

TESIS DEFENDIDA POR

**Jacobo Montoya Becerra**

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

---

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

*Director del Comité*

---

Dr. Luis Armando Villaseñor González

*Miembro del Comité*

---

Dr. Roberto Conte Galván

*Miembro del Comité*

---

Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva

*Miembro del Comité*

---

Dra. María del Carmen Maya Sánchez

*Coordinadora del programa de  
posgrado en Electrónica y Telecomunicaciones*

---

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

*Director de Estudios de Posgrado*

10 de Agosto de 2009

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE  
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA**



---

**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS  
EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

---

**NUEVA TÉCNICA ANALÍTICA DE SÍNTESIS DE AGRUPACIÓN  
CON CONTROL SÓLO DE FASE BASADA EN EL CÍRCULO  
UNITARIO DE SCHELKUNOFF**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

**JACOBO MONTOYA BECERRA**

Ensenada, Baja California, México, Agosto de 2009

**RESUMEN** de la tesis de **Jacobo Montoya Becerra**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES con orientación en TELECOMUNICACIONES. Enseñada, Baja California, Agosto de 2009.

**NUEVA TÉCNICA ANALÍTICA DE SÍNTESIS DE AGRUPACIÓN  
CON CONTROL SÓLO DE FASE BASADA EN EL CÍRCULO  
UNITARIO DE SCHELKUNOFF**

Resumen aprobado por:

---

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director de Tesis

El constante crecimiento de la telefonía celular ha ocasionado un congestionamiento del espectro radioeléctrico, por lo que llegará el momento en que los usuarios comiencen a interferir unos con otros. Es por ello que surge la necesidad de un método de síntesis de agrupación, capaz de direccionar los nulos del diagrama de radiación, a la vez que genere y mantenga un lóbulo principal perfectamente definido; es decir, que se requiere realizar un filtrado espacial con el fin de atender a usuarios de interés y simultáneamente cancelar a los usuarios interferentes. Este filtrado espacial puede ser realizado mediante la síntesis del diagrama de radiación empleando agrupación de antenas, dicha síntesis constituye un problema abierto en comunicaciones inalámbricas.

En este trabajo se presenta una nueva técnica analítica de síntesis de agrupación, capaz de realizar este filtrado espacial a través de la síntesis del diagrama de radiación mediante el control sólo de fase de una agrupación lineal uniformemente espaciada. Esta técnica está basada en el círculo unitario de Schelkunoff. El factor de agrupación es modelado como una agrupación polinomial en el plano complejo  $z$ , y como el producto de los subpolinomios correspondientes, los cuales tienen sus raíces en el círculo unitario. El subpolinomio de mayor grado es empleado para generar, mantener y direccionar un lóbulo principal. El direccionamiento de nulos para la cancelación de interferentes se realiza usando sólo un subpolinomio para direccionar sólo un nulo.

Los resultados obtenidos en este trabajo demuestran que es posible direccionar simultáneamente los nulos del diagrama de radiación para la cancelación de interferentes, así como el lóbulo principal mediante el control sólo de fase.

**Palabras Clave:** Síntesis de agrupación de antenas, método polinómico de Schelkunoff, comunicaciones móviles celulares, círculo unitario de Schelkunoff, direccionamiento de nulos, dirigibilidad

**ABSTRACT** of the thesis presented by **JACOBO MONTOYA BECERRA**, in partial fulfillment of the requirements of **MASTER IN SCIENCES** degree in **ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS** with orientation in **TELECOMUNICACIONES**. Ensenada, Baja California, August 2009 .

## **NEW ANALYTICAL METHOD OF ARRAY SYNTHESIS WITH ONLY PHASE CONTROL BASED ON SCHELKUNOFF'S UNITARY CIRCLE**

The steady growth of mobile telephony has led to the congestion of the radio spectrum, so, in the near future users will increasingly begin to interfere with each other. That is the main reason for which a method for synthesis of array patterns, with prescribed nulls and a well defined main lobe is proposed. This new method will perform a spatial filtering in order to attend desired users and simultaneously reject the interfering ones. This spatial filtering can be done through the pattern synthesis of antenna arrays, which remain an open problem in wireless communications.

This thesis presents a new analytical technique for array synthesis, capable of performing spatial filtering, through the pattern synthesis of antenna array by using only phase control of a linear uniformly spaced array. This technique is based on the Schelkunoff unit circle. The array factor is formulated as an array polynomial in the complex  $z$ -plane, which is a product of the corresponding roots in the unit circle. The sub-polynomial with the highest degree will generate, maintain and steer the main lobe. The null steering for interference rejection is obtained by using only one lesser order sub-polynomial to steer only one null.

The results of this study demonstrate that it is possible to steer both, the nulls of the diagram pattern and the main lobe through, only phase control.

**Keywords:** linear array, pattern synthesis, Schelkunoff's unit circle, null steering, main lobe steering

*A mis padres y hermanos*

# Agradecimientos

A mi familia por su apoyo incondicional y su contante motivación a lo largo de esta etapa de mi vida, a Elva Naihvy Mandujano García por motivarme a emprender un nuevo proyecto de vida cuyo resultado es el presente trabajo de tesis.

Al Dr. David Hilario Covarrubias Rosales por su excelente dirección en el presente trabajo de tesis, gracias a sus consejos, paciencia y apoyo es que se ha logrado concluir con éxito el presente trabajo, pero sobre todo muchas gracias por su amistad.

A los miembros del comité de tesis Dr. Luis Armando Villaseñor González, Dr. Roberto Conte Galván, Dr. Hugo Homero Hidalgo Silva, gracias por sus consejos y sus valiosas aportaciones realizadas en el desarrollo de esta tesis.

Agradecimiento especial al Dr. Arturo Velázquez Ventura, por tenerme confianza y darme la oportunidad de ingresar a tan respetable institución,

Agradezco de forma especial al futuro Doctor en Ciencias MC. Jorge Flores Troncoso, por apoyarme de principio a fin en esta etapa de mi vida.

Al Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI) y a mis amigos de grupo: Miguel y Juan Carlos, gracias por su apoyo y compañía, pero sobre todo gracias por las horas de Age.

También agradecer a mis amigos y compañeros de generación, Daniel García, Israel, Miguel, Daniel Escobedo, Paulino, Jaquelin, Cecilia, Jesus, Juan Carlos, Adán, Alejandro, Ivan, Eduardo, Naihvy, por los buenos y malos momentos que compartimos a lo largo de estos años.

A todo el personal del CICESE y al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por permitirme continuar con mis estudios y por el apoyo económico suministrado.

# Contenido

	Página
<b>Resumen en español</b>	<b>i</b>
<b>Resumen en inglés</b>	<b>ii</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>iii</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>iv</b>
<b>Contenido</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>viii</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>x</b>
<b>I. Introducción</b>	<b>1</b>
I.1. Planteamiento del problema . . . . .	4
I.2. Objetivo de la tesis . . . . .	7
I.3. Metodología de la investigación . . . . .	8
I.4. Organización de la tesis . . . . .	9
<b>II. Generalidades de la síntesis del diagrama de radiación</b>	<b>11</b>
II.1. Introducción . . . . .	11
II.2. Agrupación de antenas . . . . .	11
II.2.1. Agrupación lineal uniforme (ALU) . . . . .	14
II.2.2. Agrupación lineal no uniforme . . . . .	17
II.3. Diagrama de radiación . . . . .	18
II.3.1. Lóbulos del diagrama de radiación . . . . .	19
II.3.2. Nivel de aislamiento SLL . . . . .	20
II.3.3. Ancho de haz principal . . . . .	21
II.3.4. Directividad . . . . .	22
II.4. Síntesis del diagrama de radiación . . . . .	23
II.5. Método de síntesis de Schelkunoff . . . . .	24
II.5.1. Círculo unitario de Schelkunoff . . . . .	26
II.6. Conclusiones . . . . .	30
<b>III. Técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase</b>	<b>32</b>
III.1. Introducción . . . . .	32
III.2. Consideraciones del sistema . . . . .	34
III.2.1. Geometría de la agrupación de antenas . . . . .	34

# Contenido (continuación)

	Página
III.3. Modelación matemática de la nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase . . . . .	36
III.3.1. División del polinomio de Schelkunoff . . . . .	36
III.3.2. Distribución de raíces . . . . .	39
III.3.3. Direccionamiento de nulos . . . . .	43
III.3.4. Restricciones . . . . .	50
III.3.5. Dirigibilidad de lóbulo principal . . . . .	51
III.4. Conclusiones . . . . .	54
<b>IV. Simulación y análisis de resultados</b>	<b>56</b>
IV.1. Introducción . . . . .	56
IV.1.1. Consideraciones de simulación . . . . .	56
IV.1.2. Equipo de cómputo empleado . . . . .	57
IV.2. Respuesta natural de una agrupación lineal uniformemente espaciada	57
IV.3. Direccionamiento de nulos para la cancelación de interferentes . . . .	59
IV.3.1. Cancelación de múltiples interferentes . . . . .	63
IV.4. Direccionamiento de nulos y del lóbulo principal como aportación al estado del arte . . . . .	66
IV.4.1. Dirigibilidad de lóbulo principal con cancelación de un interferente . . . . .	67
IV.4.2. Dirigibilidad de lóbulo principal con cancelación de dos interferente . . . . .	70
IV.4.3. Caso más adverso: dirigibilidad de lóbulo principal con cancelación de tres interferente . . . . .	73
IV.5. Conclusiones . . . . .	76
<b>V. Conclusiones</b>	<b>78</b>
V.1. Sobre la síntesis del diagrama de radiación mediante el empleo de la nueva técnica analítica . . . . .	79
V.2. Sobre la síntesis del diagrama de radiación . . . . .	80
V.3. Contribuciones . . . . .	82
V.4. Trabajo a futuro . . . . .	83
<b>Referencias</b>	<b>85</b>

# Lista de Figuras

Figura		Página
1	Filtrado espacial mediante el diagrama de radiación . . . . .	3
2	Grupos de métodos de síntesis de agrupación . . . . .	5
3	Métodos de síntesis de agrupación con control sólo de fase . . . . .	7
4	Estructura de la metodología empleada para el presente trabajo . . . . .	8
5	Geometrías de agrupación de antenas comúnmente empleadas . . . . .	13
6	Agrupación lineal uniforme . . . . .	14
7	ALU con fase progresiva . . . . .	14
8	Diagrama de radiación para una ALU de 16 elementos . . . . .	20
9	Anchos de haz . . . . .	22
10	Círculo unitario de Schelkunoff . . . . .	27
11	Regiones de visibilidad para una separación de lambda en ocho . . . . .	28
12	Regiones de visibilidad para lambda en cuatro . . . . .	28
13	Regiones de visibilidad para lambda en dos . . . . .	29
14	Agrupación lineal con excitación en fase . . . . .	34
15	Raíces distribuidas en el círculo unitario de Schelkunoff . . . . .	40
16	Diagrama de radiación obtenido con las excitaciones mostradas en la tabla II . . . . .	42
17	Raíces e interferente distribuidas en el círculo unitario de Schelkunoff .	46
18	Raíces e interferente distribuidas en el círculo unitario de Schelkunoff .	48
19	Diagrama de radiación obtenido con las excitaciones de la tabla IV . . .	49
20	Región de lóbulo principal para una agrupación de 16 elementos de antena	50
21	Región de lóbulo principal para una agrupación de 16 elementos de antena	52
22	Diagrama de radiación con el lóbulo principal dirigido en 30° . . . . .	53
23	Respuesta natural de una agrupación de 16 elementos de antena . . . . .	58

## Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
24	Raíces distribuidas en el círculo unitario con un interferente equidistante a 2 raíces . . . . .	59
25	Cancelación del interferente con el subpolinomio 2 . . . . .	60
26	Cancelación del interferente con el subpolinomio 2 . . . . .	61
27	Cancelación del interferente con el subpolinomio 3 . . . . .	62
28	Cancelación del interferente con el subpolinomio 3 . . . . .	62
29	Distribución espacial del usuario de interés e interferentes . . . . .	64
30	Distribución de raíces y 3 interferentes . . . . .	64
31	Cancelación de 3 interferentes . . . . .	65
32	Diagrama de radiación obtenido para la cancelación de 3 interferentes .	66
33	Ubicación espacial del usuario de interés e interferente . . . . .	67
34	Raíces distribuidas en torno a $256.7^\circ$ . . . . .	68
35	Rotación del subpolinomio 2 para cancelar al interferente . . . . .	69
36	Ubicación espacial del usuario de interés e interferente . . . . .	69
37	Diagrama de radiación con dirigibilidad y cancelación de un interferente	70
38	Ubicación espacial del usuario de interés y dos interferente . . . . .	71
39	Distribución de raíces para generar el lóbulo principal en $40^\circ$ . . . . .	71
40	Distribución de raíces para la cancelación de interferentes . . . . .	72
41	Diagrama de radiación con lóbulo principal en $40^\circ$ y cancelación de 2 interferentes . . . . .	72
42	Ubicación espacial del usuario de interés y tres interferente . . . . .	73
43	Distribución inicial de las raíces para direccionar el lóbulo principal a $48^\circ$	74
44	Distribución inicial de las raíces para direccionar el lóbulo principal a $48^\circ$	75
45	Diagrama de radiación con lóbulo principal en $48^\circ$ . . . . .	75

# Lista de Tablas

Tabla		Página
I	Ángulo de cada una de las raíces de los subpolinomios . . . . .	40
II	Excitaciones en amplitud y fase . . . . .	41
III	Ángulo de las raíces ya modificadas. . . . .	47
IV	Excitaciones en amplitud y fase . . . . .	48

# Capítulo I

## Introducción

El incremento del tráfico y los nuevos servicios de los sistemas de comunicaciones de tercera y cuarta generación, aunado al crecimiento constante de los usuarios de telefonía celular, han demandado una gran cantidad de recursos radioeléctricos, por lo que el canal radioeléctrico se ha congestionado de forma constante y creciente. Según datos publicados por la Union Internacional de Telecomunicaciones, desde el año 2000 la telefonía ha crecido a una tasa de 25% por año. Si bien a principios de la década tan sólo el 12% de la población mundial hacía uso de la telefonía celular, para finales del 2008 dicha población se incrementó hasta el 61% de la población mundial. Es decir, cuatro mil millones de personas.

Además de lo anterior, la aparición de las tecnologías de comunicaciones celulares de nueva generación (3G y 4G) han contribuido a la congestión del canal radioeléctrico ya que ahora no sólo se tiene tráfico de voz, sino que también se ofrecen servicios multimedia<sup>1</sup>, como datos a alta velocidad, video y descargas de archivos de música, entre otros.

---

<sup>1</sup>Se entiende por servicios multimedia el tráfico de ficheros como: música, video y documentos

Se puede decir que debido al crecimiento constante de los usuarios de telefonía celular, el espectro radioeléctrico se irá congestionando cada día más, por lo que llegará un punto en el cual los usuarios comiencen a interferir unos con otros. Otro de los problemas que se experimentarán es que al emplear antenas sectoriales (empleadas actualmente en comunicaciones celulares), la señal que transmite un móvil en su viaje se encuentra con múltiples obstáculos los cuales ocasionan que la señal viaje por múltiples trayectorias, representando un gran problema ya que da lugar al efecto conocido como desvanecimiento por multitrayectorias.

En la actualidad se han desarrollado una gran cantidad de estudios para subsanar estos problemas. Una de las propuestas más prometedoras es el empleo de antenas inteligentes en la radio base, ya que por medio de éstas se puede realizar un filtrado espacial. Por medio del canal se puede dar servicio a un usuario de interés y además cancelar los usuarios que interfieran con la señal de interés, dado que el principio de las antenas inteligentes es generar diagramas de radiación adaptables a las condiciones cambiantes del medio de transmisión [Balanis, 1997].

Para lograr el filtrado espacial es necesario dirigir la mayor ganancia hacia un punto de interés, y simultáneamente dirigir los puntos con menor ganancia hacia la posición de usuarios interferentes, tal y como se muestra en la figura 1.

Una antena inteligente consta de una agrupación de elementos de antena, así como una unidad de procesamiento digital la cual se encarga de optimizar los diagramas de radiación dinámicamente, en respuesta a una señal de interés así como señales no deseadas. Además de ello cabe mencionar que el empleo de antenas inteligentes en

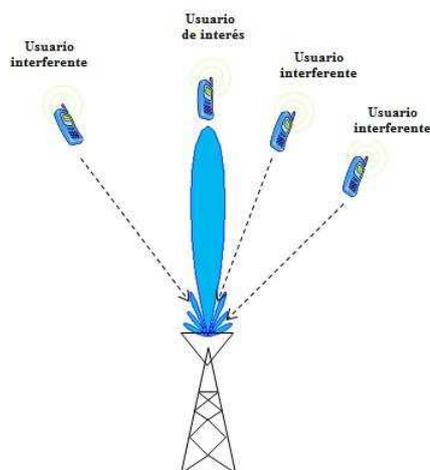


Figura 1. Filtrado espacial mediante el diagrama de radiación

comunicaciones móviles celulares presenta las siguientes ventajas [Covarrubias, 2008]:

**Incremento de la capacidad y confiabilidad.** Con una agrupación de antenas la ganancia es mayor que en el caso de una antena omnidireccional<sup>2</sup>, por lo cual se puede transmitir a mayor distancia con la misma potencia. Esto reduciría el número de estaciones base para cubrir una zona específica.

**Reducción de la potencia de transmisión.** Con el aumento de la ganancia producido por la agrupación de antenas, los móviles pueden transmitir a una menor potencia ahorrando batería.

**Reducción de la propagación multitrayectoria.** Debido a que las agrupaciones de antenas pueden generar un haz altamente directivo se reduce significativamente las multitrayectorias, lo cual permite disminuir el desvanecimiento por multitrayectorias.

**Reducción del nivel de interferencia.** La selectividad espacial que proporciona la agrupación de antenas, permite discernir las señales interferentes provenientes de

<sup>2</sup>Una antena omnidireccional es aquella que radia energía de manera uniforme en todas direcciones.

otros usuarios, con ésto se puede hacer insensible a la estación base hacia esas direcciones y evitar que esas señales sean procesadas en el sistema de recepción.

**Incremento del nivel de seguridad** Gracias a que las transmisiones entre la estación base y los móviles son direccionales, es muy difícil que otro equipo intercepte la señal, a menos que se encuentre situado en la misma dirección que el usuario de interés.

Una vez que hemos visto las ventajas de emplear antenas inteligentes, podemos mencionar que el diseño de dichas antenas presenta tres principales campos de investigación los cuales son:

- Optimización de los agrupamientos de antena.
- Algoritmos de conformación de haz.
- Algoritmos de estimación de las direcciones de arribo.

Particularmente este trabajo se enfoca en la optimización de los agrupamientos de antena de tal forma que se establece el siguiente planteamiento del problema.

## **I.1. Planteamiento del problema**

En antenas inteligentes un problema abierto es la síntesis del diagrama de radiación, ya que éste debe cumplir con ciertas características como lo son directividad, dirigibilidad, ancho de haz principal estrecho, nivel de aislamiento y dirigibilidad de nulos. Dentro de la síntesis del diagrama de radiación, la dirigibilidad de nulos se ha vuelto muy importante, ya que al congestionarse el medio electromagnético será necesario realizar cancelaciones de usuarios interferentes. Dicha cancelación de interferentes se realiza de

forma muy eficiente mediante agrupaciones (arrays) de antenas.

Dado que una agrupación de antenas está formada por elementos de antena idénticos en su forma, estructura y radiación, la síntesis del diagrama consiste en encontrar las excitaciones para cada elemento de la agrupación de tal forma que genere un diagrama con las características deseadas [Trees, 2002], estas excitaciones pueden ser en amplitud, fase o en ambas. Para obtener dichas excitaciones existen una gran cantidad de métodos ampliamente reportados en la literatura, enfocándose la mayoría de ellos a obtener excitaciones en amplitud. Existe una gran cantidad de métodos de síntesis, pero podemos clasificarlos en 2 grandes grupos: los métodos analíticos y métodos estocásticos. En la figura 2 se muestra la familia de ambos grupos. Cabe mencionar que los nombres que aparecen entre corchetes representan a los miembros del Grupo de Comunicaciones Inalámbricas, GCI que han estudiado y reportado los métodos correspondientes.

