

**Centro de Investigación Científica y de
Educación Superior de Ensenada**



**FABRICACION DE DIFUSORES OPTICOS
UNIFORMES DE BANDA LIMITADA**

**TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS**

ENRIQUE EFREN GARCIA GUERRERO

Ensenada, Baja Cfa., Mexico.

Enero de 2000.

TESIS DEFENDIDA POR
Enrique Efrén García Guerrero
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ



Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Director del Comité

Dr. Shu Wang Lin

Miembro del Comité



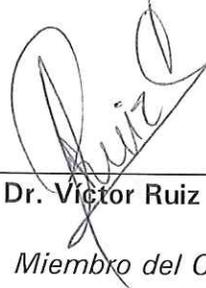
Dr. Gilberto Gaxiola Castro

Miembro del Comité



Dr. Heriberto Márquez Becerra

Miembro del Comité



Dr. Víctor Ruiz Cortés

Miembro del Comité



Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez

Jefe del Departamento de Óptica



Dr. Federico Graef Ziehl

Director de Estudios de Posgrado

24 de enero del 2000

**CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE EDUCACION SUPERIOR
DE ENSENADA**

DIVISION DE FISICA APLICADA

DEPARTAMENTO DE OPTICA

**FABRICACION DE DIFUSORES OPTICOS UNIFORMES DE BANDA
LIMITADA**

TESIS

**que, para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS, presenta:**

ENRIQUE EFREN GARCIA GUERRERO

Ensenada, Baja California, Enero del 2000.

RESUMEN de la Tesis de Enrique Efren García Guerrero, presentada como requisito parcial, para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en OPTICA. Enseñada, Baja California, México. Enero del 2000.

FABRICACION DE DIFUSORES OPTICOS UNIFORMES DE BANDA LIMITADA

Resumen aprobado por:



Dr. Eugenio R. Méndez Méndez
Dirèctor de Tesis

En esta tesis se describe la fabricación de difusores ópticos cuyo patrón de esparcimiento es uniforme dentro de un intervalo de ángulos, fuera del cual no producen esparcimiento. Estos elementos ópticos se han denominado difusores ópticos uniformes de banda limitada. El diseño de estos elementos está sustentado en una aproximación de óptica geométrica, con la que se demuestra que existe una relación sencilla entre el patrón de esparcimiento y la distribución de pendientes del perfil superficial. En esta aproximación el problema del diseño de difusores uniformes se puede cambiar por el problema de diseñar superficies con una distribución de pendientes también uniforme. Los difusores se fabrican en placas con fotorresina las cuales se someten a un proceso secuencial de fotoexposiciones que generan sobre su superficie un perfil con las características teóricas establecidas. Los difusores fabricados se caracterizan por medio de perfilometría mecánica y mediciones de esparcimiento de luz.

Palabras clave: Esparcimiento de luz, Difracción y Difusores ópticos.

ABSTRACT of the Thesis of E. Efren García Guerrero, presented as partial requirement to obtain the MASTER IN SCIENCES grade in OPTICS. Ensenada, Baja California, México. January 2000.

FABRICATION OF BAND-LIMITED UNIFORM OPTICAL DIFFUSERS



Abstract approved by:

Dr. Eugenio R. Méndez Méndez
Thesis advisor

In this thesis we describe the fabrication of the optical diffusers that scatter light uniformly within a specified range of angles and produce no scattering outside that range. These optical elements have been called band-limited uniform diffusers. The design of these elements is sustained in an approximation of geometrical optics, in this framework is determined a simple relationship between scattered light and the derivatives of surface profile. In this approximation the problem of designing uniform diffusers can be recast to designing surfaces whose derivative profile is uniform. The diffusers are fabricated in coated photoresist film deposited on glass substrates exposed to blue light. The fabricated diffusers are characterized with a mechanical profilometer and their scattering properties are measured with a scatterometer.

Keywords: Light-scattering, Diffraction, Optical Diffusers.

A Lupita
mi madre

A J. José, J Alberto y Juanito III
mis sobrinos

A
AMORC

AGRADECIMIENTOS

A Dios por la oportunidad de ser parte del plan cósmico.

Al Dr. Eugenio R. Méndez Méndez por su ejemplo y por la dirección de esta tesis.

A los Drs. Heriberto Márquez, Victor Ruiz y Gilberto Gaxiola, miembros de mi comité de tesis, por su colaboración y comentarios.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada y al CONACYT, por el apoyo recibido para la realización de esta tesis.

A Jessy por su apoyo incondicional.

A todos mis profesores por los conocimientos compartidos.

A todos mis compañeros y amigos, de hoy y siempre.

A Fabián A. por su disponibilidad y apoyo.

CONTENIDO

Página

I.	INTRODUCCION	1
II.	ASPECTOS TEORICOS	3
II. 1.	Introducción	3
II. 2.	Fundamentos teóricos	5
II. 2.1.	Teoría escalar de difracción	5
II. 2.2.	La ecuación de Helmholtz	5
II. 2.3.	El teorema integral de Green	6
II. 2.4.	La formulación de Rayleigh - Sommerfeld de la difracción por una pantalla plana	7
II. 3.	Esparcimiento de luz por superficies en el modelo de la pantalla delgada de fase	11
II. 4.	Difusores ópticos uniformes de banda limitada	18
II. 5.	Simulaciones numéricas	30
III.	FABRICACION	34
III. 1.	Introducción	34
III. 2.	Preparación de placas con fotorresina	34
III. 2.1.	Limpieza de substratos de vidrio	35
III. 2.2.	Depósito de fotorresina	36
III. 2.3.	Horneado de placas con fotorresina	36
III. 2.4.	Comentarios	37
III. 3.	Generación del perfil superficial	37

CONTENIDO (Continuación)	<u>Página</u>
III. 3.1. Conformación ideal del perfil superficial	38
III. 3.2. Método de fabricación	40
III. 3.3. Arreglo experimental	44
III. 3.4. Limitaciones técnicas	47
III. 4. Revelado de sustratos expuestos	49
IV. RESULTADOS	51
IV. 1. Introducción	51
IV. 2. Caracterización de las muestras obtenidas	52
IV. 3. Presentación y discusión de resultados	55
IV. 3.1. Traza de perfiles superficiales	55
IV. 3.2. Mediciones del patrón de esparcimiento	59
V. RESUMEN Y CONCLUSIONES	68
LITERATURA CITADA	70

LISTA DE FIGURAS

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
1	Formulación de Rayleigh - Sommerfeld de la difracción por una pantalla plana.	8
2	Sección transversal de una superficie rugosa.	11
3	Diagrama ilustrativo de la interacción de una onda electromagnética con una superficie rugosa donde, e_i representa la onda incidente, e_r representa la onda esparcida en reflexión y e_t representa la onda esparcida en transmisión.	12
4	Ilustración del modelo de la pantalla delgada de fase.	14
5	Diagrama ilustrativo de algunas consideraciones para el cálculo del campo esparcido.	16
6	Ilustración del campo esparcido deseado.	19
7	Las funciones $S(x)$ y $d(x)$.	25
8	Ilustración de la generación de las pendientes del perfil superficial.	27
9	Ilustración del patrón de intensidad promedio deseado en el campo lejano.	29
10	Ilustración de la generación numérica de un perfil superficial y su derivada.	30
11	Ilustración del cálculo numérico del patrón de esparcimiento correspondiente al perfil superficial de la Fig. 10.	31
12	Ilustración del cálculo numérico para el patrón de esparcimiento para diferentes longitudes de onda y $\varepsilon = 0.01$. (a) $\lambda_r = 0.6328 \mu\text{m}$, (b) $\lambda_v = 0.532 \mu\text{m}$ y (c) $\lambda_a = 0.442 \mu\text{m}$.	33
13	Comportamiento de las funciones $S(x)$ y $d(x)$ para diferentes valores de m .	39
14	Ilustración de un perfil superficial generado a partir de la ecuación (55).	40
15	Ilustración de la generación de la función $S(x)$.	41
16	Ilustración de la generación experimental de un perfil superficial.	43

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
17	Diagrama ilustrativo del arreglo experimental.	45
18	Fotografía del arreglo experimental.	46
19	Fotografía del arreglo experimental.	47
20	Diagrama de flujo empleado para el control de los microposicionadores.	48
21	Diagrama ilustrativo de la perfilometría mecánica.	52
22	Diagrama ilustrativo del esparcímetero en modo de iluminación convergente.	54
23	Traza de la función $S(x)$ generada experimentalmente con (a) $m = 3$ y (b) $m = 1$.	56
24	Traza de un perfil superficial $\zeta(x)$ generado experimentalmente con $N = 10$, $b = 8.5 \mu\text{m}$ y $t_{prom} = 2 \text{ s}$.	57
25	Traza de un perfil superficial $\zeta(x)$ generado experimentalmente con $N = 10$, $b = 6.3 \mu\text{m}$ y $t_{prom} = 2 \text{ s}$.	58
26	Traza de un perfil superficial $\zeta(x)$ generado experimentalmente con $N = 100$, $b = 6.3 \mu\text{m}$ y $t_{prom} = 2 \text{ s}$.	59
27	Comportamiento del patrón de esparcimiento para un perfil similar al esquematizado en la Fig. 24.	60
28	Comportamiento del patrón de esparcimiento para un perfil triangular.	61
29	Comportamiento del patrón de esparcimiento para un perfil triangular optimizado.	62
30	(a) Esparcimiento ideal, (b) Medición del patrón de esparcimiento correspondiente al perfil superficial de la Fig. 26.	63
31	Comportamiento del patrón de esparcimiento de un perfil superficial de pendientes con una función de densidad de probabilidad más regular.	64

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
32	(a) Esparcimiento ideal, (b) Comportamiento del patrón de esparcimiento para un elemento óptico comercial.	65
33	Fotografía de un patrón de esparcimiento bidimensional.	66

I. INTRODUCCION

En muchas situaciones prácticas es deseable tener difusores ópticos cuyas propiedades de esparcimiento de luz puedan ser especificadas de antemano. En particular, difusores que producen un esparcimiento uniforme dentro de un intervalo de ángulos y que no esparcen luz fuera de éste constituyen elementos ópticos con muchas aplicaciones. Estos elementos se han denominado difusores ópticos uniformes de banda limitada. Un caso típico donde estos difusores pueden ser utilizados es en sistemas de proyección, en donde es importante producir iluminación uniforme dentro de un cierto intervalo angular, sin pérdidas de luz. El diseño de difusores uniformes ha sido considerado por varios autores. Entre ellos podemos citar a Kurtz, [1972] que ha estudiado el caso de difusores binarios. Trabajos sobre difusores unidimensionales han sido reportados por Kurtz *et al.*, [1973] y por Nakayama y Kato, [1982]. Incluso, algunos trabajos para el caso bidimensional han sido reportados por Kowalczyk, [1984].

A pesar del interés en el tema, hasta hace poco no era claro que tipo de propiedades estadísticas podrían tener este tipo de difusores y no existían procedimientos de diseño claros para su fabricación. Sin embargo, recientemente se han reportado trabajos de investigación referentes a difusores unidimensionales y bidimensionales [Méndez *et al.*, 1998; Leskova *et al.*, 1998] que abren nuevas posibilidades en el diseño y fabricación de estos elementos ópticos. Estas investigaciones están sustentadas en una aproximación de óptica geométrica con la que se demuestra que existe una relación sencilla entre el patrón de esparcimiento y la distribución de pendientes del perfil superficial. Bajo estas circunstancias el problema del diseño de difusores se puede cambiar por el problema de diseñar superficies con una distribución de pendientes uniforme.

Cabe mencionar que es posible encontrar comercialmente elementos ópticos difractores que esparcen la luz uniformemente sobre regiones angulares específicas. Sin embargo, estos elementos no son realmente aleatorios además de que operan en un estrecho intervalo de longitudes de onda y requieren iluminación coherente.

Como objetivo fundamental de este trabajo de tesis planeamos la fabricación de

difusores ópticos uniformes de banda limitada tomando como base el diseño propuesto Maradudin *et al.*, [1998], y el método de fabricación propuesto por Méndez *et al.*, [1998].

El capítulo II de esta tesis se estructura en cinco secciones. En la primera parte se presenta una introducción del problema a tratar. En la segunda sección se define el marco teórico en el que planteamos el problema de esparcimiento de luz por una superficie rugosa. En la tercera sección, dada la naturaleza del problema planteado se introduce la aproximación de la pantalla delgada de fase. En la cuarta sección se establecen los requerimientos teóricos necesarios que debe cumplir un difusor óptico uniforme de banda limitada. La quinta sección presenta algunos resultados numéricos a manera de verificación del contexto teórico desarrollado para los difusores.

En el capítulo III se describe detalladamente el proceso de manufactura empleado para obtener un difusor óptico uniforme de banda limitada, objetivo final de este trabajo de tesis. Son tres las etapas involucradas en el proceso de manufactura. La primera se refiere a la preparación de placas con fotorresina. La segunda corresponde a la generación del perfil superficial sobre las placas con fotorresina por medio de un proceso de fotoexposición. La tercera etapa describe el proceso de revelado al que se someten las placas de fotorresina expuestas.

En el capítulo IV se presentan los resultados más significativos obtenidos en la fabricación de los difusores ópticos de banda limitada. La caracterización de los difusores fabricados se lleva a cabo por la medición de su perfil superficial y por la determinación del patrón de esparcimiento que produce. La metodología empleada en la caracterización y los instrumentos de medición empleados se describen en este capítulo.

En el capítulo V se presentan las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos.

II. ASPECTOS TEORICOS

II.1. Introducción

La interacción de la luz con los medios materiales es un fenómeno cotidiano que por muchos años ha sido tema de estudio. La explicación puede darse en términos básicos a partir de las ecuaciones de Maxwell, para el caso de la física clásica. Algunos de los fenómenos más cotidianos y mejor comprendidos son el de la reflexión y la refracción de la luz por una superficie plana. El grado de comprensión de estos fenómenos es tal que es posible inferir propiedades ópticas de un material a partir de la luz reflejada o refractada por éste.

Sin embargo, la interacción de la luz con una superficie rugosa es, en general, un problema no resuelto por métodos analíticos. La naturaleza de esta interacción hace que su tratamiento general solamente se pueda realizar actualmente por medio de simulaciones numéricas. La principal dificultad para resolver problemas de esparcimiento de luz por superficies rugosas es la evaluación del campo electromagnético en la superficie y, en particular, los valores del campo eléctrico y su derivada normal. Existen varios modelos que proponen soluciones aproximadas al problema de esparcimiento. Entre estos se encuentra la teoría perturbativa, la aproximación de Kirchhoff y el modelo de la pantalla delgada de fase.

El conocer la manera en que una superficie esparce la luz (o una onda electromagnética en general) es de gran importancia práctica, según puede inferirse de la gama de aplicaciones que se le han dado a este fenómeno. Entre éstas se puede mencionar la caracterización de superficies por métodos ópticos no destructivos [Bennett y Mattsson, 1989], los estudios de polarimetría planetaria [Mishchenko, 1992; Drossart, 1993], los estudios oceanográficos por sonar [Thorsos, 1990; McDaniel, 1993] y el ultrasonido médico [Dhawan y Singh, 1993], entre muchas otras.

Existen dos maneras fundamentales de tratar el problema del esparcimiento de luz. La primera corresponde al problema directo. Cuando se conocen las condiciones de incidencia y las características del elemento esparcidor, el problema consiste en determinar la distribución

angular del campo esparcido. La segunda corresponde al problema inverso. Cuando se conocen tanto las condiciones de incidencia como el campo esparcido, el problema a resolver consiste en la determinación de las características del elemento esparcidor. Tanto en los problemas directos como en los inversos se consideran normalmente dos vertientes. La primera corresponde a problemas deterministas o de una sola realización, y la segunda corresponde a problemas en donde se busca alguna cantidad o característica promedio de la superficie (desviación estandar de altura, distribución de pendientes, etc.).

El desarrollo de este trabajo de tesis corresponde al planteamiento de un problema inverso. Como se ha mencionado estamos particularmente interesados en fabricar difusores ópticos uniformes de banda limitada, lo que significa que deseamos obtener físicamente una distribución angular específica en el campo lejano. En consecuencia, nuestro primer problema es determinar teóricamente las características que debe cumplir el elemento esparcidor, para después desarrollar e implementar un proceso de manufactura que nos permita la fabricación de estos elementos ópticos.

El propósito fundamental de este capítulo es el determinar las características teóricas que deben satisfacer los difusores que se quiere fabricar. El capítulo se ha estructurado en cinco secciones. En la primera sección se define el marco teórico en el que se plantea el problema general del esparcimiento de luz por una superficie rugosa. En la segunda parte, dada la naturaleza del problema planteado, se introduce la aproximación de la pantalla delgada de fase. En la tercera sección se establecen los requerimientos teóricos necesarios que debe cumplir un difusor óptico uniforme de banda limitada para generar el patrón de intensidad promedio deseado en el campo lejano. La cuarta sección presenta algunos resultados numéricos a manera de verificación del contexto teórico desarrollado para los difusores.

En el capítulo siguiente se presentan los aspectos experimentales involucrados en la fabricación de los difusores ópticos de banda limitada.

II.2. Fundamentos teóricos

II.2.1. Teoría escalar de difracción

El fenómeno físico en el que se basa la operatividad de los difusores de nuestro interés es el de la refracción (o reflexión) de la luz. Sin embargo, el análisis se hace en un contexto más general, que es el de la teoría de difracción. La luz es un fenómeno que puede ser analizado en términos de una onda electromagnética vectorial. Su comportamiento está regido por las ecuaciones de Maxwell, para el caso de la física clásica. Estas ecuaciones muestran que el campo eléctrico \mathbf{E} y el flujo magnético \mathbf{B} , no pueden ser tratadas de manera independiente dada la interdependencia existente entre ambos campos. Afortunadamente, es conocido que bajo ciertas condiciones resulta apropiado hacer un tratamiento escalar al fenómeno de difracción de la luz, es decir, considerar sólo la amplitud escalar de cualquier componente transversal de \mathbf{E} o de \mathbf{B} . Dichas condiciones son las siguientes [Goodman, 1968, pag. 32]:

- Que la abertura o pantalla difractora tenga dimensiones mucho mayores que la longitud de onda.
- Que el campo difractado sea observado a una distancia de la abertura mucho mayor que la longitud de onda y que los ángulos involucrados en el cálculo no sean grandes.

Estas condiciones se cumplen para el tipo de problema a considerar en este trabajo de tesis. El marco teórico en el que nos ubicamos entonces es el de la teoría escalar de difracción.

II.2.2. La ecuación de Helmholtz

En el contexto de la teoría escalar de difracción, el valor del campo escalar en el punto $P(x, y, z)$ al tiempo t se puede representar por la función escalar $e(x, y, z, t)$, que puede corresponder, por ejemplo, a una componente del campo eléctrico.

En una región sin fuentes, el campo total $e(x, y, z, t)$ en la región de interés debe satisfacer la ecuación de onda escalar,

$$\nabla^2 e - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 e}{\partial t^2} = 0, \quad (1)$$

donde c representa la velocidad de la luz. Para ondas monocromáticas, tenemos que

$$e = E(x, y, z)e^{-i\omega t}, \quad (2)$$

donde $E(x, y, z)$ representa la amplitud compleja. Sustituyendo la ecuación (2) en la ecuación (1), se obtiene que

$$(\nabla^2 + k^2) E = 0, \quad (3)$$

donde $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ es el número de onda.

En consecuencia, la amplitud compleja de cualquier onda monocromática propagándose a través del espacio libre cumple esta relación. La ecuación (3) se conoce como la ecuación de Helmholtz.

II.2.3. El teorema integral de Green

El teorema integral de Green establece que si $E(P)$ y $G(P)$ son dos funciones de la posición $P = (x, y, z)$ que toman valores complejos y si Σ es una superficie cerrada que envuelve a un volumen V , donde E , G y sus derivadas parciales de primer y segundo orden son continuas y univaluadas, entonces se cumple que

$$\int_V [G\nabla^2 E - E\nabla^2 G] dv = \int_\Sigma \left[G \frac{\partial E}{\partial n} - E \frac{\partial G}{\partial n} \right] d\Sigma, \quad (4)$$

donde $\frac{\partial}{\partial n}$ es la derivada a lo largo de la normal hacia fuera del volumen V en cada punto de Σ .

Para aplicar este teorema a problemas de difracción y en particular al tipo de problema a considerar en este trabajo, se debe especificar la superficie cerrada Σ y se debe escoger de

manera prudente la llamada función de Green G . Una posibilidad se describe en la siguiente sección.

