Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California

Doctorado en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada

Inversión de invariantes magnetotelúricos inmunes a distorsiones electro-galvánicas

Tesis
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Doctor en Ciencias

Presenta:

Yunuhen Muñiz Gallegos

Ensenada, Baja California, México
2017

Tesis defendida por

Yunuhen Muñiz Gallegos

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Enrique Gómez Treviño Codirector de Tesis	Dr. Francisco Javier Esparza Hernández Codirector de Tesis

Miembros del Comité

Dr. José Manuel Romo Jones

Dr. Carlos Francisco Flores Luna

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva

Dr. Andrés Tejero Andrade

Dr. Juan García Abdeslem
Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Tierra

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta **Yunuhen Muñiz Gallegos** como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada.

Inversión de invariantes magnetotelúricos inmunes a distorsiones electro-galvánicas

Resumen aprobado por:

Dr. Enrique Gómez Treviño Codirector de Tesis	Dr. Francisco Javier Esparza Hernández Codirector de Tesis

El tensor de impedancias, unidad fundamental en cualquier levantamiento magnetotelúrico, puede estar distorsionado por heterogeneidades locales que no tienen interés geológico. A estos efectos se les conoce como distorsiones electro-galvánicas porque son producidas por cargas eléctricas asociadas con las heterogeneidades locales, y se pueden modelar multiplicando el tensor por una matriz 2x2 compuesta de cuatro números reales, los cuales deben determinarse antes de proceder a invertir los datos. Como es costumbre, en este trabajo suponemos que la estructura regional es bidimensional (2D) y que los efectos locales son tridimensionales (3D). En la terminología estándar de Groom-Bailey los cuatro números reales o parámetros se conocen con los nombres de twist, shear y dos parámetros o factores de estática, uno para cada componente del campo eléctrico. Los primeros dos deben determinarse primero al igual que el ángulo del rumbo de la estructura 2D, y después proceder a determinar los factores de estática. En mi tesis de maestría desarrollé un método para determinar estos factores utilizando el modo transversal eléctrico (TE) como un filtro natural para los efectos de estática. Quedaban pendientes los otros dos parámetros y el ángulo del rumbo, para los cuales existe un algoritmo numérico de optimización muy elaborado que a la fecha no tiene competencia de métodos analíticos, que bien podrían ofrecer mejores resultados. En este trabajo conjuntamos dos métodos analíticos recientes, el tensor de fase y la ecuación cuadrática, para ofrecer una opción analítica al algoritmo numérico estándar. Por una parte, el tensor de fase ha sido expuesto en la literatura como un método extremadamente inestable cuando se aplica a datos con ruido. Para hacerlo competitivo con el algoritmo de optimización se desarrolló un procedimiento para estabilizarlo basado en técnicas estadísticas. Por la otra parte, se determinó que la ecuación cuadrática arroja soluciones estables para los elementos del tensor 2D, por lo que se procedió a desarrollar fórmulas analíticas para las respectivas incertidumbres. Un elemento más de cooperación entre el tensor de fase y la ecuación cuadrática consiste en que las fases que ofrecen ambos deben ser iguales en 2D. Como la solución de la ecuación cuadrática depende todavía del parámetro de shear y la del tensor de fase no, se hace una calibración para determinar este parámetro y obtener tanto la fase como la amplitud correctas. Con la ecuación cuadrática se obtienen dos invariantes, los cuales relajan las restricciones en cuanto a direccionalidad al momento de invertir en 2D. Se demostró que estos invariantes pueden ser invertidos como los modos tradicionales TE y TM. Para comprobar la efectividad de estas nuevas técnicas se utilizó el conjunto de datos BC87, el cual se reporta que posee todo tipo de distorsiones y además el rumbo varía no solo de sondeo a sondeo sino también de periodo a periodo. Se obtuvieron estimaciones del rumbo para este perfil, las cuales se obtuvieron de manera independiente de las impedancias. El modelo obtenido se comparó con modelos obtenidos mediante la inversión de otro invariante conocido: el determinante, y con el que se obtiene al suponer que el rumbo es fijo para todo el perfil. Como criterio de verdad se propone la predicción de una línea de EMAP levantada sobre el batolito Nelson. Se comparan las predicciones de cada una de las opciones, con el resultado que la inversión de los invariantes que arroja la ecuación cuadrática son los que mejor predicen la línea de EMAP.

Palabras clave: tensor de impedancias, distorsiones, rumbo, invariantes

Abstract of the thesis presented by **YunuhenMuñiz Gallegos** as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Earth Sciences with orientation in Applied Geophysics.

Inversion of magnetotelluric invariants immune to electro-galvanic distortions

Abstract approved by:

Dr. Enrique Gómez Treviño Thesis Codirector	Dr. Francisco Javier Esparza Hernández Thesis Codirector

The impedance tensor, fundamental unity in any magnetotelluric survey, can be distorted by local heterogeneities with no geological interest. This effects are known as electro-galvanic distortions because they are produced by electric charges associated to the local heterogeneities, they can be modelated by multiplying the impedance tensor by a 2x2 matrix, the matrix is composed of four real numbers, which should be determined before proceeding to the inversion. We supposed that the regional structure is two-dimensional (2D) and that the local effects are three-dimensional (3D). In the Groom & Bailey standard terminology the four real numbers or parameters are known as twist, shear and two static factors, one for each electric field component. The twist and shear parameters and the strike of the 2D structure should be determined first, then proceed to determine the static factors. In my master's degree thesis I developed a method to determine these factors by using the transversal electric mode (TE) as a natural filter to the static effects. The twist and shear effect and the structure strike remain pending. There is a much elaborated optimization numeric algorithm with no competition of the analytic methods, although they could offer a better solution. In this work we conjugated two recent analytic methods, the phase tensor and the quadratic equation, to offer an analytic option to the standard numeric algorithm. The phase tensor has been exposed in the literature as an instable method when applied to noisy data. In order to make it competitive with the optimization algorithm, a stabilization procedure was developed based in statistic techniques. In the other hand, it was determinate that the quadratic equation provides stable solutions for each element of the 2D tensor, so we proceed to develop analytic formulae for the respective uncertainties. The phases from the phase tensor and the quadratic equation must be the same for the 2D case. The quadratic solution depends on the shear factor and the phase tensor solution does not, so a calibration can be made in order to obtain the shear parameter so the amplitude and phase can be obtained correctly. Two invariants can be obtained from the quadratic equation, which relax the directionality restrictions in 2D inversions. It was proveed that these invariants can be inverted as the traditional TE and TM modes. The BC87 dataset was used to check the effectiveness of these new techniques, this profile has all type of distortions and besides the strike varies not only site to site, but also period to period. The strike estimations were obtained for this profile and they were calculated independently of the impedances. The obtained model was compared with those obtained from the inversion of the determinant and the obtained from the fixed strike inversion. An EMAP line taken over the Nelson Batholith was used as a method of prove. The prediction for each option was compared, resulting that the inversion of the invariants provided by the quadratic equation are the ones that predicted the better the EMAP line.

Key words: impedance tensor, distortion, strike, invariants

Dedicatoria

A mis hijas, Galia y Luna, esto es por y para ustedes.

A mis padres, Alicia y Guillermo, sin ustedes no hubiera podido llegar hasta aquí.

A mi esposo, Adrián Hernández, por toda tu ayuda y apoyo, por siempre estar ahí.

A mis hermanos, Betzi y Min, mis sobrinos Andrea y Ray, mi cuñado René. Parte muy importante de mi familia, siempre han estado dispuestos a ayudarme.

Agradecimientos

Al CICESE por permitirme realizar mis estudios de Doctorado,

Al CONACYT por apoyarme por medio de beca, con número de becario 225063.

Al Posgrado en Ciencias de la Tierra, por todo el apoyo brindado a lo largo de estos años.

Al CeMIEGeo, por apoyarme con beca terminal y por el uso del clúster LAMB. (Número de proyecto SENER-CONACYT 207032).

A mis directores, los Dres. Enrique Gómez Treviño y Francisco J. Esparza Hernández. Especialmente al Dr. Gómez, por estar siempre dispuesto a compartir el conocimiento y sobre todo mi eterno agradecimiento por su gran paciencia.

A mis sinodales, los Dres. José M. Romo Jones, Carlos F. Flores Luna, Hugo H. Hidalgo Silva y Andrés Tejero Andrade, por sus consejos y observaciones.

A mis grandes amigos en el posgrado: Marianggy, Olaf y Armando. A Javier y Ana, gracias a todos por las pláticas y palabras de aliento.

A Mayra Cuellar por permitirme utilizar los datos que obtuvo en su Maestría.

A todo el personal de la División de Ciencias de la Tierra que hizo posible realizar este trabajo.

Tabla de contenido

Lista de figuras

Capítulo 1. Introducción

1.1 El método magnetotelúrico y el tensor de impedancias

En el método magnetotelúrico (MT) de exploración geofísica se miden campos eléctricos y magnéticos en la superficie de la Tierra, los cuales son inducidos por corrientes eléctricas naturales que oscilan a diferentes frecuencias y en diferentes direcciones en la ionósfera. El método fue propuesto por Cagniard (1953), quien considera modelos de capas horizontales con diferentes resistividades. Puesto que, en el caso de capas, la resistividad del medio solo varia con la profundidad, en tales casos no importa en qué dirección horizontal se midan los campos, con tal que el campo eléctrico sea perpendicular al magnético. La impedancia $Z = E/H$, donde E y H representan las componentes horizontales de los campos eléctrico y magnético respectivamente, es una cantidad escalar compleja que no depende de la rotación o traslación del sistema de coordenadas ni de la polarización del campo incidente. En el caso general en el que la resistividad varia tanto vertical como horizontalmente la impedancia se convierte en un tensor de orden 2. En lugar de un número complejo se requiere de cuatro números complejos. El tensor es la unidad básica de cualquier levantamiento magnetotelúrico. Por lo general las mediciones se realizan a lo largo de un perfil en diferentes localizaciones distantes unos kilómetros unas de otras, y en cada lugar se obtienen tensores para periodos que van desde fracciones de segundo hasta 1,000 segundos o más.

1.2 Distorsiones del tensor de impedancias y el modelo de Groom-Bailey

Experiencias en campo y modelos matemáticos han revelado que el tensor de impedancias puede ser severamente distorsionado por pequeñas irregularidades cercanas a los cables y electrodos utilizados para medir los campos eléctricos. A esos efectos se les conoce como distorsiones electro-galvánicas, y son por lo general órdenes de magnitud mayores que las producidas por inducción magnética. Cualquier conjunto de datos primero se corrige por posibles distorsiones electro-galvánicas y después se interpreta en términos de la distribución de resistividades del subsuelo.

Durante la última década ha habido varios avances en la forma en que se corrige el tensor de MT por distorsiones galvánicas. En el presente trabajo se utilizó la terminología de la factorización de Groom y

Bailey (1989) para introducir los diferentes avances, estos avances no invalidan la factorización, solo se ha mejorado el algoritmo. La factorización representa un tensor bidimensional (2D) sin distorsión, el cual es distorsionado como el producto de cinco tensores o matrices que en conjunto operan sobre el tensor 2D sin distorsión, para constituir el tensor de impedancias observado.

Existen cinco parámetros de distorsión. Uno de ellos, el rumbo (strike), puede no considerarse un parámetro de distorsión ya que es parte la información necesaria acerca del subsuelo. Los otros cuatro son verdaderos factores de distorsión, dos son llamados giro (twist) y cizalla (shear) y afectan tanto a la amplitud como a la fase de las impedancias sin distorsionar. Existen otros dos factores, uno para cada componente del campo eléctrico, cuyo efecto es el de escalar las impedancias, conocido como factor de estática. Las impedancias escaladas, el rumbo y los factores de twist y shear comprenden siete incógnitas reales que son recuperadas por medio de la inversión de un problema no lineal con ocho números reales correspondientes a la impedancia medida. Los siete parámetros se resuelven por optimización numérica utilizando algoritmos sofisticados.

1.3 El tensor de fase y la ecuación cuadrática

El primero de los avances antes mencionados es la estimación del rumbo 2D y de las fases independientemente de los parámetros de distorsión. Esto puede lograrse por medio del uso de fórmulas analíticas simples y el tensor de fase de Caldwell et al. (2004). El tensor de fase corrige por todas las distorsiones, aunque recupera únicamente las fases, sin embargo, estas fórmulas son inestables cuando se aplican a datos con ruido (Jones, 2012). Por lo tanto, para ser útiles estas fórmulas necesitan de un análisis y posterior diseño de un proceso que permita utilizarlas apropiadamente. Esta necesidad es uno de los motivos de la presente tesis.

El segundo avance es la recuperación de las amplitudes y fases independientemente del rumbo, esto se logra a través de la ecuación cuadrática que se describe en Gómez-Treviño et al. (2014a). La ecuación cuadrática corrige por los efectos del twist, pero no por los efectos del shear, es aquí donde en conjunto con el tensor de fase es posible obtener las impedancias libres de distorsiones, ya que en el valor correcto de shear las fases utilizando ambos métodos deben coincidir.

Estos últimos desarrollos se complementan y juntos proporcionan estimaciones independientes de las variables importantes: el rumbo y las amplitudes y fases de las dos impedancias escaladas. Sin embargo, existe también la sospecha de que la estimación de las impedancias invariantes se comporta también de manera inestable, por el simple hecho de estar basada en formulas analíticas (Jones, 2012), quien considera que lo mejor es ajustar un modelo de distorsión a los datos. Este es otro de los motivos de la presente tesis, desarrollar fórmulas de incertidumbre para las impedancias derivadas de la ecuación cuadrática.

1.4 El problema de la estática y su solución

Los factores de estática no pueden obtenerse analizando un solo sondeo, Bostick (1984, 1986) demostró que se necesita información lateral de sondeos efectuados con dipolos eléctricos contiguos. El procedimiento ideado por Bostick llamado EMAP (electromagnetic array profiling) no provee los dos factores de escala directamente pero sí una respuesta unidimensional totalmente inductiva, sin efectos de estática. Es posible emular este resultado, aun cuando no se tengan sondeos con dipolos contiguos sino separados cierta distancia a lo largo de un perfil. Esto se logra estimando la respuesta TE cómo se describe en Muñiz (2011) y Gómez-Treviño et al. (2014b). La respuesta TE, al igual que la respuesta 1D de EMAP es una respuesta completamente inductiva que actúa como un filtro natural para la distorsión estática. Con esto termina el proceso de eliminar las distorsiones en el tensor de impedancias.

1.5 Las impedancias TE y TM como invariantes

Al realizar inversiones en 2D se utiliza un solo valor de rumbo para todo el modelo, aunque en la realidad el rumbo puede variar de sondeo a sondeo. En el caso de EMAP esto no es un problema debido a que el proceso tiene por objetivo la búsqueda de la impedancia equivalente en 1D independientemente de la direccionalidad (Torres-Verdín, 1991; Torres-Verdín y Bostick, 1992a, 1992b). En contraste, utilizar las impedancias TE y TM que se refieren a una dirección en particular no es la manera adecuada de tratar datos con varios valores de rumbo. Por otra parte, las impedancias que se obtienen de la ecuación cuadrática no dependen del sistema coordenado de medición. En efecto, las curvas son las mismas sin importar las variaciones del rumbo de sitio a sitio y de frecuencia a frecuencia. Se necesitan invariantes que puedan ser invertidos como las impedancias de TE y TM. No se puede utilizar cualquier invariante, por ejemplo, el determinante del tensor no se puede modelar como TE o TM ya que de hecho es el producto de ambos. Los invariantes obtenidos de la ecuación cuadrática reúnen los requerimientos para ser invertidos como las impedancias TE y TM.

1.6 La solución completa y los datos BC87

Para probar la metodología descrita en este trabajo se utilizó el perfil magnetotelúrico BC87, el cual tiene varias décadas de antigüedad. En su momento, estos datos captaron la atención de la comunidad debido a sus fases anómalas y otras peculiaridades que hacen que el perfil no pueda ser interpretado con cualquier método tradicional. Usando la terminología de Groom y Bailey (1989) el perfil se describe como que posee todo tipo de distorsiones: twist, shear y estática. Estos datos fueron presentados por Jones et al. (1988) y Jones (1993) y están disponibles en el sitio MtNet (http://www.complete-mt-solutions.com/mtnet/data/bc87/bc87.html). Se recomienda utilizar estos datos para probar nuevas ideas y avances en herramientas de procesamiento que deben ser aplicados a los tensores, con el fin de interpretar en términos de modelos bidimensionales. Esto es, antes de utilizar las impedancias transversal eléctrica (TE) y transversal magnética (TM). Por ejemplo, Jones et al. (1993) describen la aplicación de la descomposición de Groom y Bailey (1989) para distorsiones electro-galvánicas. Chave y Jones (1997) aplican una extensión de la descomposición incluyendo efectos magneto-galvánicos. Otras aproximaciones incluyen los círculos de Mohr de Lilley (1993), y las correcciones hechas simultáneamente con la modelación inversa de la estructura del subsuelo (deGroot-Hedlin, 1995). Como se mencionó anteriormente, el algoritmo de Groom-Bailey contempla como una de las incógnitas el rumbo de la estructura. Las impedancias corresponden al rumbo determinado. En este trabajo se determinó que el rumbo de las estructuras es variable por lo que el perfil es ideal para aplicar las metodologías desarrolladas.

1.7 Objetivos

1.7.1 Objetivo general

Demostrar con datos reales las ventajas de interpretar los invariantes obtenidos de la ecuación cuadrática en lugar de los modos tradicionales TE y TM.

1.7.2 Objetivos específicos

Explorar y resolver el problema de la inestabilidad del tensor de fase en la determinación del rumbo de estructuras 2D.

Explorar y resolver, en su caso, la inestabilidad de la ecuación cuadrática en la determinación de impedancias invariantes.

Combinar los dos métodos anteriores e invertir las impedancias invariantes.

Determinar las condiciones bajo las cuales invertir los invariantes resulta mejor que invertir los modos tradicionales TE y TM.

1.8 Organización de la tesis

En el capítulo II se presentan las bases teóricas del tensor de fase y de la ecuación cuadrática. Se enfatiza el carácter invariante de las impedancias $\rho_{\pm}$ y su equivalencia a los modos de polarización TE y TM con un nuevo desarrollo valido para tres dimensiones. El capítulo III describe como se debe utilizar el tensor de fase para obtener rumbos estables. El capítulo IV compara las inversiones realizadas suponiendo que el rumbo es fijo, es decir un mismo valor para todos los sitios, y las inversiones realizadas al suponer que el rumbo es variable, es decir que el rumbo varía de sitio a sitio y de periodo a periodo. El capítulo V presenta las conclusiones. Los anexos contienen de manera detallada el proceso de eliminación de los efectos de distorsión para el caso del shear y la estática, así como el análisis de incertidumbres para las soluciones de la ecuación cuadrática. Se incluyen también en los anexos las fases obtenidas en las inversiones.

Capítulo 2. El tensor de fase y la ecuación cuadrática

2.1 Introducción

La principal diferencia entre la metodología de Groom-Bailey (GB) y la que se propone en este trabajo es que, en la segunda, se obtienen impedancias independientes del rumbo. Esto es algo que no se sospechaba y que abre muchas posibilidades, algunas de las cuales se exploran en los capítulos siguientes. En el presente capitulo se describen los aspectos básicos del tensor de fase y de la ecuación cuadrática. El capítulo termina con un desarrollo nuevo de la ecuación cuadrática que va más allá de cómo se derivó originalmente.

2.2 El tensor de impedancias

Antes de abordar el problema de corregir el tensor de impedancias, es necesario introducir el tensor y sus propiedades. Supongamos un campo eléctrico incidente E_{xi} en la dirección x, con variación armónica en tiempo. Suponiendo linealidad, equivalente a la Ley de Hook para esfuerzos, el campo inducido en la Tierra será $E_{xx} = k_{xx}^{E} E_{xi}$ donde la constante de proporcionalidad puede ser compleja para incluir corrimientos de fase. Por otro lado, como el campo incidente puede ser desviado por la distribución de la resistividad, habrá que considerar la existencia en la Tierra de una componente en la dirección y. Por linealidad tenemos que $E_{yx} = k_{yx}^{E} E_{xi}$, donde la constante de proporcionalidad puede ser compleja por la misma razón de antes. Supongamos ahora un campo incidente E_{yi}, en la dirección y. Siguiendo el mismo procedimiento tenemos para este caso que $E_{yy} = k_{yy}^{E} E_{yi}$ y $E_{xy} = k_{xy}^{E} E_{yi}$. El campo en la Tierra en la dirección x será la suma de los campos en esa dirección inducidos por las dos polarizaciones. Esto es, $E_x = E_{xy} + E_{xx}$ y lo mismo para E_y. El resultado se puede expresar como

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{xx}^{E} & k_{xy}^{E} \\ k_{yx}^{E} & k_{yy}^{E} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{xi} \\ E_{yi} \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Los campos incidentes no se conocen y tampoco las constantes de proporcionalidad, por lo que esta ecuación no es útil en la práctica. Lo único que conocemos son los campos medidos E_x y E_y. Para completar el análisis consideremos ahora los correspondientes campos magnéticos. Procediendo como en el caso de los campos eléctricos tenemos que

$$\begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_{xx}^H & k_{xy}^H \\ k_{yx}^H & k_{yy}^H \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{xi} \\ H_{yi} \end{pmatrix}. \tag{2}$$

Como en el caso anterior no se conocen los campos incidentes H_{xi} y H_{yi} ni las constantes de proporcionalidad, solo se conocen H_x y H_y, los campos medidos en la Tierra. Tampoco esta ecuación es útil en la práctica, pero si la combinamos con la anterior podemos eliminar los campos incidentes. Para esto hay que considerar que en una onda plana $E_{xi} = Z_i H_{yi}$ y $E_{yi} = Z_i H_{xi}$, donde Z_i es la impedancia del espacio libre (377 Ohms). Sustituyendo estas equivalencias en la ecuación (1) los campos eléctricos incidentes se cambian por los magnéticos incidentes. Si ahora invertimos simbólicamente el tensor de constantes de la ecuación (2) y resolvemos para los campos incidentes, estos se pueden sustituir en la ecuación (1) modificada. El resultado se puede representar como

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = Z_i \begin{pmatrix} a_{xx} & a_{xy} \\ a_{yx} & a_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}. \tag{3}$$

El presente tensor es una combinación de los dos tensores anteriores. La forma explícita de la combinación no es importante, ya que en ningún caso se conocen los valores de las constantes originales de las ecuaciones (1) y (2). Lo que importa es que se han eliminado los campos incidentes, también desconocidos, y que ahora solo tenemos campos que se pueden medir en la superficie de la Tierra. La forma tradicional de representar la ecuación (3) es

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix}. \tag{4}$$

En la forma compacta $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{ZH}$, donde $\boldsymbol{Z}$ es el tensor de impedancias. En el caso 2D Z_{xx} y Z_{yy} tienen igual magnitud, pero signo contrario. También se cumple que $Z_{xy} \neq -Z_{yx}$. Para el caso 2D en que el strike coincide con la alineación de los ejes coordenados, se tiene que $Z_{xy} \neq -Z_{yx}$ y $Z_{xx} = Z_{yy} = 0$.

Si tenemos mediciones de los campos a una frecuencia determinada, la ecuación (4) se reduce a dos ecuaciones con cuatro incógnitas. Se necesitan al menos dos ecuaciones más para determinar las cuatro impedancias desconocidas. Las dos ecuaciones extra se obtienen de mediciones de los campos en la Tierra que provengan de campos incidentes con diferente polarización que las primeras mediciones. Como se puede apreciar en las ecuaciones (1) y (2) los campos inducidos en la Tierra dependen de la polarización de los campos incidentes, por lo que a diferente polarización se obtendrán diferentes campos en la Tierra. Entre más diferente sea la polarización, más independientes serán los sistemas de ecuaciones. Por otro lado, como las constantes de proporcionalidad en las ecuaciones (1) y (2) no dependen de la polarización de los campos, el tensor de impedancias es también independiente de la polarización. Obviamente el tensor depende de la distribución de resistividad en el subsuelo y del sistema de coordenadas.

2.3 La factorización de Groom-Bailey

Como se mencionó anteriormente, el tensor de impedancias puede verse afectado por varios tipos de distorsiones. Para poder trabajar con el tensor es necesario corregir primero por estas distorsiones. Las correcciones al tensor de impedancias se basan en los trabajos de Berdichevsky y Dimitriv (1976) quienes demostraron que las distorsiones al campo eléctrico se pueden modelar utilizando cuatro números reales tales que

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}_d = \begin{pmatrix} c_1 & c_2 \\ c_3 & c_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix}. \tag{5}$$

Los campos distorsionados se pueden modelar multiplicando los campos originales por un tensor C de distorsión. Groom y Bailey (1989) factorizaron el tensor de distorsión como $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{TSA}$, donde

$$\boldsymbol{T} = \frac{1}{\sqrt{1+t^2}} \begin{pmatrix} 1 & -t \\ t & 1 \end{pmatrix}, \tag{6a}$$

$$\boldsymbol{S} = \frac{1}{\sqrt{1+e^2}}\begin{pmatrix} 1 & e \\ e & 1 \end{pmatrix}, \tag{6b}$$

$$\boldsymbol{A} = g\begin{pmatrix} 1-s & 0 \\ 0 & 1+s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}. \tag{6c}$$

Utilizando la terminología de Groom-Bailey (GB), el tensor $\boldsymbol{T}$ (twist) gira el campo eléctrico y $\boldsymbol{S}$ (shear) le produce una distorsión angular análoga a la deformación por cizalla en un sistema elástico. El tensor $\boldsymbol{A}$ escala los campos eléctricos mediante las constantes a y b. El tensor (asimetría) puede a su vez descomponerse en un factor constante g , conocido como factor de ganancia, y el factor s (splitting), que se asocia a una distorsión por alargamiento o acortamiento de las componentes del campo eléctrico. Para eliminar las distorsiones es necesario conocer los cuatro parámetros a, b, t y s o sus equivalentes c_1, c_2, c_3 y c_4.

El tensor $\boldsymbol{A}$ se absorbe directamente en el tensor de impedancias, como se aprecia al sustituir la ecuación 6c en el producto $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{TSA}$. De esta forma pueden eliminarse dos incógnitas que pueden abordarse después por otros medios. Groom y Bailey aplican su descomposición del tensor a problemas bidimensionales, el tensor de impedancias en 2D cuando los ejes coordenados son ortogonales o paralelos al rumbo se expresa como

$$\boldsymbol{Z_2} = \begin{pmatrix} 0 & A \\ -B & 0 \end{pmatrix}. \tag{7}$$

La impedancia distorsionada puede representarse como

$$\boldsymbol{Z_d} = TSZ_2\,. \tag{8}$$

En la práctica se conoce la impedancia distorsionada y se requiere estimar los parámetros de twist y shear, así como las cantidades complejas A y B. Como tampoco se sabe el rumbo de la distribución de resistividad 2D se incluye también en las incógnitas el ángulo θ entre el rumbo y los ejes coordenados. La impedancia medida $\boldsymbol{Z_m}$, después de rotar los campos eléctricos y magnéticos, se expresa como

$$\boldsymbol{Z_m} = RTSZ_2R^T \ , \tag{9}$$

donde

$$\boldsymbol{R} = \begin{pmatrix} cos\theta & -sin\theta \\ sin\theta & cos\theta \end{pmatrix} \tag{10}$$

El ángulo θ es el ángulo entre el azimut del sistema coordenado y el azimut de la estructura bidimensional en el subsuelo.

A esta formulación se le conoce como 2D/3D ya que se aplica a las impedancias 2D regionales $\boldsymbol{Z}$ distorsionadas por efectos galvánicos 3D.

En la literatura el parámetro de twist se reporta como $t = tan\varphi_t, \ \varphi_t$ toma valores que van desde -1 a 1 o su equivalente en unidades angulares de -45° a 45°. Por simplicidad el giro se reporta en grados. De manera similar el parámetro de shear se reporta como $e = tan\varphi_s$, φ_s toma valores que van -1 a 1 o su equivalente en unidades angulares de -45° a 45°, y también se reporta en grados. El rumbo también se reporta en grados en el sentido positivo de las manecillas del reloj, a partir del norte y se denomina azimut.

Una de las ventajas de la factorización de GB es que separa los parámetros que pueden ser estimados directamente de los datos de aquellos que no. Los parámetros a y b de la matriz $\boldsymbol{A}$ no se consideran como incógnitas. Se absorben como factores de escala en las impedancias así que las incógnitas son las impedancias escaladas A y B. Se obtienen los mismos resultados cuando se utiliza los parámetros s y g.

Del lado izquierdo de la ecuación (9) tenemos la impedancia medida, la cual consiste de 8 números reales. Del lado derecho tenemos solamente incógnitas: θ, t, e y los 4 números reales de A y B. En total 7 incógnitas.

Se trata de un sistema no lineal de 8 ecuaciones con 7 incógnitas, el cual requiere de tratamientos especiales. Generalmente para cada sondeo con número de periodos dado se comienza dejando todas las variables libres para que puedan variar de periodo a periodo. Después uno por uno, el factor de twist, el factor de shear y el rumbo se fijan a valores promedio adecuados (e.g. Jones et al., 1993). Idealmente un perfil compuesto de varios sitios alineados puede tener una sola dirección de rumbo y valores de twist y shear distintos para cada sitio (e.g. McNeice y Jones, 2001; Ledo y Jones, 2001).

2.4 El tensor de fase

El método de Groom-Bailey (1989) es el más utilizado para corregir mediciones magnetotelúricas. Existe otro método propuesto por Caldwell et al. (2004) que, aunque solo se aplica a la fase, corrige automáticamente por las distorsiones. El tensor complejo se separa en sus partes real e imaginaria como $\boldsymbol{Z_m} = \boldsymbol{X_m} + \boldsymbol{iY_m}$. Se calcula entonces un tensor de fase de la siguiente manera

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{X_m^{-1}Y_m} = \begin{pmatrix} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{21} & \Phi_{22} \end{pmatrix} \tag{11}$$

Sustituyendo el tensor de distorsión $\boldsymbol{C}$, o su equivalente factorización $\boldsymbol{C} = \boldsymbol{TSA}$ lo que resulta después de un poco de algebra es el tensor sin distorsión. Esto significa que el tensor de fase es inmune a las distorsiones electro-galvánicas.

Para analizar esto escribiremos el tensor 2D sin distorsiones $\boldsymbol{Z_2}$ en términos de su parte real $\boldsymbol{X_2}$ e imaginaria $\boldsymbol{Y_2}$. Esto es

$$\boldsymbol{Z}_2 = \boldsymbol{X}_2 + i\boldsymbol{Y}_2 \tag{12}$$

Ahora sustituimos $\boldsymbol{Z_2}$ en la ecuación (9) y procedemos a calcular el tensor de fase como se indica en la ecuación (11). Después de algo de algebra el resultado es

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{R X_2^{-1} Y_2 R^T} \,. \tag{13}$$

Todas las distorsiones se cancelan unas a otras por lo que el tensor distorsionado es igual al tensor sin distorsionar, excepto por la dependencia en la dirección del rumbo, algo que en realidad es un dato necesario para la interpretación de los datos. Esta dependencia del rumbo permite su recuperación de los elementos del tensor. El ángulo se obtiene como la diferencia $\alpha - \beta$ donde

$$\alpha = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\Phi_{12} + \Phi_{21}}{\Phi_{11} - \Phi_{22}}\right), \tag{14}$$

$$\beta = \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{\Phi_{12} - \Phi_{21}}{\Phi_{11} + \Phi_{22}}\right). \tag{15}$$

El tensor de fase tiene varias propiedades útiles en 3D aparte de la aplicación 2D que utilizamos para este trabajo. Como se muestra en Caldwell et al (2004) el ángulo de la dirección del rumbo se reduce a un caso especial en la formula 2D derivada por Bahr (1988).

Las fases de los modos TE y TM se pueden también calcular del tensor de fase. Usando las formulas dadas por Bibby et al (2005), las cuales son

$$\phi_{max} = \Pi_2 + \Pi_1 , \tag{16}$$

$$\phi_{min} = \Pi_2 - \Pi_1 , \tag{17}$$

donde

$$\Pi_1 = \frac{1}{2}[(\phi_{11} - \phi_{22})^2 + (\phi_{12} + \phi_{21})^2]^{\frac{1}{2}} , \tag{18}$$

$$\Pi_2 = \frac{1}{2}[(\phi_{11} + \phi_{22})^2 + (\phi_{12} - \phi_{21})^2]^{\frac{1}{2}} . \tag{19}$$

Las fases ϕ_{max} y ϕ_{min} y la dirección del rumbo $\alpha - \beta$ del tensor de fase son las cantidades que se utilizaron en el presente trabajo. Estas expresiones aplican para periodos individuales y en contraste con el método de GB, en este caso no es posible corregir el rumbo y recalcular las fases. La ventaja es que estas expresiones son rápidas y fáciles de manejar.

2.5 La ecuación cuadrática

Uno de los avances mencionados en este trabajo consiste en relacionar la factorización de GB y la ecuación descrita por Gómez-Treviño et al. (2014). La ecuación esta en términos de las resistividades complejas en lugar de las impedancias.

Utilizando la formula clásica de Cagniard (1953) $\rho = (\omega\mu_0)^{-1}Z^2$ donde ω es la frecuencia angular y μ_0 es la permeabilidad magnética en el vacío, la resistividad compleja se expresa como

$$\rho_{\pm m} = \rho_{sm} \pm \sqrt{\rho_{sm}^2 - \rho_{sm}\rho_{pm}} \tag{20}$$

donde

$$\rho_{sm} = \frac{1}{\omega\mu_0}\left(\frac{Z_m^2(1,1) + Z_m^2(1,2) + Z_m^2(2,1) + Z_m^2(2,2)}{2}\right) \tag{21}$$

$$\rho_{pm} = \frac{1}{\omega\mu_0}\left(2\,\frac{[Z_m(1,1)Z_m(2,2) - Z_m(1,2)Z_m(2,1)]^2}{Z_m^2(1,1) + Z_m^2(1,2) + Z_m^2(2,1) + Z_m^2(2,2)}\right) \tag{22}$$

Una diferencia respecto al uso de las impedancias, es que la fase de la impedancia es la mitad de la fase de la resistividad compleja.

Las resistividades ρ_{sm} y ρ_{pm} se llaman resistividades serie y paralelo respectivamente (Romo et al., 2005), y se derivan de invariantes ante rotación del tensor de impedancias (Berdichevsky y Dimitriev, 1976; Szarka y Menvielle, 1997). Sustituyendo la ecuación (9) en las ecuaciones (21) y (22) escribiendo ρ_s y ρ_p como las resistividades correspondientes a $\boldsymbol{Z_2}$ resulta (Gómez-Treviño et al., 2013):

$$\rho_{sm} = \frac{1}{\omega\mu_0}\left[\frac{(aA)^2 + (bB)^2}{2}\right] = \rho_s \, , \tag{23}$$

$$\rho_{pm} = \frac{1}{\omega\mu_0}\left[2\frac{(aAbB)^2}{(aA)^2 + (bB)^2}\right]\varepsilon^2 = \rho_p\varepsilon^2 \, , \tag{24}$$

donde

$$\varepsilon = \frac{1 - e^2}{1 + e^2} \quad . \tag{25}$$

La resistividad serie es inmune al rumbo de la distribución, al twist y al shear, pero no a los factores de estática. Por otro lado, la resistividad en paralelo es inmune al rumbo y al twist, pero no al shear ni a los factores de estática. Sustituyendo ρ_{sm} y ρ_{pm} en la ecuación (20) las resistividades se pueden expresar como

$$\rho_{\pm m} = \rho_s \pm \sqrt{\rho_s^2 - \rho_s\rho_p\varepsilon^2} \ . \tag{26}$$

$\rho_s\rho_p$ puede escribirse como ρ_d^2, por lo que la ecuación 26 puede reescribirse como

$$\rho_{\pm m} = \rho_s \pm \sqrt{\rho_s^2 - \rho_d^2\varepsilon^2} \ . \tag{27}$$

Hay dos maneras de corregir $\rho_{\pm m}$ por shear. Una es comparar las fases de dos sondeos cuyos factores de estática difieran el uno del otro. La comparación se hace usando la ecuación (26) y probándola para todos los posibles valores de ε^2, en incrementos de 1°. Debido a que el factor para el shear está elevado al cuadrado en la ecuación (25) solo es necesario probar con la mitad de los posibles valores. Las fases de ρ_{+m} o ρ_{-m} son las mismas para diferentes valores de estática solo cuando se utiliza el factor correcto de shear, el cual se obtiene cuando en la ecuación (27) se divide por el valor apropiado de ε^2. Esta es la forma en que se corrigen las soluciones de la ecuación cuadrática en Gómez-Treviño et al. (2014). La otra forma de corregir, y que se utilizó en este trabajo, se explica a continuación.

Uno de los objetivos de este trabajo es vincular el tensor de fase con la ecuación cuadrática utilizando lo que tienen en común: las fases 2D de los modos TE y TM. Las fases de la ecuación cuadrática y sus valores son iguales a la mitad de las fases de las resistividades complejas debido a las impedancias al cuadrado. Ya que en ambos casos las fases de reducen en 2D a las fases de los modos TE y TM, se debe cumplir que para el valor correcto de shear

$$\phi_{\pm} = \begin{cases} \phi_{max} \\ \phi_{min} \end{cases} . \tag{28}$$

Para corregir por efectos de shear se combinan las ecuaciones (27) y (28). Se comparan ϕ_{max} y ϕ_{min} con las fases $\phi_{\pm}$ de la ecuación (26) dividiendo por los diferentes valores de ε^2 hasta que, por prueba y error, se obtiene la mejor correspondencia.

No importa cómo se haya corregido por el efecto del shear, la ecuación (27) corregida puede escribirse como

$$\rho_{\pm} = \rho_s \pm \sqrt{\rho_s^2 - \rho_d^2} \tag{29}$$

Considerando que ρ_s y ρ_p están dados para el caso 2D por las ecuaciones (23) y (24), respectivamente, y sabiendo que corregir por el efecto del shear es equivalente a decir que $\varepsilon^2 = 1$, la solución de la ecuación (29) es

$$\rho_{\pm} = \begin{cases} a^2 \rho_{TE} \\ b^2 \rho_{TM} \end{cases} \tag{30}$$

Los aspectos teóricos de remover los efectos de las distorsiones electro-galvánicas terminan aquí con la recuperación de las impedancias o resistividades escaladas 2D. Recuperar las resistividades sin escalar, es decir eliminar los efectos por factores de estática, es un problema diferente que se abordará más adelante.

2.6 La ecuación cuadrática para el caso tridimensional

La ecuación cuadrática se derivó en Gómez-Treviño et al. (2014) en base a un análisis bidimensional y después fue generalizada al caso tradicional por sustitución. Aunque este argumento es válido, aún hace falta una demostración más convincente.

Como se dijo anteriormente la unidad básica de cualquier levantamiento magnetotelúrico es el tensor de impedancias, $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{ZH}$, donde $\boldsymbol{E}$ y $\boldsymbol{H}$ son los campos eléctrico y magnético, respectivamente.

