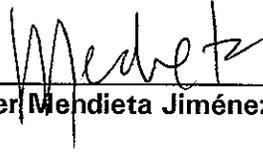


TESIS DEFENDIDA POR  
**Arturo Arvizu Mondragón**  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ



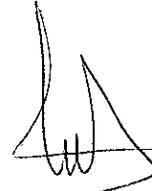
Dr. Francisco Javier Mendieta Jiménez

*Director del Comité*



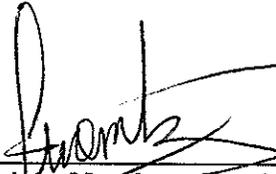
Dr. Francisco García Ugalde

*Miembro del Comité*



Dr. Enrique Mitrani Abenchuchan

*Miembro del Comité*



Dr. Ciro Andrés Martínez García-Moreno

*Miembro del Comité*



Dr. José Luis Medina Monroy

*Jefe del Departamento de Electrónica y  
Telecomunicaciones*

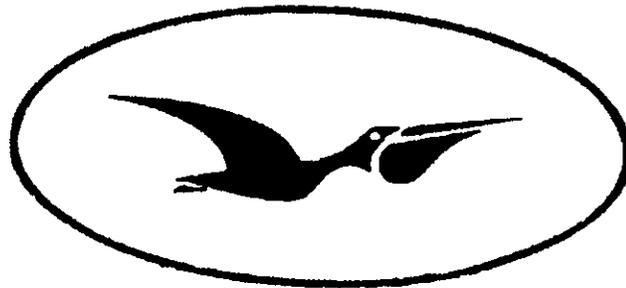


Dr. Federico Graef Ziehl

*Director de Estudios de Posgrado*

21 de febrero del 2000

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y  
DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA**



**CICESE**

**DIVISIÓN DE FÍSICA APLICADA**

**DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA**

**ESTIMACIÓN DE FASE EN COMUNICACIONES ÓPTICAS  
COHERENTES**

**TESIS**

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado  
de DOCTOR EN CIENCIAS presenta:

**ARTURO ARVIZU MONDRAGÓN**

Ensenada, Baja California, México. febrero 2000.

RESUMEN de la Tesis de Arturo Arvizu Mondragón, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de **DOCTOR EN CIENCIAS** en **Electrónica y Telecomunicaciones**, Ensenada, Baja California, México, febrero 2000.

## ESTIMACIÓN DE FASE EN COMUNICACIONES ÓPTICAS COHERENTES

Resumen aprobado por:



---

Dr. Fco. Javier Méndieta Jiménez  
Director de Tesis.

En este trabajo se efectuó el estudio, síntesis, realización y caracterización de un estimador "subóptimo" de la fase de una portadora óptica con modulación binaria de la fase (BPSK) en presencia de fluctuaciones aleatorias de la fase del campo óptico y de ruido aditivo en el canal.

La síntesis del estimador se realizó a partir de un observable eléctrico obtenido mediante la detección coherente homodina de la señal óptica de información, empleando la teoría de la máxima verosimilitud, las ecuaciones del estimador y de la varianza así como la ecuación de Fokker-Planck, requiriendo el tratamiento de algunos términos de alto orden que aparecen en la función de verosimilitud y los cuales no se manifiestan en sistemas convencionales con detección heterodina.

La estructura de estimador sintetizada fue caracterizada mediante simulación para diferentes condiciones de relación señal a ruido y ancho de línea de las fuentes ópticas, y se obtuvo una estructura simplificada, la cual se realizó posteriormente mediante un circuito analógico que se caracterizó en un montaje óptico autohomodino y en un experimento "puramente eléctrico". Además el estimador de fase simplificado se realizó también mediante un procesador digital de señales.

La principal aportación de este trabajo fue la síntesis de una estructura estimadora que funciona en banda base con mejores características de desempeño que las estructuras convencionales (diseñadas para frecuencia intermedia) tales como el PLL y el lazo de Costas.

Palabras clave: Comunicaciones ópticas coherentes, detección homodina, ruido de fase tipo Wiener, estimador-correlacionador, criterio de máxima verosimilitud, ecuación de Fokker-Planck, ecuaciones del estimador y la varianza.

**ABSTRACT** of Arturo Arvizu-Mondragón's thesis work, presented as a partial requirement to obtain the degree of **DOCTOR IN SCIENCE** in **Electronics and telecommunications**, Ensenada, Baja California, Mexico, February 2000.

## **PHASE ESTIMATION IN COHERENT OPTICAL COMMUNICATIONS**

Abstract approved by:



---

Dr. Francisco Javier Mendieta Jiménez  
Thesis advisor.

This thesis work presents a study, synthesis, implementation and characterization of a "sub-optimal" phase estimator of an optical carrier modulated with binary phase shift keying (BPSK) and affected by random noise on its phase and amplitude.

The synthesis was made by using the observable electrical signal obtained by homodyning the optical information signal with the local oscillator.

Use of the maximum-likelihood theory, the variance and estimator equations and the Fokker-Planck equation was made, including additional high-order terms in the maximum-likelihood equation which are not present in conventional optical communication systems with heterodyne detection.

The synthesized structure was characterized by simulation under different signal-to-noise ratios and laser line-widths, arriving at a simplified structure which was implemented using analog electronic circuits in an auto-homodyne experiment and also in a "purely electrical" setup. This resulting estimator was also implemented using a digital signal processor.

The main contribution of this work was the synthesis of an estimator structure that works in base-band with better characteristics than conventional structures (designed for intermediate frequency) such as the PLL and the Costas Loop.

**Keywords:** Coherent optical communications, homodyne detection, Wiener phase noise, estimator-correlator, Fokker-Planck equation, estimator and variance equations, maximum-likelihood criteria.

## **AGRADECIMIENTOS**

Agradezco el apoyo del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), así como del Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) para la realización del presente trabajo.

Agradezco también de forma muy especial, por su paciencia y atinadas observaciones, a todos los integrantes de mi comité de tesis: Dr. Francisco García Ugalde, Dr. Ciro Andrés Martínez García-Moreno, Dr. Enrique Mitrani Abenchuchan y por supuesto a mi director de tesis, el Dr. Francisco Javier Mendieta Jiménez.

# CONTENIDO

## Página

### Capítulo I. INTRODUCCIÓN

I.1 Presentación.....	1
I.2 El problema de la estimación en comunicaciones ópticas coherentes.....	2
I.3 La estimación en comunicaciones ópticas heterodinas.....	4
I.4 La estimación en comunicaciones ópticas homodinas.....	5
I.5 Objetivo.....	6

### Capítulo II. SISTEMAS DE COMUNICACIONES ÓPTICAS COHERENTES

II.1 Detección óptica coherente.....	7
II.1.1 Degradación del desempeño debido a condiciones de operación no ideal.....	11
II.1.2 Requerimientos del láser.....	11
II.1.3 Requerimientos de polarización.....	12
II.1.4 Fotodetección en configuración balanceada.....	13
II.2 Ventajas de los sistemas con detección coherente.....	14
II.3 Aplicaciones potenciales.....	16

### Capítulo III. SISTEMAS DE SINCRONIZACIÓN DE FASE

III.1 Introducción.....	19
III.2 Sistemas de sincronización para comunicaciones coherentes.....	19
III.2.1 Sincronización de portadora.....	21
III.2.1.1 Lazo cuadrador.....	22
III.2.1.2 PLL óptico con fotorrecepción balanceada.....	23
III.2.2.1 Lazo de costas eléctrico.....	27
III.2.2.2 Lazo de costas óptico.....	30
III.3 Estimador-Correlacionador.....	32

## Capítulo IV. EL PROBLEMA DEL FILTRAJE

IV.1 Introducción.....	33
IV.2 Alternativas de solución al problema del filtraje.....	35
IV.3 Estimadores de fase óptimos.....	38
IV.3.1 Modelo "señal más ruido".....	39
IV.3.2 Lazo de amarre de fase (PLL).....	42
IV.3.3 Recuperación de portadora.....	44

## Capítulo V. ESTIMACIÓN POR MÁXIMA VEROSIMILITUD

V.1 Introducción.....	49
V.2 Generación de $x(t)$ .....	50
V.3 Observación de $x(t)$ .....	52
V.4 Ecuaciones del estimador y la varianza.....	54

## Capítulo VI. SÍNTESIS DE UN ESTIMADOR DE LA FASE DE UNA PORTADORA ÓPTICA CON FOTODETECCIÓN HOMODINA

VI.1 Introducción.....	55
VI.1.1 Estimador-correlacionador.....	55
VI.2 Modelo del canal.....	56
VI.3 Síntesis del estimador de fase.....	61
VI.4 Receptor de máxima verosimilitud.....	65

## Capítulo VII. CARACTERIZACIÓN DEL ESTIMADOR

VII.1 Introducción.....	66
VII.2 Evaluación del desempeño mediante simulación.....	70
VII.2.1 Estimador de ecuaciones acopladas.....	70
VII.2.2 Estimador de varianza constante.....	80
VII.2.3 Estimador PLL convencional.....	82
VII.3 Trabajo experimental .....	87

## Capítulo VIII. CONCLUSIONES

VIII. Conclusiones.....	100
-------------------------	-----

## REFERENCIAS

Referencias.....	102
------------------	-----

## APÉNDICES

Apéndice 1. Detección directa y detección coherente.....	108
Apéndice 2. Síntesis del estimador de fase.....	115
Apéndice 3. Simulación.....	122
Apéndice 4. Caracterización experimental.....	137

# LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1. Sistema de comunicaciones ópticas con modulación de intensidad y detección directa.....	7
2. Sistema de comunicaciones ópticas con detección coherente.....	9
3. PLL óptico, ejemplo de un receptor óptico con detección homodina.....	9
4. Configuración general de un foto-receptor heterodino.....	10
5. Detección coherente usando dos detectores (detección balanceada).....	14
6. Atenuación de una señal óptica en función de la longitud de onda en una fibra óptica monomodo convencional.....	15
7. Red interoceánica óptica coherente.....	17
8. Sistema FDM coherente.....	17
9. Red de comunicaciones de banda ancha.....	18
10. Lazo cuadrador.....	22
11. PLL óptico con fotorrecepción balanceada.....	23
12. Lazo de Costas.....	28
13. Lazo de Costas óptico homodino.....	31
14. Receptor estimador-correlacionador.....	32
15. Modelo para el problema del filtraje.....	33
16. Modelo "señal más ruido".....	39
17. Representación de $r(t)$ en función de sus componentes.....	41
18. Expansión de la señal recibida $r(t)$ en una base ortonormal.....	41
19. Estimador de fase de máxima verosimilitud de lazo cerrado.....	44
20. Estimador de fase de máxima verosimilitud de lazo abierto.....	45
21. Lazo cuadrador.....	48
22. Modelo para estimación.....	49
23. Estimador-correlacionador.....	56
24. Modelo del canal.....	61
25. Estimador de fase sintetizado con ecuaciones acopladas.....	67
26. Estimador de fase con varianza constante.....	68
27. Estimador PLL convencional.....	69
28. Estimador de ecuaciones acopladas implementado en Simulink.....	71
29. Diagrama a bloques del generador de ruido de fase implementado mediante las funciones indicadas en Simulink.....	72
30. Varianza ( $\hat{v}$ ) en función del tiempo para diversos anchos de línea con $S/N = \infty$ , sin datos.....	73

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura	Página
31. Valor promedio de la varianza ( $\hat{\nu}$ ) en función del ancho de línea con $S/N = \infty$ , sin datos.....	74
32. Varianza ( $\hat{\nu}$ ) en función del tiempo para diversos anchos de línea con $S/N = 0$ dB, con datos.....	75
33. Valor promedio de la varianza ( $\hat{\nu}$ ) en función del ancho de línea con $S/N = 0$ dB, con datos.....	76
34. Error de fase en función del tiempo para varios anchos de línea con una relación señal a ruido infinita, sin datos.....	77
35. Error de fase promedio para el estimador de ecuaciones acopladas en función del ancho de línea para una $S/N = \infty$ , sin datos.....	78
36. Error de fase promedio para el estimador de ecuaciones acopladas en función del ancho de línea para una $S/N = 0$ dB, con datos.....	80
37. Error de fase para una $S/N$ infinita y un ancho de línea de 0.02 Hz para el estimador de ecuaciones acopladas.....	80
38. Estimador de varianza constante implementado en Simulink.....	81
39. Error al utilizar el estimador de varianza constante comparado con el ruido de fase para una relación señal a ruido infinita y un ancho de línea de 0.02 Hz.....	82
40. Error al utilizar el estimador de varianza constante para diferentes anchos de línea para una relación señal a ruido infinita.....	83
41. Error al utilizar el estimador de varianza constante para diferentes anchos de línea para una relación señal a ruido de 0 dB.....	84
42. Estimador PLL convencional implementado en Simulink.....	85
43. Error de fase para los diversos estimadores con $S/N$ infinita y ancho de línea de 0.02 Hz.....	86
44. Forma de onda de los diversos estimadores con modulación (datos).....	87
45. Diagrama a bloques del estimador de fase de varianza constante implementado con circuitería analógica.....	88
46. Diagrama eléctrico del estimador de fase de varianza constante implementado con circuitería analógica.....	89
47. Diagrama a bloques del estimador de fase PLL convencional implementado con circuitería analógica.....	90
48. Diagrama eléctrico del estimador de fase PLL convencional implementado con circuitería analógica.....	90

## LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura	Página
49. Experimento óptico autohomodino empleado para caracterizar el estimador de fase sintetizado.....	91
50. Diagrama a bloques del estimador-correlacionador implementado.....	93
51. a) señal de datos a la entrada del modulador electroóptico sin ruido de fase adicionado, b) señal entregada a la salida del estimador correlacionador.....	96
52. a) Forma de onda del voltaje a la salida de la etapa de fotodetección balanceada, con ruido de fase adicionado a la entrada de 3.16 V y 50 KHz, b) forma de onda a la salida del estimador-correlacionador.....	97
53. a) oscilograma del ruido de fase, b) oscilograma del ruido de fase y su estimador para el circuito analógico de varianza constante.....	98
54. a) oscilograma del ruido de fase, b) oscilograma del ruido de fase y su estimado para el estimador de varianza constante implementado con un PDS.....	98
55. Experimento "puramente eléctrico" con el estimador de fase analógico....	99
56. Error de fase para el estimador de ecuaciones acopladas para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, sin datos.....	124
57. Error de fase para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, con datos.....	125
58. Error de fase para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 GHz, sin datos.....	126
59. Varianza en función del tiempo para varios anchos de línea con una S/N infinita.....	127
60. Varianza en función del tiempo para varios anchos de línea con una S/N de 0dB.....	128
61. Error de fase para el estimador de varianza constante para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, sin datos.....	129
62. Error de fase para el estimador de varianza constante para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, con datos.....	130
63. Error de fase para el estimador PLL convencional para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 0.02 Hz, sin datos.....	131
64. Error de fase para el estimador PLL convencional para una S/N infinita y un ancho de línea de 0.02 Hz, con datos.....	132
65. Error de fase para el estimador PLL convencional para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, con datos(no presentados a escala real)...	133

## LISTA DE TABLAS

Tabla	Página
I. Enfoques para el problema del filtraje.....	37
II. Resumen de las mediciones realizadas.....	94
III. Medición del ruido de fase y del observable eléctrico.....	95
IV. BER para una secuencia repetitiva de 8 bits [10101010].....	142
V. BER para una secuencia pseudoaleatoria ([PRBS]-[6]).....	142
VI. BER para una secuencia repetitiva de 12 bits[101110010110].....	142

# CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

## I.1 PRESENTACIÓN.

Los sistemas de comunicaciones ópticas coherentes poseen ventajas interesantes sobre los sistemas tradicionales de detección directa, tales como: a) distancias de transmisión mayores como resultado de la operación cercana al límite cuántico y al uso de la modulación angular del campo de la luz, menos sensible al ruido aditivo; y b) la posibilidad de emplear multicanalización por división de longitud de onda con separación entre canales muy estrecha. Esto es permitido por la alta selectividad frecuencial resultante de la transposición frecuencial de los campos ópticos a la frecuencia intermedia (f.i.) para los receptores heterodinos o a banda base para los sistemas homodinos, y al filtraje electrónico postdetección. Por otro lado, en las aplicaciones en el espacio libre [Swanson, 1986 y Chan 1981], estas técnicas poseen la propiedad única de una alta directividad espacial (aún con aperturas de antenas ópticas relativamente pequeñas), permitiendo un muy buen rechazo de la radiación incoherente de fondo.

En la realización de los sistemas coherentes, aparecen sin embargo, varias dificultades tanto a nivel fundamental como tecnológico, relacionadas con la inevitable falta de una correlación espacial y temporal entre las señales ópticas de información y el oscilador local. Mientras que en los sistemas de detección directa, las fluctuaciones de polarización y el ruido de fase en el campo óptico

recibido tienen una repercusión menor, estos efectos degradan enormemente el desempeño de los detectores coherentes.

En los sistemas de comunicaciones ópticas [Cvijetic,1996], las modulaciones de fase M-arias (M-PSK) son menos sensitivas al ruido aditivo, a expensas de una complejidad adicional: usualmente un modulador de fase electroóptico en el transmisor y un desmodulador electrónico síncrono operando a frecuencia intermedia para el caso heterodino (o un PLL óptico para el sistema homodino en banda base [Kazovsky,1996]). Sin embargo, en comparación con sus contrapartes de ASK, y FSK, los sistemas PSK son más sensibles al ruido de fase en los campos ópticos, por lo tanto, el proceso de sincronización de portadora es crucial en el desempeño de estos sistemas, especialmente en el caso de transmisión con portadora suprimida.

## **I.2 EL PROBLEMA DE LA ESTIMACIÓN EN COMUNICACIONES ÓPTICAS COHERENTES.**

En los sistemas de comunicaciones ópticas con detección directa, la síntesis de estructuras receptoras (sub)óptimas enfrenta problemas difíciles, dado que [Gagliardi, 1995]:

- a) el proceso de fotodetección es cuadrático en la señal de información óptica,
- b) el ruido no es independiente de la señal,
- c) el ruido no es Gaussiano ( tiene estadística Poissoniana para los casos de interés práctico), por lo cual su tratamiento necesita de una teoría de estimación y

detección cuántica compleja [Helstrom, 1976]. Sin embargo, para el caso coherente, dos características son atractivas en el diseño de sistemas de detección y de sincronización (sub)óptimos:

- a) la relación lineal existente entre el campo óptico y la fotocorriente postdetección debido a la transposición frecuencial ya mencionada [Mendieta Jiménez, 1996],
- b) en detección limitada por ruido cuántico (oscilador local láser dominante), el ruido postdetección es independiente de la señal óptica recibida y se aproxima a un proceso de corriente de ruido blanco Gaussiano.

Estas dos propiedades del canal óptico coherente permiten el uso de algunos métodos de análisis bien desarrollados adoptados de la teoría estadística de las comunicaciones en el dominio radioeléctrico, tales como el filtro acoplado y la recepción óptima. En el dominio radioeléctrico, la aplicación de esta teoría permite la estimación de la fase de la portadora [ver por ejemplo Stiffler, 1971 y Gitlin, 1992] maximizando una función de verosimilitud [Van Trees, 1968]. Cuando este análisis es desarrollado para el caso de parámetros desconocidos pero no aleatorios, las estructuras resultantes sugieren las bien conocidas estructuras sincronizadoras derivadas de la configuración PLL, tales como el lazo de Costas para modulación M-aria PSK de portadora suprimida [Franks, 1969] y pueden ser calculadas cotas fundamentales para la varianza de  $\phi$ . Desafortunadamente, los parámetros encontrados en la recepción coherente son inherentemente aleatorios, i.e., los procesos de la fotocorriente resultante de la transposición espectral de los campos de la señal y del oscilador local al dominio eléctrico, exhiben fluctuaciones

de fase inevitablemente aleatorias debido a las siguientes causas: a) la contribución de los ruidos de fase de la señal y del oscilador local; b) la contribución del ruido de fase de los amplificadores ópticos en cascada [Desurvire, 1987]; y c) la conversión del ruido de amplitud a ruido de fase por el efecto Kerr en enlace largos [Ryu, 1995].

Por lo tanto, en este caso se requiere el uso de técnicas de estimación de parámetros estocásticos para la síntesis de estimadores óptimos.

### **I.3 LA ESTIMACIÓN EN COMUNICACIONES ÓPTICAS HETERODINAS.**

El enfoque de variables de estado [Snyder, 1969, Baggeroer, 1970] es una técnica poderosa, dado que permite el tratamiento de una gran variedad de estadísticas de señal y ruido con modulaciones no lineales, tanto para sistemas digitales como analógicos. Esta técnica ha sido usada ampliamente en la teoría de comunicaciones analógicas y digitales, en conjunción con el principio de máxima verosimilitud, obteniéndose estimadores que tienen un buen desempeño tanto en estado transitorio como en estado estable. Estos estimadores son obtenidos por la mecanización de las llamadas ecuaciones del estimador y de la varianza, resultantes de la maximización de una función de verosimilitud adecuada.

Previamente Georghiades [Georghiades, 1985] derivó una estructura sincronizadora para sistemas heterodinios en los cuales ocurren fluctuaciones de fase, extendiendo el enfoque de variables de estado en comunicaciones analógicas [ver por ejemplo Snyder, 1969] para el caso digital (PSK y FSK). Su

análisis está limitado al caso heterodino dado que el proceso de filtraje de la f.i. elimina los términos de más alto orden en la función de verosimilitud.

#### **I.4 LA ESTIMACIÓN EN COMUNICACIONES ÓPTICAS HOMODINAS.**

En este trabajo aplicamos la teoría de estimación de parámetros estocásticos para hallar y analizar una estructura sincronizadora (sub)óptima para el caso de un sistema homodino, el cual posee ventajas adicionales bien conocidas sobre los esquemas heterodinos [Betti *et al*,1995], sin embargo, la aplicación de este análisis a sistemas homodinos presenta complicaciones adicionales en comparación con los esquemas heterodinos en relación a:

- a) análisis; aparecen términos de alto orden en la función de verosimilitud que no pueden ser eliminados dado que están en la banda de paso (banda base),
- b) realización; mientras que en el caso heterodino resulta una estructura puramente eléctrica, es decir, un subsistema de f.i., en el caso del receptor homodino, éste consiste de una estructura sincronizadora óptica/eléctrica que requiere en general un "VCO óptico".

Realizamos el análisis para sistemas coherentes ópticos homodinos donde el proceso observable puede ser representado como la señal de fotocorriente postdetección en ruido aditivo (el ruido "shot" del oscilador local en el límite cuántico de detección), en presencia de los campos de señal y del oscilador local afectados por fluctuaciones de fase aleatorias.

A continuación evaluamos el desempeño de nuestra estructura con simulaciones de computadora. También realizamos un sistema de procesamiento digital de señales para evaluar el desempeño de nuestro estimador, así como una demostración en circuitería analógica.

Finalmente, presentamos los resultados de un experimento demostrativo en un sistema de comunicaciones de fibra óptica autohomodino con un sincronizador eléctrico/óptico realizado de acuerdo a la teoría.

### **1.5 OBJETIVO.**

El objetivo principal de este trabajo es la síntesis sistemática de una estructura óptima (en el sentido MMSE) de estimación de la fase de una portadora óptica en comunicaciones ópticas homodinas.

## CAPÍTULO II. SISTEMAS DE COMUNICACIONES ÓPTICAS COHERENTES

### II.1 DETECCIÓN ÓPTICA COHERENTE.

Actualmente se encuentran en operación una gran cantidad de sistemas de comunicaciones ópticas que utilizan la técnica conocida como modulación de intensidad y detección directa. En esta técnica se modula la intensidad (potencia) de la fuente óptica de acuerdo a las variaciones en amplitud de una señal eléctrica, generalmente mediante una señal binaria, empleándose en el extremo receptor la detección directa para transformar la señal óptica en eléctrica como se ilustra en la figura 1. Su principio de funcionamiento se explica en el apéndice 1.

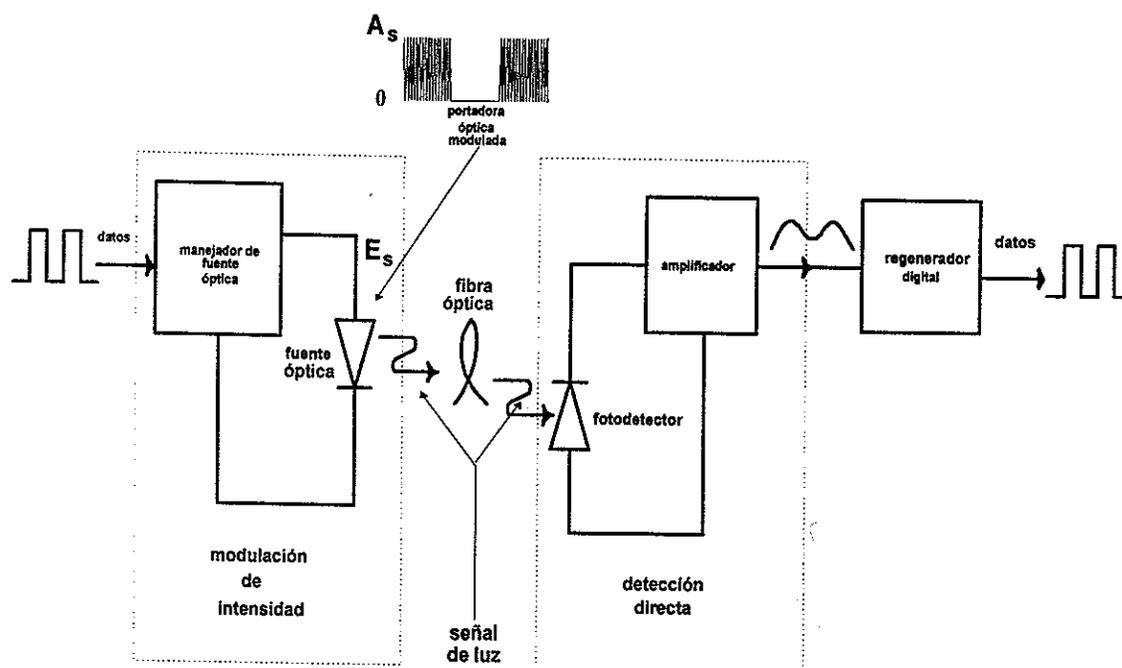


Figura 1. Sistema de comunicaciones ópticas con modulación de intensidad y detección directa.

Una característica importante de este tipo de sistemas es que no utilizan la fase o frecuencia de la portadora óptica para transmitir información, ya que, en el proceso de detección directa solo se recupera la información contenida en la variación de la amplitud (potencia óptica) de dicha portadora ( veáse apéndice 1).

La gran difusión en el uso de este tipo de sistemas es debida a su relativa simplicidad de realización y a su también relativo bajo costo, además de que son capaces de operar satisfactoriamente aún en presencia de inestabilidades inherentes del proceso de radiación láser. Sin embargo, su sensibilidad es limitada y no aprovechan en su totalidad el gran ancho de banda de las fibras ópticas [Ryu,1995].

Debido a estas limitaciones, desde principios de los años 80 [IEEE,1990], ha existido una gran actividad de investigación y desarrollo en comunicaciones ópticas coherentes.

Los sistemas de comunicaciones ópticas que usan la detección homodina y la heterodina, normalmente son denominados sistemas de comunicaciones ópticas coherentes. En esta técnica, la luz es tratada como una portadora que puede ser modulada en amplitud, frecuencia o fase, en forma similar a los métodos usados en los sistemas de comunicaciones eléctricas. En el receptor (veáse figura 2), se realiza en primer lugar la mezcla (mediante el uso de un acoplador óptico) de los haces de la señal de información y del oscilador local, y después se fotodetecta dicha señal. El análisis detallado de su principio de operación se reporta en el apéndice 1.

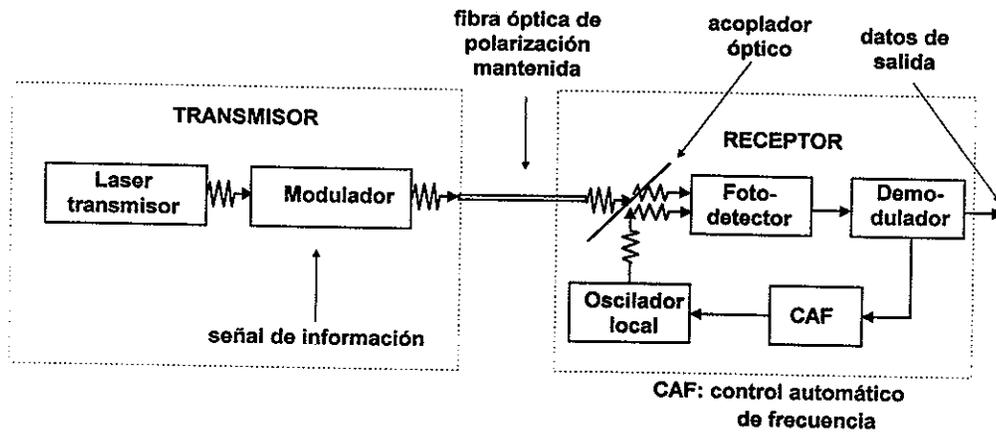


Figura 2. Sistema de comunicaciones ópticas con detección coherente.

Las señales ópticas mezcladas en el receptor pueden ser de la misma frecuencia en cuyo caso se dice que se tiene un sistema con detección homodina (véase figura 3), si las dos señales son de diferente frecuencia, se tiene un sistema con detección heterodina como el de la figura 4.

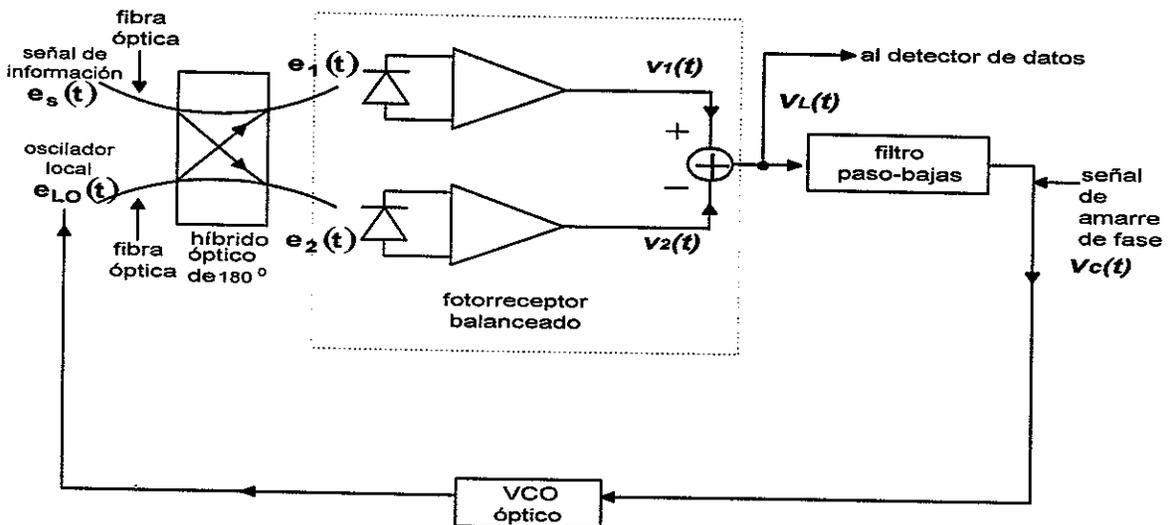


Figura 3 PLL óptico, ejemplo de un receptor óptico con detección homodina.

Como puede observarse de las figuras 2 y 3, en general, los receptores con detección coherente requieren del uso de un lazo retroalimentado que mantenga

la relación de fase y frecuencia de las señales ópticas, lo que dificulta enormemente su realización práctica, sin embargo, sus características superiores

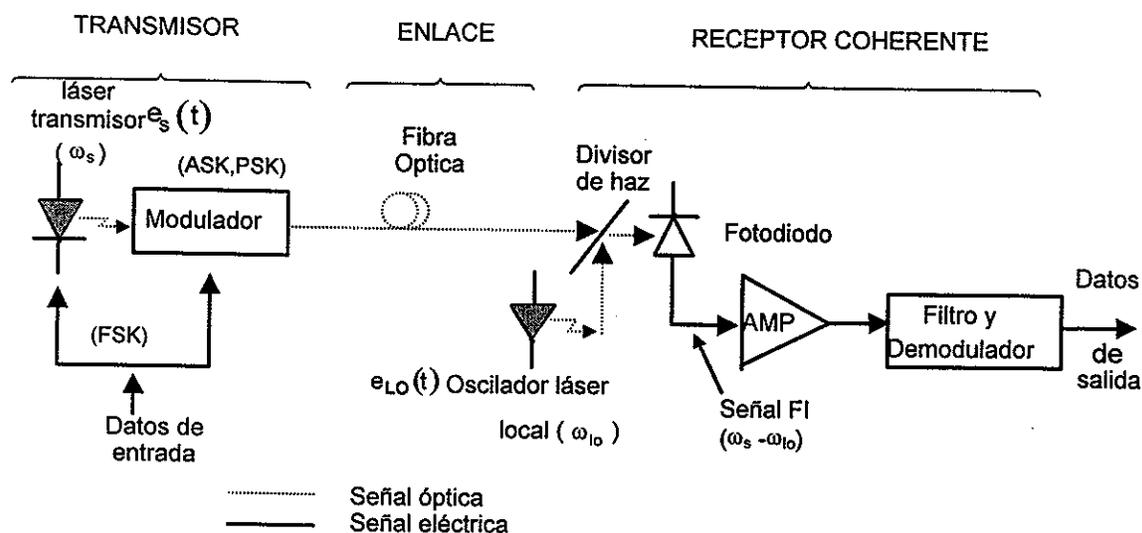


Figura 4. Configuración general de un foto-receptor heterodino.

de sensibilidad y de selectividad frecuencial, han motivado durante las últimas dos décadas, gran actividad de investigación y desarrollo tecnológico. La detección homodina es la técnica más sensible, 3 dB superior a la detección heterodina (requiere la mitad de potencia para tener el mismo desempeño relativo), siendo la técnica de detección directa la menos sensible de estas tres (véase apéndice 1). A continuación se describirán brevemente los problemas de realización práctica, así como las ventajas más importantes de los sistemas con detección coherente.

### **II.1.1 DEGRADACIÓN DEL DESEMPEÑO DEBIDO A CONDICIONES DE OPERACIÓN NO IDEAL.**

Una de las principales razones para utilizar la detección coherente es la obtención de un desempeño que sea tan cercano como sea posible al límite por ruido "shot" o límite cuántico [Jacobsen,1994], donde el ruido del receptor es independiente del ruido térmico. En la práctica es difícil alcanzar este límite, a menos que sean satisfechas ciertas condiciones.

Los factores que afectan principalmente el desempeño de los sistemas con detección coherente son: la razón de acoplamiento del acoplador (divisor de haz), el ruido térmico del preamplificador, el ruido en exceso de intensidad del oscilador local, el desacoplamiento de polarización entre los campos de la señal recibida y del oscilador local, y, para detección síncrona, el diseño del lazo de amarre de fase [Yamamoto, 1991].

### **II.1.2 REQUERIMIENTOS DEL LÁSER**

Para los sistemas de comunicaciones por fibra óptica con detección coherente se requiere emplear un láser semiconductor unimodo con ancho de línea angosto (oscilador láser con alta pureza espectral), frecuencias estables, y capacidad de sintonía de longitud de onda. Lo anterior se aplica tanto al láser transmisor como al láser del oscilador local.

Los láseres de cavidad externa no sólo pueden producir anchos de línea tan angostos como 10 KHz [Keiser, 1991], sino que también pueden ajustarse en

forma externa. Este tipo de láser es de los más aplicables en los sistemas ópticos coherentes. Los requerimientos del ancho de línea exactos dependen del formato de modulación en el transmisor, la velocidad de transmisión de bit, y la técnica de desmodulación en el receptor [Shimada,1995].

Dentro de los sistemas ópticos coherentes es necesario que la frecuencia intermedia sea constante para evitar una degradación de la tasa de error de bit (BER). Por lo anterior, además de un ancho de línea angosto, también se requiere de alguna forma de sintonía de la longitud de onda (o en forma equivalente, selectividad de frecuencia) para alinear los láseres del transmisor y oscilador local y poder efectuar exitosamente la detección homodina o heterodina.

### **II.1.3 REQUERIMIENTOS DE POLARIZACIÓN.**

La potencia óptica que incide sobre el fotodetector es función del alineamiento de polarización entre la señal de información y el oscilador local. Para obtener un alto grado de fidelidad en la recuperación de la señal, este alineamiento debe ser máximo y permanecer constante. Las fuentes de luz de semiconductor no son el problema para poder realizar esto, ya que normalmente la salida óptica está polarizada linealmente. El problema está relacionado a los enlaces de comunicaciones ópticas coherentes (específicamente con la fibra óptica), ya que se da un grado significativo de birrefringencia debido a las curvaturas que existen en la trayectoria de las fibras, lo que ocasiona que el estado de polarización en el receptor sea elíptico, y variante con el tiempo

conforme la fibra cambia de estado mecánico y térmico [Keiser, 1991]. Estas fluctuaciones de polarización pueden causar desvanecimiento y pérdida de la señal.

Aunque se han desarrollado fibras y conectores de polarización mantenida, una cantidad significativa de fibras unimodo, sin polarización mantenida, ha sido ya instalada. Debido a esto, se están realizando grandes esfuerzos en examinar técnicas para acoplar el estado de polarización variante en tiempo de la señal recibida con la del oscilador local, y en desarrollar un receptor que sea insensible a la polarización o que pueda detectar los diversos estados de polarización (detección con diversidad de polarización), para después sumar las señales detectadas de los diferentes estados de polarización [Yamamoto, 1991].

#### **II.1.4 FOTODETECCIÓN EN CONFIGURACIÓN BALANCEADA**

Existen esencialmente dos tipos de configuraciones para la etapa de fotodetección en los sistemas coherentes;

- a) la configuración desbalanceada, que utiliza solamente un puerto para la detección de la señal heterodina u homodina.
- b) la configuración balanceada, en la cual, se usa un detector óptico en cada puerto de salida del acoplador óptico o divisor de haz, como se muestra en la figura 5.

En el esquema de detección balanceada es posible abstraer las dos señales y con esto eliminar la gran contribución de corriente directa del oscilador

local, y reducir o eliminar, las fluctuaciones asociadas a la intensidad del oscilador local, que se manifiestan en modo común.

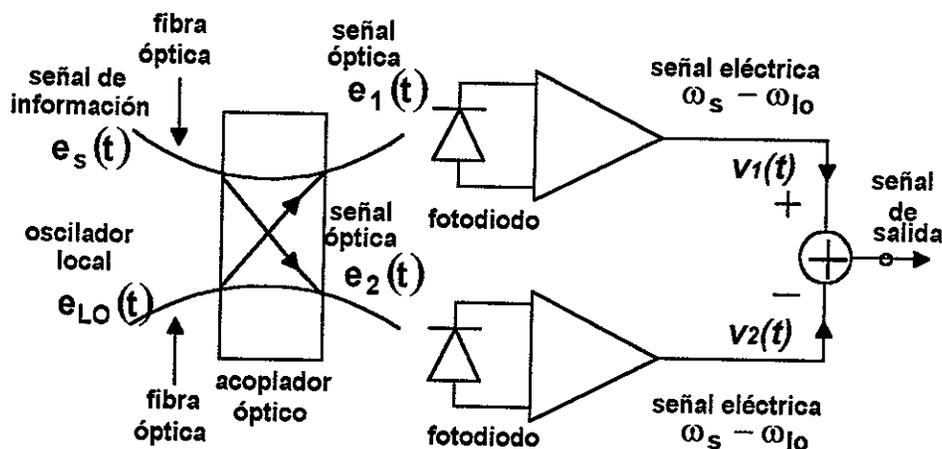


Figura 5. Detección coherente usando dos detectores (detección balanceada).

## II.2 VENTAJAS DE LOS SISTEMAS CON DETECCIÓN COHERENTE.

Los sistemas de comunicaciones ópticas con detección coherente presentan varias ventajas importantes sobre los sistemas con modulación de intensidad y detección directa, entre otras [Kazovsky, 1996]:

- la existencia de una ganancia de conversión por acción del oscilador local óptico;
- la independencia del ruido de amplitud respecto a la señal óptica recibida (límite cuántico); además de una dependencia lineal de la señal detectada respecto al campo óptico incidente, lo que permite capitalizar las nociones de "receptor óptimo" y "receptor adaptable" ampliamente aplicados en el dominio radioeléctrico.
- la transposición frecuencial del espectro de modulación a la frecuencia intermedia (heterodino) o a banda base (homodino), lo que confiere posibilidad de

sintonización fina de canal en el caso de sistemas con multicanalización por división en frecuencia óptica [Ryu,1995].

d) el funcionamiento en el límite cuántico impuesto por la acción del oscilador local, lo que permite la maximización de la relación señal/ruido en un sistema óptico [Shimada,1995].

e) selectividad espectral y directividad espacial elevadas en el receptor, lo que provee un alto rechazo a la radiación ambiental [Ryu,1995], (ver apéndice 1).

Las dos regiones (ventanas) de transmisión de una fibra óptica (veáse figura 6) que pueden ser usadas para sistemas coherentes son de  $1.27\mu\text{m}$  a  $1.35\mu\text{m}$  y de  $1.48\mu\text{m}$  a  $1.6\mu\text{m}$  [Kazovzky,1996]. En la primer ventana se podrían tener teóricamente al menos 1,000 canales con un espaciamiento de canal de 10 GHZ, y 1,500 canales en la segunda con el mismo espaciamiento.

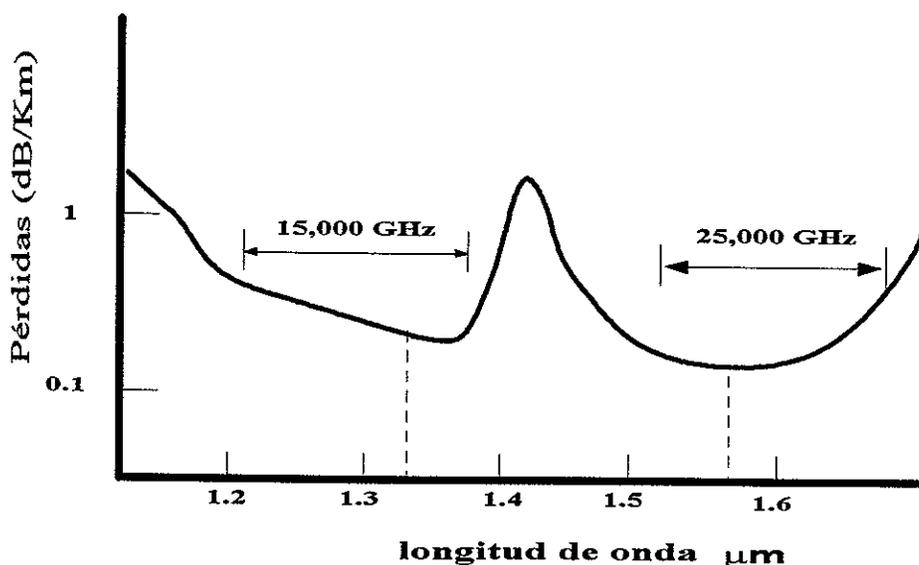


Figura 6. Atenuación de una señal óptica en función de la longitud de onda en una fibra óptica monomodo convencional

### II.3 APLICACIONES POTENCIALES.

Las ventajas de los sistemas con detección coherente, mencionadas anteriormente, se traducen en los siguientes beneficios en el desempeño de los sistemas de comunicaciones:

- a) distancias de transmisión substancialmente superiores [Shimada, 1995],
- b) posibilidad del uso de modulación angular (frecuencia y fase ópticas, e incluso polarización) [Kazovsky, 1996],
- c) posibilidad de multicanalización por división en longitud de onda, con gran densidad de canales en una sola fibra [Betti, 1995].

Estas características permiten aplicaciones tales como redes interoceánicas con multicanalización por división de frecuencia (FDM) (ver figura 7) [Ryu, 1995], sistemas de transmisión y distribución de alta velocidad (figura 8), redes locales y de comunicaciones de banda ancha (figura 9), así como sistemas de comunicaciones ópticas espaciales coherentes, entre otras.

Sin embargo, como se ha mencionado anteriormente, para poder realizar estas aplicaciones, deben resolverse primero problemas fundamentales referentes a los dispositivos ópticos y optoelectrónicos, así como de los sistemas de comunicaciones. Es en este contexto que se encuadra el presente trabajo, en particular, en el área de sincronización de fase, tema que será discutido en los capítulos siguientes.