II.2.4. La formulación de Rayleigh - Sommerfeld de la difracción por una pantalla plana

La formulación de Rayleigh - Sommerfeld al problema de la difracción de la luz por una pantalla delgada se basa en el teorema integral de Green, expresado por la ecuación (4). A partir de esta relación, se puede obtener una solución a la ecuación de onda homogénea en un punto arbitrario, en términos de los valores que toma el campo sobre una superficie arbitraria que encierra a dicho punto. Denotamos a P_0 como un punto de observación y como Σ a una superficie arbitraria que rodea a P_0 , como se ilustra en la Fig. 1. En consecuencia, el problema es expresar la amplitud compleja en P_0 en términos de los valores que toma sobre la superficie Σ . Aplicando al problema el teorema integral de Green, escogemos al volumen V limitado por la superficie Σ como la región sombreada que se ilustra en la Fig. 1 y a la función $G(\mathbf{r})$ como solución de la ecuación diferencial

$$(\nabla^2 + k^2)G(\mathbf{r}) = 4\pi\delta(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|) - 4\pi\delta(|\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}_0|), \quad (5)$$

que es una ecuación inhomogénea. Los términos del lado derecho se pueden interpretar como dos fuentes puntuales en las posiciones P_0 y \tilde{P}_0 , como se esquematiza en la Fig. 1. En consecuencia, la función G se puede interpretar como las ondas producidas por dichas fuentes. La fuente en el punto \tilde{P}_0 es la imagen espejo de la fuente en el punto P_0 , teniendo como plano de reflexión al plano de la pantalla. Por lo tanto, la fuente en \tilde{P}_0 produce ondas con la misma longitud de onda λ que la fuente en P_0 pero, debido al signo negativo del segundo término en el lado derecho de la ecuación (5), las fuentes oscilan con un defasamiento relativo de 180° .

Se puede demostrar que la función $G(\mathbf{r})$ está dada por

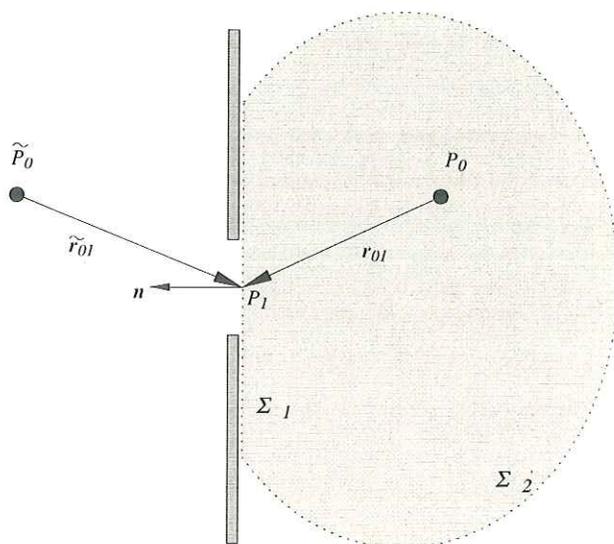


Figura 1.- Formulación de Rayleigh - Sommerfeld de la difracción por una pantalla plana.

$$G(\mathbf{r}) = \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} - \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\tilde{\mathbf{r}}_0|}}{|\mathbf{r}-\tilde{\mathbf{r}}_0|}, \quad (6)$$

que, como ya mencionamos, puede interpretarse como dos ondas esféricas de amplitud unitaria expandiéndose de P_0 y \tilde{P}_0 . Es fácil verificar que esta función satisface la ecuación (5).

Para simplificar la notación escogemos $r_{01} = |\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|$ y $\tilde{r}_{01} = |\mathbf{r} - \tilde{\mathbf{r}}_0|$, y analizamos el término de la derivada normal de $G(\mathbf{r})$ que aparece en la ecuación (4). Tenemos directamente que

$$\frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial n} = \hat{n} \cdot \nabla G(\mathbf{r}). \quad (7)$$

Dada la geometría de la función de Green es conveniente emplear coordenadas esféricas polares, donde se tiene que

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{e}_\varphi. \quad (8)$$

Escogiendo orígenes adecuados, vemos que G no depende de θ ni de φ , por lo que podemos escribir

$$\begin{aligned} \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial n} &= \hat{n} \cdot \hat{e}_r \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial r} \\ &= \cos(\hat{n}, \mathbf{r}_{01}) \left[ik - \frac{1}{r_{01}} \right] \frac{e^{ikr_{01}}}{r_{01}} - \cos(\hat{n}, \tilde{\mathbf{r}}_{01}) \left[ik - \frac{1}{\tilde{r}_{01}} \right] \frac{e^{ik\tilde{r}_{01}}}{\tilde{r}_{01}}. \end{aligned} \quad (9)$$

Con referencia a la Fig. 1, para puntos P_1 sobre Σ_1 tenemos que

$$\begin{aligned} r_{01} &= \tilde{r}_{01}, \\ \cos(\hat{n}, \mathbf{r}_{01}) &= -\cos(\hat{n}, \tilde{\mathbf{r}}_{01}), \end{aligned} \quad (10)$$

y, en consecuencia, sobre la superficie plana Σ_1 se tiene que

$$G(\mathbf{r}) = 0,$$

$$\frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial n} = 2 \cos(\hat{n}, \mathbf{r}_{01}) \left(ik - \frac{1}{r_{01}} \right) \frac{e^{ikr_{01}}}{r_{01}}. \quad (11)$$

De este modo, vemos que la función G se cancela sobre el plano de la pantalla.

Por otro lado, por sustitución directa de las ecuaciones diferenciales (3) y (5) en el lado izquierdo de la ecuación (4), encontramos que

$$\int_V [G(\mathbf{r}) \nabla^2 E(\mathbf{r}) - E(\mathbf{r}) \nabla^2 G(\mathbf{r})] dv = 4\pi E(P_0), \quad (12)$$

para el caso en que $P_0 \in V$ y donde se ha utilizado el hecho de que $\tilde{P}_0 \notin V$. Con referencia a la Fig. 1, si $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2$, donde Σ_1 es la superficie plana y Σ_2 es una porción de esfera de radio R , y considerando el resultado expresado por (12), la ecuación (4) se puede escribir de la forma

$$E(P_0) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_1 + \Sigma_2} \left[G(\mathbf{r}) \frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial n} - E(\mathbf{r}) \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma. \quad (13)$$

Esta ecuación expresa el valor del campo en cualquier punto P_0 , en términos de los valores que toma el campo E y la función G sobre la superficie Σ que rodea al punto P_0 . La integral sobre Σ_1 representa el campo esparcido o difractado por la pantalla. Para una geometría de reflexión, la integral sobre Σ_2 representa el campo incidente y para una geometría de transmisión se tiene que

$$\int_{\Sigma_2} \left[G(\mathbf{r}) \frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial n} - E(\mathbf{r}) \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma_2 \rightarrow 0, \quad (14)$$

cuando $R \rightarrow \infty$. Se dice entonces que las funciones $G(\mathbf{r})$ y $E(\mathbf{r})$ satisfacen una condición de radiación de Sommerfeld [Goodman, 1968, pag. 38]. Podemos escribir entonces el campo esparcido en la forma

$$E_s(P_0) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_1} \left[G(\mathbf{r}) \frac{\partial E(\mathbf{r})}{\partial n} - E(\mathbf{r}) \frac{\partial G(\mathbf{r})}{\partial n} \right] d\Sigma_1. \quad (15)$$

Esta ecuación expresa el valor del campo esparcido en cualquier punto P_0 , en términos de los valores que toma el campo E y la función G sobre la superficie plana Σ_1 . Por lo tanto, siguiendo los resultados expresados por las ecuaciones (11), la ecuación (15) se puede reescribir como

$$E_s(P_0) = \frac{1}{4\pi} \int_{\Sigma_1} \left[-2E(\mathbf{r}) \cos(\hat{\mathbf{n}}, \mathbf{r}_{01}) \left(ik - \frac{1}{r_{01}} \right) \frac{e^{ikr_{01}}}{r_{01}} \right] d\Sigma_1. \quad (16)$$

Como generalmente $r_{01} \gg \lambda$ y $|ik| \gg \left| \frac{1}{r_{01}} \right|$, la ecuación (16) adquiere la forma

$$E_s(P_0) = \frac{1}{i\lambda} \int_{\Sigma_1} \left[E(P_1) \cos(\hat{\mathbf{n}}, \mathbf{r}_{01}) \frac{e^{ikr_{01}}}{r_{01}} \right] d\Sigma_1, \quad (17)$$

que reconocemos como la integral de difracción de Rayleigh - Sommerfeld para la difracción por una pantalla delgada [Goodman, 1968, pag. 45].

II.3. Esparcimiento de luz por superficies en el modelo de la pantalla delgada de fase

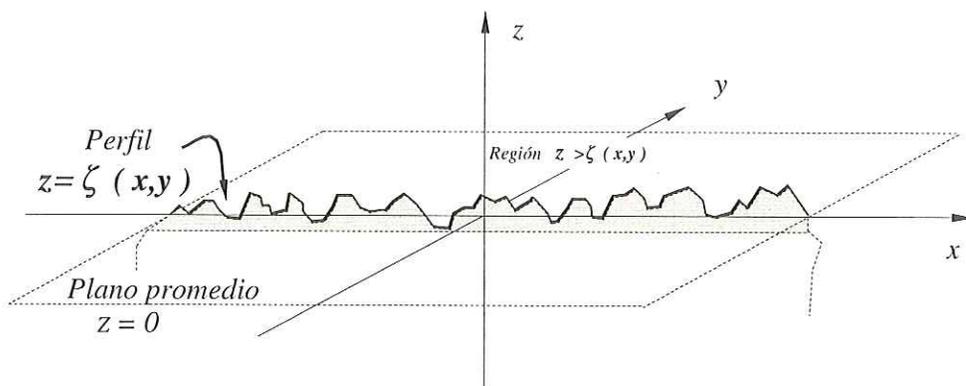


Figura 2.- Sección transversal de una superficie rugosa.

Sabemos que cuando una onda electromagnética incide sobre la interfaz plana entre dos medios parte de ella es reflejada y parte es transmitida, de acuerdo a leyes que son bien conocidas. Por otro lado, para una interfaz no plana se tiene una superficie rugosa que podemos representar por su perfil, como se muestra en la Fig. 2. El problema así planteado es complejo pues frecuentemente el perfil que define los dos medios no se conoce exactamente y se especifica solamente en términos estadísticos. Dado que el perfil superficial constituye entonces una sección de un proceso aleatorio, el campo electromagnético esparcido constituye un proceso aleatorio complejo, por lo que las cantidades de interés

pueden ser entonces los momentos, la función de densidad de probabilidad del campo o la intensidad, las correlaciones del campo eléctrico, etc. En el presente trabajo concentramos nuestro interés en la distribución angular de la intensidad promedio de la luz esparcida.

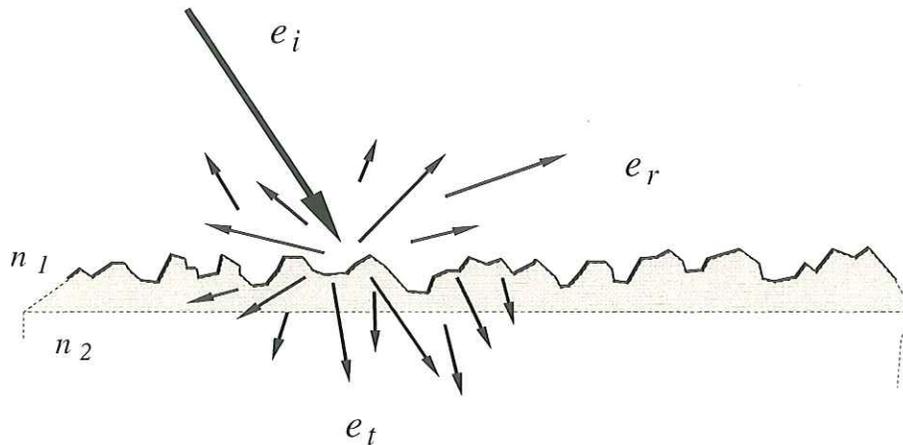


Figura 3.- Diagrama ilustrativo de la interacción de una onda electromagnética con una superficie rugosa donde, e_i representa la onda incidente, e_r representa la onda esparcida en reflexión y e_t representa la onda esparcida en transmisión.

Partiendo del hecho que conocemos tanto las características del campo incidente como las propiedades estadísticas de la superficie el problema consistirá en determinar, con algunas aproximaciones, los campos reflejado y transmitido (problema directo). Dicho de otra manera, queremos determinar la distribución angular de la intensidad promedio del campo esparcido reflejado y transmitido.

En la Fig. 3, y en el contexto de la óptica geométrica, esquematizamos la interacción de una onda electromagnética incidente, representada por una flecha que indica su dirección de propagación, con una superficie rugosa, mostrando la generación del campo esparcido en reflexión y en transmisión. Con referencia a la ecuación (2), consideramos que el campo incidente es monocromático y definido por la expresión

$$e_i = E_i(x, y, z)e^{-i\omega t}, \quad (18)$$

donde $E_i(x, y, z)$ representa su amplitud compleja.

Por otro lado, suponemos que el perfil superficial correspondiente a la Fig. 2 se puede representar por una función univaluada de la posición en el plano $x - y$, y que denotamos por

$$z = \zeta(x, y). \quad (19)$$

Nos interesa conocer el campo esparcido en la región $z > \zeta(x, y)$ (ver Fig. 2).

Uno de los modelos más sencillos para analizar problemas de esparcimiento de luz por superficies rugosas es el de la pantalla delgada de fase. Este modelo establece que el difusor, o superficie que esparce se puede modelar como una película plana, infinitamente delgada, cuyo efecto sobre el frente de onda incidente es el de modificar su fase en cada punto, de una manera consistente con las leyes de la óptica geométrica y tomando en cuenta las diferencias de camino óptico asociados al perfil de la superficie. En la Fig. 4 se muestra, acorde a este modelo, que el frente de onda transmitido por un difusor al ser iluminado por una onda plana es modificado siguiendo el perfil de la superficie. Para que esto se cumpla debe suponerse lo siguiente [Welford, 1980]:

- Que el factor de transmisión y de reflexión de la superficie no depende del ángulo de incidencia local. Para el caso de transmisión se supone además que el medio de incidencia es homogéneo.
- Que la superficie tiene variaciones suaves, es decir, que el detalle superficial tiene dimensiones mucho mayores que la longitud de onda y que el perfil no tiene cambios abruptos. Esto permite utilizar conceptos de óptica geométrica y evita efectos de esparcimiento múltiple y de sombreado.
- Que los efectos de polarización son despreciables.

Con este modelo se pueden determinar los cambios de fase introducidos por una

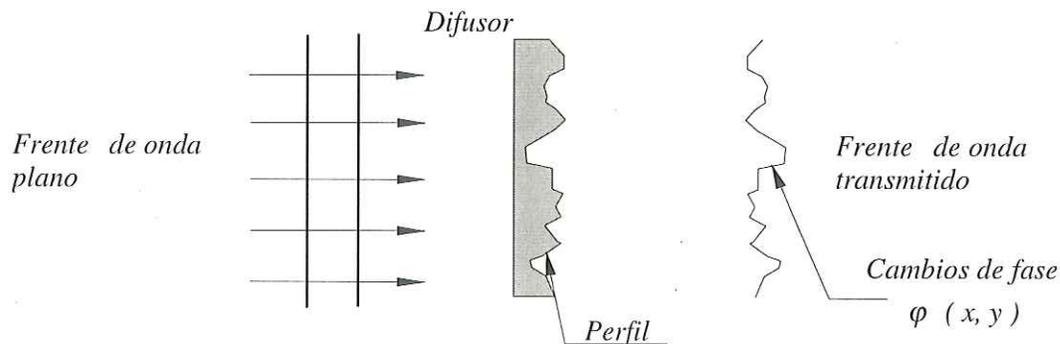


Figura 4.- Ilustración del modelo de la pantalla delgada de fase.

superficie en reflexión o en transmisión por un difusor fabricado con un material de índice de refracción n_2 delimitado por un perfil superficial dado por $z = \zeta(x, y)$, inmerso en un medio con índice de refracción n_1 . Estos cambios de fase representados por $\varphi(x, y)$, son función de las coordenadas sobre la superficie rugosa.

La relación entre las variaciones de altura de la superficie con las variaciones de fase para una onda transmitida es

$$\varphi_{trans} = k\zeta(x, y) \left[n_1 \cos \theta_i - \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_t} \right]. \quad (20)$$

Por otro lado, la relación entre las variaciones de altura de la superficie con las variaciones de fase para una onda reflejada es

$$\varphi_{ref} = n_1 k \zeta(x, y) [\cos \theta_i + \cos \theta_r]. \quad (21)$$

Las ecuaciones (20) y (21) proveen entonces la relación entre las variaciones de altura

$\zeta(x, y)$ de una superficie rugosa con las variaciones de fase $\varphi(x, y)$ que sufre una onda incidente al ser transmitida o reflejada por el difusor. Nótese que estas variaciones de fase dependen del ángulo de incidencia, de la longitud de onda, del índice de refracción y de la variación de alturas en la superficie. Por otro lado, considerando ángulos pequeños de incidencia y reflexión (transmisión) y particularizando al caso en el que el índice de refracción del medio que está en contacto con el difusor es $n_1 = 1$, las ecuaciones (20) y (21) se pueden reescribir de la forma

$$\varphi(x, y) = \begin{cases} k\zeta(x, y)[1 - n_2] & \text{en transmisión} \\ 2k\zeta(x, y) & \text{en reflexión} . \end{cases} \quad (22)$$

En consecuencia, dentro del modelo de la pantalla delgada de fase, el problema a considerar consiste en la determinación del patrón de intensidad promedio en el campo lejano, dada una fase aleatoria $\varphi(x, y)$, especificada en término de sus propiedades estadísticas.

Consideremos un campo incidente que en el plano de la pantalla está dado por

$$E_i(x, y, z) = A_0 \frac{e^{-ikr_f}}{r_f}, \quad (23)$$

donde r_f es la distancia de un punto $(x, y, 0)$, sobre la pantalla, al punto $(0, 0, z_0)$ (ver Fig. 5). Esta función representa una onda convergente a dicho punto. Utilizando el modelo de la pantalla delgada de fase, se tiene que la amplitud compleja justo después del difusor está dada por

$$E(x, y, 0) = KA_0 \frac{e^{-ikr_f}}{r_f} e^{i\varphi(x, y)}, \quad (24)$$

donde K representa el coeficiente de transmisión T o de reflexión R de la pantalla, según sea el caso, A_0 es la amplitud de la onda incidente y $\varphi(x, y)$ representa la fase introducida por la superficie en transmisión o en reflexión. En consecuencia, la aplicación de la ecuación (24) en la ecuación (17) nos permite reescribir esta última en la forma

$$E(P_0) = \frac{KA_0}{i\lambda r_{01} r_f} \int_{\Sigma_1} \left\{ e^{i\varphi(x,y)} e^{ik(r_{01}-r_f)} \cos(\hat{n}, \mathbf{r}_{01}) \right\} d\Sigma_1, \quad (25)$$

donde $\cos(\hat{n}, \mathbf{r}_{01})$ es el coseno del ángulo formado entre la normal \hat{n} y el vector \mathbf{r}_{01} . Con referencia a la Fig. 5, se puede observar que si $r_0 \gg (x, y)_{max}$, donde \mathbf{r}_0 es el vector que va del origen de coordenadas al punto de observación y $(x, y)_{max}$ representa las dimensiones de la pantalla difractora, entonces $\cos(\hat{n}, \mathbf{r}_{01}) \approx \cos \theta_s$, donde θ_s es el ángulo formado entre el eje z y el vector \mathbf{r}_0 . Por lo tanto, bajo estas consideraciones la ecuación (25) se puede reescribir como

$$E(P_0) = \frac{KA_0}{i\lambda r_{01} r_f} \cos \theta_s \int_{\Sigma_1} \left\{ e^{i\varphi(x,y)} e^{ik(r_{01}-r_f)} \right\} d\Sigma_1. \quad (26)$$

Esta ecuación expresa la amplitud compleja $E(x_0, y_0, z_0)$ en el punto P_0 en términos de las variaciones de fase $\varphi(x, y)$ que sufre la onda incidente al ser transmitida o reflejada por el difusor, o superficie que esparce.

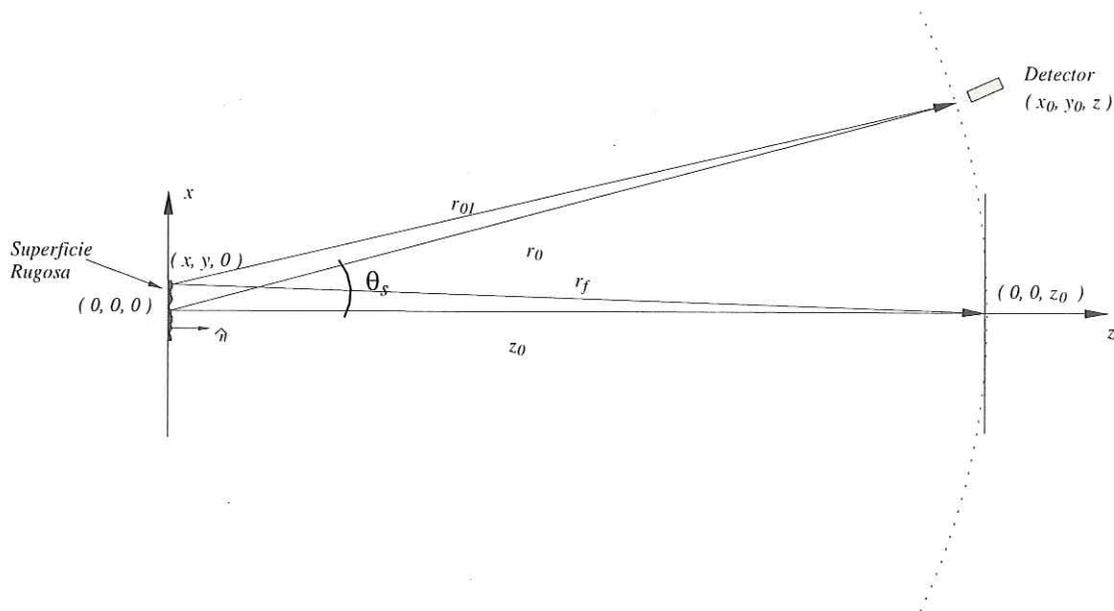


Figura 5.- Diagrama ilustrativo de algunas consideraciones para el cálculo del campo esparcido.

