

TESIS DEFENDIDA POR  
**ARMANDO BEJARANO CARRILLO**  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

*C. Huerta.*

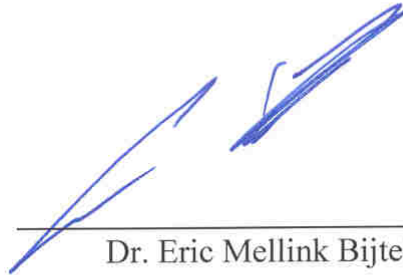
Dr. Carlos Isidro Huerta López  
*Director del comité*



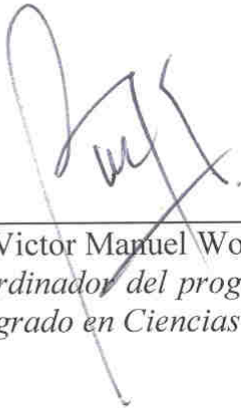
M.C. José Guadalupe Acosta Chang  
*Miembro del comité*



M.C. Francisco Suárez Vidal  
*Miembro del comité*



Dr. Eric Mellink Bijtel  
*Miembro del comité*



Dr. Victor Manuel Wong Ortega  
*Coordinador del programa de  
posgrado en Ciencias de la Tierra*

*Raúl Castro*

Dr. Raúl Ramón Castro Escamilla  
*Director de estudios de posgrado*

5 de Junio de 2006.

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE  
ENSENADA**



---

**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS  
EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

---

**ESTUDIO DE LA TÉCNICA DEL DECREMENTO ALEATORIO PARA LA  
ESTIMACIÓN *IN-SITU* DE PROPIEDADES DE SUELOS**

**TESIS**

**que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el  
grado de**

**MAESTRO EN CIENCIAS**

**Presenta:**

**ARMANDO BEJARANO CARRILLO**

**Ensenada, Baja California, México. 5 de Junio de 2006**

**RESUMEN** de la tesis que presenta **ARMANDO BEJARANO CARRILLO**, para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de **MAESTRO EN CIENCIAS** en **CIENCIAS DE LA TIERRA** con orientación en **SISMOLOGÍA**.  
Ensenada Baja California, México. 5 de Junio de 2006.

**ESTUDIO DE LA TÉCNICA DEL DECREMENTO ALEATORIO PARA LA ESTIMACIÓN *IN-SITU* DE PROPIEDADES DE SUELOS**

Aprobado por:



Dr. Carlos Isidro Huerta López  
Director de tesis

Fueron realizadas simulaciones numéricas de la respuesta sísmica del terreno mediante la propagación de excitaciones aleatorias en dos modelos teóricos de suelos con el propósito de evaluar la Técnica del Decremento Aleatorio (TDA) en su aplicación para la estimación *in-situ* de propiedades del terreno. Se identificó un procedimiento para su aplicación con el fin de estimar *in-situ* el amortiguamiento ( $\xi$ ) y frecuencia natural ( $f_n$ ) ó frecuencia fundamental de suelos, teniendo como dato sólo la respuesta del sistema. Se adicionó ruido en diferentes proporciones a las respuestas teóricas con el fin de simular la contribución de señales que existen en datos tomados de forma experimental. Para la identificación de la mejor curva característica, representativa del sistema (firma), de la que se estimó tanto el amortiguamiento como la frecuencia natural, se propuso un procedimiento de selección, que excluyó en gran parte la necesidad de aplicar el criterio del analista de datos, siguiendo sólo lo planteado en la hipótesis de la Técnica del Decremento Aleatorio (TDA). Previo a realizar las estimaciones de  $\xi$  y  $f_n$ , se aplicaron algoritmos de suavizado a las firmas características de los sistemas de suelos analizados. La estadística aplicada para la selección de la mejor firma fué en términos del coeficiente de correlación y la prueba de hipótesis nula. Para ambos modelos analizados, el tipo de excitación de entrada exhibió un efecto significativo en la variación de las estimaciones de amortiguamientos cuando este efecto se comparó con el observado cuando se utilizaron los mecanismos de amortiguamiento.

De las tres excitaciones de entrada utilizadas para propagar en los modelos, se obtuvieron estimaciones de amortiguamientos más cercanos al valor teórico y más estables (presentaron menor dispersión en las cuatro formas de estimar el amortiguamiento) cuando se utilizó la excitación que fué generada con números aleatorios que tienen una distribución uniforme y a la cual se le aplicó una envolvente de rampas ascendentes y descendentes tanto al inicio como al final. Se utilizaron cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento, de estas, la estimación obtenida mediante la pendiente sistemáticamente siempre arrojó valores sub-estimados.

Particularmente las estimaciones de amortiguamientos obtenidas en el modelo de una capa de suelo que descansa en una base rígida fueron estables en los diferentes niveles de ruido adicionados. Las estimaciones de amortiguamientos más consistentes se obtuvieron cuando

se utilizó el primer ciclo en las firmas. La estimación de la frecuencia natural de vibración fué muy consistente para los tres niveles de ruido utilizados y nunca produjo valores sub-estimados. El mayor valor de sobre-estimación que se obtuvo fué de 16 %.

Para el modelo de una capa de suelo que descansa en un semiespacio elástico, las estimaciones de amortiguamientos no mostraron tendencia hacia alguna de las cuatro formas para la estimación del amortiguamiento, además de que las estimaciones en este modelo fueron mas inestables y alejadas del valor teórico del modelo, esto, cuando se comparó con el modelo de una capa de suelo que descansa en una base rígida. Se obtuvieron estimaciones de frecuencias naturales de vibración muy consistentes para los tres niveles de ruido utilizados y nunca se obtuvieron valores sub-estimados. El mayor valor de sobre-estimación que se obtuvo fué de 13.5 %.

La TDA y la metodología obtenida mediante las simulaciones numéricas se aplicó a dos registros de temblores. El primer temblor fué el registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85,  $m_b=8.1$ ). El segundo temblor utilizado fué el ocurrido y registrado en el valle Imperial, California (11/5/40,  $M_L=6.4$ ) mejor conocido como el temblor de El Centro, de 1940.

Para el temblor registrado en la Ciudad de México (CDA0), Se obtuvieron firmas con coeficientes de correlación altos y además, las firmas cumplieron apropiadamente con la hipótesis de la TDA.

Para el temblor de Valle Imperial, California (El Centro, de 1940), Aún cuando se obtuvieron coeficientes de correlación altos en las firmas obtenidas, queda a cuestión la validez de sus estimaciones debido a que las firmas obtenidas no se apegaron apropiadamente a la hipótesis de la TDA acerca del decaimiento exponencial.

**Palabras clave:** Técnica del Decremento Aleatorio, amortiguamiento, frecuencia fundamental, respuesta sísmica.

**ABSTRACT** of the thesis by **ARMANDO BEJARANO CARRILLO**, presented in partial requirement in order to obtain the **MASTER OF SCIENCES** degree in **EARTH SCIENCES**, with major in **SEISMOLOGY**. Ensenada, Baja California, Mexico. 5 of June 2006.

**STUDY OF THE RANDOM DECREMENT METHOD FOR *IN-SITU* SOIL PROPERTIES ESTIMATION.**

In order to evaluate the Random Decrement Method (RDM) for *in-situ* soil properties estimation, numerical simulations of the soil systems seismic response upon random excitations were computed on two theoretical soil models. A procedure was established of its application to estimate *in-situ* damping ( $\zeta$ ) and vibration natural frequency ( $f_n$ ) of soils systems in which the only required data is the soil system response. Noise at different signal to noise ratios was added to the theoretical simulations to approach more closely to real experimental data. To categorize the best signature of the soil system response (characteristic curve, "signature") from which both the damping and vibration natural frequency are going to be estimated I propose a selection procedure, that excludes the analyst criteria, following only the hypothesis in which the RDM is supported. Smooth algorithms were applied to the signatures prior to realize the  $\zeta$ , and  $f_n$  estimations. For the selection of the best system signature a statistical criteria was applied in terms of the linear correlation coefficient and the statistical test of null hypothesis of no linear correlation.

For both models analyzed, the excitation type exhibited a significant effect in the variation of the  $\zeta$  estimations. When these variations were compare with the effect produced by different damping mechanisms no significant effect was observed. From the three input random excitations, when using the one computed with uniform statistical distribution and tailored with ascending and descending ramps at the beginning and end of the excitation I obtained damping estimations highly consistent with the soil model parameters. Four different ways for damping estimation were used, from these; the estimations obtained with the Hurley's method always provided systematically underestimated values.

For the single soil layer resting in a rigid base, the obtained estimations were stable at all signal to noise ratio levels. The most consistent damping estimations were obtained when using just the first cycle of the signatures. The natural frequency estimations were also highly consistent with the frequency model parameter at all three levels of signal to noise ratio and were never under-estimated. The maximum percentage of over-estimation was 16 %.

For the model of a single soil layer resting in an elastic half-space, the damping estimations didn't showed a preference between the different ways for its estimation. In addition to the above, the  $\zeta$  estimations showed an unstable behavior when the signal to noise ratio level decreased; this is in comparison with the model of single soil layer resting in a rigid base. On the other hand, we obtained natural frequency estimations highly consistent with the values of the model for all three levels of signal to noise ratio, these values were never under-estimated. The maximum percentage of over-estimation was 13.5 %.

The RDM procedure here presented was applied to two earthquakes records. The first one was the one recorded at the Central de Abastos site (CDAO), in Mexico City from the well-known 1985 Mexico City earthquake (9/19/85, mb=8.1). The second one was the one

recorded in the Imperial Valley, California (5/11/40,  $M_L=6.4$ ) better known as the El Centro earthquake of 1940.

For the 1985 Mexico City earthquake, recorded at the CDAO site, I obtained signatures with large correlation coefficient values. In addition to the above, the signatures were in complete agreement with the hypothesis of the RDM.

For the El Centro earthquake of 1940, recorded at Imperial Valley, California; the signatures obtained showed large correlation coefficients. However, caution should be taken because the shape of the signature (pseudo-free vibration decay curve) lacks in following the hypothesis of the RDM, particularly about the exponential decay.

**Keywords:** Random Decrement Method, Damping, Fundamental Frequency, Seismic response.

*Lo más hermoso que podemos vivir es el misterio. Tal es el sentimiento que alienta toda fuente de ciencia o arte; quien no posee el don de maravillarse ni de entusiasmarse más le valdría estar muerto. Su vista se ha extinguido.*

***Albert Einstein***

## **DEDICATORIA**

En honor a mis padres, Soledad Carrillo Muñiz y Armando Bejarano Vejar. Sería injusto de mi parte decir que este trabajo fué únicamente debido a un esfuerzo personal aunado a una dirección académica. Un porcentaje muy alto de participación de este trabajo es debido a su buen ejemplo. Muchas gracias.

A mi hermana Lorena Bejarano Carrillo, por estar presente en todo momento.

A la memoria de mi abuela: María del Carmen Bejarano.

A Erika Magallanes, por formar parte de mi vida.

A Chuy Ortiz por su gran amistad con mi familia, y por su buen gusto en motocicletas.

A Dios, por permitirme ser parte de este hermoso y estructurado universo. A ti, por tu elegante y fina arquitectura. Gracias por tus hermosos diseños.



## AGRADECIMIENTOS

Al Dr. Carlos Isidro Huerta López por brindarme la oportunidad de desarrollarme libremente en este trabajo, pero siempre con su acertada dirección. Por su calidad humana, su amistad y apoyo que me brindó en todo momento. Mucho aprendí de usted Doctor, creo yo.

A los otros miembros de mi comité de tesis: M.C. José Guadalupe Acosta Chang, M.C. Francisco Suárez Vidal y Dr. Eric Mellink Bijtel por sus acertados comentarios, contribuciones y correcciones.

A mis profesores en el CICESE, por ser parte de mi formación, en particular a: Dr. José Antonio Vidal Villegas y Dr. Cecilio Javier Rebollar Bustamante.

A la M.C. Diana Leticia Fong Mata, al M.C. Juan Antonio Madrid y al Dr. José Manuel Romo Jones.

Al personal Técnico en el Departamento: Susana Álvarez y Gustavo Arellano, así como al personal administrativo: Martha Elva Barrera y Silvia Cruz.

A todos mis amigos, pero especialmente a Rosa María Carrillo Berumen, Sebastián Osuna, Héctor Rodríguez, Euclides Ruíz, Joel Antúnez, Luis Nabor, José Manuel Luna Munguía, Humberto Benítez Pérez, Miguel Alberto Camarena, Ricardo y Uriel Pamplona por su amistad y apoyo.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.

Al gran pueblo de México, que mediante el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología contribuyó en gran medida a que llegara a buen término este trabajo.

## **CONTENIDO**

	<b>Página</b>
<b>CAPÍTULO I</b>	
I.1. Introducción	1
I.2. Justificación y objetivos	4
I.3. Concepto de la Técnica del Decremento Aleatorio	5
<b>CAPÍTULO II</b>	
II.1. Antecedentes	11
II.2. Concepto de amortiguamiento	15
<b>CAPÍTULO III</b>	
III.1. Modelado	22
III.2. Excitaciones utilizadas	25
III.3. Sistema equivalente: Capa de suelo descansando en una base rígida (Modelo A)	26
III.4. Capa de suelo descansando en un semiespacio elástico (Modelo B)	30
III.5. Proceso de adición de ruido aleatorio en las señales	34
III.6. Análisis comparativo del efecto ante la adición de ruido	36
III.7. Criterio estadístico utilizado	41
III.8. Formas alternas de estimar el amortiguamiento	43
<b>CAPÍTULO IV</b>	
IV.1. Procedimiento de trabajo	45
IV.2. Estimación del amortiguamiento	59

## **CONTENIDO (Continuación)**

	<b>Página</b>
<b>CAPÍTULO V</b>	
V.1. Resultados de estimaciones de amortiguamientos de ambos modelos analizados	65
V.2. Observaciones generales de ambos modelos analizados	69
V.3. Observaciones particulares al Modelo A	71
V.4. Observaciones particulares al Modelo B	75
<b>CAPÍTULO VI</b>	
VI.1. Resultados de estimaciones de frecuencias naturales de vibración de ambos modelos analizados	77
<b>CAPÍTULO VII</b>	
VII.1. Estimación de amortiguamiento y frecuencia natural utilizando registros de temblores	79
<b>CAPÍTULO VIII. Conclusiones</b>	86
<b>CAPÍTULO IX. Recomendaciones</b>	94
<b>CAPÍTULO X. Literatura citada</b>	95
Anexo A. Glosario de términos	100
<b>CAPÍTULO XI-Apéndices</b>	102

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
1	Representación esquemática de la interacción de la propagación de la onda sísmica con el sistema de suelo.	1
2	Proceso de ensamblaje y promediado para obtener la firma.	7
3	Hipótesis de las tres partes que constituyen la respuesta del sistema.	8
4	Extracción de la firma del decremento aleatorio. (a) Acelerograma del temblor registrado en el valle de la ciudad de México en el sitio SCT. (b) Las líneas punteadas son 18 segmentos ensamblados y promediados para obtener la firma que es mostrada con línea sólida.	10
5	Representación esquemática de la relación de amortiguamiento medida mediante el ciclo de histéresis. La relación de amortiguamiento es proporcional a la relación de el área sombreada con el área de el ciclo de histéresis.	16
6	Representación esquemática donde se muestra el decaimiento logarítmico de energía obtenida mediante una curva de vibración libre amortiguada.	19
7	Proceso de propagación en el dominio de la frecuencia de una excitación de entrada a través del suelo hasta obtener su respuesta en superficie.	23
8	Excitaciones generadas utilizadas para propagación en los modelos teóricos. El primer renglón corresponde a la excitación A, mientras que el segundo y tercer renglón corresponden a la excitación B y C respectivamente.	26
9	Funciones de transferencia del Modelo A. El primer renglón corresponde al amortiguamiento histerético, mientras que en el segundo y tercer renglón corresponden al mecanismo de amortiguamiento proporcional a la masa y al mecanismo de amortiguamiento viscoso respectivamente.	29

## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
10	Respuestas obtenidas del Modelo A. El primer renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación A como señal de entrada al modelo que contenía al mecanismo de amortiguamiento histerético. El segundo renglón, corresponde a la respuesta cuando se utilizó la excitación B como señal de entrada al modelo que contenía al mecanismo de amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia. El tercer renglón, corresponde a la respuesta cuando se utilizó la excitación C como señal de entrada siendo el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia el que se utilizó en el modelo.	30
11	Funciones de transferencia del Modelo B. El primer renglón corresponde al amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia, mientras que el segundo renglón corresponde al amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia.	32
12	Respuestas obtenidas del Modelo B. El primer renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación A como señal de entrada, y el mecanismo de amortiguamiento utilizado en el modelo fué el inversamente proporcional a la frecuencia. El segundo renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación C como señal de entrada, siendo el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia el utilizado en el modelo.	33
13	Respuesta del Modelo A con los tres niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo y con la señal A como fuente de excitación.	35
14	Respuestas del Modelo A con ruido adicionado en el dominio del tiempo. La relación $s/r$ es de 1.	36
15	Figura donde se muestra esquemáticamente en porcentaje el grado de definición de la amplitud de la frecuencia natural obtenido respecto a las amplitudes máximas en el espectro de amplitud. Ver texto para detalles.	37
16	Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural presentes en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo A y con los distintos niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo.	38

## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
17	Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo B y con los distintos niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo.	38
18	Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo A y con los distintos niveles de ruido adicionados en ambos dominios	40
19	Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo B y con los distintos niveles de ruido adicionados en ambos dominios.	40
20	Firmas del decremento aleatorio donde se muestran las cuatro formas alternas utilizadas para estimar el amortiguamiento.	44
21	Firmas obtenidas de una primer iteración de umbrales y longitudes.	46
22	Submatriz de firmas tomadas de la figura 21 donde se acotaron los rangos de umbral de amplitud y longitud de tiempo.	47
23	Diagrama de flujo para la obtención de los factores de umbral de amplitud en función de la desviación estándar de la señal analizada.	48
24	Factores de umbral de amplitud de una respuesta obtenida del modelo B con sus diferentes niveles de ruido y con mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia. La excitación B fué la señal de entrada al modelo.	50
25	Factores de umbral de amplitud de una respuesta obtenida del modelo B con sus diferentes niveles de ruido y con mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia. La excitación A fué la señal de entrada al modelo.	50

## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
26	Factores de umbral de amplitud de la función teórica del Modelo B con mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia y con los tres niveles de ruido adicionados.	51
27	Factores de umbral de amplitud de la función teórica del modelo B con mecanismo linealmente proporcional a la frecuencia y con los tres niveles de ruido adicionados.	52
28	Diagrama de flujo donde se muestra esquemáticamente el procedimiento seguido hasta obtener los factores de umbral de amplitud válidos para ambos modelos analizados.	55
29	Matriz de firmas obtenidas al aplicar los factores de umbral de amplitud determinados.	56
30	Número de segmentos promediados para obtener las firmas de la figura 29	56
31	Efecto impulsivo al inicio de la firma debido a la adición de ruido (ver texto para la explicación).	57
32	Fluctuaciones en el umbral de amplitud presente en los segmentos mostrados en línea azul y que fueron ensamblados y promediados para obtener la firma mostrada en color rojo. Ver texto para detalles.	58
33	RMS obtenidos aplicando diferentes factores de suavizado en la firma.	60
34	Firmas con el primer ciclo excluido y respectivo decaimiento exponencial obtenidas al aplicar suavizado B.	61
35	Linearizaciones de las firmas presentadas en la figura 33 y los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento.	62
36	Firma donde se muestra visualmente el grado de suavizado aplicado.	63
37	Diagrama de flujo donde se muestra esquemáticamente el proceso para la obtención de las estimaciones.	64

## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

Figura		Página
38	Estimaciones de amortiguamientos del Modelo A con todas las variantes utilizadas mostrando en conjunto los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento.	72
39	Estimaciones de amortiguamientos del Modelo A con todas las variantes utilizadas mostrandose la poca variabilidad en los valores de estimaciones cuando se utilizan los tres mecanismos de amortiguamiento	74
40	Estimaciones de amortiguamientos obtenidas del Modelo B con todas las variantes utilizadas mostrando en conjunto los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento.	75
41	Promedio de las cuatro formas de estimar el amortiguamiento con todas las variantes utilizando sólo suavizado B y C.	76
42	Registros de tembores utilizados para aplicar la TDA. a) Temblor registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85, $m_b=8.1$ ). b) temblor ocurrido y registrado en el valle imperial, California (11/5/40, $M_L=6.4$ ) mejor conocido como el temblor de El Centro, de 1940.	79
43	diagrama de flujo propuesto para analizar registros utilizando los resultados obtenidos de los modelos teoricos.	81
44	Firmas obtenidas al aplicar la TDA al temblor registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85, $m_b=8.1$ ).	82
45	Representación linearizada de los máximos y mínimos de las firmas mostradas en la figura 44.	83
46	Firmas obtenidas al aplicar la TDA al temblor ocurrido y registrado en el valle imperial, California (11/5/40, $M_L=6.4$ ) mejor conocido como el temblor de El Centro, de 1940.	84
47	Representación linearizada de los máximos y mínimos de las firmas mostradas en la figura 46.	84
48	Excitaciones de entrada utilizadas para propagar en los modelos con el fin de refinar los factores de umbral de amplitud.	102



## LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
49	Firmas con el primer ciclo excluido y sus correspondientes linearizaciones obtenidas al aplicar suavizado A a las firmas mostradas en la figura 29.	103
50	Firmas y sus correspondientes linearizaciones con el primer ciclo excluido obtenidas al aplicar suavizado C a las firmas mostradas en la figura 29.	104
51	Firmas sin excluir el primer ciclo y sus correspondientes linearizaciones obtenidas al aplicar la TDA al temblor registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85, mb=8.1).	110

## LISTA DE TABLAS

<b>Tabla</b>		<b>Página</b>
I	Parámetros utilizados en ambos modelos analizados.	25
II	Niveles de ruidos utilizados dados en decibeles y sus correspondientes relaciones señal-ruido.	34
III	Factores de umbral de amplitud obtenidos independientemente en cada modelo analizado.	53
IV	Factores de umbral de amplitud finales obtenidos validos para ambos modelos y porcentaje de longitud de tiempo obtenidas en cada modelo.	54
V	Tipos de suavizado aplicados y sus factores correspondientes.	60
VI	Estimaciones de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado B.	66
VII	Estimaciones de sub-y/o sobreestimación de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado B.	68
VIII	Estimaciones de frecuencias naturales de vibración en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado B.	78
IX	Estimaciones de amortiguamiento y frecuencia natural obtenidos de ambos temblores analizados.	85
X	Estimaciones de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado A.	105
XI	Estimaciones de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado C.	106
XII	Estimaciones de sub y/o sobreestimación de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado A.	107
XIII	Estimaciones de sub y/o sobreestimación de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado C.	108

## LISTA DE TABLAS (Continuación)

<b>Tabla</b>		<b>Página</b>
XIV	Estimaciones de frecuencias naturales de vibración en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado C	109

## CAPÍTULO I

### I.1. INTRODUCCIÓN

Evidencias observacionales han dado muestras que la respuesta del terreno puede variar de un sitio a otro ante un mismo campo de ondas, tales como las generadas por temblores o vibraciones inducidas. Esta variación es atribuida a lo que se le conoce como efecto local de sitio. El efecto de sitio está asociado con los procesos de intemperismo, erosión, depositación, entre otros proceso geológicos, los cuales, generan fuertes diferencias en las propiedades físicas y por ende variaciones locales en la respuesta del terreno ante excitaciones sísmicas. La extensión y su influencia dependen de la geometría y propiedades de los materiales del subsuelo, la topografía del sitio y las características del movimiento de entrada (kramer, 1996). La figura 1 es una representación esquemática de lo mencionado anteriormente.

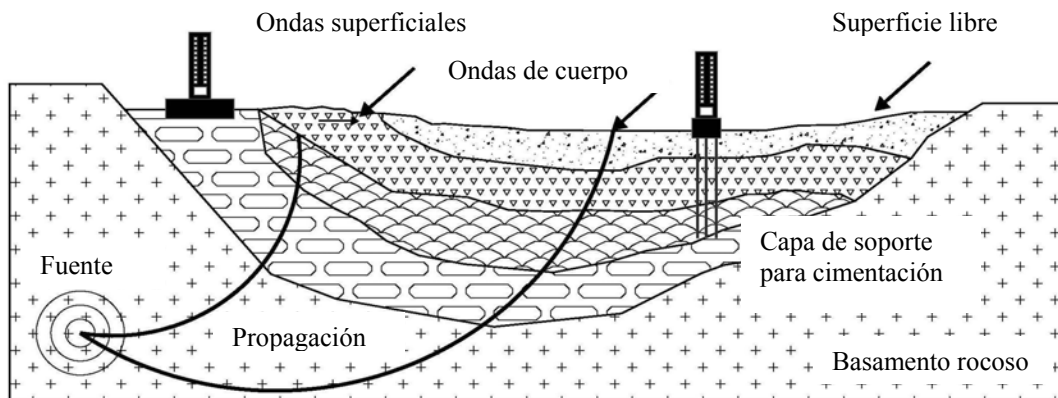


Figura 1. Representación esquemática de la interacción de la propagación de la onda sísmica con el sistema de suelo.

La influencia de las condiciones locales del sitio sobre el daño producido por temblores ha sido reconocida y documentada por muchos años. Desde 1920 los sismólogos, y más recientemente los ingenieros geotécnicos han estado trabajando en el desarrollo de métodos cuantitativos para estimar la influencia de las condiciones locales del sitio sobre los movimientos del terreno (Kramer, 1996).

Respecto a este punto, algunos estudios se han realizado con el fin de coleccionar evidencias y documentar el efecto local de sitio, así como de las características de respuesta del suelo (Steidl *et-al.*, 1996, Anderson *et-al.*, 1996 y Boore y Joyner., 1997). Otros estudios han sido enfocados hacia el análisis teórico y modelado de la respuesta del suelo (Huerta *et al.*, 1998).

Lo que estos estudios han demostrado es que son dos las propiedades que afectan significativamente la respuesta del suelo. Estas propiedades son el amortiguamiento ( $\xi$ ) y la frecuencia natural (ó frecuencia fundamental) del suelo ( $f_n$ ).

El amortiguamiento representa la disipación de energía debido a una excitación externa que un sistema realiza internamente entre las partes que lo constituyen. Por su parte, la frecuencia natural es la frecuencia con la que preferencialmente el sistema tiende a vibrar en su modo fundamental.

En cualquier obra de ingeniería civil, se está interesado en el amortiguamiento del terreno, a manera de tener una idea de la capacidad del material para amplificar o deamplificar las amplitudes del movimiento del terreno en el sitio donde será desplantada una estructura civil. Así también, se está interesado en estimar la frecuencia natural del terreno, para posteriormente evitar el fenómeno de resonancia de la interacción suelo-estructura, debido al acoplamiento de las frecuencias naturales de vibración de ambos sistemas, lo que genera

una mayor amplitud en sus oscilaciones provocando fuertes daños en las estructuras y, en el peor de los casos, su colapso completo. Aún así, en suelos y estructuras el mecanismo de amortiguamiento operativo que disipa la energía no se entiende aún de manera suficiente, por lo que varios autores han propuesto diferentes mecanismos de amortiguamiento para representar convenientemente la disipación de energía. Estos mecanismos de amortiguamiento serán descritos en el capítulo II.

El conocimiento de los parámetros de  $\xi$  y  $f_n$  del terreno es muy importante en el campo de la ingeniería civil, debido a que de una manera u otra, cualquier estructura se encontrará descansando en suelo blando o duro, ó en el mejor de los casos, en roca firme.

En particular, el amortiguamiento del suelo es estimado en el laboratorio mediante la prueba de la columna resonante y la prueba cíclica triaxial (Kramer, 1996), mientras que las estimaciones *in-situ* son escasas. Las estimaciones *in-situ* de las propiedades dinámicas de suelos tienen algunas ventajas sobre las de laboratorio, algunas de las cuales son citadas a continuación: a) las estimaciones en campo no requieren la extracción de muestras, el cual puede alterar el estado natural de esfuerzos y las condiciones estructurales en los especímenes de suelos, b) las mediciones *in-situ* involucran grandes y más representativos volúmenes de suelos, y c) en las mediciones *in-situ* se trabaja con deformaciones de suelos que son similares a las presentes en condiciones de interés a la ingeniería sísmica, tales como el fenómeno de propagación de ondas y el diseño de cimentaciones de estructuras civiles (Kramer, 1996).

Debido a que la respuesta dinámica de una estructura civil está fuertemente relacionada al movimiento que experimenta el terreno, es necesario contar con registros que detecten tal movimiento. Una vez procesados se puede obtener información útil del suelo tales como:

módulos elásticos, velocidades de ondas, etc, siendo el amortiguamiento y la frecuencia natural parámetros a los cuales nos enfocaremos en este trabajo.

## **I.2. JUSTIFICACIÓN Y OBJETIVOS.**

La técnica para estimar *in-situ* el amortiguamiento y la frecuencia natural de suelos que se presenta en este trabajo, lo constituye la Técnica del Decremento Aleatorio (TDA) conocida en inglés como Random Decrement Method (RDM), la cual será descrita en la sección I.3 de éste capítulo.

El objetivo general de ésta tesis consiste estudiar la validez de la aplicación de la TDA particularmente enfocada a la estimación *in-situ* de las propiedades físicas del terreno: i) amortiguamiento ( $\xi$ ) y ii) frecuencia natural ( $f_n$ ) en suelos, que son de gran interés y amplia aplicación en el campo de la ingeniería civil.

El esquema de este trabajo consta de dos etapas; en la primera se realizan una serie de experimentos numéricos que representan las respuestas teóricas de suelos o sistemas equivalentes, con parámetros conocidos, mediante la propagación hacia la superficie de una señal aleatoria de entrada como fuente de excitación; y la segunda etapa consiste en el procesamiento de señales mediante la TDA. De este esquema general, se desprenden los siguientes objetivos:

- Identificar la mejor forma de obtener la firma característica (curva de pseudo-vibración libre amortiguada) de la respuesta del sistema ante excitaciones aleatorias.
- Identificar las cotas de relación señal/ruido donde es posible recuperar los parámetros de

( $\xi$  y  $f_n$ ) establecidos en los modelos así como los rangos de incertidumbre en su estimación.

