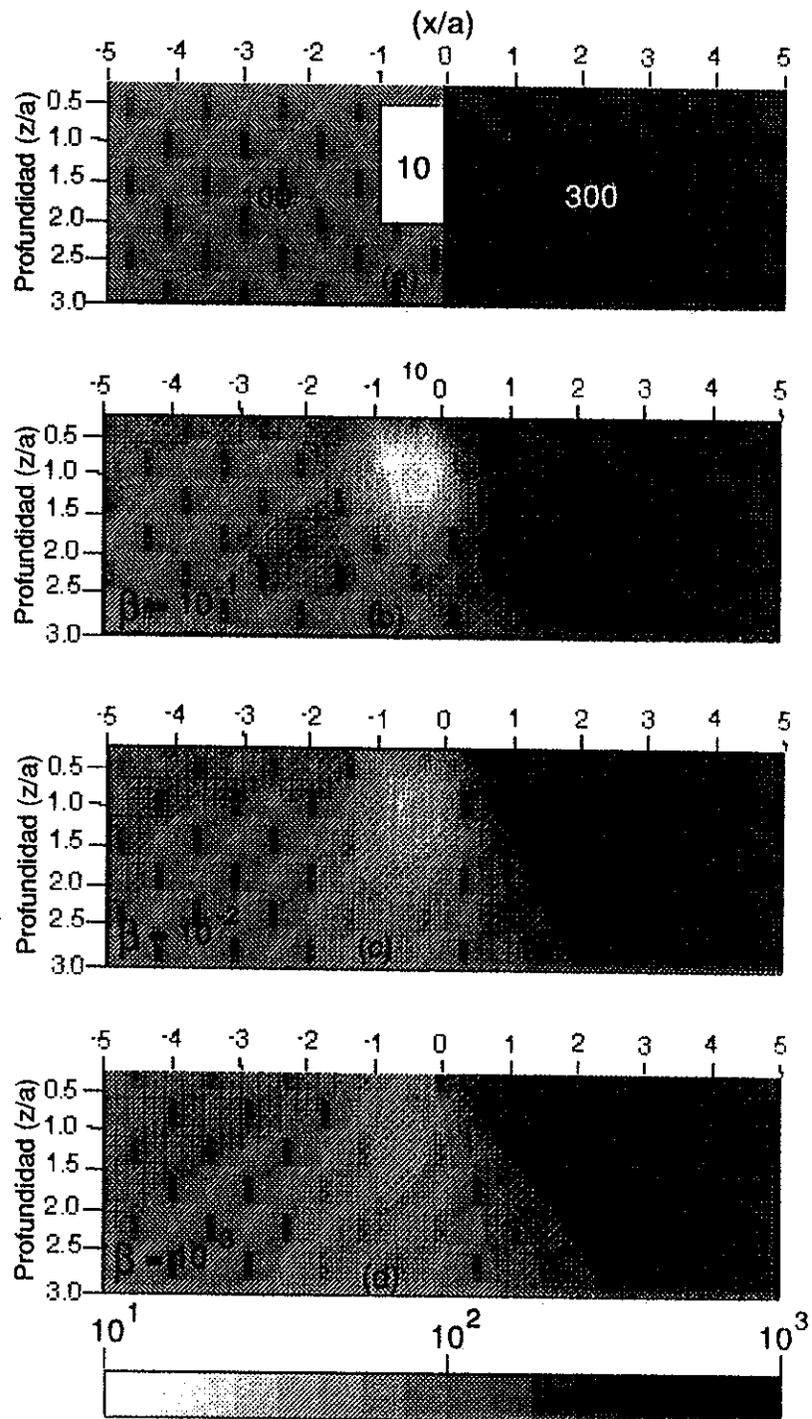


Figura 73.- Imágenes de resistividad a partir de los datos de Pridmore et al. (1981). (a) Modelo. (b), (c) y (d) Imágenes de resistividad para tres diferentes valores de β .

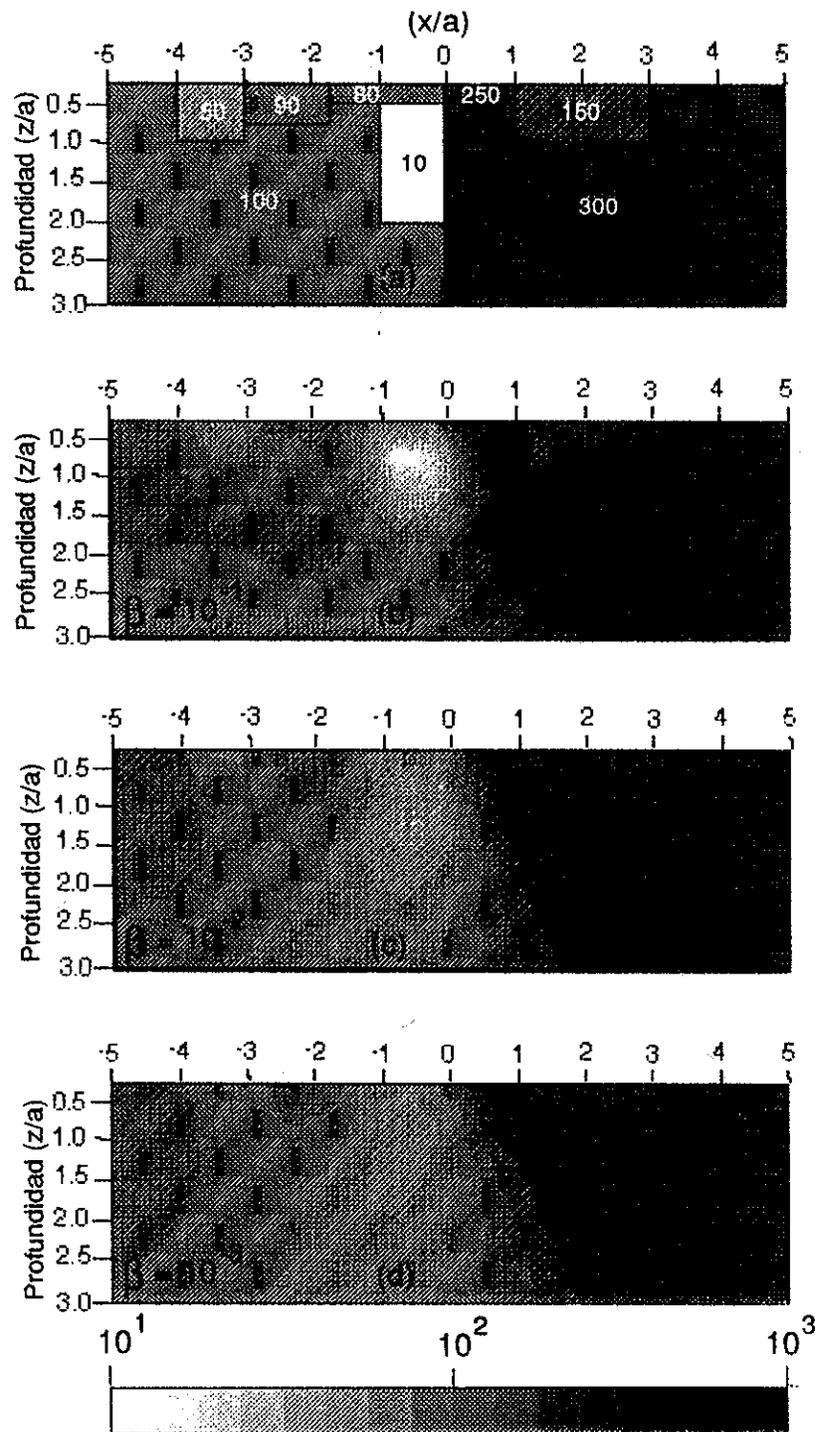


Figura 74.- Imágenes de resistividad a partir de los datos de Pridmore et al. (1981). (a) Modelo. (b), (c) y (d) Imágenes de resistividad para tres diferentes valores de β .

LINEA 1

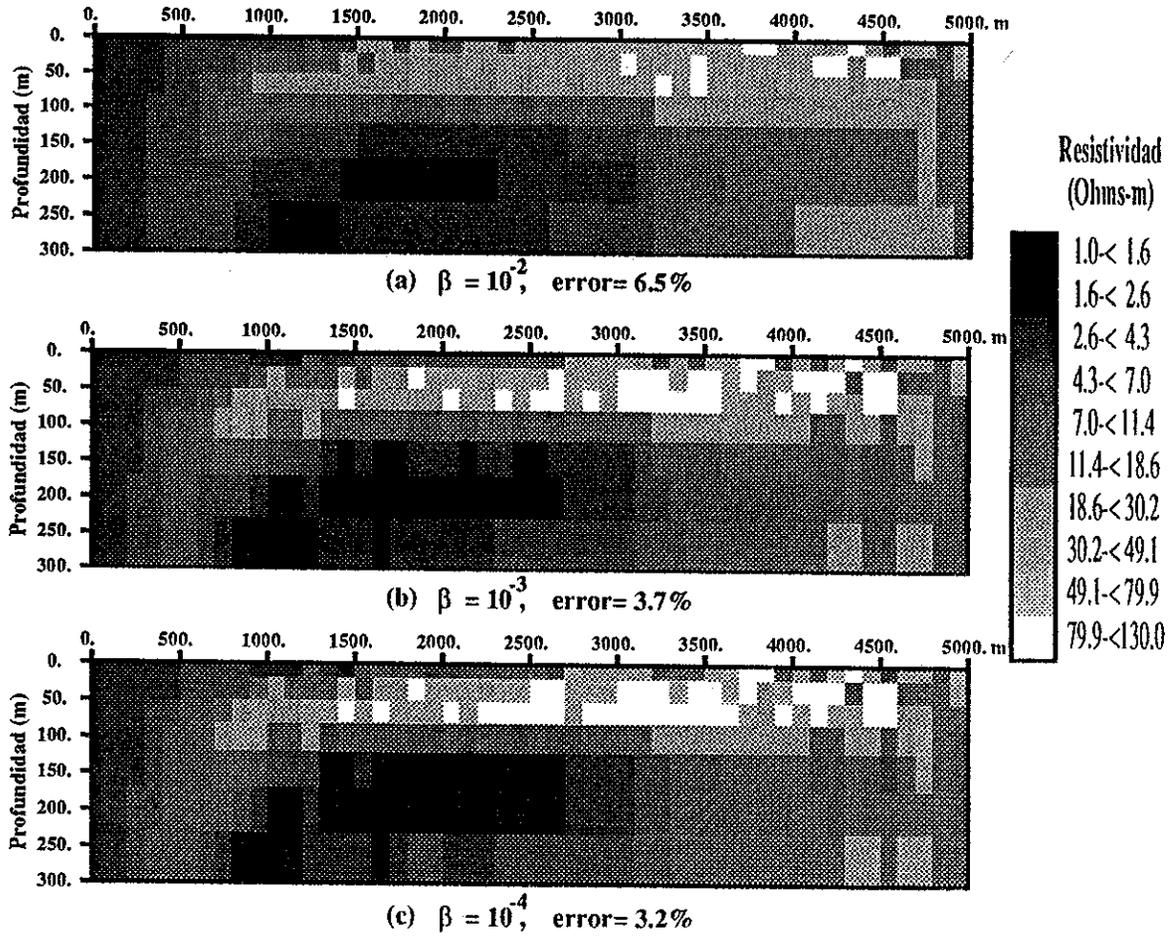


Figura 75.- Imágenes de resistividad de los datos de la línea 1 del area de Maneadero , B.C. Imágenes con diferente parámetro de suavizamiento.

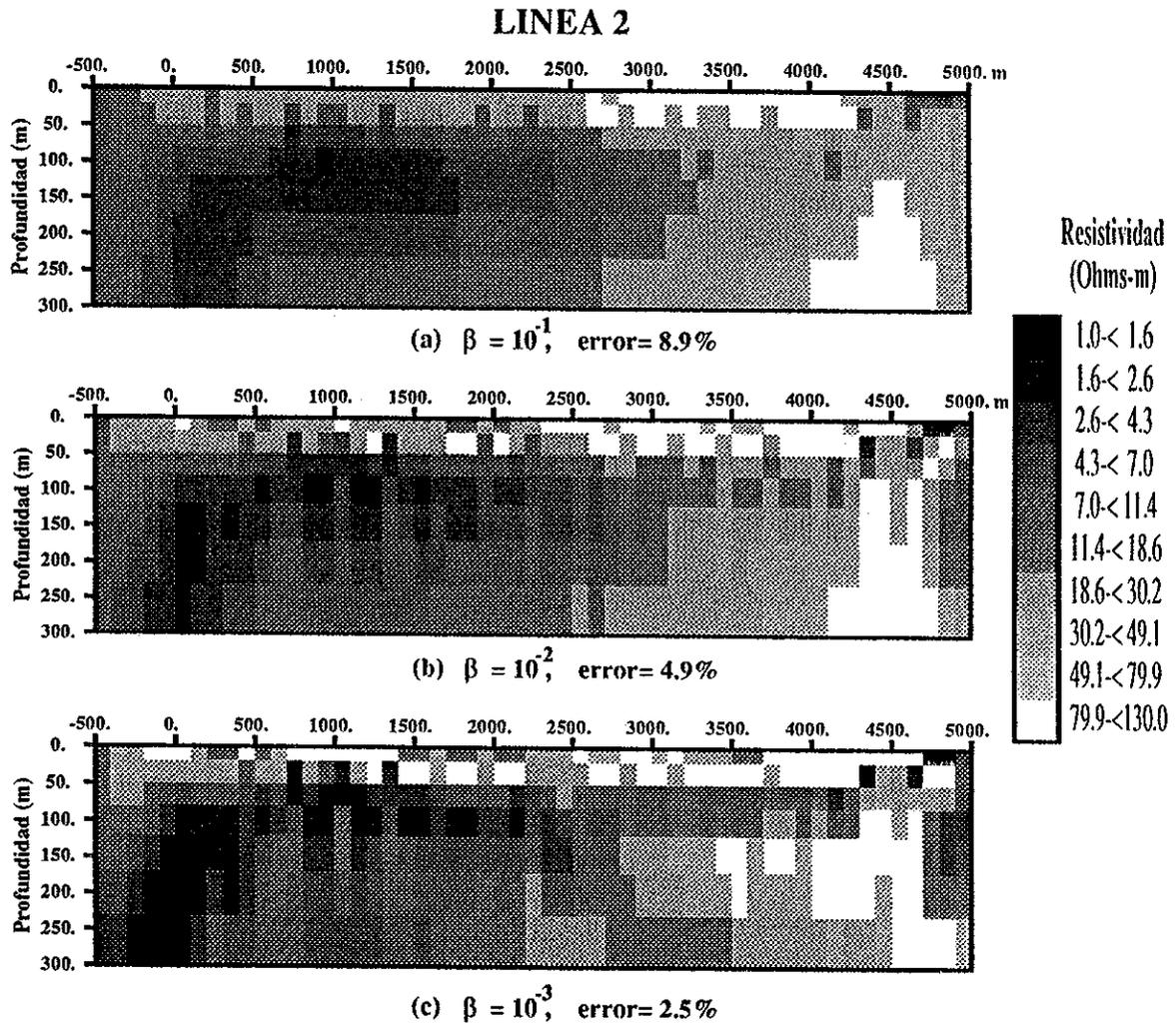


Figura 76.- Imágenes de resistividad de los datos de la línea 2 del area de Maneadero, B.C. Imágenes con diferente parámetro de suavizamiento.

IX. INVERSION BIDIMENSIONAL APROXIMADA DE DATOS MAGNETOTELURICOS

IX.1 Introducción

En el método magnetotelúrico se miden campos eléctricos y magnéticos debidos a corrientes que de forma natural se desplazan por la Tierra. El grado de penetración de estas corrientes lo determina la frecuencia de éstas y la conductividad de los materiales que atraviezan. Las corrientes con frecuencias altas se desplazan por la parte superficial de la corteza y las de muy bajas frecuencias pueden desplazarse por la parte superior de manto. Existen equipos comerciales que tienen rangos de frecuencias bien determinados. Gracias a este rango el método MT se puede utilizar para prospección geotérmica petrolera y para estudios de la corteza terrestre. En exploración para petróleo el éxito ha sido muy incipiente, ya que un yacimiento se comporta casi tan resistivo como la roca encajonante y además resulta ser un pequeño rasgo que MT tendría dificultad para resolver. En geotermia el éxito de este método ha sido mayor, ya que los cuerpos calientes regularmente se comportan como muy buenos conductores.

En este capítulo se discute la implementación del método de inversión aproximada de datos de MT desarrollado por Esparza (1991) usando programación cuadrática, la cual nos permite introducir cotas a las variables y el criterio de mínima estructura que es similar al de Occam (deGroot y Constable, 1990). Estos criterios no estaban en la primera versión de este algoritmo (Esparza, 1991). Se hicieron algunas pruebas para validar la técnica en su nueva versión. Esto es, que se obtuvo la imagen de resistividad de datos de MT cuyo modelo ya era conocido e incluso se compara con los resultados de otro método para los mismos datos (Sasaki, 1989), observándose una notable mejora a la versión anterior.

Como ejemplos de aplicación a datos de campo, se incluye una interpretación de datos de la zona geotérmica de Ahuachapán-Chipilapa, El Salvador. También se incluye un ejemplo

de aplicación del MT a un problema de la corteza terrestre, donde se postula la presencia de un conductor debajo de una cuenca sedimentaria en la región sur del escudo canadiense (datos COPROD2).

IX.2 Técnica de inversión aproximada

Considérese una estructura bidimensional cuya distribución de resistividad no cambia en la dirección de rumbo, pero varía arbitrariamente con la profundidad y perpendicularmente al rumbo. Se realizan sondeos magnetoteléuricos en diferentes posiciones a contrarumbo, con el fin de recuperar la distribución de resistividades del subsuelo. La recuperación es posible, ya que la curva un sondeo representa mediciones de los campos electromagnéticos a diferentes periodos y por lo tanto es sensible a resistividades de diferentes profundidades. Además, las variaciones laterales en la resistividad se cubren haciendo sondeos en diferentes posiciones a contrarumbo. Esta combinación nos provee de información de las variaciones verticales y horizontales de la resistividad. De acuerdo a Gómez-Treviño (1987), cualquier medición de MT representa un promedio de la distribución de la resistividad sobre un volumen grande del terreno. En nuestro caso, este volumen puede ser de varias centenas de metros cúbicos a profundidades someras, hasta varios miles de metros cúbicos a profundidades de interés geotérmico. De ahí que las mediciones solas nos dan poca información del subsuelo. Se requiere de algún tipo de procesado para obtener resistividades volúmenes mucho menores. El método de inversión aproximada se basa en la siguiente relación matemática entre los datos y el modelo.

$$\sigma_{ai} = \int_V F_i(\sigma_{ai}, \mathbf{r}) \sigma(\mathbf{r}) d^2r \quad , \quad (165)$$

donde σ_{ai} representa la conductividad aparente (inverso de la resistividad aparente). La función escalar F_i es una función de peso que convierte la distribución de conductividades $\sigma(\mathbf{r})$ para producir los valores promedios σ_{ai} . La función F_i determina las áreas del terreno que son más importantes para la i -ésima medición. En nuestro caso de distribuciones bidimensionales, $\sigma(\mathbf{r})$ y F_i varían sobre la sección transversal de la tierra.

La ecuación (165) es una aproximación lineal basada en relaciones exactas derivadas en Gómez-Treviño (1987) para problemas inversos electromagnéticos. La función F_j representa las derivadas de Fréchet de σ_{ai} con respecto a $\sigma(\mathbf{r})$. En este caso, nosotros usamos las derivadas correspondientes a un semiespacio homogéneo de conductividad variable σ_{ai} . Esto significa que cada medición tiene su propio semiespacio y que hay tantos semiespacios como mediciones hay.

El problema de interpretación consiste en recuperar $\sigma(\mathbf{r})$ de un conjunto de conductividades aparentes σ_{ai} . De esta manera, la ecuación (165) se puede representar como un sistema de ecuaciones lineales del tipo

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A} \mathbf{X} \quad , \quad (166)$$

donde

$$A_{ij} = \int_{s_j} F_j(\sigma_{ai}, \mathbf{r}) d^2r \quad (167)$$

La sección transversal se divide en un determinado número de pequeñas secciones rectangulares donde la conductividad eléctrica se supone constante (figura 42). El elemento A_{ij} se puede evaluar analíticamente (Esparza y Gómez-Treviño, 1988; Esparza, 1991). El vector \mathbf{Y} en la ecuación (166) contiene el conjunto de resistividades aparentes y el vector \mathbf{X} las conductividades del subsuelo. Estas son las incógnitas del problema y con el fin de estimarlas necesitamos resolver la ecuación (166) para \mathbf{X} . Se usó programación cuadrática tal como se describe en Gómez-Treviño *et al.*, (1994) y Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995). Se trata del mismo método de optimización desarrollado en esta tesis y que además se aplicó para el caso del EM-34 y resistividad, amén de que se utilizó para interpretar los datos de dipolo-dipolo de la misma área.

Lo anterior es una breve descripción del método que usamos para construir imágenes de la resistividad eléctrica del terreno en base a datos de magnetotelúrico. El método se reduce para el caso unidimensional a la transformada de Niblett-Bostick para sondeos de MT (Gómez-Treviño, 1987). La versión bidimensional es una generalización de esta técnica. El algoritmo correspondiente corre en una computadora personal en pocos minutos para los ejemplos mostrados a continuación.

Para entender mejor el mecanismo de inversión aproximada, consideremos que X representa el conjunto de conductividades que habrán de asignárseles a los elementos de sección prismática del subsuelo (figura 42). El vector Y corresponde a los datos y representa al conjunto de conductividades aparentes medidas en superficie, en diferentes localizaciones y a diferentes periodos. El elemento A_{ij} de la matriz A representa la contribución del j -ésimo prisma al i -ésimo dato. Los elementos de A_{ij} son dinámicos en el sentido de que no solo dependen de la geometría, sino de la conductividad aparente y su correspondiente periodo. Esto significa que, estrictamente hablando, ni la ecuación (165) ni la (166) son lineales: la relación modelo y datos es alineal. La aproximación preserva la alinealidad del problema inverso, pero se reduce a un sistema de ecuaciones lineales cuya solución se puede obtener en una sola iteración. El algoritmo corre en una computadora personal en pocos minutos para un ejemplo de 200 datos y 300 incógnitas. El algoritmo puede manejar grandes arreglos de datos, tal es el caso del proyecto de Ahuachapán-Chipilapa (Esparza *et al.*, 1993; Gómez-Treviño *et al.*, 1994).

IX.3 Prueba de validación

Con el fin de comprobar el algoritmo, tomamos datos publicados por Sasaki (1989), en donde él mismo hace una prueba de validación de su método de inversión. De esta forma comprobamos nuestro programa y además tenemos la oportunidad de comparar nuestros resultados con los del otro método. Cabe mencionar que el método de inversión de Sasaki (1989) es iterativo. Por lo tanto, tiene que calcular una matriz de derivadas parciales en cada iteración. Esto es lo que llamaríamos inversión completa. Nuestro método de inversión es aproximado porque suponemos que existe una relación lineal entre los datos y las incógnitas. Esto quiere decir, que nosotros obtenemos una solución en solo una iteración.

Por modelado directo (Wannamaker *et al.*, 1987), se calculó la respuesta de un modelo complicado (figura 77a), en 10 sondeos equiespaciados cada 2 km. Se calculó la respuesta en 9 frecuencias que van de 50 a 0.1 Hz para cada sondeo. Solo se utilizó la amplitud del modo TM, o sea 90 datos. Con ellos Sasaki y nosotros aplicamos nuestros respectivos algoritmos de inversión.

En la figura 77 se muestran los modelos obtenidos por ambas técnicas. Se puede ver que ambos métodos reproducen aceptablemente el modelo real. Sin embargo, se puede observar que nuestra imagen de resistividad empieza a vislumbrar que el conductor ubicado entre ($x = 2$ km y $x = 9$ km) es de profundidad limitada, mientras que el modelo de Sasaki solo ve un gran conductor y no logra ver nada por debajo del mismo. Esto demuestra que nuestro método, no obstante ser aproximado, trabaja tan aceptablemente bien como los de inversión completa y con la ventaja adicional de que es rápido (Esparza *et al.*, 1993).

IX.4 Aplicación al conjunto de datos "COPROD2"

El conjunto de datos antecesor a COPROD2 fue COPROD (Comparison of One-dimensional PROfiles from magnetotelluric Data) y tenía como objetivo invitar a la comunidad científica a interpretar una colección de datos de MT con el fin de que fueran aplicadas técnicas de 1-D vigentes en aquellos tiempos (Weidelt, 1985). Sin embargo, con la proliferación de algoritmos bidimensionales desarrollados actualmente por diversos grupos, se pensó en hacer una invitación a la comunidad científica, para interpretar un conjunto de datos por sus respectivas técnicas bidimensionales. El conjunto de datos elegidos para COPROD2 consiste en 35 sondeos de MT tomados a lo largo de 400 km en dirección Este-Oeste de un perfil al sur de Saskatchewan y Manitoba, Canada, cruzando sedimentos paleozoicos de la cuenca "Williston". Por debajo de esta cuenca intraescudo se halla una anomalía conductora. También, en el extremo Este del perfil se localiza una segunda anomalía en el basamento, que se asocia al "Thompson Nickel Belt. Los datos son de banda ancha (0.003 a 1820 s) y fueron corregidos por efecto estático. En Jones (1993) se muestran los diversos modelos obtenidos por diferentes técnicas de inversión y modelado, procedentes de la comunidad científica que se dedica a MT. En la figura 78 se muestran cuatro modelos obtenidos por otros autores para estos datos (Jones, 1993) y dos de nuestras imágenes de

resistividad aplicando nuestra técnica ya antes discutida. Para este caso, se invirtió el determinante del tensor de impedancias, que para este caso en particular corresponde con el promedio geométrico de los modos TM y TE. En los modelos tomados de Jones (1993) se puede observar que la no-unicidad es un problema muy importante en geofísica, porque algunos modelos llegan a ser muy diferentes, no obstante cada uno de ellos ajusta muy bien a los datos. Sin embargo, hay rasgos comunes. El conductor que se halla a la mitad de la sección se localiza en casi todos los modelos incluyendo los nuestros (figura 78) y que corresponde con el principal conductor esperado. Quizá la diversidad también se deba al nivel de información manejado para obtener cada modelo. Algunos manejaron más periodos que otros, otros trataron de ajustar más y por ejemplo nosotros no tomamos en cuenta las fases. De cualquier manera nuestro modelo tiene regular similitud con los modelos de "degroot 2" y "rasmussen" (Jones, 1993).

IX.5 Aplicación a la zona geotérmica de Ahuachapán- Chipilapa, El Salvador

En esta área de estudio los datos de MT fueron recolectados por personal de CICESE (Flores *et al.*, 1992). Se realizaron 122 sondeos en un rango de periodos de 0.01 a 100 s, formando una rejilla densa de sondeos. Los datos fueron editados y corregidos por efecto estático con ayuda de sondeos de resistividad tipo schlumberger. Del cúmulo de sondeos, se organizaron varias líneas. Estas fueron interpretadas suponiendo una estructura geoelectrica bidimensional, mediante un programa interactivo (GEOTOOLS) que utiliza la técnica de modelado bidimensional de Wannamaker *et al.* (1987).

El algoritmo de inversión aproximada se aplicó solo a cuatro de las líneas de sondeos magnetotelúricos, tal como se muestra en la figura 79. Estas corren paralelas y muy cercanas (menos de 1 km) a cuatro líneas de resistividad dipolo-dipolo interpretadas por Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995), cuya copia se incluye en el Apéndice E de esta tesis. En este capítulo presentamos las correspondientes imágenes de resistividad para estas líneas de MT y comparamos los resultados con la interpretación hecha por ensayo-error de Flores *et al.* (1992) y Romo *et al.* (1995). El objetivo es proveer de modelos alternativos que se obtienen con la técnica de inversión automática y donde la intervención humana es mínima, tal como se

describe en capítulos anteriores. De esta forma se validan los modelos de ensayo-error en algunas partes y en otras, se ofrece una alternativa para tales modelos, basados en nuestra interpretación. Esto con el fin de conocer mejor la geometría del campo geotérmico.

Las imágenes de resistividad que se presentan a continuación, fueron obtenidas al usar los datos de conductividad aparente derivados del determinante del tensor de impedancias. En dos dimensiones, esto corresponde al promedio geométrico de las amplitudes de las conductividades aparentes de los modos TE y TM. Primero se hizo inversión individual con ambos modos y se observó que los modelos obtenidos con el determinante eran similares. Se utilizaron datos de 11 frecuencias que van de 0.01 a 100 Hz.

La comparación para la línea N2 se muestra en la figura 80. Esta línea tiene dirección NW-SE y cruza el campo geotérmico de Ahuachapán, así como el cinturón volcánico, entre Laguna Verde y Hoyo de Cuajuste. En la figura 80a se muestran las imágenes de resistividad obtenidas con nuestro método. En la figura 80b se muestra el modelo obtenido por modelado directo (Flores *et al.*, 1991; Romo *et al.*, 1995). El modelo presenta dos grandes y profundos conductores en el rango de 500-1500 m. El conductor del norte, entre los sondeos 5 y 9 corresponde al campo de Ahuachapán. Sin embargo, este conductor se extiende a la superficie en la imagen, pero no en el modelo. La razón, es que no hay datos entre los sondeos 5 y 10. Cualquier cosa se puede poner en la parte superficial de esa región. La existencia de esa cubierta resistiva, se obtuvo por sondeos schlumberger. Ahora observando el conductor hacia el sur, veremos que modelo e imagen guardan gran similitud. Incluso la barrera resistiva entre los sondeos 12 y 13, se observa en ambas figuras. Esto le da certidumbre a la interpretación por modelado y nos da cierta confianza de que el programa de inversión aproximado está trabajando bien.

En cuanto a las diferencias, el resistivo profundo mostrado en la imagen se corta en los sondeos 6 y 5, sugiriendo que existe una posible comunicación del conductor de Ahuachapán con regiones más profundas. Cabe mencionar, que los resultados de dipolo-dipolo (línea L-1), también muestran la extensión de este conductor (ver Apéndice E; Pérez-Flores y Gómez-Treviño, 1995).

La comparación de la imagen de resistividad para la línea N3 con su correspondiente modelo directo, se muestran en la figura 81. En este caso, es conveniente dividir la imagen en dos secciones separadas por el sondeo 28. La parte norte es muy parecida en ambas figuras (81a y 81b), lo cual indica que los modelos están bien constreñidos por los datos. La sección sur está menos constreñida por los datos. La diferencia principal corresponde al conductor del modelo entre los sondeos 29 y 30. En la imagen el conductor está entre 700 y 1500 m, mientras el modelo lo ubica entre 1000 y 2000 m. Si suponemos que ambos modelos son correctos, esto es, que ambos reproducen las observaciones, entonces podemos suponer que se trata de un efecto complejo de equivalencia. Esto quiere decir que los datos no logran discernir cual de los dos modelos es el correcto. Sin embargo, en general ambas figuras muestran los mismos rasgos.

En la figura 82 se muestra la comparación de la imagen de resistividad con el modelo directo para la línea E3. En esta línea hay buena cobertura espacial, considerando que contiene 18 sondeos, con espaciamiento promedio de 500 m. Podemos ver que la cubierta resistiva superficial que abarca del sondeo 9 al 27, se presentan tanto en imagen como modelo, lo mismo se observa con el resistivo que va del sondeo 77 al 84. Otro rasgo bien constreñido, es el conductor profundo más allá del sondeo 77 hacia el límite Este de la línea; la imagen de resistividad confirma su existencia. Esto significa que tanto conductor profundo y su cubierta resistiva superficial son rasgos bien determinados en modelo e imagen.

Las dos ondulaciones profundas en el basamento resistivo por debajo de los sondeos 86 y 78 de la imagen son difíciles de reconciliar con la estructura resistiva en el modelo directo. La diferencia se relaciona probablemente al hecho de que la imagen resistiva fue generada tomando en cuenta todas las frecuencias, mientras que en el modelo directo, las frecuencias más bajas no se consideraron. Sin embargo, cabe mencionar que el basamento resistivo encontrado a partir de datos de dipolo-dipolo, para una línea paralela y cercana a ésta, muestra ondulaciones similares (Pérez-Flores y Gómez-Treviño, 1995; Apéndice E).

La cuarta línea L-5 que fue interpretada con inversión aproximada no fue interpretada por modelado directo. Por lo tanto, no hay comparación. Sin embargo, esta línea es paralela a la línea L-5 de dipolo-dipolo (Pérez-Flores y Gómez-Treviño, 1995). En general ambas imágenes de resistividad por dipolo-dipolo y por MT son muy similares (ver Apéndice E).

También se hizo un análisis de las imágenes de resistividad y una comparación con registros de temperatura de pozos, tomando solo los pozos más cercanos a las líneas de MT correspondientes. La asociación clásica de alta conductividad eléctrica con la presencia de fluidos geotérmicos de altas temperaturas, es solo una aproximación en ambientes de geologías complicadas. Sin embargo, en el caso del campo geotérmico de Ahuachapán-Chipilapa, parece haber una buena correlación. Al comparar la imagen de resistividad de la línea N2 con la distribución de temperaturas a profundidad (Figura 83), podemos observar que en casi toda la imagen es clara la correlación entre bajas resistividades y altas temperaturas. Se puede ver que las temperaturas aumentan con la profundidad y alcanzan su máximo alrededor del bajo resistivo. Nótese también que existen bajas resistividades cercanas a superficie que están asociadas con las manifestaciones hidrotermales de Cerro Blanco y San Carlos.

La comparación de la imagen de resistividad para la línea N3 con la distribución de temperaturas a profundidad, se muestra en la figura 84. En este caso podemos observar un patrón semejante. La temperatura se incrementa con la profundidad hasta que alcanza su máximo y luego decrece otra vez. La profundidad de máxima temperatura correlaciona muy bien con el mínimo en resistividad. Cabe mencionar que la imagen de resistividad de dipolo-dipolo correlaciona muy bien con la distribución de temperaturas en las regiones somera y profunda.

La correspondiente comparación para la línea E3 se muestra en la figura 85. Otra vez, se puede observar el mismo patrón excepto para el pozo ah-31. La temperatura en este pozo sigue incrementándose con la profundidad y luego decrece, pero la correlación con la imagen de resistividad es pobre. La imagen de dipolo-dipolo muestra el mismo conductor que se extiende al Oeste correlacionando mejor en este caso.

Finalmente, se presenta en la figura 86 la imagen de resistividad para la línea L-5. Podemos observar un comportamiento igual otra vez, no solo alrededor del campo de Ahuachapán, sino también en la área de Chipilapa. La excepción es el pozo ah-16, la cual cae justo afuera del conductor principal. En este caso, también, la correspondencia de temperaturas con la línea de dipolo-dipolo es mejor que para el caso magnetoteléurico.

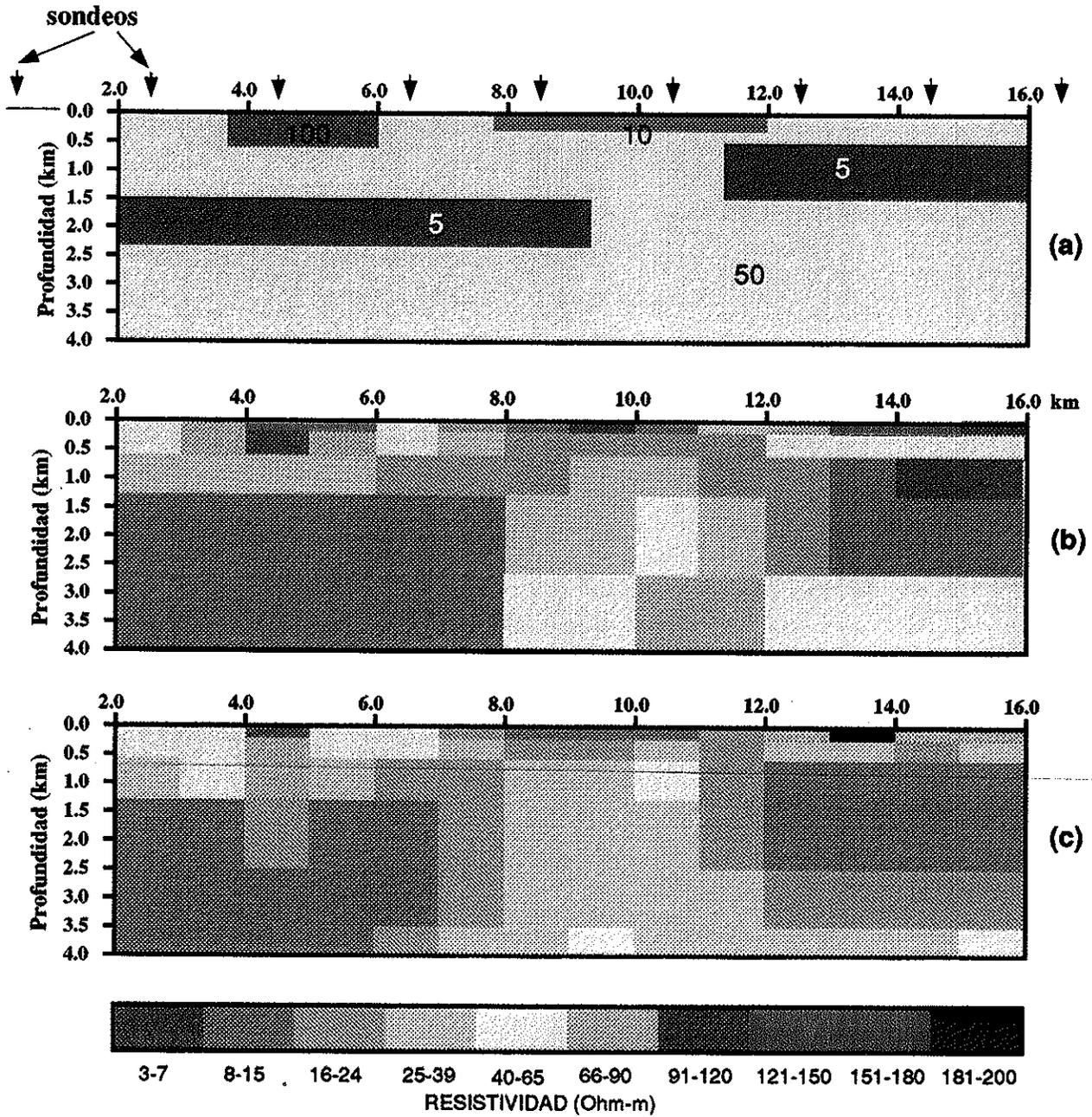


Figura 77.- Comparación entre dos tipos de inversión. (a) Modelo, (b) Inversión por el método de Sasaki, (c) Inversión aproximada.

