

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias de la Tierra
con orientación en Sismología**

**La entropía Poissoniana de la distribución espacial de la
sismicidad y su variación temporal como premonitor a la
ocurrencia de grandes sismos.**

Tesis
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Griselda Despaigne Longchamp

**Ensenada, Baja California, México
2017**

Tesis defendida por

Griselda Despaigne Longchamp

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Fidencio Alejandro Nava Pichardo
Director de tesis

Miembros del Comité

Dra. Ewa Glowacka

MSC. José Duglas Frez Cárdenas

Dra. Beatriz Cordero Esquivel

MSC. Vicente Ferreira Bartrina (RIP)



Dr. Juan García Abdeslem
Coordinador del Posgrado en Ciencias de la Tierra

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta **Griselda Despaigne Longchamp** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias de la Tierra con orientación en Sismología

La entropía Poissoniana de la distribución espacial de la sismicidad y su variación temporal como premonitor a la ocurrencia de grandes sismos.

Resumen aprobado por:

Dr. Fidencio Alejandro Nava Pichardo

Director de tesis

La distribución espacial de la sismicidad tiene características que cambian previamente a la ocurrencia de grandes sismos, y la detección y evaluación de dichos cambios precursores pueden ser útiles para complementar o modificar pronósticos sísmicos. Entre los cambios precursores se ha observado la disminución de las dimensiones fractales, que indica que los hipocentros tienden a agruparse, es decir que la distribución espacial se aleja de una distribución uniforme. Por tanto, se trabaja sobre la hipótesis que previamente a un gran sismo los hipocentros tienden a agruparse como respuesta a concentraciones de esfuerzo; la hipótesis nula es, consecuentemente, que las agrupaciones de hipocentros son debidas solamente al azar y corresponden a una distribución de probabilidad espacial uniforme. Como la entropía de Shannon es sensible a heterogeneidades en las probabilidades de la distribución espacial, es razonable proponer el uso de la entropía como observable precursora. Una región sísmica es considerada como un sistema cuyos estados son celdas espaciales, y la entropía depende de las probabilidades de ocurrencia de sismos asignadas a dichos estados. Así, el valor de la entropía depende de la distribución espacial y del número de los hipocentros; para un número dado de sismos dicho valor depende del número de celdas. Por tanto, es necesario diseñar una medida que permita caracterizar una distribución dada y comparar dicha distribución con otras distribuciones. Dado que la entropía de la distribución uniforme depende sólo del número de celdas y que es el máximo valor posible para la entropía, constituye una magnífica referencia para medir otras entropías; por tanto, se propone como medida, el área comprendida entre la entropía observada y la entropía uniforme para un intervalo dado, normalizada por la longitud del intervalo para que la medida sea comparable con las de otras distribuciones. La manera usual de estimar la probabilidad de incidencia en una celda, que llamaremos probabilidad de incidencia, es como la razón del número de eventos en la celda al número total de eventos en la región; esta probabilidad tiene la desventaja de que la entropía basada en ella presenta saturación cuando el número de celdas es mayor que el número total de eventos. Por esta razón, se presenta el concepto de *probabilidad Poissoniana normalizada*, pues la entropía basada en esta probabilidad es más sensible a las diferencias con respecto a la entropía de la probabilidad uniforme y menos sujeta a saturación que la entropía de la probabilidad de incidencia. La utilidad de dicha medida es probada mediante aplicación a catálogos sintéticos y a la sismicidad de la región de Honshu, en Japón. Los resultados indican que la medida propuesta sí tiene capacidad para detectar y cuantificar cambios precursores en la distribución espacial de la sismicidad. Los resultados concuerdan con los de cambios en la dimensión fractal y en el valor b de la relación de Gutenberg-Richter.

Palabras claves: Sismicidad, Entropía, distribución de Poisson, pronóstico de grandes sismos.

Abstract of the thesis presented by **Griselda Despaigne Longchamp** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Earth Sciences with orientation in Seismology

The Poissonian entropy of the spatial distribution of seismicity and its temporal variation as a premonitory to the occurrence of large earthquakes.

Abstract approved by:

Prof. Fidencio Alejandro Nava Pichardo
Director de tesis

The spatial distribution of seismicity has characteristics that change prior to the occurrence of large earthquakes, and the detection and evaluation of such precursory changes can be useful to complement or modify seismic forecasts. Among the precursory changes, a diminution of the fractal dimensions has been observed, which indicates that hypocenters tend to cluster, i.e. the spatial distribution differs from the uniform distribution. Therefore, we will work on the hypothesis that before a great earthquake hypocenters tend to cluster in response to stress concentrations; the null hypothesis is, consequently, that the hypocenter clusters are due only to chance and, therefore, correspond to uniform spatial probability distribution. Since Shannon's entropy is sensitive to heterogeneities in the probabilities of a spatial distribution, it is reasonable to propose the use of entropy as an observable precursor. A seismic region is considered as a system whose states are spatial cells, and the entropy depends on the earthquake occurrence probabilities assigned to these states. Thus, the entropy value depends on the spatial distribution and on the number of hypocenters; for a given number of earthquakes, this values depends on the number of cells. Therefore, it is necessary to design a measure that allows to characterize a given distribution and to compare this distribution with other distributions. Since the uniform distribution entropy depends only on the number of cells, and is the maximum possible entropy, it constitutes an excellent reference frame for measuring other entropies; hence, the measure will be the area comprised between the observed and the uniform entropies over a given interval, normalized by the interval length in order to be able to compare a measure with those of other distributions. The usual way of estimating the incidence probability in a cell, which we will call incidence probability, is as the ratio of the number of events in it to the total number of events in the region; this probability has the disadvantage that the entropy based on it presents saturation when the number of cells is larger than the total number of events. Hence, we introduce the concept of *normalized Poissonian probability*, because the entropy based on it is more sensitive to the differences with respect to the uniform entropy and less subject to saturation than the incidence probability entropy. The usefulness of this measure was tested through application to synthetic catalogs and to the seismicity of the Honshu region in Japan. The results indicate that the proposed measure does have the capacity to detect and quantify precursory changes in the spatial distribution of seismicity. The results agree with those of changes in the fractal dimension and in the b value of the Gutenberg-Richter relation.

Keywords: Seismicity, Entropy, Poisson distribution, prognosis of major earthquakes.

Dedicatoria

A mis padres,

A mi esposo y

A mi familia

A l finado Vicente Ferreira Bartrina

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y Educación Superior de Ensenada (CICESE) por darme la oportunidad de ser un profesional mejor preparado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT), por el apoyo económico tan necesario.

A Alejandro Nava, por aceptar ser mi asesor, por su paciencia y dedicación incondicional.

A mis sinodales, Dra. Ewa Glowacka, MSc. José Douglas Frez Cárdenas y MSc. Vicente Ferreira Bartrina por sus atinados consejos para el buen desarrollo de la tesis y a la Dra. Beatriz Cordero por extenderme su mano amiga.

A Juan Madrid quién confió en mí.

A Idalmis y familia, a Dolores, a Yalina y Yosvany, sin ustedes quién sabe dónde estaría.

A Humberto, Euclides, Miguel Ángel, Rosalía.

A todos mis compañeros y amigos de esta ciudad y en particular del CICESE.

A los maestros del período lectivo, por compartir sus excelentes conocimientos.

A mis compañeros y a la dirección del CENAIS, por su apoyo y preocupación para conmigo y mi familia.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatorias.....	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	viii
Lista de tablas.....	x
Capítulo 1. Introducción	
1.1 Antecedentes.....	1
1.2 Justificación	2
1.3 Objetivos	3
1.3.1 Objetivo general	3
1.3.2 Objetivos específicos	3
Capítulo 2. Metodología: Medidas de distribución espacial de la sismicidad	
2.1 Entropía.	4
2.1.1 Información y entropía.	4
2.1.2 Entropía y sismicidad.	6
2.1.3 Entropía de incidencia.	6
2.1.4 Entropía uniforme.	7
2.1.5 Entropía Poissoniana.	8
2.1.6 Estimación de la entropía.	10
2.1.7 Hipótesis nula y otras distribuciones.	14
2.1.8 Cuantificación de la medida de entropía.	16
2.2 Dimensión Fractal de la distribución espacial de la sismicidad.	18
2.2.1 Dimensión por conteo de cajas.	19
2.2.1.1 Dimensión de capacidad.	19
2.2.1.2 Dimensión de información.	19
2.2.1.3 Dimensión de correlación.	20
2.2.2 Dimensión por el método de correlación.	20
2.3 Valor b de la relación Gutenberg-Richter (GR).	21

Capítulo 3. Aplicación y Resultados

3.1 Tectónica de la región de estudio.	22
3.2 Catálogo sísmico.	23
3.3 Áreas analizadas.	24
3.3.1 Sismicidad previa a la ocurrencia del sismo del 11 de marzo de 2011, $M = 9.0$	25
3.3.1.1 Medida A_{UP} de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M9.	27
3.3.1.2 Dimensión fractal de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M9.	31
3.3.1.3 Valor b de la relación GR de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M9.	33
3.3.2 Sismicidad previa a la ocurrencia del sismo del 23 de septiembre del 2003, $M = 8.0$	35
3.3.2.1 Medida A_{UP} de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M8.	36
3.3.2.2 Dimensión fractal de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M8.	38
3.3.2.3 Valor b de la relación Gutenberg-Richter de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M8.	40
	42
Capítulo 4. Discusión y Conclusiones	46
Literatura citada	

Lista de figuras

Figura		Página
1	Información y entropía para distintos valores de probabilidades.	5
2	Distribución de Poisson.	9
3	Evaluación de probabilidades para $M = 25$ celdas, $\lambda = 40$ eventos/celdas.	11
4	Evaluación de probabilidades para $M = 100$ celdas, $\lambda = 10$ eventos/celdas.	11
5	Evaluación de probabilidades para $M = 225$ celdas, $\lambda = 0.044$ eventos/celdas.	12
6	Evaluación de probabilidades para $M = 1024$ celdas, $\lambda = 0.977$ eventos/celdas.	12
7	Entropías 2D vs M	13
8	Entropías 2D vs $\log_{10} M$	13
9	Entropías 2D normalizada.	14
10	Entropías de distribución uniforme.	15
11	Entropías de distribución de puntos equiespaciados.	15
12	Entropías de Alfombra de Sierpinski.	16
13	Área entre la entropía uniforme y la entropía Poissoniana (A_{UP}).	17
14	Tectónica de Japón.	23
15	Sismicidad de Japón, 1960-2016.	25
16	Hipocentros en volumen M9.	26
17	Ventanas de tiempo para M9.	27
18	Entropías y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana temporal # 1.	28
19	Entropía y A_{UP} de hipótesis nula para M9.	28
20	Entropías y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana temporal # 2.	29
21	Entropías y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana temporal # 3.	29
22	Entropías y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana temporal # 4.	30
23	Variación temporal de la medida A_{UP} para M9.	30
24	Dimensiones fractales para M9.	32

25	Variación temporal de las dimensiones fractales para M9.	33
26	Valor b para M9.	34
27	Variación temporal del valor b para M9.	35
28	Hipocentros en volumen M8.	35
29	Ventanas de tiempo para M8.	36
30	Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M8, ventana #1.	37
31	Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M8, ventana #2.	37
32	Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M8, ventana #3.	37
33	Variación temporal de la medida A_{UP} para M8.	38
34	Dimensiones fractales para M8.	39
35	Variación temporal de las dimensiones fractales para M8.	39
36	Valor b para M8.	40
37	Variación temporal del valor b para M8.	41

Lista de tablas

1	Ventanas de tiempo para la sismicidad previa al sismo M9.	27
2	Ventanas de tiempo para la sismicidad previa al sismo M8.	36
3	Valores de las medidas analizadas para la sismicidad de M9.	43
4	Valores de las medidas analizadas para la sismicidad de M8.	43

Capítulo 1. Introducción

1.1 Antecedentes

Un *pronóstico sísmico* es la declaración de la probabilidad de ocurrencia de uno o más sismos de gran magnitud en una ventana espacio-temporal (i.e. del *peligro sísmico*) y de la incertidumbre asociada con la estimación de dicha probabilidad.

Los pronósticos sísmicos están basados en el comportamiento de la sismicidad y, a mediano o corto plazos, pueden estar basados en, o apoyados por, variaciones espacio-temporales de la sismicidad y por variaciones en otras observables, tanto físicas como químicas, que puedan estar relacionadas con el nivel y concentración de los esfuerzos en la corteza y el manto terrestres necesarios para la ocurrencia de grandes sismos. Dichas variaciones o *anomalías* son conocidas como *precursores*.

Las anomalías que tradicionalmente se describen como precursores han sido identificadas por lo general a posteriori y los resultados de los análisis que se realizan con ellas, no siempre son satisfactorios. Muchas de estas anomalías se basan en fenómenos como la variación de los patrones de sismicidad, cambios en la velocidad de las deformaciones y en los niveles de esfuerzos en la corteza, en las variaciones en los campos gravitatorio, geomagnético y geoeléctrico, en los cambios anómalos en el nivel de las aguas subterráneas y su composición química, en anomalías en la presión atmosférica, temperatura y flujo térmico, etc. (Wyss, 1991). Sin embargo, la Asociación Internacional de Sismología y Física del Interior de la Tierra (IASPEI) seleccionó tan sólo cinco anomalías como posibles precursores (Wyss, 1997): uno basado en la química del agua subterránea, uno basado en la deformación de la corteza y tres en la sismicidad. Como precursores sísmicos fueron seleccionados los patrones de quietud sísmica, los incrementos de la sismicidad a nivel muy local y la migración de focos sísmicos; todos ellos pueden ser interpretados en términos de cambios en el estado de esfuerzos de un volumen de la corteza próximo a sufrir una ruptura.

En los últimos tiempos se ha introducido el concepto de dimensión fractal en la identificación de precursores sísmico; se ha observado que está relacionada con el nivel de agrupamiento en secuencias sísmicas y emisiones acústicas de laboratorio (Kagan y Knoppof, 1980; Smalley et al., 1987, Hirata et al., 1987). La variabilidad espacio-temporal y los efectos de agrupamiento heterogéneo son consistentes con

estructuras fractales (Geilikman et al., 1990; Telesca y Lapenna, 2006). La estructura fractal de las series de tiempos entre eventos es evidente en varias secuencias de terremotos (Godano y Caruso, 1995; Telesca et al., 2006; Telesca y Lapenna, 2006; Márquez et al., 2012).

Hay estudios respecto a posibles cambios temporales en la dimensión fractal antes de grandes terremotos (Hirabayashi et al., 1992; Nakaya y Hashimoto, 2002; Kiyashchenko et al., 2003; Patiño, 2009). La distribución Gutenberg-Richter, como distribución invariante de escala, sugiere que la distribución de los tamaños de ruptura es fractal (Aki, 1981; Hirata, 1989; Turcotte, 1997; Enescu, 2001).

En muchos de estos estudios, la búsqueda de precursores se ha limitado a encontrar y aplicar individualmente estos precursores; pero como cada uno por separado, no es cien por ciento exacto, hace que los pronósticos no sean muy precisos. Los resultados que se presentan van encaminados a la identificación de un posible precursor sísmico, que combinado con otros precursores puede contribuir a realizar pronósticos más exactos.

Otra medida del nivel de organización o agrupamiento en un sistema, que puede ser aplicada a las distribuciones espaciales de la sismicidad, es la entropía de información (Shannon, 1948); Main y Burton (1984), Goltz (1997), Utsu (1999), Pérez (2003), entre otros, utilizan el concepto de entropía para estudiar propiedades estadísticas de los sismos. Como el nivel de organización depende del estado de esfuerzos, es posible utilizar la entropía para identificar procesos precursores a grandes sismos.

Dado que el valor de la entropía de información depende de la manera y de la escala con que se asignen las probabilidades del sistema y que el método usual de estimar probabilidades tiene serias limitaciones, en este trabajo se presenta el nuevo concepto de entropía Poissoniana y se propone una medida para caracterizar y comparar las entropías observadas.