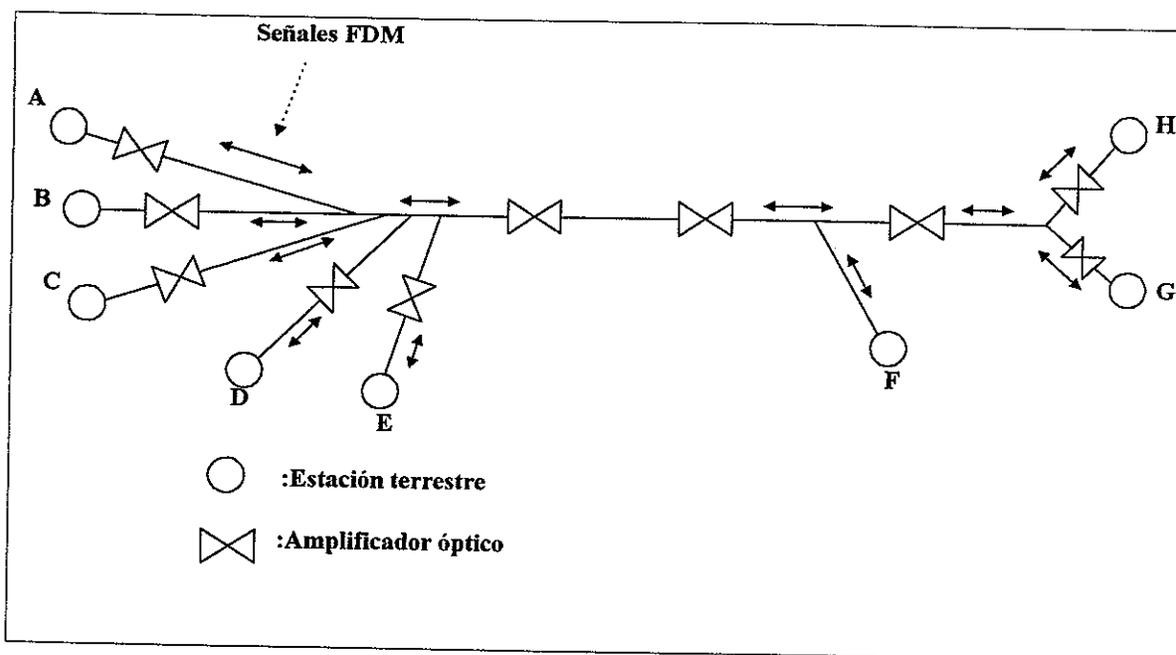


Figura 7. Red interoceánica óptica coherente

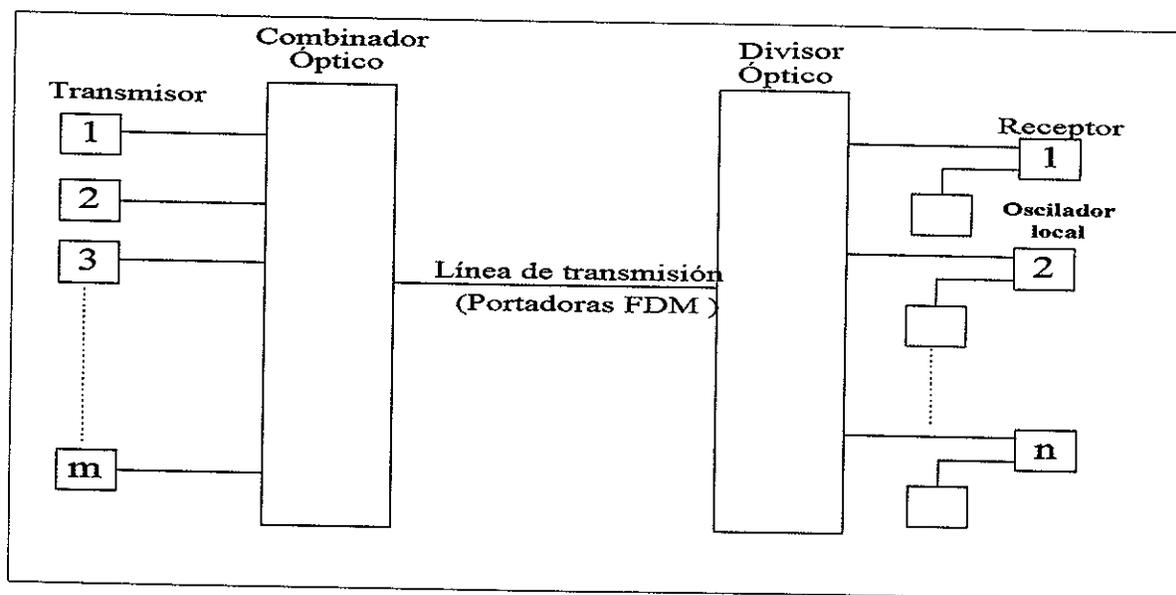


Figura 8. Sistema FDM coherente

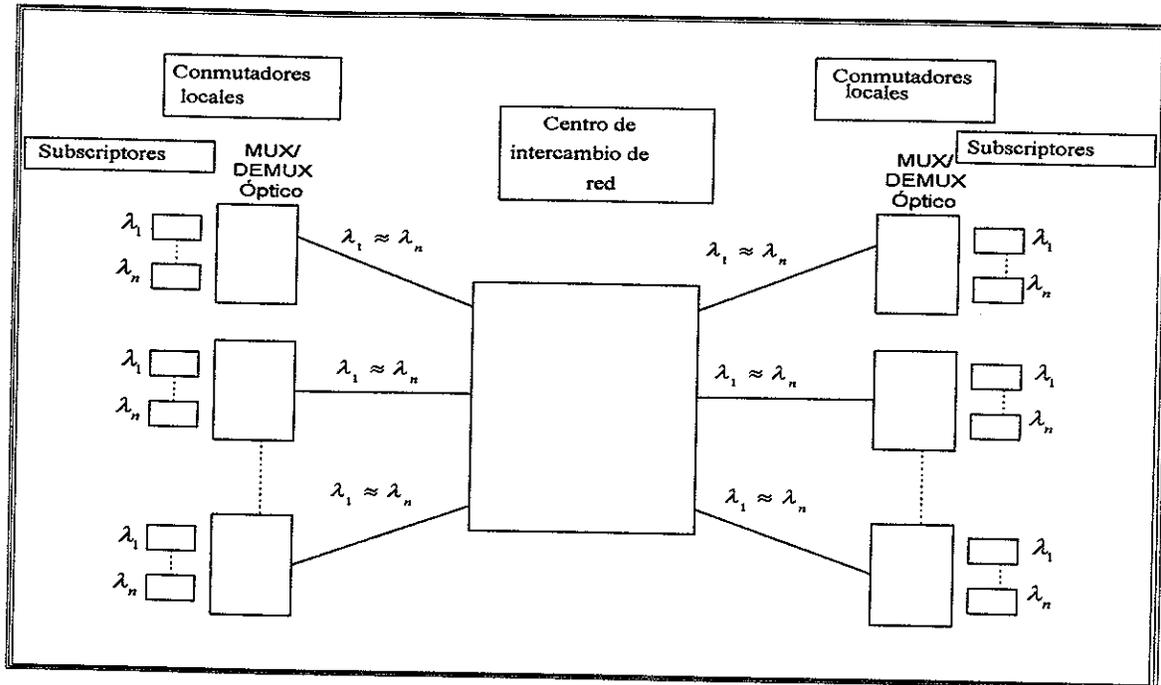


Figura 9. Red de comunicaciones de banda ancha

## **CAPÍTULO III. SISTEMAS DE SINCRONIZACIÓN DE FASE.**

### **III.1 INTRODUCCIÓN.**

En el capítulo anterior, se describieron los principios básicos de operación de los sistemas de comunicaciones ópticas con detección coherente, asimismo, se mencionaron las ventajas, desventajas, aplicaciones potenciales y limitaciones de los mismos, observando que uno de los requerimientos fundamentales para el funcionamiento adecuado de éstos, es la sincronía de frecuencia entre el oscilador local y la señal de información, y adicionalmente de la sincronía de fase de las mismas para los sistemas con detección óptica homodina.

Tradicionalmente, para sincronizar la fase y frecuencia de dos señales eléctricas se hace uso de algún tipo de lazo de amarre de fase (PLL o alguna variante del mismo, lazos de Costas, etc.). A continuación, describiremos brevemente en primer lugar, la operación de este tipo de lazos para señales eléctricas, y más adelante describiremos su "extrapolación" al dominio óptico.

### **III.2 SISTEMAS DE SINCRONIZACIÓN PARA COMUNICACIONES COHERENTES.**

La sincronización en las comunicaciones coherentes consiste en la estimación de dos parámetros de la señal recibida: la frecuencia y el tiempo. En particular, en la operación de sistemas de comunicaciones digitales se pueden distinguir entre varios tipos de sincronización. Algunos de estos son la sincronización de reloj, la sincronización de portadora, la sincronización de nodo y

de palabra de código, así como la sincronización de trama y la sincronización de red.

La sincronización de portadora es requerida para la operación de un desmodulador coherente. La detección de datos eficiente requiere que el receptor conozca cuándo termina un dato y cuándo comienza el otro (sincronización de reloj).

Si la codificación es una parte del diseño de la forma de onda, entonces el decodificador no puede operar a menos que los símbolos recuperados puedan ser separados en grupos apropiados. Además, para la reconstrucción adecuada de los datos a partir de sus muestras de tiempo originales, el regenerador debe (si se utiliza multicanalización por división de tiempo) ser sincronizado con las muestras de los datos. Este proceso de alineamiento en la escala de tiempo es llamado sincronización de trama.

Dependiendo del sistema bajo consideración, se encontrarán más arriba en la jerarquía problemas de sincronización de palabra, trama, paquete y, red. Una característica que distingue estos últimos problemas de aquellos de sincronización de bit y de portadora es que usualmente son resueltos por medio del diseño especial del formato del mensaje, incluyendo la inserción repetitiva de bits o palabras en la secuencia de datos solamente para propósitos de sincronización. Por otro lado, es deseable que la sincronización de bit y de portadora sean efectuadas sin utilizar señales especiales de temporización multicanalizadas conjuntamente con la señal de datos.

Los sistemas de comunicaciones digitales que son eficientes en la utilización de la potencia y en el empleo del ancho de banda usan pulsos de señalización síncronos (uniformemente espaciados) y desmodulación coherente de la señal recibida.

La desmodulación adecuada de la portadora modulada requiere una portadora local de referencia que tenga una fase y frecuencia que guarden una relación apropiada con respecto a la señal recibida.

De manera análoga, la detección adecuada de la señal de datos requiere un reloj local que esté perfectamente alineado con los pulsos recibidos.

Los componentes del sistema que generan las referencias necesarias son conocidos como sincronizadores de portadora y de reloj. En este capítulo se describirán solamente los sincronizadores de portadora.

### III.2.1 SINCRONIZACIÓN DE PORTADORA.

Como se mencionó en el inciso anterior, los sistemas de comunicación más eficientes no contienen componente espectral, ya sea a la frecuencia de la portadora o a la frecuencia de reloj. En este tipo de sistemas la señal transmitida toma usualmente la forma  $s(t) = \sqrt{2S}m(t)\text{sen}[\omega_0 t + \theta(t)]$  donde  $\omega_0$  y  $\theta(t)$  son la frecuencia y la fase de la portadora respectivamente, y la modulación lineal  $m(t)$  no contiene componente de corriente directa en su espectro de potencia, por lo tanto no es posible utilizar un lazo de amarre de fase (PLL) convencional para recuperar la portadora a partir de la señal recibida.

Sin embargo, han sido propuestos una diversidad de métodos para generar una portadora de referencia a partir de la forma de onda recibida, los cuales se han empleado ampliamente en el dominio radioeléctrico, tales como el lazo cuadrador, lazo de Costas, lazo ayudado por decisión lógica. Éstos han sido ampliamente estudiados, existiendo excelentes referencias al respecto [ver por ejemplo, Lindsey, 1973, ó Stiffler, 1971]; aquí se incluirán solamente los conceptos más importantes de los mismos.

### III.2.1.1 LAZO CUADRADOR.

El funcionamiento básico de este lazo es el siguiente (veáse figura 10): la señal de portadora suprimida recibida  $y(t) = s(t) + n(t)$  ( $s(t)$  fue definida en el inciso anterior y  $n(t)$  es ruido aditivo de amplitud) es pasada por un filtro paso-banda  $H(s)$  y elevada al cuadrado para eliminar la modulación  $m(t)$  y después es procesada por otro filtro paso-banda; el término de doble frecuencia resultante es sincronizado por medio de un PLL. Cuando la salida del PLL es dividida entre dos se tiene disponible entonces una señal de referencia coherente para propósitos de desmodulación y sincronización.

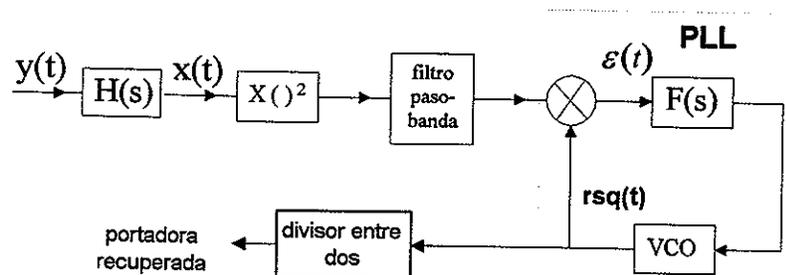


Figura 10 Lazo cuadrador

### III.2.1.2 PLL ÓPTICO CON FOTORRECEPCIÓN BALANCEADA.

En el inciso anterior se describió el funcionamiento del lazo cuadrador, el cual permite generar una componente de portadora cuando se procesa una señal de portadora suprimida. Este tipo de sistemas es conveniente cuando la portadora modulada es una señal eléctrica, sin embargo, su realización no es sencilla para sistemas ópticos.

Por otro lado, si se permite cierta "penalización" de potencia, es decir, que una parte de la potencia se utilice para enviar una componente de la portadora, podría realizarse el proceso de sincronización mediante el uso de un PLL convencional.

La generación de una portadora residual puede obtenerse mediante una modulación "imperfecta" de la fase de la portadora. A continuación describiremos esta técnica de sincronización (con portadora residual) aplicada a sistemas de portadora óptica con detección coherente homodina.

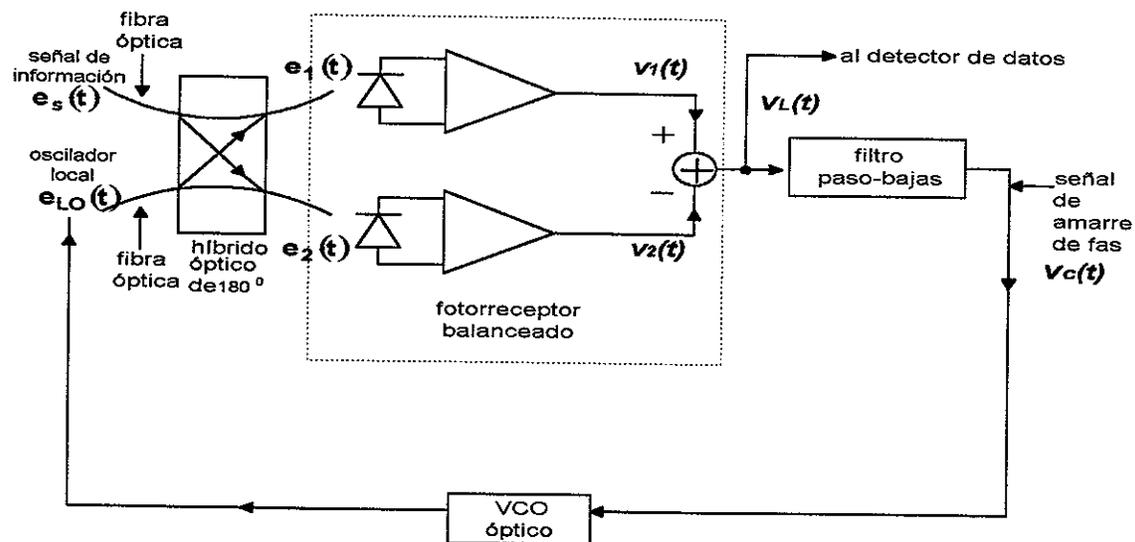


Figura 11 PLL óptico con fotorrecepción balanceada

En la figura 11 se muestra un PLL óptico con fotorrecepción balanceada.

En este caso, la señal óptica recibida  $e_s(t)$  viene dada por:

$$e_s(t) = E_s \cos[2\pi f_0 t + \phi_{NT}(t) + \theta x(t)] \quad (1)$$

donde  $E_s$  es la amplitud de la portadora óptica,  $f_0$ , y  $\phi_{NT}(t)$  son la frecuencia y ruido de fase del láser transmisor respectivamente (el término de ruido de fase no aparece normalmente cuando se utilizan portadoras eléctricas (ver la definición

de  $s(t)$  en la sección III.2.1)),  $\theta < \frac{\pi}{2}$  es el corrimiento de fase del modulador ( $\theta = \frac{\pi}{2}$

representa la modulación BPSK convencional con portadora suprimida) con

$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k u_T(t - kT)$ , donde  $u(t)$  es la forma de onda de la señal eléctrica de

información (en general puede haber sido usado en el transmisor algún filtro para conformar la señal de manera "óptima" para el canal) y  $a_k = \pm 1$  son los datos generados en el  $k$ -ésimo intervalo. La señal óptica recibida (señal óptica de información) puede escribirse como:

$$e_s(t) = E_s e^{j\phi_s(t)} \quad (2)$$

donde la fase  $\phi_s(t)$  está dada por:

$$\phi_s(t) = \theta x(t) + \phi_{NT}(t) + \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

de manera similar, la señal del oscilador local es:

$$e_{LO}(t) = E_{LO} e^{j\phi_{LO}(t)} \quad (4)$$

con

$$\phi_{LO}(t) = \phi_C(t) + \phi_{NLO}(t) \quad (5)$$

donde

$\phi_{NLO}(t)$  es el ruido de fase del oscilador local, y  $\phi_C(t)$  es la fase controlada, determinada por el voltaje de control  $v_c(t)$  a la entrada del oscilador óptico controlado por voltaje (VCO óptico).

Las señales a la salida del híbrido óptico de 180 grados (acoplador óptico) son [Kazovsky, 1996]:

$$e_1(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [e_S(t) + e_{LO}(t)] \quad (6)$$

$$e_2(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [e_S(t) - e_{LO}(t)] \quad (7)$$

estas señales son fotodetectadas dando lugar a los voltajes siguientes:

$$v_1(t) = r_L \Re e_1(t) e_1^*(t) = \frac{1}{2} r_L \Re [P_S + P_{LO} + 2\sqrt{P_S P_{LO}} \cos(\phi_S - \phi_{LO})] + n_1(t) \quad (8)$$

$$v_2(t) = r_L \Re e_2(t) e_2^*(t) = \frac{1}{2} r_L \Re [P_S + P_{LO} - 2\sqrt{P_S P_{LO}} \cos(\phi_S - \phi_{LO})] + n_2(t) \quad (9)$$

donde  $r_L$  es la resistencia de carga (no indicada en la figura) de las etapas de fotorrecepción,  $\Re [AWatts]$  es la responsividad de ambos fotodetectores,  $P_S$  y  $P_{LO}$  son las potencias de la señal recibida y del oscilador local respectivamente, y  $n_1(t)$ ,  $n_2(t)$  son procesos de ruido (ruido "shot"), que se supone, predominan sobre el ruido térmico en la etapa de fotorrecepción. Tomando la diferencia entre ambos voltajes, se obtiene el voltaje  $v_L(t)$ :

$$v_L(t) = -2r_L \Re \sqrt{P_S P_{LO}} \cos(\phi_S - \phi_{LO}) + n_T(t) \quad (10)$$

donde  $\mathbf{n}_T(\mathbf{t})$  denota el proceso de ruido total obtenido de la diferencia  $\mathbf{n}_1(\mathbf{t})-\mathbf{n}_2(\mathbf{t})$ , el cual, como veremos más adelante es un proceso aleatorio Gaussiano con densidad espectral  $\mathbf{q}r_L^2\Re P_{LO}$  donde  $\mathbf{q}$  es la carga del electrón. Sustituyendo las ecuaciones (5) y (6) en (10), obtenemos:

$$v_L(\mathbf{t}) = 2r_L \Re \sqrt{P_S P_{LO}} \text{sen} \theta x(\mathbf{t}) \cos(\phi_e(\mathbf{t})) + 2r_L \Re \sqrt{P_S P_{LO}} \cos \theta \text{sen}(\phi_e(\mathbf{t})) + n_T(\mathbf{t}) \quad (11)$$

donde:

$$\phi_e(\mathbf{t}) = \phi_N(\mathbf{t}) - \phi_C(\mathbf{t}) \quad (12)$$

y

$$\phi_N(\mathbf{t}) = \phi_{NT}(\mathbf{t}) - \phi_{NLO}(\mathbf{t}) \quad (13)$$

con una notación más sencilla, podemos escribir:

$$v_L(\mathbf{t}) = A_D(\mathbf{t}) + A_{PL} \text{sen} \phi_e(\mathbf{t}) + n_T(\mathbf{t}) \quad (14)$$

donde los nuevos símbolos significan:

$$A_D(\mathbf{t}) = 2r_L \Re \sqrt{P_S P_{LO}} \text{sen} \theta x(\mathbf{t}) \cos(\phi_e(\mathbf{t})) \quad (15)$$

$$A_{PL} = 2r_L \Re \sqrt{P_S P_{LO}} \cos \theta \quad (16)$$

En la ecuación (14) pueden reconocerse tres términos, la señal que contiene la información que será procesada posteriormente por el detector de datos, la señal de error de fase que será usada por el PLL para el encadenamiento, y el ruido. El efecto de una desviación de fase  $\theta < \frac{\pi}{2}$  es la reducción de potencia del término útil para la detección de los datos por un factor de  $\text{sen} \theta$  que da origen a una señal de error de fase que es multiplicada por un

factor  $\cos\theta$ . Como una consecuencia, la penalización de potencia debida a la transmisión de portadora residual es [Kazovsky, 1996]:

$$\Delta P_{RC} = 10 \log_{10} \frac{1}{\sin^2 \theta} \text{ [dB]} \quad (17)$$

Como la señal  $v_L(t)$  es empleada tanto para la detección de los datos como para el control de fase del VCO (a través del filtro de lazo), podemos ver de estas ecuaciones que el desempeño del receptor es afectado por tres fuentes mayores de deterioro: el error de fase  $\phi_e(t)$ , el ruido  $n_T(t)$ , y, la diafonía entre las ramas de los datos y de amarre de fase del receptor. La última de estas interferencias desaparecería si la desviación de fase  $\theta$  fuera igual a  $\pi/2$  (modulación BPSK con portadora suprimida). En dicho caso, sin embargo, la señal de error de fase sería igual a cero y no sería posible recuperar la portadora.

### III.2.2.1 LAZO DE COSTAS ELÉCTRICO.

En el inciso anterior analizamos el funcionamiento de un PLL óptico balanceado, donde se observó, que para que éste pueda funcionar adecuadamente, se requiere de la presencia de una componente de portadora residual (modulación PSK imperfecta), sin embargo, existen otros tipos de lazos capaces de operar con portadora suprimida, tales como, el lazo cuadrador discutido anteriormente y el lazo de Costas, el cual describiremos a continuación, en primer lugar para portadora eléctrica y posteriormente para portadora óptica.

En el lazo de Costas (figura 12), la fase de la portadora de datos es extraída a partir de la señal eléctrica de portadora suprimida  $s(t)$  más ruido  $n_i(t)$ , multiplicando los voltajes de entrada de los detectores de fase (multiplicadores) con la señal producida a la salida del VCO y con una versión con  $90^\circ$  de desfaseamiento de la misma, filtrando los resultados, y usando esta señal para controlar la fase y frecuencia del VCO del lazo.

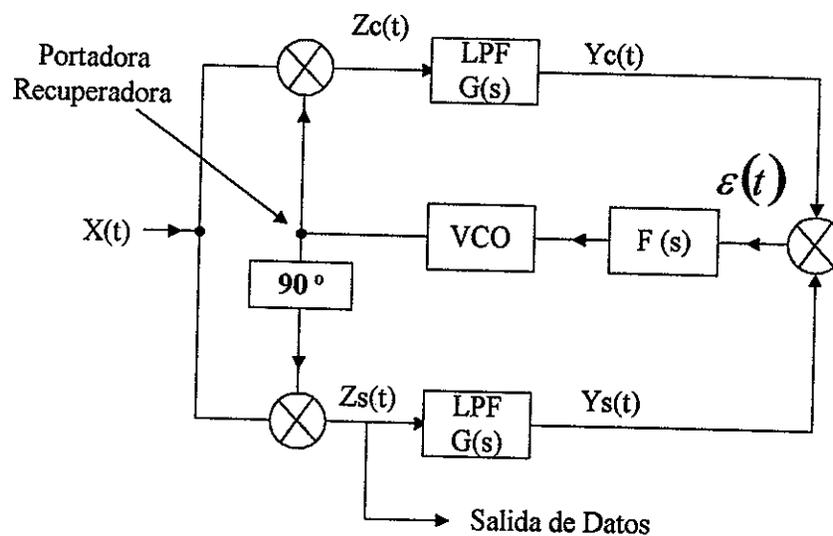


Figura 12 Lazo de Costas

El lazo de Costas puede ser realizado con circuitos de integración y descarga (obteniéndose un lazo auxiliado por decisión lógica) reemplazando los filtros paso-bajas en las ramas de fase y cuadratura, mejorando por lo tanto la inmunidad al ruido. A este tipo de circuitos se les debe suministrar información de temporización, esto es, el instante en el cual iniciar y terminar la integración [Spilker,1977]. Por otro lado, si por cuestiones de simplicidad se desea utilizar

filtros paso-bajas en las ramas de fase y cuadratura, entonces los filtros pueden ser diseñados para aproximar la integración y descarga haciendo  $\omega_i = 2Tb$ .

El lazo de Costas es único en cuanto que realiza tanto la reconstrucción de portadora de fase coherente como la detección de datos síncrona dentro del lazo. El lazo superior es denominado el lazo en cuadratura o de sincronización y funciona como un PLL típico entregando una señal de error "corrompida"  $Y_c(t)$ . El lazo inferior, en fase o de decisión provee la extracción de los datos a la salida del mezclador inferior y corrige la "corrupción" de  $Y_c(t)$ . La señal de error corregida,  $\varepsilon_0(t)$  es aplicada a través del filtro de lazo  $F(s)$  al VCO el cual tiene un estimado de fase de la forma  $\cos \Phi(t)$ .

Aunque para altas relaciones de señal a ruido el desempeño del lazo cuadrador y el lazo de Costas es el mismo [Lindsey,1973], se prefiere frecuentemente a éste último debido a que sus circuitos son menos sensibles a desviaciones de la frecuencia central y son generalmente capaces de operar en un ancho de banda más amplio. Una desviación grande de frecuencia puede ser tolerada sin ampliar el ancho de banda de los filtros paso-bajas en cada canal debido a que la operación de lazo cerrado del VCO puede sincronizar y eliminar las desviaciones lentas de frecuencia antes de que la señal entre al filtro paso-bajas. Sin embargo, debe tenerse cuidado en que el retardo de grupo en ambos canales sea el mismo. Los filtros de fase y cuadratura de banda base del canal realizan la operación equivalente al de un filtro paso-banda que sincroniza la señal en la frecuencia central. En la técnica del lazo cuadrador por otro lado, el lazo

debe estar precedido por un filtro paso-banda lo suficientemente ancho para acomodar tanto la deriva de frecuencia como el espectro de la señal o debe usarse un lazo de control automático de frecuencia (CAF) alrededor del filtro paso-banda.

En ausencia de una deriva de frecuencia, los filtros paso-bajas son el equivalente del filtro paso-banda en el lazo cuadrador, y el desempeño es idéntico en ambos [Lindsey,1973].

### III.2.2.2 LAZO DE COSTAS ÓPTICO.

Como se vió en el inciso III.2.1.2 puede hacerse uso de un PLL óptico balanceado para propósitos de regeneración de portadora siempre y cuando exista un elemento de portadora residual en la señal recibida, en caso contrario, debe hacerse uso de un lazo no lineal, como por ejemplo de un lazo de Costas óptico, el cual será descrito a continuación (veáse figura 13). En esta configuración, se introducen la señal óptica de información y el oscilador local a un híbrido (acoplador óptico) de 90°, el cual tiene dos ramas (de manera análoga al lazo de Costas eléctrico): la rama en fase (I), y la rama en cuadratura (Q). La fase óptica del oscilador local a la salida del híbrido es desfasada 90°.

Las señales de salida de las ramas I y Q pueden obtenerse ignorando los términos no esenciales como [Ryu,1995]:

$$i_I = \cos(\phi_m(t) + \phi_s - \phi_{Io} + \phi_{NI}(t)) \quad (18)$$

$$i_Q = \text{sen}(\phi_m(t) + \phi_s - \phi_{Io} + \phi_{NQ}(t)) \quad (19)$$

donde  $\phi_s$ , y  $\phi_{lo}$  son las fases de la portadora y del oscilador local respectivamente,  $\phi_m(t) = \{0 \text{ ó } \pi\}$  es el cambio de fase debido a la modulación BPSK, y  $\phi_{NI}(t)$ , y  $\phi_{NQ}(t)$  son los procesos de ruido de fase de las ramas en fase y cuadratura respectivamente. Estas señales son multiplicadas por un mezclador electrónico, obteniéndose a la salida la señal:

$$i_{MIX} = \text{sen}[2(\phi_s - \phi_{lo} + \phi_{MIX}(t))] \quad (20)$$

donde  $\phi_{MIX}(t)$  es el proceso de ruido de fase a la salida del mezclador. La señal  $i_{MIX}$  es filtrada y utilizada para controlar la fase y frecuencia del oscilador local. El funcionamiento de un lazo de Costas óptico es similar al eléctrico con la diferencia básica de la aparición de un término de ruido de fase originado esencialmente por las contribuciones de los ruidos de fase del oscilador local y del láser transmisor. Además los mezcladores de las ramas de fase y cuadratura son optoelectrónicos.

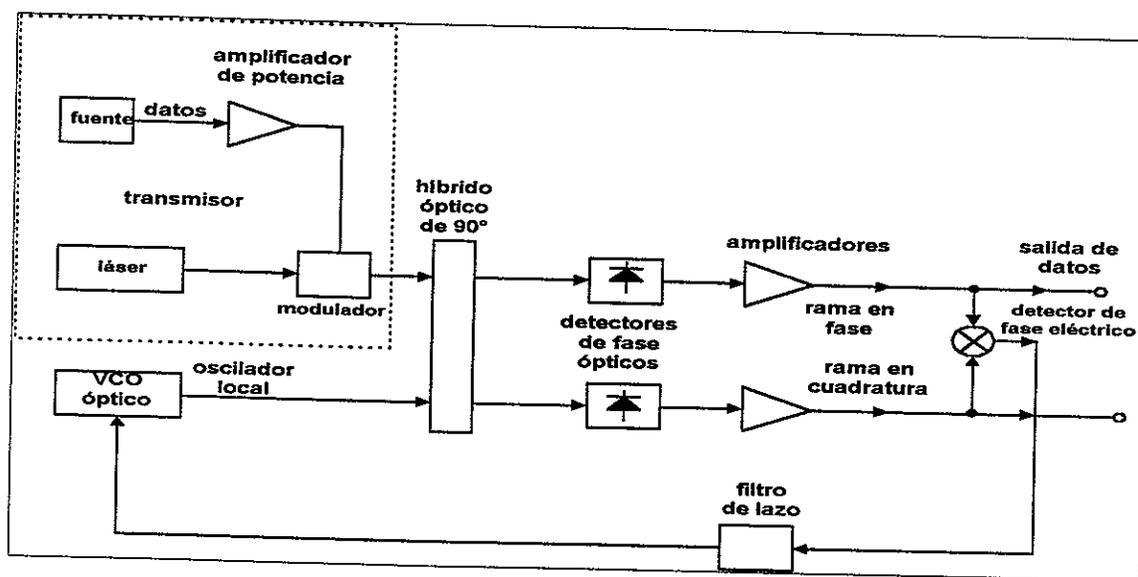


Figura 13. Lazo de Costas óptico homodino

### III.3 ESTIMADOR-CORRELACIONADOR.

En los incisos anteriores se han descrito diversas alternativas de realización para sistemas de sincronización de portadora, los cuales se utilizan como parte de un sistema de desmodulación de fase. La obtención de los datos en banda base puede realizarse también mediante el uso de una estructura conocida como estimador-correlacionador, en la cual, como su nombre lo indica, no se realiza propiamente una desmodulación, sino más bien, un proceso de estimación de los datos. Aunque en un capítulo posterior se describe en detalle la operación del estimador-correlacionador, en la figura 14 se ilustra, por conveniencia, una realización de dicho esquema con aplicación en comunicaciones ópticas coherentes.

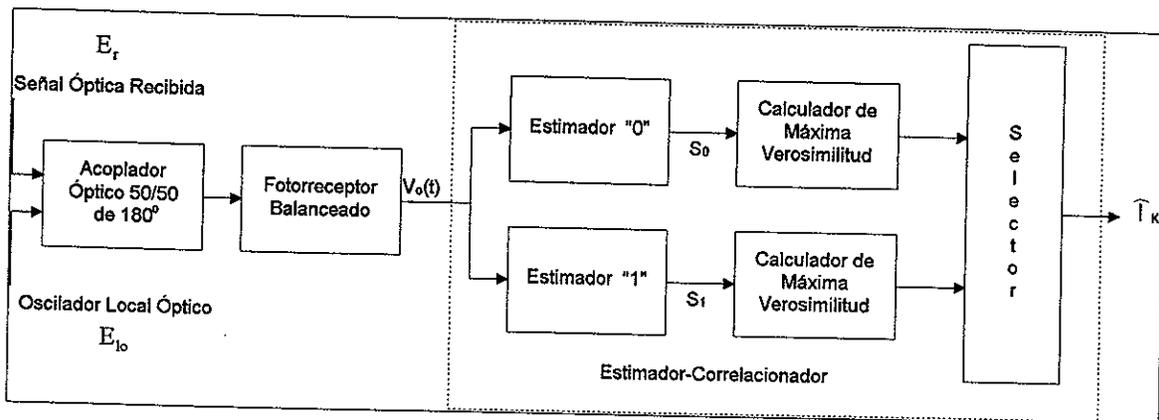


Figura 14. Receptor estimador-correlacionador.

## CAPÍTULO IV. EL PROBLEMA DEL FILTRAJE.

### IV.1 INTRODUCCIÓN.

En el capítulo anterior se describieron diversas estructuras utilizadas para la sincronización de fase de una portadora. En general, para llevar a cabo esta sincronización es necesario realizar la operación de estimación de la fase. En este capítulo se describe la forma en que se obtienen algunas de estas estructuras de estimación de fase (PLL, y lazo de Costas), para el caso en el cual el parámetro por estimar (la fase) es desconocido, pero no aleatorio. Éste es un caso particular de un problema más general conocido como el "problema del filtraje".

Este "problema" se presenta en una gran variedad de disciplinas de la ingeniería (incluyendo, por ejemplo, el control óptimo, radar, sonar, y comunicaciones). Para describirlo haremos uso de la figura 15.

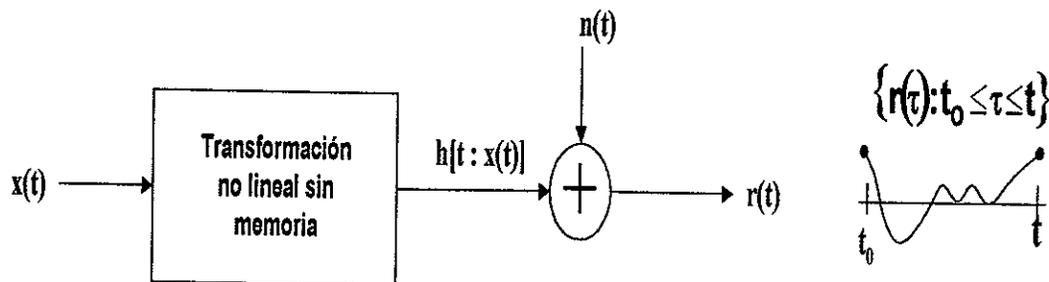


Figura 15 Modelo para el problema del filtraje

En la figura 15 una señal estocástica  $x(t)$  sufre una transformación no lineal sin memoria obteniéndose la señal  $h[t : x(t)]$  que es observada con una perturbación aleatoria aditiva  $n(t)$ . Las observaciones están disponibles sobre un intervalo  $[t_0, t]$  que se extiende desde un tiempo de inicio arbitrario  $t_0$  hasta el fin

del intervalo  $t$ , el cual se mueve a lo largo del eje temporal en tiempo real, conforme se acumulan datos adicionales.

El "problema del filtraje" consiste en la determinación de un estimado puntual óptimo realizable de  $\mathbf{x}(t)$  basándose en todos los datos disponibles  $\{\mathbf{y}(\tau): t_0 \leq \tau \leq t\}$ .

Es conveniente definir varios términos empleados en la descripción del problema del filtraje tales como [Snyder, 1969]:

**1. Óptimo:** Se asume que el estimado de  $\mathbf{x}(t)$  satisface algún criterio especificado de optimalidad ( por ejemplo, máxima verosimilitud **MV**, máximo a posteriori **MAP**, mínimo error cuadrático medio **MMSE**, etc.). En particular, el criterio que emplearemos en este trabajo es, el del *mínimo error cuadrático medio* ( conocido por sus siglas en inglés: **MMSE**). Este no es un criterio especialmente restrictivo dado que frecuentemente el estimado que minimiza el error cuadrático medio, es también óptimo para otros criterios [Van Trees, 1968].

**2. Realizable:** La realizabilidad del estimado de  $\mathbf{x}(t)$  se refiere al hecho de que depende solamente de los valores pasados y presentes de los datos observados. El estimado, puede ser generado por lo tanto en tiempo real como la respuesta de un sistema físico comúnmente llamado el *procesador óptimo, estimador, o filtro*.

**3. Estimado puntual:** El estimado de  $\mathbf{x}(t)$  es visto solamente en el punto final desplazable del intervalo de observación. No se realiza ningún intento por actualizar o mejorar cualquier estimado previo, conforme llegan nuevos datos.

## IV.2 ALTERNATIVAS DE SOLUCIÓN AL PROBLEMA DEL FILTRAJE.

El problema del filtraje fue formulado en primer lugar por Wiener [Snyder, 1969] en los Estados Unidos y por Kolmogorov [Snyder, 1969] en la Unión Soviética. Trabajando independientemente, ellos resolvieron el problema de filtraje "lineal", en el cual, el criterio de optimalidad requiere que el estimado de  $\mathbf{x}(t)$  sea una transformación lineal de  $\mathbf{r}(t)$  que minimice el error cuadrático medio de estimación. En el contexto de la teoría de Wiener-Kolmogorov, todos los procesos aleatorios son caracterizados por funciones de correlación. No se requiere ninguna otra propiedad estadística de los procesos, ni tampoco se utiliza en caso de conocerla. El filtro lineal óptimo, cuya salida es el estimado deseado  $\mathbf{y}(t)$  cuando la entrada es  $\mathbf{r}(t)$ , está especificado en términos de las funciones conocidas de correlación mediante una ecuación integral llamada la ecuación de Wiener-Hopf [Van Trees, 1971]:

$$\mathbf{y}(\tau) = \int_0^{\infty} \mathbf{R}(\tau - \alpha) \mathbf{h}(\alpha) d\alpha \quad (\text{ecuación de Wiener-Hopf}) \quad (21)$$

donde  $\mathbf{R}(\tau)$  es la función de autocorrelación de  $\mathbf{r}(t)$ ,  $\mathbf{h}(t)$  es la respuesta al impulso del filtro lineal óptimo,  $\mathbf{y}(\tau)$  es el estimado de  $\mathbf{x}(t)$  para  $0 < \tau < \infty$ .

La restricción de linealidad impuesta por Wiener y Kolmogorov es severa en algunas aplicaciones. Sin embargo, puede demostrarse que cuando  $\mathbf{x}(t)$  y  $\mathbf{n}(t)$  son funciones muestra de un proceso Gaussiano y, adicionalmente  $\mathbf{h}[t : \mathbf{x}(t)]$  es una función lineal de  $\mathbf{x}(t)$ , el estimado con el mínimo error cuadrático medio de  $\mathbf{x}(t)$  es generado mediante una transformación lineal de  $\mathbf{r}(t)$  [Snyder, 1969]. En este

caso, no hay penalización al imponer la restricción de linealidad, y la transformación lineal deseada es obtenida de la solución de la ecuación de Wiener-Hopf. Por otro lado, si  $\mathbf{x}(t)$  o  $\mathbf{r}(t)$  no son Gaussianos o si  $\mathbf{h}[t : \mathbf{x}(t)]$  es una transformación no lineal de  $\mathbf{x}(t)$ , entonces una transformación no lineal de  $\mathbf{r}(t)$  puede proveer un mejor estimado que la transformación lineal obtenida al resolver la ecuación de Wiener-Hopf.

Una teoría alternativa que no tiene restricción de linealidad es la propuesta por Lehan y Parks [Lehan,1953] y, Youla [Youla,1954]. Con esta teoría se requiere, que  $\mathbf{x}(t)$  y  $\mathbf{n}(t)$  sean funciones muestra de un proceso Gaussiano – este es el precio que se paga al remover la restricción de linealidad. Los dos procesos son descritos todavía mediante funciones de correlación y el estimado resultante está especificado en términos de estas funciones mediante una función integral. En general, el estimado es generado a través de una transformación no lineal de  $\mathbf{r}(t)$  siempre y cuando  $\mathbf{h}[t : \mathbf{x}(t)]$  sea una función no lineal de  $\mathbf{x}(t)$ .

Las teorías de Wiener-Kolmogorov y Lehan-Parks-Youla son similares en dos aspectos. Para cada una de ellas, los procesos aleatorios son especificados en términos de las funciones de correlación y los estimados son expresados en términos de estas funciones mediante ecuaciones integrales [Snyder, 1969].

En 1960, Kalman y Bucy [Kalman y Bucy,1961] presentaron un nuevo enfoque para el problema del filtraje lineal. La novedad de su formulación fue la representación de todos los procesos aleatorios mediante ecuaciones de estado o ecuaciones diferenciales en lugar de funciones de correlación. Restringiendo su

atención a procesos Gaussiano-Markovianos, derivaron ecuaciones diferenciales para el estimado. Estas ecuaciones pueden ser usadas para construir un procesador lineal, que es idéntico al especificado por la ecuación de Wiener-Hopf. Sin embargo, hay definitivamente una ventaja práctica en tener una ecuación diferencial para el **estimado** en lugar de la ecuación integral para el **procesador**. Específicamente, es más fácil resolver una ecuación diferencial mediante técnicas analógicas y/o digitales que resolver una ecuación integral y realizar entonces una convolución [Snyder, 1969].

Existe otro enfoque más al problema del filtraje, el cual tiene sus orígenes en los trabajos de Stratonovich de la Unión Soviética y Kushner [Snyder, 1969] de Estados Unidos. Este enfoque complementa las técnicas de Wiener-Kolmogorov, Kalman-Bucy, y Lehan-Parks-Youla ilustrados en la tabla I.

**Tabla I. Enfoques para el problema del filtraje**

		ESTRUCTURA	
		LINEAL	NO LINEAL
Especificación del proceso	Funciones de correlación	WIENER (1949) KOLMOGOROV (1941)	LEHAN Y PARKS (1951) YOULA (1954)
	Ecuaciones de estado	KALMAN Y BUCY (1960) KALMAN (1961)	STRATONOVICH (1960) KUSHNER (1964)

heterodino	Procesamiento en frecuencia intermedia Georghiadis (1985)
homodino	Procesamiento en banda base. Problema abierto (este trabajo)

optico  
no lineal

Stratonovich y Kushner usan una representación en variables de estado para todos los procesos aleatorios y no hay restricción de linealidad, por lo tanto el procesador puede resultar no lineal. El estimado es descrito por una ecuación diferencial, por lo tanto las ventajas computacionales del filtraje de Kalman-Bucy se conservan para el caso no lineal. Además, el enfoque de variables de estado es en cierto sentido más general que los otros; los procesos aleatorios incluidos en su formulación son procesos Markovianos continuos de los cuales los procesos Gaussiano-Markovianos son un caso particular.

A continuación, describiremos la aplicación de algunas de las técnicas de filtraje mencionadas, para el caso de portadoras eléctricas moduladas en su fase y con ruido aditivo Gaussiano en el receptor. El caso de las portadoras ópticas se trata en el siguiente capítulo, debido a su complejidad superior.

### IV.3 ESTIMADORES DE FASE ÓPTIMOS.

Como se mencionó en la sección IV.1, existen diversos criterios de optimalidad en la síntesis de estimadores. En particular, a continuación mostraremos la síntesis (**obtención del filtro óptimo**) de estimadores de la fase  $\phi$  de una portadora con amplitud constante, en base al modelo de la figura 15, con la restricción de que  $\mathbf{n}(t)$  sea una función muestra de un proceso Gaussiano y  $\mathbf{x}(t)$ , un proceso desconocido pero no aleatorio. A este modelo le llamaremos "modelo señal más ruido".

### IV.3.1 MODELO “SEÑAL MÁS RUIDO”.

En la figura 16 se observa el modelo “señal más ruido”.

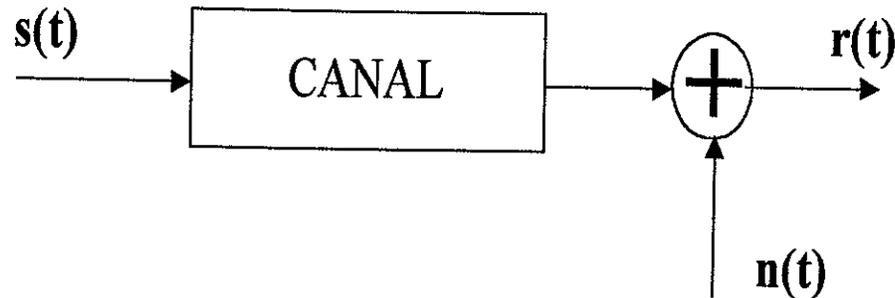


Figura 16 Modelo “señal más ruido”

donde  $\mathbf{s}(t)$  es una señal portadora con  $\mathbf{s}(t) = \mathbf{g}(t)e^{j\theta(t)}e^{j\omega_0 t}$ ,  $\mathbf{g}(t)e^{j\theta(t)}$  es la envolvente compleja de  $\mathbf{s}(t)$  y  $\omega_0$  es la frecuencia angular de la portadora.