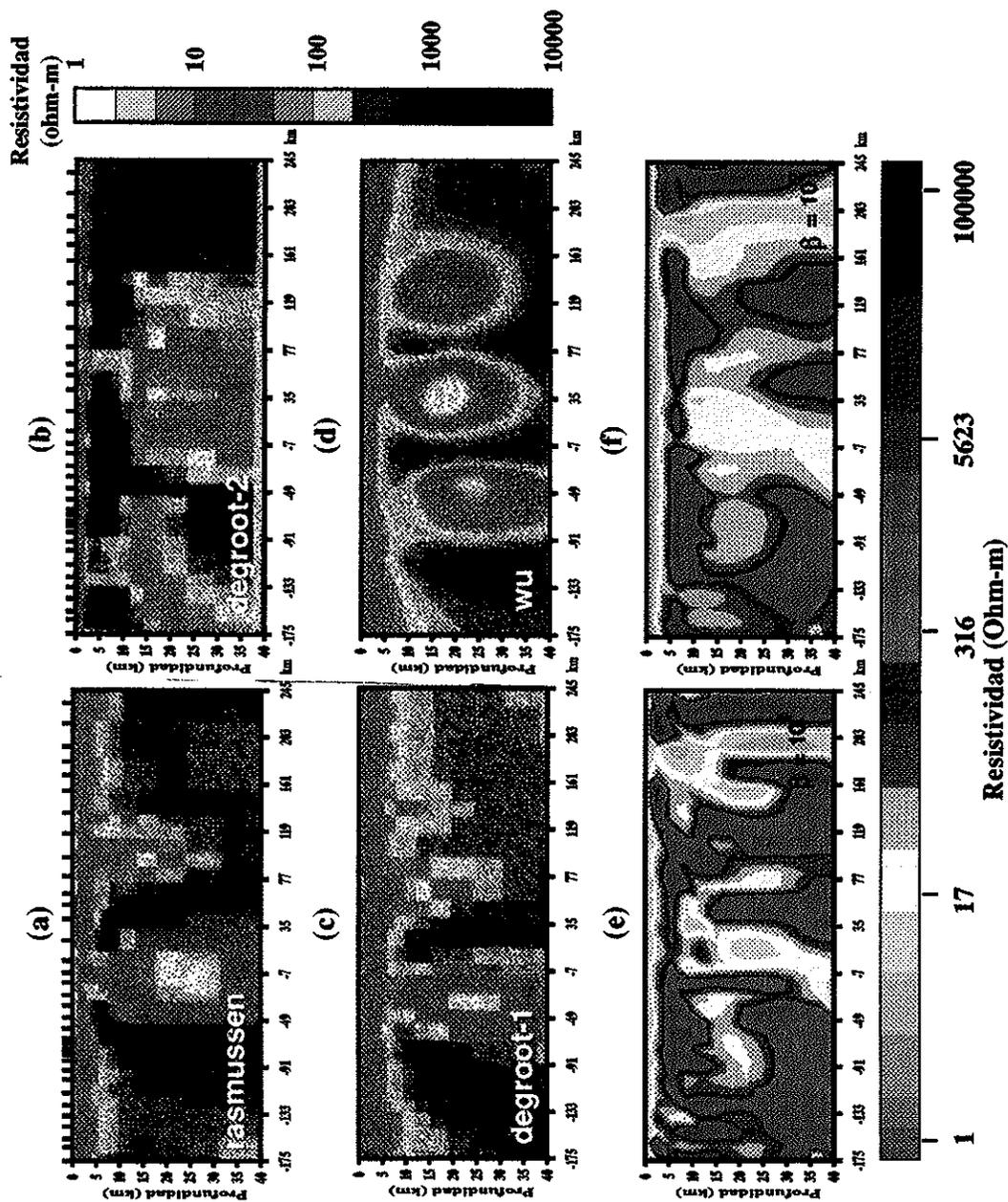


Figura 78.- Inversión de los datos de MT de COPROD2. (a), (b), (c) y (d) Inversión hecha con otros métodos y otros autores. (e) y (f) Inversión por nuestro método y con dos distintos parámetros de suavizamiento.

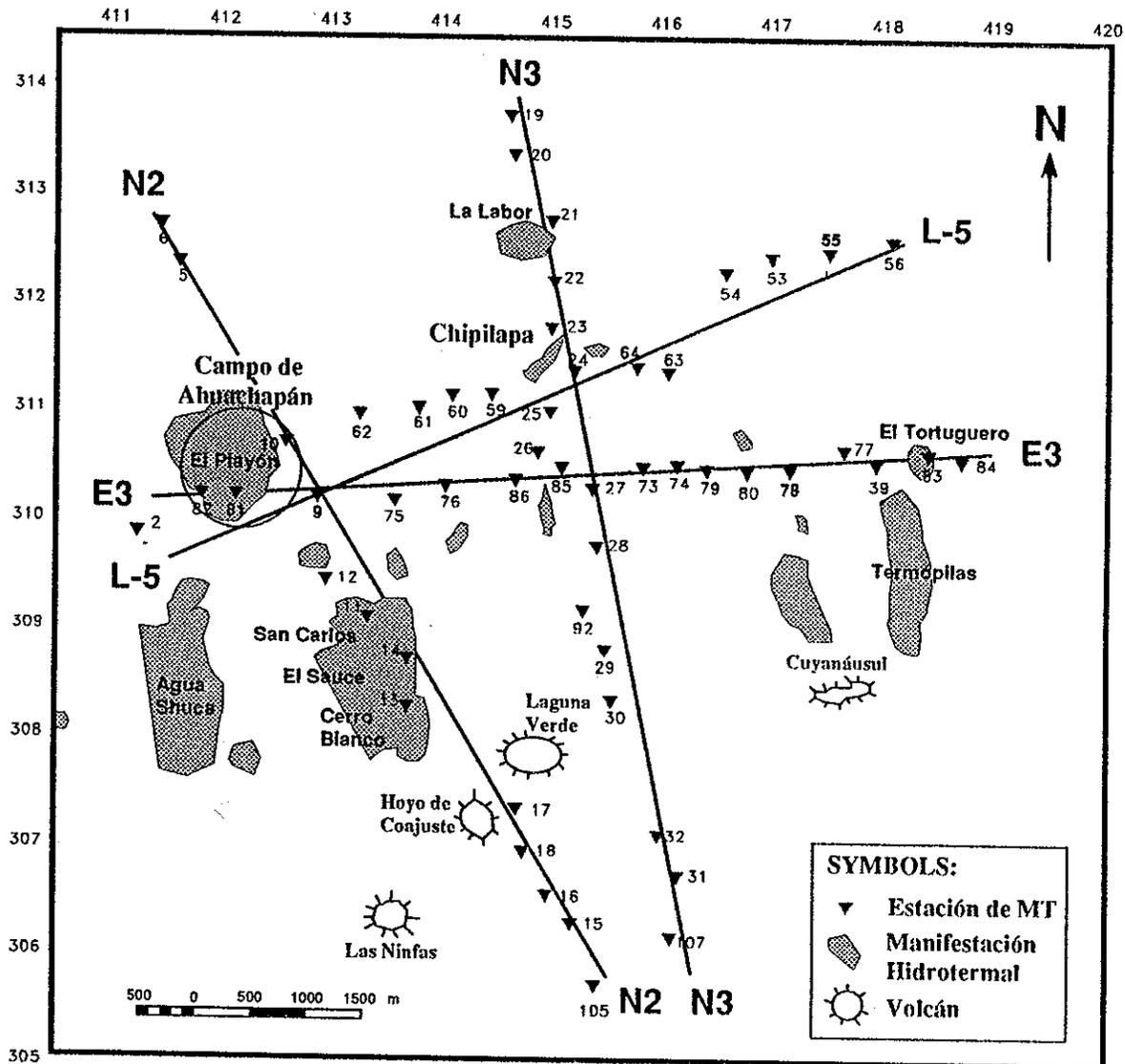


Figura 79.- Localización de las cuatro líneas de magnetotelúrico en el área de Ahuachapán-Chipilapa, El Salvador. Los triángulos indican la posición de los sondeos. Las regiones en gris indican manifestaciones hidrotermales superficiales.

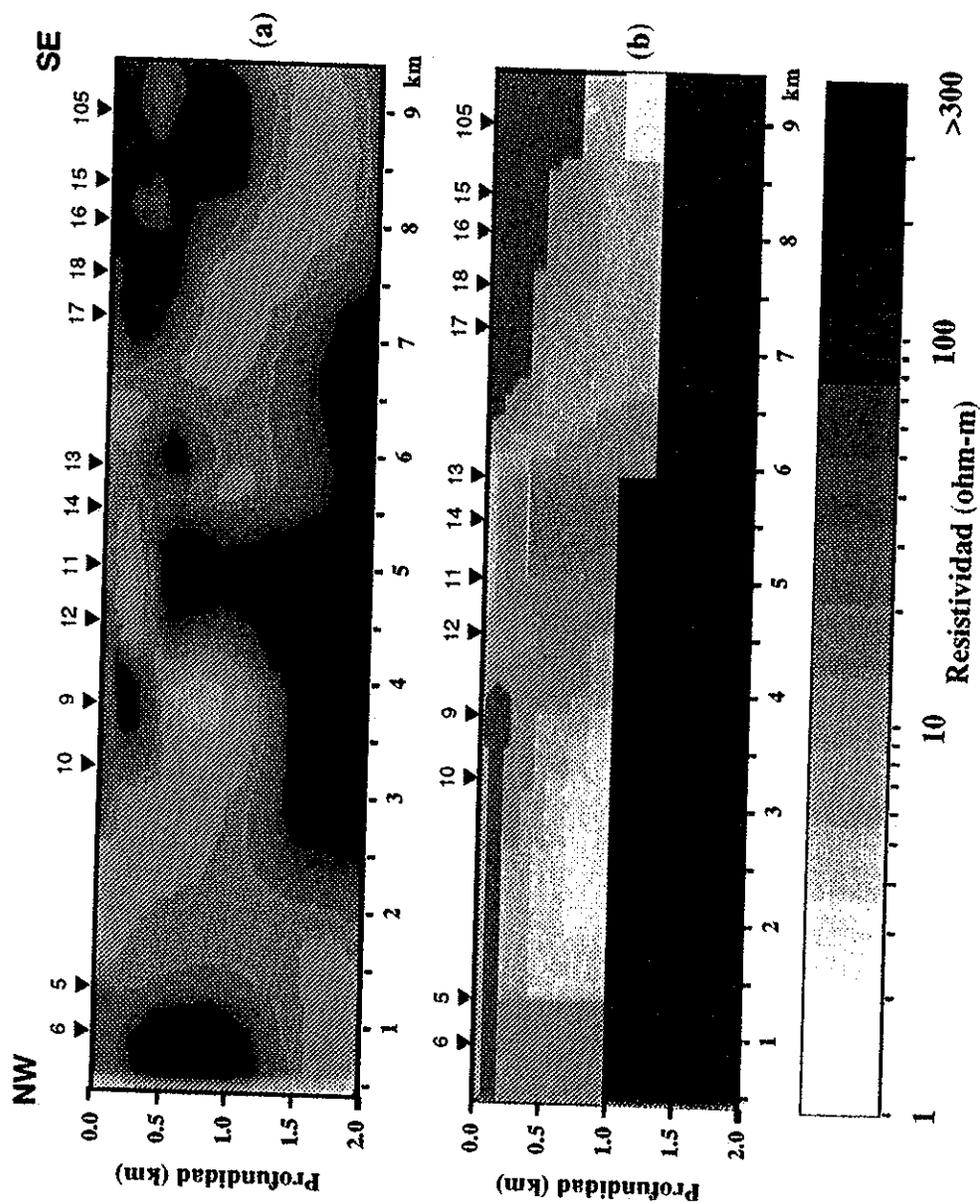


Figura 80.- (a) Imagen de resistividad para la línea N2 construido con datos de magnetotéluricos. Los números en la escala horizontal en km son los mismos que Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995) para la imagen de resistividad de la línea L-1. (b) Modelo directo de resistividad para la línea N2 (Romo et al., 1995).

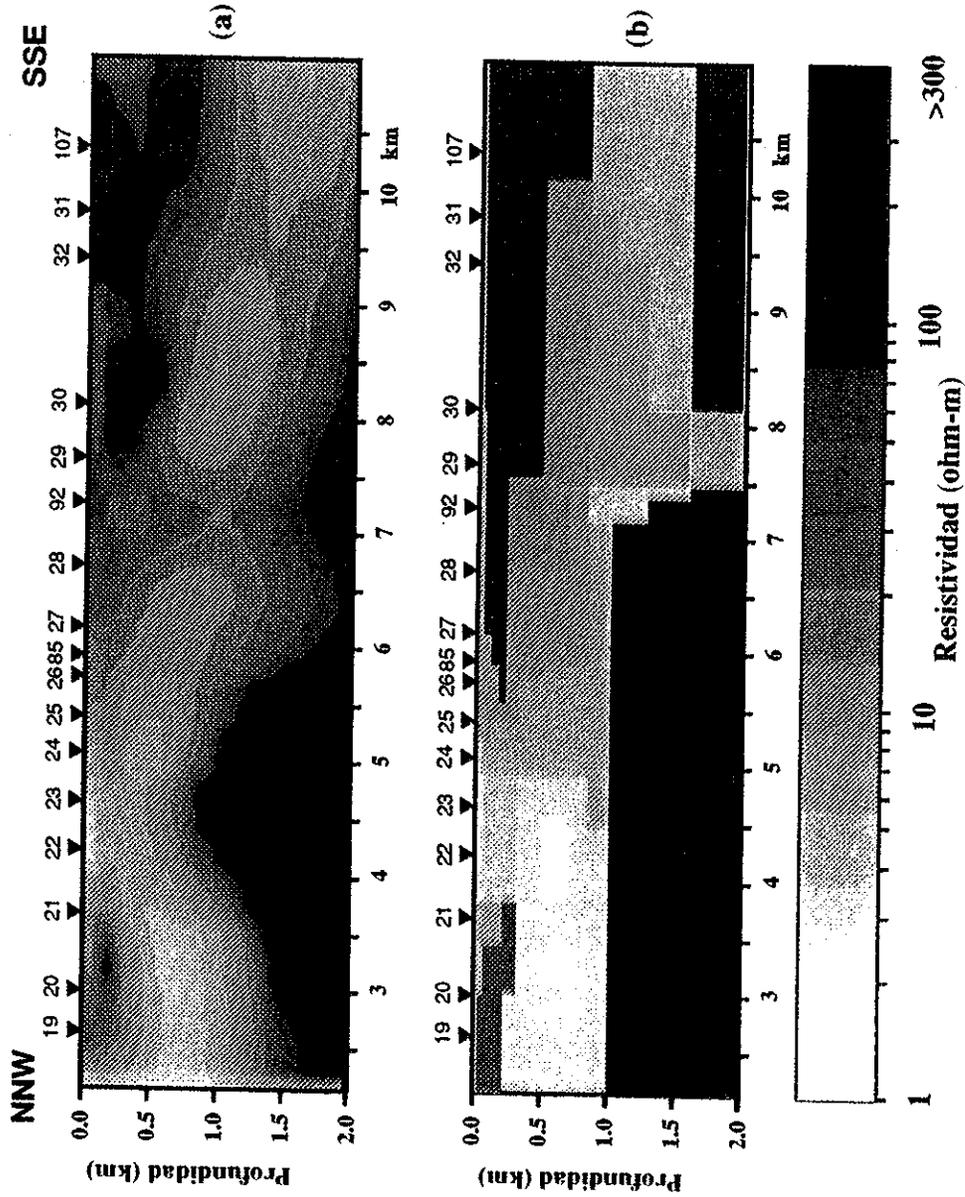


Figura 81.- (a) Imagen de resistividad para la línea N3 construido con datos de magnetotélúricos. Los números en la escala horizontal en km son los mismos que Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995) para la imagen de resistividad de la línea L-4. (b) Modelo directo de resistividad para la línea N3 (Romo et al., 1995).

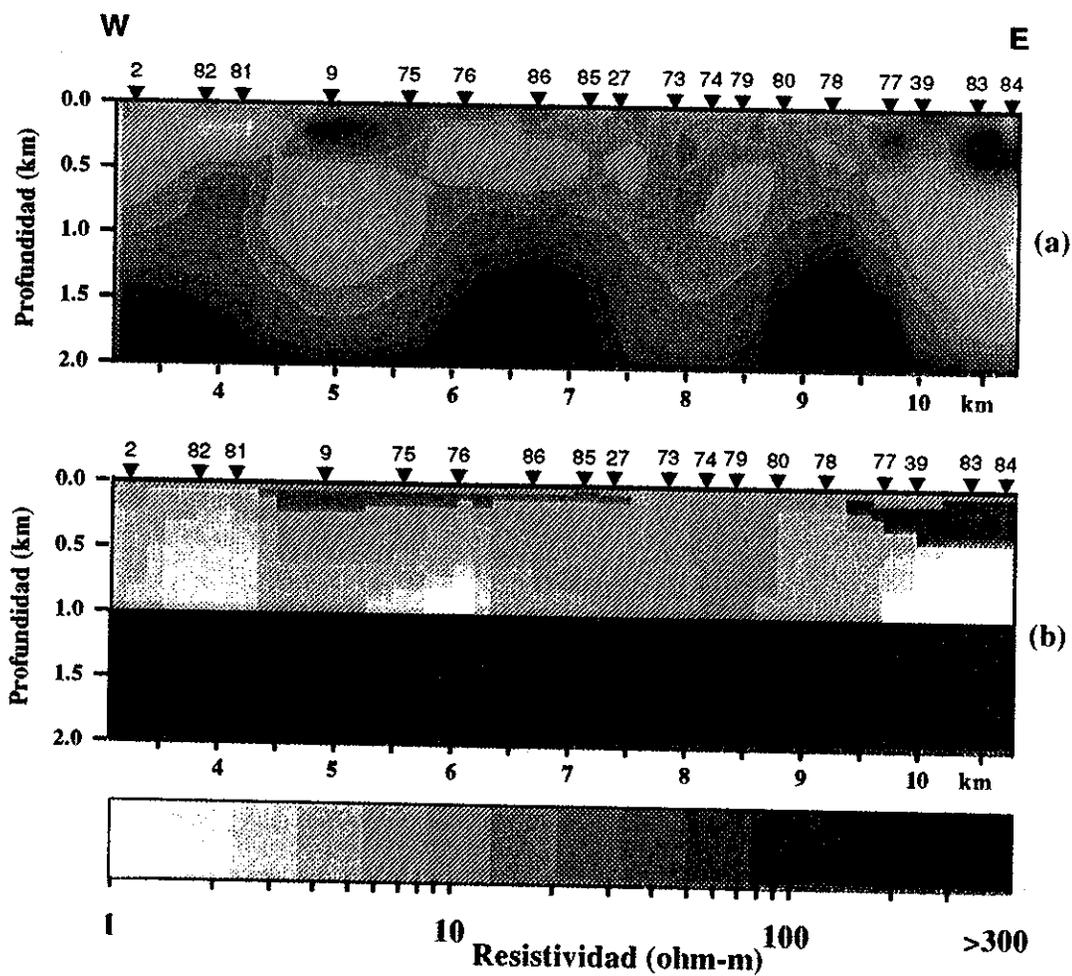


Figura 82.- (a) Imagen de resistividad para la línea E3 construido con datos de magnetotelúricos. Los números en la escala horizontal en km son los mismos que Pérez-Flores y Gómez-Treviño (1995) para la imagen de resistividad de la línea L-2. (b) Modelo directo de resistividad para la línea E3 (Romo et al., 1995).

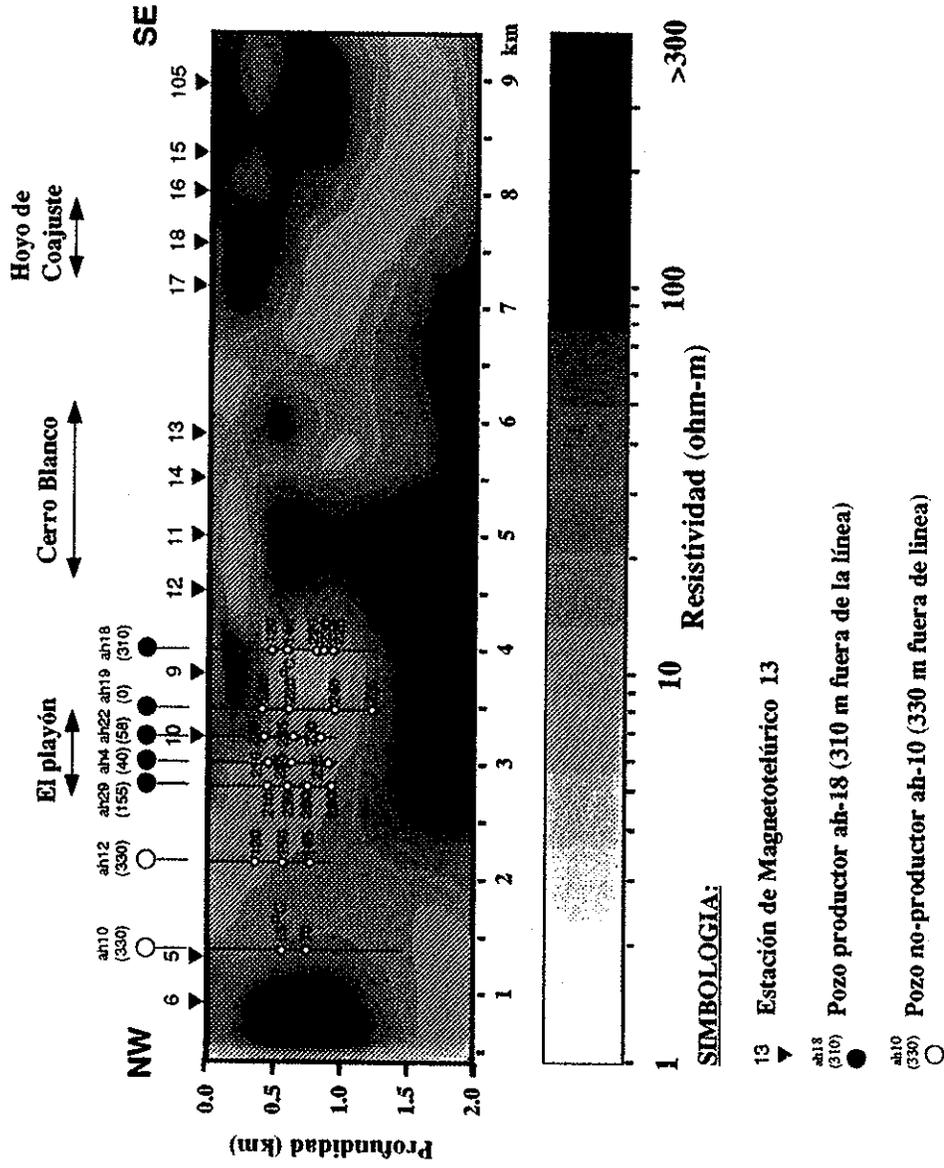


Figura 83.- Correlación entre la imagen de resistividad de la línea N2 y la temperatura medida en pozos.

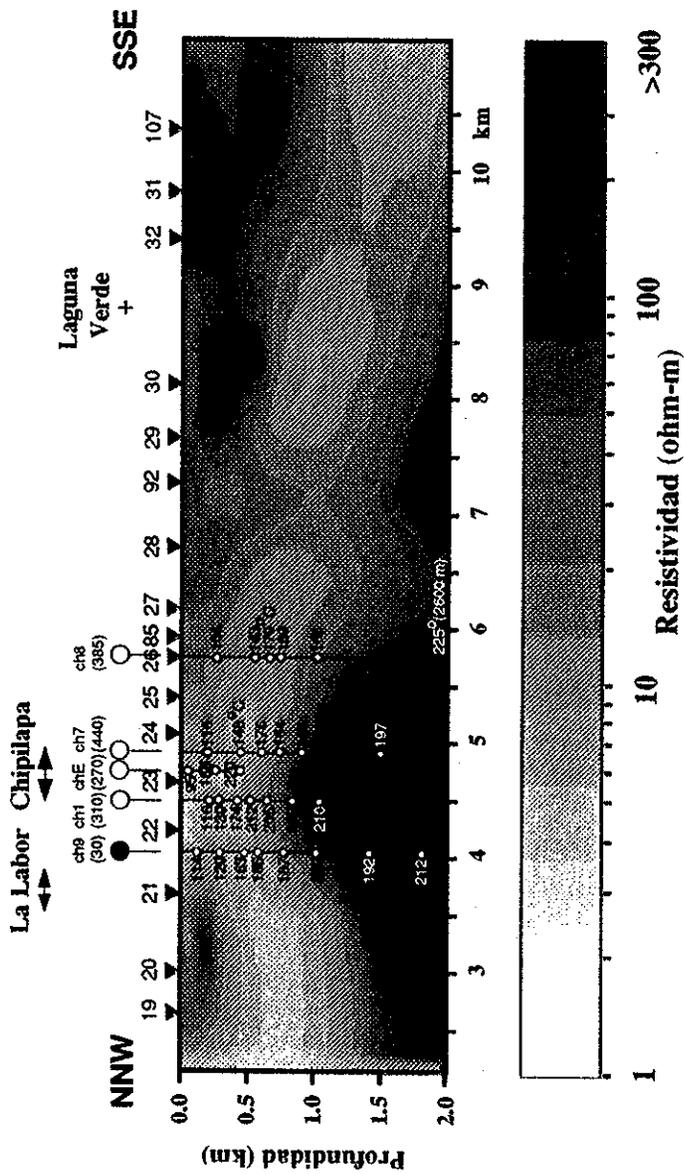


Figura 84.- Correlación entre la imagen de resistividad de la línea N3 y la temperatura medida en pozos. Misma simbología que figura 83.

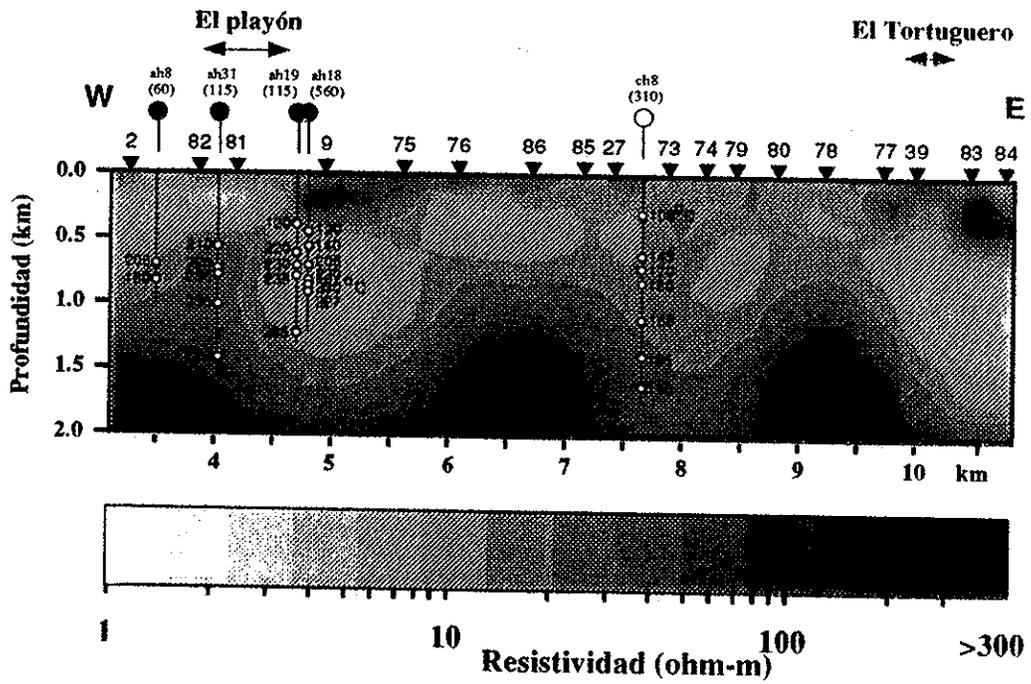


Figura 85.- Correlación entre la imagen de resistividad de la línea E3 y la temperatura medida en pozos. Misma simbología que figura 83.

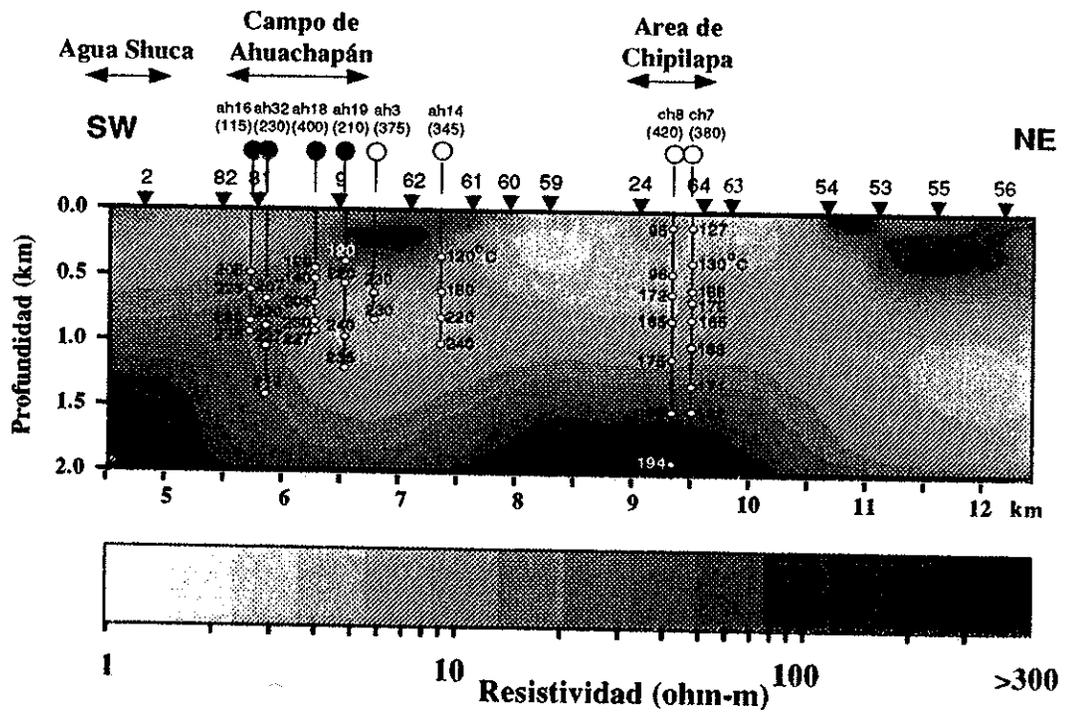


Figura 86.- Correlación entre la imagen de resistividad de la línea L-5 y la temperatura medida en pozos. Misma simbología que figura 83.

X. CONCLUSIONES

En el presente trabajo se han abordado diversos problemas que aparentemente no tienen mucha conexión entre sí. Por un lado se consideró el problema de caracterizar la zona de influencia de mediciones electromagnéticas, y por el otro lado la inversión de datos de diversos métodos geofísicos. En estos métodos se incluyen técnicas que utilizan mediciones de campos magnéticos a bajos números de inducción, mediciones de potencial eléctrico asociado con el flujo de corriente continua y mediciones magnetoteléuricas asociadas con el flujo de corrientes naturales en la tierra. En sí, cada uno de los problemas mencionados representa un tema de investigación por sí mismo, por lo que podría parecer que simplemente se trata de una yuxtaposición de problemas sin conexión entre ellos. Lo anterior sería cierto si no existiera un común denominador entre los diferentes temas. El común denominador es la utilización sistemática y novedosa de considerar cualquier medición electromagnética como un promedio ponderado de la distribución de conductividad eléctrica del subsuelo. Esto nos llevo, por un lado, a plantear una alternativa a la Ley de Biot-Savart en relación con la zona de influencia de mediciones electromagnéticas, y por el otro lado, al desarrollo de métodos nuevos para interpretar mediciones geoelectricas de diversos tipos, así como a su aplicación en ambientes geológicos diversos.

El análisis de la zona de influencia sobre un semi-espacio homogéneo, nos da información de qué zonas del subsuelo contribuyen más a las mediciones. Este análisis comprueba el sentimiento empírico, de que a medida que incrementamos la separación fuente-receptor y observemos a más bajas frecuencias, obtendremos información de lo más profundo. Sin embargo, es interesante ver que al igual que otros métodos geofísicos (MT por ejemplo), lo mas superficial y cercano a las bobinas influencia más a la medición. Sin embargo, al usar

como fuente un escalón de corriente y medir con bobinas, se observa que la región de máxima contribución se mueve verticalmente por debajo de las bobinas al observar a tiempos posteriores. Esto le concede una cierta ventaja a la medición con bobinas en lugar de magnetómetros. Se hizo también un análisis para un semi-espacio con tres capas y se obtuvieron resultados muy similares. Del análisis comparativo entre los integrandos de la Ley de Biot-Savart y la alternativa propuesta, nos hace concluir que mediante ésta última, los integrandos representan mejor la llamada zona de influencia de la medición. La Ley de Biot-Savart es útil para calcular campos, pero no debemos asignarle un significado a su integrando, como lo han hecho otros autores, pues con ello se llega a contradicciones.

El modelado e inversión para las bobinas coplanares horizontales y verticales en LIN vienen a llenar un hueco que existía en la interpretación de datos. Estos equipos se han usado mucho para minería y actualmente se están usando para lo que se ha dado por llamar geofísica ambiental. En la mayoría de los casos se usa como herramienta cualitativa de apoyo con otras técnicas. Creemos que al dotar al interpretador con una herramienta cuantitativa para poder obtener información de estructuras bidimensionadas o aún tridimensional, en algunos la aplicación de esta técnica será suficiente y en otros no requerirá de usar muchas otras técnicas, reduciendo así en los costos de los estudios. Una corrida de programa con 300 incógnitas y 150 datos en una SUN tipo IPX toma como 25 min la primera vez (cálculo de \mathbf{A}) y como 2 min para corridas sucesivas (diferentes valores de β). Esto es usando ambos arreglos, ya que en el arreglo de bobinas verticales se demora más en calcular las integrales.

En cuanto al método para obtención de imágenes de resistividad, existen actualmente otras metodologías para hacer inversión en 2D y 3D. Algunas hacen inversión (sin aproximaciones), pero tales algoritmos requieren de mucho poder de cómputo. Existen otros que también hacen

la aproximación de contrastes pequeños en la resistividad, para poder usar un semi-espacio homogéneo en el fondo, pero quizá nuestra técnica esté menos restringida a bajos contrastes con respecto a un semi-espacio homogéneo, permitiéndonos mayores variaciones en la resistividad del subsuelo. La metodología aquí presentada se puede montar en una computadora personal PC del tipo 386 ó 486 con RAM de 8 megabytes. Faltaría rodearlo de un ambiente de ventanas y menús para que cualquier interpretador lo pueda usar. Una corrida típica de 300 incógnitas con 150 datos toma en una SUN tipo IPX alrededor de 15 min la primera vez (calcula A) y 2 min cada vez, para sucesivas corridas (variando β). Las imágenes de resistividad o conductividad se obtienen en un tiempo bastante más rápido que los métodos de inversión exacta, permitiéndonos hacer la interpretación de los datos en el propio campo (una vez cargados los programas en computadoras portátiles de esta forma corregir insuficiencia de datos desde la zona de estudio.

De la interpretación de los datos de dipolo-dipolo de Ahuachapán, El Salvador, restaría resaltar que el método de inversión aproximado tiene una alta correspondencia con los modelos obtenidos por otros autores (por modelado en 2D). Además, nos añade detalles en la imagen de resistividad que no resultan obvios para un interpretador que utiliza modelado. La confiabilidad de la técnica se ve favorecida por la buena correlación entre altas temperaturas y bajos resistivos en la mayoría de los pozos.

En cuanto al método de inversión aproximada de datos magnetoteléuricos, se debe recordar que el problema inverso fue planteado por Esparza (1991) y a nosotros sólo nos tocó plantear el método de optimización, aplicando la experiencia obtenida en los otros métodos. Al término de esta tesis, el algoritmo permite hacer inversión conjunta o individual de las amplitudes de los modos TE y TM, pero también la inversión del determinante del tensor de impedancias,

específicamente cuando el determinante es igual al promedio geométrico de ambos modos. El algoritmo que corre en una PC 486, puede obtener soluciones de 300 incógnitas y 150 datos en aproximadamente 10 minutos para calcular la matriz de sensibilidad y tiempos de 1 minuto para diferentes modelos con diferentes grados de suavizamiento.

El algoritmo se aplicó a los datos de COPROD2 y en la imagen de resistividad obtenida se observa el conductor profundo esperado y varios rasgos que difieren de los modelos obtenidos de aplicar otras metodologías (Jones, 1993), lo cual confirma la no-unicidad al interpretar datos de electromagnéticos. También el programa se usó para interpretar cuatro líneas con sondeos de MT del área geotérmica de Ahuachapán en El Salvador. Se compararon las imágenes de resistividad obtenidas con los modelos determinados por modelado directo de Flores et al. (1992) y Romo et al. (1995) y con los registros de temperaturas de los pozos cercanos a tales líneas. De la comparación con los modelos directos, se vió una alta correspondencia en las líneas N2 y N3, así como una regular correspondencia con la línea E3. Sin embargo las cuatro líneas guardan una buena similitud con las imágenes de resistividad obtenidas de interpretar los datos de dipolo-dipolo, para la misma área (Pérez-Flores y Gómez-Treviño, 1995). En cuanto a la comparación con las temperaturas de pozos, se puede observar una alta correlación entre bajos resistivos y altas temperaturas, lo cual confirma la utilidad del método magnetoteléurico para prospección geotérmica.

Los resultados descritos anteriormente demuestran que considerar cualquier medición como un promedio ponderado de la distribución de conductividad del subsuelo, no es sólo un concepto atractivo desde el punto de vista académico, sino que además se pueden extraer de él metodologías nuevas para interpretar diversos tipos de mediciones geofísicas. En el presente trabajo se desarrollaron varias técnicas de interpretación, y se demostró su utilidad

aplicándolas a una gran variedad de levantamientos geofísicos.

La ventaja de las técnicas descritas en esta tesis es que aún cuando son aproximadas, podemos extraer información de las propiedades eléctricas del subsuelo en forma interactiva y rápida, en contraste con los métodos de inversión completa que requieren cantidades tremendas de tiempo para obtener una solución no necesariamente mejor que la nuestra. Se podría pensar que en el futuro al existir computadoras cada vez más veloces, las técnicas descritas en esta tesis ya no tendrán razón de existir. Sin embargo, estas técnicas implican tener un conocimiento amplio de la física de los campos electromagnéticos con el fin de hallar propiedades o comportamientos asintóticos que nos permitan sacarles ventajas y esto reditue en una mayor rapidez de computo en computadoras convencionales, pero también en un aprendizaje que no obtendríamos al aplicar técnicas numéricas ciegas en computadoras superveloces.

REFERENCIAS.

