

TESIS DEFENDIDA POR
Horacio Monjardín González
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Director del Comité

M. en C. Ricardo Francisco Núñez Pérez
Miembro del Comité

Dr. José Luis Medina Monroy
Miembro del Comité

Dr. Vitaly Kober
Miembro del Comité

Dr. Luis Alejandro Márquez Martínez
*Coordinador del programa de posgrado en
Electrónica y Telecomunicaciones*

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Director de Estudios de Posgrado

10 de Julio de 2008.

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

**CONFORMACIÓN DIGITAL DE HAZ MEDIANTE MÉTODO DE CAPÓN ROBUSTO
VÍA APROXIMACIÓN DLA.**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

Horacio Monjardín González

Ensenada, Baja California, México, 10 de Julio del 2008.

RESUMEN de la tesis de **Horacio Monjardín González**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES con orientación en TELECOMUNICACIONES. Ensenada, Baja California. Julio del 2008.

CONFORMACIÓN DIGITAL DE HAZ MEDIANTE MÉTODO DE CAPÓN ROBUSTO VÍA APROXIMACIÓN DLA.

Resumen aprobado por:

Dr. David H. Covarrubias Rosales
Director de Tesis

En un sistema de comunicaciones móviles celulares, la Conformación Digital de Haz Adaptativa, como parte integrante de la tecnología de antenas inteligentes, es un medio para modificar el diagrama de radiación propio de un agrupamiento de antenas, con la finalidad de atender a los usuarios de interés y, cancelar simultáneamente a los usuarios interferentes y el ruido presentes en dicho sistema. La Conformación Digital de Haz permite incrementar la capacidad de las redes actuales de telefonía celular, obteniendo mejoras considerables con respecto a la velocidad de los datos y la calidad de las transmisiones inalámbricas.

Un problema abierto de investigación es el diseño de algoritmos de Conformación de Haz que mejoren las características del diagrama de radiación en términos de: dirigibilidad del haz principal, adaptabilidad a las condiciones cambiantes del medio, robustez frente a las principales situaciones adversas que se presenten y una mayor rapidez en su convergencia.

Dadas las cualidades del método de Capón y sus variantes (alta resolución y un bajo tiempo de convergencia), en esta tesis se considera como una alternativa en el desarrollo de un Conformador de Haz que cumpla con los requerimientos mencionados anteriormente. Además, se estudia el enfoque de la Carga Diagonal, como medio para agregar al conformador de Capón estándar la robustez necesaria para que pueda funcionar en ambientes de comunicación adversos. Se realiza el modelado y simulación de los métodos de conformación de haz Capón estándar y Capón robusto. En los diferentes escenarios de simulación, se muestran y evalúan las principales características de cada uno de los métodos de conformación digital de haz derivados del método de Capón. Por último se presenta la formulación de un conformador de haz en base al método de Capón robusto gaussiano, el cual logra mejorar la robustez del método convencional, en los casos donde la señal de interés presenta un alto valor de dispersión angular.

Palabras Clave: Conformador digital de haz de Capón robusto, Carga Diagonal, dispersión angular.

ABSTRACT of the thesis presented by **Horacio Monjardín González**, as a partial requirement to obtain the **MASTER OF SCIENCE** degree in **ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS** with orientation in **TELECOMMUNICATIONS**. Ensenada, Baja California, México July 2008.

DIGITAL BEAMFORMING THROUGH ROBUST CAPON METHOD VIA DIAGONAL LOADING APPROACH.

In a cellular communication system, Adaptive Digital Beamforming, as an integral part of smart antennas technology, is a means to amend the radiation pattern of an antennas array, with the aim of attend a user of interest and, simultaneously, cancel interferers and noise present in such a system. Digital Beamforming makes a capacity increment possible in actual cellular networks, to get better data rate and quality over wireless transmissions.

An open research problem is to design Beamforming algorithms to improve the radiation diagram in terms of: mean beam dirigibility, adaptability to ambient condition changes, robustness against adverse situations and fastest convergence.

Due to the qualities in Capon Beamforming and its variants (better resolution and small convergence time), in this thesis it is considered as an alternative to develop a beamformer that meets the requirements listed above.

In addition, we study the Diagonal Loading approach, as a means to add robustness to the standard Capon beamformer to operate in an adverse communication environment.

We show the modeling and simulation of standard Capon and robust Capon beamforming methods. In different simulation scenarios, main characteristics of Capon digital beamforming method and its variants are displayed. Finally, we present a formulation for a new beamforming Capon based method, the Robust Gaussian Capon Beamformer, which improves the robustness of the conventional one, when the signal of interest presents a high value of angular spread.

Dedicatoria.

A mis padres,

Martina Yolanda González Espinoza

Jesús Horacio Monjardín Urias

Por su apoyo incondicional, por su confianza, y por ser un ejemplo a seguir en mi vida.

Agradecimientos.

A *DIOS*, por permitirme esta oportunidad de alcanzar una meta más en mi vida.

A mi familia, por apoyarme incondicionalmente a realizar este proyecto.

A mis amigos: Lizbeth, María José y los compañeros del CICESE por su apoyo y compañía para mantener mi ánimo en los momentos más difíciles.

Quiero agradecer también a mi director de tesis el *Dr. David H. Covarrubias Rosales*, por brindarme su apoyo, por su confianza, sus enseñanzas y sugerencias durante el desarrollo de esta tesis.

A los miembros del comité de tesis *M. en C. Ricardo Francisco Núñez Pérez, Dr. José Luis Medina Monroy y Dr. Vitaly Kober* gracias por sus consejos y aportaciones hechas al presente trabajo de investigación.

A José Arceo y al *Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI)*, por el buen ambiente de trabajo que desarrollamos durante este periodo de investigación.

A mis *compañeros de generación 2006-2008 y amigos*.

Al *CICESE* por brindarme la oportunidad de llevar a cabo esta etapa de superación.

Al *Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT)* por la beca otorgada.

CONTENIDO

	Página
Resumen español.....	i
Resumen inglés.....	ii
Dedicatorias.....	iii
Agradecimientos.....	iv
Contenido.....	v
Lista de Figuras.....	ix
Lista de Tablas.....	xi
Capítulo I. Introducción.....	1
I.1 Marco de Referencia del Trabajo de Tesis.....	1
I.2 Antecedentes.....	3
I.3 Planteamiento del Problema.....	5
I.4 Objetivo General de la Tesis.....	6
I.5 Metodología de Investigación.....	6
I.6 Organización de la Tesis y Contribuciones al Estado del Arte.....	7
Capítulo II. Conformación Digital de Haz Adaptativa.....	8
II.1 Introducción.....	8
II.2 Conceptos Básicos en Conformación Digital de Haz.....	9
II.3 Criterios Para Calcular los Pesos Óptimos.....	12
II.3.1 Error Cuadrático Medio Mínimo.....	12
II.3.2 Relación Señal a Interferente Máxima.....	13

CONTENIDO (Continuación)

	Página
II.3.3 Varianza Mínima.....	15
II.4 Algoritmos Adaptativos.....	18
II.4.1 Algoritmo de Cuadrados Mínimos.....	18
II.4.2 Inversión Directa de la Matriz de Covarianza de Muestras.....	19
II.4.3 Algoritmo de Cuadrados Recursivos Mínimos.....	21
II.4.4 Redes Neuronales.....	22
II.5 Adquisición de la Señal de Referencia.....	23
II.6 Conclusiones.....	25
Capítulo III. Conformador de Haz de Capón.....	26
III.1 Introducción.....	26
III.2 Determinación de los Pesos Óptimos del Conformador de Haz de Capón.....	27
III.3 Determinación de la Potencia Espectral del Conformador de Haz de Capón.....	32
III.4 Conclusiones.....	34
Capítulo IV. Conformador de Haz de Capón Robusto Mediante el Enfoque de Carga Diagonal.....	35
IV.1 Introducción.....	35
IV.2 Robustez del Conformador de Capón Mediante el Enfoque de Carga Diagonal.....	36
IV.2.1 Formulación del Problema de Conformación de Haz Robusta.....	37
IV.2.2 Conformador de Haz de Capón Robusto.....	39

CONTENIDO (continuación)

	Página
IV.3 Conclusiones.....	45
Capítulo V. Simulaciones del Conformador de Haz de Capón, Capón Robusto y Análisis de Resultados.....	46
V.1 Introducción.....	46
V.2 Escenarios de Simulación.....	46
V.2.1 Escenario de Simulación 1: Fuente de Interés Puntual.....	47
V.3 Aportaciones al Estado del Arte en el Ámbito de la Conformación Digital de Haz Adaptativa.....	55
V.3.1 Escenario de Simulación 2: Fuente de Interés con Dispersión Angular.....	55
V.3.2 Escenario de Simulación 3: Conformador de Haz Capón bajo un Ambiente de Comunicación con Alto Valor de Dispersión Angular.....	60
V.4 Conclusiones.....	66
Capítulo VI. Conclusiones y Aportaciones al Estado del Arte.....	67
VI.1 En cuanto al método de conformación digital de haz de Capón.....	67
VI.2 En cuanto al enfoque de Carga Diagonal aplicado al método de conformación digital de haz de Capón.....	69
VI.3 Publicaciones resultado del trabajo de investigación.....	71
VI. Trabajo Futuro.....	72
Referencias.....	73

CONTENIDO (continuación)

	Página
Apéndice A. Método de los Multiplicadores de Lagrange.....	76
A.1 Optimización Implicando una Restricción de Igualdad Sencilla.....	76
A.2 Optimización Implicando Restricciones de Igualdad Múltiple.....	77
A.3 Ejemplo de uso de los Multiplicadores de Lagrange.....	78

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura</i>		Página
1	Marco de referencia de la Conformación Digital de Haz en la tecnología de Antenas Inteligentes.....	2
2	Metodología de investigación para el desarrollo de la tesis.....	6
3	Agrupamiento de dos elementos para la eliminación del interferente.....	10
4	Un sistema de conformador de haz adaptativo genérico.....	11
5	Diagrama a bloques del algoritmo LMS.....	19
6	Representación en diagrama a bloques del algoritmo RLS.....	22
7	Configuración genérica para el conformación de haz adaptativo en un sistema de comunicaciones inalámbricas CDMA.....	24
8	Representación esquemática de un Filtro Lineal Transversal.....	27
9	Onda plana incidente sobre un agrupamiento lineal de antenas....	28
10	Conformadores MVDR (Capón) y Capón Robusto, muestras de señal = 100.....	48
11	Conformadores MVDR (Capón) y Capón Robusto, muestras de señal = 8,000.....	49
12	Diagrama de la Potencia Espectral de los Conformadores de Capón y Capón Robusto.....	50
13	Ampliación del diagrama de Potencia Espectral de los Conformadores de Capón y Capón Robusto.....	50
14	Convergencia de los algoritmos de Capón y Capón Robusto en la estimación de potencia de la SdI variando el número de muestras de señal.....	51
15	Convergencia de los algoritmos de Capón y Capón Robusto en la estimación de la SINR variando el número de muestras de señal...	52

LISTA DE FIGURAS (continuación)

<i>Figura</i>		Página
16	Amplitud del peso óptimo del primer elemento de antena con respecto a la variación en el número de muestras de señal.....	53
17	Fase del peso óptimo del primer elemento de antena con respecto a la variación en el número de muestras de señal.....	53
18	Escenario que muestra un ambiente de dispersión Gaussiano de la Señal de Interés.....	56
19	Respuesta en amplitud de los conformadores de Capón Estándar y Capón Robusto con dispersión angular de la SdI de 20° y utilizando 100 muestras de señal.....	57
20	Respuesta en amplitud de los conformadores de Capón Estándar y Capón Robusto con dispersión angular de la SdI de 20° y utilizando 8,000 muestras de señal.....	58
21	Pérdida en amplitud de potencia de la SdI con respecto al valor teórico de 0 dB variando la Dispersión Angular de la misma.....	59
22	Conformador de Haz de Capón Robusto Gaussiano (CCRG).....	61
23	Ambiente de dispersión gaussiano y su gráfica de densidad de probabilidad.....	62
24	Diagrama de radiación para los diferentes algoritmos de Conformación de Haz de Capón.....	63
25	Convergencia del aislamiento del Conformador CCRG variando el número de muestras de señal.....	65

LISTA DE TABLAS

Tabla		Página
I	Criterios básicos de Conformación Digital de Haz Óptimo Adaptativo.....	17
II	Convergencia numérica de los pesos óptimos en los conformadores de Capón y Capón Robusto.....	54
III	Ambientes de Comunicación Inalámbrica y sus valores típicos de Dispersión Angular.....	59
IV	Parámetros característicos de los diferentes algoritmos de Conformación de Haz de Capón.....	63

I.1 Marco de Referencia del Trabajo de Tesis.

El objetivo de la generación actual de sistemas de comunicaciones móviles celulares es proporcionar una amplia variedad de servicios de comunicaciones a cualquier persona, en cualquier lugar y momento. El servicio esperado por usuarios de teléfonos móviles de esta generación incluye la transmisión de datos a alta velocidad y el tráfico multimedia (video y señales de voz). La tecnología que se necesita para abordar los retos y hacer dichos servicios disponibles se conoce con el nombre de Sistemas Celulares de Tercera Generación (3G).

Los sistemas celulares de tercera generación fueron diseñados para soportar servicios de banda ancha como el acceso a Internet de alta velocidad, transmisión de imagen y video de alta calidad con la misma eficacia y eficiencia que las redes fijas.

En los sistemas de comunicaciones móviles, la capacidad y el funcionamiento están limitados usualmente por dos grandes inconvenientes: las multi-trayectorias y la interferencia co-canal. Cuando el procesamiento espacial de la señal se combina con el temporal, el procesamiento tiempo-espacio que se obtiene puede reparar esos inconvenientes; lo que resulta en una alta capacidad de la red, mayor cobertura y mejor calidad en el enlace de comunicación.

Las antenas inteligentes son una de las tecnologías más prometedoras que habilitan una alta capacidad en redes inalámbricas, mediante la reducción efectiva de la multi-trayectoria y la interferencia co-canal. Un sistema de antenas inteligentes puede realizar las siguientes funciones: primero, se estima la dirección de arribo de todas las señales entrantes

incluyendo las señales interferentes y las señales multi-trayecto utilizando los algoritmos de dirección de arribo. Enseguida, la señal del usuario deseado se identifica y separa del resto de las señales entrantes que no son de interés. Finalmente, un haz se dirige en la dirección de la señal deseada y el usuario se rastrea a medida que se mueve, mientras se colocan nulos en las direcciones de las señales interferentes a través de la actualización constante de los pesos complejos (Godara, 2004). En una red de conformación de haz comúnmente las señales incidentes en los elementos individuales son combinadas inteligentemente para formar una salida simple de haz conformado deseado.

Es en el marco de referencia de la conformación digital de haz en antenas inteligentes (fig. 1), aplicadas a comunicaciones móviles celulares, donde se plantea el desarrollo de esta tesis.

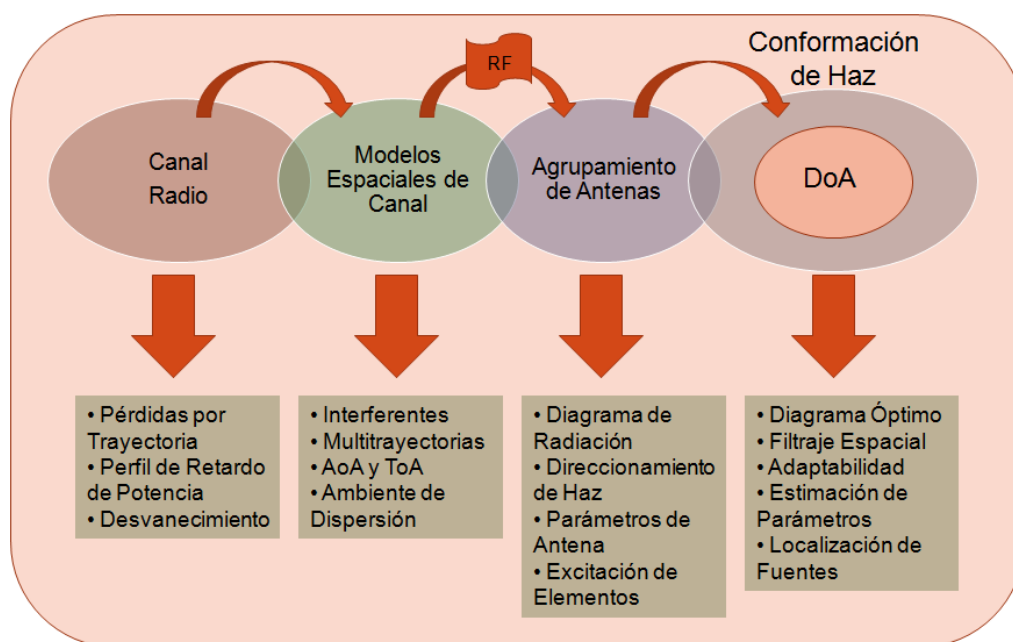


Figura 1: Marco de referencia de la Conformación Digital de Haz en la tecnología de Antenas Inteligentes.

I.2 Antecedentes

La motivación de este trabajo es el empleo de la tecnología de antenas inteligentes en comunicaciones móviles, y dentro de ésta particularmente aquello que tiene que ver con la optimización de la síntesis del diagrama de radiación, obtenido mediante algoritmos de conformación digital de haz.

Las técnicas de conformación digital de haz (del inglés, beamforming), han sido estudiadas por más de 30 años en el diseño de radares y sistemas de percepción remota, hace apenas unos años que estas técnicas comenzaron a estudiarse en el marco de las comunicaciones móviles celulares terrestres y satelitales, donde se ha evaluado su posible impacto en la capacidad de los sistemas, las prestaciones y el uso eficiente de los recursos de radio. Además, aplicando una técnica de conformación digital de haz con procesamiento digital de señales, existe la posibilidad de explotar las características de la técnica de acceso múltiple por división espacial (SDMA). Esta técnica, es eficiente en el filtrado entre fuentes de interés e interferentes, así como en la localización, rastreo y seguimiento de los móviles considerando las condiciones dinámicas del canal radio. Otra de las ventajas de la Conformación Digital de Haz es que mediante ella se puede tener un canal de comunicación más seguro, enviando la señal de interés en dirección del móvil que lo solicite, en lugar de enviarla en forma omnidireccional, lo cual reduce la posibilidad de que usuarios no autorizados ingresen al canal de comunicación.

Las tendencias actuales de los sistemas inalámbricos de comunicación están sujetas principalmente a:

- La demanda de *tasas de transmisión de datos más altas* (por parte de los usuarios).
- La demanda de una *mayor capacidad de usuarios* (por parte del proveedor de servicios).

Ambas dependen del factor que se conoce como *eficiencia del Espectro Radioeléctrico*, la cual es la relación entre los bits de información transmitidos por la cantidad de espacio espectral que se utilice. Mejorar la Eficiencia Espectral generalmente conlleva a: mejorar la *calidad de servicio* del canal de comunicación, disminuir la *potencia de transmisión* necesaria y *ampliar la cobertura* del servicio celular. Por lo tanto, implementar técnicas

como la mencionada SDMA es de vital interés en el desarrollo de sistemas de comunicación de las generaciones futuras.

En un sistema de Antenas Inteligentes, las señales inducidas en los diferentes elementos del agrupamiento de antenas se combinan para formar una salida simple del agrupamiento. Este proceso de combinar las señales de diferentes elementos se conoce como *conformación de haz*. La dirección en la cual el agrupamiento tiene una respuesta máxima se le llama la dirección de apuntamiento del haz. El diagrama de radiación del agrupamiento presenta un valor de atenuación en cada lado de la dirección de apuntamiento del haz. El punto donde hay una respuesta pequeña, o atenuada normalmente, se le conoce como nulo. El diagrama de radiación entre dos nulos en ambos lados se conoce como la dirección de apuntamiento del haz, también conocida como lóbulo principal.

Para un agrupamiento de antenas dado, se puede apuntar el haz principal en diferentes direcciones moviendo mecánicamente el agrupamiento; a esto se le llama direccionamiento mecánico. El direccionamiento de haz también se puede realizar retardando apropiadamente las señales mediante un dispositivo electrónico (conformador digital de haz) antes de combinarlas. A este proceso se le conoce como direccionamiento electrónico.

Los algoritmos de conformación digital de haz pueden clasificarse como Adaptativos y no Adaptativos, lo cual depende de si el procesamiento actualiza o no su información con respecto a las condiciones dinámicas del canal. Existen también los algoritmos estadísticos óptimos y los independientes de datos. Los primeros contemplan el conocimiento previo de las estadísticas para optimizar la respuesta del agrupamiento. Usualmente las estadísticas de datos del agrupamiento no son conocidas y pueden cambiar con el tiempo por lo que típicamente se emplean algoritmos adaptativos para determinar los pesos óptimos. Los algoritmos adaptativos son diseñados de tal forma que la respuesta del conformador digital converja a la solución de los estadísticos óptimos. Un conformador adaptativo parcial utiliza solo algunos de los elementos de antena, por lo que reduce la carga computacional del conformador completo a costa de perder exactitud. En estas técnicas se pueden incluir restricciones para dirigir nulos hacia los interferentes.

I.3 Planteamiento del Problema.

La conformación digital de haz (CDH) en un agrupamiento de antenas, permite ajustar dinámicamente el diagrama de radiación para mejorar la señal deseada y al mismo tiempo, mediante nulos en dicho diagrama cancelar las señales interferentes. La CDH es de suma importancia para diversos sistemas con aplicaciones en procesamiento de la señal, entre ellos el RADAR, el SONAR y las comunicaciones móviles celulares (Trees, 2002). Han sido desarrolladas varias técnicas para el diseño de CDH adaptativos, entre ellas la de **Capón** por medio del criterio de Mínima Varianza sin Distorsión en la Respuesta (**MVDR**). La CDH de Capón presenta una mejor resolución y posibilidad de rechazo de interferentes que los denominados *conformadores independientes de datos*. Estas características del método de Capón presuponen un conocimiento preciso de la dirección de llegada (**DOA**) del usuario de interés. Pero dado que en la mayoría de los casos, el conocimiento de este parámetro no es del todo preciso, provoca que las prestaciones del método de Capón se deterioren más que cualquier otro método de CDH. Para la realización de un conformador de Capón robusto contra tales inconvenientes, en esta tesis se aplicará al método de Capón el enfoque denominado “Carga Diagonal” o *DLA* (del inglés: Diagonal Loading Approach), en los casos críticos donde el conocimiento del parámetro de la DOA es poco confiable. Este enfoque se basa en la descomposición de la matriz de covarianza de datos en una matriz diagonal, cuyos elementos de la diagonal principal son los eigenvalores de dicha matriz. Mediante la aplicación de este enfoque al Conformador de Haz de Capón estándar se logra mejorar la SINR a la salida del agrupamiento; incluso cuando se disponga solamente del conocimiento impreciso del vector de direccionamiento (Trees, 2002), (Haykin, 2002), (Vorbyov, 2003), (Lorenz, 2005), (Li et al., 2003). La aproximación DLA es de muy reciente aplicación con resultados muy satisfactorios, con lo cual el método de CDH de Capón vuelve a tener un notable auge y aplicación en la conformación digital de haz.