Con referencia a la Fig. 5 podemos ver que

$$r_{01} = r_0 \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} - 2 \frac{xx_0 + yy_0}{r_0^2} \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (27)$$

y que

$$r_f = r_0 \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (28)$$

Por lo tanto,

$$r_{01} - r_f = r_0 \left\{ \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} - 2 \frac{xx_0 + yy_0}{r_0^2} \right]^{\frac{1}{2}} - \left[1 + \frac{x^2 + y^2}{r_0^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right\}. \quad (29)$$

Notamos ahora que $r_0 \gg x, y$. Por lo tanto los términos con r_0^2 en el denominador son pequeños. Realizando una expansión en series de potencias en este parámetro de la expresión, encontramos la siguiente aproximación

$$r_{01} - r_f = -\frac{xx_0 + yy_0}{r_0}. \quad (30)$$

Esta aproximación se cumple bajo dos condiciones. La primera requiere que

$$\frac{(xx_0 + yy_0)^2}{r_0^3} \ll \lambda, \quad (31)$$

la cual se le puede interpretar físicamente como

$$\text{sen}^2 \theta_s \ll \frac{\lambda r_0}{x^2}. \quad (32)$$

La segunda condición requiere que

$$\frac{(xx_0 + yy_0)(x^2 + y^2)}{r_0^3} \ll \lambda, \quad (33)$$

la cual se cumple si

$$\frac{(x^2 + y^2)_{max}^2}{\lambda} \ll r_0^3, \quad (34)$$

donde $(x^2 + y^2)_{max}^2$ involucra la dimensión iluminada del elemento esparcidor. Bajo estas consideraciones al sustituir la ecuación (30) en la ecuación (26) y, considerando que $r_{01} \approx r_0$, esta última adquiere la forma

$$E(P_0) = \frac{KA_0}{i\lambda r_0^2} \cos \theta_s \int_{\Sigma_1} \left\{ e^{i\varphi(x,y)} e^{-ik\left(\frac{x_0}{r_0}x + \frac{y_0}{r_0}y\right)} \right\} d\Sigma_1. \quad (35)$$

La ecuación (35) expresa la amplitud compleja $E(x_0, y_0, z_0)$ en el punto P_0 a una distancia r_0 de la superficie, en términos de las variaciones de fase $\varphi(x, y)$ que sufre la onda incidente al ser transmitida o reflejada por el difusor o superficie que esparce.

II.4. Difusores ópticos uniformes de banda limitada

Se ha denominado como difusores ópticos uniformes de banda limitada aquellos cuyo patrón de esparcimiento es uniforme dentro de un intervalo de ángulos, fuera del cual no producen esparcimiento.

Estamos interesados, por ejemplo, en que la distribución angular del campo esparcido sea uniforme en el intervalo $-\theta_m < \theta_s - \theta_0 < \theta_m$. Es decir, se quiere que la intensidad promedio esparcida en el campo lejano tenga la siguiente forma

$$\langle I(P_0) \rangle = I_0 \text{rect} \left(\frac{\theta_s - \theta_0}{\theta_m} \right), \quad (36)$$

donde los paréntesis angulares representan un promedio sobre un conjunto de realizaciones de la fase aleatoria $\varphi(x, y)$, I_0 es una constante, $\text{rect}(\theta_s)$ es la función rectángulo [Goodman, 1968, pag. 13], θ_0 es el ángulo de incidencia, θ_s el ángulo de esparcimiento y θ_m representa el ancho del patrón de esparcimiento. En la Fig. 6 se esquematiza la forma ideal del patrón de esparcimiento definida por la ecuación (36) para el caso de incidencia normal.

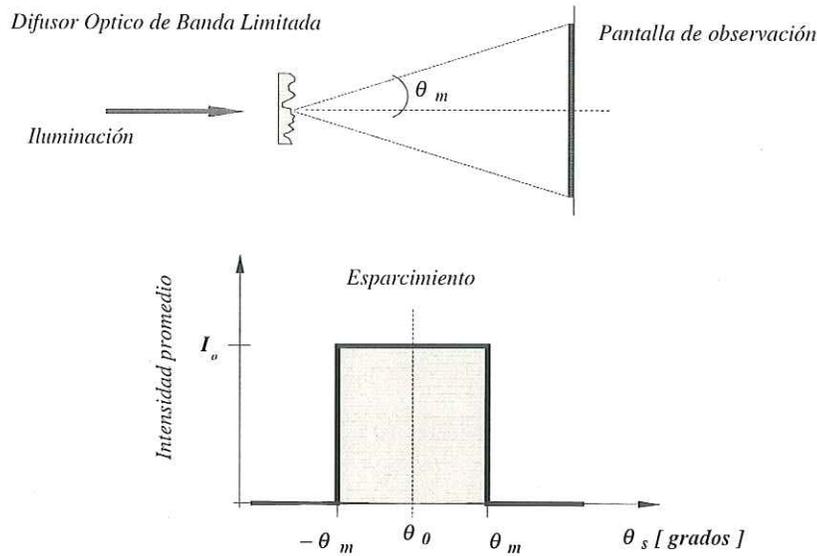


Figura 6.- Ilustración del campo esparcido deseado.

La intensidad promedio está dada por

$$\langle I(P_0) \rangle = \langle |E(P_0)|^2 \rangle, \quad (37)$$

donde $E(P_0)$ es la amplitud compleja. Utilizando entonces la ecuación (35), que representa la amplitud compleja en el campo lejano en el punto P_0 , a una distancia r_0 del difusor y donde $\varphi(x, y)$ son las variaciones aleatorias de fase que introduce su perfil superficial al ser iluminado, podemos determinar el patrón de intensidad con relación a la ecuación (37). La introducción de la función de abertura $\mathcal{A}(x, y)$, nos permite cambiar los límites de integración en la ecuación (35), que se puede reescribir como

$$E(P_0) = \frac{KA_0}{i\lambda r_0^2} \cos \theta_s \iint_{-\infty}^{\infty} \left\{ \mathcal{A}(x, y) e^{i\varphi(x, y)} e^{-ik\left(\frac{x_0}{r_0}x + \frac{y_0}{r_0}y\right)} \right\} dx dy. \quad (38)$$

Consideramos el caso en que

$$\varphi(x, y) = \varphi_x(x) + \varphi_y(y) \quad (39)$$

y

$$\mathcal{A}(x, y) = \mathcal{A}_x(x)\mathcal{A}_y(y). \quad (40)$$

Suponiendo que no hay correlación entre los procesos $\varphi_x(x)$ y $\varphi_y(y)$, y considerando las ecuaciones (39) y (40), la ecuación (38) se puede reescribir de la forma

$$\begin{aligned} E(P_0) &= \mathcal{K} \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_x(x) e^{i\varphi_x(x)} e^{-ik\left(\frac{x_0}{r_0}x\right)} dx \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_y(y) e^{i\varphi_y(y)} e^{-ik\left(\frac{y_0}{r_0}y\right)} dy \\ &= \mathcal{K} E_x(P_0) E_y(P_0). \end{aligned} \quad (41)$$

donde $\mathcal{K} = \frac{KA_0}{i\lambda r_0^2} \cos \theta_s$ y $E_x(P_0)$ y $E_y(P_0)$ son las amplitudes complejas en las direcciones x e y respectivamente. En consecuencia, con relación a la ecuación (37) se tiene que

$$\langle I(P_0) \rangle = |\mathcal{K}|^2 \langle I_x(P_0) \rangle \langle I_y(P_0) \rangle. \quad (42)$$

Observando la ecuación (41), notamos que $\langle I_x(P_0) \rangle$ es de la misma forma que $\langle I_y(P_0) \rangle$. Empleando la definición de la ecuación (37), se tiene que

$$\langle I_x(P_0) \rangle = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_x(x) \mathcal{A}_x^*(x') \left\langle e^{-i(\varphi_x(x') - \varphi_x(x))} \right\rangle e^{-ik\frac{x_0}{r_0}(x-x')} dx dx'. \quad (43)$$

Observamos que el término que contiene las variaciones de fase es el único que tiene un comportamiento aleatorio y por lo tanto el promedio sólo afecta a éste. La expresión $\langle e^{-i(\varphi_x(x') - \varphi_x(x))} \rangle$ es un promedio cuyo valor depende de las propiedades estadísticas del perfil superficial del difusor. Si consideramos momentáneamente que la rugosidad en la superficie del difusor y por lo tanto, el cambio de fase $\varphi(x, y)$ es un proceso aleatorio estacionario (caso ideal), entonces $\langle e^{-i(\varphi_x(x') - \varphi_x(x))} \rangle$ es una función que sólo depende del parámetro $\Delta x = x - x'$, que podemos definir como

$$g(\Delta x) = \left\langle e^{-i(\varphi_x(x') - \varphi_x(x' + \Delta x))} \right\rangle. \quad (44)$$

En consecuencia, con relación a esta última ecuación, la ecuación (43) se puede reescribir como

$$\langle I_x(P_0) \rangle = \iint_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_x(x' + \Delta x) \mathcal{A}_x^*(x') g(\Delta x) e^{-ik \frac{z_0}{r_0} \Delta x} d\Delta x dx'. \quad (45)$$

Definimos ahora la función

$$P(\Delta x) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{A}_x(x' + \Delta x) \mathcal{A}_x^*(x') dx'. \quad (46)$$

Por lo que, bajo esta última consideración la ecuación (45) adquiere la forma

$$\langle I_x(P_0) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} P(\Delta x) g(\Delta x) e^{-ik \frac{z_0}{r_0} \Delta x} d\Delta x. \quad (47)$$

Notamos ahora que $P(\Delta x)$ es una función mucho más ancha que $g(\Delta x)$. En consecuencia, podemos reescribir a la ecuación (47) como

$$\langle I_x(P_0) \rangle = C \int_{-\infty}^{\infty} g(\Delta x) e^{-ik \frac{z_0}{r_0} \Delta x} d\Delta x, \quad (48)$$

donde $C = P(0)$. Por otra parte, con relación a la ecuación (22) podemos expresar a la ecuación (44) en términos de las variaciones de altura $\zeta_x(x)$, es decir

$$g(\Delta x) = \left\langle e^{-i(\varphi_x(x') - \varphi_x(x' + \Delta x))} \right\rangle = \left\langle e^{-ia(\zeta_x(x') - \zeta_x(x' + \Delta x))} \right\rangle, \quad (49)$$

donde a representa a $k[1 - n_2]$ en transmisión o $2k$ en reflexión, según sea el caso. La diferencia $\zeta_x(x') - \zeta_x(x' + \Delta x)$ se puede expresar en potencias de Δx , por lo que para Δx pequeña podemos escribir que

$$g(\Delta x) \approx \left\langle e^{-ia\Delta x \zeta'_x(x')} \right\rangle, \quad (50)$$

donde $\zeta'_x(x')$ nos representa las pendientes del perfil superficial. Esta aproximación se conoce como la aproximación de la óptica geométrica. Bajo estas consideraciones, al sustituir la ecuación (50) en la ecuación (48) esta última adquiere la forma

$$\langle I_x(P_0) \rangle \approx C \int_{-\infty}^{\infty} \left\langle e^{-ia\Delta x \zeta'_x(x')} \right\rangle e^{-ik \frac{r_0}{r_0} \Delta x} d\Delta x. \quad (51)$$

Por otro lado, la función característica de una variable aleatoria U se define como [Goodman, 1968, pag. 19]

$$M_U(w) = \langle e^{-iwu} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-iwu} \mathbf{P}_U(u) du, \quad (52)$$

donde $\mathbf{P}_U(u)$ es la función de densidad de probabilidad de la función U .

Aplicando la definición dada por la ecuación (52) a la función $g(\Delta x)$ (ecuación (50)) se tiene que

$$\left\langle e^{-ia\Delta x \xi'} \right\rangle = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ia\Delta x \xi'} \mathbf{P}(\xi') d\xi'. \quad (53)$$

Aplicando directamente la transformada inversa de Fourier a cada miembro de la ecuación (53) y con $u = a\Delta x$ podemos obtener que

$$\mathbf{P}(\xi'_x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{iu\xi'_x} \left\langle e^{-iu\xi'} \right\rangle \frac{du}{2\pi}. \quad (54)$$

En consecuencia, relacionando esta última ecuación (54) con la ecuación (51) se tiene que

$$\mathbf{P}_{\zeta'_x}(z) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ia\Delta x z} \left\langle e^{-ia\Delta x \zeta'_x} \right\rangle \frac{a}{2\pi} d\Delta x, \quad (55)$$

y con $z = -\frac{k}{a} \frac{x_0}{r_0}$, finalmente se obtiene que

$$\mathbf{P}_{\zeta'_x}\left(-\frac{k}{a} \frac{x_0}{r_0}\right) = \frac{a}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ik \frac{x_0}{r_0} \Delta x} \left\langle e^{-ia\Delta x \zeta'_x(x')} \right\rangle d\Delta x. \quad (56)$$

Con referencia a la Fig. 5, $\frac{x_0}{y_0} = \sin \theta_s$, por lo que para ángulos pequeños la ecuación anterior se puede expresar como

$$\langle I_x(P_0) \rangle \approx \mathbf{P}_{\zeta'_x}\left(-\frac{k}{a} \theta_s\right), \quad (57)$$

donde $\mathbf{P}_{\zeta'_x}(x)$ representa la función de densidad de probabilidad de las pendientes de la superficie. Por lo tanto, de acuerdo a nuestro requerimiento original definido por la ecuación (36). La función de densidad de probabilidad de la ecuación (57) debe ser de forma rectangular. Es decir, para obtener el patrón de intensidad en el campo lejano de la forma definida por la ecuación (36), la función de densidad de probabilidad de las pendientes del perfil superficial del difusor debe ser de forma rectangular.

Para diseñar un difusor óptico uniforme de banda limitada, se debe buscar un perfil superficial aleatorio cuyas pendientes sigan una función de densidad de probabilidad de forma rectangular. Este problema de esparcimiento corresponde a un problema inverso. Bajo estas circunstancias el problema de diseño del difusor se cambia por el problema de diseñar superficies con una distribución de pendientes uniforme.

Nuestro interés es obtener un patrón de intensidad de la forma definida por la ecuación (36). Escogemos, por ejemplo, que el perfil superficial $\zeta(x)$ del difusor constituya un proceso aleatorio Gaussiano. Entonces, la función de densidad de probabilidad que describe estas variaciones es Gaussiana [Goodman, 1968, pag. 35], es decir, es de la forma

$$P(\zeta) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\zeta} e^{\left[-\frac{\zeta^2}{2\sigma_\zeta^2}\right]}, \quad (58)$$

donde σ_ζ representa la desviación estandar de la variable $\zeta(x)$. En consecuencia, sus pendientes $\zeta'(x)$ constituyen también un proceso aleatorio Gaussiano y su función de densidad de probabilidad tiene una forma similar a la ecuación (58). Por lo tanto, con relación a las ecuaciones (36), (57) y (58) se observa que el perfil superficial para los difusores ópticos de banda limitada no puede estar constituido por un proceso aleatorio Gaussiano.

Para el diseño de los difusores se propone generar el perfil superficial unidimensional de la siguiente forma

$$\zeta(x) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l S(x - 2lb), \quad (59)$$

donde $\{C_l\}$ son números positivos generados aleatoriamente y la función $S(x)$ se define como

$$S(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -(m+1)b \\ -(m+1)bh - hx & -(m+1)b < x < -mb \\ -bh & -mb \leq x \leq mb \\ -(m+1)bh + hx & mb < x < (m+1)b \\ 0 & (m+1)b \leq x \end{cases}, \quad (60)$$

donde m es un entero positivo y b representa una longitud característica.

La derivada de la función del perfil superficial (pendientes) $\zeta'(x)$ está dada por

$$\zeta'(x) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l d(x - 2lb), \quad (61)$$

donde

$$d(x) = \begin{cases} 0 & x \leq -(m+1)b \\ -h & -(m+1)b < x < -mb \\ 0 & -mb \leq x \leq mb \\ h & mb < x < (m+1)b \\ 0 & (m+1)b \leq x \end{cases} \quad (62)$$

Las funciones $S(x)$ y $d(x)$ se muestran en la Fig. 7.

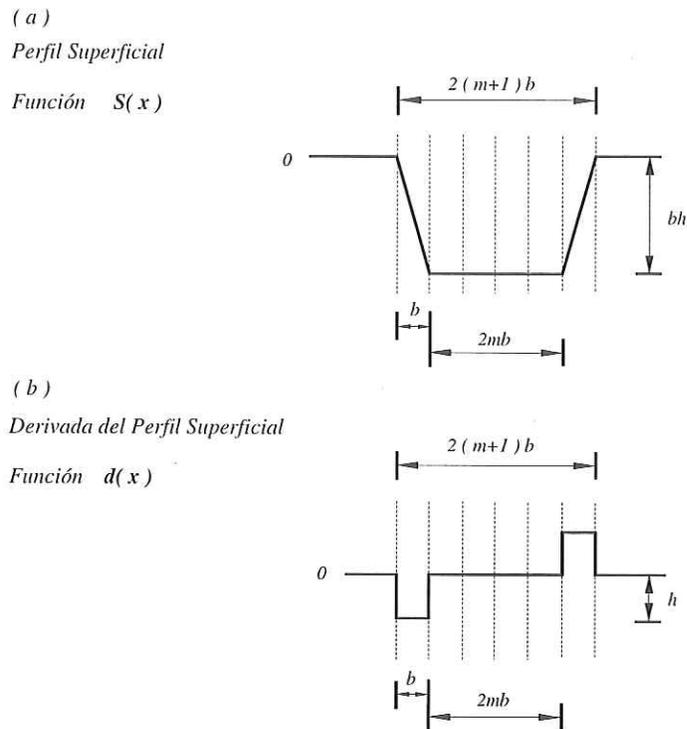


Figura 7.- Las funciones $S(x)$ y $d(x)$.

Por otro lado, cuando la función de densidad de probabilidad $f(\gamma)$ de los números aleatorios $\{C_i\}$ se conoce se pueden generar grandes secuencias de estos números, por ejemplo, utilizando el método de rechazo [Press *et al.*, 1992]. De esta manera con estas secuencias de números, se pueden generar superficies con perfil superficial $\zeta(x)$ y derivada $\zeta'(x)$ definidas por las ecuaciones (59) y (61) respectivamente.

La consideración ideal que la rugosidad en la superficie del difusor y por ende, el cambio

de fase $\varphi(x, y)$ es un proceso aleatorio estacionario nos permite llegar a la relación dada por la ecuación (57). Sin embargo, para el diseño de los difusores se ha considerado como perfil superficial el definido por la ecuación (59), y este proceso aleatorio ya no es estacionario. Por ejemplo, con referencia a la Fig. 8, podemos ver que mientras que la derivada promedio, tomada sobre una muestra larga tiende a cero, el promedio de conjunto será positivo para ciertas posiciones y negativo para otras, como veremos más adelante. En consecuencia, resulta necesario regresar a la ecuación (43), que en la aproximación de la óptica geométrica, representada por la ecuación (50) adquiere la forma

$$\langle I_x(P_0) \rangle \approx C \iint_{-\infty}^{\infty} \langle e^{-ia\Delta x \zeta'_x(x')} \rangle e^{-ik \frac{x_0}{r_0} \Delta x} d\Delta x dx'. \quad (63)$$

Si el perfil superficial del difusor $\zeta(x')$ no es un proceso aleatorio estacionario, entonces su derivada $\zeta'(x')$ tampoco constituye un proceso aleatorio estacionario. En consecuencia, el promedio $\langle e^{-ik\Delta x \zeta'_x(x')} \rangle$ que aparece en la ecuación (63) es función de la variable x' y por lo tanto, esta ecuación no se puede expresar de forma similar a la ecuación (51), que considera al perfil superficial como un proceso estacionario.