- Abramowitz, M. y I.A., Stegun, 1972, Handbook of Mathematical functions with formulas, graphs and mathematical tables. *Dover Publications, Inc.*
- Akaike, T., 1980, Likelihood and Bayes procedure, en *Bayesian Statistics*, editado por J.M. Bernardo, M.H. deGroot, D.V. Lindsey y A.F. Smith. University press, Valencia, España, p.143-166.
- Anderson, W.L., 1975, Improved digital filters for evaluating Fourier and Hankel transforms integrals. *Geological Survey, U.S.G.S.-GD-75-012*, Denver Colorado, E.U.A.
- Anderson, W.L., 1979, Numerical integration of related Hankel transform of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering. *Geophysics*, **44**, 1287-1305.
- Beamish, D. y M.A. Pérez-Flores, 1994, Applications of 2D EM inverse modelling to environmental problems. 12th. Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth (*IAGA*), Brest, Francia.
- Boerner, D.E., 1990, Deep controlled source electromagnetic sounding: Theory, results and correlation with natural source results. *10th Workshop on electromagnetic induction in the Earth*, Ensenada, México.
- Bryan, J., 1987, Study of pattern of subsurface current contributions in transients electromagnetic methods. *15th. SEG Annual meeting abstracts*, Nueva Orleans, 69-72.
- Cavazos-Garza, R., 1986, Un método aproximado para invertir datos de resistividad y polarización inducida: caso tridimensional restringido. Tesis de Maestría en Ciencias, *CICESE*, Ensenada, México.
-

- Cavazos-Garza, R. y E. Gómez-Treviño, 1989, Hacia la inversión tridimensional de anomalías de resistividad y polarización inducida. *Geofísica Internacional*, **28**, 481-505.
- Coggon, J.H., 1971, Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method: *Geophysics*, **36**, 132-155.
- Comparán, J., G. Sánchez, y E. Gómez-Treviño, 1989, Un método para modelar anomalías de resistividad y polarización inducida mediante potenciales logarítmicos. *Geofísica Internacional*, **28**, 73-87.
- Constable, S., R. Parker, y C. Constable, 1987, Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data: *Geophysics*, **52**, 289-300.
- Cornwell, J.D., 1985, Applications of geophysical methods to mapping unconsolidated sediments in East Anglia. *Modern Geology*, **9**, 187-205.
- deGroot-Hedlin, C. and S. Constable, 1990, Occam's inversion to generate smooth, two dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, **55**, 1613-1624.
- Eaton, P.A., 1989, 3D electromagnetic inversion using integral equation. *Geophysical Prospecting*, **37**, 407-426.
- Esparza, F.J., 1991, Suficiencia de las ecuaciones de Maxwell en relación a los problemas electromagnéticos inversos. Tesis de Doctorado en Ciencias, *CICESE*. Ensenada. México.
- Esparza, F. y E. Gómez-Treviño, 1987, Electromagnetic sounding in the Resistive Limit and the Backus-Gilbert Method for estimating averages, *Geoexploration*, **24**, 441-454.
-

- Esparza, F., M.A. Pérez-Flores, L.A. Gallardo y E. Gómez-Treviño, 1993, A simple method of magnetotelluric inversion in two-dimensions. *3rd. International congress of the Brazilian Geophysical Society*, Rio de Janeiro, Brasil.
- Espinosa, J.M., J.M. Romo, M. Morales, E. Gómez-Treviño, C. Flores, M.A. Pérez-Flores, S. Méndez, O. Lázaro, J. Herrera, F. Herrera, C. Traslosheros, N. Velazco, M.G. Rodríguez, J. Espinosa, M. Jiménez, R. Mendoza, O. Barrios, C. Sarmiento, A. Gallardo y E.Y. Mendoza, 1994, Diez métodos geofísicos en el prospecto del embalse Las Auras, Tecate, B.C. Congreso anual de la Unión Geofísica Mexicana (*UGM*), Puerto Vallarta, México.
- Flores, C., J.M. Romo, R. Vega, F. Esparza, E. Gómez-Treviño, V. García y J. Ramírez, 1992, Exploración magnetotélúrica del campo geotérmico de Ahuachapán-Chipilapa, El Salvador. Informe Final, *CICESE*, Ensenada, México.
- Gill, P., S. Hammarling, W. Murray, M. Saunders y M. Wright, 1986, User's guide for LSSOL a fortran package for constrained linear least-square and convex quadratic programming. *Stanford University Technical report SOL-886-1*, California, E.U.A.
- Goldman, M.M. y C.H. Stoyer, 1983, Finite-difference calculations of the transient field of an axially symmetric earth for vertical magnetic dipole excitation: *Geophysics*, **48**, 953-963.
- Gómez-Treviño, E., 1987, Non-linear integral equations for electromagnetic inverse problems. *Geophysics*, **52**, 1297-1302.
- Gómez-Treviño, E., F. Esparza, M.A. Pérez-Flores, C. Flores y J. Romo, 1994, A simple magnetotelluric imaging method and its application to data from geothermal areas. 12th. Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth (*IAGA*), Brest, Francia.
-

- Gómez-Treviño, E., S. Méndez-Delgado y M.A. Pérez-Flores, 1994(a), Modeling and Inversion of EM-34 data in two or three dimensions. *12th Workshop on electromagnetic induction in the Earth*, Brest, Francia.
- Gómez-Treviño, E., S. Méndez-Delgado y M.A. Pérez-Flores, 1994(b), Modelado e inversión del EM-34 en tres dimensiones. *Reunión Anual de la Unión Geofísica Mexicana*, Puerto Vallarta, México.
- Gradshteyn, I.S. y I.M. Ryzhik, 1965, Table of integrals, series, and products. *Academic Press*, New York.
- Harrington, R.F., 1958, Introduction to Electromagnetic Engineering, *McGraw-Hill Book Co.*, New York.
- Herrera, B.J., 1994, Evaluación del avance de la intrusión salina en el acuífero costero de Maneadero, B.C. Proyecto interno, *CICESE*, Ensenada, México.
- Hohmann, G.W., 1975, Three-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling: *Geophysics*, **40**, 309-324.
- Hoverstein, G.M. y H.F. Morrison, 1982, Transient fields of a current loop source above a layered Earth. *Geophysics*, **47**, 1068-1077.
- Huestis, S.P. y M.E. Ander, 1983, IDB2-A fortran program for computing extremal bounds in gravity data interpretation. *Geophysics*, **48**, 999-1010.
- Jones, A., 1993, The COPROD2 dataset: Tectonic setting, recorded MT data, and comparison of models. *J. Geomag. Geoelectr.*, **45**, 933-955.
- Kaufman, A.A. y G.V. Keller, 1983., Frequency and transient sounding: Elsevier Science Publ. Co., Inc.
-

- Landau, L. y E. Lifchitz, 1969, *Electrodynamique des milieux continus*. Ediciones *MIR*, Moscú, Rusia.
- Li, Y. y D.W. Oldenburg, 1992, Approximate inverse mappings in DC resistivity problems. *Geophysics J. Int.*, **109**, 343-362.
- Lines, L.R. y F.W. Jones, 1973, The perturbation of alternating geomagnetic fields by three-dimensional island structures. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **32**, 133-154.
- Nabighian, M.N., 1979, Quasi-static transient response of a conducting half-space- An approximate representation: *Geophysics*, **44**, 1700-1705.
- Nabighian, M.N., 1988. *Electromagnetic methods in applied geophysics. Theory*. Editado por *Soc. Exploration Geophysicists*. Tulsa, Oklahoma.
- Méndez-Delgado, S., Actualmente, Inversión y modelado de campos eléctricos y magnéticos para números de inducción pequeños. Tesis de Doctorado en Ciencias. *CICESE*, Ensenada, México.
- McNeill, D., 1980, Electromagnetic terrain conductivity measurements at low induction numbers, Manual Técnico del *GEONICS LIMITED*, TN-6, Mississauga, Canada, 15 pag.
- Patra, H.P y K. Mallick, 1980, *Geosounding Principles 2. Time- Varying Geoelectric Sounding*. Ed. *Elsevier*, Nueva York, E.U.A.
- Patskan, J., 1995, Investigations of electromagnetic and natural electric potential (self-potential) methods for locating water-yielding fractures in crystalline bedrock. Tesis de Maestría en Ciencias. *San Diego State University*, California, E.U.A.
-

- Pérez-Flores, M.A. y E. Gómez-Treviño, 1992, A method for constructing two-dimensional images from controlled source electromagnetic data at low induction numbers. *11th Workshop on electromagnetic induction in the Earth*, Wellington, Nueva Zelanda.
- Pérez-Flores, M.A. y E. Gómez-Treviño, 1993, Construction of two-dimensional images from EM-31 and EM-34 electromagnetic measurements. *3rd International Congress of the Brazilian Geophysical Society*, Río de Janeiro, Brasil, 1451-1454.
- Parry, J.R. y S.H. Ward, 1971, Electromagnetic scattering from cylinders of arbitrary cross-section in a conductive half-space. *Geophysics*, **36**, 67-100.
- Petrick, W.M., W.M. Sill y S.H. Ward, 1981, Three-dimensional resistivity inversion using alpha centers (conductivity sulfide geothermal model). *Geophysics*, **46**, 1148-1162.
- Pridmore, D.F., G.W. Hohmann, S.H. Ward y W.R. Sill, 1981, An investigation of finite-element modeling for electrical and electromagnetic data in three dimensions. *Geophysics*, **46**, 1009-1024.
- Raiche, A.P., 1974, An integral equation approach to 3D modeling. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **36**, 363-376.
- Romo, J.M., C. Flores, R. Vega, R. Vazquez, E. Gómez-Treviño, F.J. Esparza, J.E. Quijano, M.A. Pérez-Flores y V.H. Garcia, 1995, A closely-spaced magnetotelluric study of the Ahuachapán-Chipilapa geothermal field, El Salvador. *Geothermics*. Enviado.
- Sasaki, Y., 1989, Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data. *Geophysics*, **54**, 254-262.
- Sasaki, Y., 1994, 3-D resistivity inversion using the finite-element method. *Geophysics*, **59**, 1839-1848.
-

- Shima, H., 1990, Two-dimensional automatic resistivity inversion technique using alpha centers. *Geophysics*, **55**, 682-694.
- Sidorov, V.A. y V.P. Gubatenko, 1974, On the resolution of electromagnetic prospecting by the built-up method. *Izvestiya, Earth Physics*, **3**, 51-57.
- Spies, B.R., 1989, Depth of investigation in electromagnetic sounding methods. *Geophysics*, **52**, 1418-1423.
- Tai, Chen-to, 1971, Dyadic Green's Functions in Electromagnetic Theory. *Ed. Intext Educational Publishers*.
- Tripp, A.C., G.W. Hohmann y C.M. Swift, 1984, Two-dimensional resistivity inversion. *Geophysics*, **49**, 1708-1717.
- Uchida, T., 1993, Smooth 2D inversion for magnetotelluric data based on statistical criterion ABIC. *J. Geomag. Geoelectr.*, 841-858.
- Wait, J.R., 1951, The magnetic dipole over the horizontally stratified earth, *Can. J. Phys.*, **29**, 577-592.
- Ward, S.H., 1967, The electromagnetic method. *in Mining Geophysics*, **3**, 228-372, Soc. Explor. Geophys.
- Weidelt, P., 1975, Electromagnetic induction in three-dimensional structures: *J. Geophys.*, **45**, 85-109.
- Wannamaker, P.E., G.W. Hohmann y W.A. San Filippo, 1984, Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations: *Geophysics*, **49**, 60-74.
-

Wannamaker, P.E., J.A. Stodt y L. Rijo, 1987, A stable finite element solution for two-dimensional magnetotelluric modelling, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, **88**, 277-296.

Zhdanov, M.S., N.G. Golubev, V.V. Spichak y I.M. Varentsov, 1982, The construction of effective methods for electromagnetic modeling. *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, **68**, 589-607.

**APENDICE A.- CAMPOS DE UN DIPOLO MAGNETICO SOBRE UN MEDIO
ESTRATIFICADO DE TRES CAPAS.**

Al igual que en cualquier problema que involucre campos electromagnéticos, partimos de las ecuaciones de Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + i\omega \epsilon \mathbf{E} \quad , \quad (1-A)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B} \quad , \quad (2-A)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad , \quad (3-A)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 0 \quad . \quad (4-A)$$

Además:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad . \quad (5-A)$$

Una forma de resolver para los campos es expresar los mismos en función de los potenciales vectoriales de Schelkunoff (Ward, 1967).

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F} \quad (6-A)$$

$$y \quad \mathbf{H} = (\sigma - i\omega \epsilon) \mathbf{F} - \frac{1}{i\mu \omega} \nabla \nabla \cdot \mathbf{F} \quad . \quad (7-A)$$

donde:

$\mathbf{F} =$ potencial vectorial de Schelkunoff cuando se usa una fuente magnética

Si introducimos las ecuaciones (7-A) y (6-A) en (2-A), obtenemos la ecuación diferencial parcial homogénea del potencial vectorial \mathbf{F} .

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = 0 \quad , \quad (8-A)$$

donde

$$k^2 = i\omega\mu\sigma + \omega^2\mu\epsilon \quad . \quad (9-A)$$

Si a esta ecuación le introducimos un término de fuente, queda

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = -\mathbf{J}_M \quad , \quad (10-A)$$

donde

$\mathbf{J}_M =$ Densidad de corriente debida a una fuente magnética

En realidad a nosotros nos interesa resolver la ecuación inhomogénea (10-A), pero es usual resolver la ecuación homogénea (8-A), hallar una solución general para \mathbf{F} y luego introducir el término de fuente, como un potencial primario, esto es:

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_s \quad , \quad (11-A)$$

donde

\mathbf{F} es el potencial, si resolvemos la ecuación (10-A).

\mathbf{F}_s es el potencial, si resolvemos la ecuación (8-A) sin fuente, para un semi-espacio homogéneo o estratificado.

\mathbf{F}_p es el potencial debido a una fuente puntual en un espacio completo.

Normalmente la fuente se localiza sobre la superficie del semi-espacio, o a una cierta altura encima de él. Si la fuente es puntual y se localiza dentro del semi-espacio homogéneo o estratificado y además se normaliza para que su momento magnético sea unitario, entonces

F es la función de Green del potencial magnético. De esta forma se ve que resolver la ecuación (10-A) puede servir para encontrar la función de Green, si $\mathbf{J}_M = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}')$, y si la fuente se coloca dentro del semi-espacio homogéneo, o en cualquiera de las capas del semi-espacio estratificado.

CAMPO ELECTRICO DEBIDO A UN DIPOLO MAGNETICO VERTICAL SOBRE UN SEMI-ESPACIO HOMOGENEEO

Nuestro objetivo es resolver la ecuación (10-A) para una fuente magnética, que en este caso, es un dipolo magnético vertical. Lo haremos primero resolviendo la ecuación (8-A).

Se acostumbra resolver la ecuación (8-A) mediante la técnica de separación de variables, resultando 2 ecuaciones diferenciales ordinarias, de las cuales debemos saber que forma tiene la solución de cada una de ellas, y no siempre sabemos de que forma es esta solución. Una forma alternativa de obtener la solución nos guía secuencialmente a la solución sin suponer nada. En este trabajo se utiliza esta última alternativa.

Debemos observar primeramente de la ecuación (6-A) que el potencial F siempre es perpendicular al campo eléctrico. Para este tipo de fuente, el campo eléctrico gira alrededor de la bobina, es decir que los campos que existen se pueden expresar en coordenadas cilíndricas:

$$\mathbf{E} = \{0, E_{\phi}, 0\} \quad \text{y} \quad \mathbf{H} = \{H_r, 0, H_z\} \quad . \quad (12-A)$$

Esto hace que sólo tengamos una componente del potencial vectorial. Sólo requerimos la componente perpendicular a la superficie de la tierra. Esto es,

$$\mathbf{F} = \{0, 0, F_z\} \quad . \quad (13-A)$$

La ecuación que debemos resolver es

$$\nabla^2 F_z + k^2 F_z = 0 \quad (14-A)$$

Aprovechando la simetría cilíndrica, expresamos la ecuación anterior en coordenadas cilíndricas.

$$\frac{\partial^2 F_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} = k^2 F_z \quad (15-A)$$

pero $\frac{\partial^2 F_z}{\partial \theta^2} = 0$, ya que F_z es constante en esa dirección.

Consideramos el par transformado de Hankel

$$\bar{F}(\lambda, z) = \int_0^\infty r F(r, z) J_0(\lambda r) dr \quad (16-A)$$

$$F(r, z) = \int_0^\infty \lambda \bar{F}(\lambda, z) J_0(\lambda r) d\lambda \quad (17-A)$$

Aplicando (16-A) a (15-A), nos queda:

$$\int_0^\infty r \left[\frac{\partial^2 F_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial r} \right] J_0(\lambda r) dr + \int_0^\infty r \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} J_0(\lambda r) dr - \int_0^\infty r k^2 F_z J_0(\lambda r) dr = 0 \quad (18-A)$$

Pero el término de la izquierda es la derivada de un producto, esto es:

$$I_1 = \int_0^\infty r \left[\frac{\partial^2 F_z(r, z)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_z(r, z)}{\partial r} \right] J_0(\lambda r) dr = \int_0^\infty \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial F_z}{\partial r} \right] J_0(\lambda r) dr$$

Si integramos por partes el término de la derecha, queda

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \frac{\partial F_z}{\partial r} \right] J_0(\lambda r) dr = \left. r \frac{\partial F_z}{\partial r} J_0(\lambda r) \right|_0^{\infty} - \lambda \int_0^{\infty} r \frac{\partial F_z}{\partial r} J_0'(\lambda r) dr .$$

El primer término después de la igualdad es cero en los dos límites. Si integramos por partes el segundo término después de la igualdad, tenemos

$$I_1 = -\lambda \int_0^{\infty} r \frac{\partial F_z}{\partial r} J_0'(\lambda r) dr = \lambda \int_0^{\infty} F_z [J_0'(\lambda r) + \lambda r J_0''(\lambda r)] dr . \quad (19-A)$$

Usando las propiedades de las funciones de Bessel

1. $J_0'(x) = -J_1(x)$
2. $x J_n'(x) = x J_{n-1}(x) - n J_n(x)$.

se cumple que $\lambda r J_0''(\lambda r) + J_0'(\lambda r) = -\lambda r J_0(\lambda r)$. (20-A)

Entonces la ecuación (19-A) queda:

$$I_1 = \lambda \int_0^{\infty} -F_z \lambda r J_0(\lambda r) dr = -\lambda^2 \int_0^{\infty} r F_z(r, z) J_0(\lambda r) dr$$

Esto es,

$$I_1 = -\lambda^2 \bar{F}_z(\lambda, z) . \quad (21-A)$$

Sustituyendo (21-A) en (18-A) y considerando que los otros términos también se transforman al dominio de λ , queda

$$\frac{d^2 \bar{F}_z}{dz^2} - k^2 \bar{F}_z - \lambda^2 \bar{F}_z = 0 \quad ,$$

$$\frac{d^2 \bar{F}_z}{dz^2} - u^2 \bar{F}_z = 0 \quad , \quad \text{donde} \quad u^2 = (k^2 + \lambda^2) \quad . \quad (22 - A)$$

La solución de esta ecuación diferencial ordinaria de segundo orden son funciones exponenciales.

$$\bar{F}_z(\lambda, z) = C_1 e^{-z\sqrt{k^2 + \lambda^2}} + C_2 e^{+z\sqrt{k^2 + \lambda^2}}$$

Pero como a nosotros nos interesa $F_z(r, z)$, aplicamos la transformada inversa de Hankel (17-A).

$$F_z(r, z) = \int_0^\infty \left[C_1 e^{-z\sqrt{\lambda^2 + k^2}} + C_2 e^{+z\sqrt{\lambda^2 + k^2}} \right] \lambda J_0(\lambda r) d\lambda$$

Si hacemos:

$$A(\lambda) = C_1 \lambda \quad ,$$

$$B(\lambda) = C_2 \lambda \quad ,$$

$$F_z(r, z) = \int_0^\infty \left[A(\lambda) e^{-z\sqrt{\lambda^2 + k^2}} + B(\lambda) e^{+z\sqrt{\lambda^2 + k^2}} \right] J_0(\lambda r) d\lambda \quad . \quad (23 - A)$$

Esta es la solución general para el potencial magnético vectorial F_z de un dipolo magnético vertical. Aún no hemos dicho, si es sobre un semi-espacio homogéneo o un semi-espacio estratificado. Sobre un semi-espacio homogéneo sólo tenemos una frontera.

$$\begin{array}{ccc} \mu_0 = \sqrt{\lambda^2 + k_0^2} & \text{y} & \mu_1 = \sqrt{\lambda^2 + k_1^2} \\ \text{Aire} & & \text{Semi-espacio homogéneo} \end{array}$$

De acuerdo a la relación del potencial F_z con los campos \mathbf{E} y \mathbf{H} en las ecuaciones (6-A y 7-A) y considerando que sólo existe $\mathbf{E} = \{0, E_\phi, 0\}$ y $\mathbf{H} = \{H_r, 0, H_z\}$.

$$E_\phi = \frac{\partial F_z}{\partial r}, \quad (24-A)$$

$$H_r = -\frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial^2 F_z}{\partial r \partial z}. \quad (25-A)$$

Se debe cumplir que los campos tangenciales E_ϕ y H_r deben ser igual en la frontera aire-tierra de uno y otro lado.

Esto es que

$$\frac{\partial F_{z0}}{\partial r} = \frac{\partial F_{z1}}{\partial r} \Rightarrow F_{z0} = F_{z1} \quad (26-A)$$

$$-\frac{1}{i\omega\mu_0} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial F_0}{\partial r} \right) = -\frac{1}{i\omega\mu_1} \left(\frac{\partial F_1}{\partial r} \right) \Rightarrow \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial F_0}{\partial z} = \frac{1}{\mu_1} \frac{\partial F_1}{\partial z}. \quad (27-A)$$

Ahora sí, ya podemos añadirle a la solución general el término de fuente. Como la fuente va sobre la superficie o encima de ella, el término de fuente se le asigna al semi-espacio de aire. Se halla que en cada semi-espacio se cumple una ecuación diferencia como la (14-A) y en cada uno se obtiene una solución para F_z del siguiente tipo.

$$F_{z_0} = -\frac{i\mu\omega m}{4\pi} \frac{e^{-\mu_0|z-h|}}{r} + \int_0^\infty A(\lambda) e^{-\mu_0 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{en el aire}, \quad (28-A)$$

$$F_{z1} = \int_0^{\infty} B(\lambda) e^{-u_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{en el Semi-espacio} \quad , \quad (29-A)$$

donde

$$F_r = \frac{-i\omega\mu m}{4\pi} \cdot \frac{e^{-u_0 |z-h|}}{r} = \frac{-i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 |z-h|} J_0(\lambda r) d\lambda$$

Es el potencial primario, debido a una fuente en un espacio completo.

$A(\lambda)$ es el campo reflejado. Como es en el aire, sólo hay reflejado

$B(\lambda)$ es el campo transmitido. Como es un semi-espacio infinito, sólo hay transmitido.

h es la altura de la bobina sobre la superficie.

No conocemos $A(\lambda)$ ni $B(\lambda)$, pero de las 2 condiciones de frontera, obtenemos 2 ecuaciones que involucran a A y B .

$$\frac{-i\omega\mu m}{4\pi} \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 |z-h|} + A(\lambda) e^{-u_0 z} = B(\lambda) e^{-u_1 z} \quad ,$$

$$\frac{-i\omega\mu m}{4\pi\mu_0} \frac{\lambda}{u_0} e^{-u_0 |z-h|} - \frac{\mu_0}{\mu_1} A(\lambda) e^{-u_0 z} = \frac{\mu_1}{\mu_0} B(\lambda) e^{-u_1 z} \quad .$$

Resolvemos el sistema de 2 ecuaciones. Decimos que la interface aire-tierra esta en $z = 0$

$$A(\lambda) = -\frac{i\omega\mu m}{4\pi} \frac{\lambda}{u_0} \frac{u_0\mu_1 - u_1\mu_0}{u_0\mu_1 + u_1\mu_0} e^{-u_0 h} \quad , \quad (30-A)$$

$$B(\lambda) = -\frac{i\omega\mu m}{4\pi} \cdot \frac{\lambda}{u_0} \cdot \frac{2u_0\mu_1}{u_0\mu_1 + u_1\mu_0} e^{-u_0 h} \quad (31-A)$$

De esta forma si colocamos la bobina sobre la superficie, es decir $h = 0$,

$$F_{z0} = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda + u_0} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{en el Aire} \quad , \quad (32-A)$$

$$F_{z1} = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda + u_1} e^{-u_1 z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad \text{en la Tierra} \quad . \quad (33-A)$$

El campo eléctrico queda:

$$E_{\varphi_0} = \frac{\partial F_0}{\partial r} = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_0 + \lambda} e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{en el Aire} \quad , \quad (34-A)$$

$$E_{\varphi_1} = \frac{\partial F_1}{\partial r} = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u_1 + \lambda} e^{-u_1 z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{en la Tierra} \quad . \quad (35-A)$$

Estos son los campos en el dominio de la frecuencia (ω) cuando la fuente es un dipolo magnético vertical por donde circula una corriente de frecuencia fija. Si pasamos la ecuación (35-A) al dominio del tiempo, mediante la transformada de Fourier y usamos como fuente un dipolo magnético vertical, por el cual circula una corriente constante y subitamente se interrumpe (transitorio de corriente), obtendremos los famosos anillos de corriente (smoke rings) que reportó Nabighian (1979).

CAMPO ELECTRICICO DEBIDO A UN DIPOLO MAGNETICO VERTICAL SOBRE UN SEMI-ESPACIO ESTRATIFICADO DE TRES CAPAS

Para resolver este problema se plantea una ecuación diferencial como la (14-A); una para el semi-espacio de aire, otra para la primera capa, otra para la segunda capa y una última

para el semi-espacio que queda debajo de la segunda capa. O sea, que queda un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales del tipo (14-A) y cada una tiene su solución general del tipo (23-A). Posteriormente se sueldan las 4 ecuaciones generales mediante la condición de que los campos eléctricos y magnético tangenciales sean iguales en las respectivas fronteras.

Sus respectivas soluciones generales son:

$$F_{z0} = \int_0^{\infty} \left[\frac{i\omega\mu m}{4\pi} e^{-u_0 z} + D_0(\lambda) e^{u_0 z} \right] J_0(\lambda r) d\lambda, \quad \text{para } z \leq 0, \quad (36-A)$$

$$F_{z1} = \int_0^{\infty} [C_1(\lambda) e^{-u_1 z} + D_1(\lambda) e^{u_1 z}] J_0(\lambda r) d\lambda, \quad \text{para } 0 \leq z \leq h_1, \quad (37-A)$$

$$F_{z2} = \int_0^{\infty} [C_2(\lambda) e^{-u_2 z} + D_2(\lambda) e^{u_2 z}] J_0(\lambda r) d\lambda, \quad \text{para } h_1 \leq z \leq h_2, \quad (38-A)$$

$$F_{z3} = \int_0^{\infty} C_3(\lambda) e^{-u_3 z} + J_0(\lambda r) d\lambda, \quad \text{para } z \geq h_2, \quad (39-A)$$

donde:

F_{z0} es el potencial en el semi-espacio aire

F_{z1} es el potencial en la primera capa comprendida entre $z = 0$ y $z = h_1$.

F_{z2} es el potencial en la segunda capa comprendida entre $z = h_1$ y $z = h_2$.

F_{z3} es el potencial en la tercera capa (semi-espacio) entre $z = h_2$ y $z = \infty$.

$D_n(\lambda)$ son los coeficientes de reflexión.

$C_n(\lambda)$ son los coeficientes de transmisión.

Para poder soldar las 4 soluciones generales (ecuaciones 36 a 39-A), necesitamos calcular los coeficientes $C_n(\lambda)$ y $D_n(\lambda)$ para cada capa aplicando las condiciones de que los campos E_θ y H_r son iguales en las fronteras compartidas. Así por las ecuaciones (26-A) y (27-A), obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{i\omega\mu n}{4\pi} + D_0 &= C_1 + D_1, \\ \frac{-i\omega\mu m\lambda}{4\pi} + \lambda D_0 &= -u_1 C_1 + u_1 D_1, \\ C_1 e^{-u_1 h_1} + D_1 e^{u_1 h_1} &= C_2 e^{-u_2 h_1} + D_2 e^{u_2 h_1}, \\ -u_1 C_1 e^{-u_1 h_1} + u_1 D_1 e^{u_1 h_1} &= -u_2 C_2 e^{-u_2 h_1} + u_2 D_2 e^{u_2 h_1}, \\ C_2 e^{-u_2 h_2} + D_2 e^{u_2 h_2} &= C_3 e^{-u_3 h_2}, \\ -u_2 C_2 e^{-u_2 h_2} + u_2 D_2 e^{u_2 h_2} &= -u_3 C_3 e^{-u_3 h_2}. \end{aligned} \quad (40-A)$$

Mediante la solución de este sistema de 6 ecuación, obtenemos las expresiones para $C_n(\lambda)$ y $D_n(\lambda)$. Después de bastante álgebra se obtiene:

$$\begin{aligned} D'_0(\lambda) &= \frac{D_0(\lambda)}{c} = \frac{\lambda q_9 + q_{10}}{\lambda q_9 - q_{10}}, \\ D_1(\lambda) &= \frac{\lambda D'_0(\lambda) - \lambda}{u_1 - u_1 q_8}, \\ C_1(\lambda) &= D_1(\lambda) q_8, \\ D_2(\lambda) &= \frac{C_1(\lambda) q_{1m} + D_1(\lambda) q_1}{q_4}, \\ C_2(\lambda) &= D_2(\lambda) u_{23} q_2, \\ C_3(\lambda) &= \frac{C_2(\lambda) q_{22m} + D_2(\lambda) q_{22}}{q_{23}}, \end{aligned} \quad (41-A)$$

donde:

$$c = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} ,$$

$$u_{23} = \frac{u_2 + u_3}{u_2 - u_3} ,$$

$$p_1 = u_1 H_1 ,$$

$$p_2 = u_2 H_2 ,$$

$$p_{12} = u_2 H_1 ,$$

$$q_1 = e^{p_1} ,$$

$$q_2 = e^{2p_2} ,$$

$$q_{1m} = \frac{1}{q_1} ,$$

$$q_{12} = e^{p_{12}} ,$$

$$q_{12m} = \frac{1}{q_{12}} ,$$

$$q_3 = u_{23} q_2 q_{12m} ,$$

$$q_4 = q_{12} + q_3 ,$$

$$q_5 = u_2(q_{12} - q_3) \quad ,$$

$$q_6 = q_{1m}(q_5 + u_1 q_4) \quad ,$$

$$q_7 = q_1(q_4 u_1 - q_5) \quad ,$$

$$q_8 = \frac{q_7}{q_6} \quad ,$$

$$q_9 = q_8 + 1 \quad ,$$

$$q_{10} = u_1[1 - q_8] \quad ,$$

$$p_{13} = u_3 H_2 \quad ,$$

$$q_{23} = e^{-p_{13}} \quad ,$$

$$q_{22} = e^{p_2} \quad ,$$

$$q_{22m} = \frac{1}{q_{22}} \quad ,$$

$H_1 = h_1$ espesor de la primera capa ,

$H_2 = h_2 - h_1$ espesor de la segunda capa ,

$$u_1 = \sqrt{\lambda^2 + k_1^2} \quad ; \quad k_1^2 = i\omega\mu\sigma_1 \quad ,$$

$$u_2 = \sqrt{\lambda^2 + k_2^2} \quad ; \quad k_2^2 = i\omega\mu\sigma_2 \quad ,$$

$$u_3 = \sqrt{\lambda^2 + k_3^2} \quad ; \quad k_3^2 = i\omega\mu\sigma_3 \quad ,$$

Entonces los campos eléctricos para cada capa, de acuerdo a la ecuación (24-A) quedan:

$$E_{\varnothing_0}(r, \omega) = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty [e^{-\lambda|z|} + D'_0(\lambda)e^{\lambda z}] J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z \leq 0 \quad ,$$

$$E_{\varnothing_1}(r, \omega) = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty [C_1(\lambda)e^{-\lambda z} + D_1(\lambda)e^{\lambda z}] J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } 0 \leq z \leq h_1 \quad (42-A)$$

$$E_{\varnothing_2}(r, \omega) = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty [C_2(\lambda)e^{-\lambda z} + D_2(\lambda)e^{\lambda z}] J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } h_1 \leq z \leq h_2 \quad ,$$

$$E_{\varnothing_3}(r, \omega) = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \int_0^\infty C_3 e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z \geq h_2 \quad .$$

Nótese que el término $e^{-\lambda|z|}$ es el término de fuente, y se halla en la ecuación correspondiente al semi-espacio de aire, porque así es en la realidad. Pero si quisieramos calcular la función de Green en un semi-espacio estratificado, sólo habría que colocar el término de fuente dentro de cada capa. Pero como la función de Green en este caso $G_{\varnothing}(|r-r'|, \omega)$ sería el campo eléctrico en la dirección \varnothing , debido a un dipolo magnético vertical de momento unitario y puntual que se ubica en la capa número "n" es como si la fuente se colocase en esa capa. Por eso es que nosotros para la función de Green, usamos:

$$G_{\varnothing}(|r-r'|, \omega) = \frac{E_{\varnothing}(|r-r'|, \omega)}{m_n} \quad (43-A)$$

Por lo regular en la literatura científica es común calcular las funciones de Green, como el campo eléctrico debido a un dipolo eléctrico en la dirección (x, y, z) , resultando un Tensor de Green o función Diádica de Green (Tai, 1971; Weidelt, 1975).

Si a las ecuaciones (42-A) les aplicamos la transformada inversa de Fourier, obtenemos los campos eléctricos en el dominio del tiempo. Si como fuente usamos un transitorio de corriente por la bobina, obtendremos los anillos de corriente (Smoke Rings) propagándose en un medio estratificado. Hoversten y Morrison (1982) observaron que a diferencia de ondas propagadas, no se crean varios anillos de corriente debido a las reflexiones en las fronteras de las capas, sino un sólo anillo de corriente deformado por la presencia de tales fronteras.

APENDICE B.- CAMPOS MAGNETICOS PARA BAJOS NUMEROS DE INDUCCION Y PRINCIPIO DE OPERACION DEL EQUIPO GEONICS EM-34

Para bajos números de inducción, los campos tienen un comportamiento particular que favorece la interpretación. Existen equipos que están diseñados para aprovechar esta ventaja.

Para ejemplificar, tomaremos el caso de un dipolo magnético vertical como fuente y otro como receptor. En el apéndice A calculamos el campo eléctrico debido a esta fuente sobre un semi-espacio homogéneo. Ahora nos interesa calcular el campo magnético vertical (H_z) debido a esa fuente, ya que eso es lo que mide el receptor.

De la ecuación (7-A) podemos calcular (H_z)

$$H_z = -\sigma F_z - \frac{1}{i\omega\mu} \frac{\partial^2 F_z}{\partial z^2} \quad (1-B)$$

Como conocemos la expresión de F_z dentro del semi-espacio (ecuación 33-A), nos queda

$$H_z = \frac{m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^3}{\lambda + u} e^{-u z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (2-B)$$

Pero si nuestras mediciones siempre las realizamos en la superficie (o sea $z = 0$), la integral tiene solución analítica

$$H_z = \frac{m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^3}{\lambda + u} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{m}{2\pi k^2 r^5} \left[9 - (9ikr - 4k^2 r^2 + ik^3 r^3) e^{ikr} \right] \quad (3-B)$$

donde

$$u = \sqrt{\lambda^2 + k^2} \quad \text{y} \quad k^2 = i\omega\mu\sigma$$

r es la distancia entre la fuente y el punto de medición o la distancia emisor-receptor.

Si nosotros graficamos H_z para $z = 0$, obtenemos la gráfica de la figura 1, donde se muestra la parte real e imaginaria de H_z para varias frecuencias ($f = \frac{\omega}{2\pi}$), sobre un semi-espacio homogéneo de $\sigma = 10^{-2} S/m$ y una separación emisor-receptor de $r = 100m$.

Es de observar que para frecuencias muy bajas la parte real es una recta horizontal y la parte imaginaria es una recta inclinada. Trabajar con el campo magnético vertical en bajos números de inducción, equivale a trabajar en frecuencias tales que la parte real e imaginarias se comportan como rectas. La justificación de esto, la obtenemos manipulando la ecuación (3-B).

Si en la ecuación (3-B) tomamos e^{-ikr} y lo desarrollamos por series de Taylor, nos queda

$$e^{-ikr} = 1 + ikr - \frac{k^2 r^2}{2} - \frac{ik^3 r^3}{6} + \frac{k^4 r^4}{24} + \frac{ik^5 r^5}{120} + \dots \quad (4-B)$$

Al multiplicar por el resto de la ecuación (3-B) resulta

$$H_z = \frac{m}{2\pi k^2 r^5} \left[9 - 9 - \frac{1}{2} k^2 r^2 + \frac{1}{8} k^4 r^4 + \frac{2}{15} ik^5 r^5 + \dots \right] \quad (5-B)$$

Si nos quedamos con los primeros términos, es equivalente a suponer que $kr \ll 1$, entonces los términos restantes son despreciables. Al término $k^2 r^2$ se le conoce como número de inducción. Por eso cuando suponemos que es menor que uno, es equivalente a suponer

bajos números de inducción ("Low Induction Numbers; LIN), pero también es equivalente a bajas frecuencias. Claro está, que el dominio de LIN dependerá de la conductividad y permeabilidad más grandes esperadas en el sub-suelo. El equipo *GEONICS* así lo hace y asigna una frecuencia diferente a cada separación de sus equipos, con el fin de no salirse del dominio de LIN. Bajo estas consideraciones, la ecuación (5-B) queda como

$$H_z = \frac{m}{2\pi k^2 r^5} \left[-\frac{1}{2} k^2 r^2 + \frac{1}{8} k^4 r^4 \right] = -\frac{m}{4\pi r^3} \left[\frac{1 - k^2 r^2}{4} \right] ,$$

$$H_z = -\frac{m}{4\pi r^3} \left[1 - \frac{i\omega\mu\sigma r^2}{4} \right] , \quad (6-B)$$

$$\text{Real } [H_z] = -\frac{m}{4\pi r^3} = H_p , \quad (7-B)$$

$$\text{Imag } [H_z] = \left[-\frac{m}{4\pi r^3} \right] \left[-\frac{\omega\mu\sigma r^2}{4} \right] . \quad (8-B)$$

De esta forma la ecuación (7-B) representa el campo magnético medido en ausencia de la tierra.

La ecuación (8-B) representa la línea recta inclinada de la figura 1. Esto quiere decir que al hacer $kr \ll 1$, el campo magnético se comporta linealmente con el número de inducción.

Equipos como el EM-34 operan en este dominio, sólo que el EM-34 mide la componente imaginaria, normalizada por el campo primario (H_p). Esto quiere decir que el defasamiento que el equipo mide es debido únicamente a la parte imaginaria, pues la real es constante.

$$\text{Imag } \frac{[H_z]}{H_p} = -\frac{\omega\mu\sigma r^2}{4} . \quad (9-B)$$

Para que un equipo opere en este dominio se requiere que $kr \ll 1$, o visto en términos del "grosor de piel" (skin depth), que $kr = \frac{r}{\delta} \sqrt{2i} \ll 1$, donde $\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}}$. Para que esto suceda se necesita que el "grosor de piel" sea mucho mayor que la separación fuente-receptor, o sea que el producto $\omega\mu\sigma$ debe ser suficientemente pequeño para que δ sea grande. Como μ es relativamente constante, (excepto materiales muy magnéticos), entonces el número de onda dependerá principalmente de la frecuencia y la conductividad del medio. La frecuencia es el único parámetro que el fabricante de un equipo puede manipular, lo demás depende del sub-suelo. De esta forma, se debe tener cuidado que

$$\omega \ll \frac{2}{\mu\sigma r^2} \quad (10-B)$$

Las frecuencias del equipo deben ser tales que cumplan la desigualdad (10-B).

El EM-34 trabaja con 3 distintas separaciones emisor-receptor; 10, 20 y 40 metros y para cada separación utiliza una frecuencia diferente; 6400 H_z para 10 m, 1400 H_z para 20 m y 400 H_z para 40 m.

La figura 1 muestra la parte real e imaginaria de la ecuación (3-B) normalizada por el campo primario, teniendo como abscisa el producto $f^*\sigma*r^2$. En esta gráfica se observa claramente que cuando $f^*\sigma*r^2 \leq 10^4$ la parte imaginaria de H_z se comporta como una línea recta (ecuación 8-B).

APENDICE C.- PRINCIPIO DE RECIPROCIDAD

La presente prueba del principio de reciprocidad, hasta la ecuación (7-c), esta basado en Landau y Lifchitz (1969).