Los resultados obtenidos son comparados con los de dimensión fractal de la sismicidad y el valor b de la relación Gutenberg Richter. La utilidad de dicha medida es probada mediante catálogos sintéticos y mediante su aplicación a la sismicidad de la región de Honshu en Japón.

1.2 Justificación

Encontrar y evaluar precursores sísmicos contribuye a la correcta evaluación de pronósticos sísmicos, los cuales pueden contribuir a disminuir el riesgo debido a terremotos.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo general

Contribuir al conocimiento de precursores sísmicos.

1.3.2. Objetivos específicos

1. Introducir y aplicar un nuevo concepto, el de la entropía Poissoniana, para caracterizar las distribuciones espaciales de la sismicidad
2. Diseñar una medida que permita evaluar y comparar dichas caracterizaciones.
3. Utilizar los estudios de entropía Poissoniana y sus evaluaciones a lo largo del tiempo para probar su utilidad como posible precursor sísmico. Estos estudios aplicados a catálogos sintéticos y catálogos reales de la sismicidad de la región de Honshu en Japón.
4. Comparar el comportamiento de las medidas de entropía Poissoniana con los de otras medidas de organización sísmica; específicamente con las de valor b de Gutenberg-Richter y los de dimensiones fractales.

Capítulo 2. Metodología: Medidas de distribución espacial de la sismicidad

Se explora la posibilidad de usar la medida de entropía como precursor y para eso se utiliza el concepto de *Entropía Poissoniana*, que tiene mayor sensibilidad que las medidas de entropías que usualmente son utilizadas, así como su relación con la entropía uniforme.

2.1 Entropía

La entropía es una medida del desorden en un sistema, donde un sistema está constituido por un número finito de estados, esto es, de los distintos valores que puede tomar. La entropía de información caracteriza la distribución de probabilidades en un sistema con un número finito de estados y corresponde al valor esperado de información en el sistema; vale cero para un sistema para el cual un único estado tiene probabilidad no nula y toma su valor máximo, que depende del número de estados, para una distribución equiprobable.

2.1.1 Información y entropía

Sea un sistema constituido por un conjunto de M estados discretos y sea p_j la probabilidad del estado j , tal que

$$\sum_{j=1}^M p_j = 1. \quad (1)$$

La información de Shannon del estado j es

$$I_j = -\log_2 p_j, \quad (2)$$

donde el uso del logaritmo de la base 2 significa que la unidad de información es en bits.

La entropía de Shannon (o de Boltzmann-Gibbs) del sistema se define como,

$$S = -k \sum_{j=1}^M p_j \log_2 p_j, \quad (3)$$

donde k es una constante que relaciona las entropías calculadas usando logaritmos de diferentes bases; se usará $k = 1$, por lo que S estará en bits.

Puede verse de (3) que la entropía es el valor esperado de la información del sistema:

$$S = E\{I\}. \quad (4)$$

La figura 1 ilustra la contribución de cada p_j a la suma en (3); muestra que las probabilidades muy altas y muy bajas son las que contribuyen menos. En particular, a pesar de tener información infinita, un estado con $p_j^I = 0$, no contribuye a la entropía.

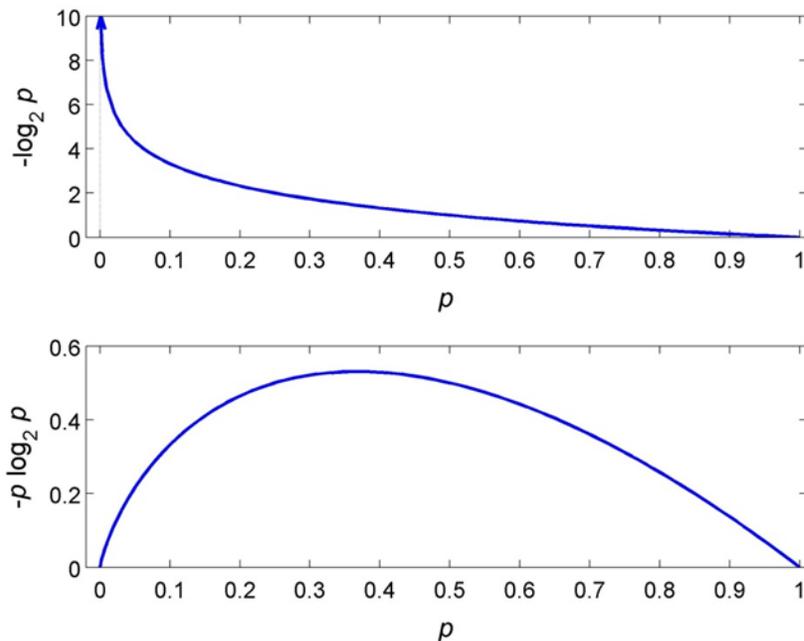


Figura 1. Información y entropía para distintos valores de probabilidades. **Arriba:** Información ($I = -\log_2 p$) como una función de p ; la flecha indica que la información es infinita para $p = 0$. **Abajo:** contribución de la entropía de cada término de (2) como función de p ; la función es máxima para $p = 0.3679$, y cero para ambos $p = 0$ y $p = 1$.

2.1.2 Entropía y sismicidad

Si el sistema es una región sísmica, consideraremos como estados a las M celdas 2D o 3D, delimitadas por una rejilla que abarca la región observada, esto es, cada sismo (*evento*) en la región toma el valor (1 a M) del estado correspondiente a la celda dentro de la cual ocurre. La probabilidad de cada estado está relacionada con el número de eventos localizados dentro de la celda correspondiente; veremos dos maneras distintas de estimar dichas probabilidades.

Para cada ventana temporal los eventos constituyen un proceso puntual en el espacio; a partir de la probabilidad de cada estado la entropía del sistema para dicha ventana puede ser evaluada y esta entropía depende de la manera de evaluar la probabilidad. Por otro lado, como para una distribución espacial dada, los valores de probabilidad y, por tanto, de la entropía medida dependen del número de celdas, surge el problema de qué valor o valores de entropía en particular serán usados para caracterizar el sistema.

2.1.3 Entropía de incidencia

Es práctica común (Goltz, 1997), considerar las probabilidades asociadas con las celdas como

$$p_j^I = \frac{n_j}{N}, \quad (5)$$

donde n_j es el número de eventos en la celda j y N es el número total de terremotos en la muestra.

Se llamarán a estas probabilidades, *probabilidades de incidencia*, y la entropía correspondiente, la *entropía de incidencia* S^I , que se obtiene de sustituir (5) en (3).

$$S^I = \sum_{j=1}^M P_j^I \log_2 P_j^I \quad (6)$$

De acuerdo con (5), toda celda vacía tiene probabilidad $p_j^I = 0$ y no contribuye a la entropía. Por lo tanto, la suma en (6) se puede restringir a las celdas ocupadas.

A medida que M crece las celdas se hacen más pequeñas, de modo que, en promedio, el contenido de cada celda disminuye y la información de las celdas no vacías crece, de manera que la entropía de incidencia aumenta.

Sin embargo, para un número finito de eventos, la entropía de incidencia no puede aumentar indefinidamente, porque cuando las celdas son lo suficientemente pequeñas sólo habrá un evento por celda (suponiendo que no hay hipocentros exactamente iguales) y la entropía de incidencia tiene valor máximo de

$$S_{max}^I \equiv S_x^I = - \sum_{k=1}^N \frac{1}{N} \log_2 \frac{1}{N} = \log_2 N; \quad k = j \forall n_j > 0 \quad (7)$$

si los eventos están espaciados más o menos regularmente, S_x^I se alcanzará pronto después de $M \geq N$ (se mostrará más adelante un ejemplo de esto), pero si algunos eventos están extremadamente juntos, S^I tenderá asintóticamente a S_x^I .

2.1.4 Entropía uniforme

Si se parte del supuesto de que la entropía de una distribución de epicentros (o hipocentros) observada da información sobre el sistema, entonces debe compararse con la entropía correspondiente a la hipótesis nula, que es la hipótesis de que la distribución no contiene información y que los eventos son distribuidos aleatoriamente con probabilidad uniforme en el espacio. Para M celdas con probabilidad uniforme:

$$p_j^U = \frac{1}{M}, \quad (8)$$

y la entropía uniforme, S^U es el resultado de sustituir (8) en (3).

$$S^U = - \sum_{j=1}^M \frac{1}{M} \log_2 \frac{1}{M} = \log_2 M \quad (9)$$

A medida que M crece, la entropía uniforme aumenta indefinidamente. Es bien conocido que, para cualquier número dado de celdas y eventos, la distribución uniforme es la distribución que tiene la máxima entropía.

Nótese que, mientras que para la probabilidad uniforme S^U depende sólo de M (que sería equivalente para la probabilidad de incidencia a que existiera un número infinito de eventos, de modo que siempre hubiera igual número de eventos en cada celda), S^I depende de N y M , pero su límite depende únicamente de N .

2.1.5 Entropía Poissoniana

Aquí se propone una medida de la entropía que puede aportar más información que S^I y que, en combinación con S^U será usada para definir una medida de no-uniformidad.

Para un total de N eventos y M celdas, la densidad de eventos por celda es

$$\lambda = \frac{N}{M} ; \quad (10)$$

si se asume que los eventos están distribuidos uniformemente en toda la región, entonces, una propiedad de esta distribución, es que la probabilidad de encontrar n_j eventos en cualquier celda; está dada por la distribución de Poisson (Figura2):

$$Pr(n_j) = \frac{\lambda^{n_j} e^{-\lambda}}{n_j!} = P_j^P . \quad (11)$$

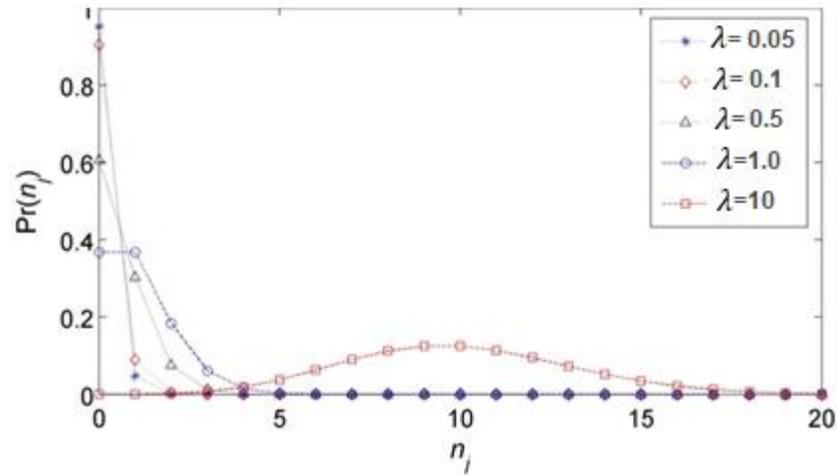


Figura 2. Distribución de Poisson. Ejemplos de probabilidades de Poisson para varios valores de λ .

La idea de calcular las probabilidades de ocurrencia según (11) es probar directamente la hipótesis nula, i.e. que los sismos están distribuidos espacialmente con distribución uniforme y las concentraciones de hipocentros son los que se pueden esperar de la estocasticidad del fenómeno. Celdas con concentraciones de eventos más pequeñas o más grandes que las esperadas para una densidad dada, tendrán probabilidades muy pequeñas que contribuirán a una densidad de probabilidad no uniforme.

Por tanto, para un M dado, después de determinar n_j , la probabilidad para cada celda se calcula de acuerdo con (11). Con el fin de satisfacer (1), la probabilidad en cada celda se normaliza como

$$p_j^P = \frac{P_j^P}{\sum_{k=1}^M P_k^P} \quad (12)$$

Se referirá a estas probabilidades como *probabilidades normalizadas de Poisson*. La *entropía Poissoniana* S^P , se obtiene de sustituir (11) en (3).

$$S^P = - \sum_{j=1}^M p_j^P \log_2 p_j^P. \quad (13)$$

Para $M < N$, las celdas vacías tienen probabilidad baja y las probabilidades más altas son para celdas con $n_j \approx \lambda$, mientras que para $M \gg N$, las celdas vacías tienen las probabilidades más altas y los valores n_j altos, tienen probabilidades bajas (Figura 2), al contrario de las probabilidades de incidencia.

Las probabilidades de Poisson son siempre no nulas, de modo que todas las celdas, vacías y ocupadas contribuyen a la entropía Poissoniana.

Sin embargo, para $M \gg N$, es decir, λ extremadamente pequeña, las celdas vacías tendrán probabilidades $P_j^P \cong 1$, mientras que las celdas ocupadas tendrán probabilidades $P_j^P \cong 0$; y si M es lo suficientemente grande para que no haya más de un evento en cualquier celda ocupada, entonces $P_j^P \cong 1/(M - N)$ para las $M - N$ celdas vacías y $P_j^P \approx 0$ para las N celdas ocupadas. Por lo tanto, para M muy grande

$$S^P \approx - \sum_{j=1}^{M-N} \frac{1}{M-N} \log_2 \frac{1}{M-N} = \log_2 (M - N), \quad (14)$$

de modo que cuando $M \rightarrow \infty, S^P \rightarrow S^U$.

Cabe resaltar que el concepto de entropía de Poisson, basada en las probabilidades normalizadas de Poisson, es un concepto completamente nuevo (según tenemos entendido). Existen numerosas referencias a “entropía de Poisson”, pero generalmente se refieren a la entropía propia de la distribución de Poisson; también hay numerosos trabajos que aluden a la distribución de Poisson como una distribución de máxima entropía respecto a diferentes tipos de transformaciones, pero no hemos encontrado trabajo alguno que se refiera a la entropía de Poisson de la sismicidad. Por otro lado, en artículos que tratan sobre diferentes entropías de la sismicidad, no se utiliza la idea de usar la hipótesis nula, i.e., la entropía de la distribución uniforme como marco de referencia.

2.1.6 Estimación de la entropía

Sea una región de estudio, rectangular, con los lados X, Y o X, Y, Z ; dividimos cada lado en k segmentos, de modo que en la región hay $M = k^2$ (or $M = k^3$) celdas, cada celda con área $a = XY/k^2$ (o volumen $v = XYZ/k^3$).

En las Figuras 3 a 6 se muestra un ejemplo del cálculo de las entropías de una distribución de epicentros; el procesamiento se ilustra en 2D, ya que en 3D no es posible visualizarlo. En estas figuras, se presenta la malla y las probabilidades p_j^I y p_j^P para varios números de celdas y los correspondientes valores de λ (no se ilustran todos los pasos del proceso por razones de espacio). Se puede apreciar las diferencias para las distintas probabilidades de p_j^P y p_j^I .

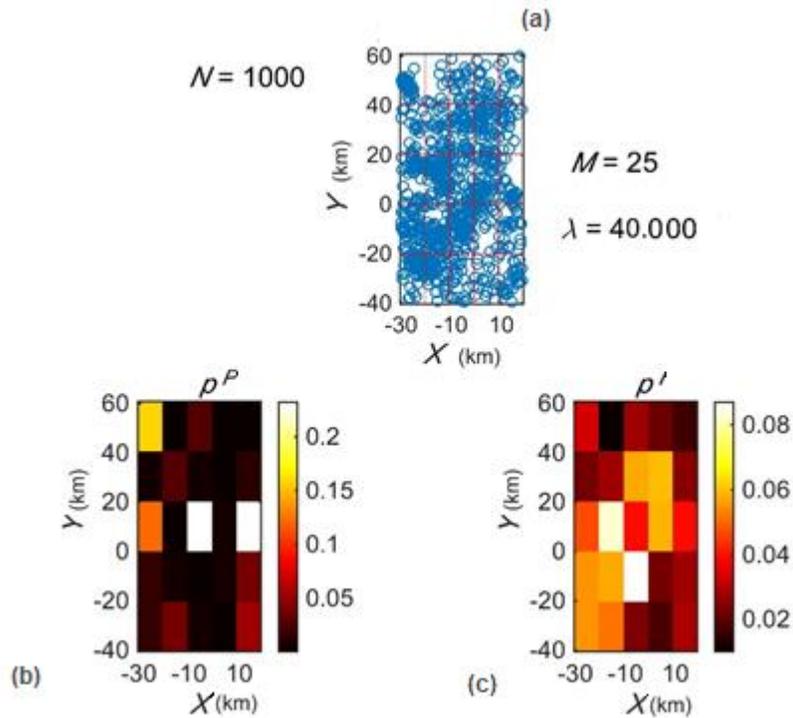


Figura 3. Evaluación de probabilidades para $M = 25$ celdas, $\lambda = 40$ eventos/celda. (a) Distribución de epicentros ($N = 1000$ sismos), cubiertos por una malla regular, (b) probabilidades de Poisson p_j^P para la distribución de epicentros y (c) probabilidades de incidencia p_j^I para la distribución de epicentros.