- Verificar cuantitativamente la estabilidad de la TDA ante niveles de ruido previamente establecidos.
- Estudiar las ventajas, las condiciones y las restricciones inherentes a la Técnica para su uso en sismología aplicada a ingeniería, en particular para ingeniería geotécnica.
- Identificar las bondades así como las limitaciones de la técnica del decremento aleatorio para su uso en estimación de  $\xi$  y  $f_n$  de suelos.

La meta es la calibración de la TDA y la identificación de las condiciones necesarias para su aplicación en la estimación *in-situ* de  $\xi$  y  $f_n$ , a partir de señales sísmicas naturales y de vibraciones inducidas.

### **I.3. CONCEPTO DE LA TÉCNICA DEL DECREMENTO ALEATORIO.**

Éste trabajo consistió en desarrollar una serie de experimentos con señales teóricas que permitan estudiar las ventajas, las condiciones y las restricciones de la TDA para estimar el amortiguamiento ( $\xi$ ) y la frecuencia natural ( $f_n$ ) en suelos, a partir de registros de temblores o vibraciones inducidas. La hipótesis conceptual de la TDA es que se puede obtener una curva de decaimiento  $\delta(\tau)$ , que en forma es similar a una curva de vibración libre amortiguada de la cuál es posible obtener el  $\xi$  y la  $f_n$  del sistema. La ecuación 1, propuesta por Cole (1973), describe numéricamente la forma de obtener la firma característica del sistema (curva de pseudo-vibración libre amortiguada).



$$\delta(\tau) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M y(t_m + \tau) \quad (1)$$

Donde  $t_m$  representa los tiempos a los cuales diferentes segmentos de la serie de tiempo original  $y(t)$  cruzan un umbral de amplitud previamente establecido ( $y_0$ ), y  $\tau$  varía de cero a una duración de segmento previamente establecida.  $M$  es el número de segmentos que cumplen con los criterios de umbral de amplitud y longitud de tiempo determinados.

Para la obtención de la firma característica, primero se elige el nivel de umbral  $y_0$ . Cada vez que la curva pase a través de  $y_0$ , el segmento cuya longitud es también previamente determinada es sobrepuesto uno a otro para efectuar la sumatoria, y luego obtener un valor promedio. Un ejemplo de este proceso se muestra en la figura 2, donde los primeros 4 segmentos son mostrados, dos con pendiente positiva y dos con pendiente negativa. Esto es, por cada segmento que tiene una pendiente positiva, existe otro que tiene pendiente negativa. El promedio de estas 4 curvas será la firma  $\delta(\tau)$ . Conforme más muestras sean tomadas, la firma convergerá mejor a la forma de una curva de pseudo-vibración libre amortiguada, debido a que es, mediante el promedio, con lo cual será disipada la componente aleatoria del sistema analizado.

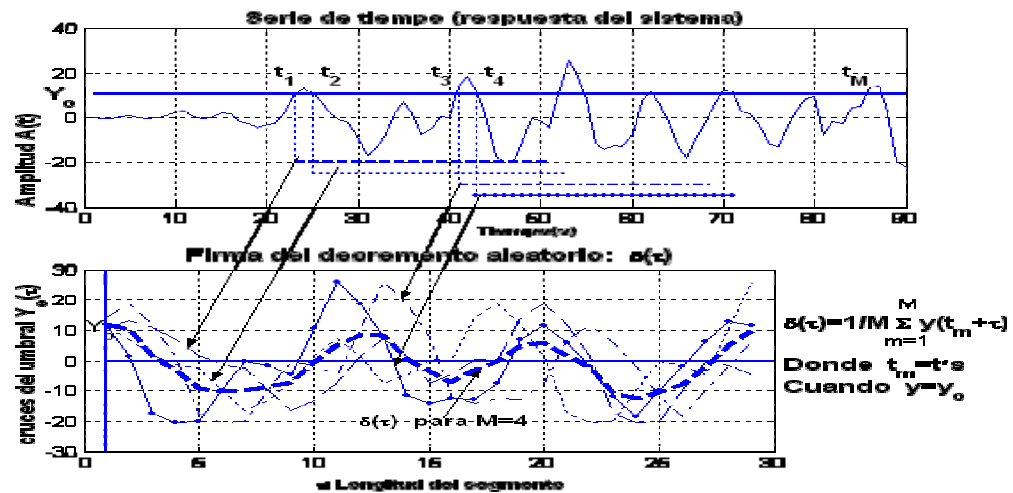


Figura 2. Proceso de ensamblaje y promediado para obtener la firma.

Ahora la pregunta es: ¿cómo se relaciona la firma característica con el sistema?

La TDA se basa en la tesis de que la respuesta dinámica de un sistema ante una excitación aleatoria consiste de 2 partes, Cole (1973): la primera parte es la determinística, la cuál corresponde a la vibración libre. La segunda parte es la componente aleatoria, la cuál corresponde a la vibración forzada. El objetivo es cancelar la componente aleatoria para obtener una curva de pseudo-vibración libre amortiguada, de la cuál el amortiguamiento y la frecuencia natural del sistema pueden ser estimados.

La hipótesis de la TDA mantiene que se puede considerar que la respuesta de cada segmento consiste de 3 términos: El primero corresponde al término de vibración libre amortiguada resultante de el desplazamiento inicial, el cuál es el mismo para todos los segmentos. El segundo término corresponde a la velocidad inicial. Para cada muestra con velocidad inicial positiva existe otra muestra con velocidad inicial negativa, de tal manera que se espera que estos términos de velocidad se cancelen debido a la alternancia de su

polaridad. Finalmente se tiene el término de vibración forzada, el cuál es aleatorio y se espera que se cancele conforme un gran número de segmentos sean promediados, debido a su carácter aleatorio. Estos procesos se muestran esquemáticamente en la figura 3.

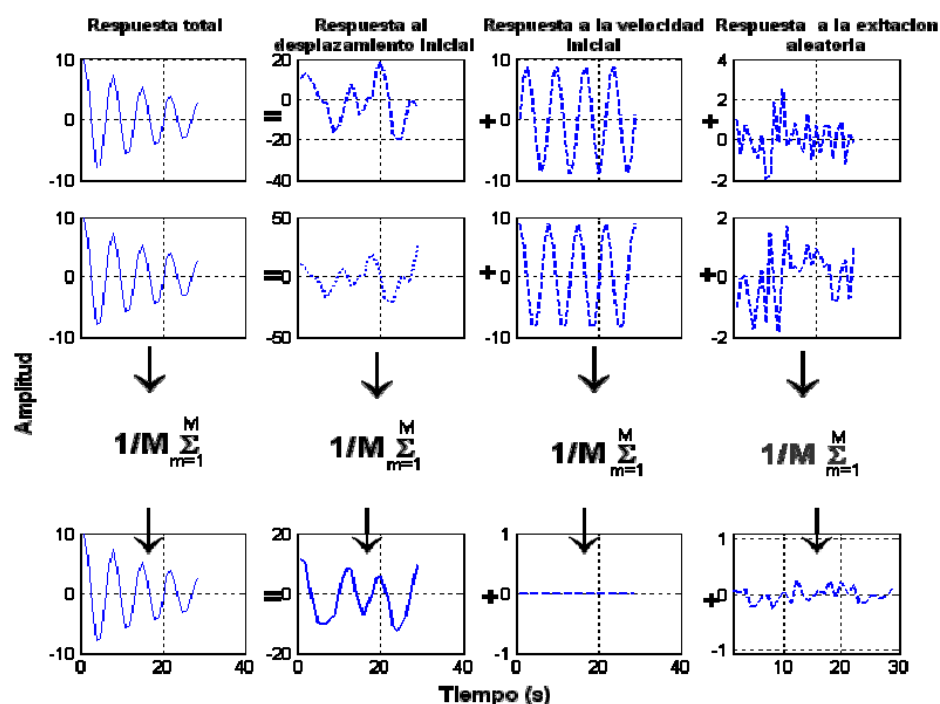


Figura 3. Hipótesis de las tres partes que constituyen la respuesta del sistema.

En estricto sentido de la palabra, éstas consideraciones no son válidas para sistemas no-lineales. Sin embargo, si el sistema experimenta un ligero comportamiento no-lineal, la firma estará muy cerca de una curva de vibración libre amortiguada para sistemas lineales, Cole (1973). Las descripciones anteriores se ajustan bien a sistemas de un grado de libertad o en donde usualmente el primer modo domina y controla predominantemente la respuesta.

De esta manera, mediante esta firma característica del suelo (o del sistema), se puede estimar el amortiguamiento y frecuencia natural mediante procedimientos convencionales

tales como el decremento logarítmico para el amortiguamiento, y simplemente tomando una longitud de onda de la firma  $\delta(\tau)$  para estimar el período dominante correspondiente.

La expresión clásica para estimar el amortiguamiento utilizando el decremento logarítmico es:

$$\frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{|A_n|}{|A_{n+1}|} \approx \xi \quad (\text{para valores pequeños de } \xi) \quad (2)$$

Donde  $\xi$  representa el amortiguamiento,  $|A_n|$  y  $|A_{n+1}|$ , son los valores absolutos de las amplitudes sucesivas medidas bajo un período amortiguado del sistema.

Considerando que la idea de la hipótesis propuesta es válida, lo que no establece es el criterio para seleccionar el umbral de amplitud y la longitud de la ventana. Esto trae consigo que se puedan obtener más de una curva de pseudo-vibración libre amortiguada dependiendo del umbral elegido y la longitud del segmento que se haya predeterminado. Hasta ahora, no existe un criterio que establezca como elegir un valor de inicio tanto del umbral de amplitud como de la longitud del segmento que proporcione la curva de pseudo-vibración libre amortiguada óptima, y la responsabilidad de la elección de la firma recae en el analista de datos, Huerta *et al.* (1998).

Un ejemplo práctico para obtener la firma característica utilizando el registro de un temblor se muestra en la figura 4, la cual ilustra el proceso para la obtención de la curva de pseudo-vibración libre amortiguada cuando se eligió un umbral de amplitud de 20 cm/seg<sup>2</sup> y una longitud del segmento de 8 segundos tomados de la serie de tiempo mostrada en la figura 4 (a). En la figura 4 (b) se muestra la firma del decremento aleatorio en línea gruesa y sólida que resultó de promediar 18 segmentos, representados con líneas punteadas. El caso

presentado corresponde a la componente horizontal del temblor registrado en superficie en la Ciudad de México el 19 de Septiembre de 1985 en el sitio de la Secretaría de Comunicaciones y Transportes (SCT).

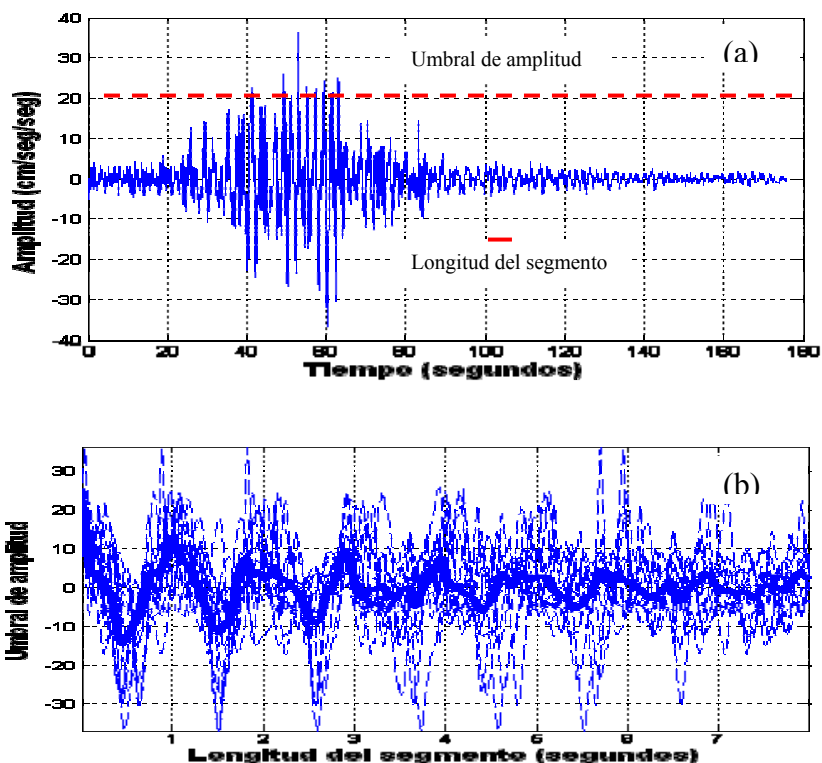


Figura 4. Extracción de la firma del decremento aleatorio. (a) Acelerograma del temblor registrado en el valle de la Ciudad de México en el sitio SCT. (b) Las líneas punteadas son 18 segmentos ensamblados y promediados para obtener la firma que es mostrada con línea sólida.

Aunque la firma mostrada en la figura anterior fué obtenida mediante un registro de aceleración, Cole y Reed (1974) sugirieron que pueden ser utilizados registros de desplazamiento, velocidad ó aceleración para la obtención de la firma (curva de pseudo-vibración libre amortiguada).

## **CAPÍTULO II**

### **II.1. ANTECEDENTES.**

La técnica del decremento aleatorio ha sido aplicada en diversas disciplinas de la ingeniería tales como: i) la industria aeroespacial, para identificar en tiempo real el deterioro y posibles fallas de elementos estructurales ii) en ingeniería civil para la caracterización de sistemas estructurales de puentes y edificios. En estudios de caracterización del terreno, y recientemente en estudios de ingeniería eléctrica e ingeniería naval. Este tipo de estudios tienen en común que la caracterización de éstos sistemas son expresados en términos del amortiguamiento y la frecuencia natural.

A continuación se describen brevemente cada una de éstas aplicaciones:

#### **i) Aeronáutica.**

Cole (1973) inicialmente exploró la TDA para identificar en tiempo real el deterioro y posibles fallas de elementos estructurales con aplicaciones específicas a la industria aeroespacial. Para esto, utilizó un modelo físico que fué probado hasta su completa destrucción. Antes de la falla final, se detectaron variaciones en las firmas en el rango de las altas frecuencias, los cuales fueron de suficiente magnitud para ser utilizadas como un sistema de detección de fallas.

Ibrahim (1977) utilizó la TDA para caracterizar un modelo de armadura así como un modelo a escala 1/8 del transbordador espacial de la NASA ante excitaciones de entrada aleatorias conocidas o desconocidas. En el estudio, se concluye que la TDA es extremadamente útil para caracterizar sistemas cuando la excitación de entrada es desconocida.

**ii) Puentes.**

En el campo de la ingeniería civil, se han realizado varios esfuerzos para utilizar el concepto genérico de la TDA. En un estudio presentado por (Cole y Reed, 1974) se tomaron series de tiempo aleatorias producidas por tráfico vehicular y viento en un puente durante un año con el fin de obtener la firma que caracteriza a dicho sistema. Posteriormente, esta firma fué utilizada como un estándar de comparación para poder detectar deterioro en la estructura. Además, se realizó un estudio en laboratorio con el fin de mostrar la sensibilidad de las firmas ante grietas del orden de centímetros de longitud en vigas de acero.

Por su parte, en el estudio de ( Lee y Kim, 2002) se analizó un modelo de un puente sujeto a cargas vehiculares con la finalidad de identificar sus parámetros modales mediante la aplicación de la TDA. En su estudio se determinó que puede obtenerse, mediante vibraciones ambientales, una curva de vibración libre amortiguada de donde los parámetros modales pueden ser fácilmente estimados.

**iii) Edificios.**

Ueng *et al.* (1999) utilizaron la TDA para obtener las respuestas dinámicas de un edificio de 7 niveles acoplado torsionalmente que fué sujeto a excitaciones aleatorias. Los resultados numéricos demostraron que es posible identificar apropiadamente con la TDA los parámetros modales dominantes de la estructura, aún cuando existieron modos superiores acoplados y ruido aleatorio en las respuestas analizadas.

En otro estudio, presentado por Lin *et al.* (2000), también se utilizó la TDA para estimar las respuestas dinámicas de una simulación numérica de un edificio de 5 niveles. Los resultados numéricos del modelo sujeto a excitaciones aleatorias demostraron que la TDA

junto con la técnica de identificación de Ibrahim en el dominio del tiempo, permite identificar apropiadamente los parámetros modales dominantes del sistema, aún cuando los registros contenían ruido aleatorio en una relación s/r igual al 20 %.

#### **iv) Suelos.**

Respecto a la aplicación de la técnica en suelos, Aggour *et al.* (1982) utilizó la prueba de la columna resonante para estimar el amortiguamiento de muestras de suelo inalteradas para posteriormente estimar el amortiguamiento mediante la aplicación de la TDA, de lo cual obtuvo buenas correlaciones entre las dos estimaciones.

Yang *et al.* (1989) realizó un filtrado de los registros de aceleración del temblor del 19 de septiembre de 1985 en la ciudad de México, particularmente en dos sitios localizados en el valle de México para estimar *in-situ* el amortiguamiento y frecuencia natural del suelo utilizando la TDA. Los resultados de su estudio sugirieron que la información obtenida podría ayudar a una mejor comprensión de las razones de los diferentes niveles de daño causado por el temblor en diferentes áreas de la ciudad de México.

Posteriormente Huerta *et al.* (1994), y Huerta *et al.* (1998) presentaron resultados de un estudio para evaluar y validar la sensibilidad de la TDA en la estimación *in-situ* del amortiguamiento y la frecuencia natural de depósitos de suelos bajo la acción de excitaciones aleatorias, mediante experimentos numéricos para simular respuestas obtenidas de modelos con parámetros conocidos. Los resultados obtenidos en ese estudio, mostraron el gran potencial de la TDA para realizar estimaciones *in-situ* del amortiguamiento y frecuencia natural en suelos en la mayoría de los casos. Sin embargo, el estudio presentado estuvo restringido a procesar las respuestas obtenidas numéricamente tras propagar una señal de excitación a través de los modelos considerados.



**v) Líneas de transmisión eléctricas.**

Debido a vibraciones de grandes amplitudes provocadas por tormentas que se observan interfieren en las líneas de transmisión eléctricas, Gurung *et al.* (2003) aplicaron la TDA junto con el algoritmo de sistemas de eigen-valores para identificar y caracterizar éstas amplitudes anómalas basandose en un análisis multi-canal de datos de campo en las líneas de prueba de Tsuruga. La TDA fué utilizada para transformar los datos de campo en una curva de vibración libre amortiguada y el sistemas de eigen-valores se utilizó para obtener los parámetros modales de la curva obtenida. Los resultados confirmaron el gran potencial de la TDA para identificar, caracterizar y discriminar éstas vibraciones anómalas presentes en las líneas eléctricas.

**vi) Barcos.**

Haddara *et al.* (1994) aplicaron la TDA al movimiento ondulatorio no lineal que experimenta un barco en el mar para evaluar su ángulo de estabilidad transversal, la frecuencia natural y el amortiguamiento. Para lograr esto, fué utilizado un modelo experimental así como experimentos realizados con olas del mar a gran escala. En general, la aplicación de la TDA dió buenos resultados tanto para el modelo como para casos reales. La validación de la TDA en este estudio cubrió varias condiciones de carga, diferentes secciones transversales del barco, así como olas de diferentes alturas. En todos los casos analizados, se logró estimar el ángulo de estabilidad transversal. Los resultados de la frecuencia natural fueron consistentes; sin embargo, los valores de amortiguamientos no estuvieron de acuerdo a los valores esperados debido a las aproximaciones utilizadas en el estudio, sugiriendose trabajar más en este aspecto.

Debido a las ventajas que ofrecen las mediciones realizadas *in-situ* y a la fuerte necesidad de validar las estimaciones de amortiguamiento que comúnmente se obtienen en laboratorio, el objetivo genérico de este trabajo es la evaluación de la Técnica del Decremento Aleatorio (TDA) con el fin de estimar *in-situ* características del suelo, en particular, el amortiguamiento y su frecuencia natural ( $\xi$  y  $f_n$ ).

## **II.2. CONCEPTO DE AMORTIGUAMIENTO.**

Amortiguamiento es el proceso mediante el cuál un sistema físico, tal como lo es una estructura civil, disipa y absorbe la energía impartida por una excitación externa. El amortiguamiento reduce la energía de deformación y la respuesta del sistema. En un sistema estratificado de capas puramente elásticas, la expansión geométrica y las reflexiones y transmisiones de la energía en las fronteras serán las que controlen la amplitud de un pulso sísmico. Una vez excitadas éstas ondas, persistirían indefinidamente. Sin embargo, en condiciones reales, la tierra no es perfectamente elástica y la propagación de las ondas se atenúan con el tiempo y la distancia debido a que durante ciclos sucesivos de carga y descarga los materiales disipan cierta cantidad de energía, muy probablemente mediante conversión de energía mecánica en calor. Este comportamiento es llamado amortiguamiento interno ó simplemente amortiguamiento. El amortiguamiento es importante en problemas que involucran varios ciclos de carga repetida, como los que se generan en el análisis de cimentaciones para maquinaria y problemas que involucran cargas transientes, como el análisis de movimientos inducidos por explosiones ó temblores. A continuación se describen tres mecanismos de amortiguamiento que fueron utilizados en

éste trabajo debido a que son los más utilizados en la modelación y la correspondiente formulación matemática que caracteriza a dichos mecanismos (Huerta, 2004).

### **Amortiguamiento Histerético lineal.**

En general, el amortiguamiento dentro de muchos materiales se origina debido al efecto no-lineal conocido como histéresis. Es decir, la curva esfuerzo-deformación durante la descarga no es idéntica a cuando es cargada la muestra, de tal manera que la energía de deformación disipada durante la descarga es menor que la energía de deformación almacenada dentro del material durante la carga de la muestra.

De esta manera, durante un ciclo de carga, se desarrolla el ciclo de histéresis, y el área dentro de este ciclo representa la pérdida de energía por ciclo de carga. La figura 5 es una representación esquemática de lo mencionado anteriormente.

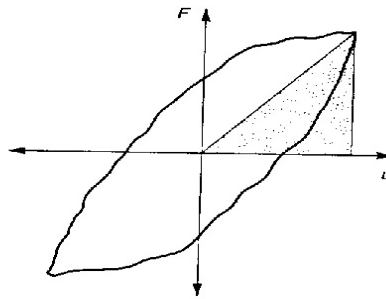


Figura 5 Representación esquemática de la relación de amortiguamiento medida mediante el ciclo de histéresis. La relación de amortiguamiento es proporcional a la relación de el área sombreada con el área de el ciclo de histéresis.

El comportamiento histerético en suelos es debido a deslizamientos entre las partículas que lo constituyen. En materiales estructurales tales como el acero y el concreto, el

amortiguamiento es debido al deslizamiento entre sus granos a lo largo de microfaturas. A continuación se describe la formulación matemática que describe a este tipo de mecanismo. La ecuación diferencial de un sistema de vibración forzada no amortiguada tiene la siguiente forma:

$$m\ddot{u} + ku = f \quad (3)$$

Donde  $m$  es la masa,  $\ddot{u}$  y  $\dot{u}$  es la aceleración y velocidad respectivamente,  $k$  la rigidez, y  $f$  es la carga armónica que estará forzando al sistema.

Se introduce el concepto de amortiguamiento a través de la rigidez del medio en su forma compleja:  $k^* = k(1 + 2iD)$  donde  $D$  es el amortiguamiento; la carga armónica se expresa con la forma  $f = pe^{i\Omega t}$ , sustituyendo éstos 2 términos en la ecuación 3 se tiene:

$$m\ddot{u} + k u + k2iDu = pe^{i\Omega t} \quad (4)$$

Para un desplazamiento  $u = Ae^{i\Omega t}$ , del cual su derivada es:

$$\dot{u} = i\Omega Ae^{i\Omega t} \quad (5)$$

que es lo mismo que  $\dot{u} = i\Omega u$  de donde  $iu = \frac{\dot{u}}{\Omega}$ , la ecuación 4 toma la siguiente forma:

$$m\ddot{u} + k u + 2kD \frac{\dot{u}}{\Omega} = pe^{i\Omega t} \quad (6)$$

derivando la ecuación 5 se obtiene:  $\ddot{u} = -\Omega^2 Ae^{i\Omega t}$  y sustituyendo en la ecuación 6 se tiene:

$$-m\Omega^2 Ae^{i\Omega t} + kAe^{i\Omega t} + 2kDiAe^{i\Omega t} = pe^{i\Omega t} \quad (7)$$

despejando  $p$  y factorizando se obtiene:

$$A(-m\Omega^2 + k + 2kiD) = p \quad (8)$$

de donde se despeja y se tiene:

$$A = \frac{P}{(k - m\Omega^2 + 2kiD)} \quad (9)$$

sustituyendo para  $u = Ae^{i\Omega t}$  se tiene que:

$$u = \frac{pe^{i\Omega t}}{(k - m\Omega^2 + 2kiD)} = u_{p(t)} \quad (10)$$

De lo obtenido previamente, la expresión para la matriz de rigidez es:

$$k - m\Omega^2 + i\Omega c \quad (11)$$

por lo tanto,  $i\Omega c = 2kiD$  ;  $D = \beta \frac{\Omega}{w}$

$$i\Omega c = 2ki\beta \frac{\Omega}{w} \quad (12)$$

para  $\Omega=w$  se tiene que  $\beta=D$ , es decir, es independiente de la frecuencia.

### **Amortiguamiento viscoso.**

El amortiguamiento viscoso, está asociado con la dependencia temporal de la relación esfuerzo-deformación que se origina por la relajación dentro de su estructura cristalina. Este tipo de amortiguamiento ocurre en algún grado en materiales estructurales, especialmente en materiales plásticos nuevos. Los efectos del amortiguamiento viscoso también están presentes en los suelos, especialmente en los que contienen agua. En la figura 6 se muestra esquemáticamente el punto de partida de donde se obtiene la relación que describe el amortiguamiento viscoso a partir de una curva de vibración libre amortiguada.

De la solución de un sistema lineal amortiguado se tiene que el desplazamiento es:

$$U = Ae^{-\beta wt} \cos(wDt - \phi) \quad (13)$$

partiendo de que  $wD = \sqrt{1 - \beta^2}$

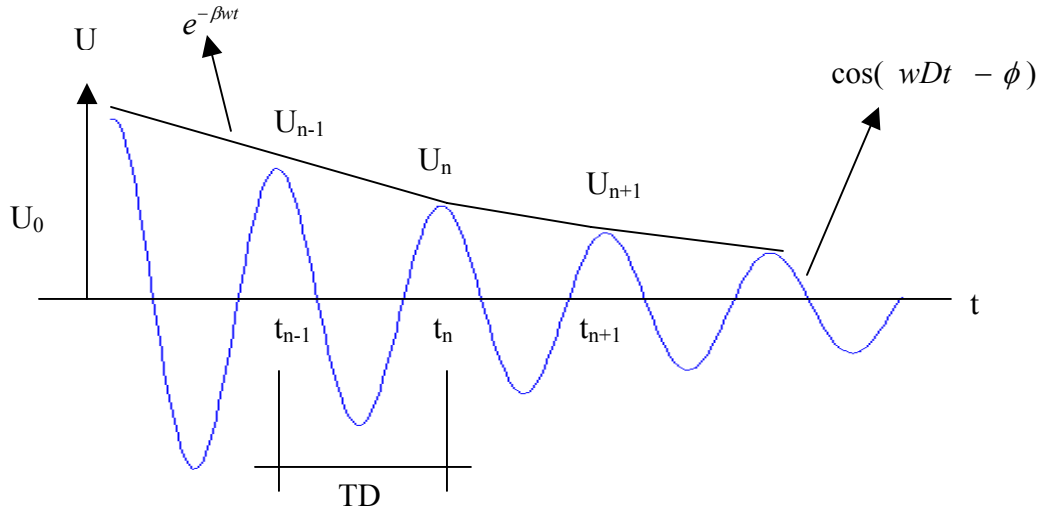


Figura 6 Representación esquemática donde se muestra el decaimiento logarítmico de energía obtenida mediante una curva de vibración libre amortiguada.

$$\ln\left\{\frac{U_{n-1}}{U_n}\right\} = -\beta w TD \quad (14)$$

el período estará dado por:  $T = \frac{1}{f}$  ; por lo tanto:

$$TD = \frac{1}{\frac{wD}{2\pi}} = \frac{2\pi}{wD} \quad (15)$$

Sustituyendo la ecuación 15 en ecuación 14:

$$\ln\left\{\frac{U_{n-1}}{U_n}\right\} = -\frac{\beta w 2\pi}{wD} = -\frac{\beta w 2\pi}{w\sqrt{1-\beta^2}} = -\frac{\beta 2\pi}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

reescribiendo se tiene:

$$\ln\left\{\frac{U_{n-1}}{U_n}\right\} = -\frac{\beta 2\pi}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (16)$$

dividiendo entre  $2\pi$  se tiene:

$$\frac{1}{2\pi} \ln\left\{\frac{U_{n-1}}{U_n}\right\} = -\frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}} \quad (17)$$

llamando al decaimiento de energía:

$$\Delta = -\beta\left\{\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}\right\} \quad (18)$$

despejando  $\beta$  y elevando al cuadrado ambos términos se obtiene:

$$\Delta^2(1-\beta^2) = \beta^2$$

desarrollando e igualando a cero:

$$\Delta^2 - \beta^2\{\Delta^2 + 1\} = 0, \text{ de donde desarrollando álgebra se tiene: } \beta^2 = \frac{\Delta^2}{\Delta^2 + 1} \text{ que es lo}$$

mismo que:

$$\beta = \frac{\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + 1}} \quad (19)$$

Para pequeños valores de decaimiento de energía “ $\Delta$ ” se tiene que  $\beta \cong \Delta$ , por lo tanto:

$$\beta \cong \frac{1}{2\pi} \ln\left\{\frac{U_{n-1}}{U_n}\right\} \quad (20)$$

que es un decaimiento logarítmico de energía, conocido como ley del amortiguamiento viscoso. Se considera que este tipo de amortiguamiento varía de forma lineal con la frecuencia.

**Amortiguamiento proporcional a la masa.**

Se considera que este tipo de amortiguamiento varía inversamente proporcional a la frecuencia.



