

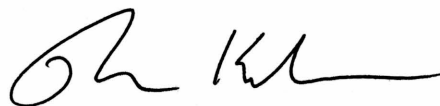
TESIS DEFENDIDA POR
ABAD GÓMEZ MIRIAM ESPERANZA
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ



Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Director del Comité



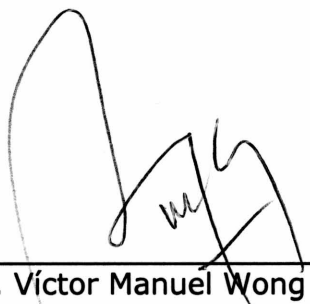
Dr. Enrique Gómez Treviño
Miembro del Comité



Dr. Thomas Gunter Kretzschmar
Steinle
Miembro del Comité



Dr. David Hilario Covarrubias Rosales
Miembro del Comité



Dr. Víctor Manuel Wong Ortega
*Coordinador del programa de
posgrado en Ciencias de la Tierra*

Dr. Edgar Gerardo Pavía López
Director de Estudios de Posgrado

2 de Marzo del 2007

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**EFFECTOS DE ESCALA Y DIRECCIONALIDAD DE SISTEMAS
ELECTROMAGNÉTICOS A BAJOS NÚMEROS DE INDUCCIÓN**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

MIRIAM ESPERANZA ABAD GÓMEZ

Ensenada, Baja California, México, marzo del 2007.

RESUMEN de la tesis de **Abad Gómez Miriam Esperanza**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de **MAESTRO EN CIENCIAS** en **CIENCIAS DE LA TIERRA** con orientación en **GEOFÍSICA APLICADA**. Ensenada, Baja California, México. Marzo del 2007.

EFFECTOS DE ESCALA Y DIRECCIONALIDAD DE SISTEMAS ELECTROMAGNÉTICOS A BAJOS NÚMEROS DE INDUCCIÓN

Resumen aprobado por:

Dr. Marco Antonio Pérez Flores
Director de tesis

La creciente necesidad de incrementar la resolución espacial en la exploración del subsuelo, ha impulsado trabajos en busca de mejorar los levantamientos y estudios geofísicos de detalle. En este contexto son de interés los resultados alcanzados en este trabajo. En su desarrollo se analizan dos vertientes, por una parte se hace un análisis de la direccionalidad de los datos, y por la otra, se hace un análisis considerando la escala del sistema de medición. Este trabajo fue realizado con datos electromagnéticos en su modalidad de dipolos magnéticos. Con inversión en 3D se generaron modelos de conductividad con los que se realizaron pruebas con modelos conocidos y con datos reales.

La adquisición de datos consistió en un levantamiento a detalle con dipolos horizontales y verticales, medidos a lo largo de líneas paralelas. El equipo utilizado fue el EM34, usando separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m, midiendo sobre 12 líneas en una dirección y 15 líneas en dirección perpendicular. La decisión de tomar una zona arqueológica como área de estudio fue debida a varias razones. Entre ellas está la contribución que nuestro trabajo podría ofrecer a la exploración arqueológica, particularmente a la Misión de San Miguel Arcángel localizada a 35 km al Noreste de la ciudad de Ensenada. Además de esto, el tamaño de los objetivos en arqueología podría facilitar el análisis de escala. En este trabajo se analizan las diferencias y similitudes entre modelos con datos tomados en direcciones diferentes. Además de mostrar cómo, con inversión en 3D, es posible hacer levantamientos a detalle con equipos de mediana escala.

Los resultados obtenidos demuestran que con equipos de mediana escala, diseñados para otros fines, es posible obtener una resolución comparable a la alcanzada con equipos diseñados para exploración de detalle. Del análisis de direccionalidad, se obtiene una dirección preferencial para la adquisición de datos que favorece la resolución. Los resultados obtenidos en este trabajo no se restringen a la exploración arqueológica, pues la aplicación de geofísica en problemas superficiales y de detalle se ha incrementado en los últimos años, tal es el caso de estudios ambientales y de ingeniería.

Palabras clave: Inversión 3D de datos electromagnéticos, direccionalidad, escala, aplicación arqueológica.

ABSTRACT of the thesis presented by **Abad Gómez Miriam Esperanza** as a partial requirement to obtain the degree of MASTER OF SCIENCES in EARTH SCIENCES with orientation in APPLIED GEOPHYSICS. Ensenada, Baja California, Mexico. March 2007.

ABSTRACT

The need to increase the spatial resolution in the exploration of the subsurface, has encouraged works to better data acquisition techniques and finer interpretation methods for detail works. The latter is the main purpose of this work. In the research development two main objectives were analyzed. First, I did an analysis of the directionality of the data, and second, an analysis considering the scale of the measurement system (a pair of loops). This work was made with shallow electromagnetic data, using magnetic dipoles as source and receiver. With 3D inversion I generated conductivity models from known bodies, using model responses as synthetic data for scale and directionality tests.

The data acquisition consisted of a detail survey with horizontal and vertical dipoles (loops), taken throughout a dense mesh of lines. The used equipment was the EM34, using source-receiver separations of 10, 20 and 40 m. Twelve lines in E-W direction and fifteen in N-S direction were done. The decision to use an archaeological site as a test area was taken for several reasons. One is the contribution that this work could offer to the archaeological exploration, particularly to the Mission of San Miguel Arcángel. In addition to this, the target sizes in archaeology could facilitate the scale analysis. In this work an analysis is done between models obtained from data taken on different directions. Their differences and similarities are emphasized. Besides, it is shown that equipment with medium scale penetration it is possible to recover thin and surface targets through the 3D inversion of the data sets.

The results obtained on this work are not restricted to archaeological exploration. The interest on near-surface geophysics has increased in the last years as it has happened for environmental and geotechnical engineering.

Keywords: Inversion 3D of electromagnetic data, directionality, scale, archaeological applied.

DEDICATORIA

A mis padres por el apoyo y amor que siempre me han dado.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Marco Antonio Pérez Flores, quien con a su apoyo y atención fue posible la culminación de este trabajo.

A los miembros del comité por sus comentarios y apoyo.

Con respeto, admiración y cariño, al Dr. Enrique Gómez Treviño por sus valiosas enseñanzas.

Con todo mi cariño a Tenamaxtle Saucedo, Mathias Obrebski, Pedro Martínez y Leopoldo Najera por su amistad y apoyo.

Al departamento de Geofísica Aplicada, especialmente al Dr. Juan García, al Dr. Rogelio Vázquez, Alejandro, Jaime, Humberto, Conchita y Lupita.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

Al Instituto Nacional de Antropología e Historia por su apoyo, especialmente al Arqueólogo John Joseph Temple.

CONTENIDO

| | Página |
|--|---------------|
| I. INTRODUCCIÓN..... | 1 |
| <i>I.1. Introducción.....</i> | 1 |
| <i>I.2. Objetivos.....</i> | 6 |
| <i>I.3. Metodología.....</i> | 6 |
| II. TEORÍA..... | 10 |
| <i>II.1. Introducción.....</i> | 10 |
| <i>II.2. Ecuaciones para electromagnéticos a bajos números de inducción (LIN).....</i> | 10 |
| II.2.1. Campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical..... | 12 |
| II.2.2. Campo eléctrico debido a un dipolo magnético horizontal..... | 15 |
| II.2.3. Ecuación integral para modelado con el EM-34..... | 17 |
| II.2.4. Aproximación para bajos contrastes de conductividad..... | 18 |
| II.2.5. Ecuación integral aproximada para dipolo magnético vertical 3D..... | 19 |
| II.2.6. Ecuación integral aproximada para dipolo magnético horizontal 3D. | 21 |
| II.2.6.1. Dirección x | 21 |
| II.2.3.2. Dirección y | 22 |
| <i>II.3. Inversión.....</i> | 23 |
| <i>II.4. Comentarios.....</i> | 24 |
| III. EFECTOS DE LA ESCALA Y DIRECCIONALIDAD DEL SISTEMA ELECTROMAGÉTICO..... | 26 |
| <i>III.1. Introducción.....</i> | 26 |
| <i>III.2. Efectos de escala.....</i> | 27 |
| <i>III.3. Efecto de direccionalidad.....</i> | 31 |
| <i>III.4. Efecto combinado de escala y direccionalidad.....</i> | 34 |
| <i>III.5. Conclusiones.....</i> | 36 |
| IV. INVERSIÓN DE ANOMALÍAS PRODUCIDAS POR OBJETIVOS PEQUEÑOS..... | 38 |
| <i>IV.1. Introducción.....</i> | 38 |
| <i>IV.2. Sistema a lo largo del rumbo.....</i> | 38 |
| IV.2.1. Dipolos Horizontales..... | 38 |
| IV.2.2. Dipolos Verticales..... | 40 |
| <i>IV.3. Sistema a perpendicular al rumbo.....</i> | 41 |
| IV.3.1. Dipolos Horizontales..... | 41 |
| IV.3.2. Dipolos Verticales..... | 41 |
| <i>IV.4. Caso bidireccional.....</i> | 44 |
| IV.4.1. Dipolos Verticales..... | 44 |

CONTENIDO (continuación)

| | Página |
|--|---------------|
| IV.4.2. Dipolos Horizontales..... | 44 |
| <i>IV.5. Caso completo.....</i> | 46 |
| <i>IV.6. Análisis y comentarios.....</i> | 51 |
| V. APLICACIÓN ARQUEOLÓGICA..... | 52 |
| <i>V.1. Introducción.....</i> | 52 |
| <i>V.2. La Misión de San Miguel Arcángel de la frontera.....</i> | 53 |
| <i>V.3. Descripción del levantamiento.....</i> | 57 |
| <i>V.4. Análisis de Modelos Generados.....</i> | 62 |
| <i>V.5. Interpretación de datos.....</i> | 70 |
| <i>V.6. Discusiones.....</i> | 72 |
| VI. CONCLUSIONES..... | 74 |
| REFERENCIAS..... | 80 |
| APENDICE A | |

LISTA DE FIGURAS

| Figura | | Página |
|---------------|---|---------------|
| 1 | Variaciones de la parte real e imaginaria de los campos magnéticos total a primario en función del número de inducción para un semi-espacio homogéneo. a) Dipolo magnético horizontal. b) Dipolo magnético vertical. (Figura tomada de Sostenes Méndez 1997). | 14 |
| 2 | Vistas del modelo propuesto. | 28 |
| 3 | Respuesta observada con dipolos magnéticos verticales, a) Separaciones entre fuente y receptor de 1,2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m. | 29 |
| 4 | Respuesta observada con dipolos magnéticos horizontales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m. | 30 |
| 5 | Vistas del modelo propuesto. | 31 |
| 6 | Respuesta observada con dipolos magnéticos verticales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m. | 32 |
| 7 | Respuesta observada con dipolos magnéticos horizontales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m. | 33 |
| 8 | Respuesta observada con dipolos magnéticos verticales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m. | 34 |
| 9 | Respuesta observada con dipolos magnéticos horizontales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m. | 36 |

LISTA DE FIGURAS (continuación)

| Figura | | Página |
|---------------|--|---------------|
| 10 | a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m. | 39 |
| 11 | a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 10, 20 y 40 m. | 40 |
| 12 | a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m. | 42 |
| 13 | a) Respuestas observadas y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 10, 20 y 40 m. | 43 |
| 14 | a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuesta observada, calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 10, 20 y 40 m. | 45 |
| 15 | a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m. | 46 |

LISTA DE FIGURAS (continuación)

| Figura | | Página |
|--------|--|--------|
| 16 | a) Modelo obtenido de la inversión usando dipolos magnéticos verticales y horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos verticales. c) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos horizontales. | 47 |
| 17 | a) Modelo obtenido de la inversión usando dipolos magnéticos verticales y horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m. b) Respuesta observada y calculada de dipolos magnéticos verticales. c) Respuesta observada y calculada de dipolos magnéticos horizontales. | 48 |
| 18 | a) Modelo obtenido de la inversión usando dipolos magnéticos verticales y horizontales con separaciones de 10 m. b) Respuesta observada y calculada de dipolos magnéticos verticales. c) Respuesta observada y calculada de dipolos magnéticos horizontales. | 49 |
| 19 | Errores obtenidos para los diferentes modelos obtenidos con dipolos magnéticos horizontales. | 50 |
| 20 | Área de desarrollo de las Misiones tomado de “La frontera misional Dominicana en Baja California” (Meigs, 1994). | 54 |
| 21 | Dibujo realizado por Meigs III, “La Frontera misional Dominicana de Baja California”. | 55 |
| 22 | Croquis e imágenes desde diferentes puntos de la Misión de San Miguel Arcángel de la Frontera. Las flechas en el croquis indican la dirección en la que fue tomada cada fotografía, el número de cada fotografía corresponde al número indicado dentro de las flechas. | 56 |
| 23 | Ubicación de la misión respecto al sistema de referencia utilizado. | 57 |
| 24 | a) Adquisición de datos electromagnéticos en dirección x . b) Adquisición de datos electromagnéticos en dirección y . | 58 |

LISTA DE FIGURAS (continuación)

| Figura | | Página |
|---------------|---|---------------|
| 25 | Datos en dirección x . a) Datos de DV, $s=10$ m. b) Datos de DH, $s= 10$ m. c) Datos de DV, $s=20$ m. d) Datos de DH, $s= 20$ m. e) Datos de DV, $s=40$ m. f) Datos de DH, $s= 40$ m | 60 |
| 26 | Datos en dirección y . a) Datos de DV, $s=10$ m. b) Datos de DH, $s= 10$ m. c) Datos de DV, $s=20$ m. d) Datos de DH, $s= 20$ m. e) Datos de DV, $s=40$ m. f) Datos de DH, $s= 40$ m. | 61 |
| 27 | Respuesta calculada para modelos con datos en dirección x . a) Datos de DV, $s=10$ m. b) Datos de DH, $s= 10$ m. c) Datos de DV, $s=20$ m. d) Datos de DH, $s= 20$ m. e) Datos de DV, $s=40$ m. f) Datos de DH, $s= 40$ m | 64 |
| 28 | Respuesta calculada para modelos con datos en dirección y . a) Datos de DV, $s=10$ m. b) Datos de DH, $s= 10$ m. c) Datos de DV, $s=20$ m. d) Datos de DH, $s= 20$ m. e) Datos de DV, $s=40$ m. f) Datos de DH, $s= 40$ m | 65 |
| 29 | Modelos de conductividad utilizando diferentes conjuntos de datos de la Misión de San Miguel Arcángel. | 67 |
| 30 | Modelos de conductividad utilizando diferentes conjuntos de datos de la Misión de San Miguel Arcángel. | 68 |
| 31 | Errores calculados para los diferentes grupos de datos. | 70 |
| 32 | Modelo de conductividades utilizado para la interpretación final. | 71 |

I. INTRODUCCIÓN

I. Introducción

Desde su origen el hombre se ha interesado en el conocimiento de su entorno, parte de este interés es debido a la inquietud natural de comprenderlo, pero quizá lo que más impulsa este conocimiento es satisfacer sus necesidades. Es por esto, que el comprender los fenómenos que rigen la naturaleza es de gran importancia, pues de esto depende el mejor aprovechamiento de los recursos naturales. El estudio de la Tierra, por ser el lugar en el que habitamos, en su totalidad tiene gran importancia, pero es en la corteza terrestre en donde se encuentran los principales recursos naturales que son vitales para el hombre. Tal es el caso del agua, minerales, combustibles y calor.

Con el paso del tiempo las técnicas para explorar la tierra han ido mejorando y las exigencias cada vez son mayores. Para el conocimiento de la Tierra, se han desarrollado una gran diversidad de técnicas que involucran análisis de muestras tomadas directamente de ella, o estudios a través de mediciones indirectas. En el estudio de la Tierra de forma indirecta se recurre a mediciones y análisis de sus fenómenos y propiedades físicas, incluso se puede hacer uso de campos inducidos artificialmente. Dentro de los campos y propiedades que pueden ser medidas están el campo magnético y gravimétrico, o las propiedades electromagnéticas, elásticas y radioactivas de las rocas.

La ciencia que tiene como objeto de estudio la Física de la Tierra, es la Geofísica, su campo de trabajo es muy amplio y puede estudiar el interior como el exterior la Tierra, o enfocarse

en propiedades físicas específicas, incluso existen equipos de trabajo especialmente dedicados al desarrollo de tecnología y equipos de medición.

La Geofísica, por ser una ciencia que estudia la tierra de forma indirecta, depende de mediciones que son realizadas en la superficie. El principal objetivo de hacer un levantamiento de datos geofísicos es hacer una interpretación de ellos, es decir, obtener un modelo del subsuelo que reproduzca esos datos. Esto puede ser sumamente complicado, ya que puede existir una infinidad de modelos que los reproduzcan, por lo que el modelo obtenido debe ser validado con información geológica.

La interpretación de los datos puede realizarse mediante la solución del problema directo o inverso. A la solución del problema directo generalmente se le denomina *modelado*, y consiste en obtener un modelo cuya respuesta sea similar a los datos obtenidos. Para poder realizar dicha evaluación es necesario conocer una expresión matemática que pueda simular la respuesta del modelo, cada modelo obtenido puede ser actualizado bajo criterios cualitativos mediante prueba y error.

En el caso del problema inverso, a partir de las mediciones se trata de encontrar un modelo que las justifique. Generalmente se parte de un modelo inicial y se va actualizando automáticamente usando criterios cuantitativos, lo que reduce el trabajo respecto al modelado directo. Sin embargo, debido a que la inversión es un proceso matemático se pueden obtener modelos irreales, por lo que es necesario poner condiciones al modelo para

evitar que sea absurdo, las restricciones geológicas pueden ayudar para obtener un modelo cercano al real.

La inversión cada vez ofrece mejores resultados, y los avances tecnológicos han ayudado a que se puedan desarrollar algoritmos que faciliten la solución del problema. Sin embargo, el avance tecnológico es sólo una parte de las limitaciones que se pueden presentar en el desarrollo de algoritmos de inversión. La teoría que usan estos algoritmos también presenta grandes limitaciones, debido a la complejidad de los fenómenos físicos y la infinidad de variantes en la geología del subsuelo (dimensiones). Se puede realizar la inversión considerando variaciones de la propiedad física en una, dos o tres direcciones del subsuelo. Evidentemente al considerar tres direcciones la cantidad de variantes aumenta considerablemente, por lo que la inversión en tres dimensiones (3D) es más compleja.

Son pocos los algoritmos de inversión desarrollados en métodos electromagnéticos someros o a bajos números de inducción, Pérez-Flores en 1995 plantea ecuaciones para inversión en 2D haciendo una aproximación para bajos contrastes de conductividad. En el 2003 Ricardo-Carpio plantea las ecuaciones para inversión en 3D y desarrolla un algoritmo para invertir datos electromagnéticos y eléctricos en 3D. En 1D esta el modelado realizado por McNeill (1980).

Como mencionamos anteriormente pueden existir diferentes modelos que justifiquen nuestras mediciones, pero al obtener modelos del subsuelo con diferentes métodos geofísicos se observan diferencias que pueden ser esperadas debido a la sensibilidad que

cada método tiene a las distintas propiedades físicas. Incluso es posible tener diferencias al aplicar técnicas distintas y que son sensibles a la misma propiedad física, esto debido a los efectos producidos por la diferencia de arreglos entre fuente y receptor, además de los efectos producidos por el uso de diferentes fuentes y receptores. Pero no resulta tan claro para el caso de levantamientos realizados con el mismo método. Partiendo de esta idea, surge la inquietud de hacer un análisis de las diferencias entre levantamientos realizados con el mismo método, este análisis está enfocado en sistemas electromagnéticos en función de la direccionalidad de los datos y escala del sistema electromagnético. Con escala nos referimos al área de influencia del sistema electromagnético respecto a los cuerpos de interés.

Al hablar de direccionalidad nos referimos a la alineación de los cuerpos y la dirección de la adquisición de los datos. Si bien es cierto que en la mayoría de los casos no tenemos información de la geometría de nuestros objetivos, habrá ocasiones en las que se tengan indicios de ellos, y en este caso nuestros resultados pueden contribuir a una mejor planeación en la adquisición.

La diversidad de los equipos de electromagnéticos someros radica principalmente en la forma de la fuente y receptor, pero considerando su zona de influencia, existen equipos diseñados para diferentes fines. Algunos son especialmente diseñados para exploración a detalle. En este caso los objetivos son superficiales y pequeños; y hay equipos cuya zona de influencia es mayor, por lo que son usados para cuerpos más grandes y profundos (mayor escala). Pensar en el uso de equipos con reducida zona de influencia para levantamientos de

mayor escala no es posible debido a las limitaciones de los equipos. Aún cuando se pueda optimizar el levantamiento no es posible aumentar la penetración. Pero pensar en el uso de equipos de mediana escala para levantamientos a detalle puede ser posible, debido a que las mediciones de estos equipos contienen información desde la superficie hasta la máxima penetración que se puede obtener debido a las condiciones del subsuelo y al diseño del equipo. Sin embargo, mucha de la corriente se dispersa y la resolución disminuye. Parte de nuestro trabajo consiste en un análisis de los efectos de la escala, tratando de dar paso a equipos de mediana escala en la exploración a detalle, lo que resulta una opción adicional para grupos de trabajo que sólo cuentan con estos equipos.

Para el desarrollo de este trabajo se realizaron pruebas con modelos sintéticos, y posteriormente se hace un análisis a datos reales. Se eligió una zona arqueológica como área de estudio, lo cual resulta interesante para el análisis de escala debido al tamaño de las estructuras arqueológicas, y no presenta ninguna desventaja para el análisis de dirección. Además de abrir las posibilidades en la aplicación de métodos geofísicos a la exploración arqueológica, y particularmente contribuir a los estudios realizados por el INAH en la Misión de San Miguel Arcángel de a Frontera.

I.2 Objetivos

Para el desarrollo de este trabajo fueron planteados los siguientes objetivos:

- Hacer exploración de detalle empleando un equipo diseñado para exploración somera, no para exploración superficial.
- Por medio de un análisis de escala, es decir, considerando el tamaño de los cuerpos con la distancias entre fuente y receptor, identificar las separaciones preferenciales para la recuperación de cuerpos pequeños y superficiales, así como la importancia de la inversión en la definición de estos cuerpos.
- Mediante un análisis de direccionalidad en la adquisición de los datos, identificar las posibilidades de tener alguna dirección preferencial que pueda contribuir a la resolución de cuerpos asimétricos.
- Probar los puntos anteriores considerando un caso real, para ello se considera una zona arqueológica en la que se tiene como objetivo la localización de los cimientos ocultos de los muros de la Misión de San Miguel Arcángel de la Frontera.

I.3 Metodología

Para cumplir con los objetivos planteados se propuso realizar pruebas con modelos conocidos y con los datos reales. En el análisis de escala se analizaron respuestas obtenidas con diferentes separaciones entre fuente y receptor (s), las separaciones consideradas son: 1, 2, y 4 m y 10, 20 y 40 m.

Los modelos propuestos fueron elegidos para facilitar el análisis de direccionalidad, sin embargo se usaron los mismos modelos para el de escala. Estos modelos consisten en prismas conductores inmersos en un medio resistivo, y son ubicados superficialmente. En el primer modelo, el prisma está alineado en dirección x , en el segundo, la alineación es en dirección y , y el tercero, es un cuerpo que incluye los dos casos anteriores, una parte alineada en x y otra en y . Las dimensiones del modelo son similares a las de la zona arqueológica estudiada.

Los tres temas estudiados, escala, direccionalidad y datos reales, son analizados con diferentes grupos de datos. Se realizó la inversión para cada uno de ellos y en los casos de escala y direccionalidad, se calcularon respuestas de los modelos propuestos. Estos grupos se crearon considerando dipolos horizontales y verticales, separaciones entre fuente-receptor y dirección de la medición. En el esquema siguiente se muestra como fueron divididos los datos para la generación de los modelos analizados.