La señal  $\mathbf{r}(t)$  está dada por:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(t) &= \mathbf{c}(t)e^{j\Delta\omega t}\mathbf{s}(t - \tau) + \mathbf{n}(t) \\ &= \mathbf{c}(t)e^{j\Delta\omega t}\mathbf{g}(t - \tau)e^{j\theta(t-\tau)}e^{j\omega_0(t-\tau)} + \mathbf{n}(t) \\ &= \mathbf{s}(t; \Psi) + \mathbf{n}(t) \end{aligned} \quad (22)$$

donde  $\mathbf{c}(t)e^{j\Delta\omega t}$  es la envolvente compleja del canal, el cual, introduce un retardo  $\tau$  a la señal de entrada,  $\mathbf{n}(t)$  es ruido blanco Gaussiano y  $\Psi$  es un vector de parámetros por estimar.

Para la síntesis deseada expresaremos  $\mathbf{r}(t)$  mediante una base de coeficientes ortonormales: sea  $[\mathbf{f}_k(t)]$  un conjunto base ortonormal, entonces, la

señal  $r(t)$  puede ser descrita mediante un conjunto de coeficientes  $[r_1, r_2, \dots, r_N]$  en este conjunto base como (ver figura 17):

$$r(t) = \sum_{k=1}^N r_k f_k(t) \quad (23)$$

donde los coeficientes  $r_k$  de la expansión pueden calcularse mediante la siguiente ecuación (veáse figura 18):

$$r_k = \int_{T_0} r(t) f_k^*(t) dt \quad \text{para } k = 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

Si  $n(t)$  es ruido blanco Gaussiano con media cero, la función de densidad de probabilidad conjunta  $p(\bar{r} | \Psi)$  es de la forma:

$$p(\bar{r} | \Psi) = \prod_{n=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{[r_n - s_n(\Psi)]^2}{2\sigma^2}\right] \quad (25)$$

donde  $r_n = \int_{T_0} r(t) f_n^*(t) dt$ , y  $s_n = \int_{T_0} s(t; \Psi) f_n^*(t) dt$ ,

$$\text{entonces } p(\bar{r} | \Psi) = \left(\frac{1}{2\sigma^2}\right)^N \exp\left(\frac{-1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N [r_n - s_n(\Psi)]^2\right) \quad (26)$$

El estimado de máxima verosimilitud de  $\Psi$  es el vector que maximiza  $p(\bar{r} | \Psi)$ . El teorema de Parseval nos permite reescribir el exponente en  $p(\bar{r} | \Psi)$  como:

$$\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{n=1}^N [r_n - s_n(\Psi)]^2 = \frac{1}{N_0} \int_{T_0} [r(t) - s(t; \Psi)]^2 dt \quad (27)$$

Maximizar  $p(\mathbf{r} | \Psi)$  es equivalente a maximizar la función de verosimilitud  $\Lambda(\Psi)$ :

$$\Lambda(\Psi) = \exp\left(-\frac{1}{N_0} \int_{T_0} [r(t) - s(t; \Psi)]^2 dt\right) \quad (28)$$

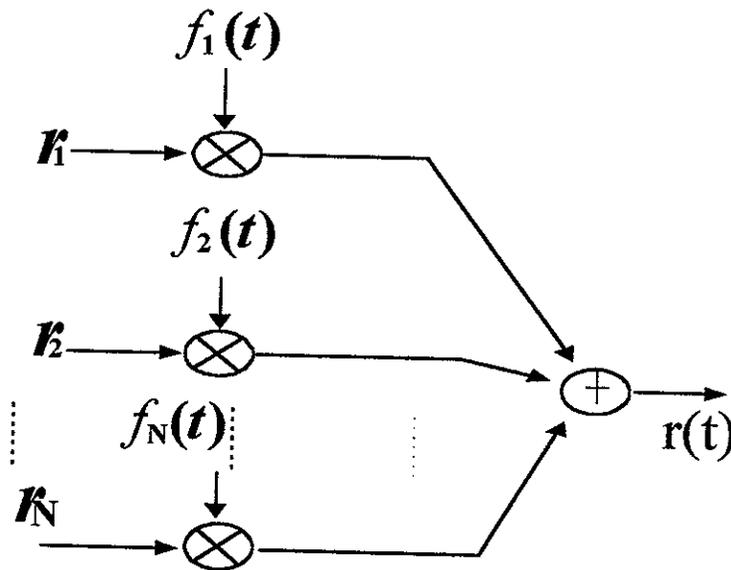


Figura 17 Representación de  $r(t)$  en función de sus componentes

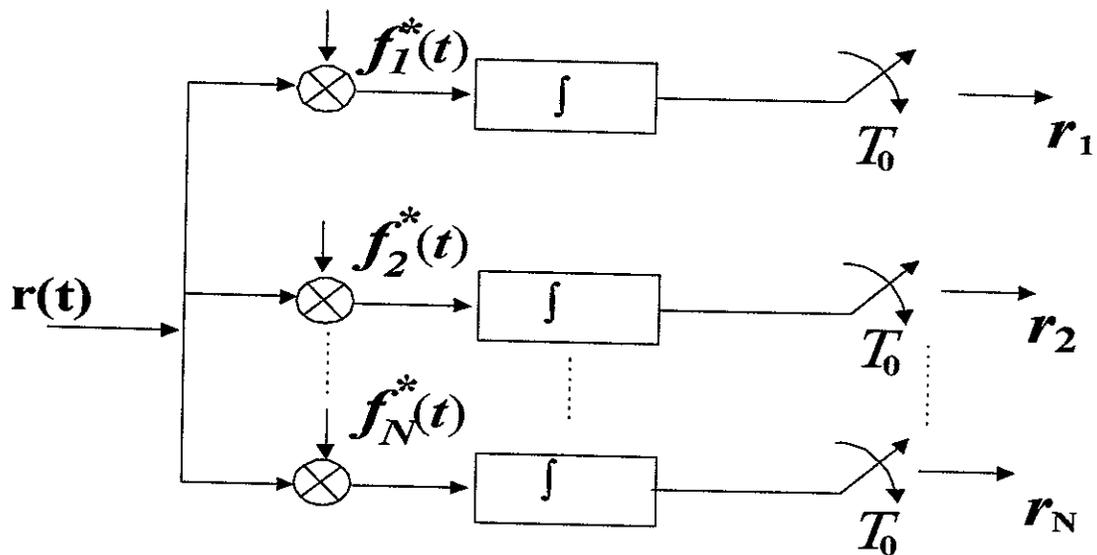


Figura 18 Expansión de la señal recibida  $r(t)$  en una base ortonormal

o la función logaritmo de la verosimilitud

$$\Lambda_L(\Psi) = \ln(\Lambda(\Psi)): \Lambda_L(\Psi) = -\frac{1}{N_0 T_0} \int [r(t) - s(t; \Psi)]^2 dt \quad (29)$$

Dado que nos interesa obtener el estimado de la fase ( $\phi$ ) de una portadora con amplitud constante, desarrollaremos la ecuación (28) con  $\Psi = \phi$ , entonces:

$$\begin{aligned} \Lambda(\phi) &= \exp\left(-\frac{1}{N_0 T_0} \int [r(t) - s(t; \phi)]^2 dt\right) \\ &= \exp\left(-\frac{1}{N_0 T_0} \int [r(t)]^2 - 2r(t)s(t; \phi) + [s(t; \phi)]^2 dt\right) \\ &= \exp\left(-\frac{1}{N_0 T_0} \int [r(t)]^2 dt\right) \exp\left(\frac{2}{N_0 T_0} \int r(t)s(t; \phi) dt\right) \exp\left(-\frac{1}{N_0 T_0} \int [s(t; \phi)]^2 dt\right) \quad (30) \end{aligned}$$

La primera integral es la energía de la señal recibida y es una constante. La tercera integral es la energía de la señal transmitida y es también una constante. Así, la función de verosimilitud depende solamente del término central, un término que reconocemos como la correlación cruzada entre la señal recibida  $r(t)$  y una posible señal transmitida con fases  $\phi$ ,  $s(t; \phi)$ , entonces:

$$\Lambda(\phi) = C \exp\left(\frac{2}{N_0 T_0} \int r(t)s(t; \phi) dt\right) \quad (31)$$

#### IV.3.2 LAZO DE AMARRE DE FASE (PLL).

Sea  $s(t)$  una señal portadora no modulada definida como:

$$s(t; \phi) = \cos(\omega_0 t + \phi)$$

entonces

$$r(t) = A \cos(\omega_0 t + \phi) + n(t) \quad (32)$$

y la función logaritmo de la verosimilitud (31) queda como:

$$\Lambda_L(\phi) = \frac{2A}{N_0} \int_{T_0} r(t) \cos(\omega_0 t + \phi) dt \quad (33)$$

derivando con respecto a  $\phi$  e igualando a cero, se obtiene:

$$\frac{\partial \Lambda_L(\phi)}{\partial \phi} = 0 \Rightarrow \int_{T_0} r(t) \text{sen}(\omega_0 t + \hat{\phi}_{MV}) dt = 0 \quad (34)$$

donde el subíndice MV se refiere al estimado de  $\phi$  de máxima verosimilitud.

Mecanizando la solución obtenida, se tiene un estimador óptimo de la fase en lazo cerrado. La estructura obtenida ( véase figura 19) es conocida como lazo de amarre de fase (PLL).

De manera similar, podemos obtener una estructura de lazo abierto a partir de la ecuación (34). Desarrollando el término  $\text{sen}(\omega_0 t + \hat{\phi}_{MV})$  se tiene:

$$\int_{T_0} [r(t) \text{sen}(\omega_0 t) \cos(\hat{\phi}_{ML}) + r(t) \cos(\omega_0 t) \text{sen}(\hat{\phi}_{ML})] dt = 0 \quad (35)$$

$$\cos(\hat{\phi}_{ML}) \int_{T_0} r(t) \text{sen}(\omega_0 t) dt + \text{sen}(\hat{\phi}_{ML}) \int_{T_0} r(t) \cos(\omega_0 t) dt = 0$$

$$\text{sen}(\hat{\phi}_{ML}) \int_{T_0} r(t) \cos(\omega_0 t) dt = -\cos(\hat{\phi}_{ML}) \int_{T_0} r(t) \text{sen}(\omega_0 t) dt$$

$$\frac{\text{sen}(\hat{\phi}_{ML})}{\text{cos}(\hat{\phi}_{ML})} = \text{tg}(\hat{\phi}_{ML}) = -\frac{\int r(t)\text{sen}(\omega_0 t)dt}{\int r(t)\text{cos}(\omega_0 t)dt}$$

$$\hat{\phi}_{ML} = -\text{tg} \left[ \frac{\int r(t)\text{sen}(\omega_0 t)dt}{\int r(t)\text{cos}(\omega_0 t)dt} \right] \quad (36)$$

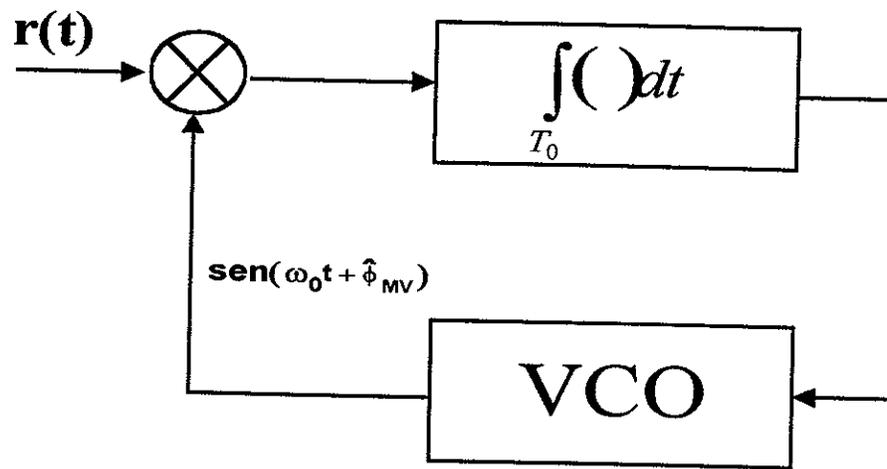


Figura 19. Estimador de fase de máxima verosimilitud de lazo cerrado.

La mecanización de la estructura obtenida a partir de la ecuación (36) se observa en la figura 20.

#### IV.3.3 RECUPERACIÓN DE PORTADORA.

En la síntesis del PLL (inciso anterior), se supuso que la señal de entrada era una senoidal sin modular. A continuación, consideraremos el efecto en la operación del PLL cuando existe información modulando la portadora.

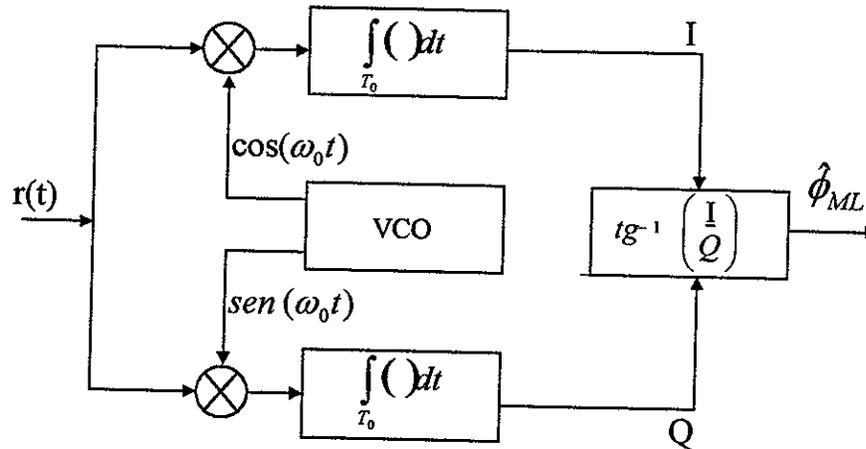


Figura 20. Estimador de fase de máxima verosimilitud de lazo abierto

Sea  $\mathbf{y}(t)$  una señal de doble banda lateral (señal de portadora suprimida), expresada en notación compleja:

$$\mathbf{y}(t) = \text{Re}[\mathbf{A}(t)e^{j2\pi f_c t + \theta}] \quad (37)$$

donde, por el momento, se asume que  $\mathbf{A}(t)$  es un proceso aleatorio real estacionario, el cual, representa la señal moduladora de banda base. Puede demostrarse [Gitlin,1992] que la media y autocorrelación de  $\mathbf{y}(t)$  son respectivamente:

$$\mathbf{E}[\mathbf{y}(t)] = \bar{\mathbf{A}}e^{j2\pi f_c t + \theta} \quad (38)$$

$$\mathbf{R}_{yy} = \mathbf{E}[\mathbf{y}(t)\mathbf{y}(t + \tau)] = \frac{1}{2}\text{Re}[\mathbf{R}_{aa}(\tau)e^{j2\pi f_c \tau}] + \frac{1}{2}\text{Re}[\mathbf{R}_{aa}(\tau)e^{j4\pi f_c t + j2\pi f_c t + j2\theta}] \quad (39)$$

donde  $\bar{\mathbf{A}}$  es la media y  $\mathbf{R}_{aa}(\tau)$  es la función de autocorrelación de  $\mathbf{A}(t)$ ,  $\mathbf{R}_{aa}(\tau) \equiv \mathbf{E}[\mathbf{A}(t)\mathbf{A}(t + \tau)]$ . Nótese que  $\mathbf{y}(t)$  es cicloestacionaria en sentido amplio [Gitlin,1992] dado que la media y la autocorrelación son periódicas (con período

$\frac{1}{f_c}$ ) en  $t$ . Como las funciones periódicas en las ecuaciones (38) y (39) son multiplicadas por funciones "suaves" (que varían lentamente), tales como  $R_{aa}(\tau)$ , en general, no pueden obtenerse líneas espectrales directamente de  $y(t)$ . Por ejemplo,  $E[A(t)]$  generalmente vale cero, en cuyo caso la ecuación (38) no provee ninguna información acerca de la fase o frecuencia de la portadora. Sin embargo, supóngase que el patrón de datos tiene un componente de corriente directa, es decir,  $E[A(t)] = A$  (una constante), entonces  $E[y(t)] = Ae^{j2\pi f_c t + \theta}$  (existe portadora residual), y entonces,  $y(t)$  puede ser alimentada directamente a un PLL para extraer la fase y frecuencia de la portadora. La potencia del transmisor debe incrementarse para proveer un componente de corriente directa en la secuencia transmitida; dado que este es un gasto indeseable e innecesario de potencia, casi sin excepción, los sistemas son diseñados con  $E[A(t)] = 0$ , por lo tanto, la señal recibida no puede ser procesada linealmente para generar una componente de portadora. Así, para derivar sincronía de portadora, debe ser procesada con un sistema no lineal para generar componentes espectrales (ver sección III.2.1.1).

Como vimos en el capítulo anterior, una técnica común para generar las líneas espectrales necesarias para extraer la información de la fase de la portadora, consiste en aplicar la señal modulada a la entrada de un dispositivo de ley cuadrática u otro dispositivo no lineal seguido de un PLL con frecuencia central al doble de frecuencia de la portadora (lazo cuadrador). La salida del dispositivo de ley cuadrática contiene una componente senoidal al doble de la frecuencia

portadora. El PLL actúa como un filtro de banda angosta centrado alrededor de  $2f_c$ , y sirve para suavizar la forma de onda alrededor de esta frecuencia para producir una versión promediada en el tiempo de su entrada.

De la ecuación (32), tenemos, con  $\omega_0 = 2\pi f_c$ ,  $\theta = \phi$ ,  $y(t) = r(t)$ ;

$$y(t) = A \cos(2\pi f_c t + \theta) + n(t) \quad (40)$$

entonces

$$y^2(t) = \frac{A^2(t)}{2} [1 + \cos(4\pi f_c t + 2\theta)] \quad (41)$$

cuyo valor promedio es

$$E[y^2(t)] = \frac{1}{2} R_{aa}(0) [1 + 4\cos(4\pi f_c t + 2\theta)] \quad (42)$$

Si el PLL tiene ganancia unitaria en la vecindad de  $2f_c$ , entonces, el valor medio de la salida tiene una frecuencia  $2f_c$ , una fase  $2\theta$ , y amplitud

$\frac{1}{2} R_{aa}(0) = \frac{1}{2} E[A^2(t)]$ . Suponiendo que el PLL está operando con un error

pequeño, entonces, se tiene a la salida del lazo una señal  $\text{sen}(4\pi f_c t + 2\hat{\theta})$  donde:

$$2 \frac{d\hat{\theta}}{dt} = Ku(t) \text{sen}(2\theta - 2\hat{\theta}) \approx Ku(t) [\hat{\theta}(t) - \theta(t)]$$

$u(t)$  es una versión filtrada paso-bajas de  $A^2(t)$ . Este resultado es alimentado en un

divisor de frecuencia entre dos, el cual produce la salida  $\text{sen}(2\pi f_c t + \hat{\theta} \pm n\pi)$

(veáanse figuras 10 y 21).

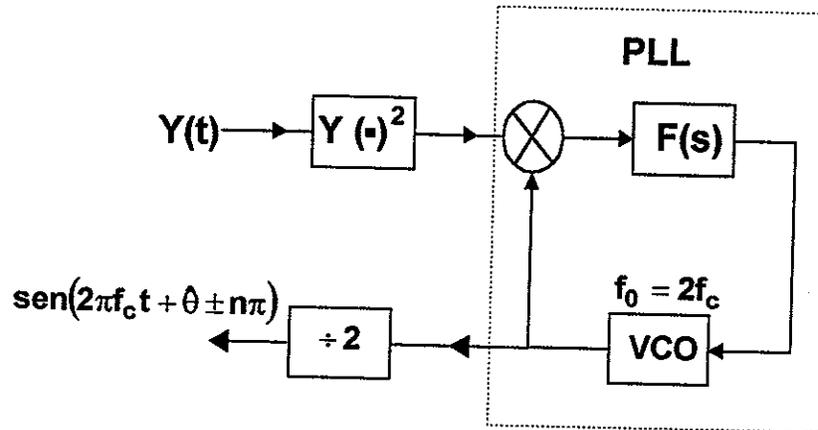


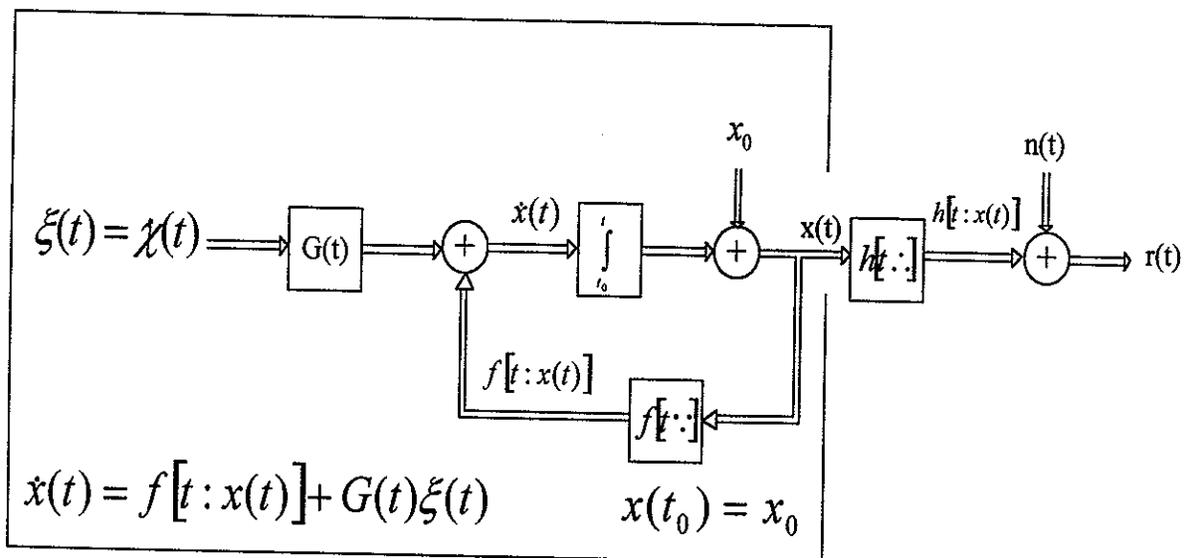
Figura 21. Lazo cuadrador

Como se describió en el capítulo anterior, una técnica alternativa para rastrear la fase de una señal de doble banda lateral con portadora suprimida, es el lazo de Costas (veáse figura 12), el cual es equivalente al lazo cuadrador, teniendo sin embargo, una diferencia importante; un lazo de Costas recupera portadora y realiza desmodulación de fase simultáneamente.

## CAPÍTULO V. ESTIMACIÓN POR MÁXIMA VEROSIMILITUD.

### V.1 INTRODUCCIÓN.

En el capítulo anterior se realizó la síntesis de un lazo estimador de fase basándonos en el uso del "modelo señal más ruido", en el cual se consideró que el parámetro por estimar (la fase) era desconocida pero no aleatoria. A continuación trataremos un caso más general en el cual este parámetro puede ser un proceso aleatorio, como sucede con la fase de una portadora óptica. Para esto utilizaremos el modelo ilustrado en la figura 22.



GENERADOR DE UN PROCESO  
DE MARKOV

Figura 22. Modelo para estimación.

Este modelo consiste de dos partes, una correspondiente a la generación de  $x$  y la otra a una observación de  $x$ . La última parte no es más que una

generalización vectorial del modelo elemental de la figura 15 (modelo para el problema del filtraje). El modelo para estimación corresponde a muchos problemas físicos, en particular, el caso de nuestro interés es el modelo de un sistema de comunicaciones. Para dar una idea de la función de cada una de las diferentes partes del modelo, mencionaremos que en aplicaciones de comunicaciones los mensajes analógicos y disturbios del canal son representados por componentes de  $\mathbf{x}$ , los mensajes modulados son representados como  $h[t : \mathbf{x}]$ , y las señales recibidas son representadas por  $r$ . A continuación describiremos en mayor detalle este modelo.

## V.2 GENERACIÓN DE $\mathbf{x}(t)$ .

La respuesta dinámica de muchos sistemas prácticos puede modelarse por una ecuación diferencial vectorial de la forma [Snyder, 1969]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}[t : \mathbf{x}(t) + \mathbf{G}(t)\dot{\chi}(t)] \quad \text{para } t \geq t_0 \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \tag{43}$$

donde  $\mathbf{x}$  es el vector de estado del sistema,  $\mathbf{x}_0$  es el estado en  $t=t_0$ , y  $\dot{\chi}$  es la excitación. La función  $\mathbf{f}$  es una función posiblemente no lineal de  $\mathbf{x}$  que caracteriza la respuesta homogénea o respuesta libre del sistema. Tanto  $\mathbf{f}$  como  $\mathbf{G}$  son funciones sin memoria del tiempo. Las observaciones de la respuesta  $\mathbf{x}$  constituyen las salidas del sistema.

La ecuación (43) puede escribirse en forma integral como:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{x}_0 + \int_{t_0}^t \mathbf{f}[\tau; \mathbf{x}(\tau)]d\tau + \int_{t_0}^t \mathbf{G}(\tau)d\chi(\tau) \quad (44)$$

o alternativamente mediante la ecuación de Ito [Meyr, 1990]:

$$\begin{aligned} d\mathbf{x}(t) &= \mathbf{f}[\mathbf{x}(t)]dt + \mathbf{G}(t)d\chi(t) \text{ para } t \geq t_0 \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0 \end{aligned} \quad (45)$$

si  $\chi$ , la función de excitación de la ecuación (43) es ruido Gaussiano de banda amplia, entonces podemos aproximarla formalmente como ruido blanco Gaussiano e interpretar la ecuación de estado (43) como la ecuación (45) con  $\chi$  siendo un proceso de Wiener. Una interpretación de la ecuación (45) en este caso, es que en un intervalo de tiempo infinitesimal  $dt$ , el estado tiene un desplazamiento infinitesimal  $d\mathbf{x}$  compuesto de un desplazamiento homogéneo  $\mathbf{f}dt$  y un desplazamiento forzado aleatorio  $\mathbf{G}d\chi$  que es normal con media cero y covarianza  $\mathbf{G}\mathbf{X}\mathbf{G}'dt$  donde  $\mathbf{X}$  es el parámetro del proceso de Wiener  $\chi$ .

En este trabajo estamos interesado en la estimación de procesos Gaussianos estacionarios con espectro racional. Este tipo de procesos pueden ser representados con la notación de la ecuación (45) haciendo [Snyder, 1969]:

1.  $\mathbf{f}[\mathbf{x}(t)] = \mathbf{F}\mathbf{x}(t)$  donde  $\mathbf{F}$  es una matriz invariante con dimensiones  $m \times n$
2.  $\mathbf{G}(t) = \mathbf{G}$  es una matriz  $m \times n$  invariante con el tiempo

3.  $t_0$ , el tiempo inicial, se extiende desde el pasado infinito

### V.3 OBSERVACIÓN DE $x(t)$ .

Supongamos que hay  $p$  señales observadas  $r_1, r_2, \dots, r_p$  que colectamos en un vector definido por:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{h}[t: \mathbf{x}(t)] + \mathbf{n}(t) \quad \text{para } t \geq t_0 \quad (46)$$

Un ejemplo muy sencillo del tipo de observaciones de nuestro interés es provisto por un sistema de modulación de fase para comunicaciones siendo el mensaje un proceso escalar aleatorio Gaussiano:

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{C} \text{sen}[\omega_0 t + \beta \mathbf{x}(t)] + \mathbf{n}(t) \quad (47)$$

para  $t \geq t_0$ .

si suponemos que en cada elemento de  $\mathbf{r}$  está presente un componente de ruido Gaussiano no nulo, podemos representar la ecuación (47) mediante la ecuación de Ito [Meyr, 1990]:

$$d\mathbf{y}(t) = \mathbf{h}[t: \mathbf{x}(t)]dt + d\boldsymbol{\eta}(t) \quad (48)$$

para  $t \geq t_0$ .

donde  $\mathbf{h}$  es un vector de dimensión  $p$  cuyos componentes son transformaciones no lineales sin memoria de  $\mathbf{x}$ .  $\boldsymbol{\eta}(t)$  es un proceso de Wiener vectorial de orden  $P$ . El proceso observado está relacionado con  $\mathbf{y}$  a través de su derivada con respecto al tiempo, es decir,  $\mathbf{r} = \dot{\mathbf{y}}$ , similarmente  $\mathbf{n} = \dot{\boldsymbol{\eta}}$ , es decir,  $\mathbf{n}$  es ruido blanco Gaussiano. Para el desarrollo que realizaremos en el siguiente capítulo se

requerirán algunas características estadísticas de la observación diferencial  $dy = y(t+dt) - y(t)$ , en particular, se requiere conocer la función de probabilidad a priori  $p(dy | x, t)$ , la cual, puede demostrarse que está dada por la siguiente ecuación [Snyder, 1969, Georghiades, 1985]:

$$\frac{\partial p(x, t / r_{o,t}, l_j)}{\partial t} = \frac{1}{2t_c} \frac{\partial^2 p(x, t / r_{o,t}, l_j)}{\partial x^2} + \frac{2}{N_o} p(x, t / r_{o,t}, l_j) [S(x, t, l_j) - ES(x, t, l_j)] [r(t) - ES(x, t, l_j)] \quad (49)$$

Para obtener (49) se supone que el proceso observado  $r = \dot{y}$  se encuentra disponible desde un tiempo inicial de observación  $t_0$  hasta el tiempo presente  $t$ . La forma de onda observada  $\{r(\tau) : t_0 \leq \tau \leq t\}$  se denota como  $r_{t_0,t}$ .

El problema de estimación o filtraje que resolveremos en el siguiente capítulo consiste en la estimación de un vector de estados Markoviano  $x$  en el estado  $t$ , basándonos en la forma de onda observada  $r_{t_0,t}$ . Se buscará un estimado  $\hat{x}(t)$  que minimice el error cuadrático medio:

$$E[(x_i(t) - \hat{x}_i(t))^2] \quad (50)$$

para  $i=1, 2, \dots, m$ , en el tiempo final movable  $t$ . La esperanza indicada es con respecto a la densidad a posteriori:  $p(x : t | r_{t_0,t})$ .

#### V.4 ECUACIONES DEL ESTIMADOR Y LA VARIANZA.

Dos ecuaciones especifican el estimado aproximado de mínimo error cuadrático medio  $\hat{x}^*(t)$ . La primera ecuación es:

$$\hat{x}^*(t) = f[t; \hat{x}^*(t)] + v^*(t) D[h(t; \hat{x}^*)] N^{-1} \{r(t) - h[t; \hat{x}^*(t)]\}$$

$$\hat{x}^*(t_0) = \hat{x}_0 \tag{51}$$

donde  $D[h(t; \hat{x}^*(t))]$  es una matriz de  $n \times m$  donde cada elemento es

$$\frac{\partial h_j[t; \hat{x}^*(t)]}{\partial x_i^*} \quad \text{y:}$$

$$\dot{v}^*(t) = D'[f(t; \hat{x}^*)] v^*(t) + v^*(t) D[f(t; \hat{x}^*)] + G(t) X G'(t)$$

$$+ v^*(t) D[D[h(t; \hat{x}^*)] N^{-1} \{r(t) - h(t; \hat{x}^*)\}] v^*(t) \tag{52}$$

$$v^*(t_0) = v_0$$

nos referiremos a las ecuaciones (51) y (52) como las ecuaciones del estimador y la varianza respectivamente. Obsérvese que en general estas ecuaciones están acopladas; ambas dependen de las observaciones  $r(t)$ .

## CAPÍTULO VI. SÍNTESIS DE UN ESTIMADOR DE LA FASE DE UNA PORTADORA ÓPTICA CON FOTODETECCIÓN HOMODINA.

### VI.1 INTRODUCCIÓN.

En el capítulo anterior se describieron las ecuaciones del estimador y la varianza, así como el planteamiento en variables de estado del problema de estimación. A continuación utilizaremos dichas ecuaciones para la síntesis de un estimador de la fase de una portadora óptica con modulación binaria de la fase (BPSK).

#### VI.1.1 Estimador-correlacionador.

En la figura 23 se ilustra el sistema de comunicaciones ópticas con detección coherente homodina para el cual realizamos la síntesis del estimador mencionado arriba. Este sistema consiste de varias etapas; a) un acoplador óptico cuya función es superponer el campo óptico de la señal de información con el oscilador local, b) una etapa de fotodetección diferencial que utiliza la mezcla de las señales ópticas para obtener una señal eléctrica a la cual denominaremos el **observable**, (a partir de esta señal se realizará la síntesis del estimador), c) el bloque estimador-correlacionador el cual emplea el estimado de la fase para decidir qué dato fue transmitido.

Para la síntesis mencionada se requiere tener en primer lugar, un modelo del sistema de comunicaciones ópticas, al que denominaremos modelo del canal y del cual se describirá su obtención en el siguiente inciso.

## VI.2 MODELO DEL CANAL.

Como se mencionó en el inciso anterior, el observable es obtenido mediante un fotorreceptor diferencial balanceado (ver sección II.1.4). Las señales ópticas a su entrada las describiremos con las ecuaciones siguientes :

$$E_r = \sqrt{2P_r} \text{sen}(\omega_r t + W_1(t) + \theta_1 + I_k(t)) \quad (53)$$

$$E_{i_0} = \sqrt{2P_{i_0}} \text{sen}(\omega_{i_0} t + W_2(t) + \theta_2) \quad (54)$$

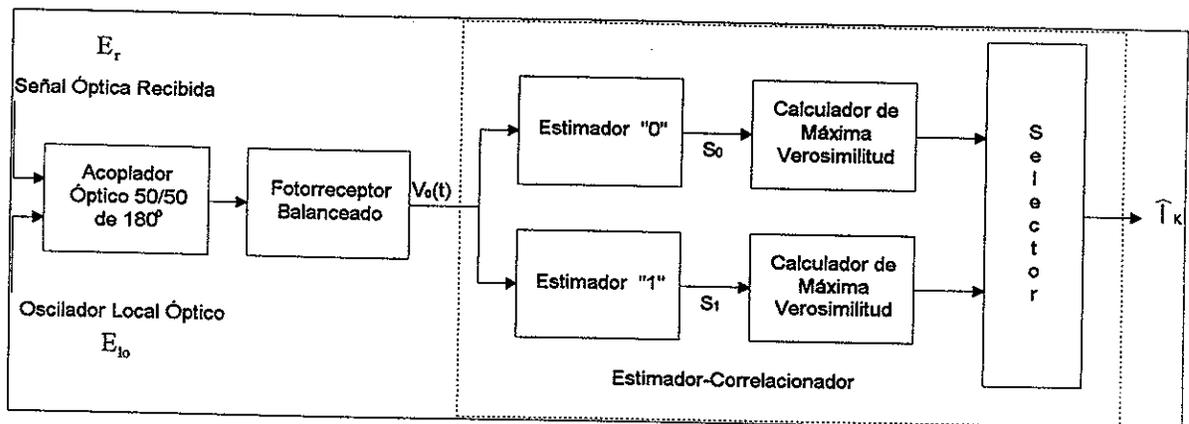


Figura 23 Estimador-correlacionador

donde:

$E_r$ ,  $E_{i_0}$ : campo óptico con fase modulada digitalmente (BPSK) y campo óptico del oscilador local, respectivamente,

$\sqrt{2P_r}$ ,  $\sqrt{2P_{l_0}}$ : amplitud de la señal óptica modulada y del oscilador local, respectivamente,

$\omega_r$ ,  $\omega_{l_0}$ : frecuencia angular de la señal óptica recibida y del oscilador local, respectivamente,

$W_1(t)$ ,  $W_2(t)$ : procesos aleatorios que modelan la inestabilidad (ruido de fase) del transmisor láser y oscilador local, respectivamente,

$\theta_1$ ,  $\theta_2$ : variables aleatorias uniformemente distribuidas entre  $(-\pi, \pi)$ . Estas variables toman en cuenta la ausencia de referencia de fase en el transmisor y en el receptor, respectivamente,

$I_k(t)$ : representa los posibles valores de fase de la señal de modulación,  $I_k(t) = 0$  o  $\pi$  para el tipo de modulación utilizado en este trabajo (modulación BPSK).

Las señales  $E_r$  y  $E_{l_0}$  son mezcladas mediante el acoplador óptico de 180 grados y su salida es fotodetectada diferencialmente para obtener el observable eléctrico  $V_o(t)$  (el proceso detallado mediante el cual se obtiene dicho observable se reporta en el apéndice 2), el cual viene dado por la ecuación (55):

$$V_o(t) = 4A\Re\sqrt{P_r P_{l_0}} \text{sen}(\omega_H t + x + I_k) + n(t) \quad (55)$$

donde:

A: es la ganancia de la etapa de fotorrecepción diferencial

$r$  y  $\mathfrak{R}$ : son la resistencia de carga y la responsividad de los fotodetectores (no mostrados en la figura 23)

$$\omega_H = \omega_r - \omega_{Io} \quad (56)$$

$$W = W_1 - W_2 \quad (57)$$

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 \quad (58)$$

$$x = W + \theta \quad (59)$$

$n(t)$ : ruido aditivo de amplitud generado por el proceso de fotodetección, en el caso que nos ocupa se trata de ruido blanco con una densidad espectral  $S_n(f)$  Gaussiana especificada por la siguiente expresión [Georghiadis,1985, Arvizu Mondragón,1998]:

$$S_n(f) = 2A^2 e I_{cd} r^2 = \frac{N_o}{2} \quad (60)$$

donde:

$e$ : es la carga del electrón

$$I_{cd} = I_{cd_1} + I_{cd_2}$$

$I_{cd_1}$ ,  $I_{cd_2}$ : son las corrientes de corriente directa generadas en la etapa de fotodetección diferencial [Ryu,1995]. Por convención, se utilizó la igualdad de

$S_n(f)$  con  $\frac{N_o}{2}$ , que es la notación usual para la representación en el dominio de la frecuencia del ruido blanco.

Por conveniencia, y con la finalidad de utilizar el cálculo de Ito [Meyr,1990], se hacen las siguientes definiciones:

$$V_o(t) = \sqrt{2P_H} \text{sen}(\omega_H t + x + I_k) + n(t) \quad (63)$$

donde:

$$S(x, t, I_k) = \sqrt{2P_H} \text{sen}(\omega_H t + x + I_k) \quad (63.1)$$

$$4Ar\Re\sqrt{P_r P_{Io}} = \sqrt{2P_H}$$

$$\sqrt{(4Ar\Re)^2 P_r P_{Io}} = \sqrt{2P_H} = \sqrt{2(P_r P_{Io} 8A^2 r^2 \Re^2)}$$

$$P_H = 8P_r P_{Io} A^2 r^2 \Re^2 \quad (64)$$

por otro lado, basándonos en el uso de la integral de Stratonovich [Meyr, 1990] y en el cálculo de Ito [Meyr, 1990] podemos hacer uso de la siguiente igualdad:

$$n(t)dt = \sqrt{\frac{N_o}{2}} du(t) \quad (65)$$

donde:

$du(t)$ ,  $u(t) = \frac{du(t)}{dt}$  es un proceso de ruido blanco Gaussiano con densidad

espectral  $\frac{N_o}{2}$ . Sustituyendo la ecuación (65) en la ecuación (62), se obtiene:

$$dy(t) = S(x, t, I_k)dt + \sqrt{\frac{N_o}{2}} du(t) \quad (66)$$

el proceso  $x(t)$  es un proceso de Wiener [Van Trees, 1968] que puede ser descrito utilizando la siguiente definición en notación de Ito [Meyr, 1990, Georghiades, 1985]:

$$dx(t) = \frac{1}{\sqrt{t_c}} dv'(t) \quad (67)$$

$$dy(t) = S(x, t, l_k) dt + \sqrt{\frac{N_o}{2}} du(t) \quad (66)$$

el proceso  $x(t)$  es un proceso de Wiener [Van Trees, 1968] que puede ser descrito utilizando la siguiente definición en notación de Ito [Meyr, 1990, Georghiadis, 1985]:

$$dx(t) = \frac{1}{\sqrt{t_c}} dv'(t) \quad (67)$$

con  $x(0) = \theta$ ,  $\theta$  está definido en la ecuación (58) y,

$$t_c = \frac{1}{t_{c_1}^{-1} + t_{c_2}^{-1}}, \text{ es el tiempo de coherencia [Ryu, 1995, Weissman, 1992,}$$

Georghiadis, 1985] de la señal de batimiento homodina,

$t_{c_1}, t_{c_2}$  son los tiempos de coherencia del láser transmisor y del oscilador local, respectivamente, y están relacionados con su ancho de línea  $f_{L_i}$  por la siguiente ecuación [Weissman, 1992]:

$$t_{c_i} = \frac{1}{2\pi f_{L_i}}, \quad i = 1, 2$$

$dv'(t)$  es un proceso de Wiener estandar [Meyr, 1990].

El modelo del canal sobre el cual realizaremos la síntesis del receptor subóptimo, se encuentra definido entonces por las ecuaciones (63.1), (66), y (67), a partir de las cuales, se genera el diagrama a bloques de la figura 24 (modelo del canal).

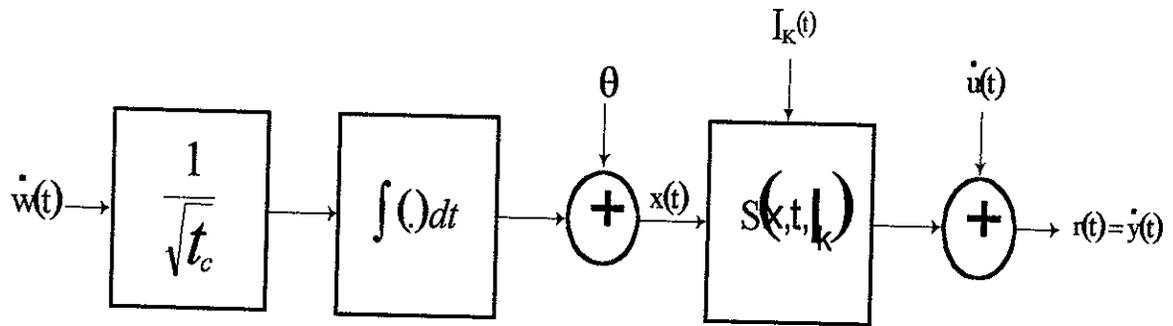


Figura 24 Modelo del canal.

### VI.3 SINTESIS DEL ESTIMADOR DE FASE.

Para la síntesis del estimador de fase haremos uso de las llamadas ecuaciones del estimador y de la varianza [Snyder, 1969, Van Trees, 1968, Georghiades, 1985] descritas en el capítulo anterior y adecuadas al problema que nos ocupa:

$$d\hat{\mathbf{x}}(t) = \frac{2}{N_0} \mathbf{E}\{(\mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}) \mathbf{S}(\mathbf{x}, t, I_j)\} [dy(t) - \mathbf{E}\mathbf{S}(\mathbf{x}, t, I_j) dt] \quad (68) \quad (\text{ecuación del}$$

estimador)

donde  $\hat{\mathbf{x}}(t)$  es el estimado con el mínimo error cuadrático medio (MMSE) del proceso  $\mathbf{x}(t)$  dado el proceso de observación y suponiendo que fue enviado el dato  $I_j$ :

$$\hat{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{E}[\mathbf{x}(t) / r_{0,t}, I_j] \quad (69)$$

el término  $(\mathbf{x}(t) - \hat{\mathbf{x}}(t))$  es el error al estimar  $\mathbf{x}(t)$  y será denotado como  $e(t)$ , la esperanza matemática  $\mathbf{E}[\cdot]$  es con respecto a la densidad condicional del

proceso  $x(t)$  dada la observación y suponiendo que ha sido enviado el dato  $l_j$ . La ecuación de la varianza será escrita a continuación:

$$dv(t) = \frac{1}{t_c} dt + \frac{2}{N_o} E\left\{(x - \hat{x})^2 [S(x, t, l_j) - ES(x, t, l_j)]\right\} [dy(t) - ES(x, t, l_j) dt] - \frac{2}{N_o} E^2\left\{(x - \hat{x}) S(x, t, l_j)\right\} dt \quad (70)$$

donde  $v(t)$  es la varianza al estimar  $x(t)$ :

$$v(t) = E\left\{(x - \hat{x})^2\right\} \quad (71)$$

$$\hat{S}(x, t, l_j) = E\left\{S(x, t, l) / r_{o,t}, l_j\right\} \quad j=0,1 \quad (72)$$

Como se vió también en el capítulo anterior, la evolución con el tiempo de la densidad condicional del proceso de fase  $x(t)$  es descrito por la siguiente ecuación [Snyder, 1969, Georghiadis, 1985, Meyr, 1990]:

$$\frac{\partial p(x, t / r_{o,t}, l_j)}{\partial t} = \frac{1}{2t_c} \frac{\partial^2 p(x, t / r_{o,t}, l_j)}{\partial x^2} + \frac{2}{N_o} p(x, t / r_{o,t}, l_j) [S(x, t, l_j) - ES(x, t, l_j)] [r(t) - ES(x, t, l_j)] \quad (73)$$

donde  $E$  denota la esperanza matemática con respecto a  $p(x, t / r_{o,t}, l_j)$ . Nótese que el término al lado izquierdo de la igualdad junto con el primer término del lado derecho de la ecuación (73) describen la evolución de la densidad *a priori* de  $x(t)$ , mientras que el segundo término de la derecha contiene el efecto del proceso de observación,  $r_{o,t}$  en la evolución de la función de densidad. Es bien conocido [Georghiadis, 1985], que la ecuación (73) no es en general resoluble

o realizable, debido a que la operación de la esperanza matemática en el lado derecho, requiere el conocimiento de la densidad condicional. En el desarrollo que se sigue a lo largo de este trabajo, se usará (73) para derivar aproximaciones al receptor requerido.