## CAPÍTULO III

### III.1. MODELADO

Actualmente, la aplicación de la TDA carece de bases concretas para obtener en forma unívoca la firma característica (curva de pseudo-vibración libre amortiguada) del sistema, sean éstos sistemas cualquiera de los citados en el capítulo II. En éste estudio se abordó el problema mediante la creación de señales sintéticas a partir de modelos con parámetros establecidos, con aplicación específica a sistemas de suelos. Posteriormente, las señales sintéticas fueron procesadas mediante la TDA para identificar mediante una serie de pruebas que se describieron en la sección de objetivos, la mejor forma de obtener la firma característica y reducir así la incertidumbre de su no unicidad, ó, en el mejor de los casos, establecer los criterios generales que permitan obtener la mejor firma característica del sistema y no depender de la interpretación subjetiva del analista de datos.

En general, la respuesta sísmica del terreno está fuertemente dominada por la función de ganancia del suelo. Este efecto es representado mediante la función de transferencia, la cual modifica las características de la señal que se propaga de la base a la cima del sistema de suelos. La respuesta del terreno puede obtenerse convolviendo la función de transferencia del sistema (suelos) con la excitación, si se trabaja en el dominio del tiempo, o simplemente realizando el producto entre el espectro de fourier del movimiento de entrada (excitación) con la función de transferencia del terreno, si se trabaja en el dominio de la frecuencia.

El proceso de propagación en el dominio de la frecuencia de una excitación de entrada a través del suelo hasta obtener su respuesta en superficie es mostrado esquemáticamente en la figura 7.

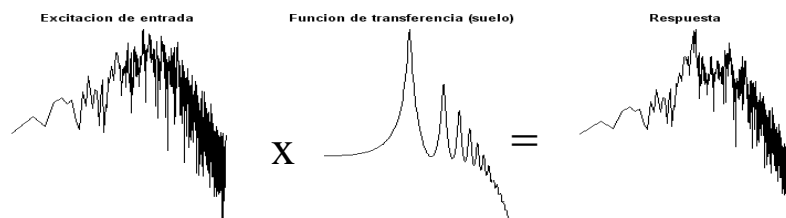


Figura 7. Proceso de propagación en el dominio de la frecuencia de una excitación de entrada a través del suelo hasta obtener su respuesta en superficie.

El estudio de la Técnica del Decremento Aleatorio (TDA) consistió inicialmente en estimar la respuesta teórica del suelo ó de sistemas equivalentes. Se consideraron: 1) un sistema de un grado de libertad que simula una capa de suelo descansando en una base rígida, 2) una capa de suelo como un sistema continuo descansando en un semiespacio elástico. En los modelos descritos anteriormente, la geometría, el  $\xi$  y la  $f_n$  fueron parámetros establecidos en los modelos. Actualmente, el mecanismo de amortiguamiento que rige en los suelos no está suficientemente entendido (Roesset *et al.*, 1969) y debido a esta incertidumbre, en este estudio fueron utilizados tres mecanismos de amortiguamiento en los modelos antes descritos: a) amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia, también conocido como amortiguamiento proporcional a la masa,  $\xi_I$ . b) amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia, también conocido como amortiguamiento proporcional a la rigidez ó viscoso,  $\xi_L$  y c) amortiguamiento constante independiente de la frecuencia, también conocido como amortiguamiento histerético,  $\xi$ .

El haber utilizado distintos mecanismos de amortiguamiento fué con el fin de observar su efecto en las firmas características obtenidas al aplicar la TDA a las respuestas obtenidas de

los modelos de propagación. Las expresiones analíticas de los 3 mecanismos de amortiguamiento introducidos en las funciones de transferencia son:

a) amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia  $\xi_I = \xi \left( \frac{\Omega}{w} \right)$ .

b) amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia  $\xi_L = \xi \left( \frac{w}{\Omega} \right)$ .

c) amortiguamiento independiente de la frecuencia, denotado por  $\xi$ .

Donde  $w$  es la frecuencia de excitación, y  $\Omega$  la frecuencia natural del sistema.

En la tabla I se muestran los parámetros del sistema equivalente que simula una capa de suelo descansando en una base rígida, denotado en lo sucesivo como Modelo A y del modelo de suelo descansando en un semiespacio elástico, al que en lo sucesivo se le llamará Modelo B.

Tabla I. Parámetros utilizados en ambos modelos analizados.

Parámetros	(Modelo A) Sistema equivalente	(Modelo B) Semiespacio continuo	Observaciones
$\xi$ (%)	5	5	Capa de suelo equivalente descansando en base rígida.
$f_n$ (Hz)	2		
<b>Capa de suelo</b>			
$H_s$ (m)		22.86	Capa de suelo descansando en semiespacio elástico.
$V_{s,s}$ (m/s)		182.88	
$\rho_s$ (kg.s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> )		183.99	
$\nu_s$		1/3	
<b>Semiespacio</b>			
$V_{s,r}$ (m/s)		914.4	
$\rho_s$ (kg.s <sup>2</sup> /m <sup>4</sup> )		210.27	
En donde $\xi$ es el amortiguamiento, $f_n$ la frecuencia natural, H el espesor de la capa de suelo, $V_s$ la velocidad de onda cortante, $\rho$ la densidad, $\nu$ la relación de poisson, $s$ :suelo, $r$ :roca.			

### III.2. EXCITACIONES UTILIZADAS.

Partiendo del considerando de que en un sitio dado lo que comúnmente se mide es su respuesta en superficie, y se desconoce tanto la excitación como el efecto que los estratos someros le imprimen a la señal conforme se propaga hacia superficie, se utilizaron diferentes excitaciones de entrada en los modelos.

Al igual que el haber utilizado distintos mecanismos de amortiguamiento, el hecho de involucrar distintos tipos de excitaciones en los modelos fué con el fin de observar su efecto sobre las firmas obtenidas mediante la TDA.

En la figura 8 se muestran los tres tipos de excitaciones utilizadas. En el primer renglón se muestra una excitación que tiene una distribución normal y a la que se le aplicó una envolvente de rampas ascendentes y descendentes tanto al inicio como al final de la serie de

tiempo. Esta señal, será denotada en lo sucesivo como excitación A. En el segundo renglón, se presenta el mismo caso, sólo que la serie fué generada con una distribución uniforme, a la cual se le llamará en lo sucesivo excitación B. Lo que tienen en común estas 2 excitaciones es que no hubo modulación de amplitudes en el espectro de amplitud. En el tercer renglón, se muestra una excitación a la que aquí se le conocerá como excitación C, la cual tiene como característica particular que las mayores amplitudes espectrales están en el intervalo de frecuencias de 1.5-7.5 Hz. En los tres casos las amplitudes en las series de tiempo fueron normalizadas y el rango de frecuencias utilizado fué de 0.05 a 51.15 Hertz. En todos los casos las envolventes fueron aplicadas a números obtenidos aleatoriamente. En Huerta *et al.* (2002) se presentan las ecuaciones utilizadas para generar numéricamente las excitaciones.

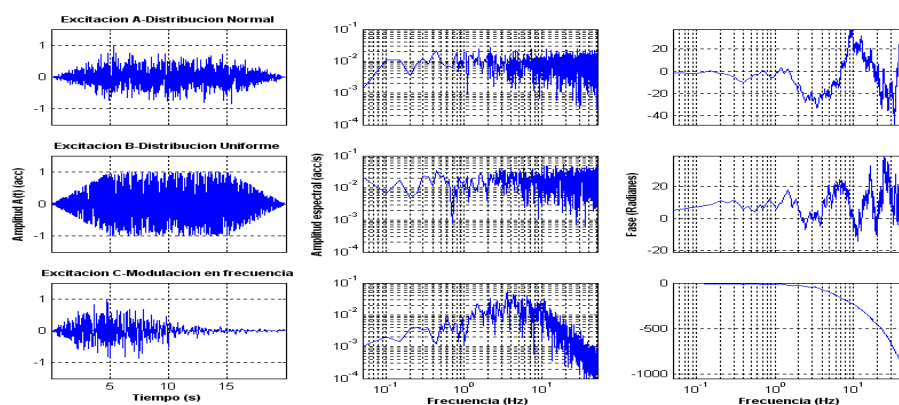


Figura 8. Excitaciones generadas utilizadas para propagación en los modelos teóricos. El primer renglón corresponde a la excitación A, mientras que el segundo y tercer renglón corresponden a la excitación B y C respectivamente.

### III.3. Sistema equivalente: Capa de suelo descansando en una base rígida (Modelo A).

Para evaluar la respuesta dinámica de un sistema de un grado de libertad amortiguado sujeto a carga externa mediante el cual se simuló una capa de suelo descansando en una

base rígida es necesario contar con la ecuación de movimiento que caracterize a ese sistema. Esta ecuación tiene la siguiente forma:

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + ku(t) = Q(t) \quad (21)$$

que es una ecuación diferencial lineal de segundo orden, en donde  $m$  es la masa del sistema,  $\ddot{u}$ ,  $\dot{u}$  y  $u$  son la aceleración, velocidad y desplazamiento respectivamente,  $c$  es el coeficiente de amortiguamiento,  $Q$  la carga externa aplicada al sistema, y  $t$  es el tiempo.

La solución general a este sistema tiene la forma:

$$H_{\frac{\ddot{u}_s}{\ddot{u}_b}} = \frac{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 * (1 + 2i\xi)}{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 * (1 + 2i\xi) - 1} \quad (22)$$

que fué la expresión analítica utilizada para calcular la función de transferencia del modelo de un grado de libertad amortiguado.

En donde  $\xi$  será  $\xi_I$ ,  $\xi$  ó  $\xi_L$  dependiendo del mecanismo de amortiguamiento elegido,  $\ddot{u}_s$  y  $\ddot{u}_b$  son la aceleración en la superficie y en la base de la capa respectivamente,  $w$  es la frecuencia de excitación,  $\Omega$  es la frecuencia natural del sistema, y  $\xi$  es el amortiguamiento.

Si  $\xi_I = \xi\left(\frac{\Omega}{w}\right)$  y

$\xi_L = \xi\left(\frac{w}{\Omega}\right)$ , entonces para el sistema viscoso se tiene:

$$H_{\frac{\ddot{u}_s}{\ddot{u}_b}} = \frac{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 + 2i\xi_L\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2}{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 + 2i\xi_L\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 - 1} = \frac{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 + 2i\xi\left(\frac{\Omega}{w}\right)}{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 + 2i\xi\left(\frac{\Omega}{w}\right) - 1} \quad (23)$$

y para el sistema de amortiguamiento proporcional a la masa (inversamente proporcional a la frecuencia) se tiene:

$$H_{\frac{\ddot{u}_s}{\ddot{u}_b}} = \frac{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 + 2i\xi_I\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2}{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 + 2i\xi_I\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2 - 1} = \frac{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2[1 + 2i\xi\left(\frac{\Omega}{w}\right)]}{\left(\frac{\Omega}{w}\right)^2[1 + 2i\xi\left(\frac{\Omega}{w}\right)] - 1} \quad (24)$$

para mayores detalles consultar Roesset *et al.* (1969).

En la figura 9 se muestran las funciones de transferencia con los distintos mecanismos de amortiguamiento utilizados. El primer renglón corresponde al amortiguamiento histerético, mientras que en el segundo y tercer renglón se muestran el mecanismo de amortiguamiento proporcional a la masa y el mecanismo de amortiguamiento viscoso respectivamente. En la figura se observa que los tres espectros de amplitud fueron prácticamente idénticos, así como también sus correspondientes series de tiempo. La única variación perceptible se encontró en el espectro de fase cuando fué utilizado el mecanismo tipo viscoso. Estas observaciones dan evidencia de que este sistema no fué sensible a las diferencias en el mecanismo de amortiguamiento.

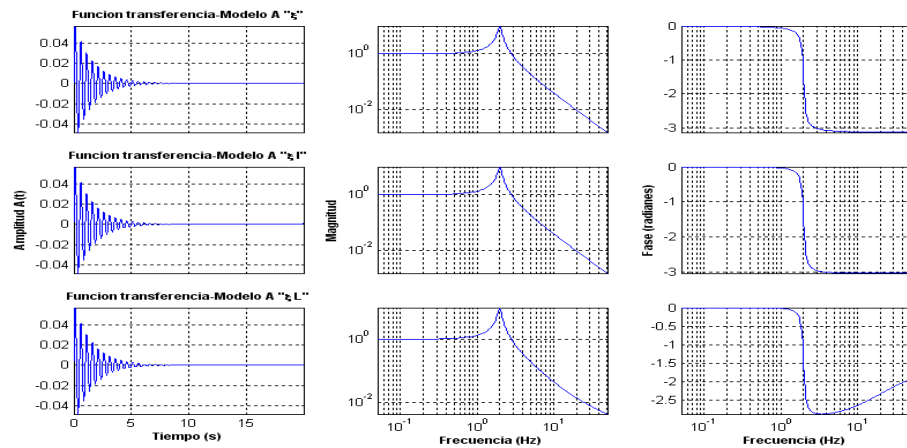


Figura 9. Funciones de transferencia del Modelo A. El primer renglón corresponde al amortiguamiento histerético, mientras que en el segundo y tercer renglón corresponden al mecanismo de amortiguamiento proporcional a la masa y al mecanismo de amortiguamiento viscoso respectivamente.

En la figura 10 se muestran algunas respuestas que se obtuvieron al realizar el producto en el dominio de la frecuencia, las excitaciones de la figura 8, con las funciones de transferencia de la figura 9. En la figura 10, el primer renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación A como señal de entrada al modelo que contenía al mecanismo de amortiguamiento histerético. El segundo renglón, corresponde a la respuesta cuando se utilizó la excitación B como señal de entrada al modelo que contenía al mecanismo de amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia. El tercer renglón, corresponde a la respuesta cuando se utilizó la excitación C como señal de entrada siendo el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia el que se utilizó en el modelo.



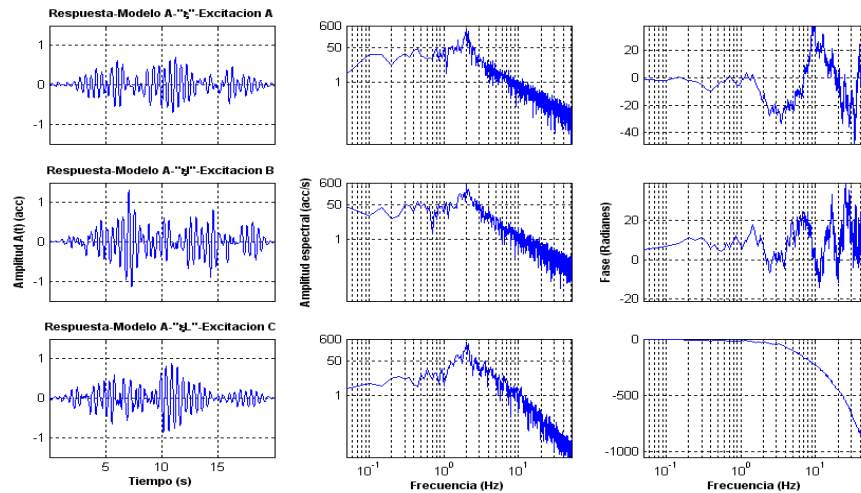


Figura 10. Respuestas obtenidas del Modelo A. El primer renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación A como señal de entrada al modelo que contenía al mecanismo de amortiguamiento histerético. El segundo renglón, corresponde a la respuesta cuando se utilizó la excitación B como señal de entrada al modelo que contenía al mecanismo de amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia. El tercer renglón, corresponde a la respuesta cuando se utilizó la excitación C como señal de entrada siendo el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia el que se utilizó en el modelo.

#### III.4. Capa de suelo descansando en un semiespacio elástico (Modelo B).

Para el caso del modelo continuo de una capa de suelo descansando en un semiespacio elástico y limitandonos al caso de ondas SH que son las de mayor interés en ingeniería la ecuación de onda en el plano  $x$ - $z$  está dada por:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (25)$$

para un tren de ondas con amplitud  $A_{SH}$  que se propaga hacia superficie a través de la roca que la subyace, en general las soluciones dadas en términos de desplazamientos están dadas por:

en el suelo:

$$v_s = A_s \left\{ e^{\frac{i\omega}{C_s} z} + e^{-\frac{i\omega}{C_s} z} \right\} \quad (26)$$

en la roca:

$$v_r = A_r e^{\frac{i\omega}{C_r} z} + A'_r e^{-\frac{i\omega}{C_r} z} \quad (27)$$

donde  $A_s$  y  $A_r$  son las amplitudes en el suelo y la roca respectivamente,  $\omega$  la frecuencia de excitación,  $z$  la profundidad de evaluación dentro de la capa.

Para este caso la función de transferencia  $H$  estará dada por:

$$H = \frac{v_s(z=0)}{v_r(z=0)} = \frac{A_s \left\{ e^{\frac{i\omega}{C_s}(z=0)} + e^{-\frac{i\omega}{C_s}(z=0)} \right\}}{A_r e^{\frac{i\omega}{C_r}(z=0)} + A'_r e^{-\frac{i\omega}{C_r}(z=0)}} \quad (28)$$

$$H = \frac{v_s(z=0)}{v_r(z=h)} = \frac{2A_s}{A_r + A'_r} = \frac{2A_s}{A_s \left\{ e^{\frac{i\omega}{C_s} h} + e^{-\frac{i\omega}{C_s} h} \right\}} \quad (29)$$

simplificando el resultado es:

$$H = \frac{2}{e^{\frac{i\omega}{C_s} h} + e^{-\frac{i\omega}{C_s} h}} \quad (30)$$

donde el primer término del denominador corresponde a una onda incidente y el segundo término corresponde a una onda reflejada. La variable  $h$  es el espesor de la capa.

El amortiguamiento fué introducido a través del valor complejo de  $C_s$ , la velocidad de onda de corte, como:

$$C_s^* = C_s \sqrt{1 + 2i\xi} \quad (31)$$

Ver Roesset *et al.* (1969) para mayores detalles.

En la figura 11 se muestran las funciones de transferencia con los dos mecanismos de amortiguamiento utilizados en este modelo. Para este modelo no fué utilizado el mecanismo de amortiguamiento histerético. El primer renglón corresponde al amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia, mientras que el segundo renglón corresponde al amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia. Es éste último el que presentó una mayor simplificación en el espectro de amplitud y fase. A diferencia del modelo anterior, aquí se observó claramente el efecto producido por los distintos mecanismos de amortiguamiento en ambos dominios. En el dominio de la frecuencia, se pueden apreciar diferencias significativas en el espectro de amplitud y de fase arriba de la frecuencia natural del sistema, que en todos los casos fué de 2 Hz.

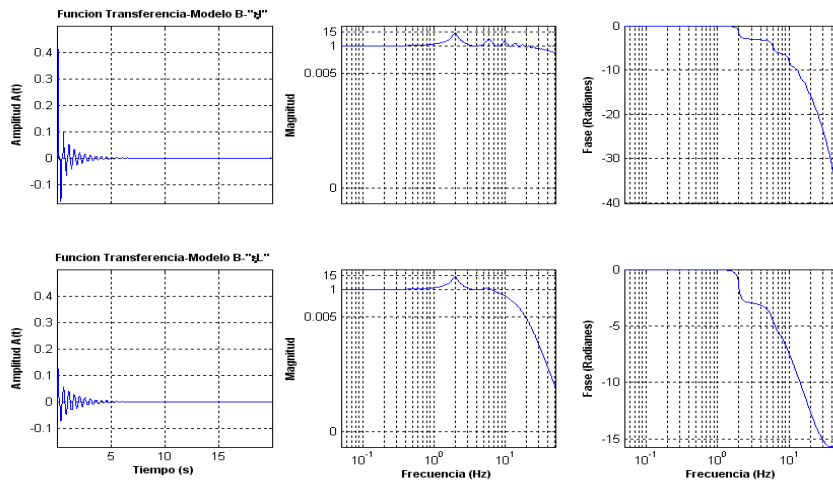


Figura 11. Funciones de transferencia del Modelo B. El primer renglón corresponde al amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia, mientras que el segundo renglón corresponde al amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia.

En la figura 12 se muestran solo dos respuestas que se obtuvieron realizando el producto en el dominio de la frecuencia de las funciones de transferencia de la figura 11 con las

excitaciones A y C respectivamente. El primer renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación A como señal de entrada, y el mecanismo de amortiguamiento utilizado en el modelo fué el inversamente proporcional a la frecuencia. El segundo renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación C como señal de entrada, siendo el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia el utilizado en el modelo.

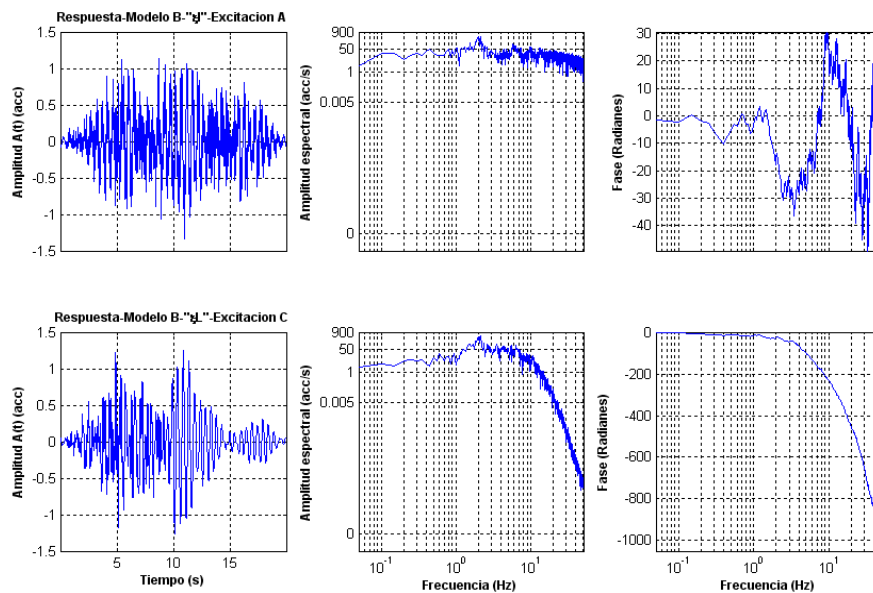


Figura 12. Respuestas obtenidas del Modelo B. El primer renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación A como señal de entrada y el mecanismo de amortiguamiento utilizado en el modelo fué el inversamente proporcional a la frecuencia. El segundo renglón corresponde a la respuesta obtenida cuando se utilizó la excitación C como señal de entrada, siendo el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia el utilizado en el modelo.

### III.5. Proceso de adición de ruido aleatorio en las señales.

Con el fin de analizar el efecto del ruido aleatorio en la capacidad de la TDA para aislar la curva de pseudo-vibración libre amortiguada, a los registros de las respuestas teóricas obtenidas, se les adicionó ruido aleatorio con distribución normal para simular la contribución de señales que comúnmente existen en datos tomados en forma experimental. Este ejercicio se realizó adicionando el ruido tanto en el dominio del tiempo, como en el dominio de la frecuencia. En el caso en que el ruido se adicionó en el dominio de la frecuencia, fué necesario aplicar la transformada inversa de fourier para trasladarla al tiempo, ya que la TDA se aplica sólo en el dominio del tiempo. Se probaron diferentes cantidades de ruido añadido, expresadas por medio de la relación señal/ruido para identificar en qué condiciones la TDA logra converger a la curva de pseudo-vibración libre amortiguada. La cota extrema fué para un nivel de ruido de  $-7$  dB (relación señal/ruido de 0.446). Los otros dos niveles de ruido utilizados, fueron  $-5$  y  $0$  dB, que corresponden a las relaciones señal/ruido de 0.562 y de 1 respectivamente. En la tabla II se indican los niveles de ruido utilizados en decibeles y las correspondientes relaciones señal-ruido.

Tabla II. Niveles de ruidos utilizados en decibeles y sus correspondientes relaciones señal-ruido.

NIVELES DE RUIDO UTILIZADOS	
DECIBELES (dB)	RELACIÓN SEÑAL- RUIDO $(S/R)=10^{dB/20}$
0	1
-5	0.562
-7	0.446

La representación gráfica del efecto que el ruido adicionado produjo en las señales es mostrada en las figuras 13 y 14. La figura 13 corresponde a la respuesta del Modelo A con mecanismo de amortiguamiento viscoso y con los tres niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo. La excitación A fué la señal utilizada para el cálculo de la respuesta. En la gráfica se puede observar un incremento en las amplitudes de las series de tiempo conforme menor es la relación  $s/r$ . En los espectros, se observa un incremento en las amplitudes arriba de la frecuencia natural del sistema (compárese con primer renglón de la figura 10).

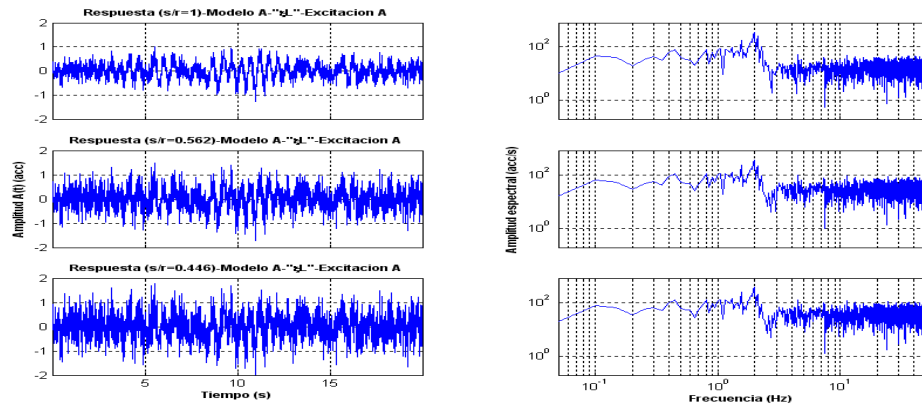


Figura 13. Respuesta del Modelo A con los tres niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo y con la señal A como fuente de excitación.

En la figura 14 se muestran las series de tiempo y sus correspondientes espectros de amplitud que resultaron al haberles adicionado ruido en el dominio del tiempo a las respuestas que se mostraron en la figura 10 obtenidas para el caso cuando se utilizó el Modelo A. La relación  $s/r$  mostrada es de 1.

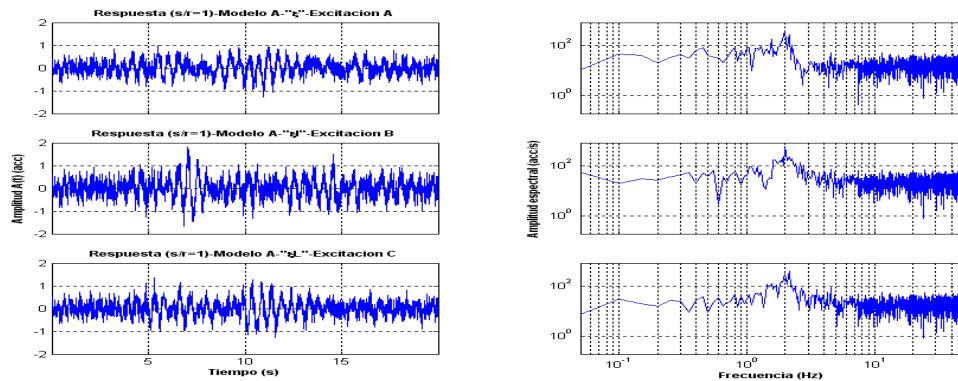


Figura 14. Respuestas del Modelo A con ruido adicionado en el dominio del tiempo. La relación  $s/r$  es de 1.

En la figura 14 también se observa un incremento en las amplitudes arriba de la frecuencia natural (compárese con la figura 10).

### III.6. Análisis comparativo del efecto ante la adición de ruido.

Debido a que en el dominio del tiempo no es factible apreciar diferencias significativas del efecto que produce el ruido adicionado en las señales, se decidió cuantificar tal efecto en los espectros de amplitud. En la figura 15 se muestra esquemáticamente la forma en que se obtuvo el porcentaje en que resalta la amplitud de la frecuencia natural respecto a las amplitudes máximas en el espectro. El caso corresponde a la respuesta del Modelo A, representada en el dominio de la frecuencia y con los tres niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo. El mecanismo de amortiguamiento utilizado fué el histerético, y la señal de de entrada al modelo fué la excitación B. De la figura se observa que entre mayor fue la relación señal-ruido, la amplitud de la frecuencia natural presentó una mayor definición respecto a las demás amplitudes del espectro.

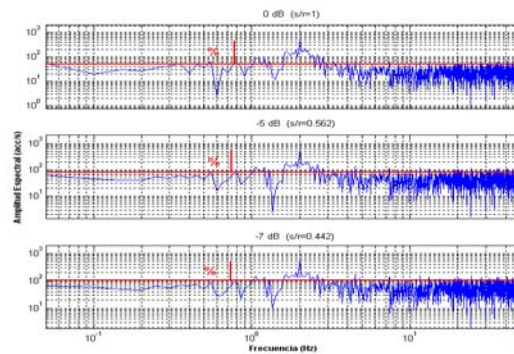


Figura 15. Figura donde se muestra esquemáticamente en porcentaje el grado de definición de la amplitud de la frecuencia natural obtenido respecto a las amplitudes máximas en el espectro de amplitud. Ver texto para detalles.

En las figuras 16 y 17 son presentados los porcentajes obtenidos de las respuestas ante las excitaciones utilizadas en ambos modelos analizados y con los distintos niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo. También se muestra el porcentaje cuando únicamente se realizó la propagación en los modelos, es decir, sin la adición posterior de ruido. En la figura 16 se muestra el modelo A cuando sólo se utilizó el mecanismo de amortiguamiento histerético, debido a que las respuestas fueron prácticamente idénticas cuando se utilizaron los otros dos mecanismos de amortiguamiento, como se vió en la sección 3.3 de éste capítulo. En la misma figura también se observa que cuando sólo fué realizada la propagación, los porcentajes de definición se mantuvieron similares cuando fué adicionado ruido en una relación  $s/r=1$ .