Un problema abierto de investigación es el diseño de algoritmos de conformación digital de haz, en antenas inteligentes, que mejoren la respuesta del mismo en términos de dirigibilidad, adaptabilidad, robustez y rapidez de convergencia del algoritmo. Por esta

razón, en esta tesis se busca abordar el estado del arte en la problemática asociada al conformador digital de haz.

I.4 Objetivo General de la Tesis.

Se plantea el modelado y simulación de un conformador digital de haz en base al criterio de CAPON Robusto, condición obtenida por medio del enfoque de Carga Diagonal, para los casos en donde el conocimiento del parámetro DOA presenta un alto nivel de incertidumbre. Las prestaciones obtenidas por medio del conformador de CAPON Robusto se compararán con las obtenidas con el método de CAPON Convencional. Además de investigar una nueva herramienta de modelado conocida como DLA (Diagonal Loading Approach) aplicada al conformador de haz, la cual representa el estado del arte.

I.5 Metodología de Investigación.

La metodología de investigación que se siguió para el desarrollo de este trabajo se presenta en la figura 2.

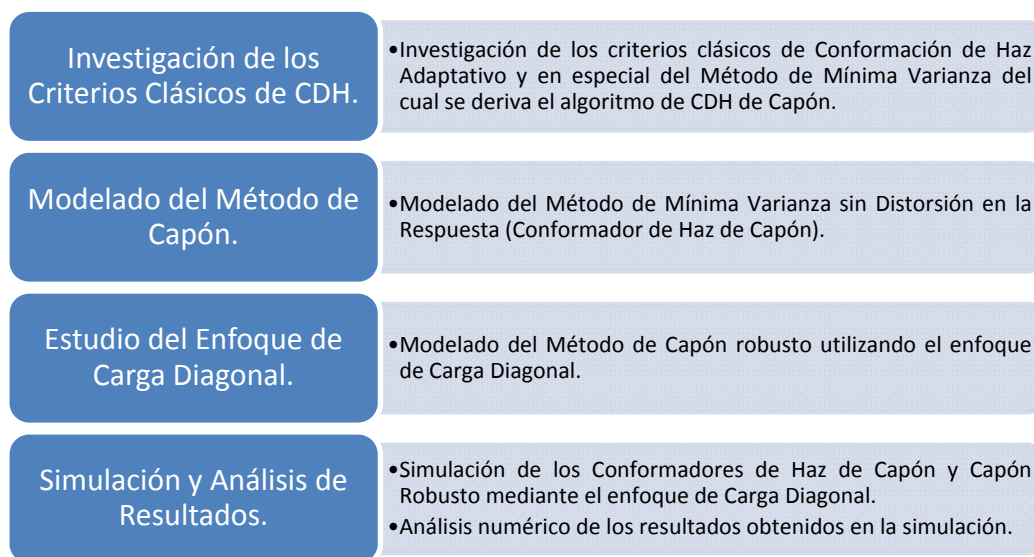


Figura 2: Metodología de investigación para el desarrollo de la tesis.

I.6 Organización de la Tesis y Contribuciones al Estado del Arte.

La metodología de investigación que se utilizó en el desarrollo de esta tesis se refleja a través de la descripción de capítulos siguiente:

En el Capítulo II se desarrolla el concepto de Conformación Digital de Haz Adaptativa; se describen los criterios básicos para la obtención de los pesos óptimos (variables de control) que modifican la respuesta de cada uno de los elementos del agrupamiento de antenas. Además, se describen cuatro de los algoritmos clásicos para implementar dichos criterios de Conformación de Haz.

En el Capítulo III se modela el conformador de haz en base al criterio de Capón, puesto que es uno de los métodos que prometen mayor resolución espectral y un menor tiempo de convergencia frente a los métodos clásicos de conformación de haz.

El enfoque de Carga Diagonal se analiza en el Capítulo IV, como un medio para agregar la robustez necesaria al Conformador de Haz de Capón estándar, y que de esta manera pueda sobrellevar los problemas que se presentan en la práctica. El objetivo particular del conformador de Capón robusto mediante la Carga Diagonal se puede establecer brevemente como sigue: extender el conformador de haz de Capón estándar a fin de mejorar la Relación señal a ruido incluyendo interferentes a la salida del agrupamiento, inclusive cuando se disponga solamente del conocimiento aproximado del vector de direccionamiento de la señal de interés.

Las simulaciones y análisis de resultados se describen en el Capítulo V, donde se evalúan distintos escenarios de simulación, en base a los datos estadísticos reportados por (Li et al., 03). Además, se propone un nuevo enfoque de Conformación Digital de Haz para ambientes adversos, donde la señal de interés conlleva un valor elevado de dispersión angular.

Finalmente en el Capítulo VI, se presentan las conclusiones, aportaciones y recomendaciones para trabajos futuros, en relación con el cumplimiento de los objetivos del presente trabajo de investigación. Los métodos desarrollados en esta disertación se complementan con el apéndice A, en el cual se describe el método de los Multiplicadores de Lagrange, que eliminan las restricciones en un problema clásico de optimización.

Conformación Digital de Haz Adaptativa.

II.1 Introducción.

En un medio tan adverso como lo es el canal de comunicación móvil celular, las multi-trayectorias, los desvanecimientos, el efecto Doppler y el ruido, son algunos de los principales factores que afectan a la Señal de Interés. Dichos factores degradan las propiedades de la misma creando variaciones espacio-temporales y de amplitud que disminuyen el buen desempeño del enlace de comunicación. Por lo que se mencionó anteriormente, un algoritmo de conformación de haz se debe ajustar a un proceso de *adaptabilidad*, que conserve las prestaciones del servicio de comunicación en las condiciones cambiantes del medio. Se partirá del modelado del Conformador Digital de Haz en un entorno espacio-estacionario, con el fin de analizar su desempeño y observar la necesidad del proceso de adaptabilidad del conformador.

El objetivo del presente capítulo es plantear los conceptos básicos y el principio de funcionamiento de un Conformador Digital de Haz Adaptativo. Se describen las características de cada uno de los 3 criterios básicos de Conformación Digital de Haz Adaptativa: Error Cuadrático Medio Mínimo, Relación Señal a Ruido Máxima y Varianza Mínima. De la misma manera, se analizarán algunos de los algoritmos que se utilizan para su implementación práctica; lo que ayudará a seleccionar el enfoque que mejor se adapte a la situación cambiante del medio y que además su implementación se realice con menor dificultad.

II.2 Conceptos Básicos en Conformación Digital de Haz.

Un Conformador Digital de Haz (CDH) adaptativo es un dispositivo que optimiza el diagrama de radiación de un agrupamiento de antenas con el fin de seguir o rastrear una señal de interés, mediante la actualización continua de los valores de su etapa de ponderación de señal; con ello, el conformador es capaz de separar la señal de interés de las señales interferentes colocadas en la misma banda de frecuencia, pero separadas en el dominio espacial. Esta variante de conformador de haz utiliza una mayor cantidad de información (el ángulo de llegada de la señal y las muestras de señal) disponible en la apertura de la antena en comparación con los conformadores de haz convencionales; lo que conlleva a que el algoritmo posea una mayor resolución espectral.

El concepto de un agrupamiento totalmente adaptativo se desarrolló en 1965 por Applebaum, quien derivó las leyes de control que gobiernan su operación. El algoritmo se basa en el problema general de maximización de la relación de señal a ruido (SNR, del inglés: Signal to Noise Ratio) a la salida del agrupamiento. Otro enfoque independiente de adaptación utiliza el algoritmo del Cuadrático Medio Mínimo (LMS, del inglés: Least Mean Square), desarrollado por Widrow y Hoff. A pesar de su simplicidad, el algoritmo LMS adquiere un desempeño satisfactorio cuando las condiciones de funcionamiento son apropiadas. El algoritmo LMS se continuó desarrollando con la introducción de restricciones. Las restricciones se utilizan para asegurar que las señales deseadas no se eliminen en el filtro junto con las señales no deseadas. Con la restricción en su lugar, el proceso de optimización procede de la misma manera que antes, pero en este caso la ganancia del agrupamiento se mantiene constante en la dirección deseada. Para señales estacionarias tanto el algoritmo de máxima SNR de Applebaum como el LMS de Widrow convergen a la solución de Wiener (Litva, 1996).

En 1969, Capón propone una técnica de Análisis Espectral diferente (Capón, 1969), la cual llevó al desarrollo posterior de un algoritmo de Conformación de Haz Adaptativo de *Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta*. Este último utiliza una de las técnicas de conformación de haz adaptativo más recientes, que ofrece la habilidad de identificar señales que están separadas por una fracción de ancho de haz de la antena.

Se considera el agrupamiento de antenas mostrado en la figura 3, el cual consiste de dos antenas omnidireccionales con espaciamiento $\lambda_0/2$. La señal de interés, $S(t)$, llega de la dirección de alineamiento ($\theta_s = 0$), y la señal interferente, $I(t)$, llega del ángulo ($\theta_s = \pi/6$) en radianes. Ambas señales tienen la misma frecuencia f_0 . La señal de cada elemento se multiplica por un peso complejo variable (denotado por \mathbf{w}), y las señales ponderadas se suman para formar la salida del agrupamiento $y_d(t)$, la cual se da por la expresión (Litva, 1996):

$$y_d(t) = Ae^{j2\pi f_0 t} (\mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2). \quad (1)$$

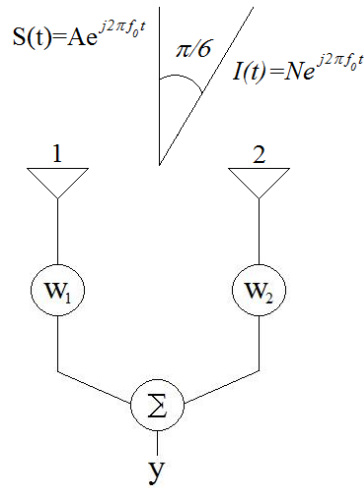


Figura 3: Agrupamiento de dos elementos para la eliminación del interferente.

Para que $y_d(t)$ sea igual a $S(t)$, es necesario que

$$\begin{aligned} R[\mathbf{w}_1] + R[\mathbf{w}_2] &= 1 \\ I[\mathbf{w}_1] + I[\mathbf{w}_2] &= 0 \end{aligned} \quad (2)$$

donde $R[\]$ e $I[\]$ pertenecen al dominio real e imaginario, respectivamente. La señal interferente incidente llega al elemento 2 con una fase de valor $2\pi/\lambda_0 d \sin(\pi/6) = \pi/2$ con respecto al elemento 1. Consecuentemente, la salida del agrupamiento debida a la interferencia es:

$$y_i(t) = Ne^{j2\pi f_0 t} \mathbf{w}_1 + Ne^{j(2\pi f_0 t + \pi/2)} \mathbf{w}_2. \quad (3)$$

Para que la respuesta a la interferencia del agrupamiento sea cero, es necesario que:

$$\begin{aligned} R[\mathbf{w}_1] + R[\mathbf{w}_2] &= 0 \\ I[\mathbf{w}_1] + I[\mathbf{w}_2] &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

La solución simultánea de (2) y (4) nos da:

$$\mathbf{w}_1 = 1/2 - j/2, \quad \mathbf{w}_2 = 1/2 + j/2.$$

Con esos valores de peso, el agrupamiento acepta a la señal de interés mientras rechaza simultáneamente al interferente.

El método que se utilizó en el ejemplo anterior explota el hecho de que existe solamente una fuente interferente direccional, y además emplea la información a priori concerniente a la frecuencia y direcciones de ambas señales. Un procesador más práctico no debería requerir tal información a priori detallada acerca de la localización, número y naturaleza de las fuentes de señal. Sin embargo, este ejemplo demuestra que un sistema que consiste de un agrupamiento, el cual se configura con pesos complejos, proporciona la posibilidad de direccionar la respuesta del agrupamiento (diagrama de radiación) hacia la señal de interés. Por lo tanto, se requiere desarrollar un procesador práctico que ajuste continuamente los pesos complejos del conformador (procesador adaptativo).

A continuación se muestra el diagrama de un sistema genérico de conformación de haz adaptativo (figura 4). La elección del vector de pesos \mathbf{w} se basa en las estadísticas del vector de señal $x(t)$ que se recibe del agrupamiento. Básicamente, el objetivo es optimizar la respuesta del conformador de haz con respecto a un criterio prescrito, para que la salida $y(t)$ contenga una contribución mínima de ruido e interferencia.

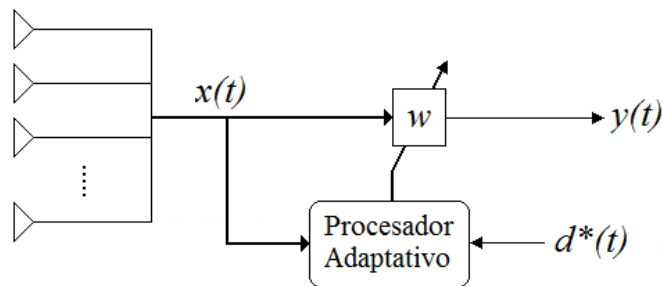


Figura 4: Un sistema de conformador de haz adaptativo genérico.

II.3 Criterios Para Calcular los Pesos Óptimos

II.3.1 Error Cuadrático Medio Mínimo

Para analizar este criterio se considera un agrupamiento lineal espaciado uniformemente como el que se muestra en la figura 3, el cual opera en un ambiente donde existe una señal de interés $s(t)$, además de N_u señales interferentes $\{u_i(t)\}_{i=1}^{N_u}$. Se supone también, que la señal deseada llega al agrupamiento con un ángulo espacial θ_i . La salida del agrupamiento en un instante de tiempo dado se representa por la ecuación (5).

$$\mathbf{x}(t) = s(t)\mathbf{v} + \mathbf{u} = \mathbf{s} + \mathbf{u}, \quad (5)$$

donde \mathbf{v} es el vector de propagación (vector de direccionamiento) del agrupamiento para la señal deseada,

$$\mathbf{v}^T = [1, e^{jksen\theta_0} \dots e^{jk(K-1)sen\theta_0}], \quad (6)$$

\mathbf{u} representa la suma de todos los vectores de señal interferente,

$$\mathbf{u} = \sum_{i=1}^{N_u} u_i(t)\boldsymbol{\eta}_i, \quad (7)$$

y $\boldsymbol{\eta}_i$ es el vector de propagación (vector de direccionamiento) del agrupamiento para la i -ésima señal interferente,

$$\boldsymbol{\eta}_i^T = [1, e^{jksen\theta_0} \dots e^{jk(K-1)sen\theta_0}]. \quad (8)$$

Si se conoce la señal deseada $\mathbf{s}(t)$, entonces se puede minimizar el error entre la salida del conformador de haz $\mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)$ y la señal deseada. Por supuesto, el conocimiento de la señal deseada elimina la necesidad de la conformación de haz. Sin embargo, para muchas aplicaciones, las características de la señal deseada se conocen con suficiente detalle como para generar una señal $d^*(t)$ que la representa de manera muy cercana, o al menos se correlaciona con la señal deseada hasta cierto punto. A esta señal se le da el nombre de Señal de Referencia. Se expresa la señal de referencia como un complejo conjugado solamente por conveniencia matemática, sin embargo ésto no altera el resultado final. Los pesos se eligen para minimizar el Error Cuadrático Medio (MSE del inglés: Mean Square Error) entre la salida del conformador de haz y la señal de referencia dado por:

$$\xi^2 = [d^*(t) - \mathbf{w}^H \mathbf{x}(t)]^2. \quad (9)$$

Tomando los valores esperados de ambos lados para (9) y llevando a cabo manipulaciones algebraicas, se obtiene:

$$E\{\xi^2(t)\} = E\{d^2(t)\} - 2\mathbf{w}^H \mathbf{r} + \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}, \quad (10)$$

donde $\mathbf{r} = E\{d^*(t)\mathbf{x}(t)\}$ y $\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)\}$. \mathbf{R} se conoce como la *matriz de covarianza de los datos*. El MSE mínimo se obtiene haciendo cero el vector gradiente de (10) con respecto a \mathbf{w} :

$$\nabla_{\mathbf{w}}(E\{\xi^2(t)\}) = -2\mathbf{r} + 2\mathbf{R}\mathbf{w} = 0, \quad (11)$$

donde la solución es:

$$\mathbf{w}_{opt} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{r}. \quad (12)$$

A la ecuación anterior se le llama ecuación de *Wiener-Hopf*, también conocida como solución Wiener óptima. Si se hace $s(t) = d^*(t)$, $\mathbf{r} = E\{d^2(t)\}\mathbf{v}$. Además, expresando $\mathbf{R} = E\{d^2(t)\}\mathbf{v}\mathbf{v}^H + \mathbf{R}_u$, donde $\mathbf{R}_u = E(\mathbf{u}\mathbf{u}^H)$ y aplicando la identidad de Woodbury (Woodbury, 1950) a \mathbf{R}^{-1} resulta:

$$\mathbf{R}^{-1} = \left[\frac{1}{1 + E\{d^2(t)\}\mathbf{v}^H \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{v}} \right] \mathbf{R}_u^{-1}, \quad (13)$$

por lo tanto, la solución Wiener puede escribirse de forma general como:

$$\mathbf{w}_{opt} = \beta \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{v}, \quad (14)$$

donde β es un coeficiente escalar. En el caso del mínimo MSE,

$$\beta = \frac{E\{d^2(t)\}}{1 + E\{d^2(t)\}\mathbf{v}^H \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{v}}. \quad (15)$$

II.3.2 Relación Señal a Interferente Máxima

Otro de los criterios para calcular los pesos del conformador adaptativo es el criterio SIR (Relación Señal a Interferente, del inglés: Signal to Interference Ratio), en el cual, como su nombre indica, los pesos se eligen para maximizar directamente la relación de Señal a

Interferente. Si se asume que se conocen $\mathbf{R}_s = E\{s s^H\}$ y $\mathbf{R}_u = E\{u u^H\}$, el objetivo será maximizar la relación existente entre la potencia de la señal de interés σ_s^2 y la potencia total de la señal interferente σ_u^2 presentes a la salida del sistema. La potencia de la señal de interés a la salida se define por:

$$\sigma_s^2 = E\left\{\left|\mathbf{w}^H \mathbf{s}\right|^2\right\} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}, \quad (16)$$

y la potencia del ruido a la salida es

$$\sigma_u^2 = E\left\{\left|\mathbf{w}^H \mathbf{u}\right|^2\right\} = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}, \quad (17)$$

por lo tanto, la SIR se obtiene de la siguiente relación:

$$SIR = \frac{\sigma_s^2}{\sigma_u^2} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}}, \quad (18)$$

si se toma la derivada de (18) con respecto a \mathbf{w} y se iguala a cero, se obtiene:

$$\mathbf{R}_s \mathbf{w} = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}} \mathbf{R}_u \mathbf{w}, \quad (19)$$

lo cual puede resolverse como un eigen-problema conjunto. El valor de $\frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}}$ está limitado por los eigen-valores (valores propios) mínimos y máximos de la matriz simétrica $\mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{R}_s$. El máximo eigenvalor λ_{\max} satisfaciendo:

$$\mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{R}_s \mathbf{w} = \lambda_{\max} \mathbf{w}, \quad (20)$$

es el valor óptimo de SIR; por ejemplo, $SIR = \lambda_{\max}$. Aunado a este valor, existe un único eigenvector, \mathbf{w}_{opt} , el cual representa los pesos óptimos. Por lo tanto,

$$\mathbf{R}_s \mathbf{w}_{opt} = SIR \mathbf{R}_u \mathbf{w}_{opt}, \quad (21)$$

note que $\mathbf{R}_s = E\{d^2(t)\} \mathbf{v} \mathbf{v}^H$ por lo que sustituyendo en (21) y resolviendo para \mathbf{w}_{opt} resulta:

$$\mathbf{w}_{opt} = \beta \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{v}, \quad (22)$$

donde

$$\beta = \frac{E\{d^2(t)\}}{SIR} \mathbf{v}^H \mathbf{w}_{opt}. \quad (23)$$

Es decir que, el criterio de SIR máxima se puede expresar también en términos de la solución de Wiener.

II.3.3 Varianza Mínima

Si la Señal de Interés y su dirección de llegada (DoA) son ambas conocidas, una forma de asegurar una buena recepción de la señal de interés es minimizar la varianza de ruido a la salida. Recordando que la salida del conformador de haz es:

$$\begin{aligned} y(t) &= \mathbf{w}^H \mathbf{x} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{s} + \mathbf{w}^H \mathbf{u} \end{aligned} \quad (24)$$

Para asegurar que la señal deseada se reciba con una determinada ganancia y fase específica, debe usarse una restricción tal que la respuesta del conformador de haz a la señal de interés sea:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{v} = g. \quad (25)$$

La minimización de la contribución debida a interferencias en la salida se realiza eligiendo los pesos que minimicen la varianza de la potencia de salida:

$$\begin{aligned} \text{Var}\{y\} &= \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w} \\ &= \mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w} + \mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w} \end{aligned} \quad (26)$$

sujeto a la restricción definida en (25). Esto es equivalente a minimizar la cantidad $\mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w}$. Usando el método de Lagrange, se tiene:

$$\nabla_{\mathbf{w}} \left(\frac{1}{2} \mathbf{w}^H \mathbf{R}_u \mathbf{w} + \beta [1 - \mathbf{w}^H \mathbf{v}] \right) = \mathbf{R}_u \mathbf{w} - \beta \mathbf{v}, \quad (27)$$

de manera que

$$\mathbf{w}_{opt} = \beta \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{v}, \quad (28)$$

donde

$$\beta = \frac{g}{\mathbf{v}^H \mathbf{R}_u^{-1} \mathbf{v}}. \quad (29)$$

Es decir, la solución (28), la cual se deriva del criterio de Varianza Mínima, es también la solución Wiener. Cuando $g=1$, el conformador de haz se llama *conformador de haz de*

Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta (del inglés: Minimum Variance Distortionless Response - MVDR).