De la ecuación (4) se tiene

$$\boldsymbol{E} = \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_x \\ H_y \end{pmatrix} = \boldsymbol{ZH} \tag{31}$$

Consideramos que

$$\boldsymbol{Z}^T \boldsymbol{Z} = \begin{pmatrix} Z_{xx}^2 + Z_{yx}^2 & Z_{xx}Z_{xy} + Z_{yx}Z_{yy} \\ Z_{xx}Z_{xy} + Z_{yx}Z_{yy} & Z_{xy}^2 + Z_{yy}^2 \end{pmatrix} \tag{32}$$

La traza de una matriz cuadrada es invariante ante la rotación de los ejes coordenados. Por lo que

$$Z_s^2 = Z_{xx}^2 + Z_{xy}^2 + Z_{yx}^2 + Z_{yy}^2 \tag{33}$$

es invariante ante rotaciones. Ahora se considera que

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{Z}^{-1} = \frac{1}{Z_{xx}Z_{yy} - Z_{yx}Z_{xy}} \begin{pmatrix} Z_{yy} & -Z_{xy} \\ -Z_{yx} & Z_{xx} \end{pmatrix} \tag{34}$$

La expresión explicita para $Y^T Y$ es

$$\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y} = \frac{1}{(Z_{xx}Z_{yy} - Z_{yx}Z_{xy})^{\mathbf{2}}} \begin{pmatrix} Z_{yy}^{\mathbf{2}} + Z_{yx}^{\mathbf{2}} & -Z_{yy}Z_{xy} - Z_{yx}Z_{xx} \\ -Z_{yy}Z_{xy} - Z_{yx}Z_{xx} & Z_{xy}^2 + Z_{xx}^2 \end{pmatrix} \tag{35}$$

Donde una vez más, la traza de $\boldsymbol{Y}^T\boldsymbol{Y}$ es invariante ante rotaciones. Esto es

$$Y_S^2 = \frac{1}{(Z_{xx}Z_{yy} - Z_{yx}Z_{xy})^{\mathbf{2}}} (Z_{xx}^2 + Z_{xy}^2 + Z_{yx}^2 + Z_{yy}^2) \tag{36}$$

Es invariante ante rotación. Ninguno de estos dos invariantes es nuevo. El primero es uno de los siete invariantes independientes obtenidos por Szarka y Menvielle (1997), y el segundo es una combinación de dos de los siete invariantes. Siguiendo a Romo et al. (2005) definimos dos resistividades usando estos invariantes. Las cuales son

$$\rho_s = \frac{1}{2}\frac{1}{\omega\mu_0} Z_S^2 \ , \tag{37}$$

$$\rho_p = \frac{1}{2}\frac{1}{\omega\mu_0} Y_S^{-2} \ . \tag{38}$$

Ahora tenemos dos resistividades invariantes ρ_s y ρ_p . Las fases de las resistividades complejas son el doble de las correspondientes impedancias. Estas dos resistividades pueden usarse como unidades elementales para construir otros invariantes.

Consideremos primero la media geométrica de ρ_s y ρ_p

$$\rho_d = \sqrt{\rho_s \rho_p} \ . \tag{39}$$

Esta es la clásica resistividad efectiva de Berdichevsky y Dimitriev (1976) basada en el determinante del tensor de impedancias. Es posible diseñar otros invariantes recursivamente usando ρ_s y ρ_p . Los nuevos invariantes se calculan en cada iteración como (Gómez-Treviño et al., 2013)

$$\rho_{s(i+1)} = \frac{1}{2}\left(\rho_{si} + \rho_{pi}\right) \tag{40}$$

$$\frac{1}{\rho_{p(i+1)}} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_{si}} + \frac{1}{\rho_{pi}}\right) \tag{41}$$

La secuencia comienza con i=1 de tal forma que ρ_{s1} y ρ_{p1} son las resistividades originales. Las nuevas resistividades son promedios de las calculadas en iteraciones anteriores. Las unidades elementales para cada promedio son ρ_{s1} y ρ_{p1}. La pregunta es: ¿Existe algún invariante más elemental que ρ_{s1} y ρ_{p1}?, en otras palabras, ¿Cuál es la iteración cero? Matemáticamente, esto puede representarse encontrando γ y λ tales que

$$\rho_s = \frac{1}{2}(\gamma + \lambda) \ , \tag{42}$$

$$\frac{1}{\rho_p} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\gamma} + \frac{1}{\lambda}\right) \ . \tag{43}$$

Las ecuaciones (40) y (41) pueden verse como un problema recursivo: calcular las nuevas resistividades de las anteriores. Por otra parte, las ecuaciones (42) y (43) representan un problema inverso: resolver para las resistividades anteriores suponiendo que se conocen las nuevas. Resolviendo para γ resulta que

$$\lambda^2 - 2\rho_s\lambda + \rho_s\rho_p = 0 \ . \tag{44}$$

A las soluciones de esta ecuación les llamamos $\rho_{\pm}$ y se expresan como

$$\rho_{\pm} = \rho_s \pm \sqrt{\rho_s^2 - \rho_s \rho_p} \ . \tag{45}$$

Multiplicando ρ_{+} por ρ_{-} lo que resulta es que ρ_d se puede calcular como

$$\rho_d = \sqrt{\rho_{+}\rho_{-}} \tag{46}$$

De hecho, combinando las ecuaciones (39), (40) y (41) resulta que

$$\rho_d = \sqrt{\rho_{si}\rho_{pi}} \quad i = 1, \infty \tag{47}$$

Esto significa que ρ_{+} y ρ_{-} son las unidades elementales en la secuencia de invariantes definidos por las ecuaciones (40) y (41), y que todos los pares de resistividades tienen la misma media geométrica. En las ecuaciones (42) y (43) las variables γ y λ no se pueden distinguir una de la otra así que las soluciones para γ son las mismas que para λ . La ecuación (44) absorbe esta dualidad con los signos$\pm$.

Este análisis demuestra que $\rho_{\pm}$ son invariantes ante rotación y que son los primeros elementos de una familia infinita de pares de invariantes cuyo promedio geométrico es la resistividad derivada del determinante del tensor de impedancias. Esto queda ilustrado en la Figura 1, donde se muestran los cálculos de esta secuencia desde i=0 hasta i=3, también se muestran las curvas de $\rho_{\pm}$, se utilizaron los datos del sitio 31 del conjunto de datos COPROD2S1. Como demostraron Pedersen y Engels (2005), los datos derivados del determinante o de cualquier otro invariante tienen características especiales que los hacen ideales para inversiones 2D. La característica más importante es que los datos, $\rho_{\pm}$ incluidos, no cambian al asumir diferentes direcciones de rumbo.

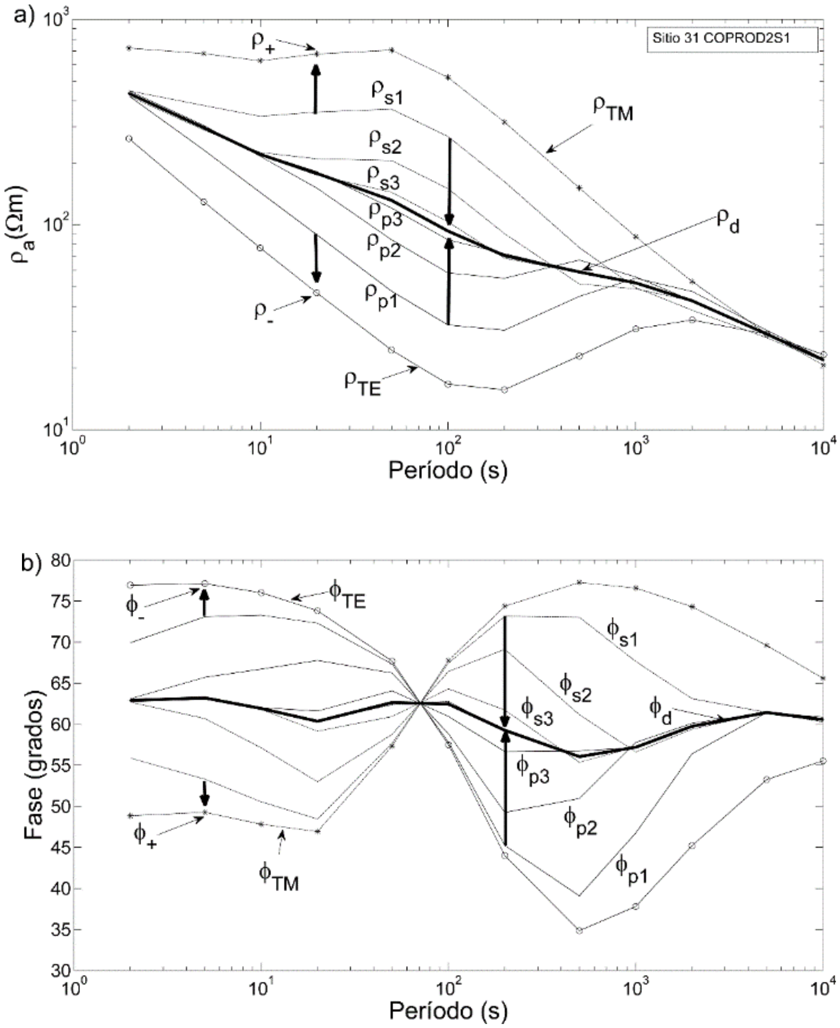

Figura 1. a) Curvas de resistividad aparente para la secuencia en las ecuaciones 63 y 64, comenzando en i=0 hasta i=3, se incluyen también las curvas de $\rho_{\pm}$ y de ρ_d. b) Las respectivas fases.

2.7 Las impedancias TE y TM como invariantes

La característica más importante de los nuevos invariantes $\rho_{\pm}$ es que pueden modelarse en la inversión usando directamente las respuestas TE y TM. Esto se debe a que la ecuación (45) para datos 2D se reduce a estas respuestas. En 2D los invariantes ρ_s y ρ_p se pueden escribir como

$$\rho_s = \frac{1}{2}(\rho_{TE} + \rho_{TM}) \tag{48}$$

$$\frac{1}{\rho_p} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\rho_{TE}} + \frac{1}{\rho_{TM}}\right) \tag{49}$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (45) se obtiene

$$\rho_\pm = \frac{1}{2}\rho_{TE} + \frac{1}{2}\rho_{TM} \pm \frac{1}{2}\sqrt{(\rho_{TE} - \rho_{TM})^2} \tag{50}$$

Resolviendo la ecuación (50) se obtiene

$$\rho_+ = \rho_{TE} \text{ y } \rho_- = \rho_{TM} \tag{51}$$

Debido a que en la ecuación (50) ρ_{TE} y ρ_{TM} pueden intercambiar lugares adentro de la raíz cuadrada, otra posible solución de la ecuación (50) sería

$$\rho_+ = \rho_{TM} \text{ y } \rho_- = \rho_{TE} \tag{52}$$

Notamos que ρ_+ puede ser ρ_{TE} o ρ_{TM} y que ρ_- puede también ser ρ_{TE} o ρ_{TM}. Esta ambigüedad es consistente con la suposición original en las ecuaciones (42) y (43) sobre γ y λ, las cuales pueden también intercambiar lugares. Más allá de esta ambigüedad, las ecuaciones (51) y (52) indican que ρ_{TE} y ρ_{TM}, las resistividades asociadas con las direcciones principales, son invariantes ante rotación. Las direcciones principales obviamente no son invariantes, pero las resistividades sí como lo demuestran las ecuaciones (51) y (52). Este resultado relaja las restricciones en cuanto a direccionalidad cuando se invierten datos en 2D. Esto se ilustra en la Figura 2, donde se muestran diagramas polares de ρ_s y ρ_p que son invariantes ante rotación, ρ_+ y ρ_-, también invariantes, así como los diagramas tradicionales de ρ_{xy} y ρ_{yx}, los cuales obviamente no son invariantes. En estos últimos se indican las resistividades en las direcciones principales, las cuales corresponden a las de los modos TE y TM. Se comparan los diagramas para dos rumbos, cero y treinta grados. El azimut variable de cero a 360 grados corresponde a los ejes coordenados con respecto al rumbo.

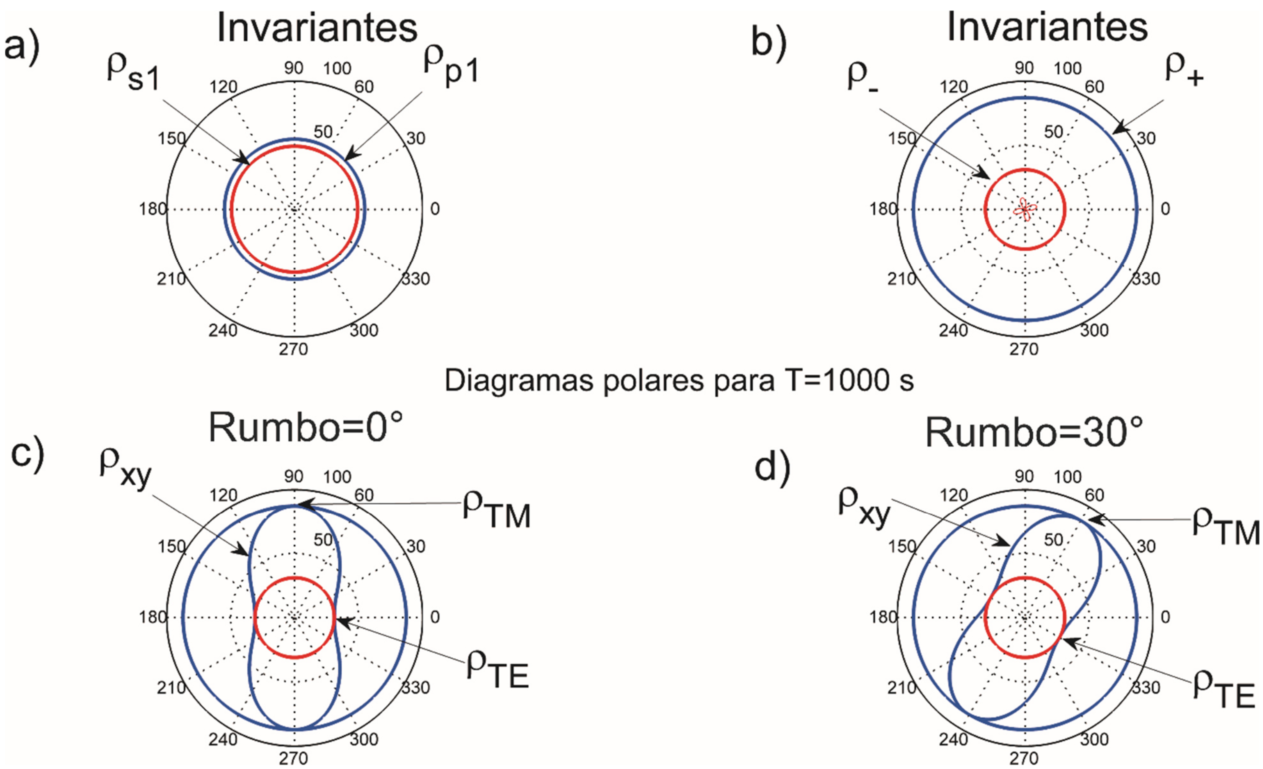

Figura 2. Diagramas en coordenadas polares para ejemplificar la invariancia de $\rho_{\pm}$, ρ_{TE} y ρ_{TM}.

2.8 Conclusión

Por lo general, las formulas analíticas para el tratamiento de distorsiones no son estables cuando se aplican a datos con ruido. De hecho, al compararlas con el algoritmo de optimización de GB sus resultados dejan mucho que desear. En el siguiente capítulo se presenta un algoritmo basado en la fórmula del tensor de fase para la determinación del rumbo que supera esta limitación. También se considera el caso de las impedancias abordando la propagación de errores para la ecuación cuadrática. Lo relativo a la invariancia de las impedancias TE y TM y sus consecuencias se deja para un capítulo posterior.

Capítulo 3. Desacoplo entre rumbos e impedancias y sus implicaciones

3.1 Introducción

Para que el tensor de fase y la ecuación cuadrática puedan convertirse en el nuevo paradigma para estimar rumbos e impedancias es necesario resolver algunos problemas. Uno de ellos es la estabilidad del tensor de fase, el cual ha sido severamente criticado en la literatura cuando se aplicó a datos con ruido. También está pendiente la exploración de cómo responde al ruido la ecuación cuadrática y el correspondiente análisis de incertidumbres. De esto se trata el presente capitulo. Quedará patente hacia el final del capítulo que el desacoplo permitirá interpretar datos independientemente del rumbo o azimut. Eso último será el tema del próximo capítulo.

3.2 Rumbos e impedancias: problemas dispares

Dado un conjunto de tensores de impedancias distorsionados y con ruido para diferentes periodos, que comprenden los datos para un sitio, el problema consiste en determinar las impedancias sin distorsionar y el ángulo del rumbo. Las impedancias afectadas únicamente por el efecto de estática, pero libres del efecto de las demás distorsiones se obtienen mediante la ecuación cuadrática. Por otro lado, el ángulo del rumbo puede ser un solo ángulo para el sitio o puede variar con el periodo. El problema completo consiste en determinar las impedancias sin distorsión y el ángulo del rumbo para un número de sitios a lo largo de un perfil. El algoritmo STRIKE elaborado por McNiece y Jones (2001) es el más utilizado y más confiable para determinar el rumbo, como se discute en Jones (2012). Se ha demostrado que las formulas analíticas para calcular el rumbo, libre de distorsiones, se comportan de manera anómala en la presencia de ruido. En este capítulo se presenta un algoritmo para recuperar valores de rumbo confiables utilizando datos con ruido. Debido a que la fórmula para el cálculo de rumbo, se comporta de manera inestable no hay razón para desarrollar fórmulas para el cálculo de las incertidumbres. Lo que se hará después de explorar los tipos de inestabilidades existentes será proponer una hipótesis que funcione para tratar con los datos sintéticos del conjunto COPROD2S1. Después se procederá a aplicar este mismo algoritmo al conjunto de datos de campo COPROD2, en donde fue necesario realizar modificaciones al algoritmo para lidiar con las limitaciones que se descubrieron. Para validar el procedimiento se utilizó el sondeo llamado *far-hi*, que es el mismo utilizado por Jones (2012) para probar las técnicas existentes para calcular rumbos. La flexibilidad del algoritmo final se muestra utilizando un sondeo del conjunto de datos BC87.

Aunque se hace un desarrollo paralelo para la ecuación cuadrática, el texto principal se concentra más en la estimación del rumbo, ya que requirió salirse de lo ordinario. Para la ecuación cuadrática bastó con desarrollar sus correspondientes fórmulas de propagación de errores, aunque se tuvo que considerar la naturaleza compleja de los datos. Los desarrollos se incluyen en los anexos.

3.3 COPROD2S1: algoritmo básico

Para explicar cómo funciona el algoritmo básico se utilizó el sondeo #15 del conjunto COPROD2S1 publicado por Varentsov (1998). Las resistividades aparentes y fases fueron convertidas primero en tensores de impedancia y después fueron distorsionados utilizando el valor de 20° para el twist y shear. Los datos obtenidos fueron rotados utilizando un ángulo que varió desde 0° para el periodo más corto hasta -40° para el periodo más largo, pasando por el máximo de 40°. La idea de utilizar un rango amplio de ángulos de rotación es explorar la respuesta de la fórmula del rumbo bajo diferentes condiciones. Finalmente, los cuatro elementos del tensor de impedancias fueron contaminados con ruido suponiendo una distribución normal. Para cada periodo el ruido fue del 5% de las impedancias principales, lo cual equivale a 10% en resistividad aparente y 2.5° en la fase. En la Figura 3 se muestran las resistividades aparentes contaminadas con ruido y distorsiones y las fases correspondientes. Se procedió a explorar las repuestas de la ecuación cuadrática y de la fórmula del rumbo utilizando estos datos.

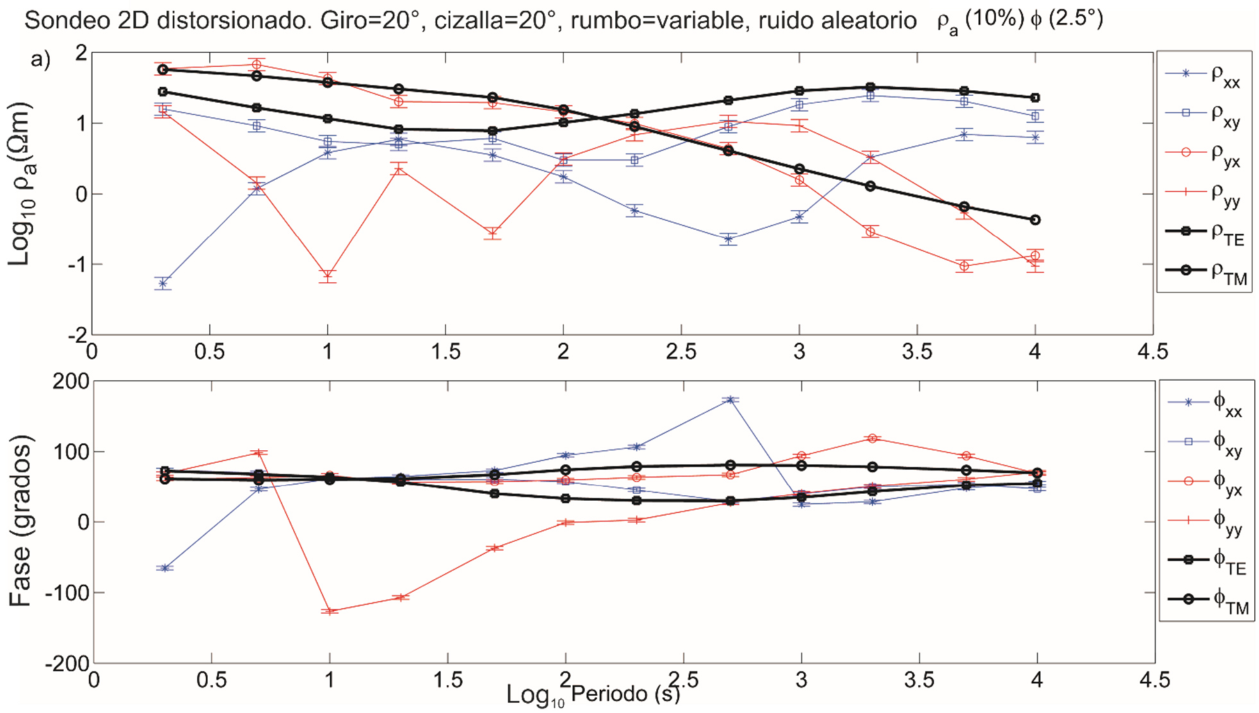

Figura 3. a) Resistividades aparentes distorsionadas y contaminadas con ruido para el sondeo #15 del conjunto de datos sintéticos COPROD2S1. b) Las fases correspondientes.

De acuerdo con Gómez-Treviño et al. (2013) la ecuación cuadrática es inmune a los parámetros de distorsión de twist y el rumbo, pero no al parámetro de shear. En el capítulo II se menciona como se combinan las fases de la ecuación cuadrática, φ_+ y φ_-, con φ_{max} y φ_{min} obtenidas del tensor de fase, para corregir por shear. Procediendo de esta manera con este sondeo se recupera el valor correcto de 20° que se utilizó para distorsionar estos datos, este procedimiento se detalla en el Anexo A.

Para explorar la estabilidad de la ecuación cuadrática se recuperaron las resistividades aparentes y fases 20 veces agregando 20% de ruido, como se explicó anteriormente. El objetivo de este ejercicio es explorar cómo se comporta la ecuación cuadrática en presencia de ruido y, particularmente, donde es que existen comportamientos anómalos en las respuestas. De ahora en adelante se denominará *b-error* al nivel de error, por el termino *bootstrapping* en inglés. Los resultados se muestran en la Figura 4, donde se observa cómo no existen comportamientos anómalos utilizando la ecuación cuadrática. Esto implica que se puede proceder al desarrollo de las fórmulas para las incertidumbres utilizando propagación de errores estándar. Esto se explica a detalle en los Anexos B y C.

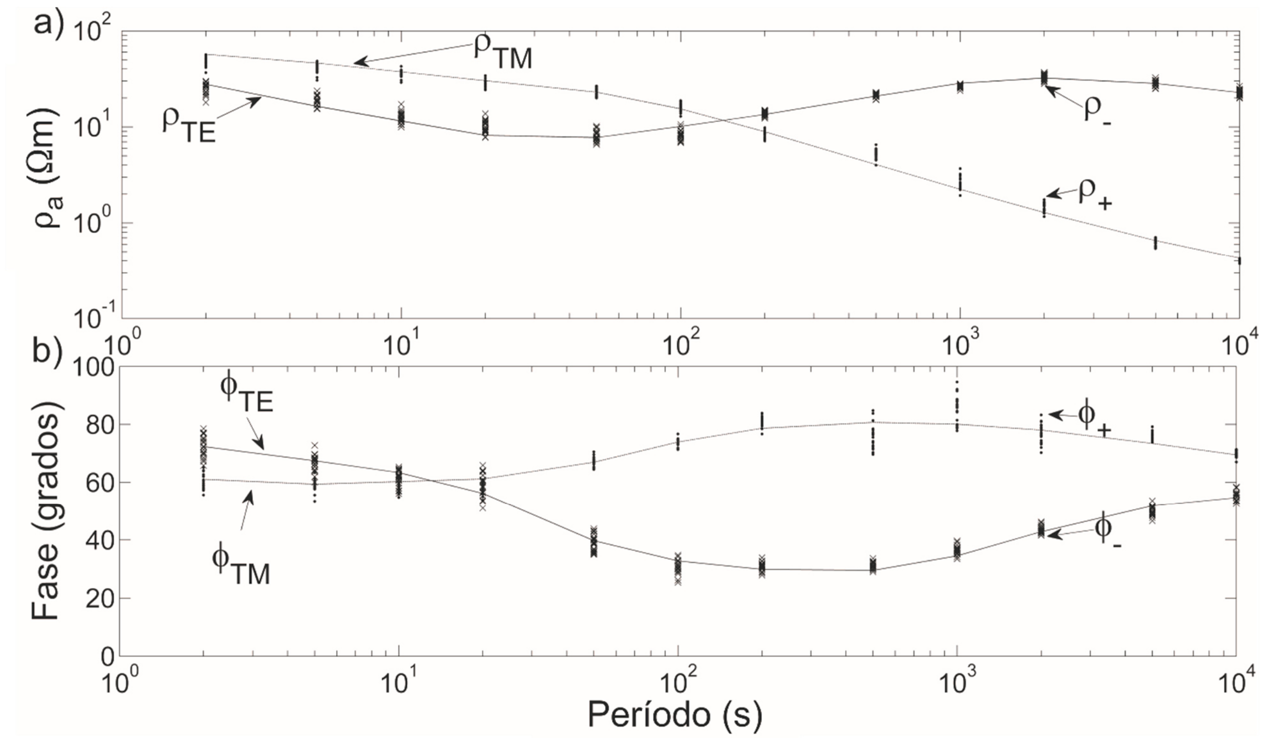

Figura. 4 a) Dispersión alrededor de las curvas originales después de 20 realizaciones del cálculo de la resistividad aparente utilizando la ecuación cuadrática. b) las fases correspondientes.

Volviendo al problema del azimut, después de 200 realizaciones aplicando un ruido extra de 5% en las impedancias principales, el b-error, se encontró que existen tres tipos de respuestas que se muestran en la Figura 5. Se puede ver que existe una región estable con relativamente poca dispersión alrededor del supuesto rumbo verdadero. También existen periodos para los cuales la dispersión es mucho mayor, como para el tercer y cuarto periodo. Estas distribuciones parecen ser de una sola moda. Finalmente, existen zonas con distribuciones con dos modas como el quinto y último periodo. Aparentemente estas también son distribuciones de una sola moda donde lo que se obtiene del cálculo del rumbo es un determinado ángulo o su correspondiente ángulo complementario. Cualquier estrategia para recuperar el rumbo tiene que tomar en cuenta estos comportamientos. El algoritmo básico localiza primero el periodo con la desviación estándar más pequeña, periodo 7 para este caso, calcula su media y el rumbo que resulta se utiliza como semilla para elegir el rumbo del periodo contiguo en ambas direcciones. El rumbo contiguo se escoge de las realizaciones calculadas, se selecciona aquel que produzca la menor pendiente sobre el periodo. El valor seleccionado tendrá ahora el papel de semilla y así sucesivamente hasta el primer y último periodo.

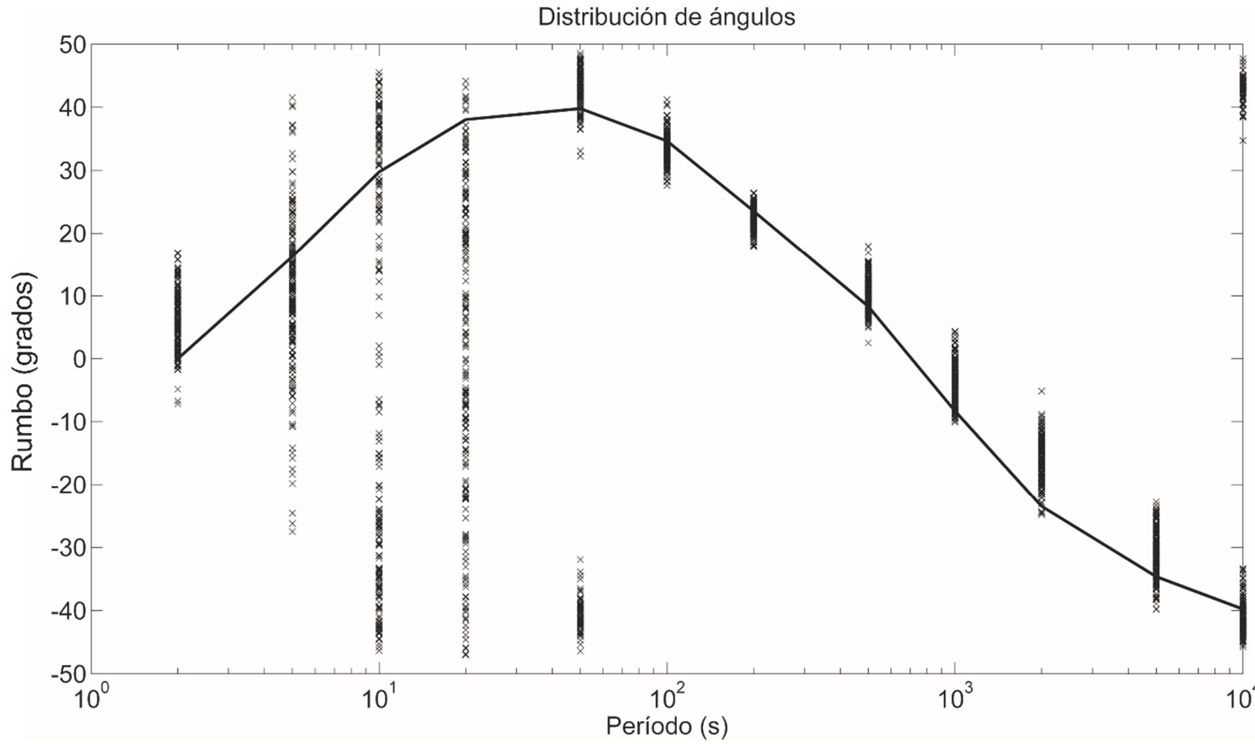

Figura 5. a) Tres tipos de dispersiones encontrados al calcular el rumbo utilizando 200 realizaciones asumiendo ruido aleatorio extra igual al utilizado en la Figura 1.

Este algoritmo básico produce después de 20 realizaciones la gráfica que se muestra en la Figura 6. Aunque se utilizaron 20 realizaciones para generar la gráfica, la salida para cada periodo es un solo valor, lo que denominamos realizaciones internas. Aún queda pendiente el cálculo de las incertidumbres.

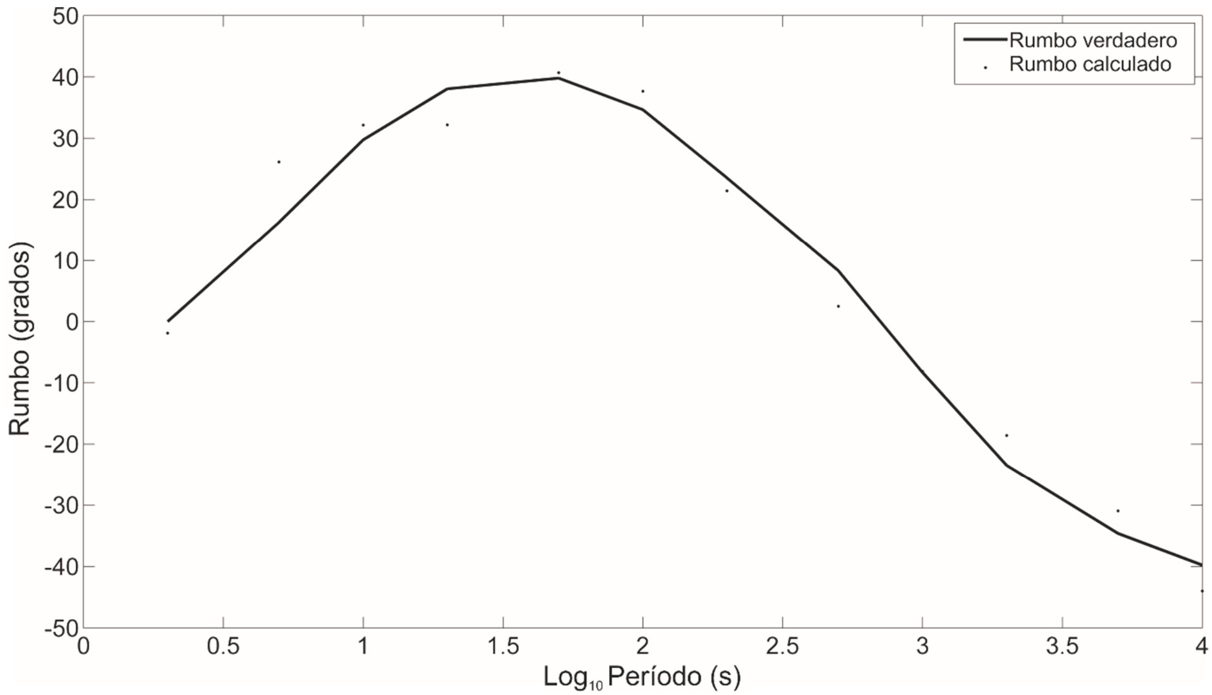

Figura 6. El procedimiento básico para recuperar los valores de rumbo consiste en identificar el periodo con la desviación estándar más pequeña, después moverse hacia ambos lados seleccionando de entre las realizaciones el valor de rumbo que produce la pendiente de menor valor. El rumbo seleccionado se convierte en la nueva semilla y así sucesivamente. Los rumbos estimados fueron obtenidos utilizando 20 realizaciones, denominadas realizaciones internas.

Repitiendo este proceso un determinado número de veces se puede estimar la media y la desviación estándar para el rumbo. Esto se muestra en la Figura 7 donde se repitió el proceso 10 veces en lo que se denomina realizaciones externas. Se observa que tres cuartas partes de las estimaciones caen dentro de una desviación estándar, como era de esperarse al tratarse de una distribución normal. Los 200 valores que se muestran en la Figura 5 corresponden a 20 realizaciones internas repetidas externamente 10 veces. Para las siguientes aplicaciones a distintos conjuntos de datos se utilizaron los mismos números de realizaciones, así como también el 5% de ruido aleatorio en las impedancias principales, a menos que se indique lo contrario. Para este caso, un modelo puramente 2D, el algoritmo básico antes descrito recupera razonablemente bien los valores del rumbo para los diferentes periodos. Sin embargo, como se mostrará en las siguientes aplicaciones el algoritmo requiere modificaciones para recuperar el rumbo en escenarios más realistas.

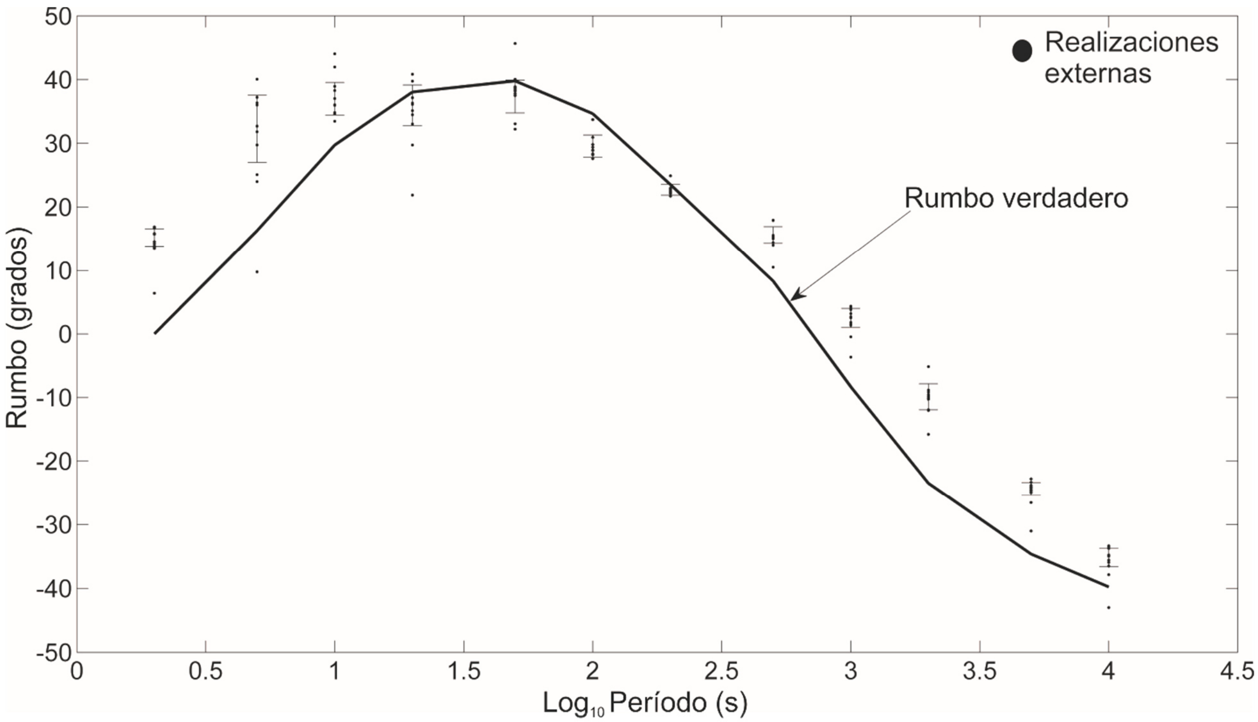

Figura 7. El procedimiento se repite un número de veces, 10 para este caso, para calcular las desviaciones estándar. Esto se denomina realizaciones externas.

3.4 COPROD2: la necesidad de pre-rotar

Ahora se procederá a aplicar el algoritmo a datos de campo. Se seleccionó el sitio 001 del conjunto COPROD2, que fue tomado sobre la anomalía conductiva *North American Central Plains* (NACP), la cual está cubierta por una cuenca sedimentaria (Jones, 1993). Los datos son 1D para periodos cortos y gradualmente se manifiesta una estructura 2D en los periodos largos, como se muestra en la Figura 8.

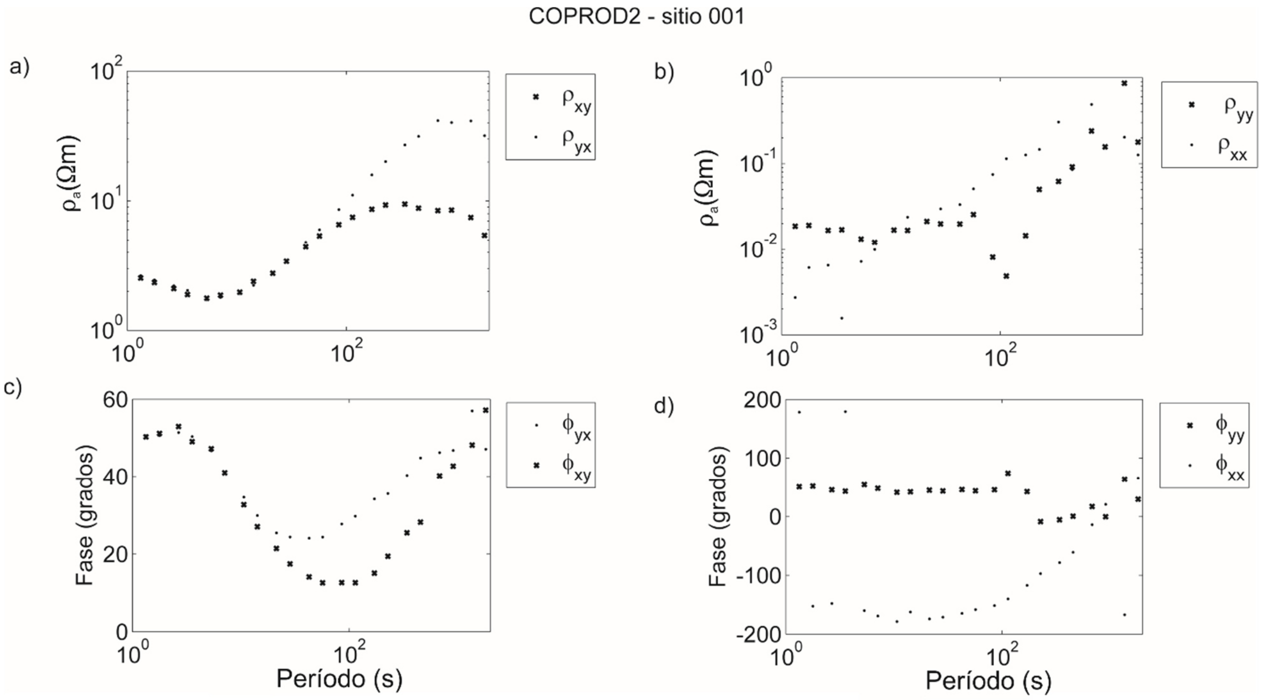

Figura 8. a) y b) Resistividades aparentes para el sitio 001 del conjunto COPROD2. El sondeo se encuentra sobre la anomalía conductiva de North American Central Plains. c) y d) Las fases correspondientes.

