Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada

SISTEMA DE INSTRUCTORES INTERACTIVOS DE DIVERSIONES MATEMATICAS (SIIDM) ENFOCADO A LA EDUCACION DE LAS MATEMATICAS A NIVEL SECUNDARIA

TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS

LUIS ENRIQUE VIZCARRA CORRAL

ENSENADA, B. C., OCTUBRE DEL 2000.

TESIS DEFENDIDA POR

Luis Enrique Vizcarra

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. Pedro Gilberto López Mariscal

Director del Comité

M. Ed. María del Carmen Pérez Fragoso

Miembro del Comité

M.C. José Luis Briseño Cervantes

Miembro del Comité

Dr. José Gómez Valdez

Miembro del Comité

M.C. José Luis Briseño Cervantes

Jefe del Departamento de Ciencias de la Computación

Dr. Federico Graef Ziehl

Director de Estudios de Posgrado

21 de agosto de 2000

CICESE

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISIÓN DE FÍSICA APLICADA

DEPARTAMENTO DE CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

Sistema de Instructores Interactivos de Diversiones Matemáticas (SIIDM) enfocado a la educación de las Matemáticas a nivel Secundaria.

TESIS
que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener
el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

Luis Enrique Vizcarra Corral

Ensenada, Baja California, México, Octubre de 2000.

Resumen en español

RESUMEN de la tesis de Luis Enrique Vizcarra Corral, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN. Ensenada, Baja California, México, Octubre de 2000.

SISTEMA DE INSTRUCTORES INTERACTIVOS DE DIVERSIONES MATEMÁTICAS (SIIDM) ENFOCADO A LA EDUCACIÓN DE LAS MATEMÁTICAS A NIVEL SECUNDARIA.

Resumen aprobado por:

Dr. Pedro Gilberto López Mariscal
Director de tesis

La problemática que hoy enfrenta la enseñanza de las matemáticas es compleja. El buscar formas alternativas que contribuyan a facilitar este proceso, es materia de estudio en diferentes áreas del conocimiento. Lamentablemente, estos esfuerzos no han logrado que el estudiante adquiera el gusto por las matemáticas y mucho menos cambiar el estereotipo de una materia difícil de comprender.

En este trabajo, se desarrollan las ideas centrales de una tecnología original compuesta de diversiones matemáticas producto de las matemáticas recreativas, enmarcadas con elementos de diferentes teorías pedagógicas, y transportadas a un ambiente computacional. De esta manera, se desarrolla una pieza de *software,* de carácter lúdico que apoya la enseñanza de conceptos matemáticos. Esta pieza de *software* la hemos denominado Instructor Interactivo de Diversiones Matemáticas (IIDM).

Una serie de IIDMs orientados a diversas áreas del conocimiento matemático se integran, en lo que hemos denominado como un Sistema de Instructores Interactivos de Diversiones Matemáticas (SIIDM). Bajo este marco se construyó el primer SIIDM, llamado Fibonacci.

Se efectuaron tres evaluaciones de Fibonacci, donde participaron 81 estudiantes de segundo año de secundaria en México. De los resultados se desprende que las matemáticas recreativas representan una alternativa viable para facilitar la transmisión de conceptos matemáticos, y que representan un enfoque donde se revelen elementos novedosos que pueden ser aprovechados para auxiliar la enseñanza matemática.

Palabras clave: Matemáticas recreativas, Instrucción Asistida por Computadora, tecnología de *Web*.

Resumen en inglés

ABSTRACT of thesis of Luis Enrique Vizcarra Corral, presented as partial requirement to obtain the degree of MASTER IN SCIENCE grade in COMPUTER SCIENCIE. Ensenada, Baja California Mexico, October of 2000.

SYSTEM OF INTERACTIVE INSTRUCTORS OF MATHEMATICAL DIVERSIONS FOCUSING MATHEMATICS LEARNING IN SECONDARY SCHOOL.

ABSTRACT

The problems faced by mathematics education are complex. Looking for alternatives that contribute to facilitate this process is a matter of study in different areas of knowledge. Unfortunately these efforts have not been able to accomplish that the student acquires the taste for mathematics and much less to change the stereotype that the discipline is difficult to understand.

This work exposes the central ideas of an original technology, composed of the product of recreational mathematics, framed with elements of different pedagogical theories, and transported to a computational atmosphere. In this way, a piece of software of playful character and supports the teaching of mathematical concepts is created. This piece of software we have denominated Interactive Instructor of Mathematical Diversions (IIDM).

A series of IIDMs oriented to diverse areas of mathematical knowledge are integrated, in a System of Interactive Instructors of Mathematical Diversions (SIIDM). Under this frame the first SIIDM, developed, was called Fibonacci.

Three evaluations of Fibonacci took place, where 81 students of second year of secondary school in Mexico participated. The results indicate that recreational mathematics represents a viable alternative to facilitate the transmission of mathematical concepts, the approach reveals novel elements that can be used to help in mathematical education.

Keywords: Recreational Mathematical, Computer Assisted Instruction, and Web technology.

Dedicatoria

A mi Esposa e Hijo, por su amor, paciencia, compresión y apoyo incondicional, sin el cual no hubiera podido concluir este trabajo.

A mis padres pilares en mi vida.

A mis hermanos.

A mi amigo y maestro Francisco Venegas Martínez por su apoyo y sabios consejos que siempre me alentaron a seguir adelante.

A Dios doy gracias, por haberme permitido alcanzar un logro más en mi vida.

Agradecimientos

A mi director de tesis Gilberto López Mariscal, por su paciencia y dedicación para que esta tesis pudiera concluirse, tanto desde el punto de vista técnico y moral. Además por brindarme su amistad y la posibilidad de trabajar con una gran persona.

A la maestra Carmen Pérez Fragoso por sus valiosas aportaciones al presente trabajo, las cuales fueron fundamentales en la dirección de la investigación, así como sus múltiples contribuciones y correcciones al manuscrito.

A los demás miembros del comité de tesis, por sus comentarios y correcciones al manuscrito.

A mi amigo José Martín Olguín Espinoza por los valiosos comentarios y sugerencias.

Juan Manuel Wagner Gutiérrez y Angelina Covarrubias Valdez por su valiosa cooperación para realizar el SIIDM Fibonacci.

A mis compañeros del Departamento de Desarrollo Académico del CECUUE/UABC.

A la Universidad Autónoma de Baja California.

Al Consejo Nacional de Ciencias y Tecnologías.

TABLAS DE CONTENIDO:

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABLAS

I Introducción

Las Matemáticas son una actividad muy particular del quehacer humano. Su desarrollo ha estado estrechamente ligado con la evolución científica, tecnológica e intelectual de las sociedades. A pesar de esto, el sector de la población que disfruta de estar involucrado en actividades relacionadas con las Matemáticas es muy reducido.

La enseñanza de las matemáticas es un problema real. Pablo Padilla, secretario general de la Sociedad Matemática Mexicana, en entrevista a Ornelas (2000) señala: "La enseñanza de las matemáticas está muy mal entendida. Es necesario comprender que las matemáticas son parte importante de la cultura y que, además, son útiles, interesantes y divertidas".

Por su propia naturaleza, la enseñanza de los conceptos matemáticos resulta una tarea sumamente difícil. Las diferentes etapas por las que la educación matemática ha pasado y los cambios curriculares que se siguen efectuando, ponen de manifiesto que la enseñanza matemática se encuentra en un tiovivo de reformas curriculares que no ha logrado que el estudiante adquiera el gusto por las matemáticas, mucho menos cambiar el estereotipo de disciplina difícil de comprender.

Es un hecho que, frecuentemente, el interés por las matemáticas se aniquila con planteamientos de problemas áridos, aburridos y con un enfoque inadecuado. Sin embargo, existe una disciplina llamada "Matemáticas Recreativas" que puede ayudar a transmitir el entusiasmo que las matemáticas pueden generar. Recientemente, Martin Gardner, uno de los personajes más reconocidos de esta disciplina, comenta que las matemáticas recreativas pueden (y deben) ser usadas para enseñar matemáticas a todos los niveles (Gardner 1998).

Por otra parte, la computadora y las redes de comunicación son protagonistas de las nuevas tecnologías de la información que tiene a su disposición la educación en general. Los expertos del área han explorado diferentes formas en que la computadora puede ser aprovechada en los procesos de instrucción. Algunos plantean alternativas donde la computadora es vista como una herramienta de apoyo para el estudiante, otros presentan escenarios donde el estudiante aprende de la computadora. Si bien la tecnología no es la solución a todos los problemas del proceso de enseñanza- aprendizaje en general, y mucho menos de las matemáticas, es indudable que puede llegar a representar un catalizador que permita al estudiante vivir nuevas experiencias que difícilmente se podrán lograr con medios tradicionales como el lápiz y el papel (Gómez, 1997).

El transportar los conceptos matemáticos hacia la computadora para generar software educativo puede parecer algo sencillo; sin embargo, como Papert (1996) describe, existen muchos vicios en la creación de este tipo de *software*. Además, hay que considerar las características propias de las nuevas tecnologías para explotar sus potencialidades en el contexto educativo.

En este trabajo se trata de aprovechar el gran interés que en los individuos despierta el uso de la computadora y sus expectativas educacionales dentro del marco de las matemáticas recreativas. Asimismo, las diversiones se enriquecen, con la ayuda de modelos psico-pedagógicos establecidos, con el propósito de crear nuevas formas de presentar las matemáticas. De esta manera, se establece una primer meta para el trabajo, que es la de creación de artefactos computacionales de carácter lúdico que apoyen la enseñanza de conceptos matemáticos. Esta pieza de *software* la hemos denominado Instructor Interactivo de Diversiones Matemáticas (IIDM).

De esta manera, en el contexto del IIDM el estudiante no solamente se ve expuesto a un problema matemático con fines recreativos, sino que interactúa con una pieza de *software* que lo guía y corrige durante la búsqueda o construcción de la solución (López y López, 2000).

Así, el objetivo general del presente trabajo es el desarrollo de un Sistema de Instructores Interactivos de Diversiones Matemáticas (SIIDM), con IIDMs que apoyen la enseñanza de los conceptos matemáticos específicos, así como la práctica y fortalecimiento de las habilidades matemáticas que se desarrollan en la educación secundaria en México.

El capítulo II aborda la problemática que hoy enfrenta la enseñanza de las matemáticas destacando las diferentes etapas por las que ha pasado, y presenta a las matemáticas recreativas como una alternativa que puede servir como puente para librar ese abismo que se ha formado entre los estudiantes y las matemáticas. En el capítulo III se revisa el impacto de la nuevas tecnología en la educación de las matemáticas. El capítulo IV plantea la primera aproximación de una metodología para crear un Instructor Interactivo de Diversiones Matemáticas (IIDM). El capítulo V detalla como se construye un Sistema de Instructores Interactivos de Diversiones Matemáticas (SIIDM). El capítulo VI describe los pasos que se siguieron para el desarrollo del primer SIIDM denominado Fibonacci. El capítulo VII muestra las tres evaluaciones que se efectuaron al prototipo Fibonacci y, por último, se detallan las conclusiones obtenidas en el capítulo VIII.

II La Enseñanza de las Matemáticas

Por su propia naturaleza, la enseñanza de los conceptos matemáticos resulta una tarea sumamente difícil. Las diferentes etapas por las que la educación matemática ha pasado, y los cambios curriculares que se siguen efectuando, demuestran que los expertos en el área siguen buscando recursos que faciliten el proceso de enseñanza - aprendizaje. Lamentablemente, han descuidado el aspecto lúdico que puede resultar una alternativa muy interesante para despertar en el estudiante cierto gusto por las matemáticas.

II.1 Una tarea nada sencilla

Una de las actividades intelectuales más antiguas de la humanidad son las matemáticas. Los diseños prehistóricos de cerámica, tejidos, las pinturas rupestres, etc., son evidencias de que desde tiempos muy antiguos el ser humano ha mostrado interés en figuras geométricas. Los sistemas de cálculo primitivos estaban basados, seguramente, en el uso de los dedos de una o dos manos; esto resulta evidente por la gran abundancia de sistemas numéricos con diferentes bases (Encarta 2000). En las culturas primitivas, las matemáticas eran sólo conocidas por sacerdotes, quienes las empleaban para realizar sus vaticinios. Más adelante, Grecia, Egipto y Mesopotamia fueron pueblos que al fundamentar esta ciencia aseguraron su trascendencia por el mundo.

Las matemáticas son una ciencia altamente dinámica, cuya comprensión requiere cierto grado de abstracción. Isaac Asimov, en el prólogo del libro "*A History of Mathematics*" de Boyer (1989), destaca la gran peculiaridad de la historia de las matemáticas al establecer que ésta difiere en esencia de otras historias, ya que de todas las actividades intelectuales del ser humano es tan sólo en las matemáticas donde no hay corrección, sólo extensión. Los conceptos matemáticos se han creado en forma acumulativa y es prácticamente imposible aprender los procesos recientes si no se conocen aquellos que probablemente se desarrollaron muchos años o siglos atrás.

A muchas personas les cuesta trabajo entender la razón por la que es necesario comprender el conocimiento científico, en particular el conocimiento matemático, y mucho menos por qué se requiere invertir tantos años en su aprendizaje. La difusión de las matemáticas es escasa; en muchas ocasiones sólo se da en ambientes dominados por personas involucradas en actividades relacionadas con las mismas. Si el matemático tiene en su mente un oasis, pero sólo consigue mostrar la imagen de un desierto, jamás va a lograr despertar el interés de los estudiantes y menos con el estereotipo de materia difícil que hoy tienen las matemáticas. Es claro que necesitamos formular nuevas herramientas didácticas que cumplan la función de apoyar la enseñanza de conceptos matemáticos que representen nuevos canales de difusión y muestren otra cara de las matemáticas, permitiendo a los estudiantes apreciar las piedras preciosas (las matemáticas) que hasta hoy sólo hemos logrado presentar como simples vidrios.

El proceso de enseñanza de conceptos matemáticos presenta obstáculos adicionales en cuanto a la dificultad de la disciplina. Es claro que no se puede esperar que los estudiantes asimilen en pocos años lo que mentes brillantes elaboraron tal vez a lo largo de varios siglos de intenso trabajo. Además, la preparación de quienes imparten la materia no es siempre la más adecuada; algunos maestros no tienen una sólida formación en matemáticas, y en muchas ocasiones poseen conocimiento muy superficial de la disciplina que les impide dar perspectivas más apropiadas a los estudiantes. La contraparte de este problema lo representan los maestros preparados en su profesión con un profundo conocimiento de matemáticas, pero lamentablemente muchas veces no aplican métodos didácticos que puedan mejorar la enseñanza de las matemáticas.

Supóngase que a una persona le van a servir un festín; los más afamados cocineros preparan una serie de platillos suculentos, con los mejores ingredientes. La comida es completa: desde sustanciosas botanas, acompañadas de excelentes bebidas, hasta llegar a los más deliciosos postres. Esta persona no tiene la menor idea de lo que va a suceder, tan sólo sabe que tiene un hambre feroz. Sin embargo, cuando por fin llega la comida, ésta luce horrible. Las botanas son servidas en ceniceros, los cubiertos están sucios, los vasos y las copas rotas, todo está helado; en resumen, el espectáculo es grotesco. A esto se le suma que las personas que le sirven la comida lo obligan a comer. Estos no tienen la culpa; a fin de cuentas, a ellos también los obligaron a comer en las mismas circunstancias. Al terminar el banquete, esta persona acaba enojada y completamente insatisfecha con su comida.

Si se traduce esto al campo de la enseñanza de las matemáticas, los estudiantes llegan al aula dispuestos a devorar el gran festín del conocimiento matemático. Pero en cambio, se le sirve el gran banquete como una serie de fórmulas y procedimientos que deben aprender, aplicar y mecanizar, sin importar si el estudiante disfruta el aprendizaje y adquiere el gusto por las matemáticas. De esta manera, el gusto por el banquete va disminuyendo progresivamente (Saldaña, 1997 y Kline, 1976); es decir, se inhiben las papilas gustativas del intelecto: la creatividad y la imaginación del estudiante. En muchos casos, los instructores carecen de herramientas y metodologías para presentar los conceptos matemáticos de una forma atractiva y amena.