Al sustituir la ecuación (61) en el promedio que aparece en la ecuación (63) y dada la independencia de los números aleatorios $\{C_l\}$, se obtiene que

$$\begin{aligned} \langle e^{-ia\Delta x \zeta'_x(x)} \rangle &= \left\langle e^{-ia\Delta x \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l d(x-2lb)} \right\rangle = \left\langle \prod_{l=-\infty}^{\infty} e^{-ia\Delta x C_l d(x-2lb)} \right\rangle \\ &= \prod_{l=-\infty}^{\infty} \langle e^{-ia\Delta x C_l d(x-2lb)} \rangle. \end{aligned} \quad (64)$$

El punto crucial de haber escogido como pendientes del perfil superficial a la función definida por la ecuación (61) y que se esquematizan en la figura 8, es que para cualesquiera de los segmentos de longitud b , sólo hay una contribución diferente de cero. La naturaleza de estas contribuciones nos permite hacer una separación entre ellas. Aquellas que se encuentran por arriba del eje de referencia aa' (ver Fig. 8), corresponden a contribuciones positivas de las pendientes del perfil superficial. Por otro lado aquellas que se encuentran por debajo del eje

de referencia aa' , corresponden a valores negativos de las pendientes del perfil superficial. Bajo esta consideración, es fácil observar que el intervalo $2nb < x < (2n + 1)b$, define la ubicación de las pendientes positivas y que el intervalo $(2n - 1)b < x < 2nb$, define la ubicación de las pendientes negativas.

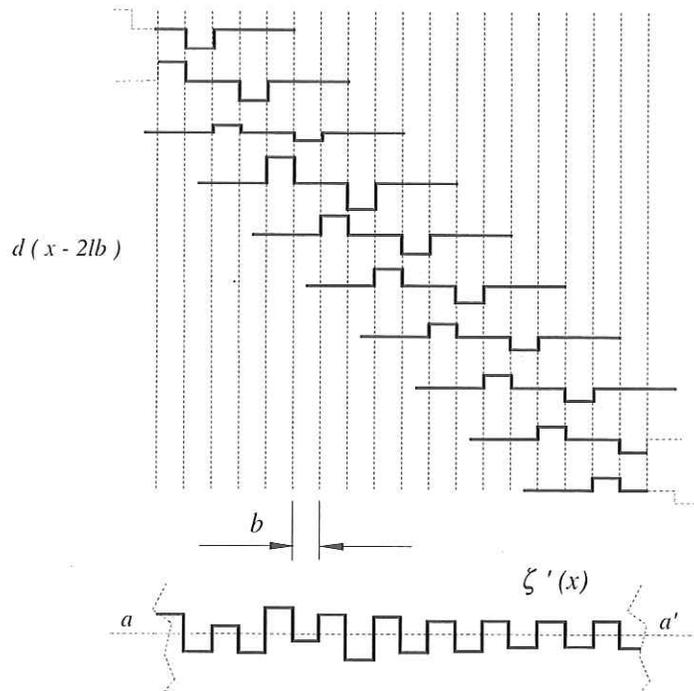


Figura 8.- Ilustración de la generación de las pendientes del perfil superficial.

En consecuencia el valor promedio indicado en la ecuación (64) y con relación a la ecuación (52), cuando $2nb < x < (2n + 1)b$ (pendientes positivas) se puede expresar como

$$\langle e^{ia\Delta x \zeta'(x)} \rangle = \langle e^{ia\Delta x h C_{n-1}} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(\gamma) e^{ia\Delta x h \gamma} d\gamma, \quad (65)$$

y cuando $(2n - 1)b < x < 2nb$ (pendientes negativas) se puede expresar como

$$\langle e^{-ia\Delta x \zeta'(x)} \rangle = \langle e^{-ia\Delta x h C_{n+1}} \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} f(\gamma) e^{-ia\Delta x h \gamma} d\gamma, \quad (65b)$$

donde $f(\gamma)$ es la función de densidad de probabilidad de los números aleatorios $\{C_l\}$.

Entonces sustituyendo las ecuaciones (65) en la ecuación (63) obtenemos que

$$\begin{aligned} \langle I_x(P_0) \rangle &= C \sum_n \int_{2nb}^{(2n+1)b} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\gamma) e^{ia\Delta x h \gamma} d\gamma \right] e^{-ik \frac{x_0}{r_0} \Delta x} d\Delta x dx + \\ &+ C \sum_n \int_{(2n-1)b}^{2nb} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\int_{-\infty}^{\infty} f(\gamma) e^{-ia\Delta x h \gamma} d\gamma \right] e^{-ik \frac{x_0}{r_0} \Delta x} d\Delta x dx. \end{aligned} \quad (66)$$

Como ningún integrando depende de x y la sumatoria sobre n para cada integral en x da $\frac{L_x}{2}$ esta ecuación se puede reescribir como

$$\langle I_x(P_0) \rangle = \chi \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(\gamma) [e^{ia\Delta x h \gamma} + e^{-ia\Delta x h \gamma}] e^{-ik \frac{x_0}{r_0} \Delta x} d\gamma d\Delta x. \quad (67)$$

donde $\chi = CL_x$ es una constante. Intercambiando el orden de integración en la ecuación (67) obtenemos que

$$\begin{aligned} \langle I_x(P_0) \rangle &= \chi \int_{-\infty}^{\infty} f(\gamma) \left[\delta\left(\frac{x_0}{r_0} + h\gamma\right) + \delta\left(\frac{x_0}{r_0} - h\gamma\right) \right] d\gamma \\ &= \frac{\chi}{h} \left[f\left(\frac{x_0}{r_0 h}\right) + f\left(-\frac{x_0}{r_0 h}\right) \right]. \end{aligned} \quad (68)$$

Esta ecuación establece una relación directa entre el patrón de intensidad promedio y la función de densidad de probabilidad de los números aleatorios $\{C_l\}$.

Si escogemos a $f(\gamma)$ como la función de densidad de probabilidad uniforme definida por

$$f(\gamma) = \text{rect}\left(\gamma - \frac{1}{2}\right). \quad (69)$$

y al sustituirla en la ecuación en la ecuación (68), esta última adquiere la forma

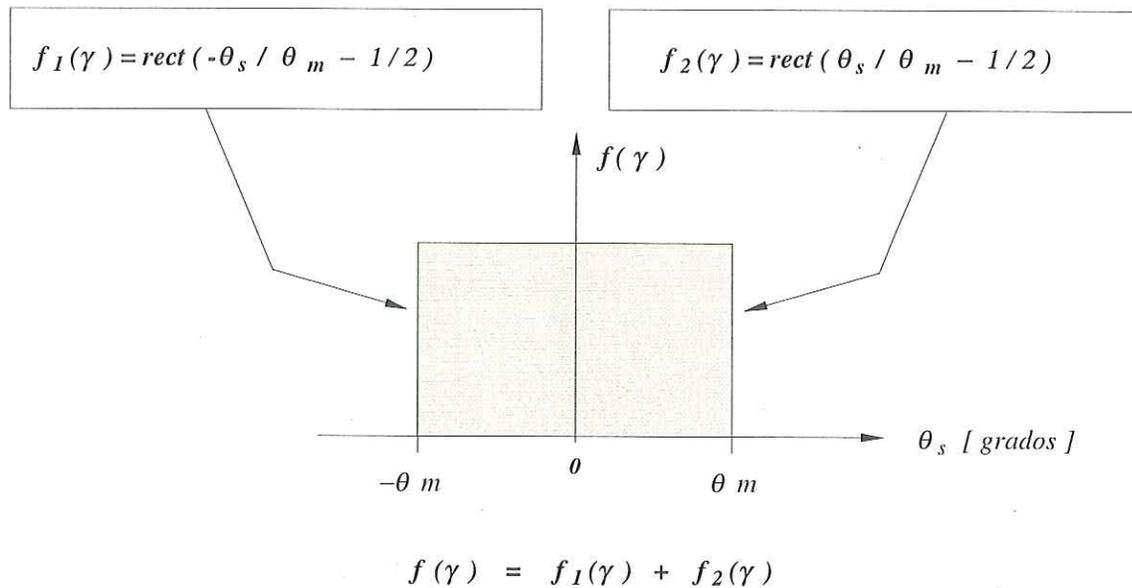


Figura 9.- Ilustración del patrón de intensidad promedio deseado en el campo lejano.

$$\begin{aligned} \langle I_x(P_0) \rangle &= \frac{\chi}{h} \left[\text{rect}\left(\frac{x_0}{r_0 h} - \frac{1}{2}\right) + \text{rect}\left(\frac{x_0}{r_0 h} + \frac{1}{2}\right) \right] \\ &= \frac{\chi}{h} \left[\text{rect}\left(\frac{\sin\theta_s}{h} - \frac{1}{2}\right) + \text{rect}\left(\frac{\sin\theta_s}{h} + \frac{1}{2}\right) \right], \end{aligned} \quad (70)$$

a incidencia normal y donde $\sin\theta_s = \frac{x_0}{r_0}$. En consecuencia para ángulos pequeños se tiene que

$$\langle I_x(P_0) \rangle = \frac{\chi}{h} \left[\text{rect}\left(\frac{\theta_s}{h} - \frac{1}{2}\right) + \text{rect}\left(\frac{\theta_s}{h} + \frac{1}{2}\right) \right]$$

$$= \frac{\chi}{h} \text{rect} \left(\frac{\theta_s}{2h} \right). \quad (71)$$

Esta ecuación indica que el patrón de intensidad promedio obtenido en el campo lejano, toma forma rectangular con $\theta_m = h$. En la Fig. 9 se presenta esquemáticamente el patrón de intensidad promedio dado por la ecuación (71).

II.5. Simulaciones numéricas

La teoría presentada en la sección anterior ha sido comprobada por medio de simulaciones numéricas.

El éxito en obtener un difusor óptico de banda limitada depende directamente de la generación de un perfil superficial con características adecuadas de manera que se produzca el efecto deseado en el patrón de esparcimiento de luz.

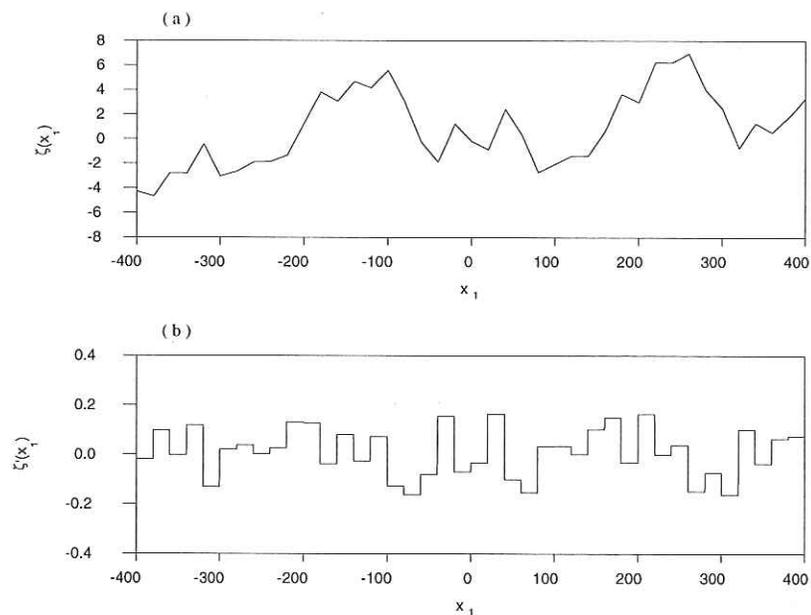


Figura 10.- Ilustración de la generación numérica de un perfil superficial y su derivada.

Por lo tanto, para corroborar el contexto teórico que envuelve a los difusores ópticos de banda limitada resulta necesario generar numéricamente un perfil superficial con las

características establecidas. Esto nos permite evaluar por medio de simulaciones numéricas si el patrón de esparcimiento que produce es el esperado.

El perfil superficial aleatorio se ha generado numéricamente [Leskova *et al.*, 1998] siguiendo el procedimiento presentado por la ecuación (59), con la función $S(x)$ dada por la ecuación (60) y la función de densidad de probabilidad de los números aleatorios $\{C_i\}$ definida a partir de la ecuación (69). En la Fig. 10, se muestra una sección de un perfil superficial y su correspondiente derivada, generados por este método. Los valores empleados en los parámetros más significativos son $b = 60 \mu\text{m}$, $m = 1$ y $\theta_m = 5^\circ$.

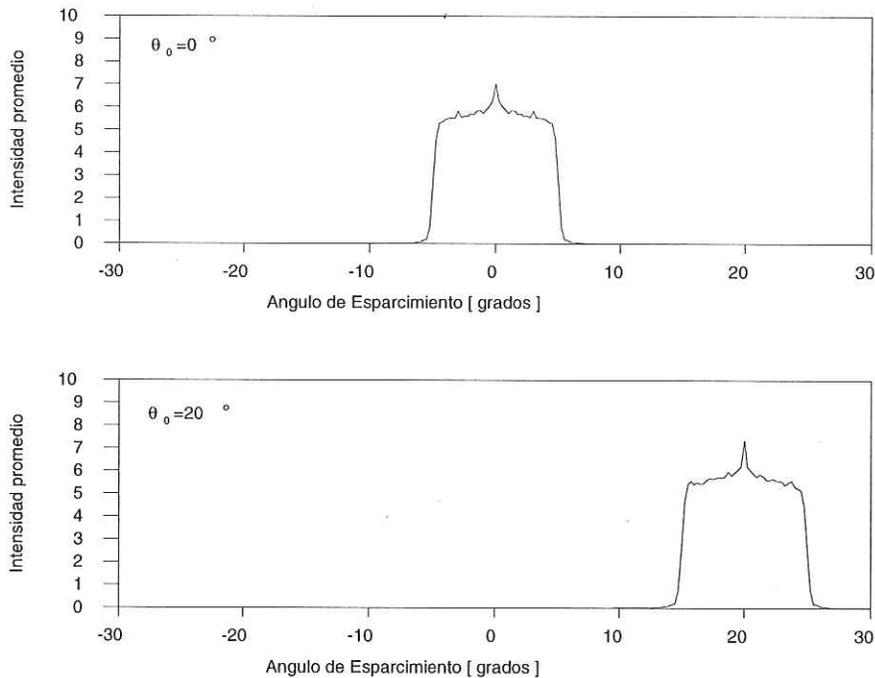


Figura 11.- Ilustración del cálculo numérico del patrón de esparcimiento correspondiente al perfil superficial de la Fig. 10.

El cálculo numérico que se ha realizado para determinar el patrón de esparcimiento [Maradudin *et al.*, 1990] involucra 3000 realizaciones del perfil superficial generados numéricamente, uno de los cuales está representado en la Fig. 10. Esto ha permitido corroborar que la distribución angular de la intensidad promedio esparcida por superficies

con estas características, está muy próximo al resultado deseado. Esto se puede apreciar directamente de la Fig. 11, donde se muestra el patrón de esparcimiento calculado para ángulos de incidencia de 0^0 y 20^0 . De aquí se observa claramente que en el intervalo $-\theta_m < \theta_s - \theta_0 < \theta_m$, aparte de la presencia de pequeños picos distribuidos simétricamente y un pico central más importante, la distribución angular del patrón esparcido es bastante uniforme y fuera de dicho intervalo no hay esparcimiento.

La presencia del pico central se debe al hecho de que nuestro análisis está basado en una aproximación de óptica geométrica. El patrón de esparcimiento está constituido por dos distribuciones rectangulares, como se puede ver de la ecuación (71), esquematizada en la Fig. 9. Los efectos de difracción degradan éstas distribuciones rectangulares que se formarían idealmente, haciendo menos abrupto el corte de las distribuciones. El pico en la dirección especular que se observa en el patrón de esparcimiento mostrado en la Fig. 11, se debe al traslape entre las colas suavizadas de éstas dos distribuciones.

El traslape entre las distribuciones rectangulares está determinado por el parámetro h , por la longitud característica b y por la longitud de onda λ . Para ilustrar este punto, calculamos patrones de esparcimiento utilizando funciones de densidad de probabilidad de la forma

$$f(\gamma) = \text{rect} \left[\gamma - \left(\frac{1}{2} + \varepsilon \right) \right], \quad (72)$$

donde ε es una pequeña constante.

Al sustituir la ecuación (72) en la ecuación (71) se obtiene entonces que

$$\langle I_s(P_0) \rangle \approx \frac{1}{h} \left\{ \text{rect} \left[\frac{-\theta_s}{h} - \left(\frac{1}{2} + \varepsilon \right) \right] + \text{rect} \left[\frac{\theta_s}{h} - \left(\frac{1}{2} + \varepsilon \right) \right] \right\}. \quad (73)$$

Es posible, en principio, escoger un valor adecuado para ε que nos permita obtener aproximadamente la curva de esparcimiento deseada. Es decir, el patrón de esparcimiento consiste ahora de las dos distribuciones separadas por una distancia angular que depende del parámetro ε . Para ilustrar esto, se presentan, en la Fig. 12, cálculos de esparcimiento

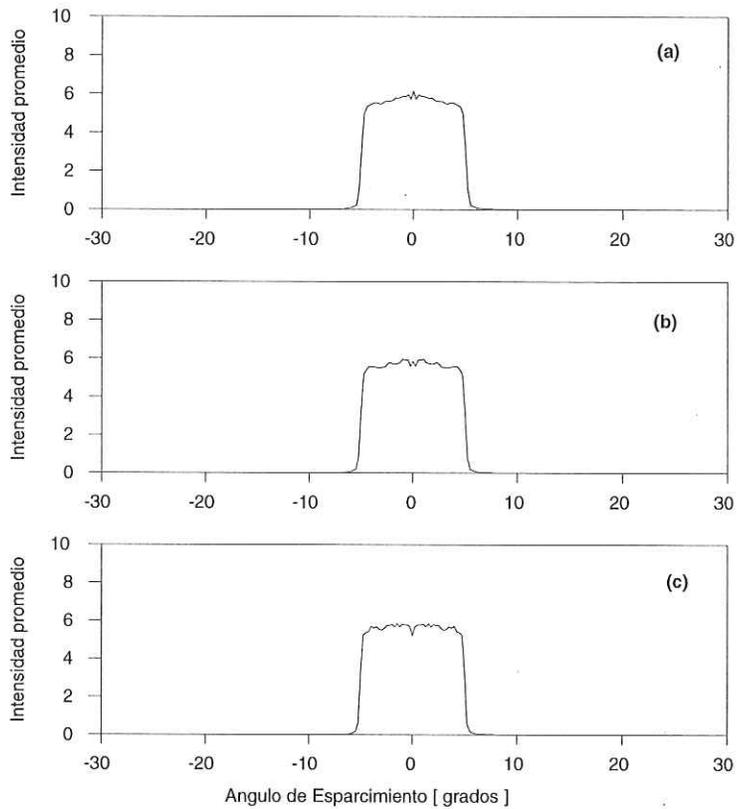


Figura 12.- Ilustración del cálculo numérico para el patrón de esparcimiento para diferentes longitudes de onda y $\varepsilon = 0.01$. (a) $\lambda_r = 0.6328 \mu\text{m}$, (b) $\lambda_v = 0.532 \mu\text{m}$ y (c) $\lambda_a = 0.442 \mu\text{m}$.

para $\lambda_r = 0.6328 \mu\text{m}$, $\lambda_v = 0.532 \mu\text{m}$ y $\lambda_a = 0.442 \mu\text{m}$. Los valores empleados en los parámetros más significativos son $b = 60 \mu\text{m}$ y $\varepsilon = 0.01$. De la figura se observa que el comportamiento del patrón de esparcimiento es prácticamente el mismo para los diferentes valores de longitud de onda empleados. Esto muestra que, estos difusores son acromáticos.

III. FABRICACION

III.1. Introducción

En el capítulo anterior, se ha mostrado que los difusores ópticos uniformes de banda limitada, al menos desde el punto de vista teórico, son factibles. Esto ha quedado demostrado por los cálculos numéricos en los que empleamos perfiles superficiales con las características dadas por la ecuación (59). Ahora bien, desde el punto de vista práctico, necesitamos desarrollar una técnica para la generación de los perfiles superficiales con estas características.

En este capítulo se describe el proceso de manufactura utilizado para la obtención de difusores ópticos uniformes de banda limitada. El capítulo está estructurado en tres secciones, que en conjunto, forman la ruta de fabricación. La primera sección describe la preparación de placas con fotorresina, que es el elemento en el que finalmente se aloja el difusor. La segunda sección, describe una técnica experimental para la generación del perfil superficial deseado. En la última etapa, dado que el proceso de manufactura en la generación del perfil superficial contempla fotoexposiciones, se describe el proceso para su revelado.

III.2. Preparación de placas con fotorresina

La fotorresina es un polímero fotosensible a longitudes de onda en el ultravioleta cercano y el azul. Su presentación es en forma de un líquido viscoso, lo cual la hace manejable ya que permite que se le deposite en forma de capas o películas. En condiciones adecuadas de preparación, exposición y procesamiento, la curva de respuesta de una película de fotorresina (exposición vs profundidad) puede presentar una región prácticamente lineal, que juega un papel fundamental en la generación de los perfiles superficiales.

El objetivo fundamental en esta etapa del proceso de manufactura es la de obtener placas con fotorresina que sean en lo posible, uniformes. Las placas con fotorresina, están

contituidas por un substrato de vidrio al que se le deposita una película de fotorresina. Utilizamos como substratos placas de vidrio (*BK7*) con caras aproximadamente planas y paralelas, con diámetro de 2 plgs. y espesores entre 3 y 5 mm. La fotorresina empleada en este trabajo es la *STR – 1075* de Shipley.

