

TESIS DEFENDIDA POR
Armando Arce Casas
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Director del Comité

Dr. Marco Antonio Panduro Mendoza
Miembro del Comité

Dr. Arturo Velázquez Ventura
Miembro del Comité

Dr. José Luis Medina Monroy
Miembro del Comité

Dr. David Salazar Miranda
Miembro del Comité

Dr. Luis Alejandro Márquez Martínez
*Coordinador del programa de posgrado en
Electrónica y Telecomunicaciones*

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Director de Estudios de Posgrado

09 de Julio de 2008

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

**SÍNTESIS DE AGRUPACIONES DE ANTENAS POR MEDIO DE OPTIMIZACIÓN
ESTOCÁSTICA**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

ARMANDO ARCE CASAS

Ensenada, Baja California, México, Julio del 2008.

RESUMEN de la tesis de **Armando Arce Casas**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES con orientación en TELECOMUNICACIONES. Ensenada, Baja California. Julio de 2008.

SÍNTESIS DE AGRUPACIONES DE ANTENAS POR MEDIO DE OPTIMIZACIÓN ESTOCÁSTICA

Resumen aprobado por:

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Director de Tesis

Dr. Marco Antonio Panduro Mendoza
Codirector de Tesis

La aplicación de antenas inteligentes en los sistemas de comunicaciones celulares, ha sido de gran interés, debido a sus múltiples prestaciones. En las cuales destaca en la generación de diagramas de radiación adaptables según las condiciones del medio en el cual se transmiten. Por lo cual, en los últimos años la investigación de posibles métodos y tecnologías capaces de mejorar estas características, a través del estudio de la síntesis de agrupamientos de antenas ha sido de vital importancia para el desarrollo tecnológico. Este problema de diseño ha implicado el establecimiento de la geometría del agrupamiento y la determinación de las distribuciones de amplitud y fase en cada elemento de antena dentro del agrupamiento, con el propósito de satisfacer una serie de especificaciones de diseño, en las cuales destaca el ancho de haz, nivel de lobulos laterales, dirigibilidad, directividad, o nuevas restricciones de diseño al diagrama de radiación que involucran la optimización de varios parámetros de diseño a través de la inclusión de máscaras con límites impuestos al factor de agrupamiento. Debido a lo anterior dicha síntesis, requiere examinar todas las posibles soluciones al problema, lo que resulta en un problema con un espacio de búsqueda de solución muy grande, esta tesis se propone el uso de métodos de optimización metaheurísticos, como herramienta eficiente para resolver el problema de diseño de agrupaciones de antenas, y particularmente, la aplicación de optimización con enjambre de partículas, ya que se erige como una alternativa eficiente y atractiva a otros métodos estocásticos mucho más extendidos, tales como algoritmos genéticos.

Por lo cual la motivación y el reto en esta tesis es efectuar una comparación entre ambos métodos de optimización con el objetivo de comprobar si pueden aplicarse eficientemente a problemas de síntesis de alimentaciones de agrupaciones lineales de antenas.

Los resultados obtenidos en este trabajo, muestran las ventajas y limitaciones de ambos métodos en la aplicación de la síntesis de agrupación lineal de antenas.

Palabras Clave: Agrupación de antenas, síntesis, optimización con enjambre de partículas, optimización

ABSTRACT of the thesis presented by **ARMANDO ARCE CASAS** as a partial requirement to obtain the MASTER OF SCIENCE degree in ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS with orientation in TELECOMMUNICATIONS. Ensenada, Baja California, México. July 2008.

ARRAY ANTENNAS SYNTHESIS USING STOCHASTIC OPTIMIZATION

The application of smart antennas on cellular communications systems, has been of great interest, due to its multiple benefits. In which it emphasizes the generation of adaptable radiation patterns according to the conditions of the environment in which they transmit. Thus, in the last couple of years the investigation of possible methods and technologies able to improve these characteristics, through the study of array antennas synthesis has been of vital importance for the technological development. This design problem has implied the establishing of array geometry and the amplitude and phase distribution determination in each antenna element within the array, in order to satisfy a series of design specifications, emphasizing the beamwidth, side lobe level, dirigibility, directivity, or new design restrictions to the radiation pattern, which involve the optimization of several design parameters through the inclusion of masks with limits imposed to the array factor. Therefore this synthesis, it requires to examine all the possible solutions to the problem, which is a problem with a huge solution space search. This thesis proposes the use of metaheuristic optimization methods, as efficient tools to solve the design problem of antenna array, and particularly, the application of particle swarm optimization, since it is an efficient and attractive alternative to other stochastic methods more extended, such as genetic algorithms.

Thus the motivation and the challenge in this thesis are to carry out a comparison between both methods of optimization with the objective to verify if they can be applied efficiently to synthesis problems that involve feeding linear array antennas. The results obtained in this work, show the advantages and limitations of both methods in the application of linear array antennas synthesis.

Keywords: Antenna array, synthesis, particle swarm optimization, optimization

...A mis padres por su amor
y apoyo incondicional

Agradecimientos

A Dios y a la Virgen del Rosario, por darme serenidad en los momentos difíciles de mi vida.

A mi familia, en especial a mis padres (Armando y Magdalena) y hermanas (Magda y Karen), por darme apoyo y motivación a lo largo de mis estudios de maestría.

A mi fiel amiga y confidente Elia, por su comprensión y apoyo.

A los Dres. David Covarrubias y Marco Panduro por su dirección en esta tesis y su invaluable amistad.

A los miembros de mi comité de tesis, Dr. José Luis Medina Monroy, Dr. Arturo Velázquez Ventura y al Dr. David Salazar Miranda, por sus comentarios y consejos para mejorar este trabajo.

Al Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI) y amigos de la maestría, por su amistad y compañía a lo largo de estos años de estudio.

A todo el personal de CICESE, por hacer mi estancia más agradable.

Al CONACYT, por el apoyo económico en mis estudios de maestría.

CONTENIDO

	Página
Resumen español	i
Resumen inglés	ii
Dedicatorias	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	v
Lista de Figuras	viii
Lista de Tablas	x
Capítulo I. Introducción	1
I.1 Antenas Inteligentes aplicadas a comunicaciones móviles celulares.....	1
I.2 Formulación del problema.....	4
I.3 Objetivo de tesis.....	5
I.4 Metodología de la investigación.....	6
I.5 Organización de la tesis.....	7
Capítulo II. Métodos de optimización estocásticos	9
II.1 Introducción.....	9
II.2 Métodos de optimización.....	10
II.3 Métodos de optimización metaheurísticos.....	12
II.4 Conclusiones.....	16
Capítulo III. Optimización con enjambre de partículas	18
III.1 Introducción.....	18
III.2 Terminología y fundamentos de PSO.....	20
III.3 Operador velocidad y parámetros del algoritmo.....	22
III.3.1 Condiciones de límite en el espacio multidimensional.....	25
III.4 Esquemas de PSO.....	26
III.4.1 Topologías clásicas de enjambre.....	26
III.4.2 Actualizaciones síncronas y asíncronas de enjambre.....	27
III.5 Conclusiones.....	28

CONTENIDO (continuación)

	Página
Capítulo IV. Modelado del sistema.....	29
IV.1 Introducción.....	29
IV.2 Agrupamiento lineal uniforme de antenas y su factor de agrupamiento.....	30
IV.3 Modelado del método de optimización Chebyshev para su aplicación en la síntesis de una agrupación lineal de antenas.....	31
IV.4 Modelado de algoritmos genéticos para su aplicación en la síntesis de una agrupación lineal de antenas.....	34
IV.4.1 Selección primaria de parámetros.....	35
IV.4.2 Diagrama a flujo de algoritmos genéticos.....	36
IV.5 Modelado de optimización con enjambre de partículas para su aplicación en la síntesis de una agrupación lineal de antenas.....	39
IV.5.1 Selección primaria de parámetros.....	39
IV.5.2 Diagrama a flujo del algoritmo PSO.....	41
IV.6 Función de desempeño.....	45
IV.7 Conclusiones.....	46
Capítulo V. Simulaciones y análisis numérico.....	47
V.1 Introducción.....	47
V.2 Aplicación del método de Chebyshev a la síntesis de una agrupación lineal uniforme.....	48
V.2.1 Puesta a punto de los algoritmos metaheurísticos.....	50
V.2.2 Comparación del método de Chebyshev contra los métodos metaheurísticos.....	54
V.3 Máscaras como restricciones de diseño aplicadas a un agrupamiento de antenas.....	56
V.4 Estudio paramétrico de GAs y PSO implicando el uso de máscaras.....	58
V.5 Análisis del efecto de la función desempeño mediante GAs y PSO dentro de un agrupamiento de antenas con restricciones de máscara.....	61
V.6 Aplicación de los GAs y PSO a la síntesis de una agrupación lineal a través de una máscara.....	64
V.7 Tiempo de cómputo.....	66
V.8 Conclusiones.....	69
Capítulo VI. Conclusiones y trabajo futuro.....	71
VI.1 Sobre la optimización con enjambre de partículas.....	71
VI.2 En cuanto al modelado del sistema.....	72
VI.3 Sobre la simulación y análisis numérico.....	74

CONTENIDO (continuación)

	Página
VI.4 Publicaciones resultado del trabajo de investigación.....	76
VI.5 Trabajo futuro.....	77
Referencias.....	78

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura</i>		Página
1	Partes principales que componen a un sistema de antenas inteligentes.....	2
2	Metodología empleada en la investigación de tesis.....	6
3	Clasificación de los métodos de optimización más relevantes.....	12
4	Ilustración geométrica de la actualización de una partícula.....	23
5	Ejemplo particularizado de límites para el espacio bidimensional. (a) Pared absorbente (b) Pared reflectante (c) Pared invisible.....	25
6	Topologías de enjambre. (a) Global (b) Local $N_v=2$ (c) Local $N_v=4$	27
7	Geometría en campo lejano de un agrupamiento lineal uniforme de N elementos.....	30
8	Diagrama de flujo de algoritmos genéticos.....	37
9	Diagrama de flujo del algoritmo de PSO, utilizando actualizaciones asíncronas de la población y una topología global.....	42
10	Diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev considerando un ALU de 8 elementos, con SLL=14dB y SLL=17dB.....	49
11	Comparación del diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev y GAs, considerando un ALU de 10 elementos, son SLL=17dB.....	51

LISTA DE FIGURAS (continuación)

<i>Figura</i>		Página
12	Comparación del diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev y PSO, considerando un ALU de 10 elementos, con SLL=17dB.....	53
13	Comparación del diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev, GAs y PSO, considerando un ALU de 10 elementos, con SLL=17dB.....	55
14	Máscara con límites impuestos al factor de agrupamiento en modo transversal.....	56
15	Máscara con aplicación de dirigibilidad, nivel de aislamiento y nulo, apuntamiento a 110°, SLL=20dB e inserción de nulo a 50°.....	57
16	Diagrama de radiación generado por PSO con restricción de máscara en modo transversal.....	59
17	Diagrama de radiación generado por GAs con restricción de máscara en modo transversal.....	60
18	Efecto de la función fitness sobre el rendimiento de GAs.....	62
19	Efecto de la función fitness sobre el rendimiento de PSO.....	63
20	GAs vs PSO en un ejemplo de aplicación con apuntamiento, nivel de aislamiento y nulo, en ALU de 30 elementos.....	65
21	Tiempo de cómputo empleado para la solución de 3 problemas de síntesis de una agrupación lineal.....	68

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Parámetros de configuración inicial para algoritmos genéticos.....	36
II	Parámetros de configuración inicial para optimización con enjambre de partículas.....	41

Capítulo I

Introducción

I.1 Antenas inteligentes aplicadas a comunicaciones móviles celulares

El campo de las comunicaciones móviles inalámbricas está creciendo de manera vertiginosa, inesperada por los diseñadores de los sistemas actuales, los cuales empiezan a quedarse cortos en recursos de ancho de banda. Con la implantación por parte de los operadores de las nuevas redes móviles de tercera generación, el estudio de métodos y tecnologías posibles capaces de mejorar las características y la capacidad de dichas redes está experimentando un gran auge.

Una aplicación de antenas inteligentes se ha sugerido en los recientes años para sobreponerse al problema del ancho de banda de canal limitado, satisfaciendo así la demanda cada día más grande de canales de comunicación debido a la gran cantidad de estaciones móviles.

Un agrupamiento de antenas¹ consiste en un conjunto de elementos de antena que se encuentran distribuidos espacialmente en lugares conocidos con respecto a un único

¹ En esta tesis el término de agrupamiento o agrupación de antenas se referirá al término en inglés *array antennas*.

punto de referencia fijo. Y si a ésto se le añade un equipo y algoritmos de procesamiento de las señales, se le conoce como antenas inteligentes.

El principio en el cual se fundamentan los sistemas de antenas inteligentes, es generar diagramas de radiación adaptables según las condiciones del medio en el cual se transmite [Godara, 2004]. Donde estos diagramas de radiación del agrupamiento, están determinados por el diagrama de cada uno de los elementos individuales, su orientación y sus posiciones relativas en el espacio, y finalmente de los cambios efectuados a la amplitud y a la fase de la onda incidente.

De tal forma, que si cada uno de los elementos del agrupamiento es una fuente puntual isotrópica, entonces el diagrama de radiación del agrupamiento dependerá únicamente de la geometría del agrupamiento y de los cambios de amplitud y fase de la onda incidente, y en ese caso, el diagrama de radiación se conoce como factor de agrupamiento.

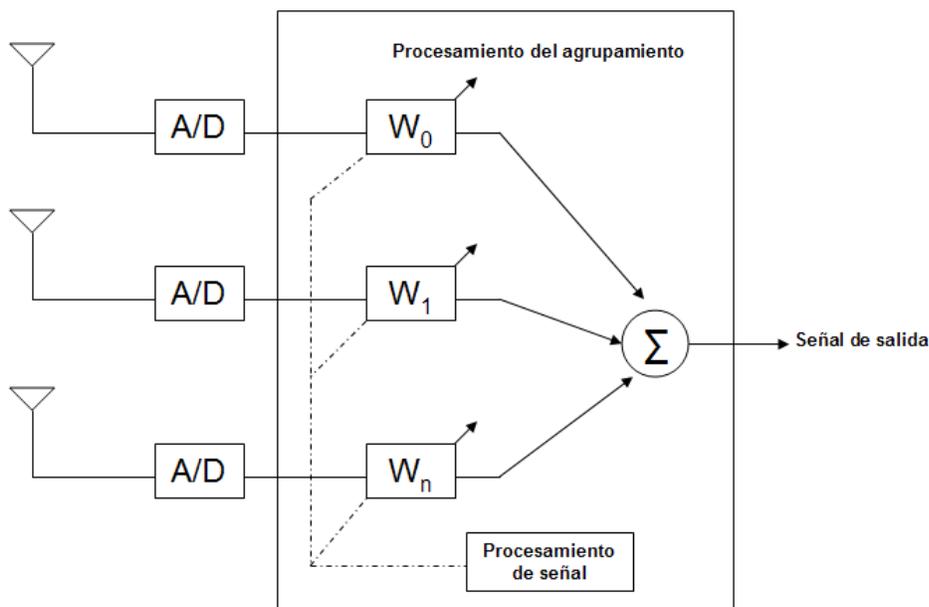


Figura 1: Partes principales que componen a un sistema de antenas inteligentes.

Cuando el factor de agrupamiento es adaptable, independientemente de la geometría del mismo, el agrupamiento se conoce como un agrupamiento de antenas adaptivas.

Por lo tanto las antenas inteligentes, y entre ellas las antenas adaptivas, se presentan como una opción de gran interés, ya que permiten obtener una mejora en la relación señal a interferencia C/I , y por tanto un incremento en la capacidad del sistema, aumentando con ello el número de usuarios permitidos en el sistema.

La aplicación de antenas inteligentes en los sistemas de comunicaciones móviles celulares, presentan prestaciones adicionales, al aumento de la capacidad de conexión de múltiples usuarios simultáneamente, a como sigue [Lehne y Pattersen, 1999 y Rappaport, 1999]:

- Incremento del alcance. Con un agrupamiento de antenas la ganancia es mayor que en el caso de una antena omnidireccional o sectorizada, así que transmitiendo con la misma potencia, se puede recibir la señal a una mayor distancia.
- Reducción de potencia de transmisión. Con el aumento de la ganancia producto del agrupamiento de antenas, se incrementa la sensibilidad de la estación base, por lo tanto los equipos móviles pueden transmitir a una menor potencia incidiendo directamente en el ahorro de baterías.
El sistema de antenas inteligentes puede radiar una potencia, por lo cual se pueden reducir o simplificar las especificaciones de los amplificadores de potencia asociadas al sistema de antenas, generando una reducción de costos en las etapas de amplificación.
- Reducción de propagación multitrayecto. Debido a la menor dispersión angular de la radiación desde el sistema de antenas inteligentes, se reducen significativamente los trayectos múltiples de la información que llegaría al equipo móvil. Esto permite a su vez, simplificar el sistema de ecualización del terminal móvil.

- Reducción del nivel de interferencia. La selectividad espacial que proporciona el sistema de antenas inteligentes, permite discernir las señales interferentes provenientes de otros usuarios, logrando con esto hacer insensible a la antena receptora hacia esas direcciones y evitar que esas señales sean procesadas en el sistema de recepción. También permite reducir la potencia de transmisión en la dirección de esos usuarios para disminuir interferencias.

La reducción del nivel de interferencia reduce la tasa de error (BER), lo que permite aumentar la calidad de transmisión de la información.

- Incremento del nivel de seguridad. Gracias a que la transmisión entre la estación y el equipo móvil es direccional, es muy difícil que otro equipo intercepte la comunicación, a menos que esté situado en la misma dirección en que apunta el haz de la antena.

También se hace facilita la localización de usuarios que estén haciendo un uso fraudulento de los servicios que ofrece la red de comunicación móvil.

I.2 Formulación del problema

Esta tesis se ubica en el marco de los sistemas de comunicaciones móviles celulares basados en antenas inteligentes, que emplean un agrupamiento de antenas en la estación base.

El empleo de sistemas de antenas inteligentes, en comunicaciones móviles celulares, específicamente en lo que se refiere a optimización de la síntesis del diagrama de radiación utilizando agrupamientos de antenas, sigue siendo un problema en la actualidad y en el cual se sigue trabajando.

Dentro del Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI) en los últimos 6 años se ha enfrentado al reto de la síntesis de agrupaciones de antena. Para ello, se han empleado algoritmos basados en técnicas analíticas, técnicas de cómputo evolutivo y técnicas metaheurísticas; dentro de técnicas analíticas se puede mencionar el trabajo en

optimización convexa, que a través de la manipulación matemática se logra expresar un problema de minimización en un problema de optimización convexa [Torrealba, 2007], técnicas de computo evolutivo como algoritmos genéticos, en el cual se realiza una búsqueda estocástica basada en conceptos darwinianos para así sintetizar el diagrama de radiación [Panduro, 2004], y por otro lado existen las técnicas metaheurísticas, dentro de las cuales se puede mencionar la evolución diferencial la cual realiza una manipulación geométrica de las soluciones [Rocha, 2006].

Como alternativa a las teorías clásicas, los métodos de optimización estocástica están adquiriendo cada vez más importancia dentro del campo de la síntesis electromagnética. Es el caso de algoritmos genéticos (GAs) y un novedoso algoritmo conocido como optimización con enjambre de partículas, más conocido entre la comunidad científica como PSO, basada en el estudio del comportamiento social de un colectivo.