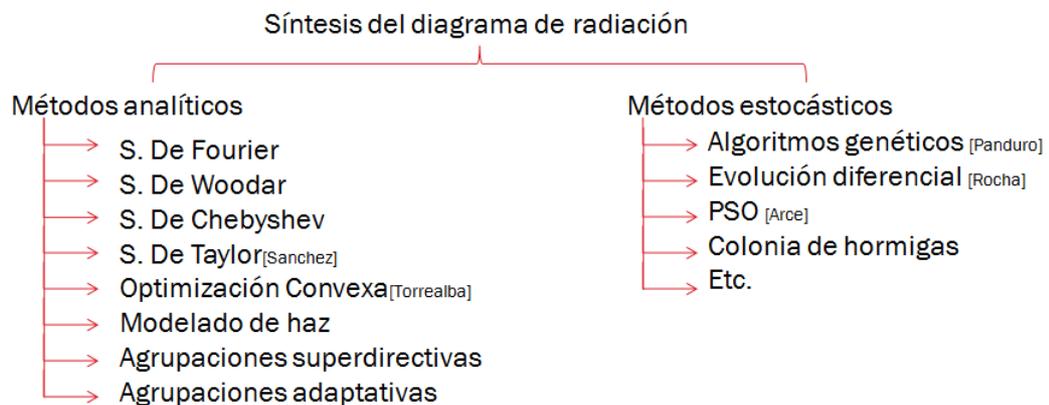


Figura 2. Grupos de métodos de síntesis de agrupación

Los métodos estocásticos presentan una muy buena respuesta en cuanto a las características del diagrama de radiación, pero tienen la desventaja que presentan un gran tiempo de convergencia, por lo que no se pueden aplicar para la conformación de haz en

tiempo real. Por otra parte están los métodos analíticos los cuales no obtienen una respuesta tan buena como los métodos estocásticos, sin embargo presentan una respuesta aceptable en términos de tiempo de convergencia muy pequeño, es por ello que en este trabajo se abordará una nueva técnica analítica.

En este trabajo se plantea desarrollar una nueva técnica analítica para la síntesis del diagrama de radiación, con la cual se manipulará el diagrama de radiación por medio de excitaciones sólo de fase, con la finalidad de direccionar el lóbulo principal hacia un usuario de interés. Así a la vez se direccionarán los nulos del diagrama de radiación para cancelar a los usuarios que en un momento dado podrían interferir con la señal de interés. Esta técnica analítica está basada en el método subpolinómico de Schelkunoff.

Vale la pena mencionar que por primera vez en el Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI), se aborda la síntesis del diagrama de radiación con el enfoque principal de direccionar los nulos para cancelar los interferentes, esto debido a la creciente necesidad de filtrar las señales que arriban a una estación base con el fin de mantener una buena relación señal a ruido.

También se resalta que por vez primera se realiza la síntesis del diagrama de radiación por medio de la manipulación únicamente de las fases, lo cual representa el estado de el arte, ya que anteriormente la manipulación del diagrama de radiación con control sólo de fase únicamente había sido realizado por medio de algoritmos genéticos por [Haupt, 1997]. Es aquí donde reside la trascendencia del presente trabajo, ya que en

esta tesis se presenta un nuevo método analítico para realizar la síntesis del diagrama de radiación con control sólo de fase, ya que se está aportando al estado del arte una nueva opción analítica para realizar la síntesis del diagrama de radiación, tal y como se muestra en la figura 3.

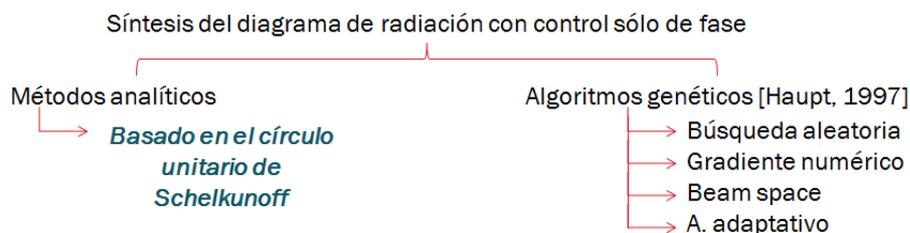


Figura 3. Métodos de síntesis de agrupación con control sólo de fase

Cabe mencionar que con la nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase se pretende obtener resultados igual de aceptables que con algoritmos genéticos, pero con un tiempo de convergencia mucho menor. Es por ello que se presenta el siguiente objetivo.

## I.2. Objetivo de la tesis

Modelado y simulación de la síntesis del diagrama de radiación considerando una agrupación lineal uniforme, evaluando parámetros del diagrama de radiación como el direccionamiento de nulos, así como el direccionamiento del lóbulo principal hacia un usuario de interés. Se emplearán técnicas analíticas para el control sólo de fase basándose en el círculo unitario de Schelkunoff.

### I.3. Metodología de la investigación

La metodología seguida para el desarrollo de este trabajo se muestra en la figura 4, la cual refleja el seguimiento de los temas capítulo a capítulo así, como los puntos principales de estudio de cada uno de los temas.

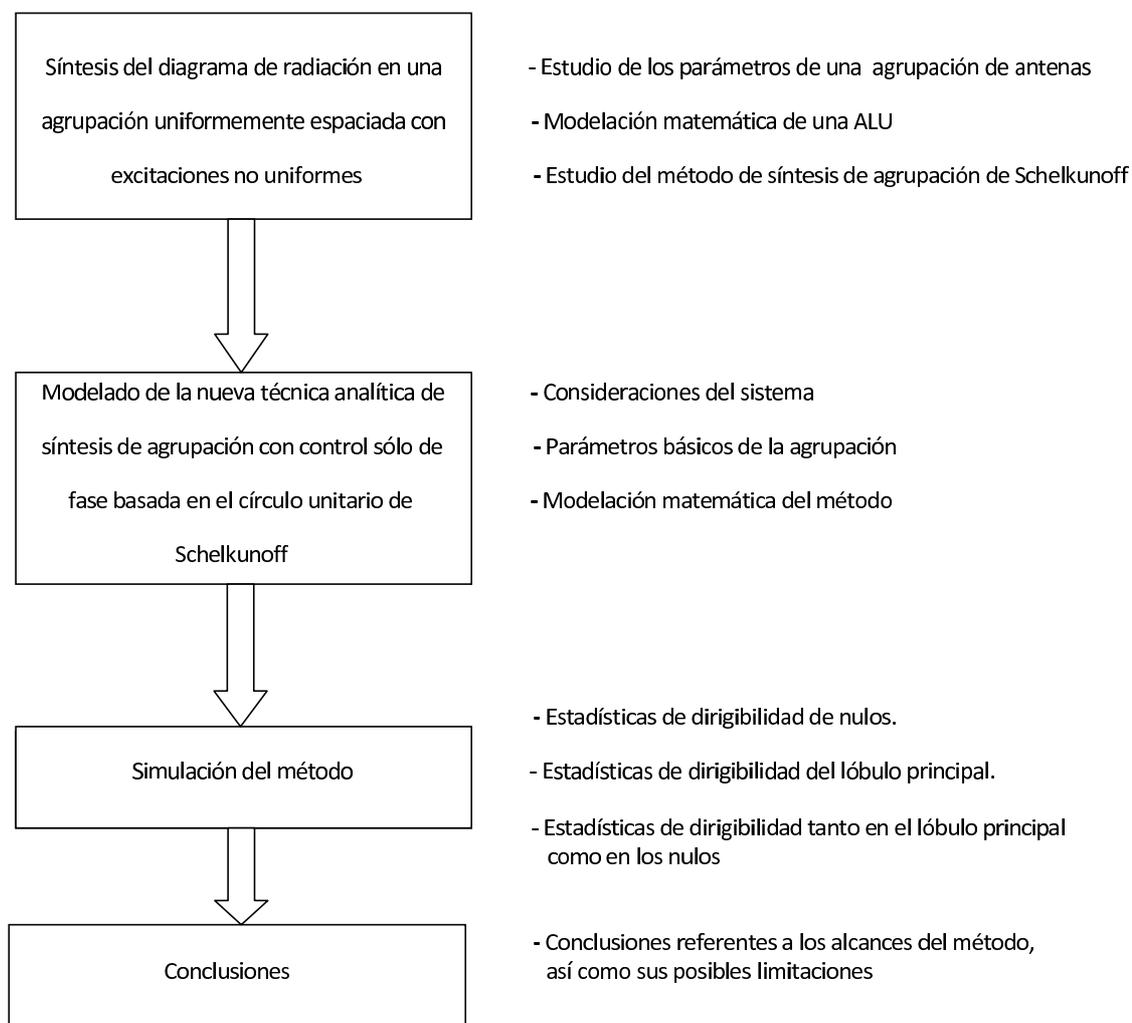


Figura 4. Estructura de la metodología empleada para el presente trabajo

## I.4. Organización de la tesis

El presente trabajo se encuentra organizado de la siguiente manera: en el capítulo II se establecen los conceptos básicos de los parámetros de una agrupación de antenas y como éstos afectan a la síntesis de los diagramas de radiación. Además se presentarán las ventajas que proporciona el empleo de las agrupaciones de antenas, así como algunos de los métodos de síntesis que existen reportados en la literatura analizando sus alcances y limitaciones. En el capítulo III se presenta la modelación matemática de la *nueva técnica analítica de síntesis de agrupación, con control sólo de fase basada en el círculo unitario de Schelkunoff*. Se presentan a detalle todos y cada uno de los parámetros que deben de tomarse en cuenta a la hora de realizar la síntesis, así como también se muestran las consideraciones que se deben tomar en cuenta. La importancia, originalidad y trascendencia de este capítulo, así como de este trabajo, es que se aborda el estado del arte en cuanto a la cancelación de interferentes mediante una nueva técnica analítica. En el capítulo IV se analizará la aplicación de la técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase basada en el círculo unitario de Schelkunoff para la cancelación de usuarios interferentes, así como para la reducción del problema de desvanecimiento por multitrayectorias. Para realizar el análisis se generarán, mediante simulaciones, una serie de estadísticas haciendo énfasis en las excitaciones obtenidas para cada elemento de la agrupación de antenas, las cuales cabe mencionar que son excitaciones sólo de fase. También se prestará atención especial a la dirigibilidad de los nulos para la cancelación de interferentes y se presentará la dirigibilidad del lóbulo principal. Estos dos últimos aspectos constituyen una aportación al estado del arte, ya que en la actualidad no existe publicado ningún método que pueda dirigir los nulos y simultáneamente el lóbulo principal. Por último en el capítulo V se mostrarán las

conclusiones de lo alcanzado con el método así como sus posibles limitaciones, haciendo especial énfasis en las contribuciones realizadas por el presente trabajo.

## Capítulo II

# Generalidades de la síntesis del diagrama de radiación

### II.1. Introducción

Una vez vistas las ventajas de emplear una agrupación de antenas, es necesario comprender los parámetros que afectan directamente al rendimiento de las agrupaciones. Por lo tanto, en el presente capítulo se abordarán los conceptos básicos de una agrupación de antenas, así como las características deseadas en un diagrama de radiación<sup>1</sup>. Por último se analizarán las generalidades que deben ser entendidas para realizar la síntesis del diagrama de radiación.

### II.2. Agrupación de antenas

En muchas aplicaciones, especialmente en comunicaciones celulares, las características del diagrama de radiación que genera un sólo elemento de antena no cumplen con los requerimientos de directividad, nivel de lóbulos laterales y ancho de haz principal. Por

---

<sup>1</sup>El diagrama de radiación representa las propiedades de radiación de una agrupación en distintas direcciones del espacio.

lo tanto, para satisfacer los requerimientos anteriormente mencionados en muchas ocasiones se incrementa el tamaño eléctrico de las antenas.

Otra forma de satisfacer estos requerimientos sin incrementar las dimensiones de las antenas, es formar una estructura de elementos de antena en una configuración eléctrica y geométrica. Esta nueva antena formada por múltiples elementos de antena es conocida como una agrupación [Balanis, 1997]. En la mayoría de los casos se consideran elementos puntuales idénticos, es decir radiadores isotrópicos<sup>2</sup>, los cuales determinan el diagrama de radiación tal como se abordará a continuación.

El diagrama de radiación de la agrupación es determinado por el vector de adición de los campos electromagnéticos de cada uno de los elementos de antena. Al realizarse la adición de los campos de cada uno de los elementos de antena, éstos interfieren constructivamente entre ellos para lograr una gran directividad, así como también interfieren destructivamente para generar zonas de menor ganancia. Dichas zonas pueden emplearse para cancelar señales no deseadas.

Además de la contribución de los campos de cada elemento en una agrupación, existen otros factores determinantes en la formación del diagrama de radiación, estos factores son:

1. La geometría de la agrupación, la cual puede ser lineal, circular, rectangular esférica, etc.

---

<sup>2</sup>Un radiador isotropico es una antena puntual ideal la cual radia energía uniformemente en todas direcciones

2. El espaciamiento entre elementos de antena.
3. La excitación en amplitud de cada uno de los elementos de antena.
4. La excitación en fase de cada uno de los elementos de antena.
5. El diagrama de radiación generado por cada uno de los elementos de antena.

Por lo tanto, para generar un diagrama de radiación deseado es necesario considerar una gran cantidad de variables. Las geometrías de agrupación de antenas más comúnmente empleadas se presenta la figura 5.

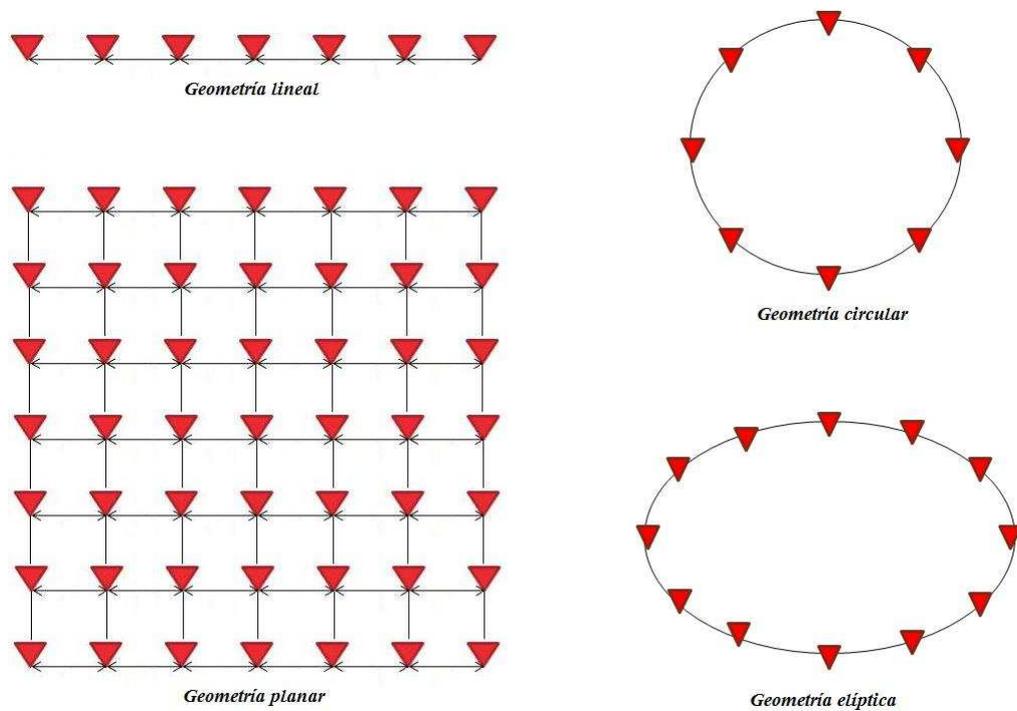


Figura 5. Geometrías de agrupación de antenas comúnmente empleadas

Cabe mencionar que el presente trabajo se basa en el empleo de una agrupación lineal ya que es una de las geometrías más sencillas de analizar; además una vez establecido el algoritmo es fácilmente transportable a cualquier tipo de geometría. Por lo tanto en la siguiente sección se abordará el tema de agrupación lineal uniforme.

### II.2.1. Agrupación lineal uniforme (ALU)

Una agrupación lineal uniforme es aquella que está conformada por radiadores isotrópicos idénticos dispuestos a lo largo de una línea recta con la misma amplitud y fase de excitación, y separados entre sí una distancia  $d$ , tal y como se muestra en la figura 6.

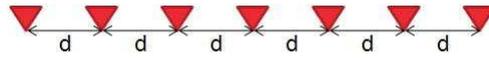


Figura 6. Agrupación lineal uniforme

Para esta geometría se asume que todos los elementos de antena tienen las mismas amplitudes de excitación; sin embargo, cada elemento de antena tiene una magnitud angular diferente en relación al elemento de antena adyacente, a esta magnitud angular se le conoce como fase progresiva  $\beta^3$ . Cabe mencionar que en una agrupación de antenas siempre se presentará un desfase de la señal de un elemento a otro. Este desfase se presenta cuando una señal arriba a una ALU con una dirección  $\alpha$  respecto a la transversal de la agrupación. Ésta llegará en un tiempo  $t_0$ . La distancia recorrida por la señal en el tiempo cero se representa en la figura 7 por la línea punteada, y es necesario que la señal viaje una distancia adicional  $x$  para que tal señal arribe al segundo elemento de antena, tal y como se muestra en la figura 7

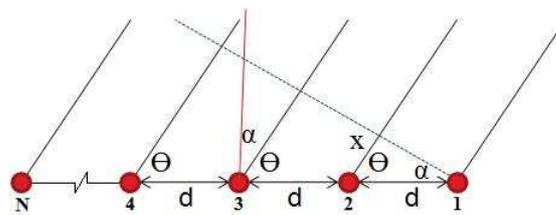


Figura 7. ALU con fase progresiva

Esta distancia adicional  $x$  que debe recorrer la señal es la causante del desfase

---

<sup>3</sup>La fase progresiva  $\beta$  es una magnitud angular, la cual puede ser empleada para dirigir el lóbulo principal de un diagrama de radiación a una dirección deseada.

y puede ser calculada mediante la expresión (1). Esta distancia adicional  $x$  también es conocida como el desfaseamiento entre elementos  $\psi$ .

$$x = \psi = kd \sin(\alpha) \quad (1)$$

Donde  $k$  representa el vector de onda ( $2\pi/\lambda$ ),  $d$  representa la separación entre elementos de antena (esta separación está dada en términos de la longitud de onda  $\lambda$ ) y  $\alpha$  representa el margen de visibilidad<sup>4</sup> de la agrupación de antenas.

Para una agrupación con todos sus elementos de antena excitados con la misma amplitud y con fase progresiva, se obtiene el factor de agrupación (FA) mediante la expresión (2).

$$FA = 1 + e^{j(kd \sin(\alpha) + \beta)} + e^{j2(kd \sin(\alpha) + \beta)} + \dots + e^{j(N-1)(kd \sin(\alpha) + \beta)} \quad (2)$$

La expresión (2) puede ser expresada en términos de sumatoria, quedando de la forma siguiente:

$$\sum_{n=1}^N e^{j(n-1)(kd \sin(\alpha) + \beta)} \quad (3)$$

Donde  $N$  representa el número de elementos de antena

Sustituyendo el desfaseamiento  $\psi$  en (3) obtenemos la expresión (4).

$$\sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi} \quad (4)$$

Por las expresiones (2), (3) y (4) podemos concluir que el factor de agrupación es una sumatoria de exponenciales, la cual representa la suma de  $N$  fasores cada uno con

---

<sup>4</sup>El margen de visibilidad se define como el espacio angular de trabajo de una agrupación de antenas.

amplitud unitaria y fase progresiva. En agrupamientos no uniformes, la amplitud así como la fase pueden ser empleadas para controlar la formación y distribución del factor de agrupación total.

El factor de agrupación de (3) también puede ser expresado de manera compacta y cerrada, cuyas funciones y distribuciones son mas conocidas. Esto se logra multiplicando ambos lados de (3) por  $e^{j\psi}$ , quedando:

$$FA(e^{j\psi}) = e^{j\psi} + e^{j2\psi} + e^{j3\psi} + \dots + e^{j(N-1)\psi} + e^{jN\psi} \quad (5)$$

Substrayendo (3) de (5) se reduce a:

$$FA(e^{j\psi} - 1) = (-1 + e^{jN\psi}) \quad (6)$$

El cual también puede ser escrito como:

$$FA = \left[ \frac{e^{jN\psi} - 1}{e^{j\psi} - 1} \right] = e^{j \left[ \frac{(N-1)}{2} \right] \psi} \left[ \frac{e^{j(N/2)\psi} - e^{-j(N/2)\psi}}{e^{j(1/2)\psi} - e^{-j(1/2)\psi}} \right] = e^{j \left[ \frac{(N-1)}{2} \right] \psi} \left[ \frac{\text{sen} \left( \frac{N}{2} \psi \right)}{\text{sen} \left( \frac{1}{2} \psi \right)} \right] \quad (7)$$

Si el punto de referencia es el centro de la agrupación, el factor de agrupación de (7) se reduce a:

$$FA = \left[ \frac{\text{sen} \left( \frac{N}{2} \psi \right)}{\text{sen} \left( \frac{1}{2} \psi \right)} \right] \quad (8)$$

A partir de estas expresiones en la siguiente sección se obtendrán las expresiones de factores de agrupación lineal no uniforme que son de gran importancia para la comprensión del capítulo III.

