Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California



Programa de Posgrado en Ciencias en Oceanografía Física

Dinámica de un frente submesoescalar del Canal de las Islas de Santa Bárbara California a partir de modelación numérica

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de Maestro en Ciencias

Presenta:

Nemesis Aguilar Tepole

Ensenada, Baja California, México 2018 Tesis defendida por

Nemesis Aguilar Tepole

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Enric Pallàs Sanz CoDirector de tesis Dr. Leonel Romero CoDirector de tesis

Dr. Luis Zavala Sansón

Dr. Ernesto García Mendoza



Dr. Cuauhtemoc Turrent Thompson Coordinador del Programa de Posgrado en Oceanografía Física

> Dra. Rufina Hernández Martínez Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta Nemesis Aguilar Tepole como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Oceanografía Física.

Dinámica de un frente submesoescalar del Canal de las Islas de Santa Bárbara California a partir de modelación numérica

Resumen aprobado por:

Dr. Enric Pallàs Sanz CoDirector de Tesis Dr. Leonel Romero CoDirector de Tesis

Los frentes de submesoescala son franjas en donde existen fuertes gradientes termohalinos que separan aguas densas y frías de aguas más ligeras y cálidas, que evolucionan en escalas temporales de horas a días, y abarcan distancias de $0.1 \,\mathrm{km}$ a $10 \,\mathrm{km}$ (escalas intermedias de 1 km). Resultan de gran importancia en la advección vertical de nutrientes hacia la capa eufótica y el transporte y dispersión de diversos trazadores Lagrangianos. Se realizó una caracterización termohalina y cinemática tridimensional de un frente de submesoescala utilizando simulaciones numéricas realizadas con el modelo Regional Ocean Modeling System (ROMS) con alta resolución horizontal de 100 m sobre la región del Canal de las Islas de Santa Bárbara, California. Se describió un frente compuesto con los datos numéricos y se cuantificaron las características típicas termohalinas y cinemáticas. Se estudió la dinámica dispersiva del frente numérico realizando experimentos de liberación de partículas sintéticas en dos (2D) y tres dimensiones (3D) a partir de un modelo de advección de partículas. Los datos Lagragianos muestran convergencia de trazadores y subducción a lo largo del frente. Se calculó la dispersión cuadrática media de las partículas con respecto a la componente principal (a lo largo del frente) y perpendicular.La dispersión a lo largo del frente en los experimentos 2D (3D) alcanzó 3 (2) órdenes de magnitud mayor con respecto a la componente perpendicular. En las simulaciones 3D se intensificó la dispersión perpendicular al frente. Se calculó la divergencia horizontal a partir de la evolución de grupos de 4 partículas sintéticas. Se estimó la velocidad vertical (w) integrando la ecuación de continuidad. Dichas estimaciones Lagrangianas de w son comparables con la velocidad vertical Euleriana de ROMS. Finalmente se aplica la metodología validada numéricamente a un grupo de derivadores Lagrangianos reales obtenidos de un experimento piloto realizado en la plataforma interna del Canal de las Islas de Santa Bárbara donde se detectó un frente de temperatura submesoescalar. También se analizaron datos de conductividad, temperatura y profundidad de lances realizados sobre el frente, de concentración de tinta (rodamina) y trayectorias de 4 derivadores desplegados como trazadores Lagrangianos para diagnosticar el orden de magnitud de la subducción en el frente.

Abstract of the thesis presented by Nemesis Aguilar Tepole as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Master in Science in Physical Oceanography.

Dynamics of submesoscalar front of the Channel Islands in Santa Barbara California based on numerical modeling.

Abstract approved by:

Dr. Enric Pallàs Sanz Thesis Co-Director Dr. Leonel Romero Thesis Co-Director

Submesoscale thermal fronts are fringes where there are strong thermohaline gradients that separate dense and cold water from light and warmer waters, their temporal duration can be a few hours or days and span distances from $0.1 \,\mathrm{km}$ to $10 \,\mathrm{km}$ (intermedie scales of 1 km). They are of great importance in the vertical advection of nutrients towards the euphotic layer and the transport and dispersion of various Lagrangian tracers. A three-dimensional kinetic and thermohaline characterization of a submesoscale front was made using numerical simulations carried out with the Regional Ocean Modeling System (ROMS) model with a high horizontal resolution of 100 m. A composite front was described with the numerical data and the typical thermohaline and kinematic characteristics were quantified. The dispersive dynamics of the numerical front were studied by performing synthetic particle release experiments in two (2D) and three dimensions (3D) from a particle advection model. Lagragian data suggest tracer convergence and subduction along the front. The mean quadratic dispersion of the particles was calculated with respect to the main component (along the front) and perpendicular. The dispersion along the front in the 2D (3D) experiments reached 3 (2) orders of magnitude greater with respect to the perpendicular component. In the 3D simulations the dispersion perpendicular to the front intensified. The horizontal divergence was calculated from the evolution of groups of 4 synthetic particles. The vertical velocity (w) was estimated by integrating the continuity equation. These Lagrangian estimates of w are comparable with the vertical Eulerian velocity of ROMS. Finally, the numerically validated methodology is applied to a group of real Lagrangian drifters obtained from a pilot experiment carried out on the internal platform of the Santa Barbara Channel where a submesoscale temperature front was detected. We also analyzed conductivity, temperature and depth data of hauls made on the front, patch concentration (rhodamine) and trajectories of 4 shunts deployed as Lagrangian drifters to diagnose the order of magnitude of subduction in the front.

Dedicatoria

A mis padres: Victor y Beatriz. A mis hermanos: Alberto y Ulises. A mis familiares. A mi novia: Aida. A los amigos.

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada por aceptarme y permitirme terminar mis estudios. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría. No. de becario: 593504.

A Enric Pallàz Sanz y Leonel Romero, mis directores de tesis, por su paciencia, apoyo y amistad en cada momento que lo necesite. A mi comité de tesis Dr. Luis Zavala Sansón y Dr. Ernesto García Mendoza por los comentarios y correcciones que fueron de gran ayuda para el desarrollo de esta tesis.

A CICESE, mis maestros, y compañeros del DOF, a Lupita Pacheco por estar pendiente de mi, gracias.

A los compañeros de generación Arturo, Javier, Lenin y Eduardo. A mis compañeros de cubo del 341-1: Lena, Braulio, Fernando, Daniela y Gabriela. En especial a la Srta. Nadia y la Dra. Flor por su amistad, salidas y comidas, ustedes hicieron más ameno el trabajo. A Javi por su amistad y buenas platicas futboleras.

A Carlos Francisco y Raúl, que juntos nos aventuramos desde Xalapa. Mil gracias por su apoyo y amistad.

A Daniel Santiago y Juan Correa, mis parceros y compañeros de casa. Gracias por su apoyo y amistad, grandes momentos fueron con ustedes.

A mis compañeros y amigos de CICESE, Karina, Alejandro, Marco, Rene, Diego y

Rosa por el apoyo y amistad que me brindaron. A todos los miembros del fútbol club "Los borrachines".

A Eduardo, Tino, Amilka, Adrián, Nestor, Sergio, Luis, David y Cristhian. Amigos de siempre, gracias.

A mi padre y mis hermanos, que sin ellos nada seria posible. A mi tía Rita por enseñarme y ayudarme en el comienzo. A mis parientes en Tejeria, gracias por estar conmigo. A mis primos, por su apoyo de toda la vida. A mi abuela, por su cariño y apoyo. A mi madre, por enseñarme el camino y continuar adelante.

A mi novia Aida, muchas gracias por todo tu apoyo en este tiempo juntos, por tu compañía, paciencia y cariño. Gracias totales.

Tabla de contenido

Res	umen er	español	ii
Res	umen en	inglés	iii
Ded	licatoria		iv
Agr	adecimie	entos	v
List	a de figu	ıras	ix
List	a de tabl	as	xiv
1.	Introduc 1.1. 1.2. 1.3.	Ción Antecedentes Antecedentes Objetivos Antecedentes Antecedentes 1.2.1. Objetivo general Antecedentes 1.2.2. Objetivos Particulares Antecedentes Circulación en el Canal de Santa Bárbara Antecedentes	1 3 6 6 6
2.	Datos y 2.1. 2.2.	métodos	9 10 10 13 13 15 16 18
3.	Resulta 3.1. 3.2. 3.3. 3.4. 3.5.	dosCaracterización termohalina y cinemática de un frente numérico de submesoescala3.1.1. Caracterización horizontal3.1.2. Caracterización verticalExperimentos Lagrangianos3.2.1. Dispersión bidimensional y tridimensional3.2.1.1. Dispersión en el lado frío y densoVelocidad vertical LagrangianaPropiedades diferenciales cinemáticasVelocidad vertical estimada	20 20 22 30 30 30 34 38 40
4.	Discusi 4.1. 4.2. 4.3. 4.4.	ón	42 42 44 51 53

5.	Conclusiones			•					•				56
List	a de referencias bibliográficas												58

Lista de figuras

Figura	Pa	ágina
1.	Esquema de la circulación ageostrófica secundaria en un frente de me- soescala orientado en la dirección norte-sur (lado denso al oeste). La ve- locidad ageostrófica horizontal se desarrolla desde el lado menos denso hacia el lado más denso del frente (flecha roja) como resultado de la fron- togénesis, donde ρ' representa la anomalía de densidad. Imagen tomada y modificada de Spall (1995).	2
2.	Imagen del Canal de las Islas de Santa Bárbara California, el recuadro rojo muestra la zona donde se hicieron las mediciones de los datos de la cam- paña piloto. Fuente: http://www.noaanews.noaa.gov/stories2009/20090810.	. 7
3.	Circulación oceánica debida a los flujos confluentes sobre el Canal de las Islas de Santa Bárbara. Imagen tomada de Browne (1994)	8
4.	Esquema del flujo de circulación oceánica bidireccional con una recircula- ción ciclónica en el interior del Canal de las Islas de santa Bárbara. Imagen tomada de Browne (1994).	8
5.	Dominios que se utilizaron en el modelo, se muestra la resolución de cada uno, L0-azul ($\Delta x = \Delta y = 5 \text{ km}$), L1-verde obscuro ($\Delta x = \Delta y = 1 \text{ km}$), L2- café ($\Delta x = \Delta y = 250 \text{ m}$) y L3-Cian ($\Delta x = \Delta y = 100 \text{ m}$). El dominio verde claro y rojo corresponden a otra configuración que no se toma en cuenta para la ilustración. Imagen de Romero <i>et al.</i> (2016), suplemento	10
6.	Esquema en forma de disco con 2 km de diámetro, centrado en $119^{\circ} 77' \text{ O y}$ $34^{\circ} 24' \text{ N con } 1245 \text{ partículas sintéticas (color magenta) separadas } 50 \text{ m para el caso } 2D \text{ y } 3D \text{ (} z = 0 \text{ y } z = -1 \text{ m}\text{)}$. La imagen corresponde al momento inicial de liberación el día $10/01/2005$ a las 00:30 hrs.	11
7.	(a) Esquema en forma de disco de 200 m de diámetro, centrado en 119° 73' 98" O y 34° 22' 04" N compuesto de 313 partículas sintéticas separadas 10 m y colocadas en superficie. (b) Esquema en forma de cuadrado con partículas separadas ~ 1 km, y centrado en 119° 73' 98" O y 34° 22' 04" N, 2 km al oeste de la interfase frontal, simulando un arreglo de 4 derivadores localizados en superficie. Las figuras corresponden al momento inicial de liberación.	12
8.	Componente vertical de la vorticidad escalada en f (i.e., número de Rossby) y los campos de velocidad horizontal $u y v$ (flechas negras) para las (a) 00:30 hrs, (b) 05:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs, del día 10 de enero del 2005.	21
9.	Distribución horizontal de la temperatura (T; °C) a $z=-1 m$ a las 00:30 hrs del día 10 de Enero de 2005. El recuadro discontinuo negro muestra el FSM seleccionado. Este dominio corresponde a L3 con $100 m$ de resolución horizontal.	22

10.	Distribución horizontal de la divergencia escalada por f para las (a) 00:30 hrs, (b) 05:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs, del día 10 de enero del 2005 .	23
11.	Secciones horizontales de velocidad vertical (w; m/s) a $z=-1 m$ para las (a) 00:30 hrs, (b) 05:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs, del día 10 de enero del 2005.	24
12.	Distribución o campo horizontal de temperatura a $z = -1 m$. Se observa un frente de temperatura con un contraste térmico de $0.5 ^{\circ}$ C. Las lineas negras punteadas representan 6 cortes verticales perpendiculares al frente, cada una de $10 \mathrm{km}$ de longitud. La imagen corresponde al día $10/01/2005$ a las 10:30 hrs.	25
13.	Compuestos (promedios) verticales de temperatura (T; °C) del FSM selec- cionado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día $10/01/2005$. Las secciones tienen una longitud de 10 km y $75 m$ de profundidad.	26
14.	Compuestos (promedios) verticales de salinidad (S; psu) del FSM seleccio- nado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día $10/01/2005$. Las secciones tienen una longitud de 10 km y 75 m de profundidad.	27
15.	Compuestos (promedios) verticales de densidad (ρ ; kg/m ³) del FSM seleccionado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día $10/01/2005$. Las secciones tienen una longitud de $10 \text{ km y} 75 \text{ m}$ de profundidad.	28
16.	Compuestos (promedios) verticales de velocidad vertical (w; m/s) del FSM seleccionado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día $10/01/2005$. Las secciones tienen una longitud de $2 \text{ km y} 50 \text{ m}$ de profundidad.	29
17.	Experimento 2D ($w = 0$) en el lado denso del FSM con un disco de 1 km de radio compuesto por 1245 partículas (puntos magenta) separadas 10 m. Evolución temporal de la distribución espacial de las partículas para las (a) 00:30 hrs, (b) 04:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día $10/01/2005$. El mapa de color indica la distribución horizontal de temperatura (T; °C) a $z = -1$ m. Nótese el estiramiento de las partículas a lo largo de la interfase frontal.	30
18.	Experimento 3D ($w \neq 0$) en el lado denso del FSM con un disco de 1 km de radio compuesto por 1245 partículas separadas 10 m y localizadas a $z = -1 \text{ m}$. Evolución temporal de la distribución espacial de las partículas para las (a) 00:30 hrs, (b) 04:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día $10/01/2005$. El mapa de color indica la distribución horizontal de temperatura a $z = -1 \text{ m}$. Nótese la convergencia horizontal y estiramiento de las partículas a lo largo de la interfase frontal.	31