En los criterios óptimos descritos anteriormente, se puede observar que a pesar de los diferentes valores que se asignan al escalar β en las diferentes técnicas, todas llevan a la obtención del mismo SIR, es decir, todas convergen a la solución Wiener, la cual establece los límites de desempeño en estado-estable del conformador de haz adaptativo teórico.

En la tabla 1 (Rappaport, 1999) se resumen las características más importantes de los 3 criterios básicos de CDH:

TABLA 1.- Criterios básicos de Conformación Digital de Haz Óptimo Adaptativo

	Error Cuadrático Mínimo Medio [Widrow, 1967]	SNR Máxima [Monzingo, 1980].	Varianza Mínima Linealmente Restringida [Frost, 1972]
Criterio	Minimiza la diferencia entre la salida del agrupamiento y alguna respuesta deseada.	Maximiza la relación de potencia entre la componente de la señal deseada y la componente de ruido a la salida del agrupamiento de sensores.	Minimiza la varianza a la salida del agrupamiento sujeta a restricciones lineales. Para una restricción sencilla, esto corresponde a forzar el diagrama de haz a ser constante en una dirección particular.
Función Costo	$\mathbf{J}(\mathbf{w}) = E \left[\left \mathbf{w}^H \mathbf{u}(t) - d(t) \right ^2 \right]$ <p>Donde $y(t)$ es la salida del agrupamiento y $d(t)$ es la respuesta deseada.</p>	$\mathbf{J}(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_n \mathbf{w}}{\mathbf{w}^H \mathbf{R}_s \mathbf{w}}$ <p>Donde \mathbf{R}_n es la matriz de covarianza de la componente de ruido de $\mathbf{u}(t)$ y \mathbf{R}_s es la matriz de covarianza de la componente de la señal de interés.</p>	$\mathbf{J}(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{R} \mathbf{w}$ <p>Sujeto a la restricción lineal $\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\varphi) = g$. Cuando $g=1$, es llamado Conformador de Haz de Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta.</p>
Solución Óptima	$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}$ <p>Donde $\mathbf{R} = E[\mathbf{u}(t)\mathbf{u}^H(t)]$ y $\mathbf{p} = E[\mathbf{u}(t)d^*(t)]$</p>	$\mathbf{R}_n^{-1} \mathbf{R}_s \mathbf{w} = \lambda_{\max} \mathbf{w}$ <p>Donde λ_{\max} es el eigenvalor máximo de \mathbf{R}_s.</p>	$\mathbf{w} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{c} [\mathbf{c}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{c}]^{-1} g$ <p>Donde $\mathbf{c} = \mathbf{a}(\varphi)$ es el vector de direccionamiento en la dirección de la restricción.</p>
Ventajas	No se requiere del conocimiento de la dirección de llegada (DoA)	Verdadera maximización de SNR.	Técnica de Restricción Generalizada.
Desventajas	Se necesita de la generación de la señal de referencia.	Se deben conocer las estadísticas de ruido y la dirección de llegada de la señal deseada.	Se debe conocer la dirección de llegada de la componente deseada.

II.4 Algoritmos Adaptativos

Elegir un criterio óptimo particular para realizar la Conformación de Haz no es críticamente importante en términos de desempeño. Sin embargo, es fundamental una buena elección del algoritmo adaptativo que se utiliza para derivar los pesos, dado que éste es el punto clave que determina tanto la velocidad de convergencia como la complejidad de la circuitería requerida para implementarlo. A continuación se describen algunos de los algoritmos de conformación de haz adaptativa más utilizados.

II.4.1 Algoritmo de Cuadrados Mínimos

El algoritmo adaptativo más común para adaptación continua es el algoritmo de cuadrados mínimos (LMS, del inglés Least Mean Square). Está basado en el método de la pendiente más pronunciada, es un método de optimización bien conocido, el cual calcula y actualiza recursivamente el vector de pesos. Es intuitivamente razonable que las correcciones sucesivas hechas al vector de pesos en la dirección del negativo del vector gradiente deben eventualmente llevar al error cuadrático medio (MSE), al punto en el cual el vector de pesos adquiere su valor óptimo. De acuerdo al método de la pendiente más pronunciada, el valor actualizado del vector de pesos al tiempo $n+1$ se calcula usando la siguiente relación recursiva sencilla:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \frac{1}{2} \mu \left[-\nabla \left(E\{\varepsilon^2(n)\} \right) \right], \quad (30)$$

tomando en cuenta (11) se tiene:

$$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + \mu [\mathbf{r} - \mathbf{R}\mathbf{w}(n)]. \quad (31)$$

En la práctica, no se puede obtener una medida exacta del vector gradiente, debido a que se requiere del conocimiento a priori de \mathbf{R} y \mathbf{r} . La estrategia más obvia es utilizar sus estimaciones instantáneas, las cuales se definen respectivamente, como:

$$\hat{\mathbf{R}}(u) = \mathbf{x}(n)\mathbf{x}^H(n), \quad (32)$$

y

$$\hat{\mathbf{r}}(n) = d^2(n)\mathbf{x}(n). \quad (33)$$

Enseguida los pesos se actualizan de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{w}}(n+1) &= \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{x}(n) \left[d^*(n) - \mathbf{x}^H(n)\hat{\mathbf{w}}(n) \right] \\ &= \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\mathbf{x}(n)\varepsilon^*(n) \end{aligned} \quad (34)$$

La constante de ganancia μ controla las características de convergencia de la secuencia vector aleatoria $\mathbf{w}(n)$. Nótese que este es un enfoque adaptivo continuo, donde los pesos se actualizan mientras se muestrean los datos, de tal manera que la secuencia de vector de pesos resultante converge a la solución óptima. La adaptación continua presenta un buen desempeño cuando las estadísticas relacionadas al ambiente de señal son estacionarias. La figura 5 muestra el diagrama a bloques del algoritmo LMS. La principal virtud del algoritmo LMS es su simplicidad. Sin embargo, las características de su convergencia dependen de la eigen-estructura de $\hat{\mathbf{R}}$. Cuando los eigen-valores están ampliamente dispersos, la convergencia puede ser baja y en ese caso deben considerarse otros algoritmos con mejor rapidez de convergencia.

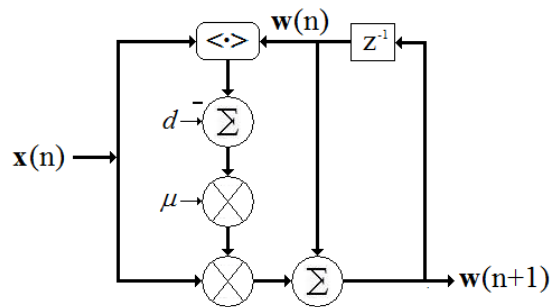


Figura 5: Diagrama a bloques del algoritmo LMS.

II.4.2 Inversión Directa de la Matriz de Covarianza de Muestras.

En 1974, Reed y sus colaboradores (Szabo, 1967) mostraron que se adquiere una rápida adaptabilidad usando la técnica de la Inversión de la Matriz de Covarianza de Muestras (SMI, del inglés Sample Matrix Inversion; empleada en el enfoque MVDR). Si se usa esta técnica, los pesos adaptativos se pueden calcular directamente. Cuando la señal de interés y los interferentes son conocidos a priori, entonces la matriz de covarianza se puede evaluar y

la solución óptima para los pesos se calcula usando (12), lo cual requiere una SMI directa. En la práctica, las señales no se conocen y el ambiente de señal sufre cambios frecuentes. Por lo tanto, el procesador adaptativo debe actualizar continuamente el vector de pesos para cumplir con los nuevos requerimientos impuestos por las condiciones variantes del entorno. Esta necesidad de actualizar el vector de pesos sin información a priori conduce a la necesidad de obtener una estimación de \mathbf{R} y \mathbf{r} en un intervalo de observación finito y luego esta estimación se usa en (12) para obtener el vector de pesos deseado. Las estimaciones tanto de \mathbf{R} como de \mathbf{r} se pueden evaluar, respectivamente, como:

$$\hat{\mathbf{R}} = \sum_{i=N_1}^{N_2} \mathbf{x}(i)\mathbf{x}^H(i), \quad (35)$$

y

$$\hat{\mathbf{r}} = \sum_{i=N_1}^{N_2} d^*(i)\mathbf{x}(i), \quad (36)$$

donde N_1 y N_2 son los límites inferior y superior del intervalo de observación o ventana respectivamente. Se puede notar que este es un enfoque adaptativo a bloques, donde los datos estadísticos se determinan a partir de un bloque temporal de datos del agrupamiento y luego se usan en la ecuación de pesos óptimos. Para que el algoritmo opere en un ambiente no-estacionario (variante en el tiempo), se puede usar la adaptación a bloques, provista de que calcule los pesos de manera periódica. De (12) se tiene que la estimación del vector de pesos está dada por:

$$\hat{\mathbf{w}} = \hat{\mathbf{R}}^{-1}\hat{\mathbf{r}}. \quad (37)$$

Si se introduce un término e para representar los errores debidos a las estimaciones, se puede escribir:

$$e = \hat{\mathbf{R}}\mathbf{w}_{opt} - \hat{\mathbf{r}}, \quad (38)$$

el cual se puede ver como la formulación de mínimos cuadrados del problema. El vector de pesos que se deriva usando el método SMI es una solución de mínimos cuadrados.

Aunque el algoritmo SMI en teoría converge más rápidamente que el LMS, las dificultades prácticas asociadas con el primero son más significativas. Tiene dos problemas mayores: (1) mayor complejidad computacional que otros métodos, debido a la inversión de la

Matriz de Covarianza; y (2) inestabilidad numérica que resulta del uso de aritmética de precisión finita (Sistemas Digitales) y el requerimiento de invertir una matriz de dimensiones grandes.

II.4.3 Algoritmo de Cuadrados Recursivos Mínimos

En lugar de emplear una ventana para estimar tanto \mathbf{R} como \mathbf{r} , en este algoritmo ambas se pueden estimar usando una sumatoria de los pesos:

$$\tilde{\mathbf{R}}(n) = \sum_{i=1}^N \gamma^{n-1} \mathbf{x}(i) \mathbf{x}^H(i), \quad (39)$$

y

$$\tilde{\mathbf{r}}(n) = \sum_{i=1}^N \gamma^{n-1} d^*(i) \mathbf{x}^H(i). \quad (40)$$

El factor de ponderación $0 < \gamma \leq 1$ garantiza que los datos en el pasado distante son “olvidados” para permitir al procesador seguir las variaciones estadísticas de los datos observables. Llevando a cabo la factorización de los términos correspondientes a $i=n$ tanto en (39) como (40), se tiene la siguiente recursión para actualizar tanto $\tilde{\mathbf{R}}(n)$ como $\tilde{\mathbf{r}}(n)$:

$$\tilde{\mathbf{R}}(n) = \gamma \tilde{\mathbf{R}}(n-1) + \mathbf{x}(n) \mathbf{x}^H(n), \quad (41)$$

y

$$\tilde{\mathbf{r}}(n) = \gamma \tilde{\mathbf{r}}(n-1) + d^*(n) \mathbf{x}^H(n). \quad (42)$$

Utilizando la identidad de Woodbury, se obtiene la siguiente ecuación recursiva para derivar la inversa de la matriz de covarianza,

$$\mathbf{R}^{-1}(n) = \gamma^{-1} \left[\mathbf{R}^{-1}(n-1) - \mathbf{q}(n) \mathbf{x}(n) \mathbf{R}^{-1}(n-1) \right], \quad (43)$$

donde el vector de ganancia $\mathbf{q}(n)$ está dado por:

$$\mathbf{q}(n) = \frac{\gamma^{-1} \mathbf{R}^{-1}(n-1) \mathbf{x}(n)}{1 + \gamma^{-1} \mathbf{x}^H(n) \mathbf{R}^{-1}(n-1) \mathbf{x}(n)}. \quad (44)$$

Para desarrollar la ecuación recursiva que actualiza la estimación de mínimos cuadrados $\hat{\mathbf{w}}(n)$, se utiliza (12) para expresar $\mathbf{w}(n)$ como sigue:

$$\begin{aligned}
 \hat{\mathbf{w}}(n) &= \mathbf{R}^{-1}(n)\mathbf{r}(n) \\
 &= \gamma^{-1} \left[\mathbf{R}^{-1}(n-1) - \mathbf{q}(n)\mathbf{x}(n)\mathbf{R}^{-1}(n-1) \right] \\
 &\quad \times \left[\gamma\mathbf{r}(n-1) + d^*(n)\mathbf{x}(n) \right]
 \end{aligned} \tag{45}$$

Reacomodando la ecuación anterior, es posible actualizar el vector de pesos como sigue:

$$\hat{\mathbf{w}}(n) = \hat{\mathbf{w}}(n-1) + \mathbf{q}(n) \left[d^*(n) - \hat{\mathbf{w}}^H(n-1)\mathbf{x}(n) \right]. \tag{46}$$

Una característica importante del algoritmo de cuadrados recursivos mínimos (RLS, del inglés: Recursive Least Squares) es que la inversión de la matriz de covarianza $\mathbf{x}(n)$ se reemplaza en cada paso por una división escalar sencilla. La figura 6 representa el diagrama a bloques del algoritmo RLS. La tasa de convergencia del algoritmo RLS es típicamente un orden de magnitud más rápida que la del algoritmo LMS, siempre y cuando la relación de señal a ruido sea suficientemente alta.

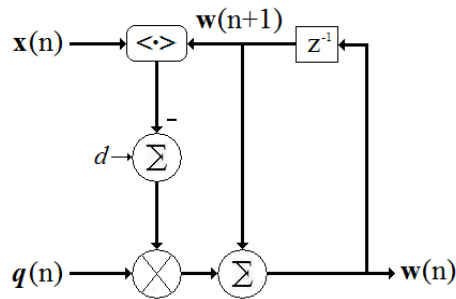


Figura 6: Representación en diagrama a bloques del algoritmo RLS.

II.4.4.- Redes Neuronales

Una red neuronal (R.N.) es una red paralela interconectada de elementos sencillos, donde sus organizaciones jerárquicas pretenden interactuar con los objetos del mundo real en la misma manera que lo hace un sistema nervioso biológico. Específicamente, una red neuronal puede consistir de una red no-lineal en capas o multicapas que intenta reproducir las capacidades intelectuales humanas a través de un proceso de “aprendizaje” o “adaptación”. En especial, es interesante el hecho de que las R.N. son una herramienta ideal para el procesamiento adaptativo de señales, el cual se representa en términos de

optimización donde una función costo combina la función de energía de una red neuronal particular. La red neuronal llega a la solución de un problema minimizando su función de energía. Las redes recurrentes son apropiadas normalmente para este tipo de procesamiento, en el cual la salida de una neurona se alimenta como entrada a otras neuronas y/o a ella misma.

La ventaja de utilizar este tipo de algoritmo es que su solución es la que más se acerca a la óptima, dado que no utiliza una aritmética de precisión finita como los algoritmos anteriores, sino una red de elementos que minimizan una función de energía. Sin embargo, su principal desventaja es que su implementación es un tanto más compleja y además, la convergencia del algoritmo es más lenta dadas las numerosas variables que maneja. Incluso en ciertas situaciones (ambientes adversos o parámetros erróneos) la convergencia es tan lenta (o simplemente el algoritmo no converge) que no permite que se utilice en aplicaciones en tiempo real. Es por esta última razón que en la actualidad, para la mayoría de las aplicaciones, se prefieren los algoritmos anteriores; los cuales tienen una resolución aceptable y además su velocidad de convergencia es bastante rápida.

[Para una descripción detallada de algunas implementaciones de CDH con R.N. consultar referencias: (Wang, 2005), (Song, 2006) así como (Litva, 1996)].

II.5 Adquisición de la Señal de Referencia.

Hasta ahora se han descrito diferentes criterios y algoritmos para realizar la conformación de haz adaptativo. Todos ellos requieren algún tipo de señal de referencia en su proceso de optimización. La señal de referencia es aquella que describe a priori la información explícita, o el conocimiento que se tiene acerca de las señales de interés. La referencia explícita puede ser dividida en dos categorías: *referencia espacial* y *referencia temporal*. La referencia espacial se da principalmente por la información de la dirección de llegada (DoA, del inglés: Direction of Arrival) de una señal deseada. Una señal de referencia temporal puede ser una señal piloto que está correlacionada con la señal deseada, con una secuencia especial en un paquete transmitido por la señal deseada, o un código de pseudo-ruido conocido, en el caso de un sistema CDMA. La forma de referencia disponible

depende del sistema particular donde se implementa la conformación de haz adaptativo. Si una señal de referencia explícita está disponible en un sistema, se debe usar tanto como sea posible para minimizar la complejidad, mejorar la exactitud, y obtener una convergencia rápida del algoritmo.

La conformación de haz adaptativa es muy adecuada para un sistema CDMA, dado que se pueden usar los códigos de ensanchado (p.ej. los códigos Gold o los Pseudocódigos) para generar la señal de referencia. La implementación común de conformación de haz adaptativo en un sistema de comunicaciones inalámbrico CDMA es el lazo de generación de referencia Compton (Compton, 1978). En la figura 7 se muestra una configuración de implementación genérica para conformación de haz adaptativo en un sistema de comunicaciones inalámbrico CDMA. En esta configuración, la demodulación se lleva a cabo después de la conformación de haz. Es decir, primero la salida del agrupamiento se mezcla con una señal del oscilador local codificada CDMA, enseguida se filtra y limita. La señal limitada se re-modula y mezcla con la correspondiente señal del oscilador local codificado CDMA. La señal re-modulada se utiliza como la señal de referencia, posteriormente se compara con la salida del agrupamiento la cual tiene un retardo para producir una señal de error. La señal de error maneja el procesador adaptativo el cual a su vez actualiza los pesos del conformador. El lazo de retroalimentación es no lineal debido a la operación del limitador.

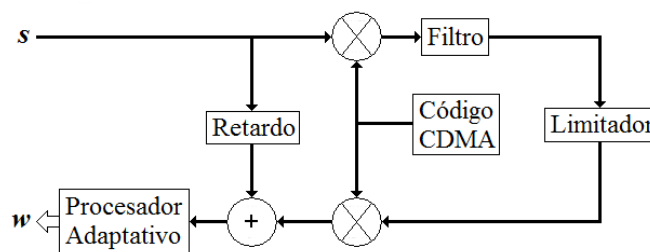


Figura 7: Configuración genérica para el conformador de haz adaptativo en un sistema de comunicaciones inalámbricas CDMA.

II.6 Conclusiones

Durante el desarrollo de este capítulo se exploraron 3 de los criterios básicos de Conformación de Haz Adaptativo: Error Cuadrático Medio Mínimo, Relación Señal a Ruido Máxima y Varianza Mínima, así como algunas de las formas de implementar los algoritmos que utilizan dichos criterios. Se analizaron también las características que los hacen atractivos bajo ciertas consideraciones y la importancia del papel que la Señal de Referencia juega en todos ellos.

En el siguiente capítulo se analizará el criterio de Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta. Se enunciarán sus ventajas y desventajas, dando énfasis en las características especiales (alta resolución y bajo tiempo de convergencia) que lo hacen más apto, bajo ciertas condiciones de funcionamiento, que los otros criterios; y el cual servirá de base para el algoritmo robusto de Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta.

Conformador de Haz de Capón

III.1 Introducción.

El método de Conformación Digital de Haz con base en el criterio de Capón - Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta (MVDR, del inglés Minimum Variance Distortionless Response) - tiene su origen en la teoría de filtraje adaptativo. El modelado de un conformador de haz que realiza un filtraje en el dominio espacial, es equivalente a modelar en el dominio de la frecuencia a un filtro lineal. Específicamente, el funcionamiento de un Conformador Digital de Haz de Capón se basa en el modelado de un filtro Wiener (perteneciente a la familia de filtros de Respuesta al Impulso Finita). La función de un filtro Wiener es, en esencia, minimizar el valor cuadrático medio de un error de estimación; cuyo valor se define como la diferencia entre la respuesta de interés y la salida actual del filtro (Haykin, 2002). No se imponen restricciones a la solución cuando se resuelve este problema de optimización. Sin embargo, en algunas aplicaciones de filtrado se puede requerir diseñar un filtro que minimice un criterio cuadrático medio, sujeto a una restricción específica. Por ejemplo, en el marco de las comunicaciones móviles celulares, la aplicación puede requerir minimizar la potencia espectral promedio a la salida de un conformador, mientras la respuesta del mismo medida en algún ángulo específico (o región) de interés se restringe a permanecer constante. Partiendo de este escenario, el objetivo del presente capítulo es resolver el problema de encontrar el valor de los pesos óptimos y el espectro de potencia del Conformador Digital de Haz en base al criterio de Capón para poder emplearlos en el sistema de antenas inteligentes y obtener la respuesta que la aplicación requiera.

III.2 Determinación de los Pesos Óptimos del Conformador de Haz de Capón.

Si se considera un filtro transversal lineal, como el que se muestra en la figura 8. La salida del filtro, en respuesta a las entradas de derivación $u(n), u(n-1), \dots, u(n-M+1)$, está dada por la siguiente ecuación (Haykin, 2002):

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k^* u(n-k). \quad (47)$$

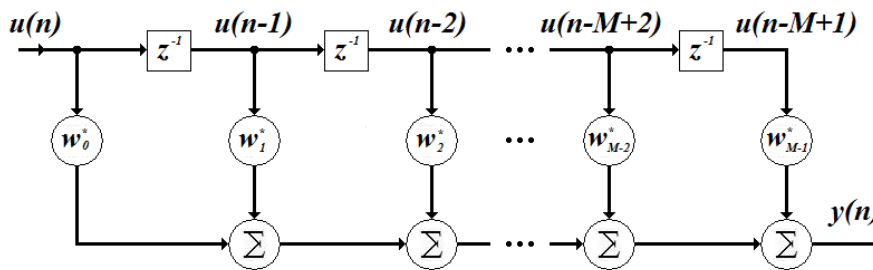


Figura 8: Representación esquemática de un Filtro Lineal Transversal.