Si en dos sitios diferentes colocamos dos fuentes abitrarías de corriente $\mathbf{J}^{(1)}$ y $\mathbf{J}^{(2)}$, éstas inducirán campos eléctricos y magnéticos. Sean \mathbf{E}_1 y \mathbf{H}_1 los campos debidos a $\mathbf{J}^{(1)}$ pero medidos en el sitio (2). Sean \mathbf{E}_2 y \mathbf{H}_2 los campos debidos a $\mathbf{J}^{(2)}$ pero medidos en (1).

SITIO 1	SITIO 2
$\mathbf{J}^{(1)}$	$\mathbf{J}^{(2)}$
$\mathbf{E}_2, \mathbf{H}_2$	$\mathbf{E}_1, \mathbf{H}_1$
$\nabla \times \mathbf{E}_1 = i\omega \mathbf{B}_1$	$\nabla \times \mathbf{E}_2 = i\omega \mathbf{B}_2$
$\nabla \times \mathbf{H}_1 = -i\omega \mathbf{D}_1 + \mathbf{J}^{(1)}$	$\nabla \times \mathbf{H}_2 = -i\omega \mathbf{D}_2 + \mathbf{J}^{(2)}$

Si multiplicamos las ecuaciones para $\mathbf{J}^{(1)}$ por los campos debidos a $\mathbf{J}^{(2)}$, y viceversa y sumamos los resultados, nos queda

$$\begin{aligned}
 (\mathbf{H}_2 \cdot \nabla \times \mathbf{E}_1 - \mathbf{E}_1 \cdot \nabla \times \mathbf{H}_2) + (\mathbf{E}_2 \cdot \nabla \times \mathbf{H}_1 - \mathbf{H}_1 \cdot \nabla \times \mathbf{E}_2) &= i\omega (\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{B}_2) \\
 + i\omega (\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1 \cdot \mathbf{E}_2) + (\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}^{(1)} - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}^{(2)}) & \quad (1-c)
 \end{aligned}$$

Supondremos que $\mathbf{B} = \mu \mathbf{H}$ y $\mathbf{D} = \epsilon \mathbf{E}$ y que la susceptibilidad magnética (μ_{ik}) y la permitividad eléctrica (ϵ_{ik}), la cual se considera compleja e incluye a la conductividad eléctrica, son tensores que dependen de las propiedades de las rocas y son diferentes, según midamos la propiedad en diferentes direcciones y sentidos. Si la propiedad que medimos ϵ_{ik}

o μ_{ik} sólo depende de la dirección en que midamos y no del sentido, se dice que el material es anisotrópico ($\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$), pero si depende del sentido en que midamos, entonces se dice que el material posee anisotropía intrínseca ($\epsilon_{ik} \neq \epsilon_{ki}$).

De esta forma $B_{1i} = \mu_{ik}H_{1k}$; $B_{2i} = \mu_{ik}H_{2k}$; $D_{1i} = \epsilon_{ik}E_{1k}$ y $D_{2i} = \epsilon_{ik}E_{2k}$.

De la ecuación (1-c), vemos que:

En forma matricial:

$$\mathbf{B}_1 \cdot \mathbf{H}_2 = \mu \mathbf{H}_1 \cdot \mathbf{H}_2$$

$$\mathbf{B}_2 \cdot \mathbf{H}_1 = \mu \mathbf{H}_2 \cdot \mathbf{H}_1$$

En forma indicial:

$$B_{1i}H_{2i} = \mu_{ik}H_{1k}H_{2i} \quad (2-c)$$

$$B_{2i}H_{1i} = \mu_{ik}H_{2k}H_{1i} \quad (3-c)$$

Si suponemos que la tierra es únicamente anisotrópica, esto es, que podemos intercambiar los índices; $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$, entonces las ecuaciones (2-c) y (3-c) resultan iguales.

Así la ecuación (1-c) queda:

$$\nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) = \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}^{(1)} - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}^{(2)} \quad (4-c)$$

El término de la izquierda se justifica tomando en cuenta que

$$\nabla \cdot (\mathbf{A} \times \mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot (\nabla \times \mathbf{A}) - \mathbf{A} \cdot (\nabla \times \mathbf{B}) \quad \text{y} \quad \mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A}$$

Si la ecuación (4-c) la integramos sobre todo el espacio

$$\int_V \nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) dv = \int_V (\mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}^{(1)} - \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}^{(2)}) dv \quad (5-c)$$

Aplicando el teorema de la divergencia a la parte izquierda

$$\int_v \nabla \cdot (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) dv = \int_s (\mathbf{E}_1 \times \mathbf{H}_2 - \mathbf{E}_2 \times \mathbf{H}_1) \cdot d\mathbf{s} = 0 \quad (6-c)$$

La última integral equivale a considerar los campos sobre una superficie esférica de radio infinito, a cuya distancia ya los campos son cero.

Así la ecuación (5-c) nos queda

$$\int_v \mathbf{E}_2 \cdot \mathbf{J}^{(1)} dv = \int_v \mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{J}^{(2)} dv \quad (7-c)$$

Esta ecuación significa que la suma total de las distribuciones de corrientes en el sitio uno por el campo generado por la fuente 2, es igual a la suma total de la distribución de corrientes en el sitio 2 por el campo generado por la fuente 1.

Si llevamos la ecuación (7-c) a un terreno más conocido

$$\int_v \mathbf{J}_1 \cdot \mathbf{E}_2 dv = \int_v \mathbf{J}_1 da \cdot \mathbf{E}_2 dl = I_1 \int_l \mathbf{E}_2 \cdot dl = I_1 V_2 \quad ,$$

entonces

$$I_1 V_2 = I_2 V_1 \quad ,$$

obien

$$\frac{V_1}{I_1} = \frac{V_2}{I_2} \quad (8-c)$$

Consideremos el caso de corriente directa para ejemplificar. Por por la ley de ohm $V/I = R$. Esto significa que la impedancia que medimos en el sitio 2 debida a la fuente 1 nos

da la resistencia del medio. Si medimos la impedancia en el sitio 1 debida a la fuente 2 nos dá la misma resistencia del medio. Lo anterior se mantiene independientemente de si el medio es homogéneo o no, y de si es isotrópico o anisotrópico.

De la forma más simple el principio de reciprocidad se cumple para materiales anisotrópicos, es decir donde $\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$, $\mu_{ik} = \mu_{ki}$ y $\sigma_{ik} = \sigma_{ki}$.

$$\frac{V_1 \text{ en (2) debido a la fuente (1)}}{I_1 \text{ en fuente (1)}} = \frac{V_2 \text{ en (1) debido a la fuente (2)}}{I_2 \text{ en fuente (2)}} \quad (9-c)$$

A nosotros nos interesa aplicar el principio de reciprocidad entre dos distintas fuentes; un dipolo eléctrico y un dipolo magnético.

SITIO 1

$$dV = E_{\phi} \cdot dl$$

$$I_1$$

SITIO 2

$$dV = i\omega da B_z$$

$$I_2$$

donde:

E_{ϕ} es el campo eléctrico debido a un dipolo magnético.

B_z es el campo magnético debido a un dipolo eléctrico.

Aplicando la ecuación (9-c):

$$\frac{i\omega da B_z}{I_1} = \frac{E_{\phi} dl}{I_2}$$

$$-i\omega I_2 da B_z = E_{\phi} I_1 dl$$

donde:

$I_2 da$ es el momento magnético de la bobina (m_B)

$I_1 dl$ es el momento eléctrico del dipolo eléctrico (m_e)

Entonces:

$$-i\omega m_B B_z = m_e E_\phi$$

$$B_z = \frac{1}{-i\omega m_B} m_e E_\phi \quad (10-c)$$

Esto significa que hay equivalencia entre campos perpendiculares. Es decir, si mido E_ϕ debido a un dipolo magnético y lo multiplicamos por un factor que depende de la frecuencia, obtenemos el campo B_z debido a un dipolo eléctrico.

Apliquemos esto a la ecuación de dispersión

$$\delta B(r) = \int_V \mathbf{G}_B(r, r') \cdot \mathbf{J}(r') dv \quad (11-c)$$

Esta ecuación la podemos interpretar como la suma de los productos de cada elemento de corriente en el subsuelo, por el campo magnético debido a un dipolo eléctrico elemental (de momento unitario), que es la función de Green $[\mathbf{G}_B(r, r')]$. Si sumamos todas estas contribuciones sobre todo el volumen obtenemos el campo magnético en z que mediríamos en el receptor.

Entonces $G_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ es el campo magnético en z debido a un dipolo eléctrico elemental (de momento unitario). Por lo tanto $G_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ lo podemos calcular de la ecuación diferencial (10-A), considerando un término de fuente y obtenemos $B_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, que es el campo magnético debido a un dipolo eléctrico, para que sea de momento unitario, hasta hacer:

$$G_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{B_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{m_e}$$

Pero por el teorema de reciprocidad

$$G_B(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{B_z(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{m_e} = \frac{E_\phi(\mathbf{r}, \mathbf{r}')}{-i\omega m_B} \quad (12-c)$$

Esto equivale a decir que en lugar de considerar el campo magnético debido a un dipolo eléctrico elemental, consideramos el campo eléctrico debido a un dipolo magnético elemental, normalizado por su momento y la frecuencia.

Entonces la ecuación de dispersión nos queda:

$$\delta B_z(\mathbf{r}) = \int_v \frac{E_\phi(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)}{-i\omega m_B} \cdot J_\phi(\mathbf{r}') dv \quad (13-c)$$

Si quisiéramos comprobar la ecuación (10-c), basta con observar el campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical en superficie (Kaufman y Keller, 1983):

$$E_\phi(r) = -\frac{m_B \rho}{2\pi r^4} [3 - (3 - 3ikr - k^2 r^2)e^{ikr}]$$

y el campo magnético vertical debido a un dipolo eléctrico horizontal.

$$H_z(r) = \frac{m_c}{2\pi k^2 r^3} [3 - (3 - 3ikr - k^2 r^2)e^{ikr}]$$

Igualándolas queda:

$$\frac{E_\phi}{m_B \rho} = -\frac{H_z k^2}{m_c}, \text{ pero } k^2 = i\omega\mu\sigma \text{ y } H_z = \frac{B_z}{\mu}$$

Entonces:

$$\frac{B_z}{m_c} = -\frac{E_\phi}{i\omega m_B}$$

Boerner (1990) por simple inspección obtiene varios ejemplos de equivalencias de este tipo. Pero no considera el fundamento para que existan estas relaciones. Por el principio de reciprocidad podemos hallar equivalencias de fuentes totalmente distintas, con la única condición que no exista anisotropía intrínseca, esto es, que los tensores de las propiedades electromagnéticas de la tierra sean simétricos.

APENDICE D.- LEY DE BIOT-SAVART

Varios autores han tratado de determinar qué regiones del subsuelo influyen más al tomar una medición. Para esto, ellos han hecho uso de la Ley de Biot-Savart. Bryan (1987) lo hizo en el dominio del tiempo, usando como fuente un alambre de corriente aterrizado, por el cual se inyectaba un escalón de corriente y un dipolo magnético vertical como receptor. Sidorov y Gubatenko (1974) lo hicieron en el dominio del tiempo, considerando dipolos magnéticos verticales como fuente y receptor sobre una "capa delgada" (espesor mucho menor que la longitud de onda). Nosotros tomamos el tema y determinamos la zona de influencia suponiendo que la Ley de Biot-Savart es la indicada, tal como lo habrían hecho los otros autores. Sólo que en nuestro caso consideramos dos dipolos magnéticos verticales sobre un semi-espacio homogéneo.

En la aplicación de la ley de Biot-Savart se contemplan las corrientes inducidas en el semi-espacio debido a la fuente (en nuestro caso, un dipolo magnético vertical) cuando circula por ella un escalón de corriente. A estas corrientes inducidas se les conoce en inglés como "Smoke Rings" y en este caso tienen simetría cilíndrica, debido a las características de la fuente (Nabighian, 1979), como se puede ver en la figura D-1(a).

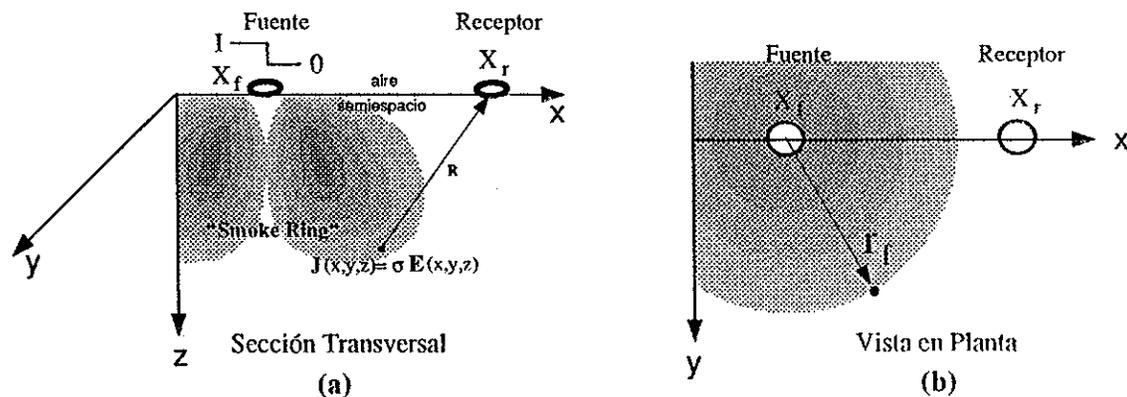


Figura D-1

Para hallar la expresión de la Ley de Biot-Savart, considerando dos dipolos magnéticos verticales (bobinas horizontales), partimos de la expresión general

$$\mathbf{B} = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{\mathbf{J} \times \mathbf{R}}{|\mathbf{R}|^2} dv$$

de la figura D-1(a), vemos que

$$\mathbf{R} = (x_r - x) \hat{i} - y \hat{j} - z \hat{k} \quad y$$

$$|\mathbf{R}| = \sqrt{(x_r - x)^2 + y^2 + z^2}$$

La expresión para las corrientes "smoke rings", de acuerdo a la figura D-1(b), obtenemos:

$$\mathbf{J} = |\mathbf{J}| \hat{\phi} \quad ,$$

donde

$$|\mathbf{J}| = \sqrt{J_x^2 + J_y^2} \quad ,$$

$$\hat{\phi} = \frac{-y}{r_f} \hat{i} + \frac{(x - x_f)}{r_f} \hat{j} \quad ,$$

$$r_f = \sqrt{(x - x_f)^2 + y^2} \quad .$$

Como sólo consideramos la componente vertical del campo (B_z), entonces

$$(\mathbf{J} \times \mathbf{R})_z = \frac{|\mathbf{J}| y^2}{r_f} - \frac{|\mathbf{J}| (x - x_f)(x_r - x)}{r_f}$$

De esta forma la expresión del campo magnético vertical es

$$B_z = \frac{\mu}{4\pi} \int_v \frac{|\mathbf{J}|}{|\mathbf{R}|^2 r_f} [y^2 + (x - x_f)(x_r - x)] dv$$

APENDICE E.-**DIPOLE-DIPOLE RESISTIVITY IMAGING OF THE AHUACHAPÁN-CHIPILAPA
GEOHERMAL FIELD, EL SALVADOR**

M.A. Pérez-Flores* and E. Gómez-Treviño*
(Aceptado en GEOTHERMICS)

***CICESE,
División de Ciencias de la Tierra
Ensenada, Baja California
22800, México**

ABSTRACT

The application of a fast imaging technique to dipole-dipole resistivity data from the Ahuachapán-Chipilapa geothermal field, produces resistivity sections comparable to those obtained by trial and error methods using relatively intensive forward computations. The imaging technique is an approximate inverse method based on low resistivity variations, that produces reasonably good results for moderate and high resistivity contrasts. The method considers distributions of minimum structure for representing the earth and uses quadratic programming in the search of acceptable solutions. The images are obtained in a single iteration in the fashion of a fast transformation of apparent resistivity pseudo-sections into true sections of resistivity versus depth. The transformation was applied to four long-offset dipole-dipole lines. The same lines were also interpreted independently using exact forward modelling by different interpreters. In general, the images reproduce the main features of the forward models but also include subtle variations that are difficult to recognize in trial-and-error results. In some cases, the images combine features of the different individual models obtained by the interpreters. The application to Ahuachapán-Chipilapa illustrates the usefulness of the imaging technique in the interpretation of dipole-dipole resistivity survey data from geothermal fields.

INTRODUCTION

A number of geological and geophysical studies have been carried out in recent years in the Ahuachapán-Chipilapa geothermal area to complement earlier investigations. Most surveys have been designed to improve the delineation of the Ahuachapán field, currently under exploitation, and to investigate its possible extension to the Chipilapa area. Geophysical studies include gravity (Rodríguez and Rivas, 1986; Flores, 1991), Schlumberger vertical electrical soundings (Díaz, 1983; Rodríguez, 1985; Flores et al., 1991), long-offset dipole-dipole resistivity profiles (Rodríguez, 1988; Fink et al., 1989), and closely-spaced magnetotelluric soundings (Romo, 1990; Flores et al., 1991).

The dipole-dipole resistivity measurements have been the subject of a number of interpretations using standard modeling techniques. In the present paper we describe alternative models for these data. Our results are based on the application of a new automatic method for generating resistivity distributions of the subsurface. We compare these distributions or images with the models obtained by the other authors. The object of our work is to illustrate the usefulness of the new method and to improve our knowledge of the subsurface conditions in the Ahuachapán-Chipilapa area.

The dipole-dipole array of electrical prospecting has several advantages over other resistivity arrays when used in areas of complex geology. These advantages include a very high sensitivity to lateral variations of electrical resistivity, a greater depth of penetration as compared to other popular arrays and, regarding field work, the shortest cables and least cable moving to achieve comparable depth of exploration. In the mining industry it is preferred

mainly because of its higher sensitivity to lateral features. For the same reason, it is also very useful in geothermal exploration when the objective is the delineation of lateral variations of resistivity at depth.

Perhaps the main disadvantage of the dipole-dipole array data concerns interpretation. Qualitative interpretation by means of inspecting pseudo-section contours is not practical in complex environments, because shallow resistivity anomalies propagate to larger dipole separation and mix with the signatures of deeper targets. For the same reason it is not possible to assemble two-dimensional models by stringing together one-dimensional interpretations. Some automatic inverse methods have been reported in the literature (*e.g.* Tripp *et al.*, 1984), but these are not widely available, and, in general, they require relatively extensive computations. At present, the most used approach is to employ a forward modelling scheme and through trial-and-error attempt to match the observed pseudo-section. This is a powerful technique in the hands of experienced interpreters. However, good fits to the data are usually obtained only after long hours of hard work, unless down hole electrical logs are available to help constrain the interpretation. The final models tend to be user dependent, reflecting the intrinsic nonuniqueness of the inverse problem.

To aid in the interpretation of dipole-dipole resistivity data, we have been experimenting with a number of fast-algorithm approximations (*e.g.* Cavazos-Garza, 1986; Comparán *et al.*, 1989; Cavazos-Garza and Gómez-Treviño, 1989), for implementation on personal computers. The results we present here are based on the approximation given by Cavazos-Garza and Gómez-Treviño (1989), although the actual algorithm we use has been substantially modified from its original version to properly accommodate complex structures and to improve the fit to the data. The details of the method were presented by Pérez-Flores *et al.* (1992a, 1992b)

and are described in Pérez-Flores (1995). Our purpose here is to present examples and applications of the method to geothermal data and to compare the results with the models obtained independently by other workers.

GEOLOGICAL BACKGROUND

The main morphological features around the Ahuachapán-Chipilapa geothermal area are the edifices of the Laguna Verde, Las Ninfas, El Hoyo de Cuajuste and El Cerro de Cuyanáusul volcanoes (Fig. 1). They all lie within the Plio-Pleistocene Concepción de Ataco Caldera. There is important surface hydrothermal activity in the area: El Playón, Cerro Blanco, El Sauce, San Carlos, Agua Shuca, Chipilapa, La Labor, Termópilas and El Tortuguero. Four major units in the lithologic column are reported in Ahuachapán: surface material, young agglomerates, Ahuachapán Andesites and older agglomerates (*e.g.* Aunzo et al., 1991; González-Partida, 1992). The surface material contains a shallow aquifer which responds very fast to rainfall. The young agglomerates contain a regional aquifer which responds to seasonal variations in precipitation. In the depth range of 500 to 800 m the Ahuachapán Andesites contain a saline aquifer, which is directly related to the geothermal reservoir and is recharged through the Laguna Verde and Las Ninfas volcanoes (Romagnoli et al., 1976; Aunzo et al., 1991). From Na-K-Ca geothermometer measurements and from the geochemical analysis of Ahuachapán well fluids, Steingrímsson et al. (1991) reported before exploitation reservoir temperatures ranging from 239 to 260 °C and salinity concentrations from 6900 to 8600 mg/kg. Since exploitation temperatures in 1987 fall to 228-260 °C and salinities to 5900-8300 mg/kg (Truesdell et al., 1989). From these measurements they are able to locate zones of fresh water recharge on the basis of where salinity changes most after exploitation. The hydrological model proposed by Steingrímsson et al. (1991) for Ahuachapán also takes

into consideration the principal known faults. On the other hand, it is common knowledge that solutions of Na, K, Ca chlorides at high temperatures in pores of a resistive matrix behave as a very good electrical conductor. This implies that geothermal reservoirs in this area will show as very good conductor in a resistivity model. In general, good conductors are associated with dissolved chlorides in the geothermal fluids, to clays produced by alterations, and to a combination of both effects.

THE DATA

The deep penetration dipole-dipole resistivity survey was sponsored by Los Alamos National Laboratory and funded by the United States Agency for International Development. The data were taken along the four lines labeled L-1, L-2, L-4 and L-5 on Fig. 1 (Rodríguez, 1988). Logistical problems prevented to run line L-3. All lines are over 10 km long and were surveyed using dipole lengths of 500 and 1000 m. In the first case, the largest dipole separation was 7000 m with measurements every 500 m. Using standard notation this means that measurements were taken at integer multipliers on the dipole length from $n=1$ to $n=14$. In the case of the 1000 m dipole length, the largest dipole separation was 6000 m with measurements taken again every 500 m. That is, from $n=0.5$ to $n=6$ with steps half the dipole length. In both cases measurements were also taken using rather small 100 m dipole separations. More details of the survey can be found in Rodríguez (1988) and Fink *et al.* (1989). We will only add that the transmitter source used a 35 kW motor generator, and that to avoid the unwanted effects of electromagnetic induction, the waveform consisted of a square wave with rather long injection semi-periods of 20 s.

In many ways the dipole-dipole resistivity data from the Ahuachapán-Chipilapa area are a unique data set. For one thing, the survey was designed to reach greater depths than most surveys. Also, despite the low resistivities found in some areas, the data are free from electromagnetic induction effects. A third asset is that the data are highly redundant. In fact, the survey can be treated as two separate, independent experiments, each with its own dipole length. This has allowed cross-checkings and comparisons that confirm the excellent quality of the data. In this paper we use only the 1000 m dipole data because it is less affected by topographic effects than the shorter dipole data (Fink *et al.*, 1989).

The data for the four lines are presented in Fig. 2 in a standard pseudo-section format. The apparent resistivity values are plotted on the horizontal axis at the mid-point of the symmetric array, and on the vertical axis at the indicated dipole separations. The plotting of dipole-dipole data in pseudo-section format is intended to represent vertical sections of the earth below the survey lines. They are useful in the first stage of interpretation to estimate the order of magnitude of the resistivities in the ground, and to detect and locate approximately the anomalous zones. More realistic sections of the earth can be obtained only after interpretation of the data in terms of true variations of the resistivity distribution. This is a most important step because it allows the estimation of the true position and depth of an anomalous region. Also, it is possible to estimate the actual electrical resistivity of the region and relate it to its physical state.

The apparent resistivity data represent spatial averages of rock resistivity over volumes that in the present case, range from one to tens of cubic kilometers surrounding the electrode array. The process of interpretation can be viewed as an attempt to "deaverage" the set of apparent

values to convert them into smaller-volume, specific values. In the next section we describe in simple terms the method we use to "deaverage" the apparent resistivity pseudo-sections, to convert them into images of the subsurface.

THE IMAGING TECHNIQUE

An imaging technique is intended to be a relatively simple transformation of apparent resistivity pseudo-sections into sections of true resistivity versus depth. The transformation takes into account only the most fundamental relationships between the measurements and the resistivity distribution, and it is not intended to be a rigorous inverse method. We use a linear relationship of the form

$$\rho_{ai} = \int F_i(\mathbf{r}) \rho(\mathbf{r}) d\mathbf{r}^3, \quad (1)$$

where ρ_{ai} represents the i -th apparent resistivity measurement and F_i is a scalar function of the position vector \mathbf{r} and of the position vectors of the current and potential electrodes for the i -th measurement. The unknown resistivity distribution of the earth is represented by $\rho(\mathbf{r})$, which in general can be a function of the three space variables. In the present case we assume that the resistivity distribution varies only over the cross-section defined by the survey line, which is the same assumption made by the other interpreters of the dipole-dipole resistivity data from El Salvador.

The explicit mathematical expression for the scalar function $F(\mathbf{r})$ is given by Cavazos-Garza and Gómez-Treviño (1989). The function represents the Fréchet derivative of the data with

respect to the resistivity distribution for the case of a homogeneous half-space. In general, the Fréchet derivate depends on the resistivity distribution, in which case the integral equation that relates ρ_{ai} to ρ is nonlinear (Gómez-Treviño, 1987). Equation (1) is a particular linear case that we have found useful and practical in the interpretation of field data.

The volume integral in equation (1) extends over the entire half-space representing the earth. The half-space is divided into a large number of volume elements, each infinite in length normal to the section, as illustrated in Fig. 3. The elements have a width equal to one-half the dipole length, but their vertical dimensions increase with depth, beginning at a small fraction of the dipole length for the shallow elements. Keeping the dimensions of the elements fixed, the problem of interpretation consists of finding an adequate set of values for the resistivities of the elements, in such a way that the response of the composite model resembles in some fashion the set of measured data.

The discrete version of equation (1) can be written in standard form as

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}, \quad (2)$$

where the vector \mathbf{y} represents the set of apparent resistivity measurements, and the element A_{ij} of the matrix \mathbf{A} the integration of the function $F_i(\mathbf{r})$ for the i -th measurement over the j -th volume element. The vector \mathbf{x} contains the unknown resistivities of the volume elements in the ground. In general, \mathbf{x} is a vector of higher dimension than \mathbf{y} , *i.e.* the system of equations defined by (2) is underdetermined, which in practical terms leads to an infinite number of solutions. The solution we find follows the philosophy of Tikhonov and Arsenin (1977) and its recent version known as Occam's inversion (Constable *et al.*, 1987). The basic idea is to

find an adequate compromise between the fit to the data and the spatial variation of the solution. We accomplish this using a standard quadratic programming technique (Gill *et al.*, 1986).

We find a vector \mathbf{x} that minimizes the quadratic form

$$\| \mathbf{y} - \mathbf{A}\mathbf{x} \|^2 + \beta \mathbf{x}^T \mathbf{D}^T \mathbf{D} \mathbf{x}, \quad (3)$$

subject to $L_j \leq x_j \leq U_j$, $j=1, m$, where m is the dimension of \mathbf{x} . The second term represents the roughness of the model, because the matrix \mathbf{D} is constructed for the whole term to represent $\beta \nabla \rho \cdot \nabla \rho$, where ρ represents the resistivity distribution. The factor β is a trade-off smoothing parameter that can be varied by the interpreter depending on the desired fit or roughness of the model.

At this point, and before we present the models for the four dipole-dipole lines, it is convenient to explain with examples the procedure outlined above. The input to the algorithm is the set of apparent resistivity values and the corresponding positions of the current and potential electrodes. Also required is the number and the geometrical dimensions of the iso-resistivity volume elements that represent the earth. The other quantity needed is the value of the parameter β . The output of the algorithm is the vector \mathbf{x} , which contains the resistivities of the different ground elements. This vector represents the model of the earth.

Fig.4 shows three models obtained for line L-1, each for a different parameter β . Fig. 5 shows the corresponding pseudo-sections calculated from the three models according to

equation (1). In all three cases the data consist of the same 131 apparent resistivity values, and the number of ground elements of unknown resistivities was 216. A 486 personal computer took 15 minutes to compute matrix \mathbf{A} , and one extra minute to solve for each image. The values chosen for the parameter β were 10^{-3} , 10^{-2} and 10^{-1} . The effect of increasing β is to smooth the spatial variations of the models and to deteriorate the fit to the data. The problem of deciding which model best represents the earth is a question of how much we want the observed and calculated pseudo-sections to resemble one another. The key point to notice is that while the models change significantly when increasing β , the calculated pseudo-sections do not change as much. Even for the relatively large value of $\beta = 10^{-1}$, the calculated pseudo-section in Fig. 5 reproduces many of the features of the observed data shown in Fig. 2(a) for line L-1. This means that some of the features of the model for $\beta = 10^{-3}$ are not actually required, because a much simpler model is still capable of reproducing the observed pseudo-section. The philosophy of the imaging technique is then to choose the simplest model that reproduces the data reasonably well, so as to avoid the inclusion of unnecessary variations that are not actually resolved by the data. We have found that $\beta = 10^{-2}$ or $\beta = 10^{-1}$ are adequate for most applications.

The broken lines at the lower corners of the sections separate the areas that are not well covered by the dipole-dipole array. The lines are drawn following the standard rule of 45 degrees used in the preparation of pseudo-sections when the vertical scale is intended to represent depth. Notice that below these lines the images change most when varying the smoothing parameter β . This is because these areas are less well sampled by the array.

RESISTIVITY IMAGES

Prior to any type of interpretation of resistivity data, it is very important to consider the possible existence of systematic errors in the data, such as electromagnetic induction or topographic effects. As explained earlier, the first source of errors was avoided in the field by using long periods of current injection. The second effect depends on the site and must be corrected if shown to be significant. Most interpretation techniques, ours included, assume a flat ground. The topographic effect can be corrected to a certain degree when normalizing the data by the effect of a homogeneous earth with the same topographic relief (Fox *et al.*, 1980). We computed the topographic effect for line L-1, which is the one most affected by topography of the four that were interpreted. The correction factors were computed using the finite-difference algorithm of Dey and Morrison (1979), as described by Flores *et al.* (1991). The factors were applied to the data to obtain a corrected apparent resistivity pseudo-section. We then proceeded to obtain images using the original and the corrected data, and compared the results for different values of the parameter β . Only for the smallest value of $\beta = 10^{-3}$ were the images slightly different. For $\beta = 10^{-2}$ and 10^{-1} there was no significant difference when using the original or the corrected pseudo-sections.

Fig. 6 shows the computed pseudo-sections for the four dipole-dipole lines, in the same order and using the same scale as for the observed data shown in Fig. 2. The corresponding pseudo-sections look very much alike, indicating that the models reproduce most of the significant features of the observed pseudo-sections. It must be noted that a good fit to the data is not a guarantee of the adequacy of the image to the real earth. This is true in general for all inversion algorithms, and more so for our first-order approximation to the full nonlinear inverse problem. For this reason we include in our analysis the models that have been obtained by other interpreters, as a way to validate and demonstrate the usefulness of our method in the interpretation of field data.

LINE L-1

Line L-1 was interpreted by Quijano (1989), Fink (1990) and Flores *et al.* (1991), all of them used the two-dimensional forward modelling algorithm of Dey and Morrison (1979). The three models are shown in Fig. 7 together with the resistivity image obtained using the procedure outlined above. It is interesting to note that the degree of complexity of the three models obtained through forward modelling follows their chronological order. The first and simplest model A is that of Quijano (1989), followed by model B of Fink (1990) and finally model C by Flores *et al.* (1991). More than casual, we believe that this relative complexity is most natural when using trial and error methods. Successive modellers will always try to improve the fit of previous interpretations. This is usually accomplished only by adding new features and complicating an existing model.

The aim of comparing the models is not to decide which of the four represents better the real earth. This a very difficult question that could only be answered with extensive drilling and well log analysis down to several thousand meters depth. Rather, one of our purpose here is to demonstrate that the imaging technique is a practical and viable alternative to forward modelling. The object of the exercise is to inspect the three forward models and contrast them with the resistivity image, so as to find differences and similarities and, at the same time, increase our knowledge of the subsurface conditions below line L-1.

This is the method that we follow. First, we choose the most significant conductive features in each model, and then proceed to find them in the resistivity image. Model A, the first to be postulated to explain the data for line L-1, presents a low resistivity zone that begins at the NW edge of the section and extends SE up to km 4. This conductor corresponds to the

Ahuachapán producing zone. Moving next to model B, its most significant feature is a very good conductor that is also associated with the Ahuachapán reservoir, but in contrast to model A, the interpreter added a deep vertical conductive "channel" intended to simulate a zone of upflow. This channel is located at km 3.5 and extends down to a depth of 2 km. Model C includes two conductors in the area of the Ahuachapán reservoir. One is very shallow centered at km 2, and a deeper one centered at km 3.5.

All three models, A, B, and C, include conductive bodies in the NW half of the section which corresponds to the Ahuachapán producing zone and its surroundings. In the same area the resistivity image (model D) presents a conductive zone centered at a depth of 800 m. This is the view of the reservoir offered by our method. It can be observed that it correlates reasonably well with the other models, and in particular with model C. In a following section we compare the resistivity image with information obtained from deep wells.

Model C includes a long, deep conductor that extends from km 6 to the SE end of the section, a low resistivity zone present in neither model A nor model B. This conductor represents a possible feeder zone for the Ahuachapán geothermal field from the Laguna Verde and Las Ninfas volcanoes. Turning now our attention to the resistivity image (model D), we also notice the presence of a deep conductor that extends from km 6 to the SE end of the section. The existence of this conductor is also supported by the magnetotelluric data (Flores et al., 1992).

The analysis given above is centered on the main conductive features of the models presented in Fig. 7. Although the discussion could be extended to include other low resistivity zones, we prefer to stop here and leave any further analysis to the reader. Our only point is to demonstrate that an approximate imaging technique, can be applied to field data in a rather

simple and automatic fashion, and obtain models that are comparable to those using more tedious forward modeling. The reader may also refer to Fig. 4 which presents the resistivity images for three values of the parameter β . The conductive features discussed above are present in all three images, indicating that the conductors are required by the data.

LINE L-4

Line L-4 runs almost parallel to line L-1, about 3 km to the east, crossing the Chipilapa area (Fig. 1). Only two forward models are available for this line. Model A in Fig. 8 is from Quijano (1989) and model B from Fink (1990). The other two models, C and D, are resistivity images obtained using values for the smoothing parameter β equal to 10^{-2} and 10^{-3} , respectively. Again, the object of the exercise is to analyze the forward models and identify their most significant conductive features, and then check to see if these are also present in the resistivity images. A second, and perhaps more important objective, is to identify any new feature in the resistivity images that could increase our understanding of the Chipilapa area.

Model A shows a conductive structure that extends from the NW edge of the section (km 1) to just over km 4. The depth to the top of the conductor is 200 m over its entire length, the depth to the bottom is variable and ranges from 1,100 m at km 2.5 and linearly increases to 2,000 m at km 3.5. Moving in the SE direction from the conductor there is a gradual increase in resistivity modeled by a series of vertical blocks. Turning our attention now to model C (the resistivity image for $\beta = 10^{-2}$), we notice the general resemblance of the two models. The depth to the conductive zone is well defined and coincides with that in model A. The conductor itself is centered at a depth of about 700 m and it extends dipping towards the SE,

imitating the geometry of the deep conductive block of model A. We notice also the gradual increase in resistivity towards the SE, that in this case presents undulations that reveal a deep conductor at the SE edge of the model. The role of this conductor will be discussed later. For the moment the point under consideration is to show that the most relevant conductive feature of forward model A is also contained in the resistivity image.

We now turn to model B. In this case the relevant features are a layered conductor that runs over almost the entire section, and a local conductive zone within the layering with a vertical channel below km 2. In this model the gradual increase of resistivity beyond km 4, is modelled by gradually reducing the thickness of the deeper and more conductive layer. In model A, this was accomplished simply by placing vertical blocks of different resistivities. The corresponding effects are obviously not exactly the same on a pseudo-section, but the two interpretations certainly represent independent views of how to fit the observed pseudo-sections. The resistivity images offer another version that represents a compromise between the two. The undulations of the resistivity distribution beyond km 4 represent both a layered earth and a gradual increase in resistivity towards the SE.

Model B also includes within the layering a more conductive body with a vertical channel that extends downwards to 2 km depth. In the resistivity image this body corresponds to the low resistivity zone centered at a depth of 700 m below km 2.5. We notice that in this case there is some discrepancy in that in model B the conductive body is centered at a depth of 1000 m below km 2. There is also an offset in the relative location of the channel that communicates the conductor with deeper regions. In the resistivity images the conductor extends downwards and intercepts the bottom of the section around km 4. In this respect the images are closer to model A.

The resistivity images in Fig. 8, both show a conductive feature below 1000 m depth that extends beyond km 6, towards the SE edge of the section. This conductor seems to be connected to the shallower low resistivity zone at the other end of the line. The situation is similar to that observed in relation to line L-I in Fig. 7. As in that instance, it is most likely that this deep conductor represents the hot fluid upflow to the Chipilapa area. Neither model A nor model B show this possible upflow zone, although this may be partly present in model B, considering the lower conductive layer that extends almost across the entire section. The existence of the deep conductor and its connection to the shallower low resistivity zone is also supported by the magnetotelluric study (Flores *et al.*, 1992).

LINE L-5

Line L-5 runs SW-NE and crosses both the Ahuachapán and the Chipilapa areas. Again, there are only two independent forward modeling interpretations for this line (Fig. 9). Model A is taken from Quijano (1989) and model B from Fink (1990). Models C and D are resistivity images for smoothing parameters β equal to 10^{-2} and 10^{-3} , respectively.

Model A presents a broad low resistivity zone between km 4 and 7, that reaches a maximum depth of 1400 m. Just below the low resistivity zone there is a relatively resistive triangular feature that rests on the bottom of the section. Both the upper conductive and the lower resistive zones can be easily identified in the resistivity images. The resistive zone corresponds to the barrier that separates two large conductors, the first centered at km 2.5 and the second at km 6. This last conductor corresponds to the Ahuachapán geothermal reservoir.

Model B shows two low resistivity layers of large horizontal extents. They are separated by a zone or barrier of relatively larger resistivity. Again, comparing models A and B, we have two qualitatively different models that produce similar effects in a pseudo-section. The resistivity images combine the two different views by placing a dipping barrier between the two localized conductors, one shallower than the other, simulating in this way the two conductive horizontal layers.

Notice that lines L-1 and L-5 cross approximately over the Ahuachapán geothermal field (Fig. 1). Comparing the two images below this point we can check the bidimensionality of the structures. Obviously, three-dimensional effects are present because in a true two-dimensional situation, one of the two perpendicular sections would be laterally uniform. What we are

seeing in each case is a complex projection of a three-dimensional structure over a vertical plane defined by the survey line. When the line goes exactly over the structure there is usually no distortion of the image, and this can be safely interpreted as a two-dimensional cut of the structure (Cavazos-Garza and Gómez-Treviño, 1989). In this respect, it is important to compare the vertical distribution of resistivities at the cross-point of the two lines. They should be very similar if the two images represent accurate perpendicular cuts of a three-dimensional structure. We can see that in the present case, the vertical distributions of resistivity below the crossing point (at km 3.6 on line L-1 and km 6.2 m on line L-5) are very similar. They both indicate a zone of low resistivity centered at about 800 m depth. This corresponds to the Ahuachapán geothermal field.