Por lo cual la motivación y el reto en esta tesis es efectuar una comparación entre ambos métodos de optimización con el objetivo de comprobar si pueden aplicarse eficientemente a problemas de síntesis de agrupaciones lineales de antenas. Esta síntesis se reduce básicamente a estimar los fasores de la distribución de corriente de cada uno de los elementos que conforman la agrupación, de forma que cumplan con condiciones de radiación sujetas a las especificaciones de partida en forma de máscara. De este modo se dispone de un método válido para cubrir, con una cierta agrupación, una zona geográfica determinada. En base a lo anterior, en esta tesis se enfatiza la importancia de la optimización estocástica en el diseño de agrupamientos de antena, y se propone el siguiente objetivo de tesis.

I.3 Objetivo de tesis

En esta tesis se plantea como objetivo el modelado, simulación de la síntesis y optimización del diagrama de radiación de agrupaciones lineales de antenas empleando una nueva herramienta conocida como optimización con enjambre de partículas (PSO), que

representa el estado del arte en su aplicación al problema de síntesis de agrupaciones de antenas, comparando sus prestaciones con algoritmos genéticos.

I.4 Metodología de la investigación

La metodología seguida a lo largo del desarrollo de esta tesis, se sintetiza en la figura 2, recurriendo a la plataforma MATLAB, para la simulación y generación de estadísticas.

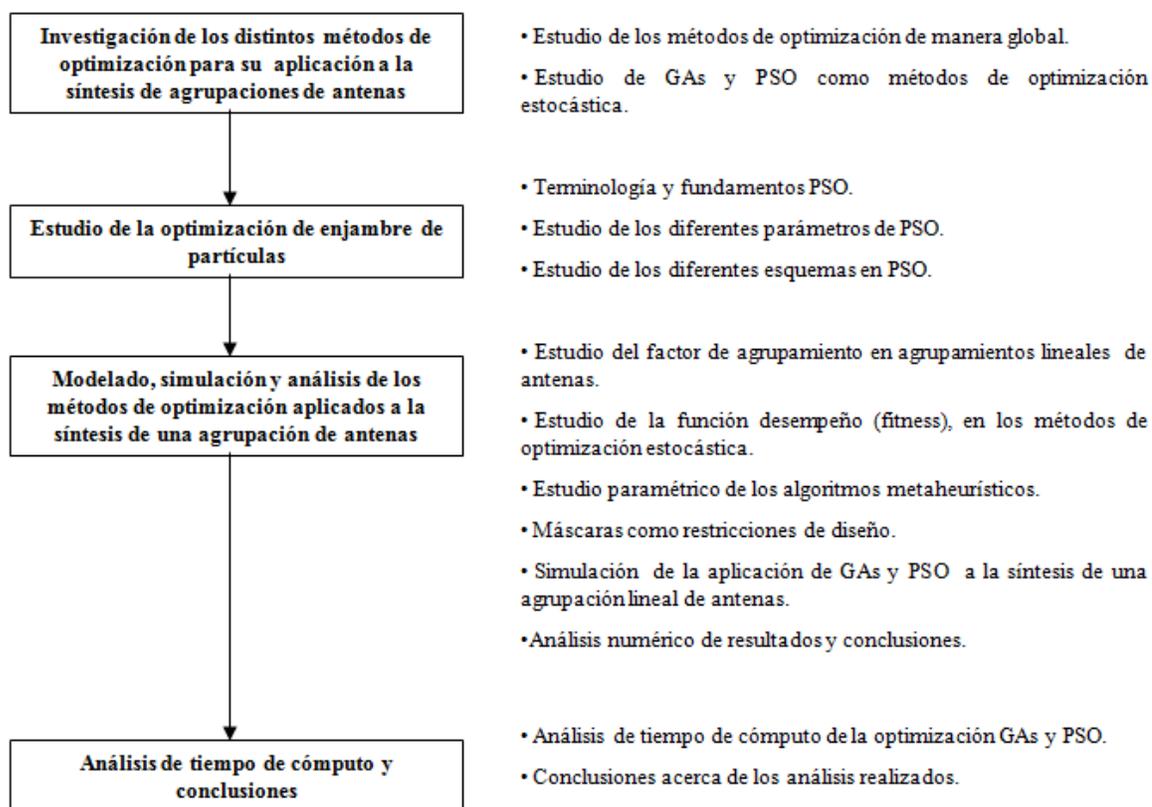


Figura 2: Metodología empleada en la investigación de tesis.

I.5 Organización de la tesis

Tomando en cuenta la metodología anterior, este trabajo está organizado de la siguiente manera: en el capítulo II, se estudian los métodos de optimización de forma general, poniendo énfasis en los así denominados métodos de optimización estocásticos.

Además se presenta una clasificación de los métodos de optimización más relevantes.

El capítulo III, presenta los fundamentos en los cuales se basa la optimización con enjambre de partículas, así como la terminología ligada a este método de optimización estocástico. Se incluye el estudio de cada uno de los parámetros que componen al algoritmo, considerando asimismo el estudio del operador velocidad, único operador dentro del algoritmo. Finalmente, en el capítulo se presentan los diferentes esquemas manejados para PSO, referente a la actualización de la información dentro del enjambre y al tipo de topología dentro del mismo.

En el capítulo IV del trabajo, se realiza el modelado matemático de una agrupación lineal y de 3 métodos de optimización que son aplicados en la síntesis de una agrupación de antenas. Se parte del método de optimización Chebyshev, el cual es una técnica de optimización analítica. Posteriormente se modelan dos métodos de optimización estocásticos basados en población, que son los algoritmos genéticos y la optimización con enjambre de partículas para su aplicación a la síntesis de una agrupación de antenas.

El capítulo V, presenta los resultados estadísticos de este trabajo, obtenidas en base a una serie de simulaciones, mostrando además los resultados del análisis numérico del problema de la síntesis de agrupaciones de antenas. Las simulaciones y generación de estadísticas mostradas en el capítulo, siguen una metodología. Primeramente se aplica el método de optimización de Chebyshev a la síntesis de una agrupación lineal, para luego hacer un estudio paramétrico de los algoritmos metaheurísticos aquí manejados, de tal manera que se pueda realizar una comparación de los algoritmos metaheurísticos con el método de optimización de Chebyshev, y así se conozcan las ventajas y limitaciones que se tienen al manejar técnicas metaheurísticas y analíticas. Posteriormente, se introduce el uso

de máscaras como nuevas restricciones de diseño a ser aplicadas a un agrupamiento de antenas, por lo cual se realiza un nuevo estudio paramétrico para abordar este problema de diseño más complejo y se analiza la influencia que tiene la función desempeño dentro de un agrupamiento de antenas con restricciones de máscara, cuando se utilizan los algoritmos genéticos y la optimización con enjambre de partículas.

Se tiene además la aplicación de GAs y PSO a la síntesis de una agrupación lineal, a través de una máscara más compleja que involucra varios parámetros de diseño, tales como: dirección de apuntamiento, dirigibilidad y nivel de aislamiento.

Para concluir, se realiza un análisis del tiempo de cómputo de tanto los algoritmos genéticos como la optimización con enjambre de partículas. Se resalta la ventaja que tiene un método de optimización sobre otro, a la hora de abordar problemas de optimización con diferentes niveles de complejidad.

Finalmente en el capítulo VI, se presentan las conclusiones generales y trabajos futuros, para de esta manera asegurar el cumplimiento de los objetivos de esta tesis.

Capítulo II

Métodos de optimización estocásticos

II.1 Introducción

Existe en la actualidad una bibliografía muy extensa que versa sobre los diferentes algoritmos de optimización convencionales existentes para afrontar la optimización de funciones. Sin embargo, los métodos convencionales de optimización, entre los cuales destacan aquellos basados en gradiente, se dirigen hacia la solución más cercana siguiendo la dirección en la que el gradiente disminuye o aumenta, según la forma elegida de abordar

el problema (minimización o maximización), y sin capacidad para discernir entre solución local y global. Como opción, durante las últimas décadas nuevos métodos de optimización estocástica, entre los cuales destacan el recocido simulado (SA²), los algoritmos genéticos (GAs) y más recientemente la optimización con enjambre de partículas (PSO), han alcanzado una gran popularidad entre la comunidad científica por su gran flexibilidad y capacidad para resolver problemas complejos de naturaleza muy diversa.

En este capítulo se pretende mostrar de manera global, algunos métodos de optimización existentes, con la finalidad de tener una perspectiva más amplia de estos métodos. Para posteriormente centrarnos específicamente en algoritmos genéticos y optimización con enjambre de partículas, los cuales son los métodos de optimización estocástica en los cuales se basa el objetivo de esta tesis.

II.2 Métodos de optimización

De forma genérica, puede definirse la optimización como aquella ciencia encargada de determinar las mejores soluciones a problemas matemáticos que a menudo modelan una realidad física. Los problemas complejos de optimización multidimensional, no lineal y altamente multimodal pueden encontrarse en ingeniería, economía, geofísica y prácticamente en todos los campos de la ciencia. En este aspecto, la optimización numérica ha adquirido mucha atención entre la comunidad científica durante las últimas décadas, y quizás lo más confuso para el diseñador reside en decidir cual algoritmo de optimización se ajusta mejor a las características del problema físico bajo análisis.

El objetivo que se persigue al resolver un problema de optimización es encontrar una solución óptima con un coste computacional razonable. Considerando estas dos premisas puede establecerse una clasificación preliminar de los métodos de optimización en dos grandes bloques, distinguiendo por un lado los métodos de búsqueda local y, por el otro, las así denominadas técnicas de optimización global.

² SA.- Acrónimo de *Simulated Annealing*, término en inglés para el método de optimización conocido como *recocido simulado*.

Los métodos locales obtienen la mejor solución posible en las inmediaciones del punto inicial atribuyéndoseles una fuerte dependencia del punto de arranque del algoritmo. La mayor parte de los métodos locales utilizan la información del gradiente, requieren el cálculo de derivadas y, en definitiva, imponen sobre el espacio de búsqueda, unas condiciones de diferenciabilidad y continuidad difíciles de garantizar y controlar en la práctica, en gran parte de los problemas de diseño electromagnético.

En el extremo opuesto, las técnicas de optimización global exhiben una gran independencia de la naturaleza del espacio de soluciones y, a diferencia de las técnicas de búsqueda local, son capaces de atravesar un espacio de búsqueda con múltiples mínimos o máximos locales y alcanzar una solución global al problema, entendiendo como tal la mejor solución posible o una solución en las inmediaciones de la región que contiene a la solución óptima. Como contrapartida, los métodos de optimización global exploran de forma exhaustiva el espacio de búsqueda como ocurre al operar por ejemplo con gradientes, ralentizando así la convergencia.

Al margen de la distinción puntual entre técnicas locales y globales de optimización, en la figura 3 se muestra una clasificación detallada que engloba los métodos de optimización más representativos. Adicionalmente a los métodos de búsqueda local basados en derivadas [Fletcher, 1987], se incluye un método directo basado en el método simplex [Nelder y Mead, 1965], cuyo atractivo reside en que únicamente requiere los valores de la función objetivo a optimizar. Los métodos tradicionales se completan con los así denominados constructivos [Fletcher, 1987], que básicamente operan sobre soluciones parciales del problema y que de alguna forma aíslan partes del espacio de búsqueda sin examinarlas. Como alternativa a los métodos tradicionales, una parte importante de los así denominados métodos heurísticos modernos o metaheurísticos han adquirido durante la última década una notable aceptación en diferentes campos de la ingeniería, y alrededor de algunos de ellos se centra esta investigación.

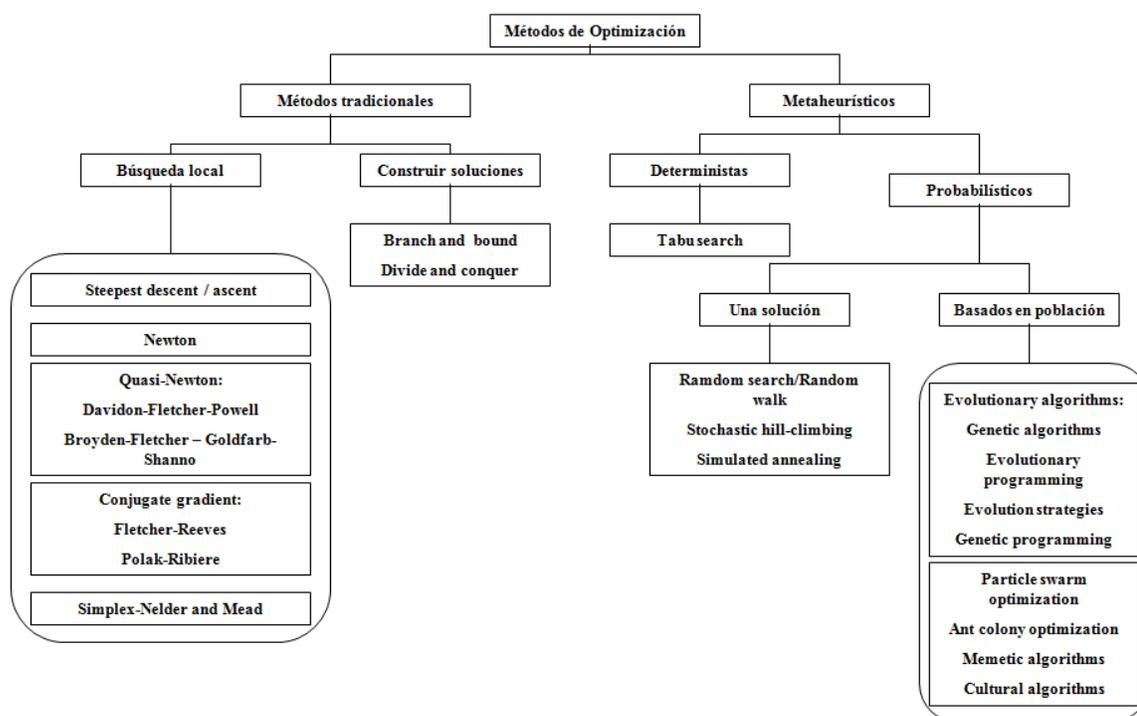


Figura 3: Clasificación de los métodos de optimización más relevantes.³

II.3 Métodos de optimización metaheurísticos

La denominada búsqueda Tabú [Glover, 1986], de naturaleza determinista, tiene capacidad para escapar de los mínimos o máximos locales, aprovechando un cierto conocimiento acerca del dominio de búsqueda y actualizando la solución en curso con el mejor punto de su vecindad. Por otra parte, dentro de los métodos metaheurísticos de naturaleza probabilística, cuya denominación está asociada con el hecho de que la optimización depende de eventos aleatorios, existen dos familias diferenciadas: aquella que utilizan un único punto de partida y aquella que utilizan una población.

³ Por uniformidad con la literatura científica y posible referencia se conserva la denominación original en inglés de cada método en esta figura.

Todas las variantes de los métodos metaheurísticos probabilísticos que utilizan un único punto de partida, a excepción del recocido simulado, tienen unos fundamentos muy sencillos que se limitan a hacer que evolucione una solución inicial, perturbando aleatoriamente los parámetros a optimizar. En lo que respecta al recocido simulado, este método imita a nivel computacional el proceso físico a seguir para sólidos con configuraciones de energía mínima [Kirkpatrick *et al.*, 1965]. Su sencillez y su potencial frente a otros métodos es un hecho contrastado [Corana *et al.*, 1987], y su uso está muy extendido en aplicaciones tan diversas como la síntesis de circuitos VLSI [Miltra *et al.*, 1991], el diseño de filtros digitales [Kacelenga *et al.*, 1990] o la optimización de agrupaciones de antenas [Ares *et al.*, 1996].

En la línea con el recocido simulado y en un intento por imitar procesos naturales tan dispares como la evolución de las especies o los propios comportamientos sociales y culturales de diferentes colectivos, entre los cuales puede incluirse a los propios seres humanos, surgen nuevos métodos que establecen una nueva concepción de la optimización. Todos estos algoritmos tienen en común el hecho de utilizar una población o conjunto de soluciones potenciales y someterlos a un proceso iterativo, utilizando diferentes esquemas, operadores y estrategias en función del tipo de algoritmo. La familia más extensa de este tipo de algoritmos es la que agrupa a los así denominados algoritmos evolutivos, estableciendo las cuatro grandes áreas que conforman lo que se conoce en la literatura como cómputo evolutivo [Kennedy *et al.*, 2001].

De estas cuatro metodologías, los algoritmos genéticos merecen una mención especial al ser el método que más atención ha recibido en los últimos años. Introducidos por Holland [1975] e impulsados en años sucesivos por Goldberg [1989], uno de sus estudiantes, los algoritmos genéticos han sido utilizados con éxito en múltiples campos de la ciencia, destacando a modo de ejemplo en electromagnetismo, su aplicación al diseño de antenas impresas y antenas de hilo, o el diseño de filtros de microondas [Rahmat-Samii y Michielssen, 1999]. Otras aplicaciones de interés incluyen la planificación de red en sistemas de comunicaciones móviles [Johnson y Rahmat-Samii, 1995], el entrenamiento de redes neuronales [Petridis *et al.*, 1993], la detección multiusuario en sistemas CDMA [Al-

Safawi y Jervase, 2004] o la planificación de redes de distribución de energía eléctrica [Tippayachai *et al.*, 2002].

Basado en los principios de la selección y evolución natural, el esquema clásico de los algoritmos genéticos hace evolucionar la población en base a la presión que ejercen los operadores de selección, cruce y mutación. Sin embargo, la amplia difusión del método de optimización ha hecho que los propios investigadores propongan continuas variantes y mejoras al esquema clásico, en un intento por incrementar el rendimiento del método.

A diferencia de los algoritmos genéticos, existen otros métodos metaheurísticos que por sus principios han experimentado un auge considerable en los últimos años, aunando una mayor facilidad de puesta a un punto del algoritmo con una interacción entre soluciones que, dependiendo del problema al que se apliquen, puede llegar a acelerar considerablemente la convergencia. Entre estos métodos destaca por su atractivo la optimización con enjambre de partículas, más conocido como particle swarm optimization.

Introducido como método de optimización por Kennedy y Eberhart [1995], este método estocástico de optimización global se basa en imitar a nivel computacional el comportamiento de un colectivo a partir de la interacción entre sus miembros y con el entorno en el que estos se desenvuelven.

El término enjambre o swarm hace referencia a una colección de agentes, individuos o partículas, a los que se les atribuye una memoria y una capacidad de organizarse y cooperar entre sí. Los ejemplos más claros lo constituyen las abejas en su búsqueda de alimentos alrededor de la colmena, las bandadas de aves, el sistema inmune, que es en realidad un conjunto de células y moléculas, e incluso una muchedumbre puede verse como un grupo de personas que comparten impresiones para tomar decisiones, aprovechándose de logros de sus congéneres y de su propia experiencia.

En la optimización con enjambre de partículas la población tiene memoria, es decir, la optimización se dirige y encauza influida por la historia pasada, por la memoria de cada individuo y por el estado presente en el que cada uno se encuentra. Si a esto se le une el hecho de utilizar un único operador con un número de parámetros a sintonizar muy reducido, queda justificado el reciente éxito que esta técnica de optimización está adquiriendo en aplicaciones tales como el diseño de antenas [Robinson y Rahmat-Samii,

2004]. Otras áreas incluyen, por ejemplo, la aplicación del algoritmo al entrenamiento de redes neuronales [Eberhart y Hu, 1999] o a la planificación de red en servicios de telecomunicación [Yangyang *et al.*, 1993].

Con matices, pero bajo unos principios similares, Dorigo y otros proponen así la denominada optimización con una colonia de hormigas o ant colony optimization [Dorigo *et al.*, 1996]. Básicamente, los principios del método se limitan a imitar el desplazamiento de las hormigas sobre lo que ahora es un espacio de soluciones, teniendo en cuenta que en su desplazamiento las hormigas trazan unos caminos de feromona que se disipan con el tiempo y la distancia. Evidentemente, en un cierto punto la intensidad de feromona es mayor cuanto mayor número de hormigas pasan por dicho punto o si este ha sido visitado recientemente. Como resultado y siguiendo estas trayectorias, las hormigas se congregarán entorno a una cierta región del espacio en la que se encuentra la solución del problema.