Para el caso en el que la señal de entrada sea una sinusoidal:

$$\mathbf{u}(n) = e^{j\omega n}, \quad (48)$$

la ecuación (47) se puede escribir como:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{M-1} w_k^* e^{-j\omega k} e^{j\omega n}, \quad (49)$$

donde ω es la frecuencia angular de la excitación, la cual se normaliza con respecto a la tasa de muestreo.

Ahora bien, el *problema de optimización restringido* que se desea resolver para encontrar los valores de los pesos, se puede establecer como sigue:

Encontrar el conjunto óptimo de coeficientes del filtro $w_{o0}, w_{o1}, \dots, w_{o,M-1}$ que minimicen el valor cuadrático medio de la salida del filtro $y(n)$, sujeto a la restricción lineal:

$$\sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{w}_k^* e^{-j\omega_0 k} = g, \quad (50)$$

donde ω_0 es un valor prescrito de la frecuencia angular normalizada ω , la cual varía dentro del intervalo $-\pi < \omega \leq \pi$, y g es la ganancia de valor complejo.

El problema de optimización de filtrado restringido que se describe por las ecuaciones (47) y (50) es de naturaleza *temporal*. Para llevar el problema al ámbito de la Conformación de Haz, se puede formular la versión *espacial* de éste considerando un conformador como el que se muestra en la figura 9, el cual consiste de un agrupamiento lineal de elementos de antena espaciados uniformemente. Se supone además, que el agrupamiento se ilumina por una fuente isotrópica localizada en el campo lejano, tal que, en el tiempo n , una onda plana afecta al agrupamiento a lo largo de una dirección especificada por el ángulo θ_0 (con respecto a la perpendicular del agrupamiento). También se considera que el espaciamiento entre elementos del agrupamiento es menor que $\lambda/2$, donde λ es la longitud de onda de la señal transmitida para prevenir la aparición de lóbulos tipo rejilla (Skolnik, 1980).

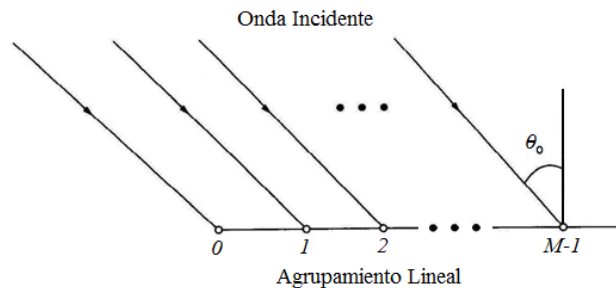


Figura 9: Onda plana incidente sobre un agrupamiento lineal de antenas.

La salida del conformador de haz resultante está dada por:

$$y(n) = u_0(n) \sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{w}_k^* e^{-jk\phi_0}, \quad (51)$$

donde la dirección de llegada (DoA, del inglés Direction of Arrival) de la Señal de Interés (SdI) está definida por el ángulo eléctrico ϕ_0 , el cual a su vez está relacionado al ángulo de incidencia θ_0 (ángulo con respecto a la normal) por: $\phi_0 = 2\pi d \sin(\theta_0) / \lambda$, $u_0(n)$ es la señal eléctrica que recibe el elemento de antena etiquetado con 0 (punto de referencia) en la figura 9, y \mathbf{w}_k denota los pesos elementales del conformador de haz. La versión espacial del problema de optimización restringido se puede entonces establecer como sigue: encontrar el conjunto óptimo de pesos elementales $\mathbf{w}_{0,0}, \mathbf{w}_{0,1}, \dots, \mathbf{w}_{0,M-1}$ que minimizan el valor cuadrático medio de la salida del conformador de haz, sujeto a la restricción lineal:

$$\sum_{k=0}^{M-1} w_k^* e^{-jk\phi_0} = g, \quad (52)$$

en la ecuación anterior, ϕ_0 es un valor prescrito del ángulo eléctrico ϕ , el cual varía en el intervalo de $-\pi < \phi \leq \pi$, y g es una ganancia de valor complejo. El conformador de haz es de banda estrecha en el sentido de que su respuesta se restringe solamente a una frecuencia sencilla.

Si se compara el filtro transversal con el conformador de haz descritos en las figuras 8 y 9, respectivamente, se puede observar que aunque pertenecen a situaciones físicas completamente diferentes, sus formulaciones son equivalentes en términos matemáticos. De hecho, en ambos casos se tiene exactamente el mismo problema de optimización restringida (Haykin, 2002). Para resolver este problema, se utiliza el método de los *Multiplicadores de Lagrange*, mediante el cual se obtiene un problema sin restricciones, a partir de uno que anteriormente estaba restringido (apéndice A). Se inicia por definir una función costo \mathbf{J} de valor real que combina las dos partes del problema de optimización restringido. Específicamente, se puede escribir como:

$$J = \underbrace{\sum_{k=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{w}_k^* \mathbf{w}_i r(i-k)}_{\text{Potencia de Salida}} + \text{Re} \left[\underbrace{\lambda^* \left(\sum_{k=0}^{M-1} \mathbf{w}_k^* e^{-j\phi_0 k} - g \right)}_{\text{Restricción Lineal}} \right], \quad (53)$$

donde λ es un multiplicador complejo de Lagrange. Nótese que la función costo \mathbf{J} incluye una restricción lineal que tiene que ser satisfecha para el ángulo eléctrico prescrito ϕ_0 en el contexto del conformador de haz, o equivalentemente la frecuencia angular ω_0 en el filtro transversal. La imposición de la restricción lineal preserva la señal de interés, y la minimización de la función costo \mathbf{J} atenúa la interferencia o ruido que puede ser problemático si no se toma en cuenta.

Se desea entonces encontrar los valores óptimos de los pesos elementales del conformador de haz que minimicen \mathbf{J} definida en la ecuación (53). Para hacer esto, se determina el vector gradiente $\nabla \mathbf{J}$ y luego se iguala a cero. Entonces, se encuentra que el k -ésimo elemento del vector gradiente $\nabla \mathbf{J}$ está dado por:

$$\nabla_k \mathbf{J} = 2 \sum_{i=0}^{M-1} \mathbf{w}_i r(i-k) + \lambda^* e^{-j\phi_0 k}. \quad (54)$$

Haciendo que w_{oi} sea el i -ésimo elemento del vector de pesos óptimos w_o . Entonces la condición óptima del conformador de haz se describe por:

$$\sum_{i=0}^{M-1} w_{oi} r(i-k) = -\frac{\lambda^*}{2} e^{-j\phi_0 k}, \quad k = 0, 1, \dots, M-1. \quad (55)$$

Este sistema de M ecuaciones simultáneas define los valores óptimos de los pesos elementales del conformador de haz. Se puede observar que la ecuación anterior tiene una forma un tanto similar a las ecuaciones de Wiener-Hopf:

$$\sum_{i=0}^{M-1} w_{oi} r(i-k) = p(-k), \quad k = 0, 1, \dots, M-1. \quad (56)$$

En este punto del análisis es conveniente cambiar a notación matricial. En particular, (55) se puede reescribir simplemente como:

$$\mathbf{R} \mathbf{w}_o = -\frac{\lambda^*}{2} \mathbf{s}(\phi_0), \quad (57)$$

donde \mathbf{R} es la matriz de covarianza de $M \times M$, y w_o es el vector de pesos óptimos de $M \times 1$ del conformador de haz restringido. El vector de direccionamiento de $M \times 1$ $\mathbf{s}(\phi_0)$ se define por:

$$\mathbf{s}(\phi_0) = [1, e^{-j\phi_0}, \dots, e^{-j(M-1)\phi_0}]^T. \quad (58)$$

Despejando w_o de la ecuación (57), se tiene:

$$\mathbf{w}_o = -\frac{\lambda^*}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0), \quad (59)$$

donde \mathbf{R}^{-1} es la inversa de la matriz de covarianza \mathbf{R} , y por lo tanto se asume que \mathbf{R} es no-singular. Esta suposición se justifica perfectamente en la práctica en base al hecho de que en el contexto de un conformador de haz, la señal recibida a la salida de cada elemento de antena del conformador de haz incluye una componente de ruido blanco.

La solución para el vector de pesos óptimos w_o dada en la ec. (59) no es del todo completa, debido a que implica un multiplicador de Lagrange desconocido λ (o su complejo conjugado para ser preciso). Para eliminar λ^* de esta expresión, primero se emplea la restricción lineal de la Ec. (52):

$$\mathbf{w}_o^H \mathbf{s}(\phi_0) = g. \quad (60)$$

Por lo tanto, si se toma el Hermitiano de ambos lados de la ec. (59), luego se multiplica la ecuación resultante por $\mathbf{s}(\phi_0)$, tomando en cuenta que $(\mathbf{AB})^H = \mathbf{B}^H \mathbf{A}^H$ y utilizando la restricción lineal de la ec. (60), se tiene que:

$$\underbrace{\mathbf{w}_0^H \mathbf{s}(\phi_0)}_g = -\frac{\lambda}{2} \mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0) \quad (61)$$

despejando λ

$$\lambda = -\frac{2g}{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)}, \quad (62)$$

donde se ha empleado el hecho de que $\mathbf{R}^{-H} = \mathbf{R}^{-1}$. La forma cuadrática del denominador es un valor real. Por lo tanto, si se sustituye (62) en (59), se obtiene la fórmula deseada para el vector de pesos óptimos:

$$\mathbf{w}_o = -\frac{\left(-\frac{2g}{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)} \right)^*}{2} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0) \quad \therefore$$

$$\mathbf{w}_o = \frac{g^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)}{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)}. \quad (63)$$

Nótese que minimizando la potencia de salida, sujeto a la restricción lineal de la ec. (52), las señales incidentes sobre el agrupamiento a través de direcciones diferentes del valor prescrito ϕ_0 tienden a ser atenuadas.

Al conformador de haz caracterizado por el vector de pesos \mathbf{w}_o descrito en la ecuación anterior se le llama conformador de haz de *Varianza Mínima Linealmente Restringido* (VMLR). Para una entrada de media cero y por lo tanto salida de media cero, “varianza mínima” y “valor cuadrático medio mínimo” son de hecho equivalentes.

La constante compleja g define la respuesta de un conformador MVLRL al ángulo eléctrico ϕ_0 . Para el caso especial donde $g = 1$, la solución óptima dada en la ec. (63) se reduce a:

$$\mathbf{w}_o = \frac{\mathbf{R}^{-1}(\phi_0)}{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)}. \quad (64)$$

La respuesta del conformador de haz que se define en la ec. (64) se restringe a igualdad unitaria en el ángulo eléctrico ϕ_0 . En otras palabras, este conformador de haz se restringe

para producir una respuesta sin distorsión a través de la dirección de visibilidad correspondiente a ϕ_0 .

III.3 Determinación de la Potencia Espectral del Conformador de Haz de Capón.

El valor cuadrático medio mínimo (potencia promedio) de la salida del conformador de haz óptimo se puede expresar de la siguiente forma:

$$J_{\min} = \mathbf{w}_0^H \mathbf{R} \mathbf{w}_0. \quad (65)$$

Por lo tanto, sustituyendo (64) en (65) y simplificando, se obtiene:

$$\begin{aligned} J_{\min} &= \left(\frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)}{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)} \right)^H \mathbf{R} \mathbf{w}_0 \\ &= \frac{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{R} \mathbf{w}_0}{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)}, \end{aligned} \quad (66)$$

si se toma en cuenta la restricción: $(\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{w}_0) = [\mathbf{w}_0^H \mathbf{s}(\phi_0)]^H = 1$, entonces:

$$J_{\min} = \frac{1}{\mathbf{s}^H(\phi_0) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi_0)}. \quad (67)$$

El conformador de haz óptimo se restringe para que la señal objetivo pase a través de él con una respuesta unitaria, mientras al mismo tiempo se minimiza la varianza total de salida. Este proceso de minimización de varianza atenúa la interferencia y el ruido (el cual no se origina en el ángulo eléctrico ϕ_0). Por lo tanto, J_{\min} representa una estimación de la varianza de la señal que afecta el agrupamiento a través de la dirección correspondiente a ϕ_0 . Este resultado se puede generalizar para obtener una estimación de la varianza como una función de dirección, formulando J_{\min} como una función de ϕ . De esta manera, obtenemos el espectro de potencia (espacial) MVDR el cual se define como:

$$S_{MVDR}(\phi) = \frac{1}{\mathbf{s}^H(\phi) \mathbf{R}^{-1} \mathbf{s}(\phi)}, \quad (68)$$

donde:

$$\mathbf{s}(\phi) = [1, e^{-j\phi}, \dots, e^{-j\phi(M-1)}]^T. \quad (69)$$

El vector $\mathbf{s}(\phi)$ de $M \times 1$ se llama *vector de búsqueda espacial* (o más comúnmente llamado *vector de direccionamiento*) en el contexto del conformador de haz de la figura 9, y *vector de búsqueda frecuencial* con ω en lugar de ϕ para el filtro transversal de la figura 8. Por definición, $S_{\text{MVDR}}(\phi)$ o $S_{\text{MVDR}}(\omega)$ tiene la dimensión de potencia. Por lo tanto, su dependencia en el ángulo eléctrico ϕ a la entrada del conformador de haz o la frecuencia angular ω en la entrada del filtro transversal justifica que se refiera a él como una estimación del espectro de potencia. De hecho, comúnmente se le da el nombre de espectro de Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta o espectro de Capón. Nótese que en el contexto temporal, la potencia debida a otras frecuencias angulares diferentes a ω_0 , o las direcciones diferentes al ángulo prescrito ϕ_0 , en el contexto espacial, se minimizan. Por consiguiente, el espectro de Capón tiende a tener picos mejor formados y una resolución mucho más alta, comparado con los métodos no-paramétricos (clásicos).

Vale la pena señalar que el conformador-de-haz/analizador-de-espectro de Capón es un importante miembro de la familia de algoritmos de *super-resolución*. El término “super-resolución” o “alta resolución” se refiere al hecho de que una estimación de frecuencia o también llamado algoritmo de estimación de la dirección de llegada tiene, bajo condiciones cuidadosamente controladas, la habilidad de sobrellevar el comportamiento limitante de métodos clásicos basados en Fourier, con la limitante impuesta por la longitud finita del filtro transversal o apertura finita del agrupamiento lineal.

En su implementación práctica, este algoritmo emplea el enfoque de la Inversión Directa de la Matriz de Covarianza de Muestras (Litva, 1996), con lo que su velocidad de convergencia se incrementa al grado de poder utilizado en una aplicación en tiempo real.

III.4 Conclusiones.

En relación con el cumplimiento del objetivo de la tesis, en este capítulo se realizó el modelado del Método de Conformación de Haz de Capón, de donde se concluye que uno de los elementos núcleo de la conformación digital de haz, es la determinación de los pesos del agrupamiento, ya que de acuerdo a los requerimientos del sistema, serán éstos los que modifiquen las características de direccionamiento del haz de radiación asignado al agrupamiento de antenas. Además, se describió la ecuación del Espectro de Potencia del conformador, la cual proporciona el valor de potencia a la salida del agrupamiento dado un ángulo prescrito ó, mediante una variación de todos los ángulos permite obtener el diagrama de radiación en respuesta al criterio que se esté utilizando.

En el próximo capítulo se incluirá el Enfoque de Carga Diagonal al Conformador de Haz de Capón estándar, con el propósito de corregir algunos de los problemas prácticos que se presentan en este tipo de conformador (errores en el vector de direccionamiento y errores debidos a un bajo número de muestras de la señal).

Conformador de Haz de Capón Robusto Mediante el Enfoque de Carga Diagonal

IV.1 Introducción.

Como se estableció en el capítulo anterior, el conformador de haz de Capón depende de los datos presentes a la entrada del agrupamiento de antenas; de donde selecciona el vector de pesos en su etapa de ponderación de la señal con el fin de minimizar la potencia a la salida del agrupamiento. Esto está sujeto a una restricción lineal donde la señal de interés no sufre de distorsión alguna. Sin embargo, en la práctica, el conocimiento del vector de direccionamiento de la señal de interés es impreciso debido a las diferencias que existen entre el ángulo de llegada de la señal de interés calculado y el ángulo de llegada verdadero, o entre la respuesta del agrupamiento que se asume y la respuesta del agrupamiento verdadera (errores de calibración del agrupamiento). Cuando esto sucede, el desempeño del conformador de haz de Capón resulta menos favorable que el de los conformadores estándar, llegando incluso a considerar a la señal de interés como un interferente y como consecuencia se cancela (Li et al., 2003).

En el presente capítulo se analizará el problema de la Conformación de Haz Robusta mediante el enfoque de la Carga Diagonal, el cual se puede resumir como sigue: extender el conformador de haz MVDR Convencional a fin de mejorar la SINR a la salida del agrupamiento, inclusive cuando se disponga solamente del conocimiento aproximado del vector de direccionamiento $s(\phi)$.

IV.2 Robustez del Conformador de Capón Mediante el Enfoque de Carga Diagonal.

El desempeño de un conformador de haz adaptativo es muy sensible a los desajustes del vector de direccionamiento (Trees, 2002). En la presencia de tales errores, el conformador de haz tiende a malinterpretar a la señal de interés considerándola una interferencia y por consecuencia la suprime. Este fenómeno se llama auto-cancelación de la señal. Hasta ahora se han propuesto numerosos enfoques referentes a la Conformación de Haz Adaptativa Robusta con el fin de mejorar el desempeño de la conformación adaptativa (Trees, 2002), (Haykin, 2002), (Vorbyov, 2003), (Lorenz, 2005), (Li, 2003), (Shahbazpanahi, 2003). Entre estos enfoques, la carga diagonal se utiliza ampliamente debido a su simplicidad. Sin embargo, la manera de seleccionar el nivel de carga óptimo permanece aún como un problema abierto y crucial. Si este parámetro no se selecciona apropiadamente, la robustez del enfoque de carga diagonal puede ser insuficiente.

En opinión generalizada, el nivel de carga a elegir debe ser mayor que la potencia de ruido, pero menor que el eigen-valor de interferencia más bajo. La mayoría de los métodos sugeridos anteriormente son más bien ad-hoc en cuanto a la elección de la carga. Por ejemplo, ésta se puede colocar de 5 a 10 dB por encima de la potencia de ruido, o se puede fijar para que sea igual a la desviación estándar de las entradas diagonales de la matriz de covarianza. En otro estudio, la carga se calcula simplemente de acuerdo a los eigen-valores de la matriz de covarianza (Mestre, 2006). Dichos métodos definitivamente proporcionan una robustez mejorada. Sin embargo, como la carga elegida no se relaciona directamente a las incertidumbres del vector de direccionamiento, no hay garantía de que siempre sea óptima cuando la incertidumbre cambia. Como resultado, la mejora en robustez puede ser insuficiente (Lin, 2007).

Recientemente, se han propuesto algunos métodos (Vorbyov, 2003), (Lorenz, 2005) y (Li et al., 2003), los cuales determinan la carga óptima definiendo un conjunto de incertidumbre y optimizando el desempeño del conformador en el peor caso. Por esta razón, se refiere a esos métodos como Conformadores de Haz Adaptativos Robustos del Peor Caso. Este último enfoque tiende a superar a los enfoques ad-hoc que se mencionaron

anteriormente, ya que en este caso la carga se elige de manera adaptativa de acuerdo a la incertidumbre del vector de direccionamiento. Sin embargo, la carga óptima se continúa resolviendo en el presente principalmente por iteraciones; utilizando, por ejemplo, el método del programa cónico de segundo orden (SOCP) (Vorbyov, 2003) y el método de Newton (Li et al., 2003). Los métodos iterativos pueden sufrir de una convergencia lenta o simplemente no convergen, a menos que el punto inicial de búsqueda se seleccione muy cuidadosamente; en esos casos se tiene una carga computacional pesada inevitablemente. Además, los métodos iterativos ayudan poco en la cuestión de revelar qué factores pueden afectar la carga óptima y cómo contrarrestarlos. Algunos avances en este ámbito se obtienen en (Shahbazpanahi, 2003), donde se presenta la solución de forma cerrada del vector de pesos óptimos del Conformador de Haz de Capón Robusto del Peor Caso para una señal de rango general, en lugar de la carga óptima del mismo.

Debido a las ventajas que implica utilizar la carga diagonal, es necesario estudiar cómo se determina el nivel de carga óptimo de acuerdo a los parámetros del conformador: las incertidumbres del vector de direccionamiento, la potencia de la señal de interés, etc., para poder hacer una elección de la técnica más apropiada al asignar la carga. A continuación se muestra un ejemplo del enfoque del Conformador de Haz Robusto en el cual se calcula la carga diagonal mediante el método de Newton (Li et al., 2003), con esto se pretende demostrar los efectos de la carga diagonal sobre el conformador de haz de Capón. La carga diagonal para este caso se calcula precisamente en base al conocimiento de un conjunto de incertidumbre elipsoidal del vector de direccionamiento del agrupamiento.

IV.2.1 Formulación del Problema de Conformación de Haz Robusta.

Se considera un agrupamiento de antenas que consta de \mathbf{M} elementos, y donde \mathbf{R} denota la matriz de covarianza teórica del vector de salida del agrupamiento. Se asume además que $\mathbf{R} > 0$ (definida positiva) tiene la siguiente forma:

$$\mathbf{R} = \sigma_0^2 \mathbf{a}_0 \mathbf{a}_0^* + \sum_{k=1}^K \sigma_k^2 \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^* + \mathbf{Q}, \quad (70)$$

donde $(\sigma_0^2, \{\sigma_k^2\}_{k=1}^K)$ son las potencias de las $(K+1)$ señales no correlacionadas que inciden sobre el agrupamiento, $(a_0, \{a_k\}_{k=1}^K)$ son los vectores de direccionamiento (funciones de los parámetros de localización de las fuentes que emiten las señales, p. ej. sus direcciones de llegada), $(\cdot)^*$ denota el conjugado transpuesto, y \mathbf{Q} es la matriz de covarianza de ruido (el ruido consta de señales no direccionales, y por lo tanto, \mathbf{Q} usualmente es de rango completo, de manera opuesta a los demás términos en (70), cuyo rango es igual a uno). Enseguida, se asume que el primer término en (70) corresponde a la Señal de Interés (SdI) y los términos restantes de rango unitario a las K interferencias. Para evitar ambigüedades, se asume que:

$$\|\mathbf{a}_0\|^2 = M, \quad (71)$$

en donde $\|\bullet\|$ denota la norma Euclidiana. Nótese que la expresión anterior de \mathbf{R} se mantiene tanto para señales de banda estrecha como para las de banda ancha; en el caso anterior, \mathbf{R} es la matriz de covarianza a la frecuencia central, y en lo subsecuente \mathbf{R} será la matriz de covarianza a la frecuencia central de un segmento de frecuencias dado. En aplicaciones prácticas, \mathbf{R} se reemplaza por la matriz de covarianza de muestras $\hat{\mathbf{R}}$, donde

$$\hat{\mathbf{R}} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mathbf{x}_n \mathbf{x}_n^*, \quad (72)$$

donde N denota el número de muestras de señal (iteraciones) y \mathbf{x}_n representa la n -ésima muestra de señal.