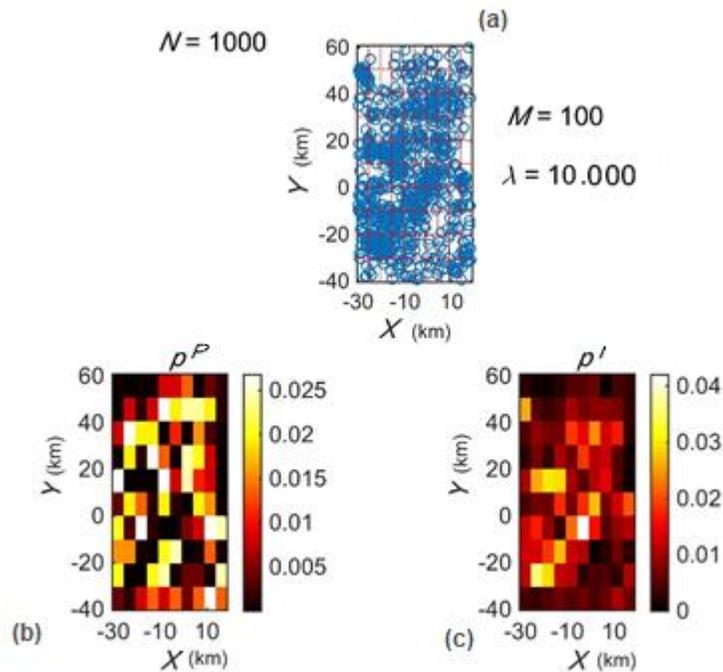


Figura 4. Evaluación de probabilidades para $M = 100$ celdas, $\lambda = 10$ eventos/celda. (a) Distribución de epicentros ($N = 1000$ sismos), cubiertos por una malla regular, (b) probabilidades de Poisson p_j^P para la distribución de epicentros y (c) probabilidades de incidencia p_j^I para la distribución de epicentros.

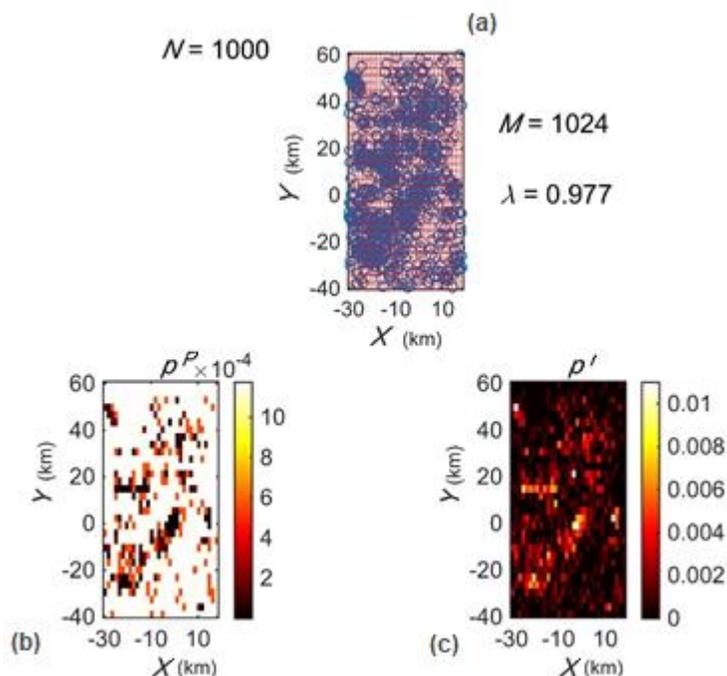


Figura 5. Evaluación de probabilidades para $M = 225$ celdas, $\lambda = 4.444$ eventos/celda. (a) Distribución de epicentros ($N = 1000$ sismos), cubiertos por una malla regular, (b) probabilidades de Poisson p_j^P para la distribución de epicentros y (c) probabilidades de incidencia p_j^I para la distribución de epicentros.

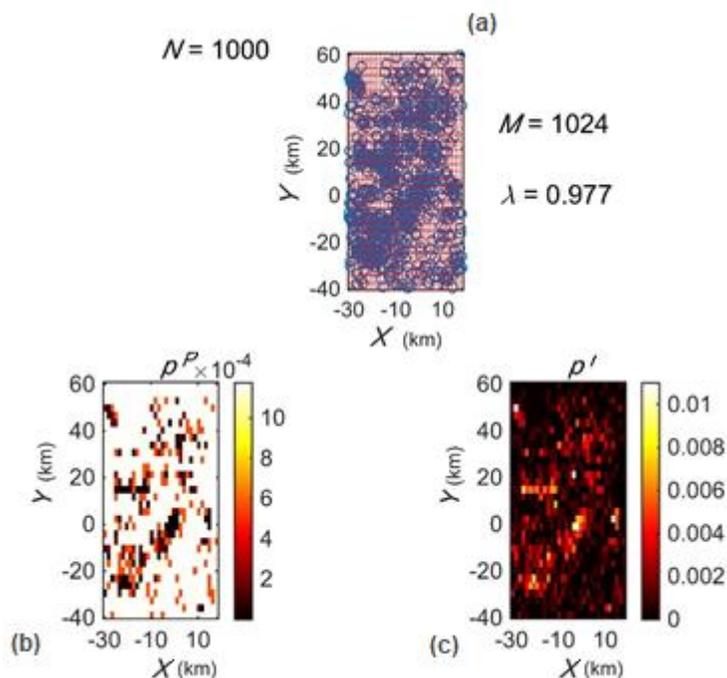


Figura 6. Evaluación de probabilidades para $M = 1024$ celdas, $\lambda = 0.977$ eventos/celda. (a) Distribución de epicentros ($N = 1000$ sismos), cubiertos por una malla regular, (b) probabilidades de Poisson p_j^P para la distribución de epicentros y (c) probabilidades de incidencia p_j^I para la distribución de epicentros.

Para $\lambda \approx 1$ y $\lambda \ll 1$ las imágenes de la Figura 6 de las probabilidades p^P y p^I , llegan parecer negativos una de la otra, las celdas que tienen bajas probabilidades p^P , tienen altas probabilidades p^I y viceversa.

Los valores de las entropías, obtenidos de todos los cálculos de las probabilidades, son mostrados en la Figura 7, donde se puede apreciar claramente la saturación de S^I .

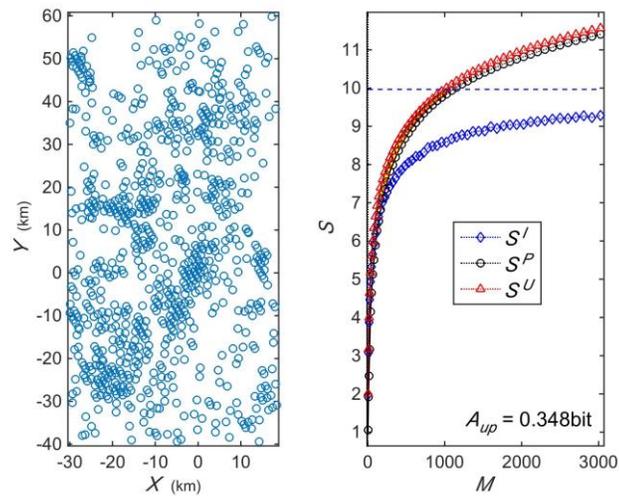


Figura 7. Entropías 2D vs M . Distribución epicentral con $N = 1000$ sismos (izquierda) y entropías 2D vs M (derecha). La línea discontinua representa la entropía máxima S_x^I .

En la figura 8 se grafica S vs $\log_{10} M$ para poder visualizar el comportamiento de las entropías para valores bajos de M .

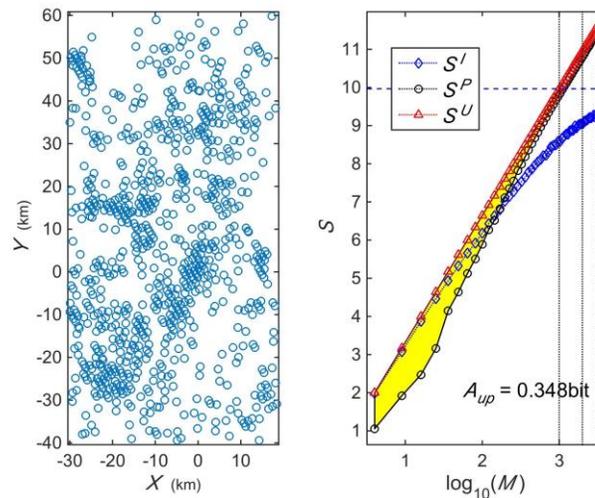


Figura 8. Entropías 2D vs $\log_{10} M$. Distribución epicentral con $N = 1000$ sismos (izquierda) y entropías 2D vs $\log_{10} M$ (derecha). La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos.

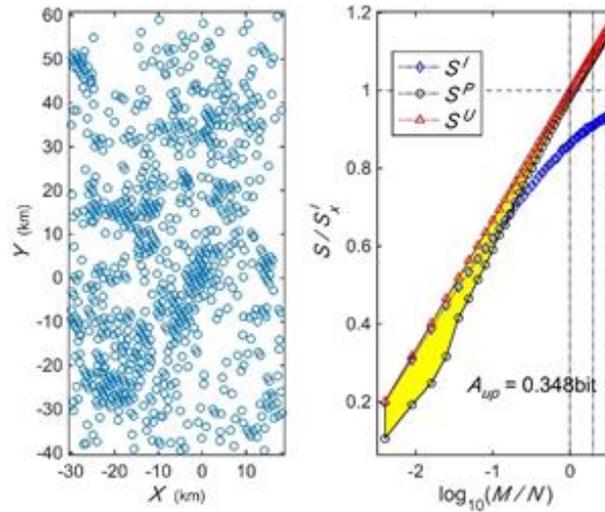


Figura 9. Entropías 2D normalizadas. Distribución epicentral con $N = 1000$ sismos (izquierda) y entropías 2D normalizada por S_x^I vs $\log_{10}(M/N)$ a la derecha. La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

2.1.7 Hipótesis nula y otras distribuciones

A continuación se presentan tres ejemplos de cálculo de entropías para diferentes distribuciones, donde se observa que para la distribución uniforme de la figura 10 y para el caso particular de distribución uniforme: distribución equiespaciada de la figura 11, la diferencia entre la entropía Poissoniana y la uniforme (hipótesis nula, H_0), es mínima para valores pequeños de M/N . Para valores grandes de M/N la S^I tiende asintóticamente a 1, mientras que para la distribución equiespaciada alcanza el valor 1 rápidamente.

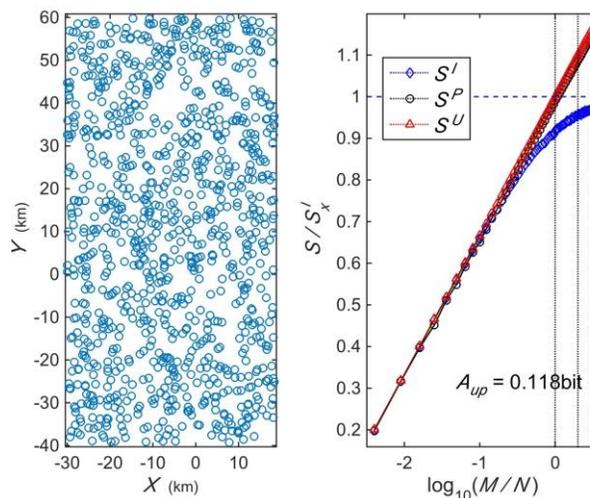


Figura 10. Entropías de distribución uniforme. **A la izquierda:** distribución uniforme de epicentros (hipótesis nula). **A la derecha:** entropías 2D normalizadas por S_x^I vs $\log_{10}(M/N)$. La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

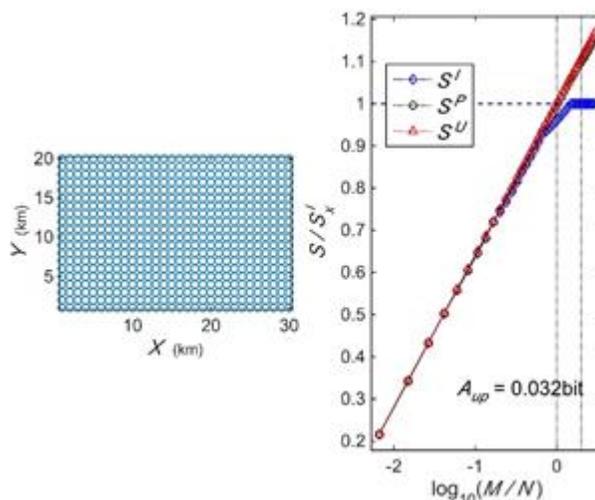


Figura 11. Entropías de distribución de puntos equiespaciados. **A la izquierda:** distribución de puntos equiespaciados. **A la derecha:** entropías 2D normalizadas por S_x^I vs $\log_{10}(M/N)$. La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N . Por no ser un arreglo cuadrado, la S^I , se separa ligeramente de las otras entropías al acercarse al valor máximo.

Para la Alfombra de Sierpinski (Figura 12), la diferencia entre S^U y S^P es significativa, debido a que la distribución de este fractal es regular, pero no uniforme.

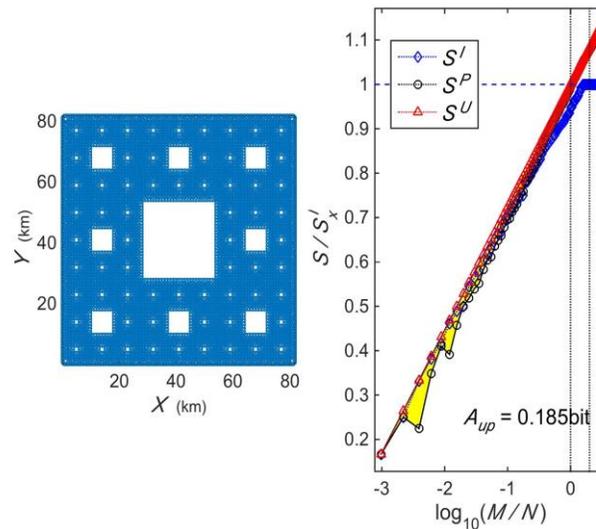


Figura 12. Entropías de Alfombra de Sierpinski. **A la Izquierda:** distribución fractal: Alfombra de Sierpinski. **A la derecha:** entropías 2D normalizada por S_x^I vs $\log_{10}(M/N)$. La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

2.1.8 Cuantificación de la medida de entropía

Trabajar con celdas establece limitaciones en el número de observaciones de la entropía, porque el número de particiones, k , a cada lado de la región de estudio tiene que ser entero. $k = 1$ no da información alguna, de modo que $k = 2$ es el menor número posible de particiones. Por otra parte, como se ilustra en las anteriores figuras, para k tal que M sea del orden de o mayor que N , S^I está saturado y S^P se acerca a S^U , de modo que la diferencia entre estas dos últimas medidas no aporta información significativa.

Por lo tanto, en lo adelante se evaluarán y graficarán las entropías desde $k = 2$ hasta $k = \text{round}[(3N)^{1/2}]$ o $k = \text{round}[(3N)^{1/3}]$ para mostrar claramente la saturación antes mencionada. Como se muestra en las anteriores figuras y se verá en las siguientes, S^I es mucho menos sensible a cambios en la distribución hipocentral que S^P y muy pronto se satura y ya no da información útil; por lo tanto, de ahora en adelante se considera solamente la información dada por S^P .