Х

19.	(a) Evolución temporal (11 hrs) de las elipses de dispersión cuadrática me- dia del disco de 1245 partículas del experimento 2D. (b) Componentes de dispersión cuadrática media en función del tiempo, representadas por la componente principal (curva azul) y perpendicular (curva amarilla) al FSM; la curva roja es la dispersión cuadrática media que representa la suma de ambas componentes $R^2 = (\sigma_{x'}^2 + \sigma_{y'}^2)/2$. Los valores de la figura deben multiplicarse por 4 para que sean comparables con valores de dispersión obtenidos únicamente con pares de partículas, $\mathcal{R}^2 = 4R^2$ (Ec. 17)	32
20.	(a) Evolución temporal (11 hrs) de las elipses de dispersión cuadrática me- dia del disco de 1245 partículas del experimento 3D. (b) Componentes de dispersión cuadrática media en función del tiempo, representadas por la componente principal (curva negra) y perpendicular (curva verde) al FSM; la curva magenta es la dispersión cuadrática media que representa la suma de ambas componentes $R^2 = (\sigma_{x'}^2 + \sigma_{y'}^2)/2$. Los valores de la figura deben multiplicarse por 4 para que sean comparables con valores de dispersión obtenidos únicamente con pares de partículas $\mathcal{R}^2 = 4R^2$ (Ec. 17)	33
21.	Componentes de dispersión cuadrática media en la dirección perpendicular a la componente principal (a) y a lo largo de la componente principal (b) para los experimentos 2D (asteriscos y cuadros negros) y 3D (asteriscos y cuadros rojos) en función del tiempo.	34
22.	Posición de las partículas sintéticas del experimento 3D y distribución horizontal de la temperatura (T;°C) a $z=-1 m$ para las 11:30 hrs del día 10 de enero del 2005. Los colores en los puntos tabulan la profundidad de las partículas (m) como se indica en la escala de color.	35
23.	Histogramas que muestran el número (y porcentaje) de partículas localiza- das en capas de profundidad de 5 m de espesor desde la superficie hasta 30 m de profundidad. Para las (a) 08:30 hrs, (b) 09:30 hrs, (c) 10:30 hrs y (d) 11:30 hrs del 10 de enero del 2005 del experimento 3D	36
24.	Velocidad vertical Lagrangiana del grupo de partículas sintéticas en m/s. Se observa un valor mínimo y máximo de $-3.9 \times 10^{-3} \mathrm{m/s}$ y $1.5 \times 10^{-3} \mathrm{m/s}$ respectivamente. Los resultados son consistentes con los valores de velocidad vertical Euleriana de ROMS (Figs. 11 y 16).	37
25.	Evolución temporal del grupo de 1245 partículas sintéticas del experimento 3D. Se muestra las posiciones (longitud, profundidad) de las partículas en función del tiempo desde las 06:30 hrs hasta las 11:30 hrs del día 10 de enero del 2005.	38
26.	(a) Trayectoria de las 4 partículas sintéticas liberadas en forma de cuadrado y separadas $\sim 1 \text{ km}$. Los puntos representan la posición de las partículas cada $10 \min$ para un intervalo de 6 hrs, y el color indica la velocidad en esa posición en cm/s. (b) Polígonos formados por las 4 partículas sintéticas a las 05:30 hrs (línea azul) y las 11:30 hrs (línea marrón)	39

27.	Serie de tiempo de las PCD calculadas con MC (puntos azules) y RCA (cuadros rojos) para las 3 primeras horas del experimento 2D de 4 partículas. (a) Velocidad promedio del grupo de partículas con respecto al centroide (c vel; m/s). (b) Divergencia escalada por f (div/f). (c) Componente vertical de la vorticidad escalda por f (vor/f), y (d) la linealidad (<i>a</i>)	40
28.	Velocidad vertical estimada a partir de integrar verticalmente la divergencia horizontal desde $z = -20 \mathrm{m}$ hasta la superficie ($z = 0 \mathrm{m}$), obtenida a partir de las PCD del experimento 2D de 4 partículas (línea negra discontinua). La velocidad Euleriana de ROMS (w_{roms}) promediada sobre el polígono (\overline{w}_{roms}) definido por las 4 partículas se muestra para propósitos comparativos (línea roja continua).	41
29.	 (a) Trayectoria y posición de las boyas cada 10 min para un periodo de tiempo de 1.5 hrs. El color representa la velocidad en cm/s en esa posición. (b) Polígonos formados por las 4 boyas a las 18:40 hrs (línea azul) y las 20:10 hrs (línea marrón). 	44
30.	Esquema (no a escala) que muestra el despliegue de los derivadores de superficie y las manchas de tinta con un diámetro de 200 m. Imagen modi- ficada de L. Romero.	45
31.	 (a) Distribución espacial de la temperatura (T; ° C) superficial a través del frente (más frío en el sureste y más cálido en el noroeste) obtenida con el C-ray 1.5 hrs después del despliegue de los derivadores (círculos negros). (b) Igual que en la figura (a) pero en función de la distancia	46
32.	Perfiles de (a) (T ; ° C), (b) Salinidad (S; psu), y (c) Densidad (ρ ; kg/m ³) en función de la profundidad (m). Se observa que la base del frente se ubica aproximadamente a los 5 m de profundidad.	47
33.	(a) Distribución espacial de la concentración (c ; ppb) de tinta a través del frente, se observa mayor concentración (8 ppb) a lo largo de la interfase frontal del FSM, medición hecha con el C-ray 1.5 hrs después del despliegue. Los círculos representan la posición de los derivadores. (b) Concentración de la tinta medida con el C-ray en función de la distancia del transecto.	48
34.	Serie de tiempo de las propiedades cinemáticas diferenciales (PCD) calcu- ladas con mínimos cuadrados (puntos azules) y la razón de cambio de área (cuadros rojos) para las boyas de la campaña. (a) Velocidad promedio del grupo de partículas con respecto al centroide (c vel; m/s). (b) Divergencia horizontal escalada en f (div/f). (c) La componente vertical de la vorticidad escalda en f (ζ /f), y finalmente en (d) la linealidad (a)	49
35.	Posición de la boyas (puntos magenta) cada 10 min desplazándose al noroeste (ver Fig. 29 a), y la distribución de la velocidad horizontal (u y v) obtenida de datos de radar de alta frecuencia de $2 \mathrm{km} \times 2 \mathrm{km}$ de resolución horizontal. Los vectores son promedios horarios y el color representa el instante de tiempo de la medición tabulado por la escala de color	49

xiii

36.	Velocidad vertical estimada a partir de integrar verticalmente la divergencia horizontal obtenida a partir de las propiedades cinemáticas diferenciales (PCD) aplicado a 4 boyas reales. La línea negra discontinua representa la estimación con valores obtenidos a partir de el método de razón de cambio del área (RCA) y la línea negra continua corresponde al método de mínimos cuadrados (MC).	50
37.	Distribución horizontal de la componente vertical de la vorticidad escalada por f (ζ /f) para el día 10 de enero del 2005 a las 07:30 hrs. Se muestra todo el dominio L3 con una resolución horizontal de 100 m. Se observa una gran cantidad de procesos submesoescalares como frentes, filamentos, y vórtices muy intensos (ζ / f > 1)	52
38.	Difusividad relativa \mathcal{K} (m ² /s) en función de la escala promedia \mathcal{R} (km) de diferentes experimentos numéricos y reales. Donde \mathcal{R} y \mathcal{K} están dadas por las ecuaciones 17 y 18 para comparar nuestros resultados con la estadística de dispersión de pares de partículas. Figura modificada de Romero <i>et al.</i> (2013) al incluir 3 experimentos numéricos (4PS, D2D2KM, y D2D200M) y 1 experimento real en el Canal de Santa Bárbara (4PR08). Colores tabulados en leyenda.	54

Lista de tablas

Tabla	Ράς	gina
1.	Valores horarios de velocidad vertical máxima, mínima y promedio de los compuestos verticales en m/s , correspondiente a un intervalo de tiempo de 6 hrs (05:30-11:30 hrs).	27
2.	Principales valores de contraste de temperatura ΔT (° C), contraste de salinidad ΔS (psu), contraste de densidad $\Delta \rho$ (kg/m ³), componen- te vertical de vorticidad relativa escalada en f (ζ /f), velocidad vertical w (m/d), y escala horizontal en dirección del gradiente de densidad O (km) registrados en el FSM de Santa Bárbara (SB), y de diver- sos estudios de FSM realizados por: D91 (Dewey <i>et al.</i> , 1991), PR92 (Pollard y Regier, 1992), CAP08 (Capet <i>et al.</i> , 2008) y R17 (Romero <i>et al.</i> , 2017). Tomada y modificada de Capet <i>et al.</i> (2008).	43

Capítulo 1. Introducción

Un frente termohalino es una franja con fuertes gradientes termohalinos que separan aguas densas de aguas más ligeras (Pallàs-Sanz *et al.*, 2010a). Los frentes abarcan escalas espaciales que van desde la sinóptica de O(1000) km hasta la submesoescala de O(0.1 - 10) km con escalas temporales de años a días u horas, respectivamente (Abramczyk, 2013). Los frentes de mesoescala suelen formarse en regiones confluentes de mayor escala, y se caracterizan por tener circulación ciclónica en el lado denso (componente vertical de vorticidad positiva $\zeta = v_x - u_y > 0$; donde u y v son las componentes horizontales de la velocidad, y los subíndices x y y denotan derivadas parciales en la dirección x y y), y circulación anticiclónica en el lado menos denso ($\zeta < 0$) del frente. La circulación ageostrófica secundaria (CAS) en los frentes de mesoescala consiste en una celda de circulación con afloramiento (divergencia horizontal) en el lado poco denso y subducción (convergencia horizontal) en el lado denso. El agua en las capas superiores del frente es transportada del lado ligero hacia el denso y una circulación en la base del frente en sentido opuesto se establece por conservación de masa (Spall, 1995, 1997; Pallàs-Sanz *et al.*, 2010a).

Esta CAS está controlada por la frontogénesis, que es la teoría de la intensificación de un gradiente de densidad horizontal inicialmente débil debido a la confluencia generada por un campo de deformación de mayor escala. El frente, que inicialmente se encuentra en balance geostrófico, es acelerado por la confluencia a lo largo del eje del frente que rompe este balance, generando la CAS para intentar restablecerlo.

En un frente orientado en la dirección norte-sur, la velocidad ageostrófica horizontal en las capas superiores del frente esta en balance semigeostrófico

$$-fu_{a} = \frac{Dv_{g}}{Dt},$$
(1)

donde f es la frecuencia de Coriolis, u_a es la componente zonal (a través del frente) de la velocidad ageostrófica, D/Dt es la derivada material y v_g la componente meridional (a lo

largo del frente) de la velocidad geostrófica. A medida que el flujo geostrófico frontal se acelera, la vorticidad ciclónica y anticiclónica aumenta en cada lado del frente. Por conservación de vorticidad potencial (VP) se requiere que el flujo horizontal sea convergente en el lado denso (subducción) y divergente en el lado denso (afloramiento). Por conservación de masa se cierra esta celda de circulación con un flujo subsuperficial que va del lado más denso hacia el lado menos denso del frente (Spall, 1995). Un esquema de esta circulación se resume en la Fig. 1.



Figura 1: Esquema de la circulación ageostrófica secundaria en un frente de mesoescala orientado en la dirección norte-sur (lado denso al oeste). La velocidad ageostrófica horizontal se desarrolla desde el lado menos denso hacia el lado más denso del frente (flecha roja) como resultado de la frontogénesis, donde ρ' representa la anomalía de densidad. Imagen tomada y modificada de Spall (1995).

Los frentes de submesoescala (FSM), están dominados por una dinámica diferente debido a que tienen números de Rossby ($Ro = \zeta/f$) de un orden de magnitud mayor que los de mesoescala. Debido a los elevados números de Rossby, la ecuación de la componente vertical de la vorticidad en frentes de submesoescala

$$\frac{\mathrm{D}\zeta}{\mathrm{Dt}}\simeq \mathrm{f}(1+\mathrm{Ro})\frac{\partial \mathrm{w}}{\partial \mathrm{z}}+\ldots,$$

donde $\partial w/\partial z$ es el corte vertical de la velocidad vertical, implica que la vorticidad en el lado ciclónico (Ro > 0) se amplifique 1 + Ro >> 1 en mayor medida con respecto al lado anticiclónico donde 1 + Ro < -1. Asociado a esta asimetría del campo de la componente vertical de vorticidad, los frentes de submesoescala desarrollan una intensa velocidad

vertical negativa (subducción) en el lado denso y una velocidad vertical positiva más débil (afloramiento) en el lado menos denso (O'Donnell *et al.*, 1998; McWilliams *et al.*, 2015; McWilliams, 2016). Esta asimetría presente en los frentes de submesoescala también puede ser explicada en términos del viento térmico turbulento, que no es más que una generalización del viento térmico que incluye los términos de la mezcla vertical de momento. El viento térmico turbulento produce una frontogénesis (i.e., CAS) adicional a la debida a la deformación de larga escala que no estaría presente si balances más simples son utilizados, i.e., esfuerzo del viento uniforme (McWilliams, 2016).

Es importante estudiar la dinámica de los FSM, en particular el transporte y la dispersión de diversos trazadores para entender la dinámica de los ecosistemas y de contaminantes presentes en el océano (Romero *et al.*, 2013). La visión Lagrangiana nos ayuda a explicar muchas de estas características, y nos permite conocer la evolución de los florecimientos algales o de una mancha de contaminante, como un derrame de petróleo o de basura flotante. Este entendimiento es necesario para optimizar los modelos de dispersión de petróleo en el océano.

Otros factores por lo que resulta importante estudiar los FSM son:

- Son una componente esencial en la cascada de energía desde la mesoescala hacia la disipación en la pequeña escala (Capet *et al.*, 2008).
- Son regiones con intensa CAS (O'Donnell *et al.*, 1998; McWilliams *et al.*, 2015; Mc-Williams, 2016).
- La CAS advecta nutrientes y materia orgánica hacia el frente (convergencia) y los transporta (subducción) en mayor medida desde la superficie hacia la base del FSM (Mahadevan, 2016).

1.1. Antecedentes

El estudio de la dinámica de la circulación en los frentes de mesoescala ha sido de gran interés para diversos autores a lo largo del tiempo. Spall (1995) investigó numéricamente procesos de subducción en frentes sobre la zona convergente subtropical del Atlántico norte. En particular, observó el hundimiento de parcelas de agua superficiales sobre el lado frío del frente, donde las velocidades verticales negativas generadas por la frontogénesis fueron del orden de $-30 \,\mathrm{m/d}$ con un flujo ageostrófico de $3 \,\mathrm{a} \,5 \,\mathrm{cm/s}$ que va del lado ligero hacia el lado denso del frente. O'Donnell *et al.* (1998) estudiaron la dinámica de un FSM de pluma de río sobre Long Island (Connecticut), utilizando mediciones de un perfilador acústico y un arreglo fijo de 3 correntímetros electromagnéticos, y 5 sensores de temperatura (T) y conductividad. Sus mediciones revelaron que la convergencia en superficie ocurre sobre una franja estrecha de no más de $5 \,\mathrm{m}$, identificable a simple vista por la acumulación de espuma sobre la franja. Como primera aproximación, ellos sugieren que un modelo hidrostático que resuelva escalas del orden de $1 \,\mathrm{m}$ podría representar adecuadamente la dinámica de estos frentes.