La preparación de las placas con fotorresina se lleva acabo en tres etapas:

- Limpieza de substratos de vidrio.
- Depósito de fotorresina.
- Horneado de las placas con fotorresina.

Estos procesos se describen a continuación.

III.2.1. Limpieza de substratos de vidrio

La limpieza de los substratos de vidrio es crítica, dado que esto determina tanto la adherencia de la película de fotorresina como la uniformidad de ésta. El procedimiento empleado fué el siguiente:

- Lavado con detergente y esponja.
- Enjuague con agua corriente y reposo en agua destilada.
- Secado con aire comprimido.
- Lavado con acetona frotando con papel de calidad óptica.
- Secado frotando con papel de calidad óptica.
- Lavado en alcohol.
- Secado frotando con papel de calidad óptica.
- Secado en horno a 90°C durante una hora y treinta minutos para evaporar solventes.

III.2.2. Depósito de fotorresina

Una vez limpios los substratos de vidrio se procede al depósito de fotorresina. Para esto se cuenta con una campana de flujo laminar con "spinner" y fijación del substrato por vacío. De manera secuencial, los pasos que se siguen en esta etapa son:

- Se coloca sobre la base giratoria del "spinner" un substrato y se acciona la bomba de vacío para su fijación.
- Se acciona el "spinner" con un nivel bajo de revoluciones (al rededor de 300 rpm).
- Se deposita fotorresina (aproximadamente 10 ml) en la parte central del substrato con la ayuda de una jeringa de vidrio, evitando producir burbujas de aire en el depósito.
- Durante unos 15 s, se elevan gradualmente las revoluciones del "spinner" uniformemente hasta alcanzar aproximadamente 1500 rpm.
- Después de unos 5 s adicionales de rotación, se apaga el "spinner" y la bomba de vacío.
- Se retira y coloca el substrato con fotorresina en una charola horizontal dentro de la campana de flujo laminar.

III.2.3. Horneado de las placas con fotorresina

Finalmente se procede al horneado de los substratos con fotorresina. Los parámetros que se describen a continuación se determinaron experimentalmente y dependen del tipo de fotorresina empleada.

El control de la temperatura resulta ser un parámetro importante, ya que si ésta es mayor a unos 90⁰C, la respuesta óptica de la fotorresina disminuye. Es decir, se requiere mayor tiempo de exposición para poder grabar sobre ella. Por otro lado, si la temperatura es menor a unos 35⁰C la fotorresina no seca adecuadamente, quedando muy sensible al tacto. Adicionalmente, después del horneado se debe cuidar que el enfriamiento sea lento y uniforme, de manera

que no se presenten choques térmicos muy violentos. El horneado se realizó de la siguiente manera:

- Se colocan los substratos en un horno eléctrico a una temperatura de 70⁰C durante 1 hr 30 min aproximadamente.
- Se retiran las placas con fotorresina unas 10 hrs después de apagado el horno.

III.2.4. Comentarios

El espesor de la película de fotorresina depositada en los substratos de vidrio oscila entre 10 y 15 μm . No se aplica una segunda capa de fotorresina dado que con el espesor logrado y con los tiempos promedios de exposición empleados en la fotoexposición, no se llega a consumir la película de fotorresina al grado de llegar al substrato de vidrio. El grosor de la película depositada fué evaluado en forma visual a través de la tonalidad adquirida por las muestras. Es importante hacer notar que todo este trabajo se realiza bajo iluminación amarilla, a la cual la fotorresina es prácticamente insensible.

El éxito de los depósitos de fotorresina, al tener muestras que tengan una buena calidad se ve dramáticamente afectada por la presencia de polvo o partículas ajenas en la película, ya que esto hace que se pierda la uniformidad superficial que se requiere. Por esto, la limpieza de la campana, el "spinner", el horno, etc., es fundamental. Un hecho importante es que el flujo laminar de la campana no debe ser muy fuerte, ya que tiende a deformar la película depositada, y tampoco demasiado débil, porque se permite la entrada de partículas de polvo. Utilizamos un punto intermedio según la graduación del equipo empleado. Las películas de fotorresina depositadas deben estar dentro de la campana de flujo laminar y en posición horizontal antes de proceder al horneado.

III.3. Generación del perfil superficial

Esta etapa del proceso de manufactura es la parte medular en la fabricación de los

difusores. Con la idea de mostrar el procedimiento de la generación del perfil superficial sobre las placas con fotorresina, esta sección ha sido dividida en cuatro partes. La primera hace un extracto de los requerimientos teóricos necesarios que debe cumplir el perfil superficial del difusor, lo cual nos permite visualizar su conformación. En la segunda parte se discute el método de fabricación empleado para la generación del perfil superficial, el cual consiste en un proceso de fotoexposición. En la tercera parte se describe el arreglo experimental empleado y finalmente, en la cuarta sección, se discuten algunas limitaciones técnicas presentes durante la manufactura de los perfiles superficiales requeridos.

El objetivo en esta etapa es generar el perfil superficial del difusor sobre la superficie de la fotorresina definido por la ecuación (59). La función $S(x)$ y su correspondiente derivada $d(x)$ se muestran en la Fig. 7.

III.3.1. Conformación ideal del perfil superficial

Antes de analizar la forma de generar físicamente el perfil superficial sobre la superficie de la fotorresina, es conveniente puntualizar algunos detalles referentes a la definición del perfil superficial $\zeta(x)$.

De la definición de la función $S(x)$ dada por la ecuación (60), podemos notar que de acuerdo al valor que le asignemos al parámetro m , $S(x)$ puede tomar la forma de un perfil triangular o de un perfil trapezoidal, con varios anchos posibles. Esto se esquematiza en la Fig. 13, donde apreciamos además el comportamiento de sus respectivas derivadas.

Por otro lado, a partir de la ecuación (59), notamos que $\zeta(x)$ es una sucesión de perfiles trapezoidales definidos por $S(x)$ con profundidades aleatorias dadas por el parámetro C_l y que se encuentran separados uniformemente a razón del parámetro $2b$.

Elegimos $m = 1$ con el afán de visualizar como podría ser un fragmento del perfil superficial definido a partir de $\zeta(x)$. Consideremos que contamos con tres perfiles trapezoidales $S_1(x)$, $S_2(x)$ y $S_3(x)$ con profundidades dadas por C_1 , C_2 y C_3 . Los trapecios seleccionados se esquematizan en la parte I de la Fig. 14. Como lo especifica la ecuación

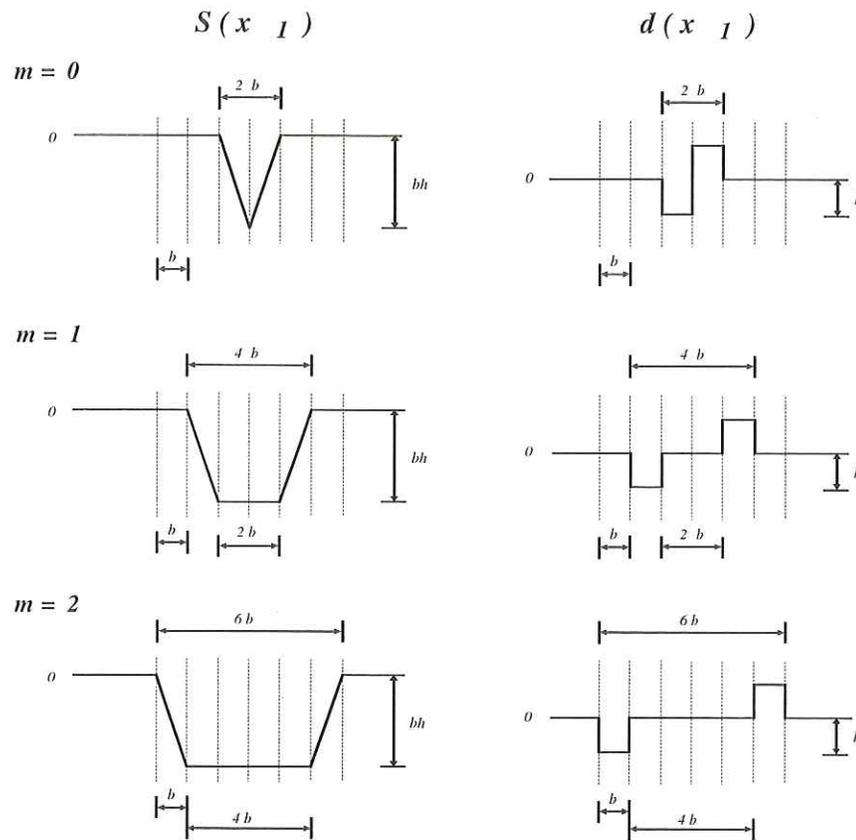


Figura 13.- Comportamiento de las funciones $S(x)$ y $d(x)$ para diferentes valores de m .

(59), los trapecios tienen un corrimiento a lo largo de la dirección x a razón de $2b$. Esto es, cada $2b$ se encuentra posicionado un trapecio de diferente profundidad. En la parte *II* de la figura, los trapecios seleccionados se muestran colocados cada $2b$. En la parte *III* de la figura, tomamos sólo dos de éstos trapecios para observar su contribución al perfil superficial. Los valores correspondientes con los que los respectivos perfiles trapezoidales contribuyen a la conformación del perfil superficial $\zeta(x)$ quedan representados por $S_1(x)$ y $S_2(x)$. En este caso, los valores que toma la función $\zeta(x)$ corresponden a la suma de $S_1(x)$ con $S_2(x)$. Esta suma, dada la configuración de nuestro sistema, se da a partir del nivel cero que se especifica en *III* y que correspondería, en nuestro caso, a la superficie de la fotorresina. En la parte *IV* se ilustra la forma que adquiere $\zeta(x)$, correspondiente a la suma de $S_1(x)$ y $S_2(x)$. La posición del tercer trapecio $S_3(x)$ tiene un corrimiento de $2b$ respecto a $S_2(x)$

como se ilustra en V. En la parte VI de la figura se muestra como queda conformado el perfil $\zeta_2(x) = S_1(x) + S_2(x) + S_3(x)$, como resultado de la suma de $S(x)$ con $m = 1$ para tres valores de C_i , así como el comportamiento que tienen sus respectivas pendientes.

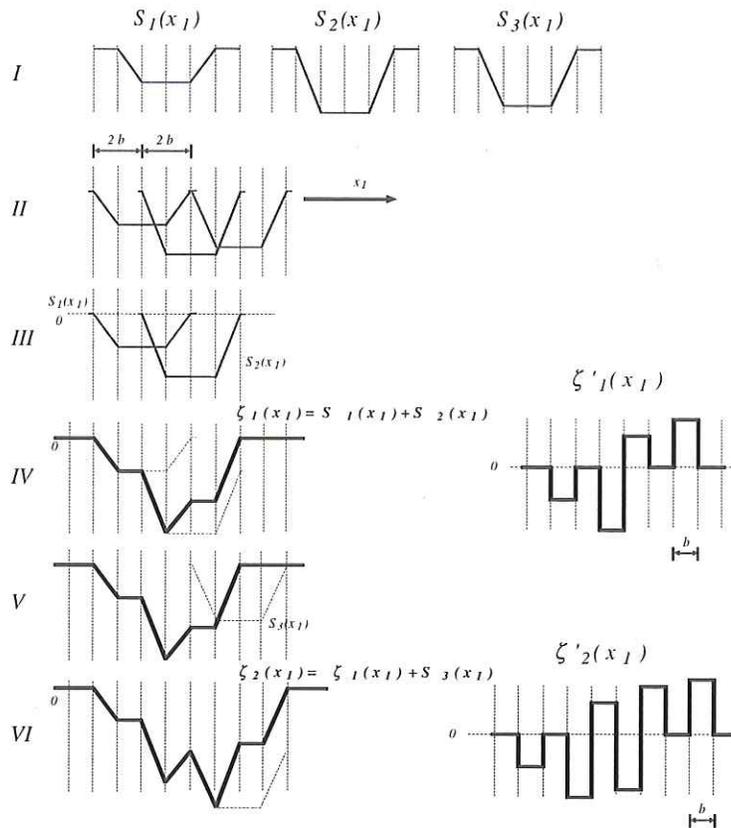


Figura 14.- Ilustración de un perfil superficial generado a partir de la ecuación (55).

De esta secuencia de figuras podemos ver que para construir un perfil superficial $\zeta(x)$, uno de los principales problemas desde un punto de vista práctico consiste en generar la función $S(x)$.

III.3.2. Método de fabricación

Para generar físicamente el perfil superficial sobre las placas con fotorresina, partimos del hecho de que la fotorresina es sensible a la luz ultravioleta o azul y que tiende a tener un

comportamiento más o menos lineal en el azul [MacAndrew, 1978]. Suponiendo este tipo de respuesta ideal de la fotorresina proponemos una técnica para generar la función $S(x)$, con la que en principio podemos fabricar el perfil superficial deseado.

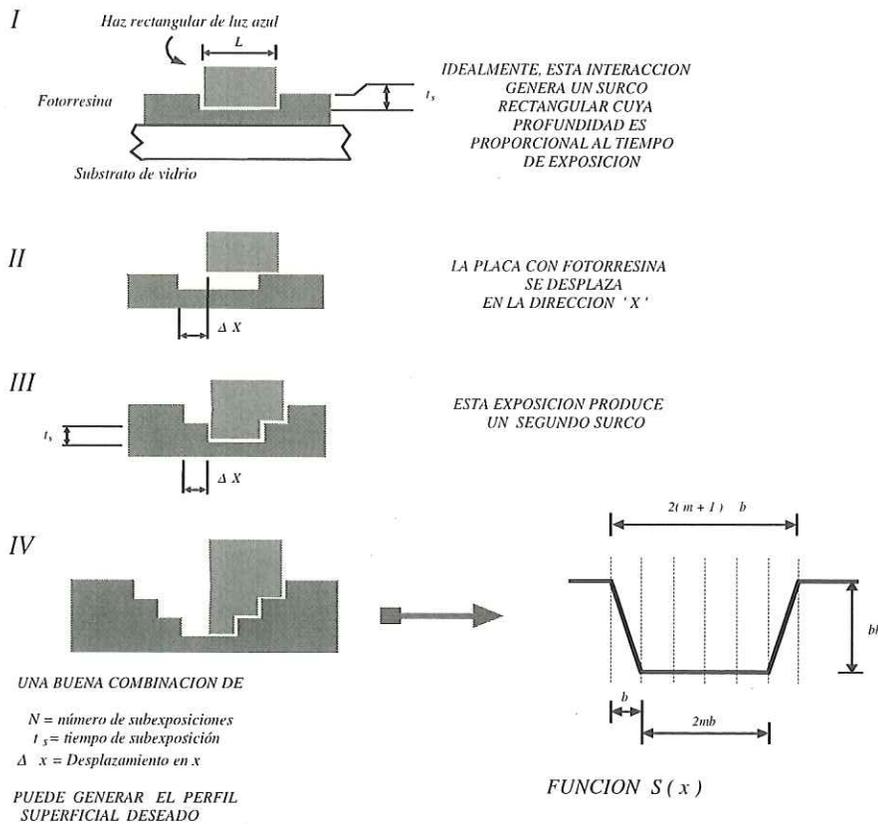


Figura 15.- Ilustración de la generación de la función $S(x)$.

Para ilustrar la generación de la función $S(x)$ elegimos $m = 1$. La forma en que se genera idealmente la función $S(x)$ sobre la placas con fotorresina se muestra en la Fig. 15. En el paso *I* esquematizamos la acción de un haz rectangular de luz azul sobre la placa de fotorresina. Idealmente, esta interacción forma un pequeño surco de forma rectangular en la fotorresina de ancho L y con profundidad h , proporcional al tiempo de exposición. Debido al método de fabricación, a este tiempo lo hemos denominado tiempo de subexposición y lo denotamos por la variable t_s . En la parte *II* de la figura se muestra la placa con fotorresina desplazada una distancia Δx en la dirección x . En el parte *III* se muestra como el haz

rectangular afecta una nueva zona de la película de fotorresina, con lo que se forma un segundo surco, cuya profundidad nuevamente es proporcional al tiempo de subexposición t_s . Podemos notar que se ha formado un escalón con ancho Δx y profundidad proporcional a un tiempo de subexposición t_s . Repitiendo este ciclo, es decir, desplazando la placa con fotorresina por intervalos Δx y exponiendo por tiempo t_s , podemos formar N escalones. El conjunto de estos escalones constituye un canal cuya forma, en el límite $\Delta x \rightarrow 0$, tiende al perfil de un trapecio, como se esquematiza en la parte *IV* de la figura. De aquí podemos observar que, en principio, con una buena selección de los parámetros N (número de subexposiciones), t_s (tiempo de subexposición) y Δx (desplazamiento en x), es factible llevar al canal formado de forma aproximadamente trapezoidal, que corresponda a la función $S(x)$, como se muestra esquemáticamente en la Fig. 15.

Por lo tanto, para generar el perfil superficial $\zeta(x)$ deseado sobre la superficie de fotorresina, requerimos generar funciones $S(x)$ desplazadas cada $2b$ con profundidades aleatorias determinadas por la variable C_l . En consecuencia, para cada función $S(x)$ generada con N subexposiciones centradas en $x_n = n\Delta x$, el tiempo de subexposición t_s permanece constante y será proporcional a través de una constante \mathcal{K} al n -ésimo número aleatorio C_l generado por computadora, es decir, $t_s = \mathcal{K}C_l$.

De esta manera cada subexposición sobre la superficie de fotorresina puede quedar representada como

$$E_l(x + n\Delta x) = I(x + n\Delta x)t_s, \quad (74)$$

donde $I(x)$ representa la intensidad del haz rectangular de luz azul. Por tanto, con relación a la ecuación (74) la función $S(x)$ se puede representar como

$$S_l(x) = \alpha \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} E_l(x + n\Delta x), \quad (75)$$

donde α representa una constante con dimensiones apropiadas que relaciona la exposición con las alturas resultantes en la superficie. En consecuencia, el perfil superficial del difusor

$\zeta(x)$ se puede representar como

$$\zeta(x) = \alpha \mathcal{K} \sum_{l=-\infty}^{\infty} C_l \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} I(x + n\Delta x + 2lb). \quad (76)$$

En la Fig. 16 se esquematiza la conformación de un perfil superficial definido por la ecuación (76). Es fácil observar que $b = N\Delta x$ y como elegimos $m = 1$, se cumple entonces que $b = N\Delta x = \frac{L}{3}$, donde L representa el ancho del haz rectangular de luz azul, que interactúa con la superficie de fotorresina.

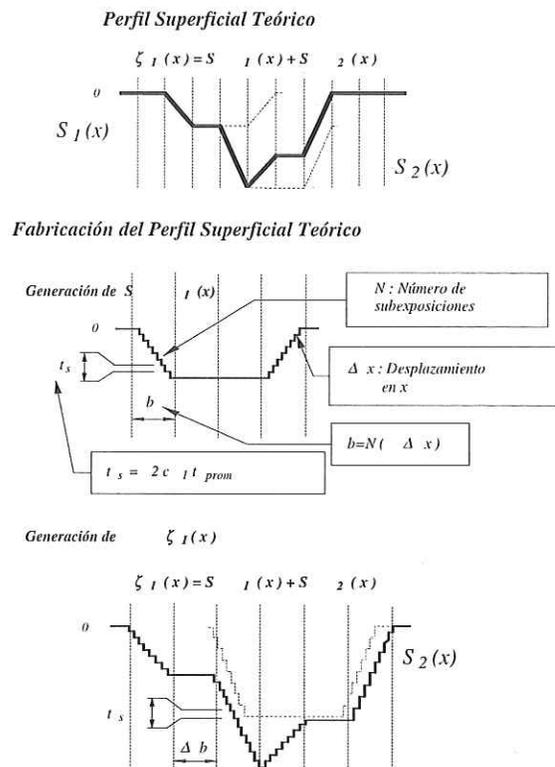


Figura 16.- Ilustración de la generación experimental de un perfil superficial.

De la función de densidad de probabilidad propuesta para los números aleatorios, dada por la ecuación (69), resulta que cada número aleatorio es positivo y que varían entre 0 y 1. De manera que el promedio es 0.5. Entonces el tiempo promedio de subexposición es

$t_{prom} = \frac{\mathcal{K}}{2}$ y en consecuencia $\mathcal{K} = 2t_{prom}$. Finalmente, el tiempo de subexposición es $t_s = \mathcal{K}C_l = 2C_l t_{prom}$. Bajo estas consideraciones la ecuación (76) adquiere la siguiente forma

$$\zeta(x) = 2t_{prom}\alpha \sum_{l=-\frac{M}{2}}^{\frac{M}{2}} C_l \sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} I(x + n\Delta x + 2lb). \quad (77)$$

Donde el perfil superficial $\zeta(x)$ se conforma por M funciones $S(x)$ desplazadas $2b$ entre sí. Debido a la geometría, a cada canal $S(x)$ le denominamos línea. Las variables de proceso involucradas en la fabricación del perfil superficial son:

- N : número de subexposiciones $E(x)$ que generan la función $S(x)$.
- Δx : desplazamiento en x para cada subexposición $E(x)$ sobre la superficie de fotorresina.
- t_{prom} : tiempo promedio por subexposición $E(x)$.
- C_l : números aleatorios generados por computadora con función de densidad de probabilidad rectangular.
- L : ancho del haz rectangular de luz azul.
- m : forma del perfil de la función $S(x)$.
- $b = N \times \Delta x$. Debido a que elegimos $m = 1$, $b = N \times \Delta x = \frac{L}{3}$.
- M : número de líneas que forman al perfil superficial $\zeta(x)$.
- $\Delta b = b$: desplazamiento en x de la placa con fotorresina para generar un nuevo perfil $S(x)$.