Esta problemática no es nueva; desde inicios de los años cincuenta, e incluso después de terminada la segunda guerra mundial, todo el mundo estaba de acuerdo que la enseñanza de las matemáticas era insatisfactoria. De hecho, no vacilaban en decir que los estudiantes tenían terror a las matemáticas (Kline, 1976).

II.2 Cambios en la Enseñanza de las Matemáticas

En los años 60 se originó un gran movimiento innovador de la enseñanza matemática en los países más avanzados. A esas reformas sucedieron otras como respuesta a la búsqueda de los elementos que lograran que el alumno adquiriera el gusto por las matemáticas. Para algunos pedagogos estaba claro que algo estaba fallando y las matemáticas funcionaron como frente de batalla en las reformas pedagógicas (Kline, 1976).

De la Peña recorre críticamente los cambios que ha sufrido la enseñanza de las matemáticas en el ámbito mundial en los últimos 40 años, después de no ser tocadas por siglos. Le da sabor a su análisis a través de un texto satírico que encontró pegado en la puerta de un colega matemático en Canadá, donde se exponen y caricaturizan las reformas mediante cambios en el enunciado de un problema sencillo que puede ser resuelto por alumnos de la escuela secundaria de cualquier parte del mundo con facilidad. El texto nos traslada por los escenarios que ha pasado la enseñanza matemática de los años sesenta hasta fin del siglo:

> ENSEÑANZA TRADICIONAL 1960: Un campesino vende un saco de papas en 100 pesos. Sus gastos de producción son 4/5 del precio de venta. ¿Cuál es la ganancia del campesino?
>
> ENSEÑANZA MODERNA 1970: Un campesino cambia un conjunto P de papas por un conjunto M de monedas. El cardinal del conjunto M es igual a 100 y cada elemento de M es un peso. Dibuja 100 puntos grandes que representen los elementos del conjunto M. El conjunto G de gastos de producción tiene 20 puntos menos que el conjunto M. Responda la siguiente pregunta: ¿Cuál es el cardinal del conjunto B de beneficios? Dibújalo en rojo.
>
> ENSEÑANZA RENOVADA 1981: Un agricultor vende un saco de papas de 100 pesos. Los gastos de producción son de 80 pesos y el beneficio del agricultor es de 20 pesos. Ejercicio: subraya la palabra papas y discute el problema con tu vecino de banca.
>
> ENSEÑANZA REFORMADA 1981: un campezino kapitalizta se enriquese injustamente con 20 pezos por cada zaco de patatas que bende. Analisa el teksto y buska las faltaz de ortografia y gramatika y de puntuasion, di luego que pienzas de esa manera de enriqueserse.
>
> ENSEÑANZA REFORMADA 1990:Un productor del espacio agrícola consulta el banco de datos de los precios de la papa para ese día. Con ayuda de su computadora (MS/DOS con floppy y disco duro de 40 Mb) determina el flujo de dinero que obtendrá. Dibuja con el ratón de tu computadora el contorno de un saco de papas. Después conecta en línea tu computadora a la clave 3615 código PA (Papa Azul) y sigue las instrucciones del menú (página 12-13).

El texto, satírico como es, está exagerado, pero denota la impresión que algunos educadores y matemáticos tienen acerca de las reformas que ha sufrido la enseñanza de las matemáticas (De la Peña, 1999).

Sin duda alguna, el empuje mundial que se le ha dado a los cambios en la enseñanza matemática tienen la virtud de llamar la atención de los especialistas en el área acerca de la necesidad de estar siempre alertas. Los cambios introducidos en la enseñanza de las matemáticas han provocado vaivenes que han orillado a los investigadores a señalar que hay una crisis que, más que la educación en general, lo es especialmente de los sistemas formales de la educación (Trilla, 1993), y otros afirman, con toda justificación, que se sigue estando en una etapa de profundos cambios (De la Peña 1999, De Guzmán, 1984).

Cuarenta años han sido escenarios de cambios muy profundos en la enseñanza de las matemáticas. A principios de esta época, muchos matemáticos argumentaban que las matemáticas habían tenido avances ignorados por los programas tradicionales; el contenido de los programas de matemáticas en los niveles educativos básicos no presentaba modificaciones importantes desde Grecia clásica.

En los programas tradicionales se enseñaba aritmética poniendo énfasis en el desarrollo de habilidades para realizar cálculos mentales y se enseñaba geometría siguiendo el método deductivo. Sin embargo, las críticas más fuertes hacían referencia particular a la enseñanza del álgebra, donde se argumentaba que imponía un proceso mecánico que obligaba a los alumnos a confiar sobre todo en la memoria antes que en la comprensión. Esto se debía principalmente a que el programa tradicional se basaba en la práctica para lograr que los alumnos resolvieran con rapidez los problemas. Por lo tanto, los alumnos se enfrentaban con una variedad de procedimientos que les obligaban a memorizar y mecanizar. Aunado a esto, los procedimientos se le presentaban al alumno como si no tuvieran ninguna relación entre sí, transmitiendo la impresión de que eran temas inconexos (Kline, 1976).

Serrano (1997) hace un análisis de los resultados que arrojó el estudio realizado por la Asociación Internacional para la Evaluación de Rendimiento Académico (IEA) en 1996, donde se examinaron 55 mil alumnos del último año de Secundaria de 41 países del mundo. Países como Estados Unidos y Alemania, que invierten grandes cantidades de dinero en la educación de las matemáticas, quedaron relegados en lugares 28 y 23 respectivamente, lo que fue un fuerte golpe a los métodos modernos de enseñanza de las matemáticas; varios países asiáticos, que dedican mucho menos dinero *per cápita* a la educación y que jamás han modificado sus métodos tradicionales de enseñanza, obtuvieron los primeros lugares. Lo más preocupante fue el penúltimo lugar ocupado por Colombia como representante de América Latina.

Serrano (1997) argumenta que los factores que ayudaron a los países asiáticos a ocupar estos lugares se encuentran dentro del clima de la enseñanza que genera la propia sociedad del Asia oriental; sin embargo, no en todos los países tienen una sociedad consciente de la importancia de las aportaciones científicas. Las tendencias sociales hacia la ignorancia de la ciencia, en especial de las matemáticas, pueden representar un gran peligro para el progreso de la humanidad. Los matemáticos, científicos y educadores deben de trabajar en el afianzamiento de los valores culturales que pueden ayudar a cambiar la percepción generalizada de la gente sobre la importancia del estudio de las matemáticas.

Está claro que vivimos aún tiempos de experimentación y cambios que han resultado en un carrusel de reformas curriculares caracterizado por la creación, adaptación y readaptación de las teorías psico-pedagógicas de la enseñanza. Lamentablemente hasta hoy no se ha logrado que el alumno adquiera el gusto por las matemáticas. Tampoco se ha podido cambiar la percepción de que las matemáticas son el principal lastre en el proceso formativo del estudiante, tal como se muestra en los experimentos de Saldaña (1998). Sin duda alguna, quedan cosas por hacer para lograr que los estudiantes se sientan atraídos por el conocimiento matemático. El presente trabajo comulga con la idea de Martin Gardner (1998) que propone que las matemáticas recreativas son una alternativa que puede servir como puente para librar ese abismo que se ha formado entre los estudiantes y las matemáticas.

II.3 La matemática recreativa como un vehículo de enseñanza del conocimiento matemático

Sin duda la gente comprende que existe alguna razón para aprender matemáticas, pero no encuentra un motivo poderoso para estudiar álgebra, geometría ó trigonometría, entre otros temas matemáticos, por lo que no se puede esperar que el estudiante se sienta atraído por las matemáticas. Si se maneja como argumento que el conocimiento adquirido podrá ser utilizado en su vida diaria cuando sea adulto, esto es, a muy largo plazo, desde el punto de vista del estudiante, se le desmotiva. Otro argumento que se maneja frecuentemente con la intención de motivar a los estudiantes es decirles que tienen que estudiar matemáticas para entrar a la universidad. Si las matemáticas que se les han enseñado son una muestra de lo que van a aprender y de la forma en que se van a impartir en la universidad, probablemente se fomente que los estudiantes busquen carreras que no incluyan matemáticas o, lo que es peor, que algunos de ellos desistan de ingresar a la universidad (Kline, 1976; Sánchez, 1998).

A menudo se defiende la enseñanza de las matemáticas argumentando que posee valores como el entrenamiento mental, la belleza y el estímulo intelectual. Pero cabe preguntarse si se ha logrado que al menos un grupo de alumnos aprecie las matemáticas como pueden llegar a apreciar la música de Mozart o Beethoven. De la Peña (1999) señala que se debe trabajar más en conseguir transmitir a los estudiantes el gusto por aprender matemáticas. El componente lúdico en la enseñanza de las matemáticas puede llegar a ser fundamental para salvar los obstáculos de rechazo hacia su aprendizaje.

Partiendo precisamente del hecho de que se han tenido logros modestos en hacer que los estudiantes se sientan atraídos con actividades matemáticas y al buscar procesos que lo faciliten, es natural mirar en la dirección de las matemáticas recreativas como una disciplina que puede ayudar a transmitir a los alumnos el profundo interés y el entusiasmo que las matemáticas pueden generar. Recientemente, Martin Gardner, uno de los personajes más reconocidos de esta disciplina en los últimos años, establece que la colección de pasatiempos, juegos y demás ideas producidos por las matemáticas recreativas pueden (y deben) ser usados para enseñar matemáticas a todos los niveles (Gardner, 1998). Aragón y Valiente (1992) reconocen que las matemáticas recreativas eliminan de cierta manera las fobias y los prejuicios en la enseñanza de las matemáticas, sin detrimento de lo formal y serio.

La actividad matemática ha tenido, desde siempre, una componente lúdica; las matemáticas y los juegos han entreverado sus caminos, por lo que no es extraño que muchos de los grandes matemáticos de todos los tiempos hayan aportado a las matemáticas recreativas buena parte de las creaciones más interesantes que en ella han surgido (De Guzmán, 1984; JOC/EFR, 1996).

La palabra juego proviene del vocablo latino ***iocus***, que significa broma o diversión. El diccionario enciclopédico ilustrado de Océano la define como: "Ejercicio recreativo sometido a determinadas reglas y convenciones, que se practica con el ánimo de diversión". Pero ¿Por qué es importante el juego? Una frase anónima dice "El juego es la reacción del niño a la vida". Bryant (1975) argumenta que a través del juego se aprende mucho más que por medio de cualquier otra vía, puesto que el infante se compromete personalmente. Asimismo, el conocimiento que adquiere es muy valioso toda vez que se obtiene a partir de la propia experiencia. El niño aprende a ser creativo, constructivo e independiente. Por medio del juego, los niños pueden explorar, experimentar y probar ideas. Cuando un niño juega, aprende acerca de la gente y cómo vivir con ella. Cuanto más se compromete un niño con actividades de juego, mayor será su desarrollo mental y físico.

Es claro que la tarea de iniciar a los estudiantes en el conocimiento matemático a través de las matemáticas recreativas puede brindar elementos adicionales que pueden darle un sabor a juego al proceso de construcción personal del conocimiento matemático, de tal modo que el trabajo del estudiante sea estimulante, incluso agradable y, para algunos, aún apasionante. Existen muchas obras que nos recuerdan que la diversión es fuente de aprendizaje; como dice Mary Poppins: "En cada trabajo o tarea que debamos efectuar, siempre existe un elemento divertido; encuéntralo y la tarea se convierte en un juego". Resulta paradójico no fomentar el juego entre quienes más les gusta jugar y más se beneficiarían con los juegos matemáticos.

Volviendo a la analogía del festín, no se puede decir "no me gusta la comida" si nunca la han servido de una manera atractiva. Primero se tiene que degustarla y después opinar si es buena o mala. Con las matemáticas recreativas pasa lo mismo. No se puede ignorar que existen. Para decidir, primero hay que probar; el sentido del gusto se desarrolla y se entrena. Al practicar un enfoque diferente se revelan como naturales nuevos elementos que pueden ser aprovechados para despertar el interés del estudiante por las matemáticas.

II.4 El aprendizaje de las matemáticas

Los especialistas en la educación han invertido una gran cantidad de tiempo y energía en la búsqueda de una respuesta a las preguntas ¿Qué es aprendizaje?, ¿Qué factores contribuyen a que el aprendizaje resulte más o menos difícil, divertido, satisfactorio y útil? Y otras similares. Con base en sus hallazgos, han elaborado numerosas teorías del aprendizaje (Clifford, 1981).

En el presente trabajo no se pretende discutir cuál de las teorías de aprendizaje es la mejor para una u otra situación del proceso de construcción del conocimiento matemático. El valor de las teorías se mide por su utilidad para ayudar a explicar, predecir y controlar los elementos que favorecen al aprendizaje. Si tanto una como otra ofrecen marcos útiles para reflexionar sobre el aprendizaje – lo qué es, cómo podemos facilitarlo y lo que lo dificulta, entonces son útiles.

Los conductistas argumentaban que el aprendizaje es el resultado de las asociaciones formadas entre estímulos y respuestas. Tal asociación o "hábito" se consolida o debilita por la naturaleza y frecuencia de los pares estímulo - respuesta (E-R).

De acuerdo a esta teoría, el aprendizaje consiste en establecer y reforzar las asociaciones entre el par E-R. La idea es realizar un análisis detallado de las primeras respuestas de los alumnos y la forma en que serán reformadas (Hernández 1998). Bajo este contexto, el aprendizaje de la aritmética fue planeado como una batería de ejercicios y prácticas.

Casi todo el mundo admite que es necesaria la práctica, de una forma u otra, pero debemos considerar que no es lo mismo practicar resolviendo páginas enteras de problemas similares, que utilizar materiales interactivos que permitan practicar las matemáticas de una forma divertida, obteniendo recompensas cada vez que se logra alcanzar una meta.

Por otro lado, las teorías cognoscitivas explican la conducta en función de las experiencias, información, impresiones, actitudes, ideas y percepciones de un individuo y de la forma en que éste las integra, organiza y reorganiza. El aprendizaje es un cambio más o menos permanente de los conocimientos o de la comprensión, debido a la reorganización tanto de experiencias pasadas como de la información presentada. (Clifford, 1981).

Algunos investigadores de esta corriente (David Ausubel: con sus teorías sobre el aprendizaje significativo; Jerome Bruner: con sus teorías que enfatizan el aprendizaje por descubrimiento) argumentan que la enseñanza de las habilidades matemáticas, incluso las más sencillas y elementales, deben ayudar al alumno a comprender los conceptos matemáticos más que a limitarse a aprender de memoria los procedimientos y las fórmulas. Sostienen que si se establece esta compresión por parte de los alumnos, entonces podrán reconstruir los elementos que no recuerden, o incluso desarrollar sus propios procedimientos, para llegar a la solución cuando les falle la memoria (Resnick y Ford, 1990).

Sin duda el trabajo realizado por estos investigadores se orienta a identificar los elementos que están relacionados con el pensamiento humano. En este sentido, se han creado marcos teóricos que proponen diferentes puntos de vista que pueden ayudar a dar una visión que fortalezca la creación de materiales lúdicos que auxilien la enseñanza de un concepto matemático en particular.

III Educación Matemática y las Nuevas Tecnologías

En este capítulo se presenta el impacto de la tecnología en la educación de las matemáticas se estudia desde varias perspectivas. Primero, se debate el papel que ha jugado la tecnología en la educación de las matemáticas. Se toca la situación en la que se encuentra la Instrucción Asistida por Computadora tratando de ubicar los cambios que ha sufrido a través de los años. Finalmente, se describe la situación de la tecnología de *Web* y su evolución, que la han convertido en el excelente medio de comunicación que es hoy.

III.1 El Papel de la Tecnología en la Educación Matemática

A lo largo de la historia, el ser humano ha buscado recursos que refuercen, faciliten y mejoren el proceso de enseñanza - aprendizaje. No se puede negar que las nuevas tecnologías ofrecen una gama muy amplia de recursos de este tipo. Muchos de estos se orientan hacia el diseño y creación de materiales visuales, auditivos, audiovisuales, etcétera, los cuales apoyan y enriquecen las habilidades que desarrollan los estudiantes para su aprendizaje.