El problema de Conformación de Haz Robusta en este caso, se puede establecer como sigue: extender el Conformador de Haz de Capón para que sea capaz de determinar la potencia de la Señal de Interés con precisión, incluso cuando se tenga disponible solamente el conocimiento aproximado de su vector de direccionamiento \mathbf{a}_0 . Específicamente, se supone que el único conocimiento que se tiene sobre \mathbf{a}_0 es que éste pertenece al siguiente elipsoide de incertidumbre:

$$[\mathbf{a}_0 - \bar{\mathbf{a}}]^* \mathbf{C}^{-1} [\mathbf{a}_0 - \bar{\mathbf{a}}] \leq 1, \quad (73)$$

en el cual se proporcionan los valores $\bar{\mathbf{a}}$ y \mathbf{C} (una matriz definida positiva).

IV.2.2 Conformador de Haz de Capón Robusto.

Del capítulo anterior, se observó que la formulación común del problema de conformación de haz que lleva a determinar al Conformador de Haz de Capón Estándar es como sigue:

Determinar el vector \mathbf{w}_0 (Mx1) el cual es la solución al siguiente problema cuadrático de restricción lineal:

$$\min_{\mathbf{w}} \mathbf{w}^* \mathbf{R} \mathbf{w} \quad \text{sujeto a la restricción:} \quad \mathbf{w}^* \mathbf{a}_0 = 1. \quad (74)$$

Donde $\mathbf{w}_0^* \mathbf{R} \mathbf{w}_0$ se usa como una estimación de la potencia (σ_0^2). La solución de pesos óptimos de (74) se deriva fácilmente como:

$$\mathbf{w}_o = \frac{\mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0}{\mathbf{a}_0^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0}. \quad (75)$$

Si se emplea (75) para determinar la estimación de potencia se tiene que:

$$\tilde{\sigma}_0^2 = \frac{1}{\mathbf{a}_0^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a}_0}. \quad (76)$$

Para derivar un Conformador de Haz de Capón Robusto¹, se utiliza la reformulación del problema del Conformador de Haz MVDR Convencional en base al conjunto incertidumbre descrito en (73). De esta manera, se tiene que:

$$\max_{\sigma^2, \mathbf{a}} \sigma^2 \quad \text{sujeto a } \mathbf{R} - \sigma^2 \mathbf{a} \mathbf{a}^* \geq 0 \quad (77)$$

para cualquier \mathbf{a} que satisfaga: $(\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}})^* \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}) \leq 1$,

donde se proporcionan los valores $\bar{\mathbf{a}}$ (centro de la elipsoide) y \mathbf{C} (Matriz del valor de la incertidumbre del error). Nótese que la primera línea anterior puede ser interpretada como un problema de ajuste de la covarianza: Dadas \mathbf{R} y \mathbf{a} , se desea determinar el término $\sigma^2 \mathbf{a} \mathbf{a}^*$ más grande posible de la Señal de Interés, que pueda ser una parte de \mathbf{R} ; bajo la restricción natural de que la matriz de covarianza residual sea semi-definida positiva. El problema de

¹ Robustez.- Grado de capacidad que presenta el conformador de haz para funcionar correctamente, incluso si las suposiciones que se hacen sobre su entorno son en parte violadas por el modelo real desde el cual se generaron los datos de entrada.

Conformación de Haz Robusta que se describe en (77) se puede reformular fácilmente como un programa semi-definido (Stoica, 2003), el cual requiere $O(\rho M^6)$ flops² si se utiliza el software tipo SeDuMi³ (Sturm, 1999) para resolverlo, donde ρ es el número de iteraciones. Sin embargo, el enfoque que se presenta enseguida solamente requiere $O(M^3)$ flops.

Dada \mathbf{a} , la solución de $\hat{\sigma}_0^2$ para (77) se da por la contraparte de (76) reemplazando \mathbf{a}_0 por \mathbf{a} , como se muestra en (Stoica, 2003). Por lo tanto, (77) se puede reducir al siguiente problema:

$$\min_{\mathbf{a}} \mathbf{a}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a} \quad \text{sujeto a} \quad (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}})^* \mathbf{C}^{-1} (\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}) \leq 1. \quad (78)$$

Sin pérdida de generalidad, se considera resolver (78) para $\mathbf{C} = \varepsilon \mathbf{I}$, p. ej., en el siguiente problema de optimización cuadrático bajo una restricción esférica:

$$\min_{\mathbf{a}} \mathbf{a}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a} \quad \text{sujeto a} \quad \|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 \leq \varepsilon. \quad (79)$$

Para excluir la solución trivial $\mathbf{a}=0$ en (79), se asume que:

$$\|\bar{\mathbf{a}}\|^2 > \varepsilon. \quad (80)$$

Debido a que la solución para (79) [bajo (80)] evidentemente ocurrirá sobre la frontera del conjunto restricción, (79) se puede reformular como el siguiente problema cuadrático con una restricción de igualdad cuadrática:

$$\min_{\mathbf{a}} \mathbf{a}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a} \quad \text{sujeto a} \quad \|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 = \varepsilon. \quad (81)$$

Este problema se puede resolver usando la metodología de los multiplicadores de Lagrange, la cual se basa en la función:

$$f = \mathbf{a}^* \mathbf{R}^{-1} \mathbf{a} + \lambda \left(\|\mathbf{a} - \bar{\mathbf{a}}\|^2 - \varepsilon \right), \quad (82)$$

² FLOPS es el acrónimo de *Floating point Operations Per Second* (operaciones de punto flotante por segundo). Se usa como una medida del rendimiento de una computadora, especialmente en cálculos científicos que requieren un gran uso de operaciones de punto flotante.

³ SeDuMi es un paquete de software utilizado en MATLAB para resolver problemas de optimización sobre conos simétricos. Ésto incluye optimización cónica lineal, cuadrática, de segundo orden, así como semi-definida y cualquier combinación entre ellas.

donde $\lambda \geq 0$ es el multiplicador de Lagrange. La diferenciación de (82) con respecto al vector \mathbf{a} proporciona la solución óptima $\hat{\mathbf{a}}_0$:

$$\mathbf{R}^{-1}\hat{\mathbf{a}}_0 + \lambda(\hat{\mathbf{a}}_0 - \bar{\mathbf{a}}) = 0. \quad (83)$$

Al resolver la ecuación anterior para $\hat{\mathbf{a}}_0$:

$$\hat{\mathbf{a}}_0 = \left(\frac{\mathbf{R}^{-1}}{\lambda} + \mathbf{I} \right)^{-1} \bar{\mathbf{a}} \quad (84)$$

$$= \bar{\mathbf{a}} - (\mathbf{I} + \lambda\mathbf{R})^{-1} \bar{\mathbf{a}}, \quad (85)$$

donde se usa el lema de inversión de matriz (Stoica, 1997) para obtener la segunda igualdad. El multiplicador Lagrange $\lambda \geq 0$ se obtiene como la solución a la ecuación de restricción:

$$g(\lambda) \triangleq \left\| (\mathbf{I} + \lambda\mathbf{R})^{-1} \bar{\mathbf{a}} \right\|^2 = \varepsilon. \quad (86)$$

Al descomponer la matriz de covarianza se tiene que:

$$\mathbf{R} = \mathbf{U}\mathbf{\Gamma}\mathbf{U}^*, \quad (87)$$

en donde las columnas de \mathbf{U} contienen los eigen-vectores de \mathbf{R} , y los elementos diagonales de la matriz diagonal $\mathbf{\Gamma}$, $\gamma_1 \geq \gamma_2 \geq \dots \geq \gamma_M$ son los eigen-valores correspondientes. Ahora bien, si se hace que \mathbf{z} sea:

$$\mathbf{z} = \mathbf{U}^* \bar{\mathbf{a}}, \quad (88)$$

enseguida, si \mathbf{z}_m denota el m-ésimo elemento de \mathbf{z} , (86) se puede escribir entonces como:

$$g(\lambda) = \sum_{m=1}^M \frac{|z_m|^2}{(1 + \lambda\gamma_m)^2} = \varepsilon. \quad (89)$$

Nótese que la función $g(\lambda)$ es decreciente de manera monótona con $\lambda \geq 0$. De acuerdo a (80) y (86), $g(0) > \varepsilon$, y por lo tanto, $\lambda \neq 0$. De (89) con γ_M y γ_1 , es posible obtener respectivamente los siguientes límites estrictos superior e inferior de la solución $\lambda > 0$:

$$\frac{\|\bar{\mathbf{a}}\| - \sqrt{\varepsilon}}{\gamma_1 \sqrt{\varepsilon}} \leq \lambda \leq \frac{\|\bar{\mathbf{a}}\| - \sqrt{\varepsilon}}{\gamma_M \sqrt{\varepsilon}}. \quad (90)$$

Si se elimina el 1 en el denominador de (89), se puede obtener otro límite superior sobre la solución λ de (89):

$$\lambda < \left(\frac{1}{\varepsilon} \sum_{m=1}^M \frac{|z_m|^2}{\gamma_m^2} \right)^{1/2}. \quad (91)$$

El límite superior en (91) es frecuentemente más estricto que el límite superior en (90), pero no siempre es así. Si se hace un resumen de todos estos hechos se puede demostrar que la solución $\lambda \geq 0$ para (89) es única y que ésta pertenece al siguiente intervalo:

$$\frac{\|\bar{\mathbf{a}}\| - \sqrt{\varepsilon}}{\gamma_1 \sqrt{\varepsilon}} \leq \lambda \leq \min \left\{ \left(\frac{1}{\varepsilon} \sum_{m=1}^M \frac{|z_m|^2}{\gamma_m^2} \right)^{1/2}, \frac{\|\bar{\mathbf{a}}\| - \sqrt{\varepsilon}}{\gamma_M \sqrt{\varepsilon}} \right\}. \quad (92)$$

Una vez que se determina el multiplicador de Lagrange, $\hat{\mathbf{a}}_0$ se calcula mediante (85), y $\hat{\sigma}_0^2$ se deduce sustituyendo \mathbf{a}_0 por $\hat{\mathbf{a}}_0$ en (76). Por lo tanto, la mayor demanda computacional de este tipo de Conformador de Haz Robusto se da por la eigen-descomposición de la matriz Hermitiana (complejo conjugado) de \mathbf{R} , la cual requiere de $O(M^3)$ flops. Por lo tanto, la complejidad computacional del enfoque Capón robusto es semejante a la del convencional. Enseguida, se puede observar que tanto la potencia como el vector de direccionamiento de la Señal de Interés se tratan como desconocidos en la formulación del conformador MVDR Robusto (bajo la restricción en (77)). Por lo tanto, hay una “ambigüedad de escalamiento” en el término de covarianza de la Señal de Interés, en el sentido de que (σ^2, \mathbf{a}) y $(\sigma/\alpha, \alpha^{1/2} \mathbf{a})$ (para cualquier $\alpha > 0$) da el mismo término $\sigma^2 \mathbf{a} \mathbf{a}^*$. Para eliminar esta ambigüedad, se utiliza el conocimiento de que $\|\mathbf{a}_0\|^2 = M$ [ver (71)] y, por lo tanto, σ_0^2 se estima como:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \hat{\sigma}_0^2 \|\hat{\mathbf{a}}_0\|^2 / M. \quad (93)$$

Los ejemplos numéricos en (Stoica, 03) confirman que $\hat{\sigma}_0^2$ es una estimación más precisa de σ_0^2 que $\hat{\sigma}_0^2$. En resumen, el enfoque robusto propuesto consiste de los siguientes pasos:

Conformador de Capón Robusto con Restricción Esférica:

Paso 1. Calcular la eigen-descomposición de la matriz de covarianza \mathbf{R} (o en forma práctica de $\hat{\mathbf{R}}$).

Paso 2. Resolver (89) para λ , por ejemplo, a través del método de Newton, utilizando el conocimiento de que la solución es única y que pertenece al intervalo en (92).

Paso 3. Use la λ obtenida en el paso 2 para obtener:

$$\hat{\mathbf{a}}_0 = \bar{\mathbf{a}} - \mathbf{U}(\mathbf{I} + \lambda\mathbf{\Gamma})^{-1}\mathbf{U}^*\bar{\mathbf{a}}, \quad (94)$$

donde la inversa de la matriz diagonal $\mathbf{I} + \lambda\mathbf{\Gamma}$ se calcula con facilidad. Nótese que (94) se obtiene de (85).

Paso 4. Calcule $\hat{\sigma}_0^2$ con:

$$\hat{\sigma}_0^2 = \frac{1}{\bar{\mathbf{a}}^*\mathbf{U}\mathbf{\Gamma}(\lambda^{-2}\mathbf{I} + 2\lambda^{-1}\mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma}^2)^{-1}\mathbf{U}^*\bar{\mathbf{a}}}, \quad (95)$$

donde la inversa de $\lambda^{-2}\mathbf{I} + 2\lambda^{-1}\mathbf{\Gamma} + \mathbf{\Gamma}^2$ se calcula también fácilmente. Nótese que \mathbf{a}_0 en (76) se reemplaza por la $\hat{\mathbf{a}}_0$ de (84) para obtener (95). Enseguida, se usa la $\hat{\sigma}_0^2$ en (93) para obtener la estimación de σ_0^2 .

En el ámbito de las comunicaciones inalámbricas, el objetivo es estimar la forma de onda de la Señal de Interés la cual se denota por $s_0(n)$. Una vez que se estima el vector de direccionamiento de la Señal de Interés, su forma de onda se puede estimar como sigue:

$$\hat{s}_0(n) = \hat{\mathbf{w}}_0^* \mathbf{x}_n \quad (96)$$

donde $\hat{\mathbf{a}}_0$ en (84) se emplea para reemplazar \mathbf{a}_0 en (75) y obtener así a $\hat{\mathbf{w}}_0$:

$$\hat{\mathbf{w}}_0 = \frac{\mathbf{R}^{-1}\hat{\mathbf{a}}_0}{\hat{\mathbf{a}}_0^*\mathbf{R}^{-1}\hat{\mathbf{a}}_0} \quad (97)$$

$$= \frac{\left(\mathbf{R} + \frac{1}{\lambda}\mathbf{I}\right)^{-1}\bar{\mathbf{a}}}{\bar{\mathbf{a}}^*\left(\mathbf{R} + \frac{1}{\lambda}\mathbf{I}\right)^{-1}\mathbf{R}\left(\mathbf{R} + \frac{1}{\lambda}\mathbf{I}\right)^{-1}\bar{\mathbf{a}}} \quad (98)$$

Nótese que el vector de pesos tiene la forma de carga diagonal excepto por el factor de escalamiento de valor real en el denominador de (98). Sin embargo, el factor de escalamiento no es realmente importante, dado que la calidad de la estimación de la forma de onda de la Señal de Interés se expresa típicamente por la Relación de Señal a Ruido más

Interferente:

$$SINR = \frac{\sigma_0^2 |\hat{\mathbf{w}}_0^* \mathbf{a}_0|^2}{\hat{\mathbf{w}}_0^* \left(\sum_{k=1}^K \sigma_k^2 \mathbf{a}_k \mathbf{a}_k^* + \mathbf{Q} \right) \hat{\mathbf{w}}_0}, \quad (99)$$

la cual es independiente del escalamiento del vector de pesos.

IV.3 Conclusiones.

En este capítulo se describió uno de los métodos más utilizados y eficaces para contrarrestar las deficiencias prácticas del conformador MVDR, la Carga Diagonal. Este método proporciona al conformador MVDR la Robustez necesaria para trabajar bajo entornos o situaciones adversas (con errores en el vector de direccionamiento, o con un bajo número de muestras de señal, etc.). De aquí se concluye que al utilizar la Carga Diagonal el Conformador MVDR convencional es capaz de mejorar la SINR a la salida del agrupamiento de antenas, inclusive en el caso en que solamente se dispone del conocimiento aproximado del vector de direccionamiento.

En el siguiente capítulo se presentan las simulaciones de los métodos MVDR y MVDR Robusto mediante Carga Diagonal, con el propósito de cuantificar y valorar el efecto de utilizar la carga diagonal en escenarios desfavorables.

Simulaciones del Conformador de Haz de Capón, Capón Robusto y Análisis de Resultados

V.1 Introducción.

El objetivo de este capítulo es presentar las simulaciones del Conformador Digital de Haz de Capón, así como de su versión Robusta mediante el enfoque de Carga Diagonal; cuyos modelos matemáticos se desarrollaron en los capítulos 3 y 4, respectivamente. Las estadísticas que se presentan tienen el propósito de valorar y cuantificar el efecto de utilizar la carga diagonal en escenarios adversos, haciendo especial énfasis en los resultados referentes a la SINR a la salida del conformador y a la velocidad de convergencia del algoritmo; dado que son los parámetros que más interesan a la hora de llevar el Conformador de Haz a la práctica. Además, en el tercer apartado se plantea una nueva técnica para agregar la Carga Diagonal al conformador de Haz de Capón tomando en cuenta la dispersión angular que la Señal de Interés pueda tener en un ambiente de comunicación real.

V.2 Escenarios de Simulación

En las simulaciones que se presentan a continuación se establecen las consideraciones y condiciones necesarias para cumplir con los objetivos que se plantearon en la presente disertación. Los modelos que se sugieren se tratarán de ajustar lo más posible a las condiciones reales del entorno de comunicación. A continuación se definen dos escenarios de simulación representativos.

V.2.1 Escenario de Simulación 1: Fuente de Interés Puntual.

El escenario planteado en esta primera simulación es el presentado en (Li et al., 03), con las siguientes consideraciones:

- Número de elementos de antena del agrupamiento (M): 10.
- Agrupamiento Lineal Uniformemente espaciado con separación entre elementos de $\lambda/2$.
- Número de fuentes interferentes: 2.
- Distribución espacial de las fuentes interferentes: $[60^\circ, 80^\circ]$.
- Relación Interferencia a Ruido (INR): 20 dB.
- Ubicación de la fuente de interés: 0° .
- Relación de la Señal de Interés contra el Ruido (TNR): 10 dB.
- Número de muestras de señal: 8,000 muestras.

Los valores promedio de las simulaciones se consiguen mediante el método de Montecarlo, repitiendo el experimento 100 veces.

Además se considera que la señal de interés y las señales interferentes son señales no correlacionadas y provienen de una fuente puntual (dispersión angular⁴ = 0°) ubicada en el campo lejano, teniendo un frente de onda plano.

En el caso donde se tiene un número bajo de muestras de señal (figura 10), se puede observar que a pesar de que tanto el conformador de Capón Estándar (CCE) como el Robusto (CCR), logran colocar la ganancia de la Señal de Interés (SdI) en 0 dB, ambos tienen una Relación Señal a Interferente más Ruido (SINR) muy baja; de hecho, para el caso del conformador estándar se puede apreciar una diferencia de 10 dB en la ganancia de lóbulos colocados en otras direcciones (lóbulos laterales) con respecto a la dirección de la SdI. Sin embargo, las señales interferentes se cancelan en un nivel de alrededor de 50 dB, lo que permite un buen aislamiento de la SdI con respecto a los interferentes direccionales.

⁴ Este concepto asociado a otro entorno de comunicación se detalla en el siguiente apartado.

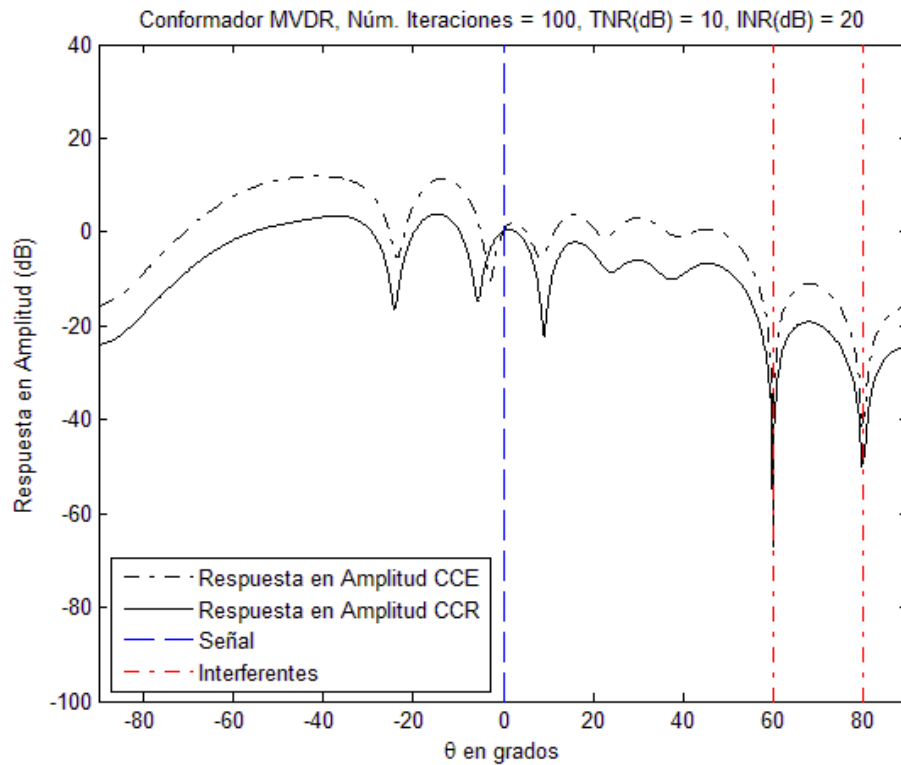


Figura 10: Conformadores MVDR (Capón) y Capón Robusto, muestras de señal = 100.

En la figura 11 la simulación se realiza con 8,000 muestras de señal. Se puede observar un incremento en el aislamiento de la señal de interés con respecto al ruido y los interferentes (SINR), aproximadamente 5 dB para el conformador de Haz de Capón Estándar y 10 dB para el Capón Robusto, además de que los interferentes direccionales se cancelan de manera efectiva a un nivel mayor de 60 dB con respecto a la SdI.