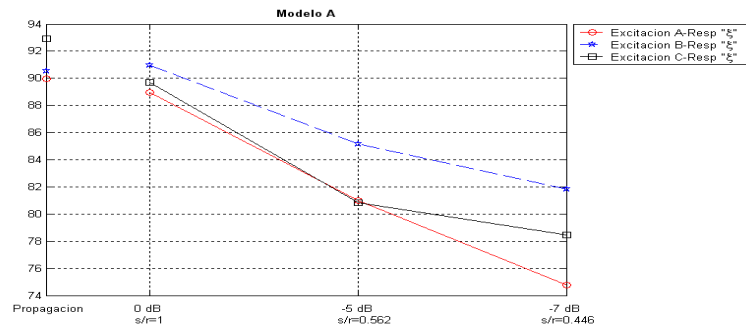


Figura 16. Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo A y con los distintos niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo.

En la figura 17 se muestran los casos cuando se utilizó el Modelo B. Se presentan los 2 mecanismos de amortiguamiento utilizados, teniendo porcentajes máximos cuando se utilizó el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia. Es probable que ésto sea debido a que la función de transferencia obtenida cuando se utiliza este mecanismo de amortiguamiento exhibió una mayor simplificación arriba de la frecuencia natural del sistema con respecto al mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia, lo cual se vió en la sección III.4 de éste capítulo

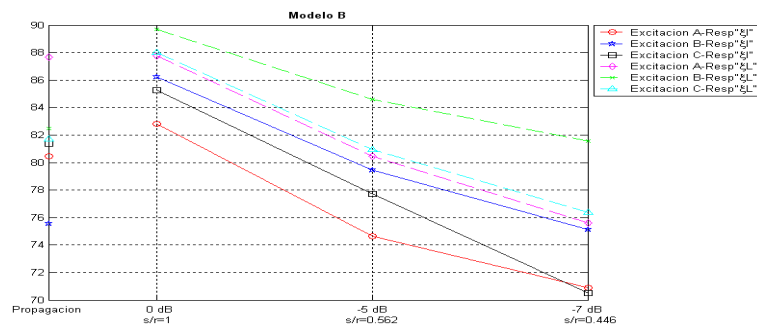


Figura 17. Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo B y con los distintos niveles de ruido adicionados en el dominio del tiempo.

En la figura 17 también se observa que cuando fué realizada sólo la propagación, el porcentaje de definición de todas las respuestas, excepto para la respuesta cuando se utilizó el mecanismo tipo viscoso y con la excitación A como señal de entrada, se mantuvieron por debajo del porcentaje cuando se adicionó ruido en una relación  $s/r=1$ .

En general, para ambos modelos analizados, las respuestas que presentaron mayores porcentajes de definición en los tres niveles de ruido siguen el siguiente orden: 1) cuando se utilizó la excitación B como de señal de entrada, 2) cuando se utilizó la excitación C y 3) cuando fué utilizada la excitación A. Además, como puede apreciarse en las figuras 16 y 17, el porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural respecto a las amplitudes máximas en el espectro disminuyó conforme menor fué la relación  $s/r$ .

Por otra parte, con el fin de analizar el efecto que produjo la adición de ruido en ambos dominios en las respuestas, en la figura 18 y 19 se muestra en porcentaje el grado de definición de la amplitud de la frecuencia natural de las respuestas ante las tres excitaciones de entrada en ambos modelos analizados, y con los distintos niveles de ruido cuando se adicionaron tanto en el dominio del tiempo, como en el dominio de la frecuencia. También se muestra en porcentaje el caso en que únicamente se realizó la propagación en los modelos, es decir, sin la adición posterior de ruido. En la figura 18 se muestra el caso cuando se utilizó el modelo A que contiene al mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia. De la figura, se observa que existe una similitud en los porcentajes de definición cuando el ruido se adicionó en ambos dominios, siendo prácticamente iguales cuando se utilizó la excitación A como señal de entrada.

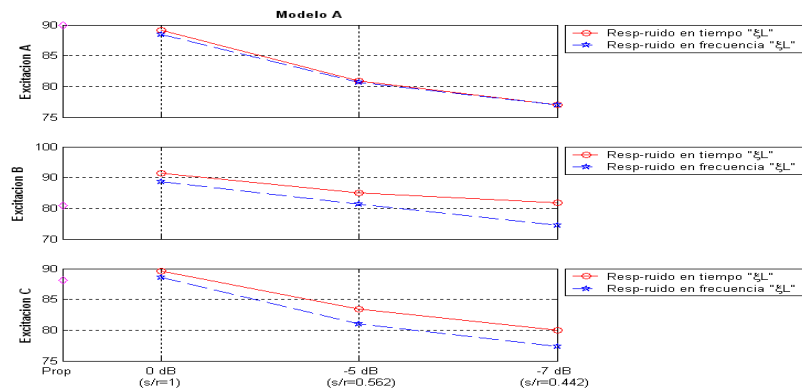


Figura 18. Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo A y con los distintos niveles de ruido adicionados en ambos dominios.

En la figura 19 se muestra el caso cuando se utilizó el Modelo B que contiene al mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia. Al igual que para el Modelo A, se observa que en el Modelo B también existió una similitud en los porcentaje de definición cuando el ruido se adicionó en ambos dominios.

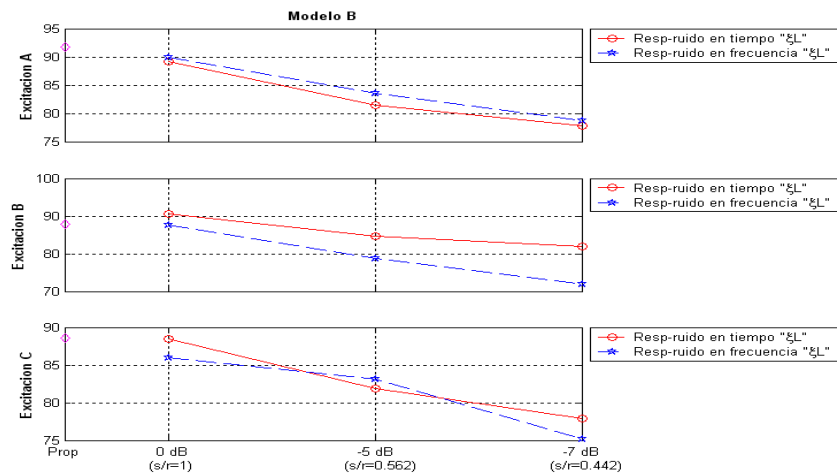


Figura 19. Porcentaje de definición de la amplitud de la frecuencia natural en las respuestas ante las tres excitaciones de entrada cuando se utilizó el Modelo B y con los distintos niveles de ruido adicionados en ambos dominios.

Aunque la diferencia de porcentajes de definición fué pequeña cuando el ruido se adicionó tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, como se describirá en el capítulo IV de procedimiento de trabajo, se obtuvieron firmas similares en cuanto a forma y remoción de ruido cuando el ruido se adicionó en ambos dominios.

### **III.7. CRITERIO ESTADÍSTICO UTILIZADO.**

En la sección I.3 se ha discutido la hipótesis en que se fundamenta la TDA y los problemas de no-unicidad que están presentes en el proceso de la obtención de la curva de pseudo-vibración libre amortiguada (firma característica) a partir de la cual se puede estimar tanto el amortiguamiento, como la frecuencia fundamental de vibración del sistema por caracterizar.

Para resolver en parte el problema, se adoptó un criterio estadístico que toma en consideración la hipótesis que fundamenta la TDA mediante el coeficiente de correlación  $r$  de pearson, y que consistió en: i) cuantificar la relación lineal de las curvas de pseudo-vibración libre amortiguadas en escala semi-logarítmica y posteriormente ii) estimar el grado de significancia de dichas cuantificaciones mediante la prueba de hipótesis nula.

#### **i)-ESTIMACIÓN DEL COEFICIENTE DE CORRELACIÓN R-DE PEARSON.**

Debido a que la curva de pseudo-vibración libre amortiguada exhibe un decaimiento logarítmico en escala normal, las amplitudes absolutas de sus máximos y mínimos pueden representarse en forma lineal en escala semi-logarítmica y mediante una regresión lineal bajo el concepto de mínimos cuadrados, identificar el mejor ajuste lineal mediante la

estimación del coeficiente de correlación. Para pares de cantidades  $(x_i, y_i)$ , donde  $i=1, \dots, N$ , el coeficiente de correlación  $r$  es dado por la siguiente fórmula (Press *et al.*, 1986):

$$r = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_i (y_i - \bar{y})^2}} \quad (32)$$

Donde  $\bar{x}$  es la media de los valores  $x_i$ 's,  $\bar{y}$  la media de los valores  $y_i$ 's. El valor de  $r$  se encuentra acotado entre  $-1$  y  $1$ . Toma el valor de  $1$ , llamado “correlación completa positiva”, cuando los datos caen en una línea recta con pendiente positiva, con  $x$  e  $y$  aumentando juntos. Si los datos caen en una línea recta con pendiente negativa, los valores de  $y$  disminuyen conforme  $x$  aumenta, entonces  $r$  toma el valor de  $-1$ . Esto es llamado “correlación completa negativa”. Si el valor de  $r$  es próximo al cero, esto indica que las variables  $x$  e  $y$  no se encuentran correlacionadas linealmente.

## ii)-PRUEBA DE HIPÓTESIS NULA.

Cualquier estimación del coeficiente de correlación es una herramienta estadística que no permite cuantificar en términos estadísticos cuán significativo es el grado de correlación lineal que se ha estimado. La razón es que, el coeficiente de correlación no toma en cuenta las distribuciones individuales de las variables  $x$  e  $y$ . Debido a esto, fué utilizada la prueba de hipótesis nula para estimar el nivel de significación del coeficiente de correlación obtenido. La hipótesis nula mantiene que las variables  $x$  e  $y$  no se encuentran correlacionadas; de tal manera que, pequeños valores de la hipótesis nula estarán indicando que hay una fuerte correlación y nos estará apoyando para decidir entre un coeficiente de

correlación y otro, de tal forma, que la relación lineal estimada es mejor una de la otra a pesar de tener valores iguales.

Cuando el número de datos  $N$  no es grande, el valor de  $t$  (medida de las diferencias observadas de las medias) con  $N-2$  grados de libertad está dado por:

$$t = r \sqrt{\frac{N-2}{1-r^2}} \quad (33)$$

La distribución de Student's es muy útil cuando se quiere probar si 2 distribuciones observadas tienen la misma media. Su definición matemática está dada por:

$$A(t/\nu) = \frac{1}{\nu^{1/2} B\left(\frac{1}{2}, \frac{\nu}{2}\right)} \int_{-t}^t \left(1 + \frac{x^2}{\nu}\right)^{-\frac{\nu+1}{2}} dx \quad (34)$$

y que tiene como valores límites:  $A(0/\nu)=0$  y  $A(\infty/\nu)=1$  (Press *et al.*, 1986).

Donde  $A(t/\nu)$  es la probabilidad, para  $\nu$  grados de libertad, de cierta estadística  $t$  (medida de las diferencias observadas de las medias).

el nivel de significancia mediante la cual la hipótesis de que las medias sean iguales, es desaprobada, está dado por  $1 - A(t/\nu)$ .

### III.8. FORMAS ALTERNAS DE ESTIMAR EL AMORTIGUAMIENTO.

Para la estimación del amortiguamiento, se utilizaron cuatro criterios con el fin de analizar:

- a) cuál arroja resultados más consistentes.
- b) la estabilidad entre uno y otro criterio.

c) cuál criterio es más sensitivo a una componente de vibración forzada presente en la firma, en caso de existir dicha componente.

Los criterios utilizados se dan a continuación: 1) el primero considera la relación de las amplitudes del primer ciclo en las firmas, 2) el segundo considera la relación de los valores absolutos de los puntos medios del primero y segundo ciclo, 3) el tercer criterio utiliza el promedio de la relación entre los valores de las amplitudes absolutas de cada medio ciclo y 4) la cuarta opción considera la pendiente (denotada por  $a$ ) del ajuste obtenido una vez aplicado los valores de amplitudes absolutas tomados de cada medio ciclo. Las ecuaciones utilizadas para cada caso son:

$$\xi = \frac{\ln(A_1) - \ln(A_2)}{2\pi} \quad \text{para el primero y segundo caso,} \quad (35)$$

$$\xi = \frac{1}{\pi} * \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (\ln(\frac{|A_i|}{|A_{i+1}|})) \quad \text{para el tercer caso y} \quad (36)$$

$$\xi = \frac{-a}{\pi} \quad \text{para el cuarto caso.} \quad (37)$$

El lector deberá consultar los trabajos de Cole (1973) y Hurley (1975) para mayores detalles de estas opciones.

La representación esquemática de cada caso es mostrada en la figura 20.

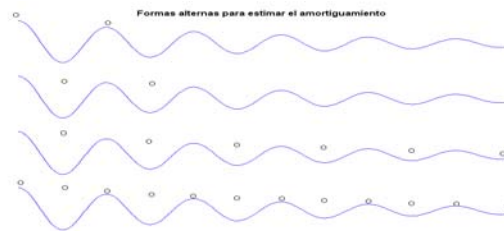


Figura 20. Firmas del decremento aleatorio donde se muestran las cuatro formas alternas utilizadas para estimar el amortiguamiento.

## CAPÍTULO IV

### IV.1. PROCEDIMIENTO DE TRABAJO.

Actualmente en el planteamiento de la aplicación de la TDA, los criterios para seleccionar los valores tanto del umbral de amplitud como de la longitud del segmento (ventana de tiempo) para obtener la curva de pseudo-vibración libre amortiguada no se encuentran establecidos y dependen del criterio del analista. Por tal motivo, uno de los objetivos de este trabajo busca identificar un procedimiento que permita determinar tanto el umbral de amplitud como la longitud de la ventana en función de algún criterio cuantitativo y de ésta manera eliminar la dependencia del analista en su elección.

Como se describió en el capítulo III, una vez obtenidas las funciones teóricas y las respuestas de los modelos con ruido adicionado tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, se procedió a aplicar la TDA y obtener las firmas características (curvas de pseudo-vibración libre amortiguadas) de dichos modelos. Para la aplicación de la TDA se utilizó programación desarrollada por Huerta *et al.* (2002) la cuál se modificó para cumplir con los objetivos propuestos en el capítulo 1. Como ya se ha mencionado, no se cuenta con un esquema único y fijo acerca de la selección del umbral de amplitud y la longitud de la ventana de tiempo que proporcione la firma óptima. El procedimiento que se adoptó, consistió en realizar una primera iteración del programa cubriendo un barrido de umbrales y longitudes dispuestos en forma matricial con el fin de visualizar experimentalmente los rangos de umbral y longitud, donde se presentaron las firmas que más se apegan a la forma de una curva típica de vibración libre amortiguada, como lo señala la hipótesis del método. En todos los casos se generó una matriz de 5x5 ( cinco



umbrales de amplitud (ordenados en columnas), y cinco ventanas de longitud de tiempo (ordenados en renglones) para la obtención de una familia de firmas.

En la figura 21 se muestra un ejemplo de las firmas obtenidas en la primer iteración que correspondió al haber aplicado la TDA a una respuesta obtenida del Modelo A y que tiene el mecanismo de amortiguamiento del tipo viscoso. La señal de entrada para obtener la respuesta fué la excitación A y posteriormente la relación  $s/r$  adicionada a la respuesta fué de 1. En la parte superior de la figura se muestran los valores de umbral de amplitud y longitud de tiempo correspondientes a cada columna y a cada renglón, respectivamente. En la parte inferior, se muestran los valores de los cinco coeficientes de correlación más altos de dicha matriz de firmas con sus correspondientes hipótesis nulas, así como el número de caso al que correspondieron (la lectura es en renglones y en forma progresiva). Lo anterior, con la finalidad de inspeccionar los parámetros estadísticos mencionados para que ayudaran a una rápida identificación de la firma que más se apegó a la hipótesis de la TDA. En la parte inferior derecha se muestran algunos botones con los que se controló y manipuló la interfaz gráfica.

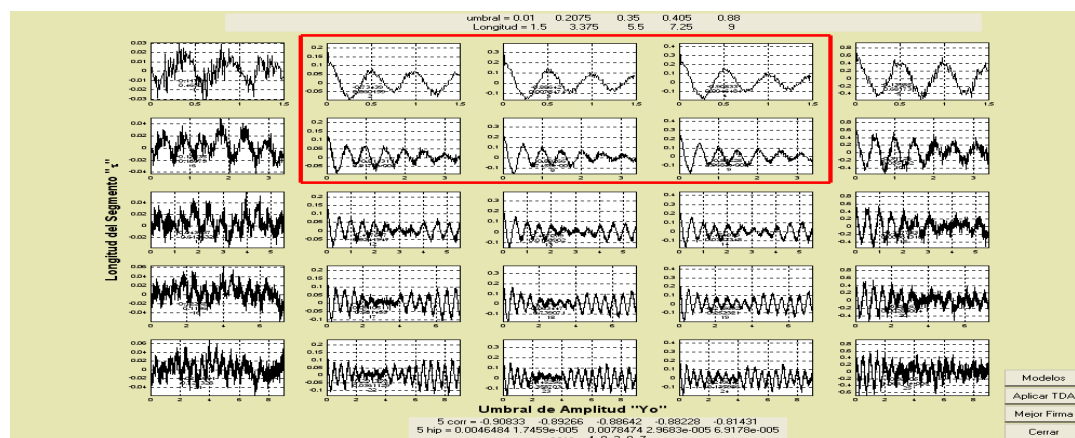


Figura 21. Firmas obtenidas de una primer iteración de umbrales y longitudes.

El procedimiento de inspección visual descrito anteriormente, junto con la estadística utilizada, permitió identificar cotas de umbral de amplitud y longitud de tiempo en donde resultaron aceptablemente reconstruidas las curvas de pseudo-vibración libre amortiguadas. Estas cotas se utilizaron como valores extremos para construir una o más submatrices según se requiriera, hasta encontrar la submatriz que contenga a las curvas que se asemejan en mejor forma a una curva típica de vibración libre amortiguada. En la figura 22 se muestra una submatriz en donde se tomó como cotas extremas los valores de umbral de amplitud y longitudes de segmentos acotados en el recuadro mostrado en color rojo en la figura 21.

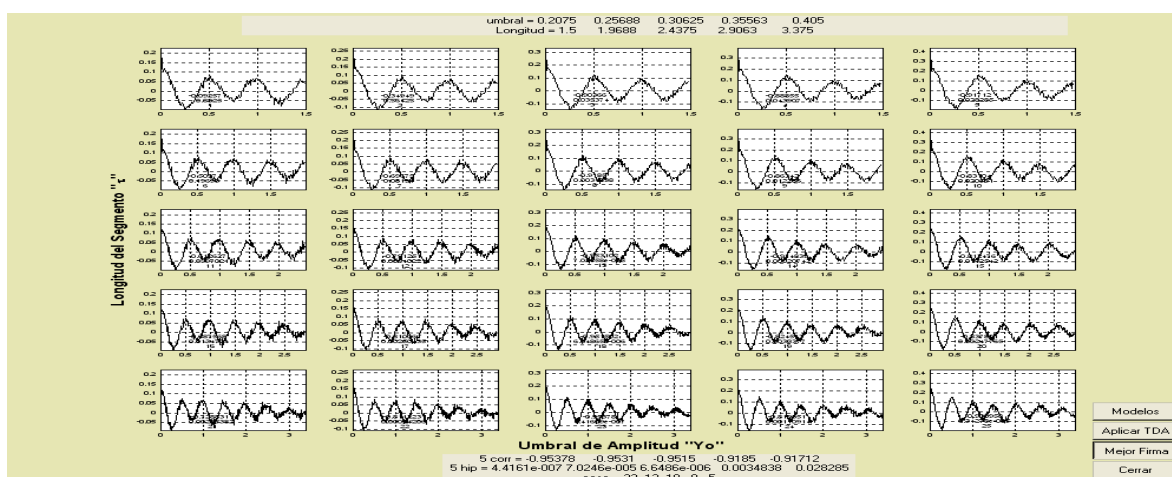


Figura 22. Submatriz de firmas tomadas de la figura 21 donde se acotaron los rangos de umbral de amplitud y longitud de tiempo.

Una vez identificados los umbral de amplitud con los que se consiguieron las firmas más acordes a una curva típica de vibración libre amortiguada y que en consecuencia se apegan a la hipótesis de la TDA, se procedió a cuantificarlos, en función de la máxima amplitud absoluta, así como en función de un número de veces la desviación estándar de la señal

analizada, con el fin de generalizar, y observar con cual de estos 2 criterios se obtienen resultados más consistentes. De ésta comparación se observó, que los factores en función de un número de veces la desviación estándar fueron más consistentes y estables. Se observó, que los factores en función de la máxima amplitud absoluta dependen fuertemente del carácter impulsivo del ruido adicionado en la señal a procesar.

A continuación se presenta en forma esquemática el proceso que se siguió, en forma de diagrama de flujo (Figura 23), para la obtención de los factores de umbrales de amplitud en función de la desviación estándar.

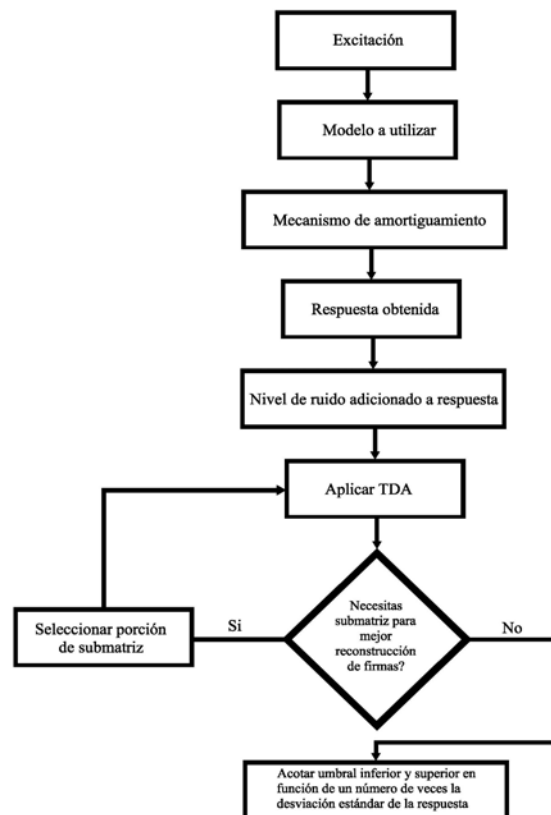


Figura 23 Diagrama de flujo para la obtención de los factores de umbral de amplitud en función de la desviación estándar de la señal analizada.

Para la selección de la longitud del segmento adecuado, como longitud mínima se eligió cuando se formaba un ciclo completo en la firma y para la longitud máxima del segmento, ésta se acotó mediante inspección visual, cuando se observaba la construcción de una curva de pseudo-vibración libre amortiguada. La longitud del segmento fué acotada en función de un porcentaje de la longitud de tiempo total de la señal analizada (20 segundos).

Una vez identificados los factores de umbral de amplitud en función de la desviación estándar de la señal analizada y manejando por separado los distintos niveles de ruido, se promediaron los factores de umbral de amplitud obtenidos cuando se adicionó ruido en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia. Esto fué porque se observó que las firmas se conservaron no sólo en forma, sino también en características de una curva de vibración libre amortiguada. En las figuras 24, 25, 26 y 27 se muestran algunos casos del comportamiento de la variación de los factores de umbral de amplitud obtenidos, tanto en el dominio del tiempo, como en el dominio de la frecuencia, así como el promedio de ambos. La figura 24 corresponde al caso de la respuesta del Modelo B con mecanismo de amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia y como señal de entrada la excitación B.

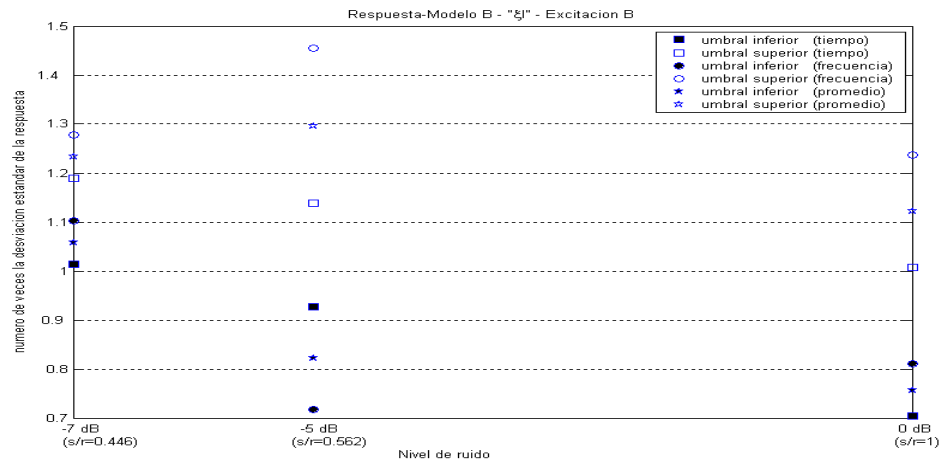


Figura 24 Factores de umbral de amplitud de una respuesta obtenida del modelo B con sus diferentes niveles de ruido y con mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia. La excitación B fué la señal de entrada al modelo.

La figura 25 corresponde al caso de la respuesta del Modelo B con mecanismo de amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia y como señal de entrada la excitación A.

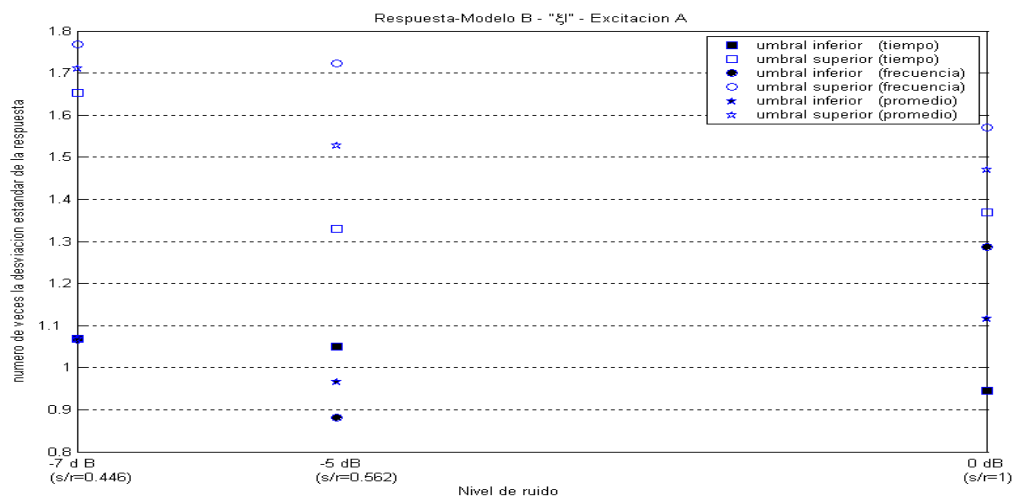


Figura 25. Factores de umbral de amplitud de una respuesta obtenida del modelo B con sus diferentes niveles de ruido y con mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia. La excitación A fué la señal de entrada al modelo.

Comparando las dos figuras anteriores, se observó que el tipo de excitación de entrada en los modelos no tuvo gran influencia en la determinación de los factores de umbral de amplitud. Esto fué observado consistentemente en la gran mayoría de los casos.

En las figuras 26 y 27 se muestran los factores de umbral de amplitud obtenidos de la función teórica del Modelo B, con mecanismo de amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia y con el mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia, respectivamente.

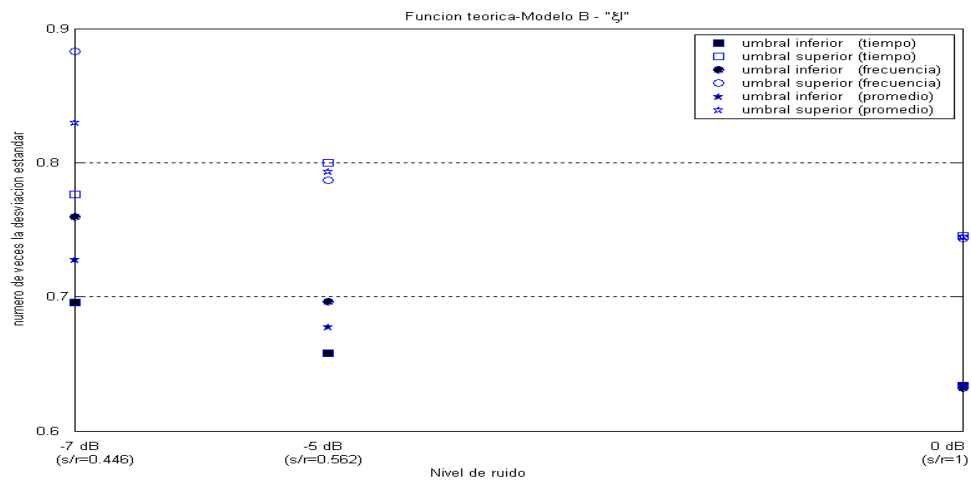


Figura 26. Factores de umbral de amplitud de la función teórica del Modelo B con mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia y con los tres niveles de ruido adicionados.

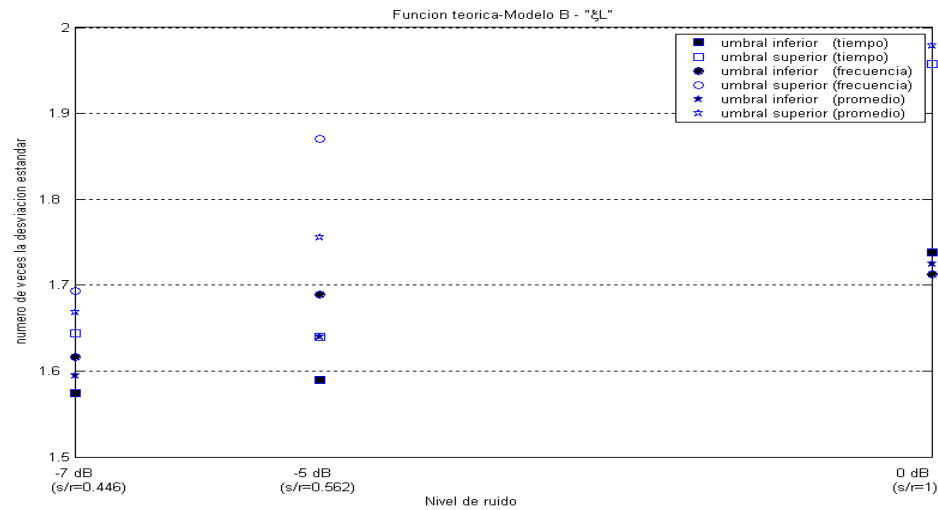


Figura 27. Factores de umbral de amplitud de la función teórica del modelo B con mecanismo linealmente proporcional a la frecuencia y con los tres niveles de ruido adicionados.