Otros algoritmos meméticos y los algoritmos culturales se distancian ligeramente de los principios asociados con los comúnmente denominada inteligencia del enjambre (swarm intelligence), pero en realidad, bajo aquellos subyace una idea que persevera, cual es la de imitar y aplicar procesos naturales a la optimización.

Los algoritmos meméticos, introducidos por Moscato [1989], combinan una estrategia basada en una población con una búsqueda local. A grandes rasgos y a diferencia de los algoritmos genéticos, los algoritmos meméticos intentan imitar la evolución cultural de un colectivo en lugar de su evolución biológica.

Por otra parte y aprovechando las afirmaciones vertidas por diversos sociólogos que sugieren que la cultura puede ser codificada simbólicamente y transmitida entre generaciones como un mecanismo más de herencia, Reynolds [1994] propone en un modelo computacional que da lugar a los así denominados algoritmos culturales. Los algoritmos culturales se diferencian de los evolutivos por el hecho de poseer memoria, de tal forma que la población mantiene una memoria de grupo o espacio de opinión con información de las soluciones potencialmente mejores y también de aquellas peores, con el objeto de dirigir la búsqueda. Básicamente, en los algoritmos culturales se tienen dos clases de información hereditaria entre generaciones, una basada en la transmisión de los

comportamientos entre individuos y otra que contempla la formación de opiniones en función de las experiencias individuales.

En la literatura, la tendencia habitual al aplicar estos métodos metaheurísticos a un problema electromagnético concreto es la de utilizar un determinado esquema del algoritmo, desarrollándolo o a partir de rutinas existentes, y limitar la puesta a punto del método de optimización únicamente al ajuste de un número mínimo de parámetros. Así por ejemplo, para el caso particular de los algoritmos genéticos se suelen utilizar unas estrategias fijas para los operadores de selección, cruce y mutación, limitando la puesta a punto de algoritmo a sincronizar ciertos parámetros tales como el tamaño de la población o las probabilidades de cruce y mutación. Sin embargo, no parece elegante enjuiciar la capacidad de un método de optimización para una aplicación concreta sin abrirse a nuevas configuraciones.

Si bien es cierto que la configuración del algoritmo está íntimamente ligada con el tipo de problema a tratar, resulta interesante expandir la investigación modificando los valores de los parámetros e incluso el propio esquema del algoritmo, pues en realidad, esta información convenientemente presentada marca una tendencia que, por lo general, puede ser extrapolada a otros problemas de interés.

Por todo ello, la tesis se centra en investigar las prestaciones y limitaciones de GAs y PSO, proponiendo estudios paramétricos cuando se crea convenientemente, así como diferentes esquemas e implementaciones del algoritmo para, en último término, obtener el máximo rendimiento de dichos métodos de optimización.

II.4 Conclusiones

En este capítulo se han englobado de manera general diferentes métodos de optimización, dando especial énfasis a los así llamados métodos de optimización estocástica, siendo los algoritmos genéticos y la optimización con enjambre de partículas los de especial interés en esta tesis, ya que en capítulos posteriores se estudiarán con mayor

detalle con el fin de comparar sus prestaciones, y de esta manera cumplir con el objetivo principal de este trabajo.

En el siguiente capítulo se profundiza en el estudio de la optimización con enjambre de partículas, que es un método de optimización estocástico global, parte fundamental en este trabajo, y el cual será utilizado en la síntesis de una agrupación de antenas.

Capítulo III

Optimización con enjambre de partículas

III.1 Introducción

Surgiendo como alternativa a las teorías clásicas, los métodos de optimización estocástica están adquiriendo una mayor importancia dentro del campo del diseño electromagnético. La optimización con enjambre de partículas, más conocida en la comunidad científica con el acrónimo de PSO del inglés Particle Swarm Optimization, es

un método estocástico de optimización, desarrollado por Kennedy y Eberhart [1995], inspirado en el comportamiento social que exhiben algunas comunidades de organismos, tales como bandadas de aves, bancos de peces, enjambres de insectos, entre otros.

Tal comportamiento social se basa en la transmisión del suceso de cada individuo a los demás individuos del grupo, lo cual resulta en un proceso sinérgico que permite a los individuos satisfacer de la mejor manera posible sus necesidades inmediatas, tales como la localización de alimentos o de un lugar de cobijo.

En aplicaciones de diseño electromagnético el coste computacional no es relativamente tan importante como obtener una solución aceptable. La optimización con enjambre de partículas llega a una solución global o próxima a ésta, en lugar de converger hacia soluciones locales como puede ocurrir con los métodos tradicionales. Otros aspectos, tales como el hecho de realizar la búsqueda utilizando un conjunto de puntos sobre el espacio de soluciones en lugar de un único punto, el utilizar una función objetivo para dirigir la búsqueda en lugar de derivadas, o que los nuevos puntos a explorar se determinen de acuerdo a reglas de decisión estocásticas en lugar de deterministas, reafirman la superioridad de PSO sobre técnicas de optimización local.

El método PSO ha sido recientemente introducido en el campo del electromagnetismo computacional y aplicado con éxito a la optimización de problemas multidimensionales complejos, erigiéndose como una alternativa eficiente y atractiva a otros métodos estocásticos mucho más extendidos, tales como algoritmos genéticos (GAs), debido a las características principales que presenta el algoritmo [Kennedy *et al.*, 2001] y [Ciuprina *et al.*, 2002], como son:

1. Pocos parámetros a ajustar.
2. Normalmente trabaja con poblaciones pequeñas.
3. El número de evaluaciones de la función objetivo suele ser pequeña.
4. Una convergencia más rápida.

Debido a que es la primera vez que se aborda este algoritmo dentro del grupo de comunicaciones inalámbricas (GCI), fue conveniente introducir las nociones básicas del algoritmo en este trabajo.

Por lo tanto, el objetivo planteado en este capítulo, es presentar la terminología y fundamentos de la optimización con enjambre de partículas, así como también dar una reseña de los parámetros y esquemas básicos que componen al novedoso algoritmo, de tal manera que nos permita emplear este método de optimización, en el problema electromagnético de la síntesis de agrupaciones de antenas como se establece en el objetivo principal de esta tesis.

III.2 Terminología y fundamentos de PSO

La metaheurística PSO, que intenta imitar el comportamiento de procesos naturales, sigue una analogía de partículas en un enjambre, por lo cual es de vital importancia describir la terminología clave para su entendimiento [Robinson y Rahmat-Samii, 2004]. A continuación se detallan algunos de estos términos clave:

1. Partícula o agente: Cada individuo en el enjambre es referido como una partícula o agente. Todas las partículas en el enjambre actúan individualmente bajo el mismo principio: acelerar hacia la mejor posición personal y global mientras que constantemente verifican el valor de su posición.
2. Posición: Está es representada por coordenadas en el plano $x - y$. Pero en general, se puede extender esta idea a cualquier espacio N-dimensional de acuerdo al problema a tratar.

3. Función fitness⁴ o función desempeño: Como en todas las técnicas de cómputo evolutivo, debe existir alguna función o método para evaluar la calidad de la solución. Por esta razón, la función desempeño en el caso de PSO debe tomar la posición en el espacio de solución y retornar un número que representa el valor de esa posición. La función desempeño provee la interfaz entre el problema físico y el algoritmo de optimización.
4. Mejor personal (*pbest*): Es la posición con el valor de la función desempeño más alto descubierto por cada partícula.
5. Mejor global (*gbest*): En este caso es la posición con el valor más alto de todo el enjambre.

PSO está sustentado en lo que se conoce como inteligencia de grupo, más comúnmente referido en la literatura como swarm intelligence [Millonas, 1994], relacionado con la inteligencia artificial fundamentada en el comportamiento colectivo de sistemas auto-organizados y descentralizados.

Básicamente, esta metaheurística consiste en un algoritmo iterativo basado en una población de individuos denominada enjambre, en la que cada individuo, llamado agente o partícula, que representa una posible solución dentro del espacio de soluciones multidimensional, se dice que “sobrevuela” junto con el resto de sus congéneres el espacio de decisión en busca de una solución óptima, ajustando su posición de acuerdo a su propia experiencia y la de sus vecinos.

⁴ *Función fitness.*- En este documento se empleará el término válido de función desempeño al igual que función fitness, para esta palabra inglesa.

III.3 Operador velocidad y parámetros del algoritmo

En la formulación de PSO se define un único operador para controlar la evolución de la optimización, llamado velocidad de la partícula. Así, dado un espacio de búsqueda N-dimensional, cada partícula i del enjambre conoce su posición actual $X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iN}]$, la velocidad $V_i = [v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iN}]$ con la cual ha llegado a dicha posición y la mejor posición $P_i = [p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iN}]$ en la que se ha encontrado, denominada mejor personal. Además todas las partículas conocen la mejor posición encontrada dentro del enjambre $G_i = [g_{i1}, g_{i2}, \dots, g_{iN}]$, denominada mejor global.

Suponiendo el uso de información proveniente del mejor global, en cada iteración t del algoritmo PSO, cada componente j de la velocidad y la posición de cada partícula i del enjambre se actualiza conforme a [Shi y Eberhart, 1998]:

$$v_{ij}(t+1) = \omega v_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)] \quad (1)$$

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (2)$$

donde ω es el parámetro inercial que regula el impacto de las velocidades anteriores en la nueva velocidad de partícula, c_1 es el parámetro cognitivo que indica la influencia máxima de la mejor experiencia individual de la partícula en su nueva velocidad y c_2 es el parámetro social que indica la influencia máxima de la información social en el nuevo valor de velocidad de la partícula. Mientras que los términos r_{1j} y r_{2j} son dos números aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1, $U[0,1]$, cuyo objetivo es emular el comportamiento estocástico y un tanto impredecible que exhibe la población del enjambre. De manera general la actualización de una partícula se ilustra en la figura 4.

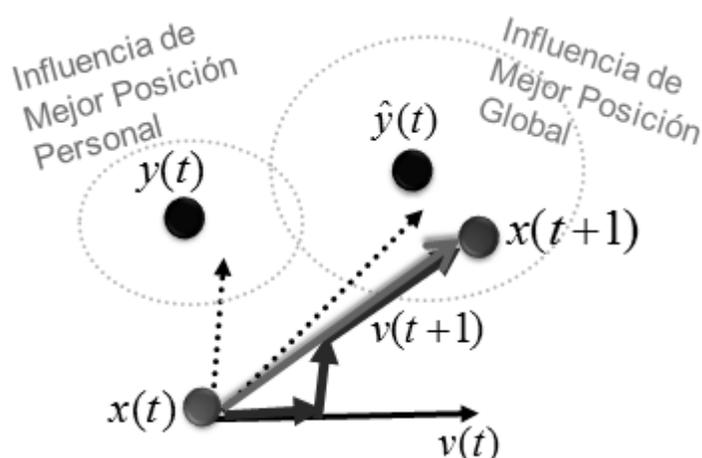


Figura 4: Ilustración geométrica de la actualización de una partícula.

El movimiento de los agentes sobre el espacio de las soluciones y , en consecuencia, el rendimiento del algoritmo, está condicionado por el grado de influencia de las tres componentes de la velocidad en (1), que se observan en la figura 4, y denominadas en orden como momento, hábito o inercia para considerar la tendencia de la partícula; memoria, nostalgia o autoaprendizaje para incluir la experiencia de la propia partícula, y cooperación, conocimiento social, conocimiento de grupo o información compartida, para reflejar el intercambio de información y el comportamiento social como grupo [Kennedy, 1997].

Para acotar la velocidad de la partícula se especifica un valor máximo, v_{\max} , que restringe la velocidad en cada dimensión al intervalo $[-v_{\max}, v_{\max}]$. Si el valor v_{\max} es demasiado grande, las partículas pueden sobrepasar e ignorar continuamente la zona con la solución global. En el caso totalmente opuesto, si v_{\max} toma valores extremadamente pequeños las partículas explorarán el espacio de soluciones muy lentamente y podrán quedar atrapadas alrededor de soluciones locales, incapaces de librarse de la base de atracción. Con el objetivo de reducir el efecto de v_{\max} y perfeccionar el control del alcance de la búsqueda sobre el espacio de soluciones, surgen las versiones mejoradas del algoritmo que incorporan el concepto de peso inercial [Shi y Eberhart, 1998].

Una opción al modelo inercial lo constituye el denominado factor de constricción introducido por Clerc en [Clerc y Kennedy, 2002]. En este modelo el más utilizado es el descrito como constricción de tipo “1”, dado por la siguiente ecuación:

$$v_{ij}(t+1) = \chi \cdot (v_{ij}(t) + \varphi_1 r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + \varphi_2 r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)]) \quad (3)$$

donde χ es el coeficiente de constricción, el cual se expresa de la siguiente manera:

$$\chi = \frac{2k}{|2 - \varphi - \sqrt{\varphi^2 - 4\varphi}|}, k \in [0,1], \varphi = \varphi_1 + \varphi_2, \varphi > 4 \quad (4)$$

Como se observa en la expresión (4), el coeficiente de constricción no está definido para constantes de aceleración $\varphi \leq 4$. A medida que la constante de aceleración φ toma valores por encima de 4.0, χ decrece paulatinamente, acentuando el efecto de amortiguamiento del movimiento. En este modelo de constricción típicamente se utilizan valores de $k=1$ y $\varphi=4.1$ ($\varphi_1 = \varphi_2 = 2.05$), lo cual reporta un valor para el coeficiente de constricción de $\chi \approx 0.729$. Algebraicamente, esta configuración es equivalente a utilizar el modelo inercial de (1) con $\omega = 0.729$ y $c_1 = c_2 = 1.49445$. La utilización de ambos modelos de PSO, con peso inercial y con factor de constricción, está muy extendido en la literatura y aunque es el modelo Clerc el que ofrece mejores resultados según [Eberhart y Shi, 2000], los parámetros óptimos del algoritmo están íntimamente ligados con la naturaleza del problema físico a optimizar, por lo cual pueden ser diferentes según el problema a tratar siendo necesario en la mayoría de los casos un estudio paramétrico a través de simulaciones, para decantarse por los parámetros óptimos para el problema específico de optimización.

III.3.1 Condiciones de límite en el espacio multidimensional

Usualmente en aplicaciones en el campo de la ingeniería, se precisa limitar el espacio de soluciones a la región donde están definidas las variables a optimizar. Por lo cual, es necesario introducir diferentes mecanismos que en cada dimensión, controlen la posición de destino de la partícula y en caso de exceder los límites se modifiquen los vectores posición y/o velocidad de la misma.

Es por esto que en la literatura se introducen 3 tipos de barreras de contención, denominadas paredes. Mostradas en la siguiente figura.

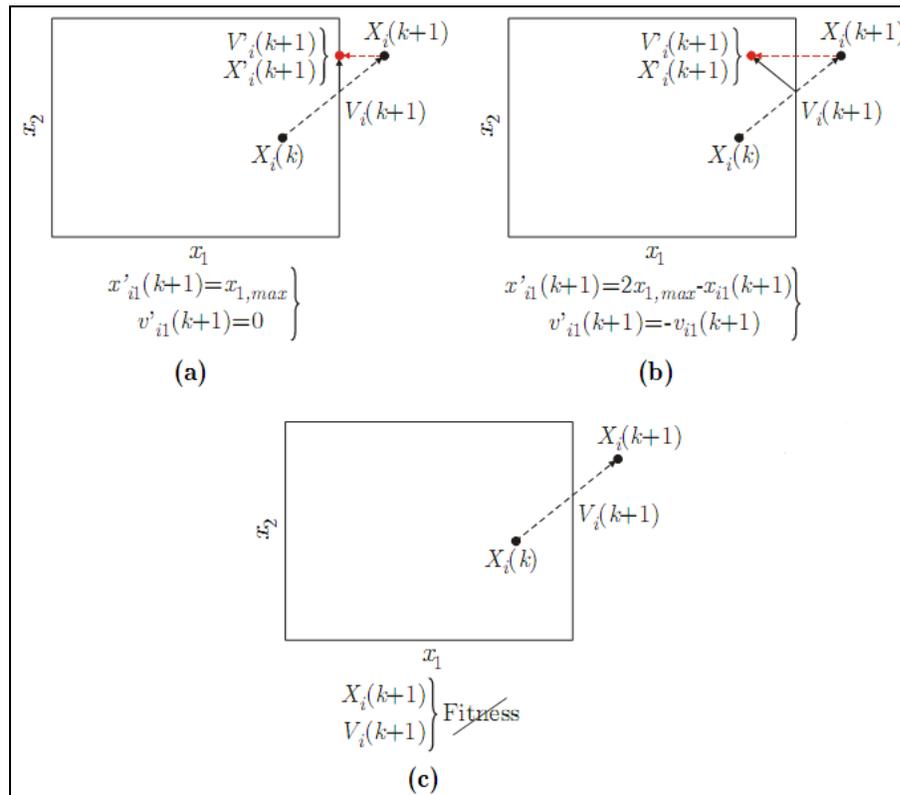


Figura 5: Ejemplo particularizado de límites para el espacio bidimensional. (a) Pared absorbente (b) Pared reflectante (c) Pared invisible

En la figura 5, la pared absorbente lleva la partícula al límite de la dimensión y anula su velocidad. La pared reflectante invierte el signo de la velocidad en la dimensión excedida y refleja la componente del vector posición en dicha dimensión. La pared invisible no restringe el movimiento de las partículas, pero el valor de la función de desempeño de aquellas que exceden los límites no se calcula.

III.4 Esquemas de PSO

Se puede establecer una clasificación de los esquemas clásicos de PSO atendiendo principalmente a dos características del enjambre: la forma en la que se sincroniza la transmisión de información entre los agentes de la población y la topología que se confiere a la población, es decir, el modo en el que se transmite la información entre cada partícula y sus vecinos. Atendiendo a esta clasificación surgen las versiones con actualizaciones síncrona y asíncrona, y las topologías global y local.

Por analogía con los principios y naturaleza del PSO, la formulación expuesta en la sección anterior y los esquemas que se presentan en esta sección son únicamente aplicables a problemas con codificación de variables en el dominio real.

Existe, no obstante, la versión binaria del algoritmo, en la cual la diferencia más significativa estriba en que la velocidad tiene una concepción meramente probabilística, representando ésta la probabilidad de que cada bit de la secuencia que representa a una partícula tome un valor 0 ó 1 [Kennedy y Eberhart, 1997] y [Weter, 2004].

III.4.1 Topologías clásicas de enjambre

En PSO las partículas mejoran sus aptitudes imitando los comportamientos y tendencias que encuentran en los mejores congéneres del enjambre. Ahora bien, establecer cómo se define la vecindad de una partícula, o lo que es lo mismo, la forma en qué otros individuos influyen sobre una partícula específica, tiene una trascendencia vital en el

rendimiento del algoritmo. Dependiendo de la topología que adquiera el enjambre, la transmisión de la información entre partículas puede acelerarse o hacerse más lenta, lo cual está íntimamente relacionado con la velocidad de convergencia y con la capacidad del algoritmo para escapar de soluciones locales.

La topología utilizada más comúnmente es la topología de red global, en la cual todas las partículas están interrelacionadas y tienen acceso inmediato a los hallazgos de sus congéneres. En la figura 6 se muestra la topología de red global y local.