Para los modelos conocidos sólo se consideraron datos en dirección x dado que con los modelos propuestos era equivalente a hacerlo en dirección y .

$$\begin{array}{l}
 \textbf{Modelo propuesto} \\
 \textit{(cuerpo alineado en } x, \textit{ alineado en } y, \textit{ o en ambas direcciones)}
 \end{array}
 \left\{ \begin{array}{l}
 \text{Dipolos verticales} \left\{ \begin{array}{l} x \\ \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ m, } 2 \text{ m, } 4 \text{ m} \\ 10 \text{ m, } 20 \text{ m, } 40 \text{ m} \end{array} \right. \end{array} \right. \\
 \\
 \text{Dipolos horizontales} \left\{ \begin{array}{l} x \\ \left\{ \begin{array}{l} 1 \text{ m, } 2 \text{ m, } 4 \text{ m} \\ 10 \text{ m, } 20 \text{ m, } 40 \text{ m} \end{array} \right. \end{array} \right.
 \end{array} \right.$$

Para el caso de datos de campo, se tomaron datos con el equipo de electromagnéticos someros del departamento de geofísica Aplicada. Este equipo es el modelo EM-34 de la compañía Geonics, está restringido a separaciones de 10, 20 y 40 m y fue diseñado para objetivos mineros de regular tamaño y no tan superficiales (alrededor de 30 m). Se tomaron los datos en líneas en dirección x y y (aproximadamente N-S y E-W), esto para ver diferencias en la direccionalidad de los datos. Se tomaron datos con las modalidades de dipolos verticales y horizontales, la densidad de muestreo fue mayor para separaciones de 10 m. Las mediciones con 40 m presentaron más problemas debido a que el área está limitada por una malla ciclónica, y en algunos casos la fuente y receptor quedaban separados por la malla. Esto además de las complicaciones en la adquisición, nos hace pensar que dichos datos tendrán mayor ruido por la influencias de la malla metálica, considerando lo anterior se realizó inversión con datos de 10 m, excluyendo los de 20 y 40 m por considerarlos con más ruido.

Se hizo inversión en forma individual con los datos orientados en x y y , también separando dipolos horizontales y verticales, esto con el objeto de ver diferencias en los modelos al usar diferentes grupos de datos. Se obtuvo un modelo con todos los datos, analizando sus ventajas y desventajas.

En el esquema siguiente se muestra la distribución de datos de campo con la que fueron generados los modelos analizados.

$$\text{Datos reales} \left\{ \begin{array}{l} \text{Dipolos verticales} \left\{ \begin{array}{l} x \left\{ 10 \text{ m}, 20 \text{ m}, 40 \text{ m} \right. \\ y \left\{ 10 \text{ m}, 20 \text{ m}, 40 \text{ m} \right. \end{array} \right. \\ \\ \text{Dipolos horizontales} \left\{ \begin{array}{l} x \left\{ 10 \text{ m}, 20 \text{ m}, 40 \text{ m} \right. \\ y \left\{ 10 \text{ m}, 20 \text{ m}, 40 \text{ m} \right. \end{array} \right. \end{array} \right.$$

II. TEORÍA

II.1 Introducción

Esta tesis forma parte de la continuidad de trabajos realizados dentro del Departamento de Geofísica Aplicada del CICESE. Partiendo de las ecuaciones integrales de Gómez-Treviño (1987), en las cuales se relacionan directamente los campos con las conductividades del terreno, y no perturbaciones como lo establecen las ecuaciones de esparcimiento (Hohman, *et al.*), Pérez-Flores (1995) plantea ecuaciones de inversión 2D para bajos números de inducción. Posteriormente, Ricardo-Carpio (2003) plantea las ecuaciones para inversión 3D. Para el desarrollo de este trabajo fueron usados algoritmos de inversión 3D que se realizaron en el Departamento de Geofísica Aplicada y que funcionan con la teoría antes mencionada. En este capítulo se hace una síntesis de los planteamientos antes mencionados con los que trabajan los algoritmos usados para el desarrollo de este trabajo.

II.2 Ecuaciones para electromagnéticos a bajos números de inducción (LIN).

Para obtener las expresiones de los campos de los dipolos magnéticos se parte de las ecuaciones de Maxwell expresadas en función de los potenciales vectoriales de Schelkunoff (Ward, 1967). El desarrollo completo se puede ver en Pérez-Flores (1995).

$$\nabla \times \mathbf{H} = \sigma \mathbf{E} + i\omega \epsilon \mathbf{E} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B} \quad (2)$$

Considerando los potenciales vectoriales de Schelkunoff:

$$\mathbf{E} = -\nabla \times \mathbf{F}$$

$$\mathbf{H} = (\sigma - i\omega\epsilon)\mathbf{F} - \frac{1}{i\mu\omega} \nabla \nabla \cdot \mathbf{F}$$

F-es el potencial vectorial de Schelkunoff cuando se usa una fuente magnética

Introduciendo las dos ecuaciones anteriores en la ecuación (2), se obtiene la ecuación de Helmholtz para \mathbf{F} :

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = 0 \quad (5)$$

donde:

$$k^2 = i\omega\mu\sigma + \omega^2 \mu\epsilon$$

Debido a que las frecuencias usadas en geofísica son lo suficientemente bajas para que la parte inductiva sea muy superior a la parte de propagación, el segundo término de la ecuación anterior se puede despreciar. A esto se le llama aproximación cuasi-estática.

Al introducir el término de fuente nos queda:

$$\nabla^2 \mathbf{F} + k^2 \mathbf{F} = -J_M \quad (6)$$

J_M = densidad de corriente debida a una fuente magnética

II.2.1 Campo eléctrico debido a un dipolo magnético vertical.

Partiendo de la expresión de los campos en función de los potenciales de Schelkunoff se obtienen las expresiones para el potencial vectorial dentro del semi-espacio homogéneo (Ward, 1967). Debido a la orientación del dipolo, sólo existe campo eléctrico radial E_ϕ , y debido a que \mathbf{F} es perpendicular al campo eléctrico, en este caso sólo existe F_z .

$$F_z = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda}{\lambda + u} e^{-uz} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (7)$$

m- momento magnético

r- distancia fuente receptor

J_0 -función de Bessel de primera clase de orden cero

λ - frecuencia radial de Hankel

De esta forma el campo E_ϕ para un semi-espacio homogéneo es:

$$E_\phi = \frac{\partial F_z}{\partial r} = \frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\lambda^2}{u + \lambda} e^{-uz} J_1(\lambda r) d\lambda \quad (\text{en la tierra}) \quad (8)$$

$$u = \sqrt{\lambda^2 + i\omega\mu\sigma}$$

Por otro lado H_z para cualquier frecuencia está expresado por:

$$H_z = \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^3}{\lambda + u} e^{-u z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (9)$$

Cuando los campos son medidos en $z=0$ (en superficie) la integral tiene solución analítica (Pérez-Flores, 1995 y Mc Nelly, 1980).

$$H_z = \frac{m}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\lambda^3}{\lambda + u} J_0(\lambda r) d\lambda = \frac{m}{2\pi \lambda k^2 r^5} [9 - (9ikr - 4k^2 r^2 + ik^3 r^3) e^{ikr}] \quad (10)$$

donde:

$$k^2 = i\omega\mu\sigma$$

Expandiendo la ecuación anterior en series de Taylor y considerando sólo los primeros términos se obtiene:

$$\text{Real } [H_z] = -\frac{m}{4\pi r^3} = H_p \quad (11)$$

H_p es el campo primario

$$\text{Imag } [H_z] = \left[-\frac{m}{4\pi r^3} \right] \left[-\frac{\omega\mu\sigma r^2}{4} \right] \quad (12)$$

La ecuación (11) representa el campo magnético medido en ausencia de la tierra. Para la ecuación (12), al hacer $kr \ll 1$ el campo magnético se comporta linealmente con el número de inducción. En estos límites operan los equipos de la compañía Geonics (Mc Neill, 1980).

Trabajar con estos primeros términos es equivalente a trabajar con bajos números de inducción o bajas frecuencias, la gráfica de estas ecuaciones puede observarse en la figura 1.

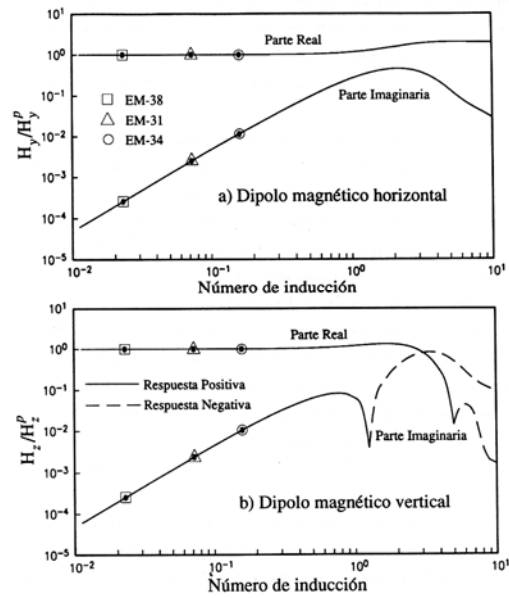


Figura 1. Variaciones de las partes real e imaginaria de los campos magnéticos total a primario en función del número de inducción para un semi-espacio homogéneo. a) Dipolo magnético horizontal. b) Dipolo magnético vertical. (Tomada de Sostenes Méndez 1997).

De la ecuación 7, para el dominio de bajos números de inducción u se reduce a λ y por lo tanto la ecuación F_z nos queda:

$$F_z = -\frac{i\omega\mu m}{2\pi} \int \frac{1}{2} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda$$

Esta integral tiene solución analítica (Gradshteyn and Ryznik, 1965):

$$F_z = -\frac{i\omega\mu m}{4\pi} \left[\frac{1}{(z^2 + r^2)^{1/2}} \right] \quad \text{para } z > 0$$

Entonces el campo eléctrico nos queda:

$$E_\phi = -\frac{\partial F_z}{\partial r} = \frac{i\omega\mu m}{4\pi} \frac{r}{(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

II.2.2 Campo eléctrico debido a un dipolo magnético horizontal

Al igual que para el caso de un dipolo magnético vertical, el cálculo del campo debido a un dipolo magnético horizontal se hace partiendo de los potenciales de Schelkunoff. Para un dipolo orientado en la dirección de x , sólo existen las componentes F_y y F_z (Ward, 1967). Para este caso no existe simetría cilíndrica por lo que todo se resuelve con coordenadas cartesianas. Las componentes en el aire son (E_x, E_y, E_z) , pero dentro del semi-espacio se inducen $(E_x, E_y, 0)$ debido a la condición de frontera entre aire y tierra. Considerando el eje del dipolo en dirección y , los campos en función de los potenciales de Schelkunoff son (Pérez-Flores, 1995):

$$E_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \quad (13)$$

$$E_y = -\frac{\partial F_z}{\partial x} \quad (14)$$

Dentro del semiespacio homogéneo F_y y F_z son expresadas como:

$$F_z = 2c \int_0^{\infty} \frac{\mu_1 k_0^2}{u_0 \mu_0 k_1^2 + u_1 \mu_1 k_0^2} e^{-uz} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$c = \frac{m\mu\omega}{4\pi}$$

$$F_z = -2c \frac{\partial}{\partial y} \int_0^{\infty} \frac{\mu_0 \mu_1}{u_0 \mu_1 + u_1 \mu_0} \cdot \frac{k_1^2 - k_0^2}{u_0 \mu_0 k_1^2 + u_1 \mu_1 k_0^2} e^{-u_1 z} \lambda J_0(\lambda r) d\lambda$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Estas expresiones son para el contacto de dos semi-espacios con frontera plana, pero como el semi-espacio superior es aire: $k_0^2 = i\omega\mu_0\sigma_0$ y $\sigma_0 = 0$; suponiendo que el aire no es conductor y además $\mu_1 \cong \mu_0 = \mu$ y $u_0 \cong \lambda$. Para el dominio de bajos números de inducción $F_y=0$ en la tierra y sólo queda F_z .

$$F_z = c \frac{y}{r} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_1(\lambda r) d\lambda \quad \text{para } z \geq 0$$

Para bajos números de inducción $u=\lambda$, $\frac{\omega\mu\sigma}{\lambda^2} \ll 1$ y la ecuación tiene solución analítica

(Gradshteyn and Ryznik, 1965), haciendo $R = \sqrt{r^2 + z^2}$:

$$F_z = c \frac{y}{r} \cdot \frac{R - z}{rR} \tag{15}$$

como sólo existe F_{z1} y sustituyendo (15) en (13) y (14):

$$E_y = cxy \left(\frac{2}{r^4} - \frac{2z}{r^4 R} - \frac{z}{r^2 R^3} \right) \quad (16)$$

$$E_x = c \left(\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2 R} - \frac{2y^2}{r^4} + \frac{y^2 z}{r^2 R^3} + \frac{2y^2 z}{r^4 R} \right) \quad (17)$$

II.2.3 Ecuación integral para modelado con el EM-34.

Con estos equipos se mide la derivada temporal del campo magnético y automáticamente hace cálculos para obtener un valor de conductividad aparente. Estas conductividades aparentes representan la conductividad promedio de un gran volumen de terreno. Así entre mayor sea la separación de las bobinas mayor será el volumen involucrado.

Pérez-Flores (1995) plantea la ecuación integral exacta válida para estos equipos y posteriormente aplica la aproximación de bajos contrastes de conductividad. Parte de la ecuación de dispersión para el campo magnético y considerando que el campo magnético medido sobre un semi-espacio es (Esparza y Gómez-Treviño, 1987):

$$\sigma = p' B_z \quad (18)$$

donde:

$$p' = \frac{i16\pi}{m\mu^2\omega}$$

Con la ecuación anterior podríamos obtener la conductividad de un semi-espacio homogéneo a partir de la medición en campo. De no tratarse de un semi-espacio, al usar la

ecuación anterior obtendríamos la conductividad debida a un semi-espacio que no existe pero que es equivalente al semi-espacio homogéneo promedio observado por la medición.

Aplicando la ecuación (18) para la ecuación integral de Gómez-Treviño (1987), nos queda:

$$\sigma_a(r_1, r_2) = p' \int_v G_B(r_2, r, \sigma) \cdot E(r_1, r, \sigma) \sigma(r) d^3 r \quad (19)$$

donde:

$\sigma_a(r_1, r_2)$ *conductividad aparente en el límite resistivo, entre la fuente en r_1 y el receptor en r_2*

$\sigma(r)$ *distribución de conductividad para el semi-espacio*

$E(r)$ *campo eléctrico total suponiendo la presencia del cuerpo anómalo*

G_B *función de Green suponiendo que el cuerpo anómalo está presente*

II.2.4 Aproximación para bajos contrastes de conductividad

En el límite resistivo o bajos números de inducción, las expresiones de los campos eléctricos sobre un semi-espacio homogéneo, producidos por dipolos magnéticos vertical y horizontal, resultan ser más simples. Si se suponen bajos contrastes de conductividad entre el cuerpo y la conductividad del medio, se puede aproximar el campo eléctrico que se calcula dentro del cuerpo (no conocido), a un campo debido a un semi-espacio homogéneo, medido dentro del cuerpo.

Considerando bajos contrastes de conductividad el Kernel de la ecuación integral no depende de la conductividad. Para hacer la inversión Pérez-Flores (1995) usó la ecuación de Gómez-Treviño (1987) que relaciona linealmente la conductividad aparente y la conductividad del subsuelo a través de una función de peso.

La ecuación (19) se puede expresar como la debida al semi-espacio homogéneo más un término de segundo orden:

$$\sigma_a(r_1, r_2) = p' \int_v G(r_2, r) \cdot E(r_1, r) \sigma(r) d^3r + \Re \quad (20)$$

Ahora la función de Green y el campo eléctrico están evaluados suponiendo que el cuerpo anómalo no está presente. Esto es, que se evalúan para un semiespacio homogéneo.

II.2.5 Ecuación integral aproximada para dipolo magnético vertical 3D.

La ecuación integral puede ser expresada como un producto de campos:

$$\sigma_a = p' \int \frac{E_2(r_2, r)}{i\omega m_B} \cdot E_1(r_1, r) \sigma(r) dv \quad (21)$$

$E_1(r_1, r)$ es el campo eléctrico inducido por la fuente en el subsuelo

$E_2(r_2, r)$ es el campo eléctrico debido a un dipolo magnético de momento unitario colocado en el receptor.

Retomando la ecuación anterior y haciendo el producto de los campos (Ricardo-Carpio, 2003), se obtiene la ecuación para estructuras tridimensionales usando dipolos magnéticos verticales (22).

$$E_2 = \frac{i\omega\mu m_B}{4\pi} \left[\frac{r_2}{(r_2^2 + z^2)^{3/2}} \right] \phi_2$$

$$E_1 = \frac{i\omega\mu m_B}{4\pi} \left[\frac{r_1}{(r_1^2 + z^2)^{3/2}} \right] \phi_1$$

$$\phi_1 = \frac{(y - y_1)i - (x - x_1)j}{r_1}$$

$$\phi_2 = \frac{(y - y_2)i - (x - x_2)j}{r_2}$$

$$|r_2| = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2}$$

$$|r_1| = \sqrt{(x_1 - x)^2 + (y_1 - y)^2}$$

x_1 =posición en x de la fuente

x_2 =posición en x del receptor

y_1 =posición en y de la fuente

y_2 =posición en y del receptor

(x,y,z) un punto cualquiera dentro del subsuelo

$$\sigma_a(r) = \frac{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}{\pi} \int_v \frac{(y - y_1)(y - y_2) + (x - x_1)(x - x_2)}{\left[(x_1 + x)^2 + (y_1 - y)^2 + (z + h)^2 \right]^{3/2} \left[(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2 + (z + h)^2 \right]^{3/2}} \sigma(r) dv \quad (22)$$

$h =$ altura sobre el subsuelo

Para el caso de dipolos verticales en dirección de y , debido a que existe simetría radial las ecuaciones son las mismas que para la dirección x .

II.2.6 Ecuación integral aproximada para dipolo magnético horizontal 3D.

II.2.6.1 Dirección x .

De la ecuación (21), Pérez-Flores et al (2001) obtuvieron:

$$\sigma_a(r) = \frac{p'}{i \omega \mu_B} \int_v \{ E_x(r_1, r) E_y(r_1, r) E_y(r_2, r) \} \sigma(r) dv$$

E_x, E_y son los campos en el límite resistivo:

$$E_y(r_1, r) = c(x - x_1)(y - y_1) \left[\frac{2}{r_1^4} - \frac{2z}{r_1^4 R_1} - \frac{z}{r_1^2 R_1^3} \right]$$

$$E_y(r_2, r) = c(x - x_2)(y - y_2) \left[\frac{2}{r_2^4} - \frac{2z}{r_2^4 R_2} - \frac{z}{r_2^2 R_2^3} \right]$$

$$E_x(r_1, r) = c \left[\frac{1}{r_1^2} - \frac{z}{r_1^2 R_1} - \frac{2(y-y_1)^2}{r_1^4} + \frac{(y-y_1)^2 z}{r_1^2 R_1^3} + \frac{2(y-y_1)^2 z}{r_1^4 R_1} \right]$$

$$E_x(r_2, r) = c \left[\frac{1}{r_2^2} - \frac{z}{r_2^2 R_2} - \frac{2(y-y_2)^2}{r_2^4} + \frac{(y-y_2)^2 z}{r_2^2 R_2^3} + \frac{2(y-y_2)^2 z}{r_2^4 R_2} \right]$$

$$R_1 = \sqrt{r_1^2 + z^2}$$

$$R_2 = \sqrt{r_2^2 + z^2}$$

$$c = \frac{m\mu\omega}{4\pi}$$

II.2.6.2 Dirección y.

Para un dipolo horizontal orientado en la dirección de y se procede de manera similar que para el caso de x , sólo existen $(F_x, 0, F_z)$.

$$E_x = \frac{\partial F_z}{\partial y} \tag{23}$$

$$E_y = -\frac{\partial F_z}{\partial x} + \frac{\partial F_x}{\partial z} \tag{24}$$

$$E_x = cyx \left(\frac{2}{r^4} - \frac{2z}{r^4 R} - \frac{z}{r^2 R^3} \right) \tag{25}$$

$$E_y = c \left(\frac{1}{r^2} - \frac{z}{r^2 R} - \frac{2x^2}{r^4} + \frac{x^2 z}{r^2 R^3} + \frac{2x^2}{r^4 R} \right) \quad (26)$$

En forma explícita para la fuente y receptor queda:

$$E_x(r_1, r) = c(y - y_1)(x - x_1) \left(\frac{2}{r_1^4} - \frac{2z}{r_1^4 R_1} - \frac{z}{r_1^2 R_1^3} \right) \quad (27)$$

$$E_x(r_2, r) = c(y - y_2)(x - x_2) \left(\frac{2}{r_2^4} - \frac{2z}{r_2^4 R_2} - \frac{z}{r_2^2 R_2^3} \right) \quad (28)$$

$$E_y(r_1, r) = c \left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{z}{r_1^2 R_1} - \frac{2(x - x_1)^2}{r_1^4} + \frac{(x - x_1)^2 z}{r_1^2 R_1^3} + \frac{2(x - x_1)^2 z}{r_1^4 R_1} \right) \quad (29)$$

$$E_y(r_2, r) = c \left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{z}{r_2^2 R_2} - \frac{2(x - x_2)^2}{r_2^4} + \frac{(x - x_2)^2 z}{r_2^2 R_2^3} + \frac{2(x - x_2)^2 z}{r_2^4 R_2} \right) \quad (30)$$

II.3 Inversión.

Las ecuaciones para estructuras tridimensionales para dipolos magnéticos, se pueden plantear como un sistema de ecuaciones de la forma:

$$y = Ax$$

y el vector de observaciones totales (formado por σ_a^V y σ_a^H)

A la matriz de peso, depende de la posición fuente-receptor y de la discretización.

\mathbf{x} vector de incógnitas, constituido por las conductividades de los prismas de la discretización del semi-espacio.

Para obtener los valores de las incógnitas a partir del vector de observaciones \mathbf{y} y la matriz de pesos, Ricardo-Carpio utilizó el método de programación cuadrática de Gill *et al.*, (1986). Este método minimiza la función objetivo que consiste en la norma cuadrática de los residuales, sujeta a los límites inferior y superior en la conductividad verdadera. Es decir, minimiza:

$$F(\mathbf{x}) = \frac{1}{2} \|\mathbf{y} - \mathbf{Ax}\|^2$$

considerando $x_l \leq x \leq x_u$, de tal forma que se obtiene la solución para (\mathbf{x}) , tal que el cuadrado de los residuales sea mínimo y a su vez la solución esté dentro de los límites establecidos.

Para estabilizar, se aplica el criterio de la Navaja de Occam que consiste en minimizar la norma de las derivadas espaciales de la conductividad aparente y así obtener los modelos más simples (Parker, 1994).

II.4 Comentarios.

El desarrollo matemático presentado en este capítulo forma parte de la base teórica de los algoritmos utilizados para generar los modelos de los capítulos siguientes. Como mencionamos anteriormente, este trabajo toma como base trabajos realizados previamente en el departamento de Geofísica del CICESE.

Algo adicional a los trabajos anteriores, es el análisis teórico e implementación computacional para dipolos magnéticos horizontales en la dirección y . Lo anterior fue necesario para incluirlas en el algoritmo, pues sin esta modificación no era posible realizar la inversión simultánea de datos tomados en dos direcciones distintas, lo cual era necesario para los capítulos siguientes.

III. EFECTOS DE LA ESCALA Y DIRECCIONALIDAD DEL SISTEMA ELECTROMAGNÉTICO

III.1 Introducción

La diversidad de objetivos que son explorados con métodos electromagnéticos, pueden ser diferenciados de acuerdo a su tamaño, lo que ha dado origen a equipos especialmente diseñados para exploración de cuerpos superficiales y pequeños, o de mayor tamaño y profundidad. Las diferencias entre estos equipos radican en el volumen del subsuelo involucrado en la medición, que a su vez depende del tipo de fuente y receptor. Así, las mediciones con equipos diseñados para objetivos de menor escala tienen información de la parte superficial del terreno, por lo que las mediciones estarán más aisladas, a diferencia de las tomadas con equipos de mayor escala, que tiene información de la parte superficial pero al mismo tiempo de los cuerpos más profundos.