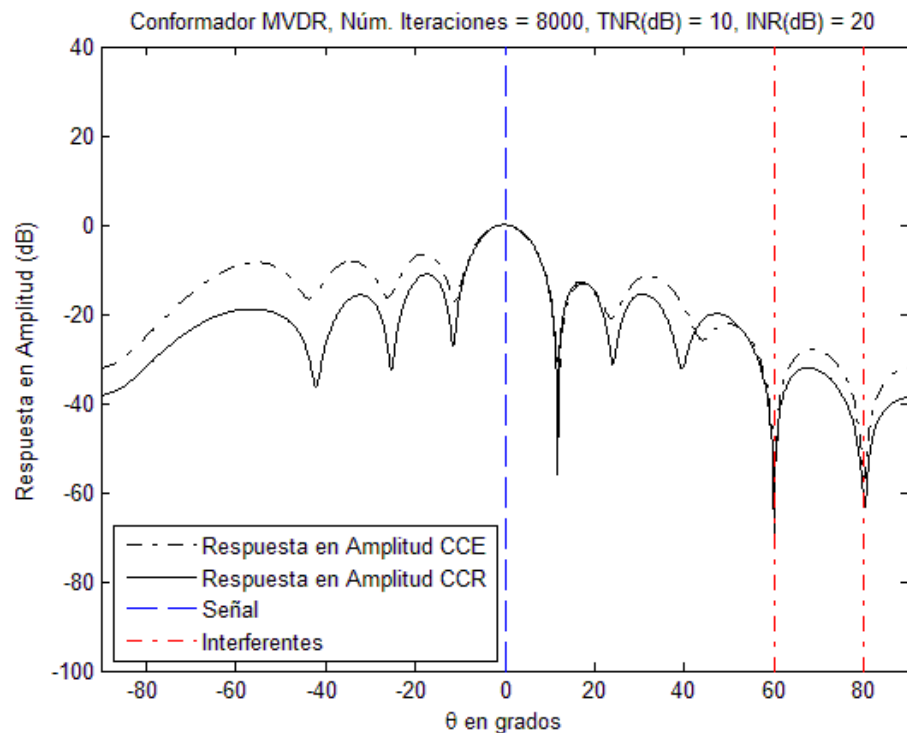


Figura 11: Conformadores MVDR (Capón) y Capón Robusto, muestras de señal =8,000.

La figura 12 muestra el diagrama de Potencia espectral de los conformadores de Capón Estándar y Capón Robusto, el cual se obtiene de variar ϕ 180 grados para calcular la potencia espectral a partir de la matriz de covarianza y el vector de direccionamiento de la señal de interés. En este diagrama se puede notar la alta resolución ($1^\circ @ -3\text{dB}$) que tiene este método de Conformación de Haz a la hora de determinar la potencia espectral. También se muestra, en la figura 13, una ampliación de la región donde se encuentra la Señal de Interés, con el fin de mostrar la pérdida de potencia que sufre el conformador robusto (aprox. 3 dB) y un ensanchamiento de haz de 1 dB a cada lado en comparación con el conformador de Capón estándar.

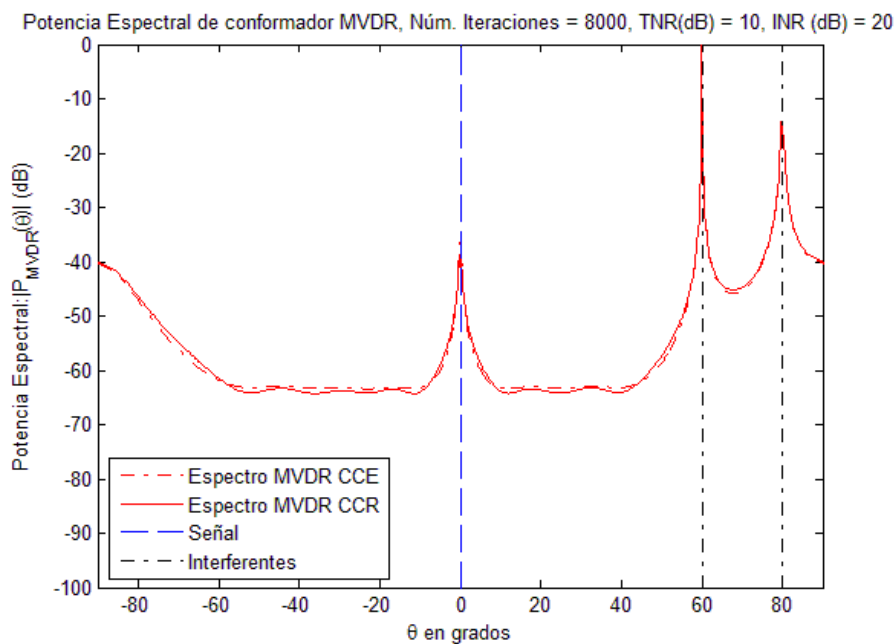


Figura 12: Diagrama de la Potencia Espectral de los Conformadores de Capón y Capón Robusto.

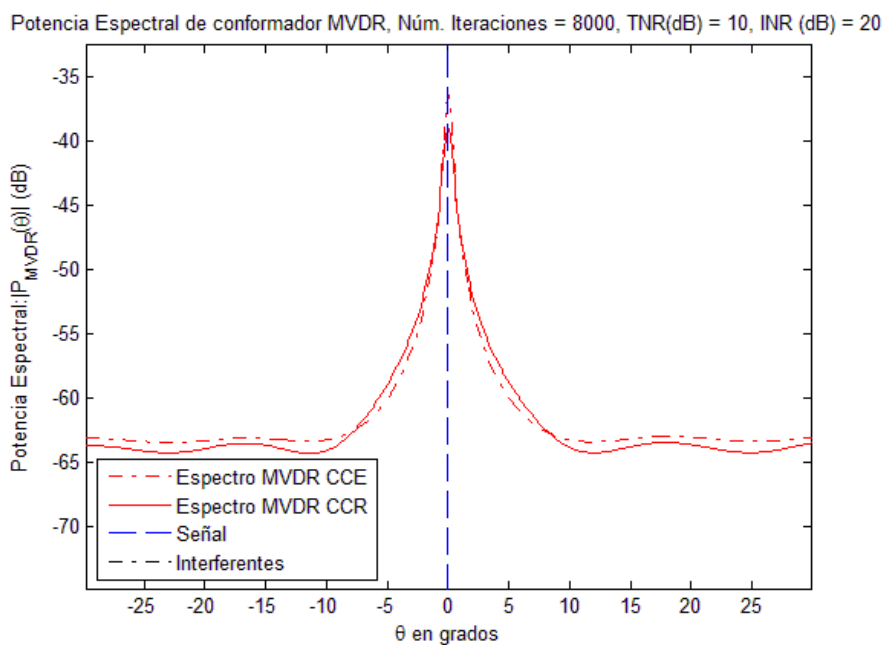


Figura 13: Ampliación del diagrama de Potencia Espectral de los Conformadores de Capón y Capón Robusto.

La figura 14 representa el efecto que tiene variar el número de muestras de señal al momento de estimar la potencia de la Señal de Interés (SdI). Se puede observar que la convergencia del algoritmo para el caso del conformador de Capón estándar se alcanza aproximadamente con 60 muestras de señal, mientras que para el caso del conformador de Capón robusto se alcanza con 20 muestras de señal. Ésto comprueba que a pesar de que solo se tenga un número reducido de muestras de señal, el conformador de Capón robusto puede detectar eficientemente la potencia de la SdI.

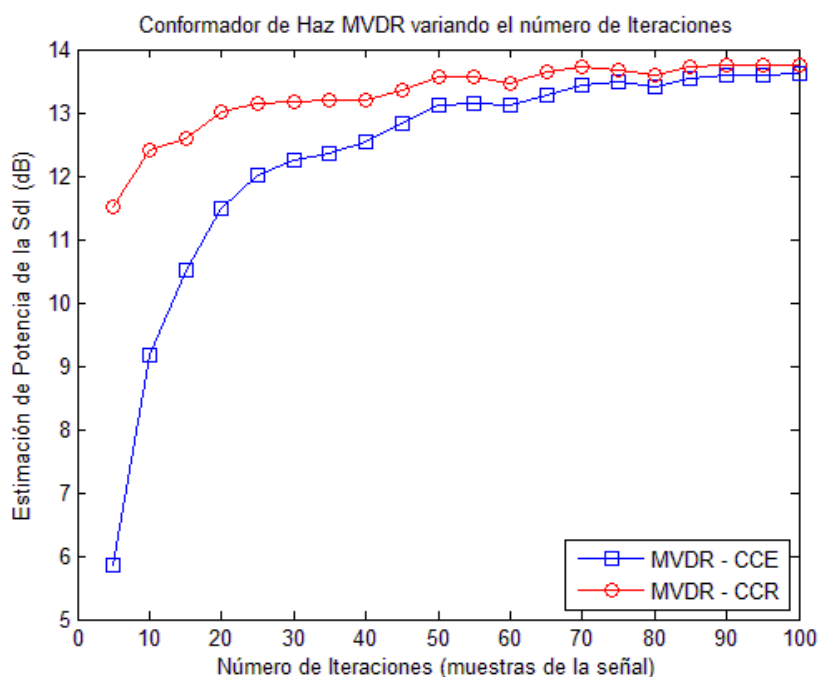


Figura 14: Convergencia de los algoritmos de Capón y Capón Robusto en la estimación de potencia de la SdI variando el número de muestras de señal.

En la figura 15 se muestra el efecto de la convergencia de los algoritmos de Capón estándar y robusto con respecto a la Relación Señal a Ruido más Interferente (SINR) presente a la salida del conformador al variar el número de muestras de señal. El conformador de Capón estándar tiene una SINR baja (3 dB menor) comparada con el Capón robusto. Se puede observar que la convergencia del algoritmo de Capón robusto se da aproximadamente con 2,000 muestras de señal. Sin embargo, a pesar de que el conformador de Capón estándar

utilice un número tan alto de muestras de señal (19,000 muestras) apenas logra 9 dB de SINR, el cual es el valor umbral de aislamiento para un Sistema GSM⁵.

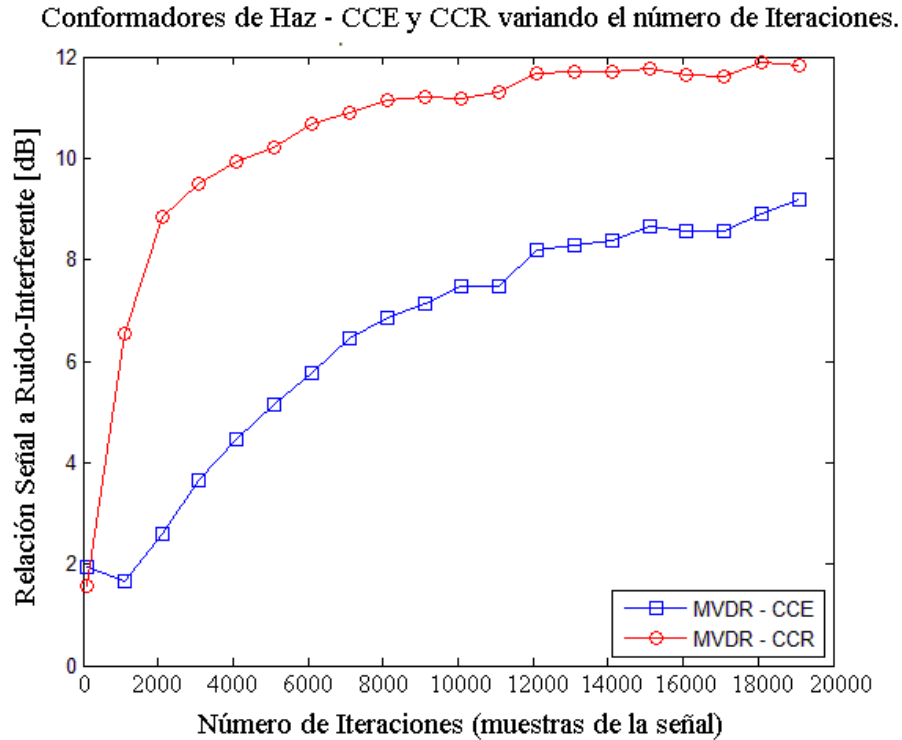


Figura 15: Convergencia de los algoritmos de Capón y Capón Robusto en la estimación de la SINR variando el número de muestras de señal.

En las figuras 16 y 17 se puede observar el valor hacia el cual convergen respectivamente la amplitud y la fase del peso del primer elemento del agrupamiento de antenas. En la tabla II se muestran los valores de dicha convergencia.

⁵ GSM.- Sistema Global para Comunicaciones Móviles (del inglés: Global System for Mobile Communications) es el estándar más popular en la telefonía celular en todo el mundo. Su promotor, la Asociación GSM estima que el 82% del mercado global móvil utiliza el estándar. (GSM world).

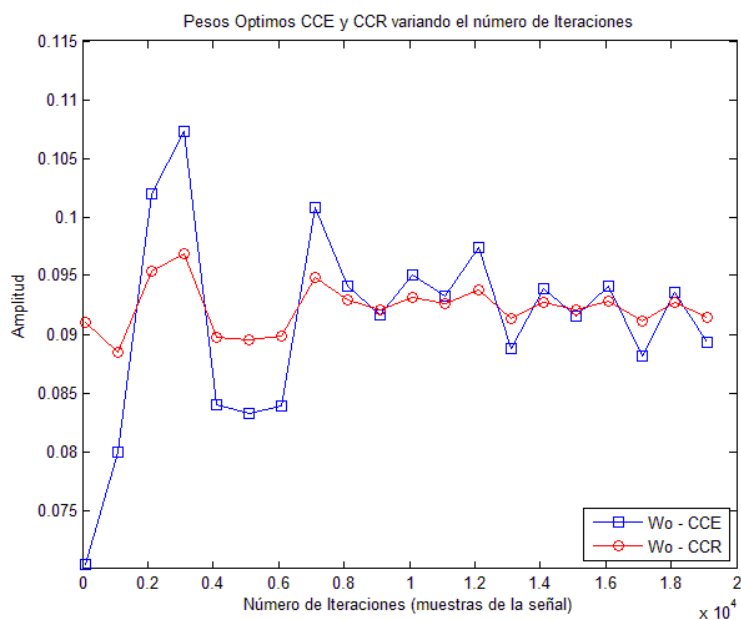


Figura 16: Amplitud del peso óptimo del primer elemento de antena con respecto a la variación en el número de muestras de señal.

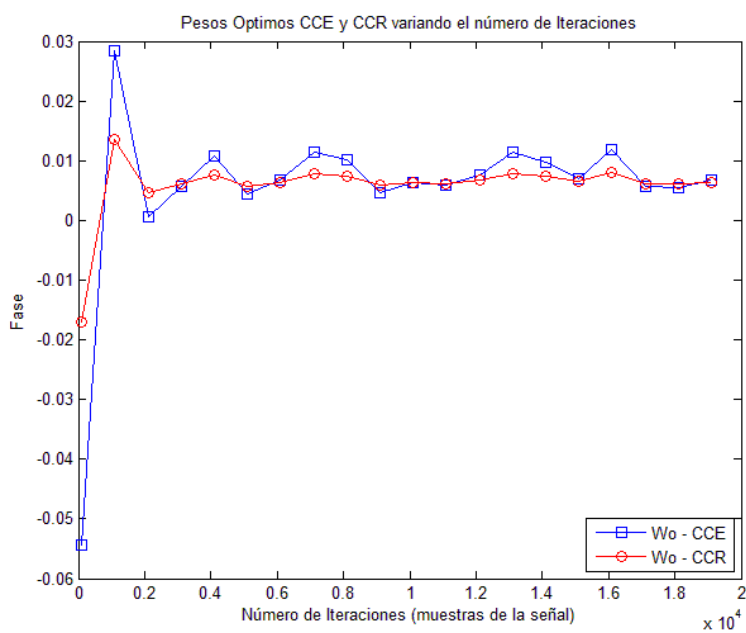


Figura 17: Fase del peso óptimo del primer elemento de antena con respecto a la variación en el número de muestras de señal.

TABLA II. Convergencia numérica de los pesos óptimos en los conformadores de Capón y Capón Robusto.

Núm. de Muestras de señal.	Conformador de Haz de Capón		Conformador de Haz Capón Robusto	
	w_0 (real)	w_0 (imag)	w_0 (real)	w_0 (imag)
100	0.0704	-0.0544	0.0910	-0.0170
1000	0.0799	0.0284	0.0885	0.0135
2000	0.1019	0.0007	0.0953	0.0046
3000	0.1073	0.0057	0.0968	0.0061
4000	0.0840	0.0109	0.0897	0.0077
5000	0.0832	0.0043	0.0896	0.0057
6000	0.0839	0.0067	0.0898	0.0064
7000	0.1008	0.0113	0.0949	0.0078
8000	0.0941	0.0101	0.0929	0.0074
9000	0.0916	0.0046	0.0921	0.0058
10000	0.0951	0.0063	0.0931	0.0063
11000	0.0933	0.0059	0.0926	0.0062
12000	0.0974	0.0076	0.0938	0.0067
13000	0.0888	0.0115	0.0913	0.0079
14000	0.0939	0.0097	0.0927	0.0073
15000	0.0915	0.0070	0.0921	0.0065
16000	0.0940	0.0119	0.0928	0.0079
17000	0.0882	0.0057	0.0911	0.0061
18000	0.0935	0.0056	0.0927	0.0061
19000	0.0893	0.0068	0.0914	0.0064

El valor hacia el cual convergen ambos conformadores (CCE y CCR) es aproximadamente:

0.0925+ 0.0064i.

V.3 Aportaciones al Estado del Arte en el *Ámbito* de la Conformación Digital de Haz Adaptativa.

V.3.1 Escenario de Simulación 2: Fuente de Interés con Dispersión Angular.

Con el fin de mejorar la robustez del método de Conformación Digital de Haz de Capón, en ésta sección se plantea, como aportación al estado del arte dentro del ámbito de la Conformación Digital de Haz Adaptativa, caracterizar el ambiente de comunicación del canal radio mediante el Modelo de Dispersión Gaussiano. Como se muestra en (Janaswamy, 2002) al elegir apropiadamente la desviación estándar de la región de dispersión, el Modelo de Dispersión Gaussiano se puede adaptar tanto para ambientes con dispersiones angulares muy pequeñas así como aquellos con valores de dispersión angular muy elevados. Consecuentemente estos resultados se pueden aplicar tanto para ambientes macrocelulares como para picocélulas⁶.

En este escenario de simulación se consideran los mismos parámetros que en el caso anterior. Sin embargo, en este caso la Señal de Interés conlleva cierta dispersión angular⁷, la cual tiene un comportamiento del tipo Gaussiano (figura 18). La Señal de Interés es una fuente puntual, sin embargo a su alrededor existen dispersores que la afectan de tal manera que los más cercanos son los que mayormente reflejan la señal y a medida que la distancia con respecto a la fuente es mayor, el efecto de los dispersores disminuye.

⁶ *En Comunicaciones Móviles Celulares, una Macro célula se define como la célula que tiene un radio mayor o igual a 35 km mientras que una Picocélula cubre apenas un radio menor o igual a 50 metros (según la Unión Internacional de Telecomunicaciones).*

⁷ *Dispersión Angular.- Es la variación en el ángulo de llegada de la Señal de Interés dada por el ángulo que delimita la región de dispersión con respecto a la Radio Base en un ambiente de comunicación inalámbrica (figura 18).*

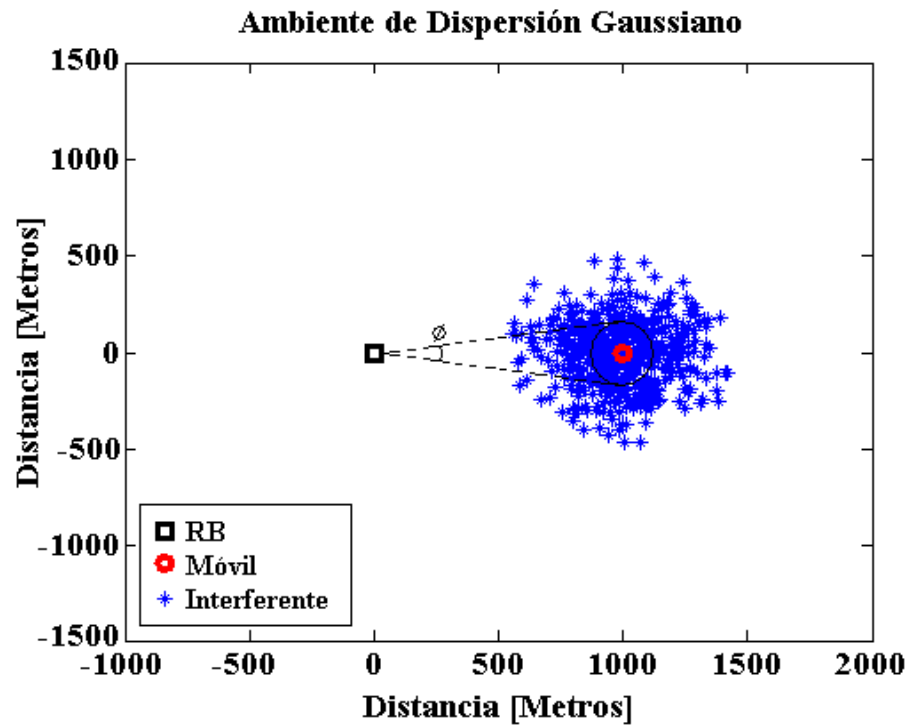


Figura 18: Escenario que muestra un ambiente de dispersión Gaussiano de la Señal de Interés.

En las figuras 19 y 20 se muestran los diagramas de respuesta en amplitud de señal para 100 y 8,000 muestras de señal respectivamente, dada una dispersión angular de la Señal de Interés de 20° (típico de un ambiente urbano). En este caso, debido al fenómeno de autocancelación de la Señal de Interés, tanto el conformador de Capon como el conformador de Capón robusto tienden a tener una pérdida mayor a 30 dB (en todos los casos) con respecto al valor teórico de 0 dB de la señal de interés. Con ésto se demuestra que ambos conformadores sufren un deterioro en su desempeño cuando se encuentran en un entorno con un valor elevado de dispersión angular.