Debido a que el valor de la entropía varía con el número de celdas, M , es necesario una medida que contenga la información de todos los valores (significativos) de la entropía y, dado que S^U es la

máxima entropía posible para cada número de celdas, es usada como marco de referencia para evaluar S^P , la diferencia entre estas dos entropías es la medida de la entropía de la región sísmica.

Para cuantificar la diferencia entre S^U y S^P , se considera el área mostrada en amarillo en las figuras anteriores, entre

$$M_1 = 2^2 \text{ o } M_1 = 2^3,$$

y

$$M_2 = [\text{round}(\sqrt{N})]^2 \text{ o } M_2 = [\text{round}(\sqrt[3]{N})]^3, \quad (15)$$

por lo que los valores efectivos de λ estarán entre N/M_1 y N/M_2 .

Se usará como medida el área entre S^P y S^U líneas entre M_1 y M_2 . Entre estos límites, el área entre las líneas desde M_j a M_{j+1} (Figura 13) es

$$A_j = \frac{(M_{j+1} - M_j)(S_j^U - S_j^P + S_{j+1}^U - S_{j+1}^P)}{2}, \quad (16)$$

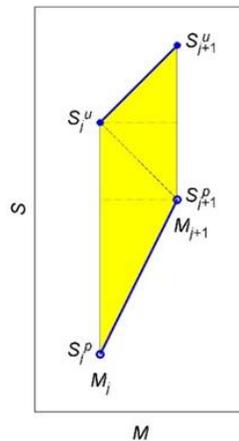


Figura 13. Área entre entropía uniforme y entropía Poissoniana (A_{UP}). S_j^U y S_{j+1}^U son la entropía uniforme, S_j^P y S_{j+1}^P son la entropía Poissoniana y M y M_{j+1} son número de elementos. El área se indica en color amarillo y las líneas punteada son líneas auxiliares.

y el área total, dividida entre el rango de M , de manera que se minimiza el efecto de la dependencia del número de eventos, es

$$A_{UP} = \frac{1}{M_2 - M_1} \sum_{j=1}^{M_2-1} A_j, \quad (17)$$

la que se usará como medida para cuantificar la diferencia entre S^U y S^P .

2.2 Dimensión Fractal de la distribución espacial de la sismicidad

Una distribución puntual se considera fractal si presenta invarianza ante cambios de escala (autosimilar o autoafin) y obedece a la relación de potencia

$$K(r) \propto r^{-D}, \quad (16)$$

donde $K(r)$ es una estadística de la distribución que depende del tamaño o factor de escala r , y el exponente D es la dimensión fractal, que es menor que la del espacio Euclidiano que contiene la distribución y usualmente es fraccionario. Más adelante se especificará la estadística empleada en distintos casos.

Los métodos más utilizados para el cálculo de dimensiones fractales son: conteo de cajas y correlación. El método de conteo de cajas fue el utilizado para introducir el concepto de fractalidad y se presentará aquí una descripción somera de él para introducir algunos conceptos y notación.

El método de correlación, detallado más adelante, es el que se utiliza en el presente trabajo, porque tiene mayor estabilidad y sensibilidad ante pequeños cambios en las propiedades de agrupamientos o cúmulos (Kagan and Knopoff, 1980; Hirata, 1989).

Hentschel y Procaccia (1983) y Grassberger (1983) proponen un número infinito de *dimensiones fractales generalizadas* D_q , donde q es un número entero que determina, el énfasis dado a los agrupamientos, como se verá más adelante. En este trabajo será considerada la fractalidad de

distribuciones espaciales de epicentros o hipocentros y se estimará solamente D_0 , D_1 y D_2 , porque se ha considerado que son suficientes para revelar el carácter multifractal de las distribuciones de sismicidad y su variación en el tiempo.

Varios trabajos han mostrado variaciones en el comportamiento relativo de las diferentes dimensiones antes de la ocurrencia de sismos grandes (Hirata, 1987; Henderson y Main, 1992; De Rubeis et al, 1993; Henderson et. al, 1994; Enescu et. al, 2001; Bayrak et al, 2017; Hirabayashi et al., 1992; Nakaya y Hashimoto, 2002; Kiyashchenko et al., 2003; Patiño, 2009 y otros).

2.2.1 Dimensión por conteo de cajas

2.2.1.1 Dimensión de capacidad

La *dimensión de capacidad* obedece a la relación

$$M(r) \propto r^{-D}, \quad (18)$$

donde $M(r)$ es el número de “cajas” de tamaño r necesarios para cubrir (2D) o contener (3D o dimensiones euclidianas mayores) al objeto de estudio. El exponente en (18) es la *dimensión de capacidad* o *dimensión* de Hausdorff (Turcotte, 1992). Se determina de la pendiente de la relación

$$D_0 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log M(r)}{\log \frac{1}{r}}. \quad (19)$$

2.2.1.2 Dimensión de información

La *dimensión de información* se define como

$$D_1 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^M p_i \log_{10} p_i}{\log_{10} r}, \quad (20)$$

donde r es el tamaño de la caja, M es el número de cajas ocupadas y $p_i = p_i(r) = n_i/N$ es la probabilidad de ocupación de la caja i , donde n_i es el número de eventos en la caja y N es el número total de sismos. Como puede verse en el numerador de (20), D_1 está relacionada con la entropía del sistema,

2.2.1.3 Dimensión de correlación

La *dimensión de correlación* toma en cuenta el cuadrado de la probabilidad de ocurrencia de cada caja:

$$D_2 = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\sum_{i=1}^M p_i^2 \log_{10} p_i^2}{\log_{10} r}. \quad (21)$$

2.2.2 Dimensión por el método de correlación

Hentschel y Procaccia (1983) proponen un algoritmo para calcular dimensiones fractales a partir de la *función de correlación*

$$C_q(r) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left[\frac{1}{(N-1)} \sum_{j \neq i} H(r - |\vec{x}_i - \vec{x}_j|) \right]^{q-1}, \quad (22)$$

donde r es el tamaño, N es el número total de puntos, \vec{x}_i es el vector de posición del punto i , $|\vec{x}_i - \vec{x}_j|$ es la distancia entre los pares de puntos x_i y x_j , $i \neq j$, H es la función de Heavyside y q el orden de la dimensión.

La *dimensión generalizada de orden q* , D_q es

$$D_q = \frac{1}{q-1} \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\log C_q(r)}{\log r} \approx \frac{\phi_q}{q-1}, \quad (23)$$

donde ϕ_q la pendiente del ajuste lineal al histograma $\log C_q(r)$ vs. $\log r$.

El exponente q se utiliza de manera que la interpretación de las dimensiones por el método de correlación coincida con las correspondientes dimensiones por el método de conteo de cajas.

2.3 Valor b de la relación Gutenberg–Richter (GR)

Gutenberg y Richter (1944) encontraron que la distribución cumulativa de las magnitudes se distribuye como:

$$\log_{10} N(M) = a_1 - b(M - M_1); \quad M \geq M_1, \quad (24)$$

donde $N(M)$ es el número de sismos de magnitud $\geq M$, que ocurren en un tiempo determinado, a_1 es el logaritmo del número de sismos de magnitud $M \geq M_1$ (magnitud mínima a partir la cual se cumple la distribución GR) y b es la pendiente que cuantifica el número relativo de sismos grandes a pequeños.

Varios trabajos han documentado disminución en el valor de b antes de la ocurrencia de grandes sismos.

El valor observado, b_m , se estima mediante el método de máxima verosimilitud de Aki-Utsu (Aki, 1965; Utsu, 1965):

$$b_m = \frac{\log_{10} e}{\bar{M}_m - M_1^U}, \quad (25)$$

donde \bar{M}_m es la magnitud promedio observada y M_1^U es la magnitud mínima. El valor b calculado en este trabajo es el valor de la b fuente más verosímil b_x , que se determina a partir b_m y los límites del rango lineal de GR, M_1 y M_2 , mediante el método de Monte Carlo descrito en Nava et al. (2017b).

Capítulo 3. Aplicación y Resultados

Se aplica el método a la sismicidad de Japón, porque tiene alta sismicidad (aproximadamente 5000 sismos al año, de magnitud igual o mayor que 3.0) y cuenta con muy buena cobertura sismográfica que da datos con alta calidad y fiabilidad.

3.1 Tectónica de la región de estudio

Las islas japonesas se encuentran en la conjunción de cuatro grandes placas tectónicas: las placas oceánicas Pacífico, Filipina, la de Norteamérica (o Okhotsk) y la de Eurasia (o Amuriana). La Placa Pacífico se mueve hacia el WNW aproximadamente 8 cm / año y subduce bajo el arco de las Kuriles y el arco Izu-Bonin (o Izu-Ogasawara) (Wei y Seno, 1998). Las trincheras de las Kuriles, la de Japón y la Izu-Bonin son las más profundas (6000 m) en la región donde la placa Pacífico subduce. En el norte, la subducción de la placa Pacífico es oblicua a la trinchera de las Kuriles, y causa movimiento de deslizamiento de rumbo a lo largo del arco de las Kuriles, que da como resultado una zona de colisión local dentro de la Placa de Okhotsk en Hokkaido central (Figura 14).

La Placa Filipina se mueve hacia el NW a una velocidad de aproximadamente 5 cm/año (Wei y Seno, 1998) y subduce debajo del SW de Japón y el arco de Ryukyu. En el SW de Japón, el frente volcánico se encuentra paralelo a la trinchera Ryukyu y el canal Nankai. El frente volcánico se vuelve menos significativo en la parte central de Honshu y en Shikoku. En el sur, la placa Filipina subduce oblicuamente hacia el canal Nankai.

El sistema de arco volcánico causado por la subducción de las placas Pacífico y Filipinas es evidente en las cadenas de volcanes en el norte de Honshu, a lo largo de los arcos Kuril e Izu-Bonin, en Kyushu y a lo largo de las islas Tokara. En el norte de Honshu, el arco volcánico forma la columna vertebral principal de la isla, las montañas del centro de Honshu están formadas en parte por la colisión del arco de Izu-Bonin con la Placa Eurasiática (Amuriana) y la interacción entre las placas de Norteamérica (Okhotsk) y la Eurasiática (Amuriana) (Editorial Group for Computer Graphics, Geology of Japanese Islands, MARUZEN Co., Ltd., 1996).

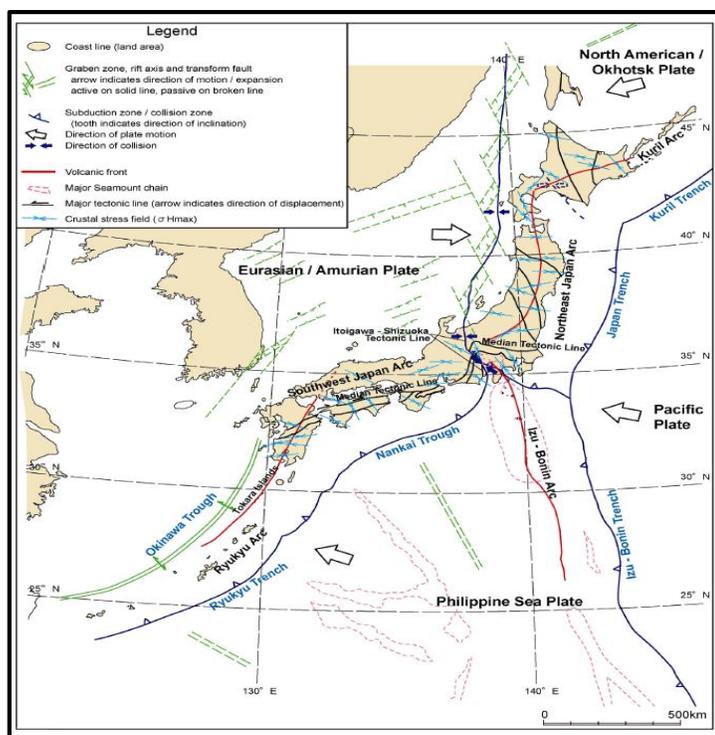


Figura 14. Tectónica de Japón. (Fuente: Nuclear Waste Management Organization of Japan).

Honshu, la región de estudio, se encuentra ubicada en 34.00°N - 45.00°N y 135.00°E - 146.0°E . En esta región ocurrió el sismo de marzo del 2011 $M = 9.0$, asociado a una falla inversa en la zona de subducción entre las placas Pacífico y Norteamérica (Tensor Momento Sísmico-Centroide, USGS).

3.2 Catálogo sísmico

Se preparó un catálogo preliminar, que contiene 632,777 sismos de $M \geq 1.5$ ocurridos en la región de Honshu entre 1960 y 2016, a partir de datos de los catálogos sísmicos publicados por el Centro Sismológico Internacional (ISC) y la Agencia Meteorológica de Japón (JMA), revisados minuciosamente para eliminar sismos repetidos y recuperar sismos omitidos.

Para homogeneizar las magnitudes del catálogo se dio prioridad a las magnitudes reportadas por la JMA, que calcula la magnitud de sus eventos a partir de las fórmulas:

- Fórmula de Tsuboi (Tsuboi, 1954) para sismos con profundidad menor que 60.0 km:

$$M_{JMA} = \log_{10} A + 1.73 \log_{10} \Delta - 0.83, \quad (26)$$

donde Δ es distancia epicentral (km) y A es la amplitud máxima (μm) calculada como $A = \sqrt{A_{NS}^2 + A_{EW}^2}$, donde A_{NS}^2 y A_{EW}^2 son la mitad de la máxima amplitud pico a pico de las componentes horizontales.

- Fórmula de Katsumata (Katsumata, 1964) para sismos con profundidad mayor que 60.0 km:

$$M_{JMA} = \log_{10} A + K, \quad (27)$$

donde K es función tabulada de la distancia epicentral Δ y de la profundidad del foco, H .

Según Katsumata (1996), estas magnitudes no presentan diferencias significativas con respecto a la magnitud de momento (M_W), para sismos con magnitudes entre 4.5 y 7.5 y localizados a profundidades menores de 60 km, de donde $M_{JMA} \approx M_W$. Para sismos con magnitudes mayores que 7.5, M_{JMA} es menor que M_W , por lo que JMA reporta estos eventos con la M_W del catálogo Centroid Moment Tensor (CMT). Las magnitudes en el catálogo que se confeccionó, denominadas M , corresponden a los reportados por JMA.

Los otros parámetros que caracterizan el catálogo preliminar son: fecha y tiempo de ocurrencia de los sismos (convertida a años en formato decimal), coordenadas latitud y longitud, convertidas a coordenadas x e y, referidas a las coordenadas del sismo principal, y profundidad (z) en kilómetros.

3.3 Áreas analizadas

Fueron seleccionadas dos áreas de la región, relacionadas con los eventos sísmicos más importantes, para evaluar el comportamiento temporal de las medidas de distribución espacial de la sismicidad (Figura 15). Las áreas fueron escogidas de manera que contaran con un número suficiente de

eventos, que fueran áreas relativamente pequeñas dentro de un mismo régimen tectónico y cuya sismicidad no estuviera influenciada por otros sismos fuertes previos. Se estudiará, por tanto, la sismicidad contenida en volúmenes definidos por las áreas mencionadas y extensiones de profundidad correspondientes.