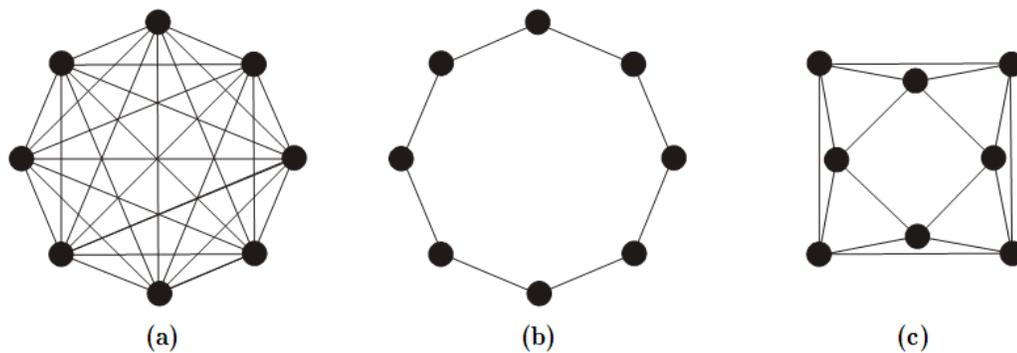


Figura 6: Topologías de enjambre. (a) Global (b) Local $N_v=2$ (c) Local $N_v=4$

Una alternativa a la variante global más utilizada es la topología local, donde cada partícula orienta su trayectoria influida por sus N_v vecinos adyacentes, quedando aislada, en cierta medida, de las partículas más alejadas del enjambre [Eberhart y Kennedy, 1995].

III.4.2 Actualizaciones síncronas y asíncronas del enjambre

Las partículas actualizan sus vectores de posición y velocidad de acuerdo con su inercia, su memoria y el conocimiento social. En función del instante dentro del proceso iterativo en el que se realiza la actualización de la memoria de cada partícula y el conocimiento social del grupo, se puede distinguir entre PSO con actualizaciones síncronas y asíncronas.

En el modelo síncrono todas las partículas se mueven en paralelo. En cada iteración se evalúa el desempeño de todas las partículas, se actualiza su memoria P_i y el conocimiento social G , y a continuación el enjambre se desplaza hacia un nuevo punto tomando como referencia esta doble información.

De manera contraria, en el PSO asíncrono cada partícula aprovecha la información actualizada por sus inmediatos predecesores para desplazarse. En cada iteración, la partícula i -ésima se desplaza hacia un nuevo punto $x_i(t+1)$ utilizando la información de los vectores $P_i(k)$ y G , actualizados por las partículas previas. Posteriormente, la partícula evalúa la calidad del nuevo punto y actualiza, si procede, las variables $P_i(t+1)$ y G . Esta información se transmite a las partículas restantes.

III.5 Conclusiones

En este capítulo se dieron las bases y principios necesarios para el entendimiento y aplicación de la optimización con enjambre de partículas, haciendo énfasis en su principal y único operador velocidad, y los parámetros involucrados con éste, así como también en los esquemas básicos utilizados en el algoritmo.

Ya estudiado el algoritmo PSO como una herramienta eficiente en la optimización de problemas, se pasará al siguiente objetivo que consiste en el modelado de la síntesis de agrupaciones de antenas empleando optimización con enjambre de partículas.

Capítulo IV

Modelado del sistema

IV.1 Introducción

En este capítulo se aborda el modelado matemático de la síntesis de una agrupación lineal uniforme (ALU), además de dos técnicas metaheurísticas, que son algoritmos genéticos (GAs) y la optimización con enjambre de partículas (PSO), necesarios para la optimización del problema de diseño de agrupaciones de antenas. Debido a que es necesaria una validación de ambos algoritmos, como optimizadores en el problema del diseño de antenas, se propone también el modelado de una técnica analítica, en este caso se hace uso del método de Chebyshev, que involucra solamente la optimización de dos parámetros de diseño, siendo ideal como punto de partida.

Por las razones anteriores, en este trabajo se modelan tres técnicas de síntesis de agrupación de antenas, con el propósito de generar posteriormente estadísticas en base a una serie de simulaciones, con el fin de cumplir el objetivo de este trabajo de tesis.

IV.2 Agrupamiento lineal uniforme de antenas y su factor de agrupamiento

En esta sección se parte de la teoría requerida para obtener el factor de agrupamiento necesario para el modelado del sistema en general. Se contempla una geometría en campo lejano⁵ de un agrupamiento lineal uniforme de N elementos, como se muestra en la siguiente figura:

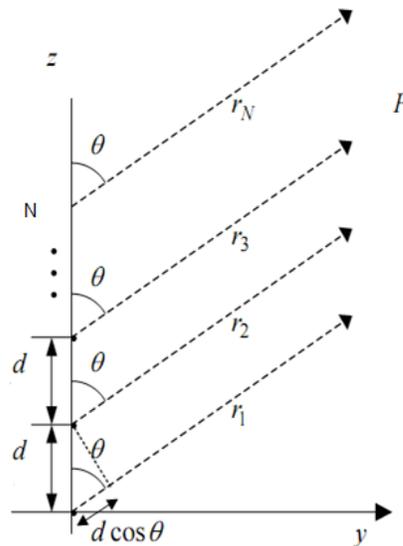


Figura 7: Geometría en campo lejano de un agrupamiento lineal uniforme de N elementos.

⁵ Campo lejano.- Conocido también como región de Fraunhofer, considerado a una distancia de $r \geq 2D^2/\lambda$, siendo r la distancia desde el punto de radiación hasta un punto de medición arbitrario, λ la longitud de onda y D la dimensión máxima de la antena.

Donde se suponen en la agrupación todos los elementos de antena iguales, equiespaciados una distancia d , de magnitud idéntica $r_1, r_2 \dots r_N$, cada uno con fase progresiva θ y donde P es un punto en campo lejano.

Por lo tanto, el estudio del comportamiento de una agrupación lineal de antenas puede, en primera aproximación, reducirse al estudio de su factor de agrupamiento. Donde este factor de agrupamiento puede obtenerse considerando los elementos como fuentes puntuales [Balanis, 2005], y viene dado por la siguiente expresión:

$$AF = 1 + e^{+j(kd \cos \theta + \beta)} + e^{+j2(kd \cos \theta + \beta)} + \dots + e^{j(n-1)(kd \cos \theta + \beta)} \quad (5)$$

Tal que el factor total de agrupamiento del agrupamiento uniforme es una suma de exponenciales, que puede ser sintetizado de la siguiente forma:

$$AF = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kd \cos \theta + \beta)} \quad (6)$$

donde k es una constante de fase ($k = 2\pi / \lambda$), d es la separación entre elementos de antena, $\cos(\theta)$ es el ángulo con respecto al eje de agrupación, y β es la fase entre elementos.

Una vez que se tiene el factor de agrupamiento de un agrupamiento lineal, se procede en las siguientes secciones a describir los 3 métodos referentes a esta tesis, mencionados anteriormente, aplicándose a la síntesis de una agrupación lineal.

IV.3 Modelado del método de optimización Chebyshev para su aplicación en la síntesis de una agrupación lineal de antenas

En este apartado, se introduce el método de Chebyshev, como técnica analítica para la optimización de agrupamientos lineales uniformes. Este método fue introducido en el diseño de antenas por Dolph [1946], y su estudio ha sido continuado por [Riblet, 1947] y [Drane, 1968]. El método obtiene una solución óptima de excitaciones en amplitud para un

agrupamiento de antenas, en el cual se tiene un compromiso entre el ancho de haz y el nivel de lobulos laterales. En este método de optimización, los coeficientes de excitación obtenidos están relacionados con los polinomios de Chebyshev, descritos mediante la siguiente expresión de manera recursiva [Balanis, 2005]:

$$T_m(z) = 2zT_{m-1}(z) - T_{m-2}(z) \quad (7)$$

La expresión anterior se emplea sólo si los polinomios de los dos órdenes anteriores se conocen, por lo cual cada polinomio puede también definirse de la siguiente forma:

$$T_m(z) = \cos[m \cos^{-1}(z)] \quad -1 \leq z \leq +1 \quad (8)$$

$$T_m(z) = \cosh[m \cosh^{-1}(z)] \quad z < -1, z > +1 \quad (9)$$

De las anteriores expresiones se derivan propiedades generales de los polinomios de Chebyshev, y son las siguientes:

- 1) Todos los polinomios de cualquier orden, pasan a través del punto (1,1).
- 2) Dentro del rango $-1 \leq z \leq 1$, los polinomios tienen valores dentro de -1 a +1.
- 3) Todas las raíces, ocurren dentro de $-1 \leq z \leq 1$, y todos los máximos y mínimos tienen valores de +1 y -1 respectivamente.

En el modelado de este método se considera un agrupamiento lineal de elementos de antena isotrópicos, con amplitudes no uniformes, ya sea de números de elementos de antenas pares o impares, dado por las siguientes ecuaciones:

$$(AF)_{2M}(\text{par}) = \sum_{n=1}^M a_n \cos[(2n-1)u] \quad (10)$$

$$(AF)_{2M+1}(\text{impar}) = \sum_{n=1}^M a_n \cos[2(n-1)u] \quad (11)$$

La conexión entre el agrupamiento y los polinomios de Chebyshev se establece en primer lugar considerando una agrupación simétricamente excitada y en modo transversal, para llegar posteriormente a las ecuaciones anteriores, [Stutzman y Thiele, 1998], donde $u = \frac{\pi d}{\lambda} \cos \theta$, M representa a cada uno de los elementos de antena, d la separación entre los elementos y a_n los coeficientes de excitación de los elementos del agrupamiento.

Debido a que el factor de agrupamiento de un número par o impar de elementos es una sumatoria de los términos coseno, cuya forma es la misma que los polinomios de Chebyshev, los coeficientes desconocidos del factor de agrupamiento pueden determinarse, comparando la serie representada por los términos coseno del factor de agrupamiento contra el polinomio de Chebyshev apropiado. Donde el orden del polinomio será uno menos que el total del número de elementos del agrupamiento.

Considerando a R , como la relación entre el haz principal y el lóbulo lateral, siendo este el valor del factor de agrupamiento en el máximo del lóbulo principal y tomando en cuenta que el nivel de magnitud del lóbulo lateral es la unidad. De esta manera, el nivel de lóbulo lateral es $1/R$, o:

$$SLL = -20 \log R \quad dB \quad (12)$$

Evaluando en el máximo del lóbulo principal, donde $x = x_0$, y resolviendo para x_0 , obtenemos:

$$x_0 = \cosh \left(\frac{1}{M-1} \cosh^{-1} R \right) \quad (13)$$

Con lo anterior, se puede resumir el método de diseño, es decir para una relación de lóbulo lateral dada, R puede calcularse de (8), x_0 sería determinada por (9). El factor de

agrupamiento puede ser calculado directamente de los valores de excitación de (6) y (7) según el caso. Para una explicación más detallada sobre el procedimiento de diseño del método de Chebyshev, se recomienda consultar [Balanis, 2005].

IV.4 Modelado de algoritmos genéticos para su aplicación en la síntesis de una agrupación lineal de antenas

Los algoritmos genéticos (GAs) están contenidos en una de las cuatro clases del cómputo evolutivo (EC) del inglés *Evolutionary Computation*.

Los GAs pueden definirse como métodos estocásticos de optimización global basados en principios Darwinianos, de la selección y evolución natural [Goldberg, 1989].

Denominados originalmente “planes reproductivos genéticos”, los GAs fueron desarrollados por John H. Holland [1962], motivado por resolver problemas de aprendizaje de máquina.

Para su aplicación, los algoritmos genéticos requieren de 5 componentes básicos, que se mencionan en los siguientes pasos:

- a) Se requiere de una representación de las soluciones potenciales del problema (codificación).
- b) A través de un proceso aleatorio, normalmente se crea una población inicial de posibles soluciones.
- c) Clasificar las soluciones en términos de su “aptitud”, utilizando una función de evaluación.
- d) Operadores genéticos que alteren la composición de los hijos que se producirán para las siguientes generaciones.

- e) Valores para los diferentes parámetros que utiliza el algoritmo genético como son tamaño de población, probabilidad de cruce, probabilidad de mutación, etc.

En general, en los GAs una población de individuos o soluciones potenciales al problema bajo análisis previamente codificadas, se somete a un proceso de evolución tendiente a obtener una solución óptima global en base a la presión que ejercen los operadores de selección, cruce y mutación, utilizando una función de desempeño para medir la calidad de las soluciones y de esta manera proceder de forma iterativa en el reemplazo de la población.

IV.4.1 Selección primaria de parámetros

La aplicación de cualquier algoritmo metaheurístico a un problema de diseño está supeditada al ajuste inicial de los parámetros del algoritmo para encontrar aquella configuración que ofrece la mejor relación entre precisión y costo computacional.

La selección de los parámetros o esquemas óptimos en algoritmos metaheurísticos puede hacerse por las siguientes vías alternativas: recurriendo directamente a alguna de las configuraciones típicas establecidas en la literatura, realizando un estudio paramétrico o una combinación de ambos. En este trabajo de tesis se trabaja con una combinación de ambas, lo cual tiene sus ventajas ya que permite por un lado validar el código fuente y, por otro, descartar a priori aquellas configuraciones que exhiban un rendimiento muy pobre. No obstante, aunque la parametrización marca unas tendencias y permite detectar a grandes rasgos las carencias y potenciales de una u otra configuración de cada algoritmo, el comportamiento de cada método depende del problema a optimizar, acentuándose este efecto aún más en problemas que exhiben un alto grado de complejidad.

Debido a que anteriormente se tiene referencia de una tesis doctoral donde se abordan los algoritmos genéticos en el problema de diseño de agrupamientos de antenas [Panduro, 2004] en el GCI, se retoman de ahí algunos de los parámetros iniciales, con los cuales se pretende tener una configuración base, para luego refinar y adecuar los valores de

estos parámetros a través de un estudio paramétrico a base de simulaciones a nuevos problemas de optimización planteados en esta tesis.

Los parámetros de configuración inicial para algoritmos genéticos son retomados de Panduro [2004], y se resumen en la siguiente tabla:

Tabla I. Parámetros de configuración inicial para algoritmos genéticos.

Parámetro	Valor
Generaciones	500
Población	20
Probabilidad de cruce	1.0
Probabilidad de mutación	0.1
Método de cruce	Dos puntos
Método de selección	Ruleta + Jerarquía
Método anexo	Elitismo
Tipo de GAs	Codificación Real

IV.4.2 Diagrama de flujo de algoritmos genéticos

Ya que se tienen los parámetros para la configuración inicial de los AGs, con los cuales se iniciará el estudio paramétrico para cada problema de optimización, en el siguiente capítulo, en esta sección se sintetiza el método de algoritmos de genéticos con aplicación a la síntesis de una agrupación lineal a través de un diagrama de flujo.

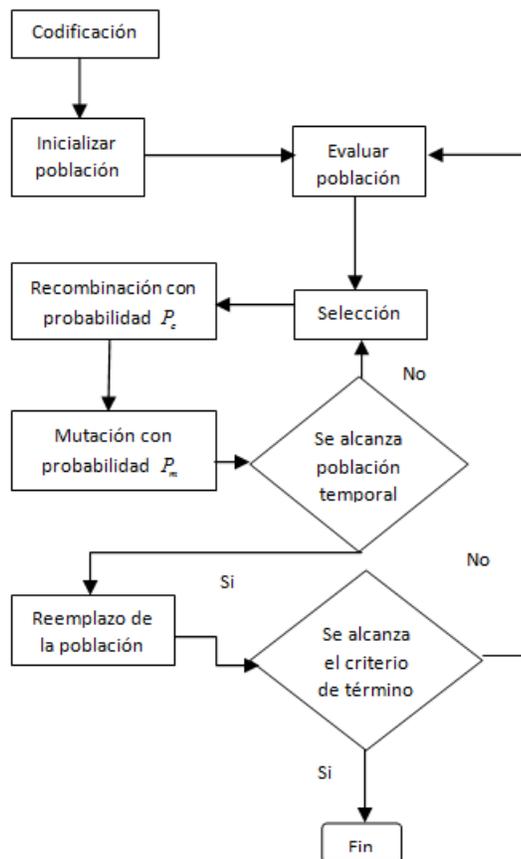


Figura 8: Diagrama de flujo de algoritmos genéticos.

La figura 8, muestra el esquema básico del método de optimización basado en los algoritmos genéticos, y a continuación se detallan las partes esenciales del algoritmo.

- 1) Codificación: Se tiene que decidir cómo codificar el dominio del problema. Las soluciones codificadas permiten a los GAs operar de manera independiente al espacio de solución que se presente. Puede utilizarse cualquier alfabeto, siempre y cuando éste permita establecer un mapeo entre la representación de los genes en términos del propio alfabeto y el significado físico de los parámetros a los que éstos representan.

- 2) Inicializar población: Generar un conjunto aleatorio (distribución normal sobre el espacio de soluciones) de N posibles soluciones codificadas del problema. A esto se le llamará población actual.
- 3) Evaluar población: Se califica cada posible solución (individuo) de la población actual aplicando la función desempeño, que es la única conexión entre el problema físico y el algoritmo genético.
- 4) Selección: Una vez que se tiene una evaluación de la población inicial, se seleccionan dos individuos de la población actual con una probabilidad proporcional a su calificación, que representa la influencia de la función desempeño en el proceso de optimización.
- 5) Recombinación: A través de los individuos conocidos como “padres”, seleccionados en el paso anterior, la recombinación da como resultado, nuevos individuos conocidos como hijos. Operador que ocurre con cierta probabilidad e intercambia cierto material genético, imitando la “cruza sexual”.
- 6) Mutación: El operador mutación, cada uno de los individuos resultantes del cruzamiento tiene cierta probabilidad de sufrir un cambio inesperado, tal y como sucede en un proceso de evolución. Es a través de esta operación, que se exploran nuevas regiones por el método de optimización.
- 7) Criterio de término: Existen diferentes opciones para terminar la ejecución del algoritmo, en las que se destaca fijar un número máximo de generaciones o parar cuando a través de nuevas generaciones no existen mejores soluciones.

IV.5 Modelado de optimización con enjambre de partículas para su aplicación en la síntesis de una agrupación lineal de antenas

Ya teniendo las bases conceptuales del algoritmo PSO, vistas en el capítulo III, ahora el objetivo consiste en desarrollar las herramientas necesarias para ser implementadas al problema de la síntesis de una agrupación de antenas.

Por lo cual para este algoritmo se hace una selección primaria de parámetros, y posteriormente se procede a realizar el modelado del algoritmo a través de un diagrama de flujo, que nos sirve para describir a PSO de una manera metódica.

IV.5.1 Selección primaria de parámetros

Al igual que en otros métodos de optimización basados en población como en algoritmos genéticos, en la optimización con enjambre de partículas los parámetros iniciales condicionan el rendimiento posterior del algoritmo de optimización.

Aunque en alguna literatura se intenta generalizar la selección de estos parámetros, [Carlisle y Dozier, 2001], [Eberhart y Shi, 2001], [Shi y Eberhart, 1998] y [Eberhart y Shi, 2000] dicha selección está íntimamente ligada con la naturaleza del problema a optimizar como ya se comentó con anterioridad. En este caso el de síntesis de una agrupación lineal de antenas, siendo preciso lograr un balance óptimo entre exploración y convergencia. Aunque en esta sección se resumen los valores típicos para los parámetros del algoritmo, será necesario hacer un estudio paramétrico posterior con simulaciones para refinar y adecuar los valores, para el mejor desempeño del algoritmo optimizador, según la complejidad y el problema de optimización que se presente.

Con respecto al parámetro de peso inercial, se utilizan comúnmente diferentes valores dependiendo del compromiso que se establezca entre exploración y rapidez de convergencia. En [Shi y Eberhart, 1998] se sugiere un peso inercial constante de valor 0.8 y en [Boeringer y Werner, 2004] se utiliza un valor constante para ω de 0.4.