Si bien la tecnología no es la solución a todos los problemas del proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, es indudable que puede llegar a representar cierto tipo de catalizador que permita al estudiante vivir nuevas experiencias, las cuales difícilmente se podrán lograr con medios tradicionales como el lápiz y el papel. La computadora abre espacios donde el estudiante puede manipular directamente una variedad de objetos matemáticos dentro de un ambiente de exploración (Gómez, 1997).

III.2 Situación de la Instrucción Asistida por Computadora

La utilización de la computadora en actividades del proceso de enseñanza - aprendizaje se ha denominado de diferentes formas (Cotton, 1997). En el presente trabajo se usará el término Instrucción Asistida por Computadora o CAI (por sus siglas en inglés *Computer-Assisted-Instruction*) para denotar el uso de la computadora en la enseñanza de un determinado conocimiento.

La CAI está encaminada a la formación de alumnos en las diversas áreas del conocimiento; su finalidad es favorecer el proceso enseñanza - aprendizaje por medio de la adaptación y, habitualmente, la individualización del proceso, facilitando el hecho de que cada estudiante pueda interactuar con la computadora a su propio ritmo (Trilla, 1993). Además pretende exterminar el hecho de que los alumnos se mantengan sólo observando al fomentar su participación activa (Lockard *et al.,* 1994).

Trilla (1993) señala que la tipología de los programas emanados de la CAI pueden describirse en cinco tipos de *software* educativo: práctica y ejercitación, tutorial, demostración simulación y juegos.

Los programas de *práctica y ejercitación* se basan en la idea de que para alcanzar un tipo de conocimiento específico es necesario practicar realizando múltiples ejercicios. La computadora permite que la generación de los ejercicios sea rápida, variada, diversos niveles de complejidad y lo más importante retroalimentación inmediata de la respuesta al estudiante. De esta forma, el estudiante puede conocer rápidamente si ha cometido errores o no. En la actualidad estos tipos de programas son los más abundantes en la CAI (Trilla, 1993).

Los *tutoriales* son sistemas donde el estudiante recibe instrucciones y reacciones por parte del programa (Gómez, 1997). La mayoría de ellos presentan materiales sobre un determinado tema o materia. Bajo esta óptica la computadora presenta una información determinada, a partir de la cual realiza una serie de preguntas, cada una de ellas con posibles opciones de respuestas. En función de la respuesta obtenida, la computadora toma ciertas decisiones preestablecidas sobre la información que ha de presentar al estudiante para lograr que responda de forma idónea (Trilla, 1993).

En el trabajo de Lara (1999) y Kupka (1999) se señalan líneas de investigación orientadas a utilizar la inteligencia artificial, (sistemas expertos y *softcomputing*, entre otros) para crear sistemas instruccionales que posean conocimiento acerca de su dominio de instrucción.

Los programas de *simulación* se caracterizan por presentar al estudiante situaciones en las que es posible observar, de manera dinámica, lo que sucede para un fenómeno específico cuando se cambian algunos de los parámetros involucrados en él (Resnick y Ford, 1990).

Trilla (1993) menciona que los buenos programas de simulación suelen combinar los gráficos, la animación y texto para dar mayor realidad al problema y proporcionar un rico ambiente de aprendizaje.

Los programas de *demostración* tienen como objetivo la exhibición de algún concepto, técnica, etc., a través de la computadora. En estos programas la idea es aprovechar a la computadora para realizar sofisticadas demostraciones usando gráficos, imágenes, sonidos y animaciones que difícilmente se pueden conseguir con otros medios. Liberando al programa de la responsabilidad de que evalué la adquisición del conocimiento por parte del estudiante.

Los *juegos educativos*, no siempre son considerados como parte del CAI. Sin embargo, la estructura básica de los juegos de computadora ha sido transferida a gran número de programas instructivos (Trilla, 1993). En este trabajo se acepta el hecho de que los juegos de computadora son divertidos y desafiantes. Seymour Papert es uno de los investigadores más sobresalientes involucrados en el campo de la tecnología educacional, y está comprometido con las ideas de presentar la instrucción en una forma lúdica. De alguna forma se deben usar como herramienta no sólo de los CAI, sino también como apoyo en el campo de las matemáticas impartidas en forma tradicional, ya que son capaces de ejercitar las habilidades de resolución de problemas y la toma de decisiones del estudiante (Kearsley, 1998; Papert, 1993).

Existe hoy en día mucho software educativo, en particular para la educación matemática. Sin embargo, como Papert (1996) describe, existen muchos vicios en la creación de este tipo de *software*. En particular, tienen la limitante de no contar con una interfaz homogénea, lo cual obliga a los estudiantes a realizar un esfuerzo adicional en el manejo y asimilación de la interfaz, aún antes de empezar a operar realmente la aplicación.

Otra, es la falta de independencia de plataforma computacional, es decir, que los productos emanados del CAI puedan operar en diferentes plataformas de cómputo sin modificaciones.

La conexión entre computadoras, ya sea por redes locales ó a través de Internet, ha abierto una gama de posibilidades para el uso de la tecnología en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. Estas nuevas tecnologías, en especial el *World Wide Web*, permiten a los estudiantes participar en cursos impartidos a distancia en ambientes de aprendizaje colaborativo.

El problema que ahora se plantea es explorar las premisas fundamentales del CAI para la enseñanza de las matemáticas, aprovechando características que ofrece el *World Wide Web* para crear artefactos lúdicos que permitan una interacción directa, métodos de visualización avanzados, transparencia de plataforma computacional, interfaz de usuario "común" entre otras.

III.3 World Wide Web (WWW)[1]

La arquitectura de un sitio *Web* se forma básicamente de tres componentes: un servidor de *Web* (*hardware* y *software*), una conexión de red y uno o más navegadores clientes (*browsers*). El servidor distribuye páginas de información formateada a los clientes que las soliciten. La solicitud y la repuesta son realizadas sobre una conexión de red que utiliza el Protocolo de Transferencia de HiperTexto, HTTP (en inglés *HiperText Transfer Protocol*) de comunicación. (Powell 1998; Conallen 1998).

[1] El término WWW, en inglés, y Red en español se utilizan como sinónimos

La información disponible en un sitio *Web* a menudo se encuentra almacenada en archivos ya formateados. Los clientes realizan sus peticiones a través del nombre del archivo, y cuando es necesario le incluyen la trayectoria específica donde se encuentra la información. Estos archivos son denominados páginas y representan el contenido del sitio *Web*.

En algunas ocasiones el contenido de una página no está necesariamente almacenado dentro del archivo. Puede ser ensamblada al tiempo de la ejecución, extrayendo la información de algún repositorio de información (base de datos) y el formato se efectúa a través de una serie de instrucciones en un archivo especial. Los sitios *Web* que emplean esta estrategia son llamados sitios dinámicos.

Un usuario tiene interacción con un sitio *Web* a través de un navegador (*browser*, en inglés). Un navegador es una aplicación que se ejecuta sobre una máquina cliente, que se conecta a un sitio *Web* en la red y demanda una página de información. Una vez que la petición de la página es satisfecha, la conexión se termina. El navegador conoce cómo comunicarse (mediante el protocolo de comunicación *HTTP*) al servidor *Web*, y cómo interpretar visualmente el formato de la información otorgada por el servidor de *Web*. Las páginas usualmente contienen ligas a otras páginas, las cuales pueden ser fácilmente solicitadas por el usuario del navegador. Con sólo hacer clic en las ligas, el usuario solicita las páginas de diversos servidores Web; a esta actividad se le conoce como navegar o surfear en la *WWW* o Red.

Las tecnologías de la Red pueden clasificarse básicamente en dos grupos: lado cliente y lado servidor (ver figura 1 y tabla I). Las tecnologías del lado del cliente son todas aquellas que son parte del navegador y se ejecutan sobre el cliente de la Red, aunque existen tecnologías del lado del cliente que se ejecutan de manera externa al navegador, tal como *Java Applets* y controles *ActiveX*. Las tecnologías del lado del servidor son todas aquellas que corren sobre el servidor (Powell 1998; Conallen 1998).

Tabla I. Algunas tecnologías del lado cliente y del lado del servidor

Lado del Cliente	Lado del Servidor
HTML	CGI
- CSS	Java Servlets
- HTML Dinámico	Programas ISAPI/NSAPI
Java Applets	Lenguajes de Script
Lenguajes de Scripts	- Active Server Pages
-JavaScript	- JavaScript del lado del servidor
- VBScript	- Cold Fusion

Las tecnologías del lado del cliente frecuentemente se usan para controlar la presentación y estructura de los documentos. Además, permiten mejorar el contenido y funcionalidad de los documentos a través de elementos incrustados, tal como controles *ActiveX*, Java *Applet*, *plug-in* y lenguajes *script* (*JavaScript*, *JScript*, *VBScript*, etc.). El *HTML* dinámico y los lenguajes *script* pueden ser utilizados para agregar lógica a las páginas o cambiar dinámicamente su contenido a través de manipulación del Modelo de Objetos del Documento (DOM en inglés, *Document Object Model).*

En esta tecnología, el desarrollo se centra estrictamente sobre las limitaciones que presentan los clientes. En gran medida su evolución se ha orientado a descargar los procedimientos que tradicionalmente realizaba el servidor. Por ejemplo, realizar la validación de las entradas de los campos de una forma por medio de *JavaScript* en el cliente parece más atinado que relegar este proceso al servidor (Goodman, 1994). Sin embargo, si se utiliza un programa *CGI* en el servidor para validar los campos de una forma, se evita el requerimiento de que el navegador deba soportar *JavaScript* (Powell, 1998).

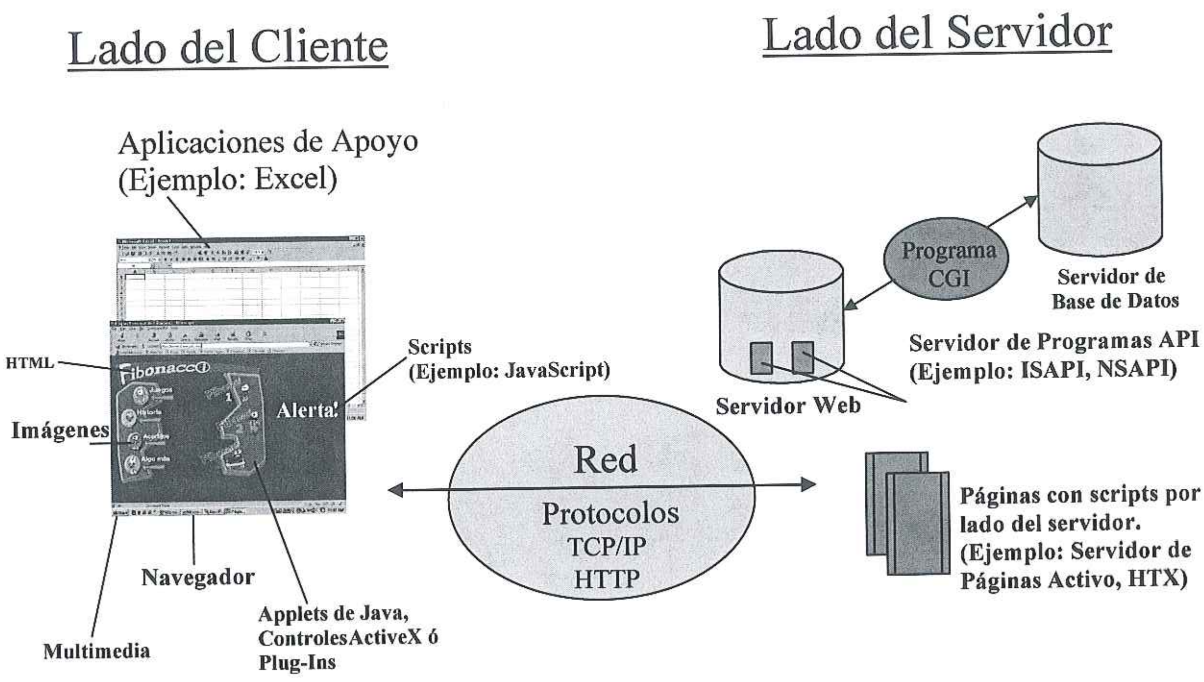


Figura 1. Visión general de las tecnologías de *Web*.

Antes de empezar a discutir cuáles son los elementos que intervienen en el desarrollo de un sitio *Web*, es necesario mencionar que no existe ningún consenso que permita obtener métricas para conocer sobre qué tan *bueno* es un sitio *Web*. Algunas personas se han orientado a resaltar los aspectos no deseados en el diseño de páginas de *Web* (Flanders, 1999). Otros resaltan la presencia gráfica, estética y artística de los sitios (Siegel, 1997). La belleza es un término relativo al espectador, por lo que tener una buena apariencia no asegura el éxito del sitio. En contraste con esta opinión, se argumenta que el sitio es *bueno* dependiendo de su utilidad (Nielsen, 1999). Algunos miden el éxito por el número de personas que visitan el sitio diariamente o por la popularidad que tiene (www.hot100.com). Argumentar en favor o en contra de lo que permite lograr un sitio exitoso se sale del objetivo principal del presente trabajo.

El problema principal en esta discusión son los rápidos cambios que ha sufrido el *diseño* y *publicación* de sitios *Web*. Los primeros sitios eran sólo una colección de documentos de texto enriquecidos con imágenes de tal forma que resultaran llamativos y visualmente agradables, sin sacrificar aspectos como la coherencia, lógica y facilidad de lectura. A este proceso se le conoce como "*Web Publishing*", (término en inglés utilizado para denominar al proceso completo de planeación y creación de un sitio *Web*) donde la tarea clave es tener un buen balance entre el contenido, presentación y organización (Siegel, 1997, Lemay *et al.*, 1996). En la actualidad, gran parte de los sitios de la Red no sólo se limitan a presentar páginas de información o promocionales atractivos, sino que crean ambientes altamente interactivos que proporcionan a los usuarios gran variedad de servicios con sólo hacer un clic sobre secciones especiales de la página.

Esto ha ocasionado que los sitios *Web* sean vistos cada vez más como aplicaciones o herramientas de *software* y menos como información organizada. Si la mezcla de presentación y estructura de la página resultaba tarea difícil, el problema se magnifica cuando se agrega el elemento funcional. En este proceso se combinan diversas disciplinas para lograr la unión entre el arte y la ciencia: el diseño gráfico, información, sistema, interfaz de usuario, entre otras. Algunos especialistas han empezado a plantear procesos híbridos que han denominado "ingeniería de sitios *Web*", donde combinan la formalidad de la ingeniería de software tradicional con las ideas creativas y artísticas del *Web Publishing* (Powell, 1998; Siegel, 1997). Hasta hoy no existe una metodología formal para la construcción de un sitio *Web* y mucho menos que asegure la construcción de sitios exitosos. Esto no es ninguna sorpresa, tomando en consideración los pocos años de experiencia en el desarrollo de sitios *Web*.

El desarrollo de sitios *Web* no es exactamente igual al desarrollo de *software*. Un aspecto que los hace diferentes es el énfasis que se da al contenido y presentación del sitio. Muchos sitios centran su atención en la creación de documentos que combinan las palabras con imágenes facilitando el acceso a la información al usuario final.

La tecnología es otro de los aspectos importantes en el desarrollo de sitio Web. Algunas tecnologías como *HTML*, *Java* y *JavaScript* están en constante progreso. En otras palabras, en la corta historia del *Web*, los desarrolladores han visto surgir múltiples versiones de estas tecnologías. Esto ha generado un movimiento vertiginoso que ha arrastrado a mucha gente a un territorio extraño, donde los expertos tienen a lo más 8 años de experiencia. Otro factor sobresaliente es la falta de herramientas de desarrollo maduras, lo que ha ocasionado que muchos desarrolladores prefieran hacer todo el desarrollo a mano o construir sus propias herramientas (Powell, 1998; December, 1995). También es importante resaltar la disputa comercial que existe entre los fabricantes más importantes de servidores de *Web*, los cuales no se han apegado estrictamente a los estándares establecidos por el W3C (*World Wide Web Consortium*).