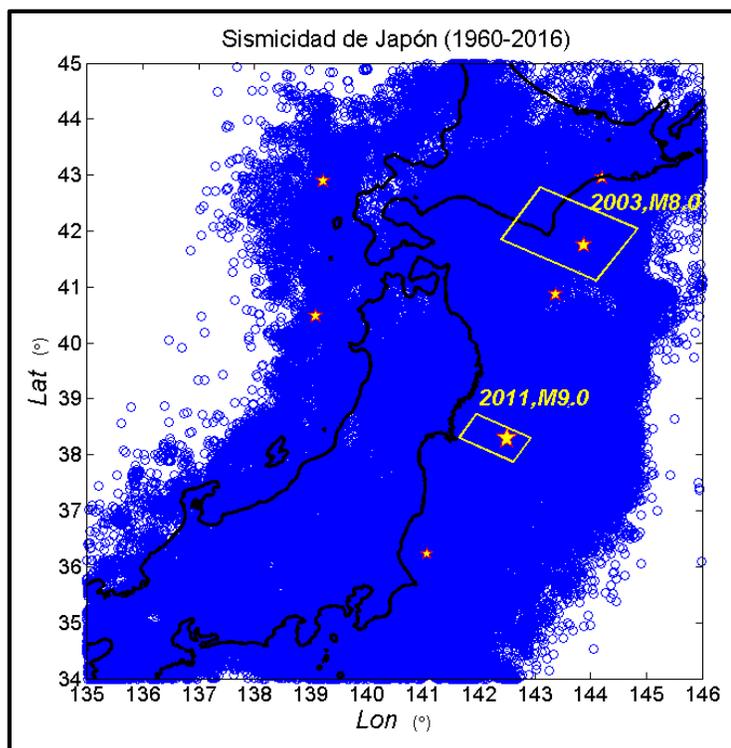


Figura 15. Sismicidad de Japón, 1960 - 2016. Los rectángulos en color amarillo, son las áreas seleccionadas para el estudio y las estrellas los epicentros con magnitud mayor e igual a 7.5.

3.3.1 Sismicidad previa a la ocurrencia del sismo del 11 de marzo de 2011, $M = 9.0$

La extensión de profundidad correspondiente al área del sismo $M = 9$ de 2011, al que se llamará de ahora en adelante M9, va de 0 a 65 km de profundidad (Figura 16); la sismicidad más profunda es muy escasa.

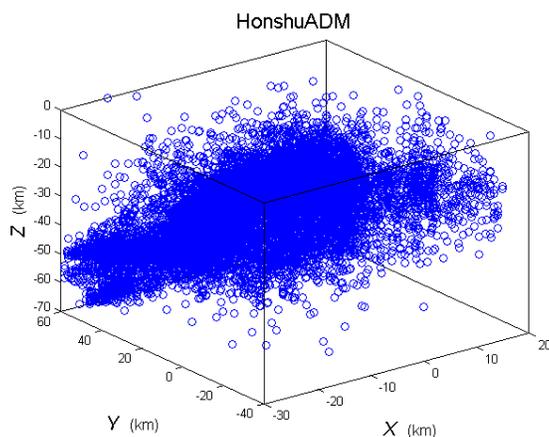


Figura 16. Hipocentros en volumen M9.

Con objeto de contar con cobertura más o menos homogénea a lo largo del tiempo, se graficó la sismicidad acumulativa como función del tiempo (Figura 17) y se fue incrementando la magnitud mínima de los datos hasta que la pendiente de la sismicidad de fondo fuera aproximadamente la misma en intervalos sin grandes sismos. Según este criterio, se determinó que $M \geq 2.0$ es, a partir de 1978, la magnitud mínima para la cual los datos cumplen con la condición de homogeneidad. La sismicidad del volumen escogido quedó constituida por 12,838 eventos. En la figura 17 también se grafica la liberación de momento sísmico acumulativo para $M \geq 2.0$, donde se ve que una gran parte de la energía sísmica fue liberada durante el terremoto de marzo del 2011.

El tiempo cubierto por el catálogo fue dividido en ventanas temporales (Figura 25), para observar la variación en tiempo de las medidas de distribución de la sismicidad en el período de 1978 a 2011, hasta justamente antes de la ocurrencia del gran sismo M9. Para que la dependencia que experimentan estas medidas con el número de eventos no afectara los resultados, se definió cada ventana temporal tomando en consideración que tuvieran igual cantidad de sismos (1000), no logrado en la ventana #4, por no contar con suficientes datos en el período de tiempo correspondiente a esta ventana; de modo que, al tener tan solo 880 sismos y mayor duración que las otras, se ha considerado que los resultados basados en estos datos no son totalmente confiables.

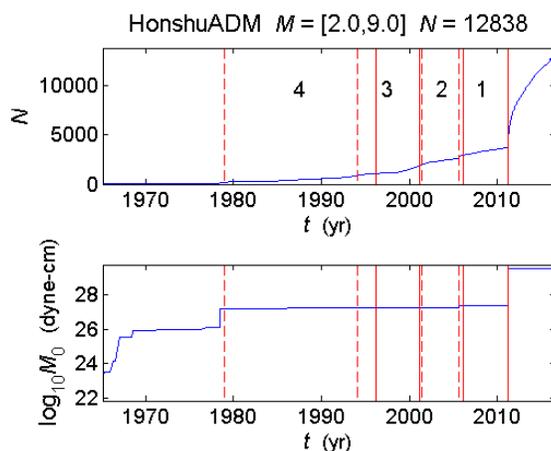


Figura 17. Ventanas de tiempo para M9. **Arriba:** Número cumulativo de sismos. **Abajo:** el logaritmo del momento sísmico cumulativo liberado para la sismicidad del volumen alrededor del sismo, 1960-2016. Las líneas verticales continuas y discontinuas indican el final y el principio, respectivamente, de cada ventana temporal; el número que identifica cada ventana aparece en la parte media de ésta.

Tabla 1. Ventanas de tiempo para la sismicidad previa al sismo M9.

Ventanas temporales	Período de tiempo	Duración (años)
Ventana # 1	2005.63-2011.17	5.54
Ventana # 2	2001.47-2006.18	4.71
Ventana # 3	1994.05-2001.18	7.13
Ventana # 4	1978.99-1996.13	17.14

3.3.1.1 Medida A_{UP} de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M9

Las figuras 18 y 20 a 22 muestran las entropías de la distribución espacial de la sismicidad en el volumen de ocurrencia del sismo M9, para cada una de las ventanas temporales. Todas estas figuras están normalizadas y tienen los mismos límites. Nótese que, a pesar de que las distribuciones hipocentrales para diferentes ventanas son parecidas, el área A_{UP} crece conforme se acerca al tiempo de ocurrencia del sismo M9.

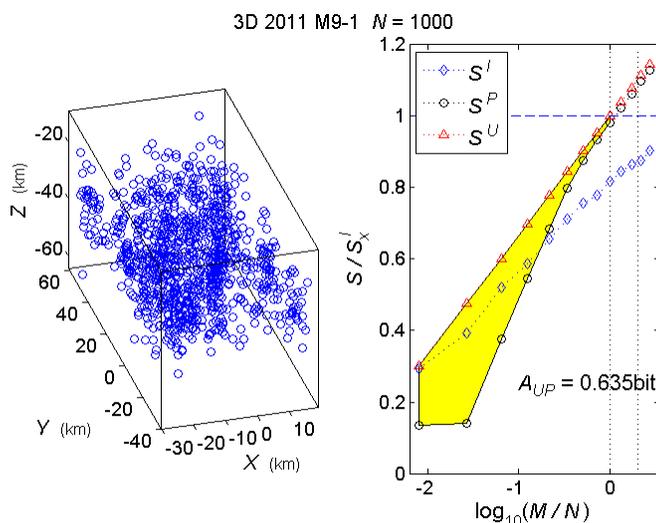


Figura 18. Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana #1. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimuth -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} . La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

La figura 19 muestra un ejemplo de un catálogo sintético H0, mismos volumen y número de sismos, pero hipocentros distribuidos dentro del volumen con probabilidad uniforme. Puede verse que la entropía S^P distingue perfectamente entre la distribución de hipocentros del catálogo real y la de la hipótesis nula que coincide para valores bajos de M/N con S^U , se puede ver el orden del valor de A_{UP} para ésta.

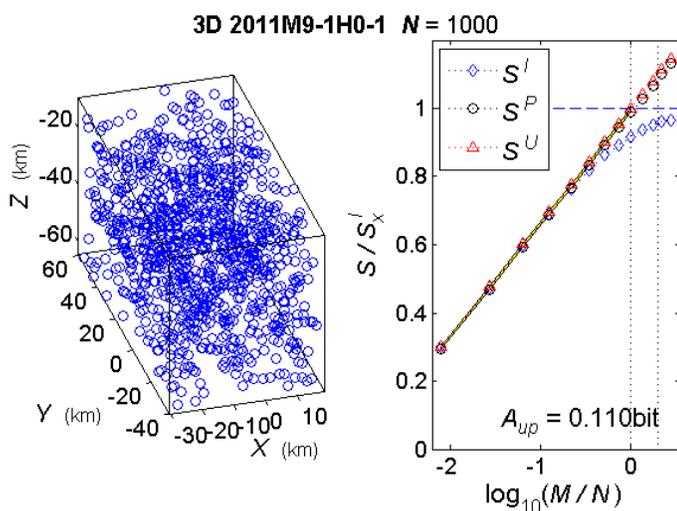


Figura 19. Entropía y A_{UP} de hipótesis nula para M9. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimuth -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} de la hipótesis nula. La línea horizontal discontinua representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

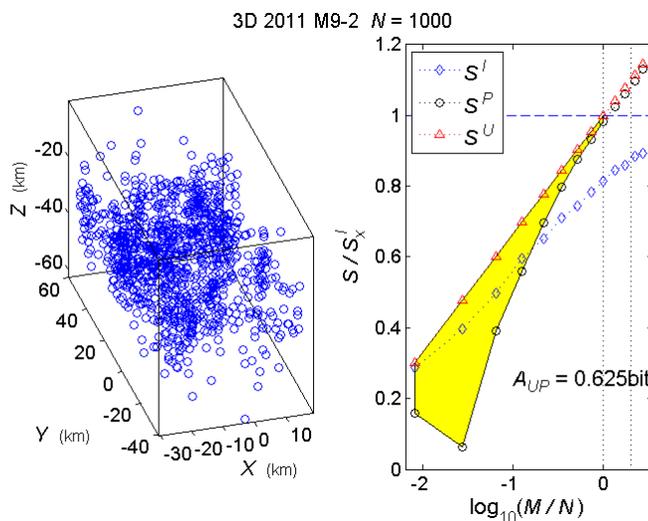


Figura 20. Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana #2. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimut -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} . La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

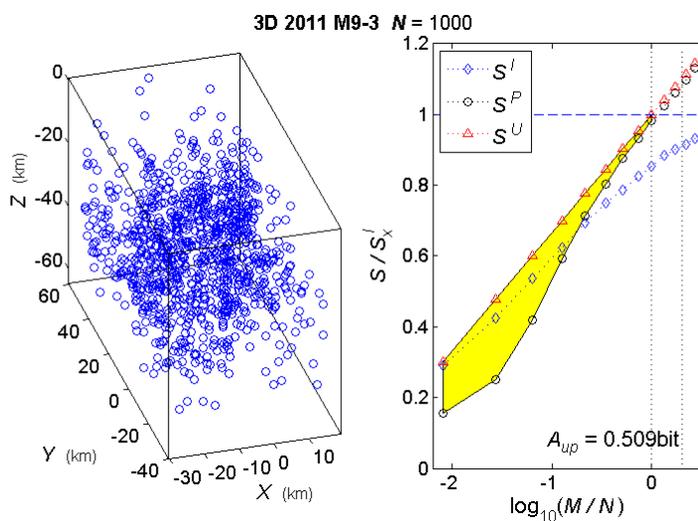


Figura 21. Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana #3. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimut -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} . La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

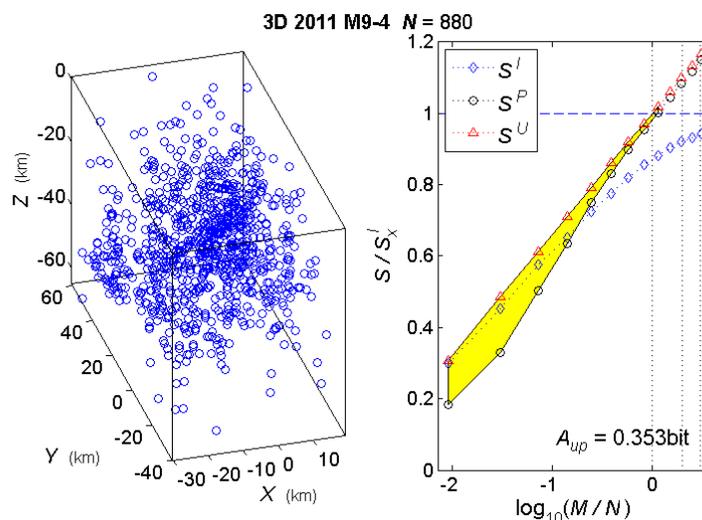


Figura 22. Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M9, ventana #4. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimuth -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} . La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

La diferencia entre S^P y S^U es la evidencia de que la distribución hipocentral no corresponde a una distribución uniforme, esto es que los agrupamientos de hipocentros no son mero producto del azar.

Se puede observar que esta diferencia, expresada por la medida A_{UP} , aumenta en la medida que se acerca en el tiempo a la ocurrencia del sismo grande M9. La variación temporal de los valores de A_{UP} se presenta en la figura 23.

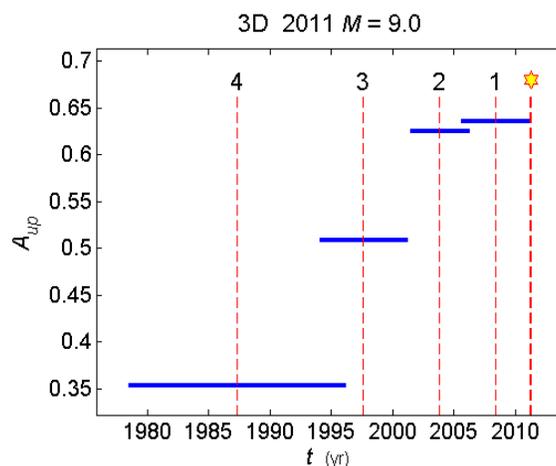


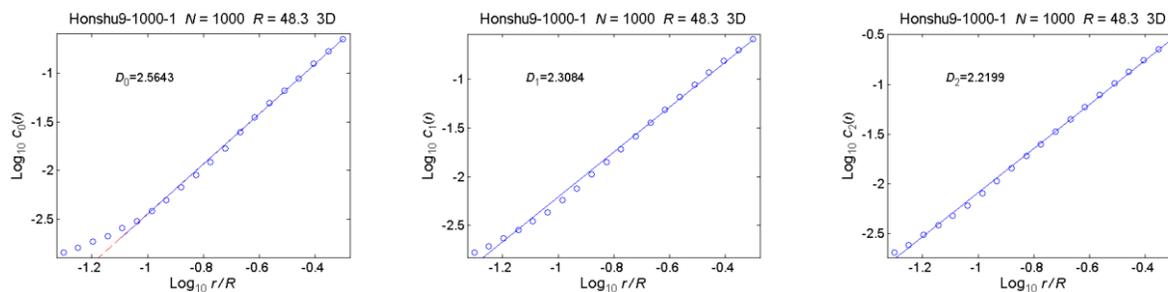
Figura 23. Variación temporal de la medida A_{UP} para M9. Los números 1, 2, 3 y 4 indican las ventanas de tiempo, las líneas horizontales significan el período de tiempo de cada ventana y su correspondiente valor A_{UP} , las líneas delgadas discontinuas verticales (en rojo), señalan la mitad del intervalo de tiempo y la gruesa con la estrella amarilla indica el momento de ocurrencia del sismo M9.