El análisis realizado en este trabajo fue hecho con métodos electromagnéticos usando bobinas coplanares como fuente y receptor. La separación entre ellas es variada y está relacionada con la profundidad de penetración que además depende de las propiedades electromagnéticas del terreno.

Para el análisis de escala fueron realizadas pruebas con diferentes separaciones entre fuente y receptor considerando modelos sintéticos, con datos en dos direcciones perpendiculares entre sí.

III.2 Efectos de escala.

Las pruebas realizadas en este capítulo fueron hechas con un modelo sintético que supone un cuerpo conductor inmerso en un medio resistivo. Se utilizó un sistema de referencia x , y , z como se observa en la figura 2. El área de trabajo es de 30 m de ancho y 24 m de largo, la conductividad del medio es de 0.01 siemens/m. En la parte central se colocó un cuerpo conductor orientado en dirección y (perpendicular a las líneas de medición) de 16 m de largo, 2 m de ancho, espesor de 2 m y conductividad de 0.12 siemens/m.

Con el modelo propuesto se realizaron pruebas de modelado directo. Para ellas se consideraron líneas paralelas en la dirección de x , con separaciones de 2 m entre si y mediciones con dipolos magnéticos verticales y horizontales cada 2 m a lo largo de las líneas.

En las figuras 3 y 4 se observan las respuestas del modelado directo para separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m, así como de 10, 20 y 40 m para dipolos magnéticos verticales y horizontales. Para facilitar la descripción denotaremos con la letra t al tamaño del cuerpo y s la separación entre fuente y receptor.

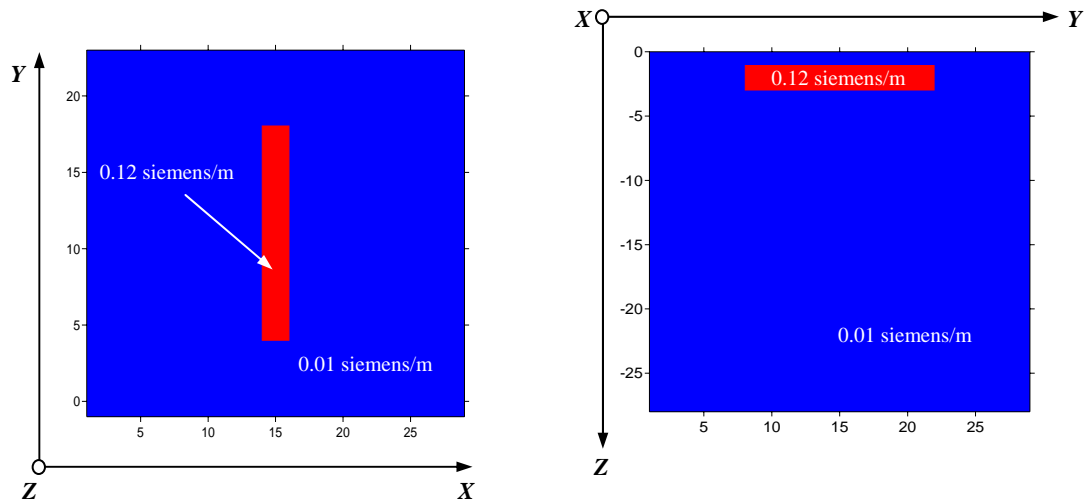


Figura 2. Vistas del modelo de estudio.

En la figura 3 se muestran anomalías para dipolos magnéticos verticales. Se puede observar que la distorsión de la anomalía conductora aumenta a mayores valores de s . Para el caso de $s=1\text{ m}$ y $s=2\text{ m}$ se puede hacer una interpretación cualitativa directamente de la respuesta observada. Es posible identificar un cuerpo conductor con forma aproximada a la de nuestro modelo dentro de un medio resistivo; para el caso de $s=4\text{ m}$ la interpretación ya no es clara, se identifica un cuerpo resistivo con en medio de dos anomalías conductoras. Para $s=10\text{ m}$, $s=20\text{ m}$ y $s=40\text{ m}$ las anomalías son más complicadas, no sólo no se puede identificar la forma del cuerpo, sino la anomalía principal es resistiva.

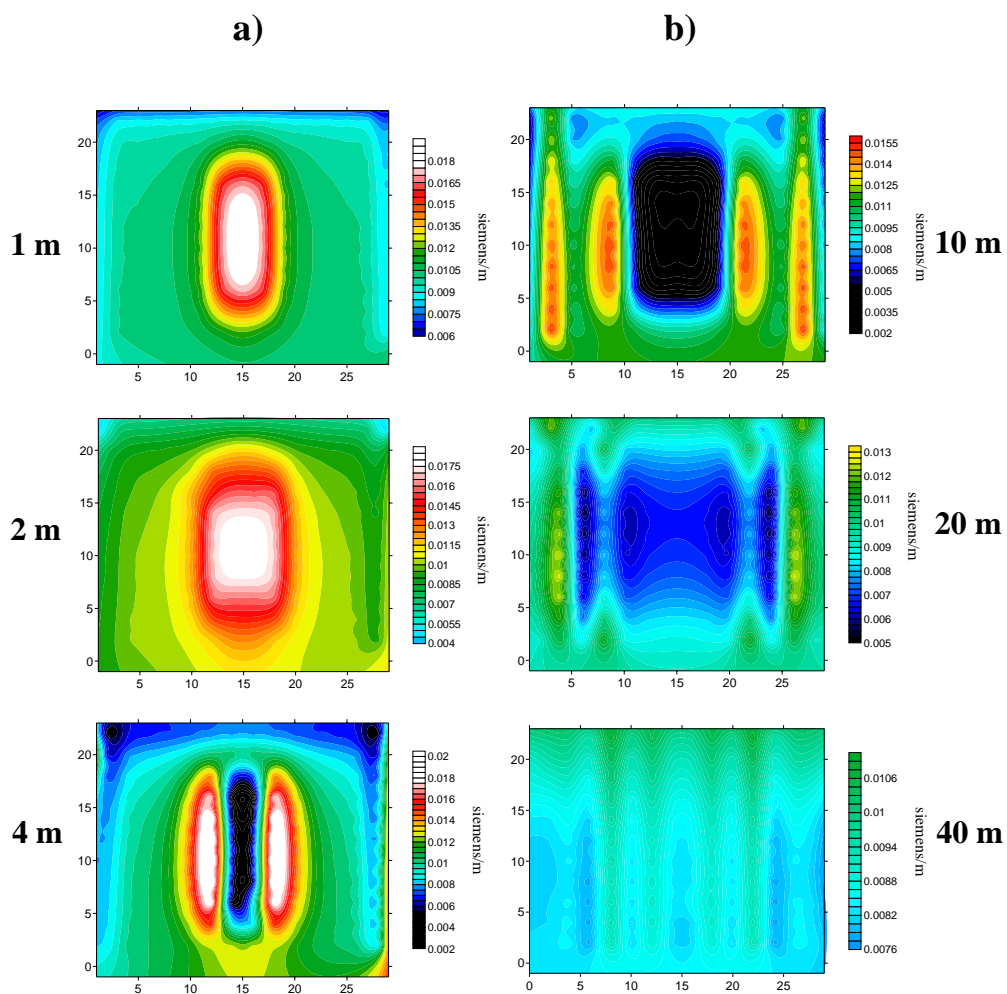


Figura 3. Respuesta observada con dipolos magnéticos verticales, a) Separaciones entre fuente y receptor de 1,2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m.

La figura 4 muestra las respuestas obtenidas para el mismo modelo y separaciones que el caso anterior, pero con dipolo magnéticos horizontales. En esta figura, para $s=1$ m, $s=2$ m y $s=4$ m, se observa que aunque hay distorsión es posible identificar un cuerpo conductor con dimensiones cercanas a las de nuestro modelo. Sin embargo para $s=10$ m, $s=20$ m y $s=40$

m, las anomalías son más distorsionadas. En general las anomalías son ligeramente más parecidas a nuestro modelo que para el caso de dipolos magnéticos verticales.

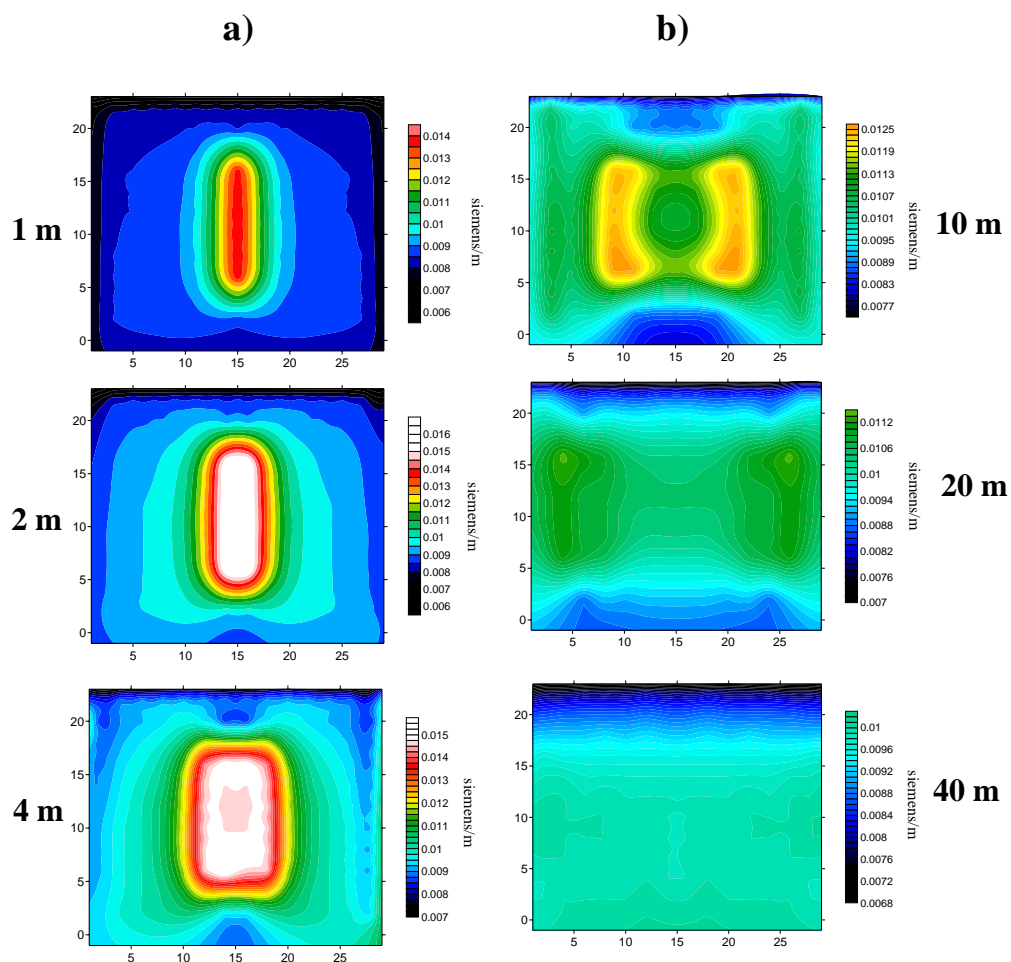


Figura 4. Respuesta observada con dipolos magnéticos horizontales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m.

III.3 Efectos de direccionalidad

Para el análisis de direccionalidad el cuerpo del modelo anterior fue rotado 90° quedando en dirección paralela a las líneas de datos (dirección x). La longitud del cuerpo es de 16 m por 2 m de ancho, 2 m de espesor y está ubicado a 2 m de profundidad. De manera similar se calcularon las respuestas para $s=1, 2, 4, 10, 20$, y 40 m para dipolos magnéticos verticales y horizontales.

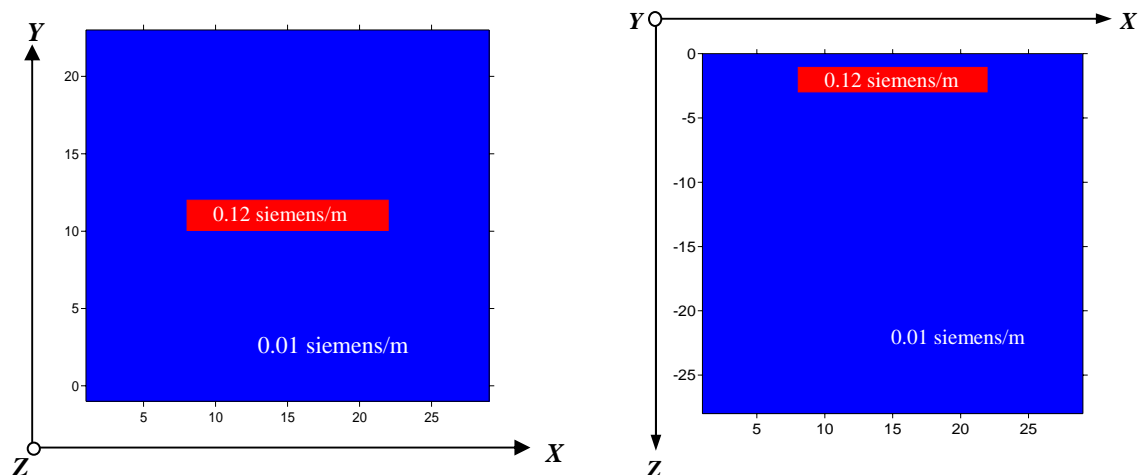


Figura 5. Vistas del modelo de estudio.

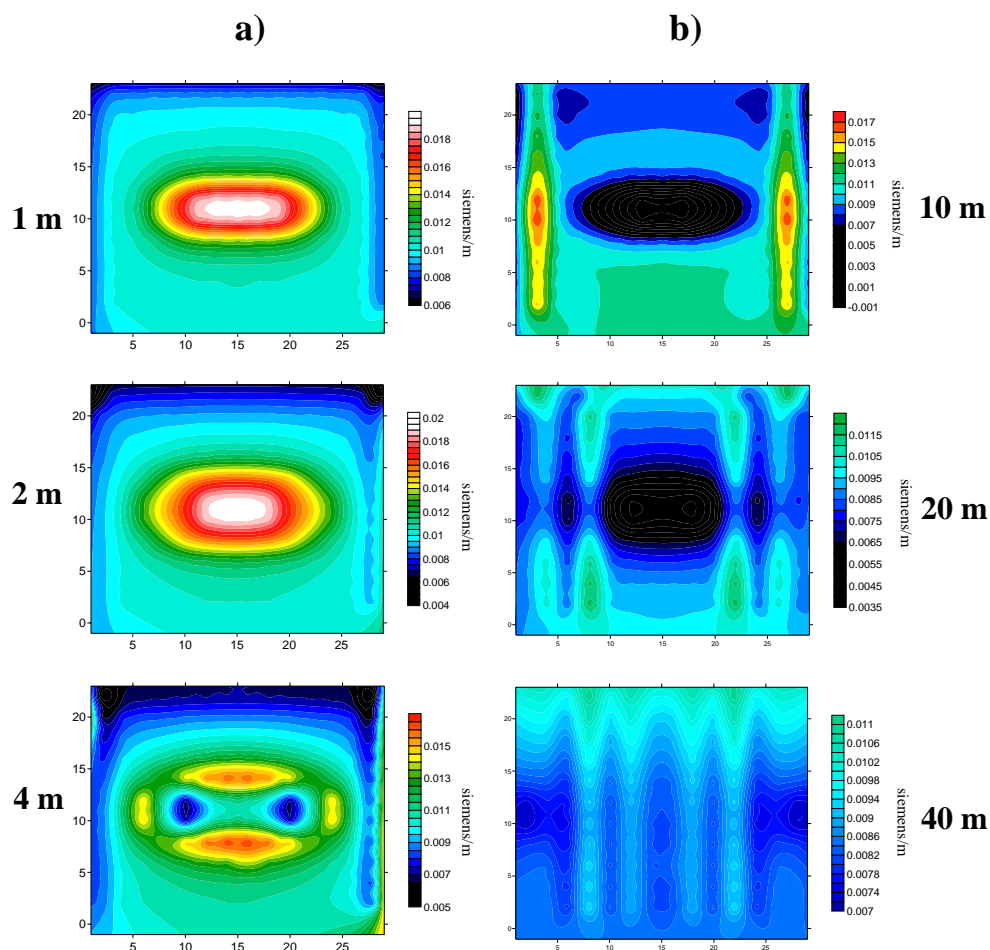


Figura 6. Respuesta observada con dipolos magnéticos verticales. a) Separaciones entre fuente y recetor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m.

En la figura 6 se muestra la respuesta para dipolos magnéticos verticales. El comportamiento de las anomalías es similar que para el caso del prisma en dirección y . Las anomalías que representan mejor el modelo propuesto son las de menor separación entre

fuente y receptor. Para separaciones mayores, el cuerpo se define resistivo y se observan anomalías que pueden ser asociadas con cuerpos conductores y resistivos.

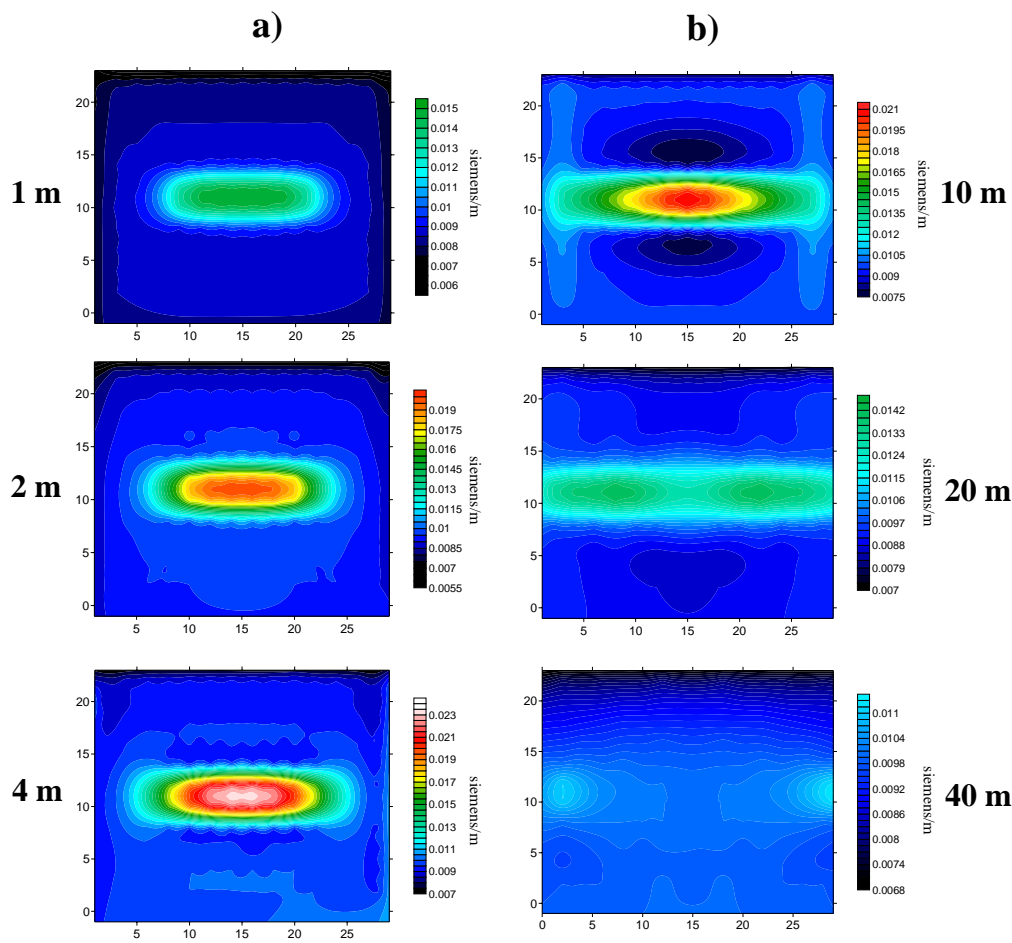


Figura 7. Respuesta observada con dipolos magnéticos horizontales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m.

Para los dipolos magnéticos horizontales (figura 7) las anomalías para los distintos valores de s presentan una tendencia constante que se puede interpretar como un cuerpo conductor alineado en dirección x . En este caso no hay cambio del cuerpo conductor a resistivo. Aún aumentando s , las anomalías son menos complejas que con dipolos verticales.

III.4 Efecto combinado de escala y direccionalidad.

Se hicieron pruebas con un tercer modelo tratando de que incluyera las condiciones de los dos modelos anteriores. Para este caso, el modelo propuesto incluye un cuerpo conductor con una parte orientada en dirección x y otra en dirección y , como se muestra en la figura 8. El ancho y espesor del cuerpo es de 2 m y esta ubicado a 2 m de profundidad.

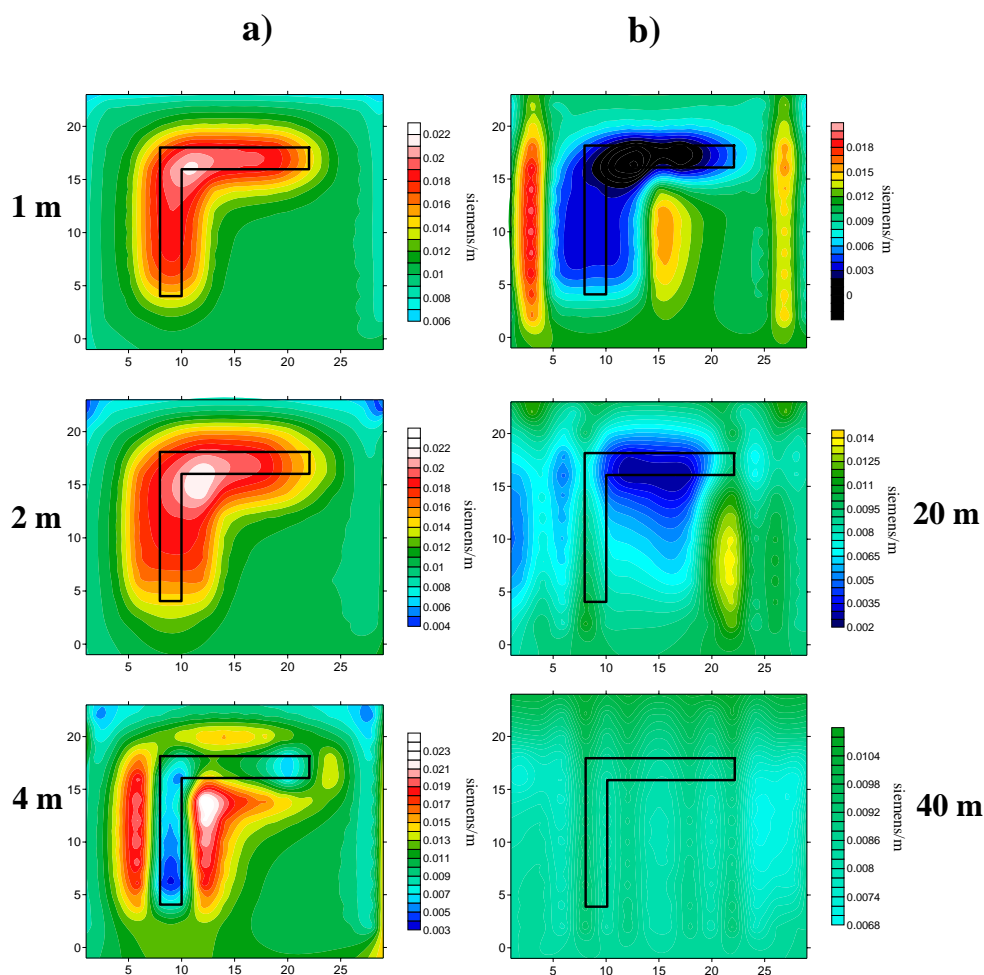


Figura 8. Respuesta observada con dipolos magnéticos verticales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m.