En la comparación de las figuras 26 y 27, se observó que el mecanismo de amortiguamiento tuvo un efecto significativo en la determinación de los factores de umbral de amplitud.

Una vez obtenido el promedio de los factores de umbral de amplitud cuando se adicionó ruido tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia, se realizó un promedio de factores de umbral de amplitud de la función teórica con las diferentes respuestas de cada modelo y sus distintos mecanismos de amortiguamiento. Lo anterior, con el propósito de mantener por separado la influencia del tipo de excitación utilizada y los mecanismos de amortiguamiento de cada modelo en la determinación de los factores de umbral de amplitud. Posteriormente, se tomaron las cotas máximas que englobaran a los tres niveles de ruido utilizados. Estos factores de umbral de amplitud se muestran en la tabla III.

Tabla III Factores de umbral de amplitud obtenidos independientemente en cada modelo analizado.

Rangos de umbrales que engloban a 0, -5 y -7 dB	
MODELO A	
$(\xi, \xi_I, \xi_L)$	
	Número de veces la desviación estándar de la señal analizada.
Umbral Superior	2
Umbral Inferior	1.33
MODELO B	
Mecanismo de amortiguamiento inversamente proporcional a la frecuencia ( $\xi_I$ )	
Umbral Superior	1
Umbral Inferior	0.65
Mecanismo de amortiguamiento linealmente proporcional a la frecuencia ( $\xi_L$ )	
Umbral Superior	1.18
Umbral Inferior	0.82

Con el fin de englobar a los dos modelos, con sus mecanismos de amortiguamiento, se tomaron las cotas extremas (valor del factor máximo y factor mínimo que engloben a los 2 modelos). Estos factores han sido indicados en color rojo en la tabla anterior.

Una vez obtenidos dichos factores, se procedió a utilizar todas las excitaciones de entrada que son mostradas en el apéndice A para tener una muestra estadística más representativa de los umbrales de amplitud que incluyese todas las variantes de las respuestas obtenidas, e incluye además, los diferentes modelos con sus distintos mecanismos de amortiguamiento y sus distintos niveles de ruido. Las cotas de factores de umbral de amplitud finales (valor máximo y valor mínimo) válido para ambos modelos y que en lo sucesivo serán utilizados,



se muestran en la tabla IV. En la misma tabla se muestran también los porcentajes de longitud de tiempo máximo obtenidos independientemente en cada modelo.

Tabla IV. Factores de umbral de amplitud finales obtenidos válidos para ambos modelos y porcentaje de longitud de tiempo obtenidas en cada modelo.

Umbral de amplitud	Número de veces la Desviación Estándar de la señal analizada (válida para ambos modelos).	
Umbral Superior	2	
Umbral Inferior	0.82	
Longitud de tiempo máxima utilizada acotada en función del porcentaje de la longitud total de las señales analizadas (20 segundos).		
	Modelo A	Modelo B
	3.25 segundos = 16.25 %	2.37 segundos = 11.85 %

En la figura 28 se muestra en diagrama de flujo el procedimiento descrito anteriormente hasta obtener los factores de umbral de amplitud finales. El diagrama de flujo corresponde para el Modelo A, siendo el mismo caso para el Modelo B.

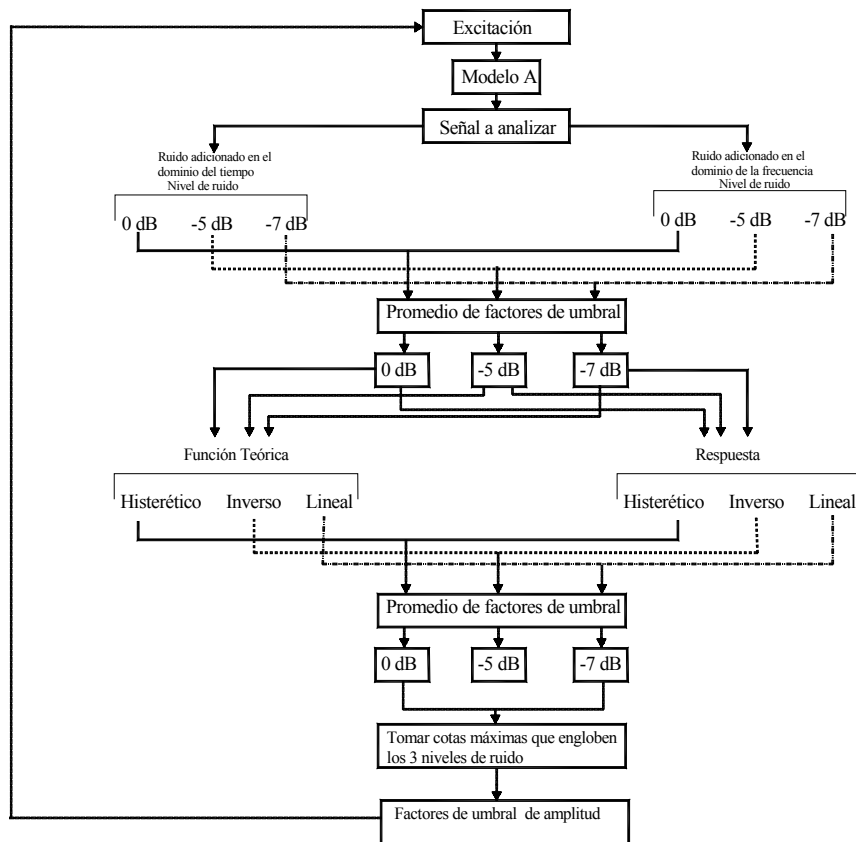


Figura 28 Diagrama de flujo donde se muestra esquemáticamente el procedimiento seguido hasta obtener los factores de umbral de amplitud válidos para ambos modelos analizados.

En la figura 29 se muestra una iteración del programa aplicando los factores de umbral de amplitud. Se observó que las firmas que se obtuvieron, siguieron aceptablemente la forma de una curva típica de vibración libre amortiguada. De ésta forma, se excluyeron automáticamente aquellas cotas de umbral de amplitud que no permitieron reconstruir apropiadamente las curvas de pseudo-vibración libre amortiguadas de los modelos aquí estudiados.

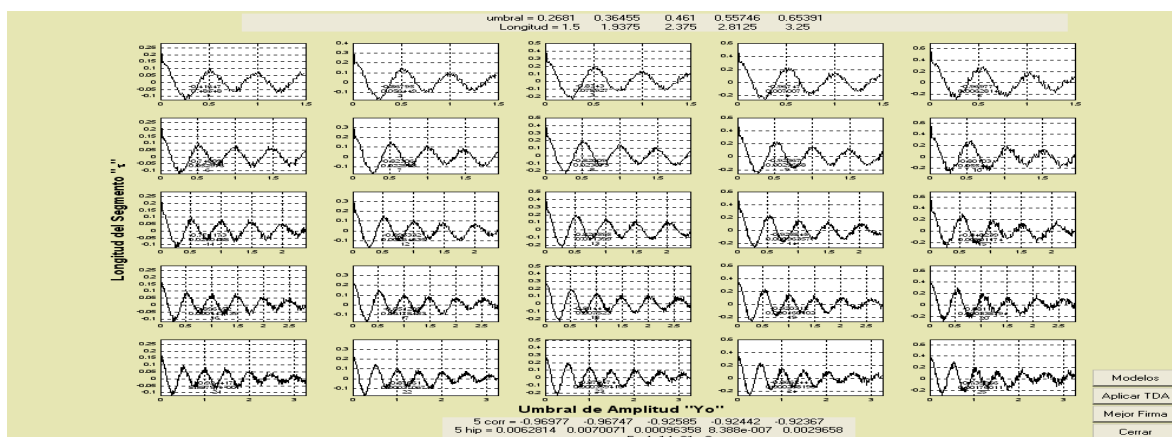


Figura 29. Matriz de firmas obtenidas al aplicar los factores de umbral de amplitud determinados.

Como puede observarse, para este caso particular que se presenta a manera de ejemplo, no existió la necesidad de tomar una submatriz de firmas, debido a que con la sola aplicación de los factores de umbral de amplitud, se obtuvieron firmas apropiadamente reconstruidas y con buenos parámetros estadísticos. En algunos de los casos analizados, existió la necesidad de extraer submatrices, algunos en mayor y otros en menor grado. En la figura 30 se muestra el número de segmentos promediados para obtener las firmas que fueron mostradas en la figura 29.

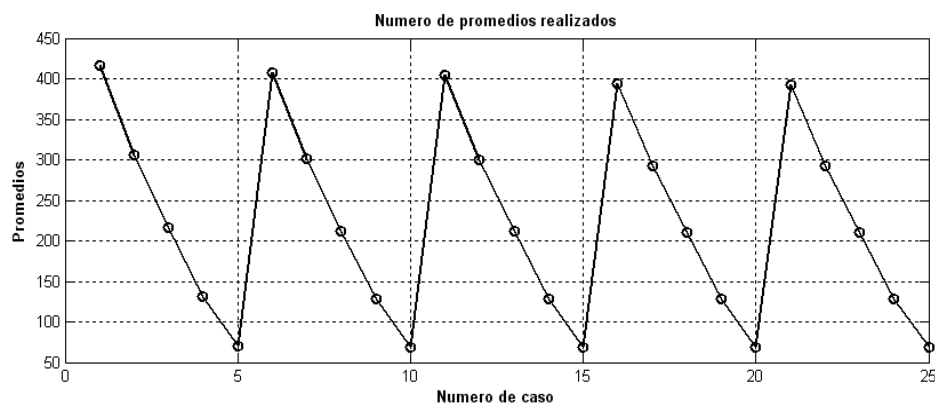


Figura 30. Número de segmentos promediados para obtener las firmas de la figura 29

Al experimentar con las señales a las que se les adicionó ruido, se observó en el primer punto de las firmas un impulso pronunciado, mismo que no se consideró formaba parte de la curva de pseudo-vibración libre amortiguada y que aumentó conforme la relación señal-ruido disminuía. Se identificó que este impulso era debido a que cuando se adicionó ruido a la señal, la relación s/r era válida en el sentido de la serie de tiempo y no para cada valor discreto de ésta. Lo anterior se manifestaba únicamente en el primer punto de la firma debido a que la TDA no lograba minimizar. Otro factor que intervenía en este efecto, es que cuando se selecciona el umbral de amplitud, no necesariamente encontraba el valor discreto en ese punto, sino que tomaba el valor inmediato superior o inferior. Estos efectos disminuían conforme la relación s/r aumentaba.

En la figura 31 se muestra una firma extraída de la figura 29 mostrando los efectos anteriormente mencionados.

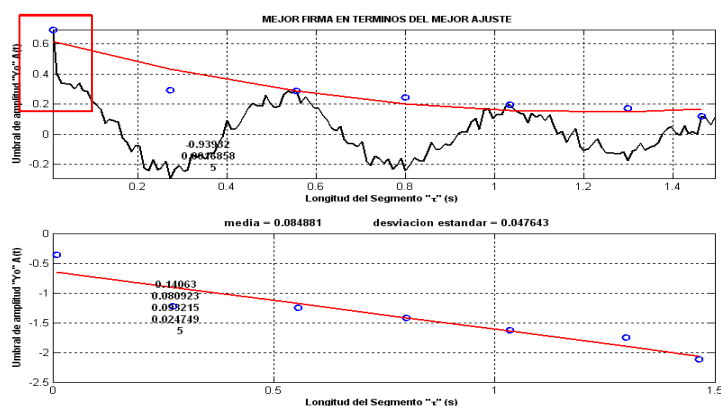


Figura 31. Efecto impulsivo al inicio de la firma debido a la adición de ruido (ver texto para la explicación).

En la figura 32 se muestra la parte inicial de la firma mostrada en la figura anterior, la cual es mostrada en recuadro rojo. En la figura se muestran 70 segmentos en color azul que fueron ensamblados y promediados para obtener la firma mostrada en color rojo. También se observan las fluctuaciones en el umbral de amplitud de los segmentos debido a que la TDA no siempre encontraba un valor discreto en el umbral de selección, que en este caso fué de  $0.65 \text{ cm/seg}^2$ . En la figura también se observa el fuerte decaimiento que existe entre el primer y segundo punto en la firma.

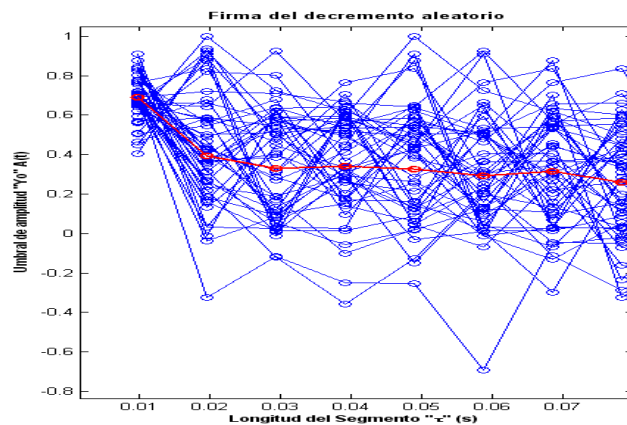


Figura 32 Fluctuaciones en el umbral de amplitud presente en los segmentos mostrados en línea azul y que fueron ensamblados y promediados para obtener la firma mostrada en color rojo. Ver texto para detalles.

El efecto inherente del valor anómalo en el primer punto de la firma se reflejará en la estimación del amortiguamiento, por lo tanto, en la etapa de estimación del amortiguamiento y frecuencia fundamental se decidió excluir el primer ciclo de las firmas.

## **IV.2. ESTIMACIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO.**

Una vez alcanzado el objetivo de obtener una familia de curvas de pseudo-vibración libre amortiguadas que mejor cumplieran con la hipótesis de la TDA y debido a las fluctuaciones (componentes de alta frecuencia o señales espurias) que aún prevalecían en las firmas y que la TDA por sí sola no logró remover, se procedió a suavizar las firmas mediante tres algoritmos con el fin de identificar cuál algoritmo resultaba ser el más apropiado sin modificar significativamente la forma y características de una curva típica de vibración libre amortiguada.

A continuación se describen los tres algoritmos que se analizaron con el objetivo antes mencionado. El primer algoritmo utilizado realiza una descomposición de la señal mediante ondículas, utilizando una ondícula específica para suavizar. A este tipo de suavizado se le referirá en lo sucesivo como suavizado A. El segundo algoritmo que se utilizó, realiza un promedio de un cierto número de puntos elegidos que se van recorriendo hasta muestrear toda la señal a suavizar, en lo sucesivo nos referiremos a éste como el suavizado B. El tercer algoritmo que llamaremos suavizado C, utiliza un ajuste de mínimos cuadrados que ajusta cierto número de puntos elegidos recorriéndose hasta muestrear toda la señal a suavizar. En los tres algoritmos, el factor de suavizado se eligió visualmente en cuanto se observó que se eliminaban los impulsos aún presentes en los máximos y mínimos de la firma que la TDA no logró cancelar. Además de la inspección visual, se trató de mantener el RMS (root mean square) más bajo posible cuando fué aplicado el suavizado. En la figura 33 se muestran los residuales obtenidos cuando se aplicaron diferentes factores de suavizado. En línea roja se muestra el RMS cuando se utilizó la firma completa. En línea azul se muestra el RMS cuando se utilizaron sólo los máximos y mínimos de la firma.

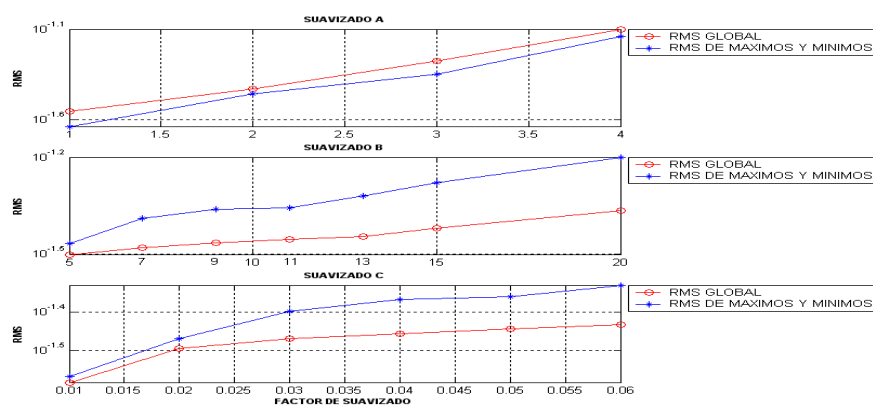


Figura 33 RMS obtenidos aplicando diferentes factores de suavizado en la firma.

de la figura se observa que entre mayor fué el factor de suavizado aplicado, el RMS aumentaba, teniéndose pérdida de amplitud en la firma. Por el contrario, entre menor fué el factor, el RMS disminuyó, pero no se logró eliminar apropiadamente las señales espurias presentes en los máximos y mínimos de la firma.

Los tipos de suavizado y los factores correspondientes elegidos son presentados en la tabla V.

Tabla V. Tipos de suavizado aplicados y sus factores correspondientes.

TIPO DE SUAVIZADO	FACTOR UTILIZADO
SUAVIZADO A	2
SUAVIZADO B	7
SUAVIZADO C	0.03

En la figura 34 se muestran las firmas que resultaron de haberles aplicado el suavizado B a las firmas que fueron mostradas en la figura 29. Se presenta también su decaimiento

exponencial una vez excluido el primer ciclo. Se incluye además el valor del coeficiente de correlación y la estimación de significancia de este a través de la hipótesis nula.

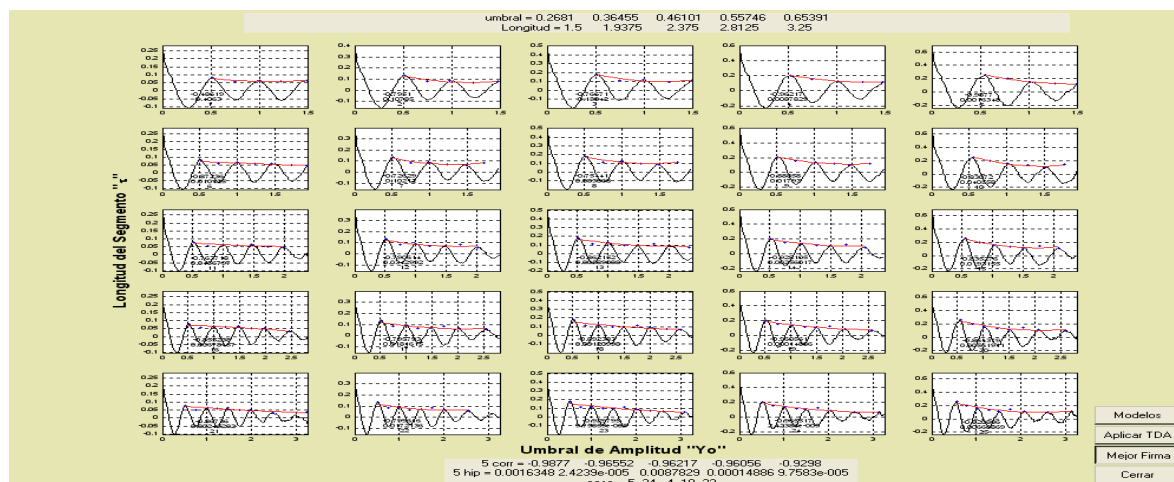


Figura 34. Firmas con el primer ciclo excluido y respectivo decaimiento exponencial obtenidas al aplicar suavizado B.

En la figura 35 se muestran en escala semi-logarítmica (linearizada) los decaimientos exponenciales de las firmas mostradas en la figura 34 así como el valor de las cuatro formas alternas utilizadas para estimar el amortiguamiento. El primer valor corresponde al amortiguamiento obtenido mediante la relación de las amplitudes del primer ciclo de las firmas. El segundo valor corresponde al amortiguamiento considerando la relación de los valores absolutos de los puntos medios del primero y segundo ciclo. El tercer valor corresponde al amortiguamiento obtenido mediante el promedio de la relación entre los valores de las amplitudes absolutas de cada medio ciclo y el último valor corresponde al amortiguamiento calculado mediante la pendiente del ajuste obtenido una vez aplicado los valores de amplitudes absolutas tomados de cada medio ciclo.



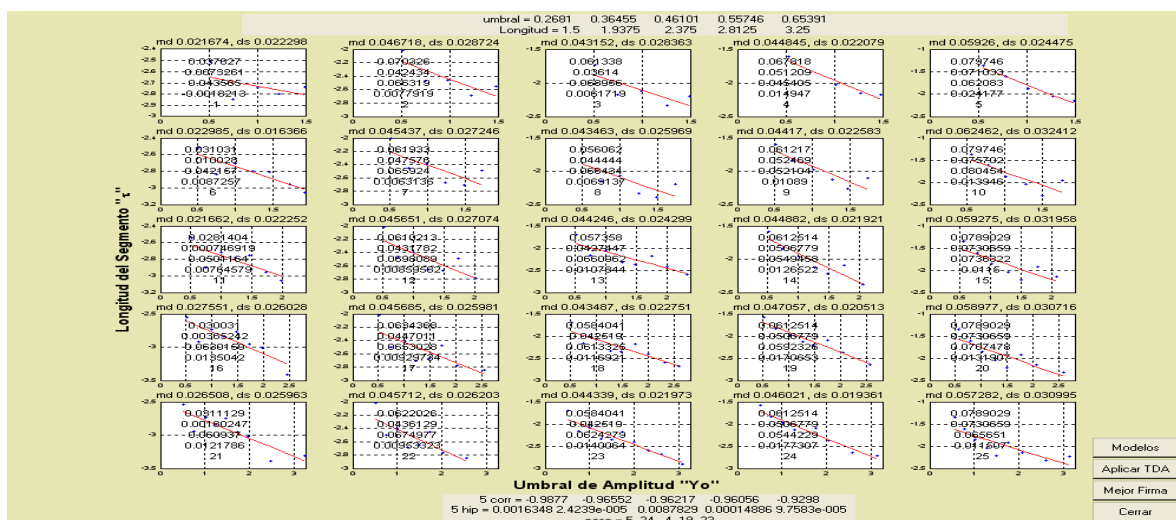


Figura 35. Linearizaciones de las firmas presentadas en la figura 34 y los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento.

En el apéndice B se muestran las firmas y sus correspondientes linearizaciones cuando se aplicó el suavizado A y C a las firmas mostradas en la figura 29.

En la figura 36-A se muestra el resultado, una vez que se aplicó el suavizado B a la firma mostrada en la figura 31, además de que se excluyó el primer ciclo para la estimación del amortiguamiento y la frecuencia natural. La línea negra representa el suavizado aplicado a la firma que es mostrada con línea azul. Se observa que las amplitudes se conservaron debido a que el factor de suavizado utilizado fué elegido mediante inspección visual, en cuanto se observó que se eliminaban las señales de alta frecuencia presentes en cada máximo y mínimo de la firma. En línea roja, se muestra el decaimiento exponencial obtenido de la firma con el suavizado aplicado. En la figura 36-B se muestra en escala lineal los máximos y mínimos de la firma utilizados para realizar el ajuste, así como los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento.

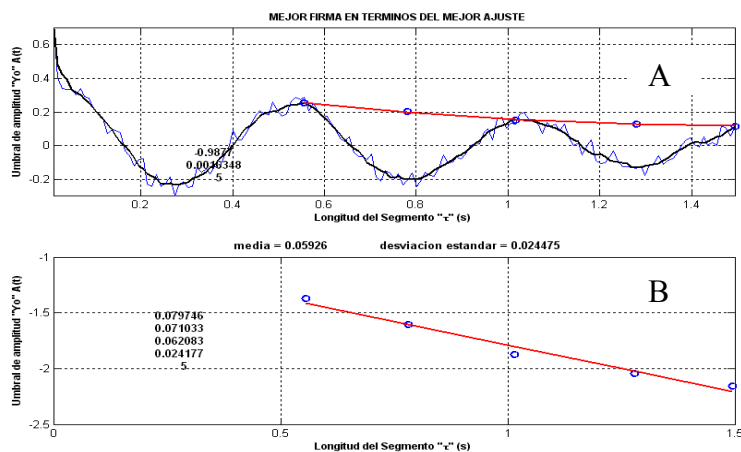


Figura 36. Firma donde se muestra visualmente el grado de suavizado aplicado.

Una vez aplicado suavizado a las firmas, se tomaron los cinco coeficientes de correlación más altos con sus correspondientes hipótesis nulas. Posteriormente, de estos 5 casos, se eligieron y promediaron las estimaciones de amortiguamientos, así como de las frecuencias naturales que arrojaron los siguientes tres casos:

- 1- El caso con el coeficiente de correlación más alto.
- 2- El caso inmediato inferior al coeficiente de correlación más alto.
- 3- El caso con la hipótesis nula más baja.

La combinación y promedio de los tres casos anteriores fué con el fin de darle igual peso estadístico a los casos seleccionados debido a lo descrito en la sección III.7 del capítulo III. En la figura 37 se muestra esquemáticamente el diagrama de flujo de la secuencia que se siguió para la obtención de las estimaciones de amortiguamiento ( $\xi$ ) y frecuencia natural ( $f_n$ ).

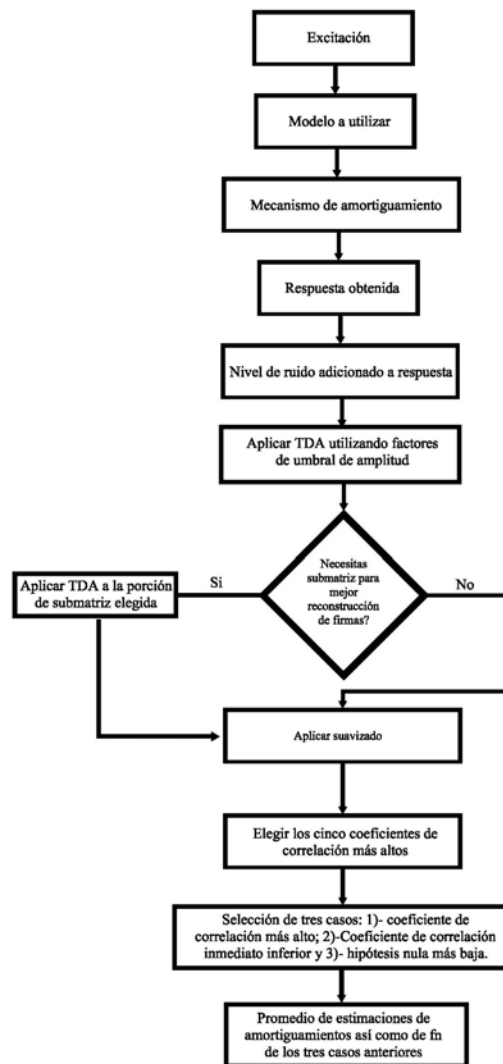


Figura 37. Diagrama de flujo donde se muestra esquemáticamente el proceso para la obtención de las estimaciones de amortiguamiento y frecuencia natural.

## **CAPÍTULO V**

### **V.1. RESULTADOS DE ESTIMACIONES DE AMORTIGUAMIENTOS DE AMBOS MODELOS ANALIZADOS.**

En la tabla VI se muestran los valores de amortiguamientos estimados cuando se aplicó el suavizado B a las firmas obtenidas en ambos modelos analizados. En columna se muestran los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento. El primer valor corresponde al amortiguamiento obtenido mediante la relación de las amplitudes del primer ciclo de las firmas. El segundo valor corresponde al amortiguamiento considerando la relación de los valores absolutos de los puntos medios del primero y segundo ciclo. El tercer valor corresponde al amortiguamiento obtenido mediante el promedio de la relación entre los valores de las amplitudes absolutas de cada medio ciclo, y el último valor corresponde al amortiguamiento calculado mediante la pendiente del ajuste obtenido una vez aplicado los valores de amplitudes absolutas tomados de cada medio ciclo.

Tabla VI Estimaciones de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas cuando se aplicó el suavizado B.

	Modelo A			Modelo B	
Excitación A	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	0.045	0.052	0.074	0.045	0.04
	0.0366	0.042	0.065	0.035	0.029
	0.084	0.046	0.055	0.042	0.059
	0.044	0.03	0.041	0.027	0.032
(s/r=0.562)	0.065	0.06	0.06	0.086	0.054
	0.035	0.025	0.025	0.0152	0.027
	0.1	0.1	0.081	0.114	0.076
	0.028	0.023	0.02	0.019	0.029
(s/r=0.446)	0.1	0.08	0.063	0.094	0.069
	0.02	0.011	0.0022	0.035	0.014
	0.083	0.10	0.106	0.12	0.133
	0.0122	0.017	0.0092	0.025	0.0255
Excitación B					
(s/r=1)	0.05	0.043	0.044	0.062	0.056
	0.06	0.0412	0.039	0.054	0.061
	0.054	0.037	0.04	0.055	0.057
	0.045	0.033	0.037	0.045	0.048
(s/r=0.562)	0.041	0.048	0.042	0.059	0.052
	0.057	0.058	0.05	0.065	0.058
	0.049	0.055	0.048	0.059	0.047
	0.047	0.053	0.044	0.048	0.038
(s/r=0.446)	0.048	0.065	0.0488	0.051	0.064
	0.059	0.055	0.05	0.039	0.06
	0.067	0.063	0.049	0.062	0.055
	0.064	0.0477	0.046	0.05	0.04
Excitación C					
(s/r=1)	0.059	0.066	0.054	0.077	0.067
	0.06	0.07	0.049	0.064	0.038
	0.055	0.063	0.048	0.076	0.055
	0.034	0.032	0.040	0.033	0.030
(s/r=0.562)	0.048	0.054	0.058	0.094	0.08
	0.045	0.038	0.031	0.066	0.064
	0.052	0.059	0.058	0.10	0.074
	0.023	0.025	0.024	0.020	0.025
(s/r=0.446)	0.049	0.048	0.067	0.056	0.061
	0.025	0.02	0.034	0.029	0.032
	0.049	0.05	0.066	0.092	0.048
	0.013	0.014	0.016	0.008	0.023
Estimaciones de amortiguamientos cuando se aplicó el suavizado B en las firmas.					