## II.2.2. Agrupación lineal no uniforme

Dado que una agrupación lineal uniforme siempre mantiene las mismas excitaciones en cada uno de sus elementos, siempre se obtiene el mismo factor de agrupación y, por consiguiente, siempre se obtendrá el mismo diagrama de radiación. Por lo tanto, si se desea manipular las características del diagrama de radiación, una ALU es completamente ineficiente. Para los casos en los que se desea un diagrama de radiación adaptable, es necesario hacer uso de las agrupaciones lineales no uniformes. Tales agrupaciones conservan las características geométricas de una ALU, con la única diferencia que cada elemento de antena tiene diferentes excitaciones, las cuales pueden diferir tanto en amplitud, en fase o en ambas. Por lo tanto, para cada conjunto de excitaciones se tendrá un factor de agrupación diferente. Por ejemplo, para una agrupación lineal con excitaciones de amplitud no uniformes se obtiene el siguiente factor de agrupación.

$$FA = a_1 1 + a_2 e^{j\psi} + a_3 e^{j2\psi} \dots + a_{(N)} e^{j(N-1)\psi} = \sum_{n=1}^N a_n e^{j(n-1)\psi} \quad (9)$$

Donde  $a_n$  representa el vector de excitaciones, es decir las amplitudes de cada uno de los elementos de antena. Cabe mencionar que las excitaciones también pueden ser en fase y su factor de agrupación correspondiente es el siguiente:

$$FA = e^{j(0)\psi+\phi_1} + e^{j\psi+\phi_2} + e^{j2\psi+\phi_3} \dots + e^{j(N-1)\psi+\phi_N} = \sum_{n=1}^N e^{j(n-1)\psi+\phi_n} \quad (10)$$

Si aplicamos la ley de los exponentes a (10) obtenemos:

$$FA = \sum_{n=1}^N e^{\phi_n} e^{j(n-1)\psi} \quad (11)$$

Donde  $\phi$  representa el vector de fases, es decir las fases de excitación de cada uno de los elementos de antena. De acuerdo al objetivo planteado para el presente trabajo, el factor de agrupación que se empleará es determinado por la expresión (11) ya que

es el que representa un factor de agrupación con control sólo de fase manteniendo las amplitudes de excitación unitarias.

Si bien ya se ha hablado en esta sección de los factores de agrupación para obtener diagramas de radiación adaptables, aún no se ha hablado de lo que es un diagrama de radiación así como las características deseadas en un diagrama de radiación. Es por ello que en la siguiente sección se profundiza en los conceptos asociados a los diagramas de radiación, así como en sus características principales.

### **II.3. Diagrama de radiación**

El diagrama de radiación es definido como la función matemática, o representación gráfica, de las propiedades de radiación de una antena o agrupación de antenas en función de coordenadas espaciales [Trees, 2002]. En la mayoría de los casos, el diagrama de radiación es determinado en la región de campo lejano y es representado en función de coordenadas direccionales. Las propiedades de radiación de una agrupación incluyen densidad de flujo de potencia, intensidad de radiación, directividad, fase o polarización. Por lo general los diagramas de radiación son representados en dos dimensiones, las cuales son el margen de visibilidad en grados y la intensidad de potencia, la cual por lo regular es representada en decibeles (dB) con el fin de acentuar en más detalle las partes del diagrama que presentan valores muy pequeños. Además de las características ya mencionadas del diagrama de radiación, existen otras de gran importancia en agrupación de antenas, tales como:

1. Lóbulo principal

2. Lóbulos secundarios
3. Relación de lóbulo principal a secundario (SLL)
4. Ancho de haz principal
5. Nulos
6. Directividad

Estos parámetros se describen en los siguientes apartados.

### **II.3.1. Lóbulos del diagrama de radiación**

Algunas partes del diagrama de radiación son referidas como lóbulos, las cuales se pueden clasificar como lóbulo principal, lóbulos secundarios y lóbulos tipo rejilla<sup>5</sup>. Un lóbulo es una porción del diagrama de radiación delimitada por regiones de intensidad de radiación relativamente débil y por regiones de intensidad cero conocidas como nulos [Godara, 2002].

El lóbulo principal se caracteriza por ser el lóbulo con mayor intensidad de radiación y es por ello que es empleado para dar servicio al usuario de interés. En la figura 8 se muestra un diagrama de radiación con el lóbulo principal orientado a cero grados.

Los lóbulos secundarios se caracterizan por tener una intensidad de radiación menor en relación al lóbulo principal. Los lóbulos secundarios por lo regular son simétricos, es

---

<sup>5</sup>Los lóbulos tipo rejilla son lóbulos que se forman fuera del margen de visibilidad de la agrupación por lo que representan una pérdida de energía

decir que se presentan de forma similar a ambos lados del lóbulo principal, tal y como se muestra en la figura 8.

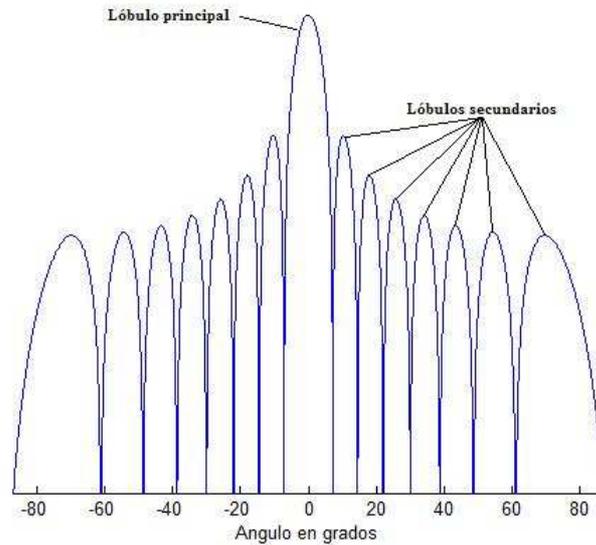


Figura 8. Diagrama de radiación para una ALU de 16 elementos

Existe una relación entre el nivel del lóbulo laterales y el nivel del lóbulo principal conocida como el nivel de aislamiento, la cual se comenta a continuación.

### II.3.2. Nivel de aislamiento SLL

La relación del lóbulo principal al secundario, también conocida como nivel de aislamiento, se define como la razón entre la intensidad de radiación del mayor lóbulo lateral y la intensidad de radiación máxima del lóbulo principal [Balanis, 1997]. Esto es,

$$SLL = \frac{A_{SLL}}{A_{maxima}} \quad (12)$$

donde:

$A_{SLL}$  = Intensidad de radiación del mayor lóbulo lateral.

$A_{max}$  = Intensidad de radiación maxima del lóbulo principal.

En la tecnología de agrupación de antena se desea que el nivel máximo de lóbulos laterales sea lo menor posible, ya que mientras menor sea el nivel de lóbulos laterales se tendrá una probabilidad menor de interferencia. Los estándares establecen que un nivel de aislamiento aceptable debe ser menor a -19dBs. Otro de los factores que determinan el rendimiento de una agrupación de antenas es en ancho de haz principal.

### II.3.3. Ancho de haz principal

El ancho de haz de un diagrama de radiación se define como la separación entre dos puntos idénticos en lados opuestos del lóbulo principal. En un diagrama de radiación existen diferentes anchos de haz, pero podemos definir dos de ellos que son ampliamente empleados; uno de ellos es el ancho de haz de media potencia (HPBW por sus siglas en inglés Half Power Beamwidth), el cual se define como la separación angular entre las direcciones en las que el lóbulo principal toma el valor de potencia medio; y el otro es el ancho de haz al primer nulo (FNBW de sus siglas en inglés First Null Beamwidth), el cual se define como la separación angular entre los nulos que delimitan al lóbulo principal. El HPBW y el FNBW se muestran en la figura 9 [Godara, 2002],[Baird CA, 1976].

El ancho de haz principal es de gran importancia, ya que mientras más estrecho sea, se disminuye el desvanecimiento por multitrayectorias. Cabe mencionar que en ocasiones se tiene un compromiso entre el nivel de aislamiento y el ancho de haz principal, es decir que mientras más se estrecha el haz principal, el nivel de lóbulo lateral se incrementa, y viceversa.

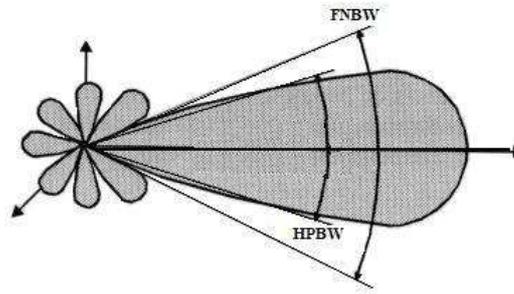


Figura 9. Anchos de haz

### II.3.4. Directividad

La directividad de una antena o agrupación de antenas se define como la relación que existe entre la densidad de potencia radiada en una dirección específica y a una distancia dada, y la densidad de potencia que radiaría a esa misma distancia una antena isotrópica. En su forma matemática, la directividad se expresa como:

$$D = \frac{4\pi U}{P_{rad}} \quad (13)$$

Donde  $U$  representa la intensidad de radiación en watts por unidad de ángulo sólido y  $P_{rad}$  representa la potencia total radiada en watts. La directividad se puede obtener, en general a partir del conocimiento del diagrama de radiación de la agrupación de antenas.

Una vez que ya hemos analizado los factores determinantes de un diagrama de radiación, es necesario mencionar que todos estos parámetros anteriormente analizados pueden hacerse variar a voluntad para así obtener diagramas de radiación con características deseadas y predefinidas. Al proceso de variar los parámetros de un diagrama

de radiación a voluntad se le conoce como síntesis del diagrama de radiación, lo cual será tratado en el siguiente apartado.

## II.4. Síntesis del diagrama de radiación

La síntesis del diagrama de radiación consiste en modificar las características del diagrama de radiación mediante el tratamiento matemático adecuado del factor de agrupación, con el fin de realizar un filtrado espacial.

En la síntesis del diagrama de radiación se explotan las características de radiación de la agrupación para realizar un filtrado espacial. El filtrado espacial, visto desde el dominio de frecuencia, se genera mediante la combinación de los diagramas de radiación de cada uno de los elementos de la agrupación [Elliott, 2003]. Este filtrado permite admitir o rechazar señales de acuerdo a su posición espacial. Usualmente se desea realizar el filtrado de forma tal que una señal proveniente de un ángulo en particular sea admitida, y que el ruido o interferencia proveniente de otra dirección o grupo de direcciones sea rechazado.

Como ya se ha mencionado el filtrado espacial se realiza mediante la interacción de los diagramas de radiación de cada uno de los elementos de antena, para así formar un diagrama de radiación total de la agrupación, es decir que los diagramas de radiación individuales se interfieren entre ellos tanto de forma constructiva como destructiva. Por lo tanto, la síntesis del diagrama de radiación consiste en encontrar el conjunto de excitaciones para los elementos de antena de la agrupación que generen un diagrama de radiación total con características deseadas. Por lo general estas características deben

cumplir con las normativas vigentes de las comunicaciones inalámbricas, y además de esto agregar características tales como la dirigibilidad, la cual consiste en hacer que el lóbulo principal se pueda orientar a cualquier dirección dentro del margen de visibilidad de la agrupación de antenas, para dar servicio al usuario independientemente de la posición en la que se encuentre. Otra característica que se ha vuelto de gran importancia es la dirigibilidad de nulos, ésta consiste en dirigir los nulos del diagrama de radiación a cualquier posición lo cual es de gran utilidad, ya que con ello se puede cancelar a usuarios que degraden la comunicación con el usuario de interés.

Para realizar la síntesis del diagrama de radiación existen una gran cantidad de métodos ampliamente reportados en la literatura, algunos de los cuales aparecen en la figura 2 del capítulo I.

Uno de los métodos importantes, además de los anteriormente mencionados, es el método de Schelkunoff, ya que es uno de los cuales realiza el direccionamiento de nulos. Es por ello que en la siguiente sección se abordaran los conceptos básicos de este método.

## **II.5. Método de síntesis de Schelkunoff**

Para agrupaciones lineales uniformemente espaciadas, el diagrama de radiación por medio del factor de agrupación puede ser representado en términos de una agrupación polinomial. En 1943, Schelkunoff empleó este método para desarrollar la teoría de

agrupaciones lineales. El presente trabajo está basado en la génesis del método de Schelkunoff, por lo que se presenta una pequeña descripción de este método.

El método de Schelkunoff permite la síntesis de agrupaciones en las cuales los diagramas de radiación colocan nulos en direcciones deseadas. Para el empleo de este método es necesario conocer información acerca del número de nulos deseados, así como la dirección de tales nulos. El número de elementos de la agrupación y sus excitaciones son determinados por el método. La modelación matemática de esta técnica analítica es presentada a continuación.

Refiriendo a la expresión (9), el factor de agrupación para  $N$  elementos de antena igualmente espaciados, con excitaciones de amplitud no uniformes, y fase progresiva está dada como:

$$FA = a_1 1 + a_2 e^{j\psi} + a_3 e^{j2\psi} \dots + a_{(N)} e^{j(N-1)\psi} = \sum_{n=1}^N a_n e^{j(n-1)\psi} \quad (14)$$

Donde  $a_n$  representa el vector de excitaciones de amplitud, una para cada elemento de antena y  $e^{j(n-1)\psi}$  representa la sensibilidad a lo largo de la ventana de visibilidad de la agrupación [Balanis, 1997], [Elliott, 2003], [Trees, 2002], [Covarrubias, 2008].

Si aplicamos la transformación en  $z$  de la expresión (15)

$$z = x + jy = e^{j\psi} = e^{j(kdsen(\alpha))} \quad (15)$$

entonces 14 puede reescribirse como:

$$FA = \sum_{n=1}^N a_n z^{n-1} = a_1 + a_2 z + a_3 z^2 + \dots + a_N z^{N-1} \quad (16)$$

El cual es un polinomio de grado  $(N - 1)$ . Del teorema fundamental del álgebra, cualquier polinomio de grado  $(N - 1)$  tiene  $(N - 1)$  raíces y puede ser expresado como el producto de  $(N - 1)$  términos lineales [Balanis, 1997], por lo tanto (16) puede ser reescrita como:

$$FA = a_n (z - z_1) (z - z_2) (z - z_3) \dots (z - z_{N-1}) = \prod_{n=1}^{N-1} a_n (z - z_n) \quad (17)$$

Donde  $z_1, z_2, z_3, \dots, z_{N-1}$  son las raíces del polinomio obtenido de (16), las cuales pueden ser complejas. Es importante comprender que estas raíces determinan la posición de los nulos del diagrama de radiación, es decir que dependiendo del valor de cada una de las raíces se generará un nulo en el diagrama de radiación espacial. Cabe mencionar que según la expresión (16) se deben obtener amplitudes de excitación, y dado a que las raíces son complejas, se debe trabajar con conjugados complejos con el fin de obtener excitaciones sólo de amplitud. Al trabajar con conjugados complejos el factor de agrupación queda determinado por (18).

$$FA = a_n (z^2 - 2z \cos(\psi_1) + 1) \dots (z^2 - 2z \cos(\psi_{N-1}) + 1) = \prod_{n=1}^{N-1} a_n (z^2 - 2z \cos(\psi_n) + 1) \quad (18)$$

Para analizar la trascendencia de las raíces del polinomio de Schelkunoff se deben analizar representadas en el círculo unitario de Schelkunoff por lo que se profundizará en este tema.

### II.5.1. Círculo unitario de Schelkunoff

El círculo unitario de Schelkunoff se emplea para representar gráficamente las raíces del polinomio de Schelkunoff, estas raíces son complejas por lo que cuentan con una parte

real y una imaginaria. Recordando la transformación en  $z$ :

$$z = x + jy = e^{j\psi},$$

aplicando las leyes de Euler obtenemos:

$$z = e^{j\psi} = \cos(\psi) + j\text{sen}(\psi), \quad (19)$$

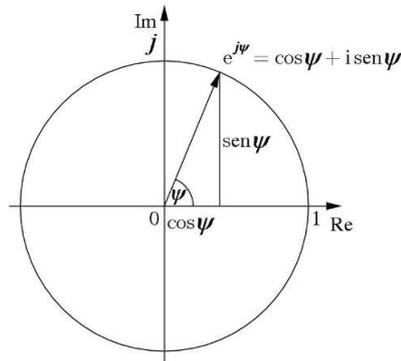


Figura 10. Círculo unitario de Schelkunoff

De la expresión (19) se puede observar que tanto la parte real como la parte imaginaria de la transformación dependen del mismo ángulo  $\psi$ , por lo tanto la magnitud de tal transformación se mantendrá siempre unitaria como se puede observar en la figura 10, por lo que sólo se puede variar la fase de las raíces [Elliott 2003]. Recordando que  $\psi = kd\text{sen}(\alpha)$ ; la fase sólo se puede manipular variando  $d$  la separación entre elementos de antena, o  $\alpha$  el margen de visibilidad de la agrupación de antenas, el cual va desde  $-90^\circ$  hasta  $90^\circ$  ya que  $k$  es constante. Si se hace variar  $d$  y  $\alpha$  se obtienen los siguientes resultados.

En la figura 11 se presenta el círculo unitario de Schelkunoff con una separación entre elementos de antena de  $\lambda/8$  y además de ello se realiza un barrido en la ventana

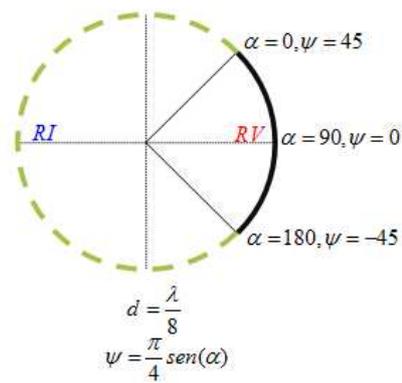


Figura 11. Regiones de visibilidad para una separación de lambda en ocho

de visibilidad de la agrupación ( $-90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ$ ), y como se puede observar la proyección correspondiente en el círculo unitario del margen de visibilidad de la agrupación aparece representado por la línea continua, es decir que dicha proyección corresponde al margen ( $-45^\circ \leq \psi \leq 45^\circ$ ). A la proyección del margen de visibilidad de la agrupación en el círculo unitario de Schelkunoff se le conoce como región de visibilidad, pero además de ésta existe otra región conocida como región de invisibilidad la cual aparece representada por la línea punteada.

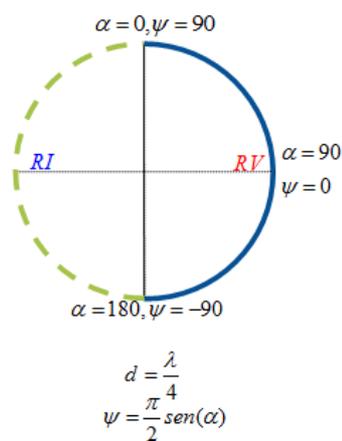


Figura 12. Regiones de visibilidad para lambda en cuatro

En la figura 12, se presenta una separación entre elementos de antena de  $\lambda/4$ , y se presenta nuevamente la proyección de la ventana de visibilidad de la agrupación y como se puede observar para este caso la región de visibilidad es  $(-90^\circ \leq \psi \leq 90^\circ)$  la cual aparece representada por la línea continua.

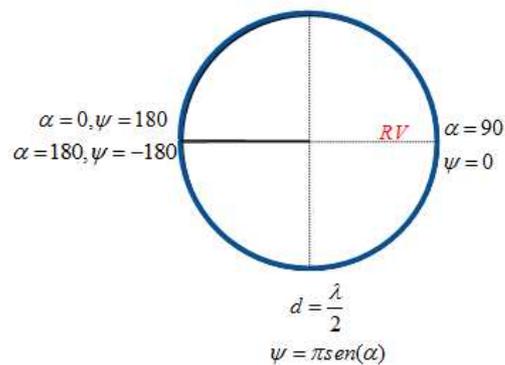


Figura 13. Regiones de visibilidad para lambda en dos

Para el caso de la figura 13, se presenta una separación entre elementos de antena de  $\lambda/2$ , y se presenta la región de visibilidad la cual corresponde al margen  $(-180^\circ \leq \psi \leq 180^\circ)$ . Como se puede apreciar para la separación entre elementos de antena de  $\lambda/2$ , la región de visibilidad abarca todo el círculo unitario, lo cual es lo más conveniente, ya que así todas las raíces realizarán contribución al direccionamiento de nulos.