La figura anterior muestra la respuesta observada para dipolos magnéticos verticales para diferentes valores de s . En ellas se observa el mismo comportamiento que para los modelos anteriores. Para los valores menores de s , las anomalías representan claramente el cuerpo conductor del modelo mientras que para mayores valores de s las anomalías son distorsionadas habiendo contradicciones con la conductividad del modelo. Para $s=4$ y $s=10$ se observa una anomalía con geometría cercana a la de nuestro modelo propuesto pero con valores resistivos. Este efecto sucede de igual forma para ambas partes del modelo, tanto para la vertical como horizontal.

La figura 9 muestra las anomalías observadas para dipolos magnéticos horizontales. Para este caso se sigue apreciando mayor distorsión de las anomalías a medida que aumenta el valor de s . En este caso, no aparece una contradicción en las conductividades, a pesar de no ser clara la geometría y dimensiones del conductor. Las anomalías se conservan conductoras para todas las separaciones entre fuente y receptor.

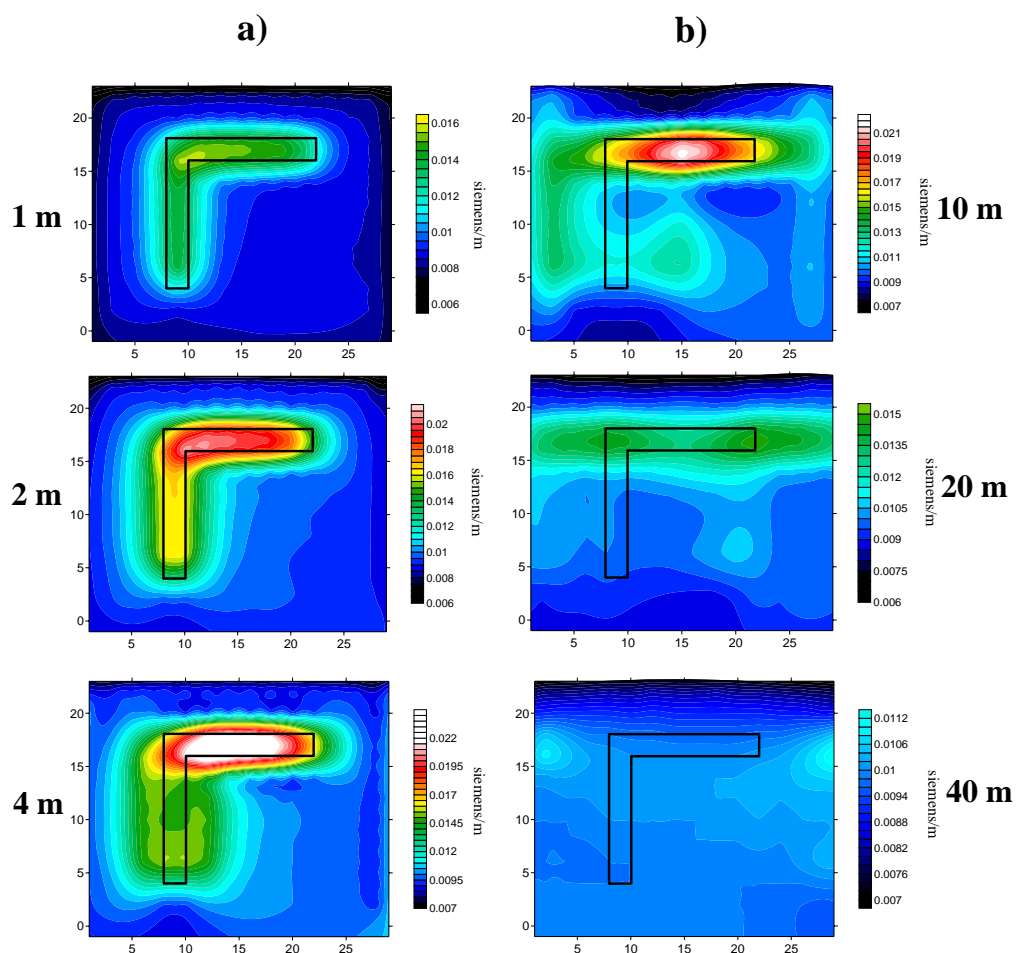


Figura 9. Respuesta observada con dipolos magnéticos horizontales. a) Separaciones entre fuente y receptor de 1, 2 y 4 m. b) Separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 m.

III.5 Conclusiones

Como hemos observado en las figuras anteriores, al hacer adquisición de datos con equipos diseñados para estudios a detalle, entre menor sea la separación entre fuente y receptor respecto a las dimensiones del cuerpo observado, será posible hacer una interpretación cualitativa directamente de las anomalías observadas.

Para el caso en el que las separaciones de fuente y receptor son mayores, será necesario recurrir a otras técnicas como la inversión para hacer una interpretación acertada.

IV. INVERSIÓN DE ANOMALÍAS PRODUCIDAS POR OBJETIVOS PEQUEÑOS

IV.1 Introducción

Como vimos en el capítulo anterior, separaciones menores entre fuente y receptor favorece la interpretación directamente de los datos. Esto parecería restar importancia a la inversión para separaciones menores. Sin embargo, una interpretación cuantitativa siempre será más útil que una cualitativa. Al no existir una relación entre s y t que nos indique cómo las anomalías serán distorsionadas, la inversión toma más importancia.

IV.2 Sistema a lo largo del rumbo

IV.2.1 Dipolos Horizontales

En este capítulo se realizó la inversión de los modelos anteriores con dipolos magnéticos verticales y horizontales de forma independiente. La figura 10 muestra el modelo obtenido con inversión y las respuestas observadas y calculadas para la inversión de dipolos magnéticos horizontales.

Las imágenes presentadas para el modelo de inversión corresponde a una planta a 2 m de profundidad de los modelos de inversión. La escala de colores es la misma para las respuestas observadas y calculadas presentadas en cada figura, sin embargo, varía entre figuras. Para el caso de los modelos de la inversión, por cuestiones de visualización, no en todos los casos fue posible considerar la misma escala de colores.

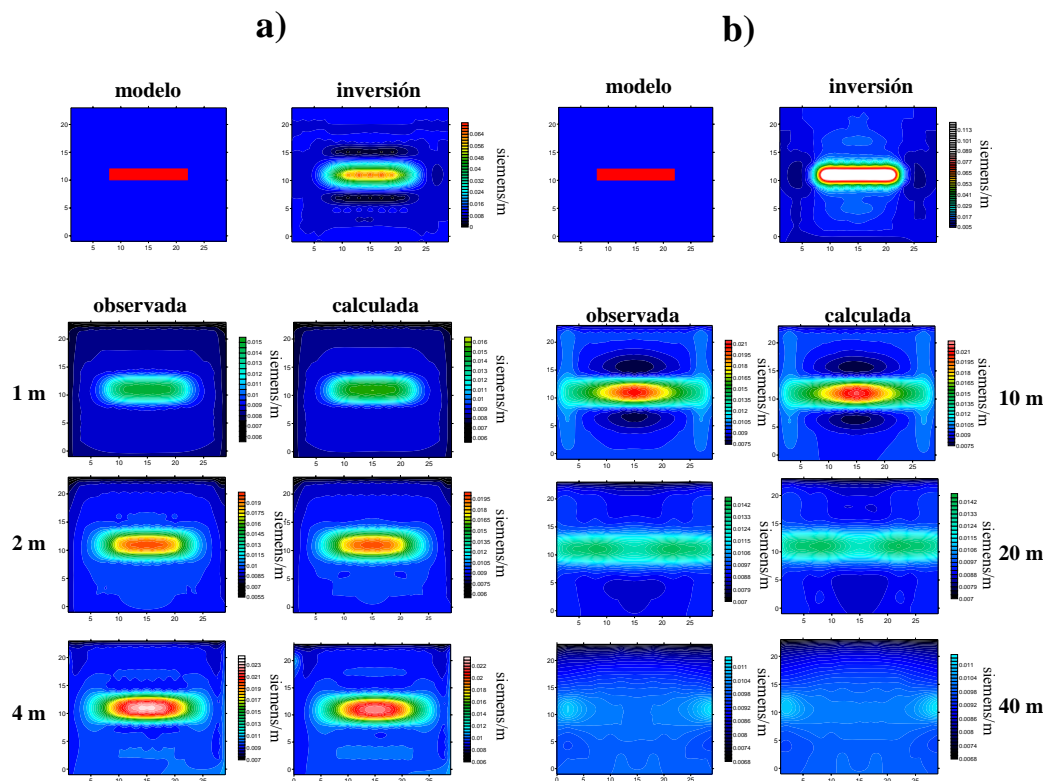


Figura 10. a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m.

En la figura anterior las respuestas observadas para $s=1$, $s=2$ y $s=4$ muestran una anomalía representativa del modelos propuesto, a diferencia de las de $s=10$, $s=20$ y $s=40$, para las que las anomalías no son tan claras. Sin embargo, el modelo obtenido de la inversión se recupera en ambos casos.

IV.2.2 Dipolos Verticales

La figura 11 muestra las conductividades observadas y calculadas así como los modelos obtenidos con la inversión de dipolos magnéticos verticales. En ella se observa que las anomalías no son tan claras como para el caso anterior. En este caso se observan anomalías más complicadas que incluso en algunos casos se presentan resistivas, sin embargo, al realizar la inversión es posible obtener un modelo similar al modelo propuesto.

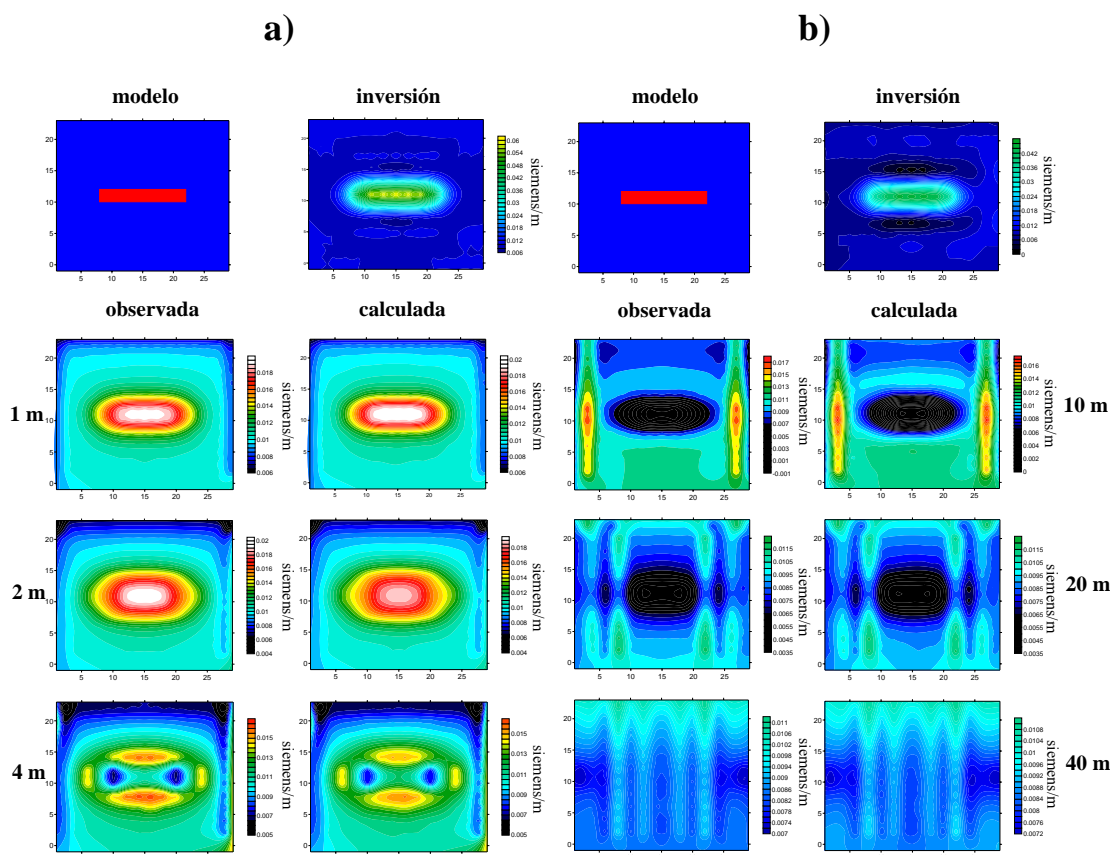


Figura 11. a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 10, 20 y 40 m.

IV.3 Sistema perpendicular al rumbo

IV.3.1 Dipolos Horizontales

En este caso, el cuerpo conductor de nuestro modelo es perpendicular a las líneas de adquisición de datos. Las anomalías observadas y calculadas así como el modelo obtenido de la inversión de dipolos magnéticos horizontales se muestran en la figura 12. Las anomalías son más dispersas y distorsionadas que para el caso en el que el cuerpo es paralelo a las líneas de adquisición. El ancho de las heterogeneidades conductoras obtenidas de la inversión es mayor que aquellas obtenidas para el caso del cuerpo horizontal.

IV.3.2 Dipolos Verticales

Las imágenes de la figura 13 se obtuvieron con el mismo modelo que en la figura anterior pero para dipolos magnéticos verticales. El comportamiento es similar al de los casos anteriores. A mayores valores de s las respuestas son menos representativas del modelo propuesto. Los modelos obtenidos de la inversión muestran claramente un cuerpo conductor con geometría muy cercana a la del modelo propuesto. En comparación con los modelos obtenidos con dipolos magnéticos horizontales, los modelos obtenidos en este caso son mejores.

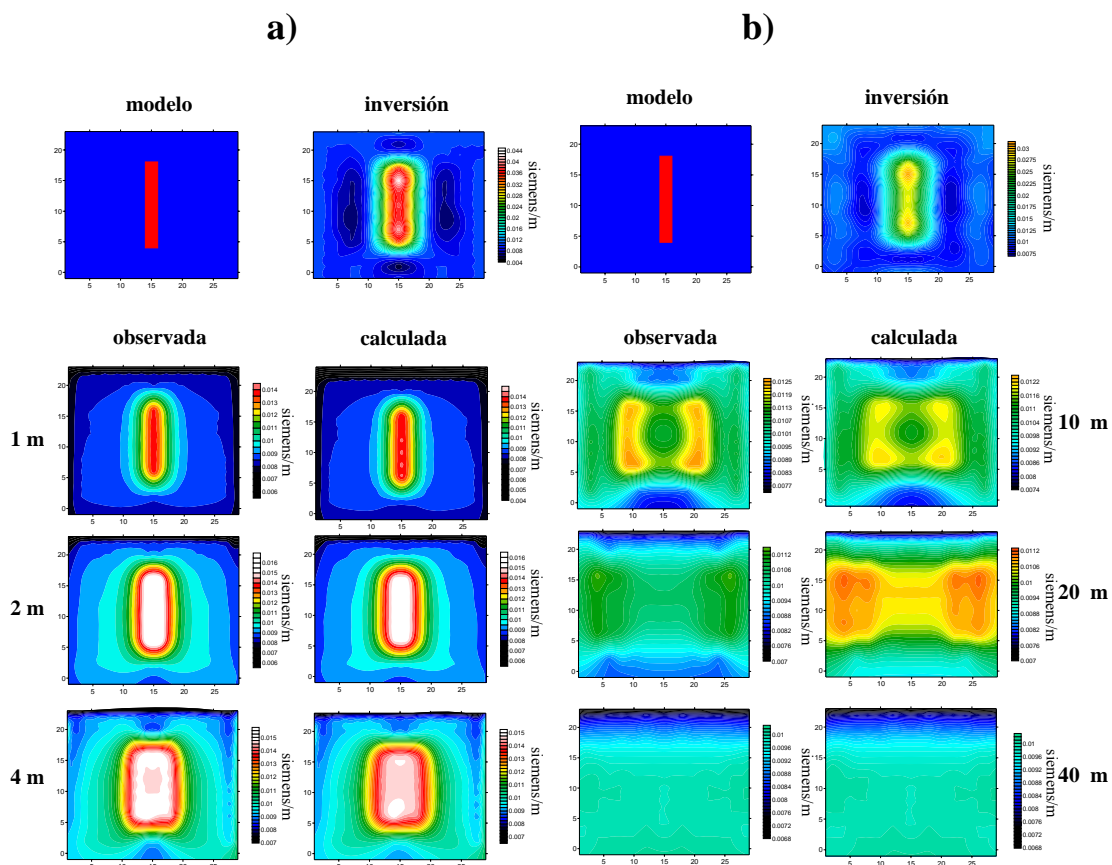


Figura I2. a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m.

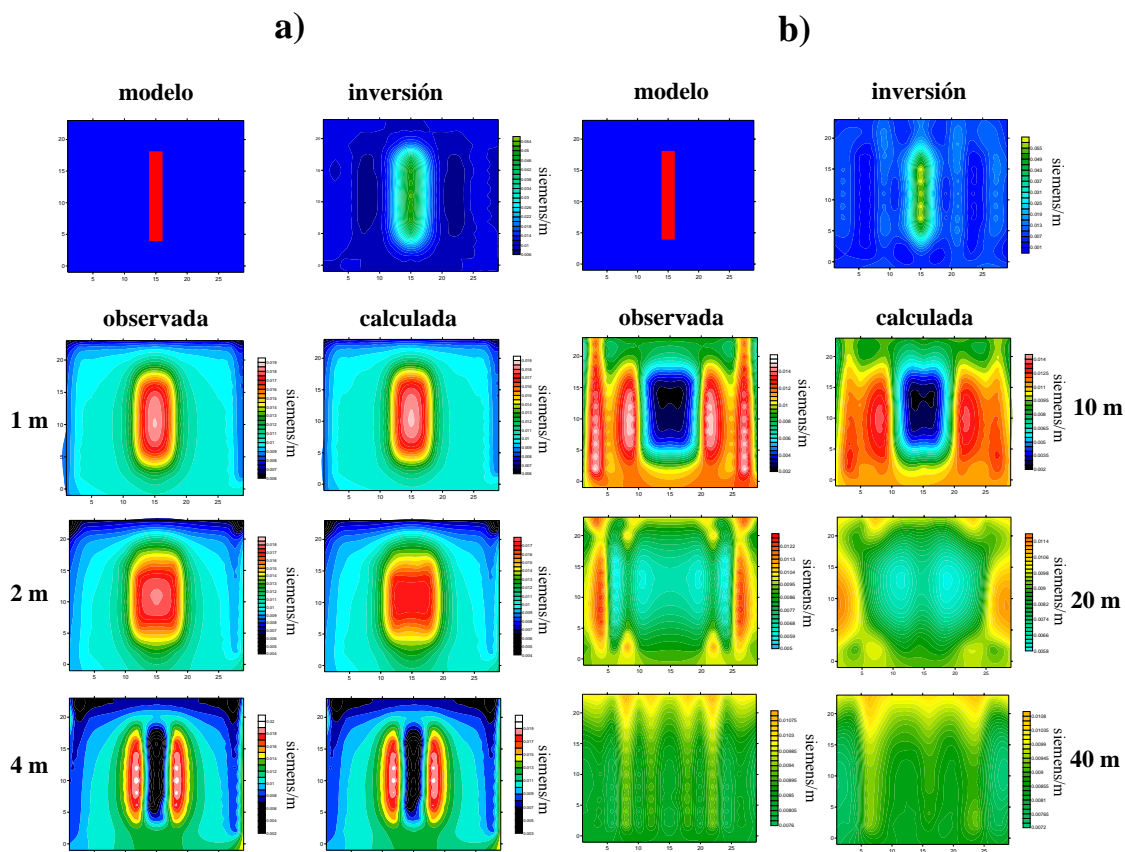


Figura 13. a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observadas y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 10, 20 y 40 m.

IV.4 Caso bidireccional

Realizando la inversión para un cuerpo que incluye una parte de cuerpo conductor en dirección x y otra en dirección y . La inversión se realizó de manera independiente para dipolos magnéticos horizontales y verticales.

IV.4.1 Dipolos Verticales

La figura 14 muestra las anomalías observadas del modelo propuesto, así como el modelo y la respuesta calculada a partir de la inversión.

En las respuestas con separaciones de 1, 2 y 4 m, los efectos para la parte horizontal como vertical son similares. Para el caso de separaciones de 10, 20 y 40 m, las anomalías son más complicadas, mostrando una ligera mejora en la definición del cuerpo horizontal con respecto a la vertical.

IV.4.2 Dipolos Horizontales

Para el caso de dipolos magnéticos horizontales el efecto mostrado entre separaciones entre fuente y receptor es similar al de los casos anteriores. En este caso, es evidente una mejor definición del cuerpo horizontal tanto en las respuestas observadas y calculadas como en el modelo obtenido de la inversión. El modelo invertido define mejor la parte en dirección x .

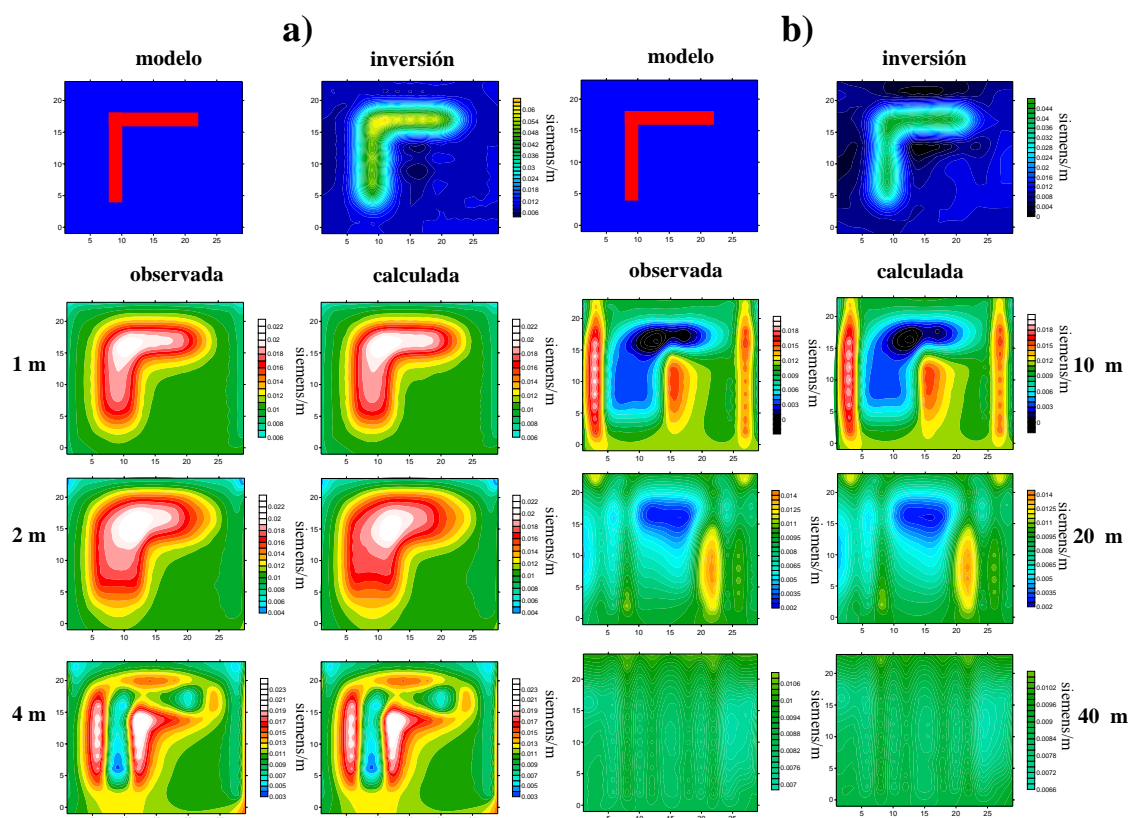


Figura 14. a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuesta observada y calculadas y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos verticales con separaciones de 10, 20 y 40 m.