El proceso de solución de las ecuaciones del estimador (69) y de la varianza (70), es largo y tedioso por lo cual no se incluye en este capítulo, sin embargo, la descripción detallada de dicha solución se reporta en el apéndice 2, mientras que abajo reproducimos solamente los resultados más importantes.

Resumiendo los resultados obtenidos en el apéndice 2, se tienen las ecuaciones del estimador y la varianza para una aproximación Gaussiana en la estadística del ruido de fase (el \* se utiliza para indicar que se trata de una aproximación al valor óptimo del estimador y de la varianza):

#### ECUACIÓN DEL ESTIMADOR:

$$\begin{aligned} dx^*(t) = & \frac{2}{N_o} v^* \exp\left(-\frac{v^*}{2}\right) \sqrt{2P_H} \cos(x^* + I_j) dy(t) \\ & - \frac{2P_H}{N_o} v^* \exp(-v^*) \operatorname{sen}(2(x^* + I_j)) dt \end{aligned} \quad (74)$$

#### ECUACIÓN DE LA VARIANZA:

$$\begin{aligned} dv^*(t) = & \frac{dt}{t_c} - \frac{2\sqrt{2P_H}}{N_o} v^{*2} \exp\left(-\frac{1}{2}v^*\right) \operatorname{sen}(x^* + I_j) dy(t) \\ & - \frac{4P_H}{N_o} v^{*2} \exp(-v^*) \cos(2(x^* + I_j)) dt \end{aligned} \quad (75)$$

para una aproximación Gaussiana en la estadística del ruido de fase, se tiene:

$$S^*(x, t, I_j) = \exp\left(-\frac{1}{2}v^*(t)\right)S(x^*, t, I_j) \quad (75.1)$$

Para encontrar  $x^*(t)$  a partir de la ecuación (74) se dividen en primer lugar ambos lados de la ecuación entre  $dt$ :

$$\frac{dx^*(t)}{dt} = \frac{2}{N_o} v^* \exp\left(-\frac{v^*}{2}\right) \sqrt{2P_H} \cos(x^* + I_j) \frac{dy(t)}{r(t)} - \frac{2P_H}{N_o} v^* \exp(-v^*) \text{sen}(2(x^* + I_j)) \quad (76)$$

integrando ambos lados de (76) con respecto a  $t$ :

$$x^*(t) = \int \frac{\sqrt{8P_H}}{N_o} v^* \exp\left(-\frac{v^*}{2}\right) \cos(x^* + I_j) r(t) dt - \int \frac{2P_H}{N_o} v^* \exp(-v^*) \text{sen}(2(x^* + I_j)) dt \quad (77)$$

Para encontrar  $v^*(t)$  a partir de la ecuación (77) se dividen en primer lugar ambos lados de la ecuación entre  $dt$ :

$$\frac{dv^*(t)}{dt} = \frac{1}{t_c} - \frac{\sqrt{8P_H}}{N_o} v^{*2} \exp\left(-\frac{1}{2}v^*\right) \text{sen}(x^* + I_j) r(t) - \frac{4P_H}{N_o} v^{*2} \exp(-v^*) \cos(2(x^* + I_j)) \quad (78)$$

integrando ambos lados de (78) con respecto a  $t$ :

$$v^*(t) = \int \frac{1}{t_c} dt - \int \frac{\sqrt{8P_H}}{N_o} v^{*2} \exp\left(-\frac{1}{2}v^*\right) \text{sen}(x^* + I_j) r(t) dt - \int \frac{4P_H}{N_o} v^{*2} \exp(-v^*) \cos(2(x^* + I_j)) dt \quad (79)$$

#### VI.4 RECEPTOR DE MAXIMA VEROSIMILITUD.

Las ecuaciones del estimador (77) y la varianza (79) son utilizadas para la implementación de un **“receptor estimador-correlacionador de máxima verosimilitud”** como se ilustra en la figura 23. La entrada a los bloques denominados como “estimador” es el observable eléctrico descrito por la ecuación (63). A partir de este observable se realiza la estimación del proceso  $x(t)$ , como se define en las ecuaciones (77) y (79). Dado que se tienen dos posibilidades en los datos transmitidos (“1” lógico, o “0” lógico, es decir,  $l_j = \{0 \text{ o } \pi\}$ , respectivamente) se requieren dos bloques de estimadores. La salida de estos estimadores  $S^*(x, t, l_j)$  dada por las ecuaciones (75.1) y (63.1) es utilizada como excitación para el respectivo calculador de máxima verosimilitud  $\lambda(l_j)$  descrito por la siguiente ecuación [Meyr, 1990, Van Trees, 1968, Georghiadis, 1985]:

$$\lambda(l_j) = \int_0^T S(t, l/r_{o,t}, l_j) V_o(t) dt \quad (\text{máxima verosimilitud}) \quad (80)$$

las salidas de los calculadores de máxima verosimilitud  $\lambda(l_j)$  son comparadas en un bloque denominado “selector” cuya función es elegir el máximo valor y en base a esto, decidir si el dato recibido fue un “1” o un “0” lógico. La salida del bloque “selector” es el dato estimado  $\hat{1}$ .

## CAPÍTULO VII CARACTERIZACIÓN DEL ESTIMADOR.

### VII.1 INTRODUCCIÓN.

En el presente capítulo se describe la realización, simulación y caracterización experimental del estimador de fase sintetizado anteriormente.

En primer lugar, se mecanizaron como se ilustra en la figura 25, las ecuaciones del estimador (ecuación 77) y de la varianza (ecuación 79). Estas ecuaciones (escritas abajo, por conveniencia), son un par de ecuaciones acopladas, es decir, la solución de una depende de la otra.

$$x^*(t) = \int \frac{\sqrt{8P_H}}{N_o} v^* \exp\left(-\frac{v^*}{2}\right) \cos(x^* + I_j) r(t) dt - \int \frac{2P_H}{N_o} v^* \exp(-v^*) \text{sen}(2(x^* + I_j)) dt$$

(77) (ecuación del estimador)

$$v^*(t) = \int \frac{1}{t_c} dt - \int \frac{\sqrt{8P_H}}{N_o} v^{*2} \exp\left(-\frac{1}{2} v^*\right) \text{sen}(x^* + I_j) r(t) dt - \int \frac{4P_H}{N_o} v^{*2} \exp(-v^*) \cos(2(x^* + I_j)) dt \quad (79) \text{ (ecuación de la varianza)}$$

donde:  $r(t) = V_0(t)$  es la señal eléctrica (observable) generada mediante el proceso de fotodetección balanceada homodina (veáse figura 23)

$x^*(t)$  y  $v^*(t)$  son el estimado de la fase y la varianza, determinados por las ecuaciones (77) y (79) respectivamente

$t_c$  es una constante que depende del ancho de línea de los láseres homodinados

$I_j$  es el dato que se supone fue enviado

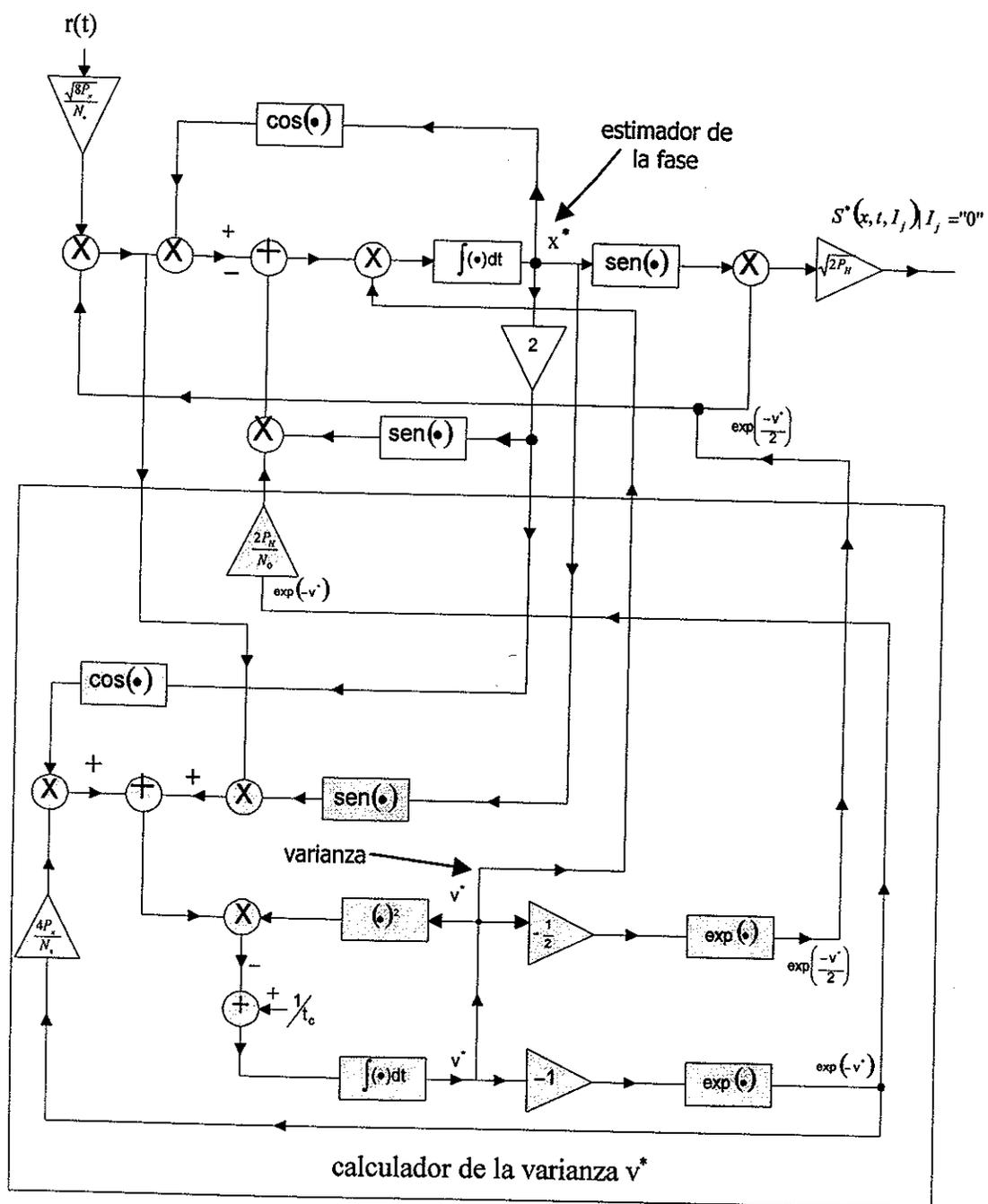


Figura 25 Estimador de fase sintetizado con ecuaciones acopladas.

$P_H$  es una constante definida por la ecuación (64), la cual, es función de la potencia incidente en el fotorreceptor

$N_0$  es una constante definida por la ecuación (60), que toma en cuenta el ruido de amplitud generado durante el proceso de fotodetección

La estructura de ecuaciones acopladas es difícil de realizar electrónicamente, sin embargo, como reportaremos más adelante, encontramos mediante simulación que, para estado estable, las ecuaciones pueden desacoplarse (obtenemos un valor de estado estable de la varianza), llegando a la estructura reducida mostrada en la figura 26.

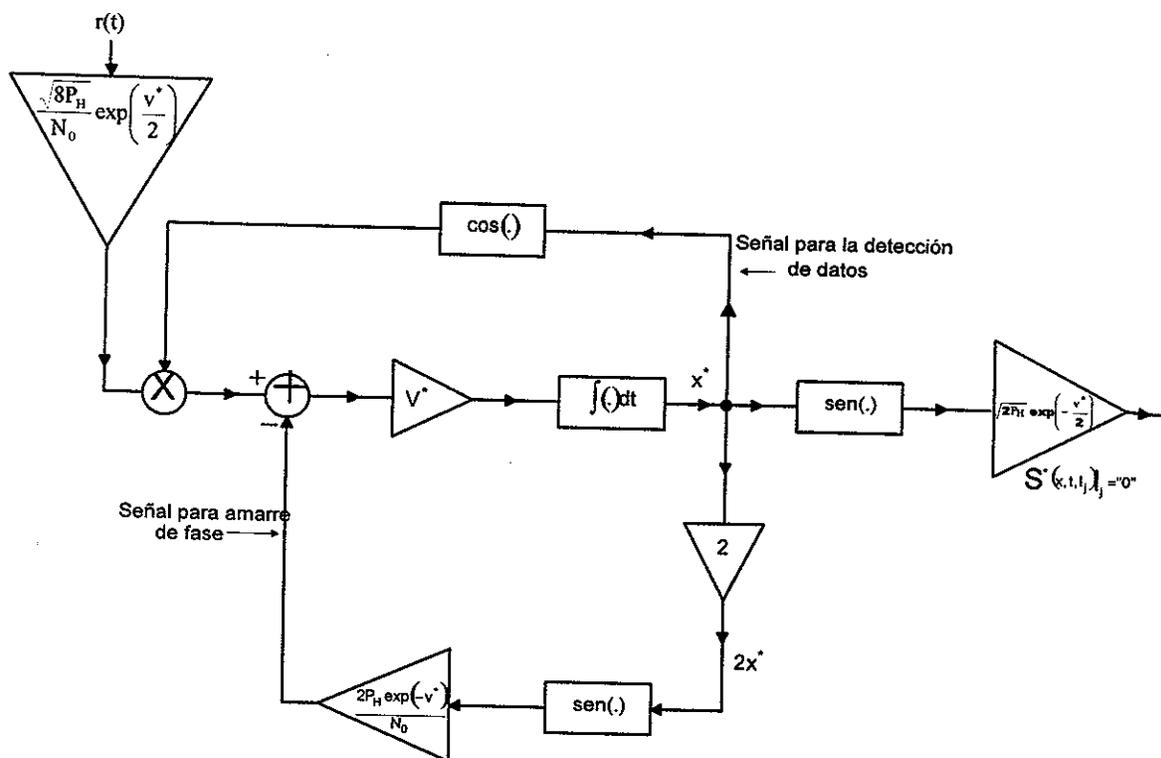


Figura 26 Estimador de fase con varianza constante

Con el objeto de comparar el desempeño de las estructuras anteriores con el de una estructura de estimación de fase conocida se realizó también un sistema basado en un PLL convencional (considerando las mismas constantes de las figuras 25 y 26) tal como el de la figura 27 (veáse también la figura 19).

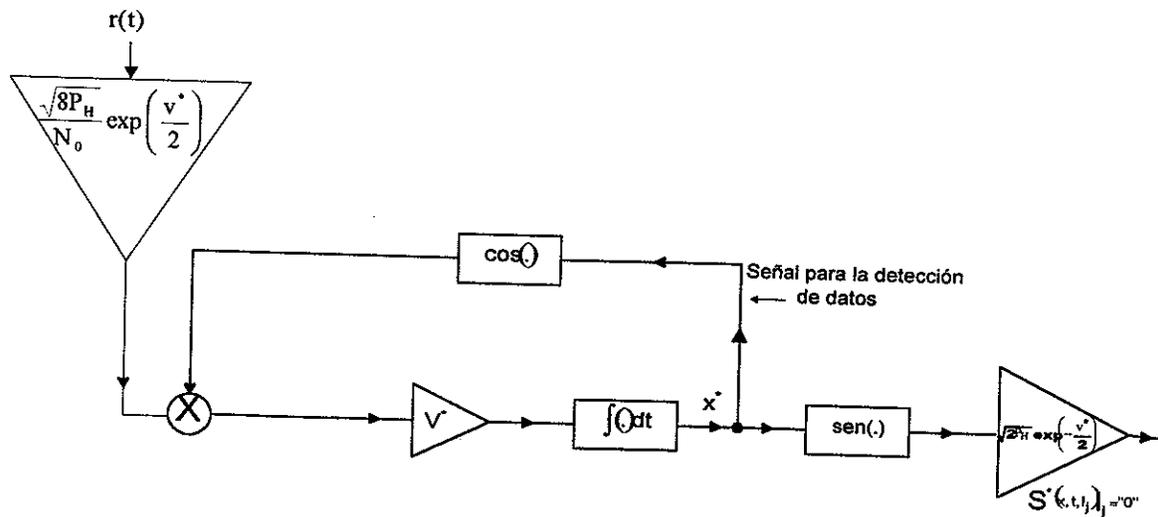


Figura 27 Estimador PLL convencional

Las estructuras mencionadas anteriormente fueron caracterizadas primeramente mediante simulación observándose, como se reporta más adelante, que el desempeño de la estructura de varianza constante es muy similar al de ecuaciones acopladas para diversas condiciones de relación señal a ruido y de ancho de línea de los láseres. Por esta razón y por cuestiones de complejidad de realización práctica solamente se realizaron las estructuras de varianza constante (figura 26) y el PLL convencional (figura 27) con circuitería analógica y en base a un procesador digital de señales.

El cálculo de las diversas constantes de las figuras 25 a 27 se reporta en el apéndice 3.

## VII.2 EVALUACIÓN DEL DESEMPEÑO MEDIANTE SIMULACIÓN.

El estimador sintetizado en sus diversas versiones (estimador de ecuaciones acopladas, estimador de varianza constante y PLL), fue caracterizado para diversas condiciones de ancho de línea, relación señal a ruido y con y sin modulación binaria de la fase (con y sin datos). Para ésto, realizamos un gran número de simulaciones de las cuales solamente reportaremos en este capítulo las más representativas (en el apéndice 3 se incluyen más de estos resultados). El simulador empleado fue Simulink que trabaja en el ambiente de Matlab.

### VII.2.1 ESTIMADOR DE ECUACIONES ACOPLADAS

El diagrama del estimador de ecuaciones acopladas realizado en Simulink se ilustra en la figura 28, donde pueden apreciarse los siguientes bloques:

- a) **estimador de ecuaciones acopladas y calculador de la varianza:** este par de bloques constituyen el estimador de fase. Para caracterizarlo se requirió la realización de los generadores descritos a continuación.
- b) **generador de ruido de fase:** como su nombre lo indica, este bloque nos permite generar ruido de fase, en particular, generamos un proceso de Wiener, integrando la salida de un generador de ruido blanco Gaussiano (veánse las figuras 24 y 29, y la ecuación (67)).
- c) **generador de datos binarios:** éste nos permite incluir la modulación binaria ( $I_k$ ) de fase (BPSK) en la señal de batimiento (veánse la figura 24 y la ecuación (63)).

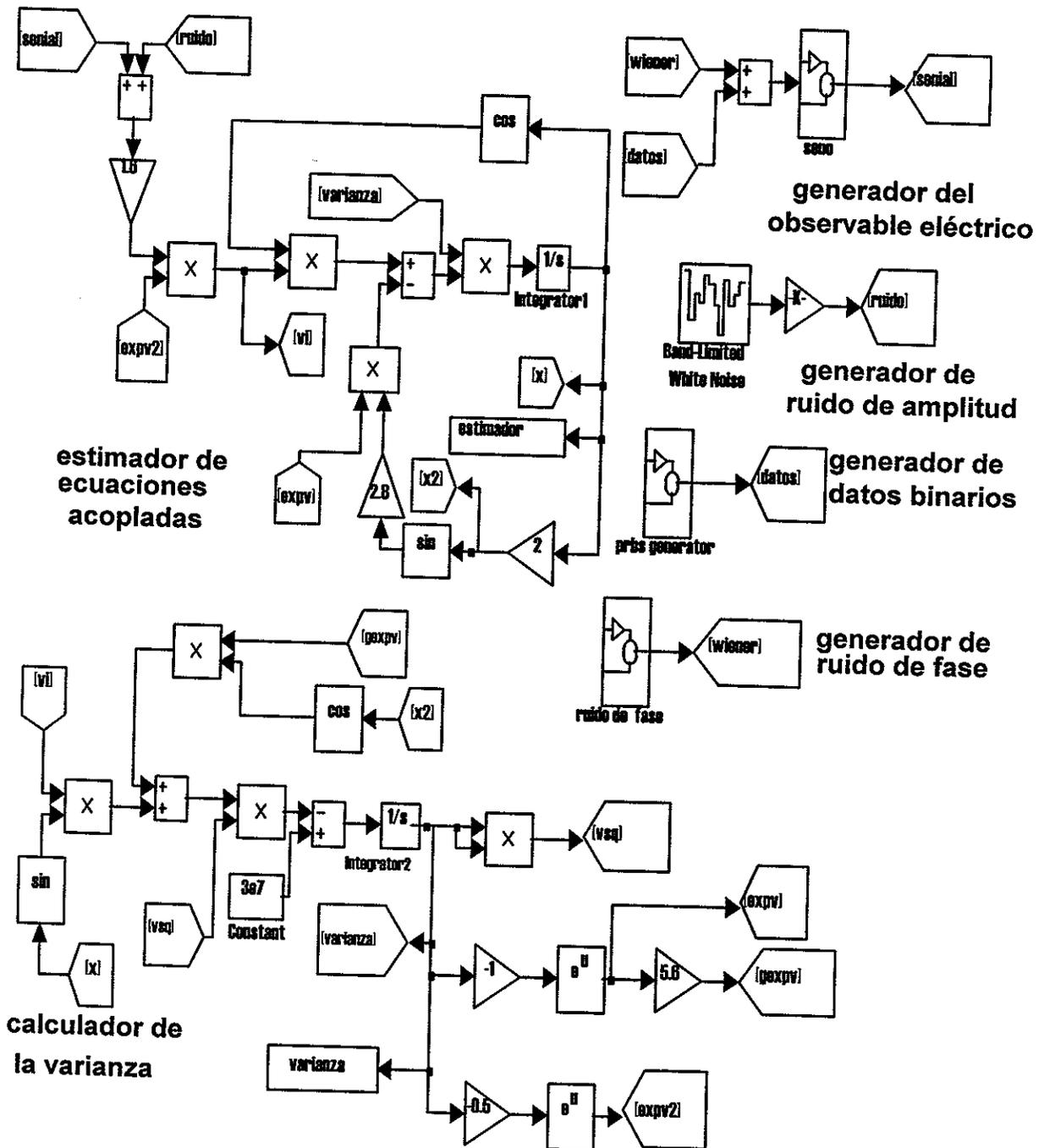


Figura 28 Estimador de ecuaciones acopladas implementado en Simulink

d) **generador del observable eléctrico:** con éste se obtiene la señal de batimiento descrita por la ecuación (63) (no incluyendo el efecto del ruido de amplitud  $n(t)$ ), a partir de la cual se obtendrá el estimado de la fase. Sus entradas son las señales de los generadores de ruido de fase y de datos binarios.

e) **generador de ruido de amplitud:** su objetivo es simular el ruido aditivo de amplitud generado por el proceso de fotodetección (en este caso, ruido blanco Gaussiano). Su nivel puede variarse, lo que permite caracterizar el desempeño del estimador bajo diferentes condiciones de relación señal a ruido ( $\frac{S}{N}$ )

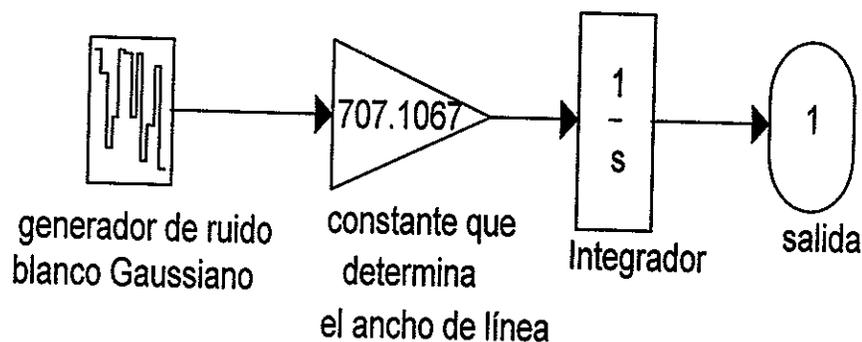


Figura 29 Diagrama a bloques del generador de ruido de fase implementado mediante las funciones indicadas en Simulink.

Basandonos en el esquema de la figura 28, realizamos simulaciones para la caracterización de dicho estimador bajo diversas condiciones de operación. De los resultados obtenidos (figuras 30 a 33), observamos que para anchos de línea de 0.02 Hz a 2GHz la varianza ( $v^*$ ) tiende a un valor constante (se obtuvieron los valores de 0.00598388675325, 0.00598388675504, 0.00598426747686 y 0.00598389056009, para 0.02Hz, 20kHz, 20MHz, 2GHz respectivamente), para las condiciones de relación señal a ruido infinita y de 0 dB respectivamente,

incluyéndose en el apéndice 3 gráficas para casos intermedios. Para valores de 2 THz en adelante el valor de la varianza no es constante, y su valor promedio (0.00641179203339) crece alrededor de un 7% con el ancho de línea, sin embargo, los láseres que se utilizan en la práctica tienen anchos de línea tan bajos como unas decenas o centenas de kHz [Ryu,1995], por lo cual, el resultado anterior no es un problema para nuestro caso (anchos de línea de 10 MHz).

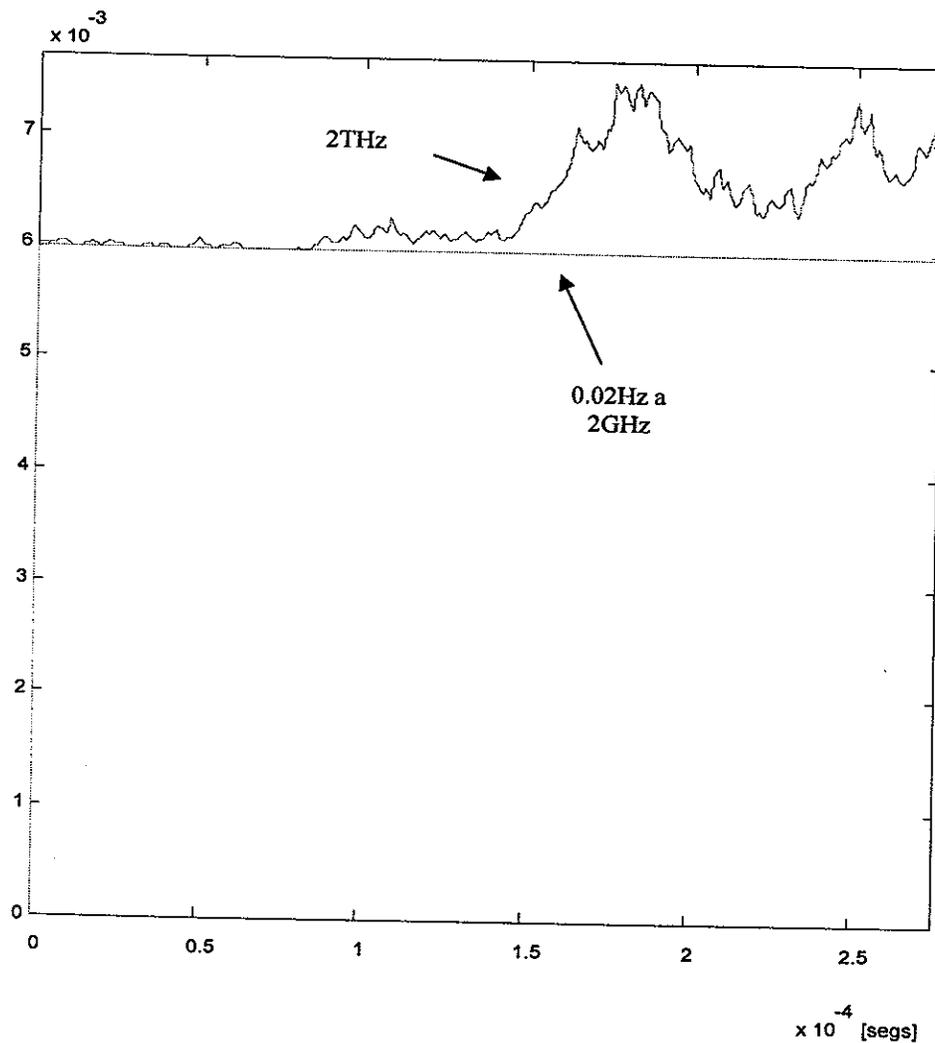


Figura 30 Varianza( $v^*$ ) en función del tiempo para diversos anchos de línea con  $\frac{S}{N} = \infty$ , sin datos.

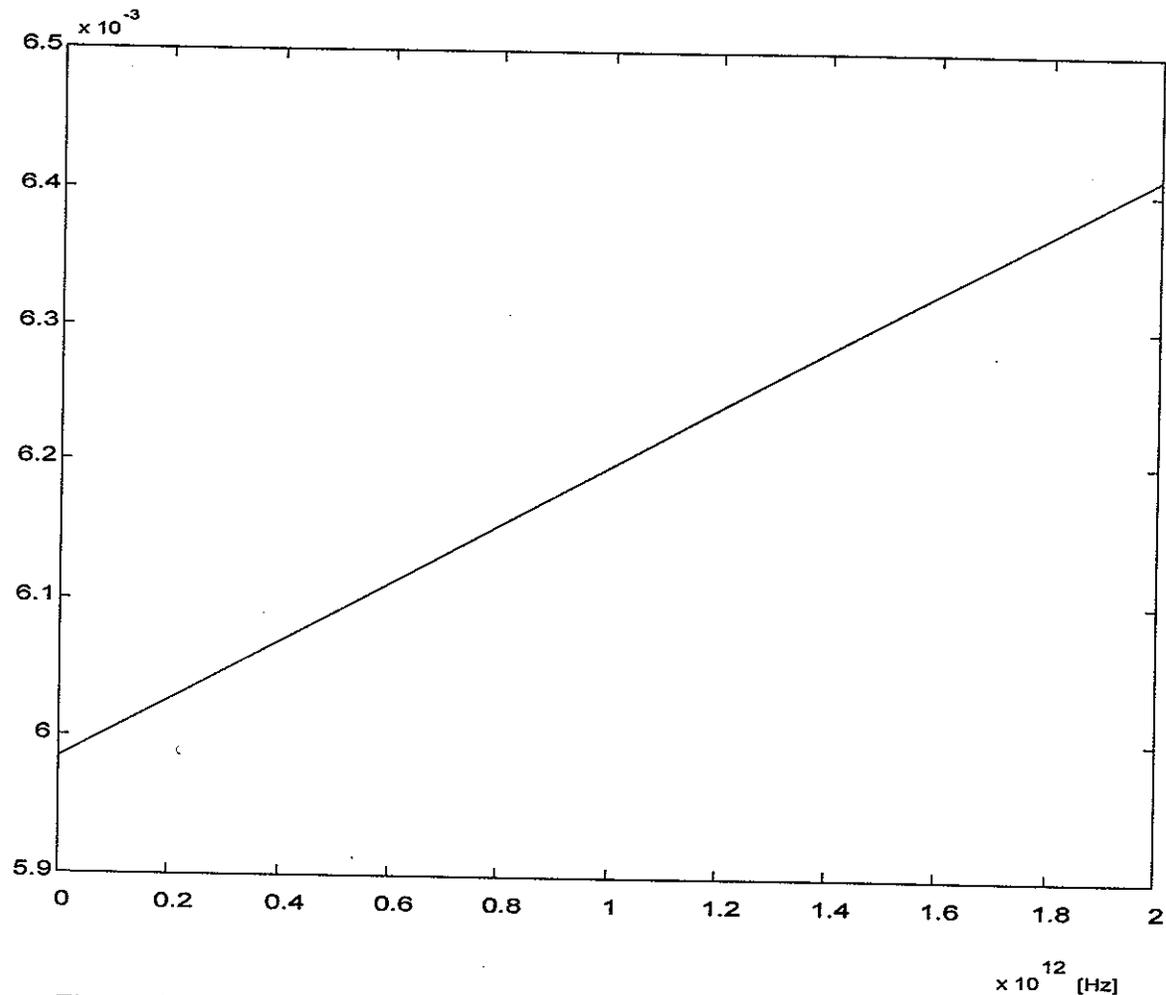


Figura 31 Valor promedio de la varianza ( $\bar{v}$ ) en función del ancho de línea con  $\frac{S}{N} = \infty$ , sin datos.

Una medida importante del desempeño de un estimador de fase es el error de fase, es decir, la diferencia entre el estimado y el estimador. Como ejemplo de esta caracterización, en la figura 34 se muestra el error de fase en función del tiempo para varios anchos de línea con una relación señal a ruido infinita y sin datos, notándose claramente que el desempeño se degrada (el error de fase se incrementa) conforme crece el ancho de línea. Esta degradación se debe al hecho

de que el estimador fue diseñado para operar con un ancho de línea menor o igual a 10 MHz (ver apéndice 3).

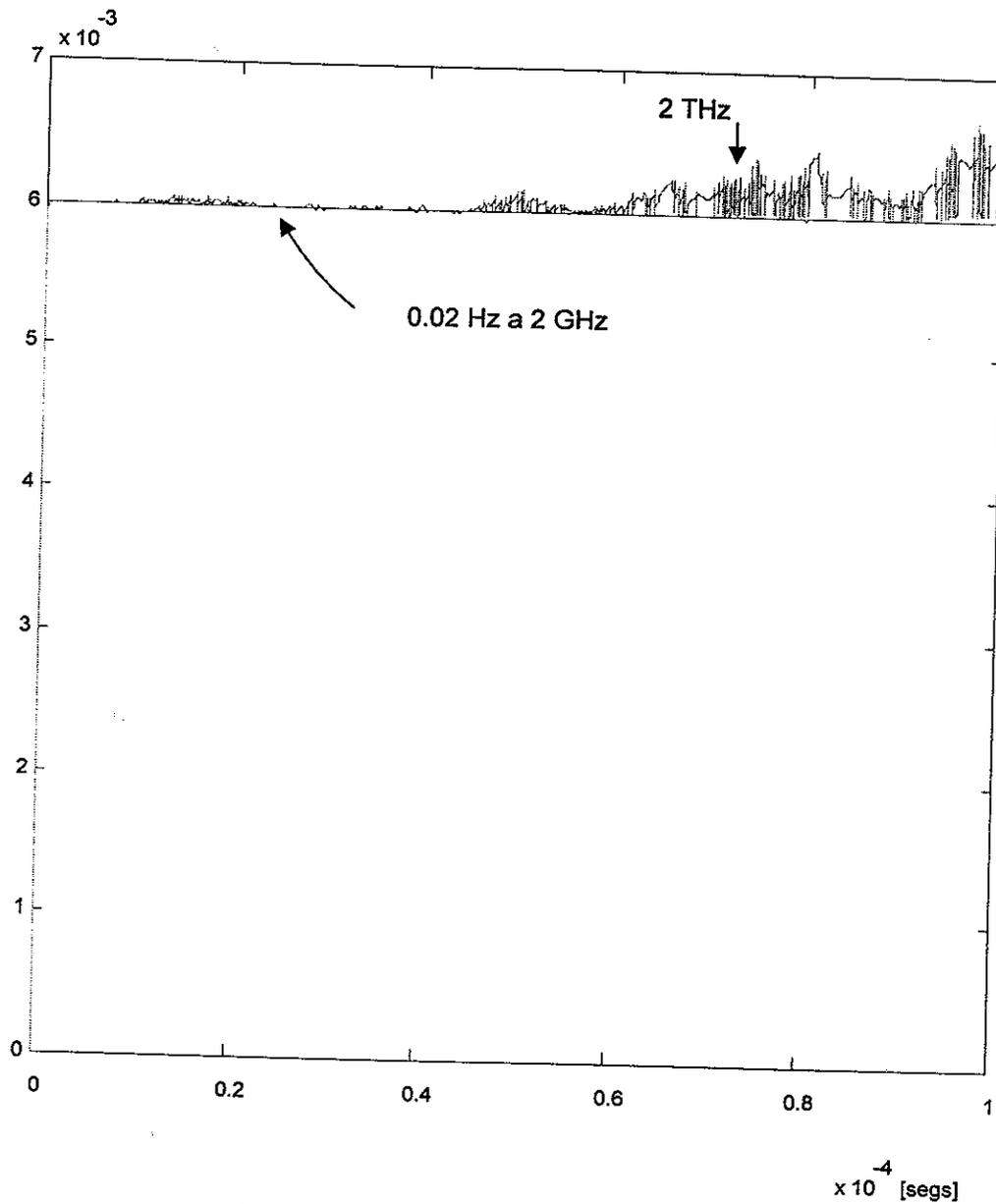


Figura 32 Varianza( $\hat{v}$ ) en función del tiempo para diversos anchos de línea con  $\frac{S}{N} = 0$  dB, con datos.

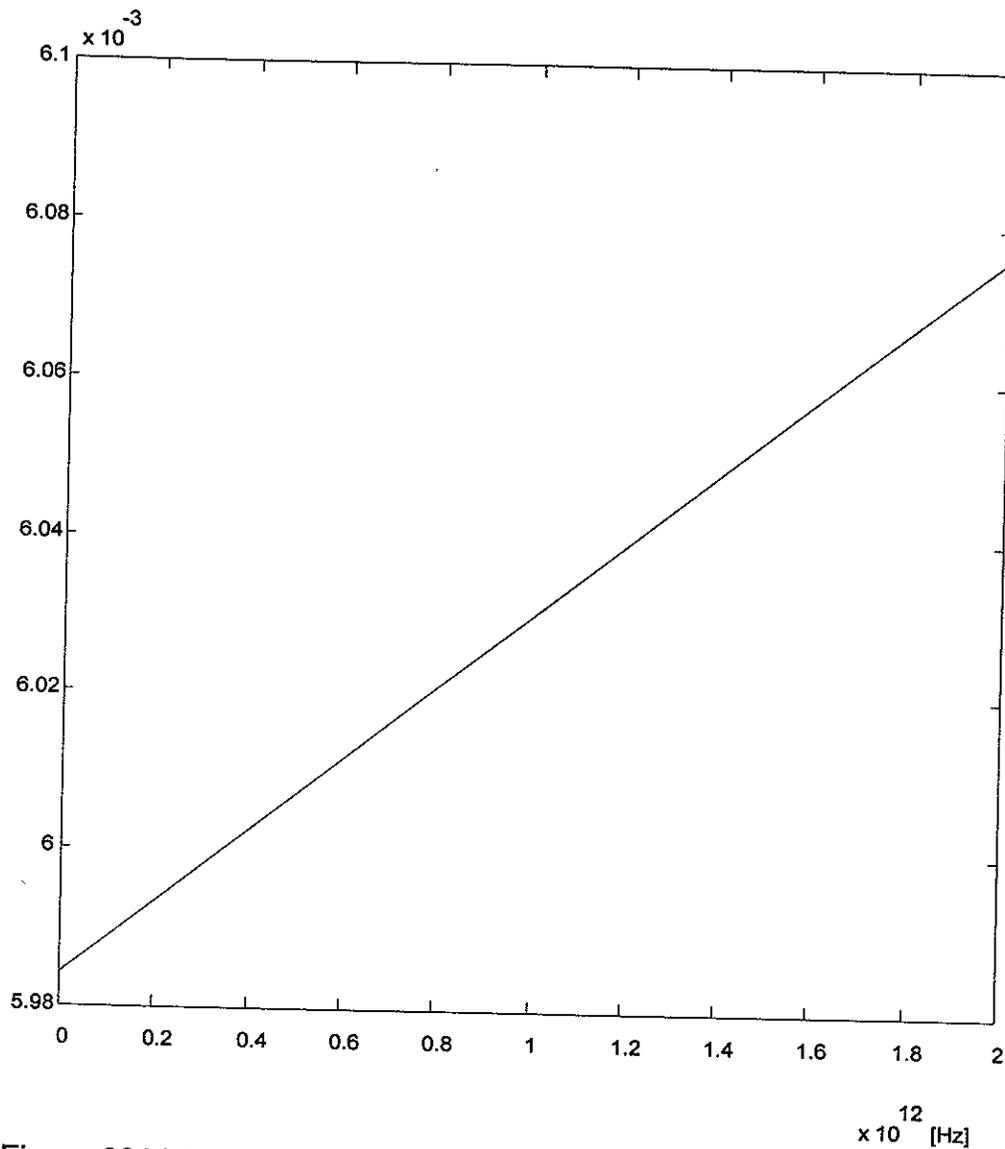


Figura 33 Valor promedio de la varianza ( $\bar{v}$ ) en función del ancho de línea con  $\frac{S}{N} = 0$  dB, con datos.

En la figuras 35 y 36 se ilustra el error de fase promedio para condiciones extremas de relación señal a ruido, con y sin datos, mientras que la figura 37 nos muestra una curva típica del error de fase, el estimador de ecuaciones acopladas (que para este caso se superpone con el ruido de fase) y el ruido de fase en función del tiempo.

Como se ha mencionado anteriormente, los resultados presentados en este capítulo no son exhaustivos, incluyendo solamente los más representativos del desempeño de los diversos estimadores, reportando resultados adicionales en el apéndice 3.

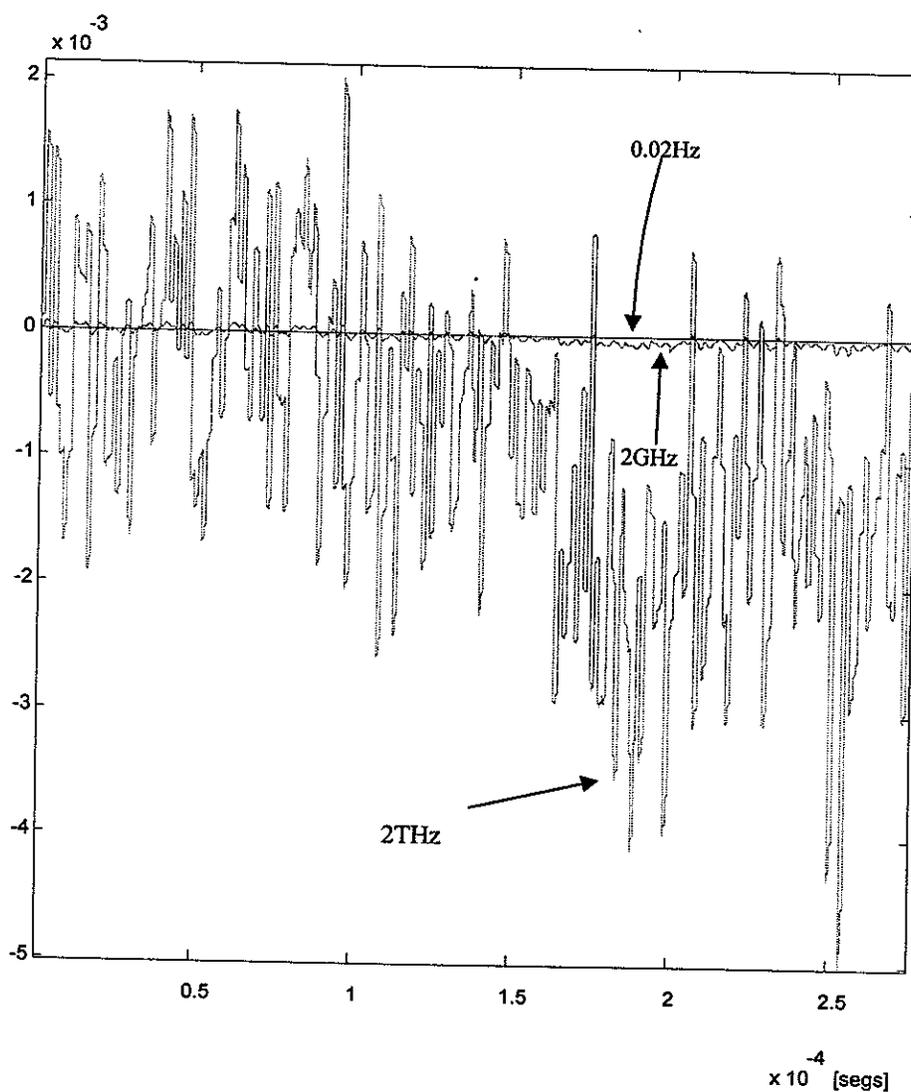


Figura 34 Error de fase en función del tiempo para varios anchos de línea con una relación señal a ruido infinita, sin datos.