Los cálculos para el rumbo, utilizando el algoritmo antes descrito, se presentan en la Figura 9a. El promedio general para todos los periodos es $0^{o} \pm 6^{o}$ lo cual concuerda con estimaciones previas (Jones, 1993). Se observa que las barras de error son más grandes para los periodos cortos. Esto refleja el hecho de que para estos periodos la Tierra es 1D, como se indica en la Figura 8, para ambas amplitudes y fases. Esto también se ve reflejado en la distribución mostrada en la Figura 9b donde la dispersión para periodos menores a 20 s es prácticamente uniforme, indicando que no existe un valor de rumbo de preferencia para estos periodos. De acuerdo con las amplitudes y fases de la Figura 8, el rumbo definido comienza a observarse en períodos más largos que 30 s. También es a partir de este periodo que las barras de error se vuelven más pequeñas.

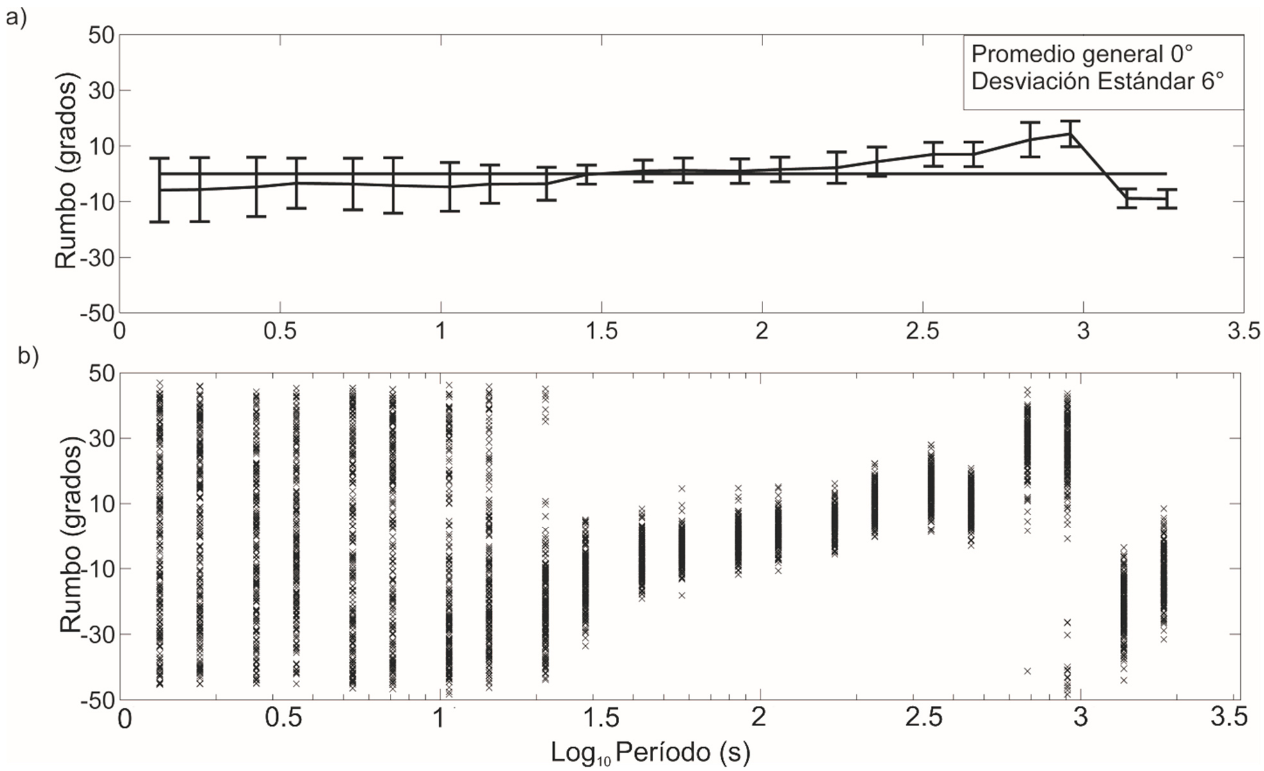

Figura 9. a) Estimaciones del rumbo para el sondeo 001 del conjunto COPROD2. Se obtienen valores uniformes cuyo promedio es 0° con una desviación estándar de 6°. b) Las distribuciones del rumbo para 200 realizaciones, 20 internas y 10 externas.

Hasta este punto el algoritmo básico parece funcionar bien. Para probarlo aún más, se rotó el tensor de impedancias original a -30° y se procedió a recuperar el rumbo correspondiente de +30°. Los resultados se muestran en la Figura 10a. Se observa que la recuperación no es satisfactoria debido a que los valores de rumbo no se comportan de manera uniforme alrededor del ángulo correcto y que el promedio general es 16°$\pm$17°. El rumbo correcto está dentro del rango encontrado, pero se requiere una recuperación más precisa y exacta. La razón para la diferencia con respecto al caso anterior puede encontrarse en las distribuciones correspondientes de los valores del rumbo en las Figuras 9 y 10. Debido a que se utilizó un valor para rotar alejado de 0° en las distribuciones se aprecia el efecto de encontrar un determinado valor de rumbo o su respectivo ángulo complementario. Para explorar más adelante se muestran los resultados para un rango amplio de ángulos.

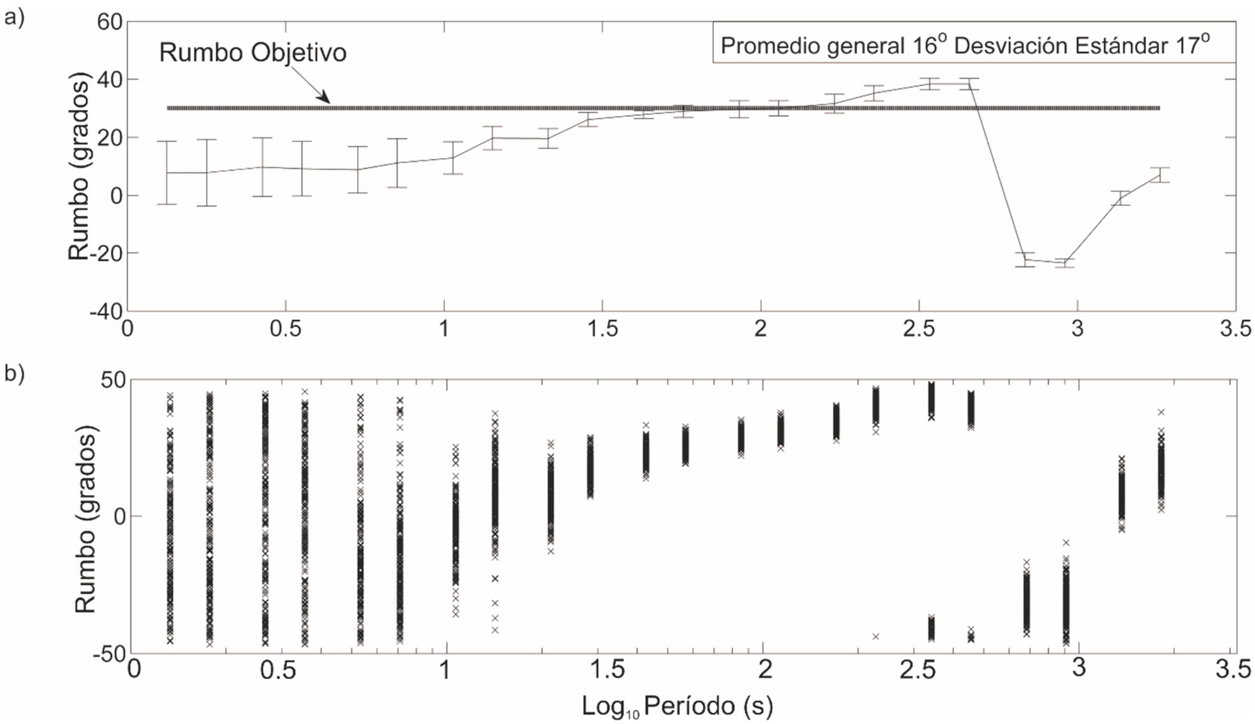

Figura 10. a) Calculo del rumbo para el sitio 001 del conjunto COPROD2 rotado artificialmente 30°. Los valores de rumbo no son tan uniformes como los encontrados en la Figura 9a y el promedio general dista mucho de 30°, la desviación estándar es un valor muy grande. b) Las distribuciones de los valores del rumbo para las 200 realizaciones, 20 internas y 10 externas. El cambio más obvio con respecto a la Figura 9b es el salto a valores de ángulo negativos para los primeros dos periodos, más cortos que 1000 s.

Se repitió el experimento numérico antes descrito, pre-rotar los datos originales desde -90° hasta 90° y se calcularon los promedios generales para todos los períodos. En la Figura 11 se comparan los ángulos objetivo con los que se recuperan utilizando el algoritmo básico. Se observa que más allá de $\pm 20°$ la recuperación de los ángulos se vuelve cada vez menos exacta, hasta que a pesar de las barras de error grandes, los ángulos objetivos están fuera de las incertidumbres. Para mejorar los resultados al nivel del rango de [-20°, +20°], se rotan de regreso a cero los datos del tensor de impedancias previamente rotados, se aplica el algoritmo básico y después simplemente se agrega al resultado el ángulo de rotación empleado para regresar a cero. Es trivial que el resultado será igual de bueno que el obtenido para el caso en que el rumbo es cero, pero ahora el rumbo puede ser cualquier ángulo. En la Figura 11b se ilustra este resultado, donde ahora los ángulos objetivo se recuperan mucho mejor. Parece que este ejercicio no agrega nada a la calidad de la recuperación del ángulo ya que, en la práctica no se conoce el ángulo para rotar a cero el rumbo de un tensor de impedancias arbitrario. Sin embargo, este ejercicio muestra la dirección a seguir para encontrar el ángulo de pre-rotación que mejor ajuste al promedio general de las estimaciones.

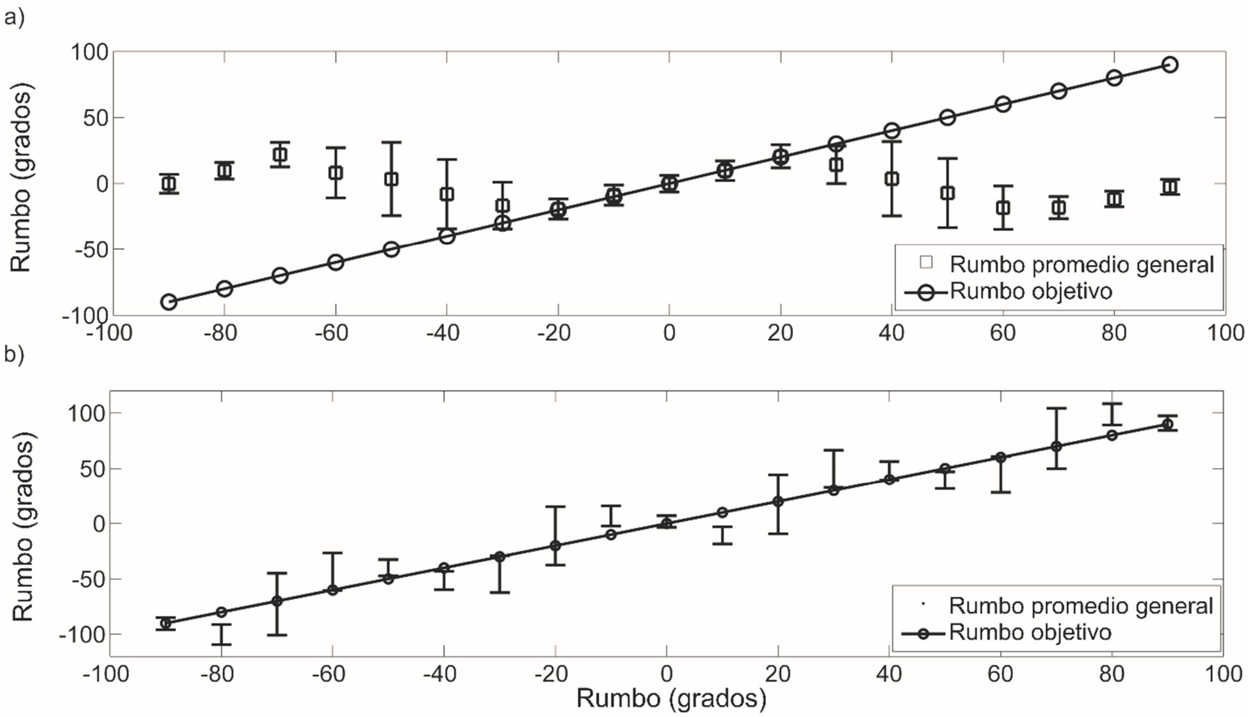

Figura 11. a) Recuperación de los promedios general después de rotar los datos del sitio 001 del conjunto COROD2 para diferentes ángulos. b) Misma recuperación, pero pre-rotando al ángulo objetivo y regresando después de la recuperación.

Se considera la función:

$$P(\theta) = \sqrt{\frac{1}{n_T}\sum_{j=1}^{n_T}\left[\widehat{\theta_j}(\theta) - \theta\right]^2} \tag{53}$$

El ángulo θ es la variable independiente y representa el ángulo de pre-rotación que se aplica a un tensor de impedancias arbitrario antes de la recuperación de los rumbos. El ángulo $\widehat{\theta_j}(\theta)$ es la estimación del rumbo para *j-ésimo* periodo suponiendo el ángulo de pre-rotación θ. El número de periodos es n_T. Guiado por los ejercicios ilustrados en la Figura 11 se debe buscar el ángulo θ que minimiza la función $P(\theta)$. Obviamente este es un problema no lineal. Para resolverlo, gráficamente, se encuentra el mínimo inspeccionando el dominio de ángulos. La Figura 12 muestra cómo varia la función $P(\theta)$ para un dominio amplio de ángulos de pre-rotación para el caso de rotar a -30° el tensor de impedancias original. Se observa que existen dos mínimos, uno a 32° y el otro a -58°, el primero alrededor del valor correcto y el otro en el ángulo complementario correspondiente.

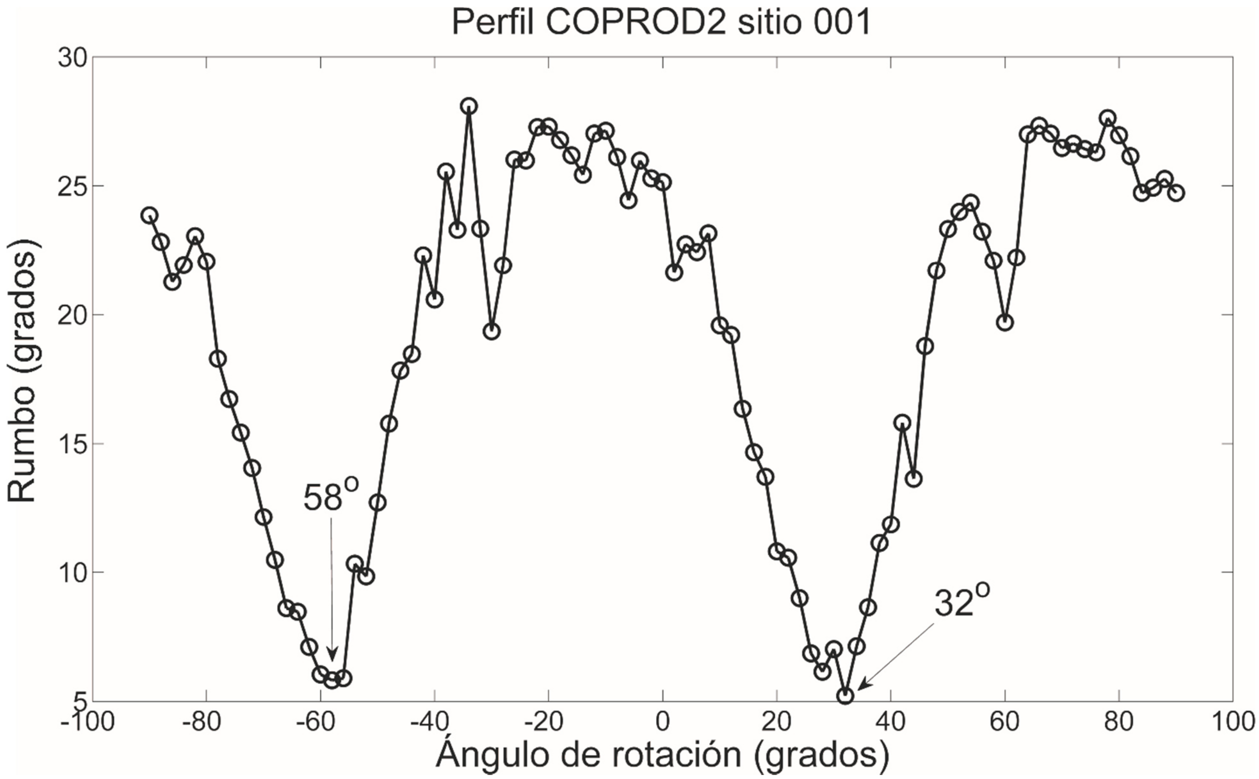

Figura 12. El ángulo de pre-rotación se encuentra realizando el proceso para diferentes ángulos y seleccionando en ángulo para la recuperación óptima.

Los resultados de aplicar los ángulos de pre-rotación seleccionados que producen los mínimos en la función que se muestra en la Figura 12, se muestran en las Figuras 13a y 14a. En cada caso la recuperación periodo por periodo es prácticamente idéntica, exceptuando los brincos verticales, a la recuperación que se muestra en la Figura 9a donde el promedio general para los diferentes rumbos fue de $0° \pm 6°$. En el caso de las Figura 13a y 14a los promedios generales fueron de $30° \pm 7°$ y de $-60° \pm 7°$ respectivamente. Se observa que las distribuciones de las 200 realizaciones en las Figuras 9b, 13b y 14b son también prácticamente idénticas. Están centradas en un valor de rumbo de cero grados debido al efecto del ángulo de pre-rotación. Este es un argumento o ejercicio un tanto ideal, ya que se comienza con un tensor de impedancias que se rotó artificialmente y después se recuperó el rumbo ya conocido. Lo que se requiere ahora es una prueba completa del algoritmo utilizando un tensor de impedancias que no esté rotado artificialmente.

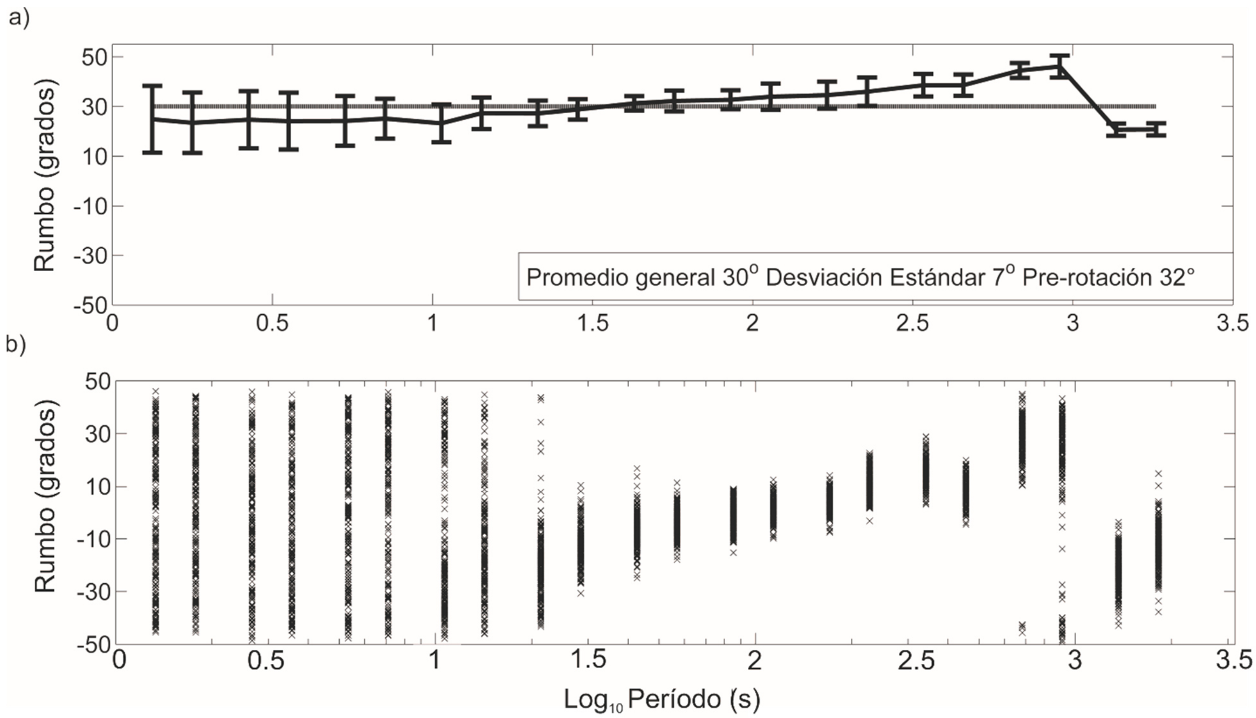

Figura 13. La misma recuperación de la Figura 10 pero pre-rotando al ángulo óptimo positivo encontrado.

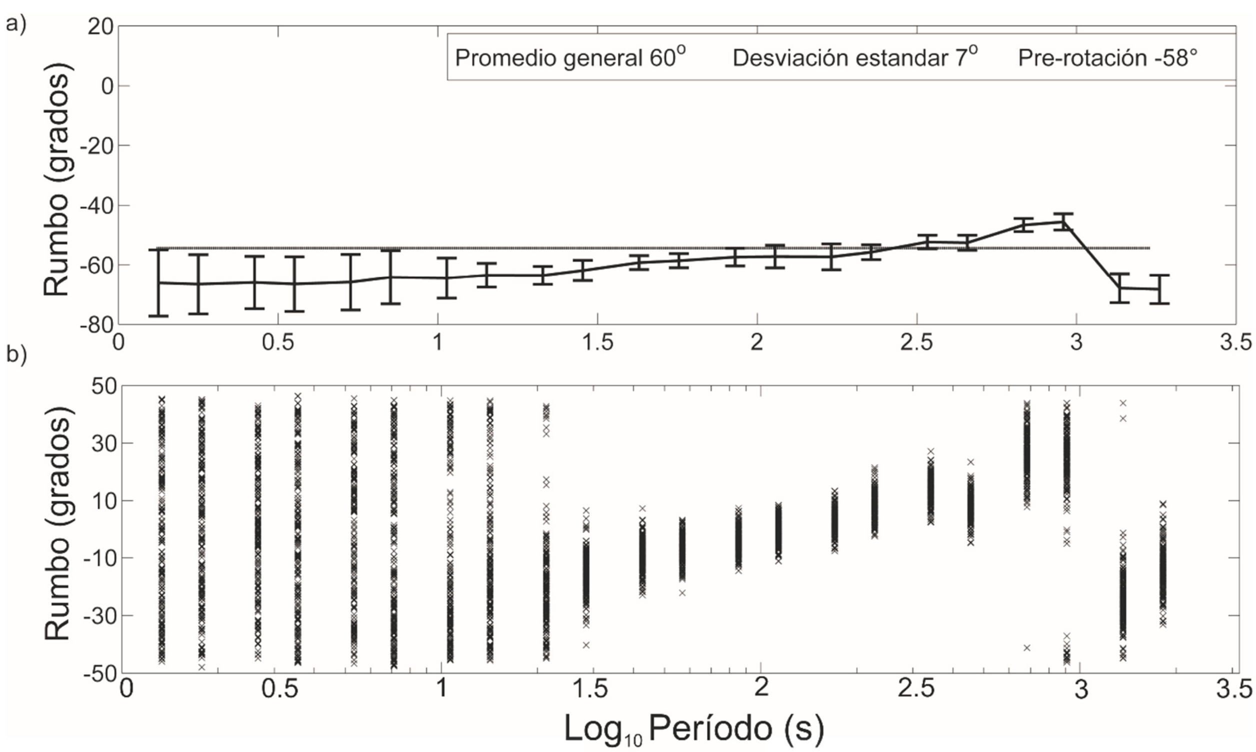

Figura 14. La misma recuperación de la Figura 10 pero pre-rotando al ángulo óptimo negativo encontrado.

3.5 far-hi: validación del algoritmo

El conjunto de datos far-hi fue introducido por Groom et al. (1993). El termino *far* se refiere a que el sitio está situado lejos de un contacto vertical, por otro lado, el termino *hi* se refiere al nivel de ruido, el cual es de 2% en las impedancias principales (equivalente a 4% en la resistividad aparente y de solo 1 grado en la fase). Jones (2012) utiliza este conjunto para comparar diferentes fórmulas para estimar el rumbo, entre ellas el tensor de fase. A continuación, se mostrará el desempeño del algoritmo básico desarrollado en este trabajo, la versión modificada del mismo que utiliza la pre-rotación y el uso directo de la fórmula.

Los datos para la resistividad aparente y la fase fueron digitalizados de las gráficas en el trabajo de Jones (2012) y se muestran en la Figura 15. Antes de proceder al análisis del rumbo, se muestran en la Figura 16 las resistividades aparentes y fases calculadas a partir de la ecuación cuadrática. El valor encontrado para corregir por shear fue de 32°, el cual se aproxima a lo reportado por Groom et al. (1993) y Jones (2012). Los detalles de la corrección por shear se muestran en el Anexo A. En este anexo también se muestra cómo el shear afecta a los datos tal como lo haría el efecto de estática: subiendo o bajando la curva verticalmente y no afectado las fases, y dejando el otro modo sin alterar.

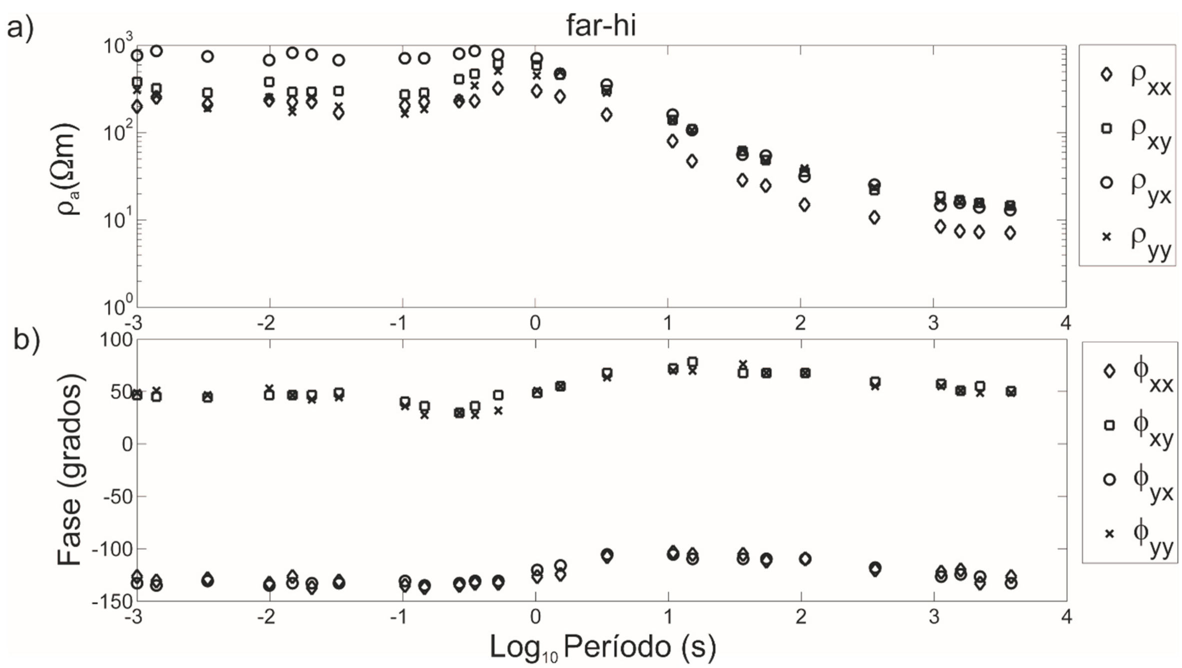

Figura 15. a) Resistividad aparente para el conjunto far-hi. b) Las correspondientes fases. Los valores fueron digitalizados de las gráficas en Jones (2012).

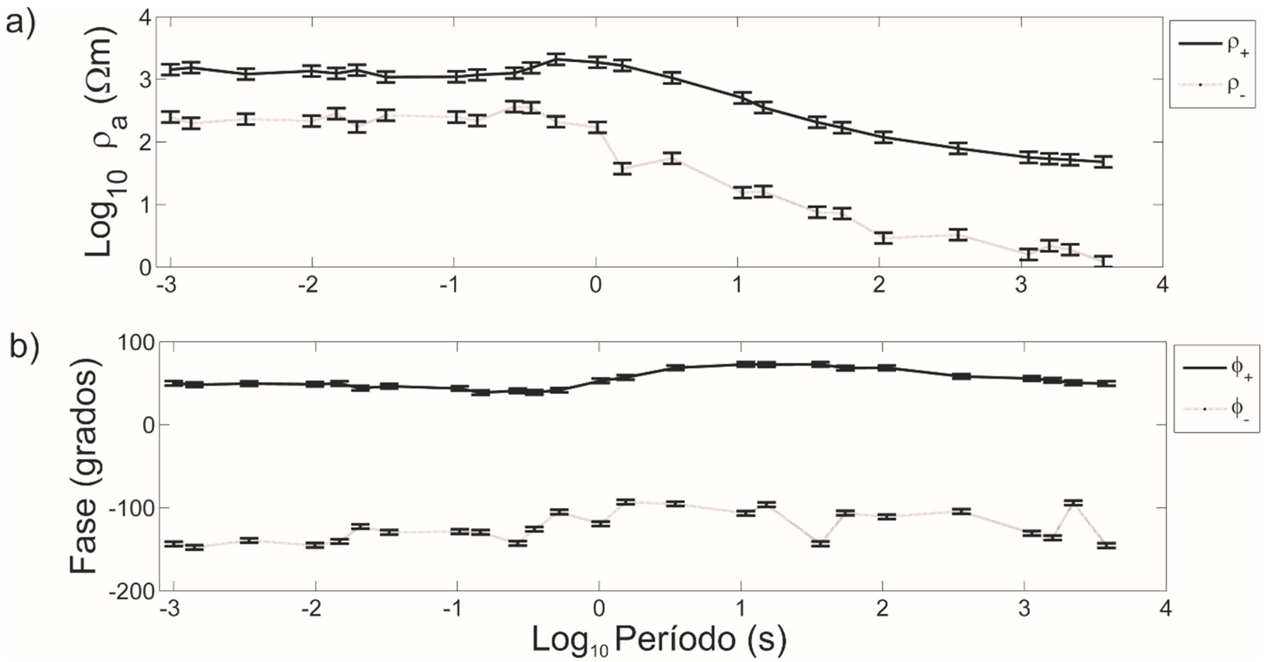

Figura 16. a) Resistividades aparentes sin distorsionar recuperadas del conjunto far-hi. b) Las fases correspondientes.

Los resultados de aplicar el algoritmo básico sin pre-rotar se muestran en la Figura 17a. Por debajo de 1 segundo los valores de rumbo son uniformes y centrados alrededor de un valor de 10°, más allá de 1 segundo los valores estimados también son uniformes, pero ahora centrados en -30°. Por otro lado, el promedio general es de -9°$\pm$22°. Obviamente este valor no es el deseado ya que el valor de rumbo utilizado para este conjunto es de +30°. Al igual que en las aplicaciones anteriores este resultado puede explicarse al observar las distribuciones para el cálculo del rumbo mostradas en la Figura 17b. Como puede verse en la Figura resulta difícil encontrar visualmente el ángulo al que debe pre-rotarse para encontrar el valor adecuado de rumbo.

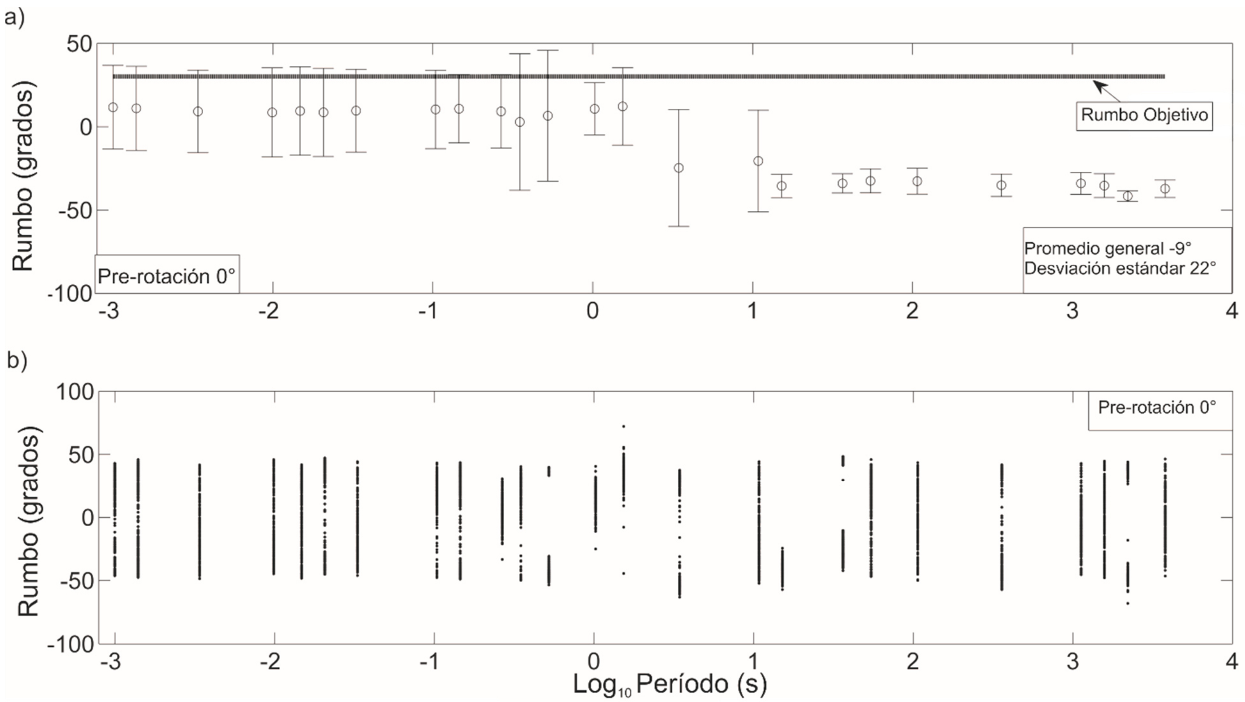

Figura 17. a) Cálculo del rumbo utilizando el algoritmo básico sin pre-rotar. b) La distribución de valores de rumbo para las 200 realizaciones, 20 internas y 10 externas.

La gráfica para determinar el ángulo óptimo para pre-rotar se muestra en la Figura 18. Igual que en los casos anteriores se encuentran dos ángulos: uno positivo y su complementario negativo. El primero a +32° y el segundo a -58°. Estos ángulos no son los valores que se tratan de determinar, sino resultados intermedios necesarios para pre-rotar y así poder determinar el valor óptimo para el rumbo.

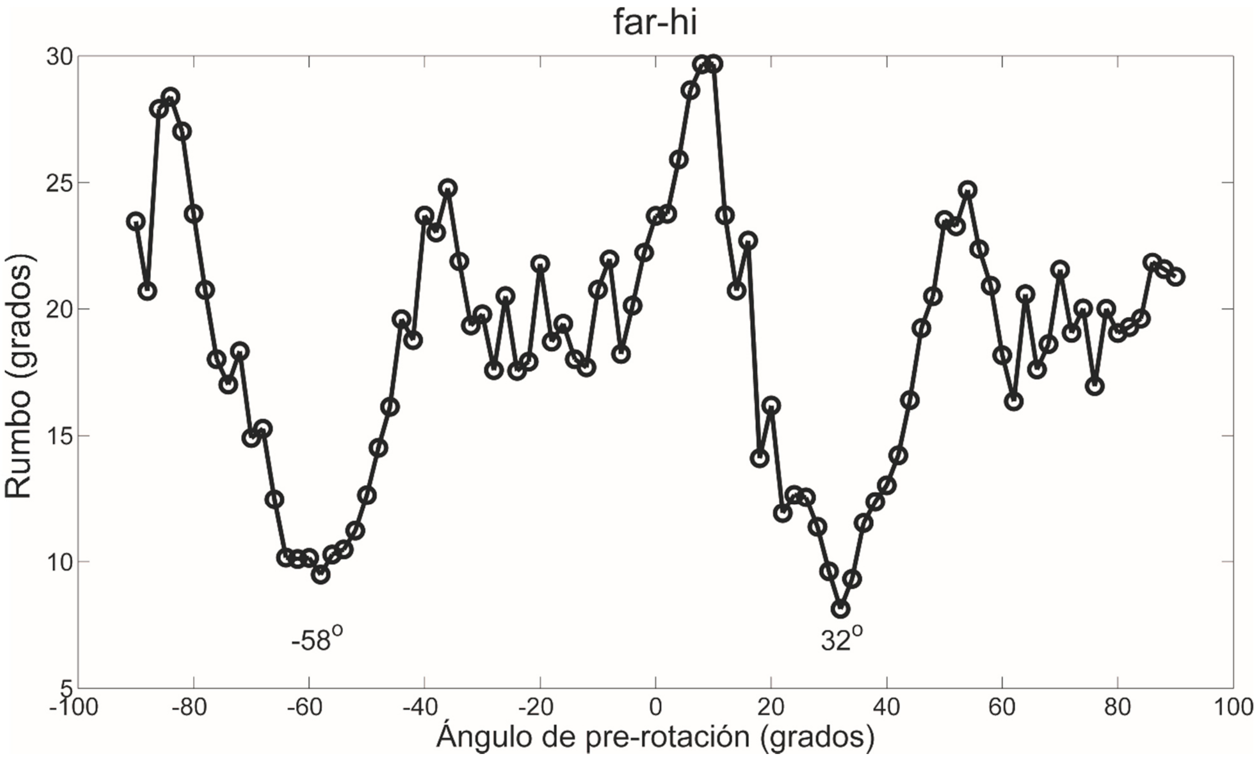

Figura 18. Determinación de los ángulos para pre-rotar.

Los resultados de pre-rotar a un ángulo de 32° se muestran en la Figura 19a. Las estimaciones están concentradas alrededor del valor objetivo de 30° con un promedio general de 33°±10°. Los círculos en rojo representan los valores obtenidos directamente de la fórmula para el rumbo, utilizando el tensor de fase. Estos últimos están dispersos como se reportó en Jones (2012). El algoritmo básico desarrollado en este capítulo muestra que esta dispersión no es completamente impredecible, y que corregir la distribución de las realizaciones lleva a obtener valores de rumbo que compiten con los que se obtienen al utilizar la descomposición del tensor a múltiples frecuencias de McNeice y Jones (2001), como se reporta en Jones (2012).

Los resultados al utilizar el ángulo de pre-rotación de -58° se muestran en la Figura 20a. se observa que las gráficas son parecidas a las que se muestran en la Figura 19a, de tal forma que para cada periodo están separadas por 90°. El promedio general para este caso es de -57°±10°. Las elipses del tensor de fase correspondientes se muestran en las Figuras 19b y 20b. Las primeras orientadas hacia la derecha y las últimas a la izquierda, tal como se espera.