En la Fig. 16 se esquematizan algunas de estas variables de proceso, suponiendo una respuesta lineal de la fotorresina.

III.3.3. Arreglo experimental

La forma en que se ha conceptualizado el método de fabricación se lleva a la práctica

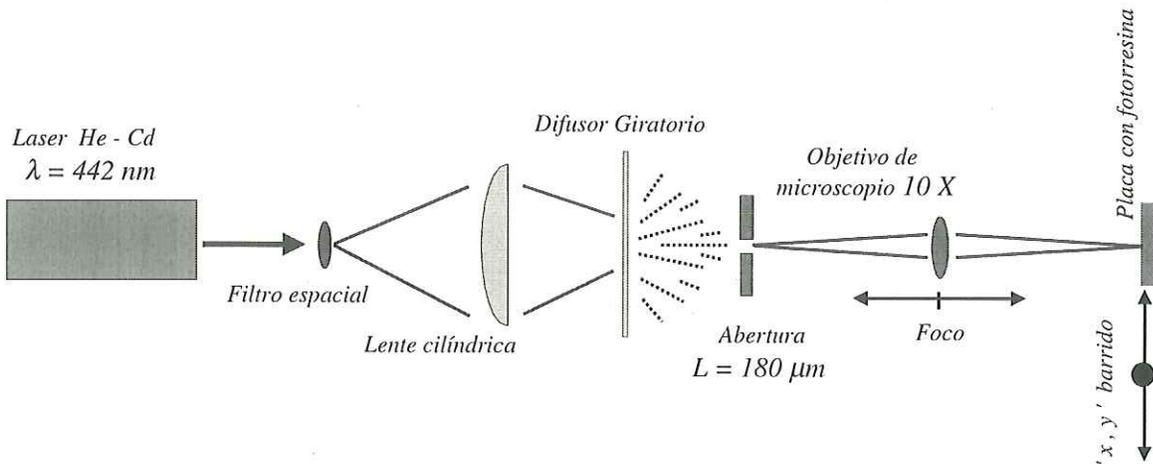


Figura 17.- Diagrama ilustrativo del arreglo experimental.

con el arreglo experimental mostrado en la Fig. 17. La fuente de luz es provista por un laser de He - Cd que opera a una longitud de onda $\lambda = 442 \text{ nm}$ con una potencia de salida de 40 mW. El haz se hace incidir a un filtro espacial con un objetivo de microscopio de 20X y un "pinhole" de $15 \mu\text{m}$. La luz que emerge de éste, es condensada en una línea recta vertical por una lente cilíndrica de distancia focal de 12 cm aproximadamente. A esta distancia focal se coloca una abertura de $l = 4 \text{ cm}$ de largo y $L = 180 \mu\text{m}$ de ancho aproximadamente. Se introduce un difusor en movimiento entre la lente cilíndrica y la abertura para romper la coherencia del haz. Se forma la imagen incoherente de la rendija iluminada sobre el plano en el que colocamos la placa con fotorresina. La imagen formada es una versión reducida de la rendija, para lo cual empleamos un objetivo de microscopio de 10X, que se coloca aproximadamente 16 cm de la abertura. La imagen de la rendija se enfoca directamente sobre la superficie de fotorresina, con una reducción teórica de aproximadamente 10 veces, quedando su largo en $l = 0.5 \text{ mm}$ y su ancho en $L = 18 \mu\text{m}$. La distancia entre la placa con fotorresina y el objetivo de microscopio es de 5 mm aproximadamente.

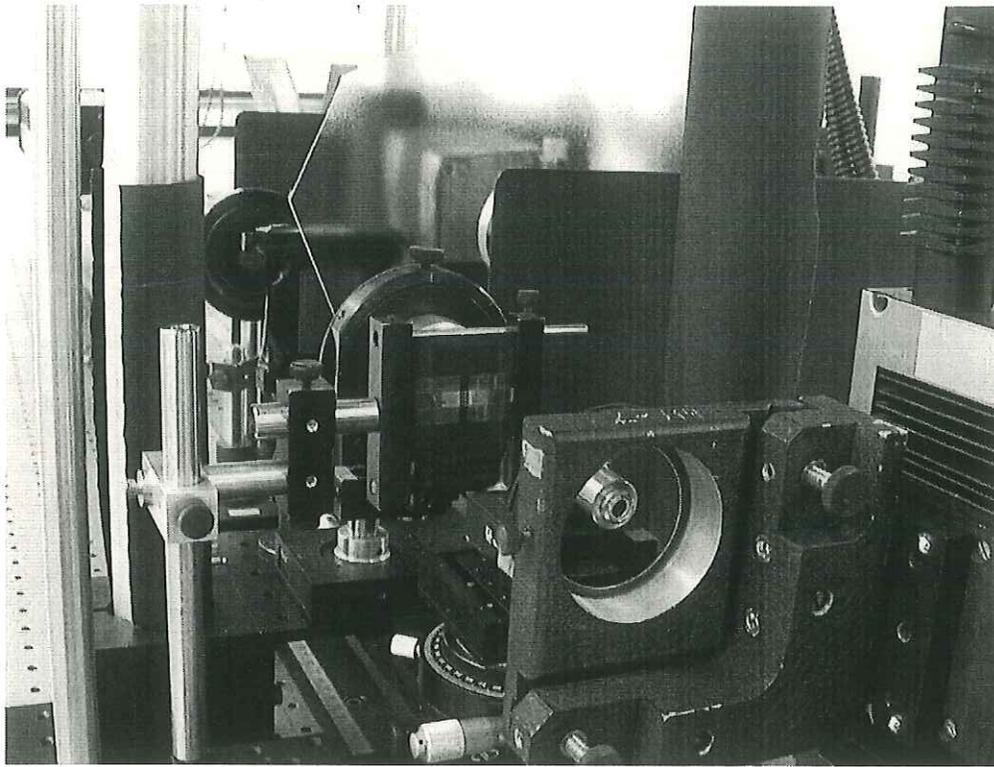


Figura 18.- Fotografía del arreglo experimental.

Siguiendo el método de fabricación definido por la ecuación (77), $I(x)$ definida inicialmente como la intensidad del haz rectangular de luz azul, ahora corresponde a la imagen incoherente de la rendija formada sobre la superficie de fotorresina con dimensiones teóricas de $l = 0.5$ mm de largo y $L = 18 \mu\text{m}$ de ancho. En consecuencia, cada subexposición $E(x)$ corresponde a la imagen incoherente de la rendija grabada sobre la superficie de fotorresina. Como hemos elegido $m = 1$ para generar el perfil de la función $S(x)$, y dado que teóricamente $L = 18 \mu\text{m}$ de ancho por subexposición, tenemos que $b = 6 \mu\text{m}$.

En las Figs. 18 y 19 se muestran algunos detalles del arreglo experimental empleado.

La placa con fotorresina es montada en un arreglo de microposicionadores controlados por computadora para gobernar los desplazamientos en la dirección x (Δx y Δb) y la dirección y (Δy), necesarios para generar el perfil superficial. La resolución del microposicionador empleado para los desplazamientos en la dirección x es de $0.1 \mu\text{m}$.

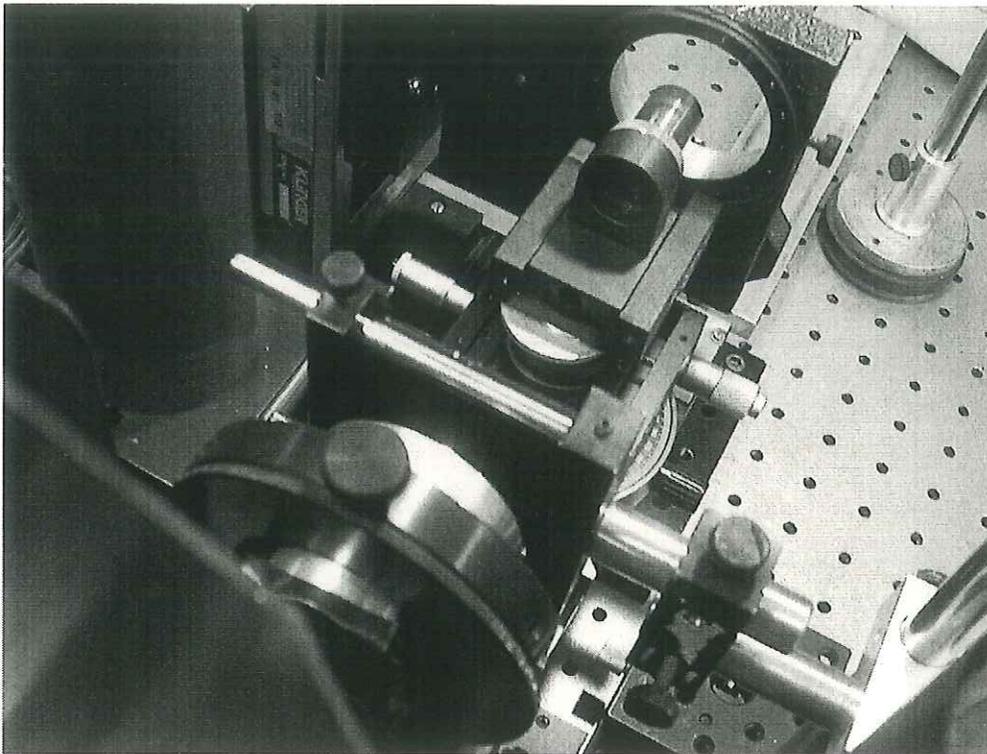


Figura 19.- Fotografía del arreglo experimental.

Para la dirección y el microposicionador empleado tiene una resolución de $1.0 \mu\text{m}$. En la Fig. 20 se muestra una sección del diagrama de flujo desarrollado para el control de los microposicionadores, siguiendo el método de fabricación definido por la ecuación (77).

El diagrama de flujo está constituido esencialmente por 3 ciclos cuyas funciones son:

- A : genera de 1 a M funciones $S(x)$ con diferentes profundidades cada $\Delta b = b$.
- B : genera de 1 a N subexposiciones $E(x)$ separadas entre si Δx , formando el perfil $S(x)$.
- C : genera la profundidad en cada subexposición $E(x)$, proporcional al número aleatorio C_i .

III.3.4. Limitaciones técnicas

Resulta intuitivo suponer que durante el desarrollo experimental para la fabricación de

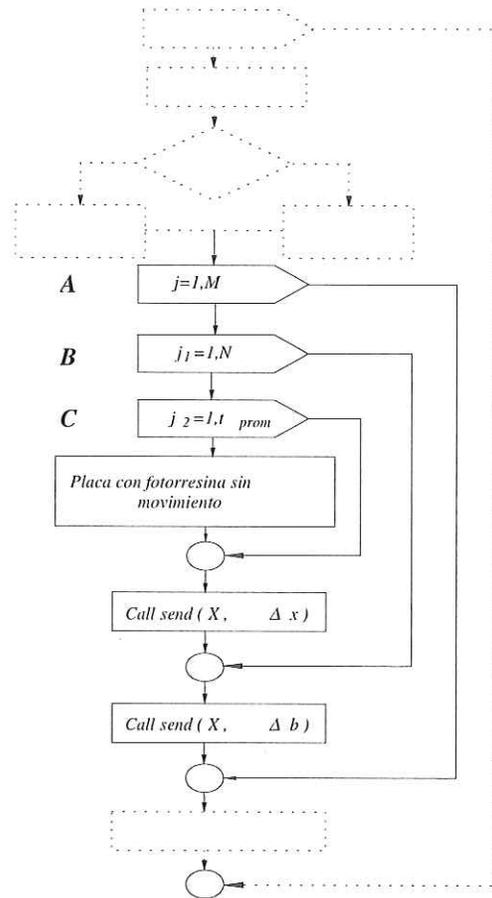


Figura 20.- Diagrama de flujo empleado para el control de los microposicionadores.

los perfiles superficiales se debe cumplir con ciertos requerimientos básicos para disminuir la incertidumbre en la fabricación y acercarnos hasta donde sea posible al éxito en la manufactura.

Se ha mencionado que para construir un perfil superficial $\zeta(x)$, uno de los principales problemas desde un punto de vista práctico consiste en generar la función $S(x)$ definida por la ecuación (60). Se ha propuesto un método experimental para generar dicho perfil $S(x)$. Este se genera por un grabado secuencial de imágenes incoherentes de una rendija sobre una superficie de fotorresina. Al generar experimentalmente la función $S(x)$, la imagen incoherente de la rendija debe estar bien enfocada sobre la superficie de fotorresina, además

de mantenerse perpendicular a lo largo y ancho donde se desee generar un perfil superficial, por lo que resulta importante utilizar superficies de fotorresina con buena planicidad y uniformidad.

El método de fabricación propuesto se ha desarrollado bajo el supuesto comportamiento lineal de la fotorresina, sin embargo, la situación real es que no lo es. En consecuencia, algunos valores para las variables de proceso involucradas en la fabricación de los diferentes perfiles superficiales presentados en este trabajo han sido determinados empíricamente. Dado que $\zeta(x)$ es una sucesión de perfiles trapezoidales definidos por $S(x)$ que se encuentran separados uniformemente a razón del parámetro $2b$, de acuerdo a las condiciones experimentales establecidas la ubicación teórica para generar físicamente una nueva función $S(x)$ debería ser $\Delta b = b = 6 \mu\text{m}$. Sin embargo dada la no linealidad en el comportamiento de la fotorresina y a la incertidumbre en la determinación del ancho de la función rectangular de iluminación, que no es realmente rectangular, es necesario experimentar con diferentes valores para este parámetro.

III.4. Revelado de substratos expuestos

Una vez expuestas las placas con fotorresina con la técnica antes mencionada se procede a revelarlas bajo el siguiente procedimiento:

- Se sumergen los substratos con fotorresina en unos 30 ml de revelador sin diluir durante 2 min. Se aplica una agitación suave durante este tiempo. El revelador utilizado en este trabajo es MF – 359 de Shipley.
- Se aplica agua a presión durante unos 0.5 min para desalojar restos de fotorresina quemada. Posteriormente se dejan reposar en agua destilada de 3 a 5 min.
- Se secan la muestras bajo un flujo de aire para reducir manchas en la superficie por depósito de sales.

Este proceso de revelado, a pesar de su aparente sencillez, se debe realizar con cuidado. Como las formas de las pendientes obtenidas del perfil superficial generado deben ser planas

y las uniones deben ser puntuales, si el tiempo de revelado es prolongado se altera la forma, de tal manera que las partes planas adquieren una curvatura y los puntos de unión se pueden degradar a crestas o valles redondeados. Por otro lado, un tiempo demasiado corto no permite remover toda la fotorresina expuesta, alterando también el perfil superficial fabricado.

Los tiempos y cantidades mencionadas anteriormente se han determinado de manera experimental a través del análisis de las formas de los perfiles obtenidos.

IV. RESULTADOS

IV.1. Introducción

El objetivo fundamental de este trabajo de tesis ha sido el llevar a la práctica un desarrollo teórico para el diseño y fabricación de difusores ópticos uniformes de banda limitada. Esto es, se ha tratado de obtener físicamente un difusor cuyo patrón de esparcimiento sea uniforme dentro de un intervalo de ángulos y que fuera de este intervalo no produzca esparcimiento (ver Fig. 6). Como hemos podido apreciar en los capítulos anteriores, desde el punto de vista teórico es factible obtener estos difusores. Una posible solución a este problema se obtiene con un perfil superficial aleatorio cuyas pendientes tienen una función de densidad de probabilidad de forma rectangular. La función que debe seguir el perfil superficial para satisfacer esta condición está dada por la ecuación (59), la cual define directamente el comportamiento de sus respectivas pendientes definidas por la ecuación (60) (ver Fig. 7). Resulta evidente entonces que para obtener físicamente un difusor óptico uniforme de banda limitada es necesario reproducir el perfil superficial definido por la ecuación (59) de alguna manera. El método de fabricación empleado, descrito en el capítulo III, utiliza para la generación del perfil superficial una técnica de fotograbado sobre películas de fotorresina depositadas en substratos de vidrio. A pesar de que se intenta trabajar en una zona en la que el comportamiento de las películas de fotorresina sea lineal, en la práctica se observa que no se tiene un control completo sobre su respuesta. Este hecho es una de las partes más delicadas en la fabricación. Como el comportamiento de la fotorresina no es bien comprendido, para generar un perfil superficial óptimo es necesario experimentar con las diferentes variables de proceso, de manera que una buena combinación de éstos parámetros nos permita obtener el perfil superficial deseado y, en consecuencia, obtener el patrón de esparcimiento esperado.

De aquí surge la necesidad de evaluar el comportamiento del perfil superficial en sí. Es decir, verificar que los valores escogidos para las diferentes variables de proceso nos generan un perfil superficial que cumple con las características esperadas. El procedimiento

seguido para evaluar los resultados se describe a continuación. Primero, el perfil superficial de las muestras generadas es evaluado por medio de un perfilómetro mecánico. Si se tiene un comportamiento que se aproxima a lo esperado, se realizan los experimentos para determinar el patrón de esparcimiento que produce. De aquí se concluye si la muestra cumple con las características esperadas.

IV.2. Caracterización de las muestras obtenidas

Es necesario, por los motivos antes mencionados, llevar a cabo dos tipos de evaluaciones o caracterizaciones de las muestras obtenidas en la fabricación. Una corresponde al análisis de la forma del perfil superficial obtenido. La otra es la evaluación del comportamiento que presenta su patrón de esparcimiento.

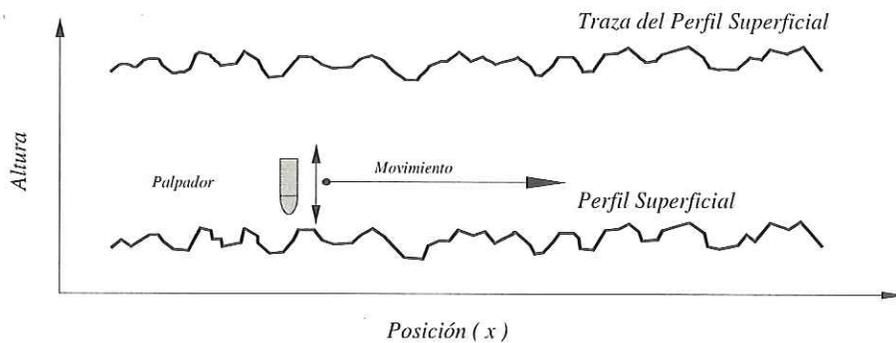


Figura 21.- Diagrama ilustrativo de la perfilometría mecánica.

La forma en que se visualiza el comportamiento del perfil superficial fabricado es a través de la traza del perfil que se obtiene de un perfilómetro mecánico. El perfilómetro mecánico utilizado es semiautomático de marca Dektak³ST. Una aguja se pone en contacto con la superficie y se desliza de tal manera que los movimientos verticales que ésta

experimenta son un reflejo del perfil superficial. El problema principal que se presentan en esta técnica es el hecho de que la aguja no es un objeto puntual, sino que es de una dimensión finita. Si no se toman las consideraciones necesarias, se puede deteriorar la fidelidad de los perfiles evaluados y se puede llegar a conclusiones erróneas. Para ilustrar el tipo de problemas que pueden introducirse debido al tamaño finito de la aguja, en la Fig. 21 se esquematiza la simulación de la traza obtenida para un perfil que es medido por una aguja de dimensiones finitas cuando el barrido se hace de manera horizontal. Se observa que se pierde información, lo cual se manifiesta como un efecto de suavizado en los perfiles abruptos. Es más, este proceso de suavizado no se puede modelar como un filtro lineal, como a primera vista se podría llegar a pensar. A pesar de la existencia de estos inconvenientes respecto a la situación ideal, la perfilometría mecánica es la técnica más confiable para la medición del tipo de rugosidades que nos interesa (del orden de micras).

Las superficies empleadas en este trabajo fueron caracterizadas de esta manera con los siguientes parámetros:

- Longitud muestreada, L_x , de 2.5 a 4 mm.
- Velocidad baja de barrido (50 s).
- Radio aproximado de la aguja de diamante: $1 \mu\text{m}$.
- Fuerza de contacto con la superficie: 1 mg.
- Resolución alta: 8000 puntos por traza del perfil.