Flament y Armi (2000) utilizando imágenes de satélite en el infrarrojo y grupos de derivadores superficiales, obtuvieron mediciones directas de la convergencia en un FSM (1 km de longitud) de la corriente de California. Los autores concluyen que el espesor de la franja de máxima convergencia y acumulación de objetos flotantes es de 20 m, con una corriente ageostrófica asociada de 7 cm/s. Observaron fuerte convergencia y subducción debida a la CAS que domina sobre el flujo geostrófico, i.e., flujo notablemente ageostrófico.

Legal *et al.* (2007) a través de simulaciones numéricas de una región al noreste del Atlántico norte que se caracteriza por una fuerte interacción de remolinos de mesoescala, observaron estructuras de pequeña escala como frentes y filamentos de gran importancia en la dispersión de trazadores sobre esta región. Ellos sugieren convergencia y subducción a lo largo de filamentos fríos en regiones confluentes (entre remolinos de vorticidad de signo opuesto) y presentan un escalamiento para la velocidad vertical (w) en función de la anomalía de densidad (ρ'): w = $-250 \rho'$. En otro estudio realizado por Romero *et al.* (2016) utilizando simulaciones numéricas realizadas con el modelo ROMS sobre el Canal de las Islas de Santa Bárbara con una resolución de 100 m, observaron frentes de submesoescala de agua dulce con intensa convergencia en superficie y subducción, ubicados sobre zonas con intensa vorticidad y tasa de deformación.

Por otro lado, ciertos patrones de la circulación oceánica se pueden conocer a través de la trayectoria de objetos flotantes. Actualmente la tecnología ha permitido el desarrollo de dispositivos como derivadores que registran y transmiten su posición mientras siguen a una parcela de agua proporcionando información sobre su trayectoria. Ohlmann et al. (2005) realizaron estudios sobre las costas de Santa Bárbara con la finalidad de observar los procesos de pequeña escala sobre la zona. Utilizaron derivadores tipo Microstar con sistema de posicionamiento global incluido para registrar la posición de los derivadores cada $10 \min$. Registraron cerca de 200 trayectorias que compararon con datos de radar de alta frecuencia. Observaron una velocidad de separación de las partículas promedio de 5 a $9 \,\mathrm{cm/s}$ a lo largo y a través de la costa respectivamente. Concluyen que los derivadores resuelven escalas de movimiento submesoescalares que no logran detectar los radares, haciéndolos un complemento indispensable en las observaciones oceanográficas costeras. En el estudio de LaCasce y Ohlmann (2003) examinaron la dispersión relativa de derivadores superficiales en el Golfo de México. Encontraron una fase de crecimiento exponencial de la dispersión relativa desde la escala más pequeña resuelta (1 km) hasta un intervalo de 40 - 50 km, con una escala temporal (e-folding) de 2 - 3 días.

Un estudio sobre dispersión relativa en el océano con escalas menores a 1 km, fue el trabajo de Ohlmann *et al.* (2012) donde se presentan mediciones de la dispersión relativa sobre el Canal de las Islas en Santa Bárbara usando derivadores con una separación inicial de 5 m. Reportaron un comportamiento dispersivo exponencial entre 5 y 100 m siguiendo un comportamiento de ley de potencia para escalas entre 100 y 1000 m; sin embargo, no probaron la existencia de dispersión anisotrópica. Este estudio se enfoca a describir y cuantificar la dispersión anisotrópica por corrientes submesoescalares.

Romero *et al.* (2013) analizaron la dispersión de pares de partículas con una separación inicial de 500 m por medio de simulaciones numéricas utilizando el modelo ROMS con una resolución de 250 m en la región sur de la costa oeste de California. Ellos encontraron dispersión relativa anisotrópica y difusividad fuerte cerca de la costa, donde generalmente hubo mayor tasa de deformación y más desarrollo de actividad submesoescalar.

En esta tesis se pretende estudiar la dinámica y la capacidad dispersiva de los frentes

submesoescalares sobre la región del Canal de las Islas de Santa Bárbara mediante datos obtenidos de simulaciones numéricas utilizando el modelo ROMS con una resolución horizontal de 100 m.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Analizar y describir la dinámica de frentes submesoescalares del Canal de las Islas en Santa Bárbara California con modelación numérica.

1.2.2. Objetivos Particulares

- Realizar una caracterización termohalina y cinemática tridimensional de FSM utilizando simulaciones numéricas de alta resolución.
- Analizar la dinámica dispersiva de FSM realizando experimentos numéricos de advección de partículas sintéticas en dos y tres dimensiones, utilizando el modelo ROMS con una resolución horizontal de 100 m.
- Estimar la velocidad vertical a partir de valores de divergencia horizontal obtenidos de grupos de boyas sintéticas integrando verticalmente la ecuación de continuidad.

1.3. Circulación en el Canal de Santa Bárbara

El Canal de las Islas de Santa Bárbara está localizado sobre la costa oeste de Estados Unidos a $34^{\circ} 14' 31'' \text{ N}$ y $119^{\circ} 53' 24'' \text{ O}$ frente al condado de Santa Bárbara (California), y esta conformado por una cadena de 4 Islas (San Miguel, Santa Rosa, Santa Cruz y Anacapa, visto de este a oeste); tiene una longitud de 100 km con 45 km de ancho en la boca oeste y 20 km en la boca este (Fig. 2).

La dinámica de la circulación oceánica del Canal de las Islas de Santa Bárbara esta dominada por un flujo de agua fría de baja salinidad (S) y alto contenido de oxígeno que



Figura 2: Imagen del Canal de las Islas de Santa Bárbara California, el recuadro rojo muestra la zona donde se hicieron las mediciones de los datos de la campaña piloto. Fuente: http://www.noaanews.noaa.gov/stories2009/20090810.

se dirige hacia el Ecuador (corriente de California) bifurcándose sobre la boca oeste del canal y por otro lado, un flujo pegado a la costa de agua cálida, con alta salinidad y bajo contenido de oxígeno proveniente del Ecuador (Agua Ecuatorial del Pacífico) que junto con el de agua sub-superficial de la contracorriente de California confluyen hacia el noroeste a través de la boca este del Canal. Aguas centrales del Pacífico Norte (calientes y salinas) son advectadas desde el oeste hacia el interior del canal de Santa Bárbara a través de las islas. Cuando los vientos del noroeste son muy intensos ocurren importantes afloramientos a lo largo de la costa. Estas aguas afloradas se transportan hacia el este dificultando que otro flujo pueda entrar por la boca del este (Browne, 1994). La figura 3 muestra un esquema de los flujos que conforman esta circulación general.

En el interior del Canal, la circulación consiste en un flujo bidireccional con una recirculación ciclónica que propicia la formación de remolinos de mesoescala que se propagan hacia el oeste (Browne, 1994). El flujo bidireccional está conformado por parte de la corriente de California que se bifurca y entra por la boca oeste, y por agua del Pacífico ecuatorial y de la contracorriente de California que se transporta pegada a la costa hacia el noroeste (Fig. 4).



Figura 3: Circulación oceánica debida a los flujos confluentes sobre el Canal de las Islas de Santa Bárbara. Imagen tomada de Browne (1994).



Figura 4: Esquema del flujo de circulación oceánica bidireccional con una recirculación ciclónica en el interior del Canal de las Islas de santa Bárbara. Imagen tomada de Browne (1994).

2.1. Modelo numérico

Las simulaciones numéricas de la región del Canal de las Islas de Santa Bárbara utilizadas en este trabajo se describen en Romero *et al.* (2016). La configuración del dominio del modelo ROMS consistió de 4 regiones anidadas L0, L1, L2, y L3 con una resolución horizontal de 5 km, 1 km, 250 m y 100 m respectivamente (Fig. 5). La malla vertical está en coordenadas sigma con 40 niveles para los dominios L0, L1, L2 y 32 niveles para el dominio L3.

La batimetría del modelo consistió de un producto global de Becker et al. (2009) con una resolución de 30 segundos de arco. También se uso batimetría de alta resolución (3 segundos), utilizando la base de datos de arrecifes costeros de la National Oceanic and Atmospheric Administration/ National Geophysical Data Center (NOAA/NGDC). La batimetría fue interpolada para que los puntos de malla adyacentes tuvieran una pendiente menor o igual a 0.2. El dominio L0 fue forzado por 15 años de datos climatológicos y flujos océano-atmósfera ("spin up" del modelo) y se corrió desde 1996 a 2004. Los datos de vientos fueron obtenidos de QuikSCAT-ECMWF.

En el dominio L1 se incluyó la marea como una condición de frontera; se utilizaron 10 componentes de marea (M2, S2, N2, K2, K1, O1, P1, Q1; Mf y Mm) de datos de altimetría satelital de TOPEX/POSEIDON. Los forzamientos para los dominios L2 y L3 consistieron en flujos océano-atmósfera que incluyeron el esfuerzo del viento, evaporación y radiación solar con una resolución horizontal de 6 km obtenidos del Weather Research Forecast model. La mezcla en la vertical se parametrizó utilizando la parametrización K-profile (Large *et al.*, 1994). Se consideraron dos zonas de descarga de agua dulce (Arroyo Burro y Mission Creek) que representan fuentes termohalinas de concentraciones de nitratos (Romero *et al.*, 2016).



Figura 5: Dominios que se utilizaron en el modelo, se muestra la resolución de cada uno, L0-azul $(\Delta x = \Delta y = 5 \text{ km})$, L1-verde obscuro $(\Delta x = \Delta y = 1 \text{ km})$, L2-café $(\Delta x = \Delta y = 250 \text{ m})$ y L3-Cian $(\Delta x = \Delta y = 100 \text{ m})$. El dominio verde claro y rojo corresponden a otra configuración que no se toma en cuenta para la ilustración. Imagen de Romero *et al.* (2016), suplemento.

2.2. Metodología

2.2.1. Modelo de advección de partículas

Se realizaron experimentos numéricos Lagragianos en dos y tres dimensiones (2D y 3D) utilizando un modelo de advección de partículas para generar las trayectorias de los derivadores sintéticos. Este modelo calcula las trayectorias en 2D y 3D a partir de los campos de velocidad de ROMS (\mathbf{u}_{roms}), resolviendo la ecuación $d\mathbf{r}/dt = \mathbf{u}_{roms}(\mathbf{r},t)$ (donde \mathbf{r} indica la posición de la partícula) con un esquema numérico tipo Adams-Bashford-Moulton predictor-corrector (Kantha y Clayson, 2000) y el método de Runge-Kutta de cuarto orden (Hu *et al.*, 1996). Los experimentos 2D se realizaron eliminando la componente vertical de la velocidad de ROMS (i.e., $w_{roms} = 0$). En las simulaciones 3D las partículas son advectadas considerando las tres componentes de la velocidad (i.e., $w_{roms} \neq 0$).

Se simuló la dispersión de grupos de partículas sintéticas alrededor de un FSM seleccionado. Para ello, se realizaron dos tipos de experimentos: (i) horizontal 2D simulando objetos flotantes o derivadores superficiales, y (ii) 3D simulando la dinámica de una mancha de tinta o contaminante. Para ambos casos (2D y 3D), se liberó un grupo de 1245 partículas y se dejaron advectar durante un intervalo de 11 horas (00:30-11:30 hrs) sobre el lado más frío y denso del FSM a una distancia de 2.5 km al oeste de la interfase frontal. En el instante inicial de la liberación, las partículas tuvieron una configuración en forma de disco de 2 km de diámetro, centrado en 119° 77′ O y 34° 24′ N, con una separación de 50 m y localizadas en la superficie para el caso 2D (z = 0 m), y en z = -1 m para el caso 3D. En la Fig. 6 se muestra el arreglo inicial del disco de partículas.



Figura 6: Esquema en forma de disco con 2 km de diámetro, centrado en $119^{\circ} 77' \text{ O} \text{ y} 34^{\circ} 24' \text{ N}$ con 1245 partículas sintéticas (color magenta) separadas 50 m para el caso 2D y 3D (z = 0 y z = -1 m). La imagen corresponde al momento inicial de liberación el día 10/01/2005 a las 00:30 hrs.

Se realizó un experimento en 2D con un disco inicial de 200 m de diámetro, centrado en 119° 73′ 98′′ O y 34° 22′ 04′′ N (2 km al oeste de la zona frontal), con 313 partículas separadas una distancia de 10 m, y localizadas en la superficie; las cuales se dejaron advectar durante 6 horas (05:30-11:30 hrs). En la Fig. 7 a se muestra este esquema de liberación del disco de partículas sintéticas.

Finalmente, se realizó un experimento en 2D simulando un arreglo típico de derivadores superficiales en forma de cuadrado (Fig. 7 b). Para ello, se liberó un grupo de 4 partículas sintéticas, y se dejaron advectar durante un intervalo de tiempo de 6 hrs (05:30 a 11:30 hrs) sobre el lado denso del FSM a una distancia aproximada de 2 km al oeste de la interfase frontal. En el instante inicial de la liberación, el centroide del arreglo cuadrado estaba centrado en 119° 73′ 98″ O y 34° 22′ 04″ N y las partículas estaban separadas con respecto al centro de masa aproximadamente ~ 1 km. En la Fig. 7 b se muestra el esquema de liberación de los 4 derivadores sintéticos. Con las trayectorias de estas partículas advectadas, se calcularon las propiedades cinemáticas diferenciales descritas en la sección 2.2.2. Finalmente, se calculo la dispersión cuadrática media y la difusividad (k) en función de la escala de separación R^2 .



Figura 7: (a) Esquema en forma de disco de $200 \,\mathrm{m}$ de diámetro, centrado en $119^{\circ} 73' 98'' \mathrm{O} \mathrm{y} 34^{\circ} 22' 04'' \mathrm{N}$ compuesto de $313 \mathrm{part}$ ículas sintéticas separadas $10 \,\mathrm{m} \mathrm{y}$ colocadas en superficie. (b) Esquema en forma de cuadrado con partículas separadas $\sim 1 \,\mathrm{km}$, y centrado en $119^{\circ} 73' 98'' \mathrm{O} \mathrm{y} 34^{\circ} 22' 04'' \mathrm{N}$, $2 \,\mathrm{km}$ al oeste de la interfase frontal, simulando un arreglo de 4 derivadores localizados en superficie. Las figuras corresponden al momento inicial de liberación.

2.2.2. Propiedades cinemáticas diferenciales

A partir del movimiento relativo de las 4 partículas sintéticas mostradas en la Fig. 7 b, se calcularon las propiedades cinemáticas diferenciales (PCD), que incluyen la componente vertical de vorticidad, y la divergencia horizontal. Para estos cálculos se utilizaron los métodos de aproximación por mínimos cuadrados de Okubo y Ebbesmeyer (1976) y de la razón de cambio del área de Molinari y Kirwan Jr (1975). Ambos métodos se describen en las secciones 2.2.2.1 y 2.2.2.2. También se calculó la velocidad promedio del grupo de boyas con respecto al centro de masa y la linealidad del polígono definido por el grupo de derivadores en función del tiempo. La linealidad se define aquí como $a = 1 - \mathcal{L}/\ell$, donde \mathcal{L} y ℓ son los semiejes mayor y menor del polígono definido por el grupo de boyas, respectivamente. Esta definición es similar a la excentricidad matemática de una elipse, $c = \sqrt{1 - (\ell/\mathcal{L})^2}$, que nos informa del grado de desviación del grupo de boyas con respecto a una configuración inicial simétrica (círculo perfecto). De esta forma, linealidad de cero implica que la configuración de las boyas es simétrica, y linealidad 1 significa que las boyas están alineadas a lo largo de una recta. Las estimaciones de PCD pierden validez a medida que aumenta la linealidad, y en este trabajo consideramos que a linealidades por encima de a > 0.6 los resultados de las PCD no son confiables (Ohlmann *et al.*, 2017).