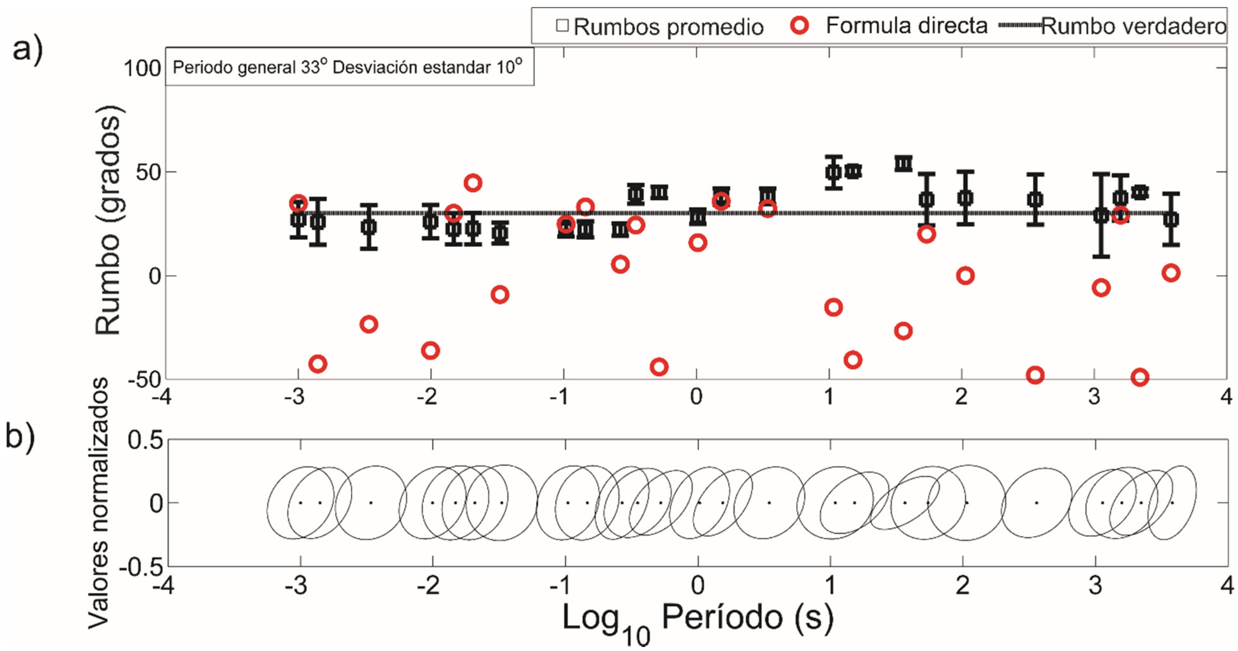

Figura 19. a) Calculo del rumbo utilizando el ángulo positivo de pre-rotación. b) Las elipses del tensor de fase correspondientes.

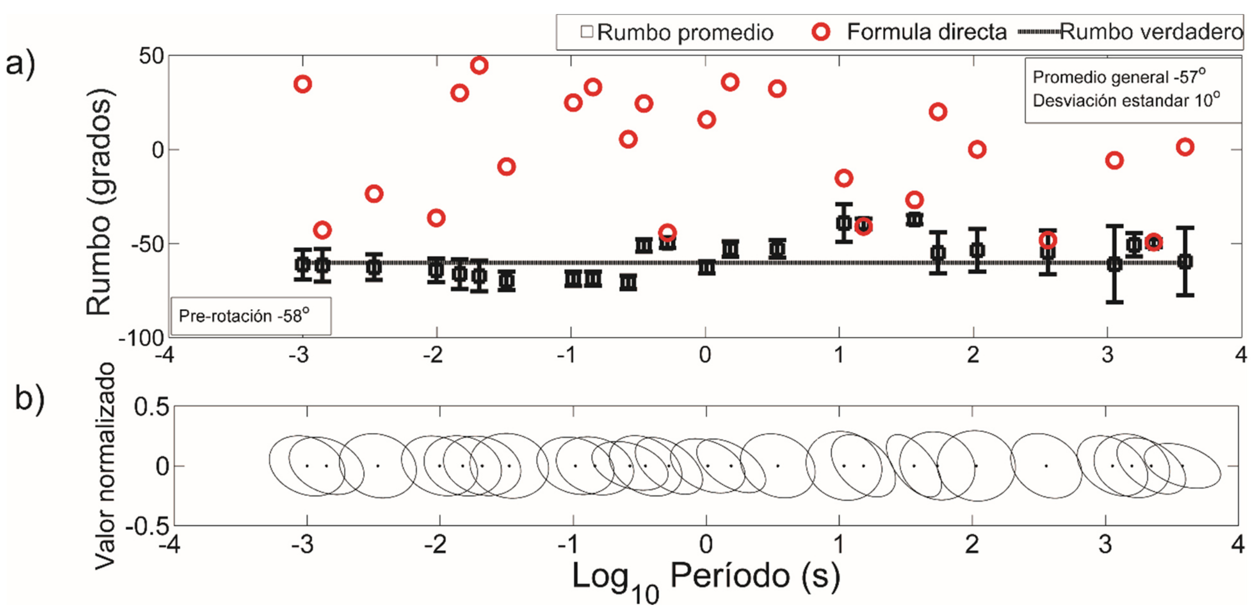

Figura 20. a) Calculo del rumbo utilizando el ángulo de pre-rotación negativo. b) Las elipses del tensor de fase correspondientes.

3.6 BC87: flexibilidad del algoritmo

Hasta ahora se han explorado los tipos de distribuciones que se producen al utilizar la fórmula del tensor de fase para el cálculo del rumbo cuando se utiliza ruido aleatorio. En lugar de suponer un solo valor de rumbo para todos los periodos, se consideró que el rumbo varía de periodo a periodo para así probar la fórmula a toda clase de situaciones. De esta forma se reconocen tres tipos de distribuciones para varias realizaciones.

Ahora se procederá a aplicar el algoritmo a un conjunto de datos de campo, donde el rumbo varía de periodo a periodo. Se utilizó el sitio lit902 del conjunto de datos de BC87. En la Figura 21 se muestra los datos originales para las resistividades y fases. En la Figura 22 se muestran las resistividades y fases sin distorsión recuperadas mediante la ecuación cuadrática, para este sitio se encontró que el valor de shear para corregir es de 7°, los detalles se discuten en el Anexo A.

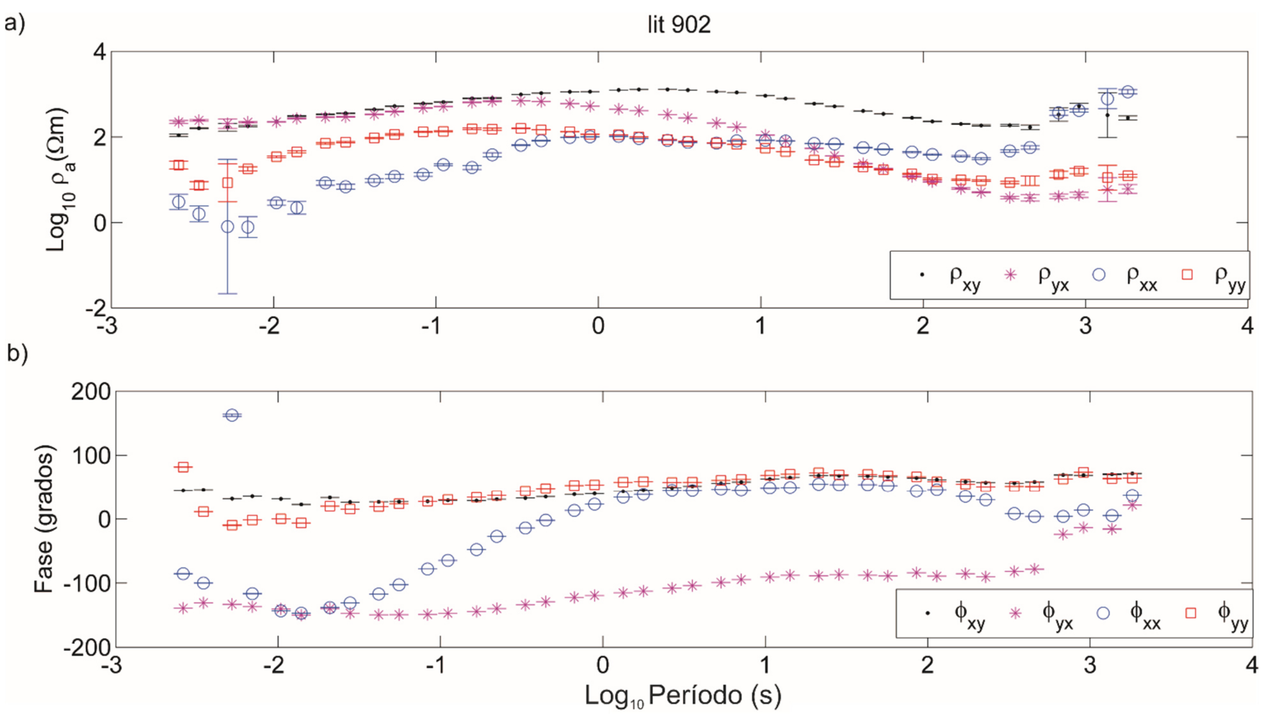

Figura 21. a) Curvas de resistividad aparente para el sitio lit901 del conjunto BC87. b) Las fases correspondientes.

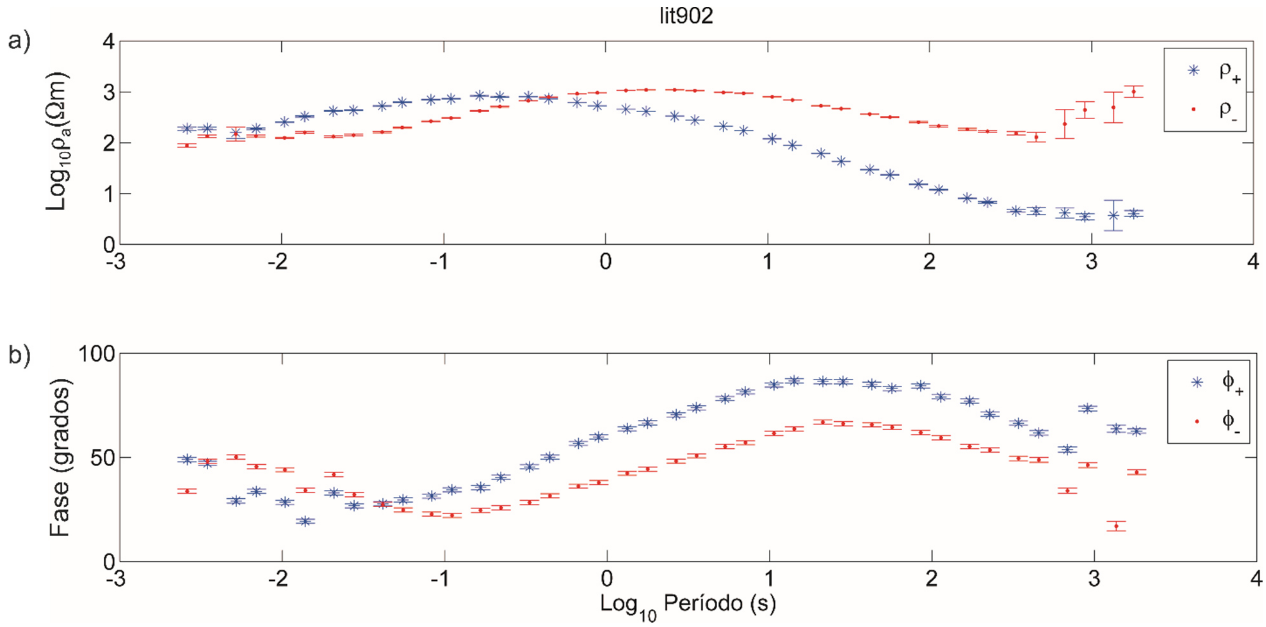

Figura 22. a) Curvas de resistividad aparente sin distorsión recuperadas para el sitio lit902 del conjunto BC87. b) Las fases correspondientes.

En la Figura 23a se presentan los resultados de aplicar el algoritmo básico a las impedancias originales del sitio. La distribución de los valores calculados de rumbo mostrada en la Figura 23b sugiere que para los periodos cortos y para los más largos, lo que pareciera ser una distribución bimodal en realidad se trata del cálculo de un determinado valor de rumbo o de su correspondiente ángulo complementario. Para evitar tener esta posibilidad o corregir si es necesario se procedió a determinar los ángulos óptimos para pre-rotar. Los resultados se muestran en la Figura 24.

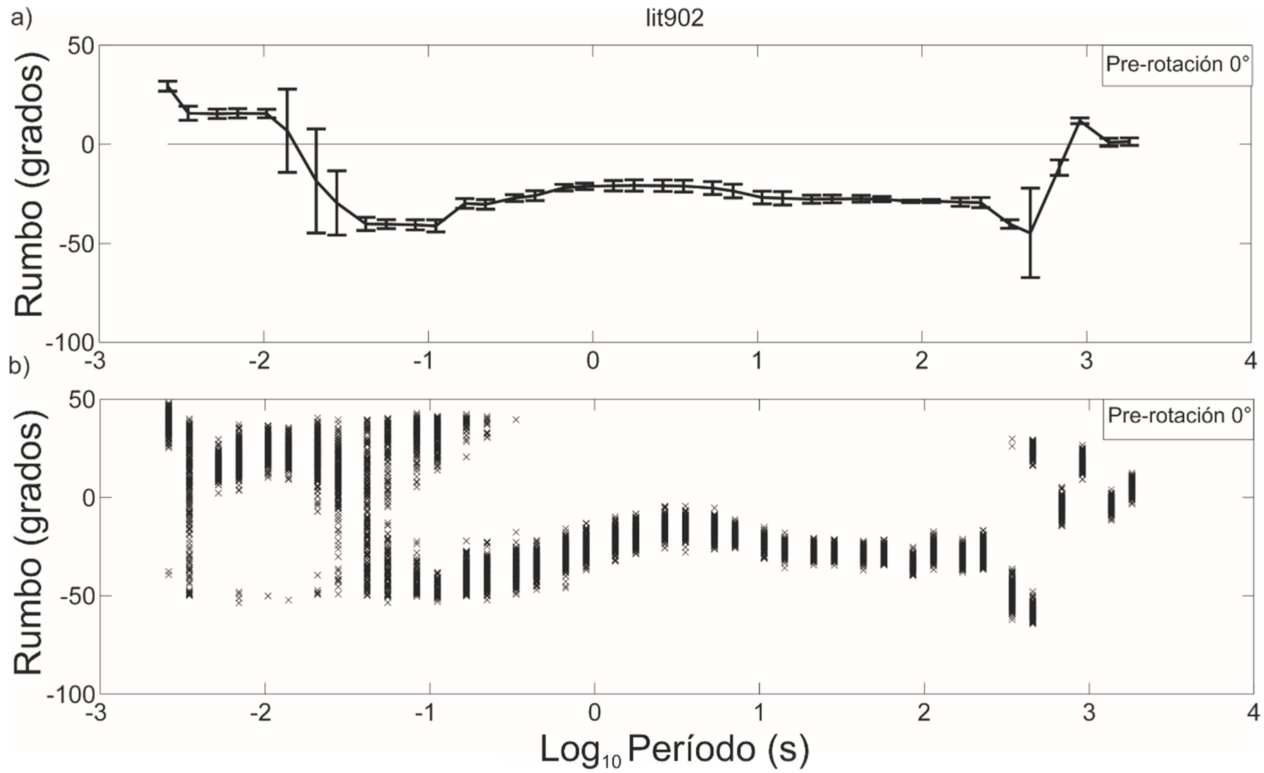

Figura 23. a) Calculo del rumbo aplicando el algoritmo básico, es decir antes de pre-rotar, para el sitio lit902 del conjunto BC87. b) Distribución del rumbo para las 200 realizaciones de donde se obtienen los valores obtenidos y mostrados en a).

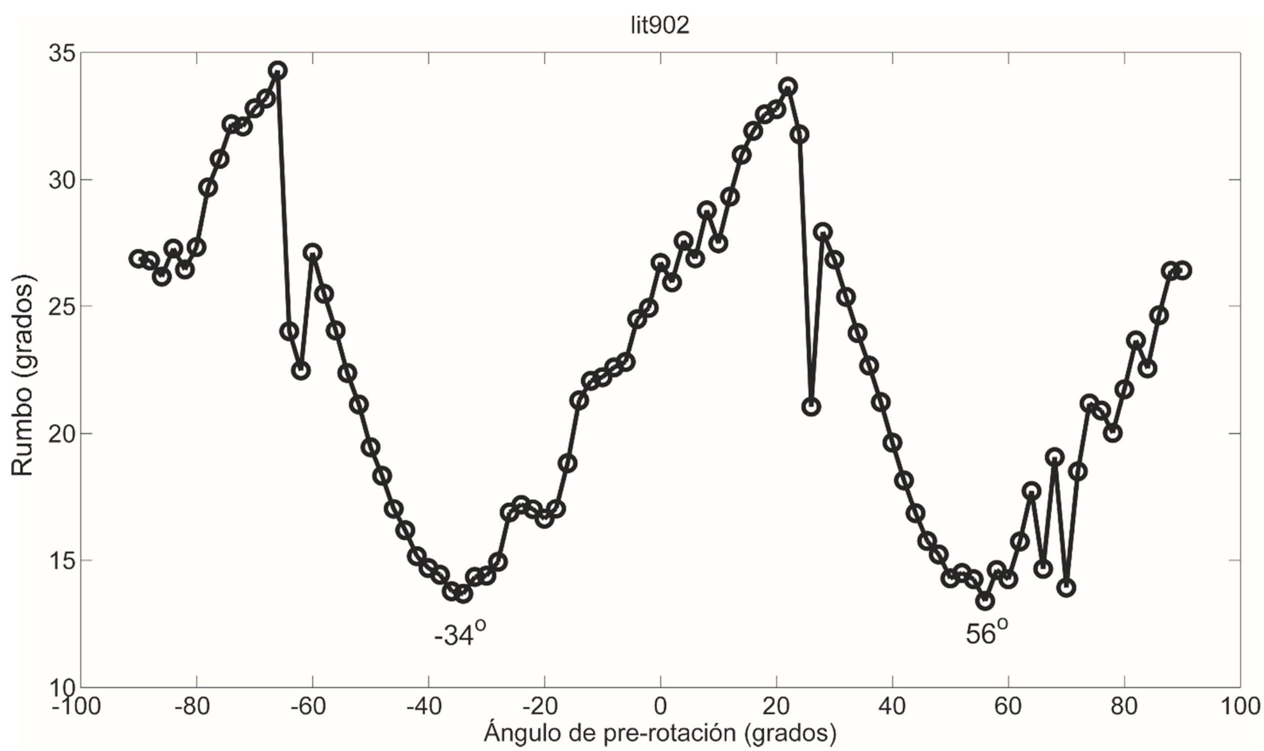

Figura 24. Determinación de los ángulos óptimos para pre-rotar para el sitio lit902 del conjunto BC87.

En la Figura 24 se observan los dos ángulos encontrados, a 56° y -34°, uno el complemento del otro. Suponiendo que estos dos ángulos fueran los posibles valores de rumbo para este sitio, el primero corresponde con lo reportado en Jones et al. (1993) y el segundo con lo reportado por Groom et al. (1993) y Ledo y Jones (2001). Sin embargo, como se mencionó antes, los ángulos de pre-rotación son solamente ángulos óptimos para poder determinar los verdaderos valores de rumbo, que pueden o no variar sobre el periodo.

En las Figuras 25a y 26a se presentan los resultados de aplicar los dos ángulos para pre-rotar. Las diferencias respecto a los rumbos que se muestran en la Figura 23, que no consideran los ángulos para pre-rotar, se encuentran en los periodos cortos y los más largos. Utilizar la pre-rotación hace que las variaciones en el cálculo del rumbo sean más uniformes para todos los periodos en ambos casos. Los valores de rumbo encontrados varían en un rango de 30° a 70°, en el caso del ángulo de pre-rotación positivo, y de -60° a -20°, para el ángulo de pre-rotación negativo. Las distribuciones para los dos casos son prácticamente idénticas, como lo muestran las Figuras 25b y 26b. El promedio general para ambas distribuciones es cero, forzándolas a ser una distribución normal característica.

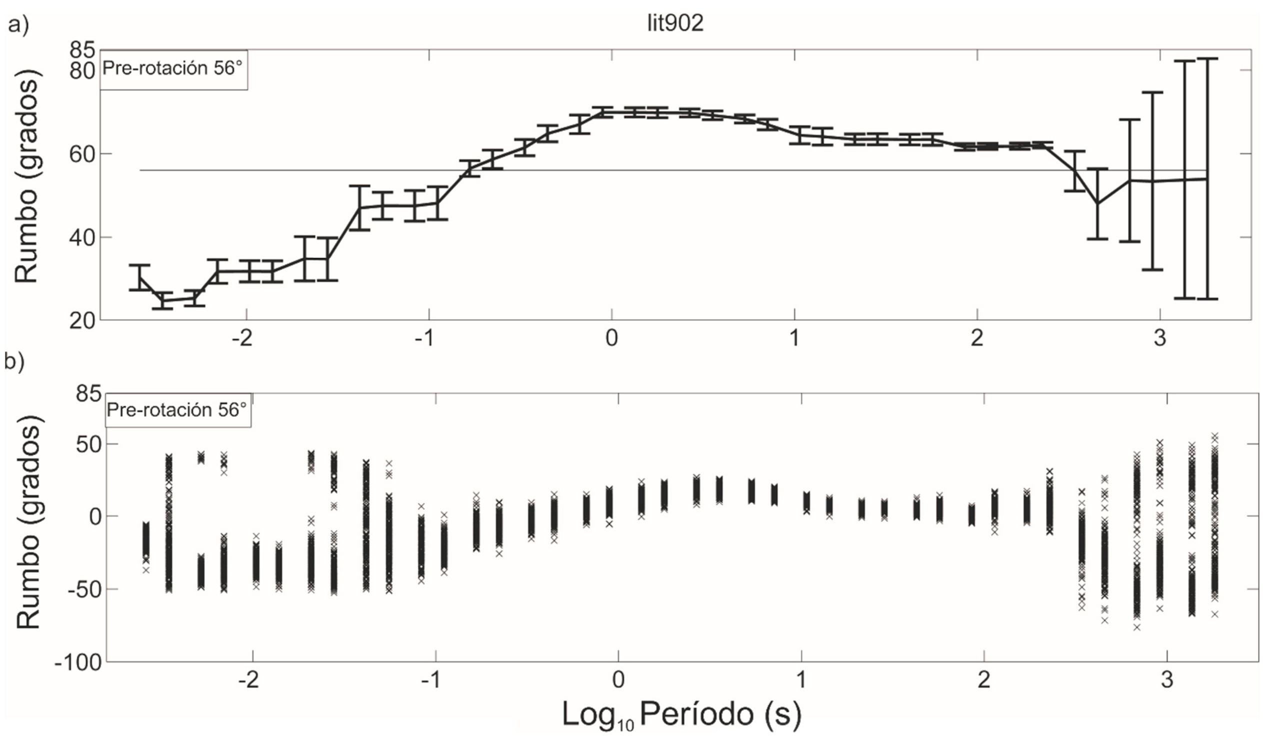

Figura 25. a) Cálculo del rumbo utilizando el ángulo de 56° para pre-rotar. b) La distribución de los valores de rumbo para las 200 realizaciones.

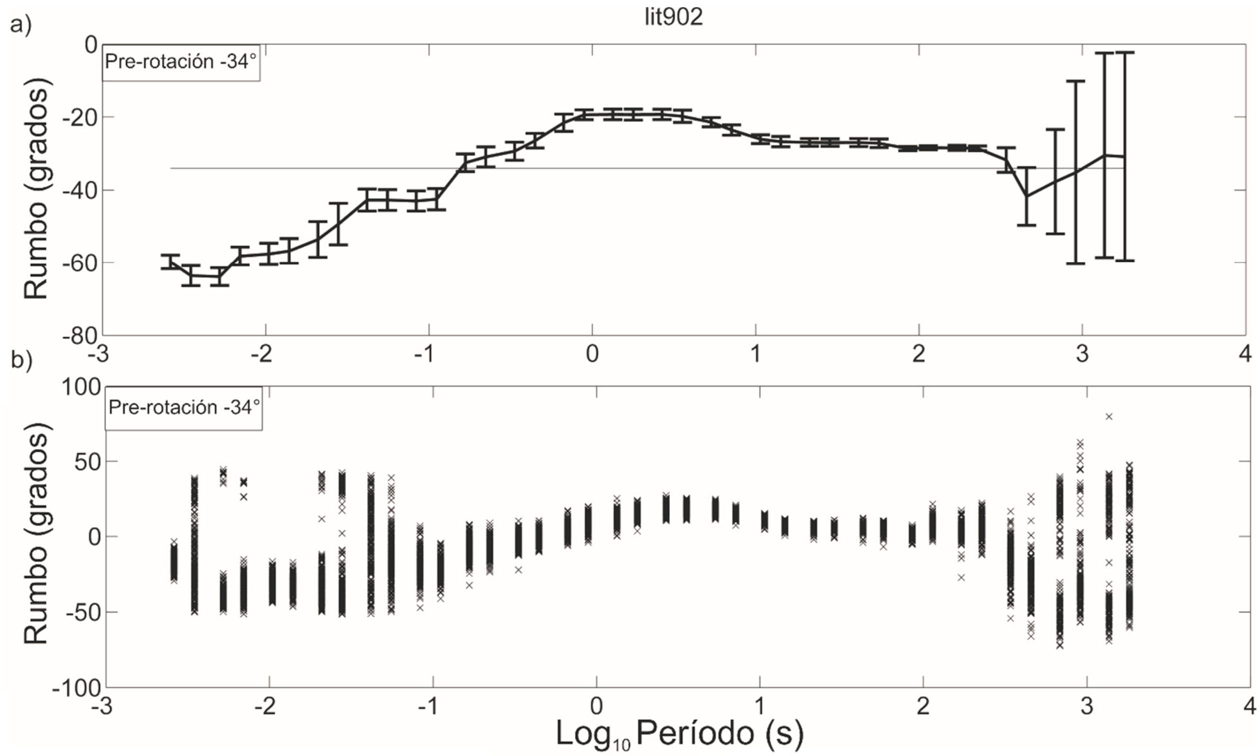

Figura 26. a) Cálculo del rumbo utilizando el ángulo de -34° para pre-rotar. b) La distribución de los valores de rumbo para las 200 realizaciones.

En todos los casos hasta ahora se utilizó un error (b-error) de 5%, el cual se consideró adecuado para todos los casos. Sin embargo, aún queda por resolver cual es el efecto del b-error en el cálculo del rumbo. La Figura 27 muestra los resultados utilizando errores de 5, 12 y 25%. Se observa que entre más pequeño sea el error, la variación en el cálculo del rumbo es mayor de periodo a periodo. Al incrementar el nivel de error esta variación disminuye hasta que con el error más grande el rumbo es uniforme sobre el periodo. Esto se debe a que entre más grande sea el error será mayor la dispersión en los cálculos, y debido a esta dispersión, será más probable que exista un valor de rumbo más cercano al valor semilla, de acuerdo a la forma en que trabaja el algoritmo aquí desarrollado. Se observa también que las barras de error para los rumbos calculados no aumentan su tamaño de manera lineal al incrementar el error.

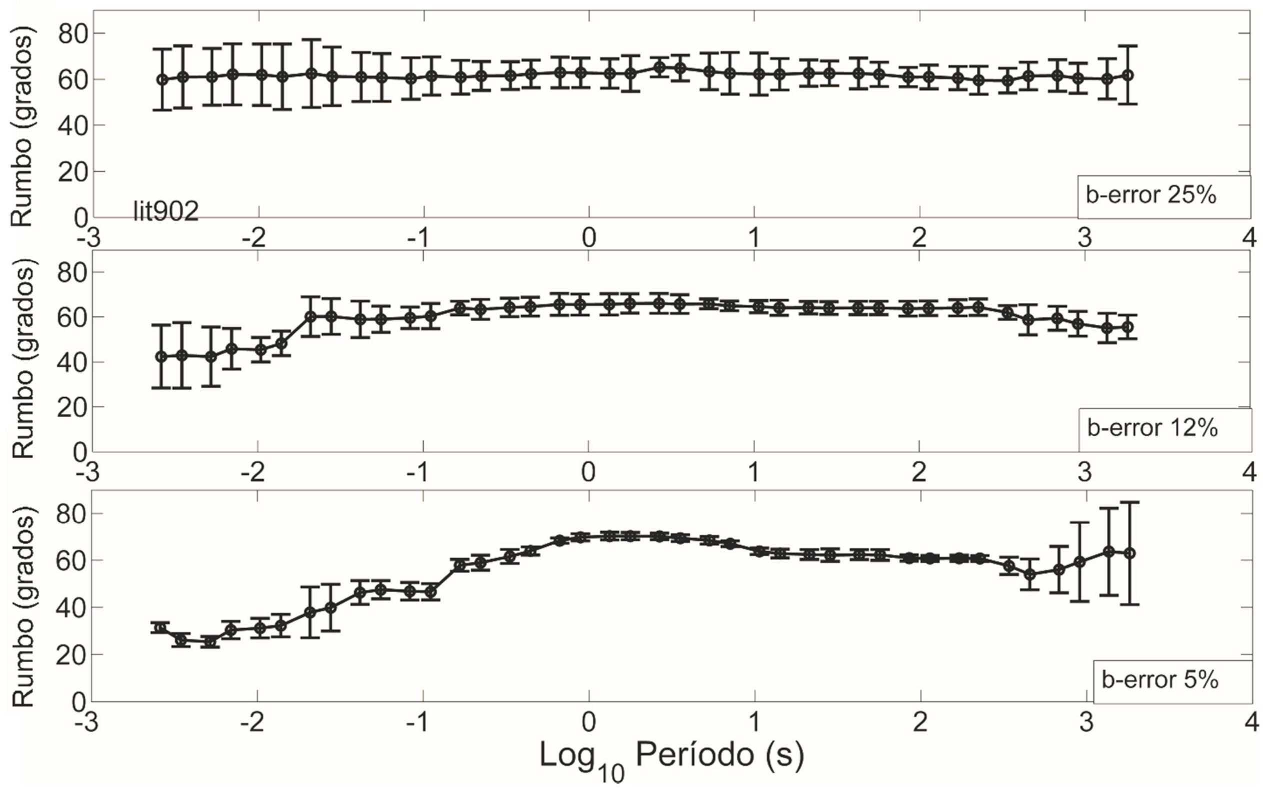

Figura 27. Aumentar el error en los datos (el b-error) no incrementa las incertidumbres para el cálculo del rumbo. Conforme aumenta el error se obtienen valores de rumbo que no varían de periodo a periodo.

Como se mencionó con anterioridad, el ángulo de pre-rotación es solo un paso intermedio para calcular el rumbo, y que de hecho el rumbo puede variar de periodo a periodo, algo que el ángulo de pre-rotación no hace. Sin embargo, el promedio para todos los periodos es o debería ser el mismo como el ángulo de pre-rotación. Esto debido a la forma en que se calculan, el ajuste por mínimos cuadrados para una serie de números es su media aritmética. Esto se ilustra en la Figura 28a para los 16 sitios del conjunto de datos BC87. En la Figura 28b se muestra que tanto los promedios como las varianzas no son sensibles al b-error, en la Figura se muestran resultados utilizando errores desde 5 a 80%. Finalmente, en la Figura 28c se muestra que los promedios para el caso en que se utiliza un b-error de 50% pueden tener incertidumbres menores que las que se muestran en la Figura 28a, que corresponden a un b-error de 5%. Este mismo efecto se observa para los periodos largos en la Figura 27. En principio el b-error debe ser igual al error en los datos para cada elemento del tensor, sin embargo, como se mostró sobrestimar o subestimar los errores no debería ser un problema. También en la Figura 28c se ilustra el promedio general para todos los sitios, el cual está alrededor de 50°. Este promedio considera únicamente los rumbos calculados suponiendo el ángulo de pre-rotación positivo, el promedio correspondiente para el ángulo negativo debe estar alrededor de -40°.

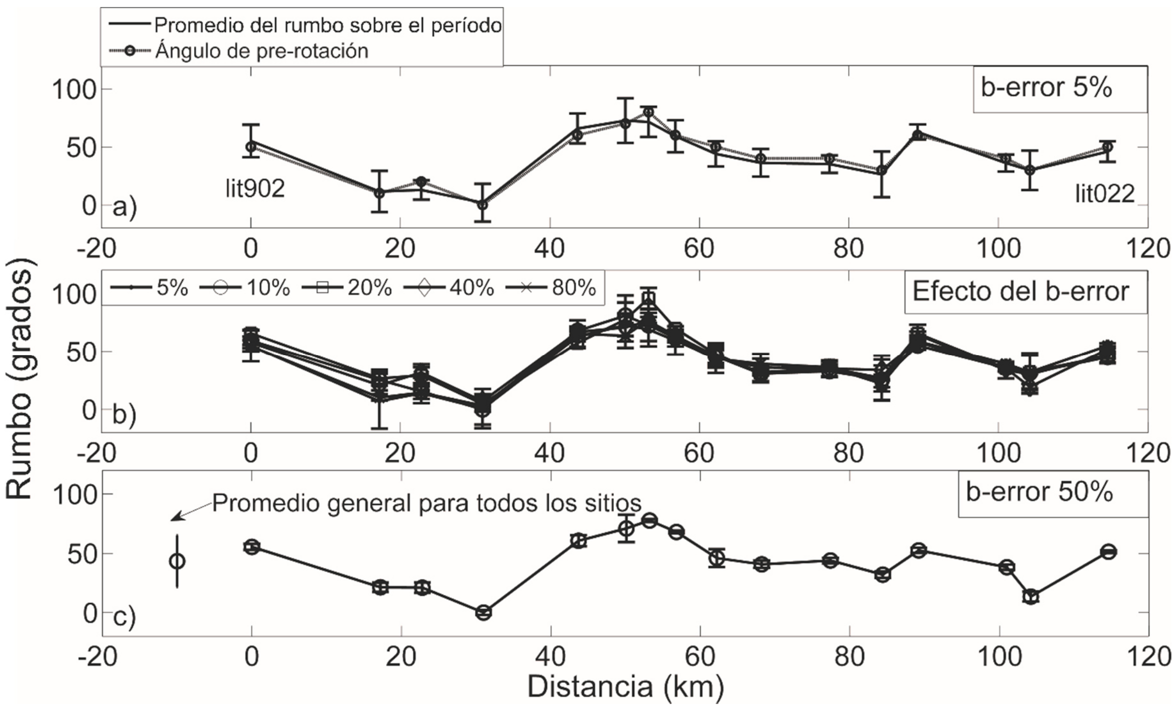

Figura 28. a) el ángulo de pre-rotación, una constante, es también el promedio del rumbo para todos los periodos, cuya distribución no es necesariamente uniforme. b) El efecto del b-error en los promedios general para todos los periodos, para diferentes sitios. c) Promedio general para todos los periodos, para todos los sitios. Se observa que las incertidumbres son menos en c) que en a). Solo se etiquetaron el primer y último sitio.

Es importante resaltar que las fórmulas para calcular el rumbo y para calcular las impedancias son independientes. Es decir, determinar uno no influye en el otro. En la Figura 29a se muestra el rumbo como función del periodo, y sus incertidumbres para los mismos sitios utilizados en la Figura 28. Se utilizó para este caso un b-error de 25%. Las impedancias sin efectos de distorsión, cuyas resistividades aparentes se muestran en las Figuras 29b y 29c, corresponden a los rumbos mostrados en la Figura 29a. Sin embargo, como se dijo anteriormente son independientes. Se puede cambiar el rumbo variando el b-error y las resistividades aparentes serían las mismas.

Ahora ya se tienen los datos para el perfil BC87 libres de distorsiones, con excepción del factor de estática, y se conoce el valor del rumbo para cada periodo y sitio. Se puede proceder a realizar la inversión de los mismos, el cual es otro de los objetivos de este trabajo

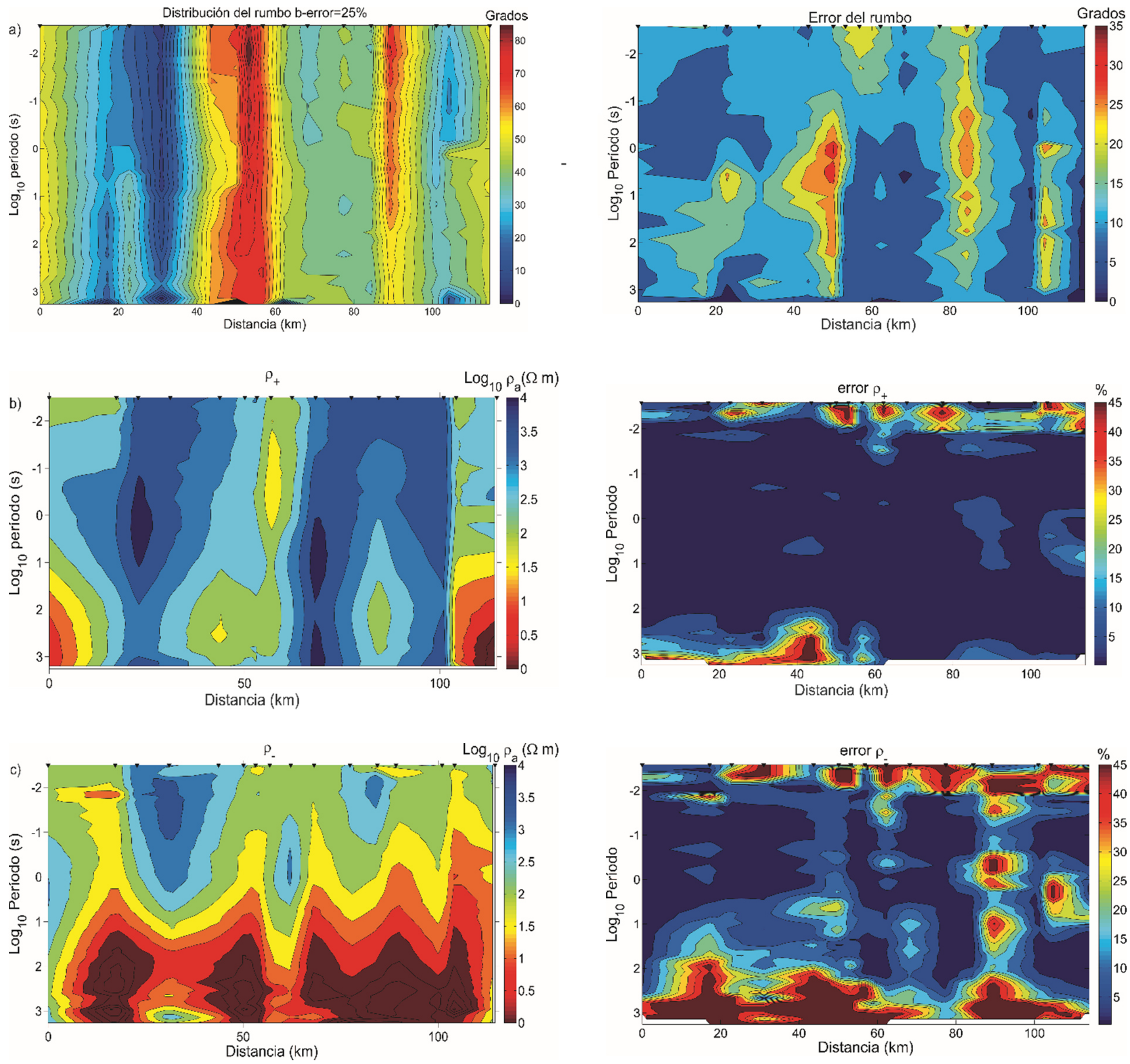

Figura 29. a) rumbos calculados y sus incertidumbres, para todos los periodos y sitios. b) Resistividades aparentes de ρ_+ y sus incertidumbres. c) resistividades aparentes de ρ_- y sus incertidumbres

3.7 Conclusión

Las imágenes de la Figura 29 son inéditas. La Figura 29a representa los rumbos de una estructura bidimensional, los cuales en principio deberían ser uno solo. Las Figuras 29b y 29c son, por otra parte, resistividades aparentes y fases que serán las mismas independientemente del rumbo. Esto es, que se pueden invertir suponiendo cualquier rumbo. El modelo resultante puede entonces compaginarse con los rumbos proveyendo además de una imagen de resistividad otra de rumbos. Este será el objetivo del siguiente capítulo

Capítulo 4. Interpretación del perfil magnetotelúrico BC87

4.1 Introducción

Como se explicó en el capítulo anterior, el uso de invariantes relaja las restricciones de direccionalidad al momento de invertir los datos en 2D. A manera de introducción se presentan dos ejemplos, uno con datos sintéticos y otro con datos de campo, en los que se simulan cambios de rumbo. En las Figuras 30a y 30c se muestran los modelos resultantes de la inversión del conjunto de datos sintéticos COPROD2S2 para dos diferentes azimuts, el verdadero de 0° y uno hipotético de 45°. El primero se reportó en Gómez-Treviño et al. (2014b) y el segundo fue obtenido invirtiendo los mismos datos, pero con las distancias entre sondeos recalculadas, es decir que los sondeos estuvieran más distanciados, simulando el efecto de haber cambiado el valor del rumbo a 45°.