3.3.1.2 Dimensión fractal de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M9

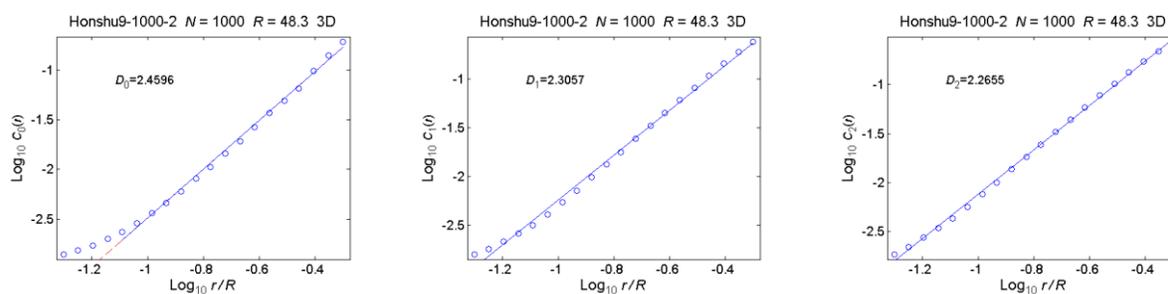
La figura 24 muestra las gráficas $\log C_q(r)$ vs $\log (r/R)$, donde R es el promedio de los lados del volumen estudiado, para cada ventana temporal y los correspondientes ajuste a la pendiente, extensión del ajuste y dimensiones fractales D_q , $q = 0,1,2$. El ajuste de las gráficas a una línea recta, que corresponde a una relación de potencia, es evidencia de fractalidad. Para todas las ventanas analizadas el ajuste menos confiable fue obtenido para la dimensión D_0 , que usualmente es menos estable. Para todas las dimensiones el ajuste fue mejor para las ventanas temporales 1 y 2, lo cual sugiere que la sismicidad comienza a organizarse fractalmente poco antes (unos 5 a 10 años) del sismo principal.

La figura 25 muestra la variación temporal de las dimensiones fractales de correlación que decrecen antes de la ocurrencia del sismo M9. Nótese que el intervalo de ajuste lineal es más amplio para las primeras dos ventanas.

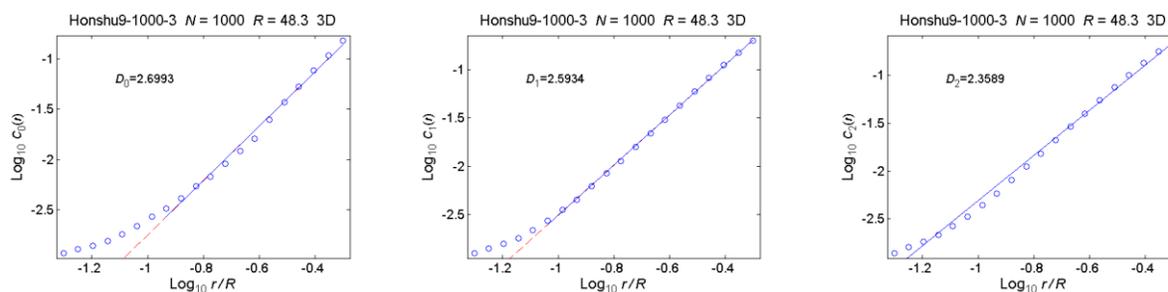
Ventana temporal 1



Ventana temporal 2



Ventana temporal 3



Ventana temporal 4

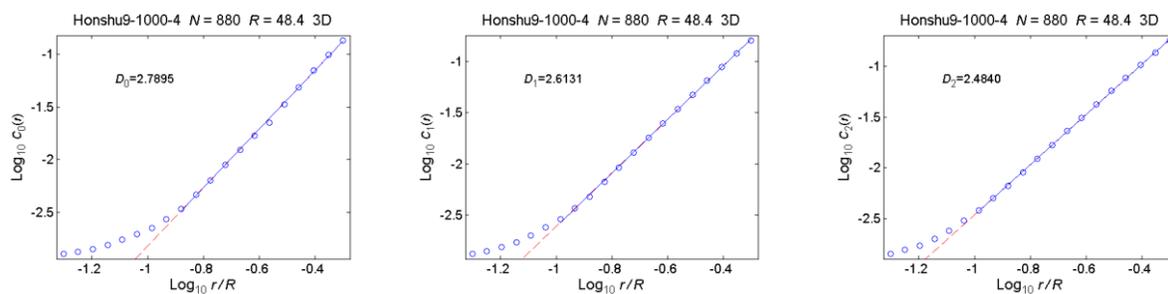


Figura 24. Dimensiones fractales para M9. $\log C_q(r)$ vs $\log\left(\frac{r}{R}\right)$ y ajuste lineal, cuya pendiente corresponde a la dimensión fractal para cada ventana de tiempo. La dimensión correspondiente se indica sobre cada gráfica.

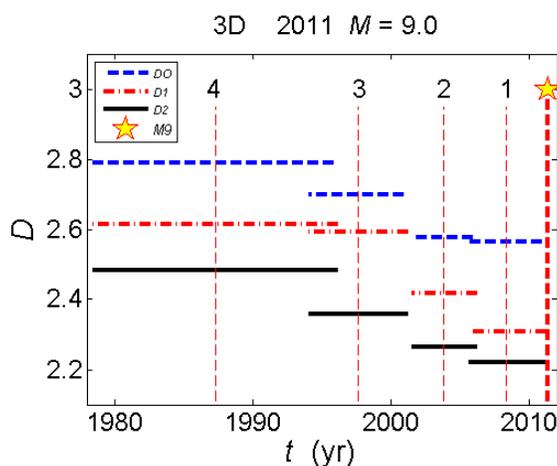


Figura 25. Variación temporal de las dimensiones fractales para M9. Los números 1, 2, 3 y 4 identifican las ventanas de tiempo, las líneas horizontales representan la duración de cada ventana y el correspondiente valor de D , las líneas delgadas discontinuas verticales (en rojo), señalan la mitad del intervalo de tiempo y la gruesa con la estrella amarilla indica el momento de ocurrencia del sismo M9.

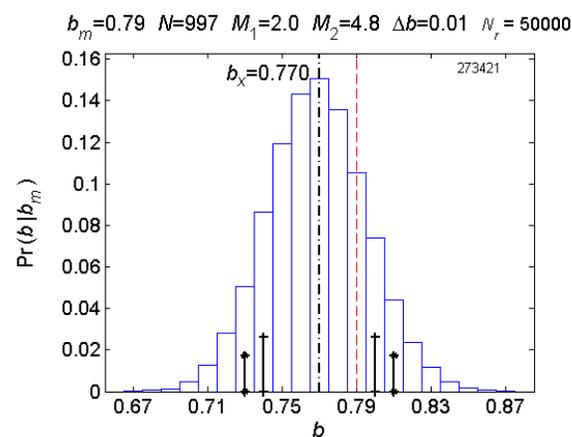
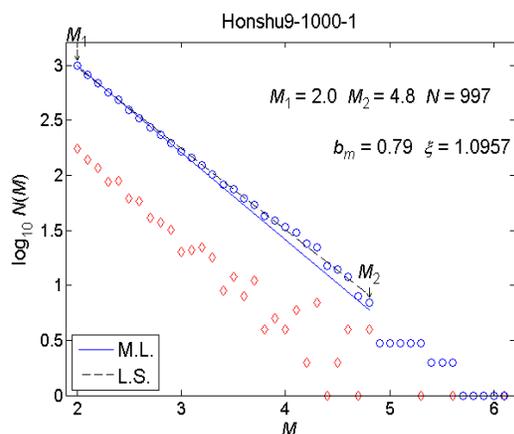
3.3.1.3 Valor b de la relación GR de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M9

En la figura 26, se presenta, para cada ventana temporal, las distribuciones GR a partir de las cuales se obtuvo el valor observado b_m y los histogramas de verosimilitud (línea vertical roja, delgada) usados para estimar el valor b más verosímil, b_x (línea vertical negra, gruesa). Los límites de los intervalos de confianza de probabilidad de 75 y 90 son indicados mediante líneas verticales (negras) cortas y gruesas con cruces y asteriscos, respectivamente.

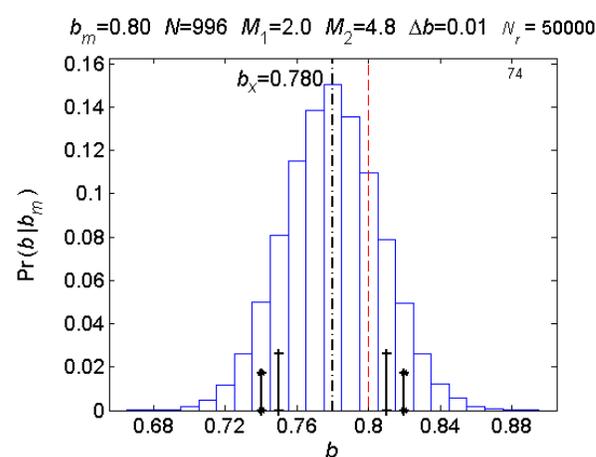
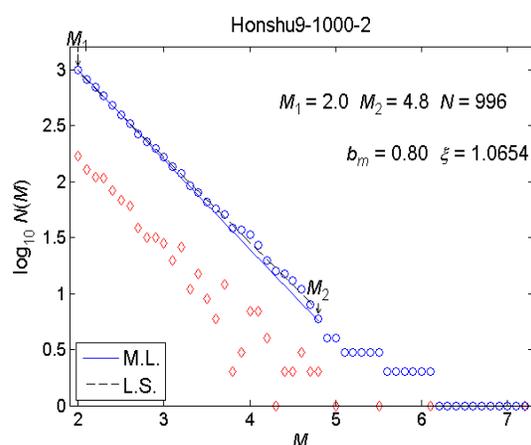
La estimación del valor b para la ventana temporal # 4 no se muestra, debido a que no se obtuvo una estimación representativa de la magnitud media de la muestra analizada, como requiere el método usado en este trabajo (Nava et al., 2017b), ya que las muestras con pocos datos, generan estimaciones del valor b no confiables (Nava et al., 2017a). No obstante, la tendencia a la disminución del valor b puede apreciarse en los resultados mostrados.

La figura 27 ilustra la variación temporal del valor b_x y mediante barras de error, se muestra la incertidumbre de cada estimación, para un intervalo de confianza de 90.

Ventana temporal 1



Ventana temporal 2



Ventana temporal 3

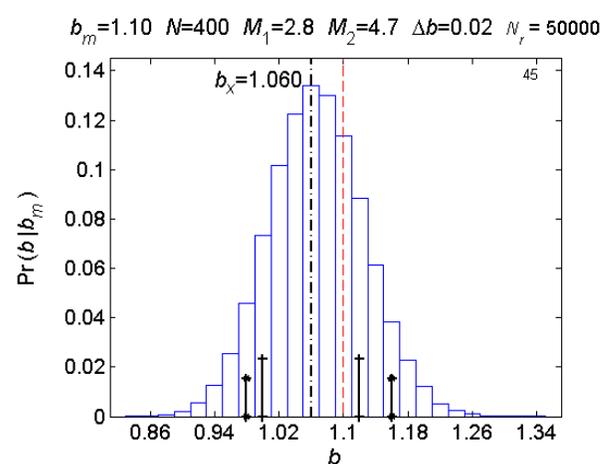
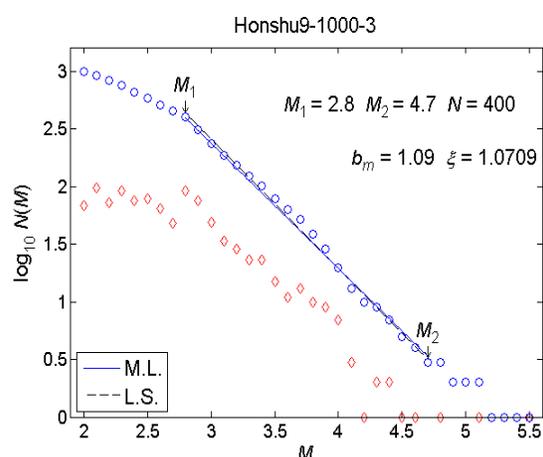


Figura 26. Valor b para M9. **A la izquierda:** distribución de magnitudes, acumulativa (círculos) y no acumulativa (diamantes). para la sismicidad antes del sismo M9. La línea recta sólida corresponde a la b_m del método Aki-Utsu, y la línea discontinua es el ajuste por mínimos cuadrados. **A la derecha:** histograma de verosimilitud (línea azul) El valor observado b_m se muestra como una línea vertical discontinua delgada, y el valor b más probable, b_x , se muestra como una línea vertical de trazo grueso; los límites de los intervalos de confianza de 75 y 90 son indicados por líneas verticales cortas y gruesas con cruces y asteriscos, respectivamente.

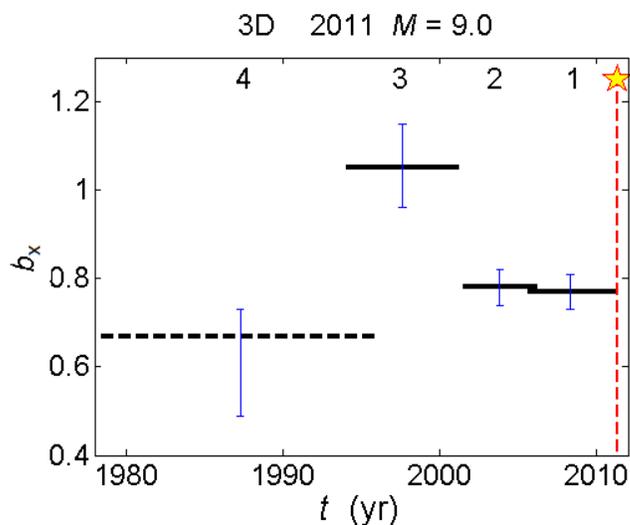


Figura 27. Variación temporal del valor b para M9. Las líneas negras horizontales representan la duración de cada ventana, en azul, las barras de error y la línea roja discontinua señala la fecha de ocurrencia del sismo M9. La ventana 4 con línea negra discontinua representando la de mayor incertidumbre.

3.3.2 Sismicidad previa a la ocurrencia del sismo de septiembre del 2003, $M = 8.0$

El procedimiento para seleccionar los datos relacionados con este sismo, que se denominará M8, fue similar al utilizado para M9. Se determinó que $M \geq 2.0$ es, a partir de 1979, la magnitud mínima para la cual los datos cumplen con la condición de homogeneidad. La sismicidad del volumen escogido quedó constituida por 7107 eventos con extensión en profundidad de 0 a 100 km (Figura 28).

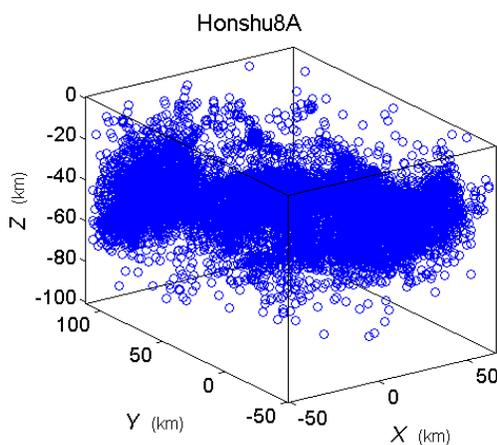


Figura 28. Hipocentros en volumen M8.

De la misma manera que para el volumen M9, el tiempo cubierto por el catálogo fue dividido en ventanas temporales (Figura 29), que contienen 1000 sismo cada una, a partir 1979 y hasta el 2003, antes de la ocurrencia del sismo M8.

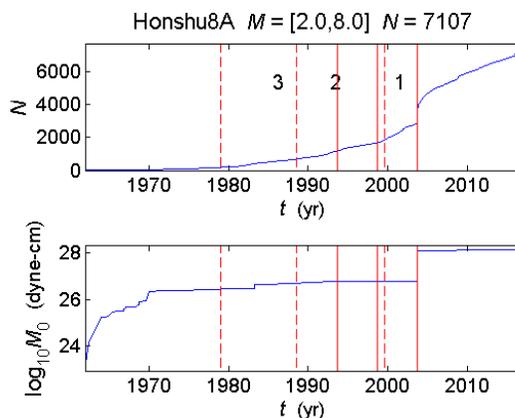


Figura 29. Ventanas de tiempo para M8. **Arriba:** Número cumulativo de sismos. **Abajo:** el logaritmo del momento sísmico cumulativo liberado para la sismicidad del volumen alrededor del sismo, 1960-2016. Las líneas verticales continuas y discontinuas indican el final y el principio, respectivamente, de cada ventana temporal; el número que identifica cada ventana aparece en la parte media de ésta.