2.2.2.1. Aproximación por mínimos cuadrados

De acuerdo a Okubo y Ebbesmeyer (1976), el método de mínimos cuadrados (MC) hace uso de la regresión lineal para calcular los gradientes de velocidad a partir del movimiento relativo del grupo de derivadores minimizando la energía cinética turbulenta. Dadas las coordenadas x, y y las componentes de velocidad u, v de n derivadores en m tiempos, tenemos que:

Haciendo una expansión de u_i y v_i en series de Taylor con respecto al centro del grupo

de partículas $\bar{x}(j)$, $\bar{y}(j)$ se tiene:

$$\begin{split} u_{i}(j) &= \bar{u}(j) + \frac{\partial \bar{u}(j)}{\partial x} [x_{i}(j) - \bar{x}(j)] + \frac{\partial \bar{u}(j)}{\partial y} [y_{i}(j) - \bar{y}(j)] + u_{i}^{\prime \prime}{}^{\prime}(j), \\ v_{i}(j) &= \bar{v}(j) + \frac{\partial \bar{v}(j)}{\partial x} [x_{i}(j) - \bar{x}(j)] + \frac{\partial \bar{v}(j)}{\partial y} [y_{i}(j) - \bar{y}(j)] + v_{i}^{\prime \prime}{}^{\prime}(j). \end{split}$$
(3)

donde $\partial \bar{u}/\partial x$, $\partial \bar{u}/\partial y$, $\partial \bar{v}/\partial x$ y $\partial \bar{v}/\partial y$ son los gradientes horizontales de velocidad, y u'_i , v'_i son las velocidades turbulentas (términos de 2° orden). Suponiendo que los gradientes de velocidad son uniformes dentro del grupo de derivadores y despreciando los términos de 2° orden, podemos reescribir la ecuación 3 como:

$$U = PA$$

$$V = PB,$$
(4)

donde:

$$P(j) = \begin{pmatrix} 1 & \mathbf{x}_{1}^{*}(\mathbf{j}) & \mathbf{y}_{1}^{*}(\mathbf{j}) \\ 1 & \mathbf{x}_{2}^{*}(\mathbf{j}) & \mathbf{y}_{2}^{*}(\mathbf{j}) \\ \cdot & \mathbf{x}_{2}^{*}(\mathbf{j}) & \mathbf{y}_{2}^{*}(\mathbf{j}) \\ \cdot & \mathbf{x}_{2}^{*}(\mathbf{j}) & \mathbf{y}_{2}^{*}(\mathbf{j}) \\ \cdot & \mathbf{y}_{2}^{*}(\mathbf{j}) \\ \cdot$$

donde $x_i^*(j) = x_i(j) - \bar{x}(j)$ y $y_i^*(j) = y_i(j) - \bar{y}(j)$ denotan la posición con respecto al centro del grupo de partículas y $u_i^*(j)$ y $v_i^*(j)$ son las velocidades relativas a la velocidad media del grupo de partículas.

Resolviendo para A y B, tenemos que:

$$A = (P^T P)^{-1} P^T U$$

$$B = (P^T P)^{-1} P^T V,$$
(5)

donde P^T es la transpuesta de la matriz P. A partir de los gradientes horizontales de velocidad se calcula la divergencia horizontal y la componente vertical de vorticidad en el centro del grupo de partículas como:

$$\operatorname{div} = \frac{\partial \bar{u}(j)}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}(j)}{\partial y}$$
(6)

$$\zeta = \frac{\partial \bar{\mathbf{v}}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \bar{\mathbf{u}}(\mathbf{k})}{\partial \mathbf{y}}.$$
(7)

Por ultimo, se debe recordar que si el número de derivadores es menor a tres (n < 3), no se puede aplicar este procedimiento, sin embargo, una reciente publicación de Ohlmann *et al.* (2017) muestra que el error en los cálculos de las PCD puede reducirse si se utilizan cuatro partículas; y el error solo se reduce marginalmente si se usan más de 4.

2.2.2.2. Razón de cambio del área

Otro método para evaluar las PCD a partir del movimiento relativo de las partículas, es el método de la razón de cambio del área (RCA) descrito por Molinari y Kirwan Jr (1975). Este método calcula la divergencia horizontal a partir del cambio del área en el tiempo de un grupo de 3 o más derivadores. La divergencia entonces puede ser expresada como:

$$\operatorname{div} \equiv \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{1}{A} \frac{\mathrm{DA}}{\mathrm{Dt}},\tag{8}$$

utilizó el método de Paduan y Niiler (1990). Este método indica que si se tiene un grupo de $n \ge 3$ partículas, el área con respecto al centro de masa puede ser obtenida sumando las áreas de los triángulos definidos entre las n partículas y el centroide.

Para calcular la componente vertical de la vorticidad se rotan los vectores de velocidad horizontal 90° (en el sentido de las manecillas del reloj) de forma que:

$$\begin{array}{l} \mathrm{u} \longrightarrow -\mathrm{v}\,' \\ \mathrm{v} \longrightarrow \mathrm{u}\,' \,, \end{array} \tag{9}$$

donde u' y v' son las velocidades en el nuevo sistema rotado. Sustituyendo 9 en 8;

$$\zeta \equiv \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{x}} - \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{y}} = \frac{\partial \mathbf{u}'}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}'}{\partial \mathbf{y}} = \frac{1}{\mathbf{A}'} \frac{\mathbf{D}\mathbf{A}'}{\mathbf{D}\mathbf{t}},\tag{10}$$

donde A' es el área del polígono que forman las n partículas advectadas por los vectores de velocidad rotados 90° . Ambos procedimientos (MC y RCA) se aplicaron a los derivadores sintéticos y reales (ver sección 4 de discusión).

2.2.3. Dispersión Lagrangiana

A continuación se muestra como se calcula la dispersión cuadrática media (\mathbb{R}^2) de un grupo de partículas con respecto a la componente principal ($\sigma_{x'}^2$) aproximadamente a lo largo del frente (dirección x'), y perpendicular (dirección y') al mismo ($\sigma_{y'}^2$). La dispersión cuadrática media, puede obtenerse a través del cálculo de momentos de orden superior. El segundo momento complejo σ_z^2 se define como:

$$\sigma_{\rm z}^2 = \sigma_{\rm x}^2 - \sigma_{\rm y}^2 + 2\sigma_{\rm xy} i, \tag{11}$$

donde σ_x^2 y σ_y^2 son las varianzas del grupo de partículas en la dirección x, y, y σ_{xy} es la covarianza, definidas como:

$$\sigma_{x}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \overline{x})^{2}}{n-1}.$$

$$\sigma_{y}^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (y_{i} - \overline{y})^{2}}{n-1}.$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_{i} - \overline{x})(y_{i} - \overline{y})}{n-1}.$$
(12)

Donde a partir de las estimaciones de σ_z^2 se puede calcular el ángulo de la componente principal utilizando la siguiente ecuación (Thomson y Emery, 2014):

$$\gamma = \frac{1}{2} \tan^{-1}(\operatorname{imag}[\sigma_{z}^{2}]/\operatorname{real}[\sigma_{z}^{2}]).$$
(13)

Conociendo el ángulo γ , el eje x y y son rotados con respecto a la componente principal y relativo al centroide del grupo de partículas; las coordenadas rotadas quedan (Zavala Sansón *et al.*, 2017)

$$x' = (\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{m}})\cos\gamma + (\mathbf{y} - \mathbf{y}_{\mathrm{m}})\sin\gamma,$$

$$y' = -(\mathbf{x} - \mathbf{x}_{\mathrm{m}})\sin\gamma + (\mathbf{y} - \mathbf{y}_{\mathrm{m}})\cos\gamma,$$
(14)

donde x_m y y_m son las coordenadas del centroide. Finalmente a partir de las coordenadas rotadas x' y y' se calcularon las varianzas $\sigma_{x'}^2$ y $\sigma_{y'}^2$ a lo largo y perpendicular a la componente principal, respectivamente. Con estas componentes se construyeron elipses de dispersión cuadrática media en función del tiempo, se grafica la evolución temporal de estas componentes y se compararon los resultados de la dispersión cuadrática media entre el caso 2D y 3D. También se calculó la difusividad relativa definida como (List *et al.*, 1990):

$$k = \frac{1}{2} \frac{dR^2}{dt} \,, \tag{15}$$

donde la dispersión total R^2 con respecto al centroide puede ser definida como (List *et al.*, 1990):

$$R^{2} = \frac{\sigma_{x'}^{2} + \sigma_{y'}^{2}}{2}.$$
 (16)

Para fines comparativos con la estadística de dispersión de pares de partículas, definimos una dispersión total y difusividad relativa modificadas por un factor de 4.

$$\mathcal{R}^2 = 2(\sigma_{x'}^2 + \sigma_{y'}^2) = 2(2R^2) = 4R^2$$
(17)

$$\mathcal{K} = \frac{1}{2} \frac{d\mathcal{R}^2}{dt} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (4R^2) = 2 \frac{dR^2}{dt} = 4k.$$
(18)

Finalmente se construyó un gráfico de difusividad relativa contra escala para poder encuadrar estos resultados con los de otros trabajos.

2.2.4. Estimación de la velocidad vertical

Un cálculo que resulta interesante realizar a partir de valores obtenidos de la divergencia horizontal de un grupo de 4 boyas sintéticas, es la estimación de la velocidad vertical. La ecuación de continuidad de fluidos incomprensibles se define como:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial \mathbf{x}} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial \mathbf{y}} + \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial \mathbf{z}} = 0.$$
(19)

La velocidad vertical es entonces calculada integrando la ecuación de continuidad desde un nivel z = -h hasta la superficie del océano (z = 0). La velocidad vertical w a una profundidad -h estará dada por:

$$w = -\int_{0}^{-h} \underbrace{\left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right]}_{div} dz, \qquad (20)$$

donde consideramos que la velocidad vertical es cero en superficie. A partir de la divergencia horizontal obtenida de las PCD del experimento 2D de 4 partículas sintéticas (Fig. 7 b), se estimó la velocidad vertical integrando en la vertical la ecuación (20) desde z = -20 m (base de la capa de mezcla) hasta la superficie (z = 0 m). Se compara esta estimación con w_{roms} en el interior del área definida por los 4 derivadores sintéticos a esta misma profundidad (z = -20 m). Por último, se calcula el error de la estimación con respecto a los valores de velocidad vertical Euleriana de ROMS. En este capitulo se describen y presentan los resultados de acuerdo a los objetivos descritos anteriormente.

3.1. Caracterización termohalina y cinemática de un frente numérico de submesoescala

3.1.1. Caracterización horizontal

Con la finalidad de caracterizar un FSM numérico del Canal de Santa Bárbara, se visualizaron los campos de la componente vertical de vorticidad calculados mediante el ROMS, durante el periodo del 21 de diciembre al 21 de marzo del 2005. Se seleccionó un FSM intenso, resultado de la fusión de dos FSM de menor intensidad durante el día 10 de enero de 2005.

La Fig. 8 muestra imágenes de la componente vertical de vorticidad escalada (ζ/f) o número de Rossby, y los campos de velocidades u y v (flechas en color negro) para cuatro instantes de tiempo, para un periodo de 11 horas. El número de Rossby a lo largo del frente alcanzó valores máximos de 5 a las 05:30 horas. El número de Rossby máximo ocurre a lo largo de la interfase frontal en una franja estrecha de aproximadamente $\sim 100 \text{ m}$ de ancho (orden de la malla). El grosor de las franjas de vorticidad va a depender de la resolución del modelo; a menor Δx corresponden franjas de vorticidad más finas. Es por ello que la resolución utilizada para este trabajo (100 m) es más adecuada para resolver el FSM que en estudios anteriores.

Los campos de velocidad horizontal alrededor del FSM son confluentes, especialmente en el lado suroeste del frente. El frente se orientó en la dirección noroeste-sureste y se propagó con una componente suroeste. Sobre el lado este del FSM, se observa la presencia de dos remolinos ciclónicos de submesoescala que modifican la dinámica del frente. Las velocidades máximas horizontales alcanzan aproximadamente magnitudes de



Figura 8: Componente vertical de la vorticidad escalada en f (i.e., número de Rossby) y los campos de velocidad horizontal u y v (flechas negras) para las (a) 00:30 hrs, (b) 05:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs, del día 10 de enero del 2005.

 $|\mathbf{u}_h| = \sqrt{u^2 + v^2} \simeq 0.33 \,\mathrm{m/s}$ en el lado suroeste y $|\mathbf{u}_h| \simeq 0.16 \,\mathrm{m/s}$ en el lado noreste (Fig.8), donde $|\mathbf{u}_h|$ es la magnitud de la velocidad horizontal.

En la Fig. 9 se muestra el campo de temperatura del océano en el interior del canal para las 00:30 hrs a una profundidad de z = -1 m. El FSM se caracterizó por separar aguas cálidas (~ 16°C) de aguas más frías de ~ 15.5°C. Consecuentemente se observó un contraste de temperatura horizontal de ~ 0.5°C a través del FSM seleccionado.

La Fig. 10 muestra la evolución temporal de los campos de divergencia horizontal escalada por f a z = -1 m para el mismo intervalo de tiempo de la Fig. 8. Se observan valores de divergencia negativa (convergencia), la cual se intensifica a lo largo del FSM sobre el lado más denso y frío alcanzando valores mínimos de ~ -10 . La convergencia es más intensa con respecto a la divergencia sobre el lado menos denso y cálido, que tiene valores máximos de ~ 5 . Se observan inicialmente (00:30 hrs) dos FSM discontinuos y


Figura 9: Distribución horizontal de la temperatura (T; °C) a z=-1 m a las 00:30 hrs del día 10 de Enero de 2005. El recuadro discontinuo negro muestra el FSM seleccionado. Este dominio corresponde a L3 con 100 m de resolución horizontal.

de menor intensidad, que posteriormente se fusionan resultando un frente más intenso y coherente (ver Figs. 8 y 10).

La evolución temporal de los campos horizontales de velocidad vertical a una profundidad de z = -1 m se muestran en la Fig. 11. Se observan velocidades verticales negativas (hundimiento) más intensas a lo largo del frente sobre el lado más frío y denso con respecto a las velocidades verticales positivas (afloramiento) en el lado cálido y ligero, alcanzando valores mínimos y máximos de $\sim -5 \times 10^{-4} m/s$ ($\sim -43 m/d$) y $\sim 2 \times 10^{-4} m/s$ ($\sim 17 m/d$) respectivamente. El análisis cualitativo de las distribuciones horizontales de la componente vertical de la vorticidad, divergencia horizontal y velocidad vertical en la capa superior de este FSM en particular, sugiere una intensificación de la componente vertical de la vorticidad positiva (ciclónica), aumento de la convergencia superficial y, consecuentemente, intensificación de la subducción sobre el lado frío y denso del FSM.