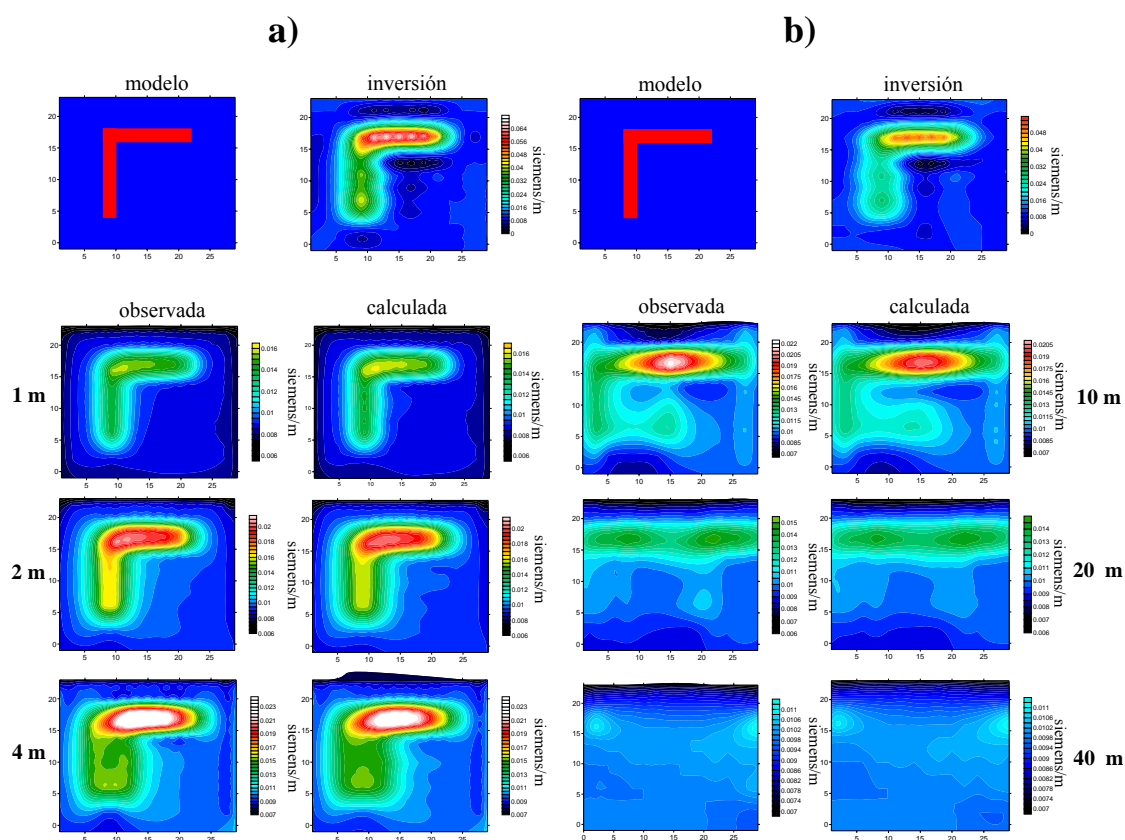


Figura 15. a) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada y modelo obtenido con inversión utilizando datos de dipolos magnéticos horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m.

IV.5 Caso completo

En este caso el modelo propuesto es el que incluye un cuerpo conductor con una parte horizontal y otra vertical. Se realizó la inversión con datos de dipolos magnéticos horizontales y verticales con separaciones de 1, 2 y 4 m. En la figura 15 se puede apreciar

que para dipolos magnéticos horizontales la definición de las anomalías es mejor que para el caso de dipolos magnéticos verticales. Para $s=4$ m las heterogeneidades conductoras no representan el modelo propuesto. El efecto de mejora para menores valores de s sigue siendo evidente para el caso de ambos dipolos. Sin embargo, es evidente que dipolos magnéticos verticales presentan una mejor definición del cuerpo horizontal. Al realizar la inversión se recupera claramente el cuerpo conductor del modelo propuesto, tanto de la parte horizontal como la vertical, que no se definía tan bien anteriormente.

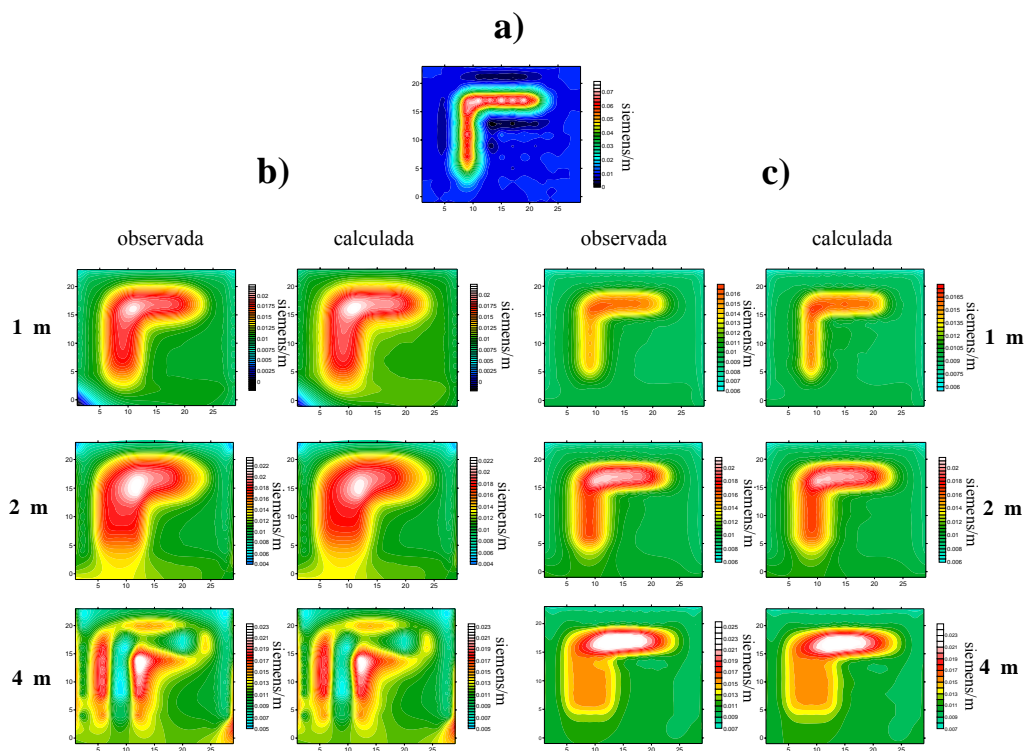


Figura 16. a) Modelo obtenido de la inversión usando dipolos magnéticos verticales y horizontales con separaciones de 1, 2 y 4 m. b) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos verticales. c) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos horizontales.

La figura 17 muestra las anomalías observadas y calculadas con datos magnéticos horizontales y verticales para separaciones de 10, 20 y 40 m. Para ambos casos las heterogeneidades conductoras no son claramente relacionables con el cuerpo propuesto. Para dipolos horizontales, el cuerpo horizontal se define ligeramente ($s=10$ m y $s=20$), pero para $s=40$ m no es posible apreciar ninguna heterogeneidad asociada al cuerpo propuesto. Al realizar la inversión el cuerpo propuesto se recupera el modelo con una ligera mejor definición del cuerpo horizontal, es decir que la inversión de dipolos horizontales y verticales ayuda a definir el cuerpo vertical.

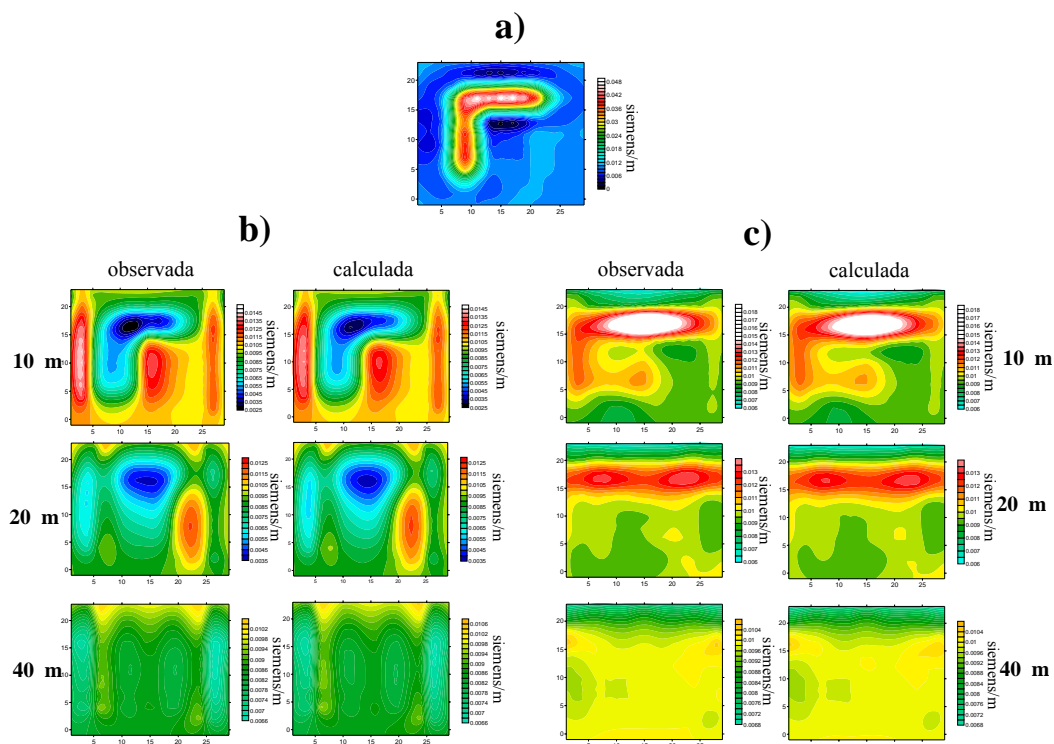


Figura 17. a) Modelo obtenido de la inversión usando dipolos magnéticos verticales y horizontales con separaciones de 10, 20 y 40 m. b) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos verticales. c) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos horizontales.

Se realizó la inversión utilizando los dipolos magnéticos horizontales y verticales únicamente para $s=10$ m. Como se observa en la figura 18 el modelo obtenido de la inversión es muy similar al modelo obtenido con datos de 10, 20 y 40 m. Para cuerpos pequeños no hay mejoría al usar 20 y 40 m.

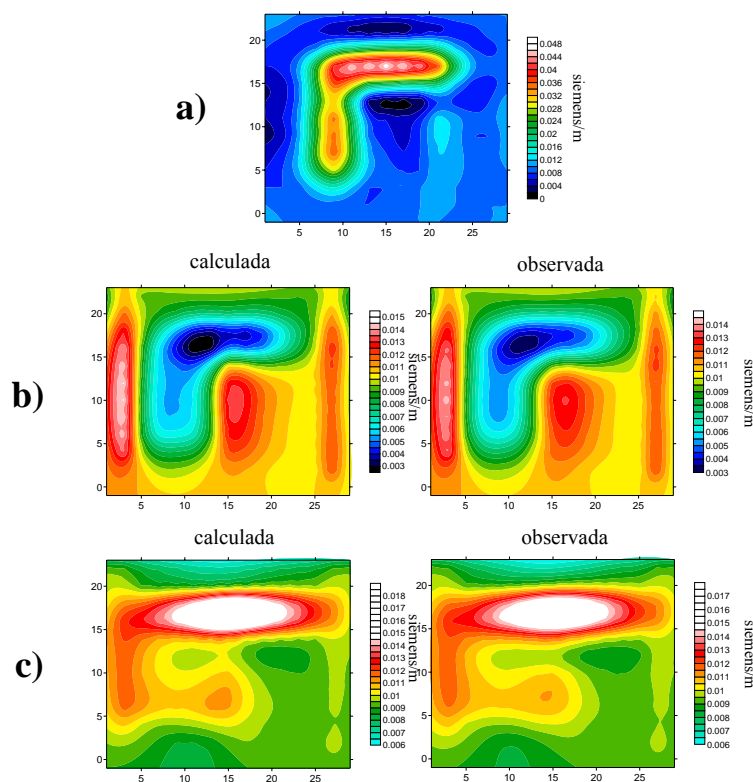


Figura 18. a) Modelo obtenido de la inversión usando dipolos magnéticos verticales y horizontales con separaciones de 10 m. b) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos verticales. c) Respuestas observada y calculada de dipolos magnéticos horizontales.

Para cada uno de los modelos presentados fue calculado el error de tres formas diferentes, por el método de RMS, normalizando con respecto a un valor de conductividad aparente

(σ_a), y también con las diferencias. Para los dos primeros casos se obtienen valores adimensionales expresados en porcentaje, para el caso de las diferencias son expresadas en siemens/m.

En la gráfica 19 se observa que el valor con respecto a una σ_a promedio es porcentualmente mayor al RMS. Esto indica que σ_a promedio está más cerca de cero que los valores que normalizan al RMS.

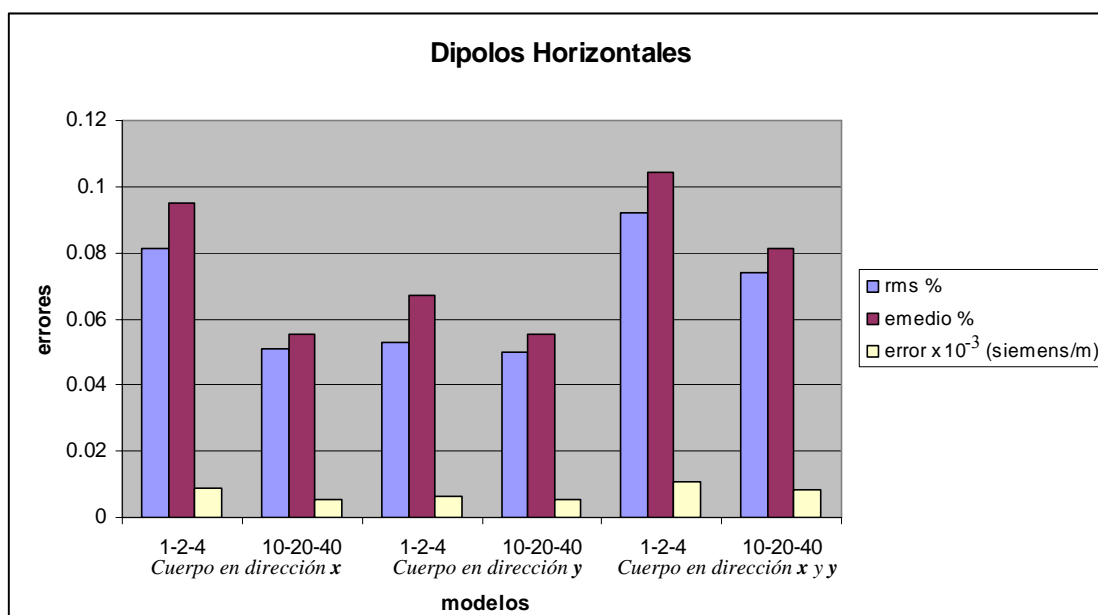


Figura 19. Errores obtenidos para los diferentes modelos obtenidos con dipolos magnéticos horizontales.

Entre los ajustes para las separaciones de 10 m, 20 m y 40 m, parece ser que hay un sobreajuste ligero, quizás por tratar de recuperar mejor los cuerpos. Mientras que para las separaciones de 1 m, 2 m y 4 m con un ajuste moderado se recuperan bien los cuerpos. De

manera similar ocurre para los modelos que combinan datos en ambas direcciones. Sin embargo, los ajustes son mayores como se esperaba, debido a que la cantidad de datos a los que deben ajustar es mayor.

IV.6 Análisis y comentarios

En los casos analizados anteriormente, los modelos obtenidos con separaciones menores (1m, 2m, 4m) son mejores que los modelos que se obtuvieron con separaciones mayores (10m, 20m, 40 m). Lo anterior resulta claro si recordamos que el cuerpo propuesto está localizado a una profundidad de 2 m, por lo que las mediciones tomadas con separaciones menores tendrán más información del cuerpo, a diferencia de los datos obtenidos con separaciones mayores, que tendrán información del cuerpo, pero también de un mayor volumen del medio.

Como se observó en los casos presentados en este capítulo, los modelos obtenidos con dipolos magnéticos horizontales presentan cuerpos con mayor dispersión que los modelos obtenidos con dipolos magnéticos verticales. En ambos casos, para dipolos magnéticos verticales y horizontales, el cuerpo paralelo al levantamiento se define mejor. Queda demostrado que la inversión es necesaria para los casos donde la separación entre fuente y receptor excede el espesor de los cuerpos.

V. APLICACIÓN ARQUEOLÓGICA

V.1 Introducción

El objetivo principal de este trabajo es hacer un análisis de la direccionalidad de los datos y de la escala de los objetivos al realizar levantamientos electromagnéticos. Así mismo, el trabajo consiste en hacer una aplicación a datos reales. La zona elegida fue un sitio arqueológico ubicado a 35 km al noroeste de la ciudad de Ensenada, La Misión de San Miguel Arcángel de la Frontera.

La elección de la zona del levantamiento era indistinta, sin embargo, se tomó la decisión de hacerlo en una zona arqueología debido a varias razones. Principalmente que hacerlo en la misión daría mayor provecho a nuestro trabajo, pues los resultados pueden ser de apoyo a los trabajos realizados por el INAH; aunado a ello se daría paso a la exploración en detalle con equipos electromagnéticos que no son diseñados para fines arqueológicos y explorar sus alcances y limitaciones.

En la exploración arqueológica el objetivo principal es preservar intactas las estructuras o piezas. Es común que los arqueólogos se enfrenten ante estructuras cubiertas por depósitos sedimentarios. Esto hace más complicado su trabajo, y los métodos geofísicos pueden ser de ayuda en la exploración arqueológica. De los métodos usados para estos fines, tienen mayor aceptación aquellos que no son invasivos en el medio. Los métodos

electromagnéticos tienen esa ventaja sobre los métodos eléctricos o sísmicos, en los que la fuente puede causar daños a las estructuras.

V.2 La Misión de San Miguel Arcángel de la Frontera

La Misión de San Miguel Arcángel de la Frontera es parte de la red misional bajo la dirección de los dominicos a finales del siglo XVIII. Está ubicada en el poblado de “La Misión”, localizado a 35 km al noreste de la ciudad de Ensenada llegando por la carretera federal No. 1.

Fue la cuarta misión dominica fundada por Luís Sales (Meigs, 1994), se fundó en marzo de 1787 en un lugar denominado en Kumiai Jakwatlijap “Ojo Caliente”. De acuerdo con la descripción realizada por Peveril Meigs III en 1994 (La Frontera Misional Dominicana en Baja California), estuvo situada al pie de una montaña, rodeada de praderas y lomeríos atravesados por el arroyo de San Juan Bautista. El clima húmedo favoreció el desarrollo de la agricultura y ganadería. De acuerdo con los reportes de los misioneros, tenían ganado vacuno, caprino y ovino. La producción agrícola en esta misión estaba basada en trigo, maíz, melón, sandía, frijón, lentejas, hortalizas, viñedos y cebada.

La jurisdicción de San Miguel Arcángel abarcó un área de 1 200 km² y comprendía las rancherías de La Grulla y El Descanso.



Figura 20. Área de desarrollo de las Misiones tomado de “La frontera misional Dominicana en Baja California” (Meigs, 1994)

La construcción estaba formada por estructuras rectangulares. Los muros fueron contruidos de adobe, colocados alternadamente entre si y pegados con una mezcla de mortero de arcilla, arena, cal, baba de nopal y a veces estiércol; el ancho aproximado era de 0.9 a 1.10 m, y 4.5 m de altura. Los cimientos eran de piedras unidas con la misma mezcla que los muros y los techos fueron entretejidos con ramas de tule sobre vigas de encino (Figura 21).

SAN MIGUEL ARCÁNGEL DE LA FRONTERA,
SAN MIGUEL VIEJO
Fundada en San Juan, B.C. México
1788

Leyenda

- 1 Ribera escarpada
 - 2 Iglesia
 - 3 Escavación
 - 4 Puerta
 - 5 Antigua vereda del sur
 - 6 Pared escarpada del cañon
 - 7 Canal de riego
 - Tunas ∩ Entrada con arco
 - Cercos
 - Edificios
- (150 metros al norte de la misión)
Arroyo de Guadalupe

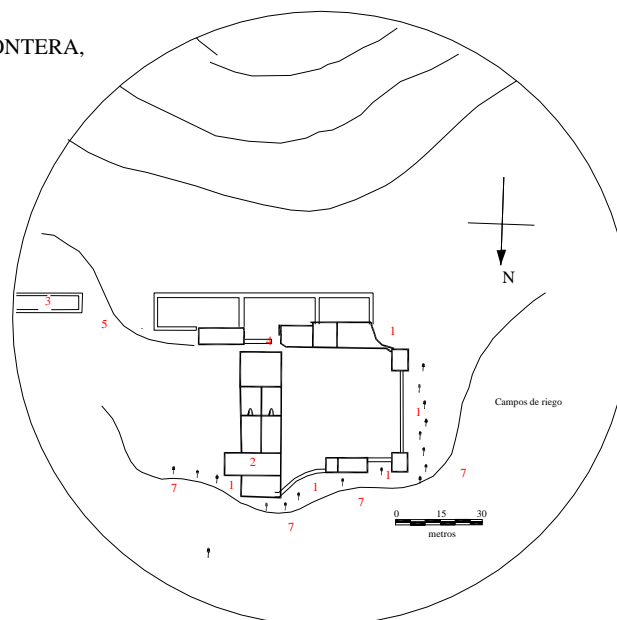
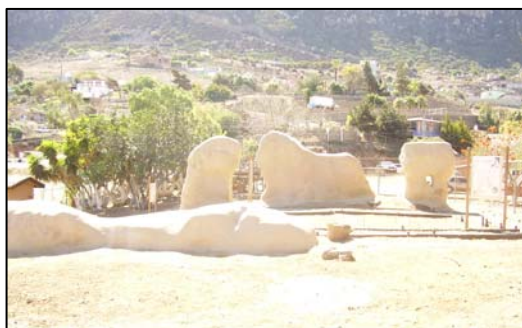


Figura 21. Dibujo realizado por Meigs III (1994), “La Frontera misional Dominicana de Baja California.

Este croquis es parte de las observaciones realizadas por Meigs (1994) en sus recorridos por gran parte de la frontera misional dominicana entre 1926 y 1930.

Esta misión fue abandonada en 1834 debido a la falta de personal y actualmente los restos de la misión están a cargo de INAH. Las partes de los muros que aún quedan en pie han sido recubiertos para protegerlos de la intemperie, además se han construido andadores para evitar que los visitantes contribuyan al deterioro.



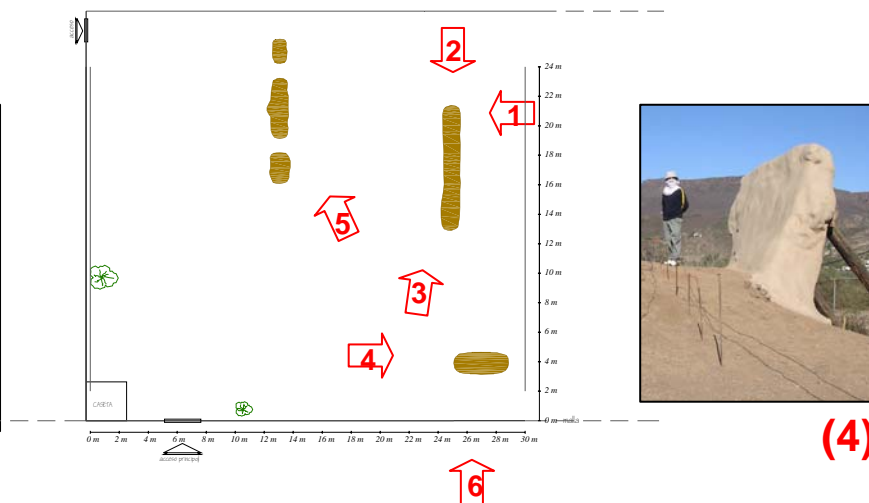
(1)



(2)



(3)



(4)



(5)



(6)

Figura 22. Croquis e imágenes desde diferentes puntos de la Misión de San Miguel Arcángel de la Frontera. Las flechas en el croquis indican la dirección en la que fue tomada cada fotografía, el número de cada fotografía corresponde al número indicado dentro de las flechas.