En las Figuras 30b y 30d se muestra el mismo ejercicio, pero ahora utilizando los datos del conjunto de datos de campo COPROD2. En ambos casos se observa que utilizando el rumbo verdadero o el incorrecto se obtienen prácticamente los mismos modelos, obviamente las escalas horizontales son diferentes, pero los rasgos de resistividad son los mismos. Esto se debe a que para los dos conjuntos y en ambos casos se utilizaron los mismos datos de resistividad y fase, las impedancias de cada sitio no se rotaron a la nueva dirección, se utilizaron como si se tratara de invariantes ante rotación, como de hecho lo son.

Disminuir los efectos de escoger un rumbo incorrecto es una de las aplicaciones de la hipótesis que se presenta en este trabajo, que ρ_{TE} y ρ_{TM} deben ser tratados como invariantes ante rotación. De mayor impacto sería la posibilidad de manejar los perfiles que presentan múltiples rumbos, no solo de sitio a sitio sino también de periodo a periodo. Reconocer que ρ_{TE} y ρ_{TM} son invariantes ante rotación abre esta posibilidad. Como se reporta en el trabajo de Pedersen y Engels (2005) con relación al determinante, los datos que se invierten son exactamente los mismos cuando se usan invariantes, no importa el rumbo que se suponga. A continuación, se utilizará el conjunto de datos BC87 (Jones et al., 1988, Jones et al., 1993) el cual muestra rumbos variables de sitio a sitio y de período a periodo, de acuerdo a lo mostrado en el capítulo anterior y en lo reportado por Muñiz et al. (2017).

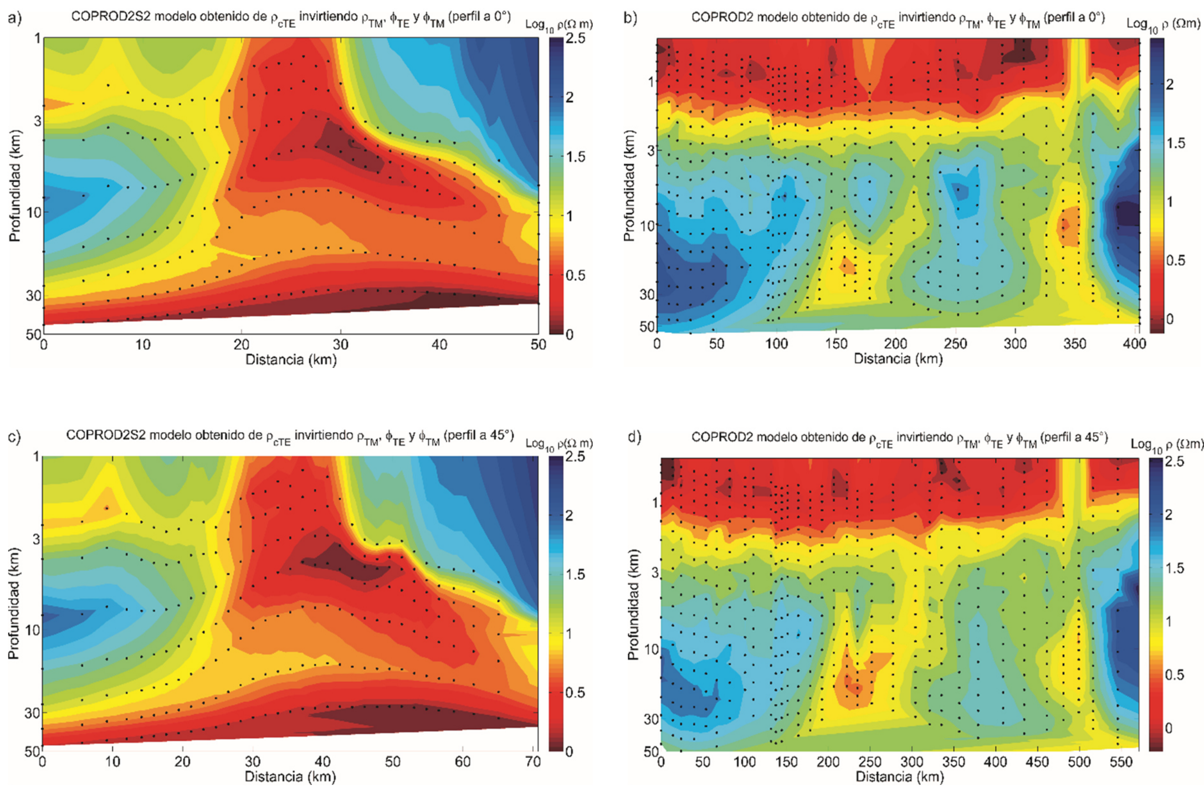

Figura 30. Efecto de suponer rumbo incorrectos para los conjuntos COPRO2S2 Y COPROD2. a) y b) se muestran los modelos obtenidos utilizando el rumbo correcto de 0° ; c) y d) muestran los modelos obtenidos al utilizar el rumbo incorrecto de 45°.

4.2 Predicción del modo TE utilizando rumbos complementarios

Determinar la dirección del rumbo para el tensor de impedancias es un problema ambiguo ya que no es posible distinguir entre un ángulo y su complemento. En el caso del conjunto BC87 la mayoría de los sitios tienen un rumbo de 60° o -30° (Groom et al., 1993, Jones et al., 1993), de los cuales el ángulo de -30° es el que se escoge ya que concuerda aparentemente con el rumbo geológico regional. Para este trabajo, antes de seleccionar cuál de los dos ángulos es el correcto se procederá a interpretar los datos utilizando ambas opciones. La opción que mejor prediga alguna información confiable que esté disponible será la escogida como más confiable. En este caso se escogió como la predicción a la línea de EMAP (Electromagnetic Array Profiling) que fue tomada sobre el Batolito Nelson, y que fue realizada en la misma época en que los datos del perfil MT fueron tomados (Jones et al., 1989). La tarea consiste en interpretar el perfil y basado en los resultados predecir cómo debería verse un sondeo libre de estática tomado sobre el batolito Nelson.

Utilizando el algoritmo STRIKE desarrollado por McNiece y Jones (2001), Mayra Cuellar, en su tesis de maestría (Cuellar, 2017) obtuvo los datos correspondientes para ambos valores de rumbo. Se comenzó comparando los resultados de las inversiones realizadas suponiendo un rumbo de 60° y de -30°. La Figura 31 muestra los resultados para el caso de 60°. El modelo de la Figura 31a es el modelo rugoso que se obtiene de invertir variando el parámetro de regularización τ en el algoritmo de inversión de Rodie y Mackie (2001), el cual se va disminuyendo hasta que la resistividad aparente del modo TE converge a la pseudosección que se muestra en la Figura 31c. Se invierten las resistividades del modo TM y las fases de ambos modos, dejando las amplitudes del modo TE como las salidas de la inversión (Gómez-Treviño et al., 2014). Las Figuras 31b y 31d comparan la resistividad aparente del modo TM con la respuesta del modelo con RMS de 55.25, el cual es un valor grande debido a los errores utilizados para realizar la inversión son muy pequeños, de 0.01 para la resistividad y 0.005 para la fase. Como se explica en el Anexo D, el objetivo no es obtener un modelo suave con un valor de RMS por debajo de 1, sino obtener el modelo más rugoso posible y a partir de él obtener la resistividad aparente del modo TE libre del efecto de estática. El resultado correspondiente utilizando el caso de rumbo de -30° se muestra en la Figura 32 donde el orden es el mismo que para la Figura 31, el RMS para esta inversión fue de 57.92. Se observa que las resistividades calculadas del modo TE para ambos casos son muy diferentes. Esto facilitará la decisión de cuál de los dos ángulos es el correcto al momento de comparar con el sondeo libre de estática que se tomó sobre el batolito Nelson. Al igual que un sondeo de EMAP, cualquier curva de resistividad aparente calculada del modo TE está libre del efecto de estática. Las fases correspondientes para las dos inversiones se muestran en el anexo E.

En la Figura 33 se muestran los tres sondeos del perfil que se sitúan sobre el Batolito Nelson, para ambos valores de rumbo. Los dos conjuntos de curvas tienen amplitudes muy diferentes y aunque se cruzan en algún punto tienen pendientes también muy diferentes. Esto también facilitará la tarea de comparar las curvas con los datos de campo reales sobre el Batolito.

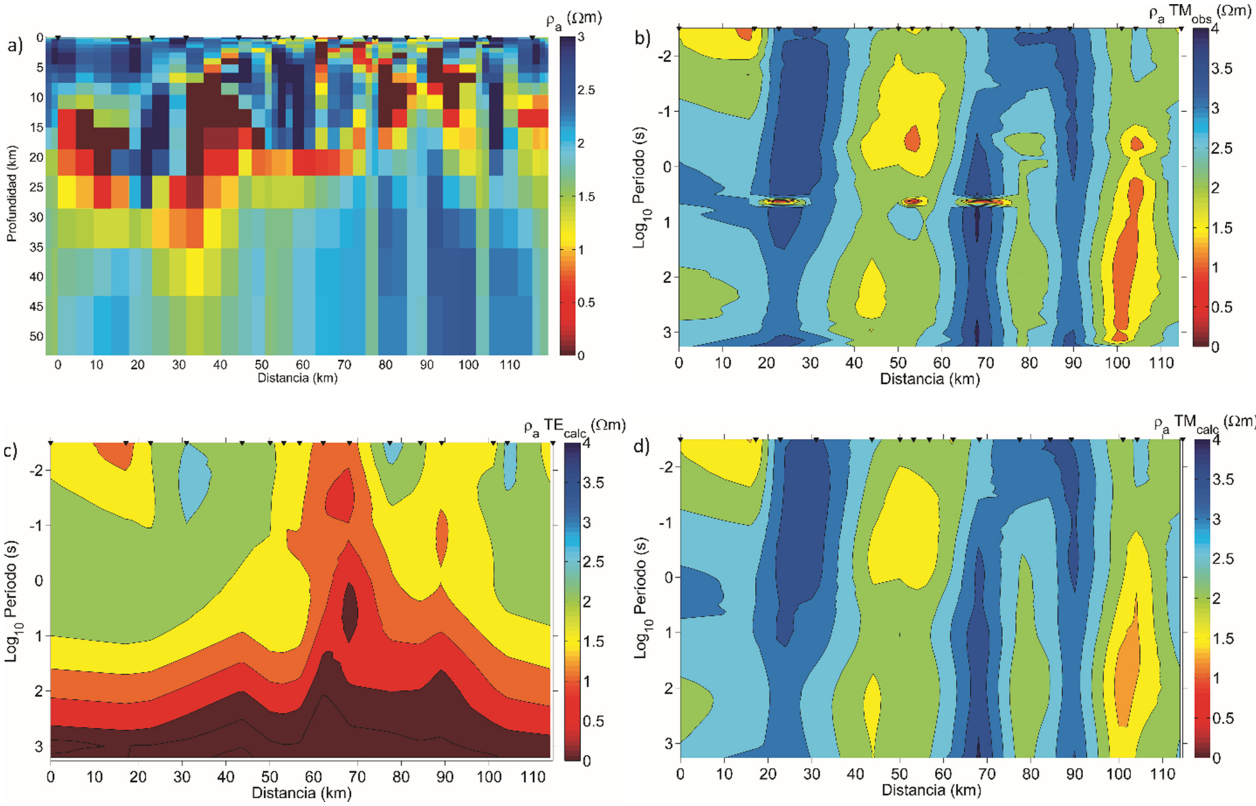

Figura 31. Resultados para el rumbo de 60°. a) El modelo rugoso que se obtiene de invertir los datos que se muestran en b) junto con las fases de ambos modos. c) La resistividad aparente TE del modelo rugoso. Las resistividades del modo TE no se utilizaron en la inversión. d) Las resistividades aparentes TM del modelo rugoso. Figura modificada de Cuellar, 2017.

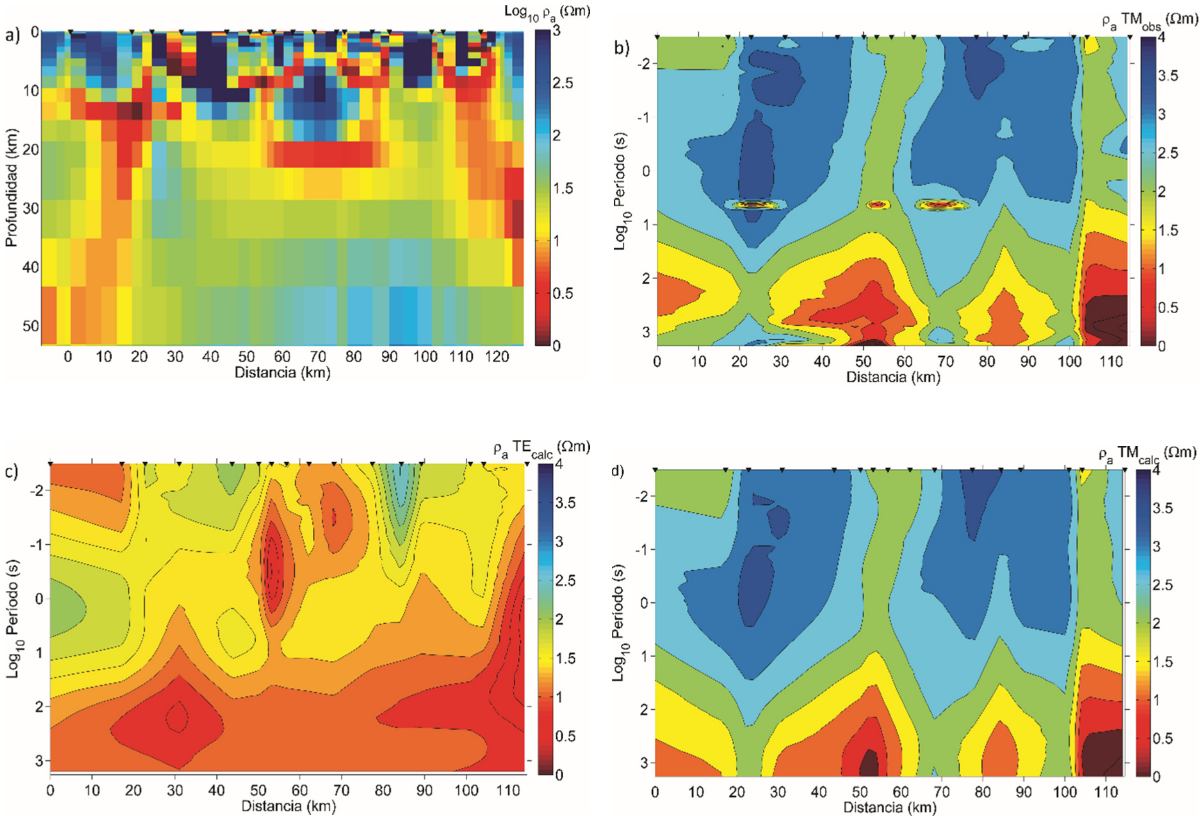

Figura 32. Resultados para el rumbo de -30°. a) El modelo rugoso que se obtiene de invertir los datos que se muestran en b) junto con las fases de ambos modos. c) La resistividad aparente TE del modelo rugoso. Las resistividades del modo TE no se utilizaron en la inversión. d) Las resistividades aparentes TM del modelo rugoso. Figura modificada de Cuellar, 2017.

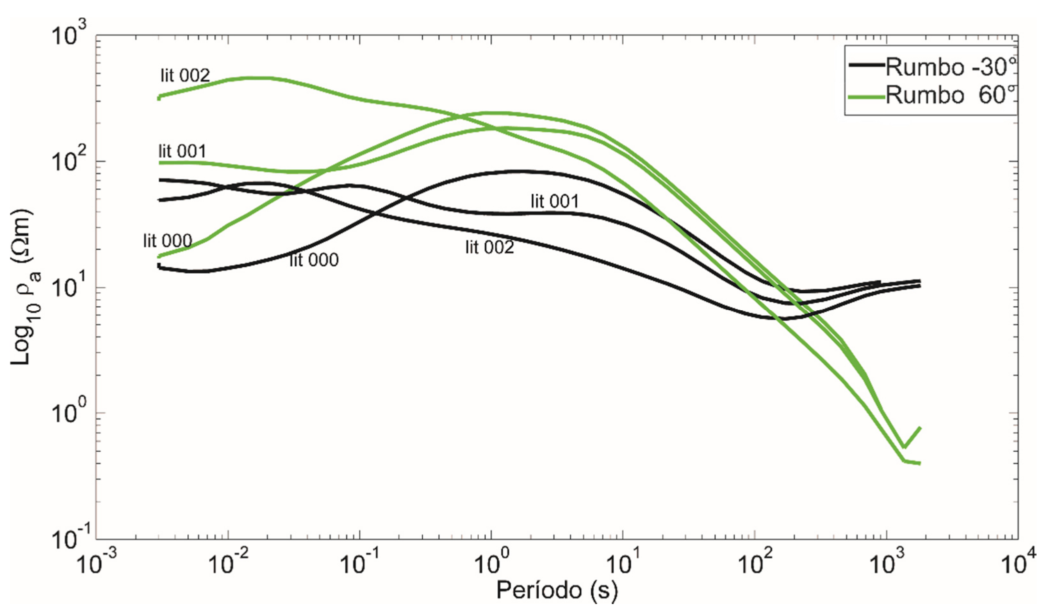

Figura 33. El procedimiento para decidir el rumbo correcto incluye la comparación de tres curvas de resistividad aparente TE libres de estática, los tres sondeos corresponden a los ubicados sobre el batolito Nelson. Figura modificada de Cuellar, 2017.

4.3 Predicción del modo TE utilizando el determinante

La resistividad aparente derivada del determinante del tensor de impedancias es el promedio geométrico de las resistividades de los dos modos, y la fase es el correspondiente promedio aritmético. Si se tiene información de un solo sondeo es imposible descomponer la curva en las componentes originales. Sin embargo, si se tiene un modelo que ajuste a los datos es posible obtener una resistividad aparente TE predicha. Este procedimiento tiene la ventaja de que no toma en cuenta si el rumbo fue 60° o -30°, ya que los datos son los mismos independientemente del valor de rumbo elegido. Utilizar el determinante ofrece también la posibilidad de poder discriminar entre las dos posibilidades. La Figura 34 muestra los resultados de la inversión del determinante para el conjunto BC87. El RMS obtenido fue de 41.12. Comparando el resultado mostrado en la Figura 34c con los mostrados en las Figuras 31c y 32c puede observarse que la predicción hecha invirtiendo el determinante muestra rasgos de resistividad de los dos casos anteriores, como era de esperarse, aunque parece inclinarse más a parecerse al caso del rumbo de 60°. Las fases correspondientes para la inversión del determinante se muestran en el anexo E.

Finalmente, en la Figura 35 se presentan las curvas para los tres sitios sobre el batolito Nelson, denominados lit 000, lit 001 y lit 002. Una vez más, se observa que las curvas se parecen más a las curvas mostradas en la Figura 31 correspondientes al rumbo de 60°. Hasta ahora se han considerado dos ángulos complementarios como el posible rumbo y se han calculado sus correspondientes resistividades aparentes TE, las cuales están libres del efecto de distorsiones, incluyendo el de la estática. Las curvas calculadas son muy diferentes unas de otras, por lo que el determinante puede discriminar entre las dos opciones, aunque no de manera definitiva.

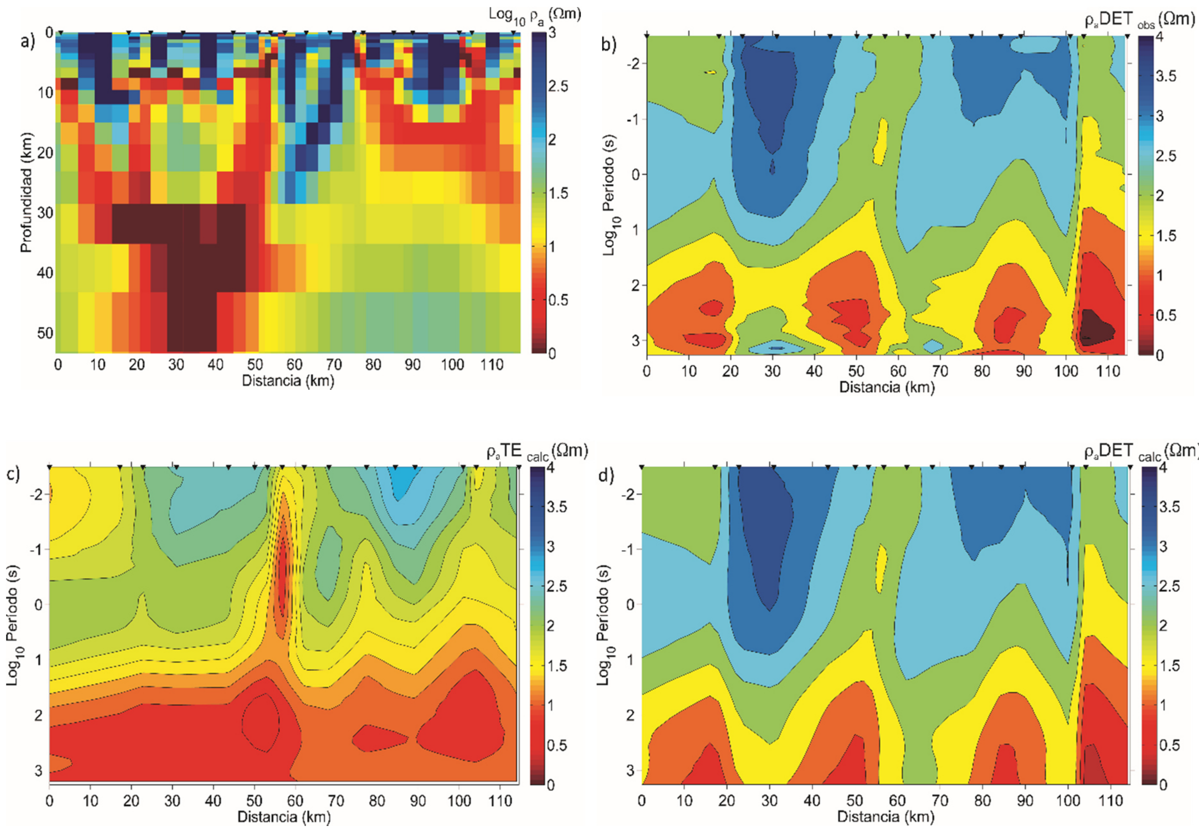

Figura 34. Resultados de la inversión del determinante. a) El modelo rugoso que se obtiene de invertir los datos que se muestran en b) junto con las fases del determinante. c) La resistividad aparente TE calculada del modelo rugoso mostrado en a). d) las resistividades aparentes calculadas del determinante del modelo rugoso.

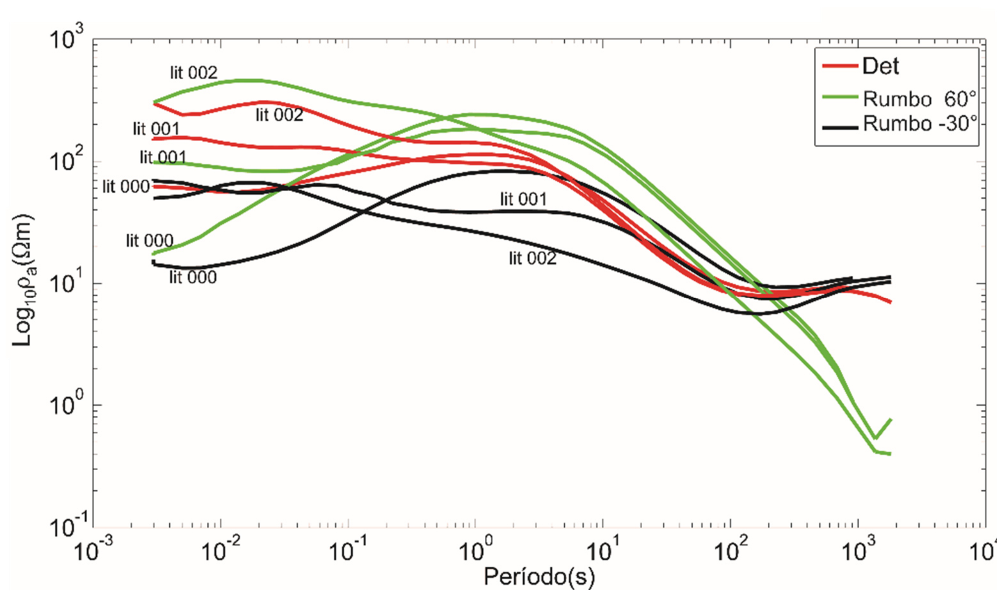

Figura 35. Comparación entre las curvas de resistividad aparente TE calculadas de las inversiones del determinante y los dos posibles rumbos. Para todos los casos las curvas corresponden a sondeos cercanos a la línea de EMAP. Las curvas correspondientes al caso de rumbo de 60° se asemejan más a las curvas del determinante.

4.4 Predicción del modo TE utilizando los nuevos invariantes

La ecuación cuadrática ofrece dos posibles soluciones, ρ_+ y ρ_- , de la misma manera en que el algoritmo STRIKE entrega dos soluciones, ρ_A y ρ_B. En el caso del algoritmo STRIKE las soluciones para los dos posibles ángulos son las mismas, intercambian lugares dependiendo del valor de rumbo que se escoja de los dos posibles. En la ecuación cuadrática sucede lo mismo, debido al intercambio de lugares dentro de la ecuación, como se revisó en el capítulo II.

En las Figuras 36a y 36b se muestran las pseudosecciones para ρ_A (TE) y ρ_B (TM) para el valor de rumbo de -30°. Las Figuras 36c y 36d muestran las pseudosecciones de ρ_+ y ρ_-. Cuando se utilizan invariantes ante rotación esta dualidad queda en evidencia al momento de poder utilizar ρ_+ como el modo TE o TM, de la misma manera que ρ_- puede ser TM o TE, se consideraron las dos opciones. De la Figura 36 puede verse como ρ_+ se asemeja a ρ_A y que ρ_- asemeja a ρ_B para el caso de rumbo de -30°. Para el ángulo complementario de 60° se tiene el caso contrario. En cualquiera de los dos casos se espera que los resultados al interpretar ρ_+ y ρ_- no sean muy diferentes que los resultados de interpretar ρ_A y ρ_B.

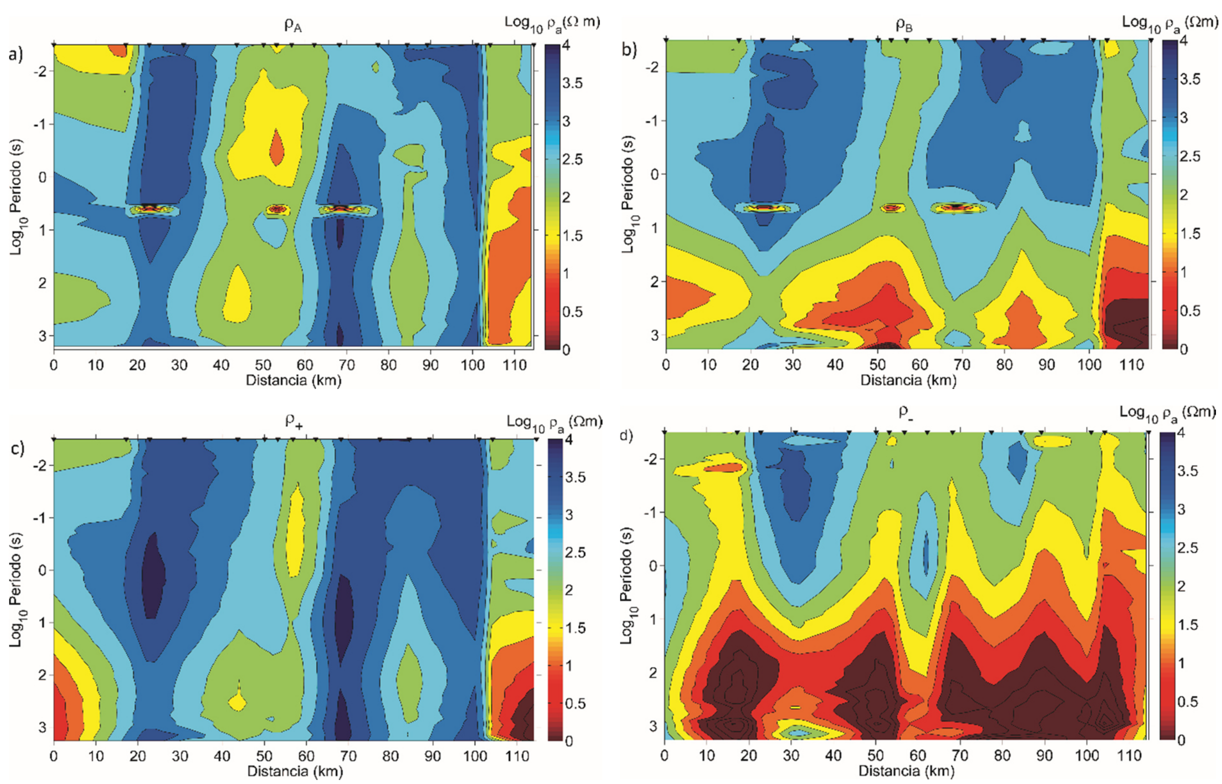

Figura 36. Correlación de la salida del algoritmo STRIKE con las soluciones de la ecuación cuadrática. ρ_A se asemeja a ρ_+ y ρ_B a ρ_-. Figura modificada de Cuellar, 2017.

Los resultados de realizar las inversiones para las dos alternativas se presentan en las Figuras 37 y 38. Estos resultados se asemejan a los obtenidos en las Figuras 31 y 32, para el caso de la inversión de las salidas del algoritmo STRIKE, solo que para el caso de la inversión de invariantes las respuestas obtenidas son más suaves. De la misma manera las respuestas para el modo TE son muy diferentes en ambos casos, lo que facilitará el discernir cuál de las dos opciones es la idónea.

En la Figura 37 se muestran los resultados para el caso en que se toma ρ_+ como el modo TM, es importante recordar que las entradas en el programa de inversión son las fases de los dos modos y únicamente la resistividad del modo TM, al igual que para los casos anteriores el algoritmo utilizado para la inversión fue el de Rodie y Mackie (2001). Las pseudosecciones mostradas en la Figura 38 corresponden a las salidas que se obtuvieron utilizando el parámetro de regularización más pequeño que fue con el que convergieron las curvas del modo TE calculado. Siguiendo el mismo procedimiento pero ahora seleccionando ρ_- como el modo TM, se obtienen las salidas mostradas en la Figura 38. Las fases correspondientes para las dos inversiones se muestran en el anexo E.

En la Figura 39 se muestran tres sondeos de cada caso, los tres que se encuentran situados sobre el batolito Nelson. Donde puede observarse cómo las respuestas son muy diferentes, lo que como ya se había mencionado antes facilitará el identificar a qué modo corresponde cada solución de la ecuación cuadrática.

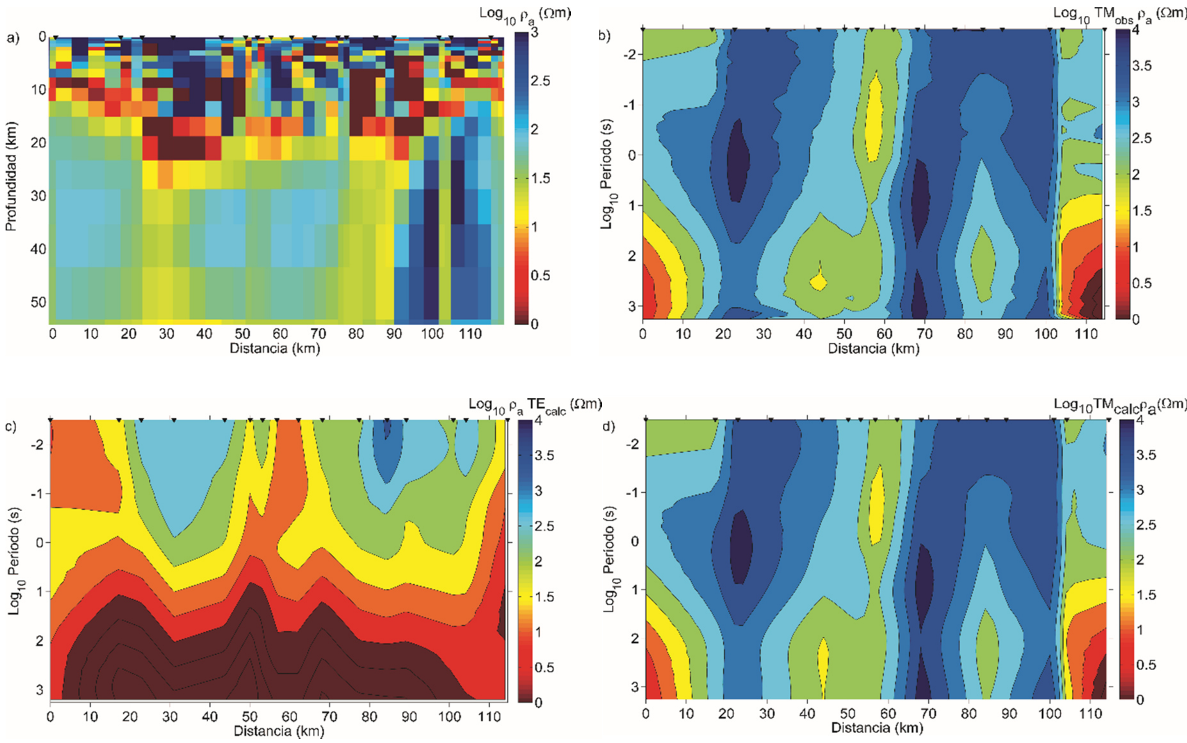

Figura 37. Resultados de la inversión seleccionando ρ_{+} como el modo TM. a) El modelo rugoso se obtiene invirtiendo los datos que se muestran en b) junto con las fases de ambos modos. c) Las resistividades aparentes del modo TE calculadas del modelo rugoso. d) Las resistividades aparentes del modo TM del modelo rugoso. Figura modificada de Cuellar, 2017.

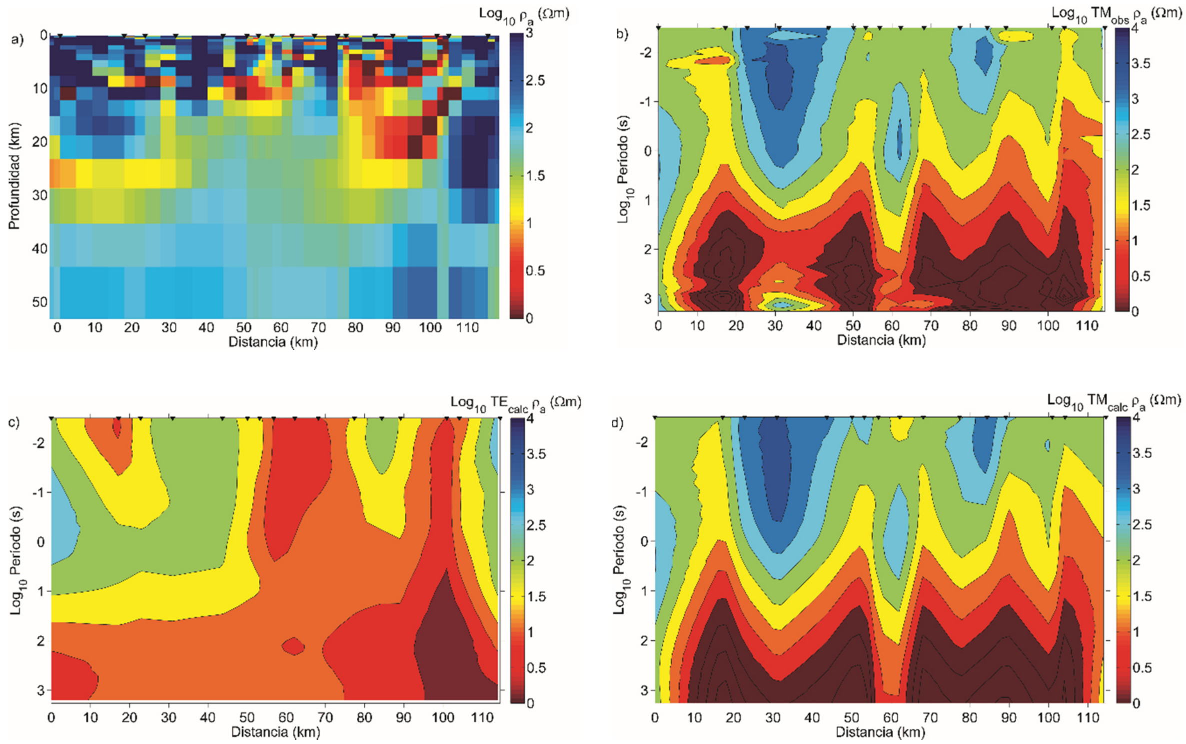

Figura 38. Resultados de la inversión seleccionando ρ_{-} como el modo TM. a) El modelo rugoso se obtiene invirtiendo los datos que se muestran en b) junto con las fases de ambos modos. c) Las resistividades aparentes del modo TE calculadas del modelo rugoso. d) Las resistividades aparentes del modo TM del modelo rugoso.

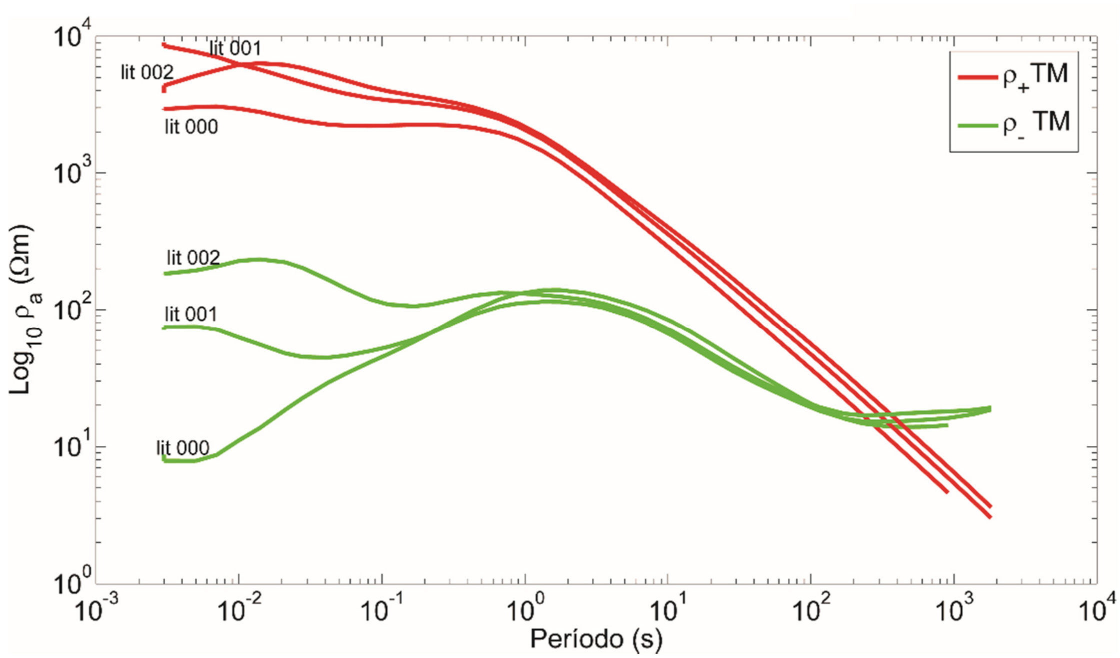

Figura 39. Comparación de los tres sondeos que sitúan sobre el batolito Nelson para ambos casos. La línea de EMAP coincide mejor con la opción de seleccionar ρ_{-} como la resistividad aparente del modo TE. Las curvas que se comparan son las respuestas TE que se obtienen de la inversión.

4.5 Comparación con la línea de EMAP

Una forma de validar diferentes teorías es hacer que predigan alguna observación verificable, una vez realizada la observación se compara con las diferentes predicciones. Para este caso, la interpretación del conjunto BC87, la predicción es la línea de EMAP tomada sobre el batolito Nelson (Jones et al., 1988), y la teoría a probar es la que se presenta en este trabajo: utilizar los nuevos invariantes ρ_+ y ρ_- como los modos TE y TM en la inversión.