Para una mejor comprensión de la región de visibilidad así como la región de invisibilidad a continuación se presentan sus definiciones.

**Región de visibilidad** La región de visibilidad es el espacio angular correspondiente a la proyección mediante la transformada  $z$  de la ventana de visibilidad de la agrupación, por lo que todas las raíces que se ubiquen dentro de ésta, colocarán un nulo en el diagrama de radiación, además de que realizarán una contribución al factor de agrupación [Trees, 2002].

**Region de invisibilidad** La región de invisibilidad es el espacio angular que queda fuera de la proyección del margen de visibilidad de agrupación, por lo que las raíces que se ubiquen en esta región no colocarán ningún nulo en el diagrama de radiación; sin embargo, sí realizarán una contribución al factor de agrupación [Trees, 2002].

## II.6. Conclusiones

En el presente capítulo, se definieron los parámetros más importantes del diagrama de radiación de una agrupación de antenas, los cuales permitirán comprender el método que se presenta en el capítulo III. Además tales parámetros permitirán evaluar las prestaciones que brinda la nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase basada en el círculo unitario de Schelkunoff, en términos de nivel de lóbulos laterales, directividad, así como dirigibilidad de lóbulo principal y nulos.

Además se presentaron las ventajas que ofrecen las agrupaciones de antenas, así como la modelación matemática del factor de agrupación, tanto para agrupaciones lineales uniformes, como para agrupaciones lineales uniformemente espaciadas con excitaciones no uniformes. Cabe resaltar que se presentaron los parámetros básicos del

método de síntesis de Schelkunoff, tales como la transformación en  $z$ , el círculo unitario de Schelkunoff y el método polinómico de Schelkunoff, los cuales serán ampliamente empleados en el capítulo III.

## Capítulo III

# Técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase

### III.1. Introducción

El objetivo de este capítulo es presentar los fundamentos teóricos, así como la modelación matemática de la técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase, basada en el círculo unitario de Schelkunoff. De acuerdo al objetivo general del presente trabajo, lo que se pretende en este capítulo es definir el modelo matemático que mejore las prestaciones en la síntesis del diagrama de radiación en términos de lóbulo principal de gran ganancia, así como en direccionamiento de nulos.

Para agrupaciones lineales igualmente espaciadas el diagrama de radiación puede ser presentado en términos de una agrupación de polinomios. Este método de agrupación polinomial fue propuesto por Schelkunoff en 1943 para el desarrollo teórico de agrupaciones lineales. El método de síntesis de Schelkunoff se basa en la manipulación de las raíces de un polinomio o grupo de polinomios para direccionar los nulos del diagrama de radiación. En la actualidad los métodos de direccionamiento de nulos han tenido un gran auge debido a la necesidad de cancelar interferentes, y mediante el método de

Schelkunoff es posible realizar esta cancelación. Sin embargo el método de Schelkunoff tal cual es, sólo proporciona control sobre los nulos del diagrama de radiación, lo cual en comunicaciones móviles es una gran desventaja, ya que es indispensable el control de un lóbulo principal, y dado que el método clásico de Schelkunoff no proporciona control alguno sobre el lóbulo principal, surge la necesidad de un método que proporcione control tanto en el direccionamiento de los nulos como en el control de un lóbulo principal perfectamente definido.

Es por todo lo anterior que en la presente tesis se desarrolla un método capaz de proporcionar el control tanto de los nulos, así como el control del lóbulo principal el cual está basado en el círculo unitario de Schelkunoff, con la diferencia que para este método la síntesis del diagrama de radiación se realiza con excitaciones sólo de fase.

Para desarrollar este nuevo método se trabaja con el método polinómico de Schelkunoff, con la diferencia que el polinomio de Schelkunoff se divide en un grupo de subpolinomios, tales subpolinomios son manejados de forma tal que se obtengan amplitudes de excitación unitarias y fases arbitrarias para la excitación de la agrupación de antenas. Cada subpolinomio puede ser usado para controlar sólo un nulo mientras se mantiene el lóbulo principal intacto.

Para poder desarrollar este nuevo método es necesario hacer algunas consideraciones mismas que se presentan en el siguiente apartado.

## III.2. Consideraciones del sistema

Para obtener el modelo matemático de la técnica analítica, es necesario realizar algunas consideraciones tales como el tipo de geometría de la agrupación, lo cual determina el factor de agrupación, la separación entre elementos de antena, así como el manejo de los subpolinomios de Schelkunoff.

### III.2.1. Geometría de la agrupación de antenas

Se empleará una agrupación lineal uniformemente espaciada con excitaciones no uniformes, debido a que es la geometría más simple y además permite transportar el método a cualquier tipo de geometría una vez que ya se haya definido el algoritmo. Se empleará una agrupación lineal de  $N$  elementos de antena, los cuales serán excitados sólo en fase; es decir, que las amplitudes de excitación serán unitarias, por lo que la manipulación del diagrama de radiación se realizará controlando solamente las excitaciones de fase tal y como se muestra en la figura 14.

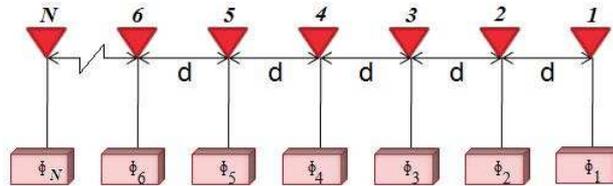


Figura 14. Agrupación lineal con excitación en fase

Por lo tanto como se mencionó en el capítulo 2, el factor de agrupación para la síntesis del diagrama de radiación con control sólo de fase queda determinado por (20).

$$FA = \sum_{n=1}^N e^{j\phi_n} z^{(n-1)} \quad (20)$$

con:

$$\psi = kdsen(\alpha)$$

$$\phi = [\phi_0, \phi_1, \dots, \phi_n, \dots, \phi_{N-1}]$$

Donde  $k$  es el vector de onda,  $\alpha$  es la ventana de visibilidad de la agrupación, y  $\phi_n$  es la excitación de fase aplicada al  $n$ -ésimo elemento de antena. Además de lo anterior cabe recordar que se emplea la transformación  $z = e^{j\psi}$ , por lo que la expresión (20) se puede reescribir como (21) [Balanis, 1997].

$$FA = \sum_{n=1}^N e^{j\phi_n} z^{(n-1)} \quad (21)$$

Recordando que el polinomio generado por (21) puede ser representado como el producto de  $(N - 1)$  términos lineales se puede reescribir como (22).

$$FA = \prod_{n=1}^{N-1} (z - z_n) \quad (22)$$

Donde  $z_n$  es la  $n$ -ésima raíz del polinomio obtenido de la expresión (21). La posición de las raíces en el plano complejo  $z$ , es decir en el círculo unitario de Schelkunoff determinarán el diagram de radiación en el espacio real en función de  $\alpha$ . El círculo unitario de Schelkunoff es muy sensible a los parámetros de la agrupación, por lo que es de gran importancia tomar los valores adecuados para cada parámetro. Como ya se analizó en la sección II.5.1., uno de los parámetros más significativos es la separación entre elementos de antena, así como que se analizó, las mejores prestaciones del círculo unitario de Schelkunoff se dan con una separación entre elementos de antena  $d = \lambda/2$ . Con esta separación la región de visibilidad abarca toda la circunferencia, por lo tanto se tiene el mayor espacio angular de trabajo para la posible ubicación de las raíces.

El problema de síntesis de control sólo de fase puede ser resuelto si las raíces se colocan en el círculo unitario, mientras que los coeficientes de la agrupación polinomial estén de la forma  $e^{j\phi_n}$  tal y como es presentado en (20). En otras palabras las raíces  $z_n$  deben ser colocadas de forma tal que los coeficientes del polinomio mantengan la forma  $e^{j\phi_n}$ ; es decir, que los coeficientes sean números complejos. Para lograr este objetivo se presenta la siguiente modelación matemática.

### **III.3. Modelación matemática de la nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase**

Con las consideraciones del sistema anteriormente mencionadas se puede comenzar a analizar la modelación matemática de la técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase basa en el círculo unitario de Schelkunoff, tomando en cuenta que se trabaja con una agrupación lineal uniformemente espaciada, con una separación entre elementos de antena  $d = \lambda/2$ . El primer paso a realizar es dividir el polinomio principal de la agrupación.

#### **III.3.1. División del polinomio de Schelkunoff**

En el método de síntesis de Schelkunoff se tiene un polinomio principal obtenido de la expresión (20) conocido como polinomio de Schelkunoff, en el cual los coeficientes determinan las excitaciones de los elementos de antena. Para realizar la síntesis del diagrama de radiación con control sólo de fase es necesario dividir el polinomio de

Schelkunoff en varios subpolinomios. Estos subpolinomios se emplearán para definir las diferentes características del diagrama de radiación, por lo que podrán ser empleados para:

- Generar el lóbulo principal
- Minimizar el nivel de lóbulos laterales
- Direccionar nulos del diagrama de radiación

Cabe recordar que el direccionamiento de nulos del diagrama de radiación es el objetivo principal de esta síntesis.

Para realizar la división del polinomio es necesario calcular el número de subpolinomios, en los cuales se puede dividir el polinomio principal, así como el número de raíces de cada subpolinomio. El número de subpolinomios  $p$  debe ser maximizado con el fin de maximizar los grados de libertad del método. El orden de cada subpolinomio puede ser encontrado mientras se maximiza el número de subpolinomios. El número de subpolinomios  $p$  puede ser obtenido mediante la división y distribución de las raíces al rededor del círculo unitario de Schelkunoff, mientras que el grado de cada subpolinomio  $N_i$  puede ser obtenido recursivamente por las expresiones (23) y (24):

$$N_i = \left\lfloor \frac{x_{i-1}+1}{2} \right\rfloor \quad x_0 = N \quad (23)$$

$$x_i = x_{i-1} - N_i \quad x_i = 0, 1. \quad (24)$$

Donde el símbolo  $\lfloor \bullet \rfloor$  en la expresión (23), indica la parte entera de el cociente y  $N$  representa el número de elementos de antena, la iteración se detiene cuando  $x_i$  es igual

a cero o uno. El subíndice  $i$  inicia desde 1 y se va incrementado en cada interacción. El número de subpolinomios,  $p$  es igual al máximo valor del índice  $i$  que satisfaga las expresiones (23) y (24). Es decir que iterando recursivamente las expresiones (23) y (24) se pueden obtener de forma simultánea el número de raíces de cada subpolinomio así como el número de subpolinomios.

Un método alternativo para calcular el número de subpolinomios, es por medio de una división sucesiva expresada como:

$$\frac{N}{2^p} \geq 1 \quad (25)$$

Donde  $p$  es el entero mayor para el cual se satisface la desigualdad de la expresión (25), se puede despejar  $p$  de donde el número de subpolinomios ahora puede ser calculado por:

$$p = \lfloor \log_2(N) \rfloor \quad (26)$$

Ya que se ha determinado el número de subpolinomios, el número de raíces de cada subpolinomio puede ser calculado mediante la expresión (27).

$$N_i = \left\lfloor \frac{N+1}{2^i} \right\rfloor, \quad i = 0, 1, 2, \dots, p. \quad (27)$$

Hasta este punto ya se ha analizado como dividir el polinomio principal en subpolinomios, donde cada subpolinomio tiene un número de raíces determinado. El siguiente paso a realizar es la distribución de las raíces en el círculo unitario.

### III.3.2. Distribución de raíces

Como ya se ha mencionado, las raíces de cada subpolinomio tienen que ser distribuidas de manera uniforme en el círculo unitario, con el fin de obtener amplitudes de excitación unitarias y fases arbitrarias. Para distribuir las raíces de manera uniforme de cada subpolinomio se emplea la expresión (28) [Elliott, 2003].

$$\psi_i^l = \frac{\pi}{N_i} + \frac{2\pi l}{N_i}, \quad l = 0, 1, \dots, N_i - 1, \quad (28)$$

Donde el subíndice  $i$  representa el número de subpolinomio el cual va desde 1 hasta  $p$ ,  $N_i$  representa el grado del  $i$ -ésimo subpolinomio, así como  $l$  representa el índice de la raíz del subpolinomio correspondiente el cual varía desde 0 hasta  $N_i - 1$ ; por lo tanto, es necesario realizar un barrido para todas las raíces de cada subpolinomio. Analizando la expresión (28), se puede notar que  $2\pi/N_i$  es la distancia angular entre el grupo de raíces del  $i$ -ésimo subpolinomio mientras que,  $\pi/N_i$  representa el ángulo de la primer raíz de  $i$ -ésimo subpolinomio, por lo que el índice  $l$  incrementara la distancia angular entre la  $l$ -ésima raíz y la raíz inicial. Cabe mencionar que la expresión (28) debe ser aplicada a cada uno de los subpolinomios para garantizar que se obtendrán excitaciones sólo de fase.

Para que quede más clara la distribución de las raíces, se presenta un ejemplo para una agrupación lineal uniformemente espaciada con 16 elementos de antena, y con una separación entre elementos de antena  $d = \lambda/2$ . De las expresiones (26) y (27) se obtiene el número de subpolinomios y el grado de cada subpolinomio respectivamente, de donde se obtiene  $p = 4$ , y  $N_i = [8, 4, 2, 1]$ . Distribuyendo las raíces mediante la expresión (28) se obtienen los ángulos de cada una de las raíces de cada subpolinomio tal y como se

muestra en la tabla I.

Tabla I. Ángulo de cada una de las raíces de los subpolinomios

Subpolinomio $i$	Grado del subpolinomio $N_1$	Raíces $\psi_i^l$
1	8	$\pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ, \pm 112.5^\circ, \pm 157.5^\circ$
2	4	$\pm 45^\circ, \pm 135^\circ$
3	2	$\pm 90^\circ$
4	1	$180^\circ$

Ya que se han obtenido los valores del ángulo de cada una de las raíces, éstas pueden ser presentadas de forma gráfica tal y como se muestra en la figura 15.

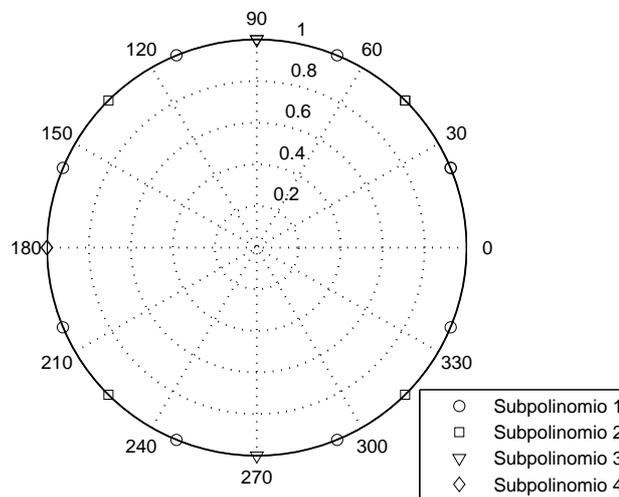


Figura 15. Raíces distribuidas en el círculo unitario de Schelkunoff

Como se puede observar en la figura 15, las raíces de los 4 subpolinomios se encuentran distribuidas en el círculo unitario de manera uniforme, con lo cual se está garantizando que las excitaciones que se obtengan serán excitaciones sólo de fase.

Una vez que se ha realizado la distribución de las raíces, ya se pueden obtener las excitaciones de la agrupación. Para obtener los valores de excitación se debe desarrollar

la expresión (22) para los valores de las raíces de cada subpolinomio. Es decir, que se debe desarrollar la multiplicatoria incluyendo todas las raíces de todos los subpolinomios [Balanis, 1997]. Se recomienda iniciar con las raíces del primer subpolinomio y terminar con las raíces del último subpolinomio tal y como se muestra en (29).

$$FA = (z - e^{j(22.5^\circ)})(z - e^{j(-22.5^\circ)})(z - e^{j(67.5^\circ)})(z - e^{j(-67.5^\circ)})\dots(z - e^{j(180^\circ)}) \quad (29)$$

Al desarrollar la expresión (29) se obtiene un polinomio de grado  $(N - 1)$  del cual todos sus coeficientes son complejos  $(x + jy)$ . De estos coeficientes complejos se obtienen las excitaciones de fase  $\phi_n$  mediante la expresión (30)

$$\phi_n = a \tan \left( \frac{y_n}{x_n} \right) \quad (30)$$

Para las raíces del presente ejemplo se obtienen las amplitudes y fases mostradas en la tabla II.

Tabla II. Excitaciones en amplitud y fase

No. de elemento de antena	Excitación en amplitud	Excitación en fase
1	1	0°
2	1	0°
3	1	0°
4	1	0°
5	1	0°
6	1	0°
7	1	0°
8	1	0°
9	1	0°
10	1	0°
11	1	0°
12	1	0°
13	1	0°
14	1	0°
15	1	0°
16	1	0°

Como se puede notar en la tabla II, todas las amplitudes de excitación son unitarias con lo cual se está cumpliendo uno de los objetivos de la tesis, ya que la síntesis del

diagrama de radiación se debe realizar sólo con las fases de excitación. Como podemos observar las excitaciones en fase son todas igual a cero, debido a que aún no se ha realizado ningún direccionamiento de nulos; por lo que, si obtenemos el diagrama de radiación con las presentes excitaciones se obtiene el diagrama mostrado en la figura 16.

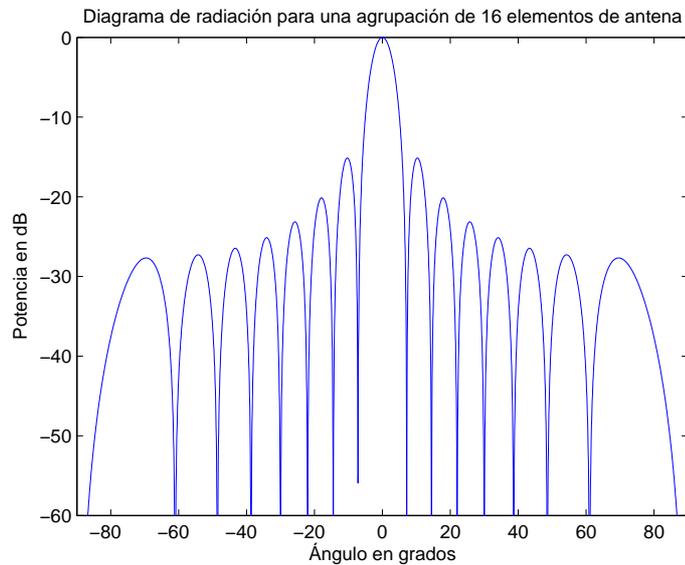


Figura 16. Diagrama de radiación obtenido con las excitaciones mostradas en la tabla II

En la figura 16 se muestra el diagrama de radiación en coordenadas cartesianas, en el eje x se representa el ángulo en grados tomado con respecto a la normal de la agrupación de antenas, mientras que en el eje y se representa la potencia en dB. Se puede notar que el diagrama de radiación obtenido con las amplitudes y las fases calculadas es la respuesta natural de la agrupación, lo cual era de esperarse ya que las excitaciones en amplitud son unitarias, así como las excitaciones de fase son igual a cero. También se puede apreciar que el diagrama de radiación cuenta con un lóbulo principal perfectamente definido en modo broadside<sup>1</sup> o transversal, lo cual con el método clásico de

<sup>1</sup>El modo broadside o transversal indica que el lóbulo principal se encuentra en dirección transversal a la alineación de las antenas

Schelkunoff no puede ser realizado. Además se puede apreciar que los lóbulos secundarios tienen un nivel de potencia mucho menor que el lóbulo principal, por lo tanto el diagrama de radiación cuenta con un buen nivel de aislamiento (SLL de sus siglas en inglés Side Lobe Level ).

Como podemos observar en la figura 16 los nulos no se han direccionado a una región deseada, por lo cual en la siguiente sección se abordará la modelación matemática del direccionamiento de nulos.