Tabla 2. Ventanas de tiempo para la sismicidad previa al sismo M8

Ventanas temporales	Período de tiempo	Duración (años)
Ventana # 1	1999.551-2003.698	4.147
Ventana # 2	1988.515-1998.687	10.172
Ventana # 3	1979.019-1993.694	14.675

3.3.2.1 Medida A_{UP} de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M8

Las figuras 30, 31 y 32 muestran las entropías a la distribución espacial de la sismicidad en el volumen de ocurrencia del sismo M8, para cada una de las ventanas temporales. Todas estas figuras están normalizadas y tienen los mismos límites. Nótese que, al igual que para M9, a pesar de que las distribuciones hipocentrales para diferentes ventanas son parecidas, el área A_{UP} crece conforme se acerca al tiempo de ocurrencia del sismo M8.

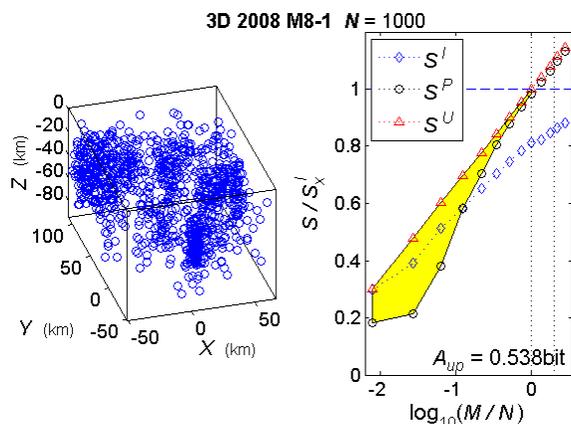


Figura 30. Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M8, ventana #1. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimuth -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} . La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

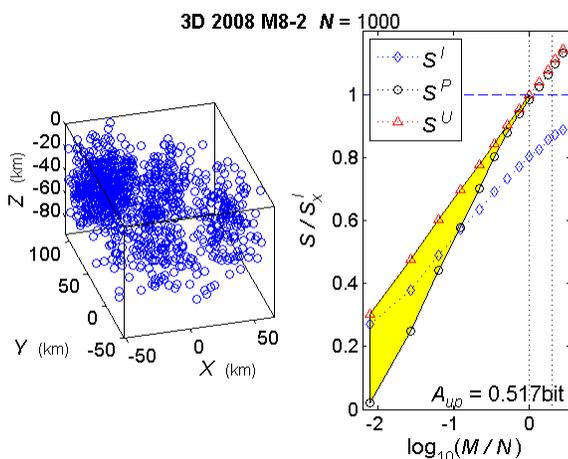


Figura 31. Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M8, ventana #2. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimuth -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} . La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

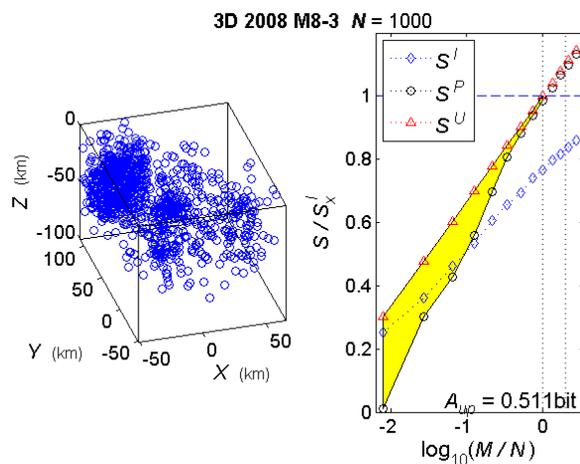


Figura 32. Entropía y A_{UP} de la sismicidad previa al sismo M8, ventana #3. **A la izquierda:** distribución hipocentral vista desde azimuth -16° y elevación 30° . **A la derecha:** entropías y A_{UP} . La línea horizontal punteada representa la entropía máxima S_x^I y las verticales indican múltiplos del número de eventos normalizados por N .

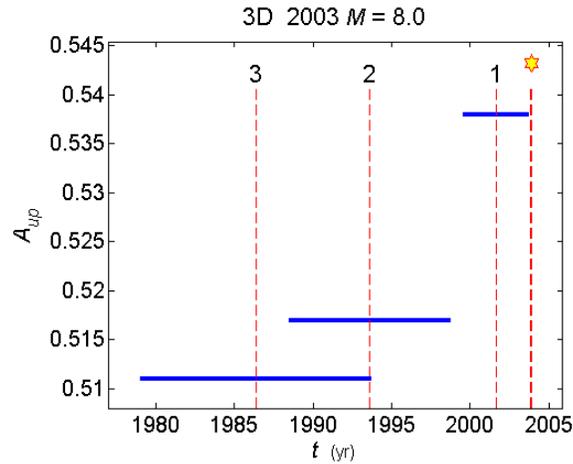


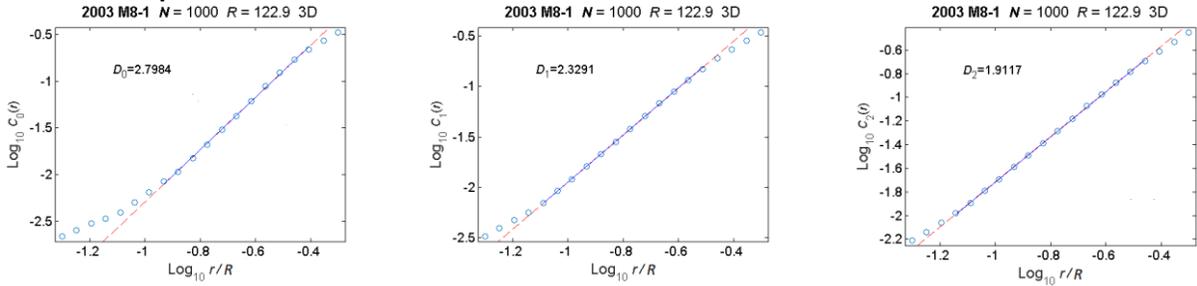
Figura 33. Variación temporal de la medida A_{UP} para M8. Los números 1, 2 y 3 identifican las ventanas de tiempo, las líneas horizontales significan el período de tiempo de cada ventana y su correspondiente valor A_{UP} , las líneas delgadas discontinuas verticales (en rojo), señalan la mitad del intervalo de tiempo y la gruesa con la estrella amarilla indica el momento de ocurrencia del sismo M8.

3.3.2.2 Dimensión fractal de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M8

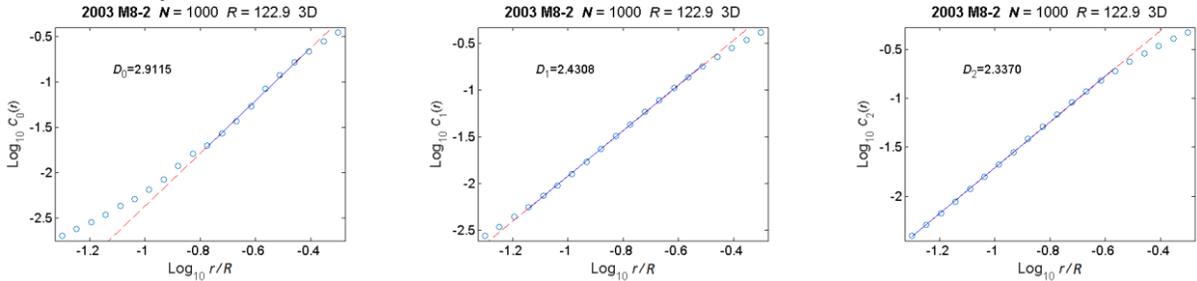
La figura 34 muestra las gráficas $\log C_q(r)$ vs $\log(r/R)$, donde R es el promedio de los lados del volumen estudiado, para cada ventana temporal y los correspondientes ajuste a la pendiente, extensión del ajuste y dimensiones fractales D_q , $q = 0,1,2$. Para las ventanas analizadas el ajuste menos confiable fue obtenido para la dimensión D_0 , que usualmente es menos estable. Para las dimensiones D_1 y D_2 el ajuste fue mejor para todas las ventanas temporales.

La figura 35 muestra la variación temporal de las dimensiones fractales de correlación que decrecen antes de la ocurrencia del sismo M8. Nótese que el comportamiento de esta medida es diferente a la observada para el sismo M9, ya que decrece más cerca en el tiempo a la ocurrencia del sismo, aproximadamente 5 años antes.

Ventana temporal 1



Ventana temporal 2



Ventana temporal 3

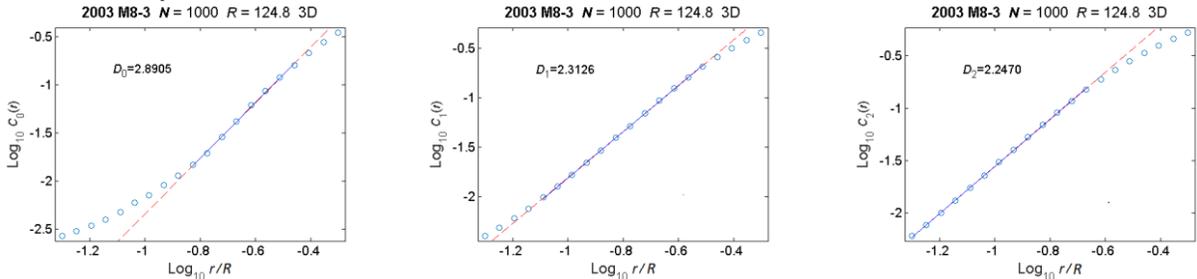


Figura 34. Dimensiones fractales para M8. $\log C_q(r)$ vs $\log \left(\frac{r}{R}\right)$ y ajuste lineal, cuya pendiente corresponde a la dimensión fractal para cada ventana de tiempo. La dimensión correspondiente se indica sobre cada gráfica.

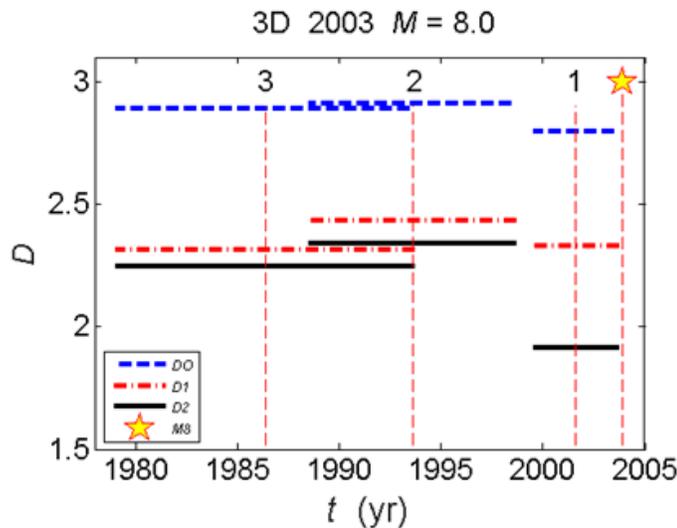
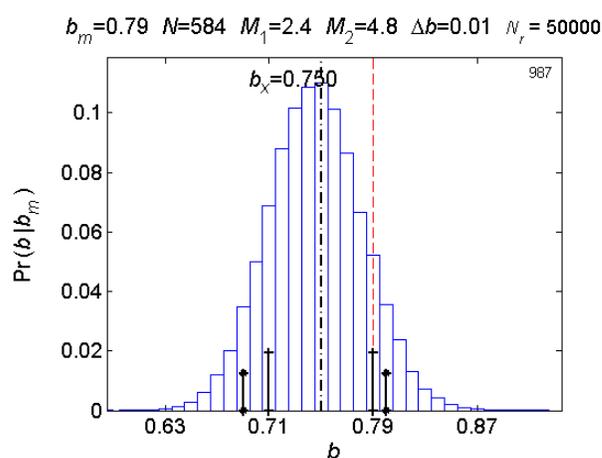
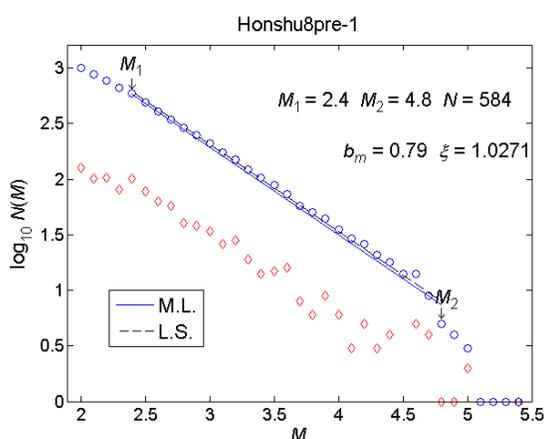


Figura 35. Variación temporal de las dimensiones fractales para M8. Los números 1, 2 y 3 identifican las ventanas de tiempo, las líneas horizontales representan el período de tiempo de cada ventana y el correspondiente valor de D , las líneas delgadas discontinuas verticales (en rojo), señalan la mitad del intervalo de tiempo y la gruesa con la estrella amarilla indica el momento de ocurrencia del sismo M8.

3.3.2.3 Valor b de la relación GR de la distribución espacial de la sismicidad previa a la ocurrencia del sismo M8

El procedimiento para estimar el valor de b para el volumen del sismo M8, fue el mismo que para el sismo M9. En este volumen la ventana temporal # 3 tampoco es analizada (Figura 36), porque al igual que la ventana #4 del sismo M9, no se obtuvo una estimación representativa de la magnitud media de la muestra analizada, como lo requiere el método Aki-Utsu (Nava et al., 2017b), ya que las muestras con pocos datos, generan estimaciones del valor b no confiables (Nava et al., 2017a). La tendencia a la disminución del valor b puede apreciarse en los resultados mostrados.

Ventana temporal 1



Ventana temporal 2

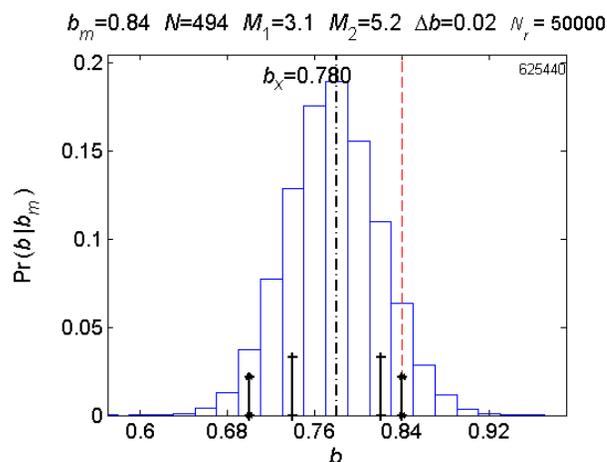
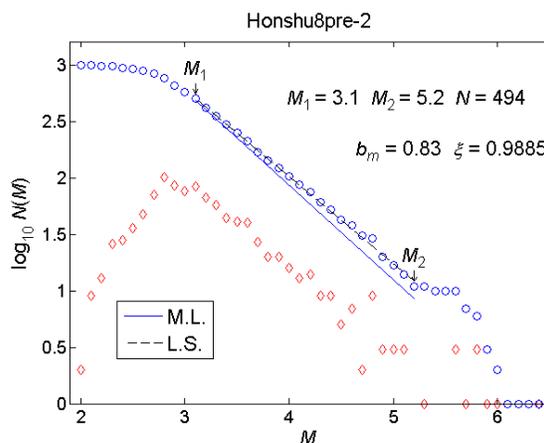


Figura 36. Valor b para M8. **A la izquierda:** distribución de magnitudes, acumulativa (círculos) y no acumulativa (diamantes), para la sismicidad antes del sismo M8. La línea recta sólida (M.L.) corresponde a la b_m del método Aki-Utsu, y la línea discontinua es el ajuste por mínimos cuadrados (L.S). **A la derecha:** histograma de verosimilitud (línea azul). El valor observado b_m se muestra como una línea vertical discontinua delgada (color rojo) y el valor b más probable, b_x , se muestra como una línea vertical de trazo grueso (color negro); los límites de los intervalos de confianza de 75 y 90 son indicados por líneas verticales cortas y gruesas con cruces y asteriscos, respectivamente.

La figura 37, ilustra la variación temporal del valor b_x y mediante barras de error, se muestra la incertidumbre de cada estimación, para un intervalo de confianza de 90.