Como se observa en las fotografías de la figura 22, son tres las estructuras principales que prevalecen en la misión, su ubicación está representada en el croquis de la misma figura; este croquis está sobrepuesto en las imágenes de resistividad para un mejor análisis, según se describe más adelante.

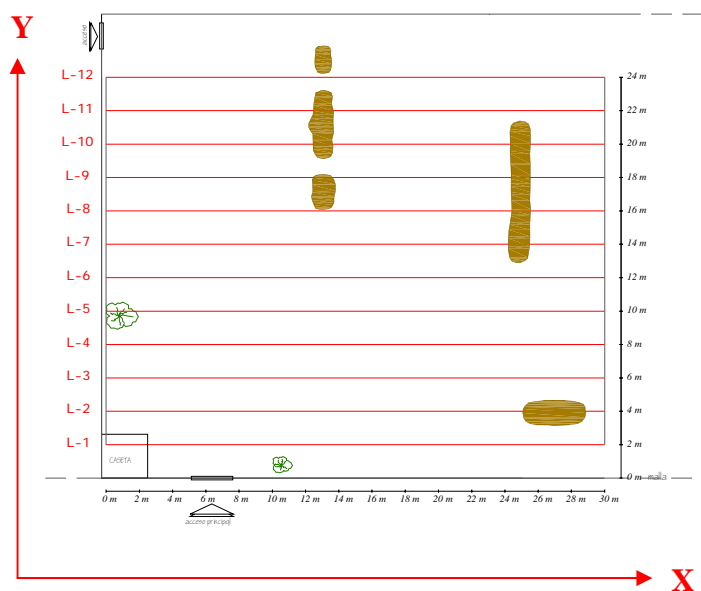


Figura 23. Ubicación de la misión respecto al sistema de referencia utilizado.

V.3 Descripción del levantamiento.

Existen equipos especialmente diseñados para la exploración de cuerpos superficiales, sin embargo ante la necesidad de hacer exploración a detalle sin contar con estos equipos,

surge la idea de hacer un análisis sobre la posibilidad de su uso para identificar objetivos de pequeña escala.

En este caso, la adquisición de datos fue realizada con un equipo Geonics EM-34 que generalmente es usado en exploración minera o geohidrológica. Trabaja con separaciones entre fuente y receptor de 10, 20 y 40 metros, y las frecuencias que usa para cada una de las separaciones son 6400 Hz, 1400 Hz y 400 Hz, respectivamente.

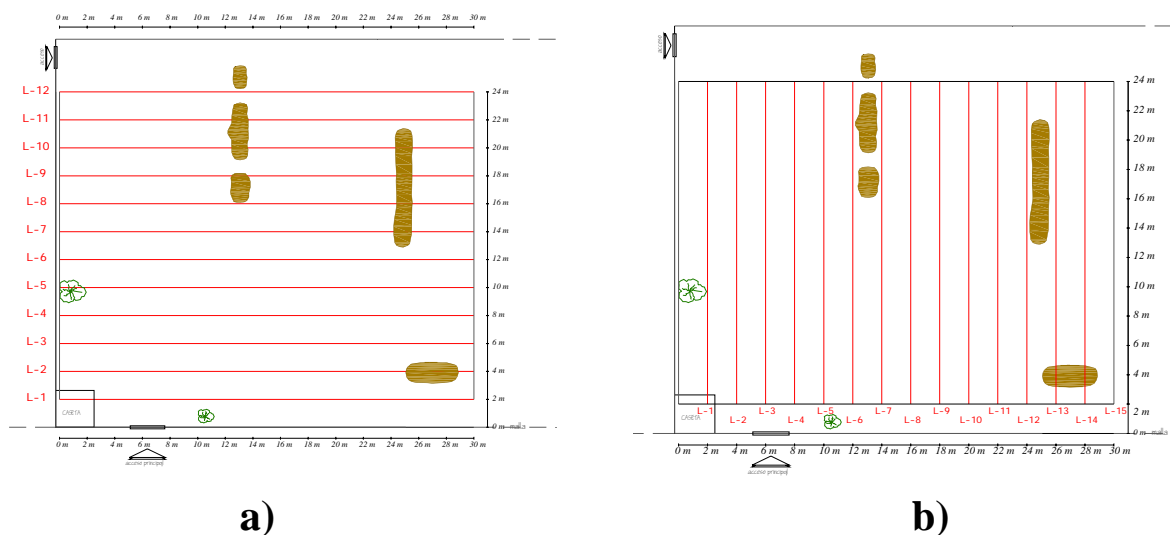


Figura 24. a) Adquisición de datos electromagnéticos en dirección x. b) Adquisición de datos electromagnéticos en dirección y.

Para la toma de datos se eligió un sistema de referencia como se muestra en la figura 22. Se midieron 12 líneas en dirección x y 15 líneas en dirección y con una longitud aproximada de 30 m. La separación entre ellas fue de 2 m (figura 23) y las mediciones se realizaron cada 2 metros a lo largo de cada una de las líneas. En cada punto se midió con las tres

separaciones entre fuente y receptor, midiendo para cada una de ellas con dipolos magnéticos horizontales (bobinas verticales) y dipolos magnéticos verticales (bobinas horizontales). Cabe señalar que en algunos puntos no fue posible realizar todas las mediciones, siendo las de 40 m las que presentaron más problemas.

La figura 25 muestra los datos obtenidos para dipolos horizontales y verticales en dirección x . La figura 25a, 25c y 25e muestra los datos para dipolos verticales usando separaciones de 10m, 20m y 40m respectivamente. Las figuras del lado derecho, es decir, la figura 25b, 25d y 25e, corresponden a los datos de dipolos horizontales. Las marcas negras de las figuras 25 y 26 corresponden a los puntos que fueron ocupados. Como se observa en las figuras, los datos tomados con 40 m entre fuente y receptor fueron los que presentaron mayores problemas en su medición.

Los datos obtenidos en dirección y son mostrados en la figura 26. Las figuras 26a, 26c y 26e corresponden a los datos tomados con dipolos verticales, los datos de dipolos horizontales están mostrados en las figuras 26b, 26d y 26f.

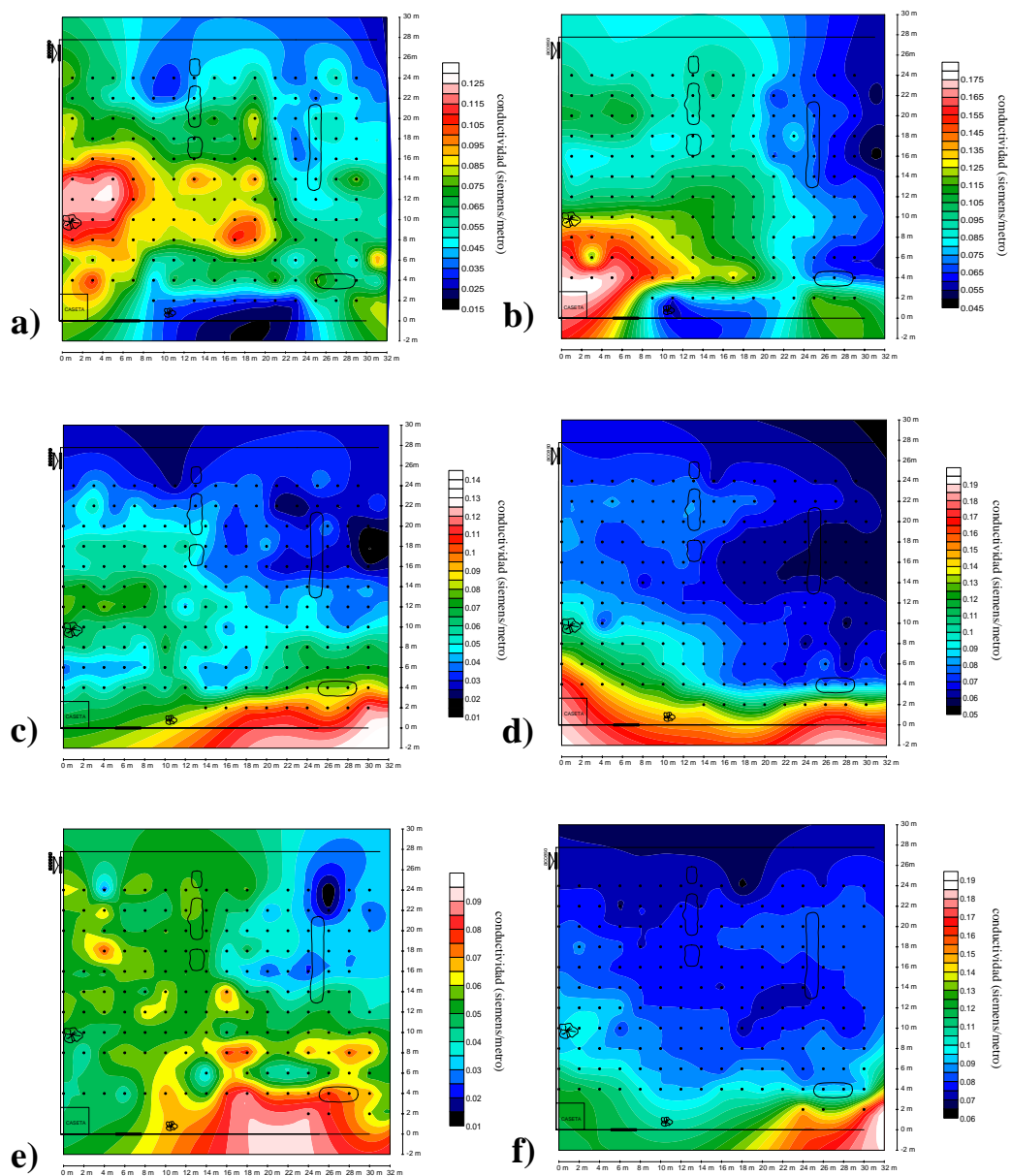


Figura 25. Datos en dirección x . **a)** Datos de DV, $s=10$ m. **b)** Datos de DH, $s=10$ m. **c)** Datos de DV, $s=20$ m. **d)** Datos de DH, $s=20$ m. **e)** Datos de DV, $s=40$ m. **f)** Datos de DH, $s=40$ m

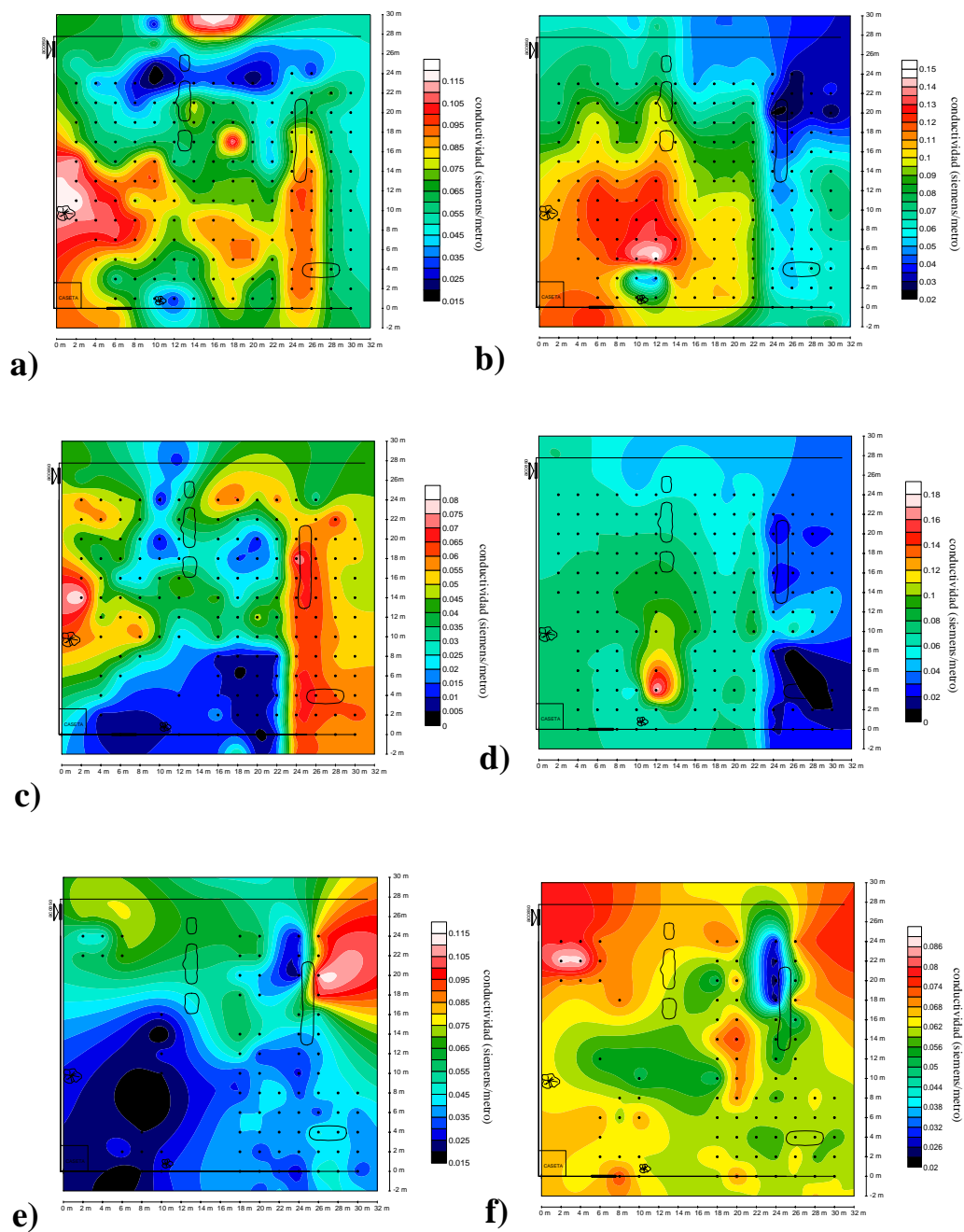


Figura 26. Datos en dirección y. **a)** Datos de DV, $s=10$ m. **b)** Datos de DH, $s=10$ m. **c)** Datos de DV, $s=20$ m. **d)** Datos de DH, $s=20$ m. **e)** Datos de DV, $s=40$ m. **f)** Datos de DH, $s=40$ m.

Como se puede ver en las figuras 25 y 26 son pocos los lineamientos observados, por lo que no es posible hacer una interpretación a simple vista.

V.4 Análisis de modelos generados.

Con los datos obtenidos en la Misión de San Miguel, fueron generados modelos considerando diferentes grupos de datos. Las figuras 29 y 30 muestran la respuesta de los modelos obtenidos y en las figuras 27 y 28 se observan las respuestas calculadas de estos modelos.

Comparando las figuras de los datos (figuras 25 y 26) contra las figuras de las respuestas de los modelos (27 y 28), se puede observar que, en general, la similitud entre la respuesta observada y calculada es mayor cuando la separación entre fuente y receptor es de 10 m. Para el caso de 20 m y 40 m, la similitud entre la respuesta observada y calculada es menor, esto se debe a que se cuentan con menos datos para estas aberturas y a la interpolación que realiza el programa usado para las configuraciones (SURFER).

Los límites de la zona arqueológica están definidos por malla ciclónica, parte de la zona elegida para la adquisición de datos incluye parte de estas mallas, las mediciones con 20 m y 40 m eran las más afectadas, por lo que atribuimos a esto la dificultad para la adquisición con estas aberturas. Considerando lo anterior fueron generados modelos incluyendo sólo las mediciones con separaciones de 10 m, excluyendo las de 20 y 40m por considerarlas con mayor influencia de las mallas. En estos modelos, se observa que en general las estructuras son muy similares a las obtenidas al considerar los todos los datos, por lo que consideramos que las mediciones tomadas con 10 m son las que tienen más influencia en los modelos.

En la figura 29a se observa el modelo obtenido para dipolos verticales, al tomar los datos sobre líneas en dirección x (figura 24a). Al parecer este modelo es el que presenta mejor correspondencia de los muros existentes con los cuerpos conductores. En la Figura 29b se trata del modelo obtenido con dipolos verticales con líneas en dirección de y . En este caso el muro del lado derecho aparece como un cuerpo resistivo. En la figura 29c se trata del modelo con dipolos horizontales con líneas en dirección de x (figura 24a). Este modelo no tiene estructuras tan definidas como el resto de los modelos pero no presenta contradicciones con los cuerpos conductores de la figura 29a. La figura 29d corresponde a dipolos horizontales y lineal en dirección en y (figura 24b), en este caso, el muro del lado derecho sigue mostrando un cuerpo resistivo.

La figura 29e es el modelo que se obtiene al usar datos de dipolos verticales y dipolos horizontales en líneas en x (figura 24a). Este modelo es una combinación de los modelos 29a y 29c, los muros se pueden asociar a cuerpos conductores, al centro de ellos y en el extremo derecho aparecen un lineamiento conductor que podrían ser asociados con muros. En la parte inferior aparecen conductores que podrían ser asociados, más que con muros, con deslaves y fragmentos de cimientos dispersos en esta zona.

El modelo con datos de dipolos verticales y horizontales en dirección y se muestra en la figura 29f, para este modelo se puede interpretar el muro del lado izquierdo con un conductor, para el caso del muro del lado derecho no es tan claro.

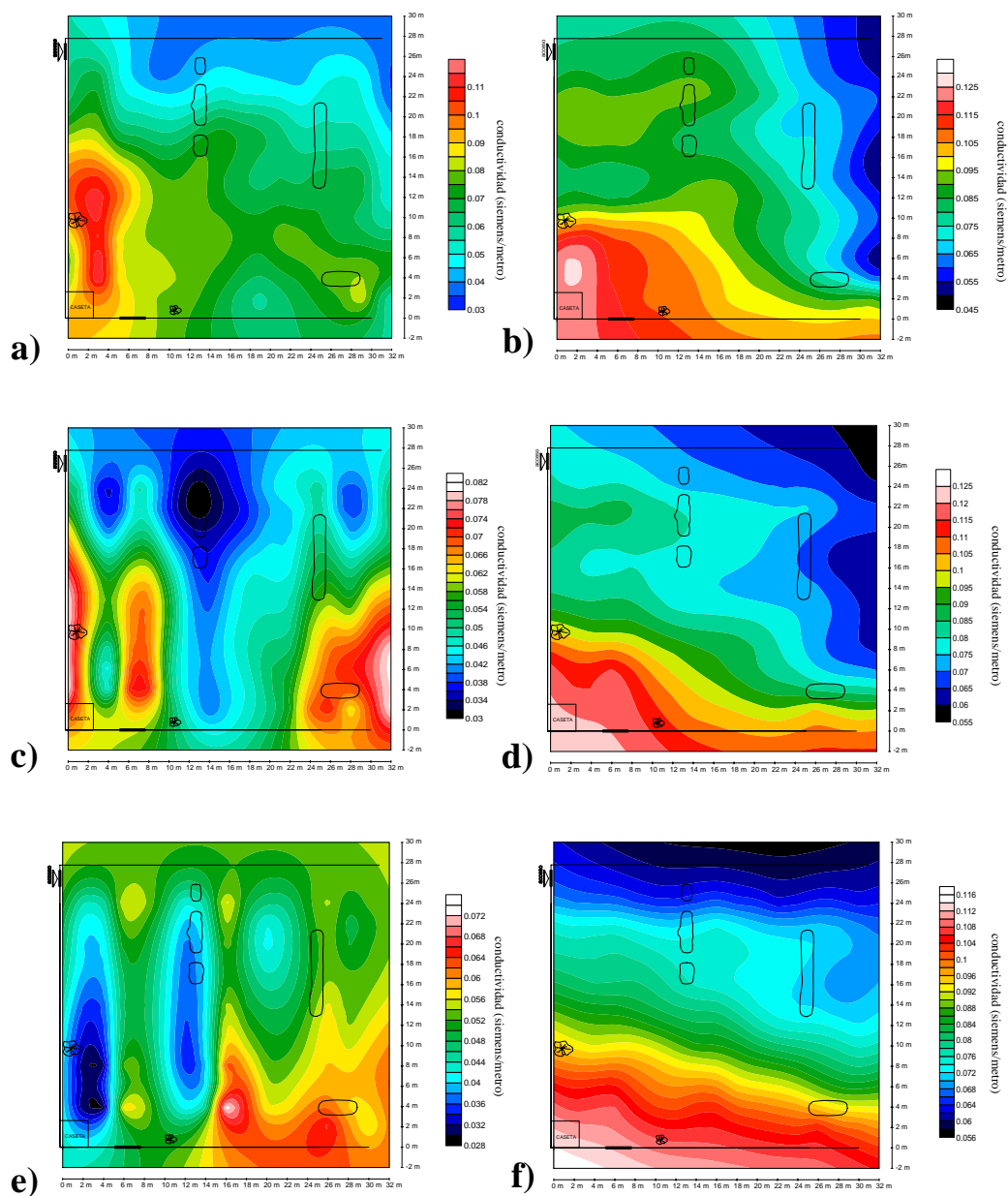


Figura 27. Respuesta calculada para modelos con datos en dirección x . **a)** Datos de DV, $s=10$ m. **b)** Datos de DH, $s=10$ m. **c)** Datos de DV, $s=20$ m. **d)** Datos de DH, $s=20$ m. **e)** Datos de DV, $s=40$ m. **f)** Datos de DH, $s=40$ m

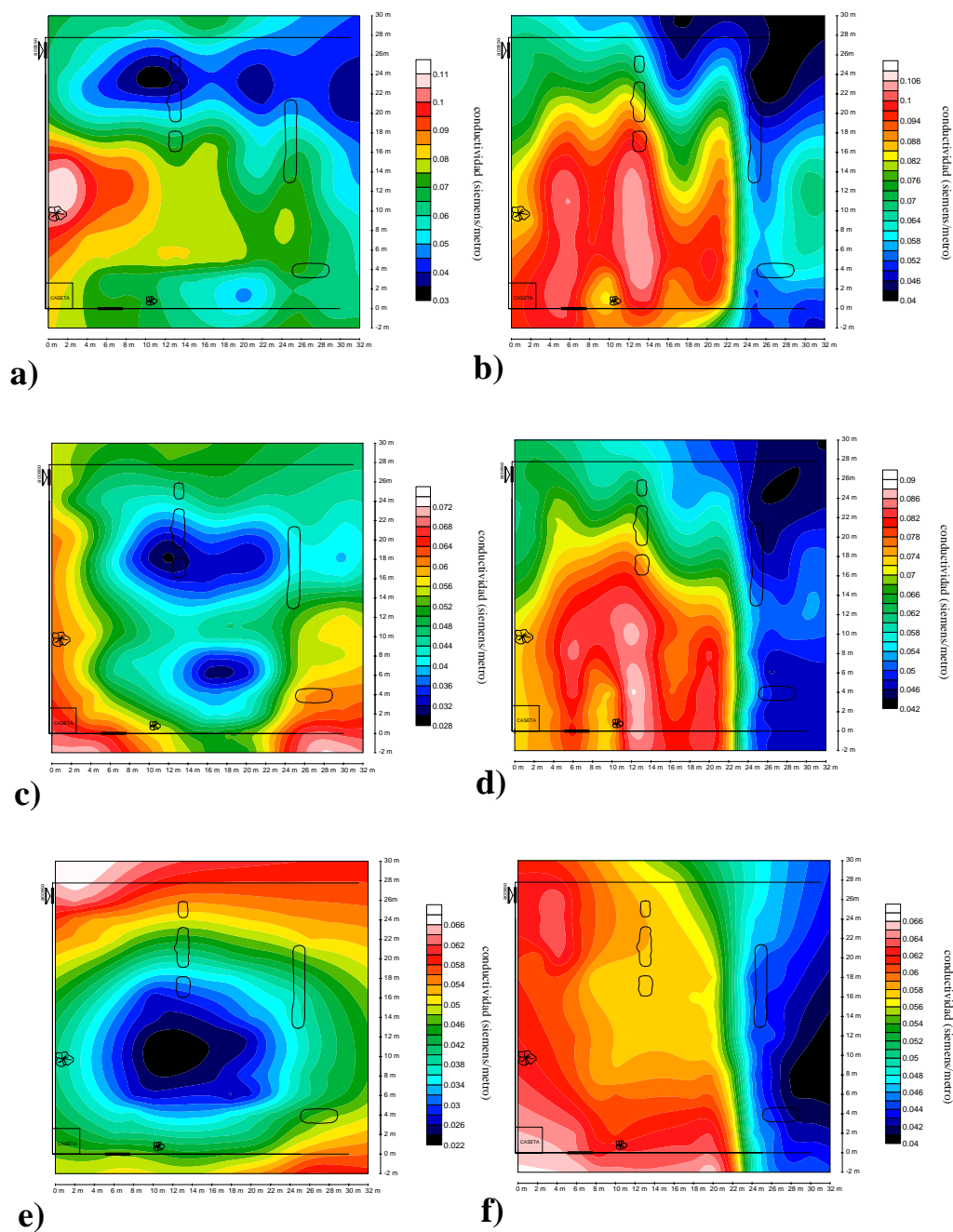


Figura 28. Respuesta calculada para modelos con datos en dirección y. **a)** Datos de DV, $s=10$ m. **b)** Datos de DH, $s=10$ m. **c)** Datos de DV, $s=20$ m. **d)** Datos de DH, $s=20$ m. **e)** Datos de DV, $s=40$ m. **f)** Datos de DH, $s=40$ m

La figura 30a muestra el modelo obtenido con datos de dipolos verticales en dirección x y y , es un modelo con estructuras definidas y en este caso el muro del lado derecho aparece con una parte conductora y la parte inferior negativa. El muro del lado izquierdo aparece como un conductor.