### III.3.3. Direccionamiento de nulos

En la práctica se requiere imponer  $M$  nulos arbitrarios en el diagrama de radiación para cancelar  $M$  señales interferentes. Por lo tanto,  $M$  raíces en el círculo unitario de Schelkunoff corresponderán a la proyección en el círculo unitario de la dirección de los interferentes. Es decir que por medio de la manipulación correcta de las raíces de los subpolinomios se realiza el direccionamiento de nulos.

Una característica importante a tener en cuenta, es que las raíces de cada subpolinomio tienen que estar perfectamente distribuidas en el círculo unitario, con el fin de obtener excitaciones sólo de fase. Si una raíz es colocada en la proyección de un interferente, el resto de las raíces del subpolinomio en cuestión deben ser rotadas de forma tal que queden distribuidas uniformemente en el círculo unitario.

Para realizar el direccionamiento de nulos es necesario tomar en cuenta las siguientes condiciones:

1. El subpolinomio de mayor grado es empleado para generar y mantener las carac-

terísticas del lóbulo principal, una de éstas es el ancho de haz por lo que si el orden mayor de los subpolinomios es  $N_1$ , entonces el lóbulo principal tendrá un ancho de  $2\pi/N_1$  radianes [M. J. Mismar, 2007].

2. Asumiendo que el número de señales interferentes  $M$  es menor que  $(p-1)$ , entonces  $M$  subpolinomios son empleados para realizar el direccionamiento de nulos, a través de la colocación de una de las raíces de cada subpolinomio en la dirección de cada una de las  $M$  señales interferentes [M. J. Mismar, 2007].
3. Los subpolinomios no empleados para el direccionamiento de nulos  $(p-1-M)$  puede ser usado para minimizar el nivel de lóbulos laterales SLL. Esto pueden ser realizados por la colocación apropiada de las raíces en el círculo unitario de tal forma que la distancia entre raíces adyacentes sea minimizada [M. J. Mismar, 2007].

Como se ha mencionado el subpolinomio de mayor grado es empleado para la conformación del haz principal, por lo que sólo  $(p-1)$  subpolinomios pueden ser empleados para el direccionamiento de nulos.

Otra consideración no menos importante es que el algoritmo debe conocer a priori el número de interferentes así como la dirección de cada uno de ellos. En el presente trabajo se asume que estos datos se conocen de inicio, sin embargo cabe mencionar que existen algoritmos para la estimación de fuentes tales como *MUSIC* (*Multiple Signal Classification*), *ESPRIT* (*Estimation of Signals Parameters via Rotational Invariance Techniques*) y *MLS* (*Maximum likelihood estimation*) entre otros.

Por lo tanto considerando que conocemos la dirección de cada uno de los interferentes

que se deben de cancelar, el primer paso a realizar es proyectar los interferentes en el círculo unitario [M. J. Mismar, 2007]. Esta proyección se realiza mediante la expresión (31),

$$\psi_{\text{int}} = kd \sin(\alpha_{\text{int}}) \quad (31)$$

Donde  $k$  es el vector de onda,  $d$  es la separación entre elementos de antena y  $\alpha_{\text{int}}$  es la dirección del interferente en el espacio.

Una vez que se ha realizado la proyección del interferente en el círculo unitario, de los subpolinomios  $P_i^{N_i}(z)$ , ( $i = 2, \dots, p$ ) se debe encontrar la raíz más cercana a  $\psi_{\text{int}}$ . Considerando que la raíz más cercana pertenece al subpolinomio  $N_M$ , entonces la diferencia angular entre el ángulo de la raíz más cercana del  $m$ -ésimo subpolinomio y el ángulo de  $\psi_{\text{int}}$  puede ser obtenida mediante la siguiente expresión:

$$\Delta\psi = \psi_{\text{int}} - \psi_m^L \quad (32)$$

donde  $L$  es el índice de la raíz más cercana del  $m$ -ésimo subpolinomio.

Ya que se ha identificado la raíz más cercana  $L$  así como el subpolinomio  $m$  al cual pertenece tal raíz, todas las raíces del  $m$ -ésimo subpolinomio deben ser rotadas una distancia angular  $\Delta\psi$ , la expresión (33) es empleada para rotar las raíces del  $m$ -ésimo subpolinomio.

$$\psi_m^l = \frac{\pi}{N_m} + \frac{2\pi l}{N_m} + \Delta\psi \quad l = 0, 1, \dots, N_m - 1 \quad (33)$$

Para que quede explicado de una forma más clara, se retoma el ejemplo de la sección

III.3.2, en el cual se tiene una agrupación de 16 elementos de antena con una separación entre elementos de antena  $d = \lambda/2$ . Para este ejemplo asumiremos que se tiene un interferente con una dirección  $\alpha_{int} = 25^\circ$ . Como ya se analizó anteriormente las raíces de los subpolinomios son distribuidas en el círculo unitario, y dado que ahora se tiene un interferente debemos realizar la proyección de éste en el círculo unitario mediante la expresión (31), de donde obtenemos:

$$\psi_{int} = \frac{2\pi \lambda}{\lambda} \frac{\lambda}{2} \text{sen}(25^\circ) = \pi \text{sen}(25^\circ) = 76.0713^\circ$$

si se grafican tanto las raíces de los subpolinomios así como el interferente se obtiene el círculo unitario mostrado en la figura 17.

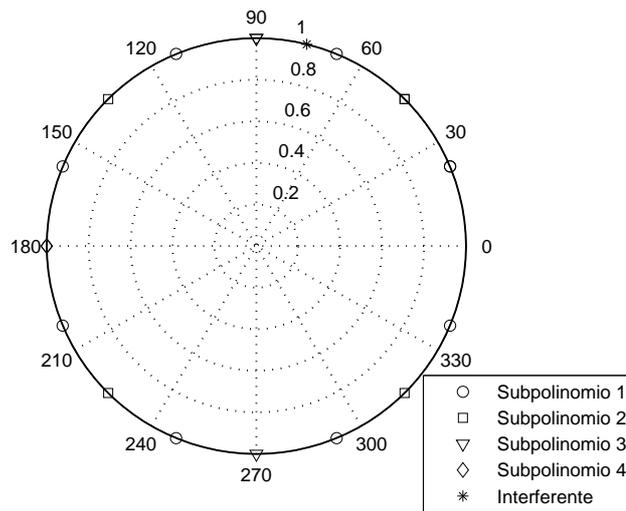


Figura 17. Raíces e interferente distribuidas en el círculo unitario de Schelkunoff

Como podemos observar en la figura 17 la raíz más cercana al interferente es la que se encuentra marcada con un círculo, pero como se puede observar, esta raíz corresponde al subpolinomio 1 por lo que no se puede emplear para la cancelación de interferentes, por lo tanto se realiza la búsqueda con el resto de las raíces, estas raíces aparecen con su valor numérico en la tabla I. De la comparación numérica podemos notar que la

raíz más cercana corresponde al subpolinomio 3 y que la diferencia angular entre la proyección del interferente y dicha raíz es:

$$\Delta\psi = \psi_{\text{int}} - \psi_m^L = 76.0713^\circ - 90^\circ = -13.9287^\circ$$

Ya que se ha obtenido la distancia angular entre la raíz más cercana y el interferente, las raíces del subpolinomio propietario de la raíz más cercana deben ser rotadas la distancia angular  $\Delta\psi$ . Los nuevos ángulos para las raíces del subpolinomio 3 se muestran en la tabla III.

Tabla III. Ángulo de las raíces ya modificadas.

Subpolinomio $i$	Grado del subpolinomio $N_1$	Raíces $\psi_i^L$
1	8	$\pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ, \pm 112.5^\circ, \pm 157.5^\circ$
2	4	$\pm 45^\circ, \pm 135^\circ$
3	2	$76.0713^\circ, 256.0713^\circ$
4	1	$180^\circ$

Si analizamos de forma gráfica las nuevas fases, podemos observar en la figura 18 que la raíz del subpolinomio 3, que se representa con un triángulo, ahora se ubica justo en la dirección del interferente, con lo cual se está garantizando que en el diagrama de radiación se direccionara un nulo en la dirección espacial del interferente. Otra cosa que debemos notar es que la otra raíz del subpolinomio 3 también ha sido rotada con el fin de obtener excitaciones sólo de fase.

Si se desarrolla la expresión (22) con los ángulos de las raíces ya modificadas se obtienen las excitaciones mostradas en la tabla IV.

Como puede ser observado en la tabla IV las excitaciones para cada elemento de antena son unitarias y las excitaciones en fase ahora son diferentes de cero para algunos elementos de antena. Es decir, que si se obtiene el diagrama de radiación con estas excitaciones se obtendrá un diagrama de radiación diferente a la respuesta natural de

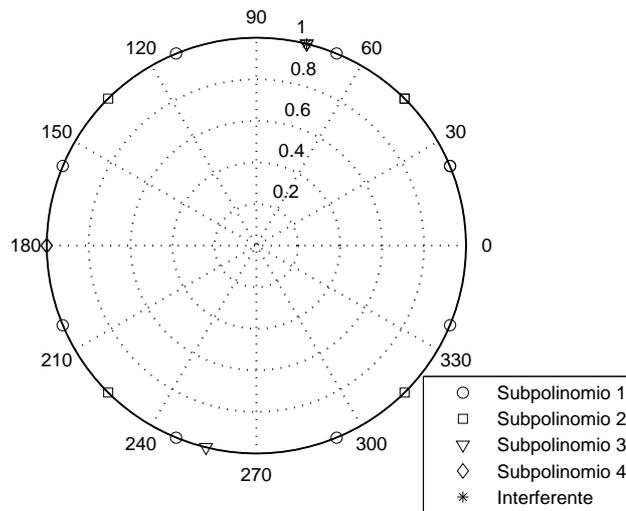


Figura 18. Raíces e interferente distribuidas en el círculo unitario de Schelkunoff

Tabla IV. Excitaciones en amplitud y fase

No. de elemento de antena	Excitación en amplitud	Excitación en fase
1	1	0°
2	1	0°
3	1	-27.8574°
4	1	-27.8574°
5	1	0°
6	1	0°
7	1	-27.8574°
8	1	-27.8574°
9	1	0°
10	1	0°
11	1	-27.8574°
12	1	-27.8574°
13	1	0°
14	1	0°
15	1	-27.8574°
16	1	-27.8574°

la agrupación, ya que ahora el diagrama de radiación debe contar con un nulo en la dirección del interferente. Por lo tanto con las excitaciones de la tabla IV se obtiene el diagrama de radiación mostrado en la figura 19.

En la figura 19 se presenta la representación cartesiana del diagrama de radiación obtenido, así como la dirección en la cual se deseaba colocar un nulo, la cual se repre-

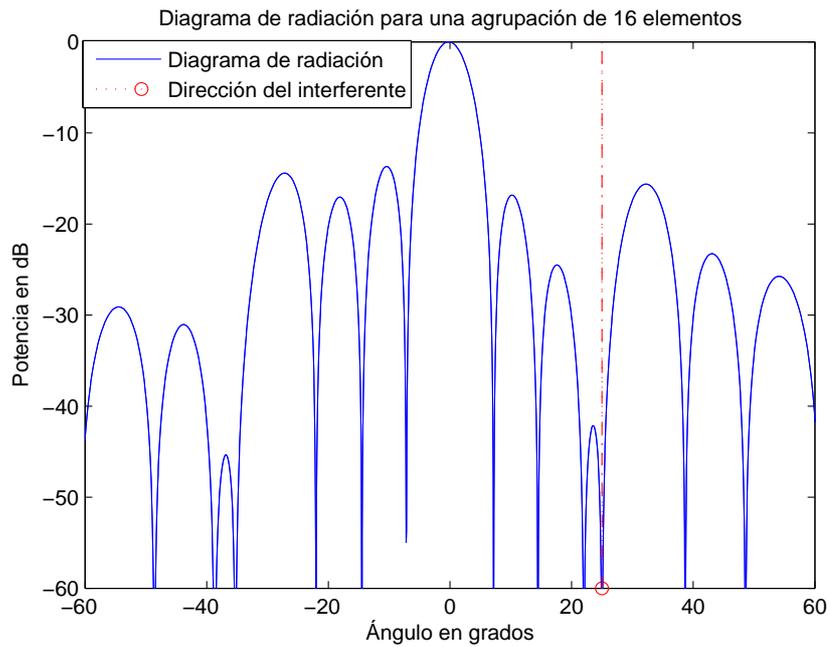


Figura 19. Diagrama de radiación obtenido con las excitaciones de la tabla IV

senta mediante la línea punteada. Como se puede observar efectivamente el algoritmo ha colocado un nulo en la dirección deseada con una gran exactitud y con una profundidad menor a -60 dB, con lo cual se está garantizando que la agrupación es prácticamente insensible a las señales provenientes de esta dirección. Otra característica que debe de ser notada es que el lóbulo principal ha permanecido intacto, demostrando que el algoritmo cumple con el objetivo de cancelar interferentes sin modificar las características del lóbulo principal.

Cabe mencionar que al algoritmo se le han agregado restricciones con el fin de darle mayor robustez, estas restricciones se abordarán a continuación.



- Para la cancelación de interferentes se tomará la raíz más cercana correspondiente al subpolinomio que no coloque ninguna de sus otras raíces dentro de la región de lóbulo principal

Como se ha venido mencionando, con el fin de mantener excitaciones sólo de fase se deben rotar todas las raíces de un subpolinomio cuando se realiza la cancelación de interferentes con dicho subpolinomio, es por ello que se debe tomar en cuenta que al rotar las raíces del subpolinomio en cuestión, ninguna de sus raíces se ubiquen dentro de la región de lóbulo principal.

La región de lóbulo principal no solo acarrea restricciones, sino que también brinda beneficios, ya que tal región puede ser manejada y modificada a voluntad, agregando una prestación más al algoritmo. Del análisis de la región del lóbulo principal surge la idea de manipular el lóbulo principal, lo cual al intentarse se han obtenido resultados exitosos, y es por ello que surge la idea de agregar dirigibilidad al lóbulo principal, lo cual es una aportación al estado del arte.

### **III.3.5. Dirigibilidad de lóbulo principal**

El estado del arte en el direccionamiento de nulos en la actualidad se encuentra en direccionar los nulos manteniendo el lóbulo principal en modo transversal, pero con la *nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase basada en el círculo unitario de Schelkunoff* se puede agregar dirigibilidad al lóbulo principal, lo cual es una contribución al estado del arte. El presente algoritmo no sólo proporciona dirigibilidad de nulos, sino que también proporciona dirigibilidad de lóbulo principal y proporciona la opción de reducir el nivel de lóbulos laterales. Esta es una contribución

de gran importancia ya que con la dirigibilidad del lóbulo principal se puede dar servicio a cualquier usuario ubicado dentro de la ventana de visibilidad de la agrupación<sup>2</sup>, así como realizar simultáneamente la cancelación de interferentes.

La dirigibilidad de lóbulo principal surge de la existencia de la región del lóbulo principal, ya que si esta región se manipula adecuadamente el lóbulo principal puede ser dirigido a cualquier región dentro de la ventana de visibilidad de la agrupación. Por ejemplo en la figura 21 se muestra la región de visibilidad orientada en un ángulo  $\psi = 90^\circ$  el cual en el diagrama espacial corresponde a  $\alpha = 30^\circ$ .

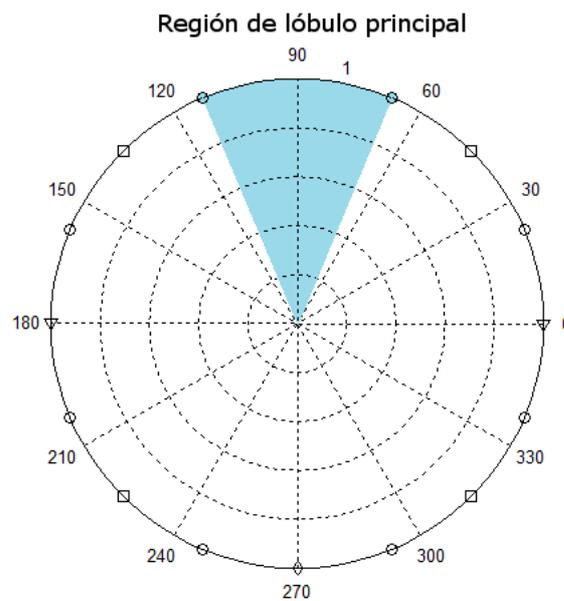


Figura 21. Región de lóbulo principal para una agrupación de 16 elementos de antena

Si se desarrolla el polinomio principal con el valor numérico de las raíces mostradas

<sup>2</sup>La ventana de visibilidad de una agrupación de antenas se define como el margen angular de operación de la agrupación, el cual por lo regular va desde  $-60^\circ$  hasta  $60^\circ$

en la figura 21 se obtienen las excitaciones de fase para cada uno de los elementos de la agrupación, y si obtenemos el diagrama de radiación para las excitaciones obtenidas se obtiene el diagrama de radiación mostrado en la figura 22.

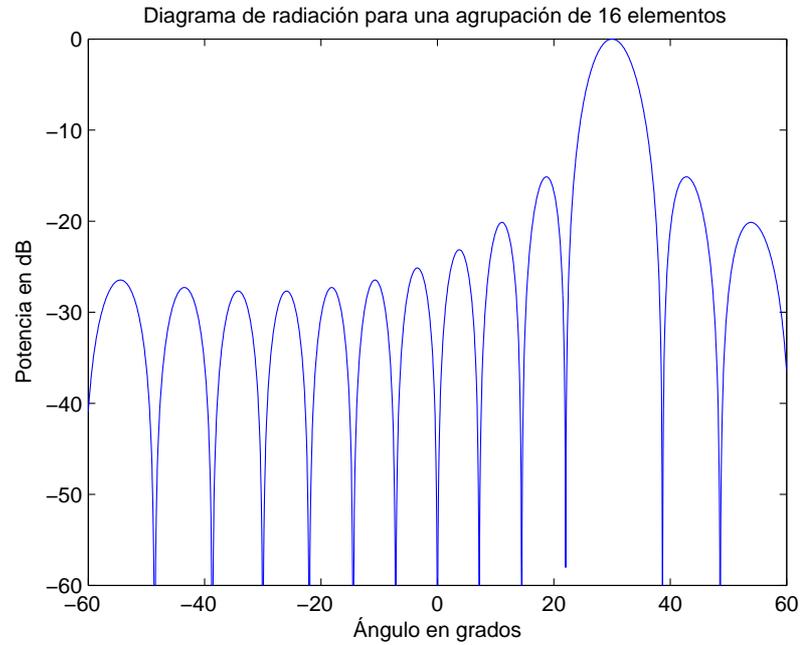


Figura 22. Diagrama de radiación con el lóbulo principal dirigido en  $30^\circ$

Como se puede observar en la figura 22 el lóbulo principal se ha dirigido a  $30^\circ$ , y dado que las raíces se han distribuido en torno a  $\psi = 90^\circ$  cuya proyección en el diagrama espacial corresponde a  $\alpha = 30^\circ$ . Por lo tanto se puede concluir que para direccionar el diagrama de radiación las raíces deben ser distribuidas en torno a la dirección a la cual se desea dirigir el lóbulo principal. Para realizar esta distribución se puede emplear la expresión (34).

$$\psi_i^l = \frac{\pi}{N_i} + \frac{2\pi l}{N_i} + \pi \sin(dlp) \quad l = 0, 1, \dots, N_i - 1 \quad (34)$$

Donde  $d_{lp}$  representa la dirección del lóbulo principal, es decir la dirección a la cual deseamos orientar el lóbulo principal. Por todo lo anteriormente mencionado es que se puede dar paso a las siguientes conclusiones.

### III.4. Conclusiones

Del presente capítulo podemos concluir que la *nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase basada en el círculo unitario de Schelkunoff* realiza una gran contribución al estado del arte, ya que con este método se pueden manejar tres características distintas del diagrama de radiación que anteriormente tenían que ser tratadas por diferentes métodos. De entre estas tres características destaca la dirigibilidad del lóbulo principal, ya que con el presente método se puede garantizar un buen servicio a un usuario de interés mientras se cancelan usuarios interferentes. Con estas dos características se puede garantizar que la comunicación con el usuario de interés contará con una muy buena relación señal a ruido.

Resumiendo, el método se basa en los siguientes pasos.

1. Determinar el número de elementos de antena de la agrupación  $N$ .
2. Calcular el número máximo de subpolinomios que puede ser empleada dependiendo de  $N$  así como el grado de cada subpolinomio.
3. Determinar el número de interferentes así como su dirección y realizar su proyección al círculo unitario de Schelkunoff.
4. Determinar la dirección a la cual se desea orientar el lóbulo principal.