Uno de los modelos de proceso de la ingeniería de software que se pretende aplicar en el desarrollo de sitios *Web* es el modelo iterativo/incremental, ya que permite manejar el desarrollo de un sitio *Web* como una serie de iteraciones que evolucionan hasta lograr la meta final.

El desarrollo iterativo es compatible con el modelo cascada. Así, el modelo cascada puede ser usado para administrar cada esfuerzo de desarrollo en cada iteración (ver figura 2). Los desarrolladores asumen que al empezar el ciclo de vida no se tienen definidos todos los requerimientos del sistema (Quatrani, 1997).

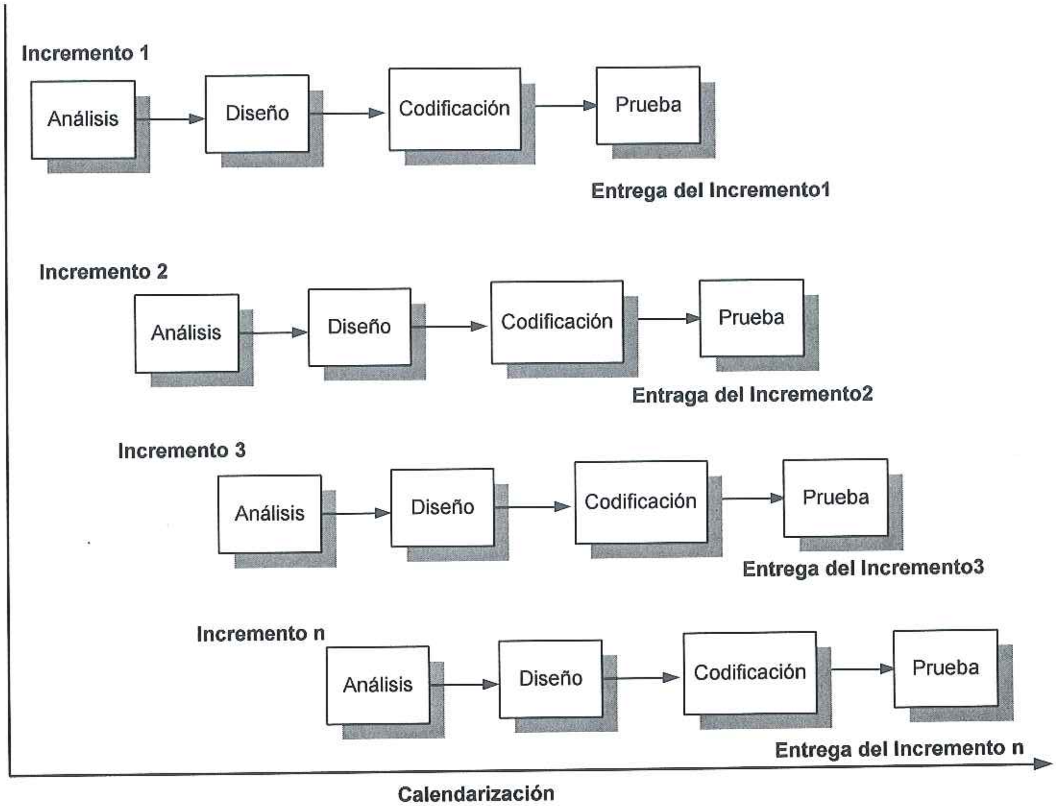


Figura 2. Modelo del desarrollo Iterativo

IV Instructor Interactivo de Diversiones Matemáticas

Duchastel (1996) define a la tecnología de aprendizaje como "un ambiente diseñado con el cual una persona interactua con el propósito de aprender". Bajo esta óptica un Instructor Interactivo de Diversiones Matemáticas (IIDM) es una tecnología de aprendizaje que apoya la enseñanza de un concepto matemático específico. Por un lado se aprovecha las posibilidades que ofrecen las matemáticas recreativas para crear situaciones que sean interesantes, sorprendentes y que den la oportunidad de plantearse nuevos retos; y por el otro, le añadimos las características de las nuevas tecnologías para lograr presentar de una manera entretenida, atractiva e interactiva los conceptos matemáticos.

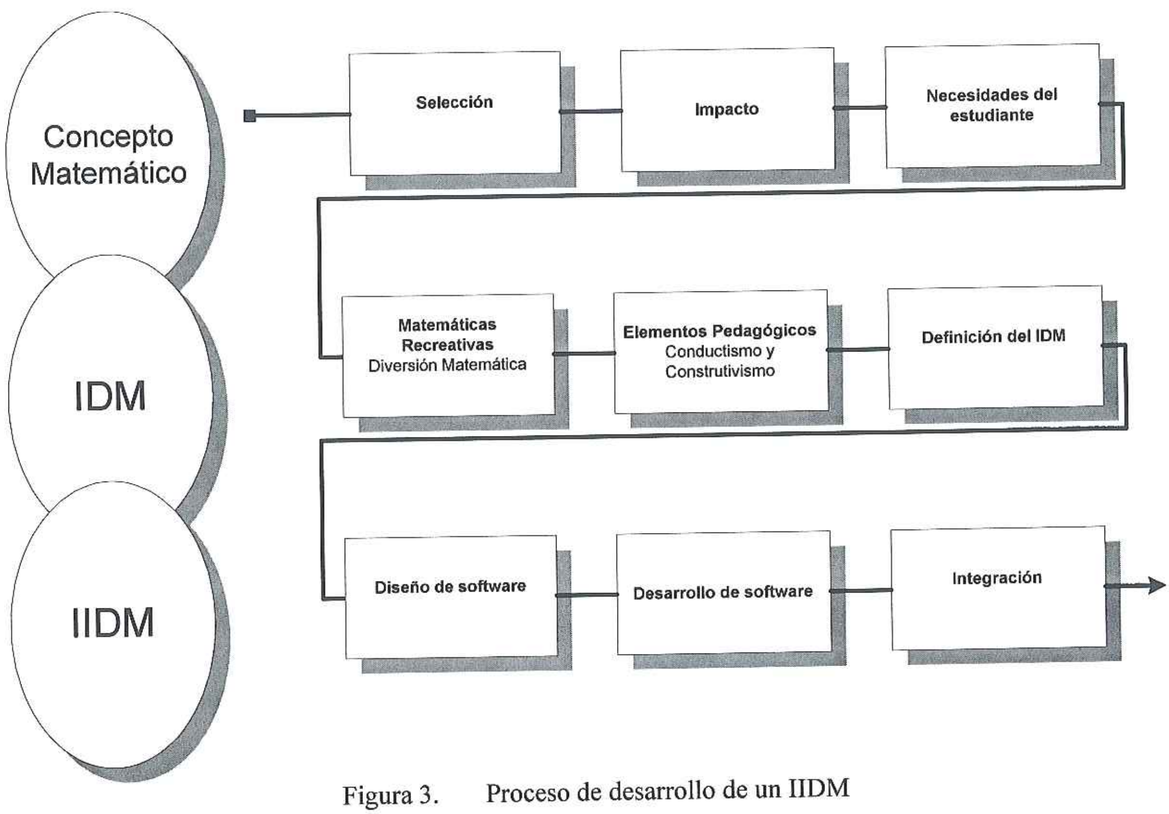


Figura 3. Proceso de desarrollo de un IIDM

El diseño de un IIDM, como se muestra la figura 3, es un proceso que pasa por tres niveles diferentes: el primero establece las condiciones para la selección de un concepto matemático. Después se produce lo que hemos denominado Instructor de Diversiones Matemáticas (IDM) que se refiere a la unión de un producto de la matemática recreativa y elementos pedagógicos. La última etapa es donde el IDM se presenta dentro de un ambiente tecnológico y es aquí donde se transforma en un IIDM.

IV.1 Concepto Matemático

Cuando se crea un IIDM se busca desarrollar un artefacto lúdico que auxilie el aprendizaje de un concepto matemático. De esta manera, se selecciona un concepto o conjunto de conceptos matemáticos que se quieren apoyar para su enseñanza. Idóneamente, la búsqueda involucra varios elementos, primero se analiza la problemática y dificultades que enfrenta la enseñanza del concepto matemático, a través de los trabajos de investigación que documentan los obstáculos enfrentados por docentes e investigadores en el proceso de instrucción. Es bien sabido que algunos conceptos matemáticos en particular, presentan muchos problemas para que el estudiante pueda dominarlos. Seleccionar un concepto matemático desde este punto de vista, resulta una buena oportunidad para poder proponer artefactos que apoyen su enseñanza. El espacio natural de búsqueda son los programas de estudio oficiales. De esta manera se abre la posibilidad de que un IIDM construido pueda ser aprovechado para reforzar su instrucción en el aula.

Siempre que se pretende comunicar algún tipo de conocimiento es importante conocer el perfil de los usuarios potenciales, esto nos ayuda a medir el impacto que puede tener el abordaje de la información del concepto matemático en cierto orden, explotando eficientemente los medios que se tienen a disposición, aprovechando sus cualidades para lograr una exposición de forma clara y comprensible.

Evidentemente hay que entender las necesidades de los estudiantes que a fin de cuentas es en ellos donde queremos incidir, facilitándoles su trabajo (aprender) y haciéndolo más motivante.

IV.2 Instructor de Diversiones Matemáticas

A una diversión matemática, producto de las matemáticas recreativas enriquecida con ciertos elementos didácticos con el fin de apoyar la enseñanza de un concepto matemático específico, lo hemos denominado Instructor de Diversiones Matemáticas (IDM). Debemos reconocer que para un concepto matemático en particular, la cardinalidad del conjunto de IDMs es muy grande, probablemente tan sólo acotada por la imaginación humana.

Está claro que no todas las diversiones matemáticas que se encuentren en libros y literaturas de matemáticas recreativas se prestan para su aprovechamiento didáctico al nivel deseado. Por ello, se hace necesario examinar una gama de productos para seleccionar aquella diversión matemática que se adapte mejor a la presentación del concepto matemático en el contexto deseado. Bajo esta óptica también es posible crear o modificar alguna diversión matemática original. Aunque diseñar este tipo de herramientas no es ninguna tarea liviana, resulta muy atractivo realizar aportaciones que incidan directamente en la tarea de iniciar a los jóvenes en la labor matemática de una manera más agradable.

Una diversión matemática bien escogida y bien presentada puede auxiliar con gran eficacia el aprendizaje del concepto matemático. De aquí la importancia de señalar cuales son los escenarios que pueden presentarse durante esta etapa de búsqueda y selección.

Gardner (1998) señala que las matemáticas recreativas incluyen problemas elementales con planteamientos sencillos pero con una solución elegante y, en ocasiones, sorprendente. Muchos problemas matemáticos, incluso algunos muy profundos, permiten también una introducción sencilla a través de instrumentos ingenuos (De Guzmán 1994). Bajo estas ideas, una diversión matemática puede ser un acertijo, paradoja, juego competitivo o truco sorprendente que motive a los estudiantes a obtener la solución. Sin duda una vez que se tenga cierta experiencia con la diversión matemática en el contexto de un IDM se espera que la claridad del conocimiento matemático sea mayor. En ocasiones la mejor diversión matemática es la que hace una llamada al ego humano y se presenta como un problema donde se tiene un verdadero reto.

La historia de las matemáticas o historia de matemáticos pueden llegar a ser una buena diversión matemática, si se cuenta de modo que resulte fascinante; un ejemplo de esto es el trabajo de Allen (1998). La historia proporciona al estudiante una visión verdaderamente humana de las matemáticas, otorgándoles a los matemáticos el papel de hombres de carne y hueso que, con sus ideas, han ayudado a impulsar a esta ciencia a lo largo de muchos siglos, situando al estudiante en el contexto histórico, que enmarca las razones que obligaron al hombre a ocuparse con tanto ahínco de los diferentes temas matemáticos.

El proceso de conceptualización del IDM debe analizar cómo reforzar el proceso de enseñanza – aprendizaje. Se deben establecer los factores y las diferentes perspectivas que se tomarán en cuenta para proponer un elemento didáctico con estrategias útiles con el objetivo de nutrir a la diversión matemática.

El IDM se basa en las leyes y principios de ciertas teorías de aprendizaje, en particular, las corrientes conductista y constructivista presentan ciertos elementos de gran valor para obtener los elementos didácticos que ayuden a predecir y apoyar los factores que facilitan el aprendizaje dentro del mismo. Esto no quiere decir que sean las únicas teorías de aprendizaje que ofrezcan marcos útiles, pero sí en las que el presente trabajo se apoyará, con el fin de acotar el campo de acción.

Los conductistas argumentan que el aprendizaje es el resultado de las asociaciones formadas entre estímulos y respuestas. Tal asociación o "hábito" se consolida o debilita por la naturaleza y frecuencia de los pares estímulo - respuesta (E-R) (Hernández, 1998).

Esta teoría establece tres leyes principales (Kearsley, 1997b):

1. Ley del efecto: cuando se da una respuesta determinada a un estímulo dado, y a dicha respuesta sigue una recompensa, entonces se empieza a consolidar la asociación entre el par E-R hasta que se convierte en una respuesta habitual para dicha situación.
2. Ley del ejercicio: las asociaciones se consolidan con la práctica y se debilitan cuando las prácticas se interrumpen.
3. Ley de presteza (*readiness*): una serie de conexiones E-R pueden ser asociadas conjuntamente si pertenecen a la misma secuencia de acción.

Los principios de esta corriente pueden fortalecer aquellas diversiones matemáticas que estén orientadas a la ejercitación y mecanización de las habilidades matemáticas; pueden surgir IDMs que propongan nuevas formas de práctica para reforzar el conocimiento y aplicación del concepto de manera amena y estimulante.

La teoría constructivista de Burner se centra en el hecho de que el aprendizaje es un proceso activo en el cual el estudiante construye nuevas ideas o conceptos en base en su conocimiento previo y la información presentada. De esta manera, el alumno selecciona y transforma la información, construye hipótesis y toma decisiones apoyándose en su propia estructura cognoscitiva. Esta estructura cognoscitiva (esquema, modelos mentales, etc.) le da sentido y orden a las experiencias y le permite al estudiante ir más allá de la información dada. (Kearsley, 1997a).

Este enfoque ve al estudiante como un sujeto activo procesador de información, que posee competencia cognitiva para aprender y solucionar problemas de matemáticas (Hernández, 1998). La instrucción constructivista promueve en los estudiantes el autodescubrimiento. Para lograr esto establece los siguientes principios (Kearsley, 1997a):

1. La instrucción debe involucrar las experiencias y contextos que hacen que el estudiante esté motivado para aprender.
2. La Instrucción debe ser estructurada de tal forma que pueda ser fácilmente comprendida por el estudiante.
3. La instrucción debe de ser diseñada para facilitar la extrapolación y/o llenar los huecos mas allá de la información proporcionada.

Estos principios son muy atractivos para crear IDMs que muestren principalmente respeto hacia la inteligencia, capacidad de investigación e invención del estudiante. La matemática recreativa, que es el componente principal del IDM, aprovecha muchas de las ideas propuestas por el constructivismo para hacer llegar el contenido de las matemáticas a los estudiantes de forma sencilla y elegante (Resnick y Wendy, 1990).

Un IDM concebido de esta manera resulta lleno de sentido, plenamente motivante y facilita la asimilación del concepto matemático que se pretende enseñar. Un IDM diseñado bajo estos principios puede llegar a ser una verdadera fuente de satisfacción y placer intelectual, resultando una alternativa para estimular la afición hacia las matemáticas.

IV.3 Instructor Interactivo de Diversiones Matemáticas

Este proceso representa la fase final de construcción de lo que hemos denominado IIDM. En esta etapa se integran técnicas de las ciencias de la computación para colocar en un ambiente computacional al IDM diseñado, considerando una serie de condiciones de origen técnico que determinan qué se puede hacer y qué no se puede hacer en el IIDM.