Line L-5 also crosses line L-4, the cross point is at km 9.5 along L-5 and at km 5.1 on L-4 (Fig. 1). In this case we notice that there is no major feature, either resistive or conductive, that we can use as a reference to compare the vertical profiles of resistivity. In both sections, below the crossing point the variations of resistivity are very weak. This is confirmed by looking at the images of the same line for different β parameters. The variations change and some even disappear because they are not well constrained by the data. However, comparing the images of the two lines for $\beta = 10^{-2}$ (models C; Figs.8 and 9), we can see that the vertical profiles are quite similar for the upper 700 m. Below this depth the two profiles depart from each other. Although these differences may not be considered significant for the reasons given above, they are a reminder of the limitations of two-dimensional interpretations.

Neither model A nor model B show the deep conductor present in the resistivity images beyond km 9, towards the NE end of the section. The existence of this conductor is also supported by the magnetotelluric study (Flores et al., 1992).

LINE L-2

Line L-2 runs E-W and crosses both the Ahuachapán and the Chipilapa areas. Line L-2 and line L-5 intersect at an angle of about 30° (Fig. 1). Their mutual proximity has been used by Quijano (1989) and Fink (1990) to justify a single model for the two. Both interpreted line L-5 and proposed the same model for L-2.

In the present case we can not expect a close resemblance of models and images, except in the vicinity of the crossing point. Fig. 10 shows the three resistivity images for line L-2 for β parameters equal to 10^1 , 10^2 and 10^3 . They are identified as models A, B, and C, respectively.

The resistivity image for $\beta = 10^2$ shows three conductive bodies that stand out from the more resistive background. The first body from west to east corresponds to the Ahuachapán reservoir. It is centered at about km 4 and at a depth of around 800 m. The second conductor in the resistivity image is centered at km 6.5 and at about 500 m depth. This indicates that the Ahuachapán field extends further to the east. The third conductor in the resistivity image is located at around km 11, and could not be included in the modelling of line L-5 by Quijano (1989) and Fink (1990) because of the offset of the lines.

Line L-2 runs parallel and very close to one of the magnetotelluric lines described by Flores *et al.* (1992). The interpretation of this MT line confirms the existence of the three conductors that are shown in the resistivity images. Furthermore, their horizontal positions, approximate depths and resistivities agree quite closely.

Lines L-1, L-2 and L-5, all cross each other in the vicinity of the Ahuachapán geothermal field. This occurs around km 3 and 4 along L-1, between km 4 and 5 on L-2 and between km 5.5 and 6.5 on line L-5 (Fig. 1). We can see by inspecting the corresponding images (Fig. 7, 9 and 10), that in all three cases the vertical variation in resistivity consists of a low resistivity zone centered at around 800 m depth, and that the lowest resistivity is of the order of 1 ohm-m. This zone corresponds to the Ahuachapán geothermal reservoir.

ANALYSIS OF RESISTIVITY IMAGES

Some of the conductive features observed in the resistivity images correspond to outcropping conductors and must therefore in some way correlate with surface geological features or with particular local conditions. In the Ahuachapán-Chipilapa area the outcropping conductors are related to the presence of nearby hydrothermal manifestations (fumaroles, hot springs, etc.). The deep conductors are correlated with information available from deep wells and with results of the Flores et al. (1992) magnetotelluric study.

Line L-1 shows two surface conductors that correlate with the El Playón and Cerro Blanco hydrothermal manifestations as illustrated in Fig. 11(a). Both surface expressions seem to be connected to the deep conductor identified as the Ahuachapán reservoir. In the same figure it can be observed that the producing wells in the Ahuachapán field are all located in the conductive region at depth. Notice also that the temperature decreases at the bottom of the deepest wells and that this happens at depths where the resistivity increases. The ideal relationship between high temperatures and low resistivities is of course only an approximation in complex geological environments. Wells ah-10 and ah-12 reach the conductive zone but show low temperatures at depth. This is probably related to the inflow

of cool water that is believed to enter the reservoir laterally from the north (Steingrímsson et al., 1991). Taking this into account, the degree of correlation suffices to demonstrate the usefulness of the resistivity images as approximate indicators of temperature at depth. The correlation is also reasonably good with what is known about the saline aquifer in the Ahuachapán Andesites. Fig. 11(b) shows a structural model taken from Aunzo et al. (1991). It can be observed that the most conductive regions correlate with the saline aquifer within the Ahuachapán Andesites, particularly near the normal faults that connect the aquifer to deeper regions.

Line L-4 crosses the Chipilapa area which is currently under exploration and might soon be exploited to a limited extent. Fig. 12 illustrates the resistivity images and the relevant information for this line. There is no major outcropping conductor in this case except for a slight decrease in surface resistivity between km 4 and 5. This feature is probably related to the La Labor and Chipilapa hydrothermal manifestations which are nearby the line in this part of the section (Fig. 1). This is also the area that has been drilled for exploration and exploitation purposes. Fig. 12(a) shows the temperature profiles of four wells drilled on one side of the main conductor detected along line L-4. As discussed in the previous section, the presence of this conductor is known from previous interpretation. It is located in the zone of groundwater discharge and therefore it is not considered a potential geothermal reservoir. The wells were drilled between this zone of outflow and the volcanic area associated with the recharge of the system. Information obtained from the wells indicates the presence of three aquifers (CEL, 1992) as shown in Fig. 12(b). It can be observed that the shallow aquifer R0 correlates very well with the low resistivity zone centered at a depth of 500 m. Between R0 and R1 there is a resistive zone that clearly separates the two aquifers. Below R1 the resistivity decreases and shows no indication of a barrier between R1 and the deep aquifer

R2. Both, R2 and R1, appear as a single conductor. The resistivity image does not possess enough resolution to distinguish a possible resistive barrier between the two. However, it is interesting to note that the dipping nature of R1 and R2 is predicted by the resistivity distribution. It is also worth mentioning that the conductor at the SE end of the section is also required by the magnetotelluric data as described in Flores et al. (1992).

Line L-5 crosses the Ahuachapán field over its southern flank. The corresponding image and the temperature profiles for eight nearby wells are presented in Fig. 13. It can be observed that there are three deep conductive zones and that the central conductor correlates very well with the producing zone of the Ahuachapán field. Notice also that the producing wells are located over the most conductive part of the central conductor. Again, the resistivity increases at depths where the temperature begins to decrease. Once again, the correlation is good enough to consider the resistivity images as a useful tool in quantitative interpretations. The results also justify the resistivity method to be a useful tool in geothermal exploration, in combination with the magnetotelluric method. The deep conductor towards the NE end of the line was recommended by Flores et al. (1992) as one of possible area for exploitation. Their conclusions are based on closely spaced magnetotelluric soundings that extend beyond km 11. The present interpretation of the resistivity data confirms the presence of the deep conductor at least up to km 11. The two wells ch-7 and ch-8 lie on the edge of the conductor and are non-productive.

Line L-5 also includes a large conductor at the SW part of the section that can not be confirmed by the magnetotelluric study because there were no soundings made on this side of the line. Finally, it is interesting to note that the Agua Shuca hydrothermal manifestation has a surface electrical expression and that this is apparently connected to the Ahuachapán reservoir.

The correlation of the resistivity image for line L-2 with the available information is illustrated in Fig. 14. Only three wells from the Ahuachapán field fall near the line. All are producing wells. It can be appreciated that the corresponding low resistivity zone correlates reasonably well with the temperature profiles of the wells. The next conductor to the west corresponds to a possible zone for exploitation that had been recommended by Flores et al. (1992) on the basis of their magnetotelluric study. The deep conductor at the end of the line was also detected by the magnetotelluric survey and the present interpretation of the resistivity data confirms its existence. Other features about this line worth considering are the two surface conductors associated with hydrothermal manifestations. The first, from west to east, corresponds to El Playón; the second to an area that includes the Cuyanásul, Termópilas and El Tortuguero manifestations. In both cases, the surface conductors appear to be connected to the deeper low resistivity zones.

FINAL REMARKS

We have shown that a fast imaging technique can successfully extract the information content of dipole-dipole resistivity measurements taken in complex geological environments. The method that we use is relatively fast. It takes only about 15 minutes in a 486 personal computer for a typical pseudo-section of 150 measurements. The resistivity images reproduce many of the features obtained by trial and error methods and include subtle variations that are difficult to recognize by inspection. The images correlate reasonably well with surface hydrothermal manifestations, with the available information derived from deep wells and with the results of an extensive magnetotelluric survey. It is hoped that our results stimulate further interest for the application of traditional resistivity methods in geothermal exploration.

Acknowledgements--We wish to thank the Comisión Ejecutiva Hidroeléctrica del Río Lempa, El Salvador, for allowing us to use and publish the resistivity data from the Ahuachapán-Chipilapa area. We also thank Carlos Flores for fruitful discussions and comments about the results presented here. Finally, we acknowledge the comments and suggestions of the three reviewers of the manuscript.

REFERENCES

Aunzo, Z., Steingrímsson, B., Bodvarsson, G.S., Lippmann, M.J., Truesdell, A.H., Escobar, C., Quintanilla, A. and Cuellar, G. (1991) Pre-exploitation state of the Ahuachapán geothermal field, El Salvador. *Geothermics*, **20**, 1-22.

Cavazos-Garza, R. (1986) Un método aproximado para invertir datos de resistividad y polarización inducida: caso tridimensional restringido. *M.Sc. Thesis, CICESE*, Ensenada, México, 124 pp.

Cavazos-Garza, R. and Gómez-Treviño, E. (1989) Hacia la inversión tridimensional de anomalías de resistividad y polarización inducida. *Geofísica Internacional*, **28**, 481-505.

CEL, Comisión Ejecutiva Hidroeléctrica del Río Lempa (1992) Informe actualización del modelo conceptual del campo geotérmico de Chipilpa y factibilidad de la reinyección. 92 CFG 10. *CEL Internal report*, El Salvador.

Comparán, J.L., Sánchez, G.A., and Gómez-Treviño, E. (1989) Un método para modelar anomalías de resistividad y polarización inducida mediante potenciales logarítmicos. *Geofísica Internacional*, **28**, 73-87.

Constable, S., Parker, R. and Constable, C. (1987) Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic data. *Geophysics*, **52**, 289-300.

Dey, A. and Morrison, H.F. (1979) Resistivity modeling for arbitrarily shaped two-dimensional structures. *Geophysical Prospecting*, **27**, 106-136.

Díaz, O. (1983) Investigaciones geofísicas de Chipilapa. *CEL internal report, El Salvador*, 35 pp.

Fink, J. B. (1990) Results of investigations at the Ahuachapán geothermal field, El Salvador. Part 2: Electrical-Methods Geophysics. *Hydrogeophysics Co. report*, Tucson, Arizona, USA.

Fink, J. B., De la Fuente, M., Rodríguez, C., Cash, D.J. and Gerety, M. (1989) D.C. resistivity at the Ahuachapán geothermal field, El Salvador, *Proc. 14th. Workshop Geotherm. Reservoir Eng., Stanford, California, USA*, 111-117.

Flores, C. (1991) Interpretación geofísica del estudio gravimétrico de Ahuachapán, *CICESE internal report, Ensenada, México*, 42 pp.

Flores, C., Ramírez, J., Vega, R. and Romo, J. (1991) Interpretación de los datos de resistividad (Schlumberger y dipolo-dipolo) del campo geotérmico de Ahuachapán-Chipilapa. *CICESE internal report, Ensenada, México.*

Flores, C., Romo, J.M., Vega, R., Esparza, F., Gómez-Treviño, E., García, V.H. and Ramírez, J. (1992) Exploración Magnetotelúrica del campo geotérmico de Ahuachapán-Chipilapa, El Salvador. *CICESE internal report, Ensenada, México.*

Fox, R., Hohman G., Killpack, T. and Rijo, L. (1980) Topographic effects in resistivity and induced polarization surveys. *Geophysics*, **45**, 75-93,

Gill, P., Hammarling, S., Murray, W., Saunders, M. and Wright, M. (1986) User's guide for LSSOL. A Fortran package for constrained linear least-square and convex quadratic programming. *Stanford University technical report SOL-86-1, Stanford, California, USA.*

Gómez-Treviño, E. (1987) Nonlinear integral equations for electromagnetic inverse problems, *Geophysics*, **52**, 1297-1302.

González-Partida, E., Renteria, D., Faz, P., Garduño, V., Canul, R., Contreras, E., Guevara, M. and Izquierdo, G. (1992) Informe final del estudio geovulcanológico de Ahuachapán. Report VNG-IF-003-C4-2, *Instituto de Investigaciones Eléctricas, Cuernavaca, México.*

Pérez-Flores, M.A. and Gómez-Treviño, E. and Flores, C. (1992a) Resistivity imaging of the Ahuachapán-Chipilapa geothermal field (El Salvador) from long-offset dipole-dipole resistivity data and its correlation with magnetotelluric results. *Presented at the 11th Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth, Wellington, New Zealand.*

Pérez-Flores, M.A., Gómez-Treviño, E., Romo, J.M., Barrios, O. and Flores C. (1992b) Imagen de resistividad del campo geotérmico de Ahuachapán-Chipilapa (El Salvador), a partir de datos de dipolo-dipolo y su correlacion con los resultados obtenidos por magnetotelúrico. *Presented at the Annual Unión Geofísica Mexicana Meeting, November, Puerto Vallarta, México.*

Pérez-Flores, M.A. (1995) Determinación de la estructura geoelectrica a partir de resistividad C.D. y electromagnéticos a bajos números de inducción. *Ph.D. Thesis, CICESE, Ensenada, México, 200 pp.*

Quijano, C.J.E. (1989) Re-interpretation of dipole-dipole traverses across the great Ahuachapán field, El Salvador, *Report 89.21, Univ. of Auckland, N.Z..*

Rodríguez, C.E. (1985) Interpretación preliminar de la campaña dipolo-dipolo, Informe de campo. *CEL internal report, El Salvador, 63 pp.*

Rodríguez, C. E. (1988) Informe de campo, interpretación preliminar de la campaña dipolo-dipolo. *CEL internal report, El Salvador, 63 pp.*

Rodríguez, C.E. and Rivas, J.A. (1986) Reporte de la interpretación de los estudios gravimétricos del área geotérmica de Chipilapa, *CEL internal report, El Salvador*, 150 pp.

Romagnoli, P., Cuellar, G., Jiménez, M. and Ghessi, G. (1976) hydrogeological characteristics of the geothermal field of Ahuachapán, *Proc. 2nd. U.N. Symposium on the Development and Use of Geothermal Resources, San Francisco, CA*, 571-574.

Romo, J.M. (1990) Primer informe técnico, Exploración magnetoteléfrica del campo geotérmico de Ahuachapán-Chipilapa, El Salvador, *CICESE report, Ensenada, México*, 97 pp.

Steingrímsson, B., Aunzo, Z., Bodvarsson, G.S., Truesdell, A.H., Cuellar, G., Escobar, C. and Quintanilla, A. (1991) Changes in thermodynamic conditions of the Ahuachapán reservoir due to production and injection. *Geothermics* 20, 23-38.

Tikhonov, A.N., and Arsenin, V. Y., (1977) Solutions of ill-posed problems: *V.H. Winston & Sons, Washington, DC, USA*.

Tripp, A.C., Hohmann, G.W. and Swift, C.M. (1984) Two-dimensional resistivity inversion, *Geophysics* 49, 1708-1717.

Truesdell, A.H., Aunzo, Z., Bodvarsson, G.S., Alonso, J. and Campos, A. (1989) The use of Ahuachapán fluid chemistry to indicate natural state conditions and reservoir processes during exploitation. *Proc. 14th. Workshop on Geothermal Reservoir Engineering, Stanford, CA*, 273-278.

FIGURE CAPTIONS

Fig. 1. Location of the four dipole-dipole resistivity lines in the Ahuachapán-Chipilapa area. Numbers on the lines indicate distances, in km, from the lines' origins. The small triangles represent magnetotelluric sounding sites. The shaded areas indicate zones of surface hydrothermal activity. Contours interval 200 m.

Fig. 2. Apparent resistivity data in the four lines in standard pseudo-section format.

Fig. 3. Schematic representation of the two-dimensional model used in the construction of the resistivity images.

Fig. 4. Three different resistivity images for line L-1. The image with $\beta = 10^{-1}$ is the smoothest, followed by that with $\beta = 10^{-2}$. The image with $\beta = 10^{-3}$ is the one that shows the largest variations of resistivity from place to place.

Fig. 5. Calculated pseudo-sections for line L-1. The best fit is achieved with $\beta = 10^{-3}$, followed by $\beta = 10^{-2}$ and $\beta = 10^{-1}$. Notice that all three cases reproduce the main features of the observed pseudo-section shown in Fig. 1.

Fig. 6. Calculated pseudo-sections for the four lines. The pseudo-sections were computed using $\beta = 10^{-2}$. This figure can be directly compared with Fig. 1, which shows the observed pseudo-sections in the same order.

Fig. 7. Models for line L-1. Model A is from Quijano (1989); model B from Fink (1990); and model C from Flores *et al.* (1991). Model D is the resistivity image obtained in the present study using $\beta = 10^{-2}$.

Fig. 8. Models for line L-4. Model A is from Quijano (1989) and model B from Fink (1990). Models C and D are resistivity images for β equal to 10^{-2} and 10^{-3} , respectively.

Fig. 9. Models for line L-5. Model A is from Quijano (1989) and model B from Fink (1990). Models C and D are resistivity images for β equal to 10^{-2} and 10^{-3} , respectively.

Fig. 10. Models for line L-2. Models A, B, and C are resistivity images for β equal to 10^1 , 10^2 , and 10^3 , respectively.

Fig. 11. (a) Correlation of the resistivity image for line L-1 [Fig. 4(b)] with surface hydrothermal manifestation and temperatures (in °C) measured in deep wells. (b) Correlation of the same image with the structural model of Aunzo *et al.* (1991).

Fig. 12. (a) Correlation of the resistivity image for line L-4 with temperatures (in °C) measured in deep wells. (b) Correlation of the same image with the system of aquifers proposed by CEL (1992). Well symbols same as in Fig. 11.

Fig. 13. Correlation of the resistivity image for line L-5 with surface hydrothermal manifestations and with temperatures (in °C) measured in deep wells. Well symbols same as in Fig. 11.

Fig. 14. Correlation of the resistivity image for line L-2 with surface hydrothermal manifestations and with temperatures (in °C) measured in deep wells. Well symbols same as in Fig. 11.

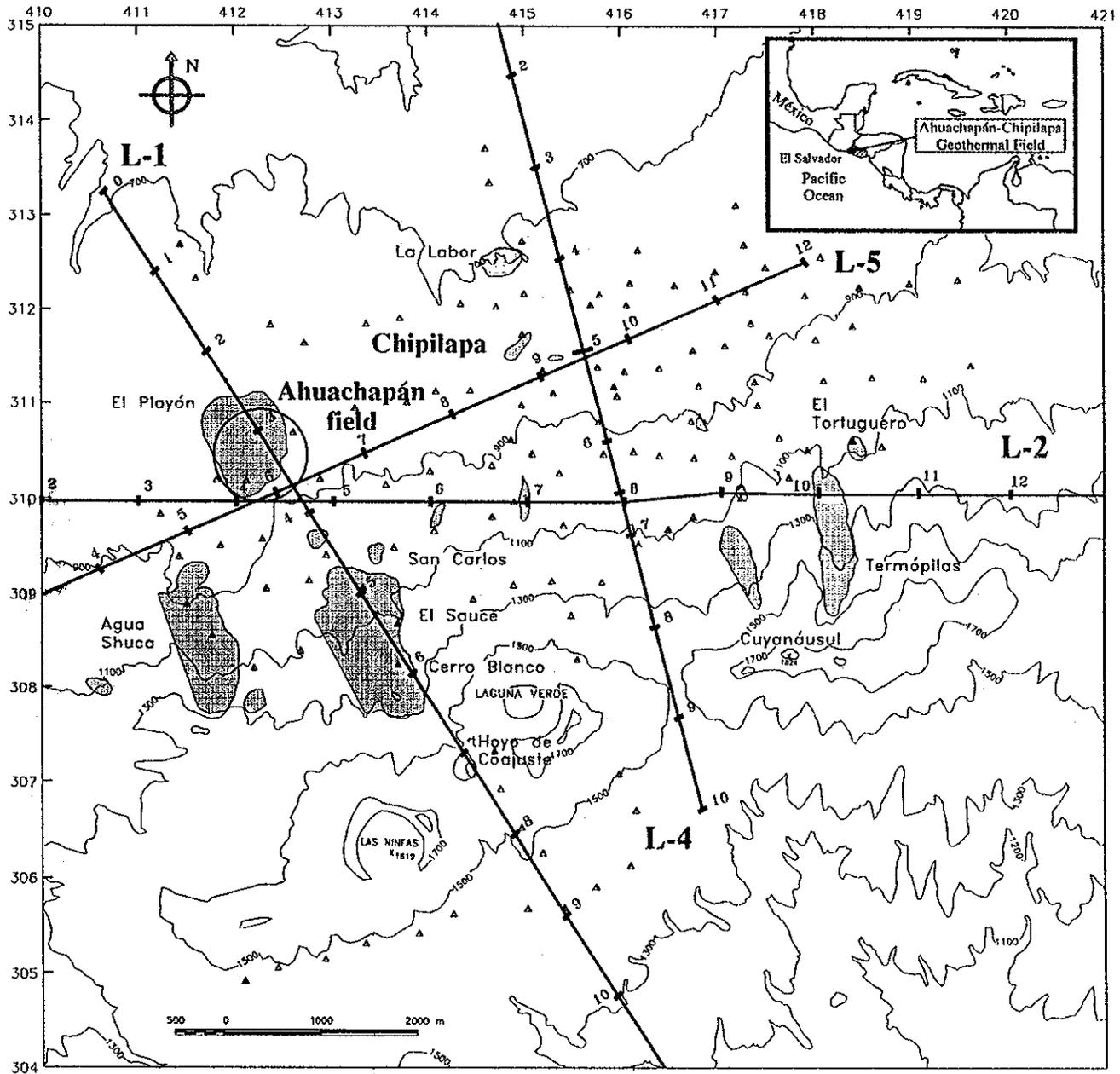
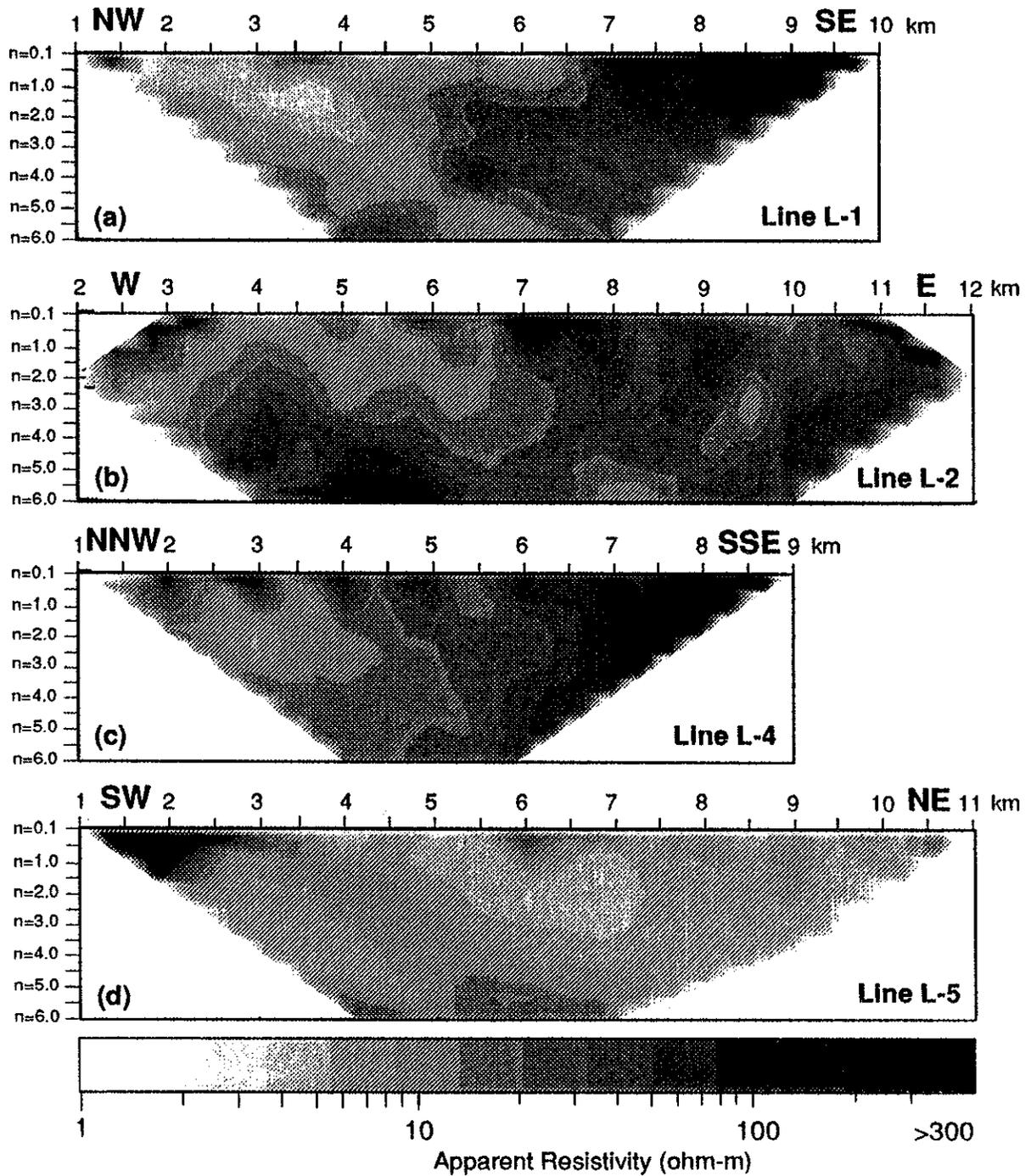