3.1.2. Caracterización vertical

Para estudiar la estructura vertical termohalína y cinemática del FSM se realizaron 6 secciones verticales perpendiculares al FSM seleccionado. Las secciones tuvieron una



Figura 10: Distribución horizontal de la divergencia escalada por f para las (a) 00:30 hrs, (b) 05:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs, del día 10 de enero del 2005.

longitud de 10 km (5 km por lado), y 75 m de profundidad con una separación de 2 km entre ellas. Se analizó la evolución temporal de la estructura vertical durante un intervalo de tiempo de 6 hrs (05:30-11:30 hrs) tras la fusión (ver sección 3.1.1). Se construyeron frentes promedio de temperatura, salinidad, densidad y velocidad vertical. En la Fig. 12, se muestra el campo horizontal de temperatura a z = -1 m de profundidad correspondiente a las 10:30 hrs. Se observa el frente de temperatura, el contraste térmico (~ 0.5° C), y las lineas punteadas representan los 6 cortes verticales perpendiculares al frente.

La Fig. 13 muestra las secciones verticales de temperatura promedio en el tiempo. El frente se extiende hasta una profundidad de $\sim 50 \,\mathrm{m}$, con agua cálida en el lado derecho del frente y agua fría a la izquierda, con un gradiente de temperatura de $\Delta T \simeq 0.5 \,^{\circ}\mathrm{C}$ ($15.5 - 16 \,^{\circ}\mathrm{C}$). El FSM no presenta grandes cambios de temperatura en su estructura vertical con el paso del tiempo.



Figura 11: Secciones horizontales de velocidad vertical (w; m/s) a z=-1 m para las (a) 00:30 hrs, (b) 05:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs, del día 10 de enero del 2005.

Se muestran los compuestos o promedios verticales de salinidad en la Fig. 14 para el mismo intervalo de tiempo y mismas escalas espaciales que la Fig. 13. Se observa que el frente esta conformado por agua más salina sobre el lado izquierdo y agua con menor salinidad en el lado derecho, con un contraste de salinidad de $\Delta S \simeq 0.05 \,\mathrm{psu}$ ($33.4 - 33.45 \,\mathrm{psu}$). Se observa la formación de una lengua de baja salinidad ligeramente a la izquierda de la interfase frontal, es decir, en el lado frío y denso. La formación de esta lengua de baja salinidad se debe a la intensa convergencia superficial sobre el lado frío del frente, que consecuentemente advecta agua de baja salinidad de la capa superficial hasta una profundidad de $\sim 40 \,\mathrm{m}$. Este resultado muestra la importancia de la CAS en el transporte de trazadores en los FSM.

En la Fig. 15 se muestran las secciones verticales promedio de densidad, para los



Figura 12: Distribución o campo horizontal de temperatura a z = -1 m. Se observa un frente de temperatura con un contraste térmico de 0.5 °C. Las lineas negras punteadas representan 6 cortes verticales perpendiculares al frente, cada una de 10 km de longitud. La imagen corresponde al día 10/01/2005 a las 10:30 hrs.

mismos intervalos de tiempo de las Figs. 13 y 14. Se observa que el frente tiene mayor densidad sobre el lado izquierdo con respecto al lado derecho, con un contraste de densidad de $\Delta \rho \simeq 0.1 \text{ kg/m}^3 (1024.62 - 1024.52 \text{ kg/m}^3)$ a través de la interfase frontal. Se observan hundimientos de las isopicnas ligeramente a la izquierda de la interfase frontal de acuerdo al descenso de salinidad observado en la misma localización (ver Fig. 14).

Los compuestos verticales de la velocidad vertical del FSM se muestran en la Fig. 16. Realizando un acercamiento sobre la celda de velocidad vertical, se observa la clásica circulación vertical en FSM reportada por O'Donnell *et al.* (1998), McWilliams *et al.* (2015) y McWilliams (2016), donde existe una notable intensificación de las velocidades verticales negativas (subducción) sobre el lado más denso y frió del frente con respecto a las velocidades verticales positivas (afloramiento) en el lado derecho. A las 07:30 hrs la celda de velocidad vertical negativa es más coherente y alcanza el valor mínimo absoluto de $\sim -4.0 \times 10^{-3} \text{ m/s} (345 \text{ m/d})$; el valor máximo absoluto lo alcanza a las 10:30 hrs y es de $\sim 2.0 \times 10^{-3} \text{ m/s} (172 \text{ m/d})$. La distribución vertical de la velocidad vertical no se mantiene completamente uniforme, debido a que la w es una medida con mucha variabilidad a es-



Figura 13: Compuestos (promedios) verticales de temperatura (T; °C) del FSM seleccionado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día 10/01/2005. Las secciones tienen una longitud de 10 km y 75 m de profundidad.

calas del tamaño de la malla. Sin embargo, la asimetría de la velocidad vertical negativa (subducción) con respecto a la positiva (afloramiento) es significante.



Figura 14: Compuestos (promedios) verticales de salinidad (S; psu) del FSM seleccionado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día 10/01/2005. Las secciones tienen una longitud de 10 km y 75 m de profundidad.

En la Tabla 1 se muestran valores horarios de la velocidad vertical máxima, mínima y promedio positiva y negativa. Los valores promedio máximo y mínimo fueron de $\sim 3.5 \times 10^{-4} \,\mathrm{m/s}$ y $\sim -5.6 \times 10^{-4} \,\mathrm{m/s}$, respectivamente. Esto indica que un trazador Lagrangiano puede hundirse en promedio hasta $\sim -48 \,\mathrm{m/d}$ y aflorar $\sim 30 \,\mathrm{m/d}$.

Tabla 1: Valores horarios de velocidad vertical máxima, mínima y promedio de los compuestos ve	er-
ticales en ${f m/s}$, correspondiente a un intervalo de tiempo de 6 hrs (05:30-11:30 hrs).	

Hora	+w max [m/s]	-w min [m/s]	+w prom [m/s]	-w prom [m/s]
05:30	$+0.5 \times 10^{-3}$	-2.5×10^{-3}	$+2.6 \times 10^{-4}$	-4.8×10^{-4}
06:30	$+0.9 imes10^{-3}$	$-2.7 imes10^{-3}$	$+2.3 imes10^{-4}$	$-5.2 imes10^{-4}$
07:30	$+1.2 \times 10^{-3}$	$-4.0 imes 10^{-3}$	$+2.8 imes10^{-4}$	$-5.6 imes10^{-4}$
08:30	$+1.4 \times 10^{-3}$	-2.8×10^{-3}	$+2.6 \times 10^{-4}$	-5.1×10^{-4}
09:30	$+1.7 \times 10^{-3}$	-3.0×10^{-3}	$+2.5 \times 10^{-4}$	-4.4×10^{-4}
10:30	$+2.0 \times 10^{-3}$	-3.2×10^{-3}	$+3.5 \times 10^{-4}$	$-3.7 imes 10^{-4}$
11:30	$+1.8 \times 10^{-3}$	-2.4×10^{-3}	$+3.0 \times 10^{-4}$	-3.5×10^{-4}



Figura 15: Compuestos (promedios) verticales de densidad (ρ ; kg/m³) del FSM seleccionado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día 10/01/2005. Las secciones tienen una longitud de 10 km y 75 m de profundidad.



Figura 16: Compuestos (promedios) verticales de velocidad vertical (w; m/s) del FSM seleccionado correspondientes a las (a) 05:30 hrs, (b) 07:30 hrs, (c) 09:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día 10/01/2005. Las secciones tienen una longitud de $2 \,\mathrm{km}$ y $50 \,\mathrm{m}$ de profundidad.

3.2. Experimentos Lagrangianos

3.2.1. Dispersión bidimensional y tridimensional

3.2.1.1. Dispersión en el lado frío y denso

La evolución temporal del experimento 2D de liberación de 1245 partículas con una configuración en forma de disco de 1 km de radio en el lado denso del FSM durante un intervalo de tiempo de 11 horas (00:30-11:30 hrs) se muestra en la Fig. 17. Se observa el estiramiento de las partículas a lo largo de la interfase frontal sugiriendo dispersión asimétrica. Tras un periodo de 11 hrs todas las partículas están totalmente alineadas a lo largo del frente (Fig. 17 d).



Figura 17: Experimento 2D (w = 0) en el lado denso del FSM con un disco de 1 km de radio compuesto por 1245 partículas (puntos magenta) separadas 10 m. Evolución temporal de la distribución espacial de las partículas para las (a) 00:30 hrs, (b) 04:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día 10/01/2005. El mapa de color indica la distribución horizontal de temperatura (T; °C) a z = -1 m. Nótese el estiramiento de las partículas a lo largo de la interfase frontal.

El experimento 3D utiliza la misma configuración del experimento 2D pero esta vez se permite el hundimiento de las partículas en la vertical. Las diferencias más notables respecto el experimento 2D son: (i) mayor dispersión a través del frente y (ii) la mayor parte de las partículas cruzan en mayor medida la interfase frontal (Figs. 17 d y 18 d).



Figura 18: Experimento 3D (w \neq 0) en el lado denso del FSM con un disco de 1 km de radio compuesto por 1245 partículas separadas 10 m y localizadas a z = -1 m. Evolución temporal de la distribución espacial de las partículas para las (a) 00:30 hrs, (b) 04:30 hrs, (c) 08:30 hrs y (d) 11:30 hrs del día 10/01/2005. El mapa de color indica la distribución horizontal de temperatura a z = -1 m. Nótese la convergencia horizontal y estiramiento de las partículas a lo largo de la interfase frontal.

A partir de los experimentos Lagrangianos 2D y 3D se calculó la dispersión cuadrática media R^2 de las partículas liberadas con respecto a la componente principal $\sigma_{x'}^2$ y perpendicular al frente $\sigma_{y'}^2$ utilizando el procedimiento descrito en la sección 2.2.3. Se construyeron elipses de varianza para el caso en 2D (Fig. 19 a) y 3D (Fig. 20 a); y curvas de dispersión cuadrática media (Figs. 19 b y 20 b).



Figura 19: (a) Evolución temporal (11 hrs) de las elipses de dispersión cuadrática media del disco de 1245 partículas del experimento 2D. (b) Componentes de dispersión cuadrática media en función del tiempo, representadas por la componente principal (curva azul) y perpendicular (curva amarilla) al FSM; la curva roja es la dispersión cuadrática media que representa la suma de ambas componentes $\mathbf{R}^2 = (\sigma_{\mathbf{x}'}^2 + \sigma_{\mathbf{y}'}^2)/2$. Los valores de la figura deben multiplicarse por 4 para que sean comparables con valores de dispersión obtenidos únicamente con pares de partículas, $\mathcal{R}^2 = 4\mathbf{R}^2$ (Ec. 17).

La dispersión es anisotrópica; la fuerte dispersión a lo largo del frente contrasta con la débil dispersión en la dirección perpendicular al frente (Figs. 19 b y 20 b). En ambos casos, 2D y 3D, la dispersión es anisotrópica, lo cual se muestra en el aumento de la excentricidad de las elipses de varianza a lo largo de la interfase frontal (Figs. 19 a y 20 a). La dispersión cuadrática media en la dirección de la componente principal en ambos experimentos (2D y 3D) sigue un régimen de dispersión exponencial con ecuaciones de ajuste de $R^2 = 1.10 \times 10^5 e^{6.47t} y R^2 = 1.04 \times 10^5 e^{6.53t} (r^2 = 0.99)$, donde r² es el coeficiente de correlación de Pearson al cuadrado) para los experimentos 2D y 3D, respectivamente.

La R^2 en ambos experimentos (2D y 3D) es prácticamente explicada por la componente principal de dispersión (líneas azul y negra casi idénticas) que alcanza valores por encima de $\sim 2 \times 10^6 \text{ m}^2$ en un intervalo de tiempo de 11 horas (Figs. 19 b y 20 b).



Figura 20: (a) Evolución temporal (11 hrs) de las elipses de dispersión cuadrática media del disco de 1245 partículas del experimento 3D. (b) Componentes de dispersión cuadrática media en función del tiempo, representadas por la componente principal (curva negra) y perpendicular (curva verde) al FSM; la curva magenta es la dispersión cuadrática media que representa la suma de ambas componentes $R^2 = (\sigma_{x'}^2 + \sigma_{y'}^2)/2$. Los valores de la figura deben multiplicarse por 4 para que sean comparables con valores de dispersión obtenidos únicamente con pares de partículas $\mathcal{R}^2 = 4R^2$ (Ec. 17).

La principal diferencia entre ambos experimentos (2D y 3D) en términos de dispersión, es un incremento de la dispersión en la dirección perpendicular a la componente principal en el caso 3D con respecto al 2D, que alcanza un orden de magnitud al final de la simulación (t > 09:30 hrs) (Fig. 21 a). Este incremento de la componente dispersiva en la dirección perpendicular al frente es obviamente debida a efectos tridimensionales, es decir, al considerar las velocidades verticales diferentes de cero. Por otro lado, la Fig. 21 b muestra que la dispersión en la dirección de la componente principal en el caso 2D y 3D es similar y las variaciones son despreciables.

El cociente entre $\sigma_{x'}^2$ y $\sigma_{y'}^2$ en 2D (3D), indica que la dispersión a lo largo del frente alcanzó 3(2) órdenes de magnitud mayor que la dispersión en la dirección perpendicular al frente.



Figura 21: Componentes de dispersión cuadrática media en la dirección perpendicular a la componente principal (a) y a lo largo de la componente principal (b) para los experimentos 2D (asteriscos y cuadros negros) y 3D (asteriscos y cuadros rojos) en función del tiempo.

3.3. Velocidad vertical Lagrangiana

Puesto que el hundimiento a lo largo de la interfase frontal del FSM es uno de los resultados más relevantes, a continuación se analiza la velocidad vertical Lagrangiana a partir de las trayectorias obtenidas en el experimento 3D (Fig. 18). Específicamente se caracteriza la zona de hundimiento de las partículas, el número y porcentaje de partículas que se hunden, las profundidades que alcanzan y la velocidad vertical Lagrangiana. En la Fig. 22 se muestra el FSM como una interfase que separa aguas cálidas de frías y las partículas sintéticas donde el color indica la profundidad a la que se encuentran. La mayoría de las partículas (en color rojo) se mantienen en los primeros 5 m de profundidad. El grupo de partículas que más se profundiza se concentra a lo largo de una pequeña región de la interfase frontal cerca de las coordenadas 119° 76′ O y 34° 24′ N; donde algunas partículas alcanzan profundidades de hasta 30 m (en color azul oscuro).