La figura 30b es el modelo obtenido con dipolos horizontales en dirección x y y , muestra estructuras más dispersas en comparación con el modelo anterior. Para este modelo, el cuerpo del lado derecho es resistivo.

El modelo obtenido con dipolos verticales y horizontales en direcciones x y y es mostrado en la figura 30c. En este modelo el muro del lado izquierdo es asociado con un conductor, de la misma forma se observa un conductor en la parte central de los muros, estos conductores están unidos, en la parte superior, por un conductor en dirección x . El muro del lado derecho aparece como un conductor.

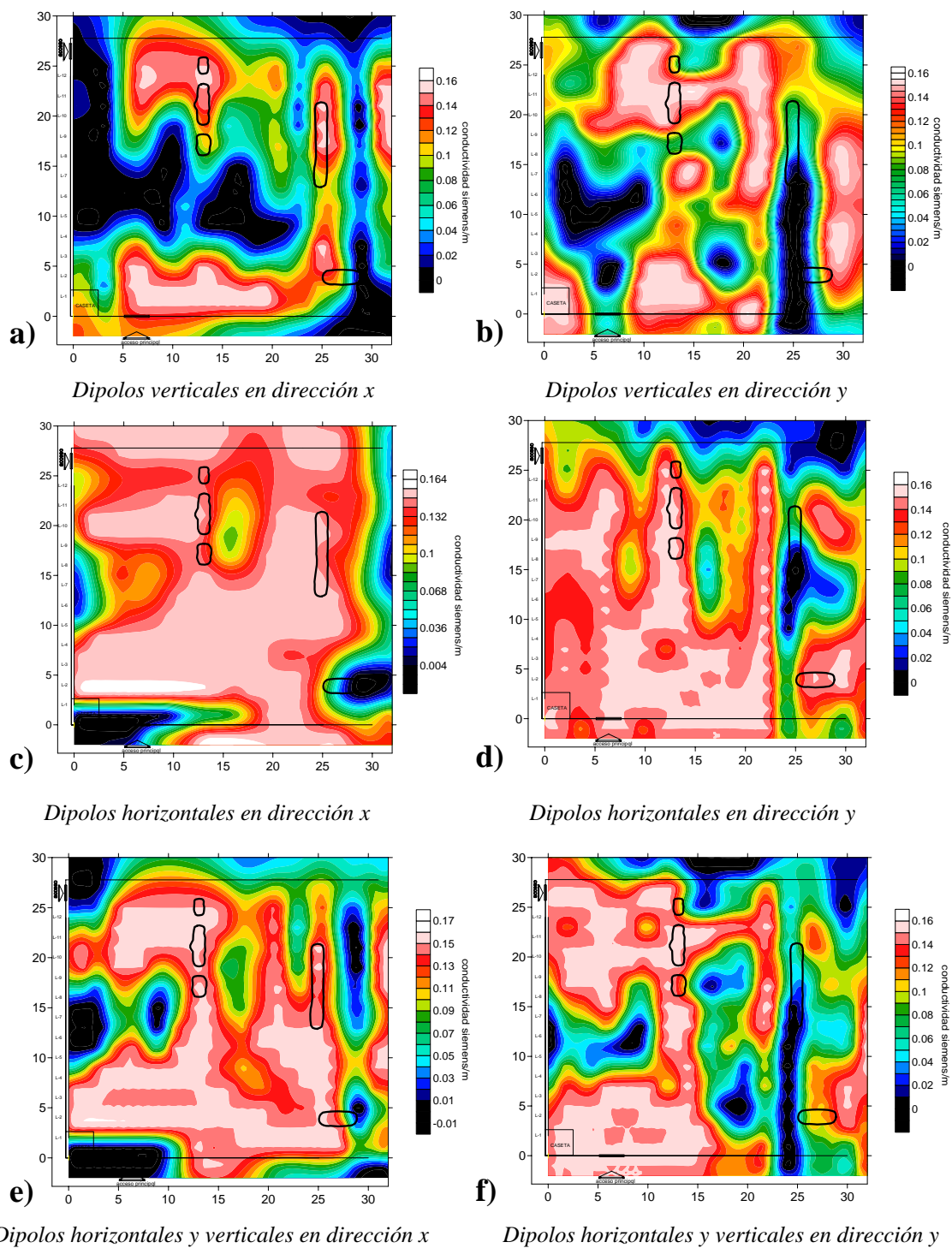


Figura 29. Modelos de conductividad utilizando diferentes conjuntos de datos de la Misión de San Miguel Arcángel.

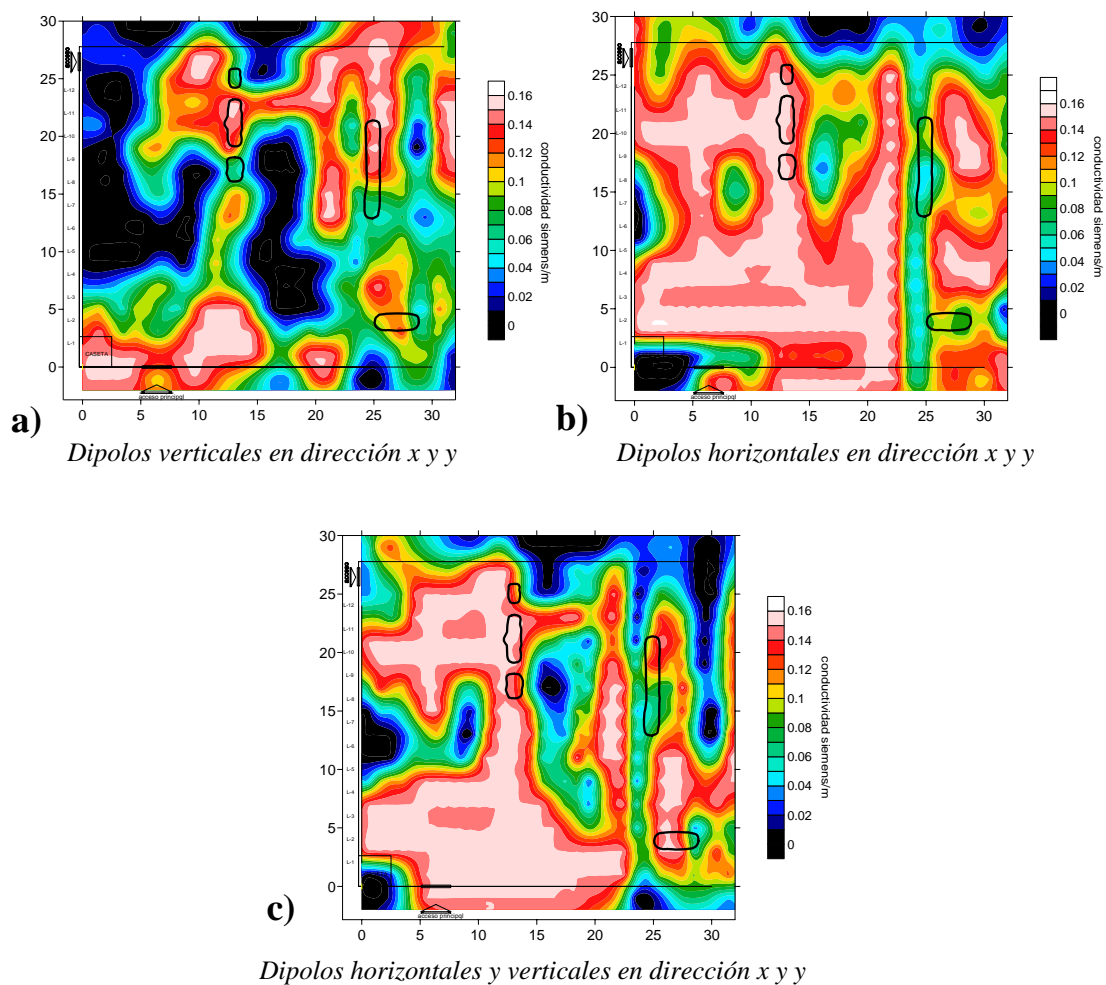


Figura 30. Modelos de conductividad utilizando diferentes conjuntos de datos de la Misión de San Miguel Arcángel.

En los modelos anteriores se observa que el muro del lado izquierdo en la mayoría de los modelos puede ser asociado a un cuerpo conductor, para el caso de los otros dos muros no es tan clara su relación con cuerpos conductores. Existen alineamientos conductores que son consistentes en los modelos, sin embargo hay diferencias entre ellos.

Existen algunos cuerpos conductores que no corresponden a ningún muro y que no están incluidos en el mapa de Meigs (1994). Hay que considerar que este mapa puede tener errores, prueba de ello son los restos de los muros, al parecer cimientos, que son claramente observados en los alrededores del área y que no están localizados en el mapa.

De la misma forma que para los modelos conocidos, para los modelos obtenidos de datos reales, se calculó el error de tres formas diferentes. La gráfica de figura 31 muestra los errores obtenidos para cada uno de los modelos anteriores.

Los modelos elaborados con los datos en dirección x presentan menor error que los modelos de los datos en y . En el caso de los modelos que contienen datos de ambos dipolos, el error es menor que los modelos con dipolos independientes. El modelo con valores más bajos de error es el que incluye todos los datos.

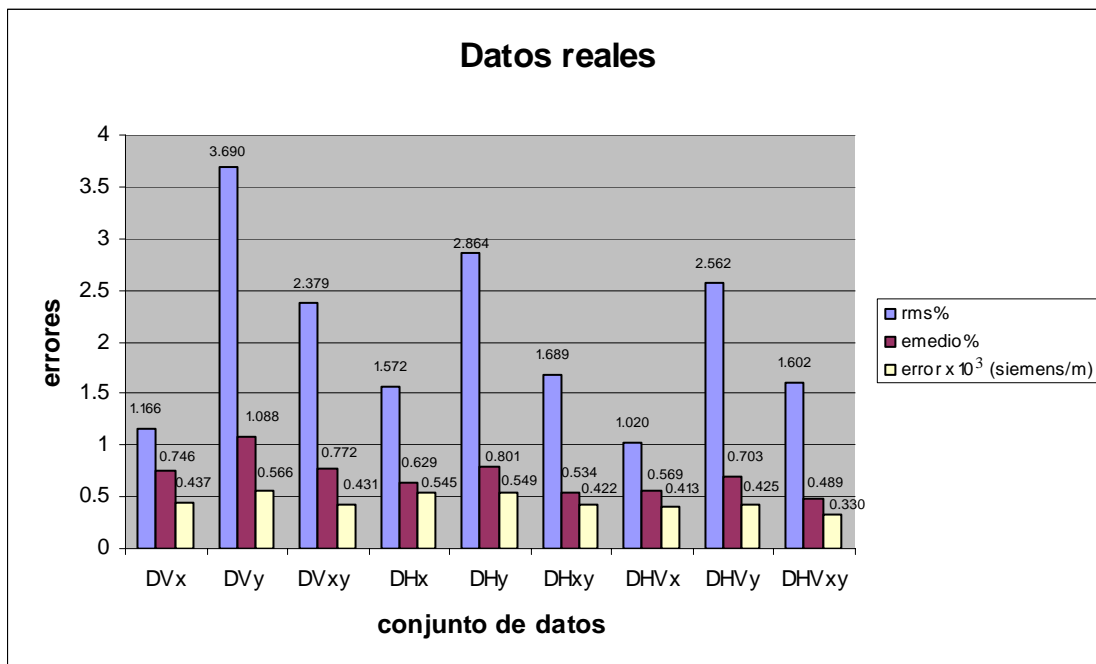


Figura 31. Errores calculados para los diferentes grupos de datos.

V.5 Interpretación de datos.

Como se observa en los modelos de conductividades, los muros aparentemente tienen una respuesta conductora, esto puede estar relacionado con los cimientos hechos de piedra y su mayor porosidad que podría aumentar el contenido de agua.

El mapa realizado por Meigs (1994) sólo cuenta con una escala gráfica y no está georeferenciado. Fue escalado y sobrepuesto sobre el mapa de los muros existentes tratando de encontrar una relación. Al mismo tiempo fue sobrepuesto el modelo de conductividades

(figura 32), este es el modelo que se obtuvo de la inversión con todos los datos, es decir, con dipolos horizontales y verticales para la dirección x y y .

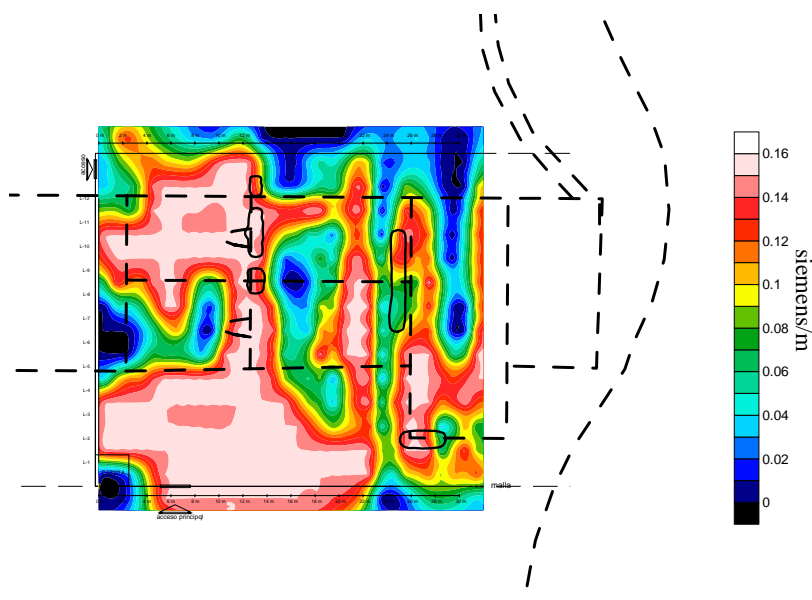


Figura 32. Modelo de conductividades utilizado para la interpretación final.

En este modelo, que fue elegido para hacer una interpretación final, hay cuerpos conductores que pueden ser interpretados como cimientos. Entre los lineamientos más definidos son el cuerpo conductor paralelo a los muros y localizado entre ellos, y el conductor perpendicular a los muros y que los une por la parte superior.

En la parte inferior izquierda, sin algún alineamiento definido, se observa un conductor que puede ser interpretado como restos dispersados de los cimientos y muros. Esta zona

corresponde a un bajo topográfico, lo que pudo haber facilitado la caída y dispersión de los muros en esta zona.

El muro más pequeño, que se encuentra en la parte inferior, de acuerdo con la información de Meigs (1994), corresponde al muro del altar de la iglesia de la Misión.

V.6 Discusiones.

Como se mencionó anteriormente los datos obtenidos en dirección y presentaron mayor dificultad para su adquisición. Esto contribuyó a que los modelos obtenidos con estos datos presentaran mayor error. Hay que considerar que en dirección y y las mediciones tenían mayor influencia de la malla ciclónica que en las mediciones tomadas en dirección x , lo cual debió estar reflejado en las mediciones con dipolos horizontales.

Cabe señalar que el modelo usado para la interpretación fue elegido considerando que: mayor cantidad de datos beneficia la inversión. Sin embargo, considerando los problemas en dirección y , y tomando en cuenta que los dipolos horizontales son más susceptibles a la influencia de la malla, podríamos considerar que el modelo correspondiente a dipolos verticales en dirección x podría ser considerado para la interpretación. Al comparar los dos modelos podemos observar que tienen similitudes, y aún cuando se observan menos estructuras conductoras en el segundo (dipolos verticales en x), no presenta contrariedades con el modelo que considera todos los datos.

Ya que esta técnica pudo ver los muros ya existentes, además de otros posibles muros. Podemos recomendar que esta técnica sea usada para fines arqueológicos, sólo se deben

evitar factores de ruido electromagnético como cables, cercas metálicas, etc. Entre las ventajas para su aplicación con estos fines encontramos que es un método no invasivo y de rápida adquisición en campo.

VI. CONCLUSIONES

El algoritmo para inversión 3D desarrollado por Ricardo-Carpio (2003) puede ser usado sólo para inversión de líneas orientadas en x (dipolos orientados en y). Si se realizan líneas en y (dipolos orientados en x), bastaría con rotar los datos y el mismo programa serviría perfectamente. Sin embargo, no es posible realizar una inversión simultánea con datos tomados en ambas direcciones, como el caso analizado en este trabajo. Considerando lo anterior, fue realizada una modificación en el algoritmo usando las ecuaciones descritas en el capítulo II. Se replantearon las ecuaciones desde los potenciales de Schelkunoff y obtuvimos ecuaciones similares, la diferencia consiste en que la coordenada x es sustituida por la coordenada y , de tal forma que con el nuevo algoritmo es posible realizar inversión 3D con líneas de datos en ambas direcciones simultáneamente.

En el capítulo III se realizó un análisis de escala y direccionalidad, para ello fueron considerados tres casos: un prisma rectangular alineado en dirección x , uno más en dirección y , y un tercer cuerpo que incluía una parte orientada en dirección x y otra en dirección y .

Para el análisis de escala, se eligieron modelos geométricos conocidos y se consideraron diferentes separaciones entre fuente y receptor. Se observó que para el caso de separaciones menores, es decir, cuando la separación entre fuente y receptor es menor que el tamaño que los cuerpos de interés, es posible hacer una interpretación cualitativa a partir de los datos de campo.

Para levantamientos con separaciones mayores, la geometría de la anomalía observada (datos de campo), no presenta similaridad con la geometría del cuerpo propuesto. Además, las anomalías mostraban resistivos en lugar de conductores, cambiando completamente la concepción cualitativa del subsuelo. En conclusión, para el caso de separaciones entre fuente y receptor mayores al cuerpo de interés, no es posible hacer una interpretación directamente de los datos de campo.

Para ambos casos, separaciones cortas y largas, se realizó inversión en 3D. Las dimensiones del cuerpo obtenido con separaciones cortas, son más cercanas a las reales que las del cuerpo observado con los datos. Para el caso de separaciones mayores, la mejora es significativamente mayor, el modelo resultante es muy similar al real, mientras un análisis a partir de los datos podría confundir al intérprete con diferentes cuerpos. De ahí la importancia de la inversión para separaciones largas.

Considerando los resultados anteriores, podemos concluir que con una adquisición de datos fina y realizando inversión, es posible hacer exploración arqueológica de detalle con equipos de mediana escala, diseñados para otro tipo de estudios (más profundos).

Para el análisis de direccionalidad, se eligieron modelos alineados en ambas direcciones. En este análisis se observa que las anomalías presentadas por los cuerpos paralelos a las líneas del levantamiento se definen mejor en comparación con las producidas por cuerpos perpendiculares. Esto es debido a que, para las bobinas horizontales, el volumen de cuerpo involucrado es mayor en esa dirección. Para el caso de las bobinas verticales además de esto, las corrientes eléctricas están polarizadas en la dirección paralela al cuerpo. Las

bobinas horizontales tienen polarización simétrica en ambas direcciones, a diferencia de las verticales que tienen polarización en la dirección de las líneas de medición. Si la dirección de la línea coincide con el lado más largo del cuerpo, se tendrá mayor respuesta magnética del cuerpo y por lo tanto se podrá recuperar mejor con la inversión.

En el capítulo V fue realizado un análisis con datos reales tomados en la Misión de San Miguel Arcángel. Se planeaba detectar los cimientos ocultos, cuyo ancho máximo posible es de un metro y de longitud variable. Se tomaron datos en dos direcciones con el de referencia mostrado en los capítulos anteriores. Con los datos se realizó inversión en 3D de los diferentes grupos en forma individual o conjunta y se obtuvieron diferentes modelos. Al hacer una comparación de los modelos se observaron diferencias entre ellos, como era de esperar. De los análisis de escala y direccionalidad se pudo observar que la polarización de las corrientes (orientación de las líneas), el volumen y alineación de cimientos, son factores que generan modelos diferentes. Aunado a esto, hubo factores de campo que pudieron ocasionar más diferencias, entre ellos está la diferencia en la cantidad de datos en las direcciones medidas. Los datos tomados con aberturas mayores presentaron más dificultad para su medición, siendo las mediciones en dirección y las que estuvieron más afectadas por acoplamiento electromagnético con la malla ciclónica que limita la zona arqueológica. Lo anterior se ve reflejado en los ajuste, pues los modelos en dirección y presentan mayor error en el ajuste.

Los modelos obtenidos considerando únicamente las mediciones con la separación entre fuente y receptor de 10 m (apéndice A), en general, presentan las mismas estructuras que

los modelos que incluyen todas las mediciones, lo que muestra que los datos tomados con 10 m son los que aportan mayor información.

Haciendo una interpretación de los modelos obtenidos para la misión de San Miguel Arcángel, podemos asociar los cuerpos conductores con cimientos de los muros. El comportamiento conductor es debido al material del cual están constituidos, a diferencia de los muros, sus cimientos están formados por fragmentos de rocas. Varias de estas rocas son de río y presentan una mayor porosidad y capacidad para almacenar humedad. Estos cimientos se presentan en los modelos como alineamientos conductores. Existe un bajo topográfico en la parte inferior del levantamiento (Este), este bajo se pudo deber a crecidas del río de la Misión u otras causas. Este desnivel debió ocasionar derrumbe de muros y desplazamiento de las rocas que formaban los cimientos y paredes. Esta zona se observa en el modelo 3D como un gran conductor extendido.

Considerando los modelos generados, hay lineamientos consistentes que pueden ser interpretados como cimientos por lo que serían de interés para excavaciones exploratorias. Uno de ellos corresponde al conductor alineado paralelamente entre los muros, el otro es el conductor alineado en dirección x y que une a los muros en la parte superior. El alineamiento conductor ubicado entre los muros no registrado en el mapa de Meigs (1994), puede corresponder a un muro no cartografiado por Meigs o un muro posterior al mapeo.