Figura 1

Figura 2



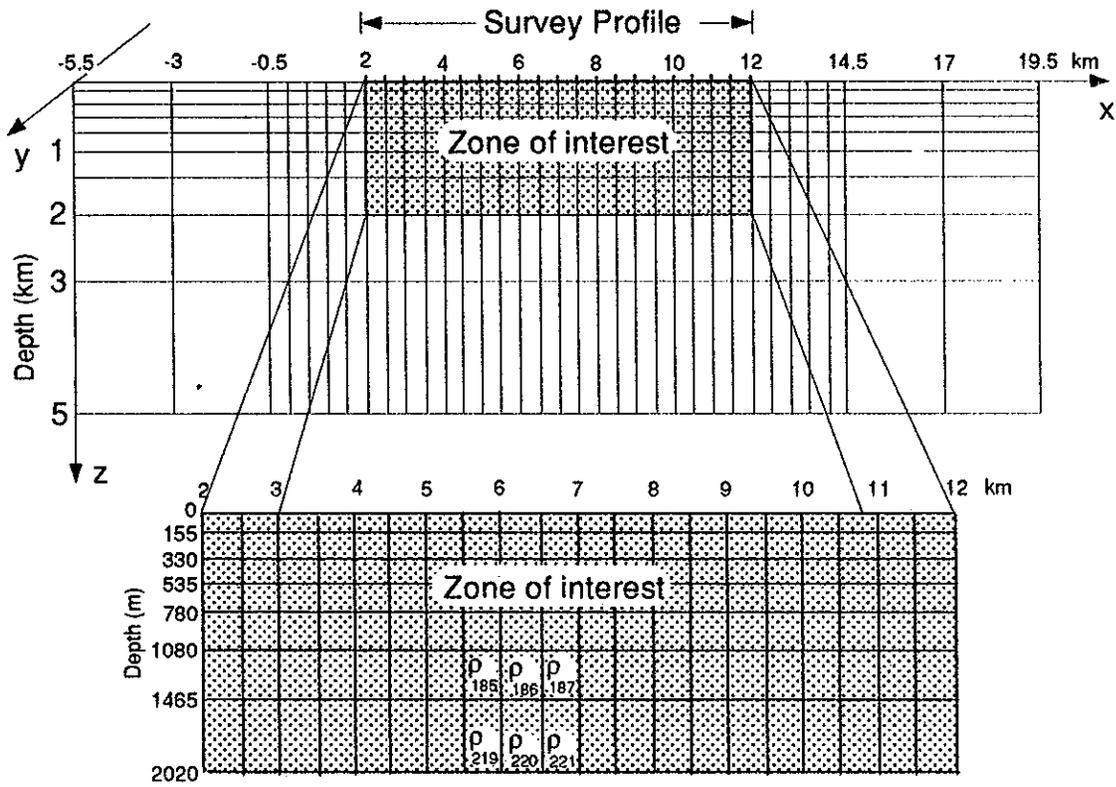


Figura 3

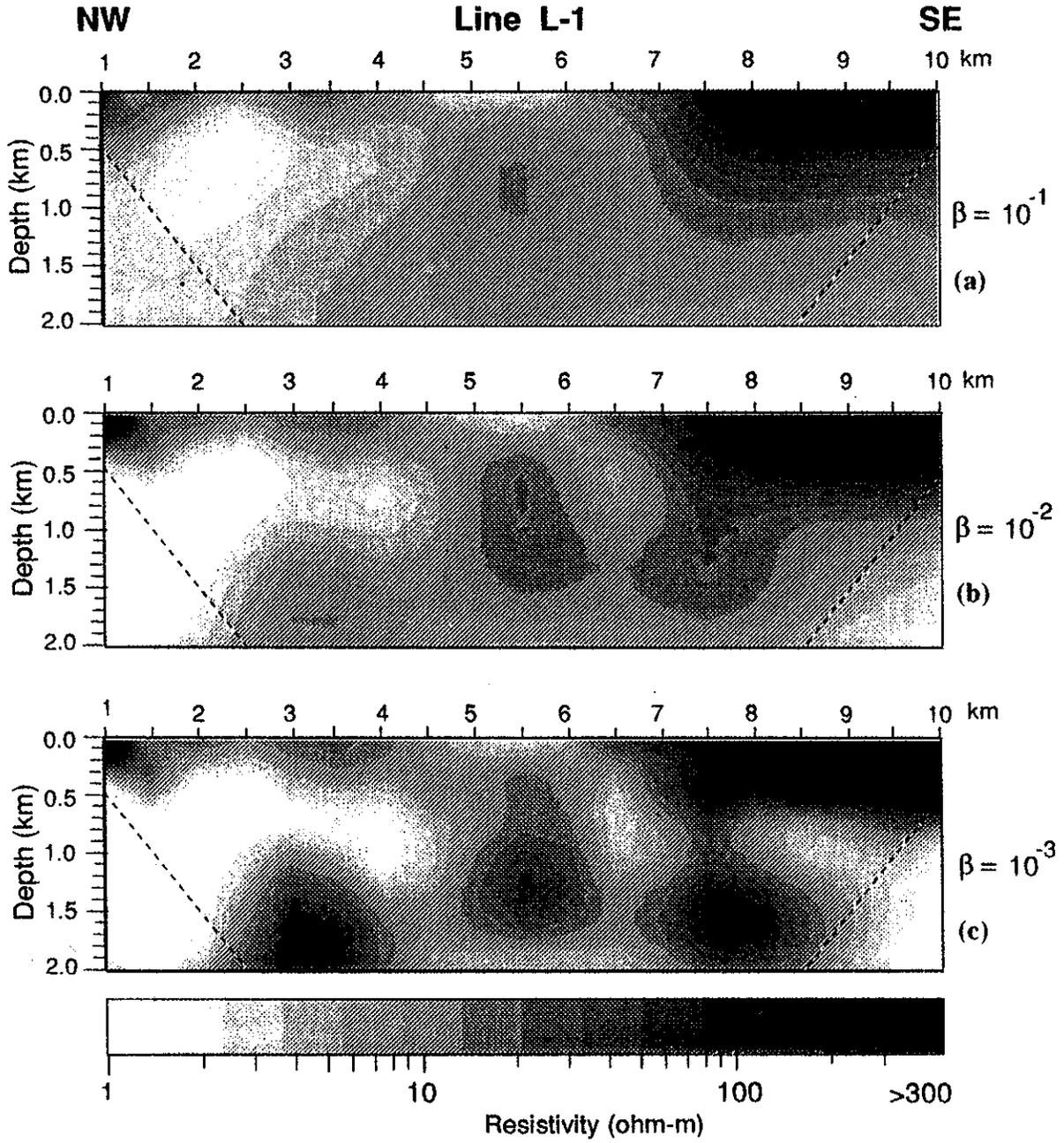


Figura 4

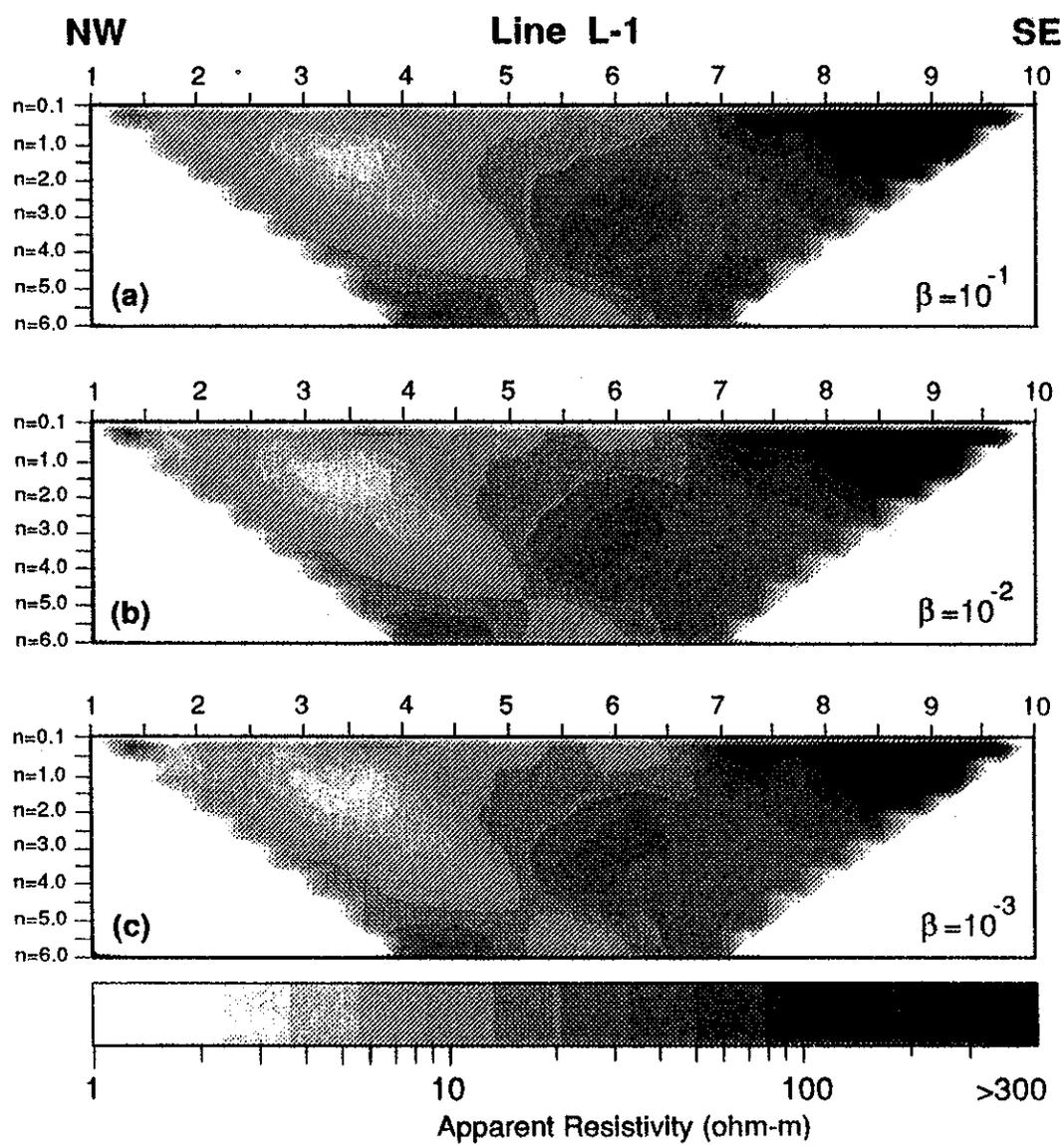


Figura 5

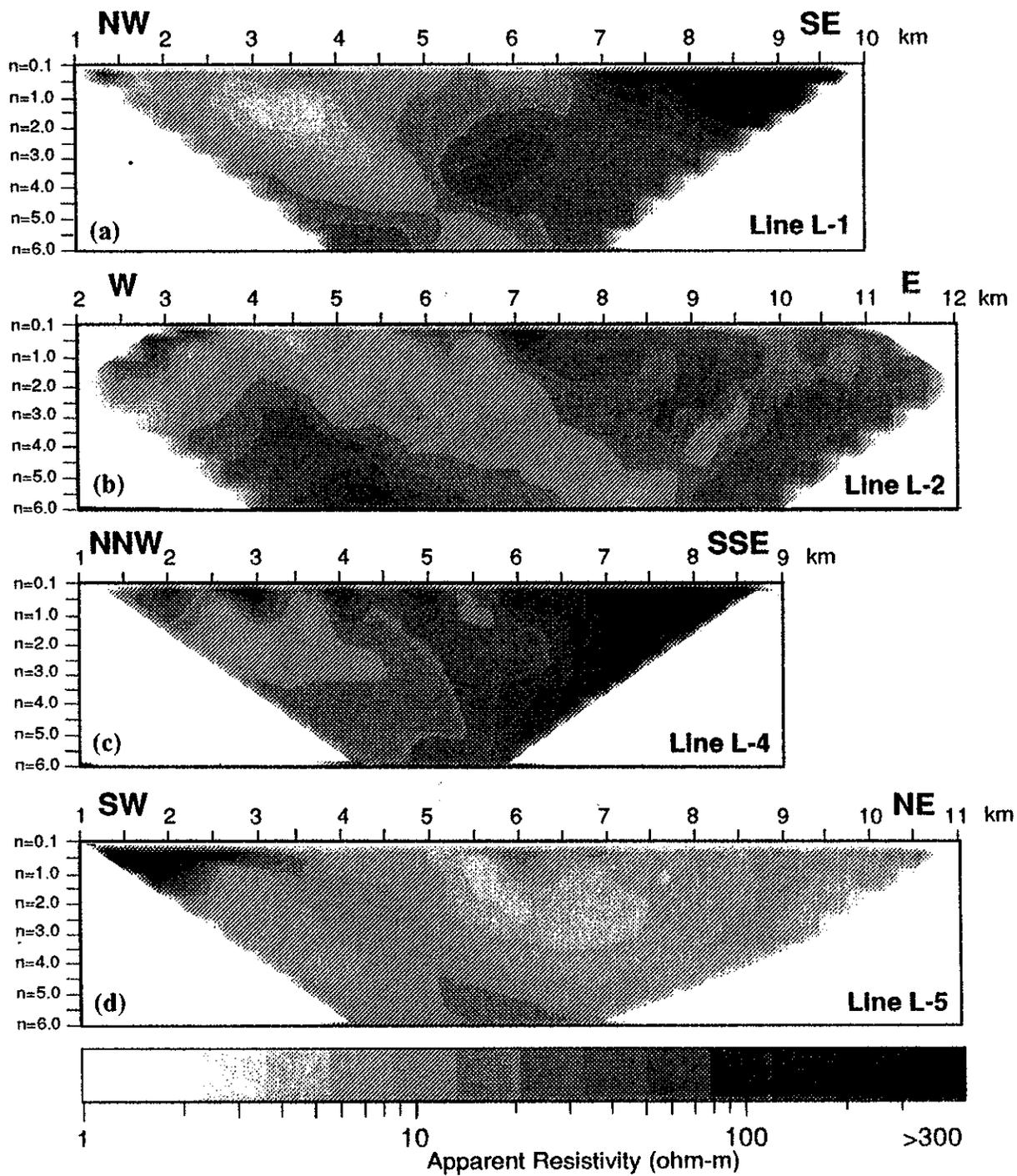


Figura 6

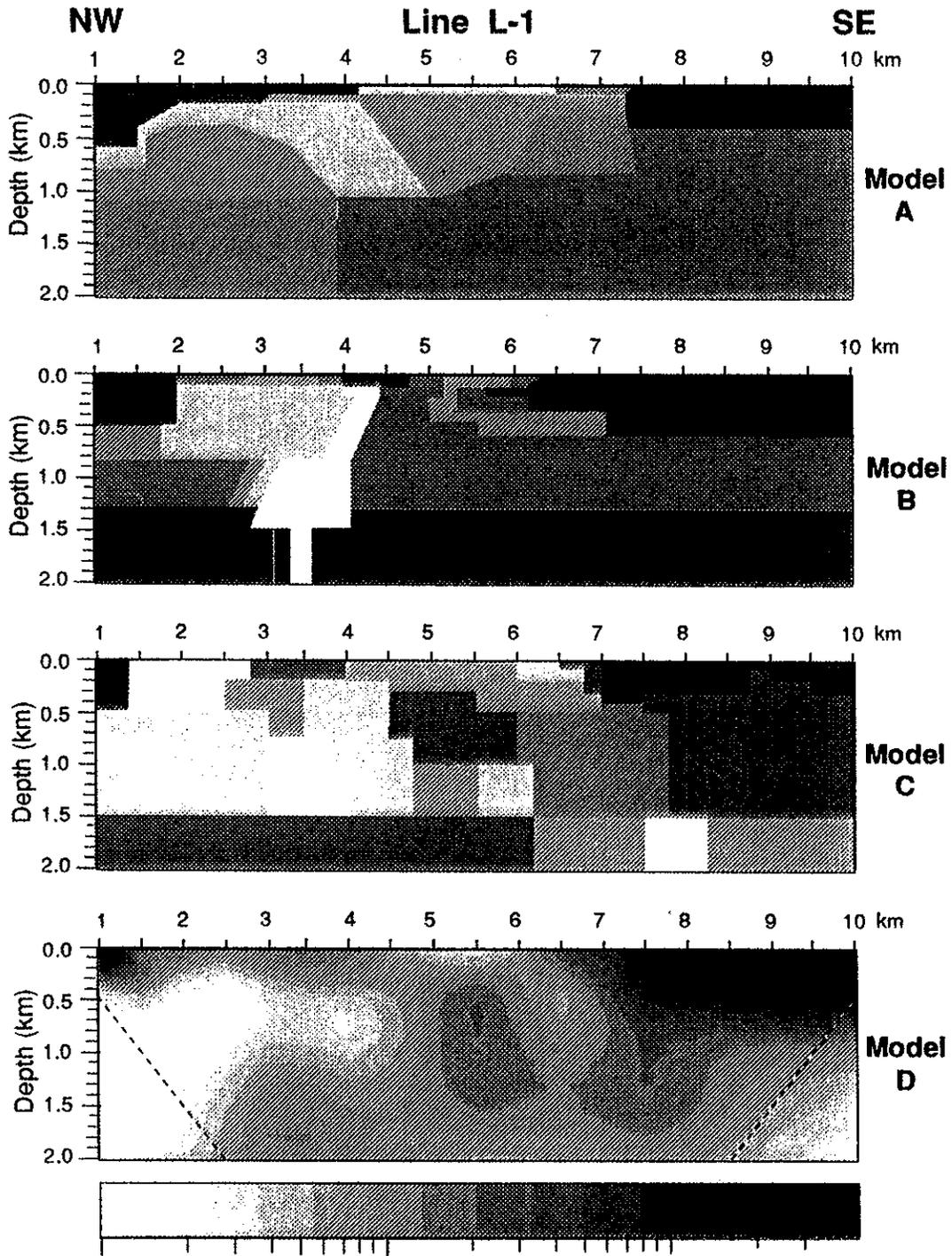


Figura 7

Figura 8

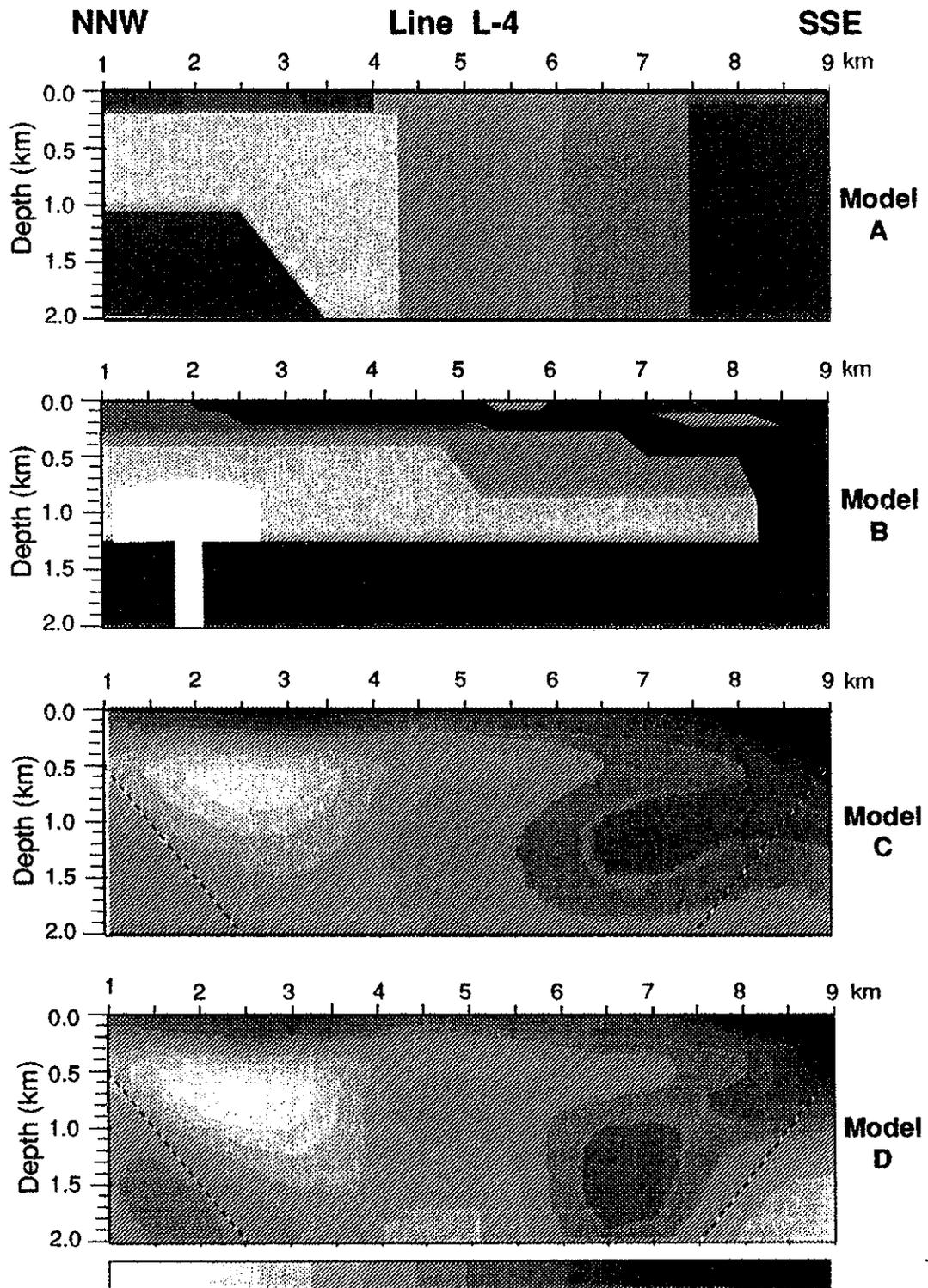


Figura 9

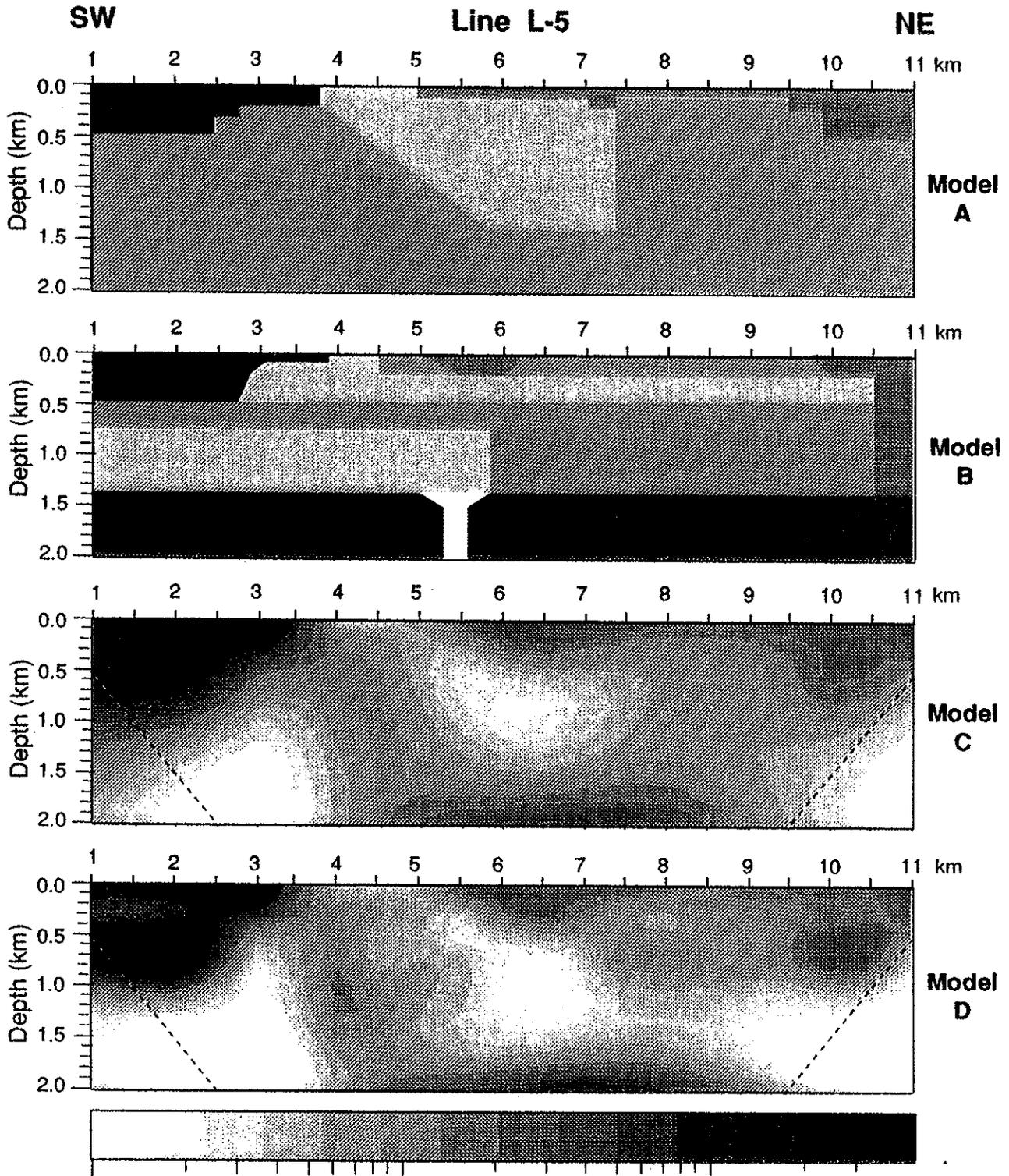


Figura 10

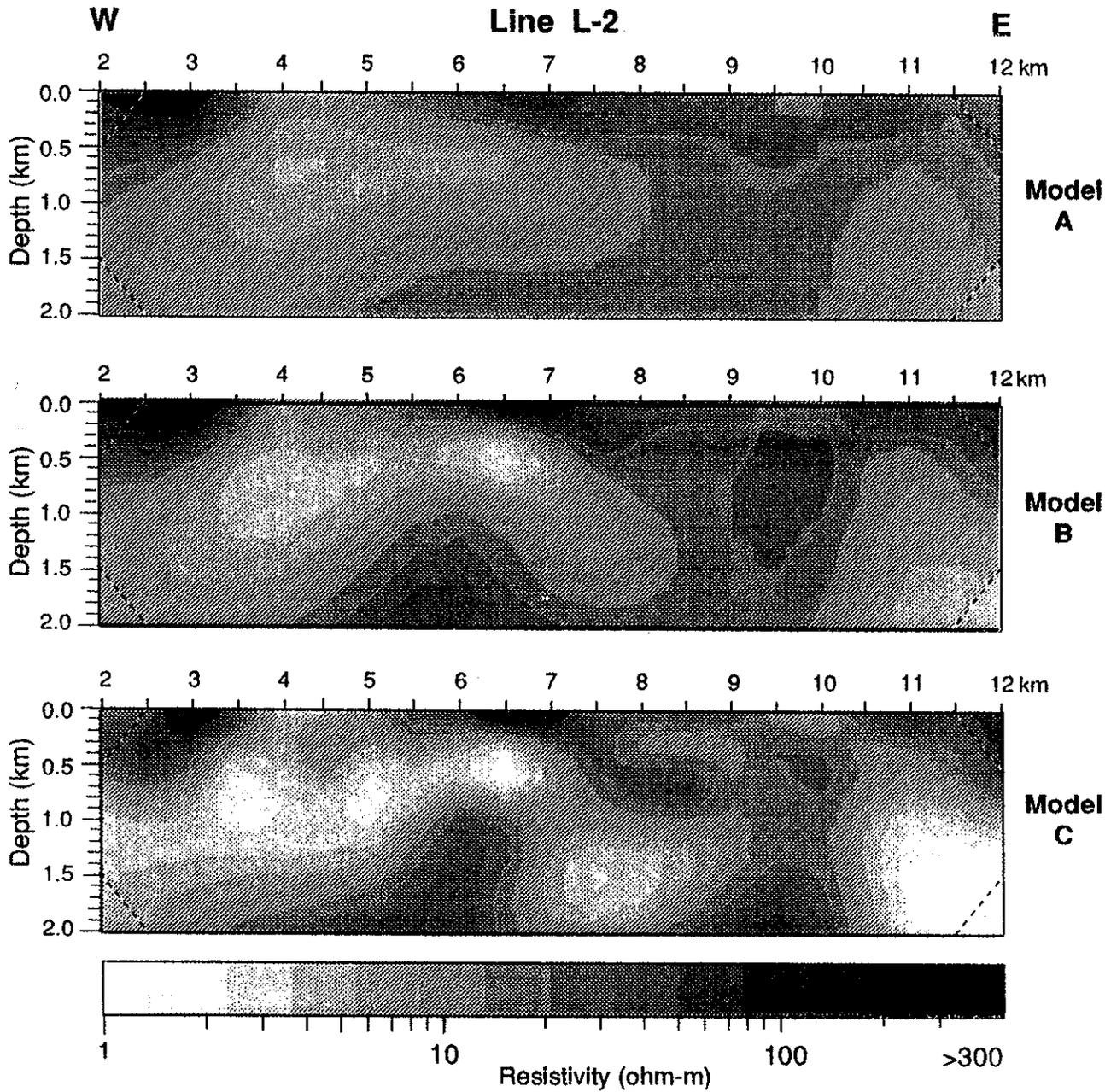
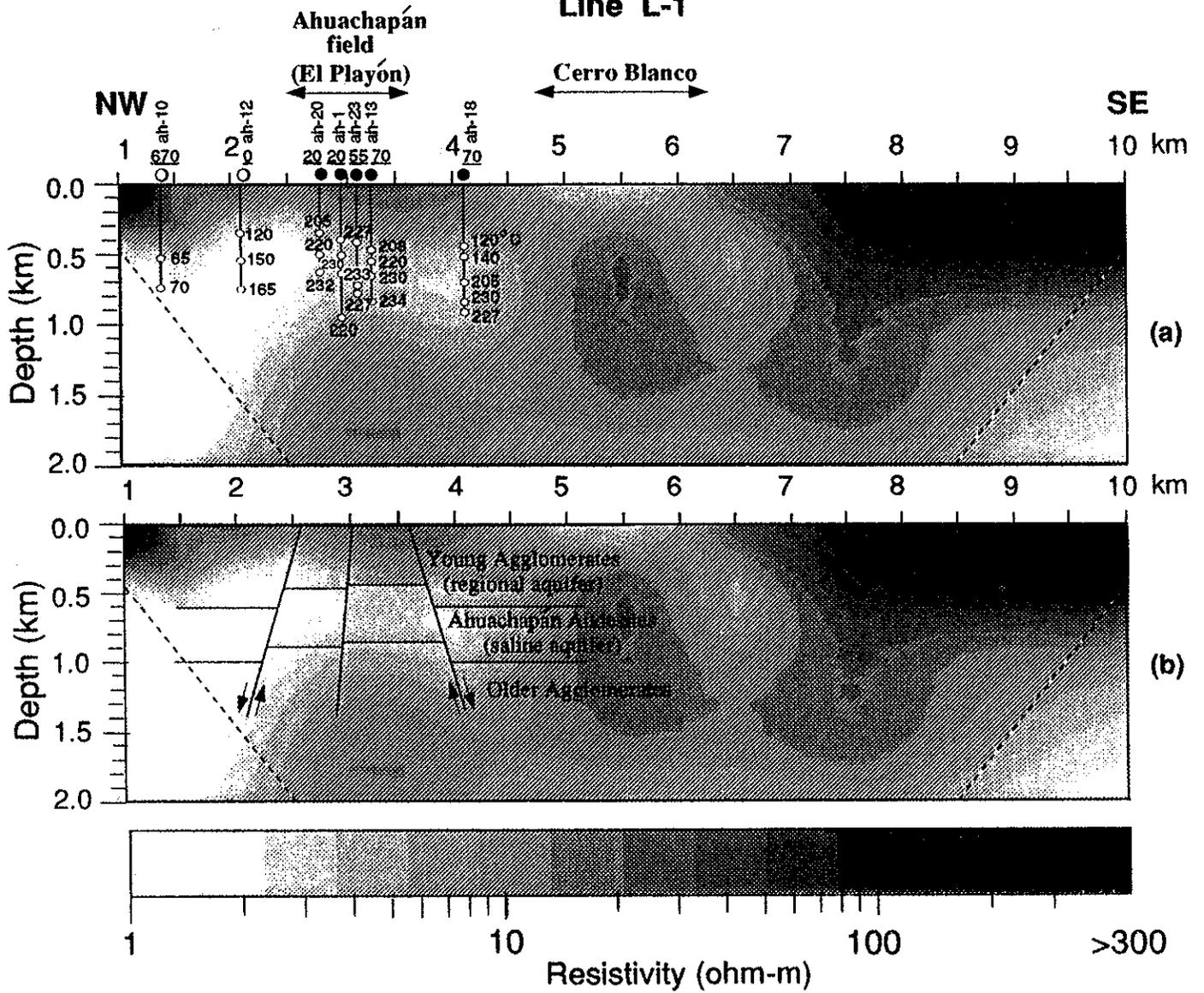


Figura 11

Line L-1

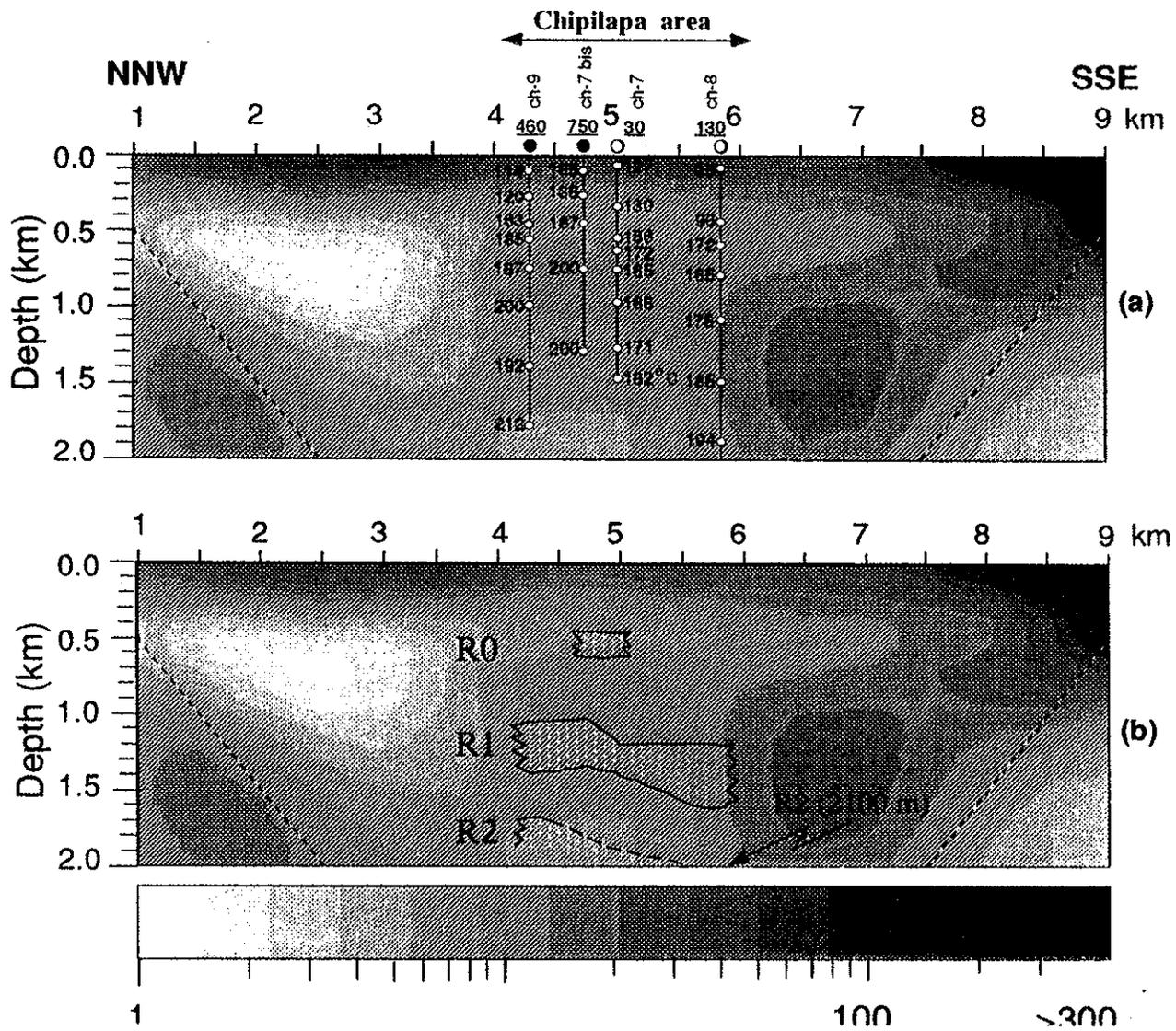


WELL SYMBOLS

- 670 ○ Non-productive well 670 m off-line
- 20 ●

Figura 12

Line L-4



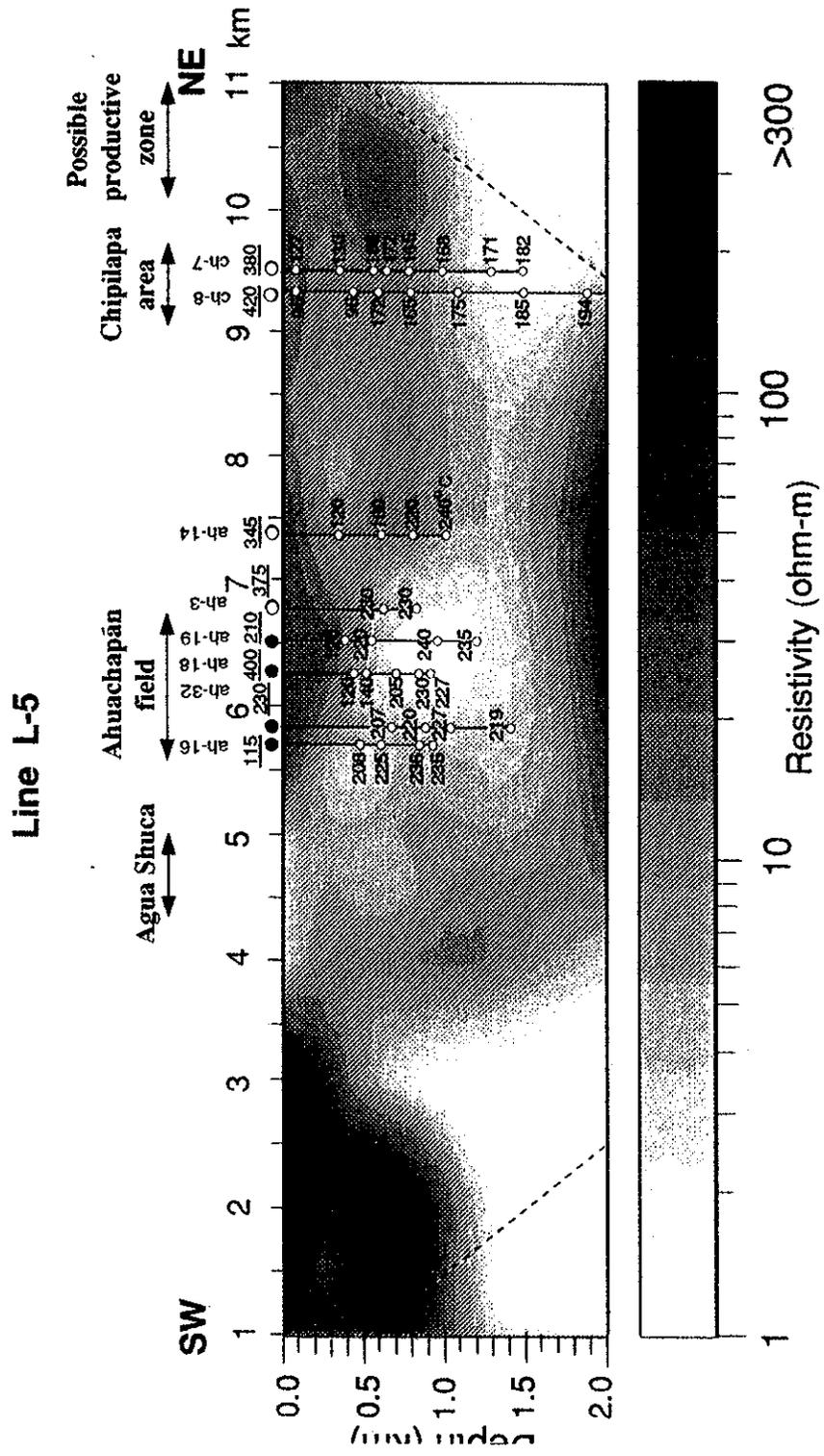


Figura 13

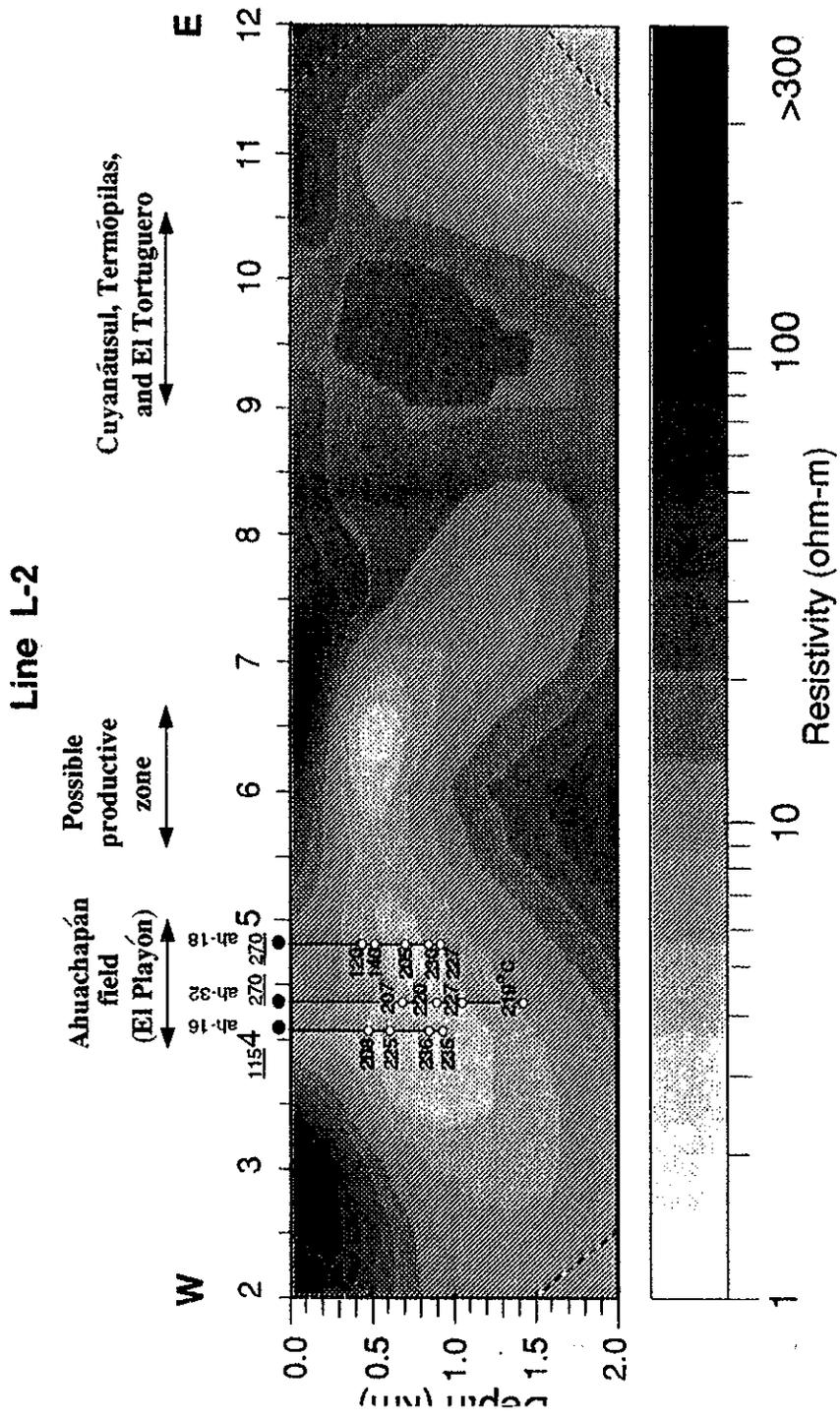
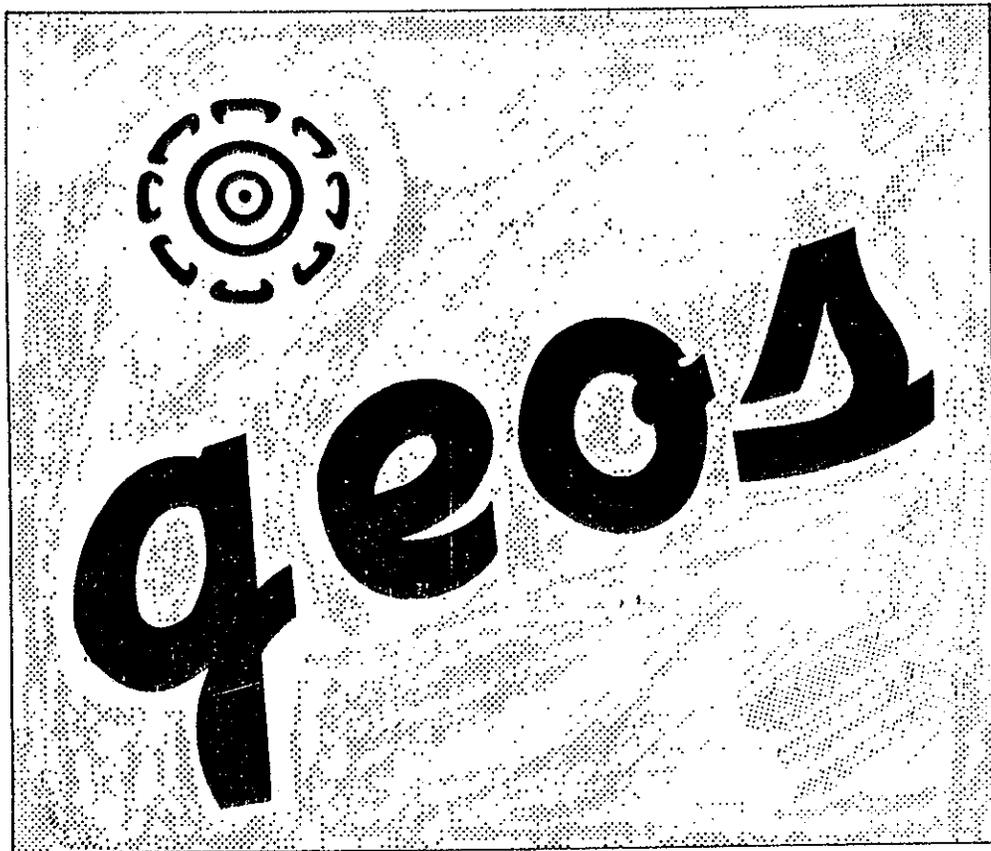


Figura 14

**APENDICE F:
PARTICIPACION EN CONGRESOS**

NACIONALES

unión geofísica mexicana
boletín época II



Número Extraordinario

RESUMENES

U A E M

CUERNAVACA

NOVIEMBRE 1989

EG. 1/6

ANALISIS TRIDIMENSIONAL DE LA SENSIBILIDAD DE LOS SISTEMAS ELECTROMAGNETICOS DE BOBINAS HORIZONTALES**M. A. Pérez Flores y E. Gómez Treviño****Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, CICESE**

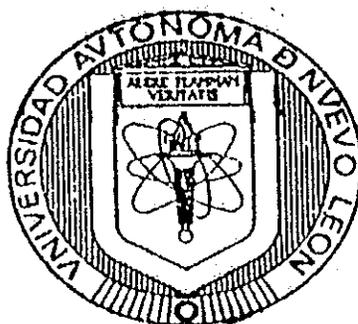
Una de las principales dificultades que plantea la aplicación de los métodos electromagnéticos reside en la interpretación de los datos. Sobre este aspecto, resulta de gran utilidad el estudio de la sensibilidad de mediciones individuales a cambios locales en la conductividad eléctrica. En el presente trabajo, se considera el caso de sistemas de bobinas horizontales, tanto en el dominio de las frecuencias como del tiempo. Los cálculos para el caso de campos armónicos se reducen a evaluar numéricamente una transformada de Hankel. El resultado de tal transformada es a su vez transformado numéricamente al dominio del tiempo para el caso de campos transitorios. Se muestra que en ambos dominios la respuesta del sistema de bobinas puede predecirse a partir de las correspondientes funciones de sensibilidad.

GEOS

**UNION GEOFISICA
MEXICANA
Boletín Informativo, Epoca II**

1990

Reunión Anual



Sede Univ. Aut. de Nuevo León

12-16 Noviembre

Monterrey, N.L.

Volúmen 10 No. Extraordinario

Octubre de 1990

ION GEOFISICA MEXICANA

052-S-13-90

UNA RELACION EMPIRICA ENTRE LA MAGNITUD LOCAL Y LA
DUPACION DE LA SEÑAL PARA SISMOS DE LA REGION
NORTE DE BAJA CALIFORNIA

Luis C. González-Rufo y Luis Munguía-Orozco
Centro de Investigación Científica y de
Educación Superior de Ensenada
P.º 60, Postal 2732
Ensenada, B. Cal., México, C.P. 22810

RESUMEN

Se obtiene una relación empírica entre la magnitud local M_L , la dirección de la señal, τ , y la distancia epicentral Δ , en base al análisis de los datos de 298 temblores ($2.0 < M_L < 4.3$) registrados por la Red Sísmica del Noroeste de México (RESNOR) en el período comprendido entre enero de 1987 a junio de 1989. Utilizando como patrón las curvas de atenuación que Richter (1935-1938) propuso para el cálculo de magnitud local, se determina primeramente una corrección en la magnitud (M_L) que reportan las estaciones SPX, LMX, RDX, CPBK y CBCK, con la intención de considerar el efecto de las condiciones geológicas del sitio de registro sobre las amplitudes sísmicas. Se observa que no es necesario corregir las magnitudes de las estaciones EMX, PBX, CBX y EMX, debido a que éstas no presentan ninguna variación significativa con respecto a las curvas de atenuación de Richter. Con las magnitudes corregidas se utiliza, a continuación, un proceso de regresión múltiple para determinar la relación empírica deseada. La expresión resultante es:

$$M_L = -0.45 + 1.81 \log(\tau) + 0.0033 \Delta$$

donde τ está dado en segundos y Δ en kilómetros. Esta relación, a diferencia de las relaciones que han sido propuestas en estudios anteriores, incluye un término que corrige por el efecto de atenuación de la amplitud con la distancia. Con esta nueva ecuación se pueden asignar magnitudes locales a sismos registrados por cualquiera de las estaciones de RESNOR, sin importar las condiciones geológicas del sitio de registro.

053-BG-12-90

ANÁLISIS DE LA ZONA DE INFLUENCIA EN MÉTODOS
ELECTROMAGNÉTICOS DE FUENTE CONTROLADA

M.A. FÉREZ-FLORES* y E. GÓMEZ-TRIVIÑO

*CICESE, Ciencias de la Tierra, Espinosa 843
22810 Ensenada, Baja California, México

RESUMEN

La zona de influencia de una medición electromagnética depende de la distribución de corrientes en el subsuelo y también del tipo de medición considerada. Ambas, la densidad de corriente y la medición son variables libres, por lo tanto son independientes del método de cálculo. La zona de influencia, por otro lado, no lleva a una variedad de interpretaciones dependiendo de cómo se calcule la señal en el receptor a partir de la densidad de corriente. En este trabajo consideramos tres expresiones matemáticas diferentes para calcular la zona de influencia del campo magnético en términos de la densidad de corriente en el subsuelo. Una de las expresiones es la Ley de Biot-Savart, la cual ya ha sido usada antes para este propósito; las otras dos son expresiones nuevas para el campo magnético. Presentamos aplicaciones para un receptor electromagnético excitado a un semi-espacio homogéneo y consideramos el efecto de las corrientes para diferentes tipos de receptores. La Ley de Biot-Savart produce imágenes estáticas alrededor del receptor, dándonos una zona de influencia asimétrica al considerar que el sistema de medición es un dipolo. Usando las otras dos ecuaciones integrales, la simetría se preserva durante los tiempos de medición. De este análisis se desprende que el uso de las dos ecuaciones integrales no llevan a tener un mejor sentido físico para la zona de influencia en métodos electromagnéticos.

054-S-14-90

SISTEMA DE ADQUISICION DE DATOS SISMICOS

RAYMUNDO VEGA

CICESE, Ciencias de la Tierra, Espinosa 843
22810 Ensenada, Baja California, México

RESUMEN

Este trabajo describe los problemas que se resolvieron al implementar un equipo digital de propagación sísmica. El equipo básico es un GEOMETRICS 2413 de 24 canales. Se le desarrolló una interfase digital para conectarla a una microcomputadora portátil como unidad de almacenamiento y procesamiento. Se describe la programación necesaria para hacer la comunicación entre el sísmógrafo y la P. C. y entre la P. C. y el sistema PRIME con que cuenta CICESE, donde se procesará la información que se obtenga.