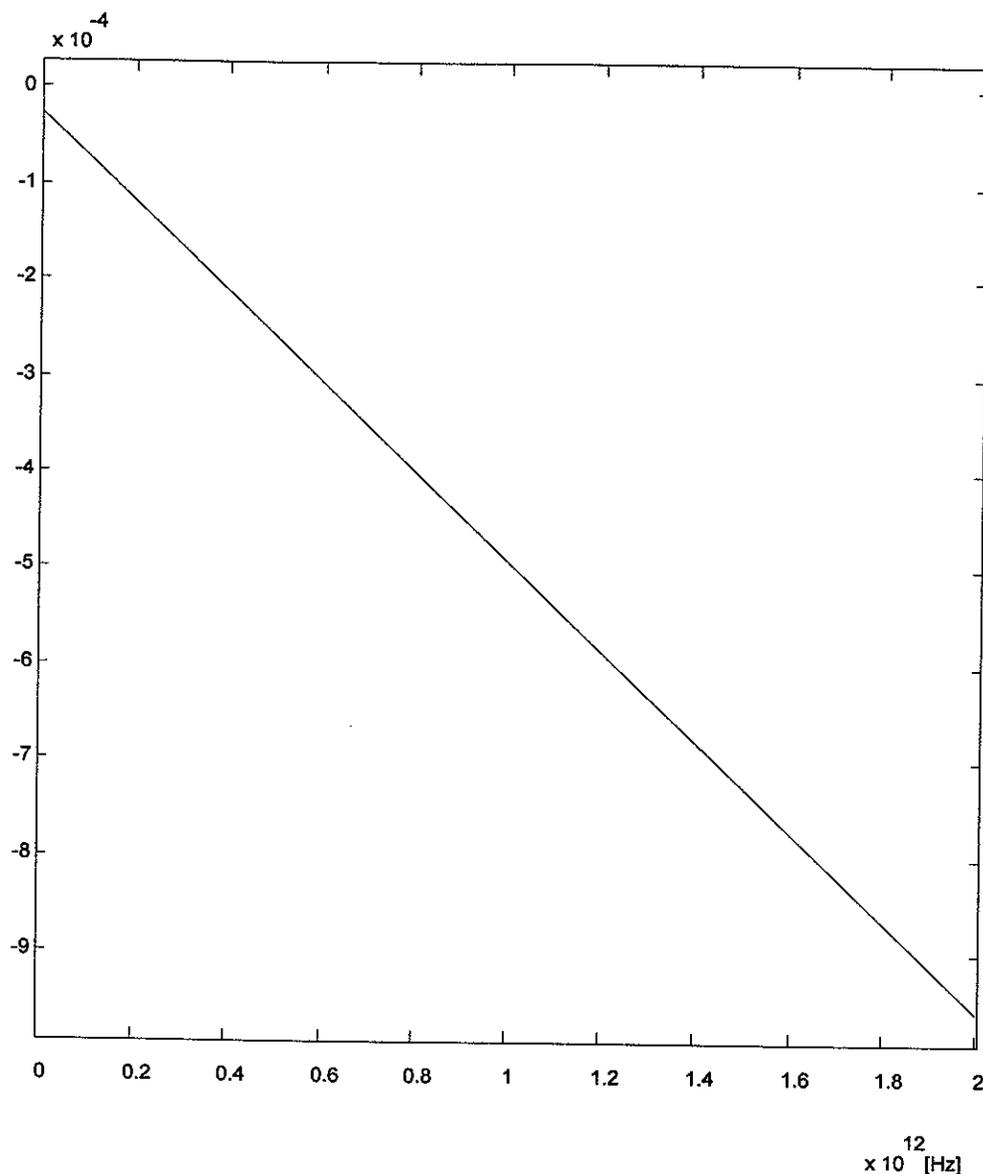


Figura 35 Error de fase promedio para el estimador de ecuaciones acopladas en función del ancho de línea para una  $S/N = \infty$ , sin datos.

En base a la consideración de que la varianza tiende a un valor constante para las condiciones típicas de operación (anchos de línea menores de unas cuantas decenas de MHz) obtuvimos un modelo reducido al que denominamos estimador de varianza constante (veáse figura 26). A esta estructura podríamos denominarla también como "PLL con términos de alto orden", debido a la

semejanza con un PLL convencional con una retroalimentación adicional del término  $\sin(2x^*)$ . Por esto, para la obtención de un "PLL convencional" solo es necesario eliminar el término adicional  $\sin(2x^*)$ . En el siguiente inciso se reporta la caracterización de dicha estructura.

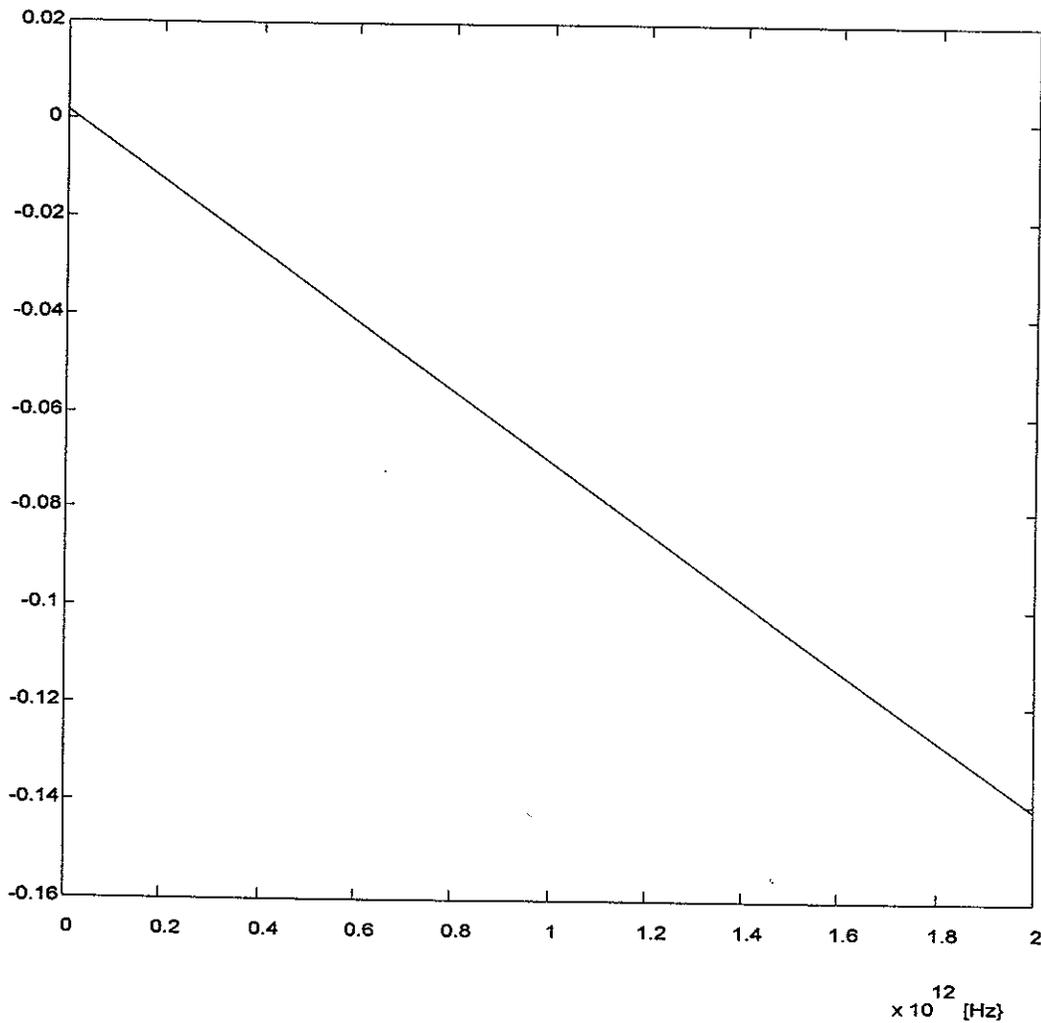


Figura 36 Error de fase promedio para el estimador de ecuaciones acopladas en función del ancho de línea para una  $S_N = 0$  dB, con datos.

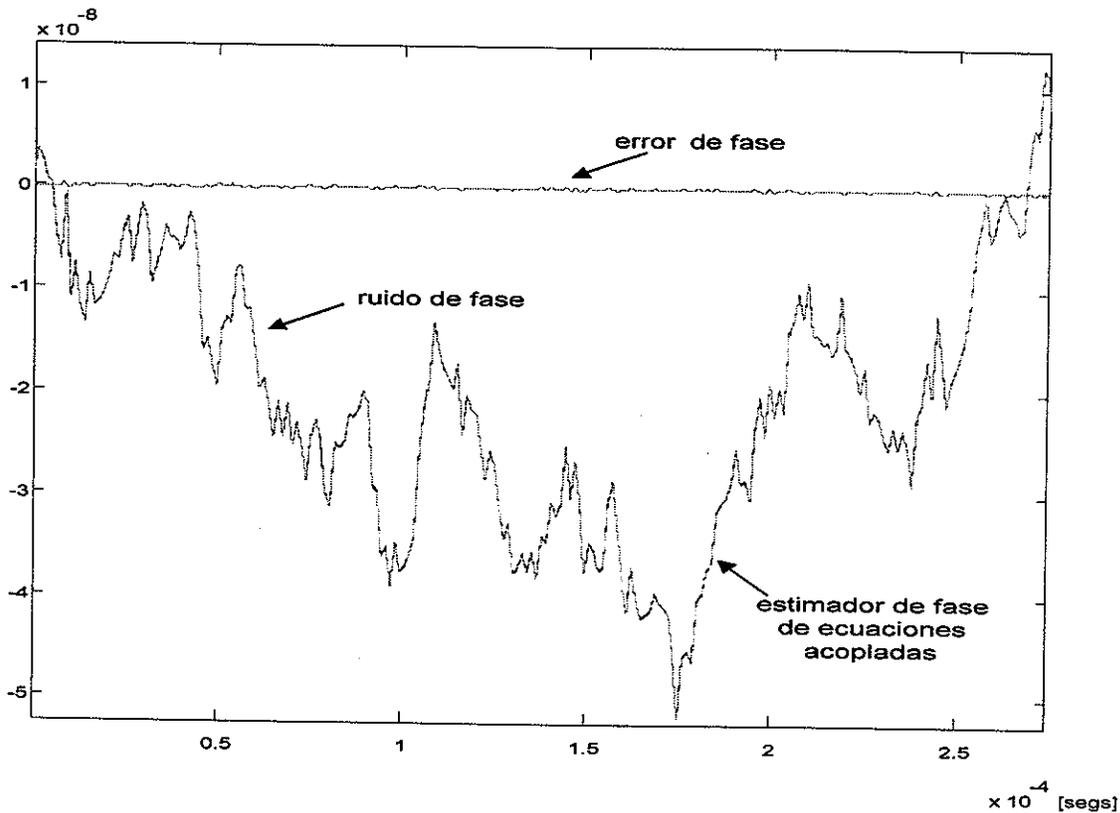


Figura 37 Error de fase para una S/N infinita y un ancho de línea de 0.02 Hz para el estimador de ecuaciones acopladas.

### VII.2.2 ESTIMADOR DE VARIANZA CONSTANTE.

La caracterización de esta estructura es similar a la reportada en el inciso anterior, haciendo uso de los mismos generadores y bajo las mismas condiciones de relación señal a ruido, ancho de línea, con y sin modulación. En la figura 38 se muestra el diagrama realizado en Simulink. Los resultados obtenidos para esta estructura son muy similares a los del inciso anterior; en el apéndice 3 se incluyen los mismos. Sin embargo, con fines comparativos, obtuvimos algunas curvas donde se muestra la diferencia en el desempeño entre el estimador de ecuaciones acopladas y el de varianza constante (veáanse las figuras 39,40 y 41),

observándose que la diferencia es mínima, excepto, como era de esperarse para el caso en que se tiene un ancho de línea de 2 THz. Concluimos entonces que para fines prácticos, el desempeño del estimador de ecuaciones acopladas es el mismo que el de varianza constante, siempre y cuando se utilice para el ancho de línea para el que fue diseñado.

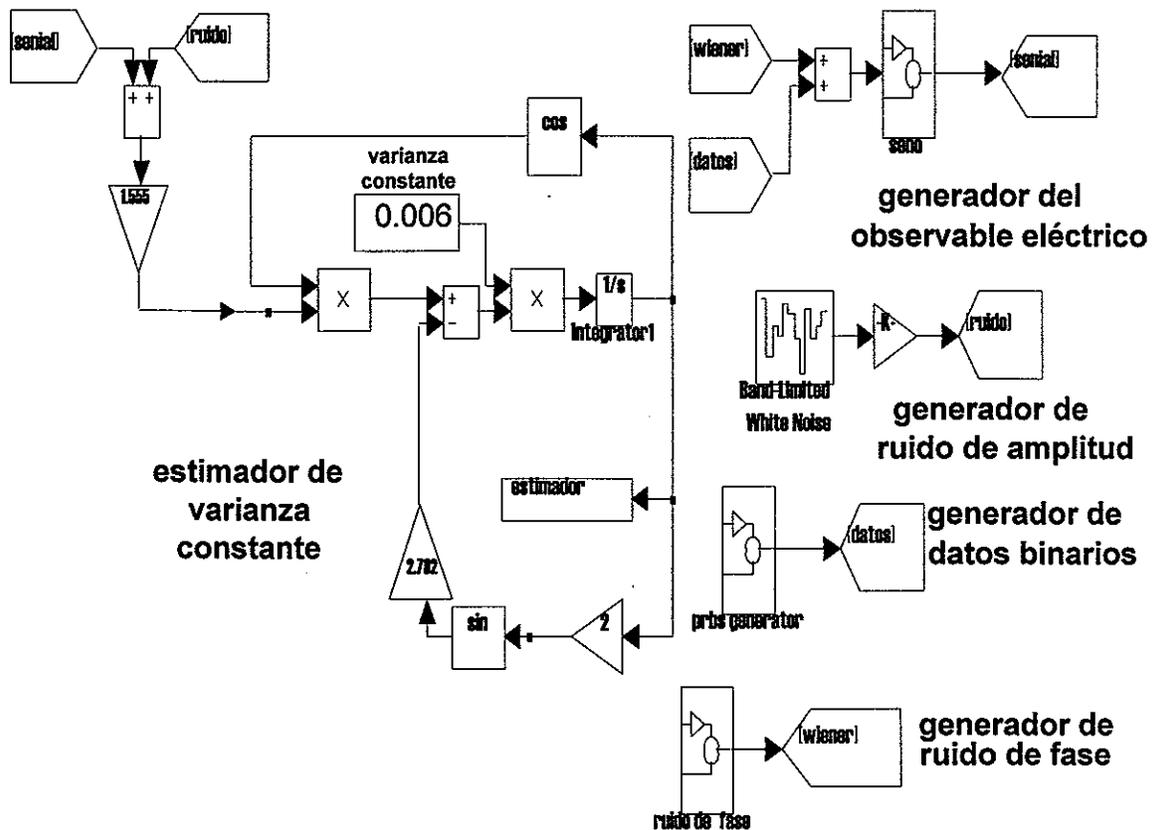


Figura 38 Estimador de varianza constante implementado en Simulink

Al término de las simulaciones mencionadas, se realizó con fines comparativos, una estructura PLL convencional, la cual será descrita en el siguiente inciso.

### VII.2.3 ESTIMADOR PLL CONVENCIONAL

La caracterización de esta estructura es similar también a lo reportado en los incisos anteriores, haciendo uso de los mismos generadores y bajo las mismas condiciones de relación señal a ruido, ancho de línea, con y sin modulación. En la

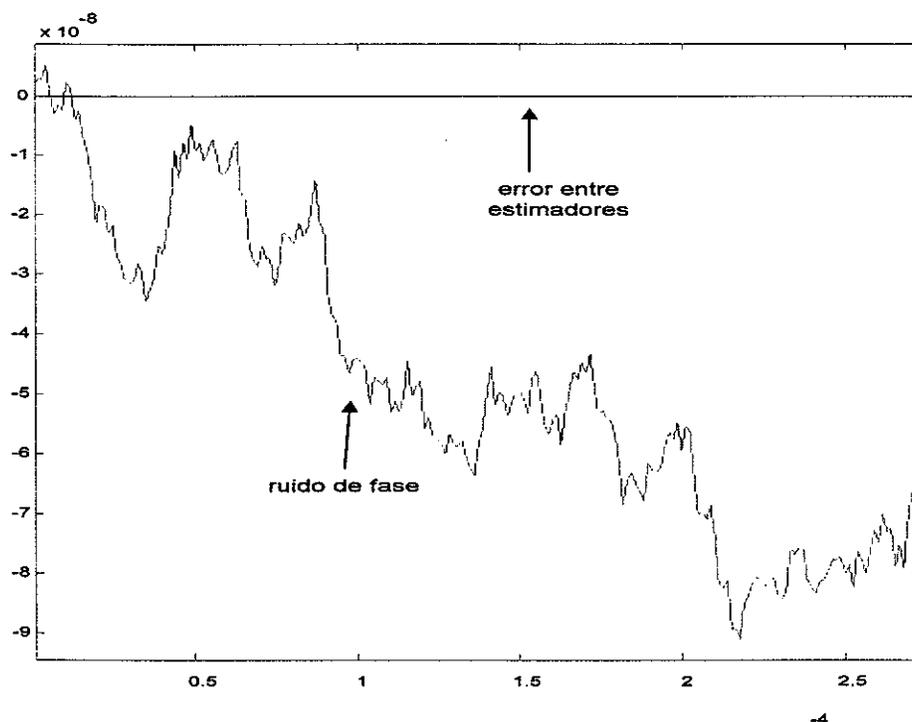


Figura 39 Error al utilizar el estimador de varianza constante comparado con el ruido de fase para una relación señal a ruido infinita y un ancho de línea de 0.02 Hz

figura 42 se muestra el diagrama realizado en Simulink, y en las figuras 43 y 44 se ilustran dos curvas representativas del desempeño de este estimador observándose, que el PLL convencional tiene un desempeño relativo muy pobre comparado con los estimadores de ecuaciones acopladas y de varianza constante, como era de esperarse, ya que el PLL convencional requiere de la

existencia de una referencia a la cual encadenarse, siendo el caso que nos ocupa el de portadora suprimida.

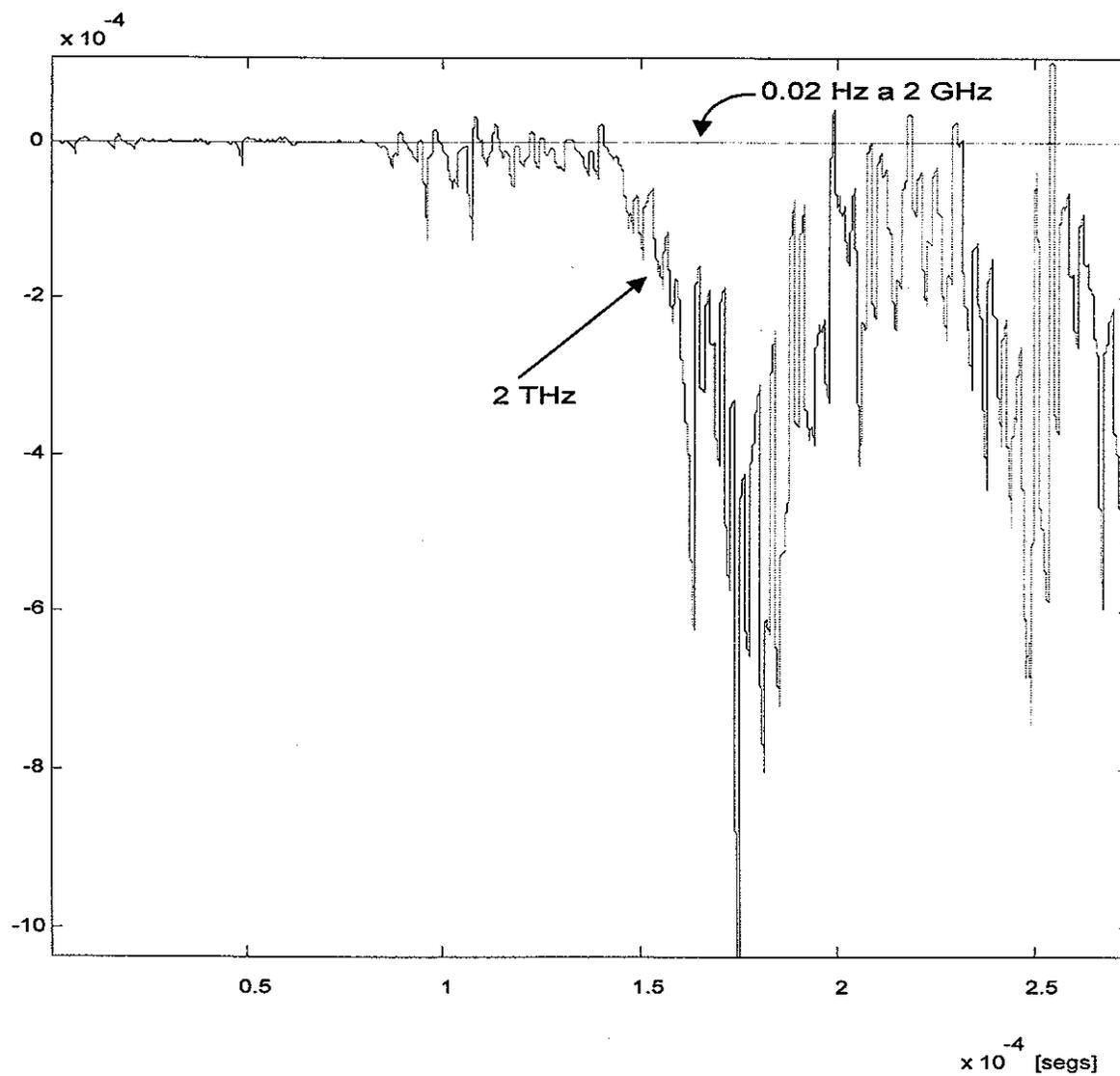


Figura 40 Error al utilizar el estimador de varianza constante para diferentes anchos de línea para una relación señal a ruido infinita.

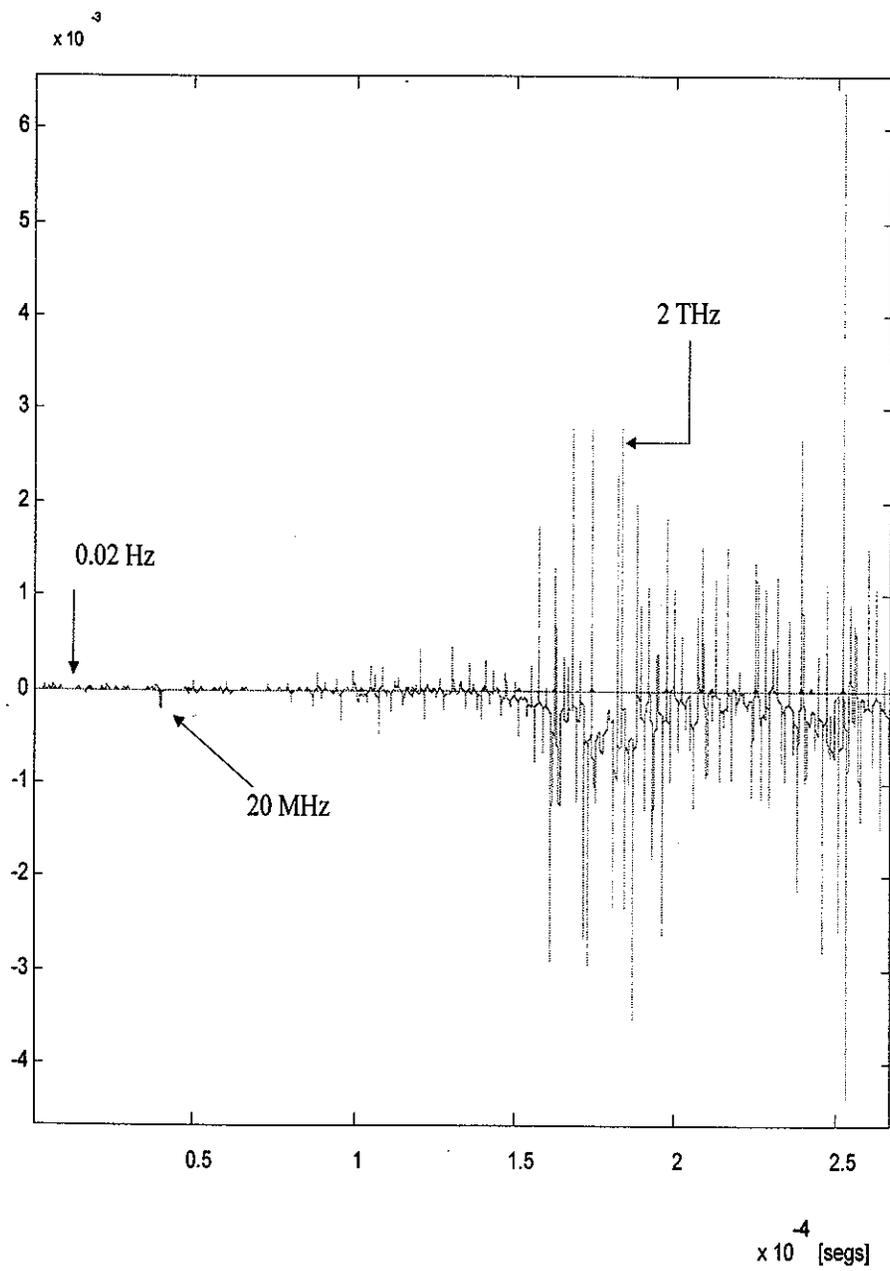


Figura 41 Error al utilizar el estimador de varianza constante para diferentes anchos de línea para una relación señal a ruido de 0 dB.

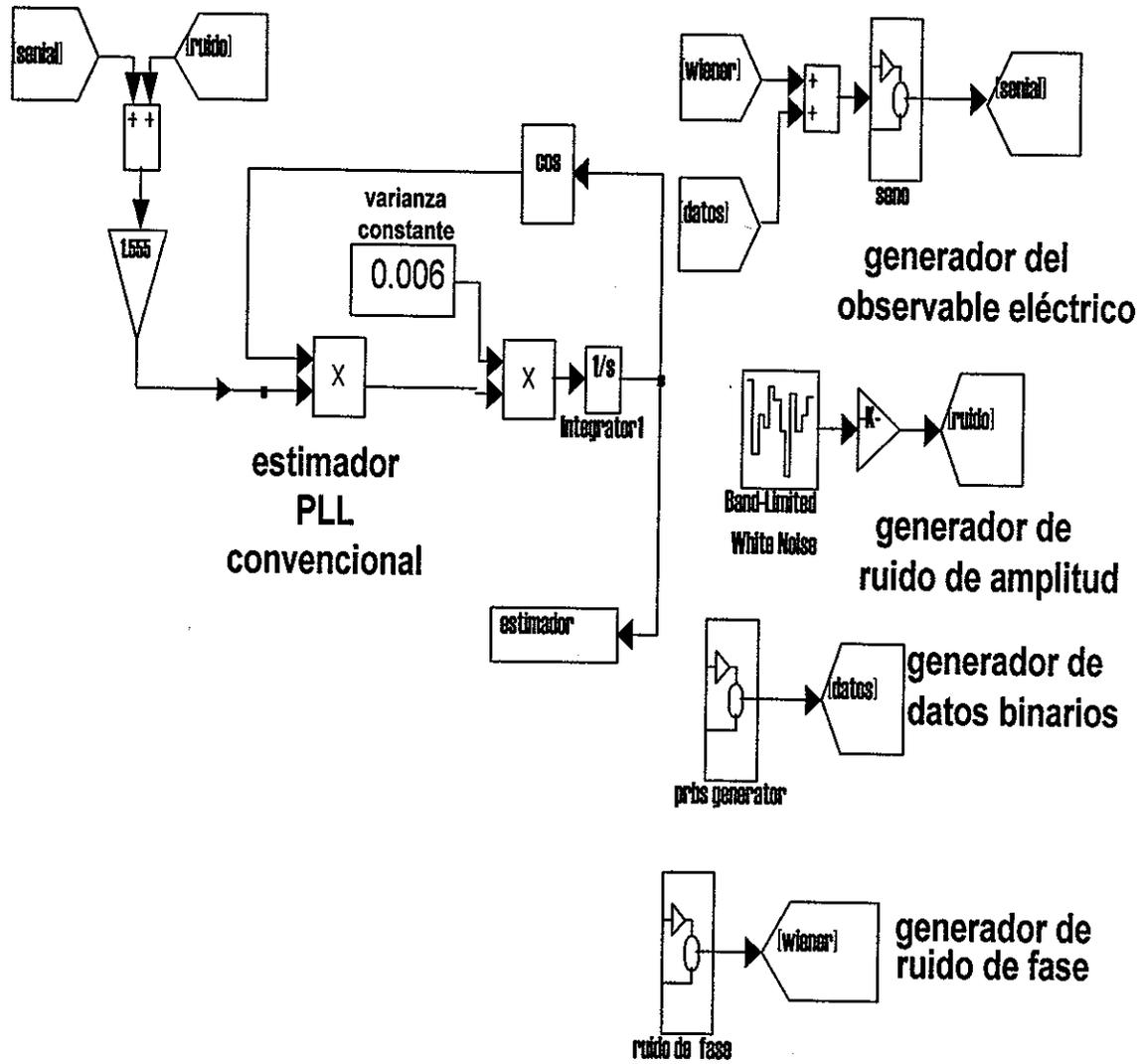


Figura 42 Estimador PLL convencional implementado en Simulink.

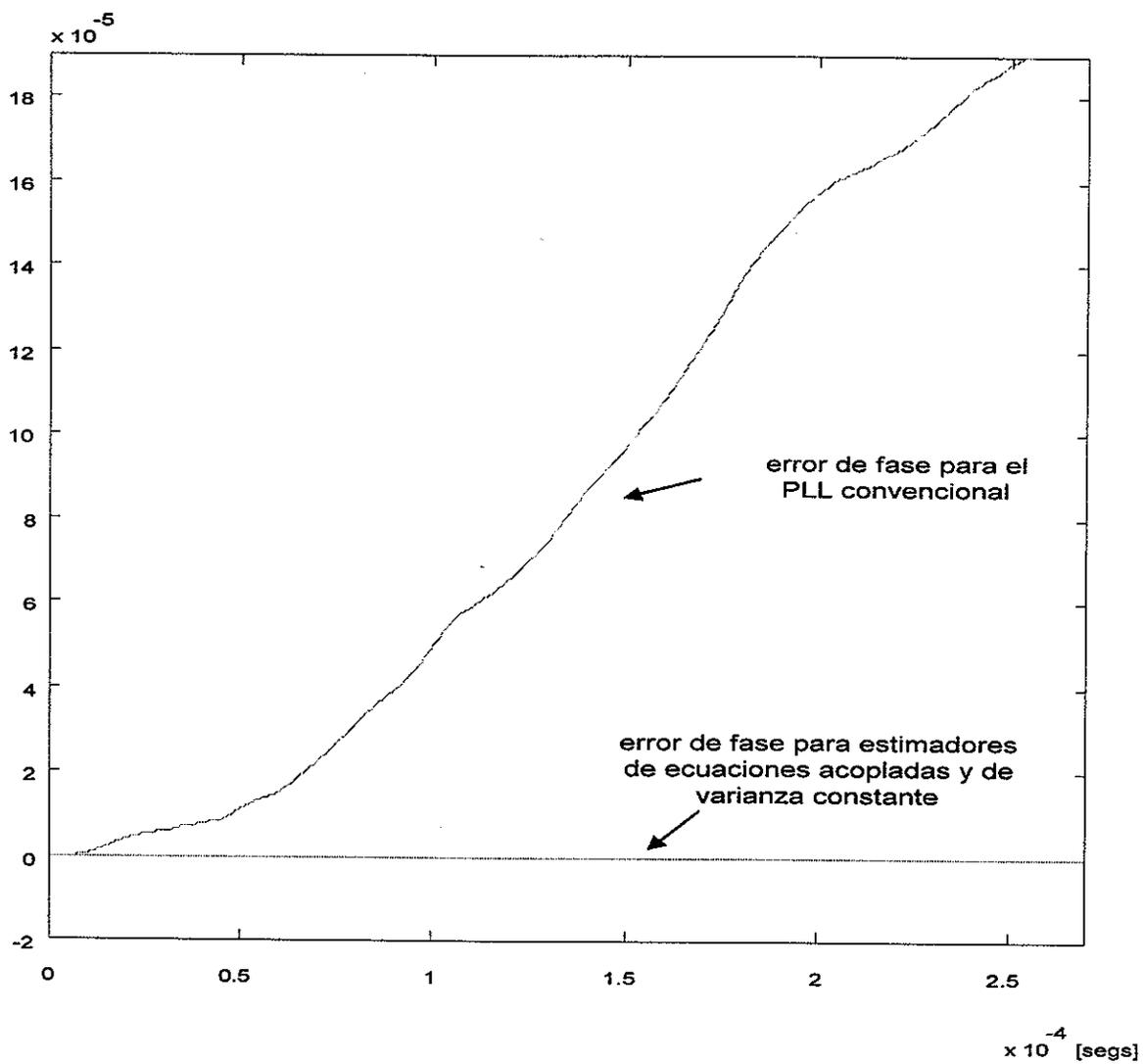


Figura 43 Error de fase para los diversos estimadores con S/N infinita y ancho de línea de 0.02 Hz.

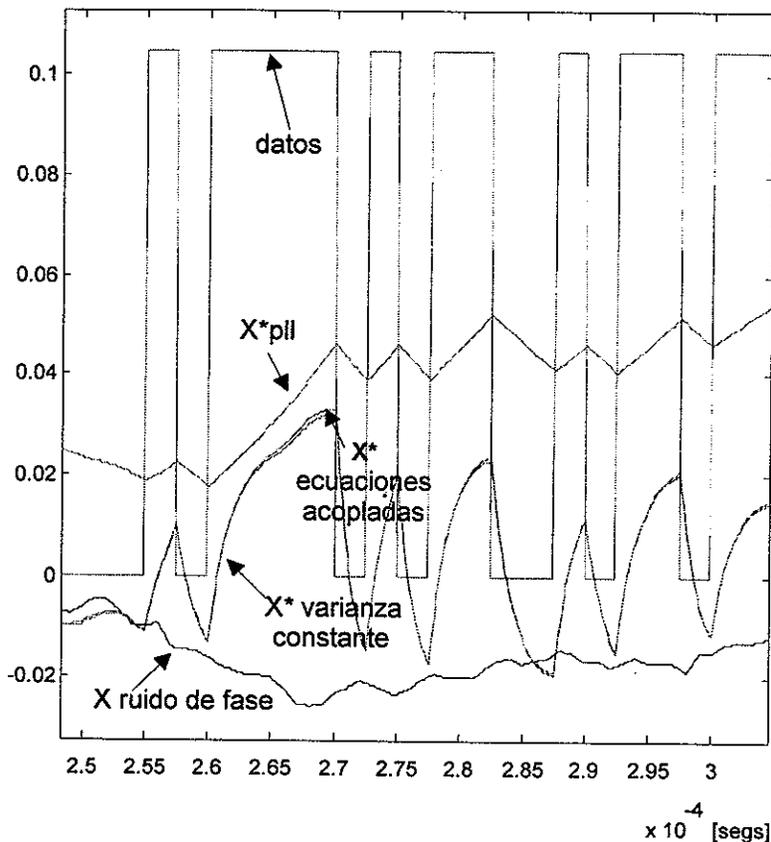


Figura 44 Forma de onda de los diversos estimadores con modulación (datos).

### VII.3 TRABAJO EXPERIMENTAL.

Como se mencionó anteriormente, basandonos en los resultados de las simulaciones, realizamos solamente el estimador de varianza constante y el "PLL convencional". En las figuras 45 a 48 se muestran los correspondientes diagramas a bloques y eléctricos de estas estructuras. Los estimadores se realizaron de dos formas alternativas: mediante circuitería analógica y mediante la utilización de un procesador digital de señales (PDS). Se realizó a su vez un

generador analógico de ruido de fase Wiener mediante el uso de un generador de ruido blanco y un integrador.

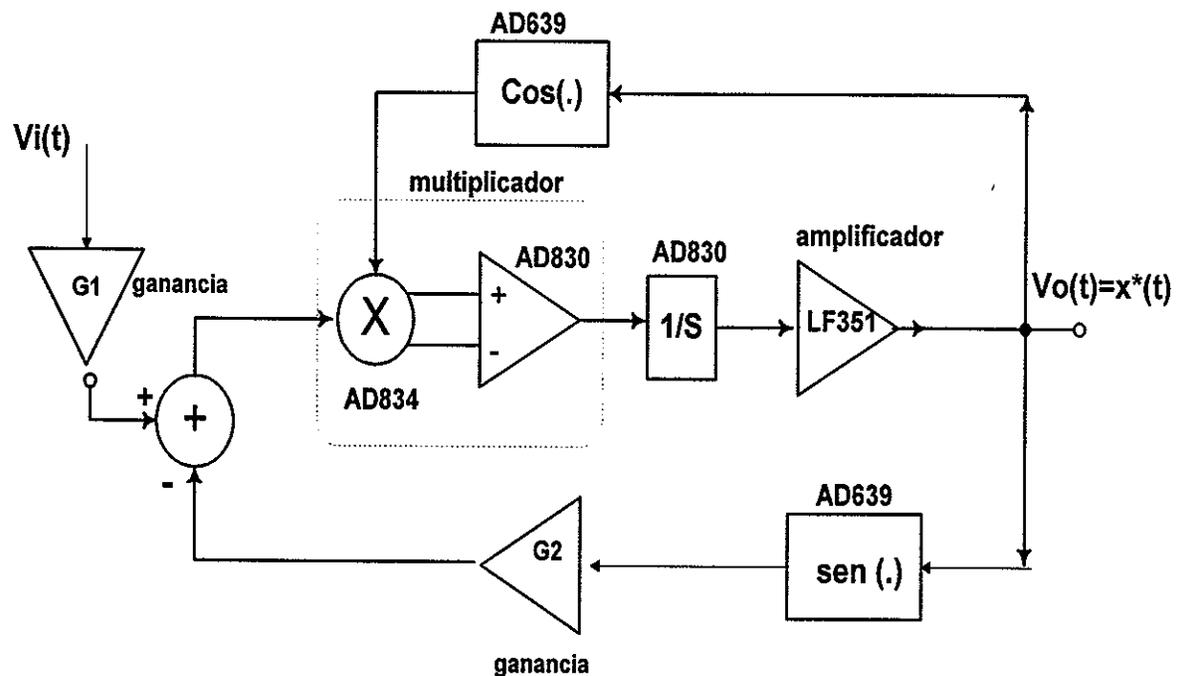


Figura 45 Diagrama a bloques del estimador de fase de varianza constante implementado con circuitería analógica

Dado que el objetivo preliminar de estos circuitos fue la validación experimental del sistema sintetizado, no se consideró relevante manejar velocidades de bit (anchos de banda) muy altas aunque varios de los circuitos empleados son capaces de operar al orden de cientos de MegaHertz. A continuación describiremos el funcionamiento del circuito estimador analógico de varianza constante (veáse figura 46).

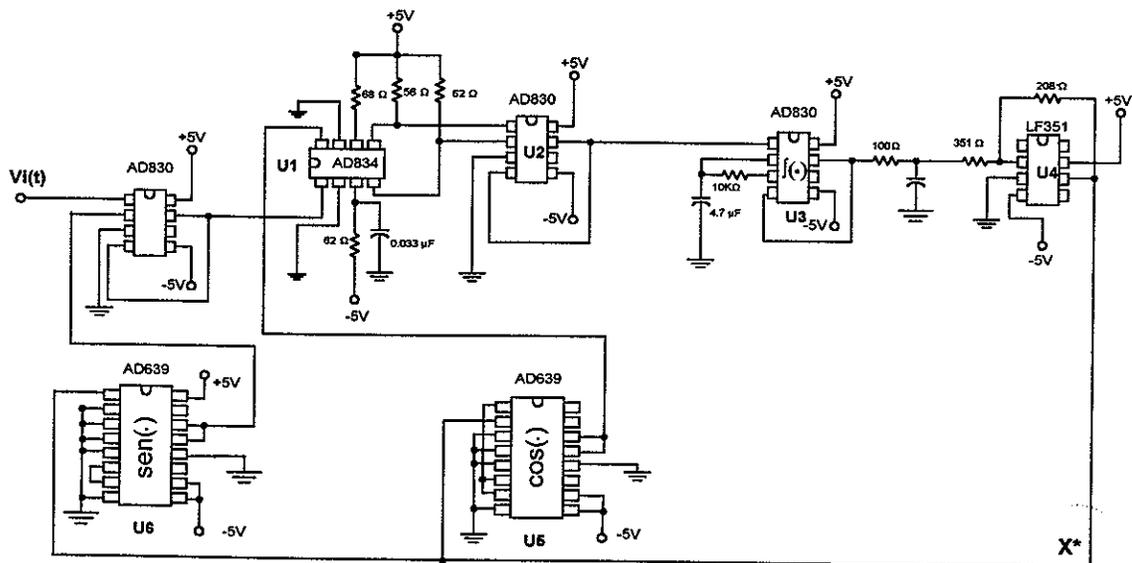


Figura 46 Diagrama eléctrico del estimador de fase de varianza constante implementado con circuitería analógica

U1 es un circuito multiplicador de 4 cuadrantes, el AD834 de la compañía Analog Devices, capaz de multiplicar señales de hasta  $\pm 1$  Volt de amplitud y hasta 500 MHz. Su salida diferencial es convertida a una sola señal por medio del amplificador de video U2 (AD830), cuya salida es integrada mediante U3. Este integrador emplea una idea novedosa sugerida por E. Brunner [Brunner, 1995] la cual permite manejar anchos de banda más elevados y con mayor linealidad que los integradores convencionales basados en el uso de amplificadores operacionales. Adicionalmente se requiere una etapa de amplificación mediante el amplificador operacional U4 (LF351). Finalmente, los elementos clave para el diseño de este sistema fueron los convertidores de funciones trigonométricas

universales U5 y U6 (AD639) los que permiten el cálculo analógico en tiempo real de las funciones seno y coseno con anchos de banda de hasta 1.5 MHz.

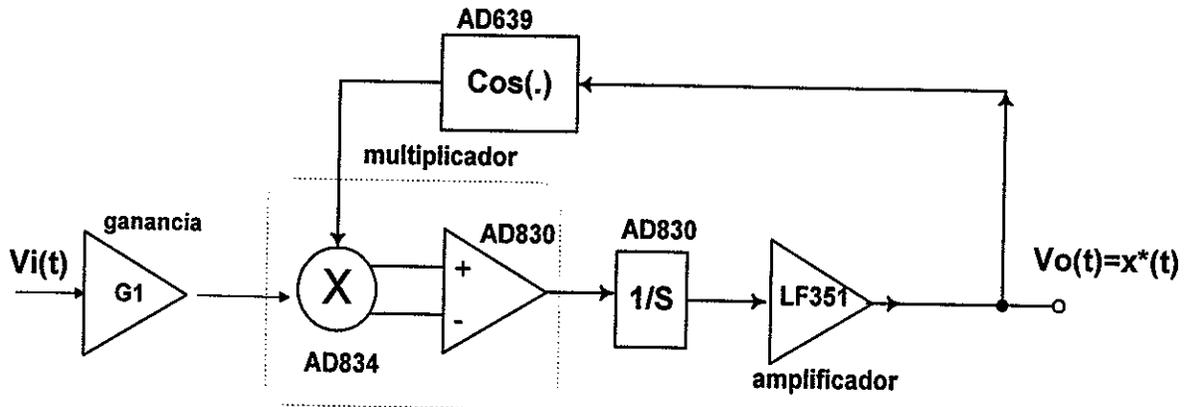


Figura 47 Diagrama a bloques del estimador de fase PLL convencional implementado con circuitería analógica

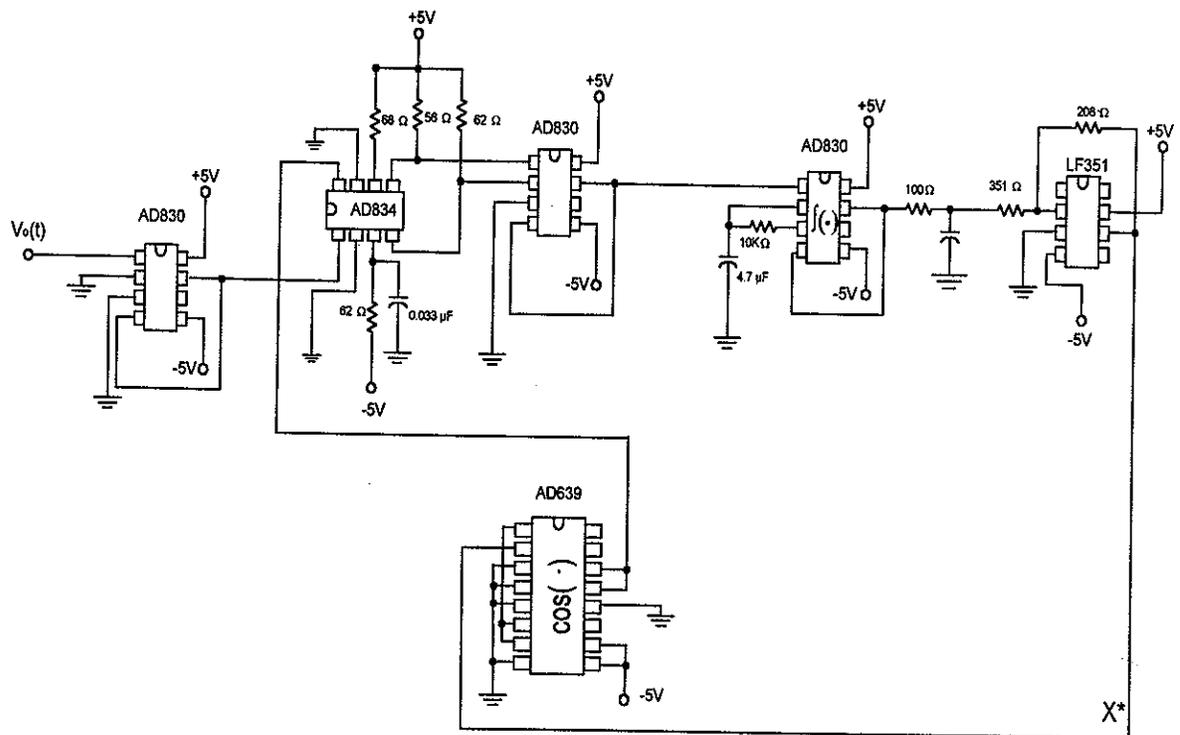


Figura 48 Diagrama eléctrico del estimador de fase PLL convencional implementado con circuitería analógica

La caracterización experimental del estimador de fase se realizó en primer lugar mediante un montaje óptico autohomodino como el mostrado en la figura 49, habiendo sido reportados anteriormente los resultados [Arvizu Mondragón 1998 y Tovar Fonseca 1998], a continuación reproduciremos solamente los resultados más importantes.