5. Distribuir las raíces de los subpolinomios en torno a la dirección del lóbulo principal
6. Comparar la dirección de los interferentes con las raíces de los  $(p - 1)$  subpolinomios disponibles para el direccionamiento de nulos.
7. Determinar la raíz mas cercana que no coloque una raíz dentro de la region de lóbulo principal.
8. Rotar las raíces del subpolinomio el  $\Delta\psi$  correspondiente a cada subpolinomio y a cada interferente.
9. Desarrollar el polinomio principal con las raíces modificadas de cada subpolinomio.
10. Obtener las excitaciones de fase para cada elemento de antena.
11. Obtener el diagrama de radiación con las fases obtenidas.

Con los pasos anteriormente mencionados es que se realiza el direccionamiento tanto de nulos, así com el direccionamiento del lóbulo principal. En el siguiente capítulo se analizarán las simulaciones en las cuales se podrán evaluar las prestaciones así como las limitaciones del presente método.

# Capítulo IV

## Simulación y análisis de resultados

### IV.1. Introducción

Este capítulo tiene como principal objetivo presentar los resultados de simulaciones efectuadas con una agrupación lineal uniforme, cada una de las simulaciones efectuadas se desarrollan a partir del modelo matemático establecido en el capítulo III. A través de las estadísticas que se generarán, se podrán establecer los alcances y las limitaciones del método. Para realizar las simulaciones se plantearán distintos escenarios de entre los cuales se mantendrán ciertas características las cuales son mencionadas a continuación.

#### IV.1.1. Consideraciones de simulación

En esta sección se realizarán las simulaciones de la síntesis del diagrama de radiación empleando una agrupación lineal uniformemente espaciada con 16 elementos de antena idénticos, y con una separación entre elementos  $d = \lambda/2$ . Además se asume que se trabaja en campo lejano, por lo que se tendrán frentes de onda planos. Aunado a estas consideraciones se incluirán interferentes con el fin de mostrar algunos casos interesantes, los cuales son de gran importancia ya que en base a ellos se incluyen algunas restricciones al algoritmo. Tales restricciones son determinantes para la síntesis del

diagrama de radiación.

### **IV.1.2. Equipo de cómputo empleado**

Todas las simulaciones realizadas presentadas en este trabajo, fueron realizadas bajo la plataforma de simulación y equipo de cómputo con las siguientes características:

- CPU: Intel Core 2 Duo 1.50 GHz
- Memoria RAM: 1.5 GB.
- Sistema operativo: Windows Vista
- Plataforma de simulación: Matlab Ver 7.4.0 (R2007a)

## **IV.2. Respuesta natural de una agrupación lineal uniformemente espaciada**

Este primer escenario se basa en obtener la respuesta natural de una agrupación con 16 elementos de antena omnidireccionales, uniformemente espaciada una distancia  $d = \lambda/2$ , esto con el fin de comparar sus características con los diagramas de radiación en los cuales se manipulen tanto los nulos como la dirección del lóbulo principal.

Cabe mencionar que el número de elementos de antena puede ser manipulado a voluntad, pero en este caso se emplea una agrupación de 16 elementos de antena ya que es el número mínimo de elementos de antena requeridos para direccionar tres nulos.

Conforme se analizó en el capítulo III, el primer paso es obtener el número de subpolinomios. Para el caso de 16 elementos de antena se obtienen 4 subpolinomios

de orden  $p = [8, 4, 2, 1]$ , posteriormente se distribuyen las raíces en torno al círculo unitario y se desarrolla el polinomio principal mediante la expresión (22), de donde se obtienen las excitaciones mostradas en la tabla II del capítulo III. Por último, se obtiene el diagrama de radiación mediante la expresión (20), obteniendo el diagrama de radiación mostrado en la figura 23.

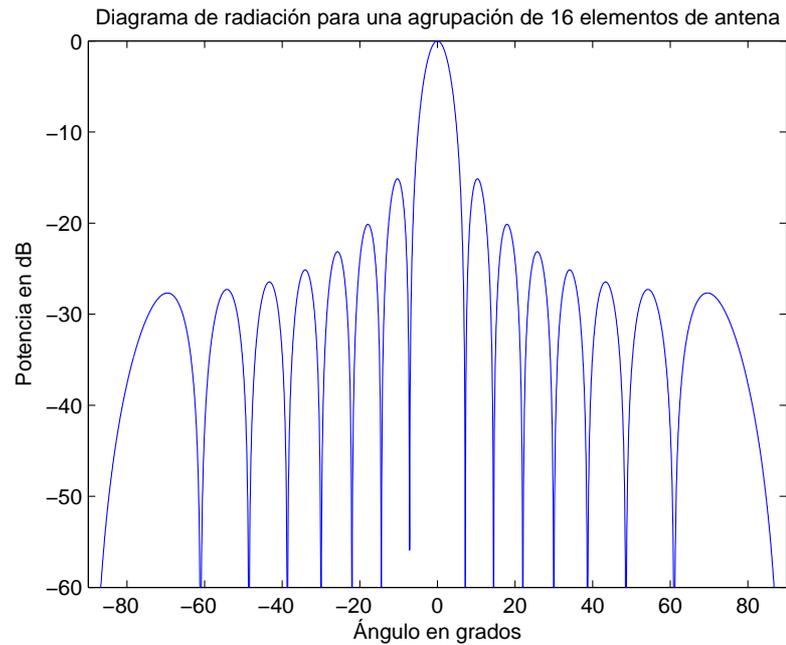


Figura 23. Respuesta natural de una agrupación de 16 elementos de antena

Como se puede observar en la figura 23, la respuesta natural de una agrupación lineal uniforme dirige el lóbulo principal a cero grados en relación a la normal de la agrupación, generando un diagrama de radiación en modo transversal. También se puede notar que se tiene un lóbulo principal perfectamente definido y con una potencia mayor que los lóbulos laterales, y dado que los lóbulos laterales son mucho menores en amplitud que el lóbulo principal se tiene un nivel máximo de lóbulos laterales de  $-15.14$  dB. Cabe mencionar que no se ha direccionado ningún nulo.

Ya que se han analizado las características de la respuesta natural de una agrupación se pueden analizar los cambios que sufre el diagrama de radiación al modificar la excitaciones de cada uno de sus elementos de antena.

### IV.3. Direccionamiento de nulos para la cancelación de interferentes

Para analizar el direccionamiento de los nulos se plantea el mismo escenario que en el caso de la respuesta natural, con la única diferencia que ahora se agrega un interferente en una dirección  $\psi_{int} = 38.68$ . Tal y como se ha mencionado se distribuyen las raíces de los subpolinomios en el círculo unitario, así como también se proyecta la dirección del interferente, de donde se obtiene la figura 24.

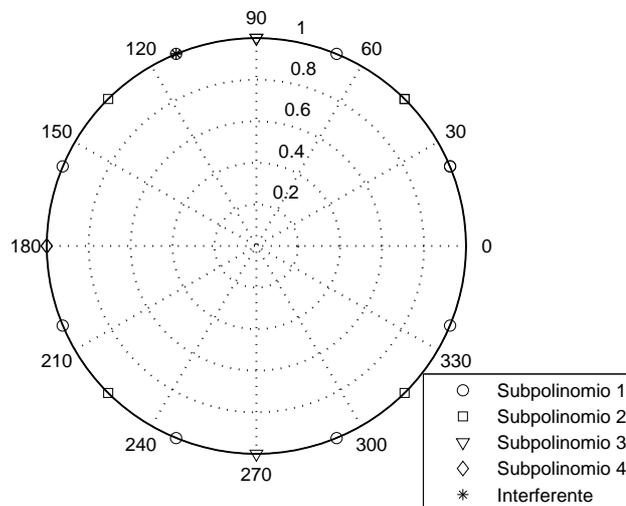


Figura 24. Raíces distribuidas en el círculo unitario con un interferente equidistante a 2 raíces

Como se observa en la figura 24, se tiene un interferente ubicado exactamente entre una raíz del subpolinomio 2 y una raíz del subpolinomio 3. Por lo tanto, en este caso

se debe tomar la decisión de cual de los dos subpolinomios debe rotar sus raíces para realizar la cancelación del interferente. Para esto se analizarán las dos opciones, para el primer caso se empleará el subpolinomio 2 para realizar la cancelación, de donde se obtiene la figura 25 con las raíces ya rotadas.

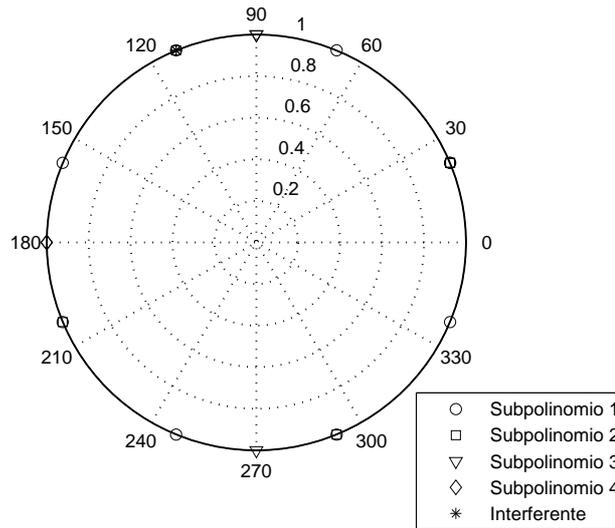


Figura 25. Cancelación del interferente con el subpolinomio 2

Como puede ser observado en la figura 25, las raíces del subpolinomio 2 han sido rotadas de tal forma que una de las raíces ha quedado justo en la posición del interferente, con lo que se está garantizando que un nulo del diagrama de radiación se ubicará en la dirección del interferente, tal y como se muestra en la figura 26, la cual es la respuesta obtenida de la distribución de las raíces.

En la figura 26 se puede observar que efectivamente se ha colocado un nulo del diagrama de radiación en la dirección del interferente, además de que se tiene el lóbulo principal orientado a cero grados. Sin embargo, se puede observar que la relación entre la amplitud del lóbulo principal y el nivel máximo de lóbulos secundarios es de  $-3.07$   $dB$ , por lo que el diagrama de radiación tiene un nivel de aislamiento inaceptable, y se

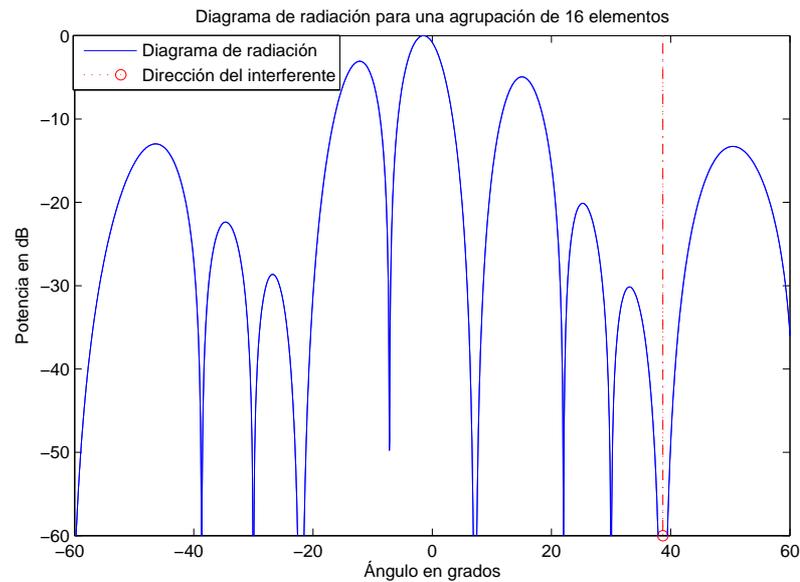


Figura 26. Cancelación del interferente con el subpolinomio 2

puede observar que el nivel de aislamiento empeora en relación a la respuesta natural de la agrupación.

Analizando la segunda opción, es decir realizar la cancelación del interferente empleando el subpolinomio 3, se obtiene la distribución de raíces mostrada en la figura 27.

Como se puede observar en la figura 27, se ha colocado una raíz del subpolinomio 3 en la dirección del interferente con lo cual se garantiza que el diagrama de radiación direccionará un nulo en la posición deseada. Si obtenemos el diagrama de radiación con las raíces mostradas en la figura 27, se obtiene la respuesta mostrada en la figura 28.

En la figura 28 se puede observar que se ha direccionado un nulo del diagrama de radiación en la posición del interferente, así como también puede observarse que el lóbulo principal se encuentra perfectamente definido en dirección a cero grados. Una característica importante que se observa es que el nivel de aislamiento SLL se ha mejo-

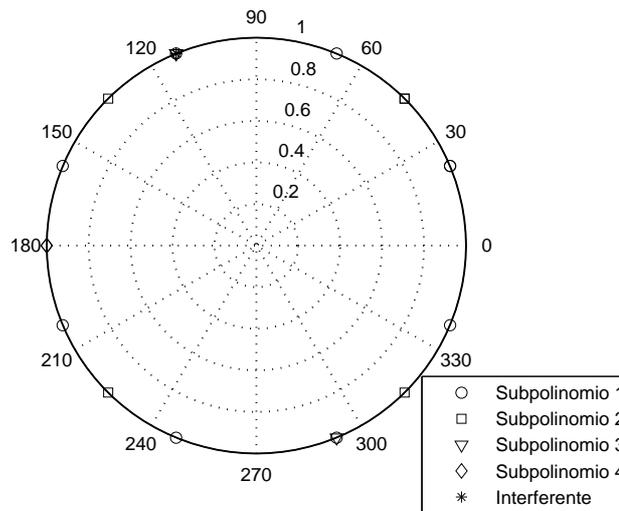


Figura 27. Cancelación del interferente con el subpolinomio 3

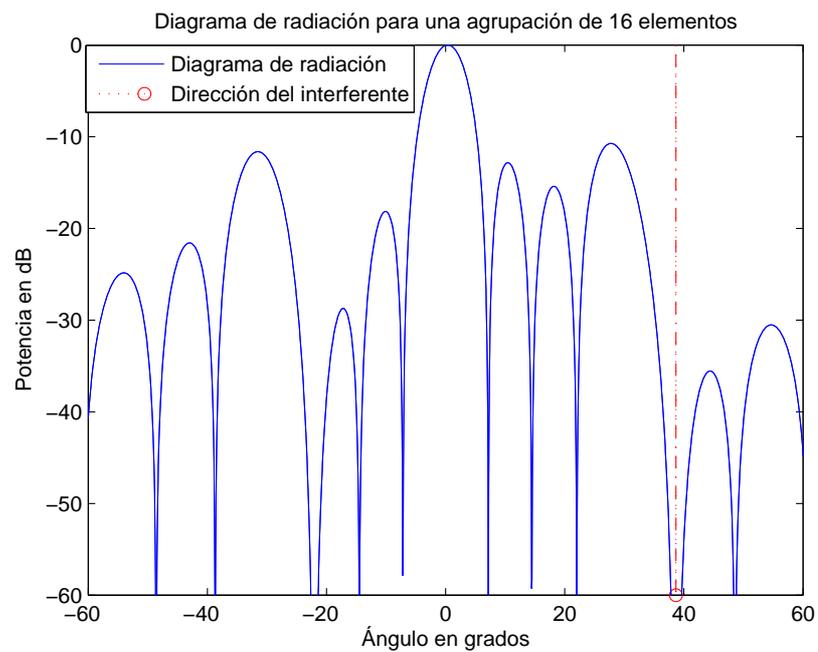


Figura 28. Cancelación del interferente con el subpolinomio 3

rado en relación al mostrado en la figura 26, ya que en el diagrama de radiación de la figura 28 se obtiene un nivel máximo de lóbulos laterales de  $-10.78 \text{ dB}$ . Por lo tanto se concluye que si llegase a presentarse el caso en el cual el interferente se ubique entre

dos raíces de dos subpolinomios distintos se debe emplear el subpolinomio de menor grado con el fin de garantizar el mejor nivel de aislamiento.

### **IV.3.1. Cancelación de multiples interferentes**

En el escenario de comunicaciones celulares puede llegar a presentarse el caso en el cual se tengan más de un interferente, por lo que el algoritmo debe ser capaz de cancelar más de un interferente. Como ya se ha mencionado para una agrupación de 16 elementos de antena se puede disponer de 3 subpolinomios para realizar la cancelación de interferentes, por lo tanto pueden llegar a ser cancelados hasta tres interferentes. Cabe mencionar que para realizar la cancelación de múltiples interferentes se debe dar mayor prioridad a los subpolinomios de mayor grado, es decir que se rotarán primero las raíces del subpolinomio disponible de mayor grado. Esto se debe a que los subpolinomios de menor grado cuentan con una mayor libertad de rotación, por lo que pueden ser empleados para cancelar interferentes que se encuentren alejados de sus raíces. Es decir que se desea mantener las raíces del subpolinomio 2 lo más cercanas a su posición original con el fin de mantener un buen nivel de aislamiento.

Para analizar este caso se presenta el escenario en el cual se tienen 3 interferente ubicados espacialmente en  $34^\circ$ ,  $44^\circ$  y  $-50^\circ$ , además se cuenta con un usuario de interés ubicado en cero grados, tal como se muestra en la figura 29.

Al tener un usuario de interés ubicado en cero grados se continúa trabajando en modo transversal, se emplea una agrupación lineal de 16 elementos de antena. Como ya se ha analizado se tienen 4 subpolinomios y sus raíces se distribuyen tal y como se muestra en la figura 30.

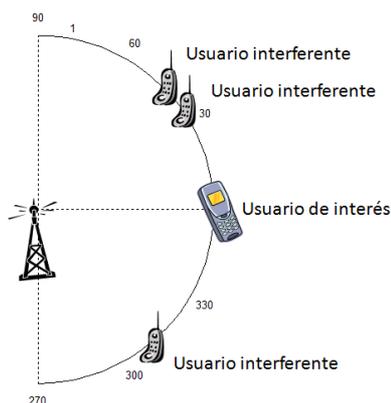


Figura 29. Distribución espacial del usuario de interés e interferentes

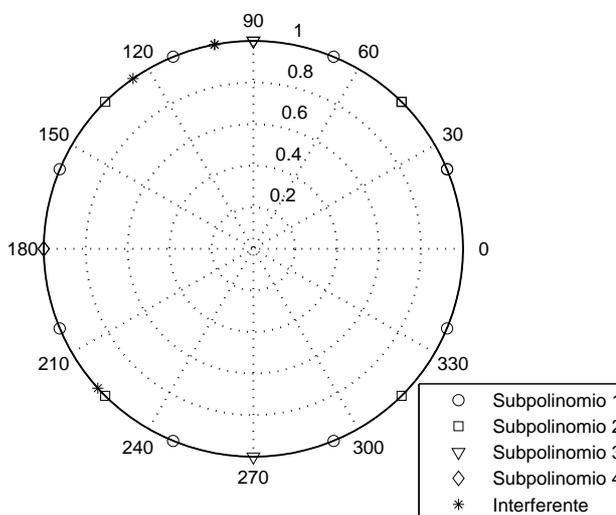


Figura 30. Distribución de raíces y 3 interferentes

El primer polinomio en ser rotado es el subpolinomio dos, tal y como se muestra en la figura 31, se puede observar que el subpolinomio 2 es rotado para cancelar al interferente más cercano a una de sus raíces, es decir que el subpolinomio 2 es el que rota la menor distancia angular. El segundo subpolinomio en ser rotado es el subpolinomio 3. Y por último se rota el subpolinomio 4 ya que éste es el que tiene la mayor libertad de movimiento.

En la figura 31 se puede observar que los 3 interferentes han sido cubiertos por una

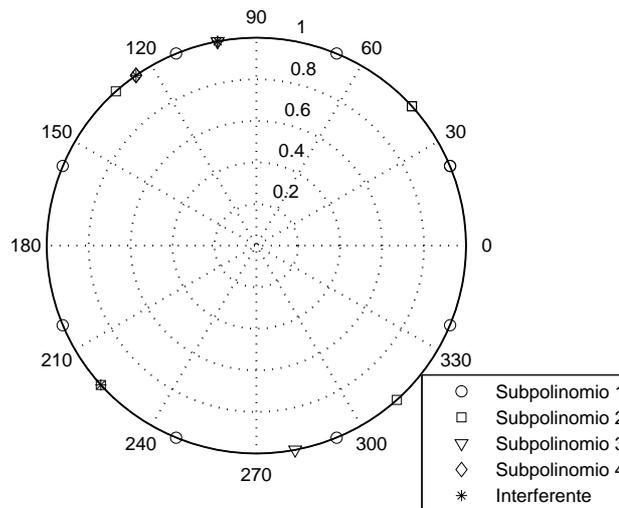


Figura 31. Cancelación de 3 interferentes

raíz, por lo que al desarrollar el polinomio principal se obtienen las excitaciones para cada elemento de antena y en base a ellas se obtiene el diagrama de radiación mostrado en la figura 32.