Figura 22: Posición de las partículas sintéticas del experimento 3D y distribución horizontal de la temperatura (T;°C) a z=-1 m para las 11:30 hrs del día 10 de enero del 2005. Los colores en los puntos tabulan la profundidad de las partículas (m) como se indica en la escala de color.

Los histogramas de la Fig. 23 muestran el número de partículas dentro de capas de 5 m de profundidad, desde los 5 m hasta los 30 m para las 08:30 hrs, 09:30 hrs, 10:30 hrs, y 11:30 hrs; instantes de tiempo con las velocidades verticales máximas (ver Tabla 1). También se muestra el porcentaje de partículas en cada capa de 5 m respecto el total. El efecto en la advección vertical de trazadores Lagrangianos es pequeño; únicamente el 9 % del total de las partículas que convergen hacia el frente se hunden por debajo de los 10 m de profundidad (Fig. 23). Sin embargo, se debe considerar que el análisis de la advección vertical de trazadores Lagrangianos en este frente particular, no es representativo de un caso general. La cantidad de partículas que se hunden en la interfase frontal es diferente de un frente a otro.



Figura 23: Histogramas que muestran el número (y porcentaje) de partículas localizadas en capas de profundidad de 5 m de espesor desde la superficie hasta 30 m de profundidad. Para las (a) 08:30 hrs, (b) 09:30 hrs, (c) 10:30 hrs y (d) 11:30 hrs del 10 de enero del 2005 del experimento 3D.

La Fig. 24 muestra la velocidad vertical en m/s de las 1245 partículas Lagrangianas en función del tiempo, desde las 00:30 hrs hasta las 11:30 hrs. Resulta evidente el incremento de la velocidad vertical negativa Lagrangiana a partir de las 08:30 hrs, alcanzando el valor mínimo de $\sim -3.9 \times 10^{-3} \,\mathrm{m/s}$ una hora más tarde (09:30 hrs). Posteriormente empieza a disminuir el hundimiento de las partículas hasta las 11:30 hrs donde se observa velocidades verticales máximas positivas (afloramiento) que alcanzan $\sim 1.5 \times 10^{-3} \,\mathrm{m/s}$ ya en el lado cálido y ligero del frente de acuerdo con la distribución horizontal de la velocidad vertical mostrada en la Fig. 11. Estos resultados son consistentes con respecto a los valores de la velocidad vertical Eureliana de ROMS (Figs. 11 y 16).



Figura 24: Velocidad vertical Lagrangiana del grupo de partículas sintéticas en m/s. Se observa un valor mínimo y máximo de $-3.9 \times 10^{-3} \,\mathrm{m/s}$ y $1.5 \times 10^{-3} \,\mathrm{m/s}$ respectivamente. Los resultados son consistentes con los valores de velocidad vertical Euleriana de ROMS (Figs. 11 y 16).

Con el fin de caracterizar la estructura vertical de la zona de máximo hundimiento de la interfase frontal (ver Fig. 22), se representaron las posiciones de las 1245 partículas en la vertical en función del tiempo (Fig. 25). Entre las 06:30 hrs y 07:30 hrs, las partículas siguen ligeramente al oeste de la interfase frontal convergiendo hacia la misma (no mostrado) y se localizan todavía en un rango de profundidades entre [0 - 3 m] (somero). A las 08:30 hrs, las partículas ya alcanzaron la interfase frontal (Fig. 18 c) donde la velocidad vertical se intensifica (Figs. 11 c y 24). Desde las 08:30 hrs hasta las 11:30 hrs las partículas son advectadas verticalmente a lo largo de una región estrecha de $\sim 100 \text{ m}$ (resolución de malla) de ancho. El hundimiento es muy localizado y no se extiende a lo largo de toda la interfase frontal.



Figura 25: Evolución temporal del grupo de 1245 partículas sintéticas del experimento 3D. Se muestra las posiciones (longitud, profundidad) de las partículas en función del tiempo desde las 06:30 hrs hasta las 11:30 hrs del día 10 de enero del 2005.

3.4. Propiedades diferenciales cinemáticas

Las propiedades diferenciales cinemáticas (subsección 2.2.2) son calculadas a partir del experimento 2D de un arreglo de 4 partículas en forma de cuadrado equilátero colocadas a 2 km al oeste de la interfase frontal (ver subsección 2.2.1). La trayectoria de las partículas sintéticas interpoladas cada 10 min se muestra en la Fig. 26 a. Los puntos en la figura representan la posición de las partículas cada 10 min y el color indica la velocidad en cada posición (cm/s). Se observa el desplazamiento de las partículas hacia el noreste y la deflexión repentina de sus trayectorias hacia el noroeste.

Inicialmente (durante la confluencia), las partículas tienen velocidades entre los 10 y 16 cm/s, posteriormente se desaceleran a lo largo del frente hasta valores cercanos a cero una vez que alcanzan la interfase frontal. En la Fig. 26 b se representan los polígonos que

forman las 4 partículas sintéticas al tiempo inicial 05:30 hrs (línea azul) y a las 11:30 hrs (línea roja). Se observa un claro estiramiento del grupo de boyas a lo largo del frente; algo ya mostrado en el experimento 2D con un disco de 1245 partículas (Fig. 17).



Figura 26: (a) Trayectoria de las 4 partículas sintéticas liberadas en forma de cuadrado y separadas $\sim 1 \,\mathrm{km}$. Los puntos representan la posición de las partículas cada $10 \,\mathrm{min}$ para un intervalo de 6 hrs, y el color indica la velocidad en esa posición en $\mathrm{cm/s}$. (b) Polígonos formados por las 4 partículas sintéticas a las 05:30 hrs (línea azul) y las 11:30 hrs (línea marrón).

A partir del movimiento relativo de estas partículas se calcularon las PCD utilizando el método de aproximación de mínimos cuadrados y la razón de cambio del área descritos en las secciones 2.2.2.1 y 2.2.2.2 respectivamente. La Fig. 27 muestra la evolución temporal de la velocidad promedio del centroide del polígono, la divergencia horizontal escalada por f, la componente vertical de la vorticidad escalada por f, y la linealidad.

En la Fig. 27 a, se muestra una desaceleración del grupo de partículas entre las 05:30 y 06:30 hrs pero, típicamente, se propaga con una velocidad promedio de 0.05 m/s. La divergencia horizontal escalada por f es prácticamente nula durante la primera hora de la simulación, y muestra una tendencia negativa (hundimiento) con un valor mínimo de div/f = -3 a las 08:30 hrs (ver Fig. 27 b). Por otro lado, se observa una tendencia positiva de la componente vertical de la vorticidad escalada por f con un valor máximo de ~ 5 a las 08:30 hrs. A medida que el grupo de partículas se aproxima a la interfase frontal (no



Figura 27: Serie de tiempo de las PCD calculadas con MC (puntos azules) y RCA (cuadros rojos) para las 3 primeras horas del experimento 2D de 4 partículas. (a) Velocidad promedio del grupo de partículas con respecto al centroide (c vel; m/s). (b) Divergencia escalada por f (div/f). (c) Componente vertical de la vorticidad escalda por f (vor/f), y (d) la linealidad (a).

mostrado), la vorticidad ciclónica ($\zeta > 0$) se amplifica hasta el final del experimento (ver Fig. 27 c). Por último, la linealidad alcanza valores de a = 0.8 en cuestión de 3 horas, a las 08:30 hrs (ver Fig. 27 d). Cabe mencionar que los cálculos de las PCD no tienen validez para valores de linealidad de a > 0.6. Por ello estos resultados tienen que interpretarse con precaución, especialmente para tiempos mayores a 08:00 hrs.

3.5. Velocidad vertical estimada

Una vez calculada la divergencia horizontal a partir de un grupo de 4 partículas, se estima la velocidad vertical integrando la ecuación de continuidad (Ec. 20) desde $z \simeq -20 \text{ m}$ (base de la capa de mezcla del FSM) hasta la superficie (z = 0 m), suponiendo que la divergencia es constante en toda la capa integrada (w_{20}). Se utilizaron las estimaciones de divergencia horizontal calculadas con el método RCA de Molinari y Kirwan Jr (1975) descrito en la subsección 2.2.4. Por otro lado, para calcular la velocidad vertical promedia de ROMS (\overline{w}_{roms}), se promedió el campo de velocidad vertical Euleriana a z = -20 m definido por el área de los 4 derivadores sintéticos.

En la Fig. 28 se muestra la comparación entre la velocidad vertical calculada a partir de la divergencia horizontal (línea negra discontinua) y la velocidad vertical promedio de ROMS (linea roja continua) en el interior del polígono definido por las 4 partículas. Ambas estimaciones son aproximaciones de la velocidad vertical a una profundidad de 20 m. Los valores mínimos obtenidos por continuidad y ROMS fueron de $w_{20} \simeq -5.1 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ ($\simeq -440 \text{ m/d}$) y $\overline{w}_{roms} \simeq -3.8 \times 10^{-3} \text{ m/s}$ ($\simeq -328 \text{ m/d}$) respectivamente. El método sobrestima a partir de las 06:30 hrs. El error cuadrático medio (ECM) entre los valores obtenidos por continuidad y ROMS es de $\sim 7 \times 10^{-4} \text{ m/s}$.



Figura 28: Velocidad vertical estimada a partir de integrar verticalmente la divergencia horizontal desde $z = -20 \,\mathrm{m}$ hasta la superficie ($z = 0 \,\mathrm{m}$), obtenida a partir de las PCD del experimento 2D de 4 partículas (línea negra discontinua). La velocidad Euleriana de ROMS (w_{roms}) promediada sobre el polígono ($\overline{w}_{\mathrm{roms}}$) definido por las 4 partículas se muestra para propósitos comparativos (línea roja continua).

Por ejemplo, para un valor estimado de $w_{20} \simeq -3 \times 10^{-3} \,\mathrm{m/s}$ el coeficiente de variación (ECM/ w_{20}) seria de 0.23. De manera general, el método nos permite obtener una buena aproximación de la velocidad vertical en el FSM, desplegando solo 4 derivadores sobre la superficie del océano. Este resultado puede ser una motivación para diseñar experimentos con boyas reales en el futuro.

4.1. Estructura termohalina y dinámica del frente submesoescalar numérico

Los resultados del análisis del FSM numérico muestran una distribución termohalina alternante, con una interfase frontal que separa aguas cálidas ($\sim 16^{\circ}$ C) y ligeras, de aguas más frías ($\sim 15.5^{\circ}$ C) y densas, con un contraste térmico superficial de $\sim 0.5^{\circ}$ C (ver Fig. 12) que se mantiene uniforme en el tiempo. Este resultado es coherente con el contraste térmico superficial ($\sim 0.4^{\circ}$ C) observado por Romero *et al.* (2017) en un frente frío submesoescalar en el Golfo de México a partir de imágenes remotas de infrarrojo obtenidas desde un avión. Por otro lado, el contraste térmico vertical ($\sim 0.5^{\circ}$ C) del FSM se mantiene coherente hasta los 50 m de profundidad (Fig. 13); este valor es 2 y 3 veces menor con respecto a los observados por Flament *et al.* (1985) (~ 1° C) y Dewey *et al.* (1991) ($\sim 1.4^{\circ}$ C) en filamentos fríos submesoescalares reales, respectivamente. Estos filamentos se extienden verticalmente de manera uniforme hasta los 30 y 75 m, y tienen contrastes de salinidad de $\Delta S \simeq 0.4 \text{ psu y} \Delta S \simeq 0.7 \text{ psu, respectivamente. El contraste de$ densidad horizontal ($\Delta \rho \simeq 0.1 \, \mathrm{kg/m^3}$) fue 5 y 6 veces menor con respecto a los reportes de Paduan y Niiler (1990) y Dewey et al. (1991), que dieron valores entre [0.5 - 0.6] kg/m³. La diferencia de contrastes de densidad puede ser debida a que son frentes de mayor escala; $\sim 30 \text{ y} \sim 80 \text{ km}$ de ancho de interfase frontal.

Por otro lado, las simulaciones numéricas muestran números de Rossby máximos de 5 a lo largo de la interfase frontal, con velocidades máximas horizontales de $|\mathbf{u_h}| \simeq 0.33 \,\mathrm{m/s}$ en el lado suroeste y de $|\mathbf{u_h}| \simeq 0.16 \,\mathrm{m/s}$ en el lado noreste. Los campos de las componentes horizontales de velocidad \mathbf{u} y \mathbf{v} en el lado oeste del frente son confluentes y generan una corriente intensa que incide perpendicularmente al FSM (ver Fig. 8).

El análisis de la distribución horizontal de ζ , div, y w en la capa superficial del FSM sugiere intensificación de la ζ positiva (ciclónica), aumento de la convergencia superficial, y de la subducción sobre el lado frío y denso del FSM (ver Figs. 10 y Fig. 11). La velocidad vertical en el lado denso (ligero) alcanza un valor promedio mínimo (máximo) de w $\simeq -48 \text{ m/d}$ (w $\simeq 30 \text{ m/d}$) (ver Figs. 16, Tabla 1).

Tabla 2: Principales valores de contraste de temperatura ΔT (° C), contraste de salinidad ΔS (psu), contraste de densidad $\Delta \rho$ (kg/m³), componente vertical de vorticidad relativa escalada en f (ζ /f), velocidad vertical w (m/d), y escala horizontal en dirección del gradiente de densidad O (km) registrados en el FSM de Santa Bárbara (SB), y de diversos estudios de FSM realizados por: D91 (Dewey *et al.*, 1991), PR92 (Pollard y Regier, 1992), CAP08 (Capet *et al.*, 2008) y R17 (Romero *et al.*, 2017). Tomada y modificada de Capet *et al.* (2008).

	SB	D91	PR92	CAP08	R17
ΔT	0.5	1.4	_	1	0.4
ΔS	0.05	0.7	0.04	0.1	—
$\Delta \rho$	0.1	0.6	0.1	_	—
$\zeta/{ m f}$	-1/+5	-0.4/+1	-0.3/+1.3	-0.6/+1.2	-0.25/+1
W	-48/+30	-40/40	+40	-65/+35	—
0	0.1	80	40	.75	2

Para contextualizar, se comparan nuestros resultados con los de diversos autores, los cuales fueron obtenidos de FSM reales y numéricos (Tabla 2). Algunos están en el límite de transición de la mesoescala hacia la submesoescala (D91, PR92). Los valores de ζ y w dependerán de la escala del FSM (distancia más corta en dirección del gradiente de densidad), o de la resolución de la malla en el caso numérico. Los valores de ζ/f en la Tabla 2, sugieren claramente una asimetría de la componente vertical de vorticidad, con valores positivos más intensos (vorticidad ciclónica), con respecto a los valores negativos (vorticidad anciclónica) más débiles. Los valores de ζ/f reportados en este trabajo son los más intensos que se han registraron (SB; $\zeta/f \simeq -1/+5$) con respecto a los otros estudios.

Se sugiere de manera general, que las regiones de afloramiento y hundimiento están asociadas directamente con la asimetría de la componente vertical de vorticidad, resultando en velocidades verticales negativas más intensas con respecto a las positivas, por consiguiente, de mayor subducción de trazadores desde la superficie hacia la base del FSM. Este resultado corrobora la importancia de los FSM en el transporte de trazadores Lagrangianos, así como la importancia de tener mayor resolución en los modelos numéricos actuales para registrar estimaciones más realistas y precisas.