Por definición los IIDMs deberán explotar las capacidades de los navegadores modernos, en especial *Netscape* 4+ y *Internet Explorer* 4+. El presente trabajo no considera aspectos sobre imágenes, ni mapas sensitivos; tampoco cubre el desarrollo de las aplicaciones externas (*plug-ins*) o tipos *MIME* (*Multipurpose Internet Mail Extensions*). Se centra específicamente en el potencial que representan las tecnologías de programación del lado cliente como *DHTML*, *JavaScript* y *Java* para el desarrollo de IIDMs que ofrezcan características que apoyen el proceso enseñanza–aprendizaje de algún concepto matemático. Tratando siempre de mantener la independencia, por parte del IIDM, para operar en ambientes clientes heterogéneos, donde puede variar el equipo (*hardware*) y los programas (*software*).

La evolución de estas tecnologías ha seguido dos vertientes; la primera se dirige a que el navegador realice algunos procedimientos que tradicionalmente se ejecutaban sobre el servidor. El otro enfoque propone que las páginas de Red sean completamente modificables en el navegador, permitiendo accesibilidad en todo momento a los elementos que la componen. Esta característica brinda más poder y versatilidad a los clientes (Powell 1998; Ben-Natan, 1997).

Básicamente, los IIDMs serán diseñados mediante una metodología orientada a objetos, con base en la ingeniería del software. El diseño Orientado a Objetos utiliza modelos organizados sobre conceptos del mundo real para resolver problemas. La construcción fundamental es el *objeto*, con ciertas características o *propiedades* y funcionamiento o acciones propias llamadas *métodos* en una entidad sencilla (Rumbaugh, 1991; Ben-Natan 1997). El diseño orientado a objetos es útil para tomar sistemas del mundo real y describirlos en términos de objetos con cierto comportamiento y relación con otros objetos. Este enfoque es probablemente demasiado sofisticado para un IIDM que sólo contiene texto estático, ya que para este caso, el IIDM se considera como un sólo objeto con dos métodos: "carga" y "descarga" (Conallen, 1998).

Mientras algunos IIDMs son programas relativamente pequeños y pudiese argumentarse que no requieren de las facilidades que brinda el diseño orientado a objetos, es evidente que muchas de las ideas surgidas de esta metodología son inmediatamente aplicables. De hecho, muchas de las tecnologías propuestas para el desarrollo de los IIDMs son de naturaleza orientada a objetos, como *JavaScript* y *Java*. *JavaScript* tiene las capacidades básicas del paradigma orientado a objetos, pero no es en realidad un lenguaje de programación orientado a objetos, mientras *Java* es verdaderamente un lenguaje orientado a objetos. De forma análoga, los elementos de *HTML* están empezando a adoptar el *DOM* (Powell, 1998; Ben-Natan, 1997; Goodman, 1996; Coffe, 1996; Rinehart, 1997; Powers, 1998).

El reto del presente trabajo es diseñar e instrumentar IIDMs que tomen muy en cuenta el potencial tecnológico y los recursos disponibles para aplicarlos a las matemáticas recreativas y con la intención de crear artefactos lúdicos e interactivos, donde se vivan experiencias educativas que sirvan para que el estudiante apoye su aprendizaje de un concepto matemático específico.

V Sistema de Instructores Interactivos de Diversiones Matemáticas

El SIIDM establece la infraestructura sobre la cual se montarán los IIDMs. La arquitectura del SIIDM (ver figura 4) se compone básicamente de la interfaz del usuario y la estructura de archivos que, junto con los IIDMs, establecen un ambiente "común" donde el usuario puede utilizar software con un fuerte componente lúdico como apoyo al aprendizaje de un concepto matemático.

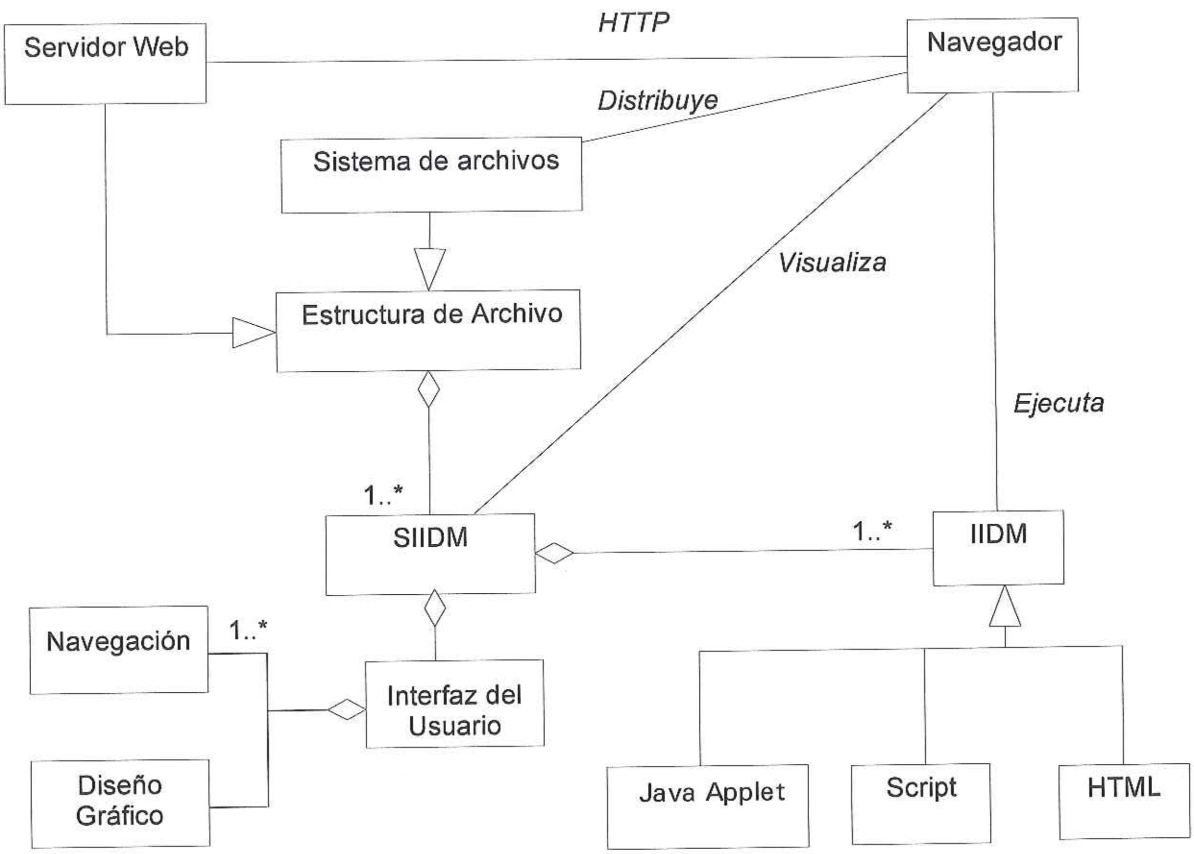


Figura 4. Arquitectura del SIIDM

Así, el usuario se ve inmerso en un marco de trabajo recreativo donde puede seleccionar un IIDM de su interés, interactuar y posteriormente dirigirse - si así lo desea – a otro IIDM que presente otro concepto matemático, sin que sea necesario abrir otro programa ni cambiar de interfaz del usuario (López Morteo y López Mariscal, 2000).

La concepción modular del SIIDM permite que éste pueda crecer libremente y perfeccionarse a través del tiempo, ya que cada IIDM es independiente entre sí, permitiendo que fácilmente se actualicen, incorporaren o reemplacen IIDMs, sin afectar la operación del SIIDM. El SIIDM define un ambiente que contiene un conjunto de IIDMs independientes entre sí, clasificados por secciones del conocimiento matemático. En resumen el SIIDM es un sistema computacional que apoya la enseñanza de conceptos matemáticos y propone a los estudiantes una manera más entretenida de lograr sus objetivos educativos.

La distinción entre un sitio *Web* y este SIIDM es muy sutil. Se refiere en esencia al contenido que guardan las páginas y la forma de distribuirlas. Ciertas páginas se utilizan para facilitar la navegación y el acceso a los IIDMs. El SIIDM puede emplear un Servidor Web para distribuir los IIDMs a los navegadores. Es importante notar que la arquitectura de un SIIDM bajo esta forma de distribución es semejante a la descrita en la sección 2.3. para los sitios *Web*. Otra forma de operar del SIIDM es utilizar la estructura de archivos del sistema operativo cliente para repartir los IIDMs al navegador. Esto último abre la posibilidad de que el SIIDM pueda operar desde un medio de almacenamiento externo (por ejemplo *CDROM*).

El SIIDM debe ser diseñado tratando de mantener la mayor independencia entre el contenido y la interfaz. El desarrollo del contenido, con poca o ninguna dependencia de los métodos de presentación, permite cambiar la presentación visual de la información sin requerir realizar cambios en el contenido y viceversa. Con este esquema será sencillo conservar siempre actualizados los aspectos visuales y la información del SIIDM.

V.1 La interfaz del usuario del SIIDM

La interfaz del usuario del SIIDM se constituye básicamente por la disposición visual, la estructura de las páginas y el navegador. El navegador actúa como una interfaz del usuario genérica que tiene a disposición una serie de herramientas que permiten navegar y moverse libremente a través de las páginas HTML. Además en su interior, se establece una interfaz específica definida por el contenido de cada página interpretada. Es precisamente en esto último donde el diseño de la interfaz del SIIDM debe concentrarse.

Los dos elementos más importantes que conforman la interfaz del SIIDM son la estructura de navegación y el diseño gráfico. Aunque la navegación se intercepta con el diseño visual se tratarán separadamente para facilitar su exposición. La importancia de la estructura de navegación radica en la facilidad y rapidez de movimiento que debe tener el usuario; la función, el diseño gráfico y el contenido se vuelve irrelevante si la condición anterior no se cumple (Powell, 1998).

V.1.1 Diseño de navegación

Existen tres estructuras de navegación en cada documento del SIIDM. La primera, la componen los enlaces de hipertexto que suministran referencias a otros documentos dentro del SIIDM. La segunda se refiere a la estructura de navegación propia del SIIDM, que representa los elementos inmersos dentro de los documentos que son especialmente diseñados para manipular la estructura de la información y contribuyen grandemente a la calidad de la presentación. Por último, se tienen los controles de navegación del propio navegador (*browser*) que permiten al usuario, entre otras cosas, moverse libremente hacia adelante o hacia atrás (con los botones *Back* y *Forward*) de acuerdo al lugar donde se encuentran, además son independientes del contenido de las páginas.

La idea principal es desarrollar una estructura de navegación que los usuarios puedan seguir fácilmente sin perderse, bajo un esquema lo suficientemente flexible que permita moverse libremente a través del SIIDM. Cuando se navega, es necesario minimizar el número de pasos requeridos. Una buena estrategia es plantear una estructura de navegación con las siguientes características:

- Definir una página principal desde la cual se puedan alcanzar de manera directa o indirecta todas las páginas del sistema.

- Diseñar páginas de contenido que brinden a los usuarios un sentido de localización dentro del SIIDM y les permitan moverse rápidamente hacia la sección deseada.

- Profundidad de navegación no mayor a 3 niveles.

- Establecer mecanismos de navegación que tengan sentido lógico para el usuario, orientados a facilitar el acceso directo a las categorías o secciones.

- Usar una organización que permita proporcionar un conjunto consistente de enlaces de navegación en cada página.

- Evitar los callejones sin salida.

Si el usuario no puede construir un modelo mental del SIIDM, entonces no será capaz de navegar con facilidad.

V.1.2 Diseño gráfico

Aunque los aspectos de diseño gráfico de la interfaz del usuario del SIIDM no pueden considerase dentro del dominio de la ingeniería, no se deben tratar con ligereza o renunciar a la responsabilidad con la argumentación de que se trata de una disciplina artística. La meta del diseño visual del SIIDM es asegurar que coexistan la información y los esquemas de navegación, de tal manera que se logre una presentación atractiva del SIIDM para el usuario final.

Aunque es difícil proponer reglas rígidas y rápidas para el diseño visual, se plantean ideas generales que pueden ayudar a comunicar el mensaje y no sólo a decorarlo.

Desde un punto de vista visual, el diseño gráfico cae dentro de tres categorías: ilustrativo, fotorealista y tipográfico (Powell, 1998). Para este trabajo se optó por el primero, que se basa en el uso de iconos o metáforas para comunicarse con el usuario. Los iconos representan una acción de manera gráfica.

Entre los beneficios que puede aportar un diseño ilustrativo en la construcción de la interfaz del SIIDM destaca el tamaño pequeño de los archivos de las imágenes, debido a que generalmente se trata de imágenes simples y con poca o ninguna degradación aún en equipos con soporte de colores limitados.

Una vez establecido el enfoque del diseño, se debe crear el bosquejo principal (*layout)* del SIIDM. Es importante elaborar una serie de bosquejos donde se planteen las diferentes ideas sin comprometer demasiado tiempo y recursos. Al finalizar esta etapa se pretende que se tenga definido el bosquejo principal que será la base de la presentación visual de todos los componentes de la interfaz del SIIDM.

Para asegurar un diseño gráfico consistente, estilo regular, y que tenga la posibilidad de actualizar múltiples páginas simultáneamente, se recomienda desarrollar plantillas (*Templates*), y crear bibliotecas (colecciones de elementos) que se puedan utilizar en todo el SIIDM.

V.2 Estructura del SIIDM

Para asegurar un esquema sencillo de administración y mantenimiento de los archivos del SIIDM, se recomienda crear una estructura de archivos jerárquica que se adapte fácilmente a su crecimiento y evolución, con un esquema consistente y lógico de nombramiento de archivos. Así, también a todos los archivos se les asignan nombres utilizando sólo minúsculas (algunas veces será necesario romper este esquema con los nombres que el diseñador de *Java* le asigne a su *Applet*), para evitar problemas que frecuentemente ocurren cuando el ambiente de producción es diferente al ambiente final de operación.

Cada sección del SIIDM deberá ingresarse en un subdirectorio en la estructura de archivos. A su vez cada IIDM debe estar contenido en su propio subdirectorio dentro de misma estructura.

VI Desarrollo del Prototipo Fibonacci

En el marco determinado para el desarrollo del SIIDM se encuentra el primer prototipo denominado Fibonacci. Su nombre hace honor al famoso matemático y calculista italiano Leonardo de Pisa que vivió en los siglos XII y XIII, mejor conocido como Fibonacci (Fibonacci – una contracción de *filius Bonacci*, es decir hijo de Bonacci), recordado por su obra *Liber abbaci* (Libro acerca del ábaco, 1202 y 1228) que contiene gran parte del conocimiento aritmético y algebraico de su época. La bien conocida *serie de Fibonacci* surge como solución al llamado problema de los conejos: *paria coniculorum*. El enunciado del problema dice así: ¿Cuántos descendientes produce una pareja de conejos en un año?

El contenido de Fibonacci está relacionado con los conceptos matemáticos que se estudian a nivel Secundaria en México, pero de ninguna manera está dirigido exclusivamente a los estudiantes de ese nivel, sino a toda persona que desee incursionar en las matemáticas de una manera diferente a la tradicional. Se pretende que el estudiante no solamente utilice los procedimientos y técnicas aprendidas en la escuela, sino también aquellos cuyo descubrimiento y solución requieren de la curiosidad y de una imaginación creativa.

Fibonacci se construyó siguiendo el ciclo de vida iterativo propuesto en la sección 2.3; este consiste básicamente en tres iteraciones: en la primera se planteó como meta la construcción del primer SIIDM en conjunto con el desarrollo de los primeros IIDMs utilizando las tecnologías *Java*, *JavaScript* y *HTML* dinámico. La segunda se centro en crear más IIDMs para Fibonacci. En la tercera se cambió la interfaz del usuario de Fibonacci y se pulieron los IIDMs creados.

VI.1 Primera Iteración

En esta iteración se plantea la construcción del primer SIIDM basándose en las especificaciones dadas en el capítulo 5, estableciendo el marco que contendrá los primeros IIDMs desarrollados.