Por otra parte, para mejorar el compromiso entre exploración y convergencia del espacio de soluciones, se suele usar una variante con un peso inercial que decrece linealmente entre ω_{\max} y ω_{\min} durante el transcurso de la simulación, de acuerdo con la siguiente expresión, con valores típicos de 0.9 y 0.4 para ω_{\max} y ω_{\min} , respectivamente [Eberhart y Shi, 2001] y [Shi y Eberhart, 1999].

$$\omega = \omega_{\max} - \frac{\omega_{\max} - \omega_{\min}}{K} \cdot k \quad (14)$$

donde ω_{\max} y ω_{\min} , representan el peso inercial máximo y mínimo respectivamente, k la partícula en específico con la que se está trabajando y K el número total de partículas.

La selección del peso inercial no se debe dissociar de la elección de las constantes de aceleración cognitiva y social c_1 y c_2 , respectivamente. En [Kennedy y Eberhart, 1995] se propone un valor de 2.0 para ambas tasas de aprendizaje, con el objetivo de que estos factores estocásticos tengan una media con valor de unitario, de forma que los agentes “sobrevuelen” el objetivo la mitad del tiempo. Esta versión suele combinarse con el peso inercial del valor $\omega = 0.5 + rnd / 2.0$ con un valor de 1.49445 para c_1 y c_2 .

Otro parámetro que precisa ser seleccionado de manera rigurosa, es el tamaño de la población. Poblaciones excesivamente grandes exploran minuciosamente el espacio de búsqueda, pero como contrapartida, el coste computacional asociado con el aumento del número de evaluaciones de la función costo puede resultar excesivamente elevado. Estudios paramétricos revelan que una población de alrededor de 30 agentes es suficiente para múltiples problemas [Carlisle y Dozier, 2001], típicamente se utilizan poblaciones que oscilan entre 10 y 50 partículas, o entre 100 y 200 partículas para abordar problemas más complejos.

Por lo antes expuesto, a modo resumen, en la tabla II, se muestra una configuración básica de parámetros a utilizar como configuración inicial para ser utilizados en PSO:

Tabla II. Parámetros de configuración inicial para optimización con enjambre de partículas.

Parámetro	Valor		
Tipo de PSO	[Global Asíncrono – Síncrono]		
Pared Límite	Invisible		
Peso inercial	ω	C_1	C_2
	Constante	[0.4 - 0.8]	[1.49445, 2]
Población	[20-100]		

IV.5.2 Diagrama a flujo del algoritmo PSO

Una vez ya expuestos los parámetros de configuración inicial, posteriormente se hará un estudio para determinar cuáles son mejores para nuestros fines. A continuación se presenta el diagrama de flujo utilizando un esquema de topología global y actualizaciones asíncronas, el cual es el empleado como base, para ser utilizado en las simulaciones posteriores debido a las prestaciones mostradas en el capítulo anterior.

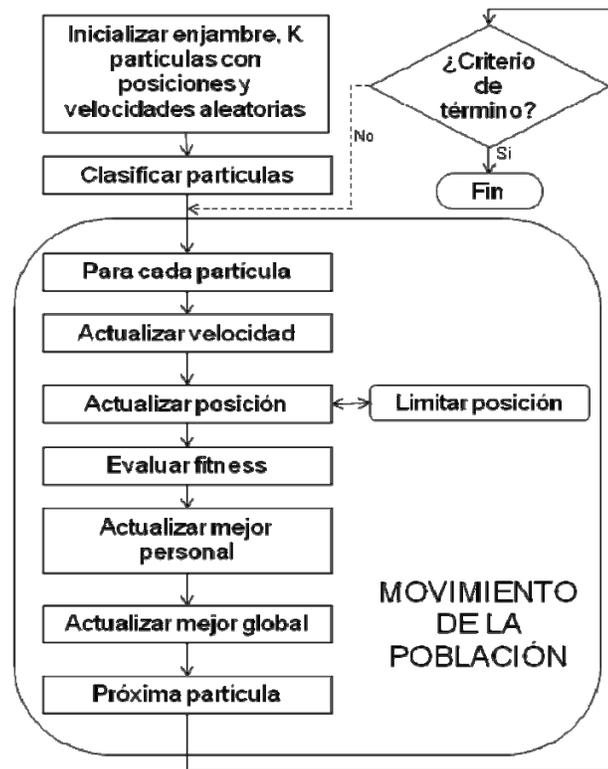


Figura 9: Diagrama de flujo del algoritmo de PSO, utilizando actualizaciones asíncronas de la población y una topología global.

En el diagrama de flujo, se pueden apreciar los pasos que el algoritmo sigue para el movimiento de la población de partículas, al cual debemos añadir dos pasos anteriores a este diagrama, que son los siguientes:

- 1) Definir el espacio de solución: El primer paso hacia la implementación de PSO, es escoger los parámetros que necesitan ser optimizados, y darles un rango razonable en el cual buscar para lograr una solución óptima. Se requiere por lo tanto de la especificación de valores mínimos y máximos para cada dimensión en la optimización multidimensional. Siendo referidos como X_{\min} y X_{\max} , respectivamente, donde se tienen n rangos de 1 a N .

En el caso específico de la síntesis de una agrupación de antenas, los parámetros a optimizar son: las excitaciones de amplitud en algunos casos, y de fase y amplitud en otros.

- 2) Definir la función desempeño: Este paso importante provee el enlace entre el algoritmo de optimización y el problema físico, que en este caso es la optimización de agrupamientos lineales de antenas.

Por lo cual, la función desempeño y el espacio de solución deben estar específicamente desarrollados para cada optimización; el resto de la implementación es independiente al sistema físico a ser optimizado.

Los pasos consecutivos a los anteriores y acordes al diagrama son los siguientes:

- 3) Inicializar aleatoriamente posiciones y velocidades en el enjambre: Para empezar la búsqueda por la posición óptima en el espacio de soluciones, cada partícula inicia con su propia posición y velocidad aleatoria, siendo aleatorias ambas en su dirección y magnitud.
- 4) Clasificar las partículas: Dado que la posición inicial es la única ubicación encontrada por cada partícula al comienzo, esta posición se convierte en el mejor personal para cada partícula. El primer mejor global se selecciona de estas posiciones iniciales.
- 5) Sistemáticamente “volar” las partículas a través del espacio de soluciones: El algoritmo actúa en cada partícula una por una, moviéndose y completando el ciclo para el enjambre completo. Los siguientes pasos representan a cada partícula individualmente:
 - a) Actualizar la velocidad de la partícula: La manipulación de la velocidad de la partícula es el elemento principal de la optimización completa. El entendimiento de

la ecuación usada para determinar la velocidad es la clave para entender el proceso completo de optimización. La velocidad de la partícula cambia de acuerdo a las posiciones relativas del *mejor personal* y del *mejor global*. Cada partícula se acelera de acuerdo con la ecuación (15), retomada del capítulo III:

$$v_{ij}(t+1) = \omega v_{ij}(t) + c_1 r_{1j}(t)[y_{ij}(t) - x_{ij}(t)] + c_2 r_{2j}(t)[\hat{y}_{ij}(t) - x_{ij}(t)] \quad (15)$$

El cálculo con esta expresión se hace para cada N dimensiones en una optimización N -dimensional. En esta ecuación la nueva velocidad es simplemente la velocidad anterior escalada por el peso inercial ω , e incrementada en la dirección del *mejor local* y del *mejor global* para esa dimensión en particular.

- b) Actualizar posición: Una vez que la velocidad ha sido determinada, es simple mover la partícula a su próxima posición. La velocidad se aplica para un paso de tiempo dado, generalmente el valor es uno, y una nueva coordenada x_{ij} se calcula para cada N dimensiones de acuerdo a la ecuación (16), vista en el capítulo anterior:

$$x_{ij}(t+1) = x_{ij}(t) + v_{ij}(t+1) \quad (16)$$

La partícula es entonces desplazada por la posición calculada por (10). La composición natural de este algoritmo compuesto de varios agentes independientes lo hace especialmente propicio para su implementación en procesadores en paralelo.

- c) Evaluar la función desempeño de la partícula, comparar el mejor global y el mejor personal: La función desempeño, usando las coordenadas de la partícula en el espacio de solución, regresa un valor único, que se asignará a la posición actual. Si ese valor es mayor que el valor en el respectivo mejor personal para esa partícula, o el mejor global, entonces estas posiciones se remplazan con la posición actual.

- 6) Repetir: Este proceso se lleva a cabo para cada partícula en el enjambre. La repetición de este ciclo, se continúa hasta que un criterio de término se aplica. Existen varios métodos para determinar este criterio de término, el método más utilizado en problemas electromagnéticos es el de máximo número de iteraciones; aunque otro método disponible es el de definir un objetivo en la función desempeño como condición de término.

Ya teniendo los 3 algoritmos modelados para su aplicación al problema de síntesis de una agrupación lineal, en la siguiente sección se describe la función de desempeño, la cual es importante para determinar el rendimiento de los dos algoritmos metaheurísticos utilizados en esta tesis.

IV.6 Función de desempeño

Un elevado porcentaje de los problemas de optimización electromagnética tiene múltiples objetivos a cumplir que normalmente entran en conflicto. Lo más habitual es trasladar todos estos requisitos a una función de desempeño que se suele expresar como una combinación lineal de aquellos, introduciendo unos pesos para ponderar la influencia de cada factor. Una alternativa, consiste en realizar una adaptación de los algoritmos metaheurísticos a la así denominada optimización multiobjetivo [Coello *et al.*, 2002] y [Weile *et al.*, 1996].

La función de desempeño representa el único nexo de unión entre el método de optimización y el problema físico bajo análisis. Por este motivo, la función de desempeño juega un papel determinante en el rendimiento del método de optimización, hasta tal punto que la expresión utilizada para medir la calidad de cada individuo o partícula del colectivo condiciona en último término el potencial del algoritmo.

La utilización de una función desempeño que no introduzca una métrica adecuada para valorar la calidad de una partícula o individuo, hará emerger carencias en los

algoritmos que erróneamente pueden asociarse con el algoritmo en sí, aún siendo más propias de los defectos de la propia función de desempeño.

Para el problema de síntesis de una agrupación lineal se han recopilado y analizado las prestaciones de 2 funciones desempeño ya existentes en la literatura, para enfrentar la optimización a través de una máscara.

$$F_1 = \sum_{p=1}^P \max(|FA_p| - MS_p, 0)^2 + \sum_{p=1}^P \max(MI_p - |FA_p|, 0)^2 \quad (17)$$

$$F_2 = \sum_{p=1}^P \min(|FA_p(dB)| - |MS_p(dB)|, 0)^2 + \sum_{p=1}^P \min(|MI_p(dB)| - |FA_p(dB)|, 0)^2 \quad (18)$$

donde MS y MI representan las máscaras superior e inferior a las cuales debe ajustarse la radiación de la agrupación, definidas por P puntos de observación según θ , y FA_p es el valor del factor de agrupamiento en cada posición angular θ_p .

IV.7 Conclusiones

En este capítulo se ha desarrollado el modelado matemático de una agrupación lineal, así como el modelado de 3 métodos de optimización, el método de optimización de Chebyshev, el de algoritmos genéticos y el de la optimización con enjambre de partículas, cada uno, para su aplicación en la síntesis de agrupaciones de antenas.

De tal manera que se cumple con el objetivo de este capítulo, y permite continuar con el objetivo general de este trabajo. Por lo tanto, una vez finalizado el modelado del problema en su totalidad, en el siguiente capítulo, se procede a efectuar la simulación y a la generación de estadísticas.

Capítulo V

Simulaciones y análisis numérico

V.1 Introducción

Una vez definido en el capítulo anterior, el modelado matemático del sistema, se presentan las estadísticas obtenidas en base a una serie de simulaciones y se muestran los resultados del análisis numérico del problema de la síntesis de agrupaciones de antenas. Esto para cumplir con el objetivo principal de la tesis, que consiste en la optimización de una agrupación lineal empleando optimización con enjambre de partículas, y comparar las

prestaciones de este método con otras técnicas, como con el método de optimización Chebyshev y el de algoritmos genéticos, utilizados en este trabajo.

Para todas las simulaciones realizadas en el capítulo, se utilizó la plataforma de cálculo numérico y lenguaje de programación llamado MATLAB.

Las consideraciones de simulación generales tomadas en cuenta para el trabajo y utilizada a lo largo del capítulo, son las siguientes:

- Se considera un agrupamiento lineal uniforme, en campo lejano, donde arriba un frente de onda plano, y de banda estrecha. La reflexión en los interferentes considerada es de un solo salto.

Por último en las siguientes secciones, se lleva una metodología en la simulación, la cual es explicada en cada apartado.

V.2 Aplicación del método de Chebyshev a la síntesis de una agrupación lineal uniforme

Aplicar el método de Chebyshev a la síntesis de una agrupación lineal, tiene varios propósitos: el primero es que a través del método se encuentre una solución óptima a un problema de diseño simple, es decir, el método de optimización involucra la optimización de dos parámetros de diseño: el nivel de lóbulos laterales y el ancho del haz, los cuales tienen un compromiso intrínseco, no se puede mejorar un parámetro sin degradar el otro, para mostrar esto, se considera el primer escenario de simulación:

- Una agrupación lineal uniforme (ALU) de 8 elementos de antena, con una separación entre elementos $d = \lambda / 2$.

Los resultados obtenidos después de la simulación se muestran en la figura 10:

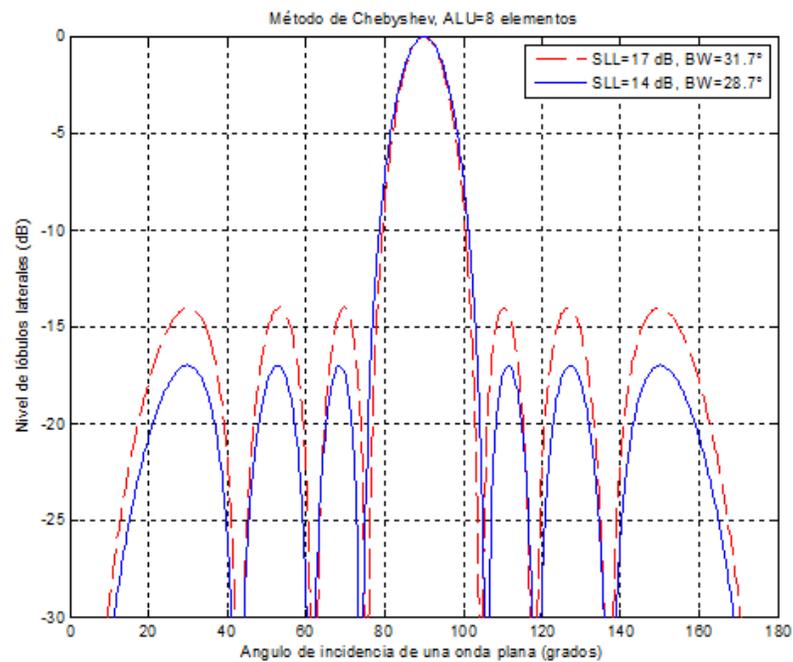


Figura 10: Diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev considerando un ALU de 8 elementos, con SLL= 14dB y SLL=17dB.

El método analítico proporciona la solución óptima de excitaciones en amplitud, cuando el haz del diagrama de radiación se encuentra a 90 grados. En este caso en el eje horizontal se tiene el ángulo de incidencia de una onda plana que va de 0 a 180 grados, y en el eje vertical se cuantifica el nivel de lóbulos laterales en decibeles (dB).

En la figura 10 se muestran 2 ejemplos de diseño por el método de optimización Chebyshev empleando una agrupación de 8 elementos. El objetivo es generar un diagrama de radiación con un nivel de lóbulos laterales igual a 14 y 17 dB respectivamente. Como se puede apreciar el nivel de lóbulo lateral (SLL) y el ancho de haz principal (BW), son dos parámetros en conflicto, no es posible mejorar uno sin sacrificar el otro. Se tiene que para un SLL de 14 dB se tiene un ancho de haz óptimo de 28.7 grados. Si lo que se desea es reducir el nivel de lóbulos laterales a 17 dB se tendría un ancho de haz de 31.7 grados, aumentando 3 grados el ancho de haz en el lóbulo principal. Por lo cual, se puede concluir que en efecto, el método de Chebyshev proporciona la solución óptima de la distribución

de excitación en amplitud, a través de un agrupamiento de antenas, cuando el haz principal se encuentra en modo transversal, y muestra el compromiso existente entre el ancho de haz y el nivel de lóbulos laterales.

V.2.1 Puesta a punto de los algoritmos metaheurísticos

Al tener ya una solución óptima de un problema sencillo, en el que solamente se ven involucrados dos parámetros de diseño en el diagrama de radiación, el segundo propósito consiste en la puesta punto⁶ de los algoritmos metaheurísticos concernientes a la tesis, que son algoritmos genéticos y optimización con enjambre de partículas. En otras palabras, al obtener ya la mejor solución de un problema de síntesis en una agrupación de antenas, a partir de un método analítico, (método de optimización Chebyshev). La solución óptima sirve para poner a punto los algoritmos tratando de hacer la respuesta de éstos lo más cercana a la solución dada por el método analítico.

Por lo cual, de primera mano se hace indispensable una selección primaria de parámetros para inicializar los optimizadores estocásticos, estudiados en el capítulo III del trabajo, con lo cual se pretende refinar y adecuar los valores para cada algoritmo metaheurístico a través de simulaciones, debido a que la aplicación de cualquier algoritmo metaheurístico, depende del ajuste inicial de sus parámetros para encontrar una configuración que ofrezca una respuesta aceptable, donde el valor que toman los parámetros son específicos del problema que se aborde.

Eligiendo en primer término los algoritmos genéticos como algoritmo a poner a punto, se considera el siguiente escenario, el cual servirá para sintonizar tanto los AGs como PSO:

⁶ *Puesta a punto.*- Cuando se mencione puesta a punto en este documento, nos referiremos al ajuste que se realiza a cada parámetro de configuración del algoritmo, para encontrar su mejor configuración en un problema de diseño específico.

- Se considera una agrupación lineal uniforme (ALU) de 10 elementos de antena, con una separación entre elementos $d = \lambda / 2$.
- Parámetros a optimizar: ancho de haz y nivel de lóbulo lateral.

Para obtener la respuesta mostrada en la figura 11, se siguen los procedimientos de diseño del método de Chebyshev extraídos de la sección (IV.3). Para posteriormente generar los AGs tomando como referencia la sección (IV.4), y las consideraciones propuestas previamente para este escenario y los valores iniciales retomados del apartado (IV.4.1). Después de una serie de simulaciones, se toma la mejor solución, mostrada en la figura 11.

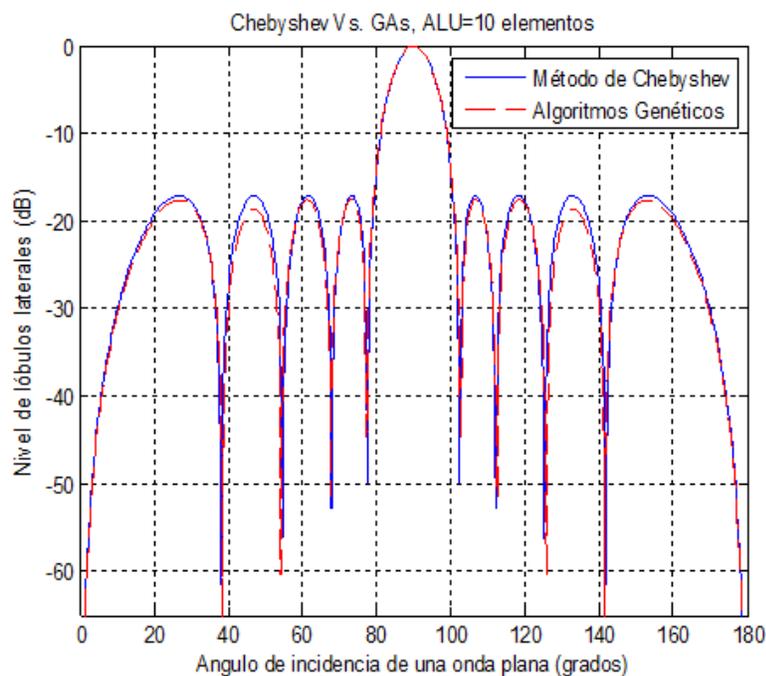


Figura 11: Comparación del diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev y GAs, considerando un ALU de 10 elementos, con $SLL=17dB$.