En general, vemos que el sistema electromagnético de bobinas con separaciones de 10, 20 y 40 m, sí puede ser usado para localizar cuerpos más pequeños que la mínima separación fuente-receptor, con la condicionante de realizar inversión 3D de los datos. La dirección de

las líneas nos puede dar modelos diferentes de acuerdo al acoplamiento que haya con los cimientos. Y si realizamos inversión de los datos de ambas direcciones nos da un modelo que contiene los detalles de los modelos con inversión individual. Sin embargo, también se observó que el modelo con bobinas horizontales (polarización simétrica) en la dirección de x , casi contiene todos los detalles que el modelo conjunto. Esto no significa que en estudios posteriores sólo se tomen esos datos en lugar de ambas direcciones, pues los datos de campo pueden tener errores no previstos por la teoría, y es mejor tener redundancia para disminuir estos errores, como en este caso, puede ser la malla ciclónica que afecto más a una dirección que la otra.

Para el caso particular de la Misión de San Miguel, queda pendiente validar en colaboración con excavaciones del INAH, que los conductores sugeridos como cimientos efectivamente correspondan a cimentaciones. Quizá este resultado, motive a las autoridades del INAH a destinar un parte del presupuesto para comprobar los resultados obtenidos en la Misión de San Miguel y posteriormente aplicar este método en otros sitios arqueológicos.

Después de aplicarlo a una zona arqueológica y haber detectado las paredes existentes y proponer posibles cimientos ocultos. Podemos recomendar esta técnica para futuras exploraciones arqueológicas ya que no es invasiva, lo que es muy conveniente para exploración arqueológica. Además de esto es rápida, lo cual baja los costos de la adquisición de los datos en campo.

Al demostrarse que podemos tener alta resolución superficial además de la resolución media para la que están diseñados estos equipos, y junto con la técnica de inversión 3D

usada. Podemos recomendar este método para exploración de objetivos superficiales y pequeños. Puede ser usado en exploración de geofísica ambiental, como: contaminantes en le suelo (petróleo, químicos, etc.), intrusiones salinas en cultivos, mapeo aproximado de salinidades en campos agrícolas, control de rellenos sanitarios, etc.

REFERENCIAS

Esparza y Gómez-Treviño, 1987, Electromagnetic sounding in the Resistive Limit and the Bakcus-Gilbert Method for stimating average, *Geoexploration*, 24: 441-454.

Gill, P., S. Hammarling, W. Murray, M. Saunders y M. Wright, 1986, User's guide for LSSOL a fortran package for constrained linear least-square and convex quadratic programing. Stanford University Technical report SOL-889-1, California, E.U.A.

Gómez-Treviño, E. 1987. Nonlinear integral equations for electromagnetic inverse problems. *Geophysics* 52: 1297-1302.

Gradshteyn, I.S. and Ryznik, 1965, Table integrals, series and products. Academic Press, New York. 1086 p.

Guzman-Antonio Carpio, R., 2003. Inversión de datos electromagnéticos y de resistividad en 3D. Tesis de Maestría. CICESE, Ensenada, B. C., 78 p.

Hohmann, G. W., 1975, Tree-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling: *Geophysics*, 47, 1068-1077.

McNeill, J.C., 1980a. Electromagnetic terrain conductivity measurements at low induction numbers: Technical Note TN-6, Geonics Ltd. Mississauga, Ont. 15 p.

Meigs, P., 1994. La frontera Misional dominica en Baja California. Colección Baja California: Nuestra Historia 7. Traducción: Universidad autónoma de Baja California, 334 p.

Méndez-Delgado, S., 1997. Inversión y modelado de campos eléctricos y electromagnéticos para bajos números de inducción pequeños. Tesis de doctorado, Ensenada B.C., 388 p.

Parker, R. L. 1994. Geophysical inverse theory. Princeton University Press, Princeton, 386 p.

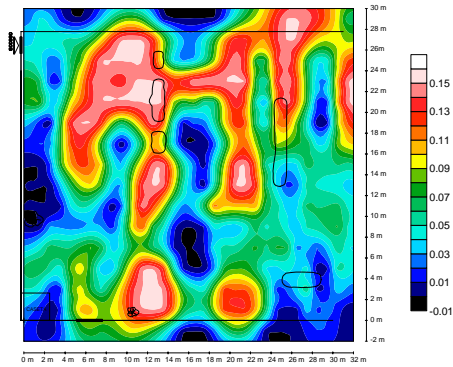
Pérez-Flores, M. A., Méndez-Delgado S., Gómez-Treviño E., 2001. Imaging low-frequency and dc electromagnetic fields using a simple linear approximation. 66: 1067-1081.

Pérez-Flores, M. A., 1995. Inversión rápida en 2-D de datos de resistividad, magnetotélúricos y electromagnéticos de fuente controlada a bajos números de inducción. Tesis de doctorado, Ensenada B. C., 352p

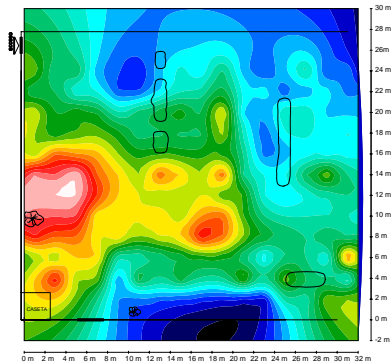
Ward S. H., 1967. Electrical Methods. En: Society of exploration Geophysics. Mining Geophysics II.: 10-401.

APENDICE A. Modelos y respuestas observadas y calculadas obtenidos con datos tomados con separación de 10 m entre fuente y receptor.

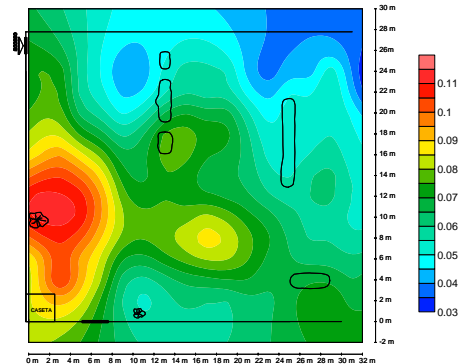
Dipolos Verticales con datos en dirección x y y .



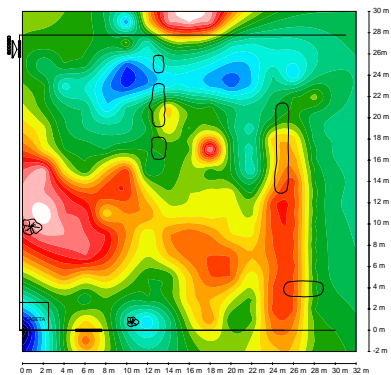
Inversión con dipolos verticales en x y y .



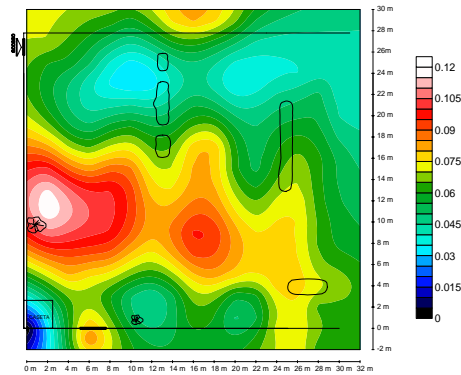
Observada en dirección x



Calculada en dirección en x

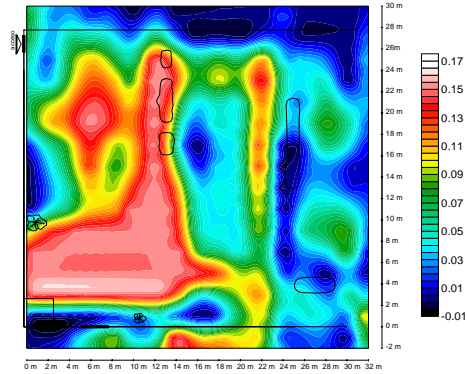


Observada en dirección y

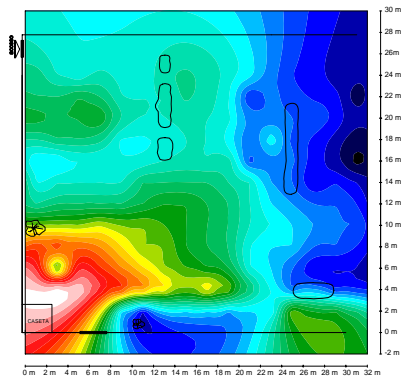


Calculada en dirección en y

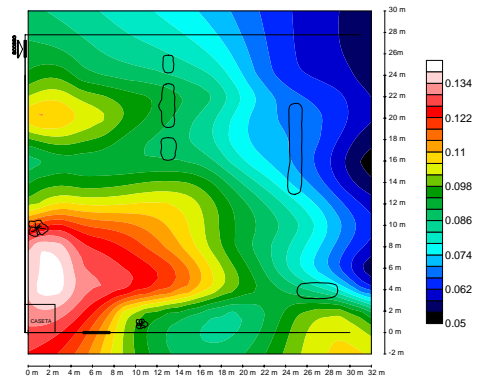
Dipolos Horizontales con datos en dirección x y y .



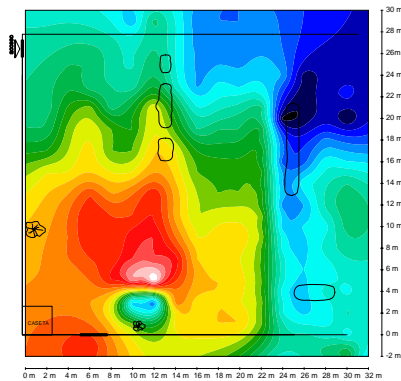
Inversión con dipolos horizontales en x y y .



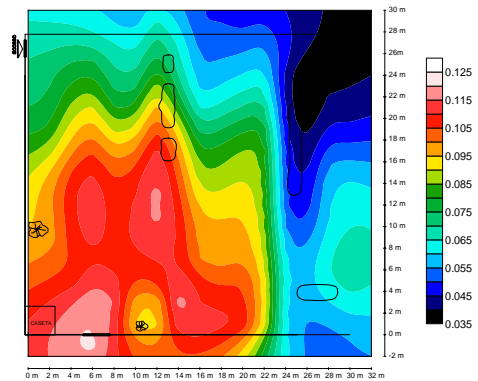
Observada en dirección x



Calculada en dirección en x

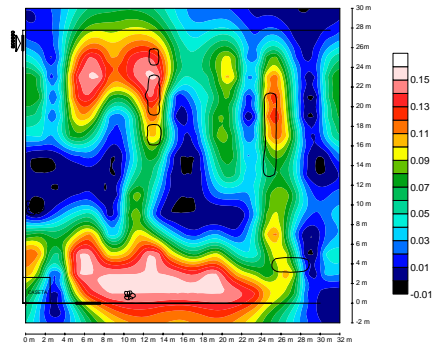


Observada en dirección y

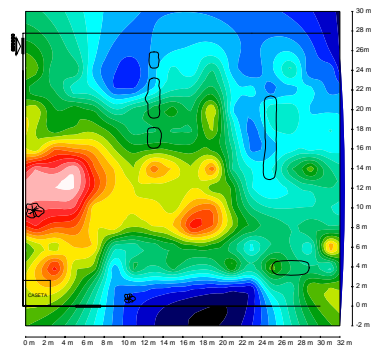


Calculada en dirección en y

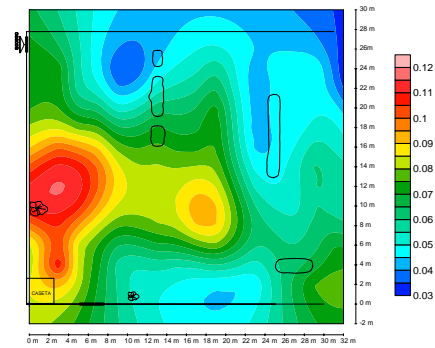
Dipolos Verticales.



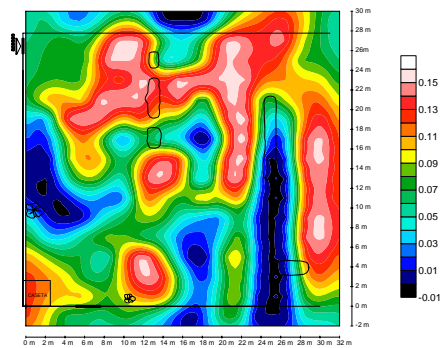
Inversión con dipolos verticales x.



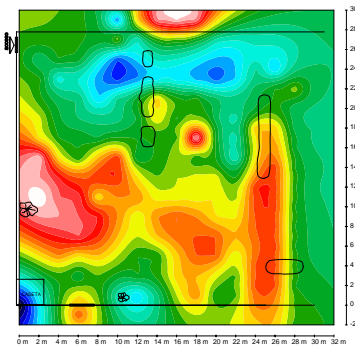
Observada



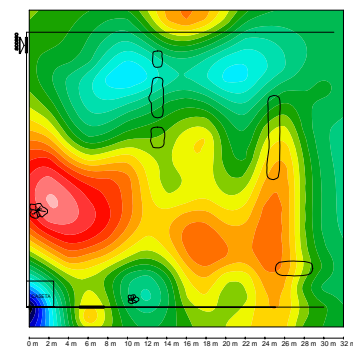
Calculada



Inversión con dipolos verticales y.

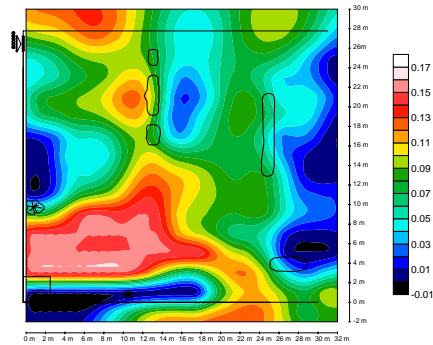


Observada

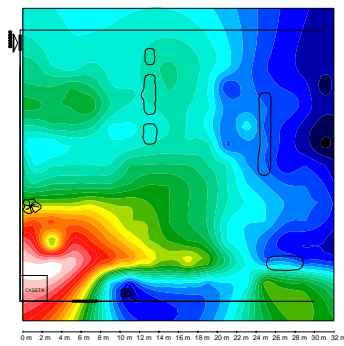


Calculada

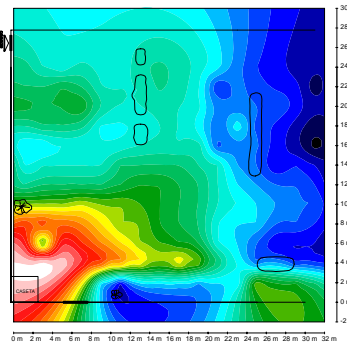
Dipolos Horizontales.



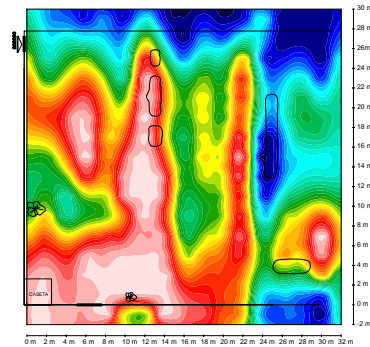
Inversión con dipolos horizontales x.



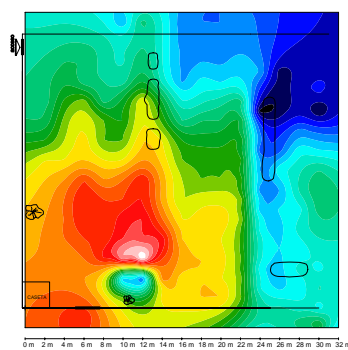
Observada



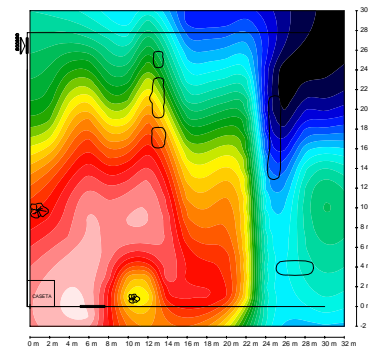
Calculada



Inversión con dipolos horizontales y.

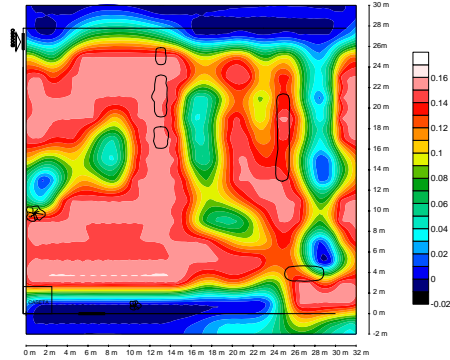


Observada

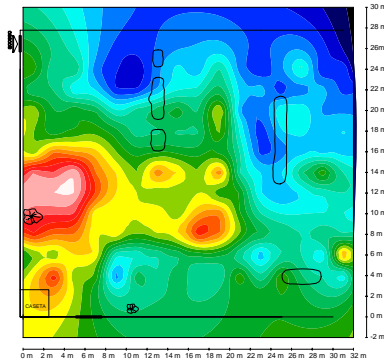


Calculada

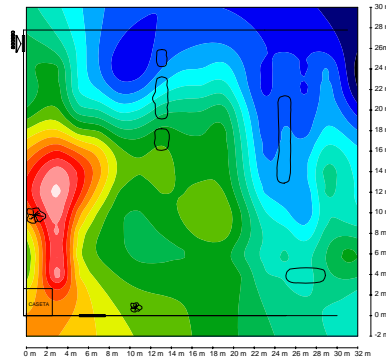
Dipolos Horizontales y Verticales en dirección x .



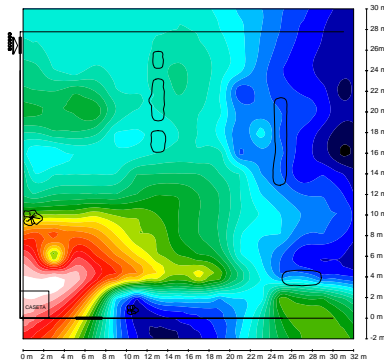
Inversión con dipolos horizontales y verticales en x .



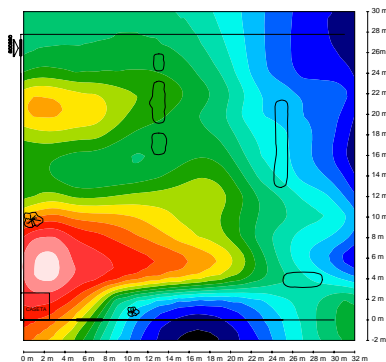
Observada dipolo horizontales



Calculada dipolos horizontales

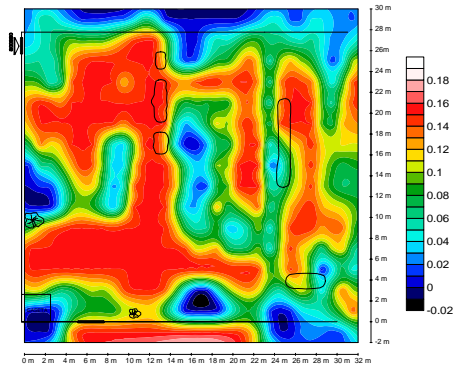


Observada dipolos verticales

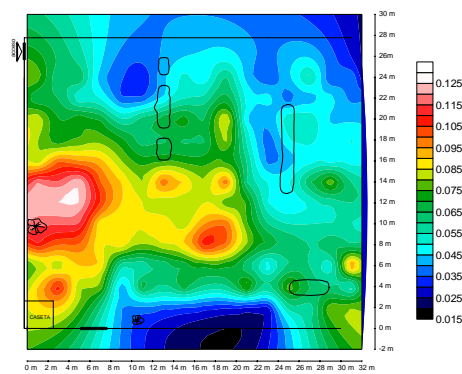


Calculada dipolos verticales

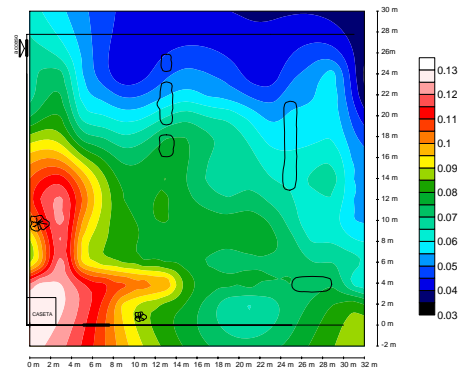
Dipolos Horizontales y Verticales en dirección x y y .



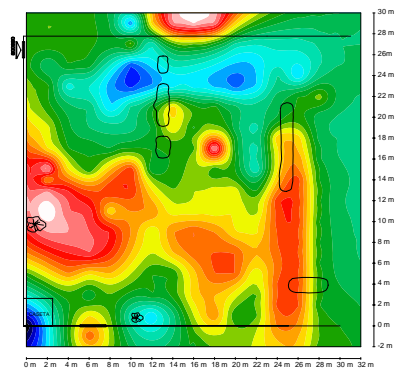
Inversión con dipolos horizontales y verticales en x .



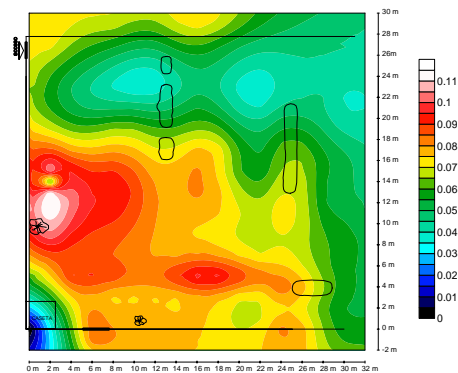
Observada dipolos horizontales x



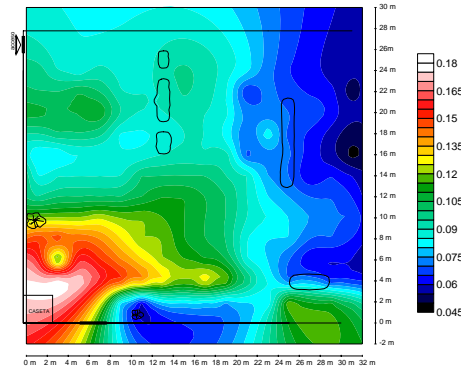
Calculada dipolos horizontales



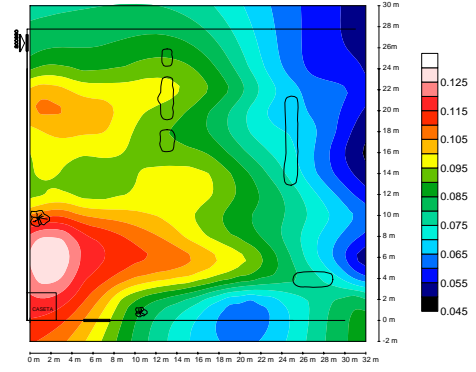
Observada dipolos horizontales y



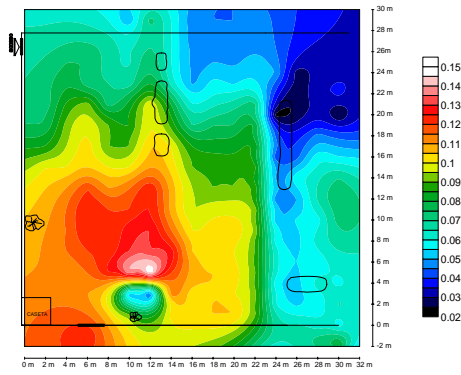
Calculada dipolos horizontales y



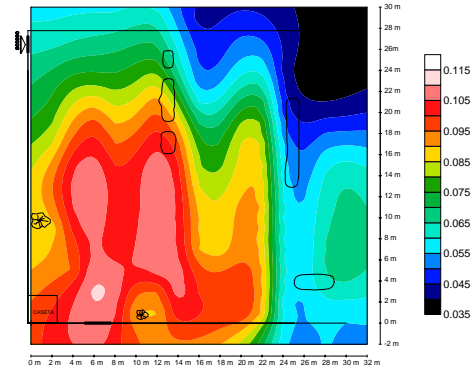
Observada dipolos horizontales x



Calculada dipolos horizontales x



Observada dipolos horizontales y



Calculada dipolos horizontales y