4.2. Comparación con un frente real del Canal de las Islas

A continuación se realiza una comparación de los resultados obtenidos del FSM numérico, utilizando datos de un FSM real en el interior del Canal de las Islas detectado el día 8 de diciembre del 2015 a ~ 8 km de la costa. Durante la campaña de medición se desplegaron manchas de tinta (rodamina) y un grupo de derivadores sobre el lado frío del FSM.



Figura 29: (a) Trayectoria y posición de las boyas cada $10 \min$ para un periodo de tiempo de 1.5 hrs. El color representa la velocidad en cm/s en esa posición. (b) Polígonos formados por las 4 boyas a las 18:40 hrs (línea azul) y las 20:10 hrs (línea marrón).

En la Fig. 29 a se muestra la trayectoria y la posición cada $10 \min$ de los 4 derivadores superficiales desplegados en forma de cuadrado (color negro). Las boyas derivaron durante 1.5 hrs y tuvieron una separación inicial de ~ 100 m. El color de los puntos indica la velocidad (cm/s) de las boyas en ese instante de tiempo. El grupo se desplazó con el flujo medio superficial (29 cm/s) hacia el noroeste a lo largo de la costa. Las boyas alcanzaron velocidades entre los [23 - 34] cm/s, ocurriendo una desaceleración conforme se aproximan al FSM (linea roja). Esta desaceleración también se observó en las partículas sintéticas próximas al FSM numérico (ver Fig. 26 a). Los polígonos formados por las 4 boyas en función del tiempo en la Fig. 29 b muestran inicialmente un cuadrado (línea azul), que cambia a un rectángulo alargado (línea roja) con el paso del tiempo, indicando un fuerte estiramiento a lo largo de la interfase frontal del FSM. Un comportamiento análogo se presentó en la Fig. 26 b para el caso de 4 partículas sintéticas sobre el FSM numérico y el experimento 2D con un disco de 1245 partículas (Fig. 17).

El despliegue de la macha de tinta (rodamina) se hizo abordo de un bote con un sistema de dispersión de fabricación casera. Este consistió en 2 tubos de PVC agujereados y una bomba que vertió la tinta (230 L) al océano a través de los tubos colocados en ambos lados del bote. La embarcación se desplazó en trayectorias circulares alrededor de los derivadores con un patrón de espiral hacia adentro formando franjas circulares. En la Fig. 30 se muestra el esquema implementado del despliegue de los trazadores (boyas y tinta). Los derivadores están representados por los puntos rojos, y el circulo verde representa la mancha de tinta con un diámetro de 200 m.



Figura 30: Esquema (no a escala) que muestra el despliegue de los derivadores de superficie y las manchas de tinta con un diámetro de 200 m. Imagen modificada de L. Romero.

Se midió la temperatura superficial del océano y la concentración (c; ppb) de la tinta en un solo transecto que fue perpendicular a la interfase frontal del FSM y transversal a la misma. Ambas mediciones fueron realizadas 1.5 hrs después del despliegue de los trazadores. Las mediciones fueron hechas con un cuerpo de remolque (C-ray) que fue arrastrado por el bote y estuvo equipado con un sensor de temperatura y un fluorómetro.



Figura 31: (a) Distribución espacial de la temperatura (T; $^{\circ}$ C) superficial a través del frente (más frío en el sureste y más cálido en el noroeste) obtenida con el C-ray 1.5 hrs después del despliegue de los derivadores (círculos negros). (b) Igual que en la figura (a) pero en función de la distancia.

La Fig. 31 a muestra la distribución espacial de la temperatura superficial del océano medida con el C-ray. Se observa un lado más frío (~ 17.9 ° C) al sureste y otro más cálido (~ 18.2 ° C) al noroeste. Los círculos negros representan la posición de los derivadores al final del muestreo, los cuales se encuentran completamente alineados a lo largo de la interfase frontal, similar a lo observado en los experimentos numéricos en 2D (Figs. 26 b y 17). En la Fig. 31 b, se muestran los valores de la temperatura superficial en función de la distancia (m) para todo el transecto. El FSM tuvo un contraste de temperatura superficial de $\Delta T \simeq 0.3$ °C, menor a lo observado en el FSM numérico ($\Delta T \simeq 0.5$ °C). Medidas independientes hidrográficas en ambos lados del FSM (frío y cálido) confirman el contraste de temperatura ($\Delta T \simeq 0.3$ °C) observado con el C-Ray (Fig 32 a).

Los perfiles verticales de salinidad y temperatura indican que se trata de un frente somero que es compensado termohalinamente en profundidad (> 5 m) y únicamente tiene señal dinámica en la superficie (primeros 4 m) (Fig 32 c). Es decir, el lado cálido es más salino, y el lado frío es menos salino (Fig 32 a-b). Esta es una característica distintiva respecto el frente analizado numéricamente. Este fenómeno puede describirse con la variable denominada "Spice". Elevado "Spice" sin firma en la densidad implica compensación termohalina (Ferrari y Rudnick, 2000).



Figura 32: Perfiles de (a) (T ; $^{\circ}$ C), (b) Salinidad (S; psu), y (c) Densidad (ρ ; kg/m³) en función de la profundidad (m). Se observa que la base del frente se ubica aproximadamente a los 5 m de profundidad.

La Fig. 33 a muestra la distribución de la concentración de tinta a través del frente, la cual se encuentra en mayor medida a lo largo de la interfase frontal, alcanzando un máximo de $c \simeq 8 \text{ ppb}$, y reduciendo el radio (100 m) inicial de la mancha a una franja de ~ 50 m (ver Fig. 33 b). Los resultados numéricos y reales son coherentes con la teoría de dinámica frontal, que indica la existencia de un flujo convergente y corriente de chorro frontal superficial en los FSM, concentrando y estirando los trazadores Lagrangianos (boyas y tinta) a lo largo de la interfase frontal.

La velocidad promedio del grupo de boyas con respecto al centroide (Fig. 34 a) se mantuvo prácticamente constante entre 0.3 y 0.32 cm/s. La divergencia escalada en f adquiere valores cercanos a cero o ligeramente positivos entre las 18:40 hrs y las 19:00 hrs y rápidamente decrece hasta alcanzar un mínimo de ~ -10 a las 19:30 hrs (Fig. 34 b). Esto indica que el grupo de boyas se desplaza hacia una zona de mayor convergencia superficial conforme se aproxima a la interfase frontal del FSM; un comportamiento que ya sabemos ocurre sobre el lado frío de los FSM y que es bien reproducido con las simulaciones numéricas (ver Fig. 27 b).



Figura 33: (a) Distribución espacial de la concentración (c; ppb) de tinta a través del frente, se observa mayor concentración (8 ppb) a lo largo de la interfase frontal del FSM, medición hecha con el C-ray 1.5 hrs después del despliegue. Los círculos representan la posición de los derivadores. (b) Concentración de la tinta medida con el C-ray en función de la distancia del transecto.

La componente vertical de la vorticidad escalada por f (Fig. 34 c) es inicialmente negativa (-5) aunque muestra una tendencia creciente, reduciéndose la magnitud negativa y alcanzando valores cercanos a cero a partir de las 19:30 hrs. Este resultado pareciera que contradice la dinámica de FSM caracterizada por una distribución de ζ asimétrica discutida en la sección 4.1; la cual indica valores más intensos de ζ positiva (ciclónica) sobre el lado más frío de los FSM. Sin embargo, un análisis cualitativo de los campos de velocidad horizontal superficial ($\mathbf{u} \ \mathbf{y} \ \mathbf{v}$) de datos de radar de alta frecuencia para ese instante de tiempo (ver Fig. 35), sugiere que los altos valores iniciales de ζ negativa (-5 f) no están necesariamente asociados a la dinámica del FSM sino más bien a un corte horizontal de mayor escala inducido por la presencia de un remolino anticiclónico de mayor escala.

La linealidad (Fig. 34 d) sugiere un rápido estiramiento del grupo de boyas a medida que se aproximan a la interfase frontal del FSM, comportamiento también observado en los experimentos 2D simulando 4 derivadores sintéticos (Fig. 27 d), un disco de partículas simulando manchas de tinta (rodamina) (Figs. 17 y 18).



Figura 34: Serie de tiempo de las propiedades cinemáticas diferenciales (PCD) calculadas con mínimos cuadrados (puntos azules) y la razón de cambio de área (cuadros rojos) para las boyas de la campaña. (a) Velocidad promedio del grupo de partículas con respecto al centroide (c vel; m/s). (b) Divergencia horizontal escalada en f (div/f). (c) La componente vertical de la vorticidad escalda en f (ζ/f), y finalmente en (d) la linealidad (a).



Figura 35: Posición de la boyas (puntos magenta) cada 10 min desplazándose al noroeste (ver Fig. 29 a), y la distribución de la velocidad horizontal (u y v) obtenida de datos de radar de alta frecuencia de $2 \text{ km} \times 2 \text{ km}$ de resolución horizontal. Los vectores son promedios horarios y el color representa el instante de tiempo de la medición tabulado por la escala de color.

Por último, se estimó la velocidad vertical a partir de los valores de divergencia horizontal calculados con el método de RCA y MC. Se integró la divergencia horizontal desde z = -3 m hasta la superficie (ver subsección 2.2.4). En la Fig. 36 se muestra la velocidad vertical diagnosticada para el experimento de Santa Bárbara de 4 derivadores con el método de RCA (línea negra discontinua), y con método de MC (línea negra continua) en función del tiempo (40 min).

Se observa que las curvas son sensibles al método utilizado para calcular la divergencia horizontal. Sin embargo, ambas curvas coinciden en el valor mínimo de $w_3 \simeq -3.4 \times 10^{-4} \,\mathrm{m/s}$ a las 19:20 hrs. Esta velocidad vertical indicaría que una partícula podría hundirse hasta $\sim 29 \,\mathrm{m/d}$ sobre el lado frío del FSM. Este valor tiene un orden de magnitud menor que las estimaciones obtenidas en el experimento numérico con esta misma metodología; pero es consistente con la velocidad vertical promedio de $-48 \,\mathrm{m/d}$ obtenida con ROMS (ver Tabla 2).



Figura 36: Velocidad vertical estimada a partir de integrar verticalmente la divergencia horizontal obtenida a partir de las propiedades cinemáticas diferenciales (PCD) aplicado a 4 boyas reales. La línea negra discontinua representa la estimación con valores obtenidos a partir de el método de razón de cambio del área (RCA) y la línea negra continua corresponde al método de mínimos cuadrados (MC).

4.3. Dispersión sobre el frente submesoescalar numérico

Existen pocos estudios sobre dispersión relativa utilizando derivadores Lagrangianos con pequeñas escalas de separación en el interior del Canal de las Islas. Uno de ellos fue realizado por Ohlmann *et al.* (2012). A través de grupos de derivadores con una separación inicial entre 5 - 10 m, observaron que la dispersión relativa se incrementa exponencialmente en el tiempo durante las primeras $\sim 5 \text{ hrs}$, y la difusividad sigue un régimen de crecimiento cuadrático con la escala inicial de separación. Sin embargo no se reportó evidencias de dispersión anisotrópica.

Romero *et al.* (2013) estudiaron la dispersión relativa de pares de partículas con una separación inicial de 500 m utilizando simulaciones numéricas (ROMS) de alta resolución (75 m y 250 m). Ellos si reportaron dispersión relativa anisotrópica y difusividad fuerte, pero cerca de la costa, dentro de los primeros 10 km de la plataforma interna del Canal. Es sobre esta zona donde observó mayor desarrollo de actividad submesoescalar. La marea puede ser un factor importante en la generación de esta actividad, sin embargo, se sugiere también que los fuertes vientos paralelos a la costa pueden generar afloramientos que propician la formación de FSM, y filamentos que interaccionan con vórtices y remolinos (ver Figs. 4 y 9). Se sugiere que la plataforma interna del Canal de las Islas ($\sim 10 \text{ km}$), esta dominada por la intensa actividad submesoescalar como se observa en la Fig. 37. Se observan un gran numero de vórtices, filamentos, y FSM con intensos números de Rossby (> 1). De manera general, esta intensa actividad submesoescalar tiene importantes implicaciones en la dispersión de trazadores Lagragianos, como el transporte de contaminantes, microorganismos, larvas, y la interacción de las comunidades biológicas.

Los resultados de nuestro análisis de la capacidad dispersiva en el interior del Canal, en particular la interacción de trazadores Lagrangianos (2D y 3D) con FSM, reafirma la existencia de fuerte dispersión relativa anisotrópica (ver Figs. 19 y 20) debida a procesos submesoescalares como fue reportado por Romero *et al.* (2013). Para el caso en particular del disco de partículas en 2D (ver Fig. 17), el FSM parece actuar como una barrera física en el transporte de trazadores a través del frente, a diferencia del caso en 3D (ver Fig. 18), donde una mayor cantidad de partículas atraviesan la interfase frontal.



Figura 37: Distribución horizontal de la componente vertical de la vorticidad escalada por f (ζ /f) para el día 10 de enero del 2005 a las 07:30 hrs. Se muestra todo el dominio L3 con una resolución horizontal de 100 m. Se observa una gran cantidad de procesos submesoescalares como frentes, filamentos, y vórtices muy intensos (ζ /f > 1).

Se sugiere que la dispersión geostrófica que asume que los flujos son horizontales a lo largo de superficies geopotenciales, no puede describir la verdadera dinámica dispersiva, ni tampoco el transporte de trazadores alrededor de estos FSM. Otra hipótesis sugiere que esta diferencia puede deberse a que utilizamos distintas profundidades (z = 0y z = -1) en los experimentos (2D y 3D), ya que la convergencia horizontal es intensificada en superficie hasta un 50 % (no mostrado). En el experimento 3D, las partículas al estar 1 m más hundidas que el caso 2D no se ven tan afectadas/arrestadas en la franja frontal y pueden cruzarla subsuperficialmente.

En el experimento 3D, el porcentaje de partículas que subducen por de bajo de 5 m es de ~ 9% (Fig. 23). Parece un bajo porcentaje en comparación con el número total de partículas liberadas, y en relación con las observaciones de la intensificación de la velocidad vertical negativa en el FSM. Sin embargo, para un mismo grupo de trazadores, el proceso de subducción podría ocurrir repetidamente debido a la presencia de una gran cantidad de FSM y otros procesos submesoescalares como se observa en la Fig. 37. Se intuye que si se suman todas estas aportaciones, la adveccion vertical de trazadores debida a los FSM, será una componente muy importante en el transporte de trazadores Lagrangianos de la superficie hacia capas más profundas. Este porcentaje de partículas que se hunden debe de interpretarse con precaución, ya que varía de un FSM a otro.

Por ejemplo, en la misma simulación numérica utilizada en esta tesis se seleccionó y analizó preliminarmente otro FSM y se encontró que más del 50 % de las partículas se hundían sobre la interfase frontal por de bajo de los 10 m (comunicación personal L. Romero). Por último, el porcentaje total de las partículas que se hunden en un FSM va a depender del tamaño del grupo y de la posición inicial.