055-BG-13-90

MODELO GEOIDROLOGICO DEL VALLE DE
OJOS NEGROS, B.C.

ROGELIO VAZQUEZ G., CARLOS TRASLÓSHEROS II
y MARIO VEGA A.

*CICESE, Ciencias de la Tierra, Espinosa 843
22810 Ensenada, Baja California, México

RESUMEN

A partir de mediciones geofísicas con los métodos de gravimetría, resistividad y polarización inducida se determina la geometría y el espesor del acuífero en el Valle de Ojos Negros, B.C. La información sobre las propiedades y conexiones geohidrológicas y climatológicas de la cuenca así como la ubicación y gasto de los pozos que operan en el acuífero se obtuvieron en las oficinas de la Comisión Nacional de Agua en Ensenada, B.C.

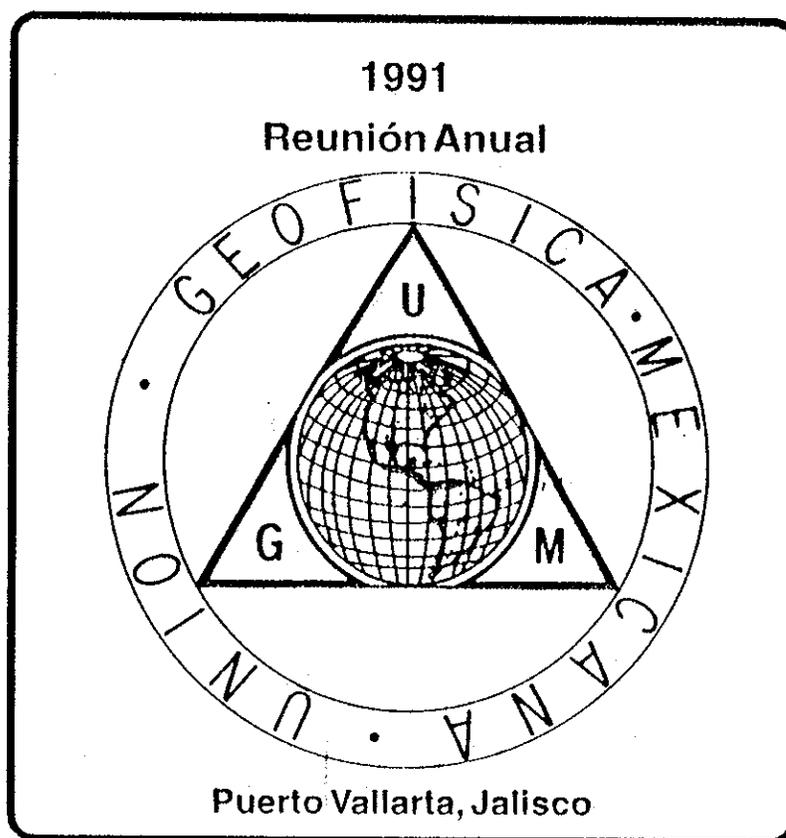
Integrando la información geofísica y geohidrológica se construye un modelo numérico del acuífero considerando tipo libre, y en estado transitorio. Se utiliza la técnica de diferencias finitas. Se discuten las características del simulador, implementación de condiciones al contorno y esquema de solución. Se presenta el avance en el proceso de validación, haciendo la comparación de los resultados numéricos con las observaciones de campo disponibles.

GEOS

UNION GEOFISICA MEXICANA

BOLETIN INFORMATIVO

EPOCA II



Volúmen 11

No. Extraordinario

Octubre de 1991

FISICA MEXICANA

terminales del Cretácico han correlacionado la última ocurrencia de fósiles de dinosaurio con polaridad normal, lo que indicaría diferencias temporales significativas.

En este trabajo se reportan los resultados del estudio de propiedades magnéticas de 120 muestras provenientes de la secuencia de Botacione colectadas en agosto y septiembre de 1991. El muestreo se realizó en el mismo perfil estudiado previamente y se identificaron varios horizontes de referencia, entre ellos la capa de arcilla. Ello permite una correlación directa de los datos de propiedades magnéticas (susceptibilidad, densidad, intensidad de magnetización, composición vectorial, coercitividad, histerénesis, estado de dominio, etc) y los datos paleomagnéticos. Los resultados se discuten en términos de sus implicaciones para el registro paleomagnético y magnetostratigráfico.

91.187.EXG.31

**INVERSION BIDIMENSIONAL DE DATOS
ELECTROMAGNETICOS Y DE RESISTIVIDAD
MEDIANTE PROGRAMACION CUADRATICA**

M.A. Pérez Flores y E. Gómez Treviño

CICESE, Ciencias de la Tierra, Espinoza 843 22830
Ensenada, Baja California, México

Se aplican técnicas de programación cuadrática para resolver dos ecuaciones integrales en las que la función incógnita es la distribución de conductividad eléctrica de la tierra. Las ecuaciones integrales son lineales y se basan en una aproximación asintótica válida tanto para datos electromagnéticos como de resistividad por corriente directa. En el caso electromagnético se consideran mediciones de baja frecuencia tomadas con un sistema de bobinas con separación variable. Las mediciones de resistividad se suponen tomadas con el dispositivo dipolo-dipolo. Para obtener la función de conductividad de la tierra se optimiza el ajuste a los datos junto con la norma cuadrática de la solución que se busca. La ventaja principal sobre desarrollos anteriores consiste en la posibilidad de fijarle límites al valor de las variables, facilitando de esta manera la inclusión de información adicional. El procedimiento se ilustra aplicándolo al caso de distribuciones bidimensionales.

91.188.EXG.32

**UN METODO PRACTICO PARA INVERTIR SONDEOS
MAGNETOTELURICOS**

Enrique Gómez Treviño

CICESE, Ciencias de la Tierra, Espinoza 843 22830
Ensenada, Baja California, México

Se desarrolla un método aproximado para calcular promedios espaciales de la conductividad eléctrica de la tierra a partir de datos magnetotelúricos. El método se basa en una combinación lineal de los datos que permite calcular tanto los promedios como sus variancias y parámetros de resolución. En general, el problema inverso para sondeos magnetotelúricos consiste en estimar la distribución vertical de la conductividad eléctrica de la tierra partiendo de mediciones realizadas en la superficie. En condiciones ideales, con datos perfectos que cubran en forma continua periodos desde cero hasta infinito, la solución del problema es única. Sin embargo, en la práctica solo se cuenta con un número finito de mediciones las que además contienen incertidumbres, dándose el caso que en la realidad existe una infinidad de posibles modelos de la tierra. Esta ambigüedad se puede atacar de varias formas, siendo una de ellas la de plantear el problema en términos de promedios espaciales de la función de conductividad. Estos promedios generalmente se calculan combinando linealmente los datos mediante procedimientos iterativos basados en linealización. Primero se busca un modelo que satisfaga las mediciones para luego utilizarlo como base para calcular los promedios así como sus variancias y parámetros de resolución. El método que se desarrolla en el presente trabajo elimina la necesidad del modelo preliminar, pudiéndose obtener las mismas cantidades directamente de los datos mediante operaciones algebraicas sencillas.

91.189.S.31

**10 AÑOS DE OPERACION DE LA RED
SISMOTELÉMTRICA DE LA C.H. MANUEL
MORENO TORRES, CHICOASEN, CHIAPAS**

Javier Castro Clara
Martínez Bringas Alicia

Instituto de Ingeniería, UNAM
Apdo. Postal 70-472, Coyoacán 04510 México, D.F.

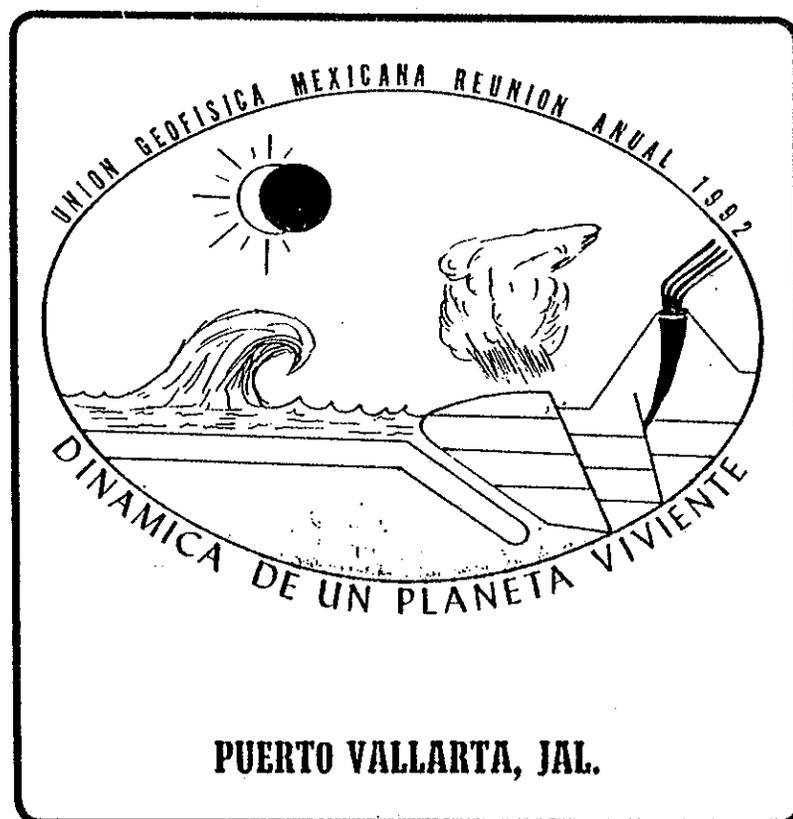
La presa Manuel Moreno Torres ha sido la mejor instrumentada y con más tiempo de monitoreo en el territorio nacional. Desde 1975, con la instalación de un sismógrafo en el poblado de Chicoasén, se ha podido contar con registros de los sismos locales del área; durante 1980, año en el que se inició el llenado del embalse, también empezó a operar la red sismotelémtrica con 6 estaciones ubicadas alrededor del mismo.

GEOS

UNION GEOFISICA MEXICANA

BOLETIN INFORMATIVO

EPOCA II



Volúmen 12

No. 5

Noviembre de 1992

SALVADOR) A PARTIR DE DATOS DE DIPOLO-DIPOLO Y SU CORRELACION CON LOS RESULTADOS OBTENIDOS POR MAGNETOTELURICO

M.A. Pérez Flores, E. Gómez Treviño, J. M. Romo
Oscar Barrios y C. Flores
CICESE, Km. 107, Carr. Tijuana-Ensenada, C.P. 22800
Ensenada, B.C.

Hemos desarrollado un método inverso aproximado para obtener una sección de resistividad del subsuelo a partir de una pseudo-sección de resistividad aparente. La técnica está basada en la suposición de bajos contrastes de la resistividad pero da buenos resultados para contrastes moderados. Esta hipótesis se ve favorecida si consideramos distribuciones de resistividad de mínima estructura, ya que tienden a suavizar las discontinuidades. La minimización se obtiene en una sola iteración y se realiza mediante la aplicación de programación cuadrática a las derivadas de la distribución de resistividad. Se usaron varios perfiles de datos de dipolo-dipolo para ilustrar la aplicación de la técnica. Los datos corresponden al campo geotérmico de Ahuachupán-Chipilapa, aproximadamente a lo largo de algunos perfiles de un levantamiento magnetoteléurico. Los resultados muestran que a las profundidades de interés geotérmico, los datos de dipolo-dipolo producen imágenes de resistividad muy similares a las obtenidas por el levantamiento magnetoteléurico.

92.170.OF.34

CIRCULACION Y TURBIDEZ EN LA BAHIA DE SAN FELIPE B.C.

Luis G. Álvarez y Victor M. Godínez

CICESE, Depto. de Oceanografía Física
Km. 107 Carr. Tijuana-Ensenada
Ensenada, B.C.

Según estudios previos, cuando una pautu o saliente de la costa se interpone en la corriente de marea en aguas someras, se produce una intensificación de flujo y de los procesos de mezcla vertical. En la columna de agua, el área de influencia de estas puntas se manifiesta por la presencia de frentes, corte horizontal intenso, separación del flujo, vórtices y convergencias. En el fondo, la forma de la circulación permite la acumulación de sedimentos formando bancos o bajos adyacentes a las puntas. En este trabajo se presentan resultados de observaciones en una región de 3 x 5 Km. frente a Punta Machorro, en el extremo norte de la Bahía de San Felipe, B.C. Entre el 8 y el 11 de agosto de 1991 se obtuvieron medidas lagrangeanas de corrientes y registro fotográfico de turbidez y manchas de tinta fluorescente durante medio ciclo de marea. Se observó intensificación de la corriente, la cual alcanzó más de 1m/s frente a la punta. La separación del flujo corriente abajo produjo un giro anticiclónico

56

alargado con regiones de corte horizontal intenso de orden ($10^2 S^4$). Las trayectorias de la corrientes indican la presencia del giro, pero no indican convergencias intensas. Sin embargo, los registros fotográficos muestran líneas de espuma que comúnmente se asocian a frentes con convergencia. La configuración del fondo tiene un máximo de profundidad frente a la punta, pero no se observan bajos que pudieran estar relacionados con el depósito de sedimentos.

92.171.OF.35

DIAGNOSTICO DE LA DISTRIBUCION GEOGRAFICA Y VARIABILIDAD INTERANUAL DE LA FORMACION DE LA MASA DE AGUA DE INVIERNO EN LA ZONA NORTE DEL GOLFO DE CALIFORNIA, CON UN MODELO UNIDIMENSIONAL.

M. F. Lavin¹ y A. C. Reyes^{1,2}

¹ Depto. de Oceanografía Física, CICESE
Km. 103 Carr. Ensenada-Tijuana, Ensenada, B.C.

² Secretaría de Marina, EIO, V. Guerrero 133
Fracc. Bahía, Ensenada, B.C.

Se utiliza un modelo unidimensional de la estructura vertical de temperatura y salinidad para modelar los procesos de mezcla vertical por viento, corrientes de marea y convección vertical en la zona norte del Golfo de California. El modelo es forzado con datos meteorológicos de los meses de octubre a marzo de 1982 a 1987, usando como condiciones iniciales perfiles promedio de datos históricos. Los resultados indican que de noviembre a febrero, durante episodios (10 días) con viento frío y seco del NW, de magnitud superior a 8 m/s, el espesor de la capa mezclada alcanza los 120 m. de profundidad. El agente mezclador dominante es la convección por enfriamiento, la cual se debe principalmente a evaporación. La salinidad de la capa mezclada es mayor en las zonas someras que en las profundas, debido a la conservación de sal. Esto sugiere que el agua de alta salinidad que se ha observado en el fondo de la cuenca Wagner es formada en la zona costera. La variabilidad meteorológica interanual afecta el tiempo en que se alcanza mezcla total en las zonas con profundidad < 120 m (± 1 mes), y la frecuencia e importancia de períodos de reestratificación transitoria. Estos últimos pueden durar lo suficiente como para propiciar florecimientos de fitoplancton.

92.172.T.08

TECTONICA DE PLACAS Y LA EVOLUCION GEOLOGICA DEL BLOQUE DE JALISCO

Joann Stock
California Institute of Technology
Pasadena, CA 91125 USA

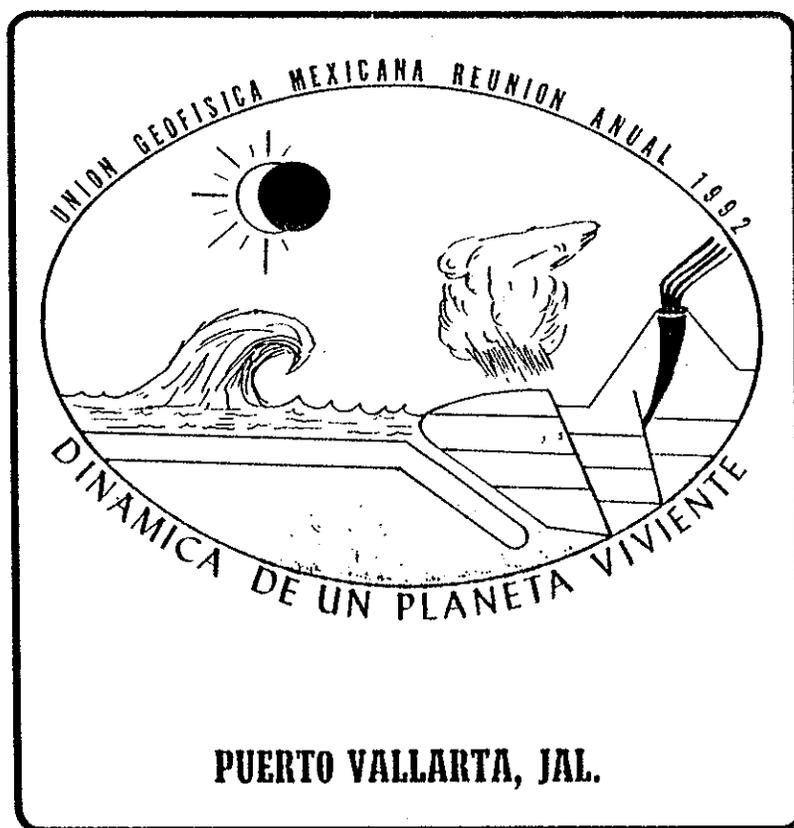
La independencia estructural del bloque de Jalisco está

GEOOS

UNION GEOFISICA MEXICANA

BOLETIN INFORMATIVO

EPOCA II



Volúmen 12

No. 5

Noviembre de 1992

dipolos a distancia para tres configuraciones diferentes. Para cada caso se desarrollan expresiones integrales que caracterizan la profundidad de penetración en función de las dimensiones del sistema correspondiente. Se encuentra que la penetración efectiva de cualquier medición es por lo general pequeña en relación con el radio de las bobinas o la separación entre ellas. Lo anterior explica la diversidad de valores que se obtienen con instrumentos de mano cuando se aplican a muestras heterogéneas. Lo mismo se concluye del análisis tridimensional de la zona de influencia para cada uno de los sistemas. También se presentan resultados para sistemas aéreos de medición, tanto en relación con su profundidad de penetración como sobre su zona de influencias. Como una aplicación práctica se presenta el diseño de un sistema sencillo para medir la susceptibilidad de muestras de roca.

92.166. EXG.23

MEDICIONES DE LABORATORIO DEL EFECTO DE POLARIZACIÓN INDUCIDA DE ARENAS Y ARCILLAS EN CONDICIONES DE INTRUSIÓN SALINA

J. M. Brassea, C. Moraila y B. Gómez T.
CICESE, División de Ciencias de la Tierra
Km. 10 Carr. Ensenada Tijuana, C.P. 22800
Ensenada, B.C.

Se presenta el diseño de un sistema sencillo para realizar mediciones de polarización inducida en el laboratorio. Las mediciones corresponden a la modalidad del dominio del tiempo, en la que el efecto de polarización se manifiesta como un transitorio de voltaje después de interrumpirse la inyección de corriente en la tierra. La medición del transitorio se efectúa mediante convertidores analógico-digitales controlados por una computadora personal, pudiéndose inspeccionar el transitorio según se realizan las mediciones. El intervalo de muestreo y el período de repetición de la fuente se controlan por el mismo programa. El sistema se aplica al estudio del efecto de polarización inducida de arenas y arcillas saturadas con agua salada, con el fin de determinar su respuesta en condiciones similares a las que ocurren en acuíferos con intrusión salina.

92.167. GEOL.07

STRATIGRAPHY AND K-AR AGES OF ROCKS IN THE SIERRA SANTA URSULA, SONORA, MEXICO

Gabriela Mora Alvarez* and Fred W. McDowell,
Department of Geological Sciences
The University of Texas at Austin Tx. 78712

*CICESE, km. 107 Carr. Ensenada-Tijuana, Ensenada, B.C.

In the Sierra Santa Ursula, Sonora Mexico, the oldest rocks are sediments of probable Triassic age that were metamorphosed to hornfels facies by the intrusion of plutonic rocks. One of

these plutons outcrops as a granodiorite that yielded a K-AR age of 77 Ma (on biotite), being consistent with a U-Pb age of 78 Ma obtained from zircon separates of the same unit. The stratigraphic and geographic location of the granodiorite and its composition suggest an affinity with the Laramide intrusive rocks of the Sonora Batholith.

Overlying the Mesozoic rocks is a 890 m thick Tertiary volcanic section whose K-AR ages range from 23.5 to 8.5 Ma. At the base of the section is a pyroclastic flow of intermediate composition. The remainder of the Tertiary volcanic section consists of a series of intermediate flows overlain by lava flows and tuffs of more felsic composition, minor intermediate flows, followed by a dominantly silicic sequence that consists of dome flows and tuffs. A series of ash-flow tuffs of unknown composition unconformably overlies the silicic sequence and in turn are covered by extensive mafic flows that interfinger locally.

The upper mafic flows were originated by early stages of rifting, whereas the oldest volcanic sequence was produced by subduction-related arc-magmatism.

92.168. EXG.24

MÉTODOS PARA CONSTRUIR IMÁGENES DE CONDUCTIVIDAD USANDO DATOS DE FUENTES ELECTROMAGNÉTICAS QUE OPERAN EN BAJOS NÚMEROS DE INDUCCIÓN.

M.A. Pérez Flores y B. Gómez Treviño
CICESE, Km. 107. Carr. Tijuana-Ensenada, C.P. 22800
Ensenada, B.C. México.

Las mediciones de fuente electromagnética controlada en bajos números de inducción tienen rasgos especiales que las hacen muy atractivas desde varios puntos de vista. En particular, pueden ser coleccionadas fácil y rápidamente a lo largo de perfiles para diferentes separaciones y orientaciones de las bobinas. Aunque han sido ampliamente usados para la exploración de cambios laterales en la conductividad eléctrica, la interpretación de estos datos sólo se ha hecho usando modelos de una dimensión, esto debido a que no existen otras técnicas para dos o tres dimensiones. Es por eso que proponemos un método para interpretación bidimensional. El problema se plantea como una ecuación integral aproximada para la conductividad aparente y la conductividad del subsuelo. La solución se obtiene en una sola interacción aplicando programación cuadrática a las derivadas de la distribución de conductividad. El modelo resultante se suaviza bajo el criterio de la mínima estructura, conservando sólo los rasgos estrictamente requeridos para ajustar los datos. El desarrollo de la metodología se ilustra con experimentos numéricos y con una aplicación a datos reales.

92.169. EXG.25

IMAGEN DE RESISTIVIDAD DEL CAMPO GEOTERMICO AHUACHAPAN-CIPIILAPA (EL

INTERNACIONALES



ABSTRACTS
(List of authors)

10TH. WORKSHOP ON ELECTROMAGNETIC
INDUCTION IN THE EARTH

August 22-29, 1990

at the

RIVIERA DEL PACIFICO CONVENTION CENTER
ENSENADA, BAJA CALIFORNIA, MEXICO.

INTERNATIONAL ASSOCIATION OF
GEOMAGNETISM AND AERONOMY
IAGA
WORKING GROUP 1-2

2.3 TOWARDS A CONSISTENT DEFINITION FOR THE ZONE OF INFLUENCE IN ELECTROMAGNETIC METHODS

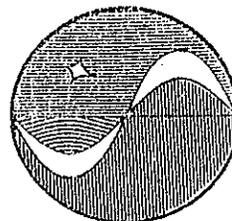
A. PEREZ-FLORES* and E. GOMEZ-TREVINO

*CICESE, Ciencias de la Tierra, Espinoza 843
Ensenada, Baja California, 22830 México

The zone of influence of an electromagnetic measurement depends on the subsurface current distribution and on the type of measurement considered. Both, the current density and the measurement, are physical quantities, thus they are independent of the method of calculation. The zone of influence, on the other hand, allows a variety of interpretation depending on how the signal at the receiver is computed from the current density. In this paper we consider three different expressions for the magnetic field in terms of the subsurface current distribution, each offering a different visual image of the zone of influence. One of the expressions is Biot-Savart's Law, which has been used before for this purpose; the other two are newly developed integral expressions for the magnetic field. We present applications to the transient response of a half-space, and consider the effect of "smoke-ring" currents for different types of receivers. Biot-Savart's Law produces rather static images around the receiver, leading to an asymmetrical zone of influence for an otherwise symmetrical measuring system. Symmetry is preserved, on the other hand, by the other two representations of the magnetic field. We consider the relative value of the three representations and propose a consistent definition for the zone of influence in electromagnetic methods.



VICTORIA UNIVERSITY
OF WELLINGTON



11th WORKSHOP ON ELECTROMAGNETIC
INDUCTION IN THE EARTH

26 August - 2 September 1992

Victoria University of Wellington,

Wellington, New Zealand

Program, abstracts and general information

3.9

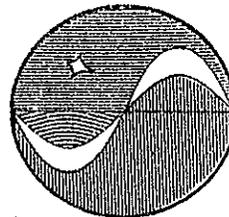
RESISTIVITY IMAGING OF THE AHUACHAPAN-CHIPILAPA
GEOTHERMAL FIELD (EL SALVADOR) FROM LONG-OFFSET
DIPOLE-DIPOLE RESISTIVITY DATA AND ITS CORRELATION
WITH MAGNETOTELLURIC RESULTS

M.A. Perez-Flores, E. Gomez-Trevino & C. Flores

An approximate inverse method was developed to convert apparent resistivity pseudo-sections into true resistivity sections. These sections represent images of the subsurface that resemble the underground resistivity distribution. The technique is based on a low-contrast approximation but produces reasonably good results for moderate and high contrasts. This is accomplished by considering resistivity distributions of minimum structure which tend to smooth out discontinuities and lower their amplitude. The minimization, carried out in a single iteration, is obtained using quadratic programming applied to the derivatives of the resistivity distribution. Several profiles of long-offset dipole-dipole resistivity data are used to illustrate the application of the method. The data correspond to the Ahuachapan-Chipilapa geothermal field, approximately along the same profiles of a detailed magnetotelluric survey. The results show that for depths of interest in geothermal exploration, the dipole-dipole data produce very similar images to those of the magnetotelluric survey.



VICTORIA UNIVERSITY
OF WELLINGTON



11th WORKSHOP ON ELECTROMAGNETIC
INDUCTION IN THE EARTH

26 August - 2 September 1992

Victoria University of Wellington,
Wellington, New Zealand

Program, abstracts and general information

5.26

A METHOD FOR CONSTRUCTING TWO-DIMENSIONAL
IMAGS FROM CONTROLLED SOURCE ELECTROMAGNETIC
DATA AT LOW INDUCTION NUMBERS

M.A. Peréz-Flores & E. Gómez-Trevino

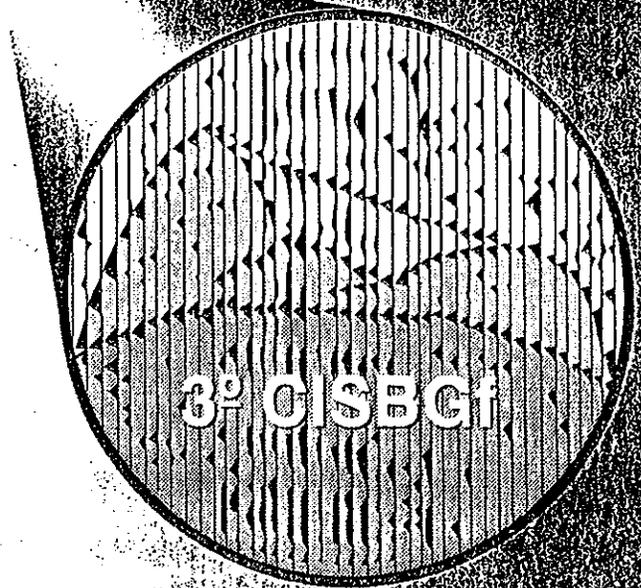
Controlled source electromagnetic measurements at low induction numbers, have special features that make them very attractive from several points of view. In particular, they can be easily and rapidly effected along profiles for different coil separations and orientations. Although this modality is very popular for exploration of lateral changes in electrical resistivity, the measurements are usually interpreted in terms of one-dimensional models, because interpretation techniques for higher dimensions are not available. We address this problem here by devising a method for two-dimensional interpretation. The problem is posed in terms of an approximate integral equation for electrical conductivity. The solution is sought in a single iteration by applying quadratic programming to the derivatives of the conductivity distribution. The resulting models are smooth and of minimum structure, having only those features strictly required by the data. The performance of the method is illustrated with numerical experiments and with applications to real data.



3º CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA

3rd INTERNATIONAL CONGRESS OF
THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL
SOCIETY

RIO DE JANEIRO
7 a 11 de Novembro de 1993



RESUMOS EXPANDIDOS
EXPANDED ABSTRACTS
Volume 2

Realização
SIBGf

SIBGf

A Simple Method of Magnetotelluric Inversion in Two Dimensions

FRANCISCO J. ESPARZA HDZ./CICESE, MARCO A. PÉREZ-FLORES/CICESE, LUIS A. GALLARDO/CICESE, ENRIQUE GÓMEZ-TREVÍÑO/CICESE

ABSTRACT

We present an approximate method for inverting magnetotelluric measurements in terms of two-dimensional structures. The inverse problem is formulated using a linear integral equation that is later converted into a system of linear equations with all quantities expressed analytically.

The solution is sought in a single iteration using quadratic programming and imposing regularity conditions. The method is automatic and allows the use of large numbers of unknowns to approximate continuous variations in the ground. We present numerical experiments to validate the method, and applications to field data to illustrate its uses in interpretation. The applications include examples from Mexico, Central America and the United States.

INTRODUCTION

In the presence of two dimensional structures, Maxwell's equations are split into two propagation modes, the TE mode in which the electric field is parallel to the strike and the TM mode in which it is the magnetic field that is parallel to strike. In both cases, magnetotelluric measurements are represented as apparent resistivity data at discrete frequencies.

To solve the inverse problem many authors have resorted to linearization (Jupp & Vozoff 1977; Rodi *et al.*, 1984; Sasaki, 1989 and deGroot-Hedlin & Constable, 1990). In all cases the numerical process is iterative, and requires the evaluation many forward models along with their partial derivatives.

In this paper we attempt to obtain reasonable good results without having to compute forward models and partial derivatives, and reducing the process to a single iteration. In this we follow Cavazos-Garza and Gómez-Treviño (1989), Esparza (1991) and Pérez-Flores and Gómez-Treviño (1993), who use a similar approach for other problems in geophysics.

Two dimensional magnetotelluric data are usually interpreted using either trial and error methods or automatic inverse routines. At the present time, the more practical alternative consist of trial and error methods, because the existing inverse algorithms usually require very large computational facilities. This motivated us to develop a fast, although approximate, inverse method for inverting magnetotelluric data in two dimensions, for both TE and TM modes.

METHOD

We start with the equations derived in Gómez-Treviño (1987), which for MT data in the frequency domain can be approximated as

$$\sigma_a(x, T_i) = \int G(x, x', z', T_i, \sigma_a) \sigma(x', z') dx' dz' \quad (1)$$

σ_a is the apparent conductivity taken at location x at period T_i , G is a weighting function that depends on the underground conductivity $\sigma(x', z')$ but in the approximation we make it depends only on the value of apparent conductivity.

The expression for the TE and TM mode are similar, they differ in the explicit form of the function G . To obtain a numerical solution of (1) we form a mesh and integrate the function over each cell of uniform conductivity.

In this way the discrete form of (1) is

$$Y = Ax \quad (2)$$

The elements of the vector Y are the apparent conductivities for each site. The elements of A are the integrals of the function G for each cell, and the elements of x are the unknowns conductivities for the cells.

To regularize the system of equations (2) we look for a vector x that minimize

$$\|Y - Ax\|^2 + \beta \|Dx\|^2 \quad (3)$$

subject to

$$X_i^{\min} \leq X_i \leq X_i^{\max}$$

The matrix D accounts for the horizontal and vertical derivatives of conductivity. The regularizing parameter β is chosen in such a way that the residuals are within the estimated error in the apparent conductivities. To solve (3) we use quadratic programming techniques (Gill *et al.*, 1986).

APPLICATIONS

To test our method we use the same model that Sasaki (1989) used for testing his iterative inverse method. The model is shown in Figure 1(a), the locations of the measuring sites are indicated in the figure. We used ten frequencies, from 50 to 0.1 Hz, for each of the sounding sites. The data set then consisted of one hundred apparent resistivities, all for the TM mode. We discretized the subsurface into two hundred cells. The models obtained for two different smoothing parameters

are illustrated in Figure 2. Both models are similar in the general structure, the only difference being in the fine structure.

We observe that the principal characteristics of the original model are recovered, including the surface features and the deep conductive blocks. The conductive blocks appear thicker because of equivalence effects.

CONCLUSIONS

We have presented an approximate method for constructing conductivity images from two-dimensional magnetotelluric data. The results are obtained in a single iteration, without computing forward models and partial derivatives. Our method is similar in fashion to the Niblett-Bostick transform for one-dimensional data. However, in the present case we have to recur to numerical inversion of the integral equation, given the complexity of the two-dimensional weighting functions. The application of the method to synthetic data indicates reasonable good results. The model obtained with our methods is almost identical to that obtained iteratively by Sasaki (1989). In both cases, the deep conductors show equivalence effects, which can not be avoided because they are intrinsic to the magnetotelluric method. In the presentation of the paper we include applications to field data from Mexico, Central America and the United States.

REFERENCES

- Cavazos, R. and Gómez-Treviño E., 1989, Hacia la inversión tridimensional de anomalías de resistividad y polarización inducida, *Geofísica Internacional*, 28, 481-505.
- deGroot-Hedlin, C. and Constable S., 1990, Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics*, 55, 1613-1624.
- Esparza, F.J., 1991, Suficiencia de las ecuaciones de Maxwell en relación a los problemas electromagnéticos inversos, D.Sc. thesis, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Ensenada, B.C., México.
- Gill, P., Hammarling, S., Murray, W., Saunders, M. and Wright, M., 1986, User's guide for LSSOL a fortran package for constrained linear least-square and convex quadratic programming. Stanford University technical report SOL-886-1, CA., U.S.A
- Gómez-Treviño, E., 1987, Nonlinear integral equations for electromagnetics inverse problems, *Geophysics*, 52, 1297-1302
- Jupp, D.L.B. and Vozoff, K., 1977, Two-dimensional magnetotelluric inversion, *Geophys. J. Roy. Astr. Soc.*, 50, 333-352
- Pérez-Flores, M.A. and Gómez-Treviño, E., 1993, Dipole-dipole resistivity imaging of the Ahuachapan-Chipilapa geothermal area, El Salvador: Geothermics (Submitted).
- Rodi, W.L., Swanger, H.J., and Minster, J.B., 1984, ESP/MT: an interactive system for two dimensional magnetotelluric interpretation, *Geophysics*, 49, 67.
- Sasaki, Y., 1989, Two-dimensional joint inversion of magnetotelluric and dipole-dipole resistivity data, *Geophysics*, 54, 254-262.

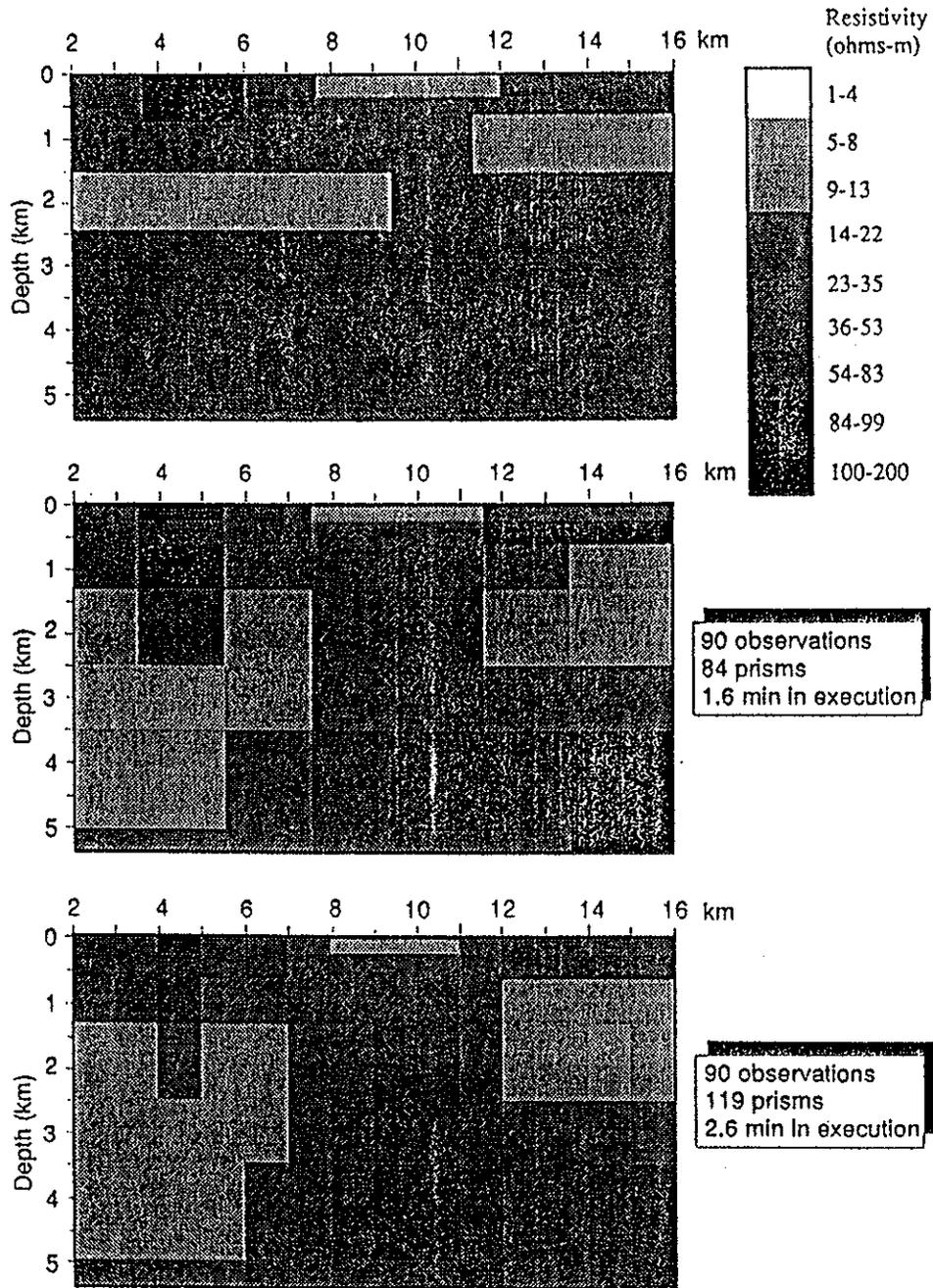


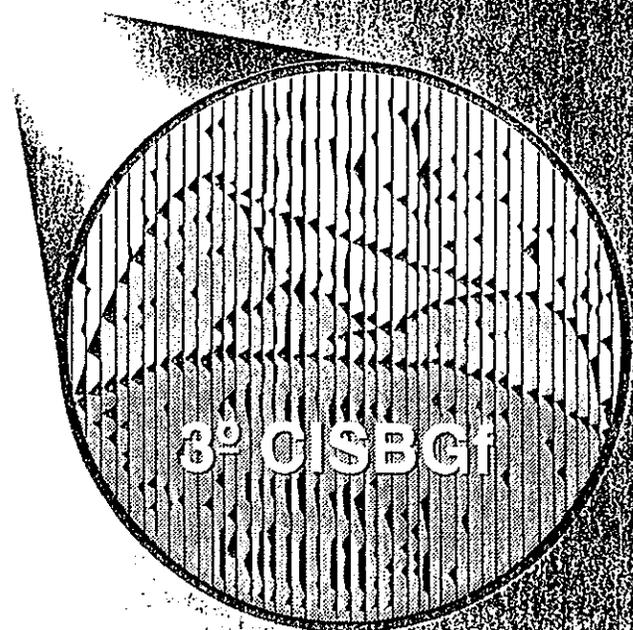
Figure 1.- (a) Two-dimensional model used to test the inverse method.
 (b) Model obtained by inversion for a coarse discretization.
 (c) Model obtained for fine discretization, with the same smoothing parameter.