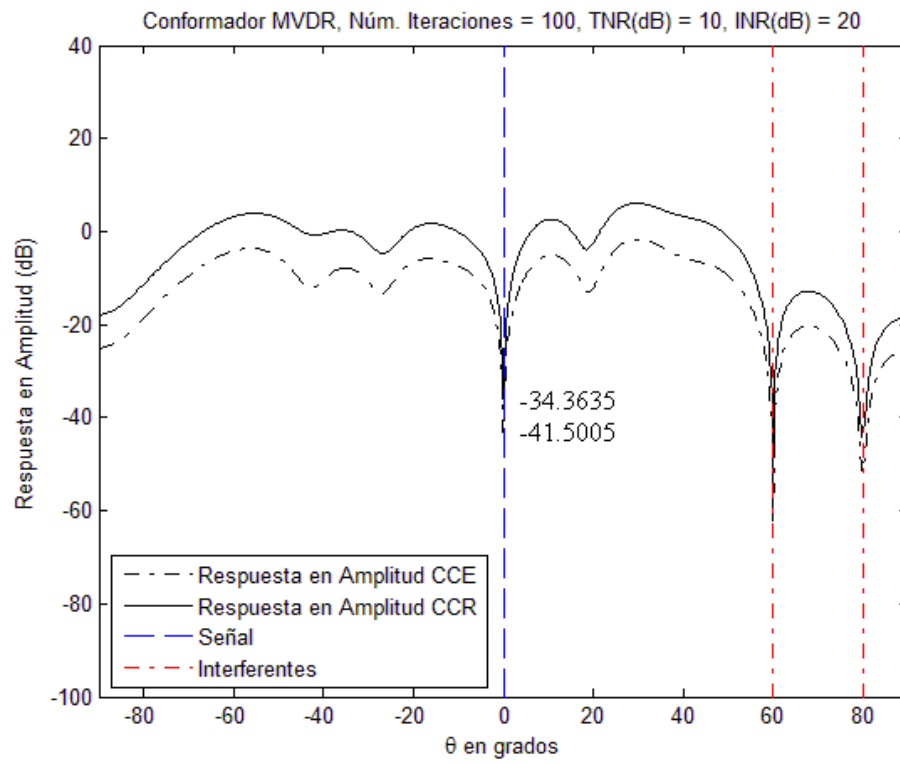


Figura 19: Respuesta en amplitud de los conformadores de Capón Estándar y Capón Robusto con dispersión angular de la SdI de 20° y utilizando 100 muestras de señal.

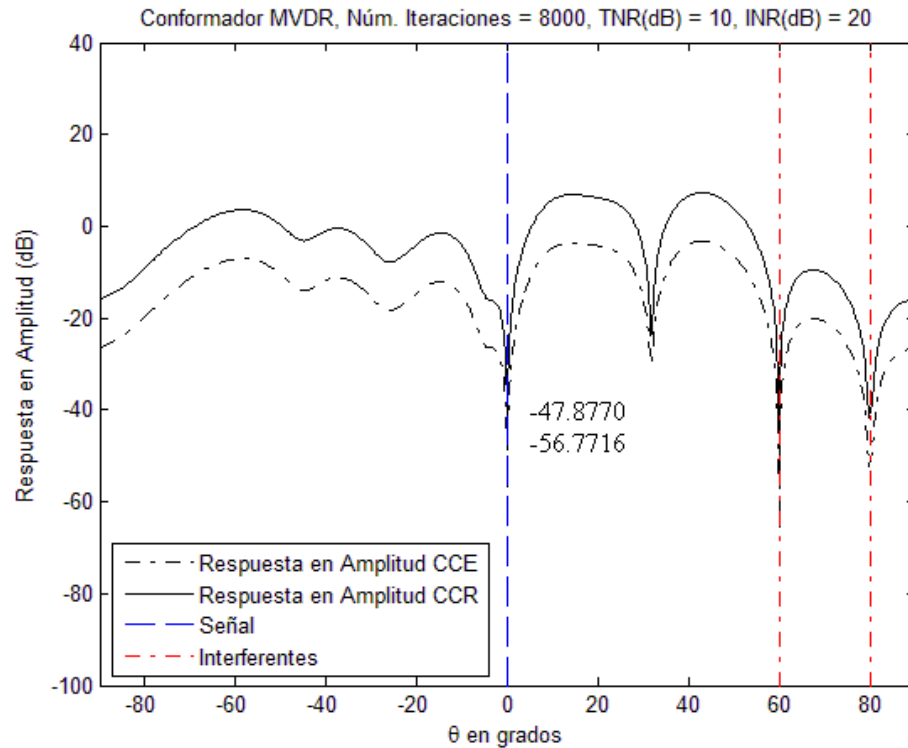


Figura 20: Respuesta en amplitud de los conformadores de Capón Estándar y Capón Robusto con dispersión angular de la SdI de 20° y utilizando 8,000 muestras de señal.

Como se puede observar de las simulaciones anteriores, la dispersión angular de la Señal de Interés puede llevar al fenómeno de autocancelación de la misma. Para cuantificar la disminución en la amplitud de potencia de la Señal de Interés, bajo las consideraciones que se plantean, en la tabla III se muestran los valores típicos de dispersión angular en ambientes de comunicación inalámbrica. A partir de estos valores de dispersión, se caracteriza el comportamiento de los conformadores de Capón estándar y Capón robusto debido a la dispersión angular de la Señal de Interés (figura 21).

Tabla III.- Ambientes de Comunicación Inalámbrica y sus valores típicos de Dispersión Angular.

Ambiente	D. A. [grados]	D. A. [radianes]
Rural	1°	0.0175
Urbano	20°	0.3491
Montañoso	30°	0.5236
C. Comercial	120°	2.0944
Interiores	360°	6.2832

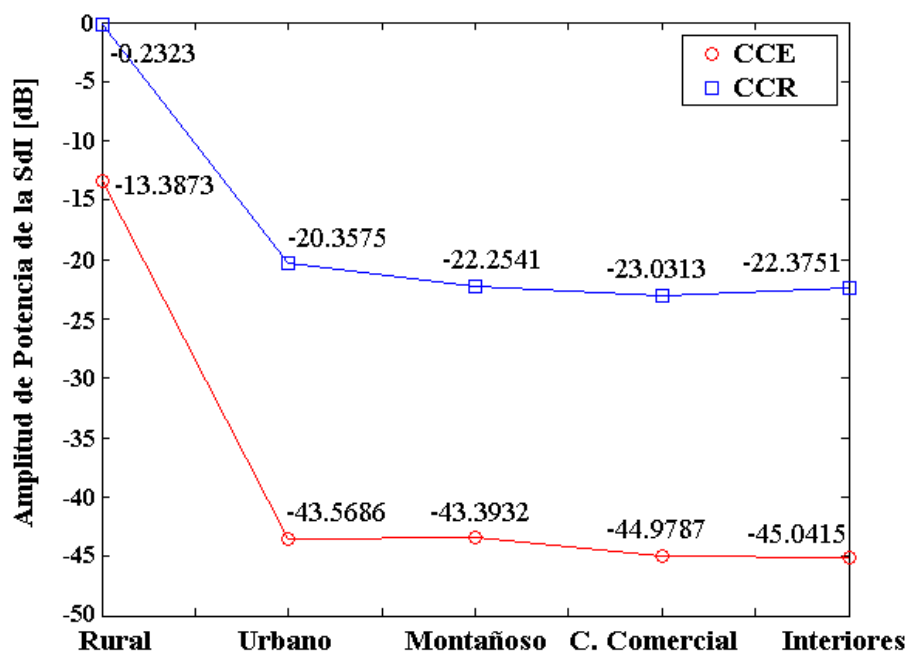


Figura 21: Pérdida en amplitud de potencia de la SdI con respecto al valor teórico de 0 dB variando la Dispersión Angular de la misma.

V.3.2 Escenario de Simulación 3: Conformador de Haz de Capón bajo un Ambiente de Comunicación con un Alto Valor de Dispersión Angular.

Los algoritmos de Conformación Digital de Haz de alta resolución para fuentes puntuales se han estudiado extensamente en décadas pasadas (Haykin, 2002), (Trees, 2002), (Godara, 2004), etc. Sin embargo, la suposición de una fuente puntual normalmente no se satisface en la práctica; tal es el caso de la comunicaciones móviles celulares, radar y sonar. Las multitrayectorias, desvanecimiento y la dispersión local de la fuente, entre otros; hacen que la fuente se presente distribuida espacialmente alrededor de una posición nominal (Jiang, 2005).

Como se demostró en el apartado anterior, la dispersión angular presente en la Señal de Interés puede llevar a la cancelación de la misma. Por ello es necesario desarrollar un modelo que incluya esta consideración y por lo tanto permita al conformador de Capón superar este inconveniente. Teniendo en cuenta lo anterior, y como aportación al estado del arte dentro de la conformación digital de haz para la tecnología de antenas inteligentes, en la figura 22 se muestra el diagrama de flujo del conformador de Capón robusto propuesto en este trabajo, el cual toma el nombre de Conformador de Capón Robusto Gaussiano; donde se resalta el hecho de que el nuevo vector de direccionamiento $\hat{\mathbf{a}}_0$ se calcula a partir del conocimiento que se tiene sobre la Señal de Interés la cual se encuentra dentro de una zona de dispersión Gaussiana. La robustez del conformador frente a los errores por dispersión angular se consigue mediante la adición de la carga diagonal a la matriz de covarianza, a partir de la cual se calcula el nuevo vector de pesos estimado $\hat{\mathbf{w}}_0$, así como su potencia estimada $\hat{\sigma}_0^2$.

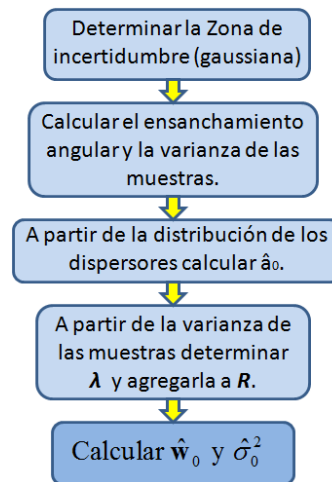


Figura 22: Conformador de Haz de Capón Robusto Gaussiano (CCRG).

Para la simulación de éste algoritmo de Conformación de Haz se toman en consideración los siguientes parámetros:

- Número de elementos de antena del agrupamiento (M): 10.
- Agrupamiento Lineal Uniformemente espaciado con separación entre elementos de $\lambda/2$.
- Número de fuentes interferentes: 2.
- Distribución espacial de las fuentes interferentes: $[-50^\circ, 20^\circ]$.
- Relación Interferencia a Ruido (INR): 20 dB.
- Ubicación de la fuente de interés: 0° .
- Relación de la Señal de Interés contra el Ruido (TNR): 10 dB.
- Número de muestras de señal: 8,000 muestras.

Características del Equipo de Cómputo utilizado:

CPU: Intel Centrino Duo T2250 @1.73 GHz.

MEMORIA RAM: 1014 Mb.

S.O.: Windows Vista Home Premium 32 Bits.

VERSIÓN DE MATLAB: R2007a.

En la figura 23 se muestra el ambiente de dispersión angular Gaussiano de la Señal de Interés, así como la gráfica de la densidad de probabilidad de los dispersores.

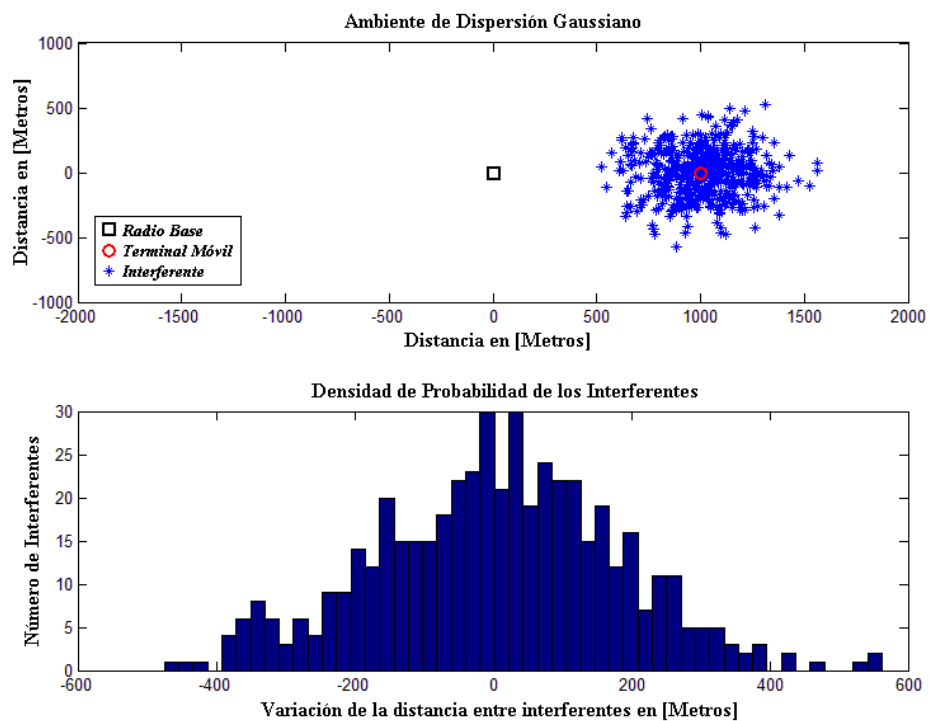


Figura 23: Ambiente de dispersión gaussiano y su gráfica de densidad de probabilidad.

En la figura 24 se proporciona el diagrama de radiación de los diferentes algoritmos del Conformador de Capón, mientras que en la tabla IV se muestran los valores de los parámetros característicos de la Conformación de Haz para cada uno de los mismos.

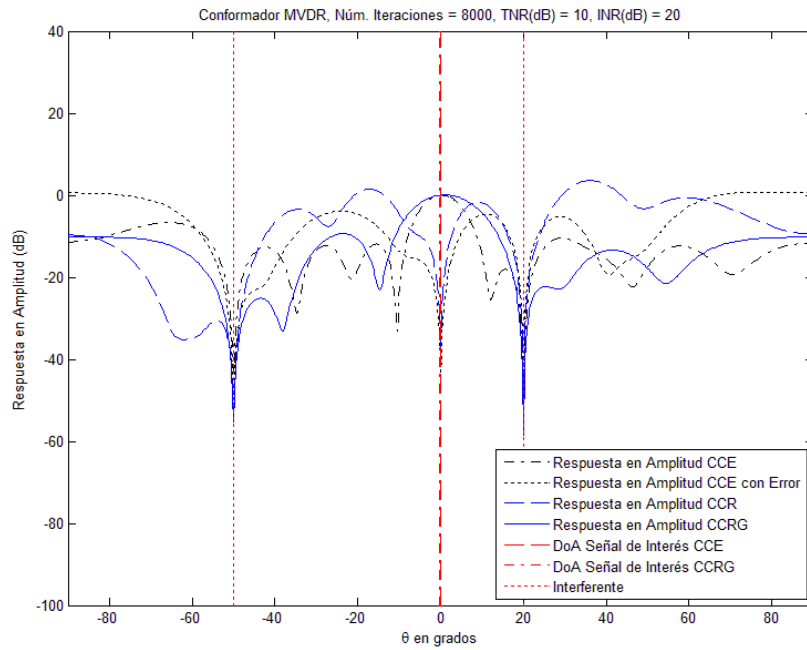


Figura 24: Diagrama de radiación para los diferentes algoritmos de Conformación de Haz de Capón.

Tabla IV. Parámetros característicos de los diferentes algoritmos de Conformación de Haz de Capón.

	CCE	CCE (errores)	CCR	CCRG
Amplitud de SdI [dB]	-0.0084	-41.3636	-38.9867	0.0104
SINR [dB]	6.6504	N/A	N/A	9.4530
Ancho de Haz (-3dB)	15.1200	N/A	N/A	22.6800
Potencia Espectral [dB]	-18.1626	-18.2309	-20.6553	-23.0145
Tiempo de Convergencia [seg]	0.7487	0.7539	1.0329	8.3439

De la caracterización anterior, podemos mencionar que el enfoque de Conformación de Haz de Capón propuesto en esta tesis, contrarresta los efectos que conlleva la dispersión angular de fuentes distribuidas (fuentes con dispersores a su alrededor). En la tabla IV se puede observar que mientras el enfoque propuesto CCRG y el CCE ideal colocan la potencia de la Señal de Interés en 0 dB, los demás conformadores tienen una pérdida de aproximadamente 40 dB en la dirección de dicha señal. Además, el aislamiento de la señal de interés con respecto a los interferentes y el ruido es de 9 dB, nivel umbral para un sistema de comunicaciones inalámbrico (Gorricho, 2002).

Para este caso particular de simulación, donde la señal de interés tiene un ensanchamiento angular de 20° , el ancho de haz a media potencia presente a la salida del conformador propuesto (22°), tiene la habilidad de cubrir la zona donde se encuentran los dispersores que afectan mayormente a la señal de interés.

El método de conformación de Haz CRG tiene la desventaja de que el pico de potencia espectral con respecto a la Señal de Interés decae (aprox. 5 dB con respecto al CCE), debido a que la potencia de esta fuente se encuentra dispersa dentro de una región angular. Asimismo, debe tomarse en cuenta que la velocidad de convergencia para este algoritmo es un tanto mayor (8 segundos para el CCRG, en lugar de 1 segundo para el caso CCR; cuando se toman 8,000 muestras de señal). No obstante, la velocidad de convergencia se puede mejorar drásticamente al utilizar Procesadores Digitales de Señal dedicados.

En la figura 25 se muestra la convergencia del algoritmo CCRG con respecto al aislamiento de la señal de interés contra los interferentes y el ruido (SINR) al variar el número de muestras de señal. Se puede observar en la gráfica que el nivel umbral de 9 dB en SINR se alcanza con aproximadamente 6,500 muestras de señal.

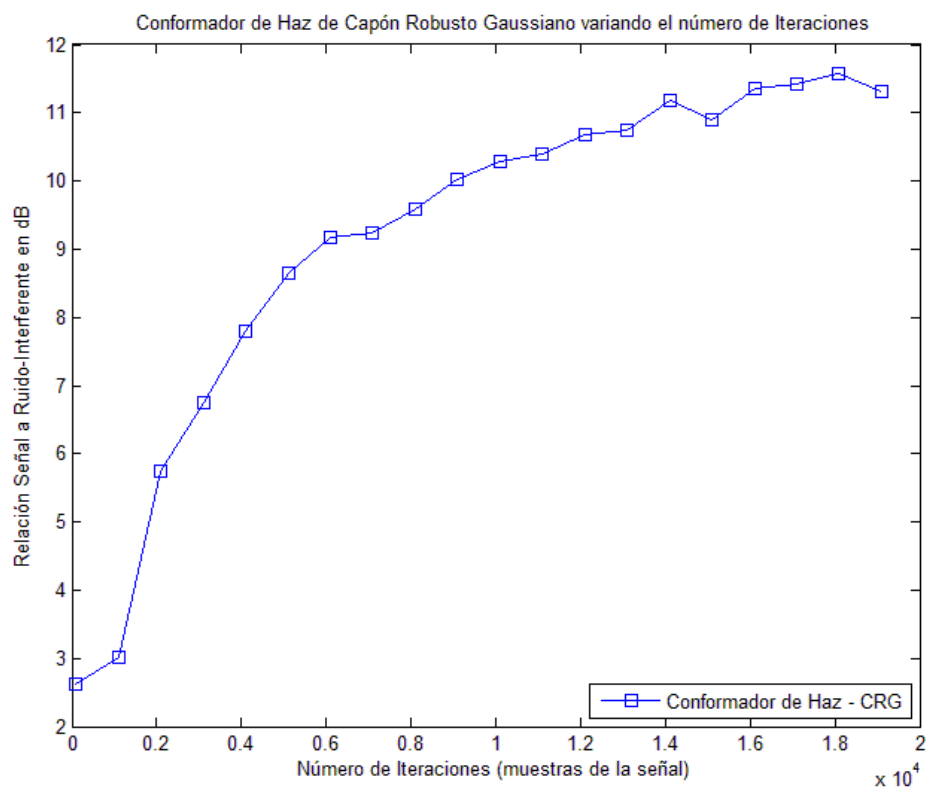


Figura 25: Convergencia del aislamiento del Conformador CCRG variando el número de muestras de señal.

V.4 Conclusiones.

De acuerdo a las consideraciones establecidas en el primer escenario de simulación de este capítulo, se encontró que el enfoque de Carga Diagonal tiene el efecto, en el caso del conformador de Capón robusto, de acelerar el tiempo de convergencia de éste. Además, al llevar a cabo la determinación del vector de direccionamiento de la señal de interés, la Carga Diagonal permite que el conformador de Capón adquiera la robustez necesaria para contrarrestar pequeños errores que se presentan comúnmente en un ambiente real; de tal manera que agregar el enfoque de Carga Diagonal convierte al conformador de Capón en una opción factible para la realización práctica en un Sistema de Antenas Inteligentes con bajo nivel de dispersión angular (ambientes rurales o con Dispersión Angular $<2^\circ$). Sin embargo, como se puede observar en el escenario de simulación 2, el enfoque propuesto en (Li et al., 2003) es insuficiente al calcular la Carga Diagonal para un ambiente con valor de Dispersión Angular relativamente alto ($>2^\circ$). En este caso, tanto el conformador Estándar como el Robusto, tienden a interpretar a la Señal de Interés como si fuera otro interferente más del sistema y por consiguiente se tiene una pérdida en la amplitud de potencia en ambos conformadores.

Por último, en el escenario de simulación 3 se propuso un nuevo enfoque: el Conformador de Capón Robusto Gaussiano; el cual toma en consideración que la fuente de interés puede presentar cierta dispersión angular y como se demostró, en ese caso tiene un desempeño superior que los otros Conformadores de Haz.

En el capítulo siguiente se realiza una revisión sobre las conclusiones generales del trabajo y su contribución al estado del arte.

Conclusiones y Aportaciones al Estado del Arte

De acuerdo a la metodología de investigación programada al inicio de este trabajo, y tomando en cuenta el planteamiento del problema y el objetivo de la presente tesis, a continuación se concluye sobre las principales aportaciones y los resultados obtenidos.

VI.1 Con respecto al método de conformación digital de haz de Capón.