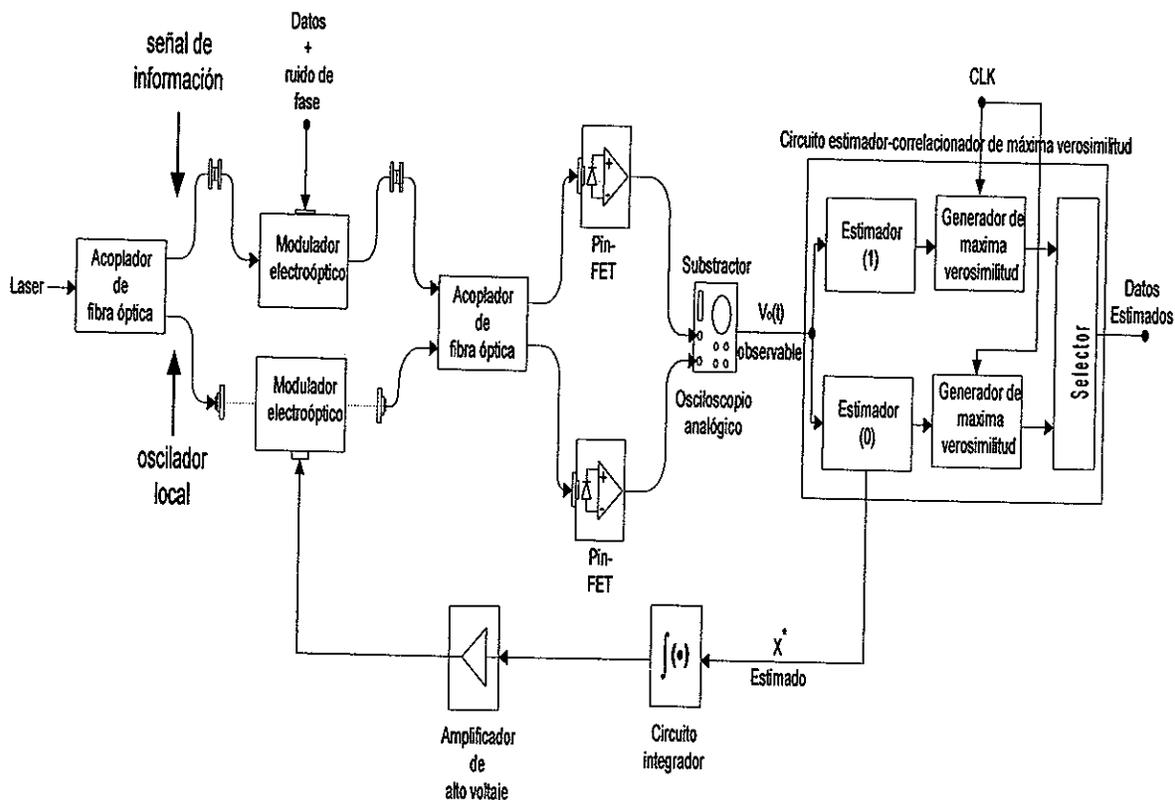


Figura 49 Experimento óptico autohomodino empleado para caracterizar el estimador de fase sintetizado

El esquema mostrado en la figura 49 se basa en el estimador-correlacionador de la figura 23 y su funcionamiento es como sigue. A partir de un láser de semiconductor de cavidad externa ( New Focus modelo 25262) con un

ancho de línea menor a 5 MHz, se derivan la señal a ser modulada (señal de información) y el oscilador local empleando un acoplador de fibra óptica. La fase de la señal óptica de información es modulada empleando un modulador electroóptico al cual se le aplica la señal binaria de datos más ruido con característica Wiener. La señal óptica modulada es homodinada con la señal del oscilador local usando otro acoplador de fibra óptica, cuya salida es fotodetectada diferencialmente para así obtener el observable eléctrico  $V_o(t) = r(t)$  a partir del cual se realizará el proceso de estimación de fase.

El bloque estimador-correlacionador de máxima verosimilitud está constituido de dos bloques estimadores de fase (de varianza constante para este caso), dos calculadores de máxima verosimilitud (los cuales realizan la operación especificada por la ecuación (80) de la sección VI.4 del presente trabajo) y de un selector (el cual decide si la señal transmitida es un uno o un cero lógico), el diagrama del circuito realizado se muestra en la figura 50.

Como puede observarse en la figura 49, existe un lazo de retroalimentación del estimado de fase  $\hat{x}$  actuando sobre la fase del oscilador local por medio de un modulador electroóptico en el segundo brazo del arreglo interferométrico. La finalidad de este lazo era estabilizar la diferencia de fase entre el oscilador local y la señal de información ya que cuando el lazo de retroalimentación se encontraba abierto, se observaban fluctuaciones aleatorias en la amplitud y el nivel de corriente directa del observable eléctrico. Estas fluctuaciones del nivel y amplitud tenían probablemente su origen principalmente en la descorrelación de fase entre

la portadora óptica y el campo óptico del oscilador local en el interferómetro, sin descartar por supuesto, otro tipo de fenómenos que también pueden ser causa de éstas fluctuaciones tal como variaciones en el estado de polarización, variaciones en temperatura, vibraciones mecánicas, etc (ver sección II.1.1). Las fluctuaciones en el observable tenían un efecto nocivo en la operación del circuito, puesto que se presentaban niveles de amplitud que saturaban a los amplificadores, generándose así una señal de ruido aleatoria, sin ninguna relación con la señal de datos transmitidos.

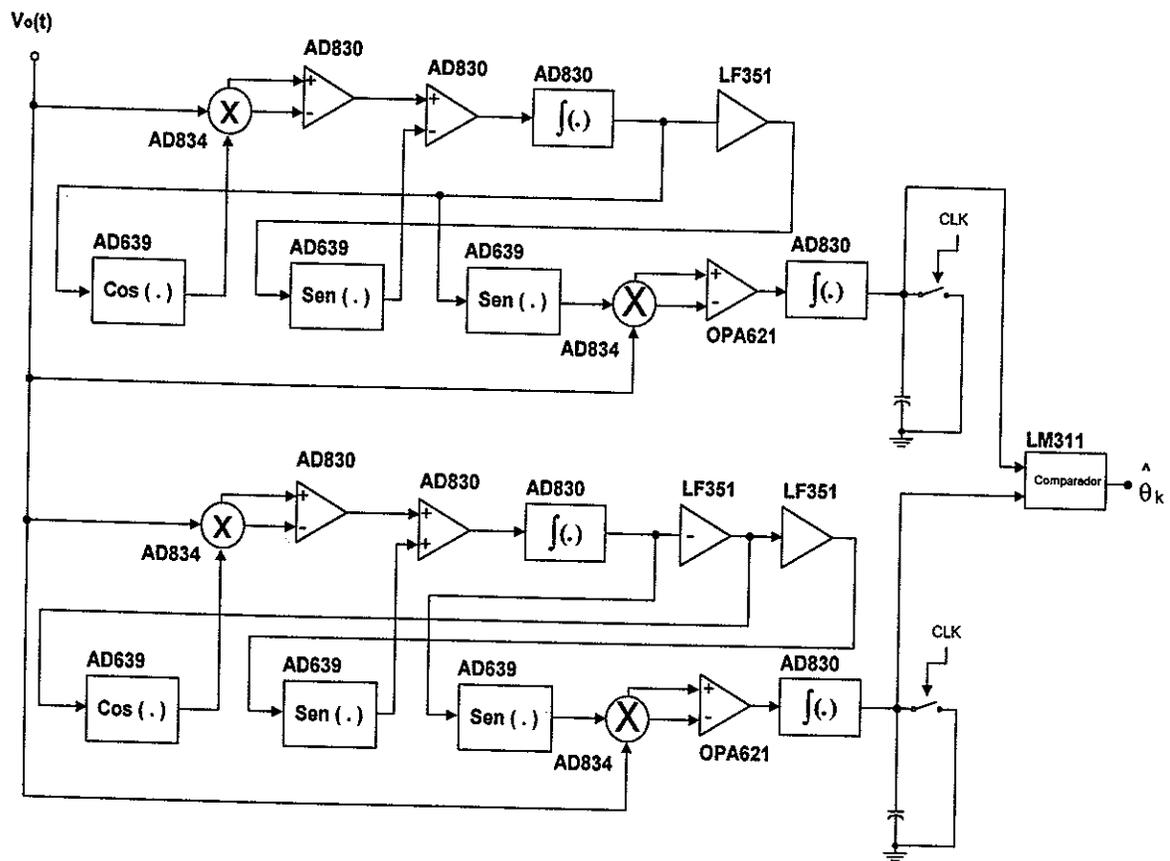


Figura 50 Diagrama a bloques del estimador-correlacionador implementado.

En general no fue posible mantener la estabilidad de la diferencia de fase entre las señales ópticas durante mucho tiempo, sin embargo, durante los períodos en que sí existía cierta estabilidad se realizaron diversas mediciones, las cuales se enlistan a continuación.

**TABLA II. Resumen de las mediciones realizadas.**

TIPO DE MEDICIÓN
Medición del ruido de fase, $x(t)$ y su espectro
Medición del observable eléctrico, $V_o(t)$
Medición de una señal de información digital en el modulador y en la etapa de fotodetección balanceada.
Medición de una señal de información digital con ruido de fase adicionado.
Medición de la fase, $x(t)$ , y del estimado de fase, $x^*(t)$ .
Medición de la señal de entrada y de la señal estimada, $\hat{\theta}_k$ .
Medición del observable eléctrico, $V_o(t)$ , y de la señal estimada, $\hat{\theta}_k$ .
Medición del estimado de fase, $x^*(t)$ , y de la señal estimada, $\hat{\theta}_k$ .

Las mediciones se realizaron para diversos anchos de línea y diferentes niveles de potencia óptica (diferentes relaciones señal a ruido), en la tabla III se enlistan dichas condiciones.

En las figuras 51 y 52 se muestran dos oscilogramas típicos de los experimentos mencionados (en el apéndice 4 se incluyen más resultados experimentales). En éstos puede apreciarse la bondad del sistema realizado al recuperarse fielmente la señal de datos, sin embargo, no fue posible realizar una medición de la probabilidad de error de bit a causa de la mencionada

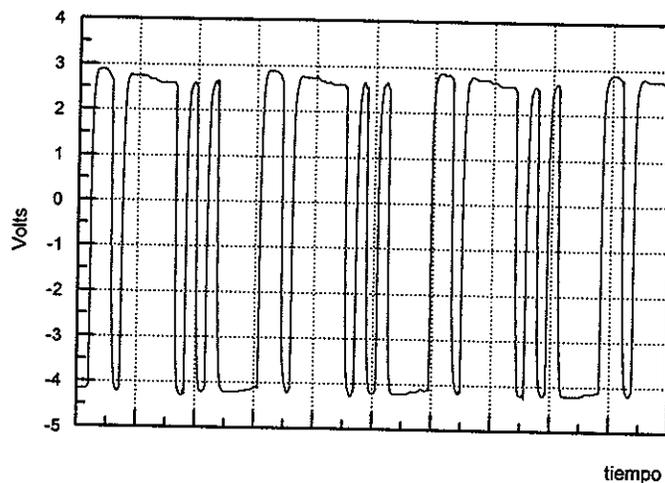
inestabilidad. Por esta razón decidimos realizar también un experimento “puramente eléctrico”, donde la señal de batimiento fuera generada a partir de osciladores electrónicos,

**TABLA III. Medición del ruido de fase y del observable eléctrico.**

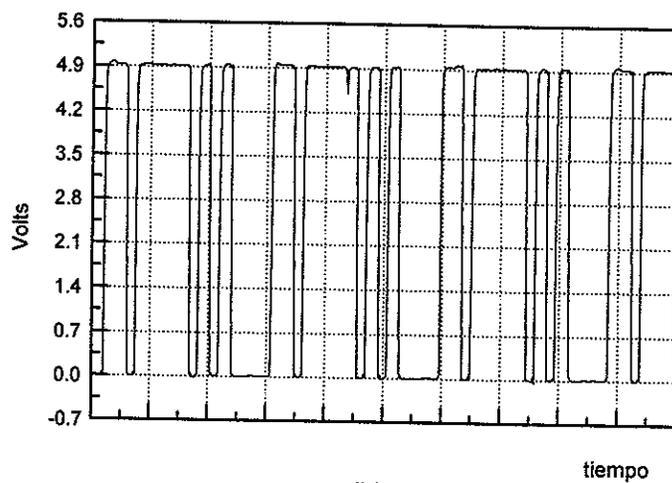
GENERADOR DE RUIDO		RUIDO DE FASE; $x(t)$			OBSERVABLE ELECTRICICO; $V_o(t)$		
Amplitud máxima ( $V_{rms}$ )	Ancho de banda (KHz)	Amplitud máxima ( $V_{pp}$ )	Potencia espectral (dBm)	Ancho de banda (KHz)	Amplitud máxima (mV <sub>pp</sub> )	Potencia Espectral (dBm)	Ancho de banda (KHz)
0.5	1.5	5	4	~1.5	262	-25.62	~1.5
1	1.5	9	11	~1.5	425	-15	~1.5
2.1	1.5	10	13	~1.5	487	-11	~1.5
3.16	1.5	11	16	~1.5	487	-11	~1.5
0.5	5	4.5	2.5	~5	150	-24	~5
1	5	8	7.5	~5	160	-18	~5
2.1	5	11	11.5	~5	200	-17	~5
3.16	5	11.5	12.5	~5	330	-15	~5
0.5	15	3	2	~15	140	-22	~15
1	15	6	5	~15	250	-17	~15
2.1	15	11	15	~15	425	-13	~15
3.16	15	11	10	~15	324	-15	~15
0.5	50	1.5	1.5	~25	60	-30	~25
1	50	2.7	2.5	~25	130	-28	~25
2.1	50	6.7	10	~25	320	-25	~25
3.16	50	9.8	16	~25	370	-13	~25

Siendo en esta etapa donde incluimos una versión del estimador de fase realizada en base a un procesador digital de señales (PDS) el ADSP-2181 de

Analog Devices, con la única finalidad de obtener una validación experimental adicional del estimador sintetizado. La caracterización experimental de las versiones analógica y en PDS fue reportada previamente [ Arvizu Mondragón, 1998, Mitrani Viggiano,1999, Muraoka Espiritu y Arvizu Mondragón,2000], aquí se resumirán solamente los resultados más significativos.

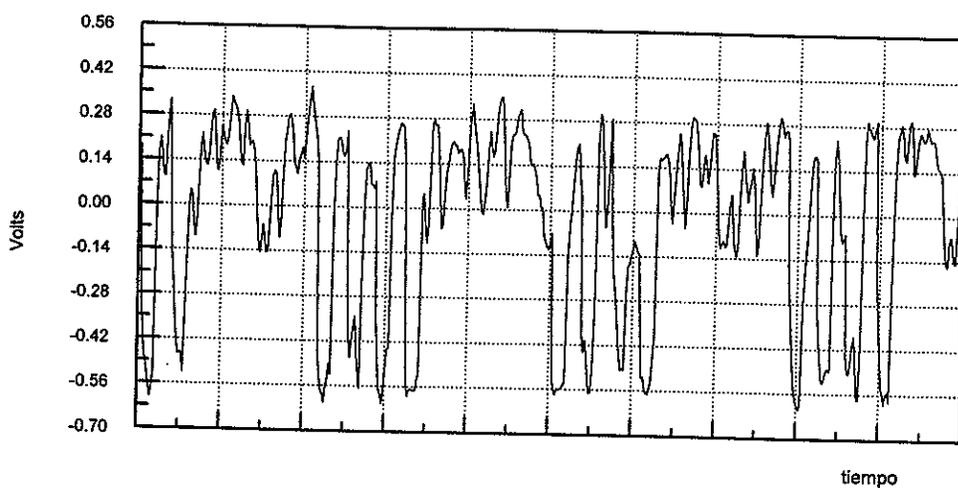


(a)

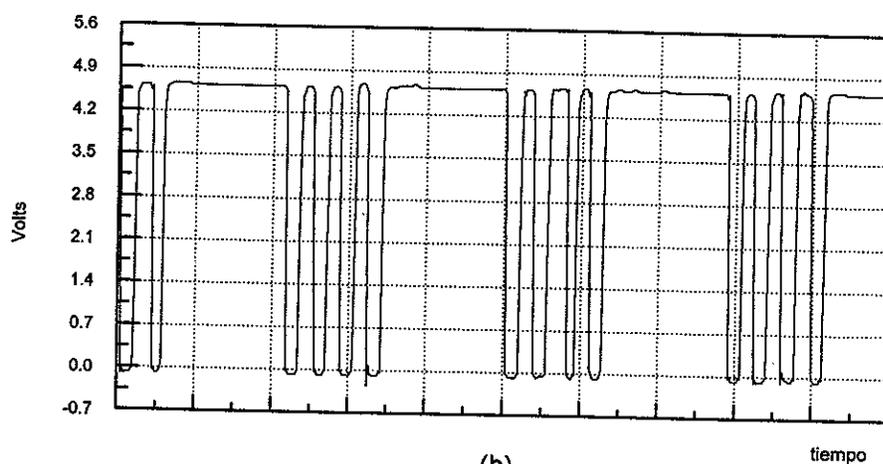


(b)

Figura 51 a) señal de datos a la entrada del modulador electroóptico sin ruido de fase adicionado, b) señal entregada a la salida del estimador-correlacionador.



(a)



(b)

Figura 52 a) Forma de onda del voltaje a la salida de la etapa de fotodetección balanceada, con ruido de fase adicionado a la entrada de  $3.16 V_{rms}$  y 50 KHz, b) forma de onda a la salida del estimador-correlacionador.

En las figuras 53 y 54 se ilustran las formas de onda obtenidas a la salida de los estimadores de varianza constante para la realización analógica y en PDS

respectivamente para un ancho de línea de 0.5 kHz y un ruido aditivo de amplitud de 800 mVpp, mientras que en la figura 55 se muestra una foto del experimento “puramente eléctrico” analógico realizado.

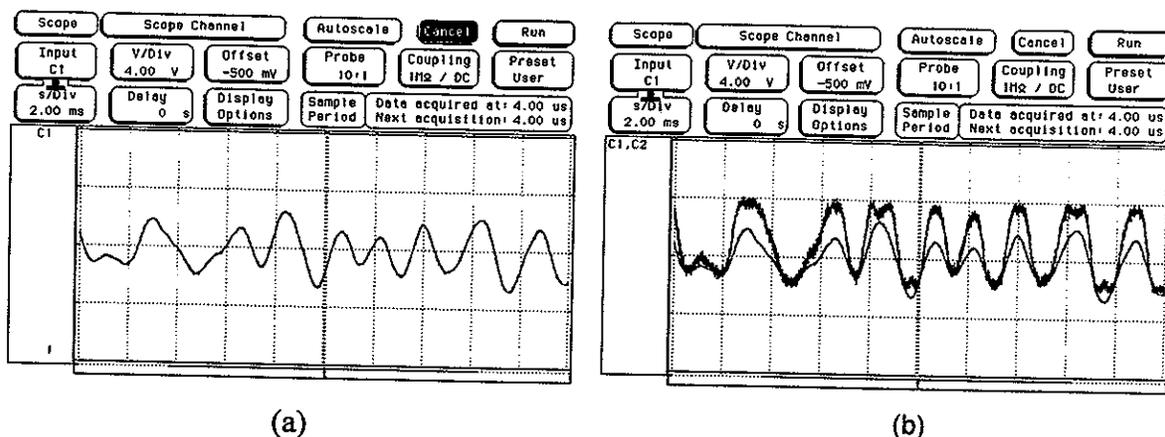


Figura 53 a) oscilograma del ruido de fase, b) oscilograma del ruido de fase y su estimado para el circuito analógico de varianza constante

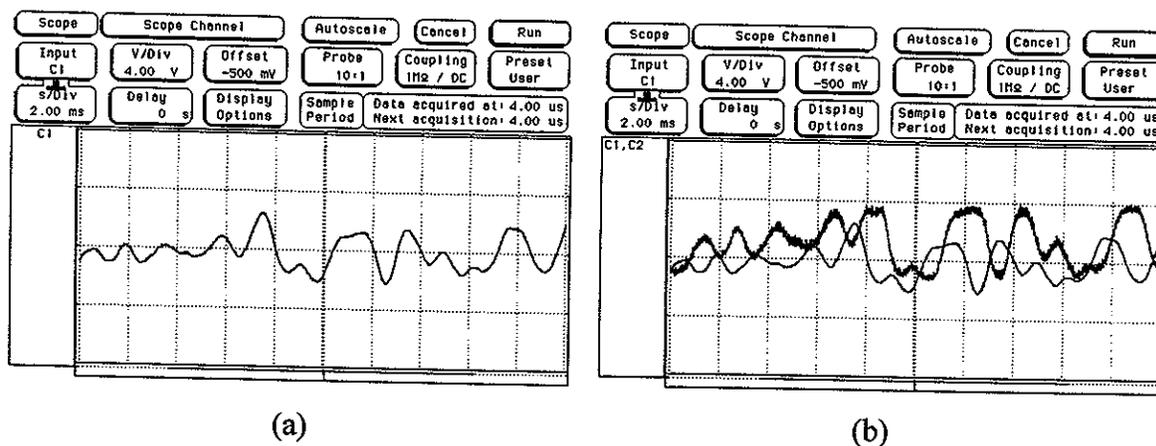


Figura 54 a) oscilograma del ruido de fase, b) oscilograma del ruido de fase y su estimado para el estimador de varianza constante implementado con un PDS.

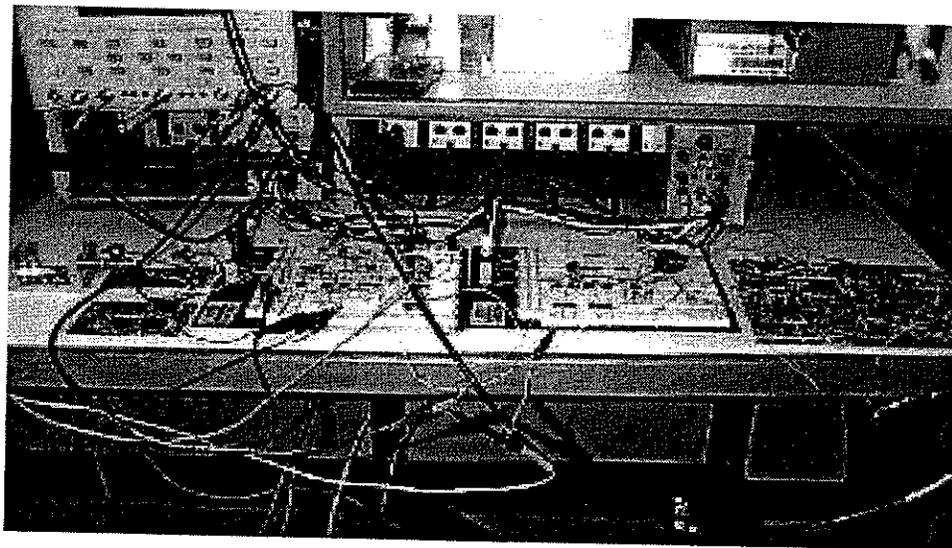


Figura 55 Experimento "puramente eléctrico" con el estimador de fase analógico

Los resultados obtenidos en las figuras 53 y 54 permiten verificar el funcionamiento esperado de los circuitos realizados, pudiéndose observar cierto retardo introducido por el tiempo de procesamiento del PDS (en el apéndice 4 se muestran resultados adicionales).

## CAPÍTULO VIII. CONCLUSIONES.

En este trabajo se reporta la síntesis de un estimador de fase óptica para un sistema de comunicaciones óptico homodino. La síntesis se realiza mediante el uso de la teoría estadística de las comunicaciones, el cálculo de Ito, la teoría de la máxima verosimilitud y la ecuación de Fokker-Plank.

Este trabajo aporta resultados a varios niveles: teóricos, de simulación, de realización y de caracterización:

- a) **teóricos:** se obtuvo mediante síntesis, una estructura de estimador de fase (sub)óptimo con características adecuadas a un canal de comunicaciones óptico homodino. En particular, redujimos la estructura a un nuevo lazo al que denominamos **PLL con términos de alto orden**. Para la obtención de esta estructura fue necesario plantear el modelo del sistema mediante ecuaciones diferenciales estocásticas, basadas en el cálculo de Ito y de la ecuación de Fokker-Plank.
- b) **simulación:** se realizó el modelo del sistema de comunicaciones óptico homodino tomando en cuenta cada una de las perturbaciones (ruido de amplitud, ruido de fase, y modulación binaria de la fase), así como la estructura del estimador-correlacionador sintetizado y efectuamos una gran cantidad de simulaciones para diferentes condiciones de operación.
- c) **experimentales:** se realizaron también una gran cantidad de experimentos para caracterizar el desempeño del estimador-correlacionador basado en el PLL con términos de alto orden sintetizado.

**d) caracterización:** diseñamos diversos subsistemas para la caracterización del estimador realizado, por ejemplo, un generador de ruido de fase tipo Wiener y un esquema óptico autohomodino con característica de espectro de ruido de fase controlado.

Dentro de esta línea quedan aún abiertos importantes problemas tanto a nivel teórico como experimental; v.g. a) obtención de la función de distribución de la probabilidad del error de fase, la cual nos permitiría calcular la probabilidad de error de bit para diversas condiciones de relación señal a ruido y de diferentes anchos de línea (diferentes cantidades de ruido de fase), b) determinación de una solución analítica que permita "desacoplar" las ecuaciones del estimador y la varianza obtenidas mediante la síntesis, c) ejecución del experimento con dos láseres independientes lo que implicaría a su vez un control estricto del estado de polarización de las señales por mezclar así como de la realización de un control automático de frecuencia y, eventualmente, de un PLL optoelectrónico.

## REFERENCIAS

**Arvizu Mondragón, A., Mendieta Jiménez, F.J. y Chavez Olivarez, R.** 1998. "Balanced photoreceiver for coherent optical communications". *Instrumentation and Development*. 3(10): 3-14 p.

**Arvizu Mondragón, A., Mendieta Jiménez, F.J. y Tovar Fonseca, A.** 1998. "Diseño y caracterización de un PLL optoelectrónico con términos de alto orden". *Memorias del SOMI XIII Congreso de Instrumentación*. Ensenada (en CD).

**Baggeroer, A.B.** 1970. "State variables and communication theory". *Research Monograph (61)*. The M.I.T. Press. London. 198 p.

**Bash, E. y T. Brown.** 1987. "Introduction to coherent fiber-optic communication". En: **Bash E.E.** (ed). "Optical fiber transmission". Howard W. Sams & Co., Indianapolis. 503-530 p.

**Betti, S., De Marchis, G. y Iannone, E.** 1995. "Coherent optical communications systems". John Wiley and Sons, New York. 539 p.

**Brunner, E.** 1995. "Turn feedback amp into integrator". *Electronic Design*, July 10, 43(14):101-102 p.

- Chan, V.W.S.** 1981. "Coherent optical space communications system architecture and technology issues". SPIE, Control and communication technology in laser systems. 208p.
- Cvijetic, M.** 1996. "Coherent and Nonlinear Lightwave Communications". Artech House, Inc. Norwood. 304 p.
- Desurvire, E., Simpson, J.R. y Becker, P.C.** 1987. "High-gain erbium-doped traveling-wave fiber amplifier". Optical Letter.12: 888-890 p.
- Franks, L.E.** 1969. "Signal Theory". Prentice-Hall. N.J. 317 p.
- Georghiades, C.N.** 1985. "A proposed Receiver Structure for Heterodyne Optical Communication Systems". Tesis Doctoral, Sever Institute of Washington University. 149 p.
- Gagliardi, R.M.** 1995. "Optical Communications". John Wiley & Sons, Inc. New York. 347 p.
- Gitlin, R.D., Hayes, J.F. y Weinstein, S.B.** 1992. "Data communications principles". Plenum Press, New York. 733 p.

- Helstrom, C.W.** 1976. "Quantum detection and estimation theory". Academic Press, New York. 309 p.
- IEEE.** 1990. "Special Issue on coherent optical communications". Journal of lightwave technology. 8(3). 494 p.
- Jacobsen, G.** 1994. "Noise in digital optical transmission systems". Artech House. Norwood. 273 p.
- Kalman, R.E. y Bucy, R.** 1961. "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory". ASME J. Basic Eng. 83. 95-108 p.
- Kazovsky, L. y Benedetto, S.** 1996. "Optical Fiber Communications Systems". Artech House, Inc. Norwood. 692 p.
- Keiser, G.** 1991. "Optical Fiber Communications". McGraw-Hill, Inc. Segunda edición. New York. 453 p.
- Lehan, F.W. y Parks, R.J.** 1953. "Optimum demodulation". IRE Nat. Conv. Rec., Pt. 8.101-103 p.

- Lindsey, W.C.** y **Simon, M.K.** 1973. "Telecommunication systems engineering". Prentice-Hall, Inc. New York. 574 p.
- Mendieta Jiménez, F.J., Corona Domínguez, M. Arvizu Mondragón, A.**1996. "A coherent optical communications demonstration using a self-heterodyne interferometric technique". Instrumentation and development. 3(6). 29-36 p.
- Meyr, H.** 1990. "Synchronization in digital communications Vol.1". John Wiley and Sons. New York. 510 p.
- Mitrani Viggiano, D.** 1999. "Procesador digital de señales para un estimador de fase optoelectrónico". Tesis de licenciatura (dirigida por Arturo Arvizu Mondragón). Escuela de Ingeniería, UABC. Ensenada. 68 p.
- Muraoka Espíritu,R. y Arvizu Mondragón, A.** (2000). "Caracterización de un estimador de la fase de una portadora afectada por ruido de fase y amplitud". Informe Técnico. CICESE. (próximo a publicarse). 37p.
- Ryu, S.** 1995. "Coherent Lightwave Communication Systems". Artech House, Inc. Norwood. 283 p.

**Shimada, S.** 1995. "Coherent lightwave communications technology ". Chapman and Hall. London. 258 p.

**Snyder, D.L.** 1969. "The State-Variable Approach to Continuous Estimation with Applications to Analog Communication Theory". Research Monograph. 51. The M.I.T. Press. Cambridge. 114 p.

**Spilker, J.J.** 1977. "Digital communications by satellite". Prentice-Hall. New Jersey. 672 p.

**Stiffler, J.J.** 1971. "Theory of synchronous communications". Prentice-Hall. N.J. 562 p.

**Swanson, E.A. y Chan, V.W.S.** 1986. "Heterodyne Spatial Tracking System for Optical Space Communication". IEEE Trans. On Comm. COM-34(2). 118-126 p.

**Tovar Fonseca, A.** 1998. "Implementación y caracterización de un sistema de demodulación BPSK óptico, autohomodino, basado en la técnica de máxima verosimilitud". Tesis de maestría (dirigida por Arturo Arvizu Mondragón). CICESE. Ensenada. 116 p.

- Van Trees, H.L.** 1968. "Detection, Estimation and Modulation Theory Part I". John Wiley and Sons. New York. 697 p.
- Van Trees, H.L.** 1971. "Detection, estimation and modulation theory, Part II". John Wiley and Sons. Inc. New York. 349 p.
- Weissman, Y.** 1992. "Optical network theory". Artech House. Norwood. 274p.
- Yamamoto, Y.** 1991. "Coherence, Amplification, and Quantum Effects in Semiconductor Lasers". John Wiley and Sons. Inc. New York. 646 p.
- Youla, D.C.** 1954. "The Use of Maximum Likelihood in Estimating Continuously Modulated Intelligence Which Has Been Corrupted by Noise". IRE Trans. Info. Th., IT-3. 99-105 p.

## APÉNDICE 1. DETECCIÓN DIRECTA Y DETECCIÓN COHERENTE.

### 1.1 Detección directa.

Para explicar el principio de funcionamiento de los sistemas con detección directa, haremos uso de la figura 1, reproducida abajo por conveniencia.

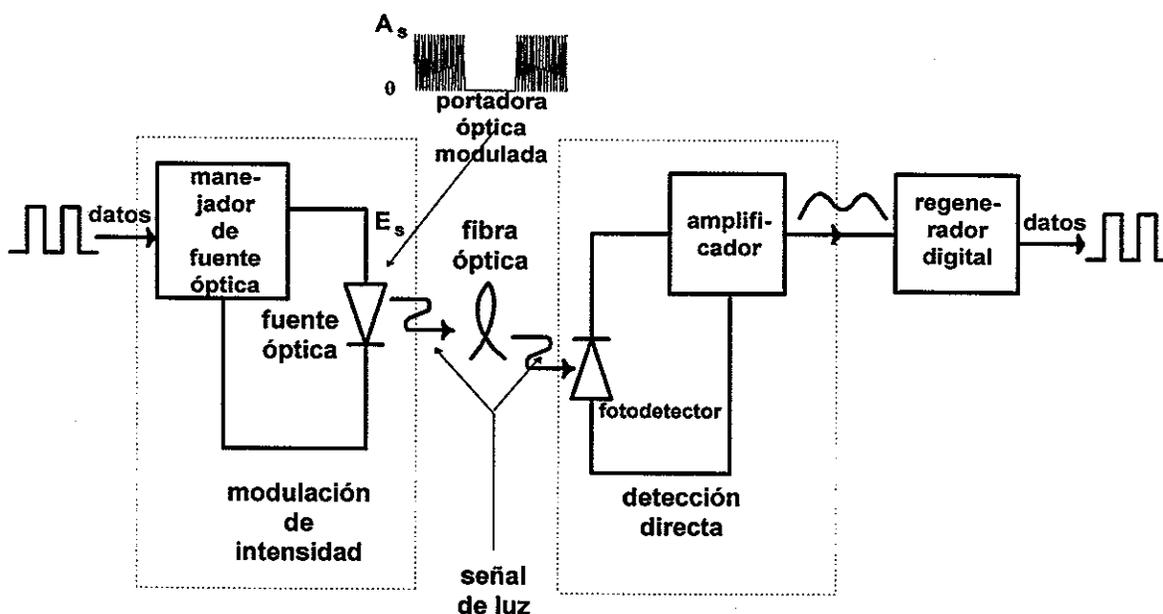


Figura 1 Sistema de comunicaciones ópticas con modulación de intensidad y detección directa.

Para nuestro análisis consideremos que el campo eléctrico de la señal transmitida  $E_s$  es una onda plana con la siguiente forma:

$$E_s = A_s \cos[\omega_s t + \phi_s(t)] \quad (A1)$$

donde:

$A_s$ ,  $\omega_s$ ,  $\phi_s(t)$  : amplitud, frecuencia y fase de la portadora óptica respectivamente.

La amplitud de la señal eléctrica en el transmisor modula proporcionalmente la potencia óptica de la fuente de luz. En el receptor la señal óptica se convierte directamente en una señal de corriente eléctrica desmodulada, la cual, es proporcional a la intensidad  $I_{dd}$  (cuadrado del campo eléctrico) de la señal óptica [Kazovsky, 1996], produciendo:

$$I_{dd} = E_S^2 = [A_S \cos(\omega_s t + \phi_s(t))]^2 \quad (A2)$$

aplicando la identidad trigonométrica  $\cos^2 x = \frac{1}{2} [1 + \cos 2x]$  se llega a la expresión:

$$I_{dd} = \frac{A_S^2}{2} [1 + \cos(2\omega_s t + 2\phi_s)] \quad (A3)$$

El término  $\cos(2\omega_s t + 2\phi_s)$  es eliminado en el receptor, debido a que su frecuencia está por encima de la capacidad de respuesta del detector, por lo que en la detección directa se tiene que:

$$I_{dd} = \frac{A_S^2}{2} \quad (A4)$$

En el caso digital, el uno lógico es representado por una corriente  $I_{dd}$  igual a  $\frac{A_S^2}{2}$  y para el cero lógico, la corriente  $I_{dd}$  es igual a cero.

## 1.2 Detección coherente.

Para explicar el principio de funcionamiento de los sistemas con detección coherente, haremos uso de la figura 2, reproducida aquí también por conveniencia.

En el receptor se realiza en primer lugar la mezcla de los haces (mediante el uso de un acoplador óptico), de la señal de información y del oscilador local, y después se fotodetecta dicha mezcla.

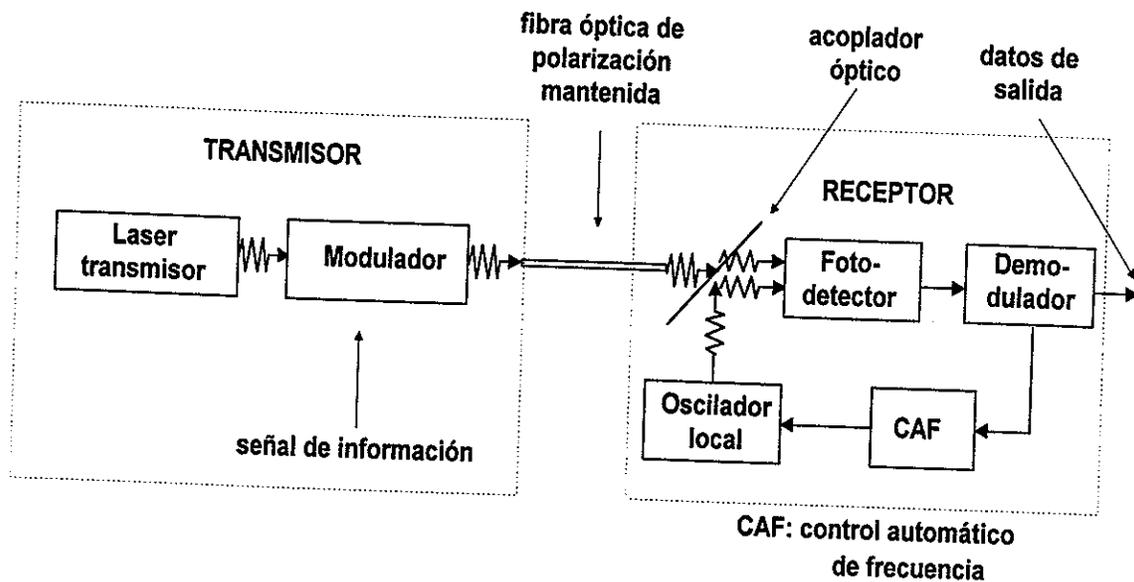


Figura 2 Sistema de comunicaciones ópticas con detección coherente.

El campo del oscilador local tiene la forma:

$$E_{lo} = A_{lo} \cos[\omega_{lo} t + \phi_{lo}(t)] \quad (A5)$$

donde:

$A_{lo}$ ,  $\omega_{lo}$ ,  $\phi_{lo}(t)$ : amplitud, frecuencia y fase del oscilador local respectivamente.

El campo óptico transmitido está definido por la ecuación (A1). La corriente detectada es proporcional al cuadrado del campo eléctrico total de la señal que le llega al fotodetector.

Es decir, la intensidad de corriente coherente es:

$$I_{coh}(t) = (E_s + E_{lo})^2 \quad (A6)$$

desarrollando

$$I_{\text{coh}}(t) = \{A_s \cos[\omega_s t + \phi_s(t)] + A_{I_0} \cos[\omega_{I_0} t + \phi_{I_0}(t)]\}^2 \quad (\text{A7})$$

desarrollando la expresión anterior y aplicando la identidad trigonométrica  $\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$  se tiene:

$$I_{\text{coh}}(t) = \frac{A_s^2 + A_{I_0}^2}{2} + A_s A_{I_0} \{ \cos[\omega_s t - \omega_{I_0} t + \phi_s(t) - \phi_{I_0}(t)] + \cos[\omega_s t + \omega_{I_0} t + \phi_s(t) + \phi_{I_0}(t)] \}$$

(A8)

$$I_{\text{coh}}(t) = \frac{A_s^2 + A_{I_0}^2}{2} + A_s A_{I_0} \{ \cos[\omega_s t - \omega_{I_0} t + \phi(t)] + \cos[\omega_s t + \omega_{I_0} t + \phi_s(t) + \phi_{I_0}(t)] \}$$

(A9)

El último término de la derecha se elimina debido también a la condición de que el fotodetector no responde a términos con frecuencias de oscilación cercanas a  $2\omega_s$ . De esta manera, para la detección coherente se tiene que la corriente es:

$$I_{\text{coh}}(t) = \frac{A_s^2 + A_{I_0}^2}{2} + A_s A_{I_0} \cos[(\omega_s - \omega_{I_0})t + \phi(t)] \cos \theta(t) \quad (\text{A10})$$

donde  $\phi(t) = \phi_s(t) - \phi_{I_0}(t)$  es la diferencia de fase relativa entre el haz de la señal de información y el oscilador local. El término  $\cos \theta(t)$  representa el desalineamiento de polarización entre la onda de la señal y del oscilador local. Como la potencia óptica  $P(t)$  es proporcional a la intensidad [Ryu, 1995], en el detector se tiene:

$$P(t) = P_s + P_{I_0} + 2\sqrt{P_s P_{I_0}} \cos[(\omega_s - \omega_{I_0})t + \phi(t)] \cos \theta(t) \quad (\text{A11})$$

donde  $P_s$  y  $P_{I_0}$  son las potencias ópticas de la señal y del oscilador local, respectivamente, siendo en general  $P_{I_0} \gg P_s$ . Como se puede observar, la diferencia de la frecuencia angular  $\omega_{FI} = \omega_s - \omega_{I_0}$ , es una frecuencia intermedia, y el ángulo de fase  $\phi(t)$ , representa la diferencia de fase entre los niveles de la señal y del oscilador local. Normalmente se busca que la frecuencia  $\omega_{FI}$  esté en el rango de las radiofrecuencias.

Existen dos posibilidades en la detección coherente, si la frecuencia de las señales ópticas es la misma, se tiene detección homodina, en caso contrario, se trata de detección heterodina, con las siguientes características.

**a) Detección homodina:**

Como las frecuencias del oscilador local y de la señal portadora son iguales ( $\omega_{FI} = 0$ ) la ecuación (A11) queda:

$$P(t) = P_s + P_{I_0} + 2\sqrt{P_s P_{I_0}} \cos \phi(t) \cos \theta(t) \quad (A12)$$

Para transmitir información con esta técnica se pueden emplear los esquemas de modulación de encendido y apagado OOK (On Off Keying, en inglés), variando el nivel de la señal  $P_s$  y manteniendo  $\phi(t)$  constante; y la modulación por corrimiento de fase PSK, variando la fase  $\phi(t)$  y manteniendo constante  $P_s$ . Ya que  $P_{I_0} \gg P_s$  y  $P_{I_0}$  es constante, el último término de la ecuación (A12) contiene la información transmitida. Puede observarse de la ecuación (A12), que al incrementar la potencia del oscilador local, se incrementa la amplitud de la señal de información; el oscilador local actúa en efecto como un amplificador,

dando por lo tanto una mayor sensibilidad al receptor comparado con la detección directa.

### b) Detección heterodina

En la detección heterodina, la frecuencia intermedia  $\omega_{FI}$  es diferente de cero. Como  $P_s \ll P_{I_0}$ , se puede ignorar el primer término de la ecuación (A11), resultando entonces que la corriente de salida del receptor contiene un término de corriente directa (CD) dado por [Keiser, 1991]:

$$i_{cd} = \frac{\eta q}{h\nu} P_{I_0} \quad (A13)$$

y un término de frecuencia intermedia (FI) variante en tiempo dado por:

$$I_{FI}(t) = 2\mathfrak{R} \sqrt{P_s P_{I_0}} \cos[\omega_{FI} + \phi(t)] \cos \theta(t) \quad (A14)$$

donde:

$\mathfrak{R} = \frac{\eta q}{h\nu}$  : responsividad del fotodiodo en amperes/watts

$\eta$  : eficiencia cuántica del detector

$q$  : carga del electrón

$h\nu$  : energía del fotón

La corriente directa normalmente se filtra en el receptor, y la corriente de FI es amplificada. Después de esto, la información puede ser recuperada empleando técnicas de desmodulación convencionales.

### 1.3 Sensitividad de los diferentes tipos de detección.

El desempeño relativo de los receptores con detección coherente y directa, puede evaluarse en base a sus sensitividades ( $S$ ) respectivas [Bash y Brown, 1987]:

$$S_{\text{hom}} = 4P_{\text{lo}}P_s \quad (\text{A15})$$

$$S_{\text{het}} = 2P_{\text{lo}}P_s \quad (\text{A16})$$

$$S_{\text{dd}} = P_s^2 \quad (\text{A17})$$

donde

$S_{\text{hom}}$ ,  $S_{\text{het}}$ ,  $S_{\text{dd}}$ : sensitividades de las detecciones homodina, heterodina y directa respectivamente.

De lo anterior, puede observarse que la detección homodina es más sensitiva por 3 dB que la detección heterodina (requiere la mitad de potencia para tener el mismo desempeño relativo), además, de las tres, la técnica de detección directa es la menos sensitiva.

## APÉNDICE 2. SÍNTESIS DEL ESTIMADOR DE FASE.

Para la síntesis del estimador de fase nos basamos en la figura 23, reproducida aquí por conveniencia, donde la etapa de fotorrecepción es similar a la ilustrada en la figura 5 del capítulo II.