Se puede observar en la figura 32 que los tres interferentes se han cancelado de forma satisfactoria, así como se han mantenido las características del lóbulo principal y se obtiene un nivel máximo de lóbulos laterales de  $-13.07 \text{ dB}$ .

Hasta este punto se ha realizado la cancelación de interferentes en modo broadside, sin embargo en el ambiente de comunicaciones celulares el usuario de interés se puede ubicar en cualquier dirección dentro del margen de visibilidad de la agrupación. Tal margen de visibilidad va desde los  $-60^\circ$  hasta los  $60^\circ$ , por lo tanto generar diagramas de radiación en modo broadside resulta un tanto ineficiente. Es por ello que en el presente tema de tesis se ha agregado dirigibilidad al lóbulo principal. Con esto se realiza una contribución al estado del arte ya que hasta el momento no se ha reportado un método

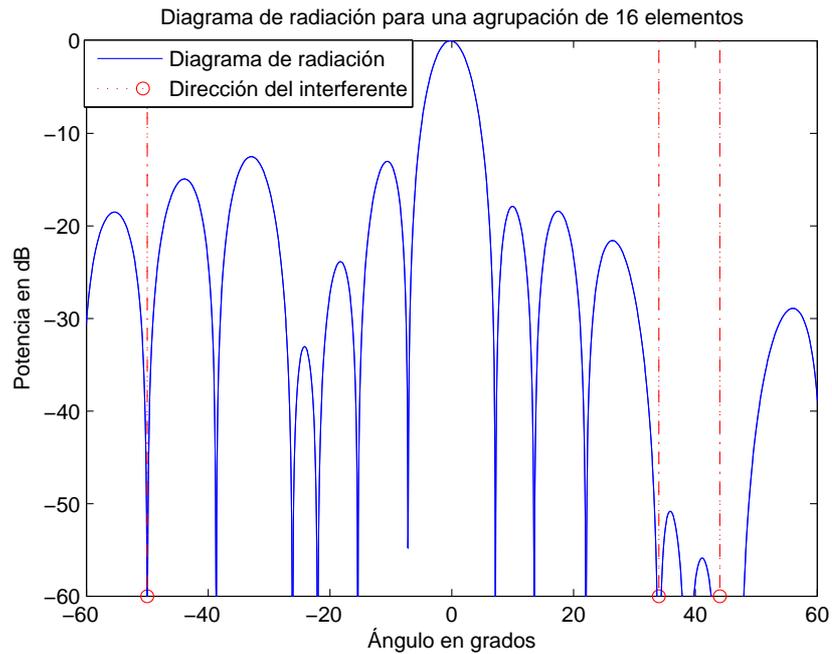


Figura 32. Diagrama de radiación obtenido para la cancelación de 3 interferentes que realice la cancelación de interferentes y que a la vez direcciona el lóbulo principal. A continuación se analizarán los resultados obtenidos para el direccionamiento del lóbulo principal.

#### IV.4. Direccionamiento de nullos y del lóbulo principal como aportación al estado del arte

Para realizar un filtrado espacial completo es necesario realizar una cancelación de interferentes, así como el direccionamiento del lóbulo principal. Como ya se ha mencionado es posible agregar dirigibilidad definiendo una región de lóbulo principal. La dirección del lóbulo principal, puede ser manipulada si se realiza la distribución de las raíces tomando como referencia la proyección de la dirección a la cual se desea orientar el lóbulo principal.

Para analizar el direccionamiento del lóbulo principal se plantearán tres posibles escenarios en los cuales se dirigirá el lóbulo principal a una posición deseada así como se direccionarán 1, 2 y 3 interferentes.

#### IV.4.1. Dirigibilidad de lóbulo principal con cancelación de un interferente

Para el primer escenario se emplea una agrupación lineal uniformemente espaciada con 16 elementos de antena, por lo tanto se siguen empleando 4 subpolinomios con sus grados correspondientes. En este caso se desea realizar el direccionamiento del lóbulo principal a  $-35^\circ$ , además se tiene un interferente en  $40^\circ$ , tal y como se muestra en la figura 33.

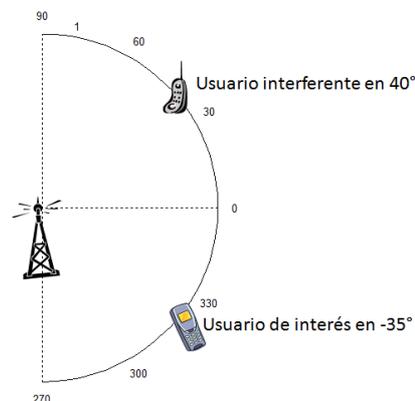


Figura 33. Ubicación espacial del usuario de interés e interferente

Realizando la distribución de las raíces así como la proyección del interferente se obtiene la figura 34.

En la figura 34 se puede apreciar que las raíces están distribuidas en torno a  $\psi = 256.7^\circ$ , tal dirección es la proyección de la posición deseada del lóbulo princi-

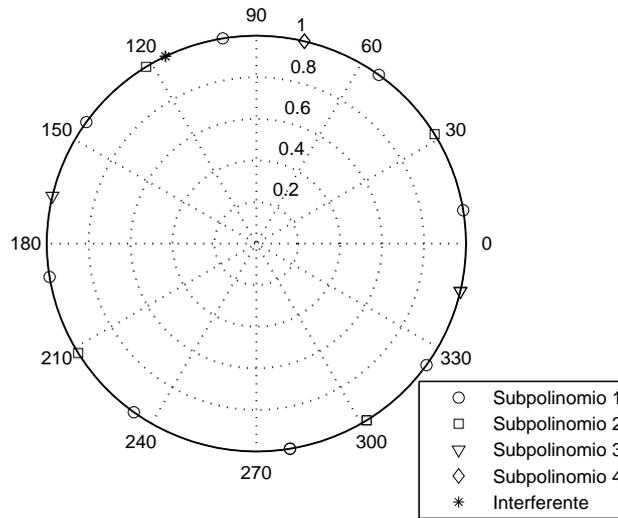


Figura 34. Raíces distribuidas en torno a  $256.7^\circ$

pal ( $\alpha = -35$ ). Con esta distribución se garantiza que el lóbulo principal en el espacio será orientado a  $-35^\circ$ . También se puede observar la proyección del interferente, y se observa que la raíz más cercana al interferente pertenece al subpolinomio 2, por lo que el subpolinomio 2 será rotado para cubrir al interferente tal y como se muestra en la figura 35

Si se desarrolla el polinomio principal en base a la distribución de las raíces mostradas en la figura 35 se obtienen las excitaciones de fase, y se obtiene el diagrama de radiación mostrado en la figura 36.

En la figura 36 se muestra el diagrama de radiación obtenido en coordenadas polares, en esta figura se puede observar claramente que el lóbulo principal se ha dirigido en la dirección deseada, sin embargo para analizar más a detalle el direccionamiento del nulo es necesario emplear gráficas en coordenadas cartesianas y logarítmicas, tal y como se muestra en la figura 37.

Como se puede observar en la figura 37, el lóbulo principal se ha orientado a  $-35^\circ$

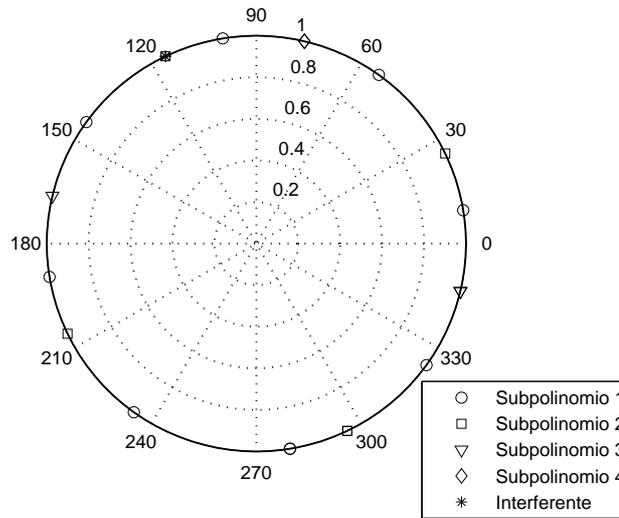


Figura 35. Rotación del subpolinomio 2 para cancelar al interferente

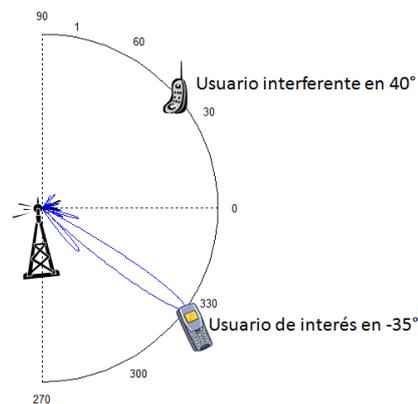


Figura 36. Ubicación espacial del usuario de interés e interferente

así como a la vez se ha colocado un nulo del diagrama de radiación en la dirección del interferente. También se puede observar que el diagrama de radiación cuenta con nivel máximo de lóbulos laterales de  $-11.23 \text{ dB}$ , por lo tanto se ha realizado un filtrado espacial completo. Para este caso se ha obtenido una buena respuesta en términos de direccionamiento de nulos, así como en términos de dirigibilidad, pero con el fin de incrementar el nivel de complejidad se agrega un interferente mas como se presenta en la sección siguiente.

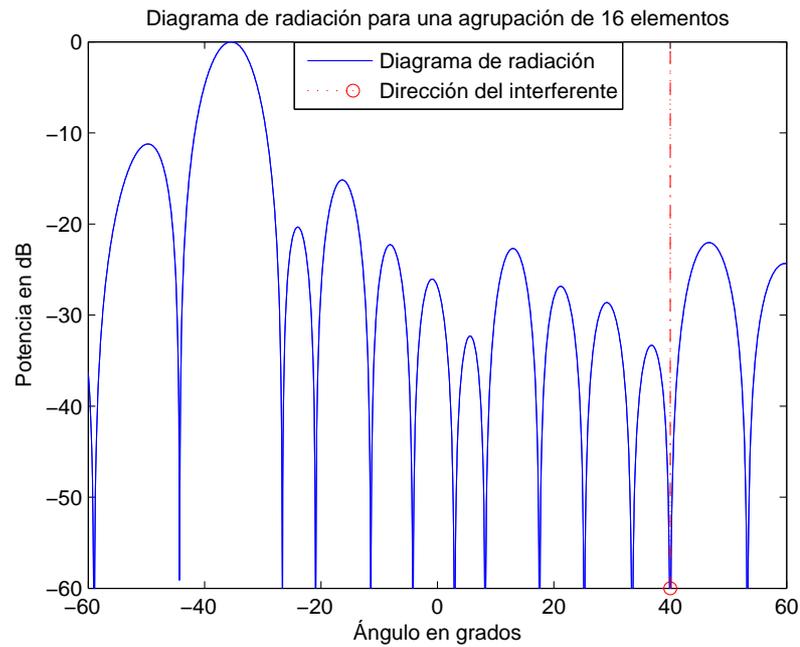


Figura 37. Diagrama de radiación con dirigibilidad y cancelación de un interferente

#### IV.4.2. Dirigibilidad de lóbulo principal con cancelación de dos interferente

Para este caso se tienen 2 interferentes ubicados espacialmente en  $-50.6^\circ$  y  $-6.8^\circ$ , a la vez se desea direccionar el lóbulo principal para dar servicio a un usuario ubicado en una dirección de  $40^\circ$ , tal y como se muestra en la figura 38.

Ya que se tiene al usuario de interés en una dirección diferente de cero es necesario realizar la distribución de las raíces de los subpolinomio en torno a la proyección de  $\alpha = 40^\circ$ , la cual es  $\psi = 115.7^\circ$ . Tal distribución de raíces, así como la proyección de los interferentes, se muestra en la figura 39.

En la figura 39 se puede observar que las raíces están distribuidas de manera uniforme en torno a  $115.7^\circ$ , con lo cual se garantiza que se obtendrá el lóbulo principal

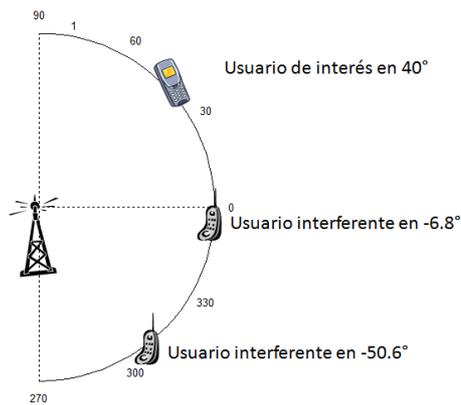


Figura 38. Ubicación espacial del usuario de interés y dos interferente

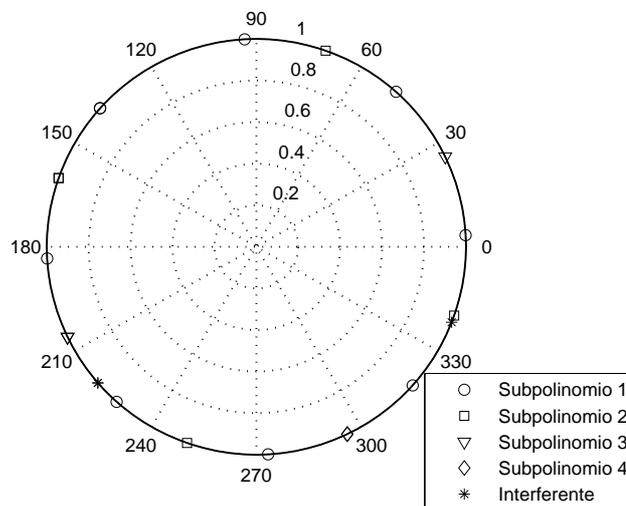


Figura 39. Distribución de raíces para generar el lóbulo principal en  $40^\circ$

en  $40^\circ$  en el diagrama de radiación. Para realizar la cancelación de los interferentes se debe rotar los subpolinomios tal y como se muestran en la figura 40.

Desarrollando el polinomio principal con los valores numéricos de las raíces mostrados en la figura 40 se obtienen las excitaciones de fase con las cuales se genera el diagrama de radiación mostrado en la figura 41.

Como se observa en la representación cartesiana del diagrama de radiación mostrada en la figura 41, se obtiene el lóbulo principal en la posición deseada del diagrama de

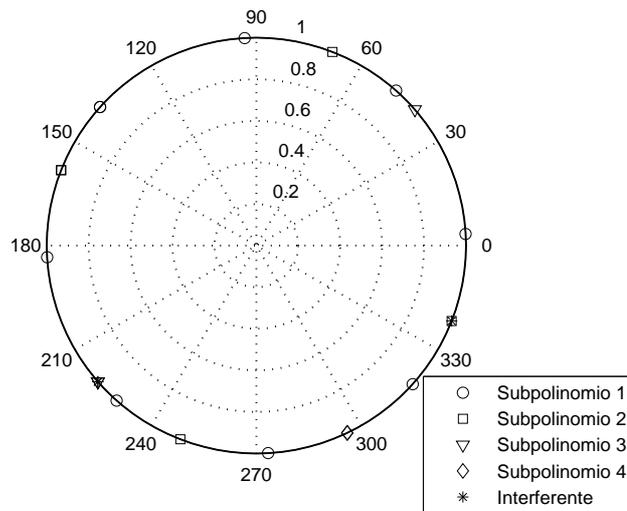


Figura 40. Distribución de raíces para la cancelación de interferentes

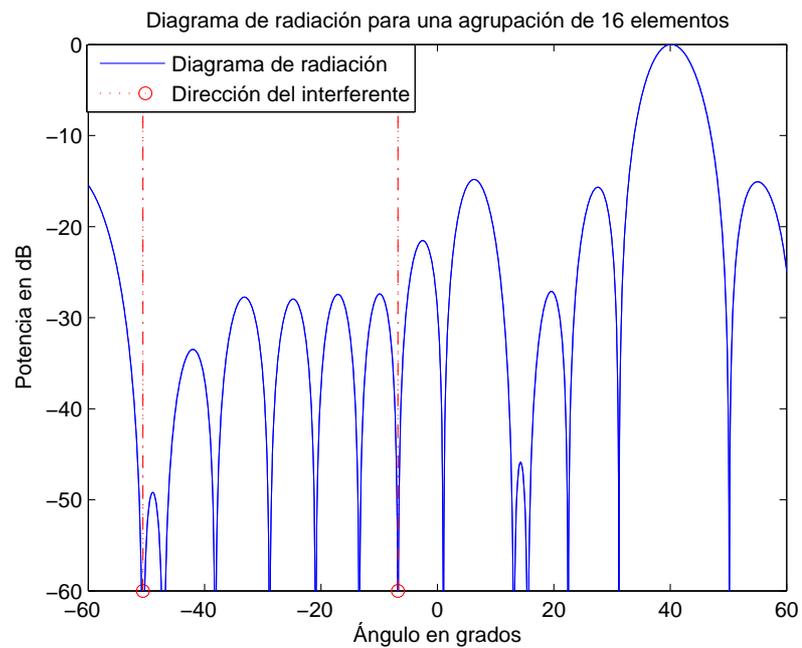


Figura 41. Diagrama de radiación con lóbulo principal en  $40^\circ$  y cancelación de 2 interferentes radiación. En la posición de los interferentes se ha direccionado un nulo, con lo cual se está asegurando que la agrupación de antenas será prácticamente insensible a señales provenientes de tales direcciones. Cancelando a los interferentes de forma satisfactoria.

Por último se puede observar que el nivel de aislamiento obtenido es de -15.5 dB.

Para una agrupación de 16 elementos de antena se puede cancelar hasta 3 interferentes, por lo que se llevará el método al escenario más adverso, en el cual se tendrá que realizar la cancelación de 3 interferentes, y a la vez se realizará el direccionamiento del lóbulo principal.

#### IV.4.3. Caso más adverso: dirigibilidad de lóbulo principal con cancelación de tres interferente

Para este caso se emplearán todas las variables de entrada, se cancelarán 3 interferentes ubicados espacialmente en  $-16^\circ$ ,  $-47^\circ$  y  $34^\circ$ , donde se desea orientar el lóbulo principal en una dirección de  $48^\circ$ , tal y como se muestra en la figura 42.

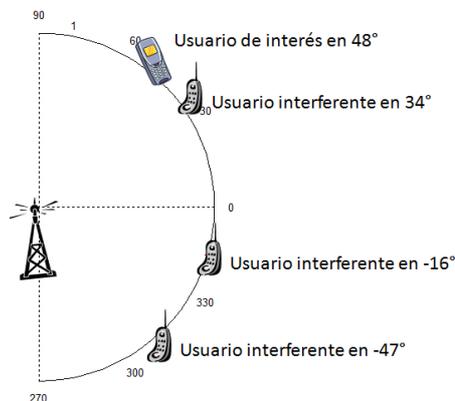


Figura 42. Ubicación espacial del usuario de interés y tres interferente

Se sigue empleando una agrupación de 16 elementos de antena, por lo que se tiene el mismo número de subpolinomios así como los mismos grados para cada subpolinomio. La distribución inicial de las raíces se muestra en las figura 43.

Como se observa en la figura 43 las raíces se encuentran distribuidas de manera

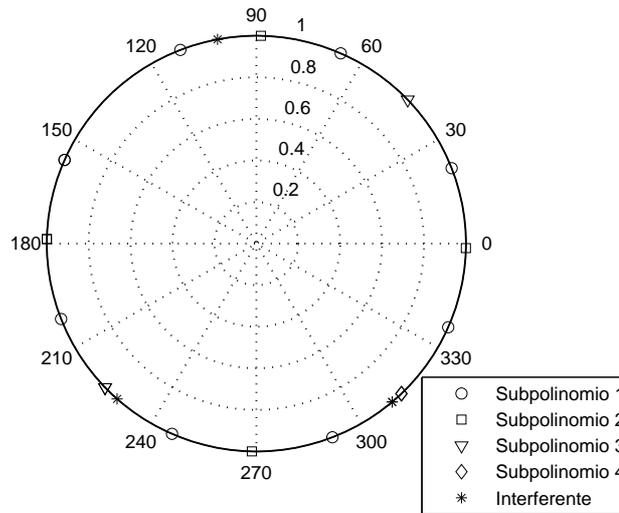


Figura 43. Distribución inicial de las raíces para direccionar el lóbulo principal a  $48^\circ$

uniforme en torno a  $\psi = 133.7^\circ$  la cual es la dirección correspondiente a  $\alpha = 48^\circ$ , con lo cual se garantiza que el lóbulo principal se orientará a  $48^\circ$ . Para realizar la cancelación de los interferentes, las raíces de los subpolinomios deben ser rotados de forma tal que una de las raíces de cada subpolinomio cubra un interferente, tal y como se muestra en la figura 44.