Fibonacci propone como estrategia evitar los nombres relativos a las áreas de las matemáticas para impedir desde el principio choque con el SIIDM. El programa de educación básica Secundaria establece que los tres temas centrales de las matemáticas son Aritmética, Geometría y Álgebra (SEP 1998). Con base en lo anterior Fibonacci establece tres secciones: Fibonacci 1 (aritmética), Fibonacci 2 (geometría) y Fibonacci 3 (álgebra).

Fibonacci 1 tiene como objetivo que el estudiante pueda disfrutar de una gama de IIDMs relacionados con los conceptos fundamentales de la aritmética. Fibonacci 2 presenta los IIDMs orientados a apoyar la enseñanza de los conceptos fundamentales de la geometría y Fibonacci 3 contiene los IIDMs relacionados con los conceptos algebraicos.

El desarrollo de Fibonacci empezó con el diseño de la interfaz del usuario (ver figura 5). El esquema de navegación de la interfaz es una combinación entre los esquemas de navegación orientada a la izquierda y orientada a la parte superior. La navegación de la izquierda permite descender en la estructura jerárquica de la información y la superior se utiliza para ascender sobre la misma estructura jerárquica o ir directamente a la página principal. También posee un elemento de navegación adicional que permite ir directamente al IIDM seleccionado. Adicionalmente, cada página en su interior puede contener enlaces a otros IIDMs relacionados.

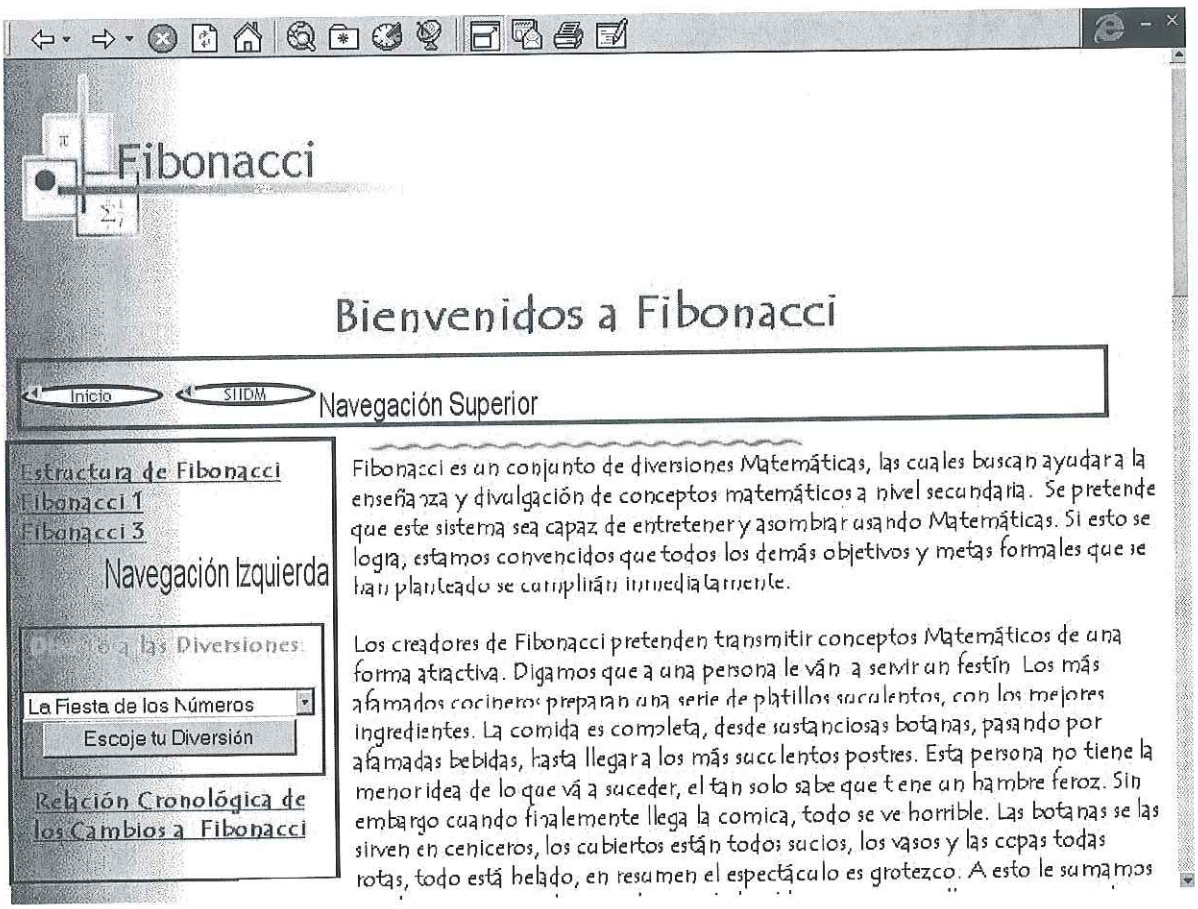


Figura 5. Primera interfaz del usuario de Fibonacci

El diseño gráfico de la primera interfaz del usuario de Fibonacci se creó utilizando los temas que proporciona el *FrontPage 98.* Estos temas se pueden utilizar para establecer los elementos visuales atractivos sin tener que invertir demasiado tiempo en ello.

El diseño gráfico de Fibonacci se obtuvo después de modificar y personalizar varios temas del *FrontPage 98* hasta lograr un esquema gráfico (*layout)* que cumpliera con las expectativas; para esto se utilizó la herramienta *Theme Designer* del *Software Development Kit* (SDK) de *FrontPage 98* (Microsoft, 1998), la cual permite agregar o personalizar un tema. Lo primero que se construyó con el esquema gráfico (*layout*), fue la página principal que representa la carta de presentación al usuario al entrar a Fibonacci (ver figura 5).

Una vez creada la interfaz del usuario de Fibonacci, se procedió a desarrollar la estructura de archivos que actuaría como contenedor de los primeros IIDMs de Fibonacci. La figura 6 muestra la estructura final de Fibonacci al concluir la primera iteración.

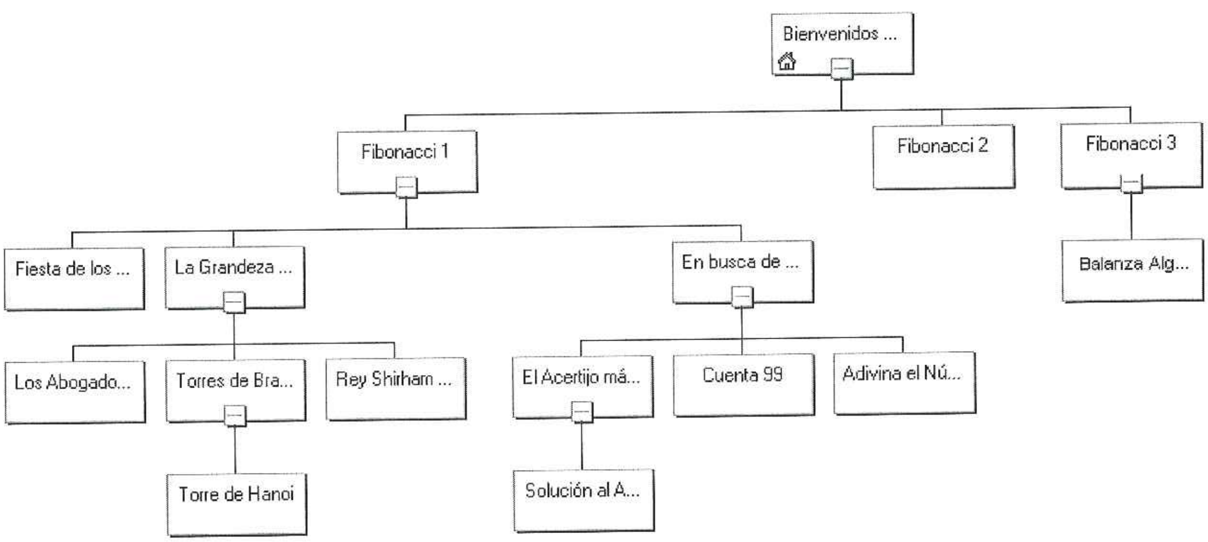


Figura 6. Estructura de Fibonacci después de la primera iteración

En Fibonacci 1, los IIDMs están agrupados en tres secciones: la fiesta de los números, la grandeza de los números y en busca de bellas artes.

La Fiesta de los Números

La Fiesta de los Números es una historia original creada por Gilberto López, que relata la problemática que enfrentan el número uno, el dos y el tres al tratar de organizar la fiesta del siglo donde invitarán a todos los números; el primer problema es determinar cuántos invitados van asistir a la fiesta y qué salón van a utilizar. La planeación resulta apasionante y lleva al lector por varias situaciones que lo hacen reflexionar sobre las propiedades fundamentales de los números.

Para transformar el IDM a un ambiente de cómputo se aprovechó el lenguaje *HTML*, con lo que resultó el IIDM" llamado "La Fiesta de los números. Este se conecta a las historias de la grandeza de los números a través de un enlace especial, ya que durante el cuento se cita que los números han escuchado leyendas apasionantes sobre números gigantescos.

La grandeza de los Números

Una de las cosas que más sorprende es que la gente tenga tan poca noción de las cantidades que representan los números. Por ejemplo, si le preguntaran a alguien cuánto es un millón de segundos, la respuesta intuitiva es imaginarse que se trata de una cantidad enorme de tiempo. Pero ¿cuánto es en verdad? Si se realizan los cálculos se tiene que un millón de segundos son aproximadamente, 11 días. Pero mil millones de segundos son cerca de 32 años. La diferencia entre un millón y mil millones es gigantesca.

Es por esta razón que se ha creado un apartado especial, dentro de la sección Fibonacci 1, para agrupar exclusivamente los IIDMs que ejemplifican como se puede llegar a números realmente grandes a partir de un enunciado muy sencillo; es así como surge: "la grandeza de los números", la cual se compone de tres IIDMs, que son: Los abogados y los números, torres de Brahma y El Rey Shiram y el Ajedrez.

Los Abogados y los Números

Este IDM es la historia de dos abogados que decidieron jugar un juego en el cual gana el que nombra el número más grande. "Bien" dice uno de ellos, "nombra tu número primero". Después que transcurrieron algunos minutos de un gran esfuerzo mental, el segundo abogado finalmente menciona el número más grande que logró pensar. "Tres", dice él. Ahora era el turno del otro, pero después de transcurrir un cuarto de hora, finalmente se rindió y dijo "¡Ganaste!"

Esta historia parece una intriga maliciosa que no puede suceder en la realidad. Pero esto no es del todo cierto, la tribu de los Hottentots en África no tienen en su vocabulario nombres para números más grandes que tres. Si le preguntáramos a un nativo de esa región, ¿cuántos hijos tiene? O ¿cuántos enemigos ha matado? Y si el número es mayor que tres, contestará "muchos". Así, en el arte de contar, el más fiero guerrero de los Hottentots pudiera ser abatido por niños que comienzan en la escuela preescolar, quienes presumen la habilidad de contar hasta diez. Este IDM evolucionó a IIDM utilizando el lenguaje HTML.

Torres de Brahma

Es una leyenda que fue tomada del libro Historias de las matemáticas y algunos problemas (Mataix, 1986) donde a su vez se señala fue obra De Parville, publicada en la revista "La Nature" de 1884. La leyenda, por su ingenio y belleza, se considera un buen IDM que puede ser de gran ayuda para explicar números inmensos, pero a fin de cuentas números finitos.

Este IDM se colocó en un ambiente de cómputo utilizando el lenguaje HTML para construir el IIDM. El IIDM esta diseñado para que el usuario pudiera responder la siguiente pregunta: ¿Cuánto es el tiempo mínimo que le tomará a los monjes transferir los 64 discos de una aguja a otra? Con el fin de ayudar al estudiante a contestar esta incógnita el IIDM se conecta a través de un hiperenlace al IIDM Torres de Hanoi, donde el usuario puede probar sus teorías.

Torres de Hanoi

Las Torres de Hanoi es un juego creado por el profesor Edouard Lucas y vendido como juguete en 1883 (Mataix, 1986). El juguete se compone de un tablero con tres varillas, una de ellas contiene 8 discos de diámetros cada vez menores y las otras dos están vacías (ver figura 7). El juego se trata de transferir los 8 discos a una de las dos varillas vacías, con el menor número de movimientos, moviendo un disco a la vez y sin colocar jamás un disco encima de otro menor.

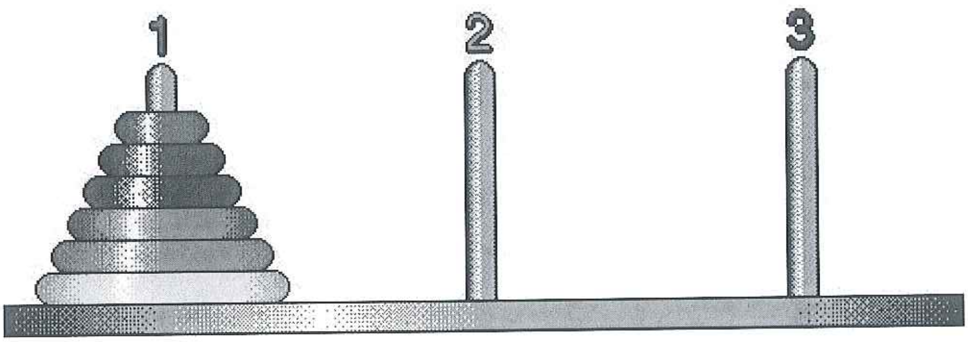


Figura 7. Torres de Hanoi

El desarrollo del IIDM Torres de Hanoi se realizó sobre un *Applet de Java* que cumple con las reglas del juego (ver figura 8); en otras palabras, sólo puede moverse un disco a la vez. El usuario puede definir el número de discos con los que quiere jugar. Con el ratón puede mover los discos entre las agujas.

El IIDM señala cuantos movimientos mínimos se requieren para mover el número de discos seleccionado y siempre notificar al usuario cuantos ha realizado; al finalizar la tarea, debe notificar cuantos movimientos hizo de más, de otra manera debe felicitarlo.

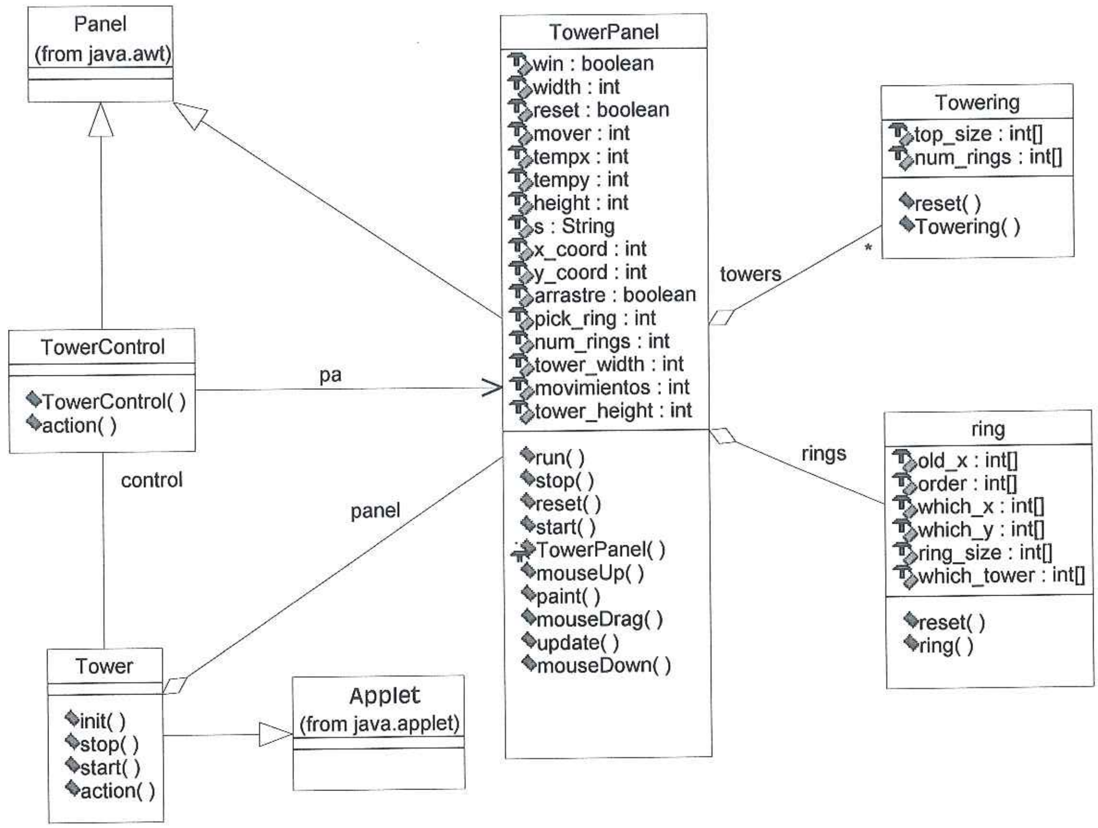


Figura 8. Diagrama de objetos de Torres de Hanoi

El rey Shiram y el Ajedrez

En la leyenda de El Rey y el Ajedrez tomada de Perelmán (1965) presenta una nueva víctima de la Grandeza de los Números. La leyenda relata como un rey se comprometió a darle al inventor del juego la recompensa que deseara.