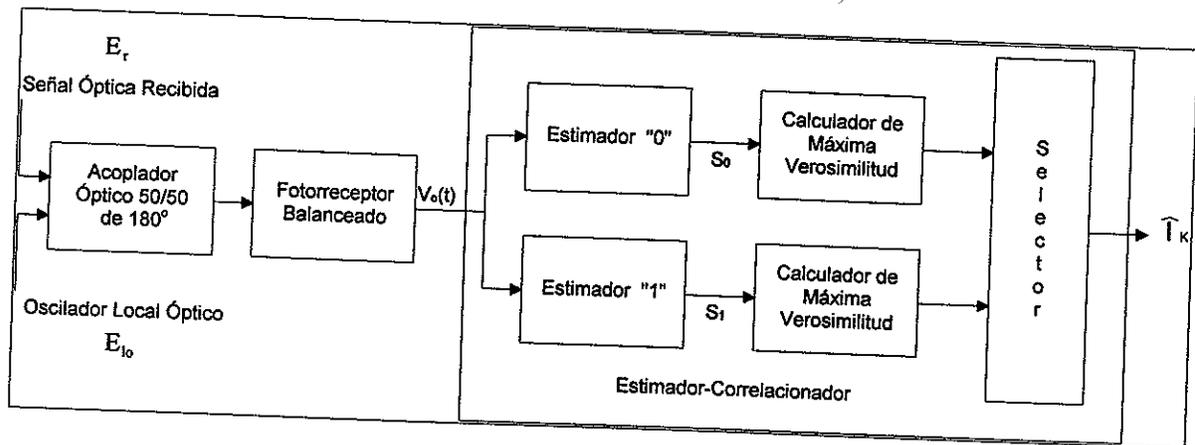


Figura 23 Estimador-correlacionador

Primeramente obtenemos el observable eléctrico a partir de las señales  $E_r$  y  $E_{lo}$  definidas en el capítulo VI mediante las ecuaciones (53) y (54). A las salidas del acoplador óptico se tienen las señales  $E_1$  y  $E_2$  especificadas por las siguientes ecuaciones:

$$E_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} [E_r + E_{lo}] \quad (B1)$$

$$E_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} [E_r - E_{lo}] \quad (B2)$$

Al realizar el proceso de fotodetección se obtienen las señales:

$$V_1(t) = r_1 \Re_1 E_1 E_1^* + n_1(t) \quad (B3)$$

$$V_2(t) = r_2 \Re_2 E_2 E_2^* + n_2(t) \quad (B4)$$

donde:

$E_1^*, E_2^*$ : campos ópticos complejos conjugados de  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente

$V_1(t), V_2(t)$ : señales eléctricas producidas por la fotodetección de los campos ópticos  $E_1$  y  $E_2$  respectivamente.

$r_1, r_2, \Re_1, \Re_2$ : resistencias de carga y responsividades de los fotodetectores del fotorreceptor balanceado respectivamente (no ilustradas en la figura 23)

$n_1(t), n_2(t)$ : señales de ruido aditivo de amplitud de los fotodetectores

Por conveniencia haremos  $r_1 = r_2 = r$  y  $\Re_1 = \Re_2 = \Re$ , sustituyendo en la ecuación (B4) y desarrollando se obtiene:

$$V_1(t) = \frac{r\Re}{2} [E_r^2 + 2E_r E_{I_0} + E_{I_0}^2] + n_1(t)$$

$$V_1(t) = \frac{r\Re}{2} [2P_r \text{sen}^2(\omega_r t + W_1 + \theta_1 + I_k) + \sqrt{16P_r P_{I_0}} \text{sen}(\omega_r t + W_1 + \theta_1 + I_k) \text{sen}(\omega_{I_0} t + W_2 + \theta_2) + 2P_{I_0} \text{sen}^2(\omega_{I_0} t + W_2 + \theta_2)] + n_1(t)$$

$$V_1(t) = \frac{r\Re}{2} \left\{ 2P_r \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2(\omega_r t + W_1 + \theta_1 + I_k)) \right] \right.$$

$$+ 4\sqrt{P_r P_{I_0}} \left[ \frac{1}{2} [\text{sen}((\omega_r - \omega_{I_0})t + W_1 - W_2 + \theta_1 - \theta_2 + I_k) + \text{sen}((\omega_r + \omega_{I_0})t + W_1 + W_2 + \theta_1 + \theta_2 + I_k)] \right]$$

$$\left. + 2P_{I_0} \left[ \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos(2(\omega_{I_0} t + W_2 + \theta_2)) \right] \right\} + n_1(t)$$

donde la dependencia del tiempo de las variables  $W_1, W_2$ , e  $I_k$  se ha omitido por razones de conveniencia (en el resto del texto se escribirá solamente cuando la omisión pueda causar confusión); los términos del doble de las frecuencias

ópticas así como los términos de la suma de las mismas pueden eliminarse debido a la imposibilidad física del fotorreceptor empleado para responder a dichas frecuencias, obteniéndose entonces la siguiente ecuación:

$$V_1(t) = \frac{r\Re}{2} [P_r + P_{I_o}] + 2\sqrt{P_r P_{I_o}} r\Re \text{sen}(\omega_H t + x + I_k) + n_1(t) \quad (B5)$$

las variables  $\omega_H, W, \theta, x$  están definidas por las ecuaciones (56) a (59) del capítulo VI.

De manera análoga:

$$V_2(t) = \frac{r\Re}{2} [E_r^2 - 2E_r E_{I_o} + E_{I_o}^2] + n_2(t)$$

y

$$V_2(t) = \frac{r\Re}{2} [P_r + P_{I_o}] - 2\sqrt{P_r P_{I_o}} r\Re \text{sen}(\omega_H t + x + I_k) + n_2(t) \quad (B6)$$

por otro lado:

$$V_o(t) = A[V_1(t) - V_2(t)] + n(t) \quad (B7)$$

donde  $V_o(t)$  es el **observable** eléctrico,  $n(t) = f(n_1(t), n_2(t), A)$  y  $A$  es la ganancia de voltaje del amplificador diferencial. Sustituyendo las ecuaciones (56) a (59) y (B6) en (B7), se tiene:

$$V_o(t) = 4Ar\Re\sqrt{P_r P_{I_o}} \text{sen}(\omega_H t + x + I_k) + n(t) \quad (B8)$$

La densidad espectral  $S_n(f)$  del ruido  $n(t)$  está definida por la ecuación (60) del capítulo VI.

A partir de las ecuaciones anteriores y haciendo uso del cálculo de Ito, obtenemos las señales necesarias para el modelo del canal, como se describe

en la sección VI.2, las cuales utilizaremos para resolver las ecuaciones del estimador (68) y de la varianza (70). Como se describe en el capítulo VI, la evolución con el tiempo de la densidad condicional del proceso de fase  $x(t)$  es descrito por la ecuación (73), la cual no es en general resoluble o realizable, porque se requiere del conocimiento de la densidad condicional. Como una primera aproximación, el estimado del mínimo error cuadrático medio (MMSE) de la señal  $\hat{S}(x, t, I_j)$  es expresado en términos del estimado MMSE del error de fase como sigue:

$$\hat{S}(x, t, I_j) = E[S(x, t, I) / r_{o,t}, I_j] = \sqrt{2P_H} \operatorname{Im} E[\exp(j(\omega_H t + I_j)) \exp(jx(t))] \quad (B9)$$

usando  $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$  en (B9), tenemos:

$$\hat{S}(x, t, I_j) = \sqrt{2P_H} \operatorname{Im} [E[\exp(j(\omega_H t + I_j + \hat{x}(t))) E \exp(je(t))]] \quad (B10)$$

Ahora, observando que  $M_e(\omega) = E[\exp(j\omega e(t))]$  es la función característica de  $e(t)$ , y usando las propiedades:

$$E \operatorname{sen}(e(t)) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{sen}(e(t)) f_e(t) dt}_{\text{impar}} = 0$$

$$E \operatorname{cos}(e(t)) = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{cos}(e(t)) f_e(t) dt}_{\text{par}}$$

después de algunas manipulaciones algebraicas llegamos a la siguiente expresión:

$$\hat{S}(x, t, I_j) = S(\hat{x}, t, I_j) M_e(1) \quad (B11)$$

Entonces, en la ecuación del estimador (68) podemos escribir la esperanza matemática:

$$E\{(x - \hat{x})S(x, t, I_j)\} = \sqrt{2P_H} \operatorname{Im}\{\exp(j(\omega_H t + \hat{x} + I_j))E[e(t)\exp(je(t))]\} \quad (B12)$$

ahora, usando las derivadas:

$$\frac{d}{d\hat{x}} S(\hat{x}, t, I_j) = \sqrt{2P_H} \cos(\omega_H t + \hat{x} + I_j) \quad (B13)$$

$$\frac{d}{d\omega} M_e(\omega) = M_e(\omega) = \frac{d}{d\omega} E[\exp(j\omega e(t))] = E[je(t)\exp(j\omega e(t))] \quad (B14)$$

la ecuación (B12) puede escribirse como:

$$E\{(x - \hat{x})S(x, t, I_j)\} = -\frac{d}{d\hat{x}} S(\hat{x}, t, I_j) M_e(1) \quad (B15)$$

necesitamos también el siguiente producto para la ecuación de la varianza (70):

$$(x - \hat{x})^2 S(x, t, I_j) = e^2(t) \sqrt{2P_H} \operatorname{sen}(\omega_H t + x + I_j) = \sqrt{2P_H} \operatorname{Im}\{\exp(j(\omega_H t + \hat{x} + I_j))e^2(t)\exp(je(t))\} \quad (B16)$$

usando:

$$\frac{d^2}{d\omega^2} E \exp(j\omega e(t)) = -E \omega e^2(t) \exp(j\omega e(t)) = \ddot{M}_e(\omega)$$

la ecuación (B15) puede expresarse como:

$$E\{(x - \hat{x})^2 S(x, t, I_j)\} = \sqrt{2P_H} E \operatorname{Im}\left\{\exp(j(\omega_H t + \hat{x} + I_j))\left(-\ddot{M}_e(1)\right)\right\} = -S(\hat{x}, t, I_j) \ddot{M}_e(1) \quad (B17)$$

y usando el producto:

$$\frac{d}{d\hat{x}} [S(\hat{x}, t, I_j)] S(\hat{x}, t, I_j) = P_H \operatorname{sen}(2(\omega_H t + \hat{x} + I_j)) \quad (B18)$$

podemos expresar finalmente la ecuación del estimador como:

$$d\hat{x}(t) = -\frac{2}{N_o} \sqrt{2P_H} \cos(\hat{x} + I_j) \dot{M}_e(1) dy(t) + \frac{2P_H}{N_o} \sin(2(\hat{x} + I)) \dot{M}_e(1) M_e(1) dt \quad (B19)$$

**(ecuación del estimador)**

Para la ecuación de la varianza usamos las ecuaciones (69) y (72) y la siguiente igualdad:

$$\left[ \frac{dS(\hat{x}, t, I_j)}{d\hat{x}} \right]^2 = P_H (1 + \cos(2(\hat{x} + I_j))) \quad (B20)$$

para expresar la ecuación de la varianza como:

$$dv(t) = \frac{1}{t_c} dt - \frac{2P_H}{N_o} dt \left[ \dot{M}_e^2(1) (1 + \cos(2(\hat{x} + I_j))) - M_e(1) (1 - \cos(2(\hat{x} + I_j))) (\ddot{M}_e(1) + v(t) M_e(1)) \right] \\ - \frac{2}{N_o} S(\hat{x}, t, I_j) dy(t) \left[ M_e(1) v(t) + \ddot{M}_e(1) \right] \quad (B21)$$

**(ecuación de la varianza)**

Tomando una aproximación Gaussiana en la estadística del ruido de fase [Georghiades, 1985]:

$$M_e(\omega) = \exp \left[ -\frac{1}{2} v(t) \omega^2 \right]$$

$$M_e(1) = \exp \left[ -\frac{v(t)}{2} \right] \quad (B22)$$

obtenemos, por conveniencia, la primera y la segunda derivada de  $M_e(\omega)$  con respecto a  $\omega$ :

$$\dot{M}_e(\omega) = -\omega v(t) \exp\left[-\frac{1}{2}v(t)\omega^2\right]$$

$$\dot{M}_e(1) = -v(t) \exp\left[-\frac{1}{2}v(t)\right] \quad (B23)$$

$$\ddot{M}_e(\omega) = -v(t) \exp\left[-\frac{1}{2}v(t)\omega^2\right] - \omega v(t) \left[-\frac{2\omega v(t)}{2} \exp\left[-\frac{1}{2}v(t)\omega^2\right]\right]$$

$$\ddot{M}_e(1) = -v(t) \exp\left(-\frac{1}{2}v(t)\right) + v^2(t) \exp\left(-\frac{1}{2}v(t)\right) \quad (B24)$$

haciendo uso de las ecuaciones (B22), (B23), (B24) y de la ecuación del estimador (68), y después de varias manipulaciones algebraicas se tiene:

$$\begin{aligned} dx^*(t) = & \frac{2}{N_o} v^* \exp\left(-\frac{v^*}{2}\right) \sqrt{2P_H} \cos(x^* + I_j) dy(t) \\ & - \frac{2P_H}{N_o} v^* \exp(-v^*) \text{sen}(2(x^* + I_j)) dt \end{aligned} \quad (74)$$

de manera similar, haciendo uso de las ecuaciones (B22) a (B24) y de la ecuación de la varianza (70) y también después de varias manipulaciones algebraicas obtenemos:

$$\begin{aligned} dv^*(t) = & \frac{dt}{t_c} - \frac{2\sqrt{2P_H}}{N_o} v^{*2} \exp\left(-\frac{1}{2}v^*\right) \text{sen}(x^* + I_j) dy(t) \\ & - \frac{4P_H}{N_o} v^{*2} \exp(-v^*) \cos(2(x^* + I_j)) dt \end{aligned} \quad (75)$$

## APÉNDICE 3. SIMULACIÓN.

### 3.1 Cálculo de constantes.

Las constantes requeridas para el diseño y simulación del estimador de fase son:  $P_H$ ,  $N_0$  y  $t_c$  (definidas por las ecuaciones (64), (60) y (68) respectivamente de la sección VI.2). Para calcularlas debemos definir las condiciones de operación (en este caso propondremos algunos valores típicos), es decir, la potencia del oscilador local  $P_{lo}$  (0 dBm= 1mW) y de la señal de información  $P_r$  (-60 dbm=1nW), así como de las resistencias de carga  $r$  (2k $\Omega$ ), de la ganancia  $A$  del amplificador (unitaria en este caso) y de la responsividad  $\mathfrak{R}$  (0.9 A/W) de los fotodetectores empleados. Se especifica también el ancho de línea  $f_L$  de los láseres a utilizar (5 MHz).

Con los datos anteriores y con el uso de las ecuaciones mencionadas procederemos a realizar el cálculo de las constantes correspondientes.

$$I_{cd} = 2\mathfrak{R}[P_{lo} + P_r] = 2(0.9)[1 \times 10^{-3} + 1 \times 10^{-9}] = 1.8 \text{ mA}$$

$$N_0 = 4A^2 e I_{cd} r^2 = 4(1.602 \times 10^{-19})(1.8 \times 10^{-3})(2 \times 10^3)^2 = 4.613764614 \times 10^{-15}$$

$$P_H = 2P_r P_{lo} A^2 r^2 \mathfrak{R}^2 = 2(1 \times 10^{-9})(1 \times 10^{-3})(1)^2 (2 \times 10^3)^2 (0.9)^2 = 6.48 \times 10^{-6}$$

$$\frac{2P_H}{N_0} = \frac{2(6.48 \times 10^{-6})}{4.613764614 \times 10^{-15}} = 2.808985955 \times 10^9$$

$$\frac{\sqrt{8P_H}}{N_0} = \frac{\sqrt{8(6.48 \times 10^{-6})}}{4.613764614 \times 10^{-15}} = 1.560547753 \times 10^{12}$$

$$\frac{4P_H}{N_0} = 5.61797191 \times 10^9$$

$$\sqrt{2P_H} = 3.6 \times 10^{-3}$$

$$t_c = \frac{1}{2\pi(f_{L1} + f_{L2})} = \frac{1}{2\pi(5 \times 10^6 + 5 \times 10^6)} = 3.183098862 \times 10^{-8}$$

$$\frac{1}{t_c} = 3.1415 \times 10^7$$

### 3.2 Simulaciones.

Como se mencionó en el capítulo VII, para caracterizar al estimador de fase en sus diversas versiones, realizamos simulaciones bajo diferentes condiciones de relación señal a ruido (S/N), ancho de línea ( $f_L$ ) de los láseres, con y sin datos, empleando valores extremos de los parámetros mencionados, así como algunos valores intermedios. Los diversos estimadores se caracterizaron para una relación señal a ruido infinita (sin ruido) y para 0 dB ( la potencia del ruido de amplitud era igual a la potencia de señal), así como para un valor de 20 dB. Para todos los casos se varió el ancho de banda del ruido de fase desde 0.02 Hz (prácticamente sin ruido de fase) hasta 2 THz (un valor bastante superior a los valores empleados en la práctica), usando también los valores de 20 kHz, 20 MHz y 2 GHz. Todas las combinaciones de ruido de amplitud y ruido de fase se simularon con y sin datos.

Dado que el objetivo del autor no es abrumar al lector con los resultados obtenidos, solamente incluiremos aquí los que consideremos más representativos

del comportamiento de los diversos estimadores, complementado lo reportado en el capítulo VII.

**a) estimador de ecuaciones acopladas.**

En la figura 37 de la sección VII.2.1 se muestra una curva del error de fase para una relación señal a ruido infinita (sin ruido de amplitud) y un ancho de línea de 0.02 Hz (prácticamente sin ruido de fase), sin datos. A continuación, en la figura 56, presentamos otra curva del error de fase para el mismo estimador pero con una relación señal a ruido de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz.

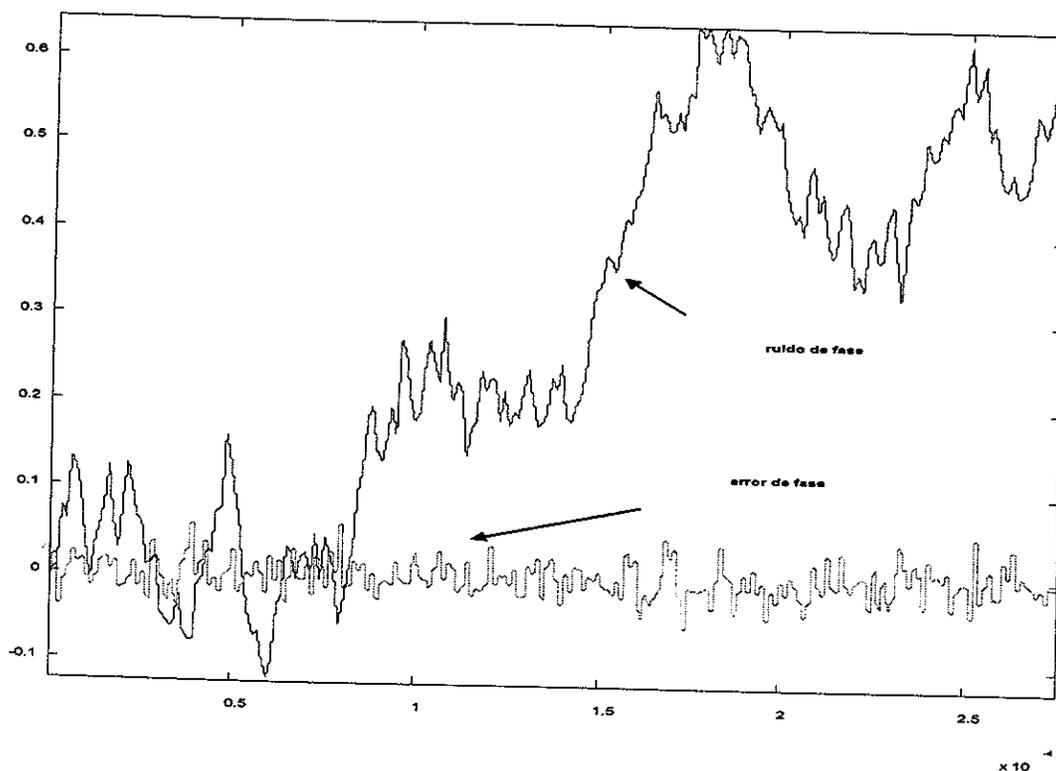


Figura 56 Error de fase para el estimador de ecuaciones acopladas para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, sin datos.

Como era de esperarse, su desempeño se deteriora (el error de fase aumenta), con respecto a las condiciones de la figura 37.

También, con fines ilustrativos, presentamos la figura 57 la cual se obtuvo bajo las mismas condiciones de la figura 56 pero ahora se tiene presente la señal de datos (no representados a escala real en la figura).

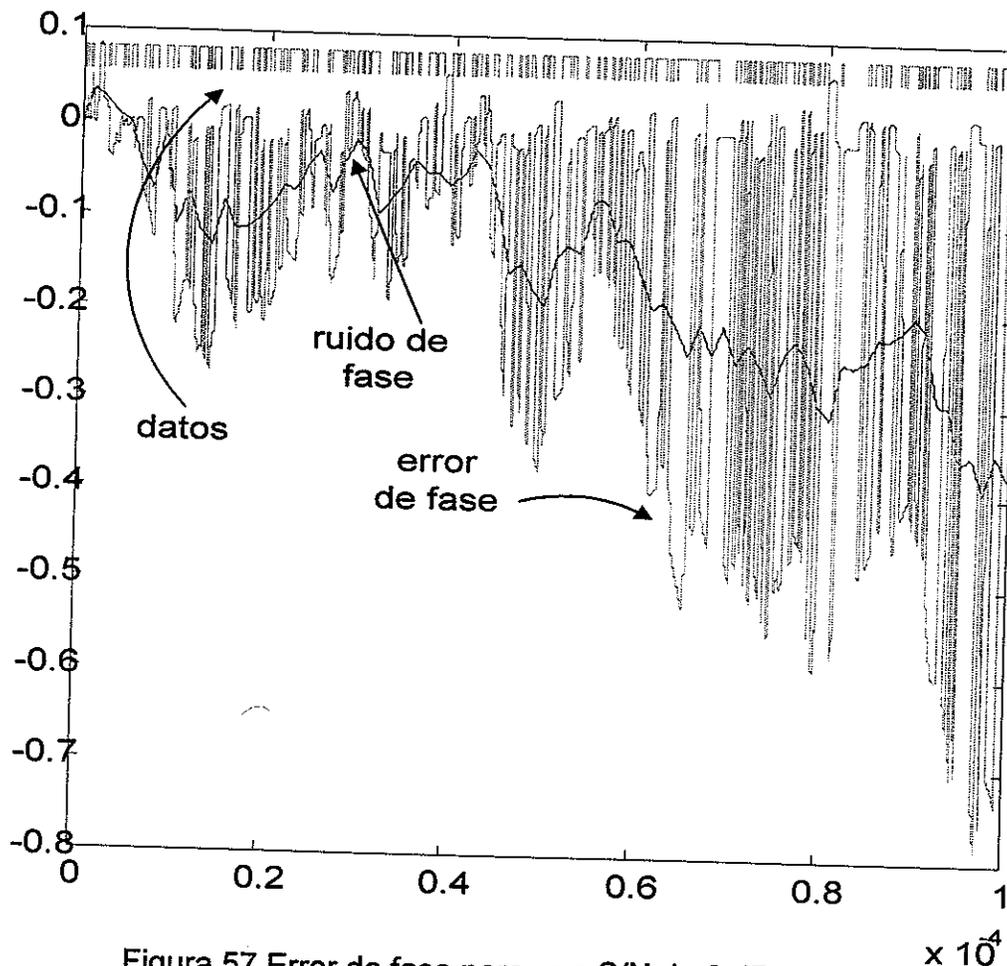


Figura 57 Error de fase para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, con datos.

En este caso el error de fase se incrementa por la inclusión de las variaciones de fase introducidas por la señal de datos, sin embargo, debe recordarse que la señal generada por el estimador va a ser procesada adicionalmente por una etapa de cálculo de máxima verosimilitud (véase sección VII.3).

Para contrastar los resultados obtenidos con condiciones más benignas presentamos la figura 58 donde se observa que el desempeño mejora (el error de fase disminuye).

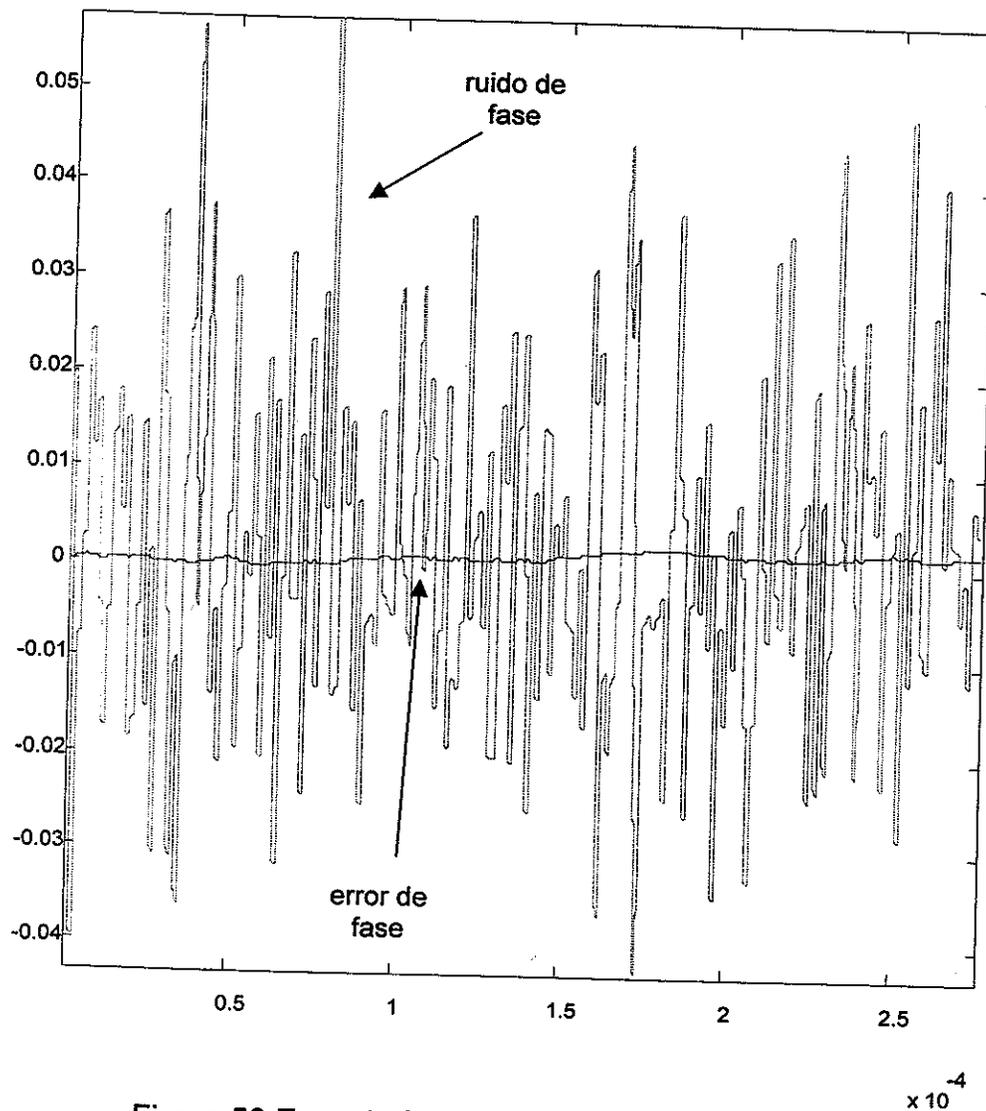


Figura 58 Error de fase para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 GHz, sin datos.

En la sección VII.2.1 mencionamos que el valor de la varianza para el estimador de ecuaciones acopladas permanece esencialmente constante para valores de ancho de línea menores o iguales a 2 GHz (veáanse las figuras 30 y 32);

las figuras 59 y 60 nos muestran el valor de la varianza en función del tiempo para anchos de línea comprendidos en este intervalo, apoyando la aseveración anterior.

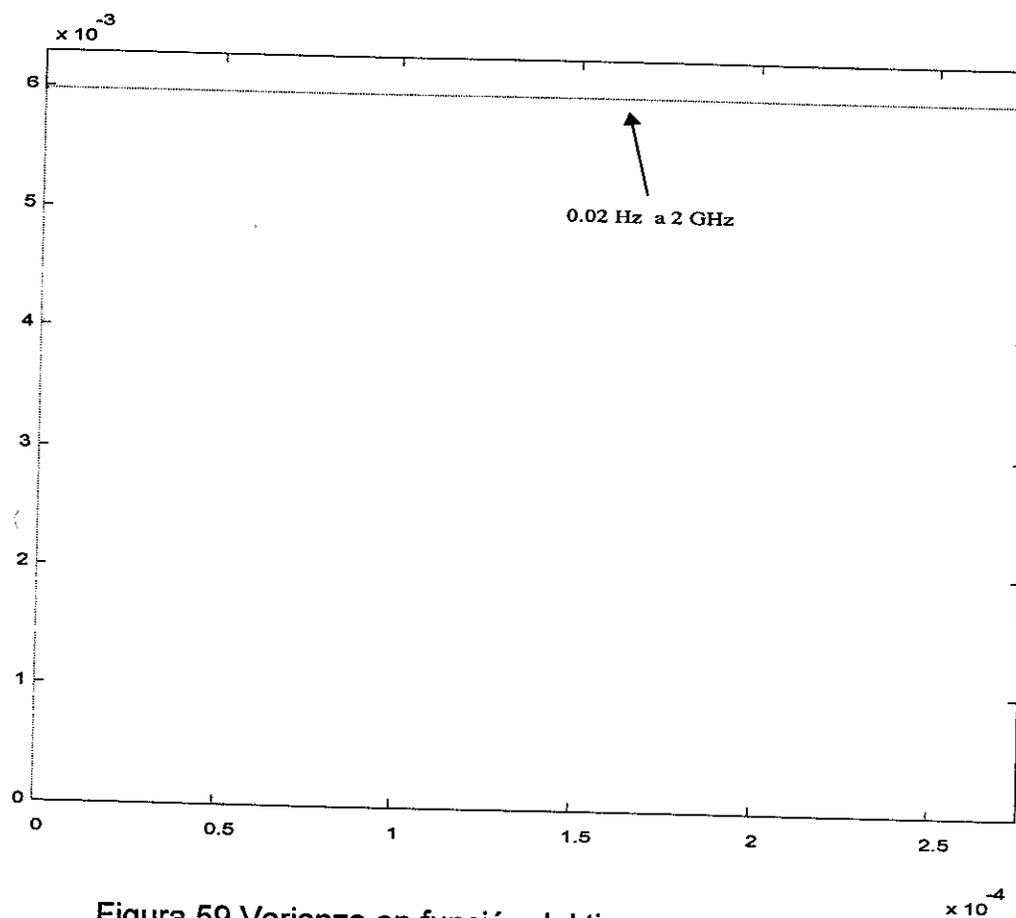


Figura 59 Varianza en función del tiempo para varios anchos de línea con una S/N infinita.

#### b) estimador de varianza constante.

En la sección VII.2.1 se hace un análisis de los valores de la varianza obtenidos en las distintas simulaciones llegando a la conclusión de que la estructura de ecuaciones acopladas puede reducirse para los casos de interés

práctico a una estructura más simple tal como la mostrada en las figuras 26 y 38, la cual fue caracterizada bajo las mismas condiciones del inciso anterior pudiéndose apreciar que el desempeño era esencialmente el mismo que el de la estructura de ecuaciones acopladas. En las figuras 61 y 62 se muestran dos curvas que nos permiten apreciar el desempeño de la estructura simplificada (de varianza constante).

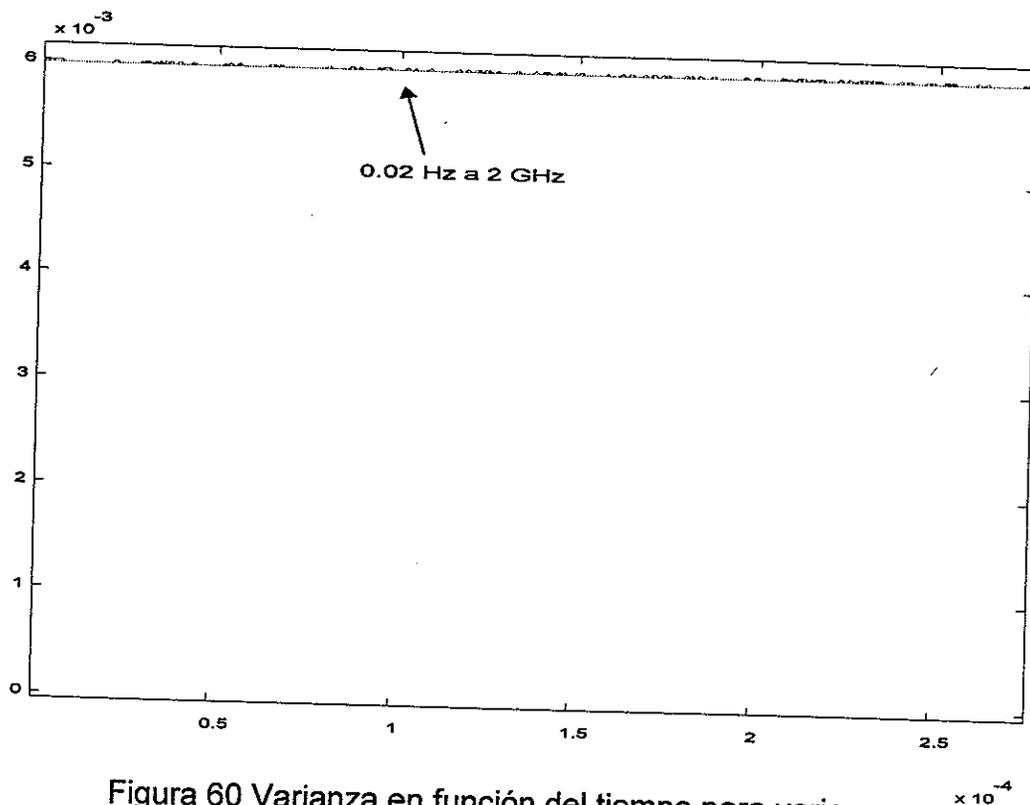


Figura 60 Varianza en función del tiempo para varios anchos de línea con una S/N de 0dB.

### c) estimador PLL convencional.

Finalmente, con objeto de comparar las estructuras anteriores con una estructura conocida, se realizó un PLL convencional como se describe en la sección VII.2.3, donde se presentan también algunas curvas de desempeño del

mismo. Aquí presentaremos curvas adicionales para complementar dicha descripción.

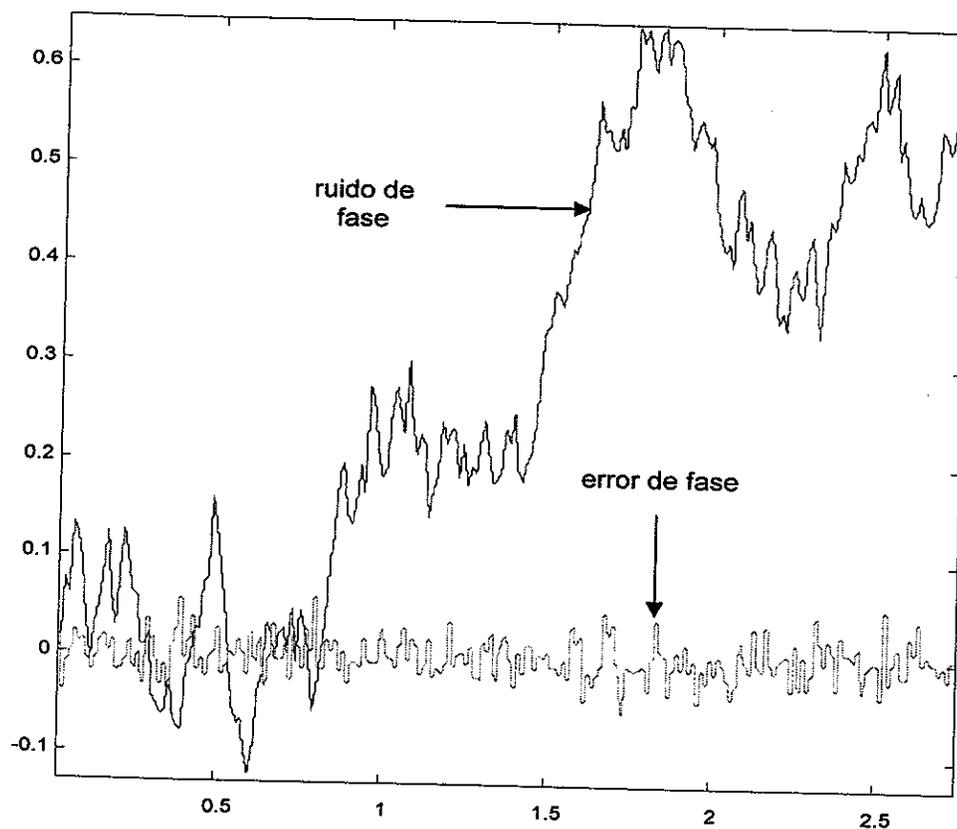


Figura 61 Error de fase para el estimador de varianza constante para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, sin datos.  $\times 10^{-4}$

En las figuras 63, 64 y 65 se ilustran curvas del error de fase para el PLL convencional para diversas condiciones de relación señal a ruido y anchos de línea, con y sin datos, donde puede apreciarse claramente que esta estructura tiene un desempeño muy pobre (tiene un error de fase grande).

Finalmente, también con fines comparativos, se incluyen las figuras 66 y 67, donde se muestra el desempeño relativo de los diversos estimadores, así

como la figura 68, con formas de onda de los mismos, apreciándose nuevamente que el PLL convencional presenta el peor desempeño.

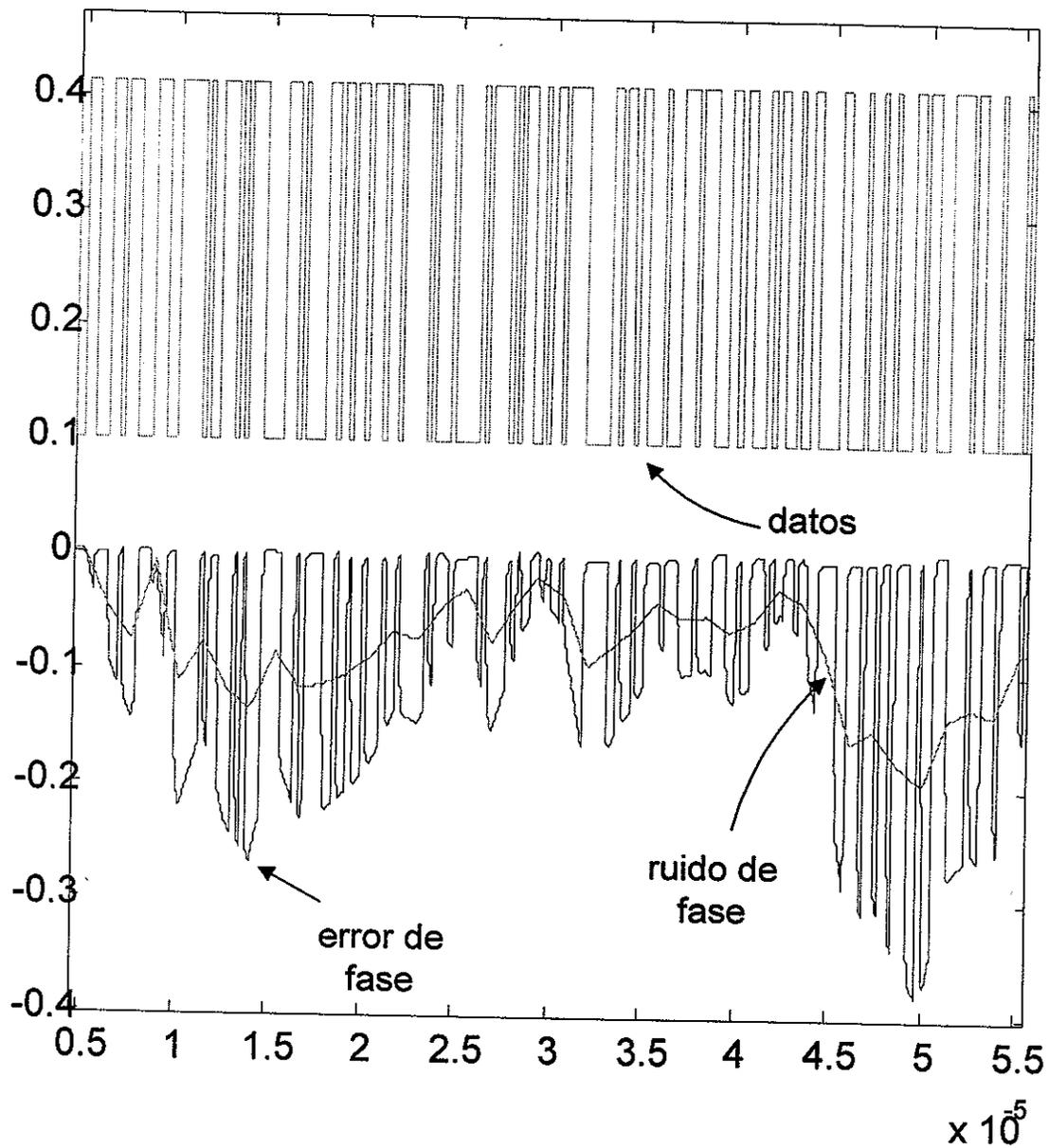


Figura 62 Error de fase para el estimador de varianza constante para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, con datos.

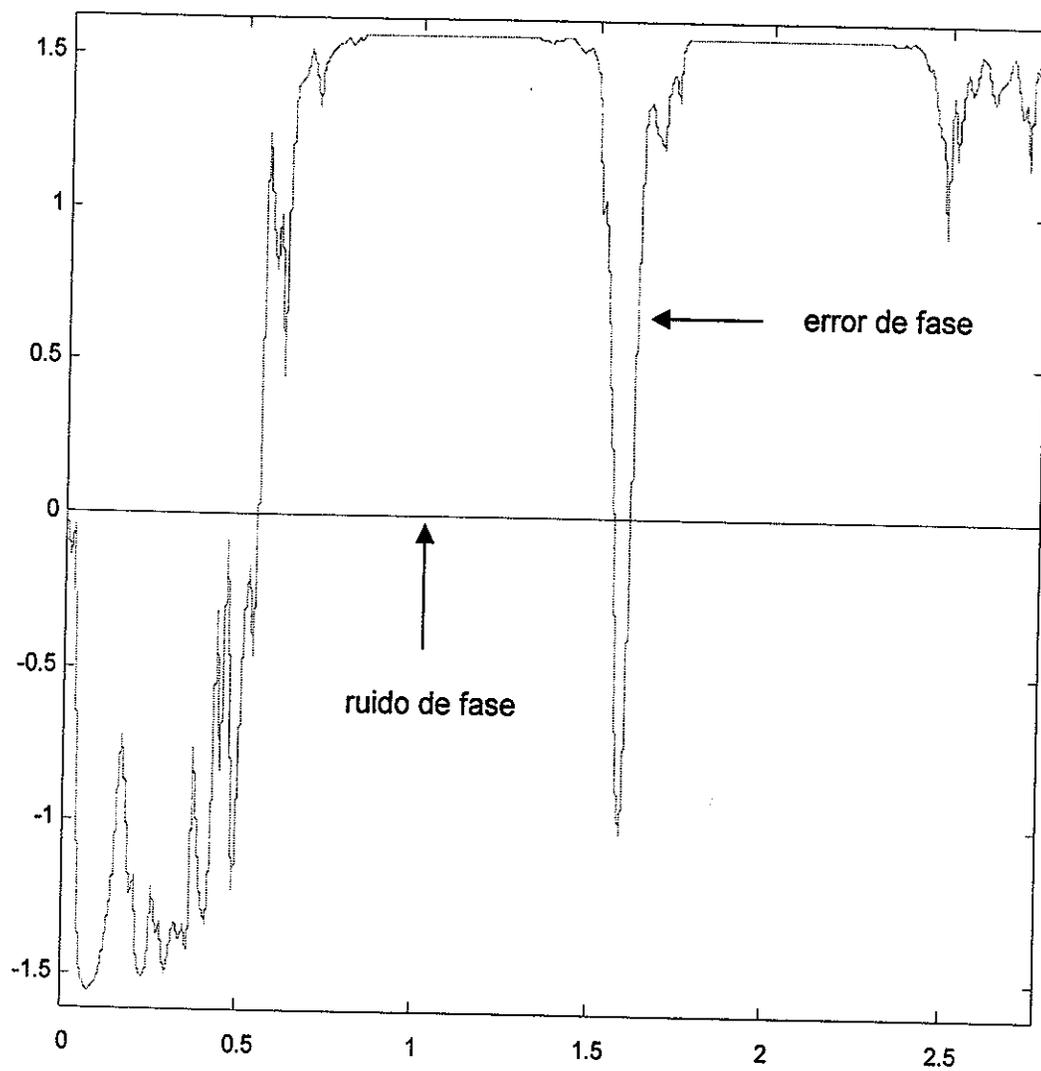


Figura 63 Error de fase para el estimador PLL convencional para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 0.02 Hz, sin datos.