Siguiendo el esquema planteado anteriormente, toda vez que contamos con superficies caracterizadas en cuanto a su perfil superficial, procedemos a la determinación experimental de su comportamiento como sistemas esparcidores de luz. En particular, nos interesa la intensidad de luz esparcida como función del ángulo de esparcimiento. El arreglo experimental empleado para este fin se conoce con el nombre de esparcímetero ("scatterometer"), que cae dentro de los instrumentos de medición de esparcimiento resuelto angularmente ("angle resolved scattering instrument"). El instrumento empleado en este trabajo está constituido por sistemas de control de posición, de iluminación, de detección y

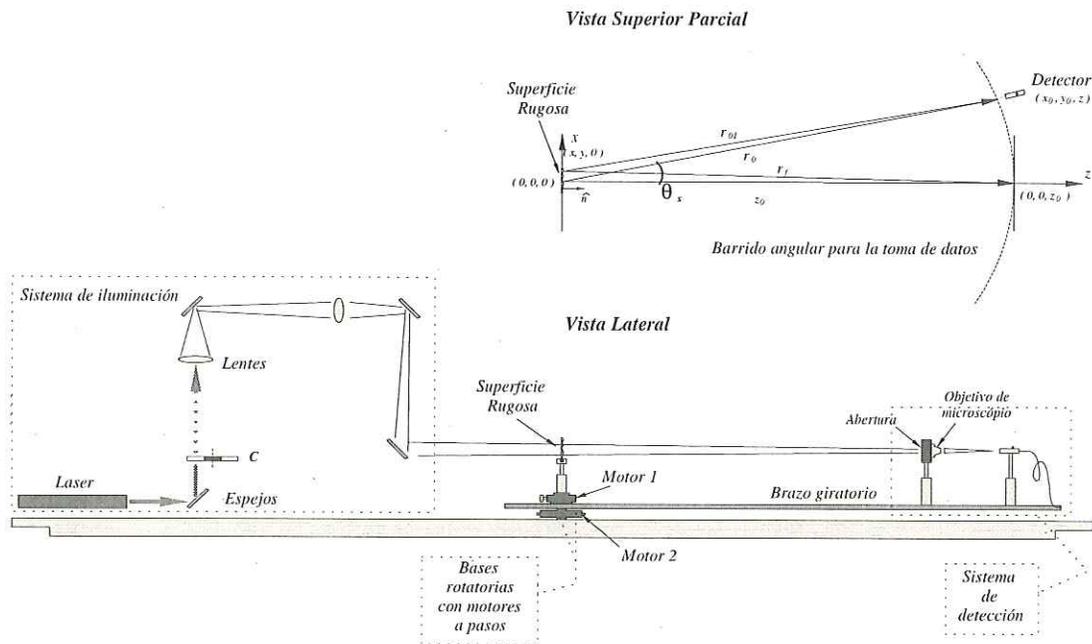


Figura 22.- Diagrama ilustrativo del esparcímetero en modo de iluminación convergente.

de toma de datos con amplificador de amarre de fase, los cuales son controlados por una computadora personal (PC, modelo 386) con coprocesador matemático.

El sistema de control de posición (Aerotech, modelo 14) opera sobre dos motores a pasos. Uno de ellos (Aerotech, modelo 45SMW) determina el ángulo de incidencia y el otro (Aerotech, modelo 310SMC3 - E500AS) el movimiento angular de los brazos del sistema de detección.

La iluminación es proporcionada por un laser de He-Ne (Melles-Griot, modelo 05-LHP-171) con emisión a $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$. La señal es captada por un detector de Silicio (Thorlabs, modelo DET1-Si).

El sistema de detección y la toma de datos con amarre de fase permiten trabajar en condiciones de iluminación ambiental, con la ventaja de eliminar el ruido proveniente de fuentes no moduladas temporalmente en sintonía con el sistema de detección (técnica de "lock-in"). Esto es posible gracias a la utilización de un cortador de haz (Ithaco, modelo 230) que provee la señal de sincronía al amplificador de amarre de fase (Ithaco, modelo

3981), instalado en la PC.

La configuración empleada para determinar experimentalmente el comportamiento de la superficie rugosa como un sistema esparcidor de luz, se esquematiza en al Fig. 22. En la figura se observa que la luz proveniente del laser es modulada temporalmente por un cortador de haz, señalado por la letra *C*. El haz pasa por un arreglo de espejos y lentes e ilumina la muestra, cuyo patrón de esparcimiento es captado por el detector en el campo lejano. Dado que la luz converge en el detector, el esparcímetero opera en modo de iluminación convergente. La muestra es colocada sobre una montura rotatoria lo que permite variar el ángulo de incidencia (Motor 1). La luz esparcida, en este caso por transmisión, se colecta por el sistema de detección, que está formado por una abertura que limita la cantidad de luz, por el detector de silicio y por un objetivo de microscopio que concentra la luz sobre el detector. La abertura integradora colecta un número muy grande (pero finito) de motas ("speckles") producido por la interferencia aleatoria entre las contribuciones al campo esparcido provenientes de diferentes regiones de la superficie rugosa. El sistema de detección se encuentra instalado sobre un brazo que está fijo al eje de rotación de un motor a pasos (Motor 2) que permite realizar un barrido angular con incrementos de hasta 0.01° con tiempos de integración variables.

IV.3. Presentación y discusión de resultados

La presentación de los resultados obtenidos se hace en dos secciones. En la primera sección presentamos diferentes trazas correspondientes a los perfiles superficiales obtenidos, indicando los valores empleados para las principales variables de proceso. En la segunda sección presentamos las mediciones del patrón de esparcimiento. De igual manera, en cada caso se indican los valores empleados para las principales variables del proceso de manufactura.

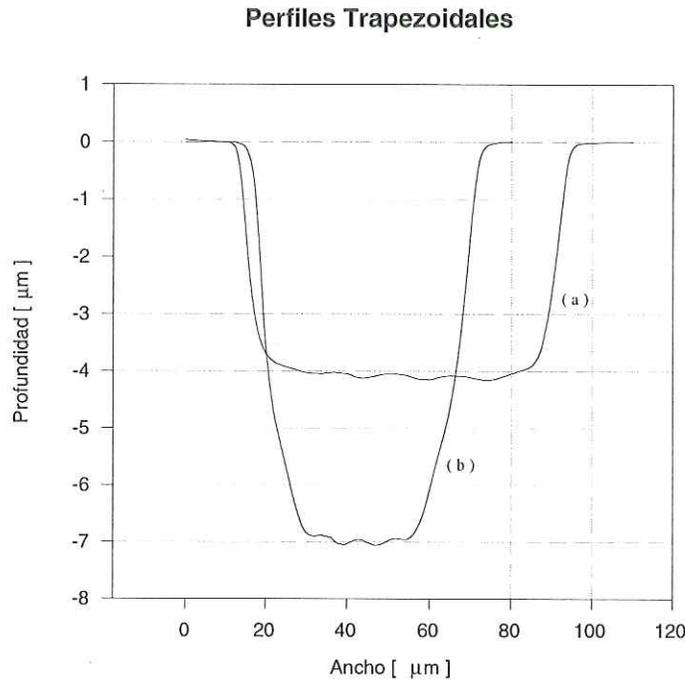


Figura 23.- Traza de la función $S(x)$ generada experimentalmente con (a) $m = 3$ y (b) $m = 1$.

IV.3.1. Traza de perfiles superficiales

La gráfica de la Fig. 23, muestra el perfil obtenido para la función $S(x)$ definida por la ecuación (60), y cuya forma ideal se muestra en la Fig. 7, para dos valores del parámetro m . El nivel cero en la gráfica corresponde a la superficie de fotorresina no expuesta.

Particularmente para el caso del perfil con $m = 3$, se determina del perfilómetro mecánico que $b \approx 11 \mu\text{m}$, la base $2mb = 6b \approx 65 \mu\text{m}$ y la abertura superior $2(m + 1)b = 8b \approx 89 \mu\text{m}$. Se observa que los lados de la función $S(x)$ fabricada son muy próximos a las pendientes ideales correspondientes contenidas en el intervalo b . Sin embargo, es notorio también, que la unión entre la base del perfil y sus lados se da por un subarco.

Por otro lado, para el caso $m = 1$, se nota que las pendientes tiene una ligera concavidad

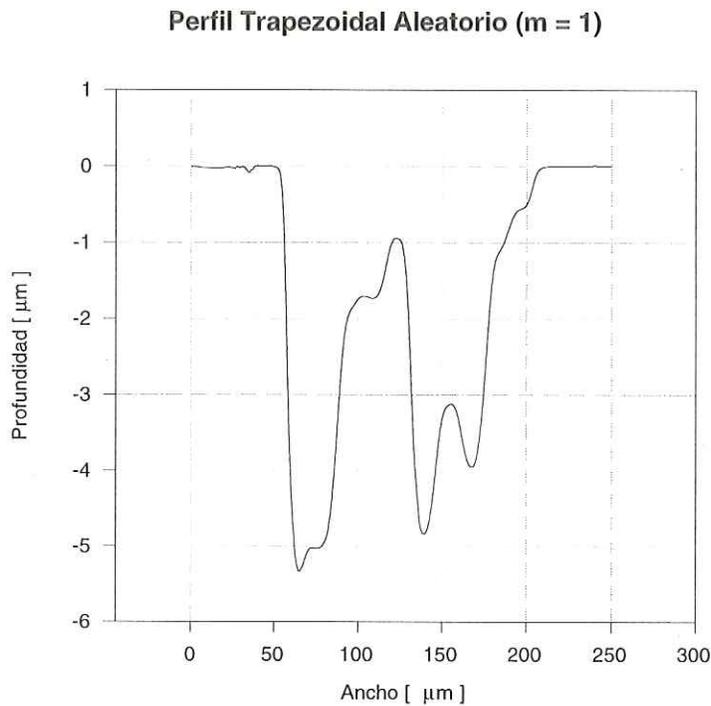


Figura 24.- Trazo de un perfil superficial $\zeta(x)$ generado experimentalmente con $N = 10$, $b = 8.5 \mu\text{m}$ y $t_{prom} = 2 \text{ s}$.

y que los puntos de unión entre la base y sus lados está dada por subarcos con un radio de curvatura menor que para el caso anterior, además de que la base es irregular. Se determina del perfilómetro mecánico que $b \approx 15 \mu\text{m}$, la base $2mb = 2b \approx 25 \mu\text{m}$ y la abertura superior $2(m+1)b = 4b \approx 63 \mu\text{m}$.

Comparando estos resultados con la Fig. 7, que representa el requerimiento teórico para la función $S(x)$, se observa que experimentalmente se puede obtener un comportamiento cercano a lo esperado. Con esta motivación, intentamos generar ahora perfiles superficiales $\zeta(x)$ con las características deseadas, probando diferentes valores para las variables de proceso.

La gráfica de la Fig. 24 muestra la traza de un perfil superficial $\zeta(x)$ obtenido experimentalmente utilizando trapecios con $m = 1$. La generación experimental del perfil superficial pretende ser una implementación de la ecuación (59). La traza del perfil

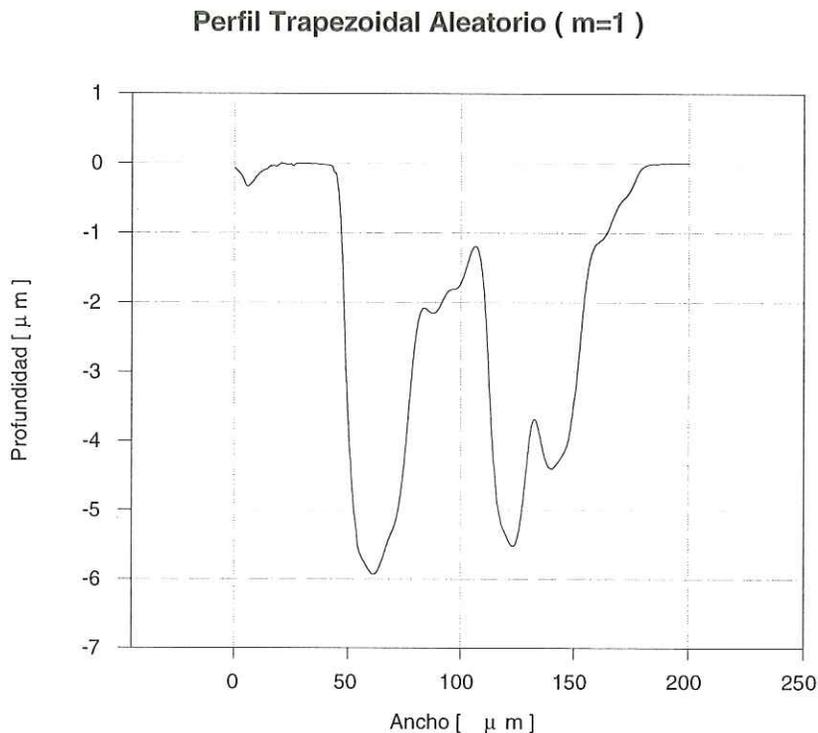


Figura 25.- Traza de un perfil superficial $\zeta(x)$ generado experimentalmente con $N = 10$, $b = 6.3 \mu\text{m}$ y $t_{prom} = 2 \text{ s}$.

superficial mostrado, se fabricó con 10 trapezoides (líneas), $\Delta b = b = 8.5 \mu\text{m}$ y un tiempo promedio de subexposición $t_{prom} = 2 \text{ s}$.

Es notorio que el perfil superficial obtenido presenta curvaturas en las uniones de las pendientes que lo forman. Idealmente estas uniones deberían ser en esquina, como se puede observar en la Fig. 14 que esquematiza la generación ideal del perfil. Por la naturaleza del proceso de manufactura no es fácil lograr que dichas uniones sean en esquina. Para minimizar la curvatura en las uniones hemos experimentado variando el parámetro Δb .

Una mejora al perfil superficial de la Fig. 24, se muestra en la gráfica de la Fig. 25. El nuevo perfil se fabricó nuevamente con 10 trapezoides (líneas), cada uno con su respectiva profundidad aleatoria, con un tiempo promedio de subexposición $t_{prom} = 2 \text{ s}$ y con $\Delta b = b = 6.3 \mu\text{m}$. Se observa claramente que las zonas en las que cambia la pendiente de este perfil tienen radios menores que el perfil original y que las curvas que unen a estas

esquinas suavizadas tienden a ser mas rectas.

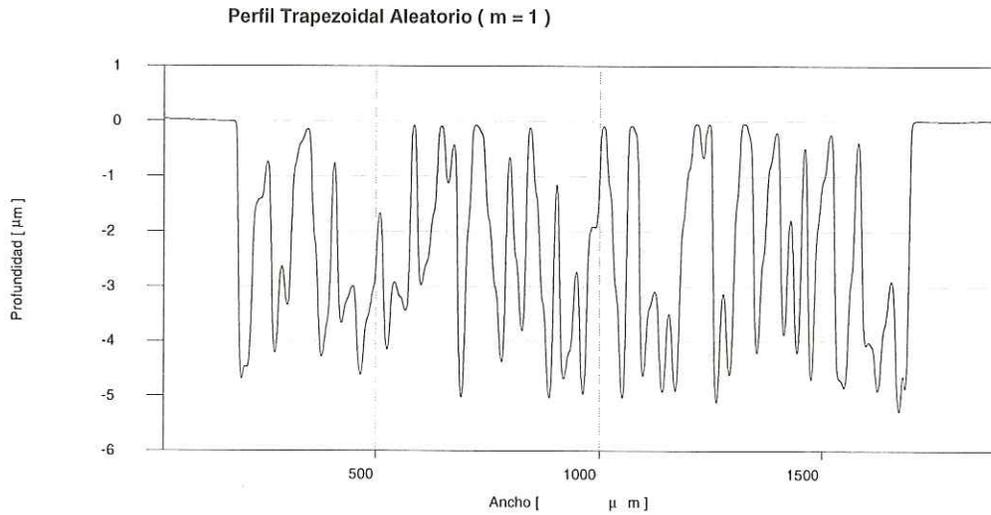


Figura 26.- Taza de un perfil superficial $\zeta(x)$ generado experimentalmente con $N = 100$, $b = 6.3 \mu\text{m}$ y $t_{prom} = 2 \text{ s}$.

El comportamiento de la traza de los perfiles mostrados en las Fig. 24 y 25 es muy similar, salvo que en el segundo caso se nota una mejor definición de las pendientes que lo forman. Considerando los parámetros escogidos para generar el perfil superficial que se muestra en la Fig. 25, fabricamos perfiles de mayor longitud. La gráfica de la Fig. 26, muestra la traza de un perfil superficial $\zeta(x)$ fabricado con 100 trapecios, $\Delta b = b = 6.3 \mu\text{m}$ y con un tiempo promedio por subexposición $t_{prom} = 2 \text{ s}$.

IV.3.2. Mediciones del patrón de esparcimiento

La gráfica de la Fig. 27 muestra el comportamiento del campo esparcido en transmisión a incidencia normal de un perfil superficial $\zeta(x)$ fabricado con 150 trapecios, $\Delta b = b = 8.5 \mu\text{m}$ y con un tiempo promedio por subexposición $t_{prom} = 2 \text{ s}$. Este es similar al esquematizado en la Fig. 24. Se observa que la distribución angular del campo esparcido no es uniforme dentro del intervalo aproximado de $-5^\circ < \theta < 5^\circ$, aunque no se presenta esparcimiento fuera de este intervalo. Esta curva de esparcimiento es muy simétrica con

Esparcimiento

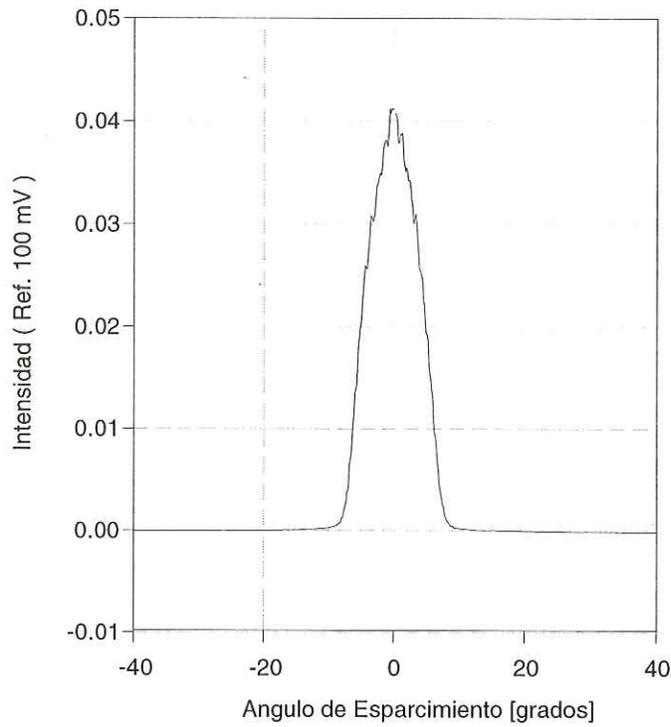


Figura 27.- Comportamiento del patrón de esparcimiento para un perfil superficial similar al esquematizado en la Fig. 24.

respecto al eje vertical. Esto indica que por lo menos la distribución de pendientes generada tiene cierta uniformidad. Sin embargo, es notoria la presencia de un pico central en el patrón de esparcimiento. Esto, lo atribuimos a que el perfil superficial obtenido presenta curvaturas en las uniones de las pendientes que lo forman y posiblemente a otros problemas de fabricación. Con la idea de optimizar este punto, decidimos intentar fabricar perfiles en los que mantenemos constante la variable aleatoria C_l (ver ecuación (59)). Por simplicidad en la manufactura escogemos $m = 0$. En la aproximación de la óptica geométrica, el patrón de esparcimiento que esperaríamos por un perfil ideal construido con estas características estaría constituido sólo por dos haces, a ángulos determinados por el ángulo de refracción en el perfil triangular.

Esparcimiento Dif. Triangular Unif.

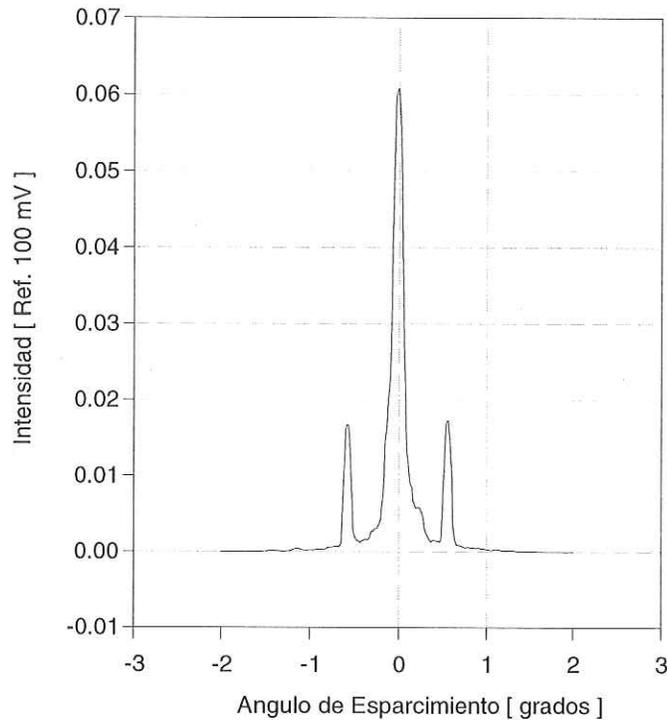


Figura 28.- Comportamiento del patrón de esparcimiento para un perfil triangular.