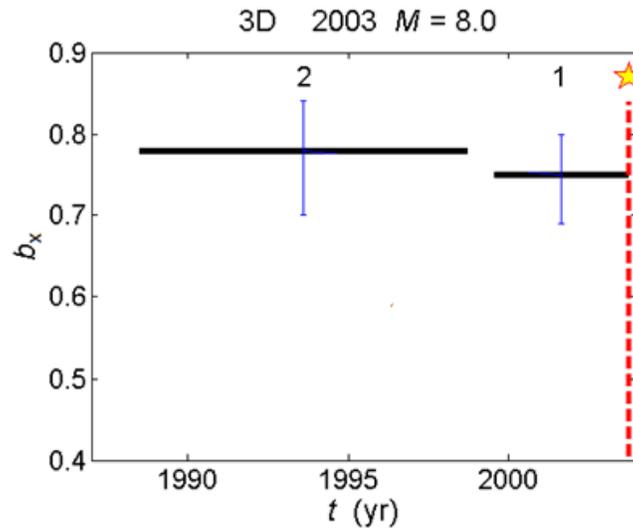


Figura 37. Variación temporal del valor b para M8. Las líneas negras horizontales representan la duración de cada ventana, en azul, las barras de error y la línea roja discontinua señala la ocurrencia del sismo M8.

Capítulo 4. Discusión y conclusiones

A partir de la definición de entropía de Shannon, se utiliza el concepto de entropía Poissoniana como una nueva herramienta para caracterizar el comportamiento de la distribución espacial de la sismicidad a manera de identificar concentraciones hipocentrales (o epicentrales) que preceden a la ocurrencia de grandes sismos.

Mediante la división del volumen o área de estudio en celdas por un mallado regular, la entropía Poissoniana S^P , se calcula a partir de las probabilidades normalizadas de Poisson del número de sismos que ocurre en cada celda. Los valores de estas probabilidades determinan qué tanto las concentraciones de sismos concuerdan o no con la distribución uniforme que es la hipótesis nula correspondiente a la entropía S^U y se usa el área, A_{UP} , para cuantificar la diferencia entre la entropía Poissoniana y la entropía uniforme; se observa que un aumento en A_{UP} indica que S^P ha disminuido con respecto a S^U , esto es, que la distribución hipocentral se aleja de la uniformidad.

Se puede comprobar que para distribuciones hipocentrales o epicentrales uniformes, S^P se parece mucho a S^U y A_{UP} toma valores muy bajos.

Para los dos grandes sismos en Japón (M9 y M8), A_{UP} se incrementa en el tiempo conforme éste se acerca a los tiempos de ocurrencia. Este resultado concuerda con la hipótesis de que antes de la ocurrencia de grandes sismos, la sismicidad forma cúmulos (Goltz, 1997) y la entropía se aleja de la entropía máxima correspondiente a la distribución uniforme.

Otras medidas de distribución, la de dimensiones multifractales de la distribución espacial y la del valor b de la distribución de magnitudes GR, fueron aplicadas a los mismos datos usados para la medida A_{UP} . Las dimensiones multifractales y el valor b de la relación GR decrecen en el tiempo antes de la ocurrencia de los dos grandes sismos, aunque para el sismo M8 decrecen para tiempos más cercanos al sismo principal que para el sismo M9. De manera general, los resultados concuerdan con la presencia de agrupamientos de la distribución hipocentral y con niveles altos de acumulación de esfuerzos respectivamente; comportamiento similar al observado para otros grandes sismos por otros autores (Hirata et al., 1987; De Rubeis et al., 1993; Hirabayashi et al., 1992; Nakaya y Hashimoto, 2002; Kiyashchenko et al., 2003; Patiño, 2009, otros). Los resultados de la aplicación de estas medidas, concuerdan con lo obtenido con el uso de la entropía Poissoniana.

En la selección de las ventanas espaciales donde se aplica la medida diseñada hay que tener en consideración que estas no sean demasiado grandes, para evitar los efectos de otros sismos fuertes que hayan ocurrido dentro o cerca de ellas; pero tampoco deben ser tan pequeñas que no contengan suficientes datos.

Tabla 3. Valores de las medidas analizadas para la sismicidad de M9.

Sismicidad previa al sismo M9					
Ventanas temporales	A_{up}	D_0	D_1	D_2	b
2005.63-2011.17	0.635	2.5643	2.3084	2.2199	$0.73 \geq b \leq 0.81$
2001.47-2006.18	0.625	2.4596	2.3057	2.2655	$0.74 \geq b \leq 0.82$
1994.05-2001.18	0.509	2.6993	2.5934	2.3589	$0.96 \geq b \leq 1.15$
1978.99-1996.13	0.353	2.7895	2.6131	2.4840	Insuficientes datos

Tabla 4. Valores de las medidas analizadas para la sismicidad de M8.

Sismicidad previa al sismo M8					
Ventanas temporales	A_{up}	D_0	D_1	D_2	b
1999.551-2003.698	0.538	2.7984	2.3291	1.9117	$0.69 \geq b \leq 0.80$
1988.5159-1998.687	0.517	2.9115	2.4308	2.3370	$0.70 \geq b \leq 0.84$
1979.0192-1993.694	0.511	2.8905	2.3126	2.2470	Insuficientes datos

Cabe resaltar que los resultados mencionados fueron obtenidos para solamente dos sismos grandes de Japón y que falta comprobar si la medida da resultados positivos para otros sismos y otros entornos tectónicos; comprobación que no se ha hecho por la brevedad del tiempo permitido para la elaboración de una tesis de maestría, pero que se hará en un futuro próximo.

Con base en la limitada aplicación de la medida, se puede decir que la medida A_{UP} , además de identificar correctamente la proximidad de un gran sismo, requiere para hacerlo menos datos de los que demanda la caracterización de dimensiones fractales, y bastante menos de los que requiere la estimación confiable del valor b . Esta es una cualidad muy apreciable, pues permite utilizar ventanas de tiempo más cortas y, por tanto, tener mejor definición temporal que los otros métodos mencionados.

La medida funciona bien para el análisis en 3D de distribuciones hipocentrales y con las distribuciones epicentrales en 2D para M9, aunque con menor sensibilidad; sin embargo, no funcionó en 2D para M8. Es necesario determinar en qué casos es aplicable el tratamiento 2D, pues poder trabajar con epicentros es extremadamente importante, dado que son pocos los catálogos sísmicos que tienen determinación confiable de la profundidad hipocentral.

La principal limitante del método es, naturalmente, la extensión y homogeneidad de los catálogos sísmicos. Es necesario ver qué tan sensible es la medida ante la presencia de ruido, i.e. de errores, sistemáticos o aleatorios, en las localizaciones hipocentrales.

Otras limitantes son: a) El empleo de celdas que constriñe los tamaños empleados en el análisis; se sugiere experimentar con evaluaciones de concentración basadas en algún tipo de función de correlación, como la de Grassberger y Procaccia (1983); b) Es posible que A_{UP} no sea la medida idónea para cuantificar la diferencia entre S^P y S^U , pero la premura no permitió experimentar otras medidas, lo que se hará en el futuro.

De la discusión de los resultados, expuestos anteriormente, se concluye que:

1. El uso de la entropía Poissoniana mediante la medida A_{UP} , muestra la posibilidad de detectar y cuantificar cambios precursores en la distribución espacial de la sismicidad. La medida diseñada ha permitido caracterizar la distribución de Poisson y comparar dicha distribución con otras distribuciones: la de incidencia y la uniforme.
2. La medida A_{UP} , se consideró adecuada para cuantificar la diferencia entre la entropía de la distribución observada y la de la hipótesis nula, que es la entropía de una distribución uniforme. Los resultados muestran que previo a la ocurrencia de grandes sismos, la distribución espacial de la sismicidad presenta una distribución no uniforme.
3. La utilidad de dicha medida se probó mediante su aplicación a catálogos sintéticos y a la sismicidad de la región de Honshu en Japón, observando que los valores de A_{UP} en cada ventana temporal muestran que la distribución espacial de la sismicidad se aleja de una distribución uniforme en la medida en que se acerca en tiempo, a la ocurrencia de grandes sismos. El aumento de A_{UP} , conforme se acerca el tiempo de cada gran sismo, concuerda con

agrupamientos que pueden ser debidos a concentraciones de esfuerzo relacionados con la ocurrencia del sismo.

4. Lo obtenido con la medida A_{JP} concuerda con los cambios en la dimensión fractal y en el valor b GR, calculados para la sismicidad de cada ventana temporal.

Literatura citada

- Aki, K. 1965. Maximum likelihood estimate of b in the formula $\log(N) = a - bM$ and its confidence limits, *Bull Earthq Res Inst Tokyo Univ* 43, 237–239.
- Aki, K. 1981. A probabilistic synthesis of precursory phenomena. In: D.W. Simpsom & P.G.Richards (Eds.), *Earthquake Prediction*. AGU New York, 566-574.
- Aki, K. 1984. Asperities, barriers, characteristic earthquakes and strong motion prediction. *J. Geophys. Res.*, 89(B7), 5867-5872.
- Bak, P.; Tang, C., Wiesenfeld C. 1987. Self-organized criticality: An explanation of $1/f$ noise. *Phys. Rev. Letters* 59, 381-384.
- Correig, Antoni. 2006. Ocurrencia y predicción de terremotos. Bases físicas. *Física de la Tierra*, 2006 (18), 25-45. ISSN: 0214-4557.
- Editorial Group for Computer Graphics, *Geology of Japanese Islands.*, 1996. *Computer Graphics, Geology of Japanese Islands*, with CD-ROM attached, Maruzen Co., Ltd., Tokyo Japan (in Japanese).
- Enescu, B., Ito, K. 2001. Some premonitory phenomena of the 1995 Hyogo-Ken Nanbu (Kobe) earthquake: seismicity, b -value and fractal dimension. *Tectonophysics*, 338, 297-314.
- Hentschel, H.G.E. y Procaccia, I. 1983. The infinite number of generalized dimensions of fractals and strange attractors. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 8(3), 435-444.
- Hirabayashi, et al. 1992. Multifractal Analysis of Earthquakes. *Pure and Applied Geophysics*, 138(4), 591-610.
- Hirata, et al. 1987. Fractal structure of spatial distribution of microfracturing in rock. *Geophys. J. R. astr. SOC.*, 1987, (90),369-374.
- Hirata, T. 1989. A correlation between the "b value" and the fractal dimension of earthquakes. *J. Geophys. Res.*, 94, 7507-7514.
- Hirata, T. e Imoto, M. 1991. Multifractal analysis of spatial distribution of microearthquakes in the Kanto region. *Geophys. J. Int.*, 107, 155-162.
- Geilikman, M.B., Golubeva, T.V. y Pisarenko, V.F. 1990. Multifractal patterns of seismicity. *Earth and Planetary Science Letters.*, 99, 127-132.
- Godano, C., y Caruso, V. 1995. Multifractal analysis of earthquake catalogues. *Geophysical Journal International*, 121, 385-392.
- Goltz, C. 1997. *Fractal and Chaotic properties of Earthquakes*. Springer-Verg. Berlin.
- Gutenberg, B. y Richter, C.F. 1944. Frequency of earthquakes in California. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 34, 184-188.
- Grassberger, P. 1983. Generalized dimensions of strange atractors. *Phys. Rev. Lett.*, 97A, 227-230.

- Grassberger, P. y Procaccia, I. 1983. Characterization of strange attractors. *Phys. Rev. Lett.*, 50, 346-356.
- Ito, K. y Matsuzaki, M. 1990. Earthquakes as Self-Organized Critical Phenomena. *J. Geophys. Res.*, 95, 6853-6860.
- Kagan, Y.Y.; Knopoff, L. 1980. Spatial distribution of Earthquakes: The Two-point Moment Function. *Geophys. J. R. Astr. Soc.* 62, 697-717.
- Katsumata, A. 1964. A Method to Determine the Magnitude of Deep-focus Earthquake in and near Japan. *Journal of the Seismological Society of Japan, Second Series*, 17, 158-165.
- Katsumata, A. 1996. Comparison of magnitudes estimated by the Japan Meteorological Agency with moment magnitudes for intermediate and deep earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 1996, (86), 832-842.
- Kiyashchenko, D., Smirnova, N., Troyan, V., y Vallianatos, F. 2003. Dynamics of multifractal and correlation characteristics of the spatio-temporal distribution of regional seismicity before the strong earthquakes. *Natural Hazards and Earth System Science*, 3, 285-298.
- Main, I. G. y Burton, P. 1984. Information Theory and the Earthquake Frequency-Magnitude Distribution. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 74, (4), 1409-1426.
- Mandelbrot, B.B. 1982. *The Fractal Geometry of Nature*. Freeman. San Francisco.
- Márquez, V. H., et. al. 2012. Multifractality in seismicity spatial distributions: Significance and possible precursory applications as found for two cases in different tectonic environments. *Pure Appl. Geophys.*, 169, 2091-2105.
- Nakaya, S. y Hashimoto, T. 2002. Temporal variation of multifractal properties of seismicity in the region affected by the mainshock of the October 6, 2000 Western Tottori Prefecture, Japan, earthquake (M = 7.3). *Geophysical Research Letters*, 29, 133-1.
- Nava, F.; Márquez-Ramírez, V., Zúñiga, F., Ávila-Barrientos, L. y Quinteros-Cartaya, C. 2017a. Gutenberg-Richter b-value maximum likelihood estimation and sample size. *JSeismol* 21: 127-135. Published online 02 June 2016. DOI: 10.1007/s10950-016-9589-1.
- Nava, F., Márquez-Ramírez, V., Zúñiga F. y Lomnitz, C. 2017b. Gutenberg-Richter b-value determination and large magnitudes sampling. *Natural Hazards*, DOI:10.1007/s11069-017-2750-5.
- Nuclear Waste Management Organization of Japan (NUMO-TR-04-04), 2004. Evaluating Site Suitability for a HLW Repository. Science and Technology Department. Recuperado de: <http://www.numo.or.jp/english/index.html>.
- Pérez, L. R. (2003). *Sobre la teoría del caos aplicada en sismotectónica: geometría fractal de fallas y terremotos*. memoria para optar al grado de doctor. Madrid, 2003. ISBN: 84-669-1866-3.
- Ronald, J. E. y Boersma, J. 1988. The Entropy of a Poisson Distribution (C. Robert Appledorn). *SIAM Review* 1988, 30,2, 314-317.
- Shannon, C. E. 1948a A mathematical theory of communication. *Bell Sys. Tech. Journ.* XXVII (3), 379-423.
- Shannon, C. E. 1948b A mathematical theory of communication. *Bell Sys. Tech. Journ.* XXVII (3), 623-656.

- Sornette, A. y Sornette, D. 1989 Self-organized Criticality and Earthquakes. *Europhys. Lett.*, 9, 197-202.
- Takens, F. 1985 On the numerical determination of the dimension of a strange atractor. *Lectures Notes in Math.*, 1125, 110-128.
- Telesca, L., y Lapenna, V. 2006. Measuring multifractality in seismic sequences, *Tectonophysics*, 423, 115-123.
- Tsuboi, C. 1954. Determination of the Gutenberg-Richter's magnitude of shallow earthquakes occurring in and near Japan (in Japanese), *Zisin2*, 7, 185 – 193.
- Turcotte, D. L. 1997. *Fractals and Chaos in Geology and Geophysics*. Cambridge: Cambridge University Press. ISBN 0-521-56733-5.
- Utsu, T. 1965. A method for determining the value of b in a formula $\log n = a - bM$ showing the magnitude-frequency relation for earthquakes, *Geophys Bull Hokkaido Univ.*, 13, 99–103.
- Utsu, T. 1999. Representation and Analysis of the Earthquake Size Distribution: A historical Review and Some New Approaches. *Pure and Appl. Geophys.*, 155, 509-535.
- Wyss, M. 1991. Evaluation of proposed earthquake precursors, *Am. Geophys. Union, Washington, DC*, 94 pp.
- Wyss, M. 1997. Second round of evaluation of proposed earthquake precursors, *Pure appl. Geophys.*, 149, 3-16.