En la figura 44 se puede observar que una de las raíces de cada subpolinomio se ha colocado justo en la dirección de los interferentes, con lo cual se está garantizando que el diagrama de radiación colocará nulos en las direcciones especificadas, tal y como se muestra en la figura 45

En la figura 45 se puede observar que el lóbulo principal se ha orientado en la dirección deseada, así como a la vez se han colocado nulos en las direcciones de los interferentes, con lo cual se ha realizado un filtrado espacial completo. También se puede observar que el nivel máximo de lóbulos laterales es de  $-12.1 \text{ dB}$  el cual es bastante aceptable tomando en cuenta que se han manipulado todas las variables de entrada.

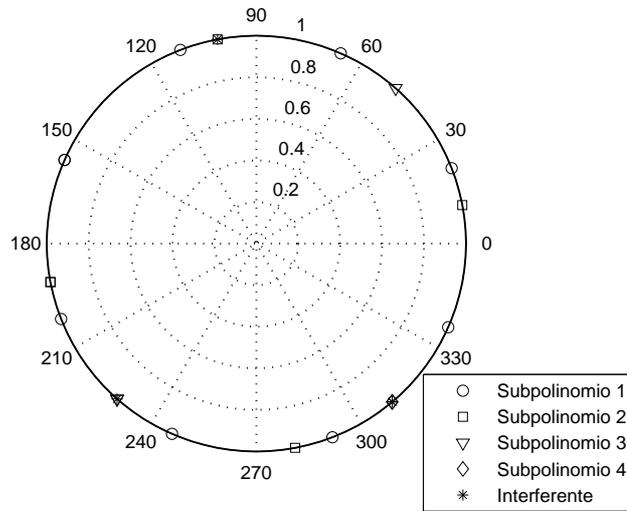


Figura 44. Distribución inicial de las raíces para direccionar el lóbulo principal a  $48^\circ$

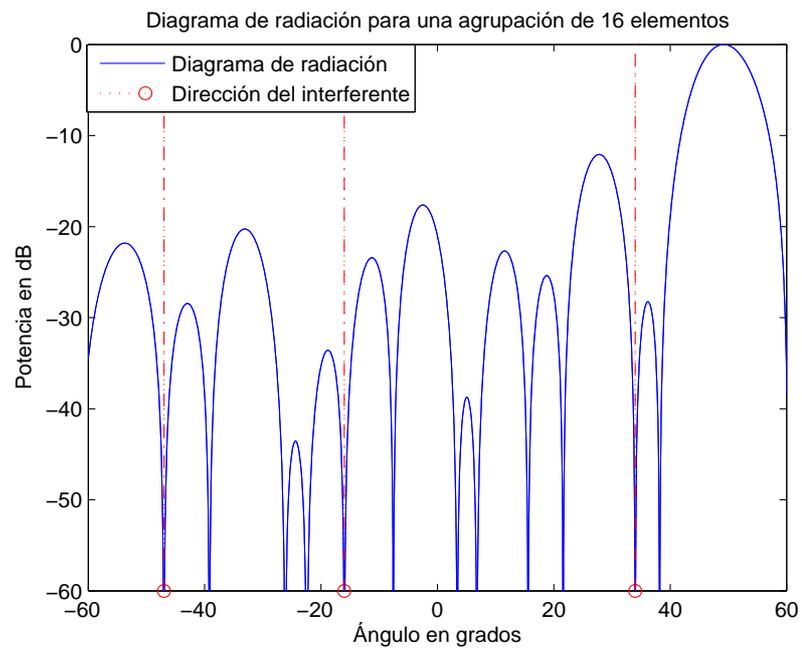


Figura 45. Diagrama de radiación con lóbulo principal en  $48^\circ$

Sin embargo cuando se manejan todas las posibles variables de entradas, es decir que cuando se maneja dirigibilidad del lóbulo principal así como la cancelación del máx-

imo de interferentes permitido, se presentarán casos en los cuales las raíces tiendan a agruparse, por lo que se obtendrán diagramas de radiación ineficientes en términos de nivel de aislamiento.

Al emplearse todas las posibles variables de entrada se tiene un gran espacio de combinaciones, donde se tienen 3 interferentes que se pueden ubicar entre  $-60^\circ \leq \alpha \leq 60^\circ$ , así como un lóbulo principal que también puede ser dirigido a cualquier punto dentro de este margen. Por lo tanto, al tenerse un gran espacio de variables de entrada, se presentarán casos en los cuales la combinaciones de estas cuatro variables de entrada ocasionarán que las raíces tiendan a agruparse en pequeños espacios angulares.

## IV.5. Conclusiones

Como se ha podido observar, la nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase basada en el círculo unitario de Schelkunoff, presenta una gran robustez y exactitud al direccionar los nulos del diagrama de radiación trabajando en modo transversal, debido a que al no direccionar el lóbulo principal se está evitando el uso de una variable de entrada. Por lo tanto podemos concluir que existe un compromiso entre el nivel de aislamiento y el número de variables de entrada, ya que al cancelar uno y dos interferentes en modo transversal se obtienen niveles de aislamiento mayores de 12 dB.

Una conclusión muy importante es que la génesis de este método permite realizar el direccionamiento del lóbulo principal, lo cual es una contribución al estado del arte, ya que ahora se cuenta con un método analítico capaz de realizar el direccionamiento

de nulos para la cancelación de interferentes, a la vez que permite manejar dirigibilidad del lóbulo principal. Es importante mencionar que al agregar dirigibilidad al lóbulo principal se pierde un poco la robustez del algoritmo, ya que se agrega una variable de entrada más, y como ya se ha mencionado, existe un gran compromiso entre el nivel de aislamiento y el número de variables de entrada. Cabe mencionar que al trabajar con la cancelación de dos interferentes y dirigibilidad en el lóbulo principal se obtienen resultados aceptables, sin embargo al trabajar con dirigibilidad y tres interferentes pueden llegar a presentarse casos en los cuales algún interferente no pueda ser cancelado, también pueden llegar a presentarse niveles de aislamiento un tanto inaceptables en términos de nivel de aislamiento.

Por último es necesario mencionar que los casos en los cuales se presentan respuestas inaceptables dependen de la combinación de las variables de entrada, aunque solamente en algunas combinaciones de las variables de entrada se presentan respuestas ineficientes, por lo que es poco probable obtener este tipo de diagramas de radiación.

# Capítulo V

## Conclusiones

Este capítulo tiene como finalidad presentar las conclusiones y aportaciones de este trabajo de tesis, considerando para ello el planteamiento del problema y el objetivo de la tesis. Además se presentan las propuestas de posibles trabajos a futuro como continuación de la tesis.

Cabe mencionar que el aspecto más importante de este trabajo es que se ha abordado el estado del arte en cuanto al problema de la síntesis de agrupación mediante el empleo de una técnica analítica, la cual es llevada mas allá de lo establecido en un principio, ya que el objetivo principal fue el direccionamiento de nulos, pero al perfeccionar el algoritmo optimización, fue posible agregar un grado de libertad más que fue la dirigibilidad del diagrama de radiación, aspecto hasta ahora no reportado en la literatura del área de síntesis de agrupación de antenas.

## V.1. Sobre la síntesis del diagrama de radiación mediante el empleo de la nueva técnica analítica

Como se ha venido mencionando a lo largo de este documento, el objetivo principal de la *nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase, basada en el círculo unitario de Schelkunoff*, es direccionar nulos del diagrama de radiación con el fin de cancelar señales que podrían llegar a degradar la calidad de servicio en un enlace de comunicaciones. La idea de emplear esta técnica surge también por la necesidad de subsanar las carencias del método de Schelkunoff clásico.

El método de Schelkunoff clásico realiza el direccionamiento de nulos sin dar prioridad a un lóbulo principal, por lo tanto, no se puede generar un lóbulo principal y tampoco se puede garantizar un nivel de aislamiento. A continuación se presentan los puntos más importantes de la nueva técnica que permiten subsanar estas carencias.

- Se analizó la división del polinomio principal de Schelkunoff en pequeños subpolinomios con el fin de maximizar los grados de libertad del algoritmo. Cada subpolinomio se emplea para definir una característica del diagrama de radiación.
- Se analizó que es posible obtener excitaciones sólo de fase mediante la distribución de manera uniforme de las raíces de cada subpolinomio en el círculo unitario de Schelkunoff, lo cual es la piedra angular del presente método.
- Se determinó que el subpolinomio de mayor grado se emplea para generar y mantener un lóbulo principal perfectamente definido, con lo cual se subsanó la carencia principal del método de Schelkunoff clásico.

- Se encontró que para realizar el direccionamiento de nulos, se requiere rotar todas las raíces del subpolinomio empleado con el fin de obtener excitaciones sólo de fase; por lo tanto, el algoritmo es altamente sensible al número de subpolinomios empleados.
- Por último, es importante mencionar que al realizar el direccionamiento de nulos, el lóbulo principal se mantiene intacto y al contar con un lóbulo principal definido se puede garantizar un nivel de aislamiento. Por lo tanto se puede concluir que la nueva técnica analítica ha superado las limitaciones del método clásico de Schelkunoff.

## V.2. Sobre la síntesis del diagrama de radiación

En el capítulo III se modeló la nueva técnica analítica basándose en el empleo de una agrupación lineal uniformemente espaciada, donde el problema principal consistió en encontrar el factor de agrupación capaz de obtener excitaciones sólo de fase. Posteriormente en el capítulo IV se obtuvieron simulaciones de la síntesis del diagrama de radiación mediante la nueva técnica analítica en el siguiente orden: primero se obtuvo la respuesta natural de la agrupación con el fin de analizar las limitaciones de ésta, demostrando así la importancia de la síntesis del diagrama de radiación. Después, se plantearon diversos escenarios con el fin de analizar las prestaciones que ofrece la técnica propuesta. Del análisis detallado de los distintos escenarios planteados y en base a las respuestas obtenidas es que se presentan las siguientes observaciones:

- Se analizó y se demostró que es posible realizar la manipulación del diagrama de radiación mediante el control de las excitaciones sólo de fase.

- Se demostró que la nueva técnica analítica presenta una gran exactitud y robustez al momento de direccionar los nulos. Se observó que el algoritmo es capaz de direccionar los nulos con una exactitud de centésimas de grado, además de que el algoritmo centra el nulo del diagrama de radiación en la dirección previamente establecida. Es importante resaltar que la profundidad de nulos es mucho mayor a  $-60dB$  alcanzando en ocasiones profundidades de hasta  $-130dB$ , con lo cual se está garantizando que la agrupación es prácticamente insensible a señales provenientes de las direcciones a las cuales se ha direccionado un nulo.
- Aunque la dirigibilidad del lóbulo principal no se contemplaba como parte del objetivo de la tesis, mediante el análisis continuo del algoritmo se observó y se demostró que es posible agregar dirigibilidad al lóbulo principal, con lo cual se le agregó un grado más de libertad al algoritmo, ya que no sólo es capaz de direccionar nulos, sino que también se puede realizar un direccionamiento del lóbulo principal. El agregar dirigibilidad al lóbulo principal es una contribución muy importante, ya que hasta el día de hoy no se ha realizado alguna publicación de un algoritmo capaz de realizar el direccionamiento tanto de nulos como de lóbulo principal.
- En el capítulo IV se demostró que es posible realizar el direccionamiento del lóbulo principal, a la vez que se direccionan los nulos del diagrama de radiación. Para comprobarlo, se plantearon diferentes escenarios de simulación en los cuales se direccionaron 1, 2 y 3 interferentes a la vez que se direccionó el lóbulo principal. En estas simulaciones se observó que para uno y dos interferentes se obtiene un nivel de aislamiento cercano a  $-20dB$ , el cual cumple con la norma establecida de  $-19dB$ , sin embargo para tres interferentes se obtuvo un nivel de aislamiento

de  $-13dB$  el cual está por encima de lo que permite la norma. Por lo tanto se llega a la conclusión de que al agregar un grado de libertad más al algoritmo se compromete en gran forma el nivel de aislamiento, ya que al emplear el máximo de variables de entrada, es decir al direccionar el máximo de nulos posibles y dirigir el lóbulo principal simultáneamente, se presentarán casos en los cuales el nivel de aislamiento no cumpla con la norma.

- Por último es importante mencionar que la separación espacial mínima entre interferentes para la cual se obtienen niveles de aislamiento aceptables es de cinco grados, ya que si se tienen interferentes muy cercanos entre sí las raíces de los subpolinomios tienden a agruparse en un pequeño espacio angular, lo cual se ve reflejado en niveles de aislamiento inadecuados.

### V.3. Contribuciones

A continuación se presentan las principales contribuciones de este trabajo de tesis.

- Una contribución importante del presente trabajo es la identificación y definición de la región de lóbulo principal, ya que anteriormente el método de Schelkunoff clásico no consideraba esta región, por lo que no se podía generar un lóbulo principal. Es importante mencionar que al definir la región del lóbulo principal se agregó robustez al algoritmo ya que se garantiza así la existencia de un lóbulo principal.
- Otra aportación y quizá la más importante es el análisis de dirigibilidad mediante el control sólo de fase, ya que los métodos de control sólo de fase reportados hasta el día de hoy trabajan solamente en modo transversal o broadside.

- El análisis de la dirigibilidad presentado en este trabajo, es una aportación muy importante, ya que hasta el día de hoy no se han realizado trabajos que realicen el direccionamiento de nulos a la vez manejen dirigibilidad con control sólo de fase.

## V.4. Trabajo a futuro

Como recomendaciones para líneas futuras de investigación, basadas en la génesis del presente algoritmo, se puede mencionar que la limitación que presenta éste es la división de polinomios, ya que el número máximo de nulos que se pueden direccionar están directamente relacionados con el número de subpolinomios, por lo tanto se presentan las siguientes recomendaciones:

- Se puede trabajar al inicio con un número de raíces para generar un lóbulo principal, y agregar nuevas raíces conforme sea necesario el direccionamiento de nulos, una en la posición del interferente y otra en su complejo conjugado, con el fin de obtener excitaciones sólo de amplitud y además maximizar el número de nulos que se puedan direccionar.
- Trabajar en la distribución de raíces en el círculo unitario de Schelkunoff, pero empleando sólo una raíz para direccionar un nulo. De esta forma se obtendrían excitaciones tanto en amplitud como en fase, incrementando la complejidad de la agrupación, Sin embargo se puede maximizar el número de nulos que pueden ser direccionados, ya que al no requerir de complejos conjugados se pueden direccionar  $N - 1$  nulos donde  $N$  es el número de elementos de antenas.
- Otra propuesta de trabajo es desarrollar un análisis de técnicas para minimizar el nivel de lóbulos laterales, tales como el método de Dolph-Chebyshev o el método

de Taylor, las cuales puedan ser aplicadas de forma paralela al presente método con el fin de obtener un método capaz de controlar todas las características del diagrama de radiación.

# Referencias

- Agostino Monorchio, Simone Genovesi, S. B. (2007). An efficient interpolation scheme for the synthesis of linear arrays based on Schelkunoff polynomial method. *IEEE antennas and wireless propagation*, **6**(5): 484–487.
- Arce Casas, A. (2008). *Síntesis de agrupaciones de antenas por medio de optimización estocástica*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, B.C., México. 77 pp.
- Ares-Pena F, R.-G. J. (1999). Genetic algorithms in the design and optimization of antenna array patterns. *IEEE Trans Antennas Propag*, **47**(3): 506–510.
- Baird CA, R. G. (1976). Adaptive sidelobe nulling using digitally controlled phase-shifters. *IEEE Trans Antennas Propag*, **24**(9): 634–649.
- Balanis, C. A. (1997). *Antenna theory analysis and design, second edition*. Wiley-interscience, New York, primera edición. 1045 pp.
- Covarrubias, D. (2008). Notas del curso de antenas inteligentes para comunicaciones celulares. *CICESE*. No publicado.
- Diogenes Marcano, F. D. (2000). Synthesis of antenna arrays using genetic algorithms. *IEEEAntennas and Propagation Magazine*, **42**(3): 213–217.
- Elliott, R. S. (2003). *Antenna theory and design*. Wiley-interscience, New York, revised edition edición. 594 pp.
- Godara, L. C. (2002). *Handbook of antennas in wireless communications*, Vol. 1. CRC Press, Boca Raton. 445 pp.
- Gross, F. B. (2005). *Smart antennas for wireless communications with matlab*. McGraw-Hill, New York, primero edición. 270 pp.
- Guisto R, V. R. (1983). Phase only optimization for the generation of wide deterministic nulls in the radiation pattern of phased arrays. *IEEE Trans Antennas Propag*, **31**(5): 814–817.
- H. Mojardin, David H. Covarrubias, R. F. N. (2009). A new proposal capon beam-former for angular spreads on distributed sources in a cellular environment. *Progress in Electromagnetics Research*, **6**(1): 167–177.
- Hans Steyskal, Shore A, H. R. (1986). Methods for null control and their effects on radiation pattern. *IEEE Trans Antennas Propag*, **34**(3): 404–409.

- Hansen, R. C. (1998). *Phased array antennas*, Vol. 1. Wiley-Interscience, New York. 249 pp.
- Haupt, R. L. (1985). Null steering with phase and amplitude controls at the subarray outputs. *IEEE Trans Antennas Propag*, **33**(5): 505–509.
- Haupt, R. L. (1997). Phase-only adaptive nulling with a genetic algorithm. *IEEE Trans Antennas Propag*, **45**(6): 1009–1015.
- Jian Li, P. S. (2006). *Robust adaptative Beamforming*, Vol. 1. Wiley-interscience, New Jersey. 442 pp.
- M. J. Mismar, T. H. Ismail, D. A.-A.-N. (2007). Analitical array polynomial method for linear arrays with phase-only control. *AEU of electronics and communications*, **61**(5): 485–492.
- M. Mouhamadou, P Armand, P. V. M. R. (2006). Interference supression of the linear antenna arrays controlled by phase with use of SQP algorithm. *Progress in Electromagnetics Research*, **59**(1): 251–265.
- Marcano D, D. F. (2000). Synthesis of antenna arrays using genetic algorithms. *IEEE Trans Antennas Propag*, **42**(3): 12–20.
- Marco A. Panduro, David H. Covarrubias, C. A. B.-F. R. M. (2005). A multi-objctive approach in linear antenna array design. *AEU of electronics and communications*, **59**(1): 205–212.
- Rafael Albornoz, T. S. M. (2004). Antenas inteligentes. *Progres In Electromagnetics Research*, **7**(2): 67pp.
- Rocha C., Covarrubias D. H., B. C. A. y. P. M. A. (2006). Diferential evolution algorithm applied to sidelobe level reduction on a planar array. *Int. J. Electron comun (AEU)*, **61**(1): 286–290.
- Shore, R. A. (1988). Nulling at symetric pattern location with phase only weight control. *IEEE Trans Antennas Propag*, **36**(4): 202–208.
- Sánchez Gómez, J. (2007). *Síntesis, vía técnicas analíticas de agrupamiento de antenas, con espaciamiento no uniforme en geometrías lineal y planar*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, B.C., México. 102 pp.
- Sánchez Gómez, J. D. H. C. (2009). A synthesis of unequally spaced antenna arrays using legendre functions. *Progres In Electromagnetics Research*, **7**(1): 57–69.
- Steyskal, H. (1982). Simple method for pattern nulling by phase perturbation. *IEEE Trans Antennas Propag*, **31**(1): 814–817.

- Thomas Kaiser, André Bourdoux, H. B. J. R. F. J. B. A. W. U. (2005). *Smart antennas state of the art*, Vol. 3. Hindawi Publishing Corporation, New York. 876 pp.
- Torrealba Meléndez, R. (2007). *Síntesis del diagrama de radiación en agrupamientos de antenas vía optimización convexa*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, B.C., México. 107 pp.
- Trees, H. L. V. (2002). *Optimum array processing*, Vol. 4. Wiley-interscience, New York. 1443 pp.
- Yikun Huang, M. P. (2007). Performance analysis of a null steering algorithm. *IEEE antennas and wireless propagation*, **4**(2): 4212–4215.