En la tabla VII se muestran los porcentajes correspondientes a la sub-y/o sobreestimación de los amortiguamientos presentados en la tabla VI, lo anterior con respecto de los valores

conocidos de los modelos estudiados. En todos los casos, el signo negativo acompañando al valor de porcentaje significó que hubo una sub-estimación, mientras que el valor de porcentaje positivo, significó que hubo una sobre-estimación del valor de amortiguamiento establecido en los modelos, que fué de 5 %.

Tabla VII Estimaciones de sub-y/o sobreestimación de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas cuando se aplicó el suavizado B.

	Modelo A			Modelo B	
Excitación A	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	-10 %	4 %	48 %	-10 %	-20 %
	-26.8 %	-16 %	30 %	-30 %	-42 %
	68 %	-8 %	10 %	-16 %	18 %
	-12 %	-40 %	-18 %	-46 %	-36 %
(s/r=0.562)	30 %	20 %	20 %	72 %	8 %
	-30 %	-50 %	-50 %	-69.6 %	-46 %
	100 %	100 %	62 %	128 %	52 %
	-44 %	-54 %	-60 %	-62 %	-42 %
(s/r=0.446)	100 %	60 %	26 %	88 %	38 %
	-60 %	-78 %	-95.6 %	-30 %	-71.6 %
	66 %	100 %	112 %	140 %	166 %
	-75.6 %	-66.6 %	-81.6 %	-50 %	-49 %
Excitación B					
(s/r=1)	0 %	-14 %	-12 %	24 %	12 %
	20 %	-17.6 %	-20.2 %	8 %	22 %
	8 %	-26 %	-20 %	10 %	14 %
	-10 %	-34 %	-26 %	-10 %	-4 %
(s/r=0.562)	-18 %	-4 %	-16 %	18 %	4 %
	14 %	16 %	0 %	30 %	16 %
	-2 %	10 %	-4 %	18 %	-6 %
	-6 %	6 %	-12 %	-4 %	-24 %
(s/r=0.446)	-4 %	30 %	-2.4 %	2 %	28 %
	18 %	10 %	0 %	-22 %	20 %
	34 %	26 %	-2 %	24 %	10 %
	28 %	-4.6 %	-8 %	6 %	-20 %
Excitación C					
(s/r=1)	18 %	32 %	8 %	54 %	34 %
	20 %	40 %	-2 %	28 %	-24 %
	10 %	26 %	-4 %	52 %	10 %
	-32 %	-36 %	-20 %	-34 %	-40 %
(s/r=0.562)	-4 %	8 %	16 %	88 %	60 %
	-10 %	-24 %	-38 %	32 %	28 %
	4 %	18 %	16 %	100 %	48 %
	-54 %	-50 %	-52 %	-60 %	-50 %
(s/r=0.446)	-2 %	-4 %	34 %	12 %	22 %
	-50 %	-60 %	-32 %	-42 %	-36 %
	-2 %	0 %	32 %	84 %	-4 %
	-74 %	-72 %	-68 %	-84 %	-54 %
Estimaciones de sub-y/o sobreestimación de amortiguamientos utilizando suavizado B en las firmas.					

En el apéndice C se muestran las estimaciones de amortiguamientos así como los valores de sub-y/o sobreestimación cuando se aplicó el suavizado A y C.

## **V.2. Observaciones generales de ambos modelos analizados.**

- 1-En la reconstrucción de las firmas, entre menor fué la cota del umbral de amplitud elegida en la señal a analizar, la TDA encontró más oscilaciones lo cuál dió lugar a un número mayor de segmentos promediados; sin embargo, no se logró reconstruir apropiadamente la firma. Por el contrario, a valores de amplitud mayores, debido a un número reducido de segmentos que cruzaron el umbral de elección, también se obtuvo una firma de características similares (no se logró reconstruir apropiadamente la firma), probablemente debido a que el número de promedios realizados fué escaso. Esto dió evidencia de que para la señal analizada existieron cotas de umbral de amplitud y longitudes de tiempo en donde la TDA falló en su hipótesis, existiendo, por otro lado, cotas en donde la TDA logró reconstruir apropiadamente las firmas y a los cuales nos enfocamos en este trabajo.
- 2-En la reconstrucción de la firma, visualmente fué más fácil controlar la longitud de tiempo que el umbral de amplitud.
- 3-Dentro de las cotas de factores de umbral determinados, cuando se aumentó el nivel de ruido adicionado en las señales, la TDA realizó ligeramente más promedios, debido a la gran cantidad de señales de alta frecuencia que cruzaron el umbral de amplitud elegido.
- 4-Se descartan las estimaciones obtenidas cuando se aplicó el suavizado A en las firmas debido a la cuadratura de su forma de onda, la cuál puede observarse en el apéndice B.
- 5-Al suavizado B le correspondió un RMS de 0.0407 y suavizó ligeramente más a las firmas que el suavizado C, al cual le correspondió un RMS DE 0.04. Los valores



anteriores de RMS fueron cuando se utilizaron únicamente los máximos y mínimos en las firmas.

6-Se obtienen estimaciones similares cuando se utilizó el suavizado B y C.

7-De las tres excitaciones de entrada utilizadas para propagar en los modelos, se obtuvieron estimaciones de amortiguamientos más cercanos al valor teórico y más estables (presentaron menor dispersión en las cuatro formas de estimar el amortiguamiento) cuando se utilizó la excitación B. Le siguió la excitación C y finalmente la excitación A. Es probable que esto sea consecuencia de que la excitación A es la que menos logró excitar a los modelos, siendo sólo el 2.05 % de valores discretos los que alcanzaron a tener amplitudes espectrales mayores o iguales a 0.02 (ver figura 8 en capítulo III). El Porcentaje fué obtenido respecto al número total de amplitudes presentes en el espectro de las excitaciones, que fué de 1024. Las excitaciones B y C tuvieron porcentajes de 40.136 y 6.25 respectivamente. Los valores de porcentajes anteriores son un reflejo de la cantidad de veces que, en el dominio del tiempo, las amplitudes normalizadas entre  $\pm 1$ , alcanzaron el valor máximo de  $\pm 1$ .

8-En las estimaciones de amortiguamientos, existió mayor variabilidad con el tipo de excitación de entrada en los modelos que con el mecanismo de amortiguamiento.

9-En todos los casos analizados, la estimación del amortiguamiento obtenida mediante la pendiente produjo valores sub-estimados, estando éstos dos últimos puntos en total acuerdo a lo reportado por Huerta *et al.* (2002).

10-A pesar de lo indicado en el punto anterior, el método para estimar el amortiguamiento mediante la pendiente fué el que presentó mayor estabilidad.

### **V.3. Observaciones particulares al Modelo A.**

11-Las estimaciones más consistentes se obtuvieron cuando se utilizó el primer ciclo para estimar el amortiguamiento.

12-Las estimaciones obtenidas mediante las cuatro formas de estimar el amortiguamiento que presentaron mayor consistencia y estabilidad en los 3 niveles de ruido fueron cuando se utilizó la excitación B. Le siguió excitación C y finalmente la excitación A, donde la menor variabilidad se dió en el nivel de 0 dB ( $s/r=1$ ). Es posible que la relativa inestabilidad en las estimaciones de amortiguamientos provocadas cuando se utilizó la excitación A en el modelo, respecto a cuando se utilizaron las demás excitaciones, es debido a lo citado en el punto 7. Las dos observaciones anteriores se pueden apreciar en la figura 38 (a, b y c). En todas las siguientes figuras seran mostradas en conjunto los valores de las estimaciones de amortiguamientos cuando fueron utilizadas las 3 relaciones señal-ruido adicionadas, a excepción del último valor, el cual corresponde cuando no fué adicionado ruido a las respuestas.

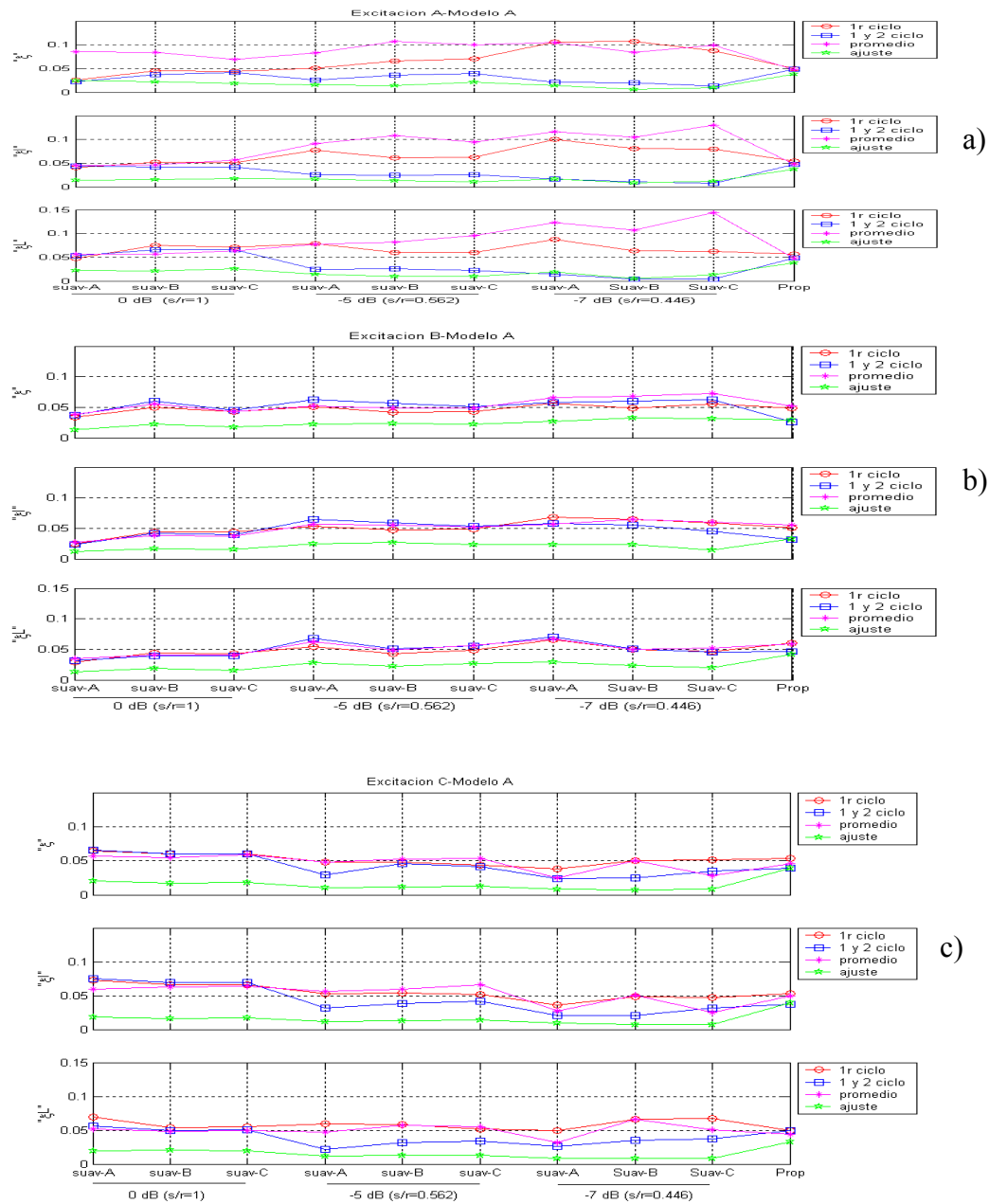


Figura 38 Estimaciones de amortiguamientos del Modelo A con todas las variantes utilizadas mostrando en conjunto los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento.

13-Las estimaciones no exhibieron preferencia por alguno de los tres mecanismos de amortiguamientos utilizados, como puede observarse en la figura 39 (a, b y c). Este

hecho, es hasta cierto punto obvio, debido a que las respuestas teóricas fueron iguales ya que las funciones de transferencia fueron prácticamente idénticas para los tres mecanismos de amortiguamientos utilizados, como se mostró en el capítulo III. Sin embargo, se decidió sujetarlos al análisis para ligar las estimaciones de amortiguamientos, con el grado de influencia visual que se tuvo al elegir las cotas de umbral de amplitud y longitud de tiempo, donde se construyen apropiadamente las firmas, obteniéndose resultados satisfactorios, debido a que no se mostró una tendencia hacia algún mecanismo de amortiguamiento y que en sí las variaciones que se presentaron en las estimaciones fueron mínimas.

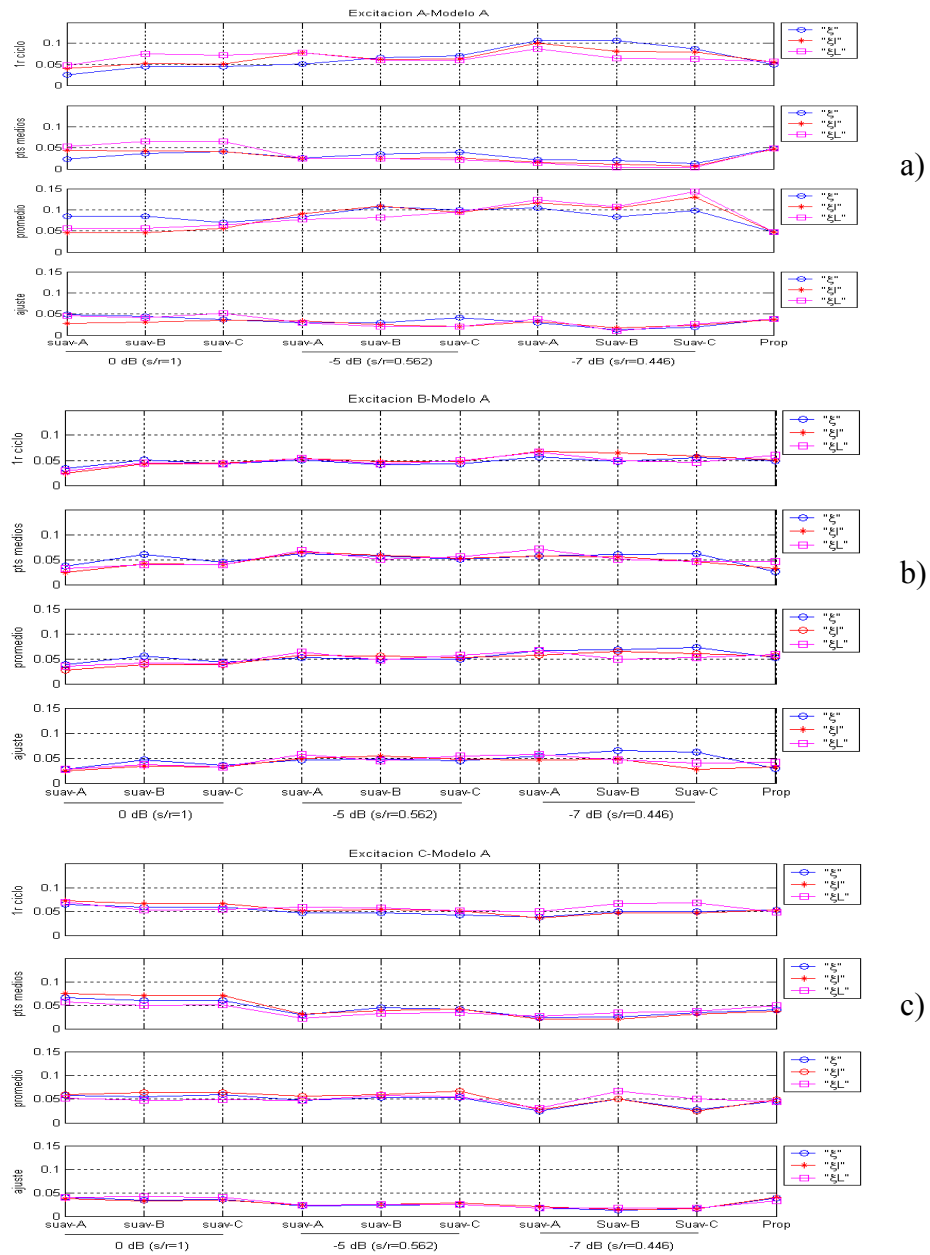


Figura 39 Estimaciones de amortiguamientos del Modelo A con todas las variantes utilizadas mostrandose la poca variabilidad en los valores de estimaciones cuando se utilizan los tres mecanismos de amortiguamiento.

#### V.4. Observaciones particulares al Modelo B.

14-En las 3 excitaciones de entrada y en los 3 niveles de ruido, las estimaciones no mostraron preferencia por alguna de las cuatro formas de estimar el amortiguamiento.

15-En la estimación del amortiguamiento, se observó una menor variabilidad a 0 dB (s/r =1). Es decir, este modelo soportó menor nivel de ruido adicionado respecto al Modelo

A. Las dos observaciones anteriores pueden apreciarse en la figura 40 (a, b y c).

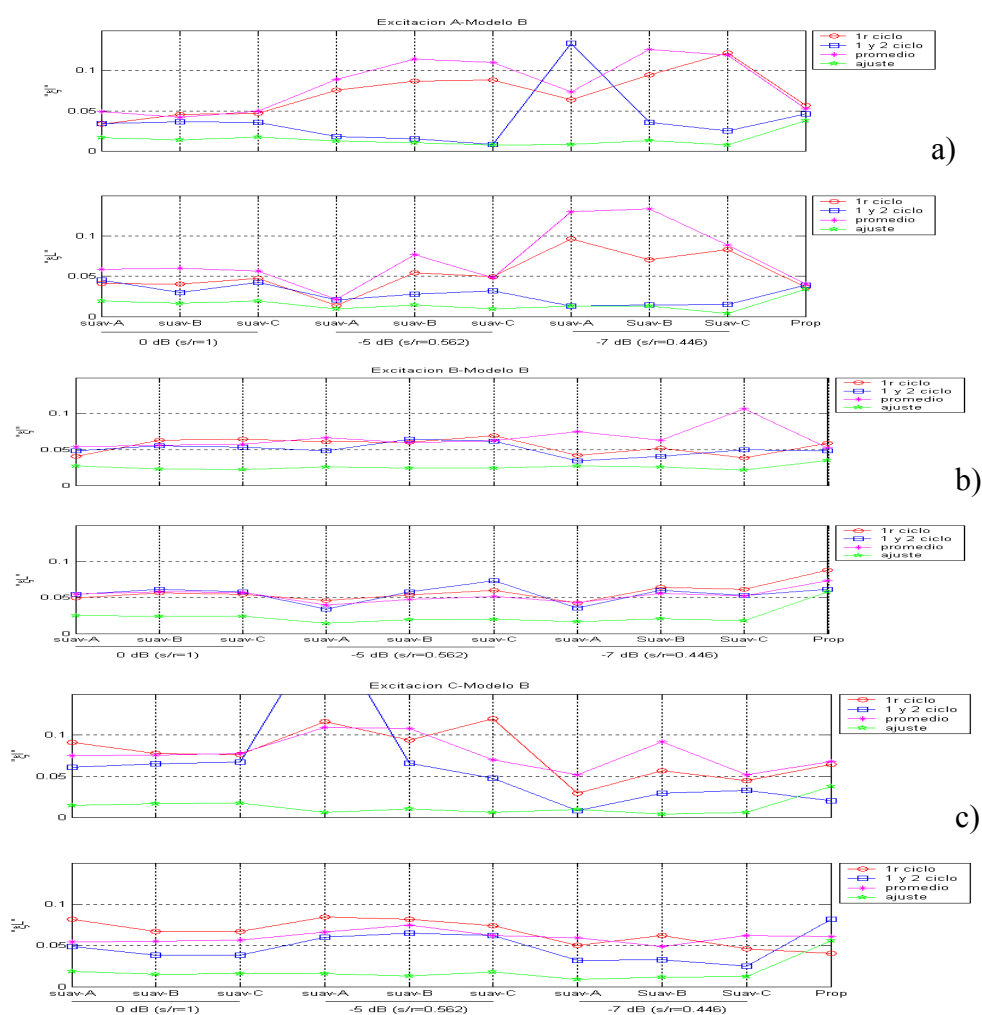


Figura 40 Estimaciones de amortiguamientos obtenidas del Modelo B con todas las variantes utilizadas mostrando en conjunto los valores de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento.

16-De los 2 mecanismos de amortiguamiento, en la figura anterior se puede observar una ligera tendencia en las estimaciones hacia el mecanismo linealmente proporcional a la frecuencia. Es posible que lo anterior sea debido a que las firmas generadas cuando se utilizó el mecanismo linealmente proporcional a la frecuencia, resultaron mejor definidas que las generadas con el mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia.

17-Debido a que las estimaciones no mostraron tendencia hacia alguna de las cuatro formas alternas de estimar el amortiguamiento, en la figura 41 se muestra su promedio. Se utilizó solamente suavizado B y C debido a lo citado en el punto 4.

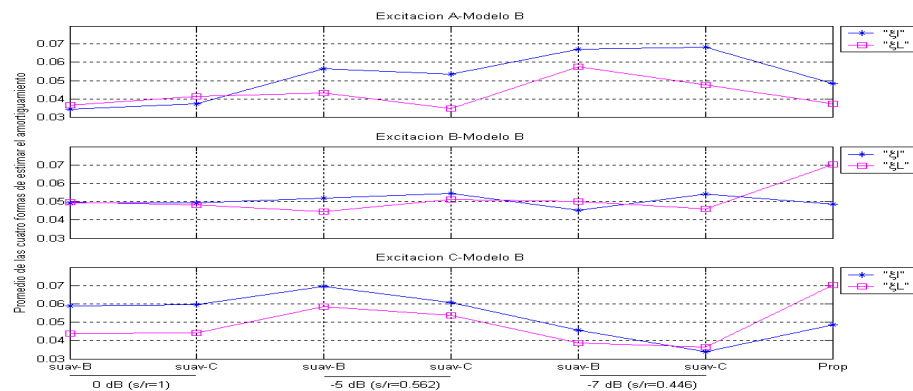


Figura 41 Promedio de las cuatro formas de estimar el amortiguamiento con todas las variantes utilizando sólo suavizado B y C.

## CAPÍTULO VI

### **VI.1. RESULTADOS DE ESTIMACIONES DE FRECUENCIAS NATURALES DE VIBRACIÓN DE AMBOS MODELOS ANALIZADOS.**

Para la estimación de las frecuencias naturales de vibración, fué utilizada la longitud de onda que acotaba los puntos máximos del segundo ciclo en las firmas. Esto fué con la idea de estar en acuerdo con la forma en que se realizaron las estimaciones de amortiguamientos, que fueron a partir de la exclusión del primer ciclo en las firmas debido a las razones descritas en el capítulo IV. En la tabla VIII se muestran los valores promedios de las frecuencias naturales de vibración obtenidas en ambos modelos y aplicando el suavizado B a las firmas seleccionadas para analizar. De la tabla se observa que en ningún caso la frecuencia natural fué sub-estimada, solo fué sobreestimada en el Modelo A en un 16 % del valor verdadero en el caso más extremo de ruido adicionado ( $s/r=0.446$ ). Para el Modelo B, el valor de sobre-estimación fué del 13.5 %. Estos valores de sobre-estimación de la frecuencia natural respecto al valor de la frecuencia natural verdadera que fué de 2 Hertz son mostrados en color rojo en la tabla VIII.



Tabla VIII Estimaciones de frecuencias naturales de vibración en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado B.

	Modelo A			Modelo B	
Excitación A	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	2	2	2.1	2	2
(s/r=0.562)	2	2.1	2.14	2	2.18
(s/r=0.446)	2	2	2	2.21	2.15
Excitación B					
(s/r=1)	2	2	2.1	2	2
(s/r=0.562)	2	2.1	2.14	2.12	2.13
(s/r=0.446)	2	2	2	2.13	2
Excitación C					
(s/r=1)	2	2	2	2.26	2.14
(s/r=0.562)	2.12	2.27	2.14	<b>2.27</b>	2.25
(s/r=0.446)	<b>2.32</b>	2.19	2.16	2.25	2.18
Estimaciones de frecuencias naturales de vibración dadas en Hertz utilizando suavizado B en las firmas.					

En el apéndice C se muestran los valores de las frecuencias naturales de vibración obtenidas cuando se utilizó el suavizado C en las firmas.

## CAPÍTULO VII

### VII.1. ESTIMACIÓN DEL AMORTIGUAMIENTO Y FRECUENCIA NATURAL UTILIZANDO REGISTROS DE TEMBLORES.

Dos registros de temblores dados en aceleración fueron utilizados para aplicar la TDA. El primer temblor fué el registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85,  $m_b=8.1$ ). El segundo temblor utilizado fué el ocurrido y registrado en el valle Imperial, California (11/5/40,  $M_L=6.4$ ) mejor conocido como el temblor de El Centro, de 1940. En ambos temblores fué utilizada la componente horizontal. En la figura 42 se muestran las series de tiempo de los temblores anteriormente mencionados, así como su correspondiente espectro de amplitud. El primer renglón corresponde al temblor registrado en la Ciudad de México (CDAO) y el segundo renglón corresponde al temblor del Valle Imperial (El Centro).

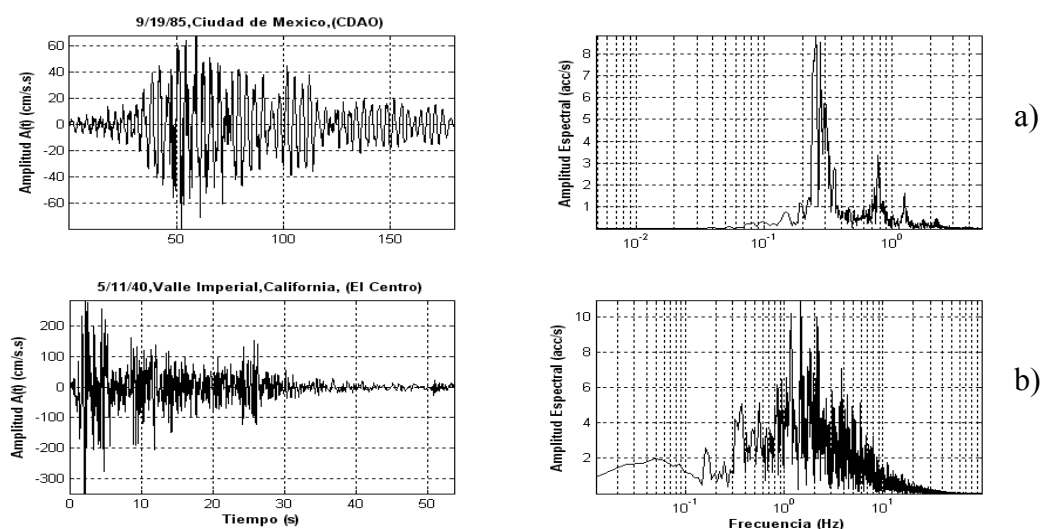


Figura 42 Registros de tembores utilizados para aplicar la TDA. a) Temblor registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85,  $m_b=8.1$ ). b) temblor ocurrido y registrado en el valle Imperial, California (11/5/40,  $M_L=6.4$ ) mejor conocido como el temblor de El Centro, de 1940.

En ambos temblores se puede apreciar una larga duración en las series de tiempo, siendo mayor la duración en el registro de la Ciudad de México. También puede observarse la presencia de varios modos de vibración y altas frecuencias en los espectros, lo cual indica una complejidad en los suelos donde fueron tomados los registros. Consultar Huerta *et al.* (2002) para detalles litológicos, localización, etc. En la gráfica anterior se puede observar la presencia de un pico dominante en el espectro de amplitud en el temblor registrado en México, mientras que el temblor del Valle Imperial exhibe una mayor complejidad, que se evidencia por la presencia de varios picos dominantes muy cerca uno de otro.

En ambos temblores analizados, se siguió el mismo procedimiento descrito en el capítulo IV (únicamente en lo referente a la aplicación de la TDA utilizando los factores de umbral de amplitud, selección de submatriz en caso de ser necesario, aplicación de suavizado en las firmas, y selección y promedio de los tres casos para la obtención de las estimaciones de amortiguamiento y frecuencia natural). La descripción que se encontrará en las figuras sucesivas tales como parámetros estadísticos, umbrales de amplitud, longitudes de tiempo etc, es la misma que se utilizó en los modelos teóricos analizados. Para la longitud del segmento máximo se inició utilizando el porcentaje obtenido en el Modelo A, que fué de 16.25 % debido a que fué el mayor porcentaje para la longitud del segmento que se obtuvo en ambos modelos analizados. Sin embargo, fué necesario acotarlo y reducirlo mediante inspección visual dentro de este intervalo, hasta que se observó la construcción de una curva de pseudo-vibración libre amortiguada. En la figura 43 se muestra el diagrama de flujo propuesto para analizar registros utilizando los resultados obtenidos de los modelos teóricos.

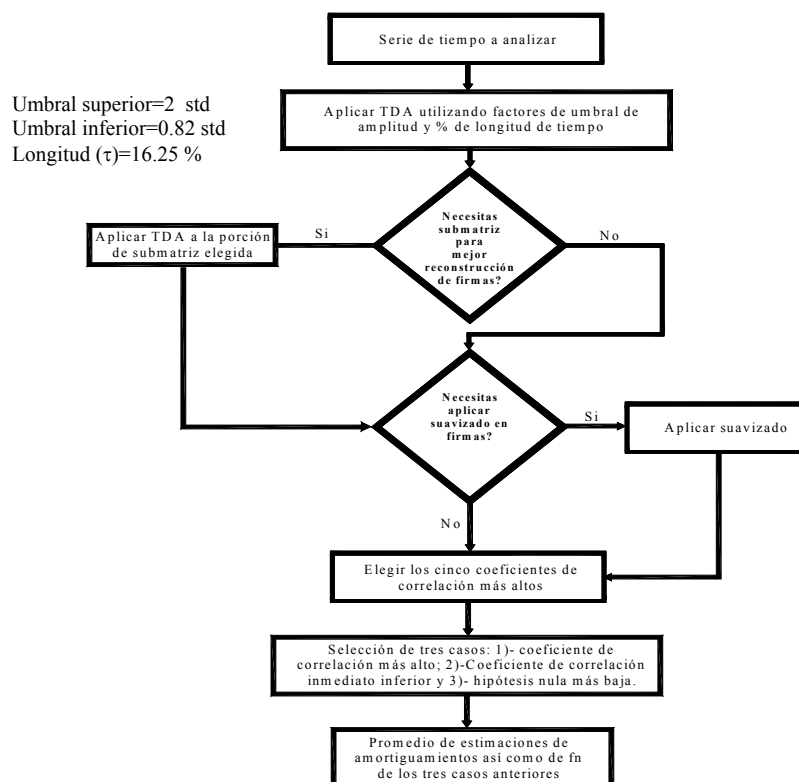


Figura 43 diagrama de flujo propuesto para analizar registros utilizando los resultados obtenidos de los modelos teóricos.