En la gráfica de la Fig. 28, se muestra el comportamiento del campo esparcido en transmisión a incidencia normal de un perfil superficial fabricado con 100 triángulos iguales, para lo cual se utilizó $m = 0$, $\Delta b = b = 4.4 \mu\text{m}$ y con un tiempo promedio por subexposición $t_{prom} = 1.3 \text{ s}$. Se observan claramente dos picos ubicados en $\pm 5^\circ$. Esto nos indica que, en cierta forma, la generación de la distribución de pendientes es próxima a lo esperado. Sin embargo, la presencia de la componente central nos indica que tenemos algunos defectos de fabricación, uno de los cuales podría estar relacionado con la separación entre cada perfil $S(x)$. En consecuencia, tratando de minimizar la componente central experimentamos con diversos valores de Δb .

En la gráfica de la Fig. 29, se muestra una curva en la que se aprecia una mejora en

Esparcimiento Dif.Triangular Unif.

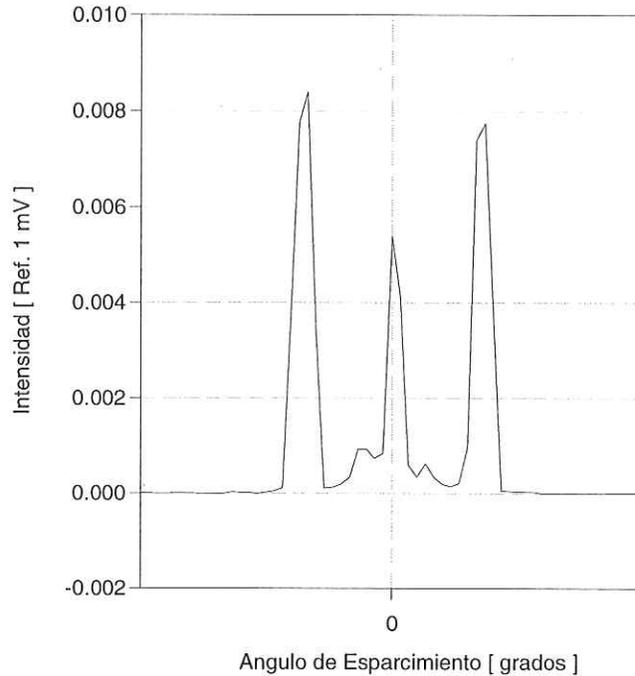


Figura 29.- Comportamiento del patrón de esparcimiento para un perfil triangular optimizado.

el comportamiento del campo esparcido. Se observa ahora una reducción considerable de la componente central además de una buena definición de los otros dos picos. Esto nos indica que el perfil superficial fabricado tiene una distribución de pendientes que se acerca más a la ideal. El perfil superficial fué fabricado con 100 triángulos iguales, $\Delta b = b = 3 \mu\text{m}$ y $t_{prom} = 1.1 \text{ s}$. Con la motivación de estos resultados, retornamos a la fabricación de perfiles superficiales aleatorios definidos por la ecuación (59).

La gráfica de la Fig. 30 muestra el comportamiento del campo esparcido en transmisión a incidencia normal de la muestra correspondiente a la Fig. 26, junto con el patrón de esparcimiento ideal. Podemos observar que aunque la distribución angular del campo esparcido experimental, no es muy uniforme dentro del intervalo aproximado de $-16^\circ < \theta < 16^\circ$, fuera de este intervalo no se presenta esparcimiento. Es decir, hemos logrado que

Esparcimiento

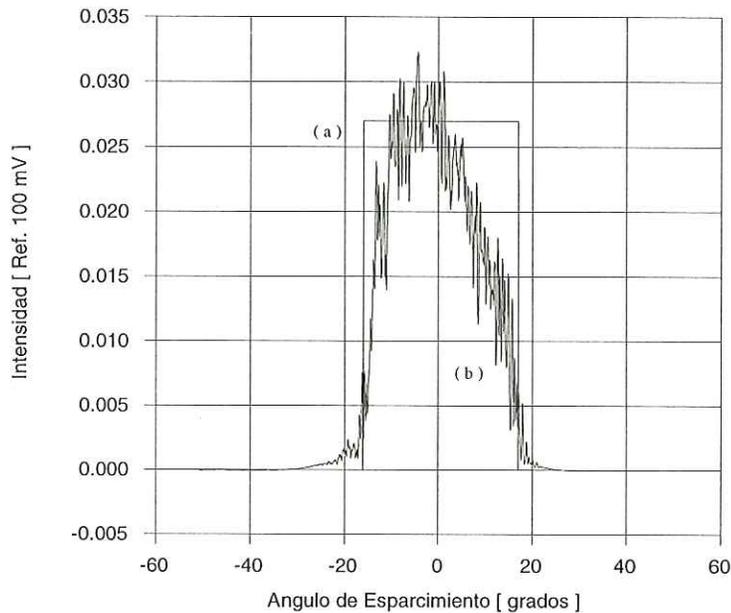


Figura 30.- (a) Esparcimiento ideal. (b) Medición del patrón de esparcimiento correspondiente al perfil superficial de la Fig. 26.

el difusor sea de banda limitada.

La asimetría presente en el patrón de esparcimiento refleja algún problema en el proceso de fabricación, pues en principio la curva debería de ser simétrica. Esto significa que en la generación de la superficie no se está cumpliendo alguna de las siguientes dos condiciones:

- que para cualesquiera de los segmentos de longitud b sólo exista una contribución diferente de cero, o
- que la función $S(x)$ generada experimentalmente no sea simétrica.

En consecuencia, la falta de simetría en la función de densidad de probabilidad de las pendientes también es debida a una elección errónea de los parámetros que nos determinan la superposición de las funciones $S(x)$. Consecuentemente, nos avocamos a tratar de optimizar la uniformidad de la distribución de las pendientes generadas, variando algunos parámetros de fabricación.

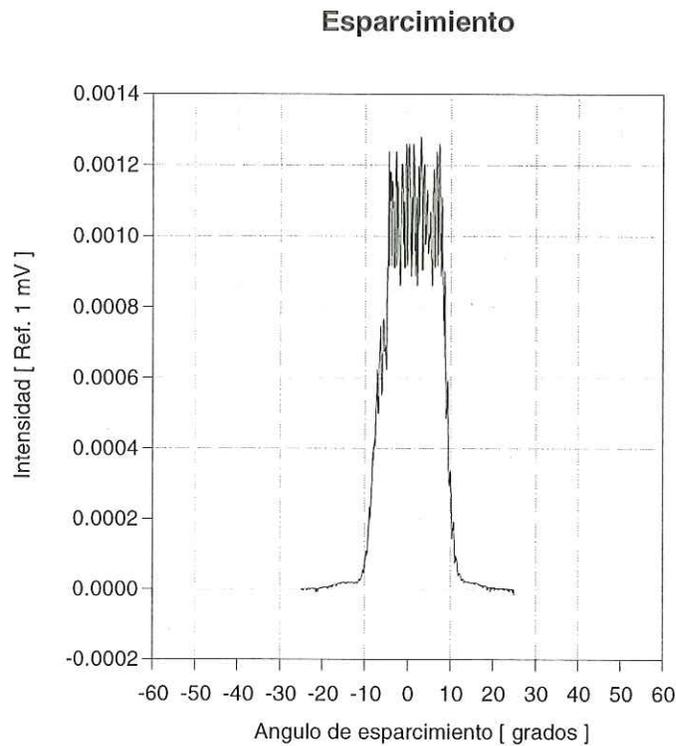


Figura 31.- Comportamiento del patrón de esparcimiento de un perfil superficial de pendientes con una función de densidad de probabilidad más regular.

La gráfica de la Fig. 31 muestra una mejora con respecto a la gráfica de la Fig. 30. La medición del campo esparcido en transmisión a incidencia normal es para un perfil superficial generado con 150 trapecios, cada uno con su respectiva profundidad aleatoria, con $\Delta b = b = 3.5 \mu\text{m}$ y con un tiempo por subexposición $t_s = 1.4 \text{ s}$. Se observa un comportamiento más uniforme del patrón de esparcimiento, dentro del intervalo aproximado de $-10^\circ < \theta < 10^\circ$. Fuera de este intervalo no se presenta esparcimiento. El comportamiento de este difusor es más próximo a los resultados numéricos obtenidos que se muestran en la Fig. 12.

De los resultados experimentales que se muestran en la Fig 31, se puede observar que se cumple aproximadamente con el comportamiento ideal para un difusor óptico de banda limitada.

Esparcimiento

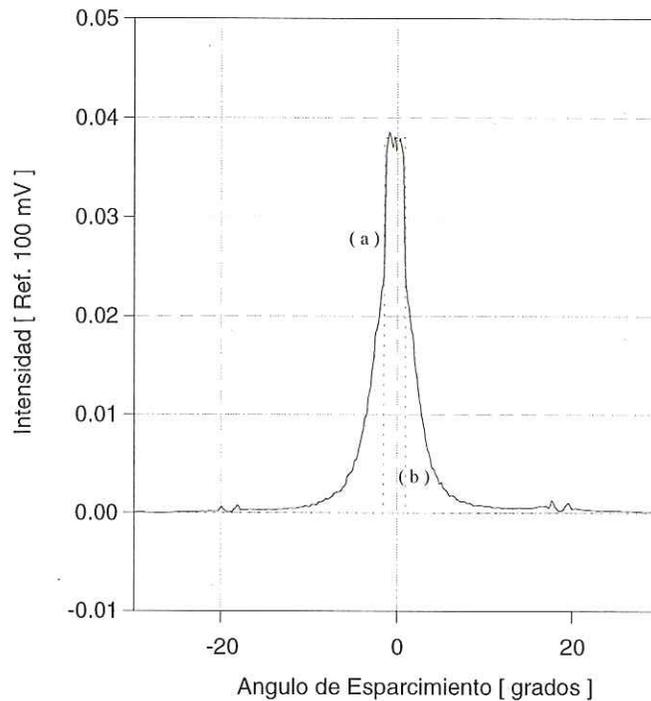


Figura 32.- (a) Esparcimiento ideal. (b) Comportamiento del patrón de esparcimiento para un elemento difractor comercial.

Cabe mencionar que es posible encontrar comercialmente elementos ópticos difractores que esparcen la luz uniformemente sobre regiones angulares específicas. En la gráfica de la Fig. 32 se muestra el comportamiento de uno de ellos. La gráfica muestra la comparación entre el comportamiento del patrón de esparcimiento del difusor comercial y el comportamiento ideal (línea punteada). Notamos que, como se requiere, el difusor comercial presenta en la parte central un pequeño intervalo donde el campo esparcido es uniforme. Sin embargo, no podemos decir que el elemento comercial cumpla con el requerimiento de ser un difusor óptico de banda limitada, pues se observa que la distribución angular de la luz esparcida tiene largas colas que llegan a ángulos de más del doble del máximo ideal. Visualmente esto se manifiesta como un halo difuso de luz que rodea a la pequeña región donde el esparcimiento es uniforme.

El patrón de esparcimiento del elemento comercial mostrado en la Fig. 32, fue obtenido

utilizando luz laser con una longitud de onda $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$. Si se ilumina este elemento, por ejemplo, con una longitud de onda $\lambda = 0.442 \text{ nm}$, se obtiene un resultado parecido, pero con una componente en la dirección especular. Esto indica que el difusor comercial solamente tiene el comportamiento cercano al ideal en un pequeño intervalo de longitudes de onda. En contraste, los difusores ópticos presentados en este trabajo son acromáticos, como hemos mostrado en la Fig. 12.

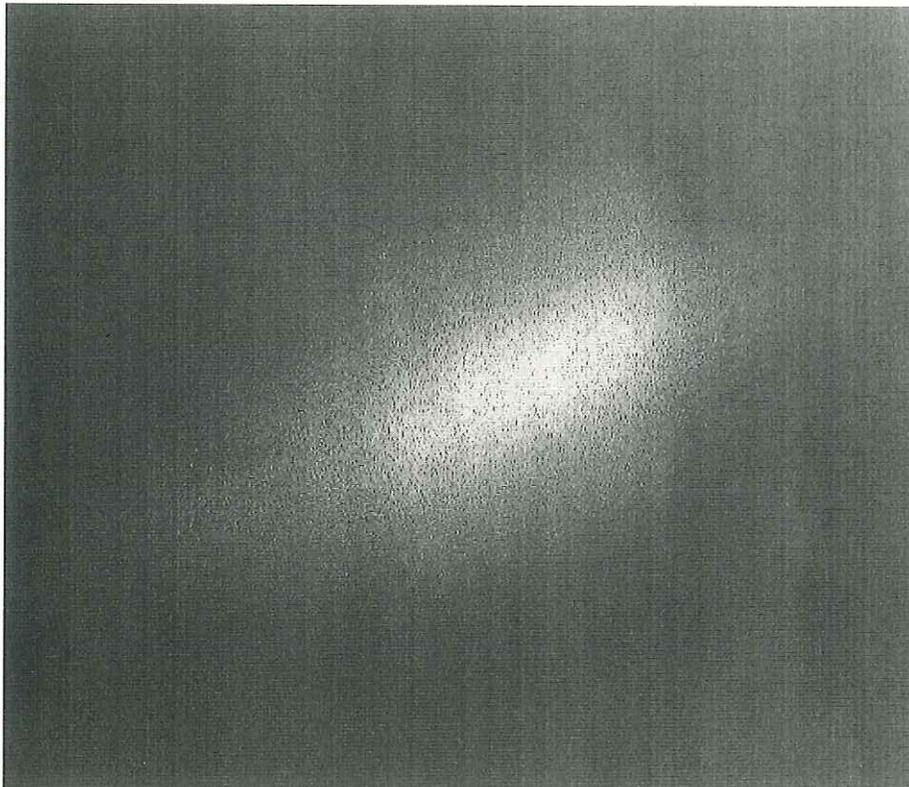


Figura 33.- Patrón de esparcimiento bidimensional.

La gráfica de la Fig. 33, muestra una fotografía de un primer intento en fabricar un difusor óptico de banda limitada bidimensional. El campo esparcido en transmisión a incidencia normal mostrado corresponde a un perfil superficial bidimensional generado experimentalmente en dos etapas. La primera considera la generación de un perfil superficial con 4 renglones de 150 trapecios cada uno, con $b = 6.3 \mu\text{m}$ y con un tiempo promedio por subexposición $t_{prom} = 2 \text{ s}$. La segunda etapa considera la generación de otro perfil

superficial, grabado sobre el primero, pero rotado 90^0 . Para esto empleamos los mismos parámetros que para el primer perfil superficial. El resultado experimental muestra que el campo esparcido tiende a concentrarse en un rectángulo. Se nota que el contorno que limita al campo esparcido, que debería ser rectangular, no está del todo bien definido debido a la presencia de un halo difuso en todo su contorno. Sin embargo como primer resultado nos permite ver la factibilidad de obtener con el método de fabricación empleado difusores de banda limitada bidimensionales. Este resultado nos permite además apreciar la presencia de una componente isotrópica en la rugosidad. Es decir, una componente que no ha sido impuesta por el método de fabricación y que se debe, fundamentalmente, a imperfecciones en el substrato y en la película de fotorresina. Este resultado nos obliga a cuidar más las condiciones futuras de fabricación.

V. RESUMEN Y CONCLUSIONES

En el presente trabajo de tesis se ha implementado una técnica para la fabricación de difusores ópticos uniformes de banda limitada.

Este trabajo ha sido motivado, además de por las posibles aplicaciones, por resultados teóricos recientes [Méndez *et al.*, 1998; Leskova *et al.*, 1998] en los que se propone un procedimiento para generar este tipo de superficies. La contribución principal de este trabajo de tesis ha sido el llevar a la práctica y realizar un estudio más sistemático del método de fabricación propuesto por Méndez *et al.*, [1998].

El trabajo experimental para fabricar un difusor óptico uniforme de banda limitada, es decir, un difusor con un patrón de esparcimiento uniforme dentro de un intervalo de ángulos, y que no produce esparcimiento fuera de éste, involucra el control de diversos aspectos técnicos. Estos van, desde la metodología de la limpieza de los substratos de vidrio para el depósito de películas de fotorresina, hasta la determinación del patrón de esparcimiento del difusor fabricado. La fabricación de un difusor óptico de banda limitada involucra la generación de un perfil superficial con características bien establecidas. Para esto, se requiere de una cuidadosa selección de las diferentes variables involucradas en el proceso de fabricación que, en buena medida, están determinadas por el tipo de fotorresina empleada.

El comportamiento observado en los patrones de esparcimiento obtenidos experimentalmente nos sugiere que la fabricación de difusores uniformes de banda limitada por el método propuesto es perfectamente viable. Consideramos que, dentro de este trabajo, no se alcanzó el límite de posibilidades que ofrece el método de fabricación empleado y que los resultados obtenidos hasta ahora pueden ser mejorados. Aún así, se logró obtener un difusor unidimensional cuyas características se acercan a las deseadas.

De acuerdo a los resultados obtenidos experimentalmente podemos afirmar que:

- El contexto teórico desarrollado para el diseño de los difusores ópticos de banda limitada [Méndez *et al.*, 1998] ha sido implementado y validado experimentalmente.
- El método de fabricación propuesto por Méndez *et al.*, [1998], es una alternativa viable

de fabricación para generar difusores ópticos de banda limitada.

Resulta evidente que el método de fabricación propuesto no puede ser empleado como un proceso de manufactura de alto volumen de producción. Sin embargo, existen métodos de replicación de superficies que son comercialmente usados en la fabricación de elementos ópticos difractivos.

LITERATURA CITADA

Bennett, Jean M. y Lars Mattsson. 1989. "Introduction to surface roughness and scattering". Optical Society of America, Washington, D. C.

Born M. y E. Wolf. 1975. "Principles of Optics". Pergamon Press. Oxford. 808 pp.

Dhawan, J. B. y V. R. Singh. 1993. "Scattering of ultrasonic pulses from rough surfaces of kidney stones". 1993. Indian Jour. Pure and Appl. Phys. **31**: 19-22 p.

Drossart, P. 1993. "Optics on a fractal surface and the photometry of the regoliths". Planetary and Space Science **41**: 381-393 p.

Goodman J. W. 1968. "Introduction to Fourier Optics". McGraw-Hill. San Francisco. 287 pp.

Goodman J. W. 1984. "Statistical Optics". John Wiley and Sons. New York. 550 pp.

Kowalczyk, M. 1984. "Spectral and imaging properties of uniform diffusers," J. Opt. Soc. Am. **A1**: 192-200 p.

Kurtz, C. N. 1972. "Transmittance characteristic of surface diffusers and the design of nearly band-limited binary diffusers". J. Opt. Soc. Am. **62**: 929-989 p.

Kurtz, C. N., H. O. Hoadley y J. J. DePalma. 1973. "Design and synthesis of random phase diffusers". J. Opt. Soc. Am. **63**: 1080-1092 p.

Leskova, T. A., A. A. Maradudin, I. V. Novikov, A. V. Shchegrov y E. R. Méndez. 1998. "Design of one-dimensional band-limited uniform diffusers of light". Appl. Phys. Lett. **73**: 1943-1945 p.

MacAndrew, J. A. 1978. "Sensitivity and non-linearity of Shipley AZ-1375 photoresist at 441.6 and 457.9 nm". Optica Acta **25** (8): 751-763 p.

Maradudin, A. A., T. Michel, A. R. McGurn y E. R. Méndez. 1990. "Enhanced backscattering of light from a random grating". Ann. Phys. New York. **203**: 255-307 p.

McDaniel, S.T. 1993. "Sea surface reverberation: a review", Jour. Acoust. Soc. Am. **94**: 1905-1922 p.

Méndez, E. R., G. Martínez-Niconoff, A. A. Maradudin y T. A. Leskova. 1998. "Design and synthesis of random uniform diffusers", en *Scattering and Surface Roughness II*, Zu-Han Gu y A. A. Maradudin (Eds.), Proc. SPIE **3426**: 2-13 p.

Mishchenko, M. I. 1992. "The angular width of the coherent back-scatter opposition effect: an application to icy outer planet satellites". *Astrophysics and Space Science* **194**: 327-333 p.

Nakayama, Y. y M. Kato. 1982. "Linear recording of Fourier transform holograms using a pseuorandom diffuser". *Appl. Opt.* **21**: 1410-1418 p.

Press, W. H., S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling y B. P. Flannery. 1992. "Numerical Recipes in Fortran". Cambridge University Press. 2nd Edition. New York. 281-282 p.

Thorsos, E. I. 1990. "Acoustic scattering from a 'Pierson-Moskowitz' sea surface". *Jour. Acoust. Soc. Am.* **88**: 335-349 p.

Welford W. T. 1977. "Optical estimation of statistics of surface roughness from light scattering measurements". *Opt. Quant. Elec.* **9**: 269-287 p.