En la figura 11, se puede observar la representación gráfica del diagrama de radiación optimizado por el método de Chebyshev (línea continua) y algoritmos genéticos (línea discontinua), donde la solución más cercana a la óptima es la mostrada por los

algoritmos genéticos. Como se puede observar la solución aquí encontrada por el algoritmo metaheurístico, es muy similar a la encontrada por el método analítico, lo cual indica que se tiene una respuesta aceptable muy cercana a la óptima, por lo cual al realizar diversas simulaciones, la configuración de parámetros con la cual se obtuvo el resultado satisface y cumple el objetivo de optimizar el diagrama de radiación, al acercarse de una manera casi idéntica a la solución óptima.

Los resultados del análisis, demuestran que los GAs de codificación real, con un número de 500 generaciones, selección por ruleta aunado a jerarquía, cruce de dos puntos, con probabilidades de cruce P_c y mutación P_m del 100 y 10% respectivamente, una población de 20 individuos y operador anexo de elitismo ofrecen un rendimiento satisfactorio para esta aplicación.

Adicionalmente del análisis realizado a la aplicación de los GAs al modelado electromagnético, la principal limitación que se ha encontrado tiene que ver con la complejidad de la puesta a punto del algoritmo, dado el número de parámetros que intervienen y condicionan el funcionamiento del mismo, todos a su vez interrelacionados entre sí.

De igual manera se repite el proceso para el otro algoritmo metaheurístico, es el caso de PSO. Se retoman los valores iniciales para el algoritmo PSO en particular de la sección (IV.5.1) y se considera el mismo escenario que para algoritmos genéticos. El objetivo en la simulación sigue siendo el mismo, que para el caso de los algoritmos genéticos, optimizar el diagrama de radiación tanto en el ancho del haz como en nivel de lóbulos laterales. De tal manera que la respuesta del algoritmo metaheurístico sea lo más próxima a la solución óptima, otorgada por el método de optimización Chebyshev. Con lo cual se obtendrán los parámetros de configuración ideales del algoritmo metaheurístico, con los cuales se llegó a una mejor solución, y representan una buena configuración para abordar el problema en la optimización del ancho del haz y el nivel de lóbulos laterales.

De manera similar que en los algoritmos genéticos, para el caso de la optimización con enjambre de partículas se realizan múltiples simulaciones y el mejor resultado es el que se muestra en la figura 12:

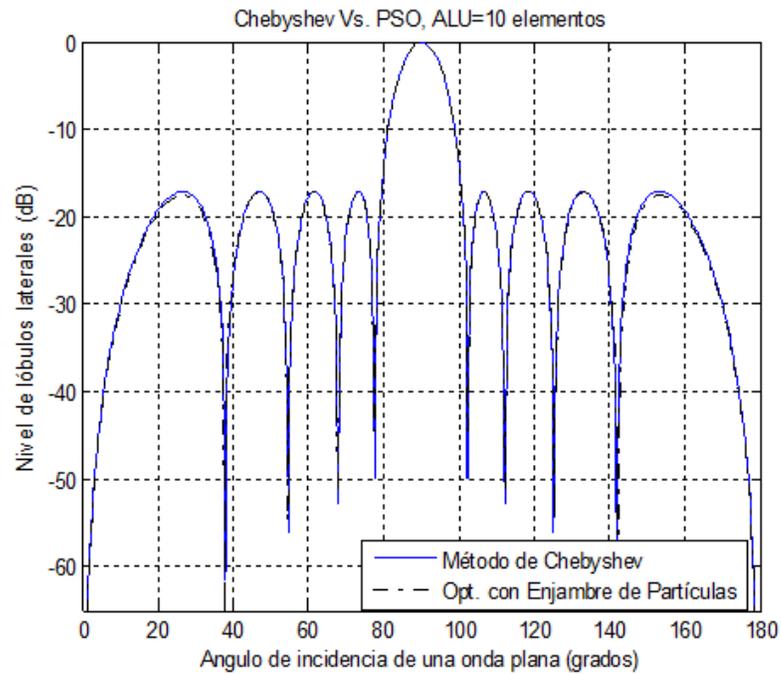


Figura 12: Comparación del diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev y PSO, considerando un ALU de 10 elementos, con $SLL=17dB$.

Como se aprecia en la figura 12, de nueva cuenta se tiene el diagrama de radiación optimizado de una agrupación lineal uniforme de 10 elementos, con un nivel de lóbulos laterales de 17dB optimizado primeramente por el método de optimización de Chebyshev, representado por una línea continua y comparado ahora con la optimización por enjambre de partículas representado por la línea discontinua. La solución dada por PSO y representada en la figura 12, demuestra que la solución encontrada por la metaheurística es casi tan buena como la solución otorgada por el método analítico de Chebyshev, siendo aún más cercana que la respuesta presentada por algoritmos genéticos en la figura 11; con lo cual se concluye que los parámetros usados para llegar a esta solución para el caso de PSO, son los más adecuados para afrontar el problema particular de la optimización del ancho de haz y nivel de lóbulos laterales, logrando una convergencia global.

La configuración óptima para resolver el problema de optimización propuesto es de PSO con actualizaciones asíncronas y topología global de la población, con parámetros $\omega=0.729$ y $C_1=C_2=1.49445$, una población de 20 partículas y pared invisible.

V.2.2 Comparación del método de Chebyshev contra los métodos metaheurísticos

Ahora que se ha logrado poner a punto a ambos algoritmos metaheurísticos, y se cuenta con los valores más adecuados para cada algoritmo, se anexa otra simulación en el cual se comparan las dos técnicas metaheurísticas AGs y PSO contra el método analítico de optimización Chebyshev, con el propósito de comprobar el funcionamiento correcto de ambos optimizadores estocásticos, mediante la cuantificación del error del ancho de haz principal.

En la simulación se considera el mismo escenario que para la puesta a punto de los algoritmos, el cual considera una agrupación lineal uniforme de 10 elementos, con una separación entre elementos $d = \lambda / 2$. Donde los parámetros a optimizar siguen siendo el ancho de haz y el nivel de lóbulos laterales. Los valores iniciales para cada algoritmo metaheurístico en particular son retomados de la sección anterior para cada algoritmo. Al igual que en los experimentos anteriores, se efectúan diversas pruebas de simulación y el mejor resultado se muestra en la figura 13:

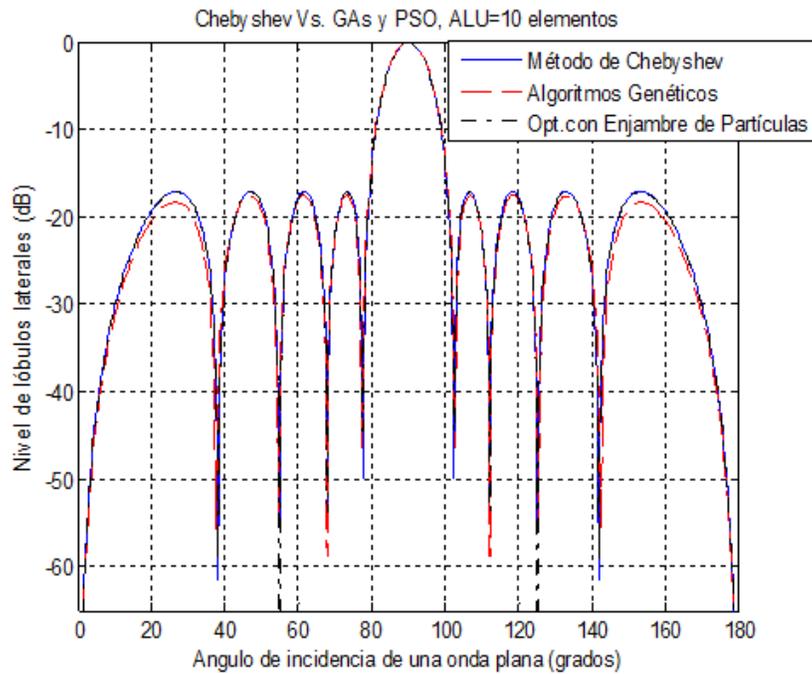


Figura 13: Comparación del diagrama de radiación generado por el método de Chebyshev, GAs y PSO, considerando un ALU de 10 elementos, con $SLL=17dB$.

Los resultados obtenidos en la figura 13, al igual que en las anteriores simulaciones, son generados a partir de la ecuación (6) de la sección (IV.3), del capítulo anterior, tomando en cuenta el conjunto de excitaciones arrojadas por cada método.

En este ejemplo de diseño en particular, el error existente entre los diagramas de radiación tomando como referencia el método de optimización Chebyshev es 0.00018 rad para GAs y 0.00016 rad para PSO; tomando en cuenta el parámetro del ancho de haz principal que generan los tres diagramas de radiación. Esto permite verificar el correcto funcionamiento de ambos optimizadores al resolver el problema de optimización aquí planteado, así como también su aplicabilidad en métodos metaheurísticos para el caso donde la solución óptima ya es conocida. Con esto es posible extender la aplicación de estos algoritmos en problemas más complejos contemplados para la tesis.

V.3 Máscaras como restricciones de diseño aplicadas a un agrupamiento de antenas

Una vez comprobada la efectividad y el funcionamiento correcto de los algoritmos metaheurísticos para un problema sencillo de síntesis en una agrupación lineal uniforme de antenas, ahora se plantea un problema más complejo a través del uso de máscaras, que imponen nuevas restricciones de diseño, de tal manera que se tienen límites impuestos al factor de agrupamiento. Una máscara, tiene la capacidad de condicionar aspectos tales como la dirección de apuntamiento, la directividad y el nivel de lóbulos laterales del diagrama de radiación.

En la tesis se proponen 2 máscaras, la primera máscara con límites impuestos al factor de agrupamiento en modo transversal, con una máscara interior de 10 grados, y una máscara superior con uniformización de lóbulos laterales a 17dB. Como se muestra en la siguiente figura:

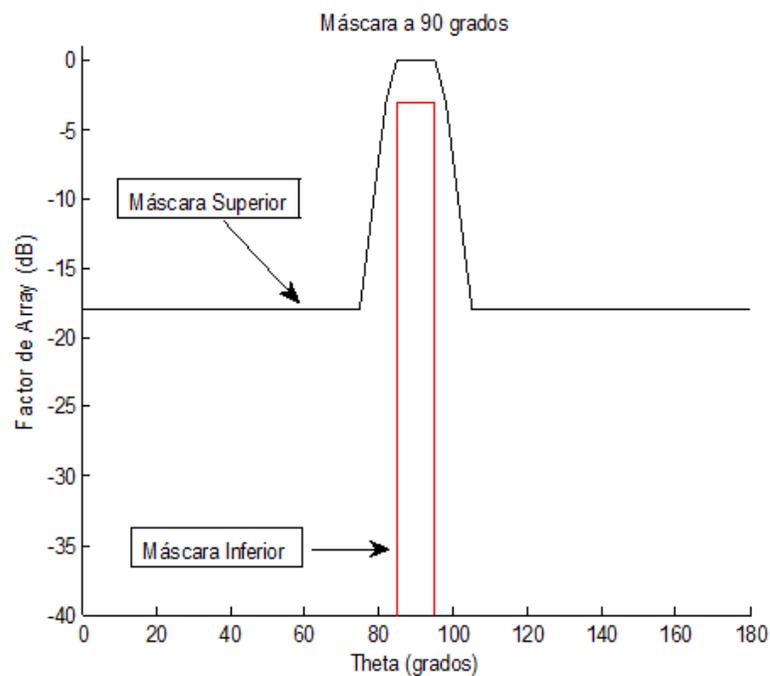


Figura 14: Máscara con límites impuestos al factor de agrupamiento en modo transversal.

La primera máscara mostrada en la figura 14, tiene el propósito de ajustar los parámetros necesarios para las nuevas condiciones de diseño más complejas.

La segunda máscara propuesta tiene una aplicación de dirigibilidad, nivel de aislamiento y nulo, con apuntamiento del haz principal a 110 grados, nivel de lóbulos laterales a 20dB e inserción de nulo a 50 grados. La segunda máscara se muestra en la figura 15:

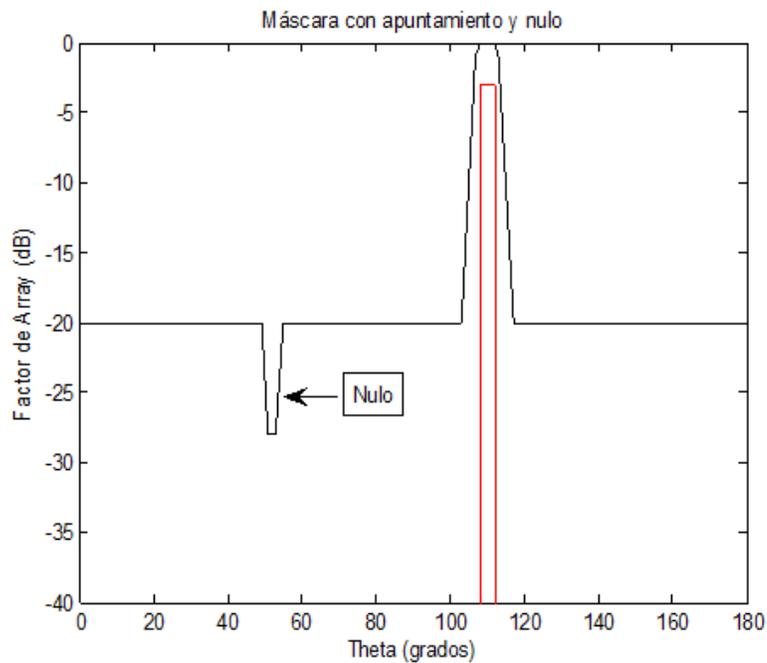


Figura 15: Máscara con aplicación de dirigibilidad, nivel de aislamiento y nulo, apuntamiento a 110°, SLL=20dB e inserción de nulo a 50°.

La segunda máscara tiene el propósito de tener condiciones de diseño más realistas, donde se tenga un lóbulo principal dirigible en un conjunto de ángulos o sector, un nulo o un nivel de aislamiento superior.

V.4 Estudio paramétrico de GAs y PSO implicando el uso de máscaras

Ya que ha sido propuesto otro problema más complejo a través del uso de máscaras y que difiere del primer problema presentado, se hace necesario de nueva cuenta un estudio paramétrico, para adecuar los valores a las nuevas condiciones de diseño, por lo cual se utilizará la primera máscara propuesta para estos fines y el siguiente escenario de simulación válido para ambos optimizadores metaheurísticos:

- Se supone una agrupación lineal uniforme (ALU) de 15 elementos de antena, con una separación entre elementos $d = \lambda / 2$.
- Se busca la optimización del diagrama de radiación a través de una máscara propuesta.

Se comienza por la optimización con enjambre de partículas, como el primer algoritmo para resolver el problema que representa la primera máscara, que consiste en respetar los límites impuestos tanto por una máscara superior y una máscara inferior, en las cuales se involucran parámetros de diseño de antenas. En el problema, se utilizan como parámetros iniciales, los parámetros finales a los cuales se llegó después de poner a punto al algoritmo PSO en el problema de optimización anterior, referente a la optimización del ancho del haz y el nivel de lobulos laterales.

Para la generación de estadísticas y dada la naturaleza estocástica de los algoritmos metaheurísticos, y en este caso de PSO, se realizaron varias simulaciones independientes con el fin de poder extraer conclusiones objetivas de los resultados de la parametrización. Después de realizar múltiples experimentos a prueba y error, con variación de parámetros, el mejor resultado se presenta en la figura 16:

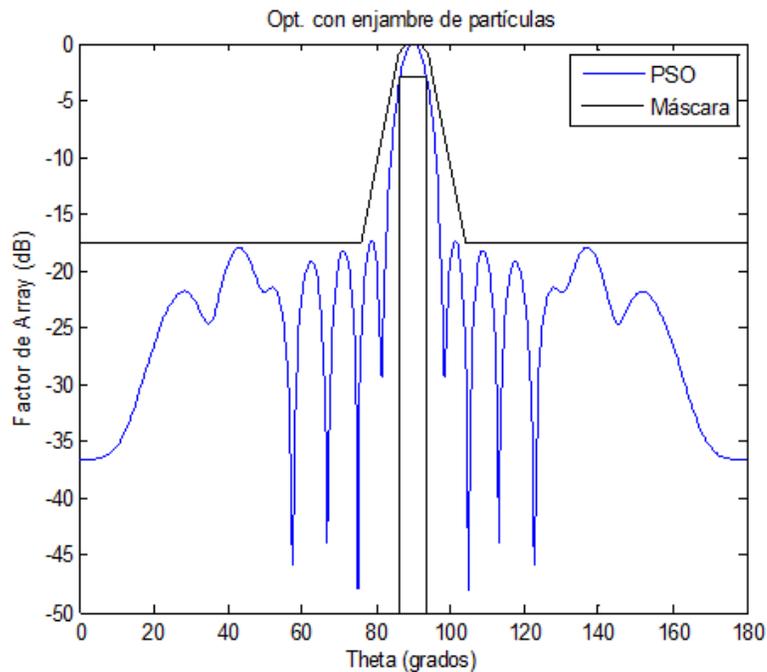


Figura 16: Diagrama de radiación generado por PSO con restricción de máscara en modo transversal.

Como se puede observar en la figura 16, a través de optimización con enjambre de partículas se logra resolver satisfactoriamente este problema más complejo, ya que se logra que el diagrama de radiación respete los límites impuestos por la máscara. Para lograr este objetivo después de variar uno a uno todos los parámetros involucrados en el algoritmo, las simulaciones realizadas demuestran que fue necesario aumentar el tamaño de enjambre, hasta un número de 60 partículas a diferencia de las 20 partículas utilizadas para resolver el primer problema de optimización. Por lo cual para lograr que el algoritmo converja de manera correcta, implica un costo computacional mayor, a medida que la complejidad del problema aumenta.

A continuación se repite el experimento, pero ahora empleando a los AGs en la máscara de la figura 14, se considera el mismo escenario de simulación que en el caso de PSO y los parámetros de arranque para los algoritmos genéticos son al igual que en el caso de PSO, los proporcionados por el problema de la puesta a punto de los algoritmos de la sección (V.2.1).