Se describieron 3 de los criterios óptimos clásicos de Conformación Digital de Haz y algunos de los algoritmos básicos para implementarlos. En base al hecho de que el algoritmo de Capón (bajo el criterio óptimo de Varianza Mínima) en teoría tiene una mayor resolución espectral y menor tiempo de convergencia que los otros métodos anteriores, se procedió a modelar y simular dicho método. A continuación se muestran los aspectos más importantes del análisis que se realizó:

- Se simuló el conformador digital de haz de Capón en base al método propuesto en (Haykin, 2002), considerando su mayor resolución espectral y mejor velocidad de convergencia frente a otros métodos (p. ej., los basados en el criterio LMS y el de máxima SNR, respectivamente), para su utilización como referencia en la evaluación del desempeño del algoritmo de Capón robusto.

- Para la simulación de los escenarios y el análisis del desempeño de los algoritmos, se utilizó la plataforma MATLAB. En el modelo de señal, sólo se toma en cuenta la influencia de ruido blanco Gaussiano con media cero. Además, para simular las variaciones en el vector de direccionamiento de la señal de interés (errores de calibración y dispersión angular de la señal), se agrega ruido blanco gaussiano con media cero a la fase de cada uno de los elementos de antena.
- Durante las simulaciones, debido a que el algoritmo se aproxima a su respuesta óptima en cada muestreo de datos, no se tenía la confiabilidad de que la simulación proporcionaría una respuesta estable. De tal manera que se optó por emplear el análisis estadístico con el método de Montecarlo. Para obtener el vector de pesos complejos y la relación señal a ruido mas interferentes presente a la salida del conformador, se utilizaron 100 ejecuciones sucesivas en cada uno de los escenarios de simulación planteados. La condición de finalización del algoritmo se da directamente por el tamaño del bloque de muestras de señal que se utilice.
- A través de las simulaciones se determinó que la mejor Relación Señal a Ruido más Interferente, para minimizar el fenómeno de lóbulos tipo rejilla⁸, se alcanza utilizando entre 8 y 12 elementos de antena. Por lo tanto, se utilizaron 10 elementos de antena con separación uniforme para todas las simulaciones.
- Con respecto al desempeño del algoritmo de Capón, se demostró que aunque en teoría posee una alta resolución espectral, uno de sus mayores inconvenientes es la alta sensibilidad que presenta a pequeños errores en el vector de direccionamiento (lo que lleva al fenómeno de cancelación de la señal de interés); además de que necesita un número relativamente grande de muestras de señal (20,000 muestras) para que pueda converger al valor umbral normalizado de 9 dB de SINR.

⁸ *En el diagrama de radiación de la antena, los lóbulos tipo rejilla son las fuertes interferencias constructivas que se presentan en otras direcciones además de la dirección del lóbulo principal previsto.*

VI.2 En relación con el enfoque de Carga Diagonal aplicado al método de conformación digital de haz de Capón.

Una vez detectados los problemas que se presentan en la realización del conformador de Capón, se procedió a modelar y simular el método de conformación de haz de Capón robusto, el cual tiene como objetivo permitir al conformador de Capón tolerar los inconvenientes que conlleva su utilización en un ambiente de comunicación real.

- Se estudió el enfoque de Carga Diagonal como medio para robustecer el método de Conformación de Haz de Capón, debido a que es un método que ha probado ser eficaz al tratar con los problemas referentes a los errores presentes en el vector de direccionamiento. Además de que existe una notoria tendencia en la literatura reciente a utilizar dicho enfoque.
- Se modeló y simuló el conformador de haz de Capón robusto, en base al trabajo reportado por (Li et al., 2003); el cual agrega la Carga Diagonal al conformador de haz, tomando en consideración zonas de incertidumbre para el vector de direccionamiento de forma circular y elipsoide.
- El problema principal asociado a la realización del conformador de haz de Capón robusto, radica en la elección del valor de Carga Diagonal a emplear con el fin de solventar los problemas que implican errores en el vector de direccionamiento de la señal de interés; así como los problemas derivados de utilizar un número reducido de muestras de señal, para llevar a cabo el proceso de conformación de haz. Este problema se resuelve utilizando el método de Newton para encontrar la carga óptima de acuerdo a la región de incertidumbre del vector de direccionamiento de la señal de interés.

- Al comparar el desempeño del método de Capón robusto con el del método de Capón estándar, se comprobó que, para pequeños errores en el vector de direccionamiento de la señal de interés, el conformador robusto tiene la capacidad de direccionar el haz de radiación principal hacia el objetivo, colocando una ganancia unitaria en dicha dirección y atenuando el ruido y los interferentes en las demás direcciones, al contrario del método estándar que tiene un desempeño pobre en este sentido. Además, se pudo observar en las simulaciones que el conformador robusto alcanza una mayor SINR a la salida del sistema, comparado con el método de Capón estándar, y que el tiempo de convergencia utilizando el método Capón robusto es mucho menor (aproximadamente 1 seg. para 8,000 muestras de señal).
- También, durante las simulaciones, se evaluó la tolerancia a los errores debidos a la dispersión angular de la señal de interés de los métodos de conformación de haz de Capón y Capón robusto; encontrando que, con variaciones mayores a 2° con respecto al vector de direccionamiento original se presentaba el fenómeno de auto-cancelación de la señal de interés. Para el caso donde la señal de interés conlleva un valor de dispersión angular muy elevado, *se propuso un nuevo método de conformación de haz de Capón basado (de igual manera que el método robusto) en el enfoque de Carga Diagonal, pero tomando en cuenta la zona de dispersión angular que la señal de interés pueda tener en un momento dado.*
- El conformador de haz de Capón robusto Gaussiano, el cual toma en consideración la zona de dispersión angular de la señal de interés; demostró, durante las simulaciones, proporcionar una mayor robustez al algoritmo original de Capón (Haykin, 2002); habilitándolo para trabajar en ambientes con un alto valor de dispersión angular de señal y/o errores de calibración significativos en el agrupamiento de antenas. Sin embargo por sus características se ve comprometido el ancho de haz principal (aumenta considerablemente para cubrir la zona de dispersión de la señal de interés) y su nivel de SINR aún se encuentra cerca del umbral de 9 dB.

Las aportaciones principales de este trabajo de investigación son:

- 1.- La realización de un conformador digital de haz en base al método de Capón robusto, como seguimiento al estado del arte.
- 2.- La introducción del análisis y evaluación del comportamiento de los conformadores de haz, en un ambiente de dispersión angular de la señal de interés del tipo Gaussiano; el cual permitió observar el fenómeno de auto-cancelación en los conformadores de Capón estándar y Capón robusto.
- 3.- El modelado y simulación de un nuevo método de conformación de haz: *el conformador de Capón robusto Gaussiano*, como aportación al estado del arte; ya que es la primera vez que se incluye un modelo de señal con dispersión angular (de distribución Gaussiana) de la señal de interés para desarrollar un conformador digital de haz.

VI.3 Publicaciones del resultado del trabajo de investigación.

A partir del trabajo realizado en esta tesis, se generaron las siguientes publicaciones:

- 1.- “Caracterización de un Conformador de Haz Digital por el Método de Mínima Varianza sin Distorsión en la Respuesta”. Presentado en el Encuentro de Investigación en Ingeniería Eléctrica (ENINVIE), Marzo 2008, Zacatecas.
- 2.- “Robust MVDR Beamformer under a Communications Environment with High Value of Angular Spread”. A someterse a una revista internacional de la especialidad.

De acuerdo a los objetivos planteados al inicio de esta tesis, y con los resultados obtenidos durante su proceso, se puede establecer que se ha cumplido satisfactoriamente con el trabajo de investigación planeado. Además, se incluyeron aportaciones no contempladas al principio de dicha investigación.

VI.4 Trabajo Futuro.

Como recomendaciones, para líneas futuras de investigación basadas en el problema que se abordó en este trabajo, se mencionan las siguientes:

- Aplicar la teoría del estimador de Capón robusto para DoA nominal propuesto por (Jiang, 2005), para combinarlo con el algoritmo de conformación de haz de Capón robusto gaussiano y obtener así un sistema más completo de antena inteligente.
- Combinar las características de la alta velocidad de convergencia del método propuesto por (Li et al., 2003) con el método propuesto en esta tesis, que toma en cuenta la dispersión angular de la señal de interés, para diseñar un nuevo algoritmo que sea robusto frente a incertidumbres en el vector de direccionamiento a un número pequeño de muestras de señal.
- Emplear agrupamientos de antena con otras geometrías (circulares o planares) en la determinación del modelo de señal, con el fin de mejorar la robustez del método.

Referencias:

- Capon J., 1969, High Resolution Frequency-Wavenumber Spectral Analysis, Proc. of the IEEE, 57 (8): 1408-1418.
- Compton R. T. y DiCarlo D. M., 1978, Reference Loop Phase Shift in Adaptive Arrays, Transactions on Aerospace and Electronic Systems, IEEE, AES-14 (4): 599-607.
- Dorny, C. N., 1975, *A Vector Space Approach to Models and Optimization*, Wiley-Interscience, 22 (4): 686-686.
- Frost O. L., 1972, An Algorithm for Linearly Constrained Adaptive Array Processing, Proc. of the IEEE, 60 (8): 926-935.
- Godara L., 2004, Lal Chand Godara, *Smart Antennas*, CRC Press, 101-182.
- Haykin S., 2002, *Adaptive Filter Theory*, 4th Ed., Prentice Hall, 115-120.
- Janaswamy R., 2002, Angle and Time of Arrival Statistics for the Gaussian Scatter Density Model, IEEE, 1(3): 488-497.
- Jiang B., Sun C. y Zhu Y., 2005, Robust Capon Estimator for the Nominal DOA's and Angular Spreads of Distributed Sources, IEEE, 2: 735-738.
- Li Jian, P. Stoica, y Z. Wang, 2003, On Robust Capon Beamforming and Diagonal Loading, IEEE Trans. Signal Processing, 51 (7): 1702-1715.
- Lin Jing-ran, Qi-cong Peng, y Huai-zong Shao, 2007, On Diagonal Loading for Robust Adaptive Beamforming Based on Worst-Case Performance Optimization, ETRI Journal, 29 (1): 50-58.
- Litva J., Kwok-Yeung T., 1996, *Digital Beamforming in Wireless Communications*, Artech House, 35-54.
- Lorenz R.G. y Boyd S.P., 2005, Robust Minimum Variance Beamforming, IEEE Trans. Signal Processing, 53 (5):1684-1696.
- Mestre X. y Lagunas M.A., 2006, Finite Sample Size Effect on Minimum Variance Beamformers: Optimal Diagonal Loading Factor for Large Arrays, IEEE Trans. Signal Processing, 54 (1): 69-82.

- Monzingo R. y Miller T., 1980, *Introduction to Adaptive Arrays*, Wiley and Sons, part II: 54 pp.
- Rappaport T. y J. Liberty, 1999, *Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications*, Prentice Hall, 215-251.
- Shahbazpanahi S., A.B. Gershman, Z.Q. Luo, and K.M. Wong, 2003, Robust Adaptive Beamforming for General-Rank Signal Models, *IEEE Trans. Signal Processing*, 51 (9): 2257-2269.
- Song Xin, Wang Jinkuan, Han Yinghua y Dan Tian, del 16-21 de Julio del 2006, Neural Network-Based Robust Adaptive Beamforming, *International Joint Conference on Neural Networks '06*, 1758 – 1763.
- Stoica P., Wang Z., y Li J., 2003, Robust Capon Beamforming, *IEEE Signal Processing Letter*, 10 (6): 172-175.
- Stoica P. y Moses R. L., 1997, *Introduction to Spectral Analysis*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 316 pp.
- Sturm J. F., 1999, Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox form optimization over symmetric cones, *Optimization Methods and Software*, 11-12: 625-653.
- Szabo N. S. y Tanaka R. I., 1967, *Residue Arithmetic and Its Applications to Computer Technology*, McGraw-Hill, New York, 236 pp.
- Trees H. L., 2002, *Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part IV, Optimum Array Processing*, Wiley, New York, 1443 pp.
- Van Veen B. D y Buckley K.M., 1988, Beamforming: A Versatile Approach to Spatial Filtering, *IEEE Acoustics, Speech and Signal Processing Magazine*, 5 (2): 4-24.
- Velázquez Jasso Alejandro A., 2002, Modelado y Simulación del Conformador Digital de Haz en antenas inteligentes empleando optimización de pesos, tesis de maestría en ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones, CICESE, 223 pp.
- Vorbyov S. A., Gershman A. B., y Luo Z.Q., 2003, Robust Adaptive Beamforming Using Worst-Case Performance Optimization: A Solution to the Signal Mismatch Problem, *IEEE Trans. Signal Processing*, 51 (2): 313-324.

- Wang Min, Yang Shuyuan y Wu Shunjun, 2005, A beamforming method in UWB pulse array based on neural network, IEEE ISCAS, 4: 3946 – 3949.
- Widrow B., Mantey P. E., Griffiths L. J., y Goode B. B. , 1967, Adaptive Antenna Systems, Proc. of the IEEE, 55 (12): 2143-2159.
- Woodbury Max A., 1950, Inverting modified matrices, Memorandum Rept. 42, Statistical Research Group, Princeton University, Princeton, NJ, 1950, 4 pp.
- Yepes Arbeláez Leonardo Fabio, 2006, Conformación Digital de Haz Adaptativo Vía Método de Proyección Paralela en Agrupamientos de Antenas, tesis de maestría en ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones, CICESE, 96 pp.
- Juan A. Zamora, 2002, Modelado y Simulación de Técnicas de Conformación de Haz para Antenas Inteligentes, tesis de maestría en ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones, CICESE, 297 pp.
- <http://www.gsmworld.com/news/statistics/index.shtml>, revisado el 3 de Julio del 2008.

Apéndice A. Método de los Multiplicadores de Lagrange

La optimización consiste en determinar los valores de algunas variables especificadas que minimizan o maximizan un *índice de desempeño* o *función costo*, la cual combina una importante propiedad del sistema en un número de valor real sencillo. La optimización puede ser restringida o sin restricciones, lo que depende de si se requieren o no variables para satisfacer ecuaciones laterales. Los requerimientos adicionales para satisfacer una o más ecuaciones laterales complica el problema de optimización restringida. En este apéndice se deriva el método clásico de los multiplicadores de Lagrange para resolver la versión compleja de un problema de optimización restringida. La notación que se usa en la derivación tiene la influencia de la naturaleza de las aplicaciones de interés. Se considera primero el caso donde el problema implica una ecuación lateral sencilla, seguida por el caso más general de ecuaciones laterales múltiples.

A.1 Optimización Implicando una Restricción de Igualdad Sencilla.

Se considera la minimización de una función de valor real $f(\mathbf{w})$ que es una función cuadrática de un vector \mathbf{w} , sujeto a la restricción:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{s} = g \quad (\text{A.1})$$

Donde \mathbf{s} es un vector prescrito y g es una constante compleja. Se puede redefinir la restricción introduciendo una nueva función $c(\mathbf{w})$ que es lineal en \mathbf{w} , dada por:

$$\begin{aligned} c(\mathbf{w}) &= \mathbf{w}^H \mathbf{s} - g \\ &= 0 + j0 \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

En general, los vectores \mathbf{w} y \mathbf{s} y la función $c(\mathbf{w})$ son todos complejos. Por ejemplo, en una aplicación de conformador de haz el vector \mathbf{w} representa un conjunto de pesos complejos aplicados a las salidas individuales de los sensores, y \mathbf{s} representa el vector de direccionamiento cuyos elementos se definen por una dirección de visibilidad prescrita; la función $f(\mathbf{w})$ a ser minimizada representa el valor medio cuadrático del total de salidas del conformador de haz. En una aplicación de recuperación de armónicas, \mathbf{w} representa el vector de etapa de pesos de un filtro transversal, y \mathbf{s} representa un vector sinusoidal cuyos

elementos se determinan por la frecuencia angular de una senoide compleja contenida en la entrada del filtro; la función $f(\mathbf{w})$ representa el valor cuadrático medio de la salida del filtro. Dado el hecho de que el problema es uno de minimización, se puede establecer el problema de optimización restringida como sigue:

$$\begin{aligned} &\text{Minimizar una función de valor real } f(\mathbf{w}), & (A.3) \\ &\text{sujeto a la restricción } c(\mathbf{w}) = 0 + j0 \end{aligned}$$

El método de los multiplicadores de Lagrange convierte el problema de minimización restringida descrito anteriormente en uno de minimización sin restricciones introduciendo *multiplicadores de Lagrange*. Primero se utiliza una función real $f(\mathbf{w})$ y la función de restricción compleja $c(\mathbf{w})$ para definir una nueva función de valor real:

$$h(\mathbf{w}) = f(\mathbf{w}) + \lambda_1 \text{Re}[c(\mathbf{w})] + \lambda_2 \text{Im}[c(\mathbf{w})] \quad (A.4)$$

donde λ_1 y λ_2 son multiplicadores de Lagrange reales, y

$$c(\mathbf{w}) = \text{Re}[c(\mathbf{w})] + j \text{Im}[c(\mathbf{w})] \quad (A.5)$$

Al definir un multiplicador de Lagrange complejo:

$$\lambda = \lambda_1 + j\lambda_2 \quad (A.6)$$

Se puede entonces reescribir la Ec. (A.4) de la forma

$$h(\mathbf{w}) = f(\mathbf{w}) + \text{Re} [\lambda^* c(\mathbf{w})] \quad (A.7)$$

donde el asterisco denota el complejo conjugado.

Enseguida, se minimiza la función $h(\mathbf{w})$ con respecto al vector \mathbf{w} . Para hacer esto, se iguala la derivada conjugada $\frac{\partial h}{\partial \mathbf{w}^*}$ al vector nulo, como se muestra por:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{w}^*} + \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}^*} (\text{Re}[\lambda^* c(\mathbf{w})]) = \mathbf{0} \quad (A.8)$$

El sistema de ecuaciones simultáneas, que consiste de (A.8) y la restricción original dada en (A.2), define las soluciones óptimas para el vector \mathbf{w} y el multiplicador de Lagrange λ . (A.8) se llama la ecuación adjunta y (A.2) la ecuación fundamental (Dorny, 1975).

A.2 Optimización Implicando Restricciones de Igualdad Múltiple.

Se considera enseguida la minimización de una función real $f(\mathbf{w})$ la cual es una función cuadrática del vector \mathbf{w} , sujeto a un conjunto de restricciones lineales múltiples de la forma:

$$\mathbf{w}^H \mathbf{s}_k = g_k, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (A.9)$$

donde el número de restricciones, K , es menor que la dimensión del vector \mathbf{w} , y los g_k son constantes complejas. Se puede establecer el problema de optimización de restricción múltiple como sigue:

Minimizar una función real $f(\mathbf{w})$, sujeto a las (A.10)

restricciones $c_k(\mathbf{w}) = 0 + j0$ para $k = 1, 2, \dots, K$

La solución a este problema de optimización se obtiene fácilmente generalizando los resultados previos de la sección A.1. Específicamente, se formula un sistema de ecuaciones simultáneas, que consisten de la ecuación adjunta:

$$\frac{\partial f}{\partial \mathbf{w}^*} + \sum_{k=1}^K \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}^*} (Re[\lambda_k^* c_k(\mathbf{w})]) = \mathbf{0} \quad (\text{A.11})$$

y la ecuación fundamental

$$c_k(\mathbf{w}) = 0^* + j0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (\text{A.12})$$

Este sistema de ecuaciones define las soluciones óptimas para el vector \mathbf{w} y el conjunto de multiplicadores de Lagrange complejos $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_K$.

A.3 Ejemplo del uso de los Multiplicadores de Lagrange.

A manera de ejemplo, se considera el problema de encontrar el vector \mathbf{w} que minimiza la función:

$$f(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{w} \quad (\text{A.13})$$

y la cual satisface la restricción:

$$c(\mathbf{w}) = \mathbf{w}^H \mathbf{s} - g = 0 + j0 \quad (\text{A.14})$$

La ecuación adjunta para este problema es:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}^*} (\mathbf{w}^H \mathbf{w}) + \frac{\partial}{\partial \mathbf{w}^*} (Re[\lambda^* (\mathbf{w}^H \mathbf{s} - g)]) = \mathbf{0} \quad (\text{A.15})$$

Resolviendo se tiene:

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}^*} (\mathbf{w}^H \mathbf{w}) = \mathbf{w}$$

y

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{w}^*} (Re[\lambda^* (\mathbf{w}^H \mathbf{s} - g)]) = \lambda^* \mathbf{s}$$

Al sustituir esos resultados en (A.15), se tiene:

$$\mathbf{w} + \lambda^* \mathbf{s} = \mathbf{0} \quad (\text{A.16})$$

o, de manera equivalente,

$$\mathbf{w}^H + \lambda \mathbf{s}^H = \mathbf{0}^T \quad (\text{A.17})$$

Enseguida, al multiplicar ambos lados de (A.17) por \mathbf{s} y luego resolviendo para la λ desconocida, se obtiene:

$$\lambda = -\frac{\mathbf{w}^H \mathbf{s}}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}} = -\frac{g}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}} \quad (\text{A.18})$$

Finalmente, al sustituir (A.18) en (A.16) y resolviendo para el valor óptimo \mathbf{w}_0 del vector de pesos \mathbf{w} , se tiene:

$$\mathbf{w}_0 = \left(\frac{g^*}{\mathbf{s}^H \mathbf{s}} \right) \mathbf{s} \quad (\text{A.19})$$

Esta solución es óptima en el sentido de que \mathbf{w}_0 satisface la restricción de (A.14) y tiene longitud mínima.

Nomenclatura Utilizada.

CCE	Conformador de haz de Capón estándar.
CCR	Conformador de haz de Capón robusto.
CCRG	Conformador de haz de Capón robusto Gaussiano.
CDH	Conformador Digital de Haz.
CDMA	Del inglés: <i>Code Division Multiple Access</i> , Acceso Múltiple por División de Códigos.
LMS	Del inglés: <i>Least Mean Square</i> , Cuadrático Medio Mínimo.
MVDR	Del inglés: <i>Minimum Variance Distortionless Response</i> , Varianza Mínima sin Distorsión en la Respuesta.
RLS	Del inglés: <i>Recursive Least Squares</i> , Cuadrados Recursivos Mínimos.
RN	Redes Neuronales.
SdI	Señal de interés.
SINR	Del inglés: <i>Signal to Interference plus Noise Ratio</i> , Relación de Señal a Interferente más Ruido.
SMI	Del inglés: <i>Sample Matrix Inversion</i> , Inversión de la Matriz de Muestras.