$\times 10^{-4}$

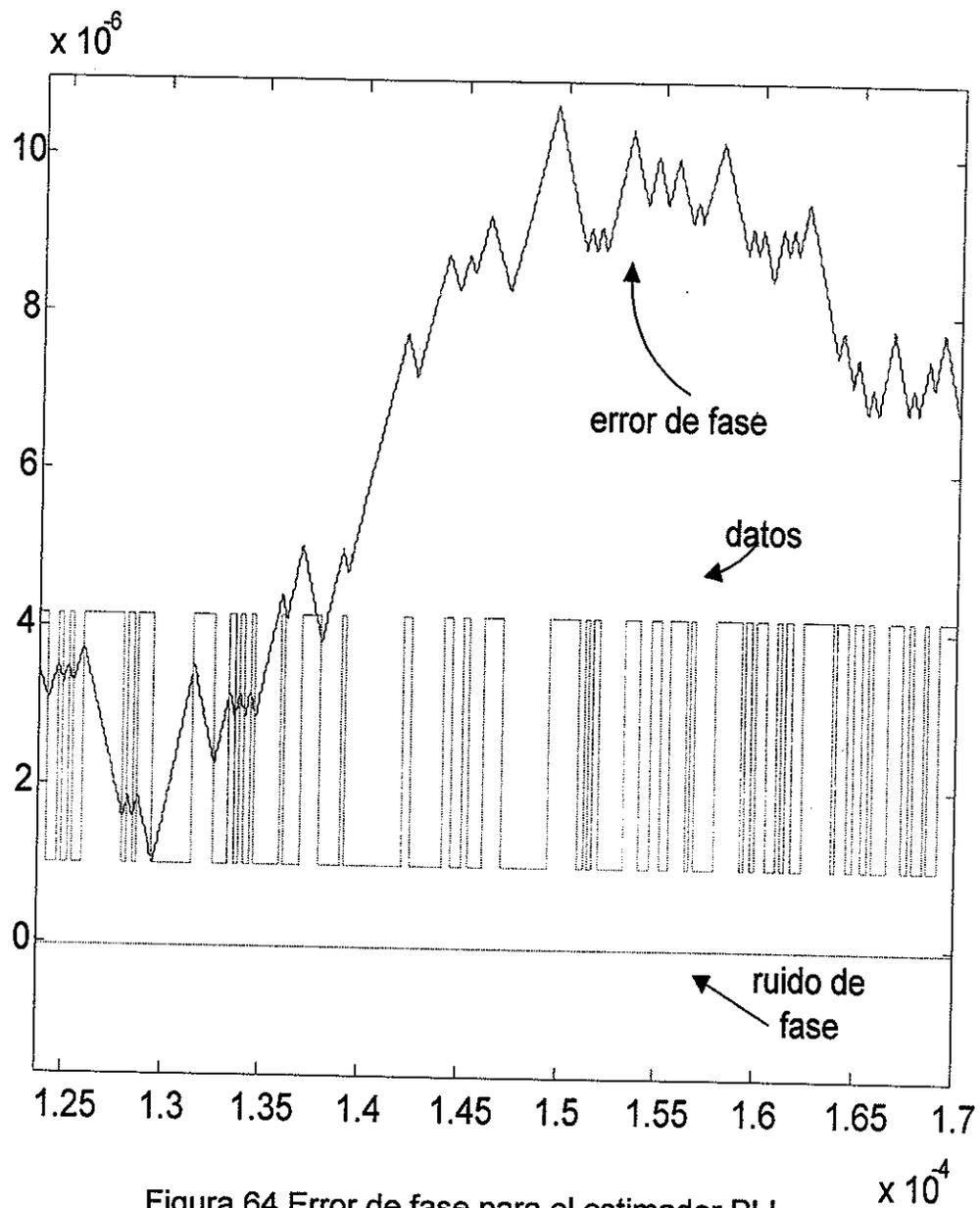


Figura 64 Error de fase para el estimador PLL convencional para una S/N infinita y un ancho de línea de 0.02 Hz, con datos.

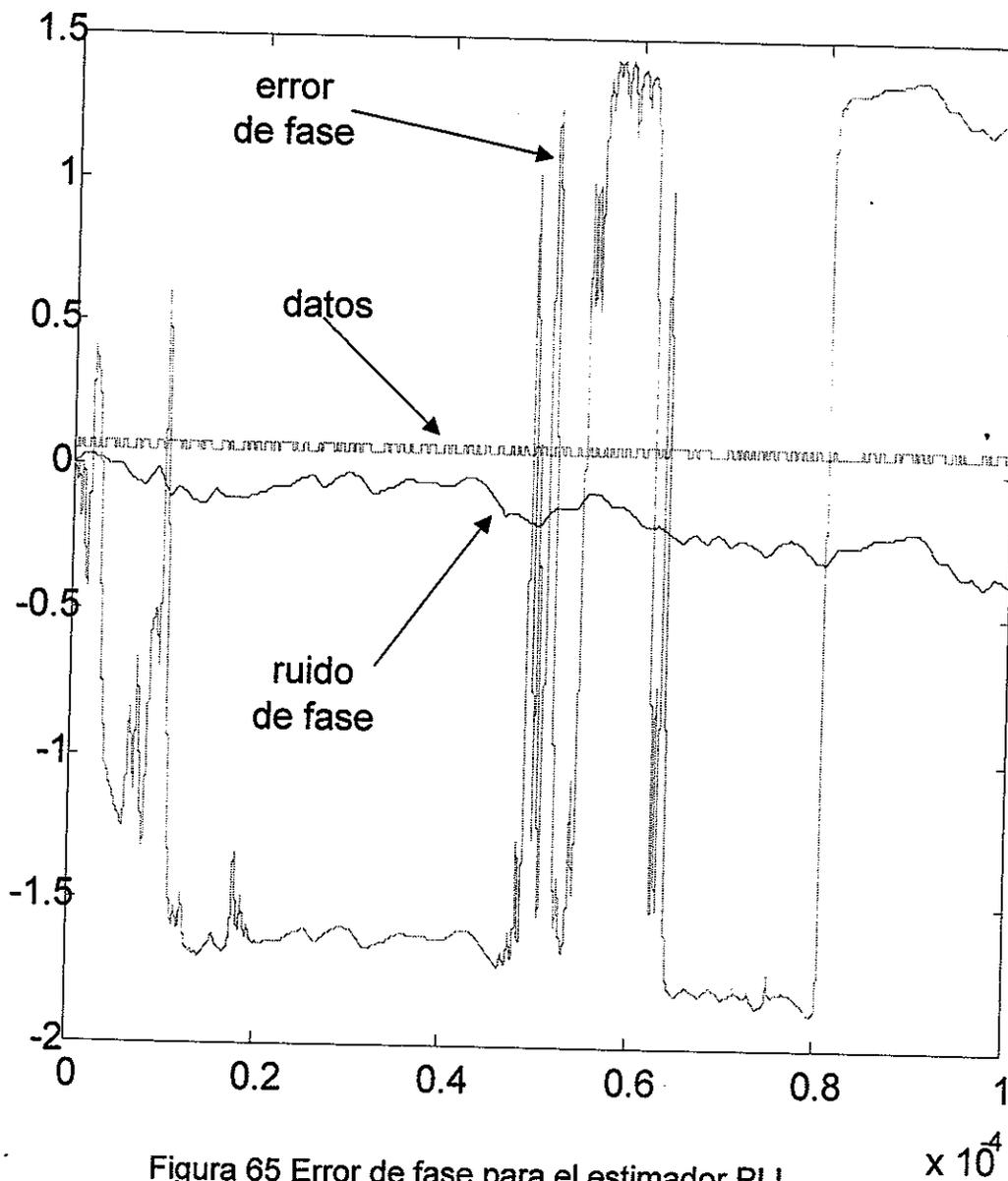


Figura 65 Error de fase para el estimador PLL convencional para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 2 THz, con datos (no presentados a escala real).

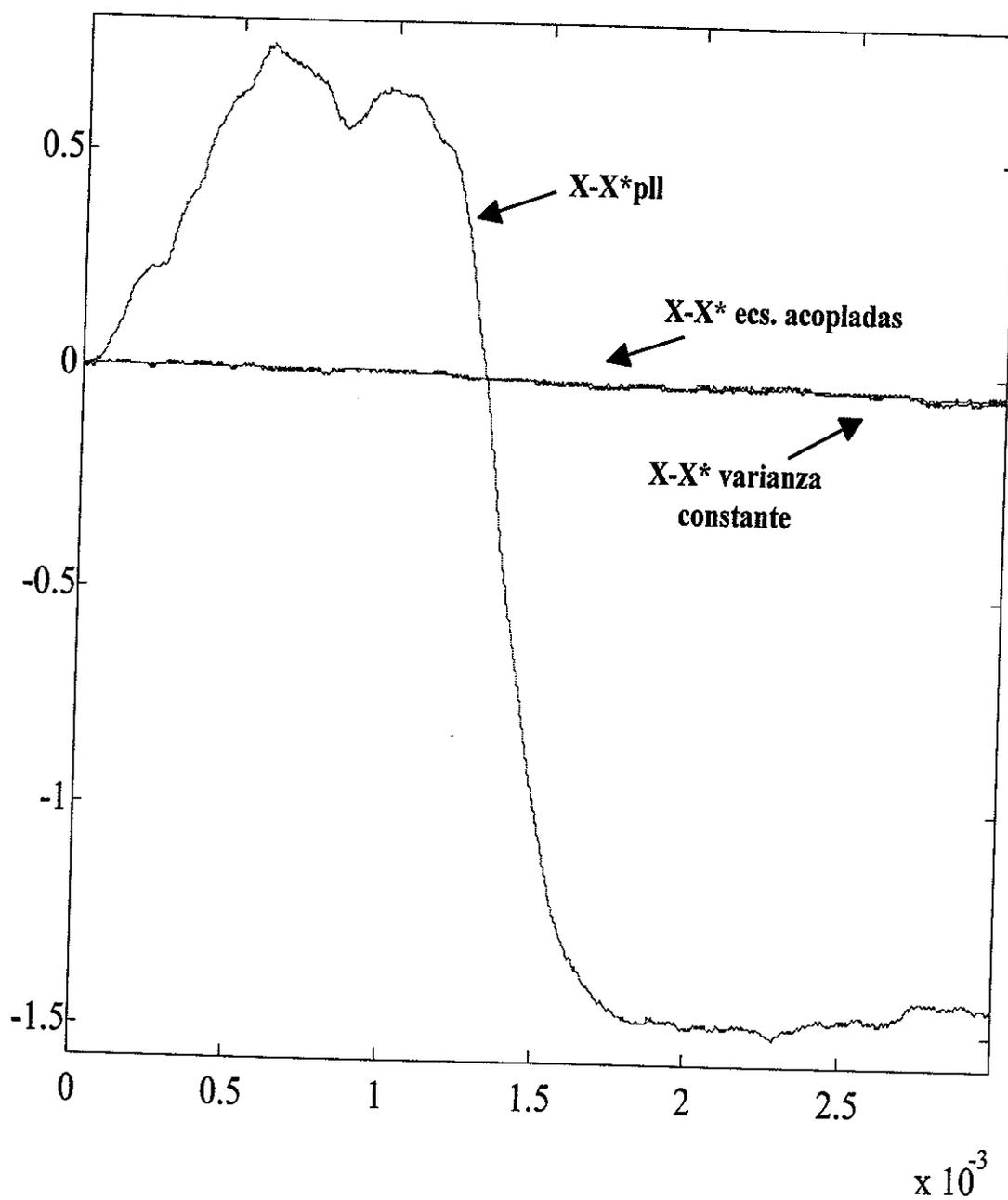


Figura 66 Error de fase para los diversos estimadores para una S/N de 20 dB y un ancho de línea de 20 kHz, sin datos.

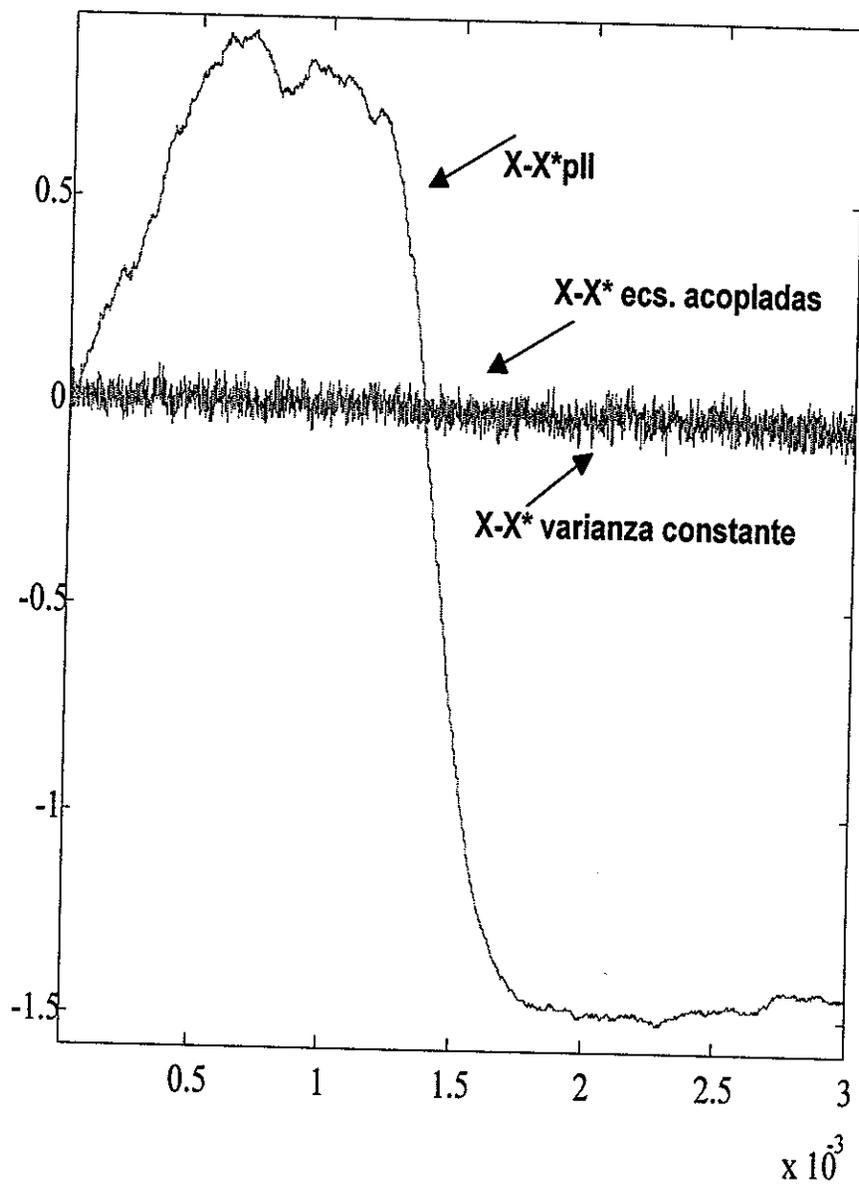


Figura 67 Error de fase para los diversos estimadores para una S/N de 0 dB y un ancho de línea de 20 kHz, sin datos.

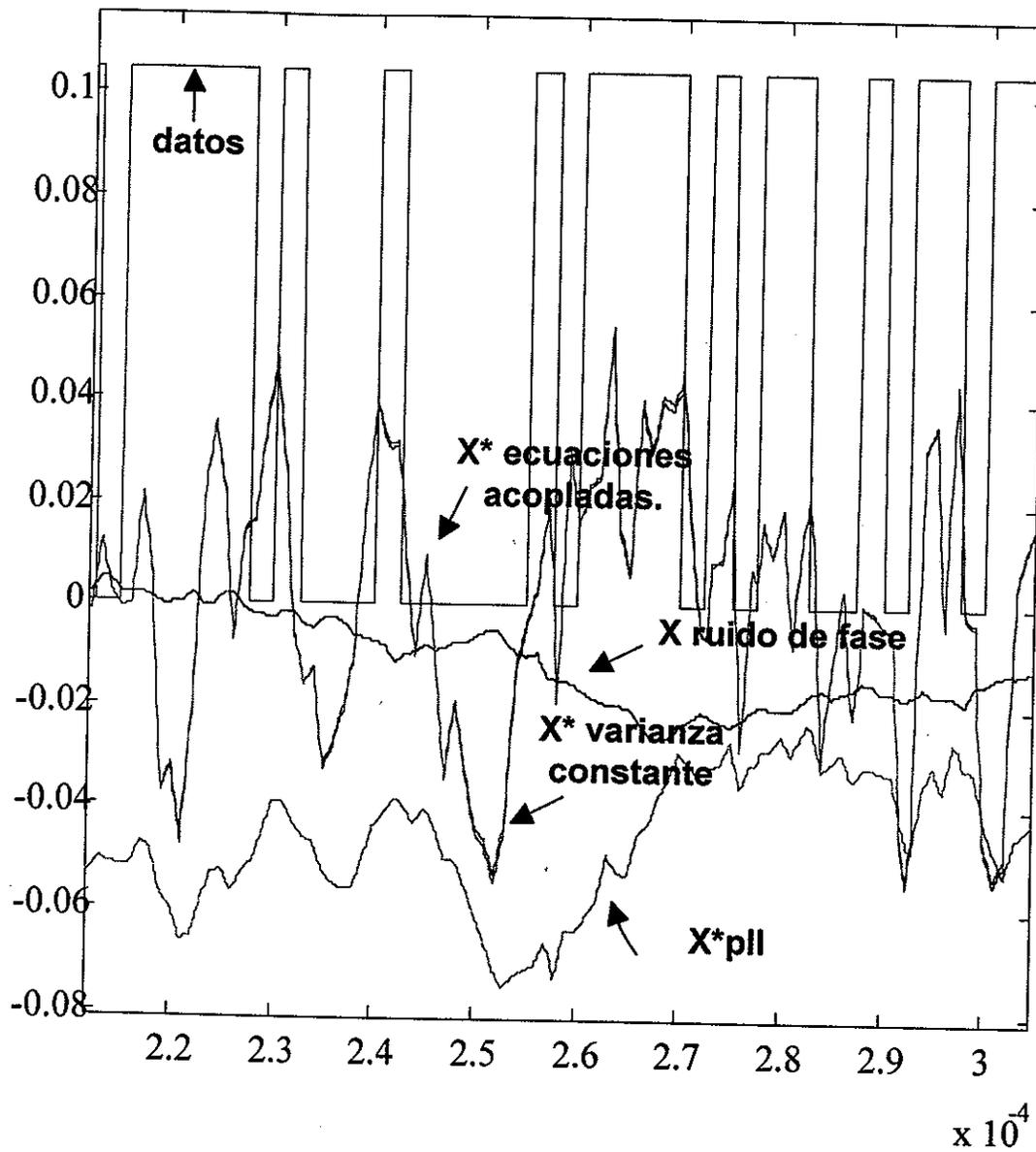


Figura 68 Comparación de formas de onda de los diversos estimadores para un ancho de línea de 20 kHz y S/N de 20 dB, con datos

## APÉNDICE 4. CARACTERIZACIÓN EXPERIMENTAL

### 4.1 Experimento con montaje autohomodino.

Como se mencionó en la sección VII.3, el estimador de varianza constante fue caracterizado experimentalmente en un montaje autohomodino bajo diversas condiciones de relación señal a ruido y ancho de línea de los láseres, tal como se enlista en las tablas II y III de dicha sección. Los resultados obtenidos fueron reportados previamente [Tovar Fonseca, 1998], sin embargo, por conveniencia aquí incluiremos algunas curvas en el dominio del tiempo (figura 69), y de la frecuencia (figura 70) con el fin de complementar lo reportado en el capítulo VII, observando un funcionamiento aceptable del estimador. El sistema óptico, sin embargo, como se explica en el capítulo VII, no tiene estabilidad a largo plazo, por lo cual se realizó también un experimento “puramente eléctrico” con dos realizaciones del estimador; en circuitería analógica y empleando un procesador digital de señales.

### 4.2 Estimador de fase analógico.

Para el experimento “puramente eléctrico” se realizaron un generador de ruido de fase y uno de la señal eléctrica de batimiento (observable eléctrico), cuyos diagramas a bloques pueden observarse en las figuras 71.a y 71.b, respectivamente.

El objetivo al realizar un experimento “puramente eléctrico” fue la evaluación de la probabilidad de error de bit (BER) del estimador-correlacionador

bajo diferentes condiciones. En las tablas IV, V, y VI [Arvizu Mondragón y Muraoka Espiritu, 2000] se muestran los resultados obtenidos. En la sección VII.3 se reportan oscilogramas típicos del estimador de varianza constante analógico mientras que en la figura 72 se ilustran para el PLL convencional analógico.

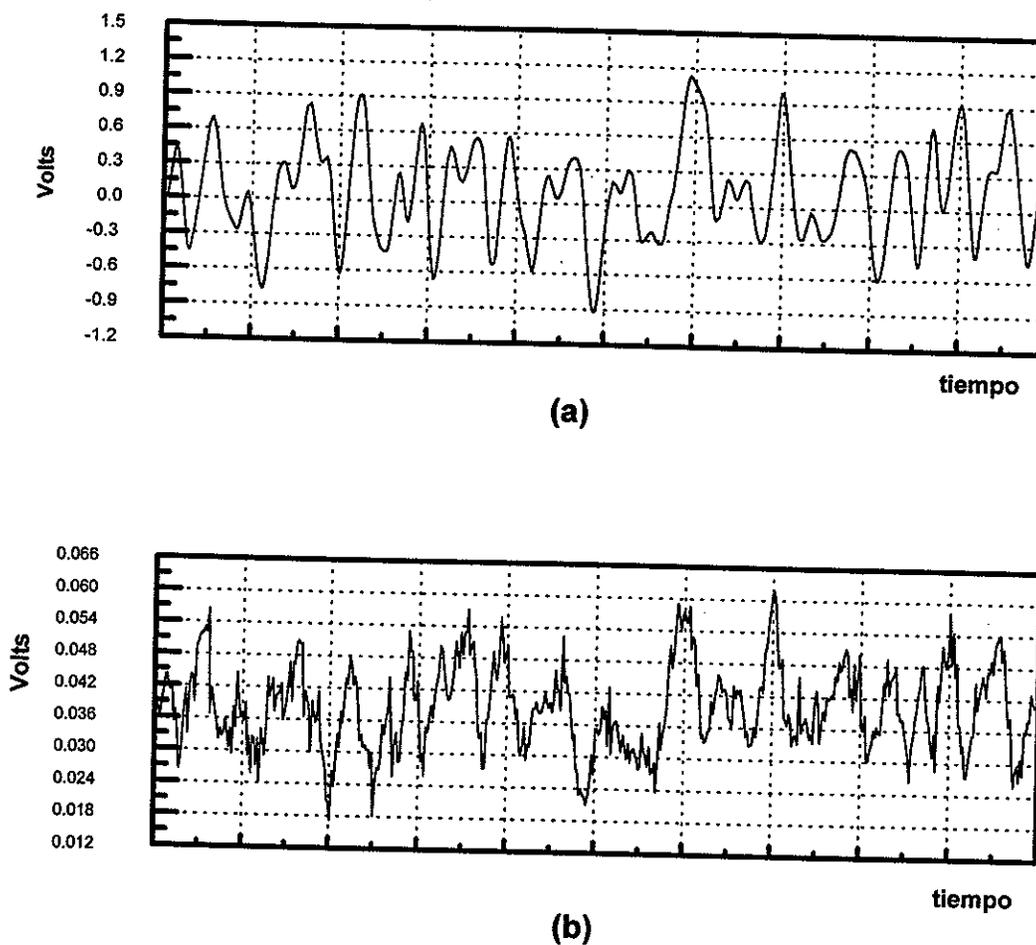
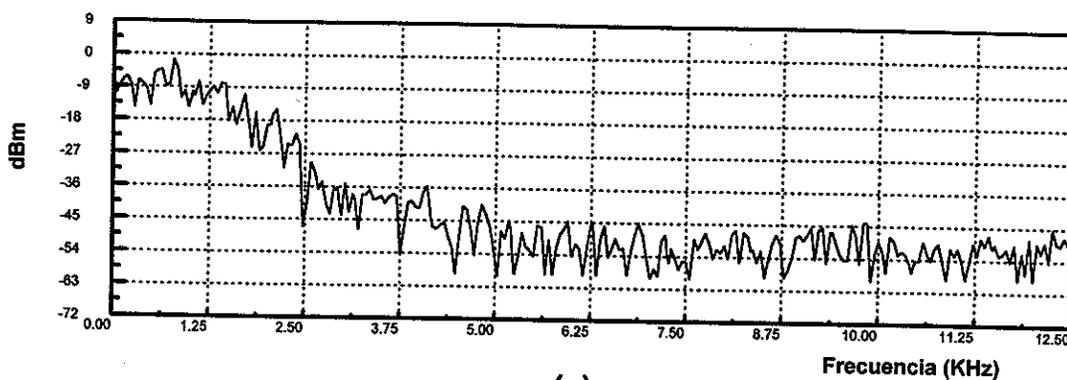


Figura 69. a) Forma de onda del voltaje de entrada al modulador electroóptico (ruido de fase), con un nivel máximo de 2.5 Vpp y un ancho de banda de 15 kHz; b) forma de onda del estimado de fase

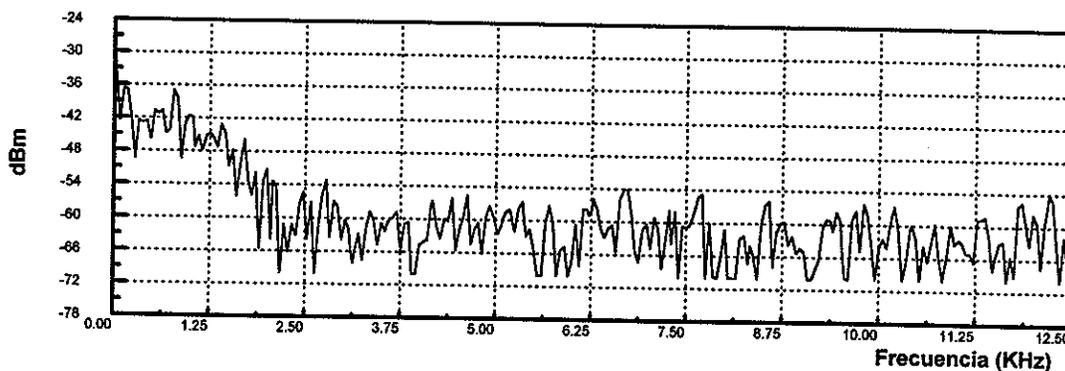
#### 4.3 Estimador de fase realizado con un PDS.

El estimador de fase se realizó también usando un procesador digital de señales, cuyo diseño y caracterización reportó anteriormente Mitrani Viggiano

[Mitrani Viggiano, 1999], sin embargo, con la finalidad de complementar lo descrito en el capítulo VII, incluiremos aquí algunos de sus resultados.



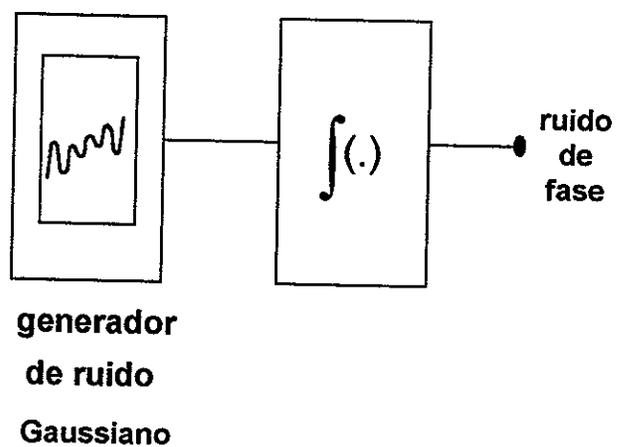
(a)



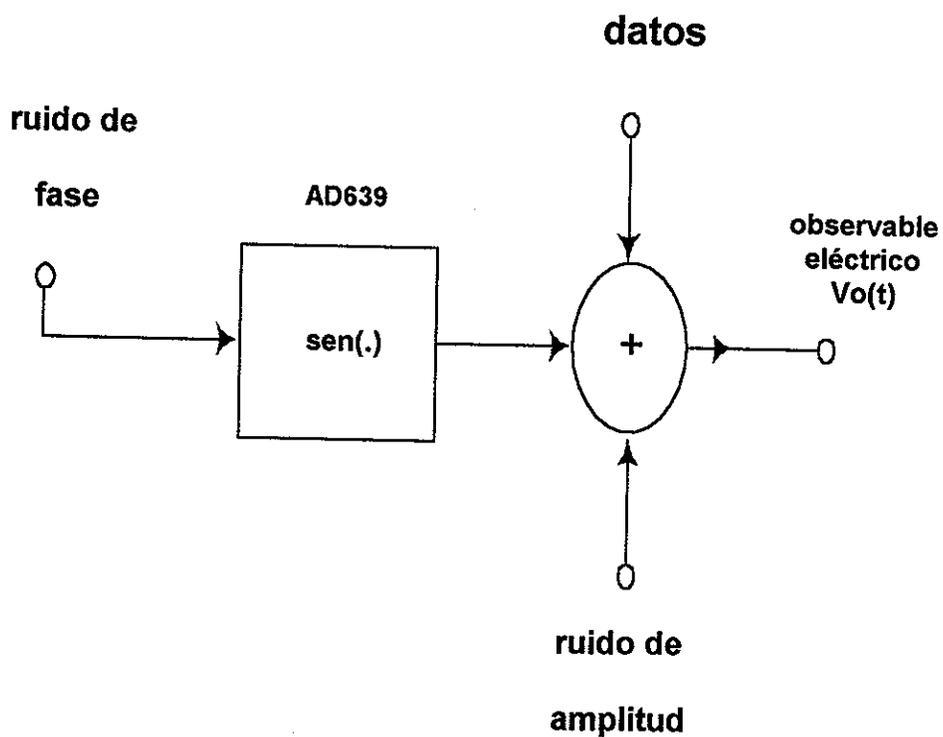
(b)

Figura 70. Espectros en frecuencia para; a) señal de entrada al modulador electroóptico (ruido de fase), con un nivel máximo de 2.5 Vpp y un ancho de banda de 15 kHz; b) estimado de fase

En las figuras 73 y 74 podemos observar el desempeño del estimador de varianza constante realizado con el procesador digital de señales ADSP-2181, mientras que la figura 75 muestra un oscilograma típico del PLL convencional realizado con el mismo PDS.

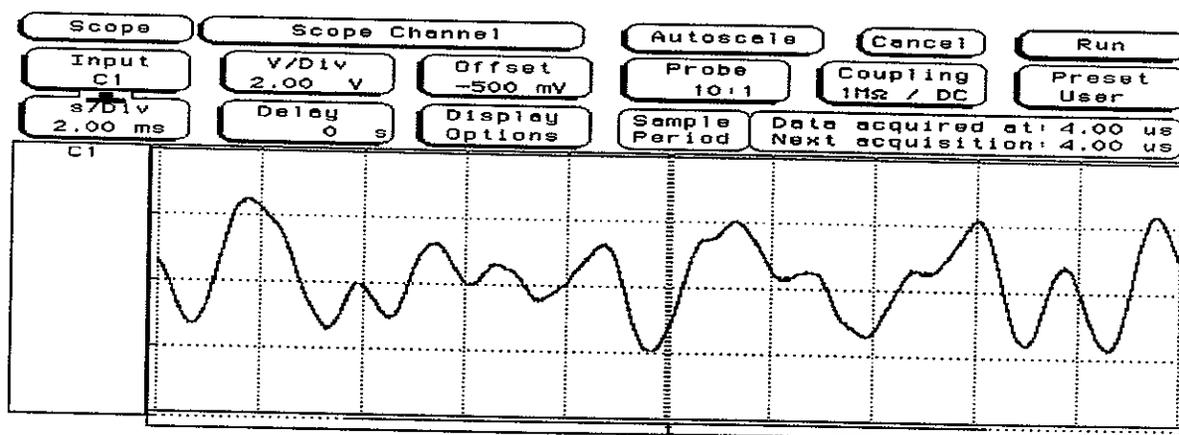


(a)

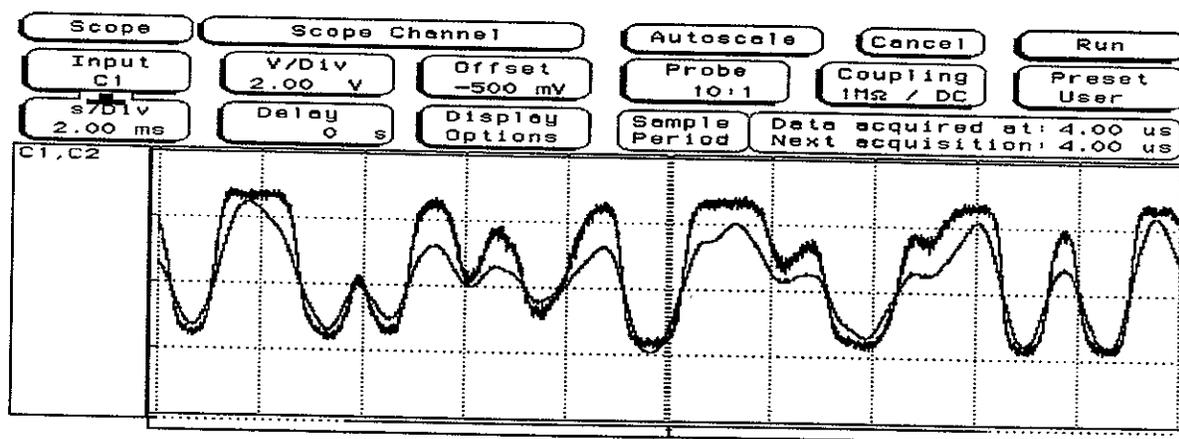


(b)

Figura 71. a) generador de ruido de fase; b) generador del observable eléctrico



(a)



(b)

Figura 72. a) ruido de fase con una amplitud máxima de 800 mVpp y ancho de banda de 0.5 KHz, b) ruido de fase y estimado de fase para el PLL convencional analógico.

Tabla IV. BER para una secuencia repetitiva de 8 bits [10101010].

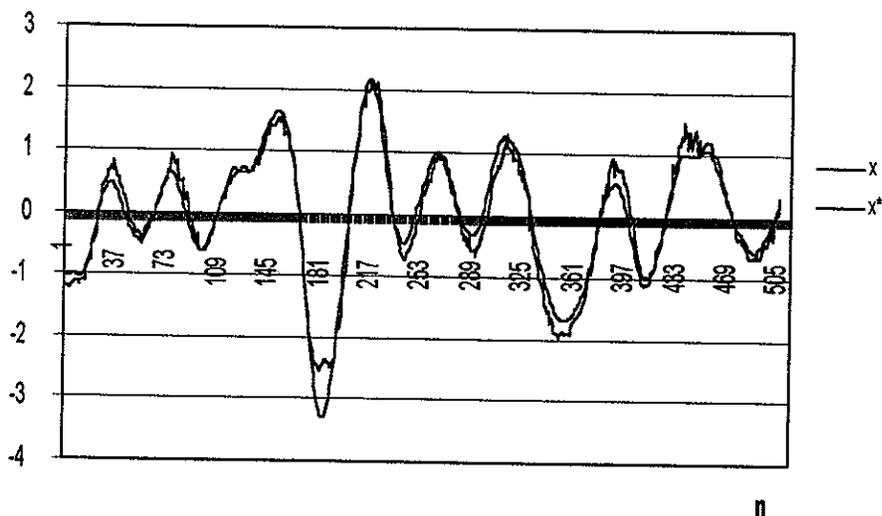
		ancho de banda del ruido de fase	
		5 KHz	0.15 KHz
ruido de amplitud	0 mVpp	BER= $3.94 \times 10^{-4}$	BER= 0
	200 mVpp	BER= $1.03 \times 10^{-3}$	BER= 0
	400 mVpp	BER= $2.0 \times 10^{-3}$	BER= $2.9 \times 10^{-4}$

Tabla V. BER para una secuencia pseudoaleatoria ([PRBS]-[6]).

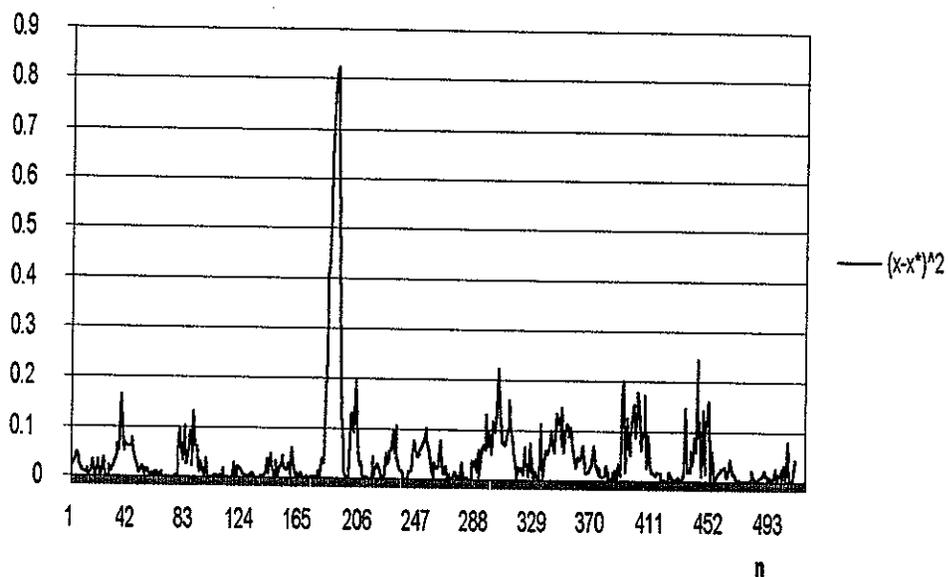
			ancho de banda del ruido de fase	
			0.15 KHz	5 KHz
ruido de amplitud	0	mVpp	BER= $2.84 \times 10^{-3}$	BER= $3.45 \times 10^{-3}$
	200	mVpp	BER= $3.932 \times 10^{-3}$	BER= $4.971 \times 10^{-3}$
	400	mVpp	BER= $4.915 \times 10^{-3}$	BER= $7.643 \times 10^{-3}$

Tabla VI. BER para una secuencia repetitiva de 12 bits [101110010110].

			ancho de banda del ruido de fase	
			5 KHz	0.15 KHz
ruido de amplitud	0	mVpp	BER= 0	BER= 0
	200	mVpp	BER= $6.2 \times 10^{-6}$	BER= $3.1 \times 10^{-6}$
	400	mVpp	BER= $5.3 \times 10^{-6}$	BER= $5.0 \times 10^{-6}$
	600	mVpp	BER= $2.6 \times 10^{-4}$	BER= $1.4 \times 10^{-4}$

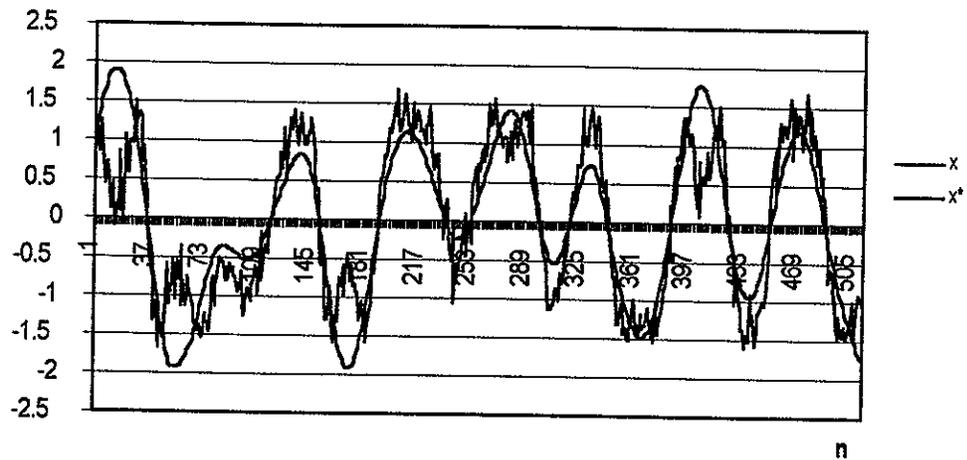


(a)

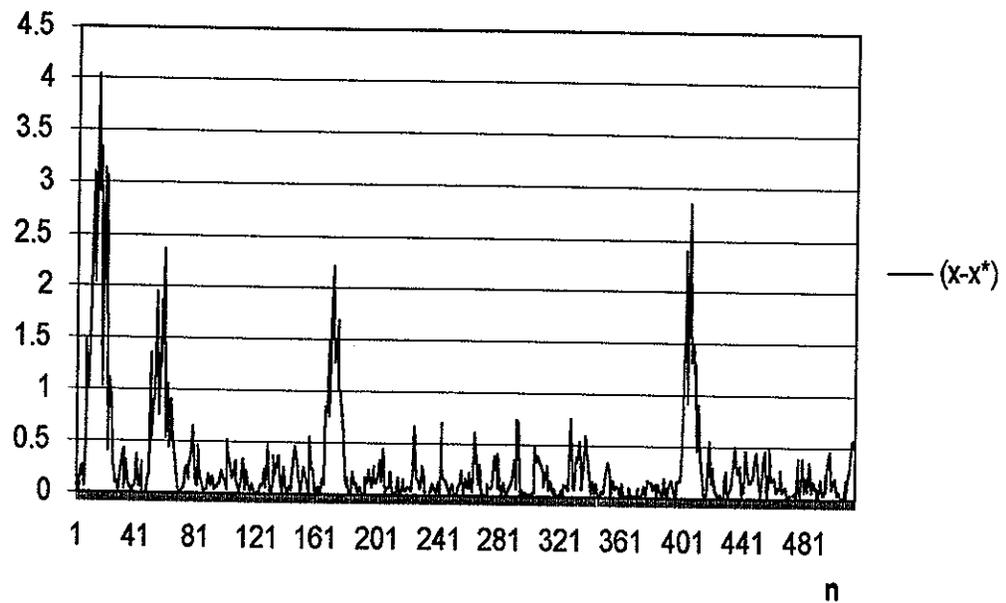


(b)

Figura 73. a) ruido de fase ( $x$ ) y estimado de fase ( $x^*$ ) para el estimador de varianza constante, sin ruido de amplitud y con un ancho de línea de 0.15 kHz; b) error de fase cuadrático.  $n$  es el número de la muestra.

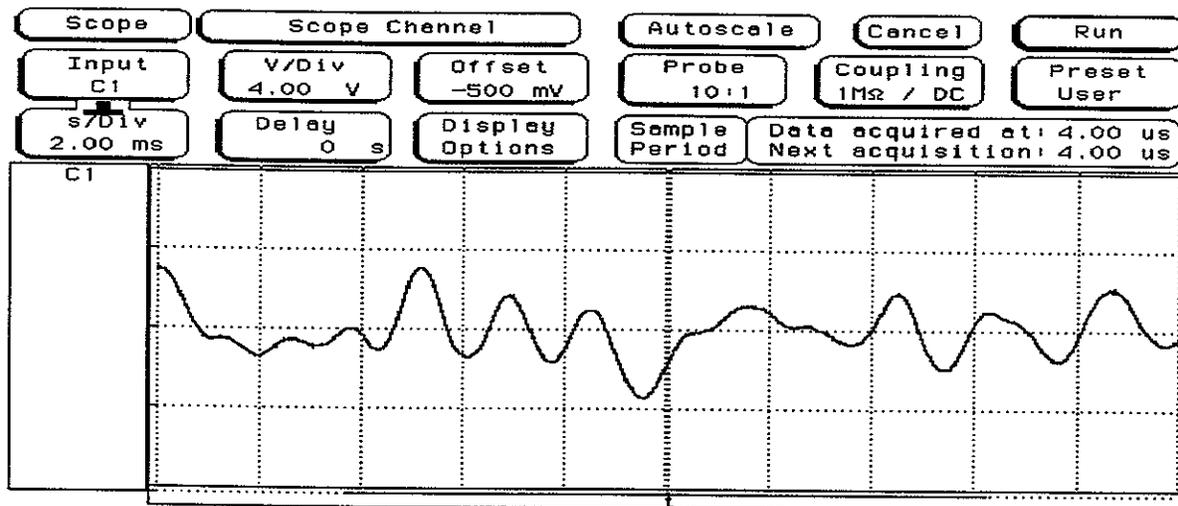


(a)

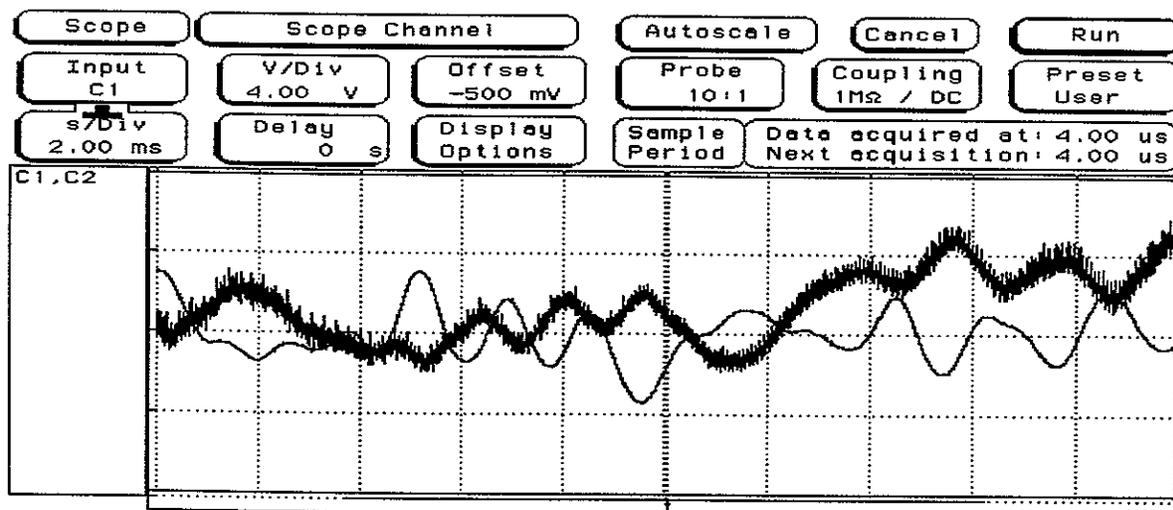


(b)

Figura 74. a) ruido de fase ( $x$ ) y estimado de fase ( $x^*$ ) para el estimador de varianza constante, con ruido de amplitud (900 mVpp) y con un ancho de línea de 1.5 kHz; b) error de fase cuadrático.  $n$  es el número de la muestra.



(a)



(b)

Figura 75. a) ruido de fase con amplitud máxima de 800mVpp y ancho de banda de 0.5 kHz; b) ruido de fase y estimado de fase con PDS para el PLL convencional.