Se realizaron diversas simulaciones independientes, y a continuación se muestra la estadística con el resultado más sobresaliente para AGs, representada en la figura 17:

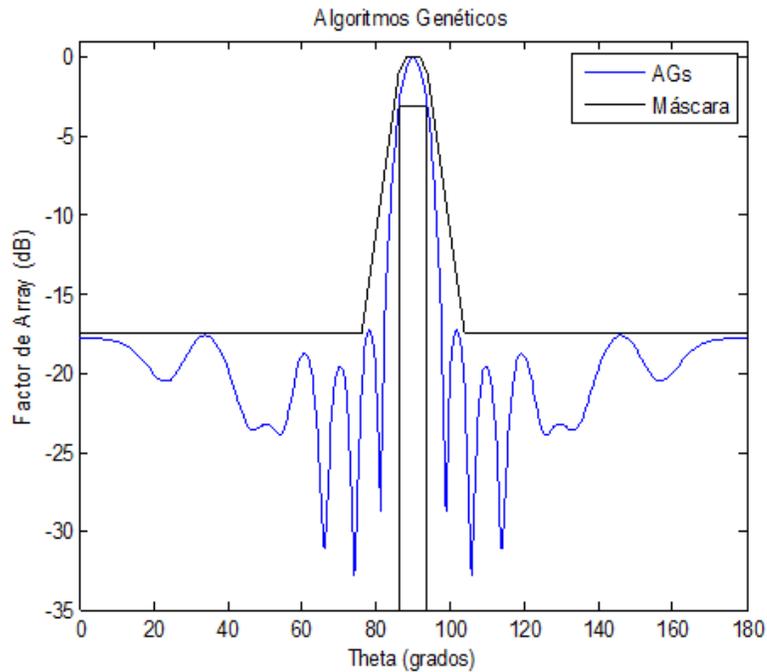


Figura 17: Diagrama de radiación generado por GAs con restricción de máscara en modo transversal.

Con algunas diferencias en la forma del diagrama de radiación con respecto a PSO, algoritmos genéticos, resuelve de manera eficiente el problema de máscara, conteniendo la respuesta del factor de agrupamiento dentro de los límites impuestos por la máscara, la configuración de parámetros para lograrlo no difieren del problema de optimización anterior, excepto en el número de individuos, que al igual que en el caso de PSO fue necesario, según las simulaciones realizadas, aumentar el tamaño de la población de 20 a 60 individuos, necesarios para resolver este problema en particular.

V.5 Análisis del efecto de la función desempeño mediante GAs y PSO dentro de un agrupamiento de antenas con restricciones de máscara

Ya que previamente se analizó la influencia que tienen aspectos tales como las probabilidades de los operadores de cruce y mutación o el tamaño de población en el caso de algoritmos genéticos; y valores de las constantes de aceleración, peso inercial y tamaño del enjambre en el caso de PSO, para la puesta a punto de cada problema de optimización abordado en el trabajo. En esta sección se incluye un estudio paramétrico tanto de algoritmos genéticos como de optimización con enjambre de partículas, analizando la influencia que tienen sobre los resultados de cada uno, la función desempeño, tomando como referencia las funciones desempeño propuestas en el capítulo IV, sección (IV.6).

El escenario propuesto para el análisis de la influencia de la función desempeño es el siguiente:

- Se considera una agrupación lineal uniforme (ALU) de 15 elementos de antena, con una separación entre elementos $d = \lambda / 2$.
- Optimización del diagrama de radiación a través de máscara en modo transversal.
- Las funciones de desempeño utilizadas en este experimento son las ecuaciones 17 y 18, retomadas de la sección (IV.6).

Los resultados más sobresalientes son recopilados de varias simulaciones realizadas para ambos optimizadores metaheurísticos, los parámetros de configuración que se toman para estas simulaciones fueron los arrojados por ambos algoritmos del problema de optimización del diagrama de radiación a través de la máscara a 90° . A continuación se muestra el mejor resultado para cada una de las funciones de desempeño resueltas por algoritmos genéticos, mostrada en la figura 18:

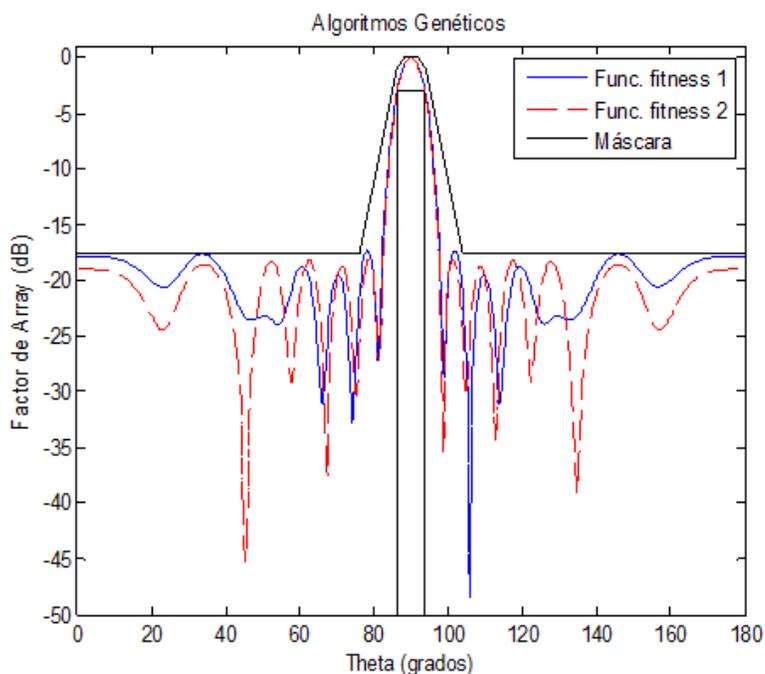


Figura 18: Efecto de la función fitness sobre el rendimiento de GAs.

En la figura 18, se muestran los resultados del análisis de las dos funciones de desempeño, donde la función desempeño número 1 es la representada por la línea continua y la función desempeño número dos es la representada por la línea discontinua. Por simple inspección como se puede apreciar en la figura 18, ambas funciones obtienen soluciones satisfactorias con un éxito del 100%, ya que ambas son capaces de contener el diagrama de radiación en los límites impuestos por la máscara.

Debido a que ambas funciones desempeño, cumplen con las expectativas del problema de optimización aquí planteado, el proceso de seleccionar una u otra será dado por el tiempo de convergencia implicado por cada función desempeño.

En este caso el mejor tiempo registrado durante las simulaciones realizadas fue de 227.7 segundos para la función desempeño número 1 y de 176.6 segundos para la función desempeño número 2. Por lo cual en el caso de algoritmos genéticos se eligió a la función desempeño número 2, ya que fue con la que se presentó el menor tiempo de convergencia.

De manera similar se hizo un estudio de la influencia de la función de desempeño para el caso de optimización con enjambre de partículas. Se supone el mismo escenario, tanto en funciones de desempeño, como en el problema de optimización y se utilizan los parámetros de configuración finales del problema de optimización del diagrama de radiación a través de la máscara en modo transversal. Después de un proceso de experimentación, el mejor resultado es el presentado en la figura 19:

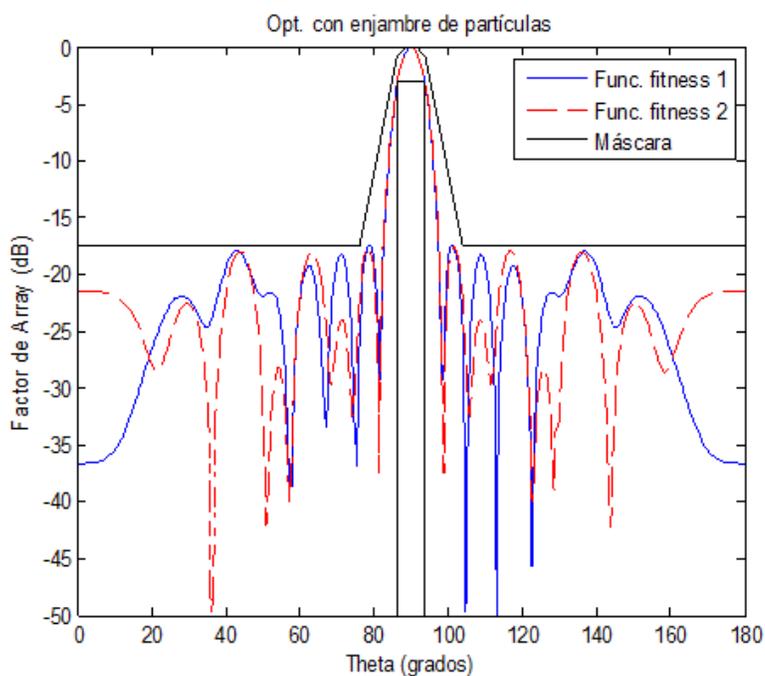


Figura 19: Efecto de la función fitness sobre el rendimiento de PSO.

En la figura 19, al igual que en la figura 18 obtenida para los algoritmos genéticos, se manejan las mismas dos funciones de desempeño, para ser comparadas de manera independiente por cada algoritmo metaheurístico. De nuevo se ratifica que aunque ambas funciones de desempeño cumplen con las especificaciones de síntesis planteadas. Por lo cual el descarte de entre una de ellas se lleva a través del tiempo de convergencia del algoritmo PSO.

Aunque ambas funciones de desempeño, pudieran ser aplicadas con éxito a la síntesis de una agrupación lineal de acuerdo a los tiempos de cómputo. Ya que el tiempo de cómputo para la función de desempeño número 1 es de 154.8 segundos y de 83 segundos para la función de desempeño número 2.

En definitiva, para abordar problemas más complejos en este trabajo de tesis se eligió en el caso de PSO, a la función desempeño número 2.

V.6 Aplicación de los GAs y PSO a la síntesis de una agrupación lineal a través de una máscara

El potencial de ambos métodos de optimización ha sido comprobado con diversas agrupaciones lineales y máscaras sencillas que permiten, mediante prueba y error, realizar la puesta punto de los algoritmos de optimización y detectar las carencias de cada método.

Una vez que ha sido demostrada la capacidad de ambos optimizadores para aplicaciones donde se involucra el uso de máscaras, se aplican éstos a un problema de síntesis de una agrupación lineal más complejo, imponiendo restricciones adicionales sobre los niveles de los lóbulos secundarios, sobre la dirección de apuntamiento, e insertando nulos en direcciones arbitrarias.

Se plantea una aplicación más realista y exigente donde se tiene un apuntamiento a 110 grados, un nivel de aislamiento de 20dB e inserción de nulo en 50 grados, dada por la segunda máscara de la figura 15 propuesta en el trabajo.

El escenario para el último planteamiento que involucra a ambos algoritmos es el siguiente:

- Se propone una agrupación lineal uniforme (ALU) de 30 elementos de antena, con una separación entre elementos $d = \lambda / 2$.
- Optimización del diagrama de radiación a través de una máscara más realista y exigente.

- La función de desempeño utilizada en este experimento es la ecuación 18, la cual resulto vencedora en el análisis anterior.

Tomando en consideración las conclusiones extraídas del análisis paramétrico para cada algoritmo, y tomando estas como base para inicialización de los algoritmos, se analizó la capacidad de cada método para optimizar la excitación de elementos de la agrupación.

Dada la naturaleza estocástica de los GAs y PSO, se hacen varias simulaciones, se toman los mejores resultados para cada algoritmo y se muestra ambos algoritmos en la figura 20:

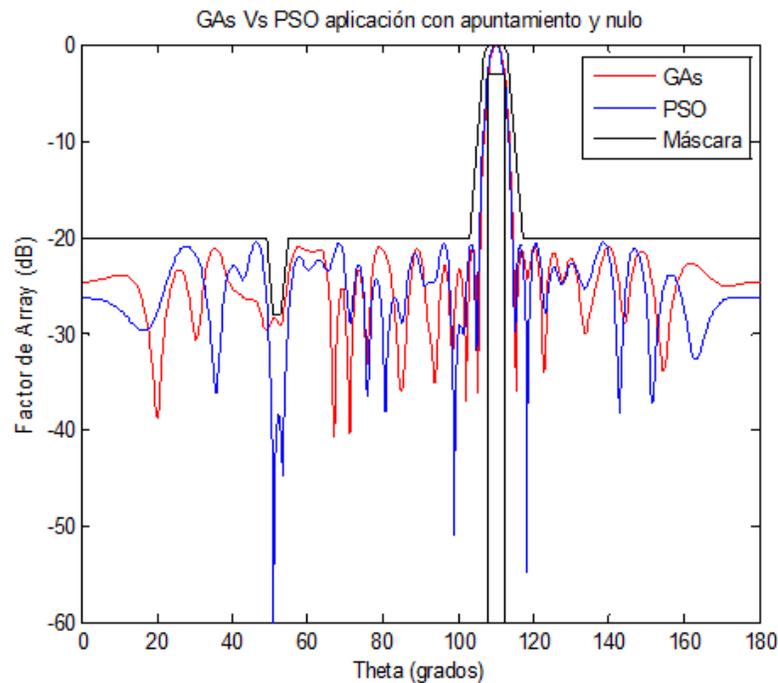


Figura 20: GAs vs PSO en un ejemplo de aplicación con apuntamiento, nivel de aislamiento y nulo, en ALU de 30 elementos.

El comportamiento mostrado en la figura 20, demuestra que tanto los algoritmos genéticos como la optimización con enjambre de partículas, cumplen con las nuevas restricciones más complejas impuestas al factor de agrupamiento. Pero para ello fue

necesario hacer cambios para enfrentar el problema de optimización. En el caso de PSO el tamaño del enjambre permaneció constante, mientras que para el caso de los GAs se ocupó una población de 120 individuos, donde todos los demás parámetros permanecieron constantes para este problema en particular.

Realizando un análisis en particular del comportamiento en el tamaño de la población observado en el escenario anterior, se puede afirmar que el comportamiento está relacionado con el funcionamiento interno de cada algoritmo utilizado. A diferencia de los GAs, las partículas en PSO tienen memoria. Los cambios en la población de individuos a lo largo de la ejecución del programa, asociados con los operadores de cruce y mutación, destruyen el conocimiento previo del problema, salvo un reducido grupo de individuos que retienen información de las mejores soluciones, a través del operador anexo de elitismo. En PSO, sin embargo las partículas que al atravesar el espacio de soluciones pasan cerca de puntos óptimos son forzadas a volver, reteniendo información de las soluciones óptimas alcanzadas. Esta información es aprovechada a posteriori por el resto de las partículas del enjambre. Expresado en otros términos, se puede afirmar que en PSO los agentes mantienen sus identidades con el transcurso del tiempo, mejorando por imitación y a través de la interacción con sus vecinos.

Por otro lado el incremento tanto del número de elementos de la agrupación como de las restricciones en la radiación provocan un incremento significativo en los tiempos de cómputo, lo cual fue confirmado, y aunado al incremento del tamaño de población en el caso de los GAs, lo cual nos llevó en este trabajo de tesis a la realización de un análisis del tiempo de cómputo el cual se presenta en la siguiente sección.

V.7 Tiempo de cómputo

Para el análisis del tiempo de cómputo, se consideraron 3 problemas de optimización para la síntesis de una agrupación lineal, los cuales son abordados de menor a mayor complejidad para su análisis posterior. El primer problema consiste en optimizar el nivel de lóbulos laterales y el ancho de haz, en una agrupación lineal uniforme de antenas

en modo transversal con 10 elementos de antena. El segundo problema trata sobre la optimización del diagrama de radiación a través de una máscara que involucra un apuntamiento a 90° y una reducción de lóbulos laterales en un ALU de 15 elementos. En el tercer problema al igual que el segundo, implica la optimización del diagrama de radiación a través de una máscara, pero ahora la máscara tiene más restricciones, en la cual se tiene una dirección de apuntamiento a 110° , la inserción de un nulo a 50° con la horizontal y un nivel de lóbulos laterales a -20dB , en un ALU de 30 elementos.

El tiempo de cómputo fue calculado utilizando un equipo con las siguientes características:

CPU: Intel Core™2 Duo T5600 1.83GHz

Memoria: 1014MB DDR2-667

Sistema Operativo: Windows Vista Ultimate 32-bits

Lenguaje: MATLAB Ver.7.6.0.324 (2008a)

En la figura 21 se presenta el tiempo de cómputo necesario para la convergencia de los AGs y PSO, tratando cada uno de los problemas de optimización aquí planteados.

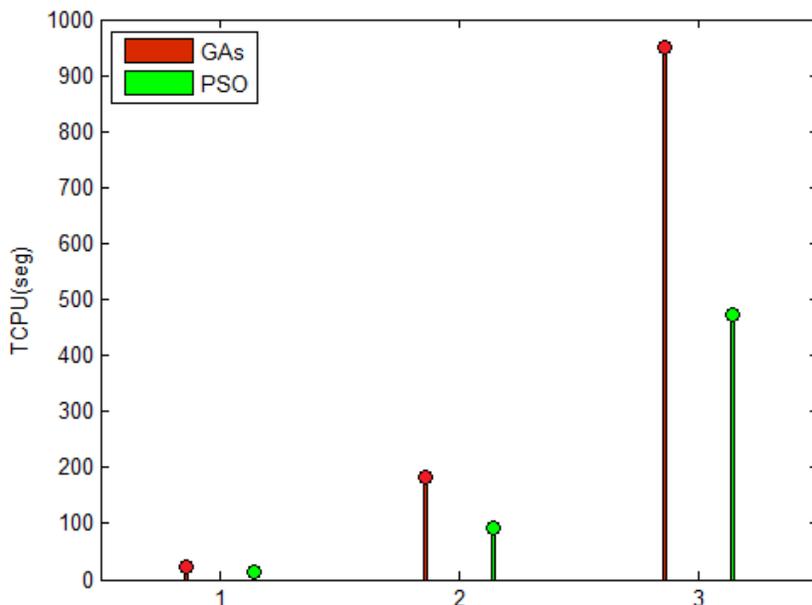


Figura 21: Tiempo de cómputo empleado para la solución de 3 problemas de síntesis de una agrupación lineal.

En la figura 21, en el eje horizontal se numeran los 3 problemas de optimización de menor a mayor complejidad; el de algoritmos genéticos se presenta del lado izquierdo mientras que el algoritmo de optimización con enjambre de partículas se muestra del lado derecho. El eje vertical representa el tiempo de cómputo cuantificado en segundos.

Para el primer problema de optimización referente a la optimización del ancho del haz y nivel de lóbulos laterales, el tiempo de cómputo registrado para los AGs fue de 10.286 segundos y para PSO fue de 7.995 segundos. En el segundo problema concerniente a la optimización del diagrama de radiación a través de una máscara que involucra apuntamiento a 90° y reducción de lóbulos laterales, los tiempos de cómputo fueron de 176.638 segundos para AGs y de 83.076 segundos para PSO. Para el tercer y último problema que implica una máscara más restrictiva con dirección de apuntamiento a 110° , inserción de un nulo a 50° y un nivel de aislamiento a -20dB , los tiempos de cómputo para el problema fueron de 943.265 segundos para los AGs y 466.9157 para PSO. Lo que nos permite concluir que en términos de rapidez de convergencia PSO es superior ante AGs, un

22.2% más rápido en el primer problema, un 47% para el segundo y un 49.5% para el tercer problema.

Analizando los resultados anteriores que priman a PSO sobre GAs, se puede concluir que al aumentar la complejidad de cada problema propuesto, por lo general es necesario un aumento en el número de individuos de la población, excepto en el caso del problema de optimización 3 de PSO, que es capaz de resolverlo sin un aumento de la población debido a su funcionamiento interno, como se explicó en la sección anterior.

Al aumentar el número de individuos aumenta sensiblemente la capacidad de exploración del espacio de soluciones necesario para afrontar las dimensiones del problema, pero se incrementa paralelamente el costo computacional. Y un aumento en la población conlleva un incremento en el número de evaluaciones de la función desempeño, lo cual resulta más evidente en aplicaciones complejas, donde el mayor porcentaje de CPU se dedica al cálculo de la función desempeño.

V.8 Conclusiones

En el último capítulo se mostraron las estadísticas obtenidas en base a simulaciones múltiples y los resultados conseguidos a través del análisis numérico de la información proporcionada por las simulaciones.

En primer término se obtuvieron los parámetros óptimos de configuración para los algoritmos metaheurísticos a través de la puesta punto de los AGs y PSO, a través del método de optimización de Chebyshev, que proporcionó una solución óptima a un problema de diseño de antenas simple. Posteriormente a través del mismo método analítico, se comprobó el funcionamiento correcto de ambos métodos estocásticos y se compararon las prestaciones que tienen éstos contra el método optimización de Chebyshev.