En la Figura 40 se muestra la comparación de la línea de EMAP con las predicciones hechas para los mismos sitios utilizados en las secciones anteriores. Para el caso en que se invirtieron las respuestas del algoritmo STRIKE se muestra únicamente las salidas de la inversión utilizando el valor de rumbo de 60°, que es el que se escogió como de mayor correspondencia con la línea de EMAP. Para el caso de la inversión de los invariantes ρ_+ y ρ_- se muestra únicamente la salida de la inversión utilizando ρ_- como el modo TE, por la misma razón.

La peor predicción fue la obtenida mediante la inversión del determinante, aunque no se asemeja a la línea de EMAP, y debido a que el determinante es invariante ante rotaciones, es de utilidad en la elección del rumbo de 60° como se mostró el Figura 35.

La siguiente mejor predicción fue la hecha con la inversión de los datos obtenidos con el rumbo de 60°. Finalmente la mejor predicción es la que se obtiene mediante la inversión de ρ_- como el modo TE. Aunque como se ha explicado, estos datos pueden o no tener un valor de rumbo constante para cada sitio y para cada periodo. Se calcularon para un modelo que tiene un valor de rumbo de 0°, debe notarse que, aunque se cambiara el valor del rumbo la curva para el sitio permanecería igual, lo mismo pasaría con todos los sitios del perfil. Es por esta razón que los datos de resistividad aparente del modo TE deben ser interpretados en 1D, tal como se hace con los datos de EMAP.

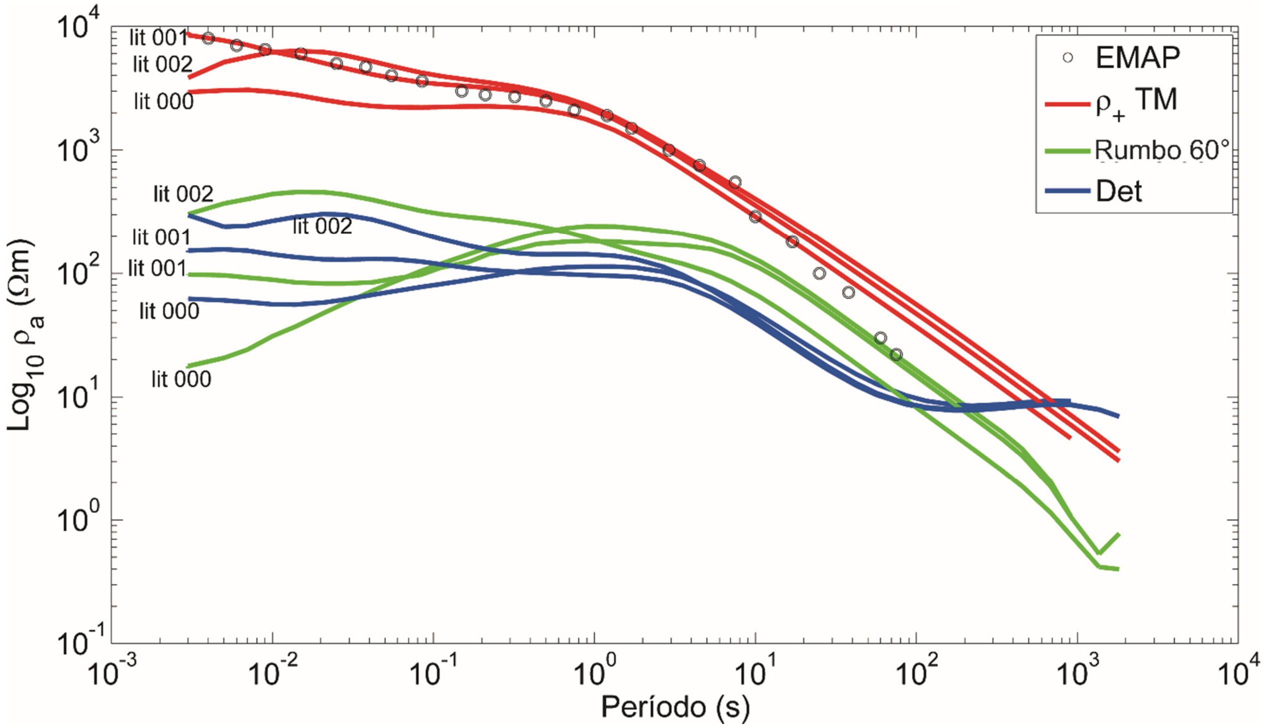

Figura 40. Con la inversión utilizando ρ_- como el modo TE se obtiene la mejor predicción de la línea de EMAP tomada sobre el batolito Nelson. Las curvas, libres de estática, de la respuesta del modo TE corresponden a los tres sitios cercanos.

4.6 Modelos de resistividad

A continuación, se presentarán los modelos que se derivan de las inversiones hechas en la sección anterior. Se calculan los promedios de la resistividad de las respuestas TE para la distribución del subsuelo. La fórmula para los promedios es

$$\rho_{HA}(h_1,h_2) = \frac{1}{\frac{1}{h_2 - h_1}\int_{h_1}^{h_2} \frac{1}{\rho(z)} dz} = \frac{h_2 - h_1}{\frac{h_2}{\rho_{a2}} - \frac{h_1}{\rho_{a1}}} \ , \tag{54}$$

donde

$$h_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}\delta_1 = (0.707)503\sqrt{\rho_{a1}T_1} \tag{55}$$

y

$$h_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}\delta_2 = (0.707)503\sqrt{\rho_{a2}T_2} \tag{56}$$

El promedio ρ_{HA} es el promedio armónico sobre la profundidad z de la distribución vertical de la resistividad del subsuelo $\rho(z)$. El promedio se calcula en una ventana definida por h_1 y h_2. El ancho de la ventana es $h_2 - h_1$, donde h_2 y h_1 son fracciones de la profundidad de penetración (skin depth), δ_2 y δ_1 respectivamente. La resistividad aparente ρ_{a1} corresponde al periodo T_1 y ρ_{a2} a T_2, donde se supone que $T_1 < T_2$. Los valores de ρ_{HA} se grafican respecto a la media geométrica $h_m = \sqrt{h_1 h_2}$. Esta fórmula es una continuación de la realización de Niblett y Sayn-Wittgenstein (1960) en donde las mediciones magnetotelúricas son esencialmente estimaciones de la conductancia. La ventaja de la formula consiste en que, al contrario de la transformación de Niblett-Bostick, ésta tiene varianza finita para datos con ruido (Gómez-Treviño, 1996). Sin embargo, en este trabajo no se utilizaron datos con ruido en la fórmula, sino las resistividades aparentes TE libres de ruido calculadas de un modelo. Se aplicará la ecuación 54 a los tres casos que se discutieron en la sección anterior.

Se comenzará con los modelos de resistividad de los casos explorados en la sección 4.2. En la Figura 41a se muestran los resultados de calcular los promedios para el caso en el que se fijó el azimut en -30°. En la Figura 41b se muestra el caso en que se fijó el azimut en 60°. Del análisis que se hizo para estos casos al compararlos con la inversión del determinante se escogió el modelo 60° como el correcto, al observar el modelo de la Figura 41b es donde parece observarse el rasgo del batolito Nelson, en el modelo correspondiente a -30° no se observa este rasgo.

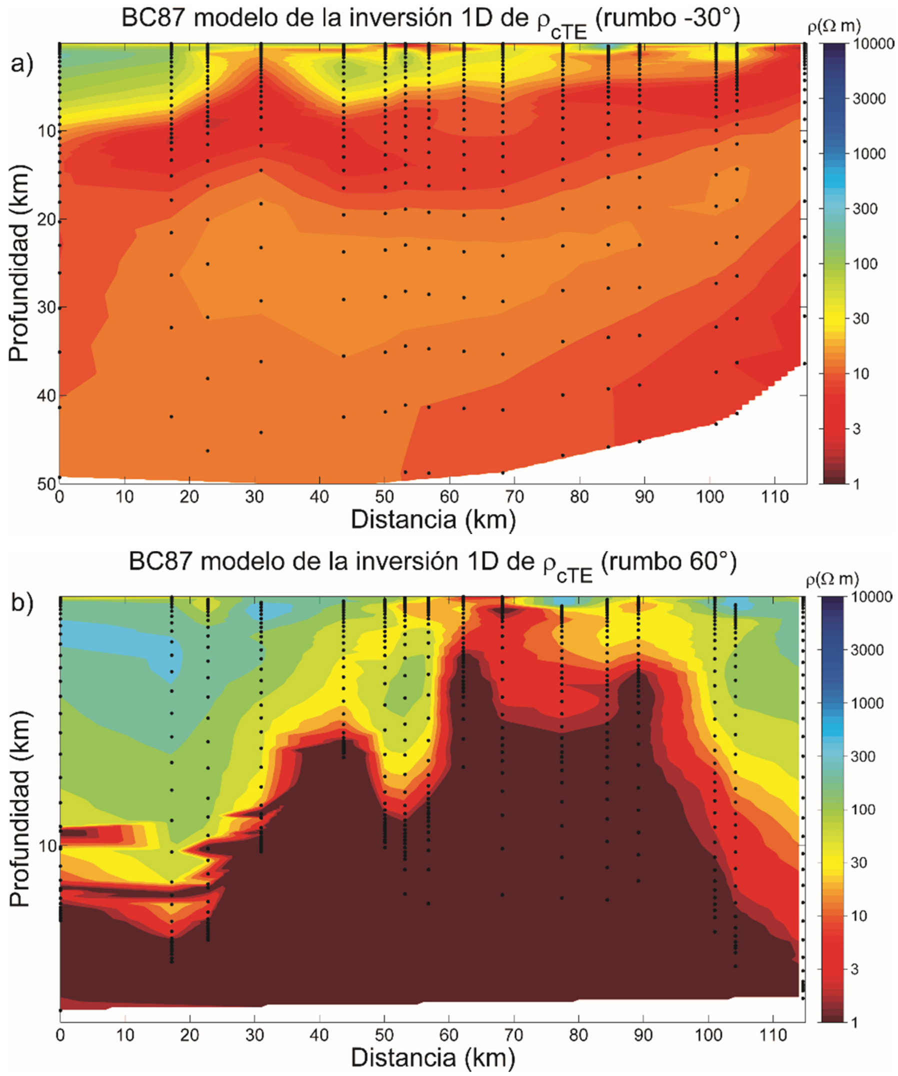

Figura 41. a) Modelo de resistividad obtenido de la inversión 1D de la respuesta TE obtenida de la inversión fijando el ángulo en -30°.b) Modelo de resistividad obtenido de la inversión 1D de la respuesta TE obtenida de la inversión fijando el ángulo en 60°.

En la Figura 42a se muestra el modelo que corresponde al caso mostrado en la sección 4.4, cuando ρ_+ se selecciona como el modo TM. En este modelo se observa el batolito Nelson (BN) como el rasgo altamente resistivo situado entre los kilómetros 20 y 50. También puede observarse el contacto con el arco Kootenay (AK) mediante un notable gradiente lateral en la resistividad cercano a la superficie. El anticlinorio Purcell (AP) altamente conductivo y muy superficial, ha sido mapeado extensamente sobre grandes porciones al sur por Gupta y Jones (1995), quienes se refieren al anticlinorio como el basamento conductivo, debido a su larga extensión. Ellos asocian las altas conductividades con cobre y la mineralización de otros sulfuros metálicos. Estos rasgos concuerdan con lo publicado por Chave y Jones (1997), ellos reportan que los sitios entre 000 y 006 son los situados sobre el batolito Nelson (BN), también reportan que el sitio 009 es el que se encuentra localizado sobre el Arco Kootenay (AK) y localizan el Anticlinorio Purcel entre los sitios 016 y 019.

La otra opción de la ecuación cuadrática es la elección de ρ_{-} como el modo TM, visto también en la sección 4.4. El modelo resultante se muestra en la Figura 42b. La primera cosa que llama la atención es la ausencia del resistivo asociado con el batolito Nelson. Tampoco existe una huella significativa del arco Kootenay, y lo que pareciera tratarse del Anticlinorio Purcell es un cuerpo conductivo de forma ondulada centrado a una profundidad de alrededor de 10 km. Aún más notable es la ausencia de los conductores a profundidad. La consecuencia de esto son las grandes profundidades de penetración que se obtienen con esta opción, que para la mayoría de los sitios es de 50 km, mientras que para el caso anterior la profundidad de penetración máxima fue de apenas 25 km. También es importante señalar que la corteza inferior, debajo de los 20 km, es relativamente más resistiva que la corteza superior. Lo anterior estaría en desacuerdo con la opinión actual de que la corteza inferior es más conductora que la corteza superior (e.g., Ledo y Jones, 2001).

Como se mencionó anteriormente, el determinante es imparcial en cuanto a la elección del ángulo del rumbo y también en cuanto a seleccionar cuál de las soluciones de la ecuación cuadrática corresponde a cada modo en la inversión. Se espera que el modelo resultante de la inversión del determinante defina cuál de las dos elecciones es la correcta, lo que de hecho hace, aunque con algunas reservas. El modelo se muestra en la Figura 42c. Puede observarse la huella del batolito Nelson pero las dimensiones son más pequeñas, tanto lateral como verticalmente. Las altas conductividades en profundidad y la poca profundidad de penetración se observan, pero en este modelo parecen casi de forma plana y son además poco profundas a lo largo de todo el perfil. El determinante apoya la elección del modelo de la Figura 41a sobre el que se muestra en la Figura 42b, aunque de forma semi-cuantitativa.

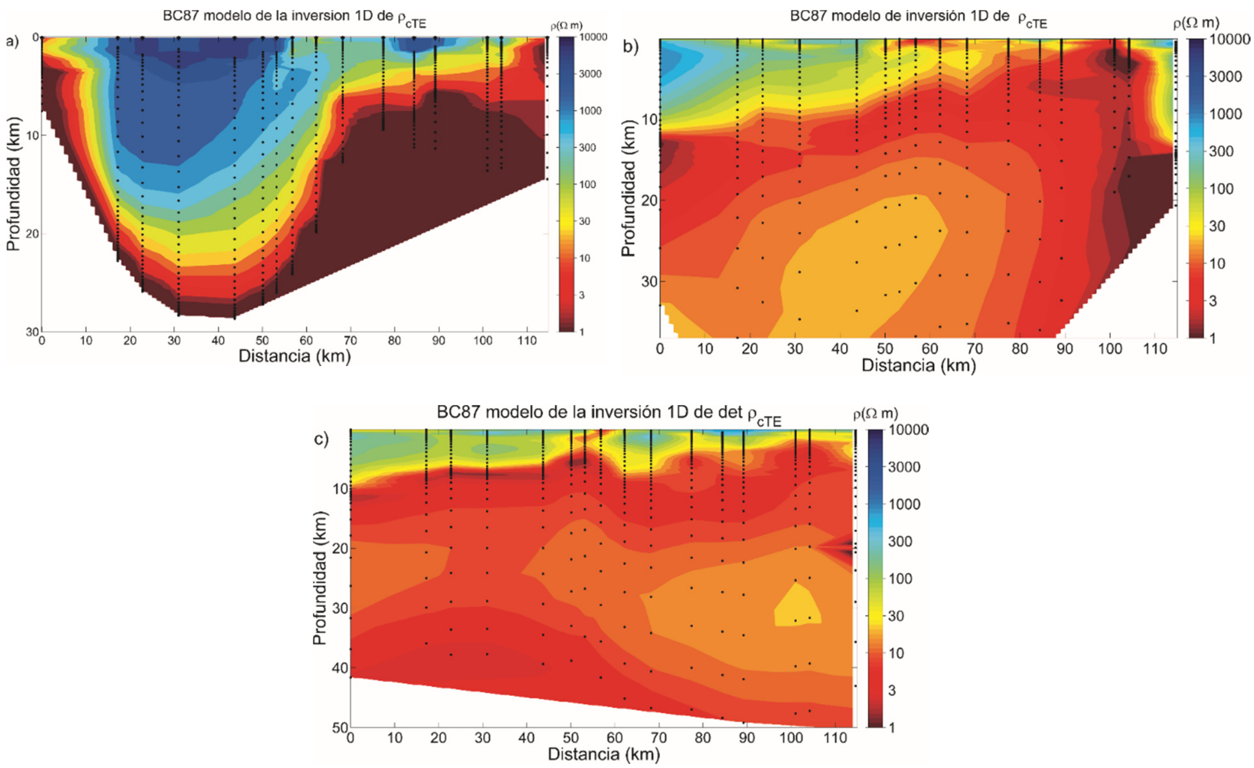

Figura 42. Modelos de resistividad obtenidos seleccionando: a) ρ_+ como el modo TM. b) ρ_- como el modo TM. c) Inversión del determinante.

La inversión de ρ_+ como el modo TM es el que predice de manera casi exacta la línea de EMAP, y el modelo que se obtiene con esta inversión es en el que se muestran los rasgos geológicos importantes esperados para esta zona. Buscando tener otro argumento válido de la elección de dicho modelo como el correcto, se utilizó el modelo resultante de la sísmica de reflexión obtenido por Cook (1995). En la Figura 43 se muestran todos los modelos obtenidos aquí y el modelo de la sísmica de reflexión.

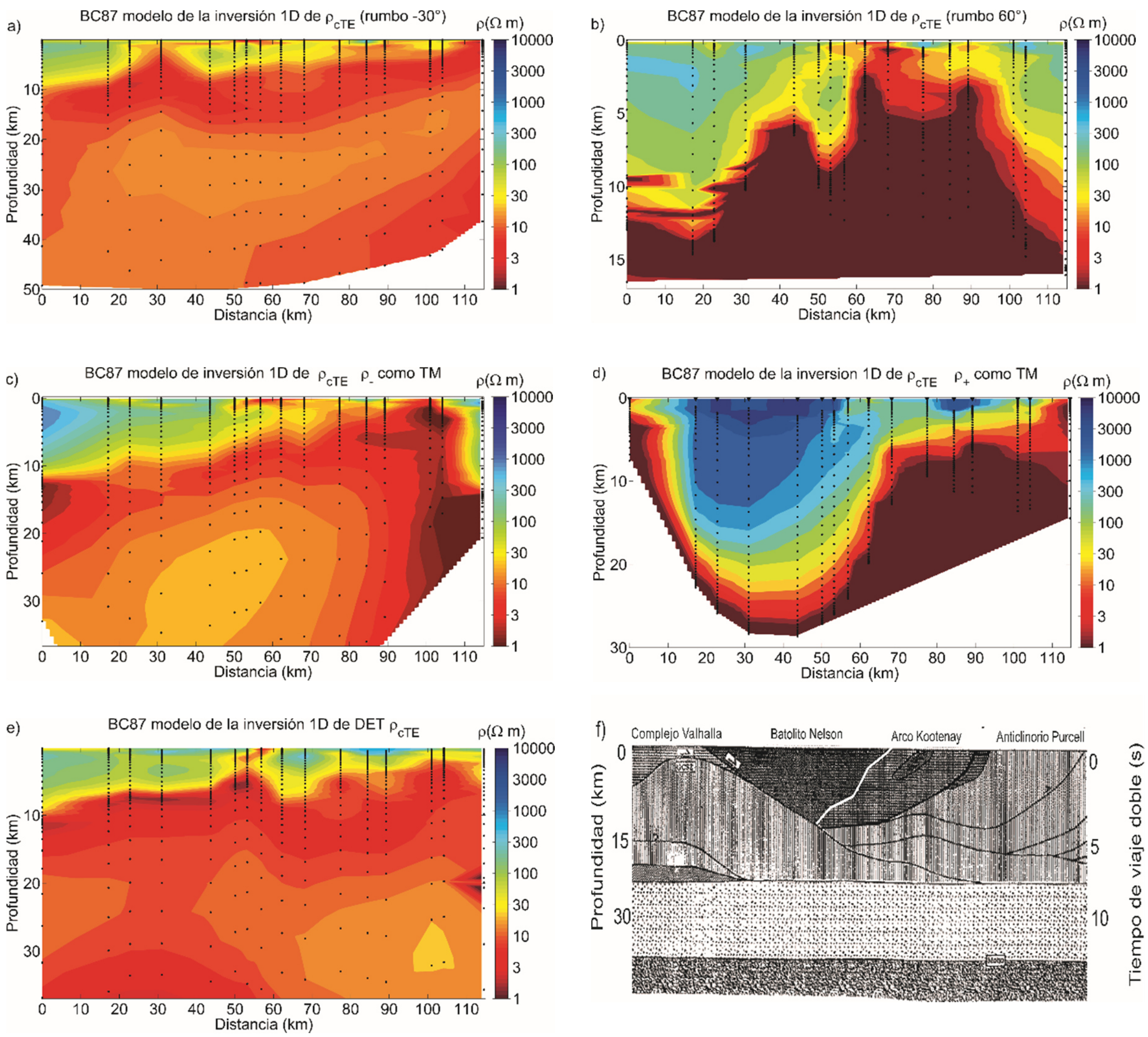

Figura 43. Comparación hecha entre los modelos obtenidos en este trabajo y el modelo que se obtiene de la sísmica de reflexión, modificada de Cook (1995)

Se observa cómo el modelo obtenido de la inversión de ρ_{+} como el modo TM (Figura 43d) es el que mejor reproduce los rasgos que se observan en el modelo resultante de la sísmica de reflexión (Figura 43f) En ambos modelos puede verse el rasgo correspondiente al batolito Nelson (BN) y al anticlinorio Purcell (AP). El BN se observa como el rasgo altamente resistivo en el modelo de resistividades. En este modelo también se observa el rasgo que corresponde al arco Kootenay (AK). Por último, se observa el anticlinorio Purcell (AP) a partir del kilómetro 80. En la Figura 44 se muestran únicamente estos dos modelos para poder hacer una mejor comparación.

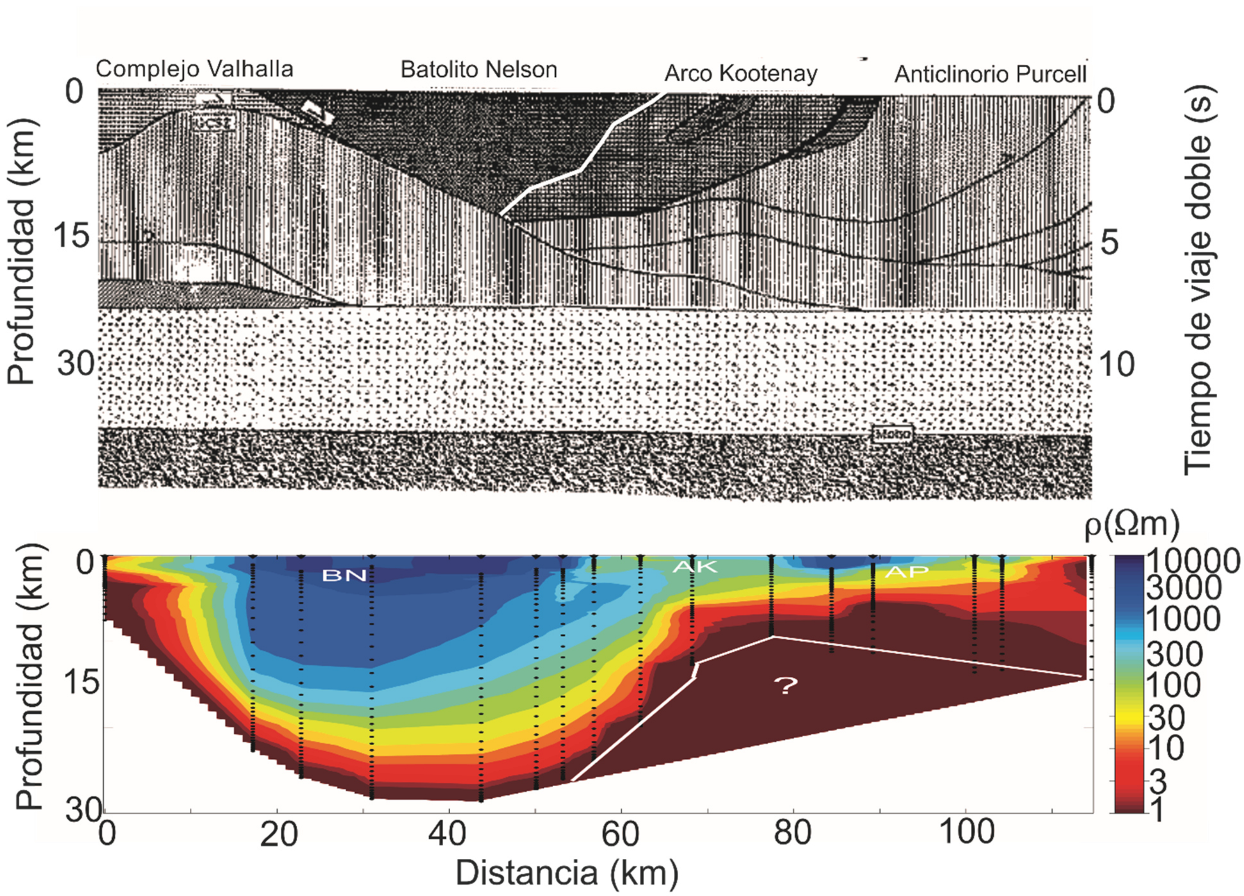

Figura 44. Comparación entre el modelo obtenido de la sísmica de reflexión y el modelo de resistividad final obtenido en este trabajo. Figura del modelo de sísmica modificado de Cook (1995). El modelo de resistividad se ajustó en tamaño para coincidir con la zona correspondiente en el modelo de sísmica.

La invariancia de $\rho_{\pm}$ tiene un carácter diferente que la del determinante, cuando se trata de invertir los datos. En el caso del determinante no es necesario seleccionar cual impedancia corresponde con cual modo ya que la impedancia equivalente es una combinación de los dos modos. Por otro lado, $\rho_{\pm}$ requiere de hacer una elección, tal como se hace en el caso de ángulos complementarios. Como se discutió antes, se escogió ρ_{-} como el modo TE. El campo eléctrico asociado con ρ_{TE} tiene tambien un rumbo con respecto a los ejes coordinados originales. La pregunta es: ¿Cúal es la dirección del campo eléctrico de ρ_{-}? Y también: ¿Cómo puede un invariante ante rotación tener campo eléctrico en una dirección dada? La invariancia con respecto a la rotación del sistema coordenado significa que no importa la elección de las coordenadas siempre se obtiene el mismo valor, esto es lo que sucede con ρ_{-}. Esto no significa que a ρ_{-} no se le pueda asignar una dirección preferida, después de todo se reduce a cualquiera ρ_{TE} o ρ_{TM} en 2D. El hecho de que se pueda asociar con ρ_{TE} sugiere que su campo eléctrico tiene un rumbo de 60°. Sin embargo, no se le puede asignar esta dirección fija a ρ_{-} debido a que este valor se calculó sin especificar ninguna dirección en particular, y también a que se calcula periodo por periodo y sitio por sitio, y no existe ninguna garantía de que puedan corresponder a un rumbo fijo. Y es debido a esta libertad de poder variar el rumbo por lo que se obtuvo el mejor ajuste a la línea de EMAP.

En la Figura 44 se muestran el modelo de resistividad obtenido junto con las estimaciones del rumbo utilizando el tensor de fase. De los dos ángulos complementarios se escogieron solamente los valores positivos debido a la selección de 60° como el rumbo correcto. La orientación del batolito Nelson hacia el este concuerda con el rumbo geológico local, al igual que lo hacen los valores de rumbo correspondientes al Anticlinorio Purcell. Los valores del rumbo se graficaron utilizando la misma escala vertical que para las resistividades. La Figura 44 resume los resultados de relajar las restricciones de direccionalidad en inversiones 2D. En un lado tenemos un modelo de resistividad que cumple con un requerimiento estricto, como lo es la línea de EMAP, mucho mejor que al suponer un rumbo fijo, y por el otro lado tenemos un modelo detallado de cómo se comporta la dirección de las corrientes eléctricas en el subsuelo.

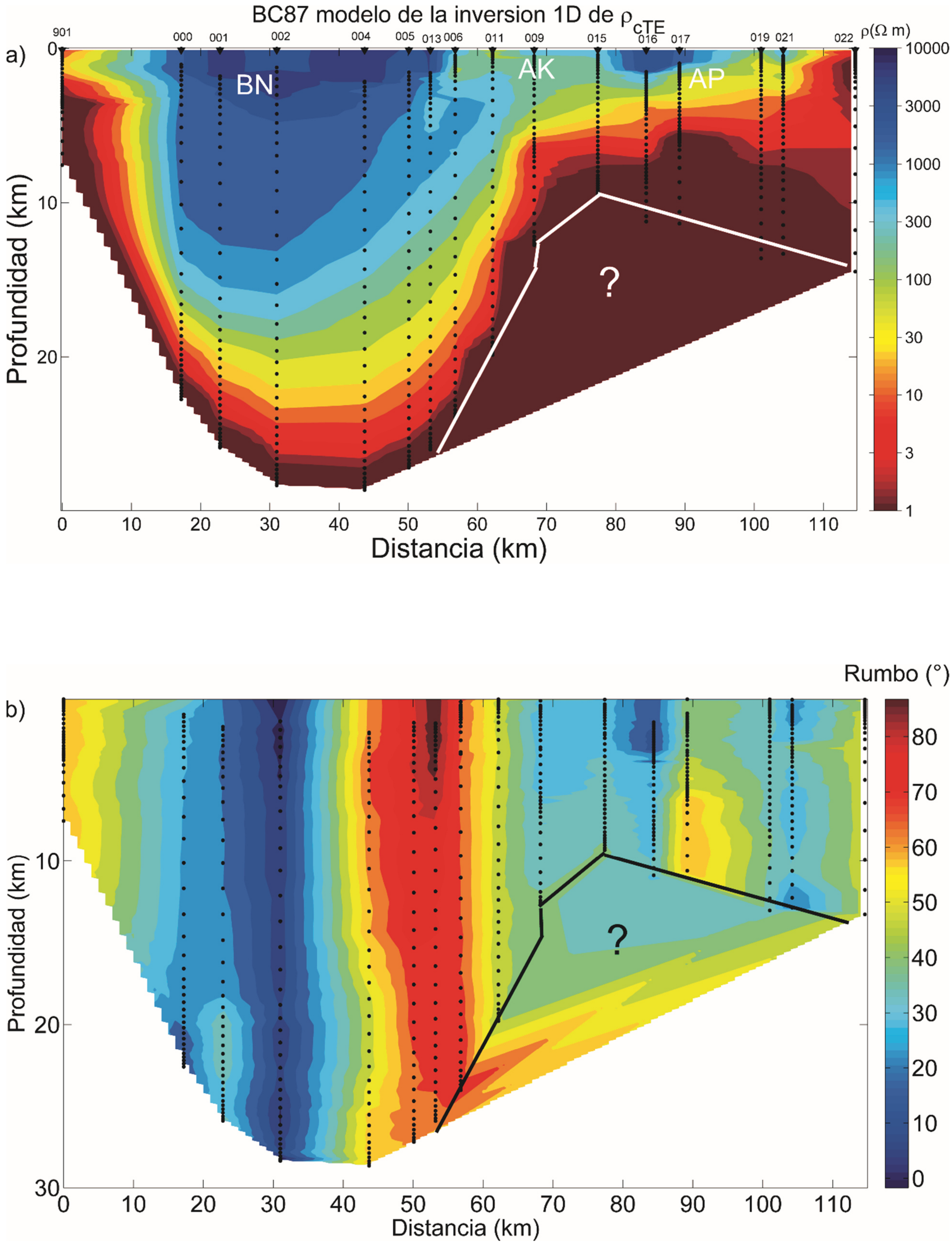

Figura 45. a) Modelo de resistividad seleccionando ρ_+ como el modo TM. b) Las direcciones del rumbo para los diferentes sitios como función de la profundidad.

4.7 Conclusión

El modelo obtenido en el presente trabajo difiere en gran medida de los que se han publicado para el perfil BC87. Esto se debe principalmente a que aquí se ha considerado el rumbo de la estructura 2D como de 60 grados, mientras que en otros trabajos se eligió -30 grados (Groom et al., 1993, Jones y Groom, 1993). Para decidir probamos cuál de los dos predecía mejor una línea de EMAP realizada sobre el batolito Nelson. Nuestra conclusión es que en las interpretaciones anteriores se ha estado utilizando el rumbo equivocado. La predicción mejora muchísimo, de hecho es casi perfecta cuando se utilizan los invariantes ρ_+ y ρ_-. El desacoplo entre impedancias y rumbos amplía la información que se puede obtener de un perfil magnetotelúrico, a la imagen de resistividades se le puede ahora acompañar con una de direcciones de corriente en el subsuelo.

Capítulo 5. Conclusiones

El problema completo al interpretar datos magnetotelúricos consiste en dos grandes pasos: la remoción de todo tipo de distorsiones de los datos y la siguiente inversión de los mismos para la obtención del modelo de resistividad del subsuelo.

En este trabajo se contemplaron ambas etapas aportando en cada caso nuevas técnicas para el desarrollo de las mismas. Para probar las nuevas técnicas se utilizaron los datos del perfil BC87, el cual lleva varios años publicado y el cual es excelente para probar nuevas técnicas relacionadas con la remoción de distorsiones y el problema de dimensionalidad estructural.

La remoción de las distorsiones se lleva a cabo a través de las respuestas invariantes $\rho_{\pm}$ que se obtienen con la ecuación cuadrática de Gómez-Treviño et al. (2012), para el caso específico de encontrar el valor correcto para corregir por efecto del shear, su uso con el tensor de fase. También mediante la vinculación del tensor de fase con la ecuación cuadrática es que se pueden obtener valores de rumbo, aún para datos en los que el rumbo varía no solo de sitio a sitio, sino también de periodo a periodo. Para esto tuvo que tomarse en cuenta el hecho de que varios autores reportaron que la fórmula para el cálculo del rumbo mediante el tensor de fase presenta comportamientos anómalos. Se desarrolló un algoritmo que tomando en cuenta este comportamiento anómalo recupera valores del rumbo estables, aún en situaciones de rumbo variable. Una vez realizado este proceso se obtienen impedancias escaladas por el efecto estático, pero libres del efecto de las demás distorsiones, con el correspondiente cálculo de incertidumbres. También se obtienen los valores del rumbo para cada sitio, resaltando el hecho de que el rumbo y las impedancias se obtienen de manera independiente.

Una vez obtenidas las impedancias escaladas libres de las demás distorsiones se procedió a realizar la interpretación de los datos, la cual se realizó mediante el uso de los nuevos invariantes ρ_{+} y ρ_{-}, los cuales no dependen del rumbo calculado y además se reducen en 2D a los modos TE y TM. Esto relaja las restricciones en cuanto a direccionalidad en la inversión de datos en 2D. También mediante la inversión es que se logra abordar el problema de la remoción del factor de estática, siguiendo la metodología publicada por Gómez-Treviño et al. (2014). Los resultados se compararon con los obtenidos al invertir las impedancias generadas por al algoritmo STRIKE y el determinante, este último otro invariante ante rotaciones. De esta comparación se concluyó que el rumbo correcto es el de 60°, contrariamente a lo reportado con anterioridad, por ser el que mejor corresponde con la inversión del determinante. Se utilizó además para la comparación una línea de EMAP que fue tomada sobre el batolito Nelson (Jones et al.,

1988) y que abarca tres sondeos del perfil BC87. Los mejores resultados se obtuvieron al invertir los invariantes ρ_+ y ρ_-. Específicamente el caso en que se escogió ρ_+ como el modo TM, para este caso la predicción fue casi exacta.

Una vez obtenidas las respuestas TE libres del efecto de estática, se procedió a obtener los modelos de la resistividad del subsuelo por medio del cálculo de promedios de la resistividad de las respuestas TE. Se obtuvieron los modelos para todos los casos explorados. El modelo obtenido de la inversión de ρ_+ como el modo TM, que es el modelo final escogido como correcto, es en el que mejor se aprecian todos los rasgos de resistividad correspondientes con la geología reportada en la zona.

Es importante resaltar que los algoritmos desarrollados para presentar estas nuevas técnicas trabajan utilizando fórmulas analíticas simples, lo cual los hace más atractivos de usar.

Literatura citada

Bahr, K., 1988. Interpretation of the magnetotelluric impedance tensor: regional induction and local telluric distortion. Geophysics, 62, 119-127.

Berdichevsky, M.N., Dimitriev, V.I., 1976. Basic principles of interpretation of magnetotelluric curves. En: Adam, A. Ed., Geoelectric and Geothermal Studies. Akademini Kiado*,* Budapest. (pp. 165–221)

Bibby, H. M., Caldwell, T. G., Brown, C. 2005. Determinable and non-determinable parameters of galvanic distortion in magnetotellurics. Geophysical Journal International, 163(3), 915-930.

Bostick, F.X., 1984. Electromagnetic array profiling survey method. U.S. patent 4,591,791.

Bostick, F.X., 1986. Electromagnetic array profiling. En: 56th Annual International Meeting, SEG, Expanded Abstracts, 60-61.

Cagniard, L., 1953. Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting. Geophysics, 18, 605-635.

Caldwell, T.G., H.M. Bibby, C. Brown, 2004. The magnetotelluric phase tensor. Geophysics, 158, 457-469.

Cook, F.A., 1995. Lithospheric processes and products in the southern Canadian Cordillera: a Lithoprobe perspective. Canadian Journal of Earth Sciences, 32, 1803-1824.

Cuellar Urbano, M. 2017. Inversión bidimensional de datos magnetotelúricos: ¿azimut fijo o azimut libre? Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. 48 pp.

Chave, A., Jones, A.G., 1997. Electric and Magnetic Field Galvanic Distortion Decomposition of BC87 Data. J. Geomag. Geolectr., 49, 767-789.

Chave, A. , Jones, A.G., (Eds.), 2012. *The magnetotelluric method: Theory and practice.* Cambridge University Press, New York.

Chave, A. y Smith, J.T. , 1994. On electric and magnetic galvanic distortion tensor decompositions. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 99(B3), 4669-4682.

Gómez-Treviño, E., 1996. Approximate depth averages of electrical conductivity from surface magnetotelluric measurements. Geophysical J. Int., 127, 762-772.

Gómez-Treviño, E., F.J. Esparza, J.M. Romo-Jones, 2013. Effect of galvanic distortions on the series and parallel magnetotelluric impedances and comparison with other responses. Geofísica Internacional, 52, 135-152.

Gómez-Treviño, E., Antonio-Carpio, R., Romo, J. M., Esparza, F., 2013. A recursive set of invariants of the magnetotelluric impedance tensor. Acta Geodaetica et Geophysica, 48(3), 265-274.

Gómez-Treviño, E., J.M. Romo, F. Esparza, 2014a. Quadratic solution for the 2-D magnetotelluric impedance tensor distorted by 3-D electro-galvanic effects. Geophysical. J. Int., 198, 1795-1804.

Gómez-Treviño, E., Esparza, F., Muñiz Y., Calderón A., 2014b. The magnetotelluric tranverse electric mode as a natural filter for static effects: application to the COPROD2 and COPROD2S2 data sets. Geophysics, 79, E91-E99.

Groom, R., Bailey R.C., 1989, Decomposition of magnetotelluric impedance tensors in the presence of local three-dimensional galvanic distortions. Journal of Geophysical Research: Solid Earth, 93, 1913-1925.

Groom, R., Kurtz R.D., Jones A.G., Boerner D.E., 1993. A quantitative methodology to extract regional magnetotelluric impedances and determine the dimension of the conductivity structure. Geophysical J. Int., 115, 1095-1118.

deGroot-Hedlin, C., 1995. Inversion for regional 2-D resistivity structure in the presence of galvanic scatterers. Geophysical J. Int., 122, 877-888.

Gupta, J. C. y A. G. Jones, 2011. Electrical conductivity structure of the Purcell Anticlinorium in southeast British Columbia and northwest Montana. Canadian Journal of Earth Sciences, 32, 1564-1583, 1995.

Jones, A. G., 1993. The COPROD2 dataset: tectonic setting, recorded MT data, and comparison of models. Journal of Geomagnetism and Geoelectricity, 45(9), 933-955.

Jones, A.G., 1993. The BC87 dataset: tectonic setting, previous EM results and recorded MT data: J. Geomag. Geoelectr. 45, 1089-1105.

Jones, A. G., 2012. Distortion of magnetotelluric data: its identification and removal. En: Chave, A. , Jones, A.G., (Eds.), *The Magnetotelluric Method: Theory and Practice*. Cambridge University Press, New York. pp. 219-302.