3º CONGRESSO INTERNACIONAL DA SOCIEDADE BRASILEIRA DE GEOFÍSICA

3rd INTERNATIONAL CONGRESS OF
THE BRAZILIAN GEOPHYSICAL
SOCIETY

RIO DE JANEIRO
7 a 11 de Novembro de 1993



3º CIBGf

RESUMOS EXPANDIDOS

EXPANDED ABSTRACTS

Volume 2

Realização
SIBGf

EDITORA SIBGf

Construction of Two-Dimensional Images from EM-31 and EM-34 Electromagnetic Measurements

MARCO ANTONIO PEREZ-FLORES*/CICESE, ENRIQUE GÓMEZ-TREVIÑO/CICESE

ABSTRACT

We develop a method to find the conductivity distribution of the ground from measurements taken with horizontal or vertical coplanar loops that work in the resistive limit or, equivalently, at low induction numbers. The method is based on an equation where the apparent conductivity and the true conductivity are linearly related by a weighting function. This equation can be used for inverting data from 3D or 2D structures. This method is an approximation for low conductivity contrast. However it works for moderated and high contrast. The inverse problem is solved using quadratic programming, minimizing the quadratic norm of residuals as well as the quadratic norm of spatial derivatives of the conductivities. With this, we can get conductivity images of the ground with minimum structure that also fit the data.

INTRODUCTION

Historically, interest in mineral exploration motivated explorationists since the beginning of the century to develop several electromagnetic technics to locate conductive targets in the ground. In the present paper we discuss the development of an automatic technique to obtain the conductivity distribution of the ground with an equipment that works in the resistive limit, such as the popular EM-34 and EM-31. McNeill (1980) describes the operation of this type of equipment and also shows the mathematical analysis for a stratified earth (1D). He also shows the functions that describes the depth of penetration for horizontal coplanar loops (HCL) and vertical coplanar loops (VCL).

Integral equations has been widely used for modeling simple structures imbedded in a homogeneous or stratified half-space (Hohmann, 1975; Wannamaker *et al.*, 1984) in time or frequency domain. They are also used for inverse problems, but their use are very restricted by the tremendous computational effort required. That is why it is of interest to search approximations to solve the inverse problem more efficiently. We consider the problem in the resistive limit and also we make the approximation of low conductivity contrasts in the ground. With this approximation we derive an integral relation between apparent conductivity and ground conductivity weighted by a function for 3D or 2D structures. The functions are relatively simple for 3D and more complicated for 2D, but both can be computed very fast, allowing us to get several 2D models in short time.

METHOD

To solve the problem, we use the nonlinear integral equation derived by Gómez-Treviño (1987):

$$B(r) = \frac{1}{M_B} \int_V G(|r-r'|, \sigma) \cdot E(r', \sigma) \sigma(r') d^3r' \quad (1)$$

where $B(r)$ is the magnetic field measured

M_B is a constant that depends of the logarithm of magnetic field

$E[r, \sigma]$ is the electric field in the ground and depends on the conductivity distribution

G is the Green's function for the entire conductivity distribution.

This equation has no practical application for forward modeling because Green's function depends on the entire conductivity distribution. But making the approximation for low conductivity contrast, we can use the green function for a homogeneous half-space and the same for the electric field in the ground. The electric field of a homogeneous half space in the resistive limit is very simple. The electric field of a horizontal loop is:

$$E\phi = \frac{i\omega\mu_0}{4\pi} \frac{r}{(z^2 + r^2)^{3/2}} \quad (2)$$

where the electric field does not depend on the conductivity but the current density does. A similar equation can be derived for a vertical loop. On the surface of a homogeneous half-space is,

$$\sigma = \frac{16\pi r}{m\mu_0} B_r \quad (3)$$

If we substitute this equation in (1) and assume that the conductivity in the ground is not uniform, then one obtains

$$\sigma_a(r) = \frac{|r-r_0|}{\pi} \int_V K(r, r_0, r') \sigma(r') d^3r' \quad (4)$$

The term M_B in equation (1) is unity for a half space. In equation (4) we can see that measurements are the weighted mean of terrain conductivities through a function $K(r, r_0, r')$ that depends only of the position of the source and receiver loops, and also of the discretization of the earth but not of conductivity.

Weighting function K is different for the kind of array (HCL and VCL) and also if structures are 3D or 2D. For two-dimensional structures such function should be integrated in Y direction. The analytical solution is in terms of elliptic integral that can be computed numerically very fast. In figure 1a and 1c are shown the weighting

function for HCL and VCL respectively for 2D structures. From this figures is predicted that the apparent conductivity curve will descend over a conductor and in HCL might give negative values. For a one dimensional earth this figures reduces to such reported by McNeill (1980).

INVERSE METHOD

For the inverse problem, the ground is discretized into prisms of infinite length in the Y direction. We assume that the conductivity is uniform in each prism. We find the optimal conductivities for the prisms by quadratic programming (Gill *et al.*, 1986) which allow us to minimize the residual but also the spatial derivatives of parameters.

minimize

$$F(r) = \|Y - Ax\|^2 + \beta \|Dx\|^2 \quad (5)$$

subject to

$$a_i < x_i < b_i \text{ low and upper limits}$$

where Y are measurements (apparent conductivity)
 x unknowns (conductivities of the prisms)
 A weighting functions
 D spatial derivatives matrix
 β smoothing parameter

As β increases we get a smoother image of conductivities that also fit the data. This allow us to regulate how much structure the data need.

RESULTS

The method was tested with a synthetic model (figure 2). It seems that HCL has more depth of penetration than VCL, but when inverted jointly, we recover the structure better. It was also tested with some data taken by Cornwell(1985), where he postulate a structure obtained by gravity data. After inversion of data collected with the EM-34 and EM-31 in the same profile, we recover a very similar image of the structure. Method was programmed in fortran 90 and is running presently in a Workstation SUN. For a problem with 300 unknowns and 100 observations, the computation of weighting function takes 40 minutes and after that, 2 minutes for inverting models with different β values. The program can also be on a PC.

CONCLUSIONS

We have presented a method for constructing conductivity images from EM measurements at low induction numbers.

EM-34 and EM-31 instruments have been widely used as a qualitative tool to locate conductive targets, but only interpreted in 1D. Now with the growing interest in environmental geophysics, the techniques require to be useful as a quantitative tool. We hope that our method is found useful in this sense.

REFERENCES

- Cornwell, J.D., 1985. Applications of geophysical methods to mapping unconsolidated sediments in East Anglia. *Modern Geology*, v.9,187-205.
- Gill, P.E., Hammarling, S.J., Murray, M., Saunders, M.A., Wright, M.H., 1986. A fortran package for constrained linear least-squares and convex programming. Stanford University Technical report SOL 86-1.
- Gómez-Treviño, E., 1987. Non-linear integral equation for electromagnetic inverse problems. *Geophysics* 52,1297-1302.
- Hohmann, G.W., 1975. Three dimensional induced polarization and electromagnetic modeling. *Geophysics* 40,309-324.
- McNeill, 1980. Electromagnetic terrain conductivity measurements at low induction numbers. GEONICS technical notes TN-6.
- Wannamaker, P.E., Hohmann, G., San Filippo, W.A., 1975. Electromagnetic modeling of three-dimensional bodies in layered earths using integral equations. *Geophysics* 49,60-74.

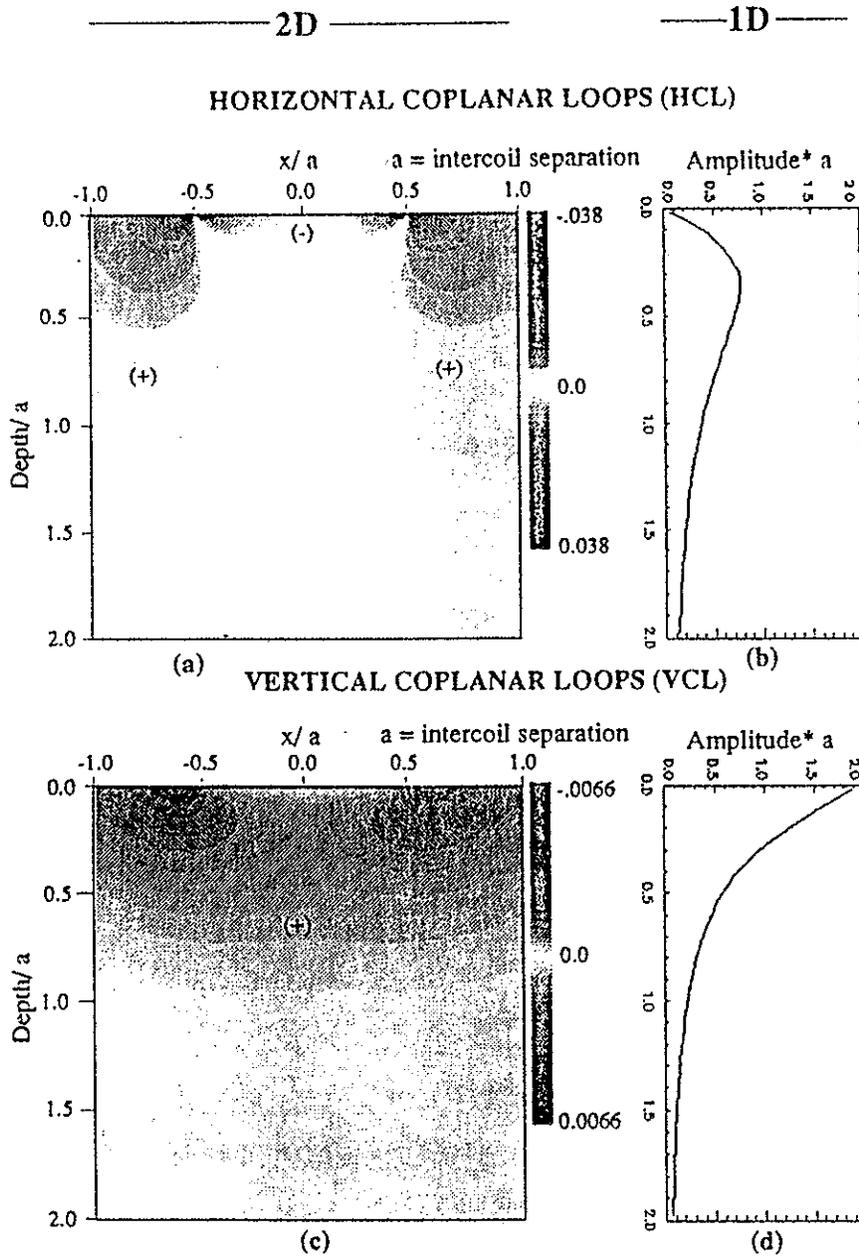


Figure 1.- Weighting function for loops operating at low induction numbers.

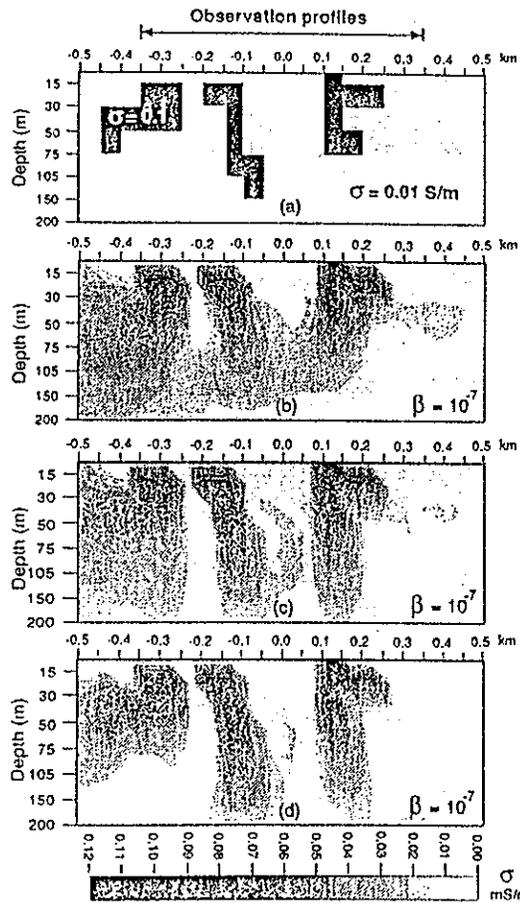


Figure 2.- Conductivity images obtained from observations with 10, 20 and 40 m in the intercoil separation. (a) Model, (b) using only horizontal coplanar loops information, (c) only vertical coplanar loops, (d) using both.

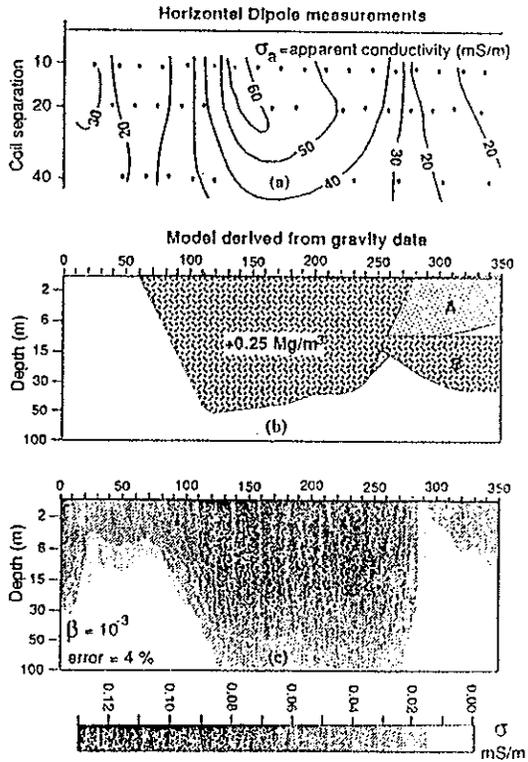


Figure 3. Gravity and EM-34 measurements taken by Cornwell (1985). (a) EM-34 measurements, (b) 2D gravity model obtained (c) 2D conductivity image obtained from his measurements.

WORKSHOP

INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE DANS LA TERRE



August 8-13

3rd Annual and Proceedings

0.7b-03

A SIMPLE MAGNETOTELLURIC IMAGING
METHOD AND ITS APPLICATION TO DATA
FROM GEOTHERMAL AREAS

E. Gomez-Trevino, F.J. Esparza, M.A. Perez-Flores, C. Flores and J.M. Romo

Iterative inversions of magnetotelluric data are normally tied to the requirement of assuming a single reference model, although this model may change from iteration to iteration. In this paper we present an approximate method that allows the use of many initial models simultaneously and provides reasonably good fits to the data in a single iteration. The ground is modeled using two-dimensional resistivity distributions whose variations are controlled by applying quadratic programming to the spatial derivatives. In this we follow the Occam's philosophy of minimum structure in order to avoid features not strictly required by the data. The initial models are directly generated from the data set, which may contain either TE or TM measurements or both. We test the performance of the method by means of numerical experiments and present applications to field data from geothermal areas. The data set corresponds to the Ahuachapan-Chipilapa geothermal field in Central America which has recently been surveyed by personnel from CICESE. The models present reasonably good agreement with independent interpretations of long-offset dipole-dipole resistivity studies.

0.7b-05

MODELLING AND INVERSION OF SEAFLOOR
MAGNETOTELLURIC DATA

G.S. Henson and A. White

Interpretation of seafloor magnetotelluric (MT) and geomagnetic depth sounding (GDS) data is complicated by nonuniform electromagnetic (EM) induction in the ocean layer, due to the finite extent of the ocean basins and variations of seafloor topography. The geomagnetic coast effect is an acknowledged problem, although its lateral extent into the ocean basin is unknown. Similarly, variations in bathymetry at spreading ridges, transforms, hot spots and subduction zones may distort seafloor MT responses significantly. Despite such complications, the problems of modelling and inverting seafloor EM responses are not intractable. Two factors simplify the interpretations: firstly, the electrical conductance of ocean basins is very well determined a priori, and secondly, at most periods applicable to seafloor MT soundings (100 - 100000 s), the thin-sheet approximation is valid. Using MT data from the Juan de Fuca Ridge as examples, we show how a thin-sheet algorithm can be used to characterise the regional-scale induction from the coast effect. Detailed thin-sheet and 2D modelling and inversions can separate the effects of topography from sub-seafloor conductivity heterogeneities which have similar scale lengths, as they are largely dependent on the same thermal structure.

0.7b-04

A METHOD OF INTERPRETATION OF THE MTS
PHASE CURVES

Y.T. Vlasov and A.I. Ingerov

On the territory of the Ukraine where combined conductivity of sedimentary cover changes from 0.1 to 3.000 om the most important problem of the deep MTS interpretation is the account of regional and local S-effects. The actual material's analysis (more than 3.000 MTS in the range 0.1-3.000) and the bidimensional and three-dimensional film modelling results have shown that the X-coordinates of phase curves are weakly connected with the influence of regional and local S-effects. At the same time, the authors established that the X-coordinates position of the phase curves extremes is proportional to the product of thickness (H) and conductivity of corresponding horizons in the earth's crust and upper mantle. A conclusion is made that having a conditional map of combined longitudinal conductivity (the authors composed such a map in the scale of 1:1.000.000 based on the MTS, electrical prospecting, controlled source and electrical well logging data) it is possible, using the extremes of the phase curves, to determine, with the exactitude of 10-20%, the parameters of conductive layers in the earth's crust and upper mantle. The comparison of the interpretation results concerning conductivity of the earth's crust with the distribution of the known deposits of oil and gas, diamonds and graphite permits to establish some regularities which can be effectively used for the prognosis of new deposits.

0.7b-06

ANALYTIC CONTINUATION AND MIGRATION IN
GEOELECTRIC IMAGING

M. S. Zhdanov, P. Traynin and O. Portniaguere

Imaging of the Earth interior is the main goal of different geophysical methods. The most widely used method of geopotential field imaging is based on downward analytical continuation. In seismic data processing downward extrapolation or migration also play an important role. The same approach is applicable in principle to electromagnetic data as well. It is possible to continue analytically the electromagnetic field, observed on the surface of the earth, into the lower halfspace. The vertical maps of the electromagnetic field distribution produce an exciting image of geological cross section, which can be used further in interpretation. In this paper we discuss different methods of analytical continuation and present the results of numerical solution of this problem. Meanwhile the main difficulty of analytical continuation is related to increasing the noise with the depth. In another words, analytical continuation is an ill-posed, unstable transformation. To overcome this difficulty we have to apply regularization methods. Another approach to the imaging of a geoelectrical cross section is based on the downward extrapolation in the reverse time, or on *electromagnetic migration*. Changing the direction of the time flow is equivalent to changing the sign of the frequency ω in frequency domain which results in decreasing the amplitude of the downward extrapolated migration field with the depth. So, in the case of migration the downward extrapolated (...)

WORKSHOP

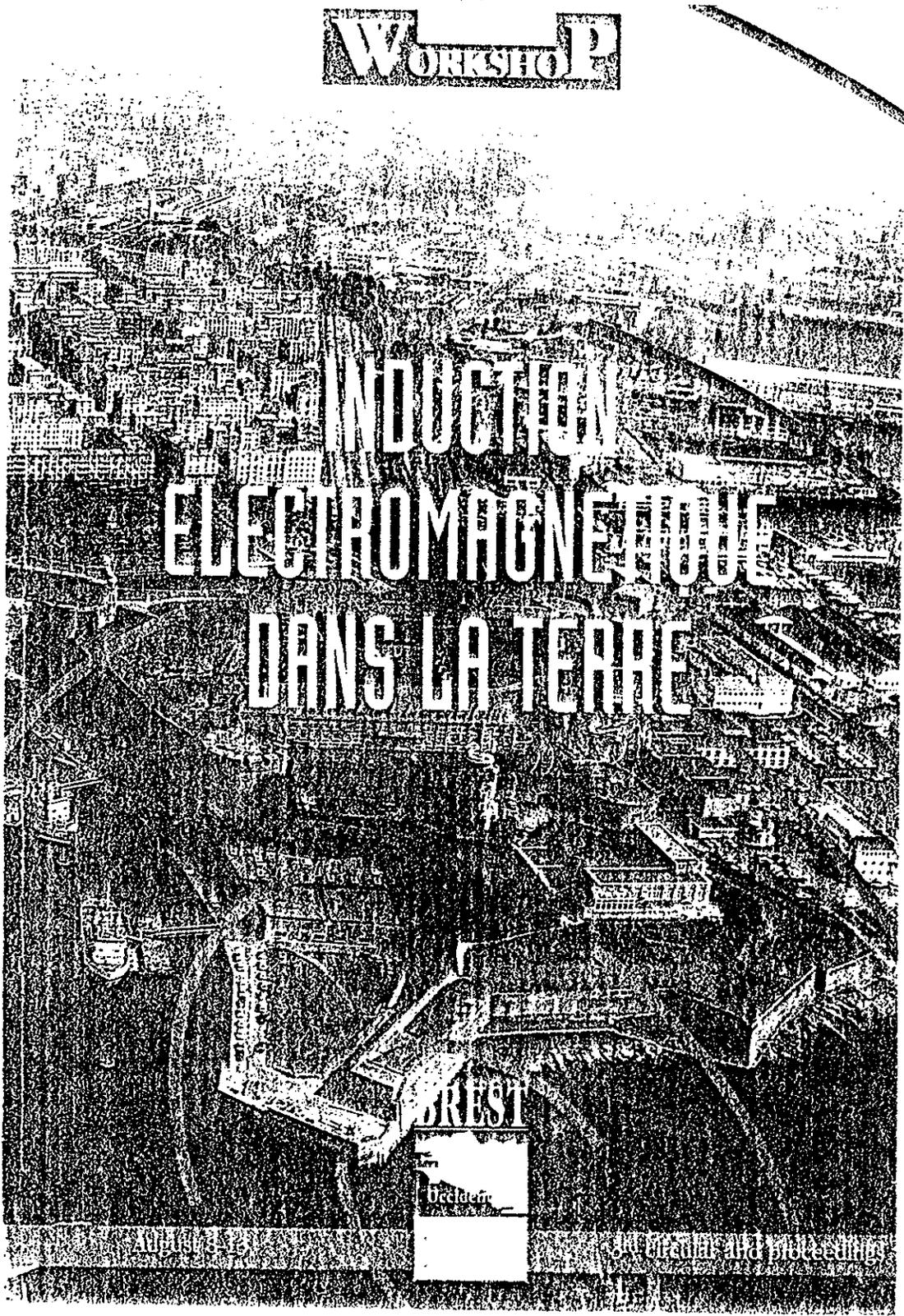
INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE DANS LA TERRE

BREST

DECLARÉ

AN 1983

300 exemplaires à prix réduits



P.7a-03
ITERATIVE-ASYMPTOTIC METHODS FOR
INVERSION OF MULTIDIMENSIONAL MT-DATA

A.S. Barashkov

The adequate interpretation of multidimensional data is founded on the solution of multidimensional inverse problems.

Main problem by solution of inverse one-dimensional problems is selection of necessary solution from many possible ones. The receipt of possible solution in this case is usually simple (for example in Tikhonov-Cagniard model). For multidimensional inversion the receipt of possible solution is very difficult because of high dimension of problem.

The special asymptotic models and iterative methods give possibility of multidimensional inversion on the basis of solution of one-dimensional inverse problems. This models must retain the basis properties of phenomenon (for example - the shore effect) and be sufficiently simple.

The algorithms of multidimensional inversion on the basis of this methods are highly effective.

P.7a-04
AN APPROPRIATE ELECTROMAGNETIC
INDUCTION THEORY IN LOW LATITUDES FOR
3-D EARTH MODELS

E.A. Oni

Oni and Sogade (1992) presented recent results of the theoretical modelling of low latitudes non-uniform electromagnetic source fields interaction with 1- and 2-D Earth models. The electromagnetic fields satisfies the following partial differential equations in space and time.

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} + 2b \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - a^2 \nabla^2 \psi = 0$$

$$\text{where } b = \frac{\sigma}{2\delta} \quad a = \frac{1}{\mu\delta}$$

ψ is any of six components $E_x, E_y, E_z, H_x, H_y, H_z$ of the electromagnetic field.

There are a number of induction problems in 3-D Earth models that can be treated as 3-dimensional waveguides. The author, in this paper, introduces for the first time and for a such class of 3-D induction problems, the use of Dyadic Green's Function for electromagnetic field theory in low latitudes

P.7a-05
MODELING AND INVERSION OF EM-34 DATA IN
TWO AND THREE DIMENSIONS

E. Gomez-Trevino, S. Mendez-Delgado
and M.A. Perez-Flores

Electromagnetic measurements at low induction numbers can be easily and rapidly effected along profiles using different coil separations and orientations. Instruments such as the popular EM-34, are routinely used in this modality to investigate lateral changes in electrical conductivity at depth. However, the measurements are usually interpreted in terms of one-dimensional models because interpretation techniques are not available in two and three dimensions. Modeling algorithms are needed to understand the response of localized anomalies, and inverse methods are required for accurate interpretation. In this paper we present an integral equation method for computing the magnetic field due to horizontal and vertical dipoles in the presence of three-dimensional conductivity variations. We find that the response of the instrument can in many cases mislead an interpreter, because conductive bodies sometimes produce lows in apparent conductivity. This complications call for the development of inverse methods that automatically take into account these and other effects. An approximate inverse method recently developed at CICESE takes into account these effects. The method, based on a novel integral equation approach, produces accurate images of the underground conductivity distribution. We test the performance of the imaging technique using (...)

P.7a-06
ON 3-DIMENSIONAL INVERSE PROBLEM OF
ELECTROMAGNETIC FIELD

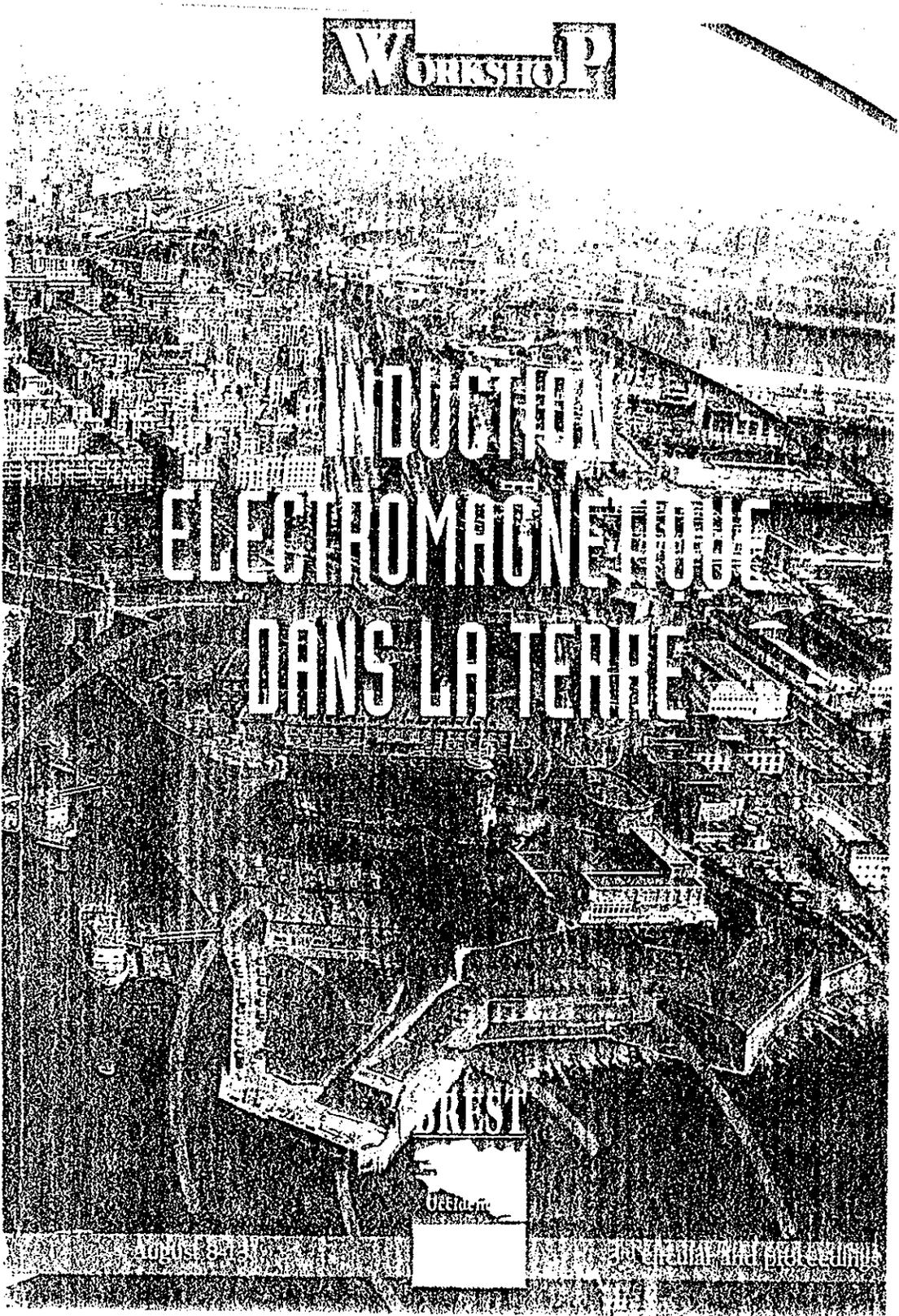
P.S. Martysenko

Integral-differential equations of inverse problem of electromagnetic fields were obtained. Algorithm of solution such equations was devised. In case of ideal conductivity of body we have had functional equations of inverse problem.

The method of interpretation of electromagnetic data (EMD) was devised. It's included two stages: the algorithm for the approximation of EMD and the algorithm of the solution of the integral differential equations of the 3-D inverse problem. We used point sources and line current as a singularities. As a result of interpretation we obtained set of bodies with different values of conductivity which generated the same (electrical or magnetic) field. There are some examples which is illustrated a good results of interpretation.

WORKSHOP

INDUCTION ELECTROMAGNETIQUE DANS LA TERRE



CREST
CREST

August 31, 1971

INTERNATIONAL PROCEEDINGS



P.01-07
APPLICATIONS OF 2D EM INVERSE
MODELLING TO ENVIRONMENTAL PROBLEMS

D. Beamish and M.A. Perez-Flores
Many environmental-scale, subsurface investigations make use of geophysics in only a perfunctory way. Some studies involve hydrogeology, fluid processes and geochemistry and the contribution made by surface geophysics can approach zero. It should also be recognized that in some sectors, geophysics has a poor disciplines unavoidable involved in environmental problems.

In our opinion many the difficulties stem from the use of tried-and tested (but inappropriate) one-dimensional interpretations of surface sounding data. These can produce large errors when the problem is inherently two- and three- dimensional. Example of errors > 100% (in depth) are not uncommon when geophysics precedes shallow core sampling.

In order to reduce uncertainties, we are currently investigating the use of two-dimensional inversion methods to EM data obtained from site-scale investigations. We present here applications to EM-34 conductivity measurements and VLF (plane wave) techniques. We discuss application to data from Mexico and England.

P.01-09
MT SOUNDING USING 30 KM DIPOLES IN
ABITIBI

*P. Langlois, M. Chouteau, P. Zhang
and L. Bolduc.*

After having lost control of the entire electrical network in 1989, Hydro-Quebec has taken a series of preventive measures against the propagation of ground currents in the network and has initiated a study of earth potentials and magnetic fields during geomagnetic storms. A phone line was chosen in the Abitibi green belt and 5 measurement stations were installed over a distance of 300 km. The equipment is mainly used to record electric fields on a short and large scale together with magnetic fields for statistical purposes. The available data was also used for magnetotelluric sounding. The length of the longer dipoles (about thirty kilometers) suggests that the static shift recorded will be negligible, allowing for the calibration of the resistivity curves that come from measurement in the same area with shorter dipoles.

P.01-08
CORRECTING FOR FIELD POLARIZATION
EFFECTS IN MT-VLF RESISTIVITY MAPPING

*A. Tabbagh, R. Guénn, Y. Meheni, Y. Benderitter
and P. Andrieux*

Resistivity mapping is a very powerful tool for detecting structural features in the ground, of importance in hydrogeology and environment studies. Over the depth range from 0 to 3 m, several methods can be used. Electrical or electrostatic array measurements and for conductive media Slingram constitute the optimal choice. For deeper investigations, 10 or 20 m, these methods imply too great a separation between poles or coils. This reduces lateral resolution and implies the action of two or more operators in the field. MT-VLF resistivity mapping allows both a high lateral resolution (and possibly one operator) and a depth of investigation that commonly reaches 20 m, or 50 m in resistive areas. But the main drawback of this method lies in the so-called «apparent anisotropy effect» that is in the lateral distortion of anomalies which tend to be elongated at right angle of the horizontal electric field. To correct for this effect, we propose two solutions: verticalization of the electric field and use of approximate invariants. Comparison between these two solutions are developed both for theoretical models and for experimental cases. It appears that the invariants lead to more reliable results when they can be used, that is, when two transmitters as much as possible at right angle to each other are available.

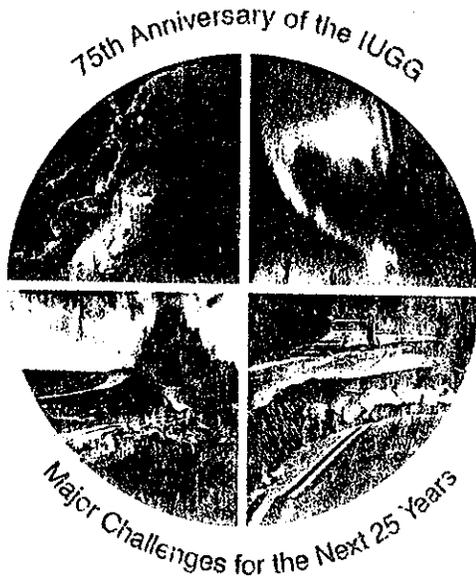
P.01-10
ELECTRICAL POTENTIAL ON A TREE :
A MEASUREMENT OF THE SAP FLOW ?

P. Morat, J.L. Le Mouel and A. Granier

Potential differences were measured and recorded at the surface of a chestnut-tree with two parallel one meter long electric dipoles during a few months of 1992. During the months of August, characterized by a quiet and sunny weather, a daily variation is present, with an amplitude of some ten millivolts, similar on the two dipoles. We propose that this daily signal is related to the variation of the flux of sap through the trunk, in turn due to the daily evapotranspiration on the leaves of the tree. This regular variation is no longer present on the November recordings, after the fall of the leaves, as expected if the working mechanism is electrokinetics. A few applications are discussed : mapping of the sap flow with an array of electrodes, action on the sap circulation through the application of an electromotive force, interpretation of the spurious magnetotelluric data collected in forests.

International Union of Geodesy and Geophysics

Program

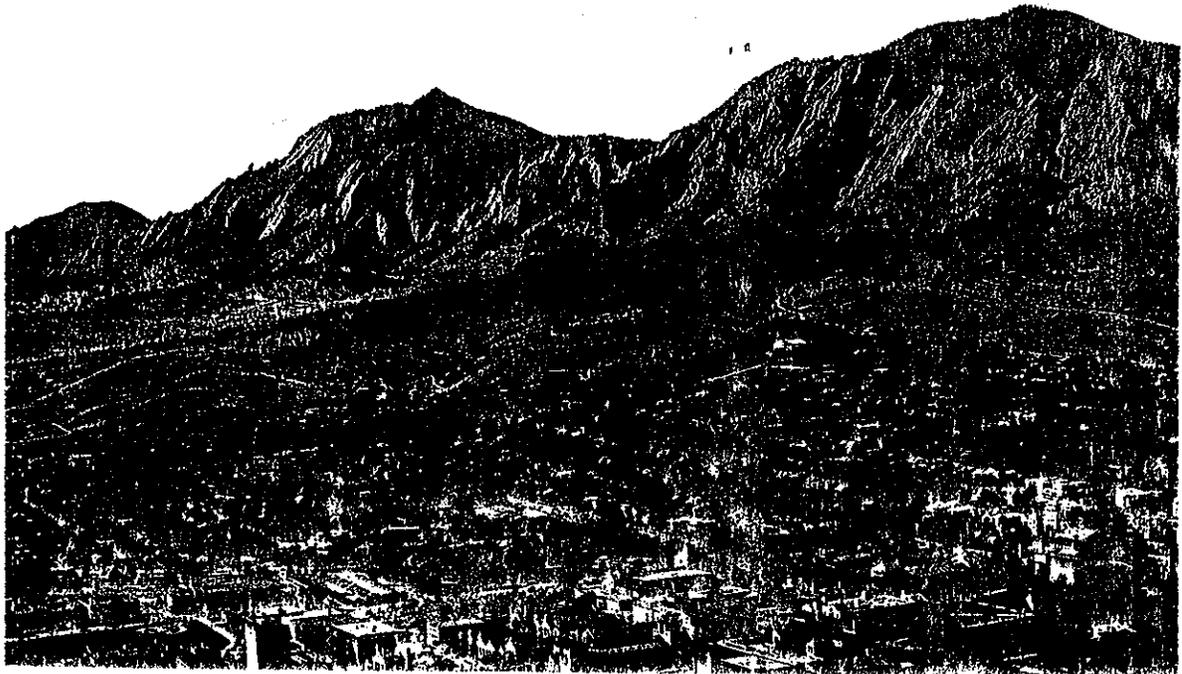


XXI General Assembly

Boulder, Colorado

July 2-14 1995

Geophysics and the Environment



A126 IUGG XXI General Assembly

GAA32B-7 1600h

Two-Dimensional Imaging of Electromagnetic, DC Resistivity and Magnetometric Resistivity (MMR) Data

S. Mendez-Delgado (Division de C. de la Tierra, CICESE, Mexico; ph. 617-4 45 01; e-mail: smendez@cicese.mx); M.A. Perez-Flores (Division de C. de la Tierra, CICESE, Mexico; ph. 617-4 45 01; e-mail: mperez@cicese.mx); M.G. Rodriguez (Division de C. de la Tierra, CICESE, Mexico; ph. 617-4 45 01; e-mail: mrodrigu@cicese.mx); E. Gomez-Trevino (Division de C. de la Tierra, CICESE, Mexico; ph. 617-4 45 01; e-mail: egomez@cicese.mx)

We use an integral equation approach to generate 2-D resistivity distributions from different types of electrical and electromagnetic data. The resistivity distributions are obtained in a single iteration applying a linear-like type of approximation. We use quadratic programming to solve the integral equations and apply constraints to the derivatives of the resistivity distributions. The resulting models are smooth and of minimum structure, having only those features strictly required by the data. Considering electrical and magnetic dipoles as sources and receivers, the resolving power of the different methods follow this order: DC resistivity, magnetometric resistivity (MMR) and last, electromagnetic induction. This order is reversed when considering depth of penetration. We present the results of numerical experiments and apply the imaging method to different types of field data.