Se abordó el problema de síntesis de agrupaciones de antenas, introduciendo nuevas restricciones de diseño a través del uso de máscaras. Con lo cual se logró obtener los parámetros de configuración tanto para los GAs como para PSO para el nuevo problema de

diseño más complejo, y se tuvo una aplicación de GAs y PSO que involucra el apuntamiento del haz principal, la dirigibilidad, el nivel de aislamiento e inserción de nulos.

Se concluye además que PSO a ventaja a los GAs cuando se resuelve cualquier problema de optimización planteado en este trabajo de tesis, siendo superior en tiempo de cómputo, al tener una mayor rapidez de convergencia.

Conclusiones y trabajo futuro

Este capítulo tiene la finalidad, de mostrar las conclusiones y aportaciones obtenidas a lo largo de la tesis, con el propósito de cumplir en su totalidad con el objetivo del trabajo, referente a la optimización de agrupaciones lineales de antenas empleando optimización con enjambre de partículas, y comparar sus prestaciones con algoritmos genéticos.

En las siguientes secciones se muestran las conclusiones, a las cuales se llegó a partir del análisis y resultados de los capítulos anteriores, y se presentan propuestas para trabajos que continúen en la misma línea de investigación de la tesis.

VI.1 Sobre la optimización con enjambre de partículas

En el trabajo se ha mencionado que la optimización con enjambre de partículas, es una alternativa eficiente y atractiva a otros métodos estocásticos mucho más extendidos, tal es el caso de algoritmos genéticos, debido a sus ventajas ya mencionadas anteriormente. Debido a sus características principales y apenas haber sido introducido en sistemas de comunicaciones móviles celulares empleando antenas inteligentes, es por lo que se le toma importancia y relevancia a este novedoso algoritmo dentro del trabajo de tesis.

A continuación se muestran los puntos más importantes sobre optimización con enjambre de partículas:

- PSO se puede entender como un método de optimización en el que el espacio de búsqueda se puede extender a las N dimensiones del problema a optimizar, donde cada partícula, se identifica como una posible solución potencial al problema abordado, caracterizada por un vector velocidad y un vector posición, ambos en N dimensiones.
- Los parámetros a sintonizar en PSO, incluyen el peso inercial, las constantes de aceleración c_1 y c_2 y el tamaño del enjambre; se encontró además que se debe considerar el tipo de topología de la población, la importancia determinante de la función desempeño y la forma de actualización de la información dentro del enjambre, todo esto para abordar un problema a optimizar.
- Se encontró además que en PSO el problema se reduce a establecer la ecuación del operador velocidad, único operador, que dicta como debe moverse cada partícula de la población en el espacio N -dimensional para mimetizar la inteligencia de estas comunidades y evitar a su vez caer en soluciones locales.
- Se concluyó que las ventajas del método PSO se resumen en tres puntos fundamentales: la sencillez de implementación, la rapidez de convergencia y el reducido número de parámetros a ajustar para sintonizar el algoritmo.

VI.2 En cuanto al modelado del sistema

Con el propósito de cumplir el objetivo de la tesis, fue necesario el modelado de 3 métodos de optimización, dos métodos de optimización estocástica: el de algoritmos genéticos y el de optimización con enjambre de partículas, y un método analítico: el método de optimización de Chebyshev. Todos los métodos de optimización fueron modelados para ser aplicados a la síntesis de una agrupación lineal de antenas, por lo cual se necesitó el modelado matemático de un agrupamiento lineal de antenas.

Los puntos fundamentales del capítulo en específico fueron los siguientes:

- Se determinó que el estudio del comportamiento de una agrupación lineal de antenas puede, en primera aproximación, reducirse al estudio de su factor de agrupamiento.
- En algoritmos genéticos, una población de individuos o soluciones potenciales al problema bajo análisis oportunamente codificadas, se hace evolucionar hacia una solución óptima a base de la presión que ejercen los operadores de selección, cruce y mutación, utilizando la función desempeño para medir la calidad de las soluciones, lo cual hace necesario un estudio paramétrico para la determinación de los parámetros óptimos, que dependen del problema que se aborde.
- Se concluyó que para la aplicación de cualquier algoritmo metaheurístico a un problema de diseño independientemente del cual sea, está supeditada al ajuste inicial de los parámetros del algoritmo para encontrar aquella configuración que ofrece la mejor relación entre precisión y costo computacional, de aquí la importancia de escoger los parámetros correctos para la configuración inicial de este tipo de algoritmos.
- Se propuso abordar el problema de diseño de agrupaciones de antena, a través de un esquema de PSO que varía del esquema básico, el cual consiste: en un PSO global asíncrono con pared invisible.
- En el caso de optimización con enjambre de partículas, se determinó que su modelado se reduce a caracterizar el movimiento de las partículas en base a un operador velocidad que debe aunar exploración y convergencia, descomponiendo para ello la velocidad en tres componentes en un intento por sintetizar el comportamiento social de comunidades de organismos.

VI.3 Sobre la simulación y análisis numérico

Una vez ya modelado los 3 algoritmos planteados en la tesis, para su simulación y generación de estadísticas, en el capítulo IV, se aplican éstos a la síntesis de una agrupación lineal de antenas, para su posterior análisis.

Después del análisis hecho en cada simulación se llegó a los siguientes resultados:

- A través de la aplicación del método de Chebyshev a la síntesis de una agrupación lineal, primeramente se comprobó el compromiso existente entre el ancho de haz y el nivel de lóbulos laterales. No es posible mejorar uno de estos parámetros sin degradar el otro. Su principal limitación es su uso en problemas que requieran el haz principal en modo transversal, por lo cual no es posible tener aplicaciones con dirigibilidad del haz principal.
- Por medio de la utilización de un problema sencillo, que es el de minimización del ancho de haz y reducción de lóbulos laterales, fue posible la puesta a punto de algoritmos metaheurísticos tratados en la tesis, con lo cual se pusieron a punto ambos algoritmos para tratar un problema de diseño simple.
- Se validó el funcionamiento correcto de algoritmos genéticos y optimización con enjambre de partículas, a partir de su comparación con la solución óptima otorgada por el método de Chebyshev, lo cual permitió además la extensión de estos algoritmos para su utilización a problemas más complejos de síntesis de agrupaciones de antenas.
- Se introdujo el uso de dos máscaras como restricciones de diseño aplicadas a un agrupamiento de antenas, involucrando parámetros de diseño, tales como la dirección de apuntamiento, la directividad y el nivel de lóbulos laterales del diagrama de radiación. Con dos propósitos principales, la primera máscara para

ajustar los parámetros necesarios para las nuevas condiciones de diseño más complejas, y una segunda, para tener condiciones de diseño más realistas, donde se tenga un lóbulo principal dirigible en un conjunto de ángulos o sector, un nulo o un nivel de aislamiento superior.

- Se comprobó a través de un estudio paramétrico basado en simulaciones, que la selección de los parámetros de configuración tanto para algoritmos genéticos como para optimización con enjambre de partículas, depende del problema de optimización electromagnético que se aborde.
- De acuerdo al análisis de la influencia de la función desempeño dentro de un agrupamiento de antenas con restricciones de máscara, los resultados de las simulaciones, demostraron que el proceso de seleccionar una u otra función de desempeño será dado por el tiempo de convergencia implicado por cada función de desempeño.
- Con respecto a la aplicación de GAs y PSO a la síntesis de una agrupación lineal a través de máscara, los resultados de las simulaciones, que aunque ambos métodos de optimización resolvieron de manera satisfactoria el problema de optimización más complejo que involucra el uso de una máscara con aplicación de apuntamiento, nivel de aislamiento y nulo; el tiempo de cómputo da la victoria al algoritmo de optimización con enjambre de partículas sobre algoritmos genéticos.
- En cuanto al análisis del tiempo de cómputo, donde se consideraron 3 problemas de optimización para la síntesis de una agrupación lineal. De manera general, se comprobó la superioridad de la optimización con enjambre de partículas sobre algoritmos genéticos, donde en todos los problemas de optimización abordados, se tuvo una ventaja en el tiempo de cómputo necesario para llegar a una convergencia.

- Los resultados de las simulaciones, demuestran que los GAs de codificación real, con selección por ruleta mas jerarquía, cruce de dos puntos, con probabilidad de cruce P_c y probabilidad de mutación P_m del 100 y 10 % respectivamente, y un tamaño del doble de longitud del cromosoma, ofrecen un rendimiento viable para la optimización de la síntesis de una agrupación lineal de antenas.
- En el caso de PSO, con actualizaciones asíncronas y una topología global de la población, con una pared invisible, con parámetros $\omega=0.729$ y $c_1 = c_2 = 1.49445$ y una población de 60 partículas, representa la configuración óptima del método de optimización para ser aplicada con éxito en la síntesis de agrupaciones lineales de antenas, capaz de sintetizar en menos de 10 minutos, el problema más complejo aquí planteado.

VI.4 Publicaciones resultado del trabajo de investigación

A partir del trabajo de investigación generado en el desarrollo de la tesis, se generaron las siguientes publicaciones:

- “Síntesis de Agrupación de Antenas por medio de Optimización Metaheurística”, publicado en las memorias del Encuentro de Investigación en Ingeniería y Eléctrica (ENINVIE 2008), Marzo 13-14 del 2008, Zacatecas.
- “Metaheuristic Optimization with application to phased array synthesis”, a someterse a una revista internacional de especialidad.

VI.5 Trabajo Futuro

Como propuestas para trabajos futuros de investigación, basadas en la síntesis de agrupaciones de antenas por medio de optimización estocástica, se pueden mencionar las siguientes:

- Realización de la síntesis de agrupaciones de antenas por medio de optimización con enjambre de partículas en diferentes geometrías, como podrían ser una geometría planar, circular o conformadas, ya sea esféricas o cilíndricas.
- Aplicación de optimización con enjambre de partículas multiobjetivo en la síntesis de agrupaciones de antenas, y su posible comparación con otras técnicas metaheurísticas que al igual manejen una optimización multiobjetivo como podría ser el caso de algoritmos genéticos o evolución diferencial multiobjetivo.
- Emplear algún otro método de optimización metaheurística, en la síntesis de agrupaciones de antenas, como podría ser el uso de algoritmos culturales o meméticos, basados en la evolución cultural, o siguiendo la misma línea que PSO, la optimización mediante colonia de hormigas (ACO), siguiendo con la imitación del comportamiento social de organismos.

Referencias

Al-Sawafi M.M.S. y Jervase J.A., 2004, "A micro-genetic algorithm-based CDMA multi-user detector", Proceedings of the Conference on Communication Networks and Services Research, 175-180 p.

Ares F., Rengarajan S.R., Villanueva E., Skochinski E., Moreno E., 1996, "Application of genetic algorithms and simulated annealing technique in optimizing the aperture distributions of antenna arrays", Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium, 2:806-809 p.

Balanis C., 2005, "Antenna Theory - Analysis and Design", John Wiley & Sons, Tercera edición, New Jersey, 1045 pp.

Boeringer D.W. y Werner D.H., 2004, "Particle swarm optimization versus Genetic algorithms for phased array synthesis", IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 52(3):771-779 p.

Carlisle A. y Dozier G., 2001, "An off-the-self PSO", Proceedings of the Workshop on Particle Swarm Optimization, 1-6 p.

Ciuprina G., Ioan D., Munteanu I., 2002, "Use of Intelligent-particle swarm optimization in electromagnetics", IEEE Trans. on Mag., 38(2): 1037-1040 p.

Clerc M. y Kennedy J., 2002, "The particle swarm-Explosion, stability, and convergence in a multidimensional complex space", IEEE Transactions on Evolutionary Computation., 6(1):58-73 p.

Coello C. A., Van Veldhuizen D. A., Lamont G. B., 2002, "Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems", Kluwer Academic Publishers, Primera edición, New York, 610 pp.

Corana A., Marchesi M., Martín C., Ridella S., 1987, "Minimizing multimodal functions of continuous variables with the "simulated annealing" algorithm", ACM Transactions on Mathematical Software, 3(3):262-280 p.

Dolph C.L., 1946, "A Current Distribution for Broadside Arrays Which Optimizes the Relationship Between Beamwidth and Side-Lobe Level", Proc. IRE and Waves and Electrons, 34: 335-348 p.

Dorigo M., Maniezzo V., Colorni A., 1996, "The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents", IEEE, Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part B, 26(1), 29-41 p.

Drane C. J. Jr., 1968, "Useful Approximations for the Directivity and Beamwidth of Large Scanning Dolph-Chebyshev Arrays", Proc. IEEE, 1779-1787 p.

Eberhart R.C. y Hu X., 1999, "Human tremor analysis using particle swarm optimization", Proceedings of the 1999 congress on Evolutionary Computation – CEC99, 3:1927-1930 p.

Eberhart R.C. y Kennedy J., 1995, "A new optimizer using particle swarm theory". Proceedings of the sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science-MHS'95., 39-43 p.

Eberhart R.C. y Shi Y., 2000, "Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization", Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation-CEC00, 1: 84-88 p.

Eberhart R.C. y Shi Y., 2001, "Particle swarm optimization: developments, applications and resources", Proceedings of the 2001 Congress on Evolutionary Computation, 1:81-86 p.

Fletcher R., 1987, "Practical methods of optimization", John Wiley & Sons, Primera edición, New York, 400 pp.

Glover, F., 1986, "Future paths for Integer Programming and Links to artificial Intelligence", Computer and Operations Research, 13(5):533-549 p.

Godara L. C., 2004, "Smart Antennas", Primera Edición, CRC Press LLC, Florida, 472 pp.

Goldberg D.E., 1989, "Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning", Primera edición, Addison-Wesley, New York, 432 pp.

Holland J. H., 1962, "Concerning efficient adaptive systems", In M. C. Yovits, G. T. Jacobi and G. D. Goldstein, editors, *Self-Organizing Systems*, Spartan Books, Washington, D.C., 215-230 p.

Holland J. H., 1975, "Adaptation in natural and artificial systems", University of Michigan Press, Ann Arbor, 228 pp.

Hu X. y Eberhart R.C., 2002, "Adaptive particle swarm optimization: detection and response to dynamic systems", *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation-CEC02*, 2:1666-1670 p.

Hu X. y Eberhart R., 2002, "Multiobjective optimization using dynamic neighborhood particle swarm optimization", *Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation-CEC02*, 2:1677-1681 p.

Johnson, J.M. y Ramat-Samii Y., 1995, "Genetic algorithm optimization of wireless communication networks", *Proceedings of the IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 4:1964-1967 p.

Kacelenga R.V., Graumann P.J., Turner L.E., 1990, "Design of digital filters using simulated annealing", *Proceedings of the IEEE International Symposium on Circuits and Systems*, 1:642-645 p.

Kennedy J., 1997, "The particle swarm: social adaptation of knowledge", *Proceedings of the 1997 IEEE International Conference on Evolutionary Computation-ICEC97*, 303-308 p.

Kennedy J. y Eberhart R.C., 1995, "Particle swarm optimization", *Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks-ICNN'95*, 4:1942-1948 p.

Kennedy J. y Eberhart R.C., 1995, "Particle swarm optimization", *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Neural Net.-ICNN'95*, 4: 1942-1948 p.

Kennedy J. y Eberhart R.C., 1997, "A discrete binary version of the particle swarm algorithm", *Proc. of the IEEE Int. Conf. on Sys. , Man and Cyber.*, 5: 4104-4108 p.

Kennedy J., Shi Y., Eberhart R. C., 2001, "Swarm Intelligence", Morgan Kaufmann Publishers, Primera edición, San Francisco, 510 pp.

Kirkpatrick S., Gelatt C.D., Vecchi M.P., 1983, "Optimization by simulated annealing", *Science*, 220(4598): 671-680 p.

Lehne H. y Pettersen M., 1999, "An Overview of Smart Antenna Technology for Mobile Communications Systems", *IEEE Comm. Surveys*, 2(4): 2-12 p.

Millonas M.M., 1994, "Swarms, phase transitions, and collective intelligence", *Proc. of Art. Life III, SFI Studies in the Sciences of Complexity*, 17, Addison-Wesley.

Miltra B., Jha S., Choudhurl P.P., 1991, "A simulated annealing based state assignment approach for control synthesis", *Proceedings of the IEEE International Symposium on VLSI Design*, 45-50 p.

Moscato, P., 1989, "On evolution, search, optimization, genetic algorithms and martial arts. Towards memetic algorithms", *Technical Report 158-79, Caltech Concurrent Computation Program, California Institute of Technology*.

Nelder, J.A. y Mead R., 1965, "A simple method for function minimization", *The Computer Journal*, 7(4):308-313 p.

Panduro Mendoza M. A., 2004, "Optimización en el diseño de arreglos de antenas utilizando el método de algoritmos genéticos", *Tesis de doctorado. DET-CICESE*. 100 pp.

Petridis V., Kazarlis S., Papaikonomou A., 1993, "A genetic algorithm for training recurrent neural networks". *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, 3:2706-2709 p.

Rahmat-Samii Y. y Michielssen E., 1999, "Electromagnetic Optimization by Genetic algorithms", *John Wiley & Sons, New York*.

Rappaport T. S. y Liberti J., 1999, "Wireless Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications", *Primera Edición, Prentice Hall, New Jersey*, 528 pp.

Reynolds R.G., 1994, "An introduction to cultural algorithms", *Proceedings of the Third Annual Conference on Evolutionary Programming. World Scientific, River Edge, New Jersey*, 131-139 p.

Riblet H.J., 1947, "Discussion on: A Current Distribution for Broadside Arrays Which Optimizes the Relationship Between Beamwidth and Side-Lobe Level", Proc. IRE, 489-492 p.

Robinson J. y Rahmat-Samii Y., 2004, "Particle swarm optimization in electromagnetics", IEEE Trans. on Ante. and Prop., 52(2): 397-407 p.

Rocha Alicano C. A., 2006, "Síntesis del diagramas de radiación de agrupamientos de antena mediante técnicas de cómputo evolutivo". Tesis de maestría en ciencias. DET-CICESE. 102 pp.

Shi Y., Eberhart R., 1998, "A modified particle swarm optimizer", Proc. of the IEEE Int. Conf. on Evol. Comp., 69-73 p.

Shi Y. y Eberhart R.C., 1998, "Parameter selection in particle swarm optimization", Proceedings Evolutionary Programming VII. 7th International Conference, EP98, 591-600 p.

Shi Y. y Eberhart R.C., 1999, "Empirical study of particle swarm optimization", Proceedings of the 1999 Congress on Evolutionary Computation-CEC99, 3:1945-1950 p.

Stutzman W. L. y Thiele G. A., 1998, "Antenna Theory and Design", Wiley, Segunda edición, New York, 648 pp.

Tippayachai J., Ongsakul W., Ngamroo I., 2002, "Parallel micro genetic algorithm for constrained economic dispatch", IEEE Transactions on Power Systems, 17(3):790-797 p.

Torrealba Melendez R., 2007, "Síntesis del diagrama de radiación en agrupamientos de antenas vía optimización convexa", Tesis de maestría en ciencias. DET-CICESE. 105 pp.

Weile D. S., Michielssen E., Goldberg D. E., 1996, "Genetic algorithm design of pareto optimal broadband microwave absorbers", IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility, 38(3): 518-525 p.

Wetter M., 2004, "Genopt, Generic optimization program. User manual", Technical Report LBNL-54199, Lawrence Berkeley National Laboratory.

Yangyang Z., Chunlin J.I., Ping Y., Manlin L.I., Chaojin W., Guangxing W., 2004, "Particle swarm optimization for base station placement in mobile communication", Proceeding of the 2004 IEEE International Conference on Networking, Sensing & Control, 428-432 p.