El premio que el inventor del ajedrez pidió fue: un grano de trigo por el primer cuadro, dos por el segundo, cuatro por el tercero, ocho por el cuarto y así hasta el último cuadro, duplicando la cantidad de granos por cada cuadro.

Dice la leyenda que tal cantidad de trigo pareció tan poca para el rey que se enfureció con el inventor, pensando que había despreciado su generosidad. Ordenó a los sabios de su corte calcular la cantidad de granos y entregárselos al inventor, pero después de realizar los cálculos, los sabios determinaron que el rey no podría recompensar al inventor.Esta leyenda ilustra como puede ser uno presa fácil de la grandeza de los números; es muy útil para apoyar la enseñanza de la notación exponencial y como estos números crecen rápidamente. Este IDM se convirtió a IIDM utilizando el lenguaje HTML.

En Busca de Bellas Artes

Los ejercicios y la práctica se han aplicado durante la historia de la enseñanza matemática, sobre todo para el aprendizaje de la aritmética. Casi todo el mundo admite que es necesaria la práctica, de una forma u otra, argumentando que la "práctica hace al maestro". Si reflexionamos un poco sobre nuestros propios años en la escuela básica, nos daremos cuenta que la mayoría del tiempo que le dedicamos a la aritmética se ocupaba en resolver páginas enteras de problemas similares, en los que sólo variaban las cantidades; esta tarea resultaba tediosa y aburrida. Para evitar lo anterior, se diseño lo que en Fibonacci 1 se llama en Busca de Bellas Artes donde se conjuntan los IIDMs: el acertijo más antiguo, cuenta 99 y adivina el número, para apoyar la ejercitación de la aritmética y proponer una forma de hacerla más divertida.

Acertijo más antiguo

El acertijo matemático más antiguo del cual se tiene conocimiento data del año 1850 AC y es un papiro egipcio conocido como el papiro de Rhind. A continuación presentamos nuestra versión en español:

"Al dirijirme a las Rosas me crucé con un señor con siete esposas. Cada esposa traía siete sacos, en cada saco venían siete gatos, cada gato tenía siete cachorros. Contando personas, sacos, gatos y cachorros suman chorros. Ahora me pregunto: ¿En total cuántos van a las Rosas?".

Este acertijo ilustra muy bien como podemos ser presas de tratar de resolver un problema sin haber entendido lo que se pregunta. Por esta razón se considera como un buen IDM. Este IDM se transformó a IIDM utilizando en lenguaje HTML. Además proporciona un enlace a la solución del acertijo que el usuario en cualquier momento puede revisar.

Cuenta 99

El IIDM cuenta 99 se basa en el juego Suma y llega a 99 donde participan dos personas; las reglas del juego son simples: Un jugador menciona un número entre 1 y 9, el otro también escoge su número y se suma al del primer jugador. En la segunda ronda el primer jugador vuelve a mencionar otro número y lo adicionan al resultado anterior. El procedimiento continúa hasta que uno dé los dos jugadores seleccione un número que, sumado a los anteriores, de en total 99; quien lo haga, gana el juego.

Este juego es un buen IDM por que tienen un método que asegura el triunfo del jugador; la idea es que el estudiante lo descubra, una vez que lo logre el juego se convierte en trivial y siempre le gana a su oponente. En el IIDM Cuenta 99, se compite contra la computadora. El IIDM consta de dos tableros con números entre 1 y 9, el lado izquierdo pertenece al jugador y el derecho a la computadora.

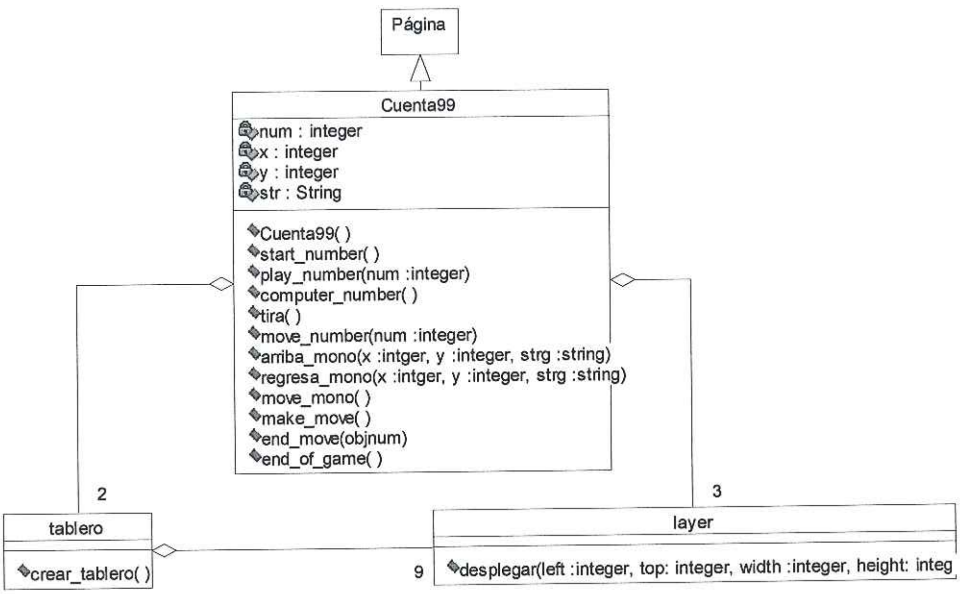


Figura 9. Diagrama de objetos de Cuenta 99

La codificación del IIDM se realizó utilizando HTML dinámico (ver figura 9). Permite que el usuario seleccione el número de su tablero con sólo hacer un clic sobre el número. Después espera que la computadora seleccione su número y tire; esto se ilustra utilizando un personaje que sube al tablero de la computadora y selecciona un número y tira. Además siempre, indica quien sigue de tirar, la computadora o el jugador. También siempre se presenta la suma total.

Adivina el número

El juego de **Adivina el Número** consiste en encontrar el número oculto entre 1 y 9 que tiene escondido la computadora. Durante el juego se registra el número de intentos y se proporcionan pistas para ayudarte a encontrar el número escondido.

La idea es presentar al estudiante un juego donde ellos mismos generen sus propias estrategias para encontrar más rápido el número escondido, tarde o temprano aplicará el concepto de búsqueda binaria sin darse cuenta. Este IIDM fue desarrollado usando formas en *HTML* y *JavaScript* (ver figura 10).

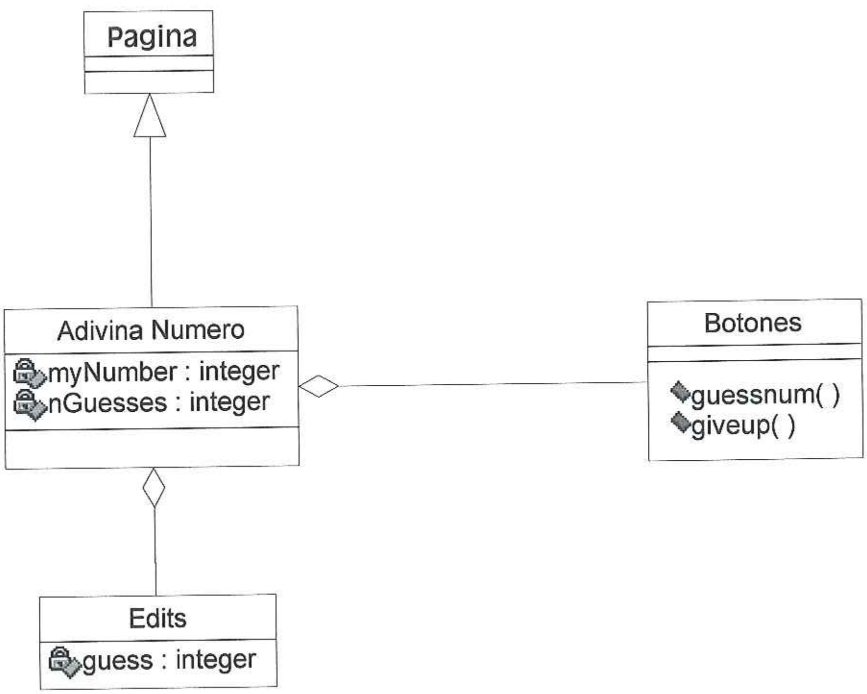


Figura 10. Diagrama de objetos de Adivina el número

Balanza Algebraica

Este IIDM fue desarrollado utilizando HTML dinámico (ver figura 11). Su objetivo es formular una ecuación lineal y un tablero con 5 respuestas posibles. El usuario simplemente tiene que hacer un clic con el apuntador del ratón en la respuesta que "cree" es la correcta, en ese momento el IIDM le notifica sí acertó o falló. En caso de fallo inmediatamente le anuncia la solución e incrementa el número de fallos. En caso contrario lo felicita y aumenta el número de aciertos en uno. Acto seguido formula otra ecuación lineal. El usuario siempre tiene a su disposición la cantidad de aciertos y fallos, asimismo en cualquier momento puede abandonar el IIDM.

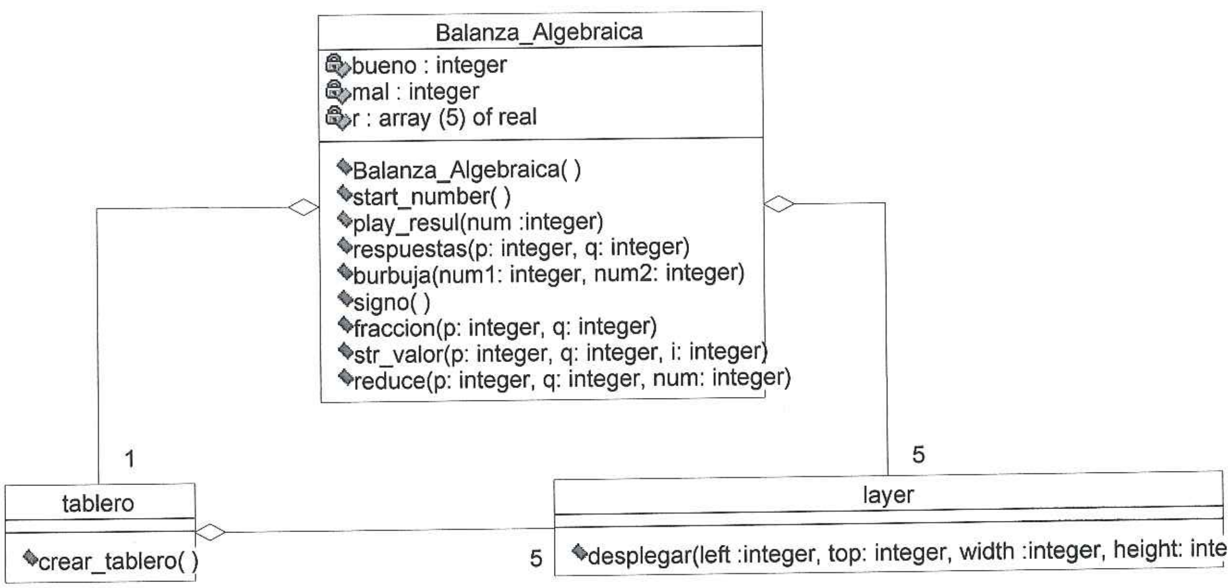


Figura 11. Diagrama de objetos de la Balanza Algebraica

VI.2 Segunda iteración

En esta iteración se construyen dos IIDM nuevos Aritmen y Taraceados. Además se realizó la adaptación de dos: *Java Applet* de otros autores: Pitágoras Interactivo y Aritmética 24.

Aritmem

Aritmem es un memorama aritmético que, a diferencia de los memoramas tradicionales, al reverso de las cartas tiene las operaciones aritméticas y sus resultados. El juego consiste en tener todas las cartas sorteadas y volteadas. Cada jugador en su turno voltea dos cartas; si las cartas empatan, se recogen y se vuelve a intentar encontrar otro par de cartas, así continua hasta que se falle (se vuelven a voltear las cartas). Después el otro jugador intenta encontrar los pares de las cartas. Al final gana quien tenga más cartas en su poder.

El IIDM Aritmem es un *Java Applet* (ver figura 12). Este IIDM está diseñado para jugarse por un sólo jugador. La meta es descubrir todas las cartas que aparezcan en el tablero. Se premian las respuestas correctas descubriendo el par de cartas que cotejaron; una vez que esto pasó se le presenta al jugador una fracción de la imagen que se oculta detrás de todas las cartas. En caso contrario, las cartas se vuelven a voltear. Este IIDM se basa en las ideas centrales de la corriente conductista. El usuario siempre tiene una retroalimentación inmediata de sus respuestas. Además, ofrece tres niveles de complejidad:

novatos, intermedio y expertos, donde la dificultad de las operaciones se va ajustando al nivel seleccionado.

Para voltear un par de cartas, se apunta en la carta deseada con el cursor del ratón, y automáticamente se voltearan mostrando las operaciones de aritmética o los resultados. Cuando se volteen las dos y no cotejen, las cartas vuelven a su posición original. En caso contrario, aparece una fracción de la imagen oculta.