En la figura 44 se muestran las firmas obtenidas al aplicar la TDA al temblor registrado en la Ciudad de México (CDAO). En las firmas fué excluído el primer ciclo y no se aplicó algún suavizado debido a que no se presentaron señales muy notorias de alta frecuencia en los máximos y mínimos de las firmas como para discriminarlas. Esto no quiere decir que en las firmas sólo estuvo presente la componente determinística del sistema de suelo, donde se tomó el registro, sino que la componente no determinística fué muy coherente con la señal, pudiendo también haber sido muy incoherente, pero con amplitudes muy pequeñas en comparación con la parte determinística, lo cual puede ocurrir cuando el efecto local de

sitio es muy dominante. En el apéndice D se muestran las firmas cuando no fué excluido el primer ciclo y sus correspondientes linearizaciones para este mismo temblor. Así mismo, en la Tabla IX de este capítulo se muestran los resultados de su análisis. Lo anterior fué debido a que no se observó un decaimiento anómalo en el primer punto de las firmas, tal como sucedió en las firmas obtenidas de los modelos analizados. En cuanto al análisis del período natural, cuando fué excluido el primer ciclo en las firmas, el período fué obtenido mediante la longitud de onda que acotaba los puntos máximos del segundo ciclo en las firmas. Cuando no fué excluido el primer ciclo, el período se obtuvo mediante la longitud de onda que acotaba los puntos máximos del primer ciclo en las firmas.

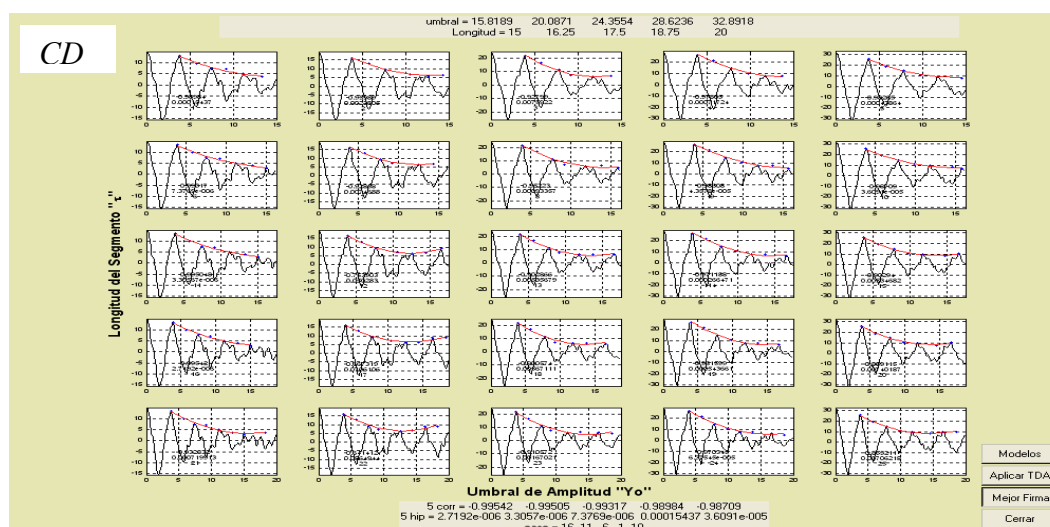


Figura 44 Firmas obtenidas al aplicar la TDA al temblor registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85, mb=8.1).

En la figura 45 se muestran las representaciones linearizadas de los máximos y mínimos de las firmas mostradas en la figura 44. También se muestran los valores de las cuatro formas alternas utilizadas para la estimación del amortiguamiento. El orden de estas cuatro

estimaciones es el mismo que se siguió en todo este trabajo (ver descripción al inicio del capítulo V).

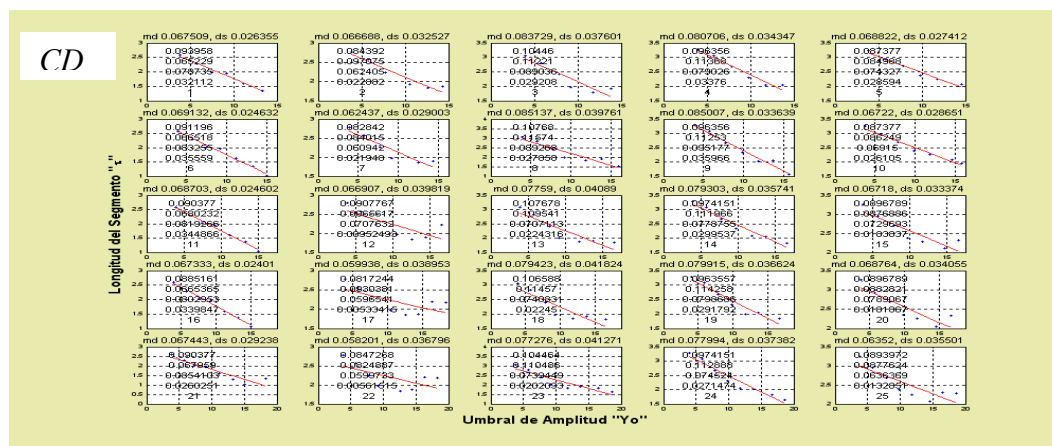


Figura 45 Representación linealizada de los máximos y mínimos de las firmas mostradas en la figura 44.

En la figura 46 se muestran las firmas cuando fué aplicada la TDA al temblor del Valle Imperial, California (El Centro). Para este caso, tampoco fueron suavizadas las firmas debido al mismo criterio seguido para el caso del temblor de México. En la gráfica se observa que en algunas firmas fué excluido el primer ciclo y en otras un poco más allá, hasta que fuera observado un decaimiento progresivo en la firma. Lo anterior fué necesario debido a que las firmas extraídas no se encontraron bien definidas (No se apegaron apropiadamente a la hipótesis de la TDA, particularmente en el decaimiento exponencial). En cuanto al período natural se utilizó la longitud de onda que acotaba los puntos máximos del ciclo donde se consideró empezaba el decaimiento exponencial

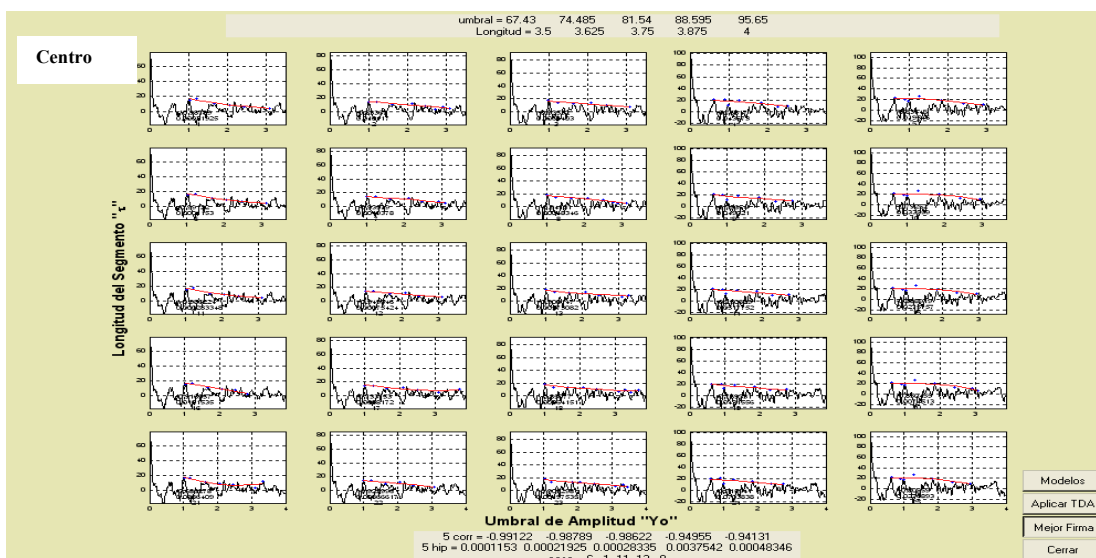


Figura 46 Firmas obtenidas al aplicar la TDA al temblor ocurrido y registrado en el valle Imperial, California (11/5/40,  $M_L=6.4$ ) mejor conocido como el temblor de El Centro, de 1940.

En la figura 47 se muestran las representaciones linearizadas de los máximos y mínimos de las firmas mostradas en la figura 46 así como los valores de las cuatro formas alternas utilizadas para la estimación del amortiguamiento.

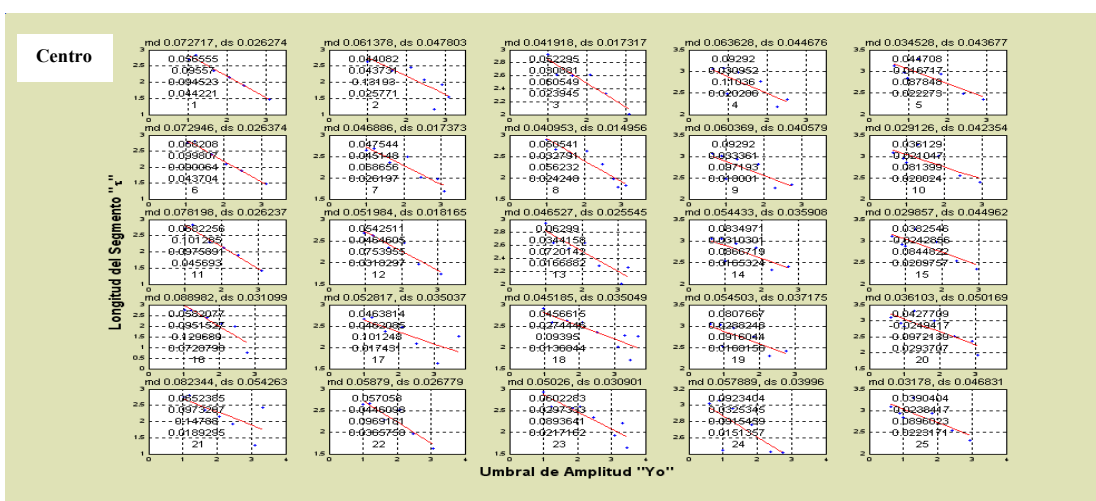


Figura 47 Representación linearizada de los máximos y mínimos de las firmas mostradas en la figura 46.

En la tabla IX se muestran los valores de estimaciones de amortiguamiento y frecuencia natural obtenidos de ambos temblores analizados.

Tabla IX Estimaciones de amortiguamiento y frecuencia natural obtenidos de ambos temblores analizados.

México (CDAO), 19/9/85		Valle Imperial (El Centro), 11/5/40
Amortiguamiento ( $\xi$ )		Amortiguamiento ( $\xi$ )
sin excluir primer ciclo	excluyendo primer ciclo	
0.026	0.089	0.060
0.064	0.066	0.098
0.064	0.081	0.093
0.032	0.034	0.044
Media=0.046	Media=0.067	Media=0.073
Frecuencia Natural ( $f_n$ )	Frecuencia Natural ( $f_n$ )	Frecuencia Natural ( $f_n$ )
0.26 Hz	0.27 Hz	1.52 Hz



## CAPÍTULO VIII

### CONCLUSIONES

Se realizaron simulaciones numéricas de la respuesta del terreno ante excitaciones aleatorias en dos modelos teóricos con el propósito de evaluar las ventajas y desventajas de la TDA, así como su factibilidad para ser empleada en la estimación *in-situ* de propiedades físicas del terreno. Se identificó además, el procedimiento y forma de aplicar la TDA para estimar *in-situ* el amortiguamiento y frecuencia natural de suelos siguiendo criterios fundamentalmente numéricos y analíticos, esto es, se excluye en gran parte la subjetividad de la estimación debida a la interpretación del analista de datos. Tanto la TDA y el procedimiento identificado se aplicaron también en dos registros de temblores.

Para el caso de las simulaciones numéricas se obtuvo lo siguiente en ambos modelos analizados:

- En el procedimiento de construcción de la firma característica del sistema (curva de pseudo-vibración libre amortiguada), la selección de la longitud óptima del segmento se determinó en base a los siguientes criterios: (i) para la selección de la longitud mínima del segmento se eligió cuando se formaba un ciclo completo; y (ii) la longitud máxima del segmento se acotó mediante inspección visual cuando se observaba la construcción de una curva de pseudo-vibración libre amortiguada con el mayor número de ciclos posibles, longitud misma que fue acotada en términos de un porcentaje de la longitud de tiempo total (20 segundos) de la señal analizada.
- Al estudiar el efecto debido al tipo de excitación de entrada se observó una variación significativa en las estimaciones del amortiguamiento, esto es, en comparación con lo

observado cuando se estudió el efecto debido a diferentes tipos de mecanismos de amortiguamiento.

- Respecto del análisis de las cuatro formas alternas de estimar el amortiguamiento que se realizó una vez elegida la mejor firma característica del sistema, se obtuvieron estimaciones de amortiguamientos más cercanos al valor teórico y más estables (presentaron menor dispersión en las cuatro formas alternas), que ordenadas en forma decreciente correspondieron a: (i) la excitación B (generada con números aleatorios que siguen una distribución uniforme), (ii) la excitación C (generada con números aleatorios cuya amplitud fue modulada en una banda de frecuencias predeterminada), y finalmente (iii) la excitación A (generada con números aleatorios que siguen una distribución normal). La interpretación que se da a este efecto observado, es que la excitación A es la que menos logró excitar a los modelos, debido a que sólo el 2.05 % de los valores discretos alcanzaron el nivel de amplitud espectral mayor o igual a 0.02. El Porcentaje fué obtenido respecto al número total de 1024 valores discretos de las amplitudes espectrales. Las excitaciones B y C tuvieron porcentajes de 40.136 y 6.25 respectivamente. Los valores de porcentajes anteriores son un reflejo de la cantidad de veces que, en el dominio del tiempo, las amplitudes normalizadas entre  $\pm 1$ , alcanzaron el valor máximo de  $\pm 1$ .
- En una gran mayoría de los casos, de las formas alternas aquí estudiadas para la estimación del amortiguamiento, el método basado en la estimación de la pendiente mediante el ajuste con mínimos cuadrados, consistentemente sub-estimó los valores en la siguiente forma: (i) 40 % para la relación  $s/r = 1$ , (ii) 45 % para la relación  $s/r = 0.562$  y

(iii) 70 % para la relación  $s/r = 0.446$ . De lo anterior, es evidente que el método de la pendiente proporcionará valores que en promedio estarán sub-estimados en un 51.66 %.

A pesar de lo anterior, este método fue el que presentó menor variabilidad.

- Tres algoritmos de suavizado fueron estudiados para identificar cuál resultaba ser el más apropiado sin modificar significativamente la forma y características de una curva típica de vibración libre amortiguada. Los algoritmos estudiados fueron los siguientes: (i) el algoritmo aquí denominado suavizado A, realiza la descomposición de la señal mediante ondículas, y mediante una ondícula específica efectúa el suavizado; (ii) el algoritmo aquí denominado suavizado B, realiza un promedio de un cierto número de puntos elegidos que se van recorriendo hasta realizar un muestreo de toda la señal; y (iii) el algoritmo aquí denominado suavizado C, utiliza un ajuste de mínimos cuadrados que ajusta cierto número de puntos elegidos recorriéndose hasta muestrear toda la señal a suavizar. En los tres algoritmos, el factor de suavizado se eligió visualmente en cuanto se observó que se eliminaban los impulsos aún presentes en los máximos y mínimos de la firma que la TDA no logró cancelar. Además de la inspección visual, se trató de mantener el RMS (error medio cuadrático) lo más bajo posible cuando fué aplicado el suavizado.
- Al suavizado A le correspondió un RMS DE 0.035, sin embargo finalmente se descartaron las estimaciones de amortiguamientos y frecuencias naturales debido a la cuadratura de onda que genera. Al suavizado B le correspondió un RMS de 0.0407 y suavizó más a las firmas que el suavizado C, al cual le correspondió un RMS DE 0.04. A pesar de lo anterior, existió una similitud en las estimaciones de amortiguamientos

cuando se utilizó el suavizado B y C. Los valores anteriores de RMS fueron cuando se utilizaron únicamente los máximos y mínimos en las firmas.

***Cuando se utilizó el Modelo A (capa de suelo descansando en una base rígida), se obtuvo lo siguiente:***

- De las cuatro formas alternas utilizadas para estimar el amortiguamiento, las estimaciones más consistentes fueron cuando se utilizó el primer ciclo de las firmas. Respecto del valor teórico del modelo, en la gran mayoría de los casos el valor promedio de sub-estimación fue de 8.2 % y del 17.86 % de sobre-estimación.
- Las estimaciones de amortiguamientos no exhibieron preferencia por alguno de los tres mecanismos de amortiguamientos utilizados en los modelos debido a que las funciones de transferencia fueron prácticamente iguales con los tres mecanismos de amortiguamiento. Lo anterior fué evidencia de que éste modelo fué controlado por una sola frecuencia.
- Las estimaciones de amortiguamientos fueron consistentes y estables en los tres niveles de ruido utilizados ( $s/r=1$ ,  $s/r=0.562$ , y  $s/r=0.442$ ). Se interpreta que lo anterior se debe a que este modelo tiene una sola frecuencia de vibración (solo un grado de libertad) claramente evidente en su espectro.
- Las estimaciones de frecuencias naturales de vibración nunca fueron sub-estimadas. El mayor valor de sobre-estimación fué de 16 %.
- Un valor del 16.25 % de la longitud total de duración de la señal analizada fué utilizado para elegir la longitud máxima del segmento con que se construyeron las mejores curvas de pseudo-vibración libre.

***Cuando se utilizó el Modelo B (capa de suelo descansando en un semiespacio elástico) se observó lo siguiente:***

- Las estimaciones no mostraron preferencia por alguna de las cuatro formas alternas de estimar el amortiguamiento, esto permitió trabajar con valores promedio con lo cual se logró una estabilización en las estimaciones, apegándose más al valor teórico del modelo.
- En la estimación de amortiguamiento se observó una menor variabilidad para el caso de una relación señal ruido de 0 dB ( $s/r=1$ ). Es probable que lo anterior sea debido a que en este modelo, el escenario de una relación señal a ruido igual a 1, es aún suficientemente para que se logre definir el pico espectral dominante del sistema. Sin embargo, existió mayor inestabilidad en las estimaciones cuando la relación señal a ruido alcanzaron los niveles de  $s/r=0.562$ , y  $s/r=0.446$ . A pesar de lo anterior, las estimaciones de la frecuencia natural de vibración del sistema fueron muy consistentes en los tres niveles de relación señal a ruido utilizados y nunca fueron sub-estimadas. El mayor valor de sobre-estimación obtenido fué de 13.5 %.
- De los dos mecanismos de amortiguamiento utilizados, las estimaciones de amortiguamientos mostraron una tendencia hacia el mecanismo de amortiguamiento tipo viscoso (linealmente proporcional a la frecuencia). Se interpreta que esto es debido a que con este mecanismo se obtuvieron espectros de amplitud que exhiben más claramente la frecuencia dominante del sistema, esto es, respecto al mecanismo inversamente proporcional a la frecuencia.

- Un valor del 11.85 % de la longitud total de duración de la señal analizada fué utilizado para elegir la longitud máxima del segmento con que se construyeron las mejores curvas de pseudo-vibración libre..

*Cuando se utilizaron registros de temblores, para el temblor ocurrido en el Valle Imperial, California (Temblor de El centro, 1940) se obtuvo que:*

- Las firmas obtenidas no se apegaron apropiadamente a la forma de una curva de pseudo-vibración libre amortiguada como lo establece la hipótesis de la TDA. Una evidencia clara y que se puede asociar a lo observado en las firmas características del sistema es que el espectro de Fourier de este temblor exhibe varios picos dominantes muy cercanos entre sí. De la observación anterior, también se puede inferir sobre la complejidad del suelo donde fué tomado el registro, así como efectos no lineales de la respuesta del terreno, y finalmente posibles efectos de directividad debidos a la fuente, aunque a este respecto se tienen pocas evidencias que permita que esto pueda ser identificable.
- Aún cuando se obtuvo una estadística aceptable, llegando a tener el valor máximo de 0.991 de coeficiente de correlación en las firmas obtenidas excluyendo el primer ciclo y en algunas un poco más, queda a cuestión la validez de sus estimaciones debido a que las firmas se apartaron de cierta forma a la hipótesis de la TDA acerca del decaimiento logarítmico, y se apegó más al decaimiento del tipo friccional. Por otra parte, si en las firmas se hubiera incluido el primer ciclo para realizar las estimaciones, se obtendría un decaimiento logarítmico excesivo, lo cual traería como consecuencia valores de amortiguamiento fuera del contexto de lo esperado en sistemas de suelos. Esto se logra

concluir gracias a la experiencia ganada al analizar dichos efectos en los modelos teóricos acerca del primer punto pronunciado en las firmas.

- El valor de la estimación de la frecuencia natural dominante fué de 1.52 Hz. que resulta ser menor en un 24% si se compara con el valor reportado por Huerta *et al.* (2002) que fué de 2 Hz.

***Para el temblor registrado en la Ciudad de México en el sitio CDAO del temblor de Septiembre de 1985, se obtuvo que:***

- Las firmas presentaron buenos parámetros estadísticos, llegando a tener como valor máximo de 0.995 de coeficiente de correlación, se cumplió además apropiadamente con lo propuesto en la hipótesis de la TDA. Lo anterior es clara evidencia que el espectro de amplitud del temblor exhibió una amplitud dominante.
- El valor de amortiguamiento obtenido mediante los puntos medios del primero y segundo ciclo fue prácticamente idéntico al reportado por Huerta *et al.* (2002) para el mismo registro aquí analizado. La diferencia entre ambos procedimientos de estimación tanto de amortiguamiento como de frecuencia dominante es que el aquí se siguieron criterios exclusivamente numéricos basados en el análisis estadísticos y analíticos de la señal.
- Se realizaron estimaciones de amortiguamientos sin excluir el primer ciclo en las firmas y se obtuvo el mismo resultado descrito en el punto anterior, además, las medias de las cuatro formas alternas para estimar el amortiguamiento resultó ser el mismo valor que la media reportada por Huerta *et al.* (2002) para el mismo registro analizado.

- El valor de la estimación de la frecuencia natural fue de 0.27 Hz cuando se excluyó el primer ciclo en las firmas y de 0.26 Hz cuando no fué excluido el primer ciclo. Comparando estos valores con el valor reportado por Huerta *et al.* (2002) que fué de 0.25 Hz, resulta que llega a ser ligeramente mayor en un 8 % a lo más.

Cabe mencionar que los registros utilizados no fueron previamente preparados con algún filtrado o pre-procesado. Es posible que estimaciones más realistas de amortiguamiento se obtengan mediante la aplicación de algún procesado de señales previo en los casos en que la firma no se apegue apropiadamente a la hipótesis de la TDA, tal como sucedió para el temblor del Valle Imperial, California (El Centro, 1940).



## CAPÍTULO IX

### RECOMENDACIONES



Futuros trabajos en torno a la TDA se sugiere persigan lo siguiente:

- Investigar la estabilidad de las estimaciones de amortiguamiento como dependiente de la frecuencia.
- Investigar si la TDA puede ser aplicada a registros de ruido sísmico ambiental, probando entre registros que han proporcionado resultados confiables y estables (i.e. mediante H/V cocientes espectrales), respecto de registros que no proporcionen resultados estables y apropiados.
- Investigar la efectividad de la TDA para la caracterización *in-situ* de el efecto de sitio en términos del amortiguamiento y la frecuencia natural de vibración del terreno utilizando registros en que el efecto de fuente y trayectoria haya sido minimizado mediante la aplicación de la técnica de cocientes espectrales, o alguna técnica ciega de procesado de señales.
- Se recomienda investigar sobre la variación en las estimaciones de amortiguamientos y frecuencia natural de vibración, en particular investigar sobre el efecto de sub-estimación del amortiguamiento mediante la pendiente.
- Cuantificar si el número de segmentos promediados que se hacen necesarios para la construcción de la firma característica del sistema tiene un efecto en la estabilidad y precisión de las estimaciones.

## CAPÍTULO X

### LITERATURA CITADA

Acosta J, C. Huerta, L. Mendoza y A. Reyes (1993). Modelado de la respuesta sísmica en el subsuelo de la ciudad de México, con registros a profundidad. *Geofísica Internacional*. 32 (1): 131-152.

Aggour, M.S., J.C.S. Yang, y H. Al-Sanad (1982). Application of the random decrement technique in the determination of damping of soils, *Proceedings*, The 7<sup>th</sup> European conference on earthquake engineering, 337-344. Athens Greece. Septiembre 20-25.

Anderson, J.G., Y. Lee, Y. Zeng, y S. Day (1996). Control of ground motion by the upper 30 meters. *Bulleting of the Seismological Society of America*. 86: 1749-1759.

Boore, D.M y W.B. Joyner (1997). Site amplification for generic rock sites, *Bulleting of the Seismological Society of America*. 87: 327-341.

Cole, H. A. (1973). On-line failure detection and damping measurements of aerospace structures by Random Decrement Signature. Nielsen Engineering & Research, Inc. Mountain View, California for Ames Research Center National Aeronautics and Space Administration. Nasa Contractor Report-2205. Marzo 27.

Cole H. A y Reed R.E Jr, (1974). A method for detecting structural deterioration in bridges. Nielsen Engineering & Research, Inc. Mountain View, California for Ames Research Center National Aeronautics and Space Administration and Offices of Research and Development Federal Highway Administration. Prepared under Contract NAS2-7695. July.

Gurung C.B, H. Yamaguchi, T. Yukino (2003). Identification and characterization of galloping of Tsuruga test line based on multi-channel modal analysis of field data. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*.91:903-924.

Haddara M. R., M. Wishahy y X. Wu (1994). Assessment of ship's transverse stability at sea. *Ocean Engineering*. 21(8):781-800.

Huerta C, J. Acosta, J.M. Roesset y K.H. Stokoe. (1994). In situ determination of soil damping from earthquake records. *Proceedings of the 2<sup>nd</sup> international conference in earthquake resistant construction and design "ERCAD"* 1(8), 227-234. Berlin, Germany, Junio 13-17.

Huerta C, J.M. Roesset y K.H. Stokoe (1998). Evaluation of the random decrement method for *in-situ* soil properties estimation. *Proceedings of the second international symposium on the effects of surface geology on seismic motion /Yokohama /Japan/* 749-756. Diciembre 1-3.

Huerta C. (2002). Determination of soil properties from earthquakes data. Tesis de doctorado. University of Texas, Austin. 222 pp.

Huerta C. (2004). Sismología aplicada a geotécnica. Apuntes de clase. CICESE.

Hurley, S.R. (1975). "The application of digital computer to near-real-time processing of flutter test data", NASA report SP 415.

Ibrahim, S.R. (1977). Random Decrement Technique for Modal Identification of Structures. AIAA/ASME 18 th Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, San Diego, California. 21-23 Marzo. 696-670.

Kramer L., Steven, (1996). Geotechnical earthquake engineering. Upper Saddle River, NJ. Prentice Hall. xviii:191. 653 pp.

Lee J. W. y J. D. Kim (2002). Health-monitoring method for bridges under ordinary traffic loadings. Journal of Sounds and Vibration 257(2): 247-264.

Lin C.-C, J.-F. Wang y J.-M. Ueng (2000). Vibration control identification of seismically excited m.d.o.f. structure-ptmd system. Journal of Sound and Vibration 240(1): 87-115.

Liu, C.C y Y.T. Yeh (1985). Final instrument installation reports for Lotung large scale seismic test program. Report ASIERS-ER8510, Institute of Earth Sciences, Academia Sinica, Republic of China.

Muto, K. T, Ohta, T. Sugano, M. Miyamura, y M. Motosaka (1982). Analysis of earthquake waves observed in strong motion earthquake instruments array, 3rd International Conf. Seismic Microzonation, 507-517.

Press, H.W., S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling and B.P. Flannery (1986). Numerical Recipes. The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press. 818 pp.

Smith, S.W., J.E. Ehrenberg, y E.N. Hernandez (1982). Analysis of the El Centro differential array for the 1979 Imperial Valley earthquake, *Bulleting of the Seismological Society of America*. 72: 237-258.

Steidl, H.J., A.G. Tumarkin, y Archuleta (1996). What is the reference site?, *Bulleting of the Seismological Society of America*. 86:1733-1748.

Ueng Jin-Min, Chi-Chang Lin. Pao-Lung Lin (1999). System identification of torsionally coupled buildings. *Computers and Structures* 74 (2000) 667-686.

Yang J.C.S, G.Z.Qi, V. Pavlin y A. J. Dureli.L. Esteva (1989). *In-situ* determination of soil damping in the lake deposit area of Mexico City. Soil dynamics and earthquake engineering. 8(1): 43-52.

**Anexo A**

## Glosario de términos

Palabra	Significado
Acelerograma	Registro de un acelerógrafo que registra la aceleración del terreno como función del tiempo.
Ajuste de mínimos cuadrados	Aproximación de un conjunto de datos con una curva tal que la suma de los cuadrados de las diferencias entre los puntos observados y la curva asumida es mínima.
Amortiguamiento	Proceso mediante el cual un sistema físico disipa y absorbe la energía impartida por una excitación externa.
Amplificación	Aumento en la amplitud de la señal sísmica dentro de un rango de frecuencias conforme la onda se propaga a través de diferentes materiales. La señal puede ser amplificada o deamplificada en el mismo sitio dependiendo de la banda de frecuencias analizada.
Amplificación del suelo	Incremento en la amplitud del temblor cuando las ondas sísmicas pasan de roca a materiales menos rígidos, tales como suelos o sedimentos.
Base rígida	Modelo de roca sólida que no permite radiación de energía a profundidad y que comúnmente subyace a sedimentos o suelos.
Convolución	Relación matemática en el dominio del tiempo entre la entrada de la señal sísmica, la función de transferencia y la respuesta.
Espectro de fourier	Correspondiente amplitud y fase de la señal que resulta de aplicar la transformada de fourier a la señal en el dominio del tiempo.
Frecuencia	Número de oscilaciones por unidad de tiempo. Sus unidades son en Hertz (Hz), y es igual a un ciclo por segundo.