4.4. Difusividad relativa

La difusividad relativa k se calculó a partir de la ecuación 15 (subsección 2.2.3) para 3 experimentos numéricos y uno real. Las estimaciones de la difusividad relativa en experimentos con pocas partículas (< 1000) es calculada como la pendiente del ajuste lineal de k(t) vs R(t). Para experimentos con > 1000 partículas se optó por mostrar los valores en cada tiempo, en lugar de promediar, al considerarse que las estimaciones de los promedios de R(t) con mayor número de pares son menos ruidosas. Se calcularon los errores asociados a la pendiente (casos < 1000 partículas) y el error en la estimación de k debido a la propagación de la incertidumbre en el cálculo de la R promedio a partir de más de > 1000 pares de partículas.

Para comparar nuestros resultados (k vs R) y ser consistentes con la estadística de pares de partículas de otros autores (K vs R), utilizamos el factor de ajuste dado por las ecuaciones 17 y 18 descritas en la subsección 2.2.3. La Fig. 38 muestra nuestras observaciones de difusividad K contra escala R y las de diversos autores. Las lineas negras continuas corresponden a las observaciones de Ohlmann *et al.* (2012) utilizando derivadores desplegados con una separación inicial de ~ 10 m en el interior del Canal. Estos datos siguen dos regímenes de dispersión distintos, uno cuadrático R^2 para escalas temporales cortas (5 hrs) seguido de otro lineal R para tiempos más largos [5 – 46] hrs con escalas de separación de 100 m a 1 km.

Las estimaciones de \mathcal{K} y \mathcal{R} para el experimento real con 4 boyas $(0.073 \text{ m}^2/\text{s}, 55 \text{ m})$ y del disco 2D de 200 m de diámetro con 313 partículas $(0.4017 \text{ m}^2/\text{s}, 131 \text{ m})$, están representadas con el punto color magenta 4PR08 y azul celeste D2D200M (ver Fig. 38), respectivamente. El valor de \mathcal{R} en 4PR08 es poco más de la mitad de la escala inicial (respecto al centroide) del diseño del experimento de $100 \,\mathrm{m}$ (ver Fig. 30) debido a un error de precisión en el despliegue de las boyas.

Las líneas rojas (azules) representan la difusividad en bahías (cabos) para resoluciones de 250 m (L2) y separación de 500 (líneas discontinuas) y para resoluciones de 75 (L3) y separación de 150 m (líneas continuas). Las barras corresponden a la desviación estándar de los valores. Estos datos se ajustan al régimen de dispersión lineal para escalas espaciales y temporales mayores.



Figura 38: Difusividad relativa \mathcal{K} (m²/s) en función de la escala promedia \mathcal{R} (km) de diferentes experimentos numéricos y reales. Donde \mathcal{R} y \mathcal{K} están dadas por las ecuaciones 17 y 18 para comparar nuestros resultados con la estadística de dispersión de pares de partículas. Figura modificada de Romero *et al.* (2013) al incluir 3 experimentos numéricos (4PS, D2D2KM, y D2D200M) y 1 experimento real en el Canal de Santa Bárbara (4PR08). Colores tabulados en leyenda.

También se muestran los valores de K y R del experimento numérico de un disco 2D con 1245 partículas separadas 50 m (D2D2KM; línea verde discontinua), con valores iniciales de $59 \text{ m}^2/\text{s}$ y 1.6 km respectivamente. Observamos que a medida que el disco evoluciona en el tiempo, las escalas de separación promedio aumentan, pues las partículas se dispersan más. La curva es muy corta en escala para concluir de manera robusta que sigue una pendiente cuadrada (\mathcal{R}^2), sin embargo se sugiere dispersión dominada por un proceso no local (posiblemente la confluencia). Finalmente el punto negro con barras de error asociado representa las estimaciones de \mathcal{K} ($23 \text{ m}^2/\text{s}$) y \mathcal{R} (1.1 km) para 4 partículas sintéticas (4PS) con una separación de 1 km respecto al centroide. Estos valores se encuentra dentro de una envolvente (cuadro gris) de estimaciones realizadas por List *et al.* (1990) (Fig. 38).

Resulta interesante contrastar nuestros resultados con valores de difusividad obtenidos con escalas de mayor separación, y en zonas alejadas de la costa. En un trabajo realizado por Zavala Sansón *et al.* (2017) utilizando una base de datos de 441 derivadores liberados durante 7 años, calcularon la difusividad relativa (2 veces la difusividad absoluta en grandes escalas) de pares de partículas liberadas al sur del Golfo de México. Ellos reportaron un rango de $10^6 \text{ cm}^2/\text{s}$ ($10^3 \text{ m}^2/\text{s}$) para escalas de separación pequeñas ($\sim 2 \text{ km}$), y hasta $2 \times 10^8 \text{ cm}^2/\text{s}$ ($2 \times 10^4 \text{ m}^2/\text{s}$) para mayores separaciones (150 - 300 km). Sugieren que los procesos que controlaron la dispersión fueron remolinos anticiclónicos desprendidos de la corriente de lazo y la interacción con el giro de Campeche, una giro semi-permanente ubicado frente a la bahía de Campeche.

Los valores y procesos que modulan la dispersión y difusividad, son muy diferentes dependiendo de la escala espacial y temporal que se utilice. Sin embargo, todos los estudios constituyen una base para futuros trabajos, y permiten que se optimicen los modelos numéricos de predicción oceánicos a través de mejores parametrizaciones.

- La distribución superficial de la componente vertical de la vorticidad, divergencia horizontal y velocidad vertical en un FSM ocurre en forma de estructuras filamentadas. Estas franjas estrechas tienen escalas longitudinales (a lo largo del frente) de decenas de kilómetros y transversales (perpendicular al frente) del tamaño de la malla del modelo (Δx = 100 m).
- La dinámica en el FSM es asimétrica: vorticidad ciclónica (positiva), convergencia y subducción son amplificadas en el lado frío y denso. Este resultado contrasta con la distribución simétrica que se observa en los frentes mesoescalares (Pallàs-Sanz *et al.*, 2010a,b). Esta asimetría puede deberse a diferentes causas, entre las que se destacan los efectos del estiramiento de tubos de vorticidad para números de Rossby > 1, intensificación de la frontogénesis, viento térmico turbulento e inestabilidades de la capa de mezcla como la inestabilidad simétrica que erosiona la VP (McWilliams, 2016). Este trabajo no pretende indagar en los mecanismos que producen esta asimetría en la submesoescala, pero presenta una caracterización numérica Euleriana y Lagrangiana. De hecho hasta inicios del año 2017 se publicó la primera evidencia observacional de elevados números de Rossby (~ 5 f) y divergencia horizontal (~ 5 f) asociados a las submesoescala, a partir del análisis de derivadores Lagrangianos (Ohlmann *et al.*, 2017).
- La dispersión en la dirección de la componente principal en los experimentos 2D y 3D de discos de partículas es similar y sigue un régimen de dispersión exponencial. Contrariamente, las diferencias son significativas en la dirección perpendicular. La dispersión total es prácticamente explicada por la dispersión en la dirección de la componente principal, y por lo tanto, también sigue un régimen exponencial.
- La comparación de los experimentos 2D y 3D de discos de partículas sugieren que en el caso 2D los frentes submesoescalares actúan en mayor medida como barreras físicas en al transporte de trazadores. Contrariamente en el caso 3D las partículas son capaces de cruzar la interfase frontal. Este resultado sugiere que la dispersión geostrófica que asume que los flujos son horizontales a lo largo de superficies geopotenciales no pueden describir la verdadera dinámica dispersiva, ni el transporte

de trazadores alrededor de estos FSM. Es decir, es necesario considerar la componente vertical de la velocidad.

- El método presentado para el cálculo de la velocidad vertical a partir de la integración vertical de la divergencia horizontal, calculada con un arreglo de 4 partículas sintéticas en forma de cuadrado, proporciona órdenes de magnitud similares a la velocidad vertical Euleriana resuelta por ROMS, aunque sobrestima. Por otro lado, aplicando este método a los datos de las boyas reales, se estimó un valor mínimo consistente con los valores de velocidad vertical promedio de ROMS. Concluimos que el método presentado es adecuado para realizar una estimación aproximada del orden de magnitud de la velocidad vertical en frentes reales a partir de las trayectorias de tres o más derivadores superficiales.
- La difusividad relativa calculada a partir del movimiento relativo de las partículas Lagrangianas de los experimentos numéricos y el experimento real en el canal de Santa Bárbara, está de acuerdo con los régimenes esperados en función de escala mostrados por Ohlmann *et al.* (2012), Romero *et al.* (2013) y List *et al.* (1990). Los valores de K y R del experimento numérico del disco 2D con 1245 partículas separadas 50 m (D2D2KM; línea verde discontinua) sugieren dispersión no local dominada por la confluencia.
Lista de referencias bibliográficas

- Abramczyk, M. (2013). *Dynamics of a Submesoscale Surface Ocean Density Front*. University of California, Los Angeles.
- Browne, D. R. (1994). Understanding the oceanic circulation in and around the santa barbara channel. En: *The Fourth California Islands Symposium: Update on the Status of Resources.*, pp. 27–34.
- Capet, X., McWilliams, J. C., Molemaker, M. J., y Shchepetkin, A. (2008). Mesoscale to submesoscale transition in the california current system. part ii: Frontal processes. *Journal of Physical Oceanography*, **38**(1): 44–64.
- Dewey, R. K., Moum, J. N., Paulson, C. A., Caldwell, D. R., y Pierce, S. D. (1991). Structure and dynamics of a coastal filament. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **96**(C8): 14885–14907.
- Ferrari, R. y Rudnick, D. L. (2000). Thermohaline variability in the upper ocean. *Journal* of Geophysical Research: Oceans, **105**(C7): 16857–16883.
- Flament, P. y Armi, L. (2000). The shear, convergence, and thermohaline structure of a front. *Journal of physical oceanography*, **30**(1): 51–66.
- Flament, P., Armi, L., y Washburn, L. (1985). The evolving structure of an upwelling filament. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **90**(C6): 11765–11778.
- Hu, F., Hussaini, M., y Manthey, J. (1996). Low-dissipation and low-dispersion rungekutta schemes for computational acoustics. *Journal of computational physics*, **124**(1): 177–191.
- Kantha, L. H. y Clayson, C. A. (2000). *Numerical models of oceans and oceanic processes*, Vol. 66. Academic press.
- LaCasce, J. y Ohlmann, C. (2003). Relative dispersion at the surface of the gulf of mexico. *Journal of Marine Research*, **61**(3): 285–312.
- Large, W. G., McWilliams, J. C., y Doney, S. C. (1994). Oceanic vertical mixing: A review and a model with a nonlocal boundary layer parameterization. *Reviews of Geophysics*, 32(4): 363–403.
- Legal, C., Klein, P., Treguier, A.-M., y Paillet, J. (2007). Diagnosis of the vertical motions in a mesoscale stirring region. *Journal of Physical Oceanography*, **37**(5): 1413–1424.
- List, E. J., Gartrel, G., y Winant, C. D. (1990). Diffusion and dispersion in coastal waters. *Journal of Hydraulic Engineering*, **116**(10): 1158–1179.
- Mahadevan, A. (2016). The impact of submesoscale physics on primary productivity of plankton. *Annual review of marine science*, **8**: 161–184.
- McWilliams, J. C. (2016). Submesoscale currents in the ocean. En: *Proc. R. Soc. A*. The Royal Society, Vol. 472, p. 20160117.
- McWilliams, J. C., Gula, J., Molemaker, M. J., Renault, L., y Shchepetkin, A. F. (2015). Filament frontogenesis by boundary layer turbulence. *Journal of Physical Oceanography*, 45(8): 1988–2005.

- Molinari, R. y Kirwan Jr, A. (1975). Calculations of differential kinematic properties from lagrangian observations in the western caribbean sea. *Journal of Physical Oceano-graphy*, **5**(3): 483–491.
- O'Donnell, J., Marmorino, G. O., y Trump, C. L. (1998). Convergence and downwelling at a river plume front. *Journal of Physical Oceanography*, **28**(7): 1481–1495.
- Ohlmann, J., Molemaker, M., Baschek, B., Holt, B., Marmorino, G., y Smith, G. (2017). Drifter observations of submesoscale flow kinematics in the coastal ocean. *Geophysical Research Letters*, **44**(1): 330–337.
- Ohlmann, J. C., White, P. F., Sybrandy, A. L., y Niiler, P. P. (2005). Gps–cellular drifter technology for coastal ocean observing systems. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **22**(9): 1381–1388.
- Ohlmann, J. C., LaCasce, J. H., Washburn, L., Mariano, A. J., y Emery, B. (2012). Relative dispersion observations and trajectory modeling in the santa barbara channel. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **117**(C5).
- Okubo, A. y Ebbesmeyer, C. C. (1976). Determination of vorticity, divergence, and deformation rates from analysis of drogue observations. En: *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*. Elsevier, Vol. 23, pp. 349–352.
- Paduan, J. D. y Niiler, P. P. (1990). A lagrangian description of motion in northern california coastal transition filaments. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **95**(C10): 18095–18109.
- Pallàs-Sanz, E., Johnston, T., y Rudnick, D. (2010a). Frontal dynamics in a california current system shallow front: 1. frontal processes and tracer structure. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **115**(C12).
- Pallàs-Sanz, E., Johnston, T., y Rudnick, D. (2010b). Frontal dynamics in a california current system shallow front: 2. mesoscale vertical velocity. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **115**(C12).
- Pollard, R. y Regier, L. (1992). Vorticity and vertical circulation at an ocean front. *Journal of Physical Oceanography*, **22**(6): 609–625.
- Romero, L., Uchiyama, Y., Ohlmann, J. C., McWilliams, J. C., y Siegel, D. A. (2013). Simulations of nearshore particle-pair dispersion in southern california. *Journal of Physical Oceanography*, **43**(9): 1862–1879.
- Romero, L., Siegel, D. A., McWilliams, J. C., Uchiyama, Y., y Jones, C. (2016). Characterizing storm water dispersion and dilution from small coastal streams. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **121**(6): 3926–3943.
- Romero, L., Lenain, L., y Melville, W. K. (2017). Observations of surface wave–current interaction. *Journal of Physical Oceanography*, **47**(3): 615–632.
- Spall, M. A. (1995). Frontogenesis, subduction, and cross-front exchange at upper ocean fronts. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **100**(C2): 2543–2557.

- Spall, M. A. (1997). Baroclinic jets in confluent flow. *Journal of physical oceanography*, **27**(6): 1054–1071.
- Thomson, R. E. y Emery, W. J. (2014). *Data analysis methods in physical oceanography*. Newnes.
- Zavala Sansón, L., Perez-Brunius, P., y Sheinbaum, J. (2017). Point source dispersion of surface drifters in the southern gulf of mexico. *Environmental Research Letters*, **12**(2): 024006.