Jones, A.G. y Groom, R.W., 1993. Strike-angle determination from the magnetotelluric impedance tensor in the presence of noise and local distortion: rotate at your peril! Geophysical Journal International, 113, 524-534.

Jones, A. G., Boerner, D. E., Kurtz, R. D., Oldenburg, D., Ellis, R. G., 1989. EMAP Data Processing In the Wavenumber Domain. En: *1989 SEG Annual Meeting*. Society of Exploration Geophysicists.

Jones, A.G., Kurtz. R.D, Oldenburg D.W., Boerner D.E., Ellis R., 1988. Magnetotelluric observations along the lithoprobe southeastern Canadian cordilleran transect. Geophysical Research Letters, 15, 677-680.

Jones, A.G., R.W. Groom, Kurtz R.D., 1993. Decomposition and modelling of the BC87 dataset. J. Geomag. Geoelectr., 45, 1127-1150.Chave, A. , Jones, A.G., (Eds.), 2012. *The magnetotelluric method: Theory and practice.* Cambridge University Press, New York.

Ledo, J., Jones A.G., 2001. Regional electrical resistivity structure of the southern Canadian Cordillera and its physical interpretation. Journal of Geophysical Research, 106, 30755-30769.

Lilley, F.E.M., 1993. Three-dimensionality of the BC87 magnetotelluric data set studied using Mohr circles. J. Geomagn. Geoelectr., 45, 1107-1113.

Muñiz Gallegos, Y., 2011. Interpretación de sondeos magnetotelúricos mediante su conversión a sondeos centrales puramente inductivos. Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. 77 pp.

Muñiz, Y., E. Gómez-Treviño, F.J. Esparza, M. Cuellar, 2017. Stable 2D magnetotelluric strikes and impedances via the phase tensor and the quadratic equation. Geophysics, 82, E169-E186.

McNeice, G.W., Jones A.G., 2001. Multisite, multifrequency tensor decomposition of magnetotelluric data. Geophysics, 66, 158-173.

Niblett, E. R., Sayn-Wittgenstien, C., 1960. Variation of electrical conductivity with depth by the magnetotelluric method. Geophysics, 25, 998–1008.

Pedersen, L.B., Engels M., 2005. Routine 2D inversion of magnetotelluric data using the determinant of the impedance tensor. Geophysics, 70, G33-G41.

Rodi, W., Mackie, R. L., 2001. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion. Geophysics, 66(1), 174-187.

Romo, J.M, Gómez-Treviño E., Esparza F., 2005. Series and parallel transformations of the magnetotelluric impedance tensor: theory and applications. Phys. Earth planet Int., 150, 63-83.

Szarka, L., Menvielle M., 1997. Analysis of rotational invariants of the magnetotelluric tensor. Geophysical J. Int., 129, 133-142.

Torres-Verdín, C., 1991. Continuous profiling of magnetotelluric fields. Tesis de Doctorado en Ciencias, University of California, Berkeley.

Torres-Verdín, C., Bostick F.X., 1992a. Principles of spatial surface electric field filtering in magnetotellurics: electromagnetic array profiling (EMAP). Geophysics, 57, 603-622.

Torres-Verdín, C., Bostick F.X., 1992b. Implications of the Born approximation for the magnetotelluric problem in three-dimensional environments. Geophysics, 57, 587-602.

Varentsov, I.M., 1998. 2D synthetic data sets COPROD-2S to study MT inversion techniques. En: the 14th Workshop on Electromagnetic Induction in the Earth, Sinaia, Romania.

Zelt, C. A., D. J. White, 1995. Crustal structure and tectonics of the southeastern Canadian Cordillera. Journal of Geophysical Research, 100, 24255-24273.

Anexo A. Corrección por shear

Como se mostró en el capítulo II se tiene que en el valor correcto de shear se debe cumplir que

$$\phi_{\pm} = \begin{cases} \phi_{max} \\ \phi_{min} \end{cases} \tag{A.1}$$

Utilizando la ecuación 26 con las ecuaciones 16 y 17, se hace la comparación utilizando todos los posibles valores de shear, en incrementos de 1°. Solo se utilizan la mitad de los posibles valores debido al cuadrado en la ecuación 26. Se comparan ϕ_{max} y ϕ_{min} con las fases $\phi_{\pm}$ que resultan de probar con todos los posibles valores. El valor correcto de shear se selecciona como el mínimo del RMS de la diferencia entre las dos fases para todos los periodos, sin normalizar por el error. En la Figura A1 se muestra este ejercicio utilizando el sondeo de la Figura 3, el mínimo se encuentra en el valor de 20°.

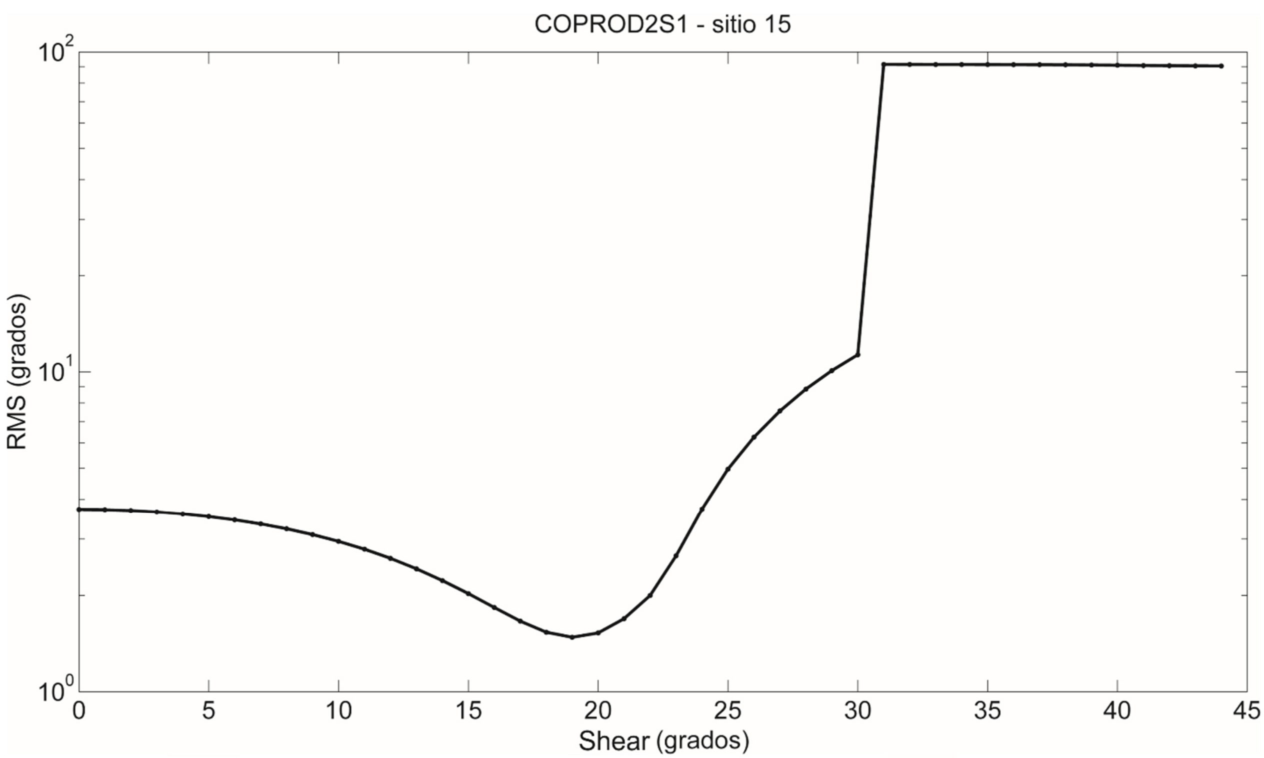

Figura A1. El valor de shear para corregir se obtiene comparando φ+ y φ− con ϕ_{max} y ϕ_{min}. El valor óptimo se localiza a 20°, utilizando los datos mostrados en la Figura 3.

La comparación de φ+ y φ- con ϕ_{max} y ϕ_{min} no se puede hacer de manera directa, ya que mientras φ+ y φ- si pueden cruzarse, ϕ_{max} y ϕ_{min} no lo hacen. Para hacer la comparación se reordenan φ+ y φ- para que se comporten como lo hacen ϕ_{max} y ϕ_{min}. Una vez hecha la comparación y que se encontró el valor para corregir por shear se utilizan las fases originales de φ+ y φ- que sí pueden cruzarse una con la otra. Esto se ilustra en la Figura A2 utilizando el mismo sondeo que se utilizó para la Figura A1.

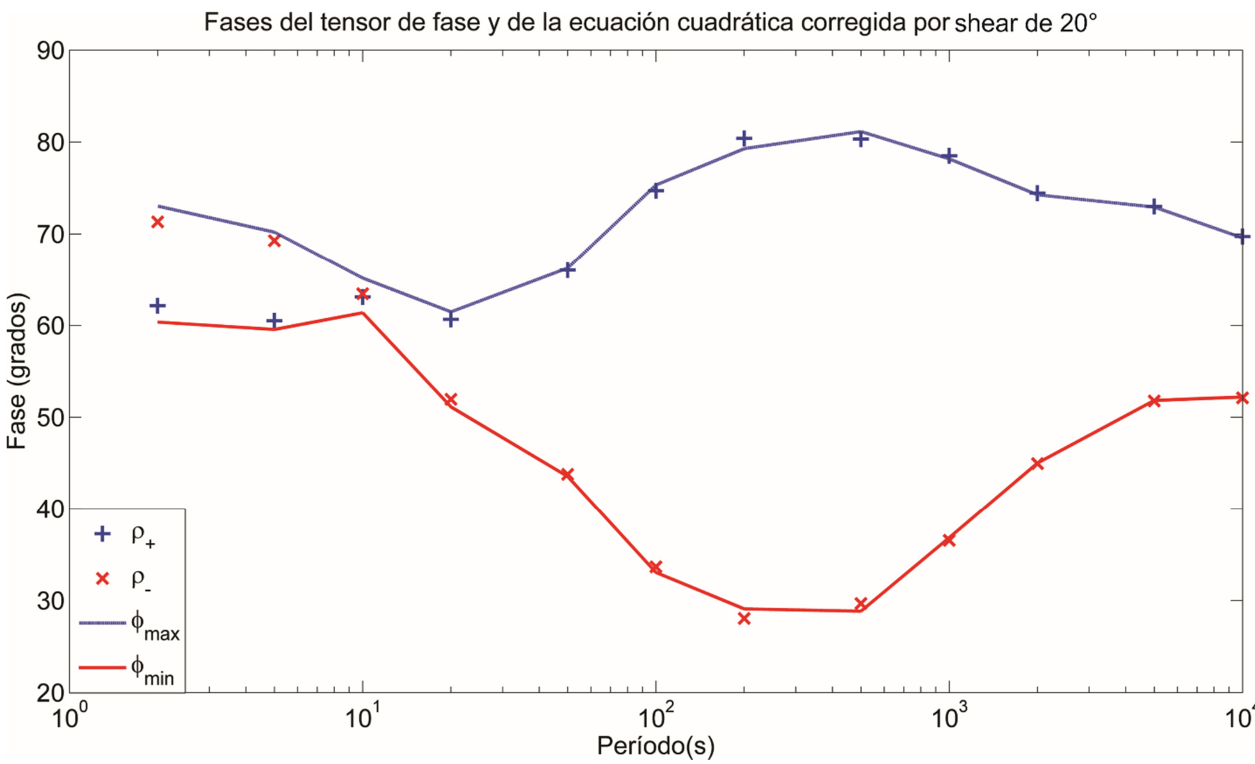

Figura A2. Las fases de φ+ and $\varphi-$ comparadas con ϕ_{max}y ϕ_{min} para el valor correcto de shear. Puede verse como las fases de φ+ y $\varphi-$ se cruzan mientras las de ϕ_{max} y ϕ_{min} no lo hacen.

Para el caso del sondeo mostrado en la Figura 8, correspondiente al sitio 001 del perfil COPROD2, y procediendo de la misma manera el mínimo ocurre en el valor de 0°, lo cual quiere decir que no hay necesidad de corregir por shear, esto se muestra en la Figura A3.

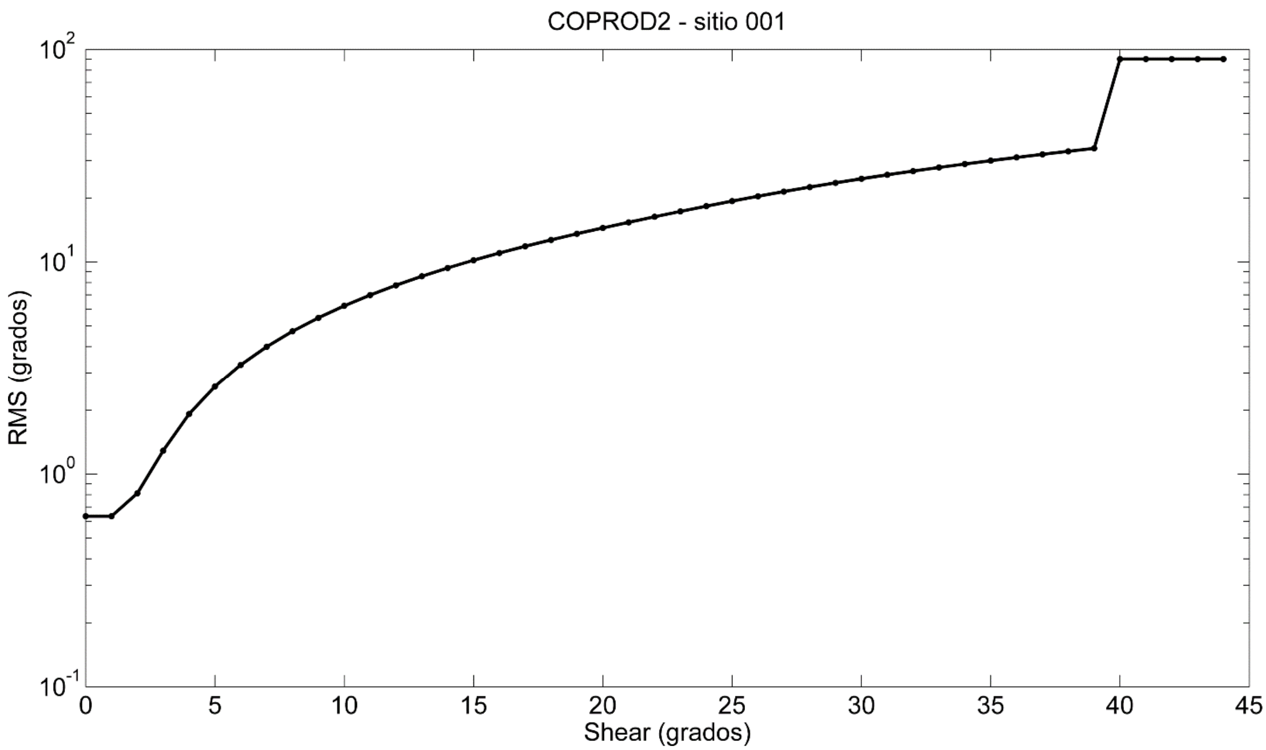

Figure A3. El valor para corregir por shear se obtiene comparando $\varphi+$ y $\varphi-$ con ϕ_{max} y ϕ_{min}. El mínimo ocurre en 0°.

En el caso del conjunto far-hi, mostrado en la Figura 15, el valor para corregir se encuentra en 32°, se muestra en la Figura A4.

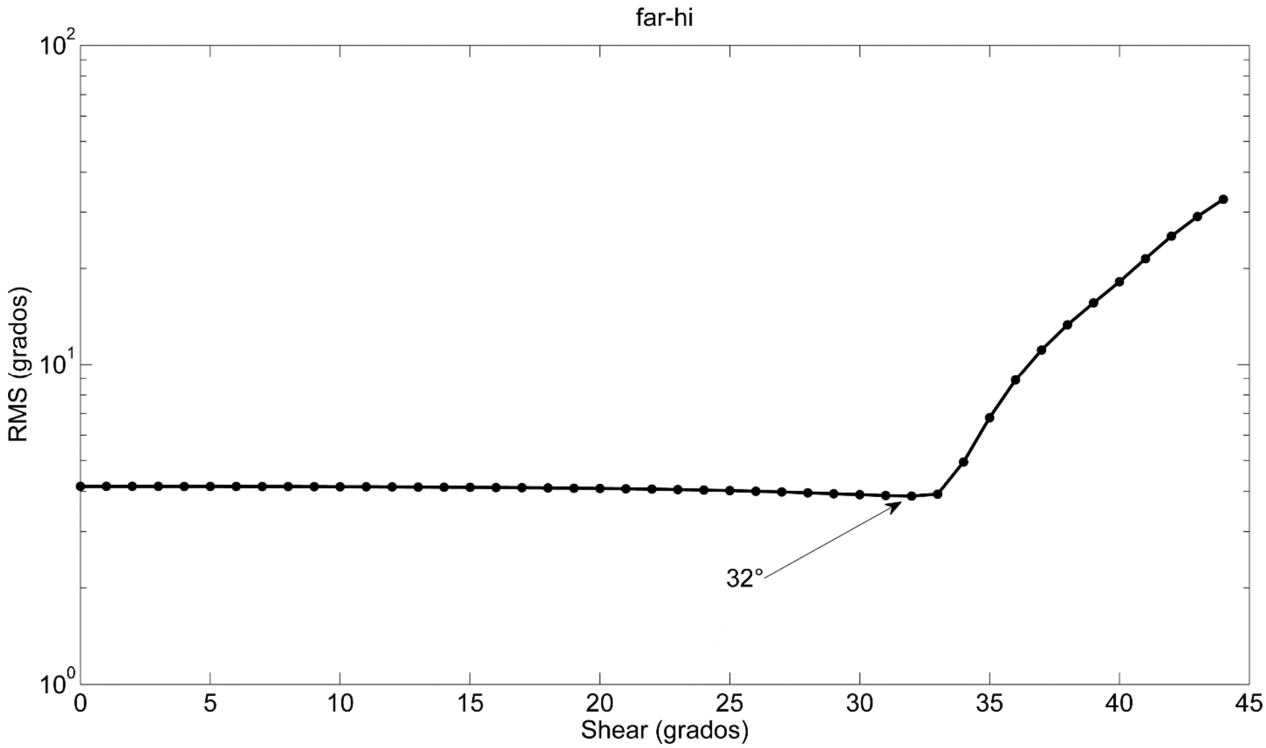

Figure A4. El valor para corregir por shear se obtiene comparando φ+ y φ− con ϕ_{max} y ϕ_{min}. El mínimo ocurre en 32°. Para el conjunto mostrado en la Figura 15.

En la Figura A5 se observa como el shear está afectando únicamente a la curva de resistividad aparente, y que lo hace en la misma forma en que lo haría el factor de estática: escalando la curva.

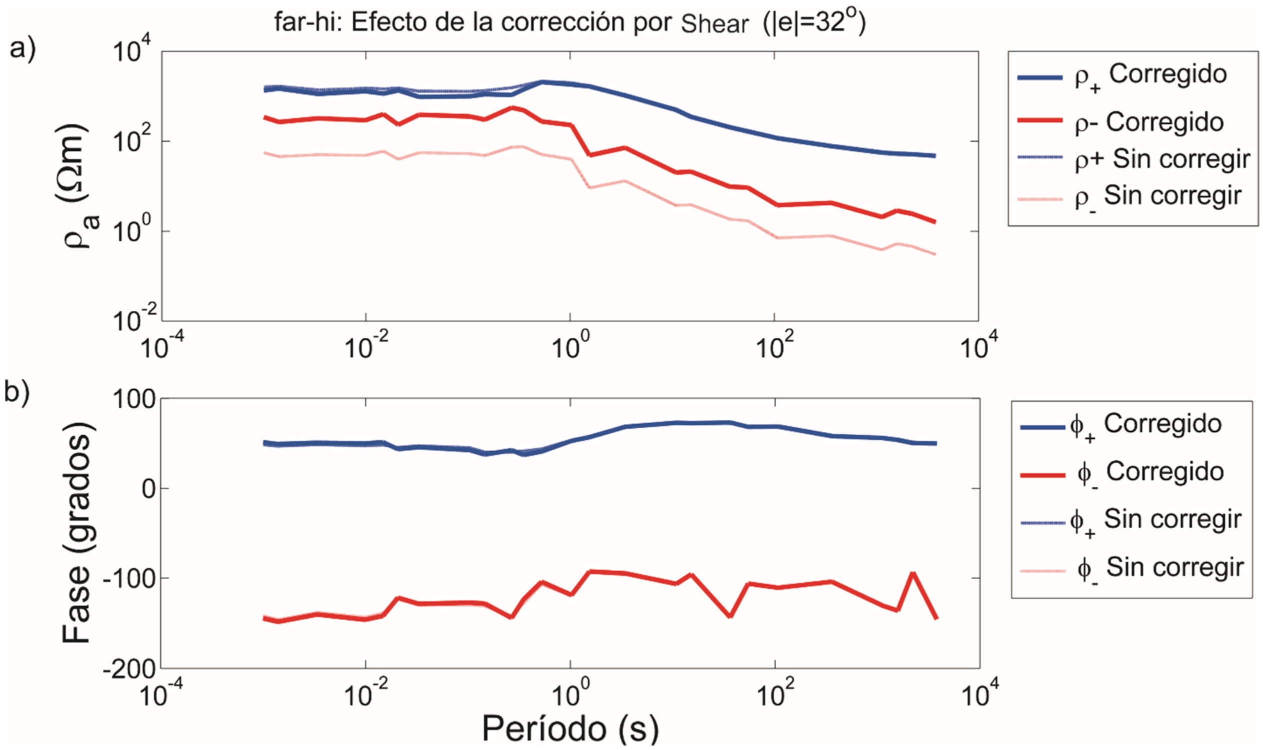

Figura A5. a) Comparación de las curvas de resistividad antes y después de la corrección por shear. b) las fases correspondientes.

Finalmente, para el sitio lit902 del conjunto de datos BC87 mostrado en la Figura 21, el valor para corregir por shear se encuentra en 7°, como se muestra en la Figura A6.

La corrección por el efecto del shear se muestra en la Figura A7. Se observa cómo el efecto es muy pequeño. Como se mencionó arriba, las curvas del tensor de fase no pueden intersectarse, por definición. Las curvas de la ecuación cuadrática sí lo hacen. Para realizar la comparación se forzó a las curvas de las fases de la ecuación cuadrática a comportarse tal como lo hacen las curvas del tensor de fase, como se muestran en la Figura A7.

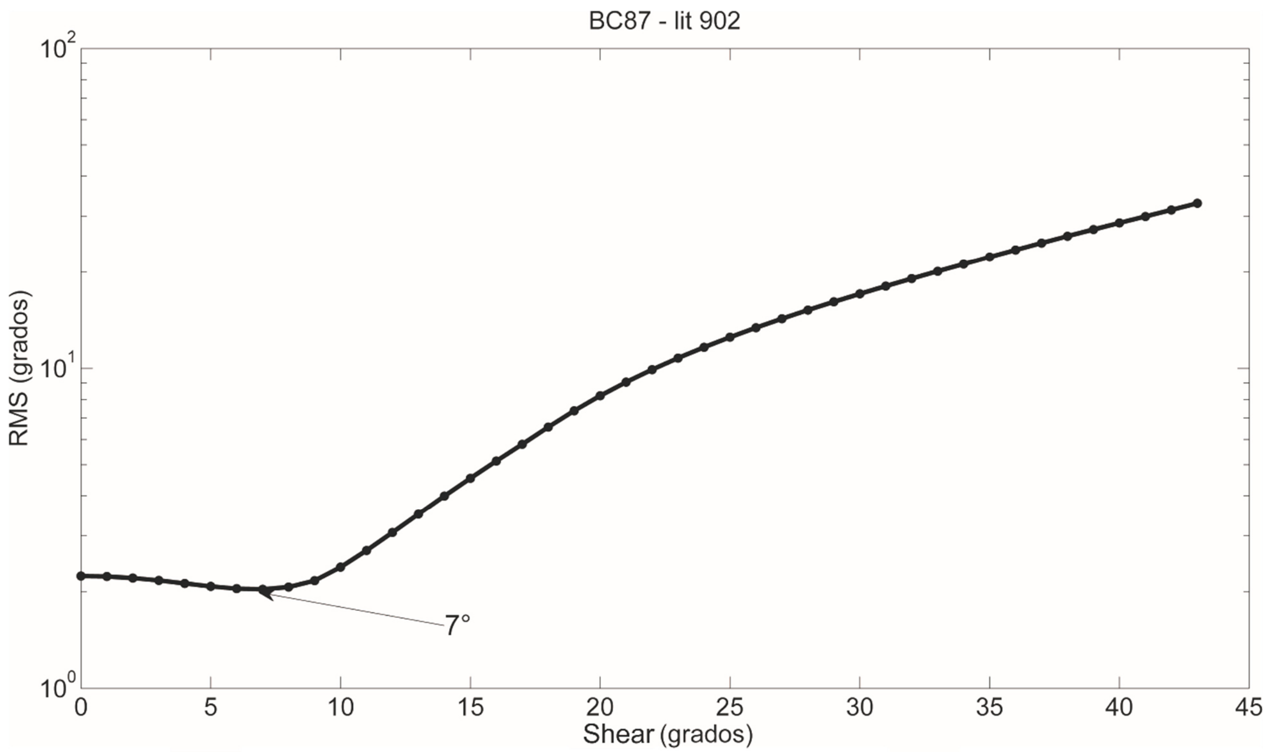

Figura A6. El valor para corregir por shear se obtiene comparando $\varphi+$ y $\varphi-$ con ϕ_{max} y ϕ_{min}. El mínimo ocurre en 7°. Para el conjunto mostrado en la Figura 21.

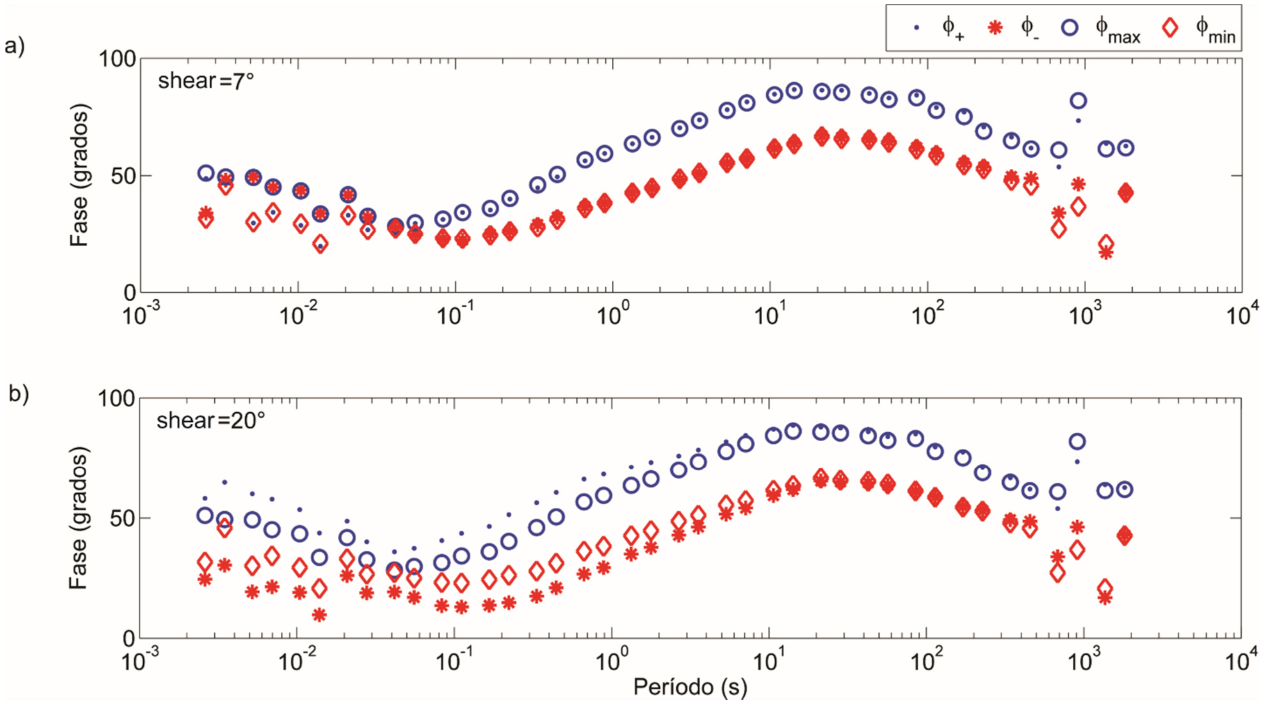

Figura A7. Las fases de la ecuación cuadrática coinciden con las del tensor de fase para el valor de shear de 7°. Se observa como las curvas de las fases no concuerdan para el valor incorrecto de shear.

Anexo B. Propagación de errores de los invariantes $\boldsymbol{\rho}_{\pm}$

Antes de proceder a la propagación de errores de la ecuación cuadrática se probó utilizando datos con ruido. En la Figura 4 se mostró la dispersión de los resultados que se obtienen con la ecuación cuadrática después de 20 realizaciones, puede observarse cómo se comporta de manera estable por lo que puede procederse a la propagación de errores.

Suponiendo que se conocen las incertidumbres para las resistividades aparentes y las fases de cada uno de los elementos del tensor, lo que sigue es calcular las derivadas complejas parciales de $\rho_{\pm}$ respecto a las cuatro resistividades aparentes y fases de $\boldsymbol{Z}$. Llamando $\hat{\rho}_{\pm}$ al complejo $\rho_{\pm}$ que se utiliza para corregir por shear, se tiene que

$$\hat{\rho}_{\pm} = \rho_s \pm \left(\rho_s^2 - \rho_d^2/\varepsilon^2\right)^{\frac{1}{2}} \tag{B.1}$$

La derivada parcial de la ecuación B.1 es

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}} = \frac{\partial \rho_s}{\partial \alpha_{uv}} \pm \frac{\rho_s \left(\frac{\partial \rho_s}{\partial \alpha_{uv}}\right) - \rho_d \left(\frac{\partial \rho_d}{\partial \alpha_{uv}} / \varepsilon^2\right)}{(\rho_s^2 - \rho_d^2/\varepsilon^2)^{\frac{1}{2}}} \tag{B.2}$$

El símbolo α_{uv} se utiliza para $ln\rho_{uv}$ o φ_{uv}, donde u y v representan a x o y de manera indistinta.

En la parte derecha de la ecuación B.2 los signos del tercer elemento se transforman en $\mp$. La ecuación de arriba se puede escribir como

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}} = \frac{\partial \rho_s}{\partial \alpha_{uv}} \pm \frac{\left(\frac{\partial \rho_s}{\partial \alpha_{uv}}\right)}{\left(1 - \frac{\rho_d^2}{\rho_s^2}\frac{1}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \mp \frac{\left(\frac{\partial \rho_d}{\partial \alpha_{uv}}/\varepsilon^2\right)}{\left(\frac{\rho_s^2}{\rho_d^2} - \frac{1}{\varepsilon^2}\right)^{\frac{1}{2}}} \tag{B.3}$$

Para obtener las derivadas de la magnitud y de la fase de $\hat{\rho}_{\pm}$ se considera que

$$\hat{\rho}_{\pm} = \left|\hat{\rho}_{\pm}\right| e^{i\varphi_{\pm}} \tag{B.4}$$

Tomando la derivada parcial de la ecuación B.4

$$\frac{\partial \hat{\rho}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}} = \frac{\partial \left|\hat{\rho}_{\pm}\right|}{\partial \alpha_{uv}} e^{i\hat{\varphi}_{\pm}} + \left|\rho_{\pm}\right| \left(i \frac{\partial \hat{\varphi}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}}\right) e^{i\hat{\varphi}_{\pm}} \tag{B.5}$$

La ecuación puede escribirse como

$$\frac{1}{\hat{\rho}_{\pm}} \frac{\partial \hat{\rho}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}} = \frac{1}{\left|\hat{\rho}_{\pm}\right|} \frac{\partial \left|\hat{\rho}_{\pm}\right|}{\partial \alpha_{uv}} + i \frac{\partial \hat{\varphi}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}} \tag{B.6}$$

Igualando las partes real e imaginaria de la ecuación B.6

$$\frac{1}{\left|\hat{\rho}_{\pm}\right|} \frac{\partial \left|\hat{\rho}_{\pm}\right|}{\partial \alpha_{uv}} = Real\left(\frac{1}{\hat{\rho}_{\pm}} \frac{\partial \hat{\rho}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}}\right) \tag{B.7}$$

y

$$\frac{\partial \hat{\varphi}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}} = Imag\left(\frac{1}{\hat{\rho}_{\pm}} \frac{\partial \hat{\rho}_{\pm}}{\partial \alpha_{uv}}\right) \tag{B.8}$$

Debido a que $\hat{\varphi}_{\pm}$ es el doble que la fase de la impedancia, las derivadas de la fase deben ser la mitad de las que se obtienen de la ecuación B.7. Las ecuaciones B.7 y B.8 proveen la forma de convertir las derivadas complejas de $\hat{\rho}_{\pm}$ en la ecuación B.4 en las de magnitud y fase. Para completar el análisis se necesitan las derivadas complejas de ρ_s y ρ_d que se deben sustituir en la ecuación B.4. Estas se desarrollan en el Anexo C y se muestran junto con dos propiedades de la suma de las derivadas que es útil para comprobar la exactitud de los cálculos. La varianza

$$var(|\rho_{\pm}|) = \sum_{u,v}\left[(\frac{\partial|\rho_{\pm}|}{\partial \rho_{uv}})^2 var(\rho_{uv)} + \left(\frac{\partial|\rho_{\pm}|}{\partial \varphi_{uv}}\right)^2 var(\varphi_{uv})\right] \tag{B.9}$$

y

$$var(\varphi_{\pm}) = \sum_{u,v}\left[(\frac{\partial \varphi_{\pm}}{\partial \rho_{uv}})^2 var(\rho_{uv}) + \left(\frac{\partial \varphi_{\pm}}{\partial \varphi_{uv}}\right)^2 var(\varphi_{uv})\right] \tag{B.10}$$

Las Figuras B1 y B2 muestran la propagación de errores utilizando los datos sintéticos de la Figura 3. Los datos mostrados en la Figura B1 corresponden a la aplicación directa de la ecuación cuadrática y aun necesitan corrección por shear. Los datos fueron distorsionados utilizando un valor de shear de 20° pero en la ecuación cuadrática simplemente se utilizó $\varepsilon^2 = 1$. A pesar de que los datos aún están distorsionados, los errores no se comportan de manera anómala como lo hacen los errores para el strike. Al encontrar el valor para corregir por shear como se explicó en las Figuras A1 y A2 se producen los valores y errores mostrados en la Figura B2.

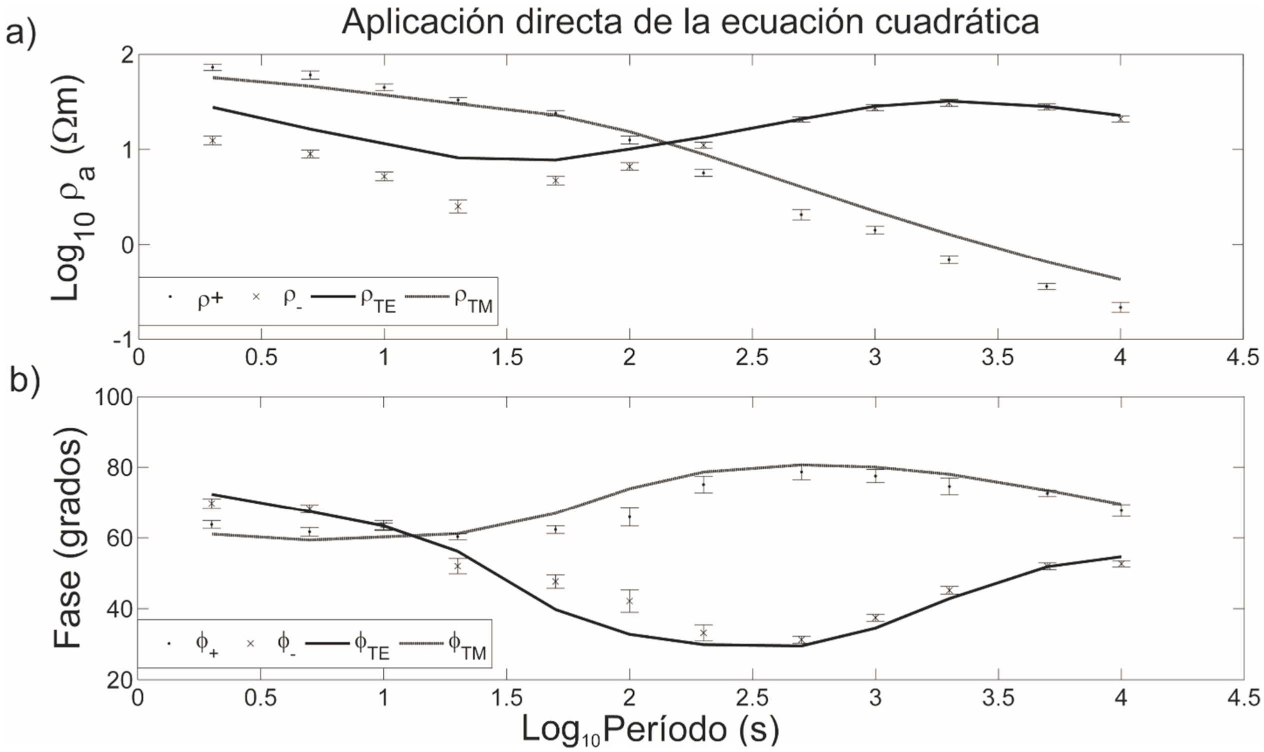

Figura B1. Aplicación directa de la ecuación cuadrática no corrige por el efecto del shear. La recuperación de las respuestas 2D originales no es la adecuada: a) Magnitud, b) Fase

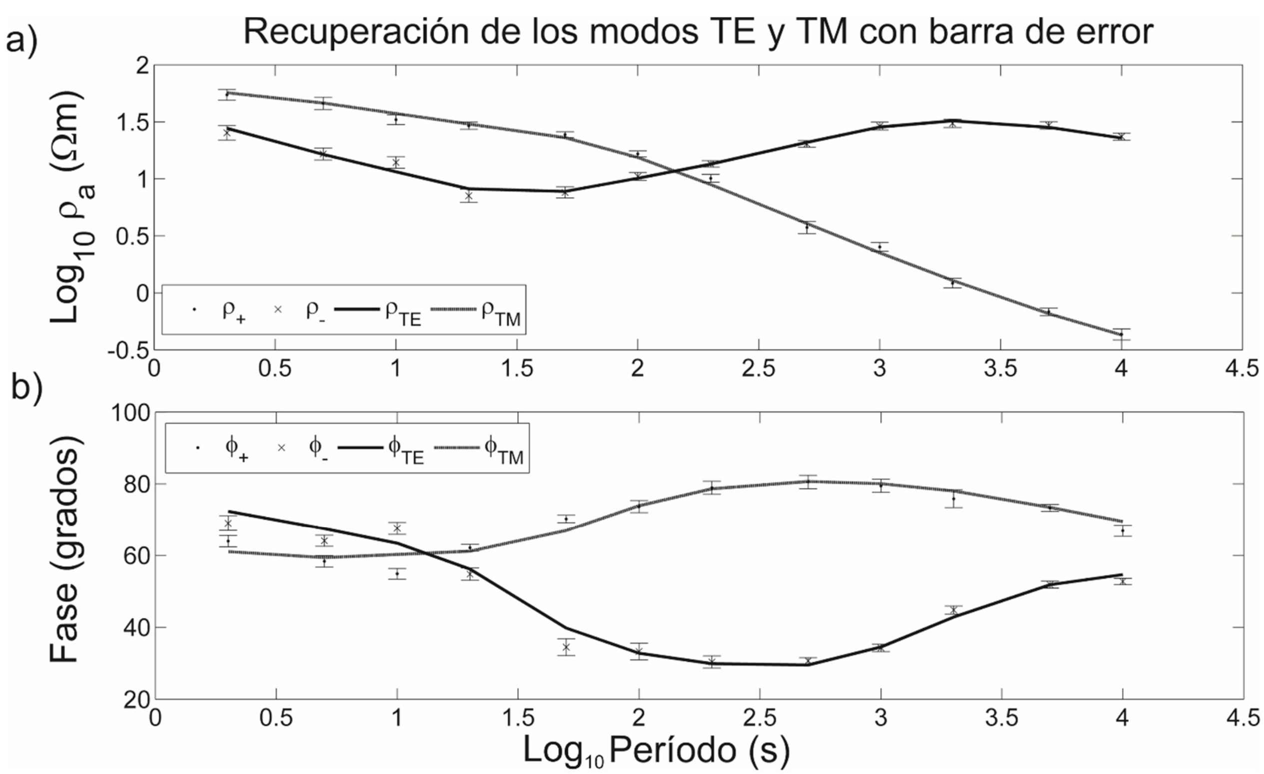

Figura B2. Recuperación exacta de las respuestas 2D originales después de la corrección por shear.