## Glosario de términos

Palabra	Significado
Frecuencia fundamental	Primera frecuencia de vibración de un cuerpo. Es decir, hablando de una cuerda de guitarra, es cuando la cuerda vibra en su frecuencia más baja. A la vez, se producen armónicos, que son frecuencias más altas, es decir, vibraciones de divisiones de la cuerda ( $1/2$ , $1/4$ , ...).
Geotécnia	Uso de métodos científicos y principios de ingeniería para adquirir, interpretar y aplicar el conocimiento de los materiales terrestres para resolver problemas de ingeniería.
Resonancia	Fenómeno que se produce cuando un cuerpo capaz de vibrar es sometido a la acción de una fuerza periódica, cuyo período de vibración coincide con el período de vibración característico de dicho cuerpo. En estas circunstancias el cuerpo vibra, aumentando de forma progresiva la amplitud del movimiento tras cada una de las actuaciones sucesivas de la fuerza.
Semiespacio	Modelo matemático caracterizado por una capa plana e infinita en la cual sobreyacen suelos o sedimentos. Se asume que el semieespacio es homogéneo e isotrópico.
Temblor	Vibración de la tierra causada por el paso de ondas sísmicas radiadas de alguna fuente de energía elástica.
Transformada de fourier	Herramienta matemática que convierte la señal sísmica del dominio del tiempo, al dominio de la frecuencia.



## CAPÍTULO XI-APÉNDICES

### APÉNDICE A

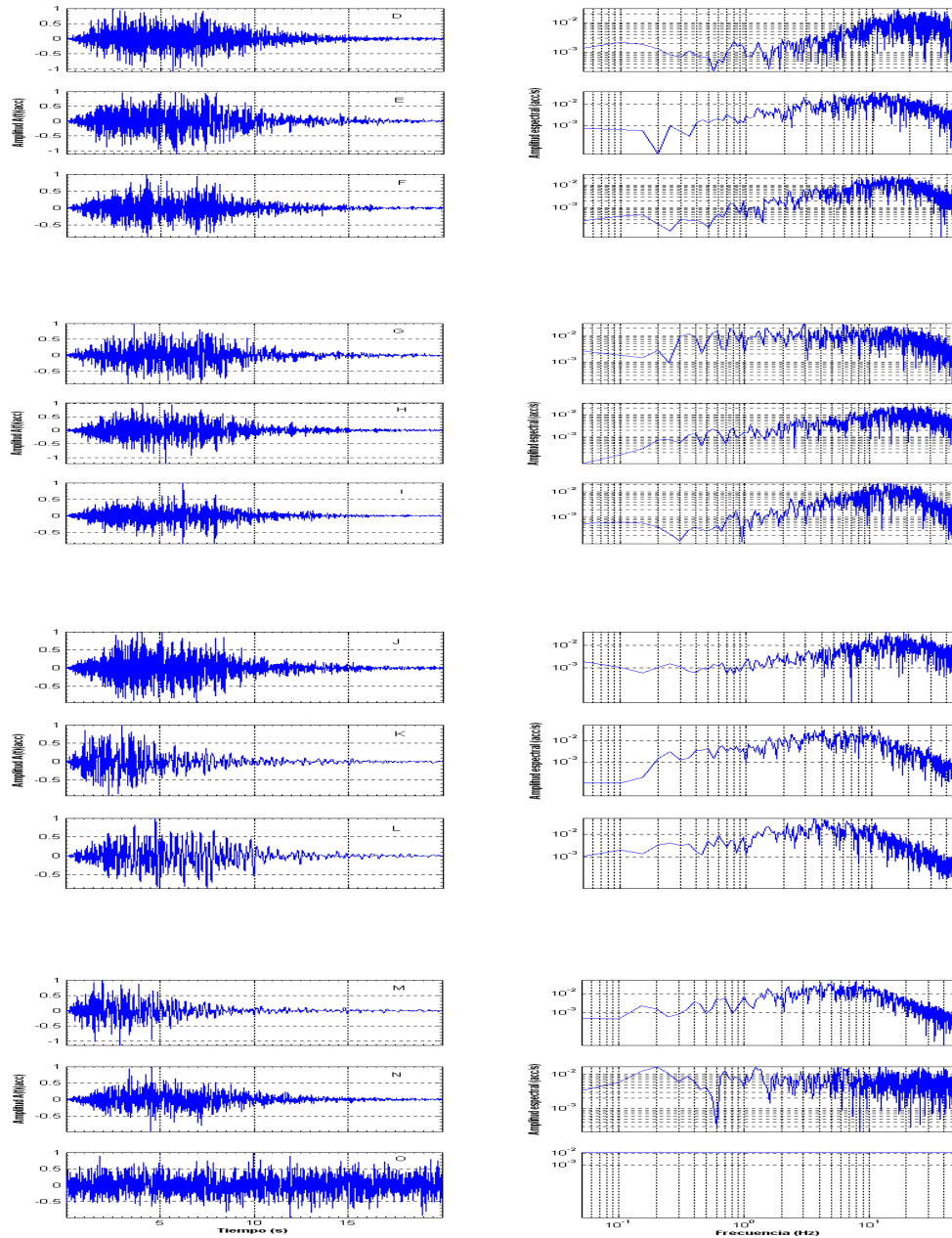


Figura 48 Excitaciones de entrada utilizadas para propagar en los modelos con el fin de refinar los factores de umbral de amplitud.

APÉNDICE B

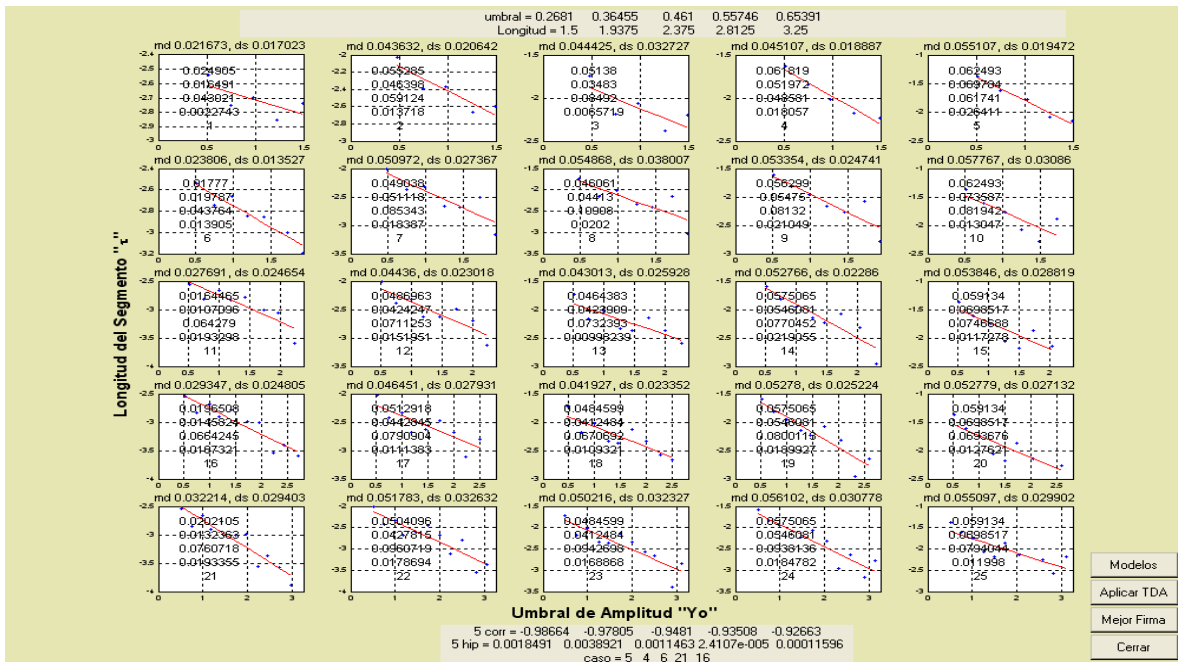
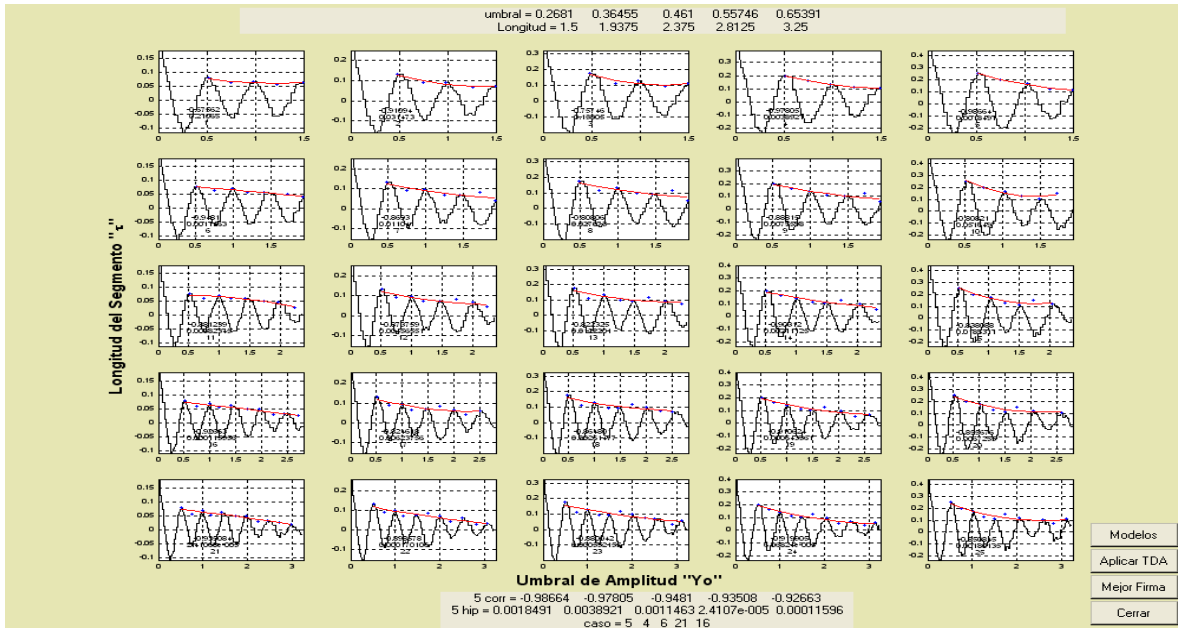


Figura 49 Firmas con el primer ciclo excluido y sus correspondientes linealizaciones obtenidas al aplicar suavizado A a las firmas mostradas en la figura 29.

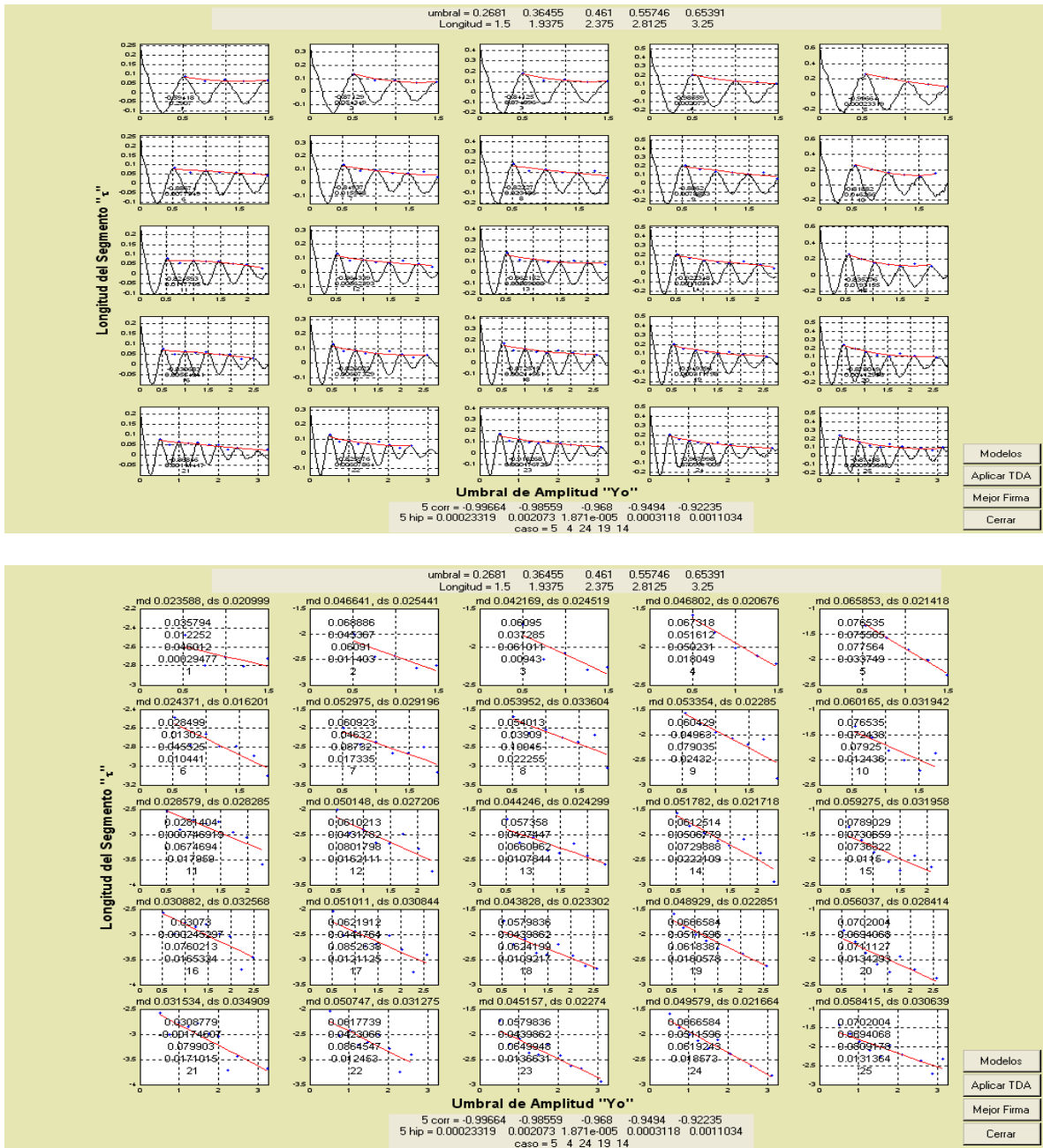


Figura 50 Firmas y sus correspondientes linearizaciones con el primer ciclo excluido obtenidas al aplicar suavizado C a las firmas mostradas en la figura 29.

## APÉNDICE C

Tabla X Estimaciones de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado A.

Excitación A	Modelo A			Modelo B	
	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	0.025	0.041	0.046	0.033	0.041
	0.021	0.043	0.053	0.034	0.044
	0.084	0.045	0.057	0.048	0.059
	0.048	0.028	0.044	0.033	0.038
(s/r=0.562)	0.05	0.076	0.078	0.076	0.013
	0.025	0.024	0.024	0.016	0.02
	0.08	0.09	0.076	0.088	0.021
	0.029	0.033	0.028	0.024	0.019
(s/r=0.446)	0.1	0.1	0.085	0.064	0.095
	0.02	0.016	0.013	0.13	0.0125
	0.10	0.11	0.12	0.072	0.129
	0.028	0.032	0.038	0.0163	0.026
Excitación B					
(s/r=1)	0.034	0.025	0.029	0.04	0.049
	0.037	0.023	0.032	0.048	0.054
	0.039	0.027	0.034	0.053	0.055
	0.027	0.023	0.026	0.054	0.049
(s/r=0.562)	0.051	0.053	0.053	0.06	0.045
	0.061	0.064	0.067	0.048	0.034
	0.052	0.057	0.062	0.066	0.039
	0.045	0.05	0.056	0.051	0.029
(s/r=0.446)	0.056	0.068	0.066	0.041	0.042
	0.057	0.058	0.069	0.034	0.035
	0.065	0.056	0.066	0.075	0.043
	0.053	0.046	0.057	0.053	0.032
Excitación C					
(s/r=1)	0.064	0.072	0.069	0.09	0.081
	0.066	0.075	0.056	0.06	0.048
	0.057	0.059	0.051	0.076	0.054
	0.04	0.036	0.039	0.028	0.036
(s/r=0.562)	0.047	0.051	0.059	0.11	0.085
	0.029	0.031	0.021	0.20	0.06
	0.047	0.056	0.047	0.10	0.066
	0.021	0.023	0.022	0.013	0.031
(s/r=0.446)	0.038	0.036	0.049	0.028	0.049
	0.023	0.021	0.025	0.007	0.031
	0.024	0.027	0.03	0.051	0.059
	0.016	0.019	0.016	0.018	0.017
Estimaciones de amortiguamientos utilizando suavizado A en las firmas.					

Tabla XI Estimaciones de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado C.

	Modelo A			Modelo B	
Excitación A	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	0.044 0.0413 0.069 0.037	0.051 0.042 0.0567 0.034	0.071 0.065 0.063 0.052	0.046 0.035 0.049 0.0346	0.046 0.042 0.056 0.039
(s/r=0.562)	0.071 0.038 0.10 0.0413	0.062 0.0266 0.095 0.020	0.06 0.022 0.095 0.02	0.088 0.006 0.11 0.0152	0.049 0.032 0.049 0.019
(s/r=0.446)	0.08 0.013 0.10 0.020	0.08 0.006 0.13 0.022	0.062 0.0032 0.0142 0.026	0.12 0.024 0.118 0.0157	0.083 0.0154 0.089 0.0084
Excitación B					
(s/r=1)	0.043 0.044 0.043 0.034	0.044 0.039 0.0377 0.032	0.043 0.04 0.0399 0.0318	0.064 0.053 0.057 0.044	0.053 0.057 0.057 0.047
(s/r=0.562)	0.043 0.05 0.048 0.043	0.048 0.052 0.051 0.047	0.048 0.056 0.056 0.053	0.069 0.061 0.062 0.048	0.06 0.073 0.051 0.039
(s/r=0.446)	0.055 0.062 0.073 0.061	0.059 0.045 0.06 0.028	0.047 0.045 0.051 0.038	0.038 0.049 0.10 0.042	0.061 0.053 0.052 0.035
Excitación C					
(s/r=1)	0.06 0.06 0.058 0.035	0.066 0.07 0.063 0.0347	0.054 0.05 0.0488 0.040	0.076 0.066 0.077 0.034	0.066 0.039 0.056 0.0311
(s/r=0.562)	0.043 0.041 0.052 0.025	0.051 0.0418 0.066 0.028	0.051 0.033 0.055 0.025	0.11 0.047 0.07 0.0119	0.073 0.062 0.061 0.035
(s/r=0.446)	0.05 0.034 0.027 0.015	0.047 0.0315 0.024 0.015	0.068 0.038 0.05 0.017	0.044 0.032 0.051 0.012	0.045 0.024 0.062 0.024
Estimaciones de amortiguamientos utilizando suavizado C en las firmas.					

Tabla XII Estimaciones de sub y/o sobreestimación de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado A.

Excitación A	Modelo A			Modelo B	
	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	-50 %	18 %	-8 %	-34 %	-18 %
	-58 %	-14 %	6 %	-32 %	-12 %
	68 %	-10 %	14 %	-4 %	18 %
	-4 %	-44 %	-12 %	-34 %	-24 %
(s/r=0.562)	0 %	52 %	56 %	52 %	-74 %
	-50 %	-52 %	-52 %	-68 %	-60 %
	60 %	80 %	52 %	76 %	-58 %
	-42 %	-34 %	-44 %	-52 %	-62 %
(s/r=0.446)	100 %	100 %	70 %	28 %	90 %
	-60 %	-68 %	-74 %	160 %	-75 %
	100 %	120 %	140 %	44 %	158 %
	-44 %	-36 %	-24 %	-67.4 %	-48 %
Excitación B					
(s/r=1)	-32 %	-50 %	-42 %	-20 %	-2 %
	-26 %	-54 %	-36 %	-4 %	8 %
	-22 %	-46 %	-32 %	6 %	10 %
	-46 %	-54 %	-48 %	8 %	-2 %
(s/r=0.562)	2 %	6 %	6 %	20 %	-10 %
	22 %	28 %	34 %	-4 %	-32 %
	4 %	14 %	24 %	32 %	-22 %
	-10 %	0 %	12 %	2 %	-42 %
(s/r=0.446)	12 %	36 %	32 %	-18 %	-16 %
	14 %	16 %	38 %	-32 %	-30 %
	30 %	12 %	32 %	50 %	-14 %
	6 %	-8 %	14 %	6 %	-36 %
Excitación C					
(s/r=1)	28 %	44 %	38 %	80 %	62 %
	32 %	50 %	12 %	20 %	-4 %
	14 %	18 %	2 %	52 %	8 %
	-20 %	-28 %	-22 %	-44 %	-28 %
(s/r=0.562)	-6 %	2 %	18 %	120 %	70 %
	-42 %	-38 %	-58 %	300 %	20 %
	-6 %	12 %	-6 %	100 %	32 %
	-58 %	-54 %	-56 %	-74 %	-38 %
(s/r=0.446)	-24 %	-28 %	-2 %	-44 %	-2 %
	-54 %	-58 %	-50 %	-86 %	-38 %
	-52 %	-46 %	-40 %	2 %	18 %
	-68 %	-62 %	-68 %	-64 %	-66 %
Estimaciones de sub y/o sobreestimación de amortiguamientos utilizando suavizado A en las firmas.					

Tabla XIII Estimaciones de sub y/o sobreestimación de amortiguamientos en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado C.

	Modelo A			Modelo B	
Excitación A	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	-12 % -17.4 % 38 % -26 %	2 % -16 % 12 % -32 %	42 % 30 % 26 % 4 %	-8 % -30 % -2 % -32 %	-8 % -16 % 12 % -22 %
(s/r=0.562)	42 % -24 % 100 % -17.4 %	24 % -46.8 % 90 % -60 %	20 % -56 % 90 % -60 %	76 % -88 % 120 % -69.6 %	-2 % -36 % -2 % -61.4 %
(s/r=0.446)	60 % -74 % 100 % -60 %	60 % -87.8 % 160 % -56 %	24 % -93.6 % -71.6 % -48 %	140 % -52 % 136 % -68.6 %	66 % -69.2 % 78 % -83.28 %
Excitación B					
(s/r=1)	-14 % -12 % -14 % -32 %	-12 % -22 % -24.6 % -36 %	-14 % -20 % -20.2 % -36.4 %	28 % 6 % 14 % -12 %	6 % 14 % 14 % -6 %
(s/r=0.562)	-14 % 0 % -4 % -14 %	-4 % 4 % 2 % -6 %	-4 % 12 % 12 % 6 %	38 % 22 % 24 % -4 %	20 % 46 % 2 % -22 %
(s/r=0.446)	10 % 24 % 46 % 22 %	18 % -10 % 20 % -44 %	-6.6 % -10 % 2 % -2.4 %	-24 % -2 % 100 % -16 %	22 % 6 % 4 % -30 %
Excitación C					
(s/r=1)	20 % 20 % 16 % -30 %	32 % 40 % 26 % -30.6 %	8 % 0 % -2.4 % -20 %	52 % 32 % 54 % -32 %	32 % -22 % 12 % -37.8 %
(s/r=0.562)	-14 % -18 % 4 % -50 %	2 % -16.4 % 32 % -44 %	2 % -34 % 10 % -50 %	120 % -6 % 40 % -76.20 %	46 % 24 % 22 % -30 %
(s/r=0.446)	0 % -31.2 % -46 % -70 %	-6 % -37 % -52 % -70 %	36 % -24 % 0 % -66 %	-12 % -36 % 2 % -76 %	-10 % -52 % 24 % -52 %
Estimaciones de sub y/o sobreestimación de amortiguamientos utilizando suavizado C en las firmas.					

Tabla XIV Estimaciones de frecuencias naturales de vibración en ambos modelos con todas las variantes utilizadas aplicando suavizado C.

	Modelo A			Modelo B	
Excitación A	$\xi$	$\xi_I$	$\xi_L$	$\xi_I$	$\xi_L$
(s/r=1)	2	2	2	2	2
(s/r=0.562)	2.18	2.16	2.14	2	2
(s/r=0.446)	2.14	2	2	1.88	2
Excitación B					
(s/r=1)	2	2	2	2	2
(s/r=0.562)	2	2	2	2.14	2.13
(s/r=0.446)	2	2.16	2.1	2.1	2.12
Excitación C					
(s/r=1)	2.14	2.1	2	2.23	2.15
(s/r=0.562)	2.18	2	2.15	2.23	2.27
(s/r=0.446)	2.29	2.35	2.1	2.26	2.23
Estimaciones de frecuencias naturales de vibración dadas en Hertz utilizando suavizado C en las firmas.					



APÉNDICE D

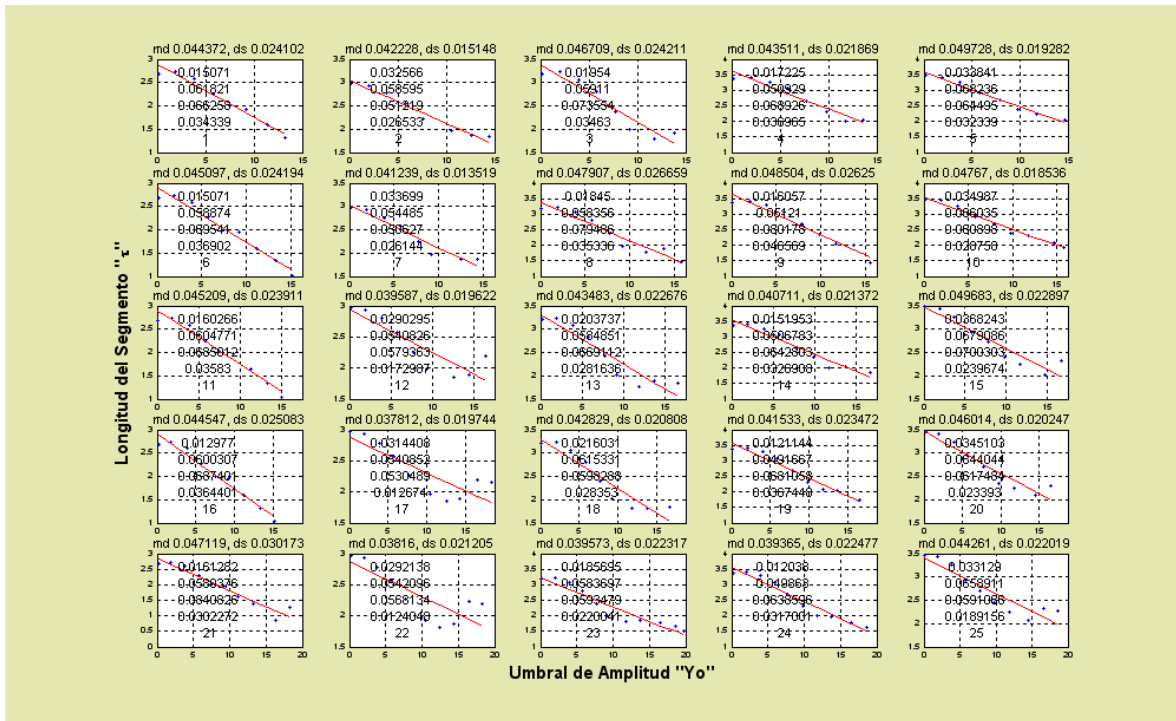
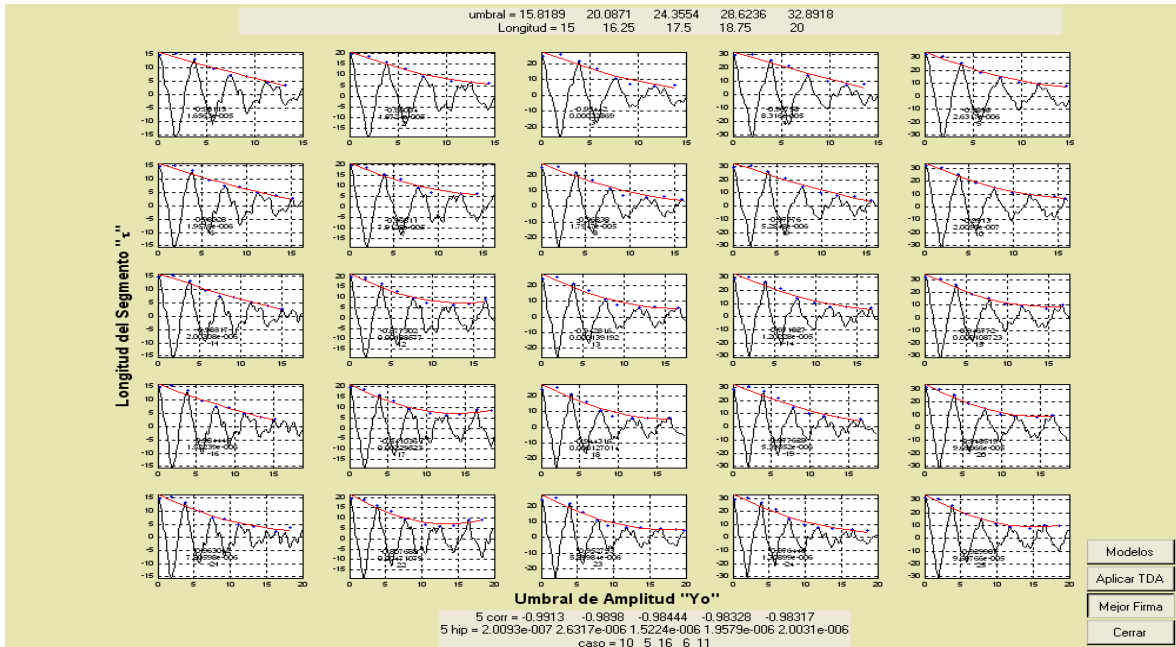


Figura 51 Firmas sin excluir el primer ciclo y sus correspondientes linearizaciones obtenidas al aplicar la TDA al temblor registrado en la central de abastos (CDA0), Ciudad de México (19/9/85, mb=8.1).