ANEXO C. Derivadas parciales de ρ_s y ρ_d

La resistividad compleja en serie dada en la ecuación 26 se puede escribir como

$$\rho_s = \frac{1}{2}\left(\rho_{xx}e^{i\varphi_{xx}} + \rho_{xy}e^{i\varphi_{xy}} + \rho_{yx}e^{i\varphi_{yx}} + \rho_{yy}e^{i\varphi_{yy}}\right). \tag{C.1}$$

Donde ρ_{xx} , ρ_{xy} ρ_{yx} y ρ_{yy} son las magnitudes de las resistividades complejas de las impedancias Z_{xx}, Z_{xy}, Z_{yx} y Z_{yy}. Las correspondientes fases son φ_{xx}, φ_{xy}, φ_{yx} y φ_{yy} . Representando x y y indistintamente como u y v las derivadas con respecto a la resistividad se pueden escribir como

$$\frac{\partial\rho_s}{\partial ln\rho_{uv}} = \frac{1}{2}\rho_{uv}e^{i\varphi_{uv}} \;. \tag{C.2}$$

Se calculan las derivadas respecto al logaritmo de la resistividad para evitar divisiones por cero en el caso del determinante. Las derivadas respecto a la fase son

$$\frac{\partial\rho_s}{\partial\varphi_{uv}} = i\,\frac{1}{2}\rho_{uv}e^{i\varphi_{uv}} \;. \tag{C.3}$$

La resistividad compleja del determinante en la ecuación 27 se puede escribir como

$$\rho_{dc} = \sqrt{\rho_{xx}}\sqrt{\rho_{yy}}e^{i\varphi_{xx/2}}e^{i\varphi_{yy/2}} - \sqrt{\rho_{xy}}\sqrt{\rho_{yx}}e^{i\varphi_{xy/2}}e^{i\varphi_{yx}/2} \;. \tag{C.4}$$

Las derivadas respecto a la amplitud son

$$\frac{\partial\rho_{dc}}{\partial ln\rho_{xx}} = \frac{1}{2}\sqrt{\rho_{xx}}\sqrt{\rho_{yy}}e^{i\varphi_{xx/2}}e^{i\varphi_{yy}/2}, \tag{C.5}$$

$$\frac{\partial \rho_{dc}}{\partial ln\rho_{yy}} = \frac{1}{2}\sqrt{\rho_{xx}}\sqrt{\rho_{yy}}e^{i\varphi_{xx/2}}e^{i\varphi_{yy}/2}, \tag{C.6}$$

$$\frac{\partial \rho_{dc}}{\partial ln\rho_{xy}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\rho_{xy}}\sqrt{\rho_{yx}}e^{i\varphi_{xy/2}}e^{i\varphi_{yx}/2}, \tag{C.7}$$

y

$$\frac{\partial \rho_{dc}}{\partial ln\rho_{yx}} = -\frac{1}{2}\sqrt{\rho_{xy}}\sqrt{\rho_{yx}}e^{i\varphi_{xy/2}}e^{i\varphi_{yx}/2}. \tag{C.8}$$

Las derivadas respecto a las fases son

$$\frac{\partial \rho_{dc}}{\partial \varphi_{xx}} = \frac{i}{2}\sqrt{\rho_{xx}}\sqrt{\rho_{yy}}e^{i\varphi_{xx/2}}e^{i\varphi_{yy/2}}, \tag{C.9}$$

$$\frac{\partial \rho_{dc}}{\partial \varphi_{yy}} = \frac{i}{2}\sqrt{\rho_{xx}}\sqrt{\rho_{yy}}e^{i\varphi_{xx/2}}e^{i\varphi_{yy}/2}, \tag{C.10}$$

$$\frac{\partial \rho_{dc}}{\partial \varphi_{xy}} = -\frac{i}{2}\sqrt{\rho_{xy}}\sqrt{\rho_{yx}}e^{i\varphi_{xy}/2}e^{i\varphi_{yx}/2}, \tag{C.11}$$

y

$$\frac{\partial \rho_{dc}}{\partial \varphi_{yx}} = -\frac{i}{2}\sqrt{\rho_{xy}}\sqrt{\rho_{yx}}e^{i\varphi_{xy/2}}e^{i\varphi_{yx/2}}. \tag{C.12}$$

Las derivadas complejas de ρ_s y ρ_d, calculadas arriba, se sustituyen en la ecuación B-3 para obtener las derivadas complejas de $\rho_{\pm}$, que por medio de las ecuaciones B-7 y B-8 se convierten en las derivadas de $|\rho_{\pm}|$ y de $\varphi_{\pm}$.

Trabajar con tantas derivadas puede llevar a cometer algún error por lo que para probar estas derivadas se realizó el siguiente ejercicio. Sea λ cualquier constante real. Al multiplicar las cuatro resistividades en la ecuación C-1 por esta constante se obtiene $\lambda\rho_s$. Esto significa que ρ_s es una función homogénea de grado uno. Lo mismo ocurre con ρ_d y con $\rho_{\pm}$. Por lo que se tiene que cumplir que

$$\frac{\rho_{xx}}{|\rho_{\pm}|}\frac{\partial|\rho_{\pm}|}{\partial\rho_{xx}}+\frac{\rho_{xy}}{|\rho_{\pm}|}\frac{\partial|\rho_{\pm}|}{\partial\rho_{xy}}+\frac{\rho_{yx}}{|\rho_{\pm}|}\frac{\partial|\rho_{\pm}|}{\partial\rho_{yx}}+\frac{\rho_{yy}}{|\rho_{\pm}|}\frac{\partial|\rho_{\pm}|}{\partial\rho_{yy}}=1. \qquad \text{(C.13)}$$

La fase es una función homogénea de grado cero debido a que no se afecta por la multiplicación por λ. En este caso se tiene que cumplir que

$$\rho_{xx}\frac{\partial\varphi_{\pm}}{\partial\rho_{xx}}+\rho_{xy}\frac{\partial\varphi_{\pm}}{\partial\rho_{xy}}+\rho_{yx}\frac{\partial\varphi_{\pm}}{\partial\rho_{yx}}+\rho_{yy}\frac{\partial\varphi_{\pm}}{\partial\rho_{yy}}=0. \qquad \text{(C.14)}$$

Con estas dos ecuaciones se probaron las derivadas calculadas en este Anexo.

Anexo D. Convergencia y factores de estática

Como se explica en el texto principal, se invierten las resistividades aparentes y fases del modo TM y las fases del modo TE. En un proceso normal de inversión el objetivo es obtener el modelo de la distribución de la resistividad del subsuelo, en este caso las resistividades aparentes del modo TE se consideran como las salidas del proceso de inversión ya que estarán libres de estática y a partir de ellas se obtendrán los modelos de resistividad. Se utilizó el algoritmo de Rodi y Mackie (2001) para la inversión. Este algoritmo minimiza la siguiente función

$$S(\boldsymbol{m}) = \left(\boldsymbol{d} - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{m})\right)^T \boldsymbol{R}_{dd}^{-1}\left(\boldsymbol{d} - \boldsymbol{F}(\boldsymbol{m})\right) + \tau \| L(\boldsymbol{m} - \boldsymbol{m_0}) \|^2 , \tag{D1}$$

donde **m** es el vector que contiene las resistividades del modelo; ***d*** es el vector de datos; $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{m})$ es un vector que contiene las respuestas del modelo; $\boldsymbol{R}_{dd}$ es la covarianza de los datos; $\boldsymbol{m_o}$ es un modelo de referencia; *L* es el operador Laplaciano; y τ es el parámetro de regularización de Tikhonov. El parámetro de regularización τ, permite controlar la suavidad del modelo. Para valores de τ grandes se obtienes modelos suaves, para valores pequeños de τ se obtienen modelos con mayor rugosidad.

La forma de elegir el valor adecuado de τ es mediante el monitoreo de las curvas del modo TE que se obtienen de las inversiones realizadas con diferentes valores de τ. Las curvas convergen para valores pequeños de τ. Más detalles sobre la técnica se describen en mi tesis de maestría (Muñiz, 2011) y en Gómez-Treviño et al., 2014). En Figura DI se muestra la gráfica de la convergencia para los datos de BC87 utilizando la media geométrica de las curvas.

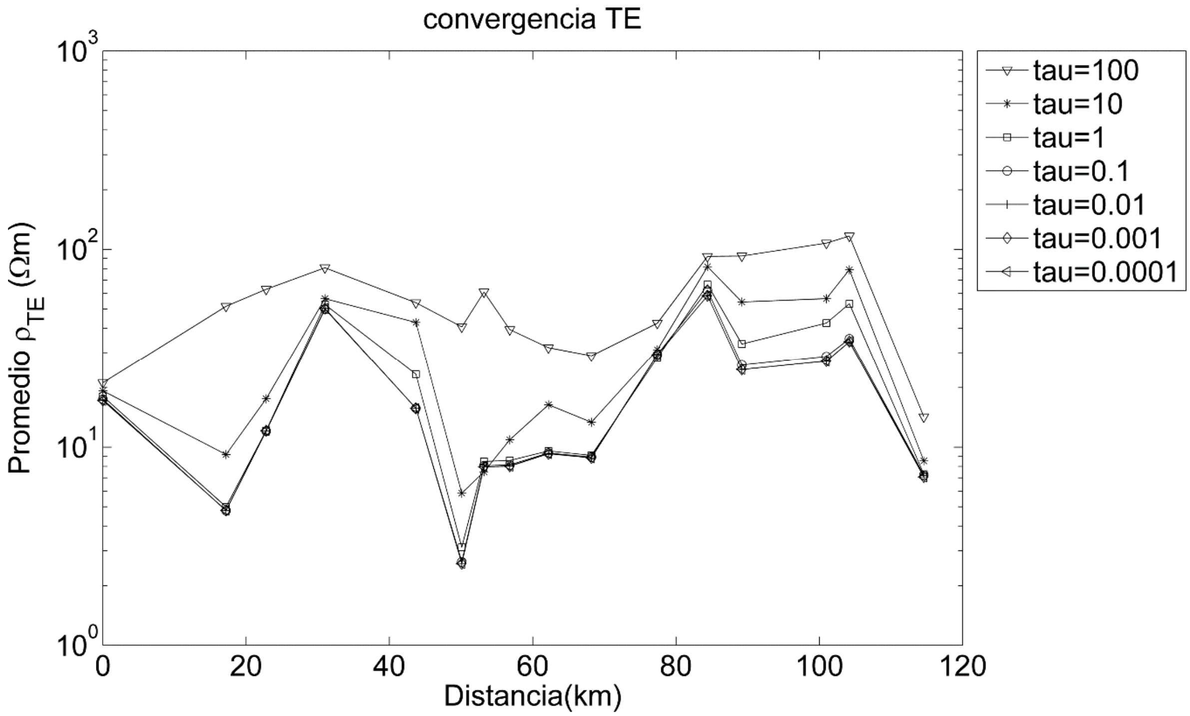

Figura D1. Comportamiento de la media geométrica de la resistividad aparente predicha según el parámetro de regularización. Las medias corresponden a los diferentes sondeos a lo largo del perfil. Nótese que las curvas convergen a partir de tau=1.

La Figura D2 ilustra el tipo de ajuste que se logra en el proceso de inversión. Las resistividades aparentes y las fases del modo TM se ajustan muy bien, así como las fases del modo TE. Por otro lado, las resistividades aparentes del modo TE pueden estar o no bien ajustadas, ya que no participan en la optimización. Puede observarse en la Figura D2 que en un caso de los tres que se muestran se tiene un buen ajuste mientras que en los otros dos no. Se puede observar que en los casos en que no se obtiene un buen ajuste, las curvas predichas y las de los datos observados son prácticamente paralelas. Esto significa que se trata de un efecto de estática que afecta a todos los periodos por igual.

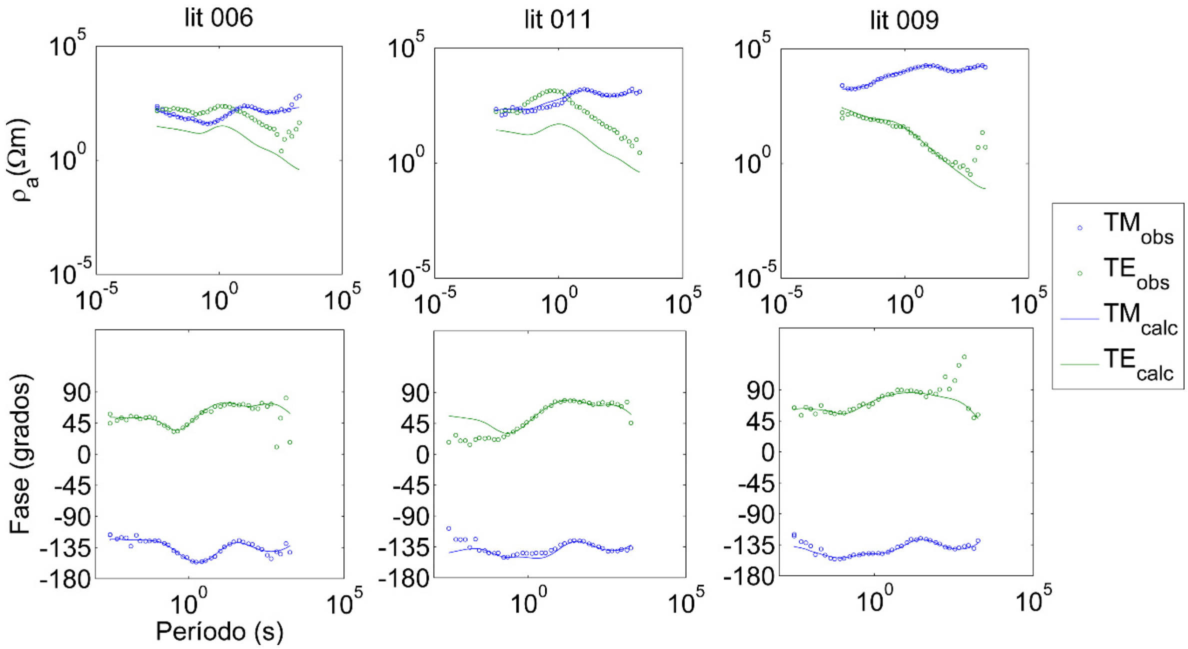

Figura D2. Las curvas verdes continuas en la parte superior representan la resistividad aparente TE predicha en el punto de convergencia. Los círculos verdes corresponden a los datos de campo los cuales no se incluyen en el proceso de inversión. Nótese que los datos de campo y sus predicciones describen curvas prácticamente paralelas. Los factores entre unas y otras representan los factores de estática. Se supone que ρ_+ represente al modo TM.

Una vez realizada la inversión de los datos del perfil BC87 y obtenidas las respuestas TE libres del efecto de estática, si se desea se puede proceder a calcular los factores de estática para cada curva. Esto se realiza por simple comparación entre las curvas de los datos del modo TE y las curvas predichas. El factor de estática se define como el factor que multiplicando a la curva predicha la sube o la baja al nivel de la curva de campo. Los factores se muestran en la Figura D3, en donde se identifican los tres sitios cuyas curvas se muestran en la Figura D2.

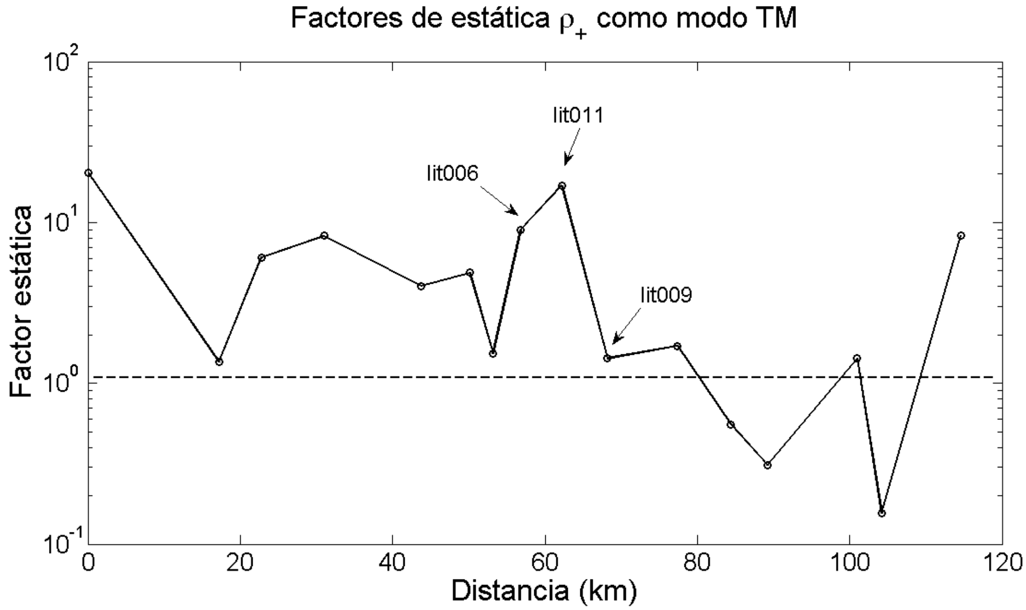

Figura D3. Factores de estática para la resistividad aparente del modo TE según el modelo final donde se supone que ρ_+ represente al modo TM.

El paralelismo entre las curvas observadas y las predichas para el modo TE no garantiza que se trate del modelo correcto al suponer, como en el caso anterior, que ρ_+ representa el modo TM. De hecho, lo mismo sucede si suponemos que ρ_- representa el modo TM. La Figura D4 ilustra cómo esta suposición también produce paralelismo entre las curvas de campo y las predichas por la inversión.

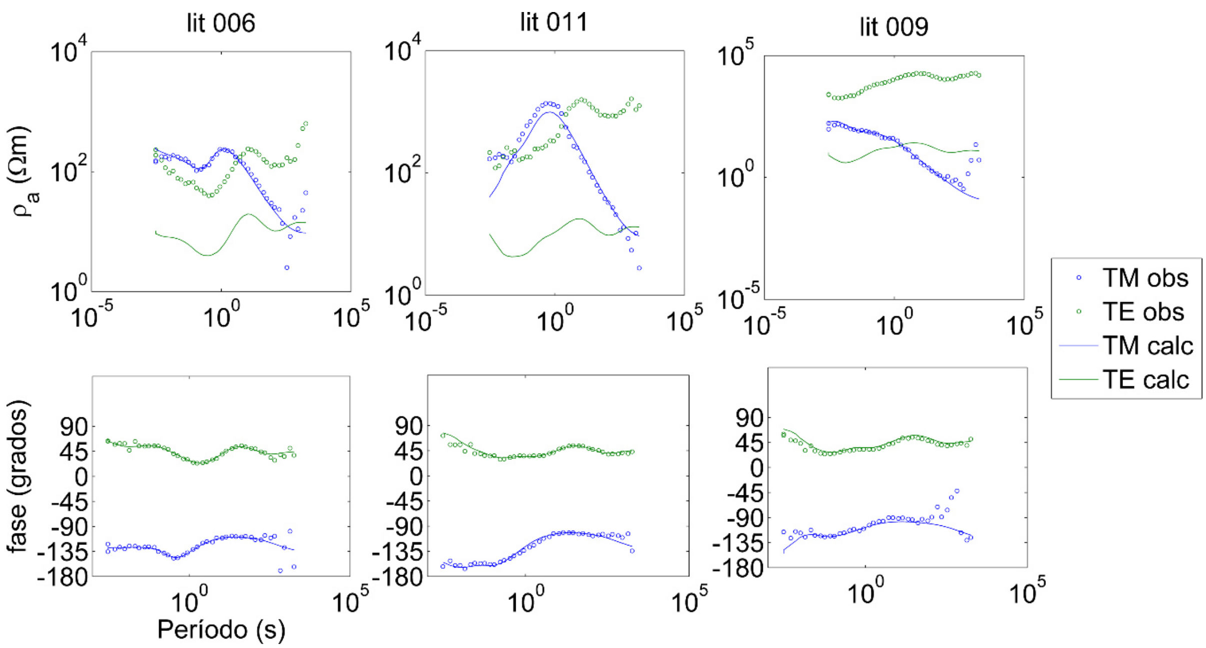

Figura D4. Como en la Figura D2, las curvas verdes continuas en la parte superior representan la resistividad aparente TE predicha en el punto de convergencia. Los círculos verdes corresponden a los datos de campo los cuales no se incluyen en el proceso de inversión. Nótese que los datos de campo y sus predicciones describen curvas prácticamente paralelas. Los factores entre unas y otras representan los factores de estática. Se supone que ρ_{-} represente al modo TM.

De la misma manera que para el caso de la Figura D3, se pueden calcular los factores de estática para este caso. La Figura D5 presenta estos factores, los cuales resultaron todos mayores que la unidad, y además son en varios casos órdenes de magnitud mayores que en el caso anterior. Esto de por sí no garantiza cuál de las dos opciones es la correcta por lo que se plantea en el texto principal una predicción independiente como la línea de EMAP.

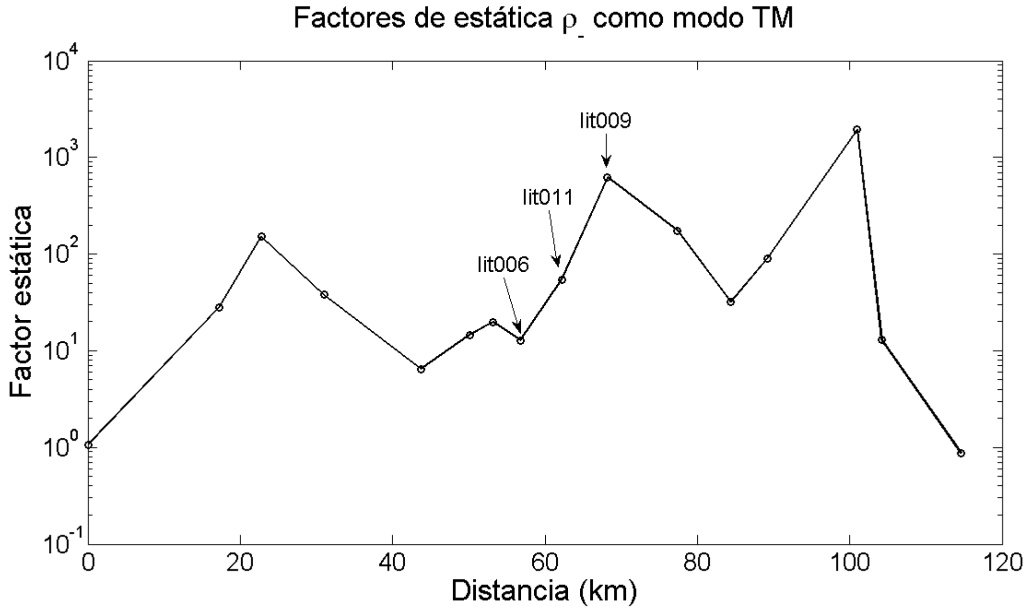

Figura D5. Factores de estática para la resistividad aparente del modo TE según el modelo donde se supone que ρ_{-} represente al modo TM.

Anexo E. Fases obtenidas de la inversión

A continuación, se muestran las fases observadas y calculadas para todas las inversiones realizadas en el capítulo IV.

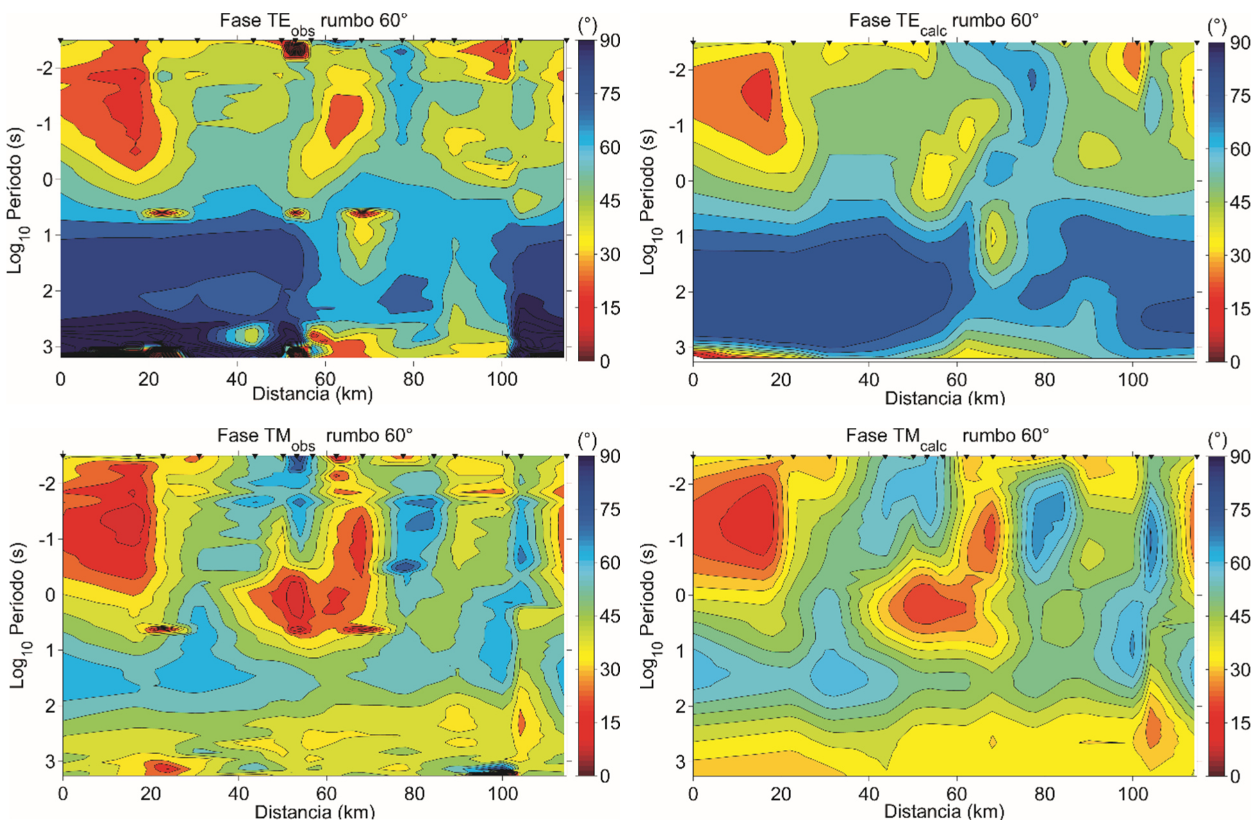

Figura E1. Fases de los modos TE y TM, observadas y calculadas para la inversión realizada para el rumbo de 60°. Las resistividades correspondientes se muestran en la Figura 31.

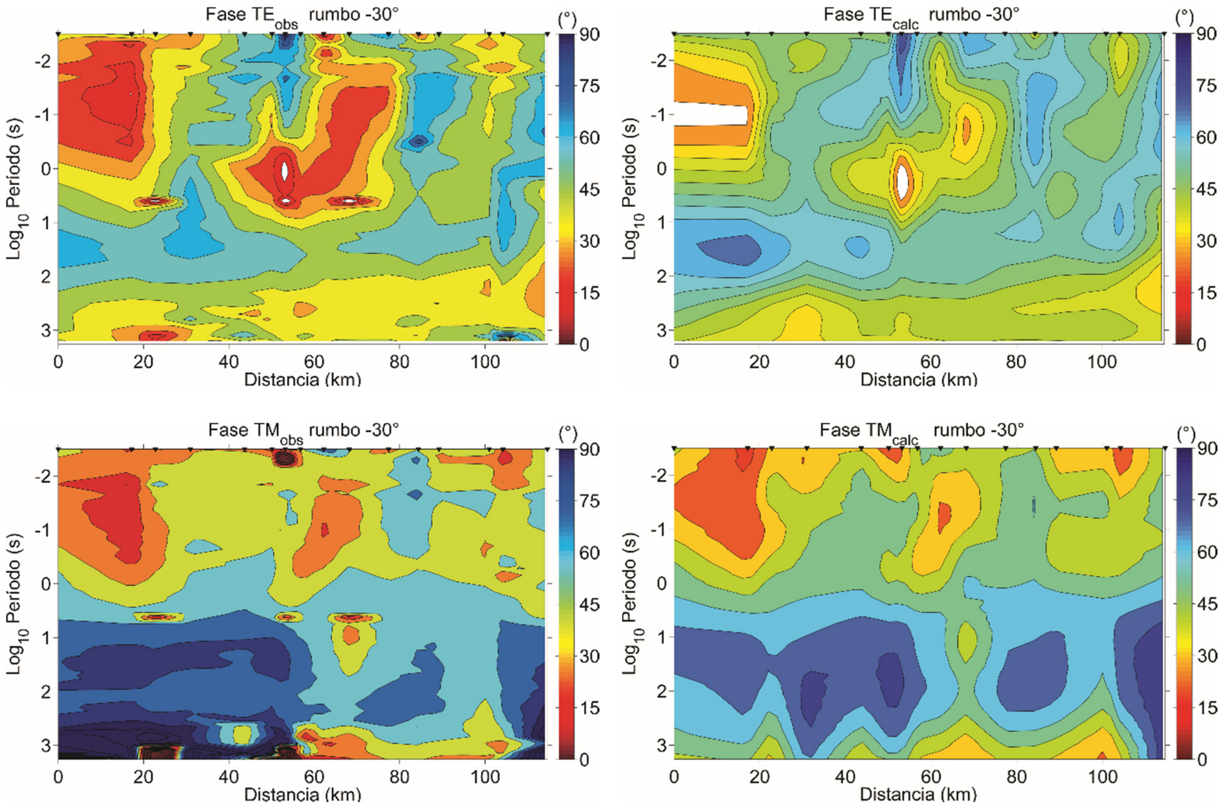

Figura E2. Fases de los modos TE y TM, observadas y calculadas para la inversión realizada para el rumbo de -30°. Las resistividades correspondientes se muestran en la Figura 32.

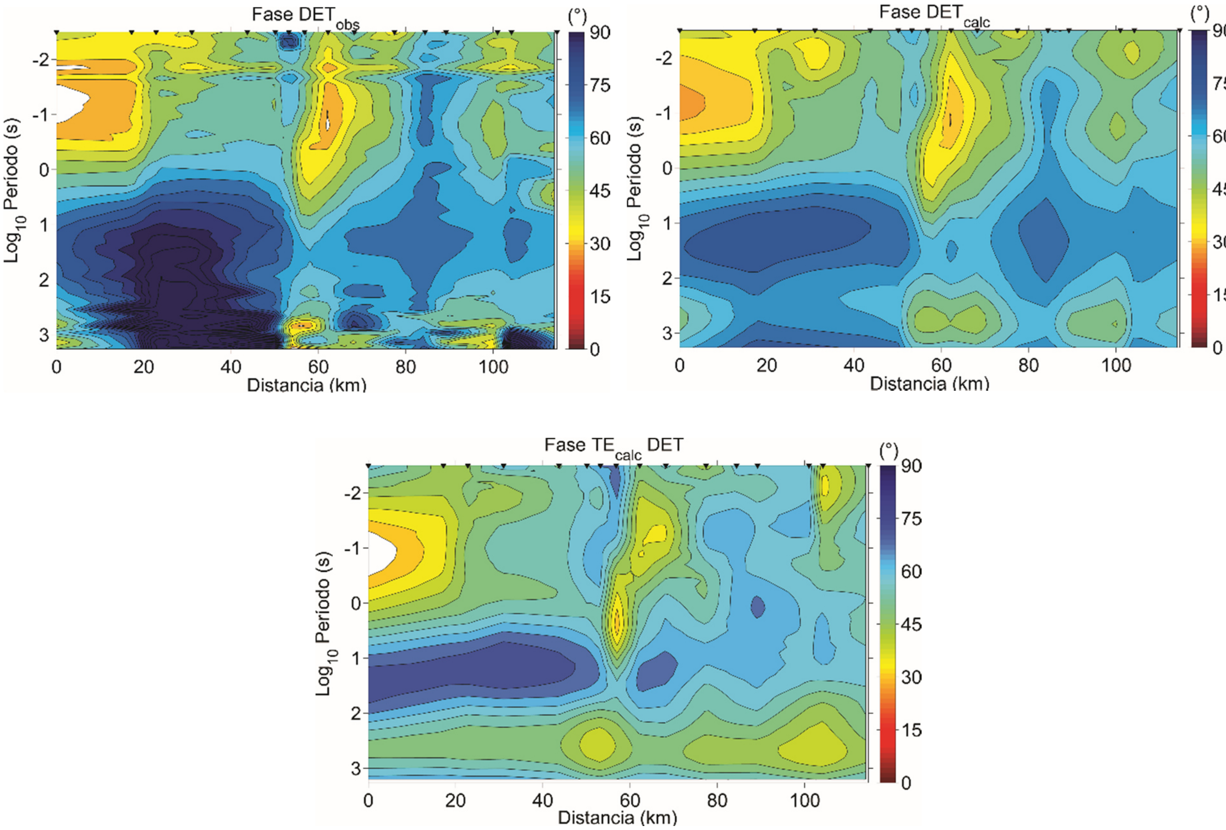

Figura E3. Fases del Determinante, observada y calculada, fase calculada del modo TE. Para la inversión realizada con el determinante. Las resistividades correspondientes se muestran en la Figura 34.

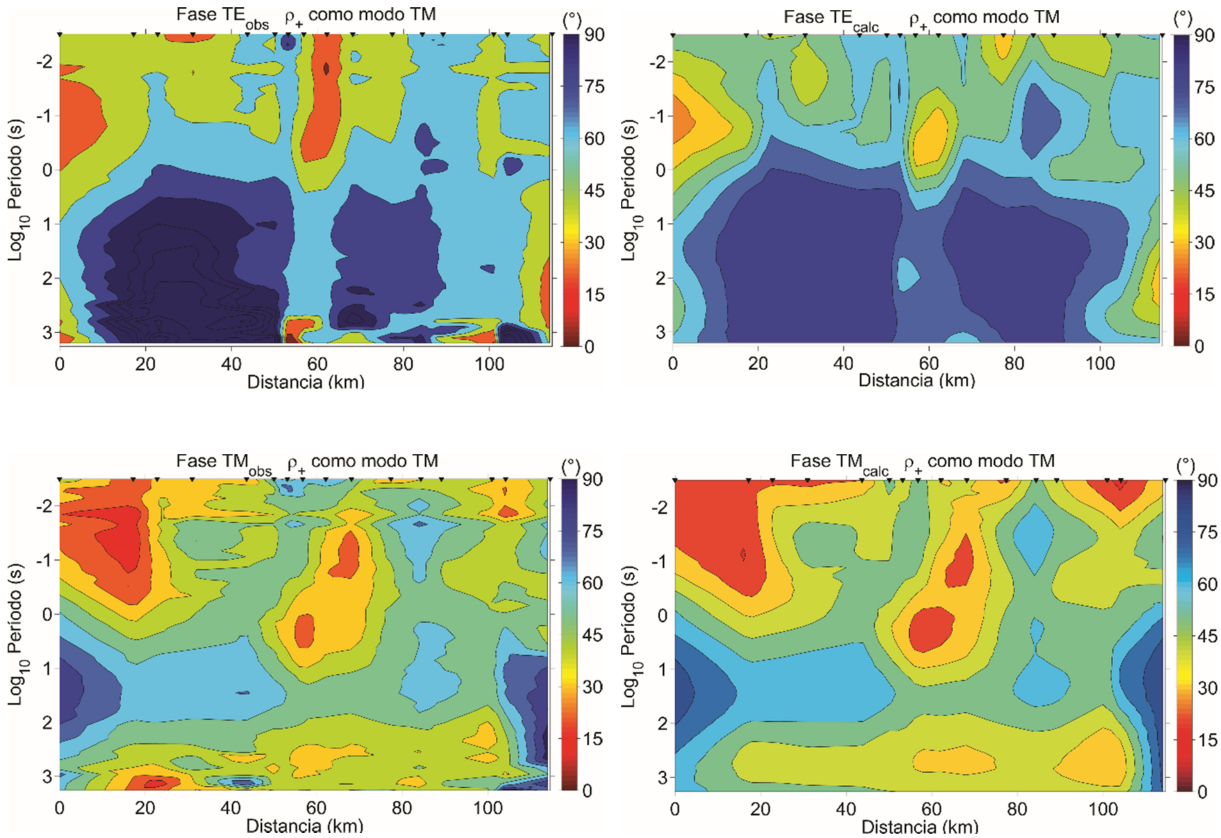

Figura E4. Fases de los modos TE y TM, observada y calculada. Para la inversión realizada utilizando ρ_+ como el modo TM. Las resistividades correspondientes se muestran en la Figura 37.

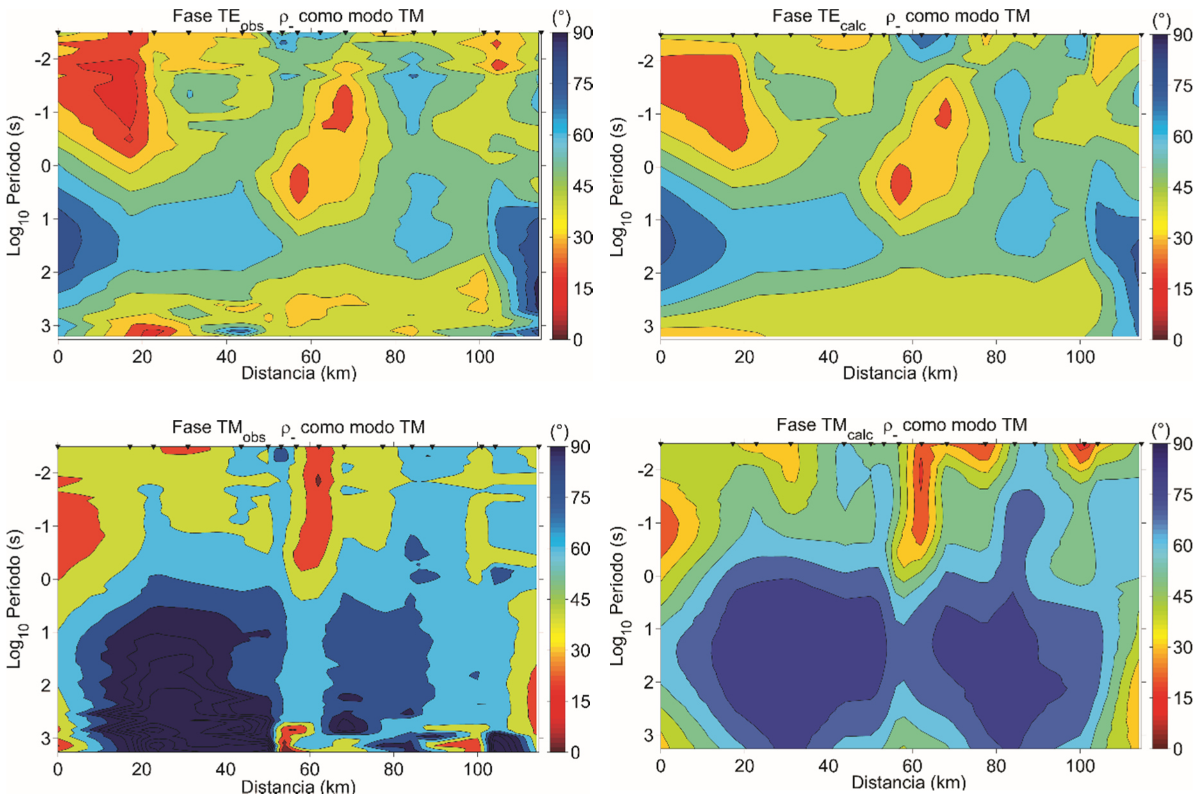

Figura E5. Fases de los modos TE y TM, observada y calculada. Para la inversión realizada utilizando ρ_{-} como el modo TM. Las resistividades correspondientes se muestran en la Figura 38.