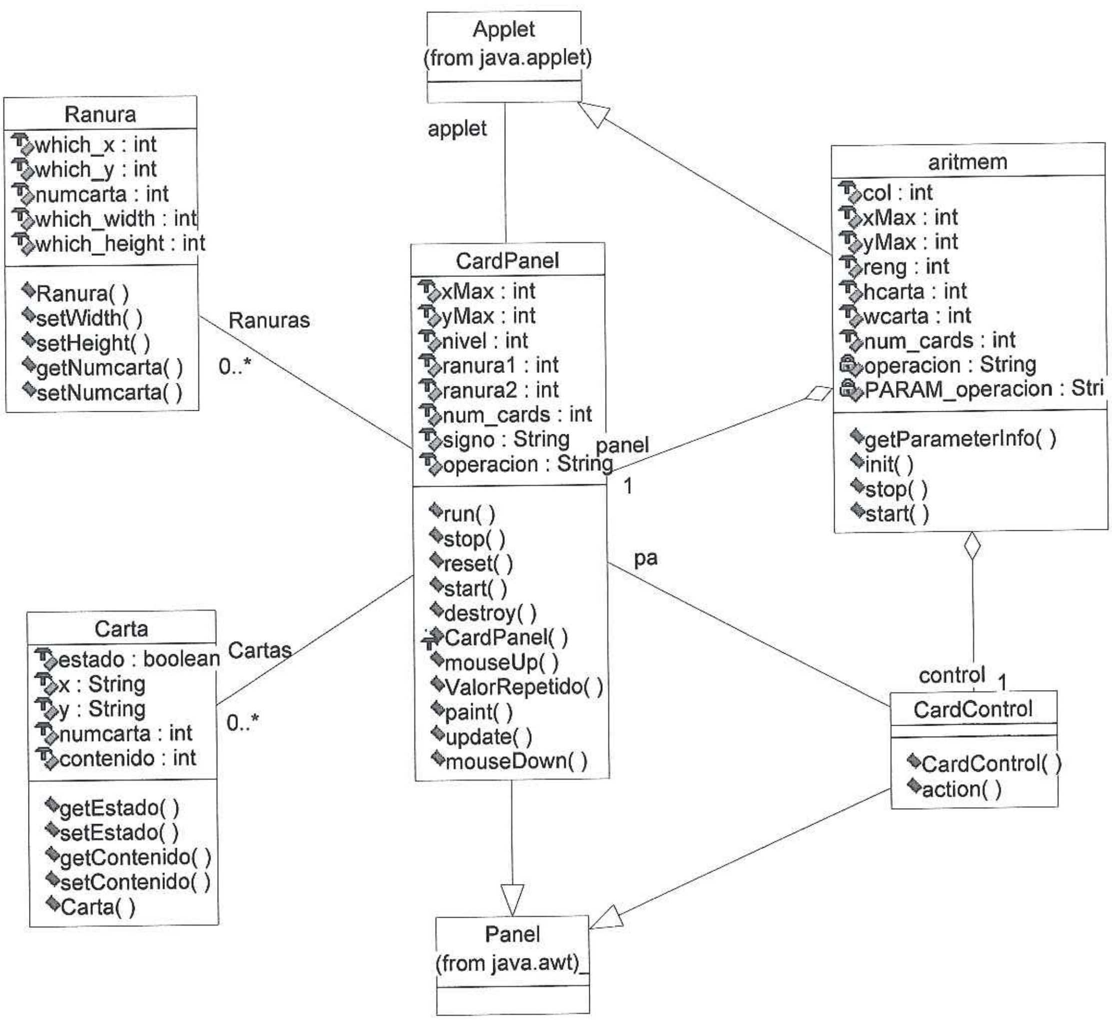


Figura 12. Diagrama de objetos de Aritmem

Taraceados

El famoso experimento del paralelogramo de Wertheimer (1959), descrito en Resnick y Ford (1990), trata de un ensayo donde Wertheimer relata sus experiencias al entrar en un aula donde se estaba enseñando a los estudiantes a calcular el área de un paralelogramo. El método que estaban utilizando consistía en trazar una perpendicular desde el ángulo superior izquierdo hasta la base para calcular la altura del paralelogramo. Luego tenían que medir la línea trazada, y multiplicarla por la longitud de la base para encontrar la solución (ver figura 13).

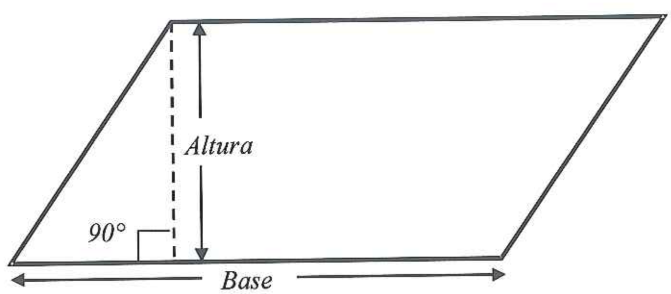


Figura 13. Algoritmo normal para el cálculo de áreas de un paralelogramo

Los alumnos estaban calculando con éxito las áreas de las figuras de práctica. Entonces Wertheimer salió enfrente de la clase y planteó el paralelogramo que se muestra en la figura 14, que es exactamente igual al de la figura 13, pero puesto de lado (Resnick y Ford, 1990).

Los estudiantes reaccionaron de formas diferentes. Algunos señalaron que no se les había enseñado a resolver ese tipo de problemas; otros mencionaron que el algoritmo de base por altura no se podía aplicar a este tipo de figura. Hubo quienes se negaron a plantearse el problema.

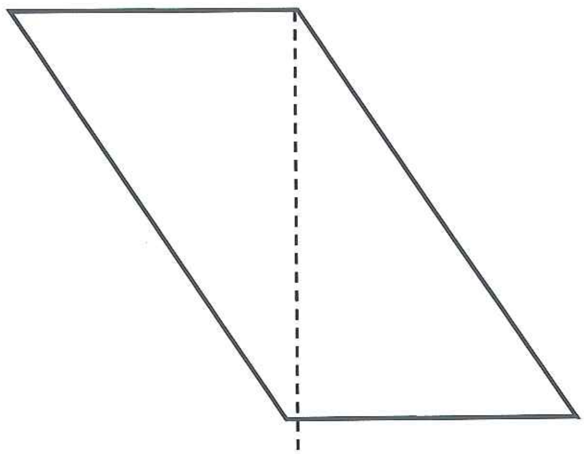


Figura 14. Paralelogramo de Wertheimer

La relación del algoritmo de cálculo del área con el paralelogramo no es tan evidente; no lo es, por lo menos, desde el punto de vista de su impacto perceptual. Wertheimer quería demostrar que el estudiante que aprendía el algoritmo para calcular el área sin comprender los principios en que se basaba, se limitaba a seguir ciegamente las reglas marcadas por el método.

A raíz de esta problemática se planteo la creación de un IIDM en lenguaje *Java* (ver figura 15) que fuera un buen instrumento para la enseñanza de la naturaleza fundamental del cálculo de áreas. La idea del aprendizaje de cálculo de áreas debe ser vista como una estructura perceptual de adiciones y substracciones de áreas de figuras elementales.

Es así como surge IIDM Tesalones, una diversión matemática que parte de la creación de un dibujo de un rectángulo o cuadrado (figura base). El usuario puede realizar modificaciones sobre la figura base tanto verticales como horizontales. Estas modificaciones comienzan a presentarse como una serie de huecos y trozos añadidos que llenan perfectamente el hueco que se está realizando. Al finalizar el usuario puede generar automáticamente un mosaico de la figura modificada y el resultado es una figura con exactamente la misma área que el original.

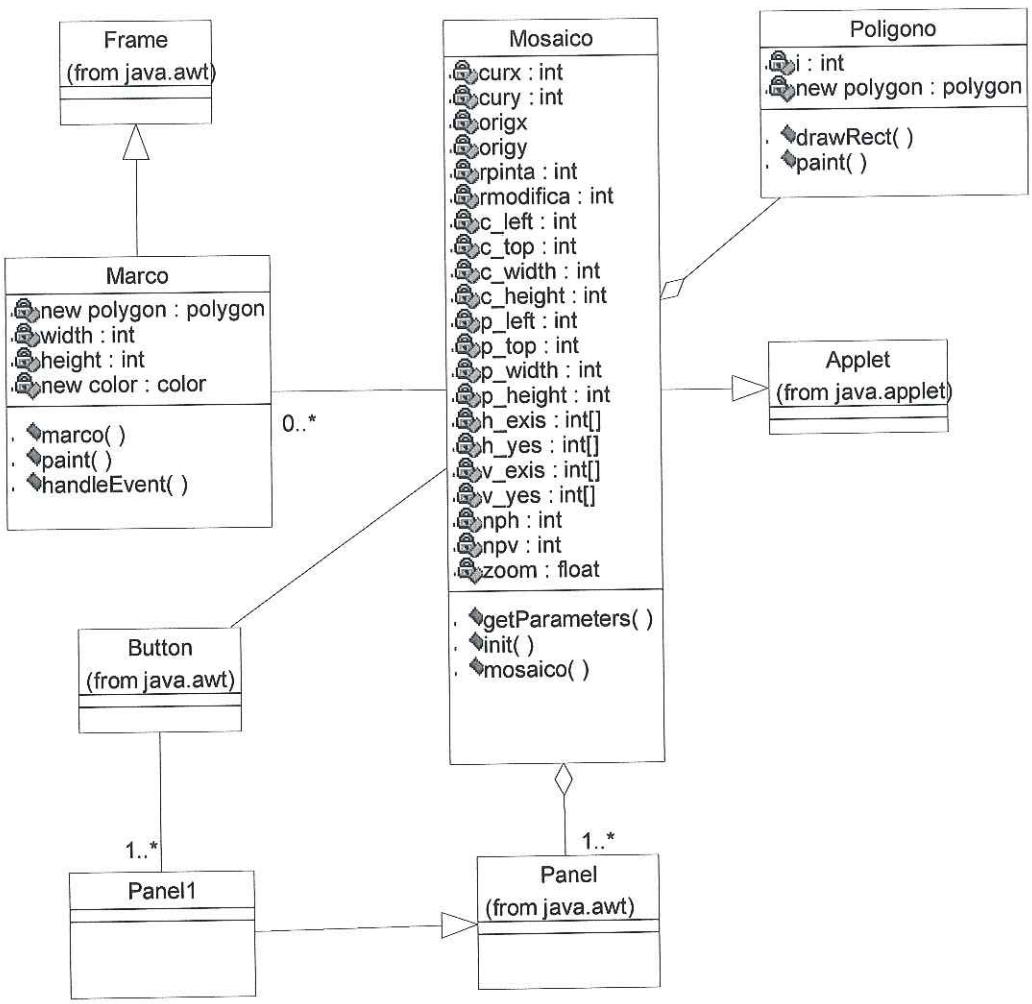


Figura 15. Diagrama de objetos de Taraceado

Pitágoras Interactivo

Según los "*Guinnes records*", ninguna proposición matemática ha sido probada más veces y de formas más diversas que el Teorema de Pitágoras (ver figura 16). Existe un libro editado en 1940 que contiene 370 demostraciones diferentes del Teorema de Pitágoras. En Fibonacci contiene un IIDM que realiza una demostración de la prueba propuesta por Euclides, en su famoso libro de Geometría: "Los Elementos", que en sí es una de las más conocidas.

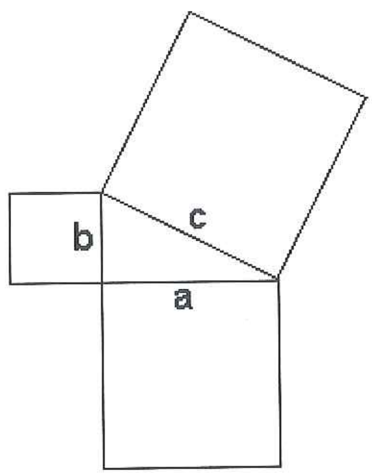


Figura 16. Teorema de Pitágoras $c^2 = a^2 + b^2$

El IIDM Pitágoras Interactivo es una adaptación del *java Applet* desarrollado por Jim Morey (ver figura 17). La idea fundamental del IIDM es permitir que el usuario defina un triángulo, para ilustrarle paso a paso la demostración del teorema sobre el triángulo definido. A diferencia de otras demostraciones del teorema que sólo corren una secuencia concreta sin permitir intervenciones posibles, Pitagóras Interactivo permite que el usuario defina el tipo de triángulo sobre el cual se va aplicar la demostración del teorema. Además, el usuario puede moverse libremente hacia enfrente o hacia atrás en la demostración, para apreciar mejor que ocurrió cuando realizó el siguiente paso. Esto abre la posibilidad de que el usuario compruebe, que no importa que tan diferente sea el triángulo siempre se cumple el Teorema de Pitágoras.

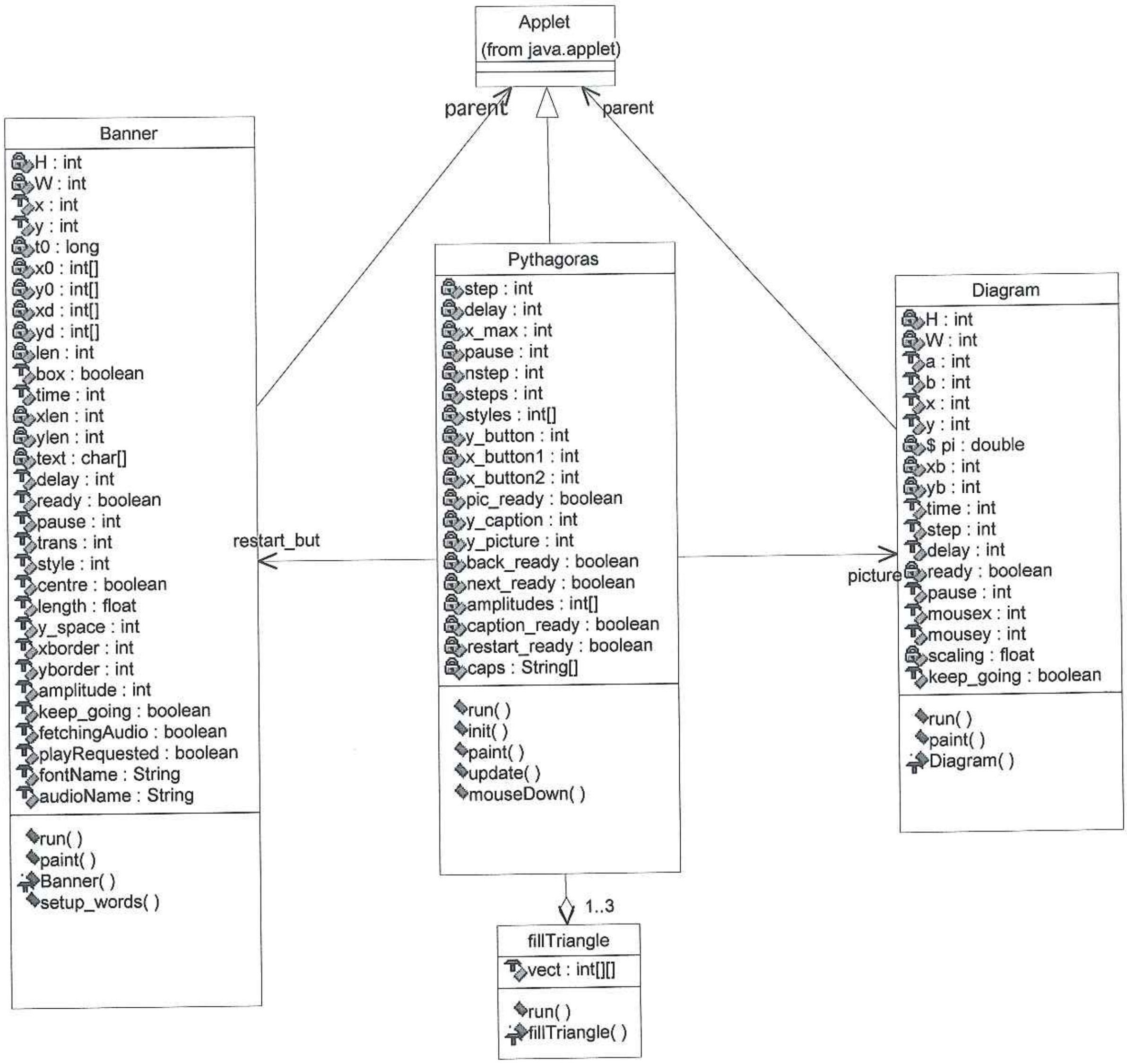


Figura 17. Diagrama de objetos de Pitágoras

Aritmética 24

Aritmética 24 es un juego de cartas tradicional chino; lo juegan tanto adultos como niños. En este juego al participante se le dan 4 cartas de una baraja. Su trabajo es usar el número de cada carta para calcular el número 24. El jugador puede y debe aplicar cualquier combinación de las operaciones aritméticas: adición, substracción, multiplicación y división para alcanzar la meta. El jugador deberá alcanzar la solución lo más rápido posible para obtener el puntuaje más alto.

El IIDM que Fibonacci presenta fue una adaptación del *Java Applet* desarrollado por Huahai Yand y Jun Zheng (ver figura 18). Este IIDM está diseñado para jugarse por un sólo jugador. La meta es formar una expresión aritmética arrastrando las cartas y operadores a las ranuras, logrando que el resultado sea igual a 24.

En el IIDM Aritmética 24 se aplican las ideas centrales de los conductistas: El usuario ejercita y práctica las operaciones fundamentales de la aritmética. El premio que recibe es un puntuaje a favor. En caso contrario, recibe un puntuaje negativo. Además, el sistema tiene dos botones, el primero sirve para que el usuario pueda probar su respuesta antes de que se le termine el tiempo. Si el tiempo, de acuerdo al nivel seleccionado, no se ha terminado la máquina le notifica que la solución propuesta no es correcta y lo deja continuar. En caso de haberse cumplido el tiempo, el IIDM retroalimenta inmediatamente la respuesta correcta ilustrando la solución.

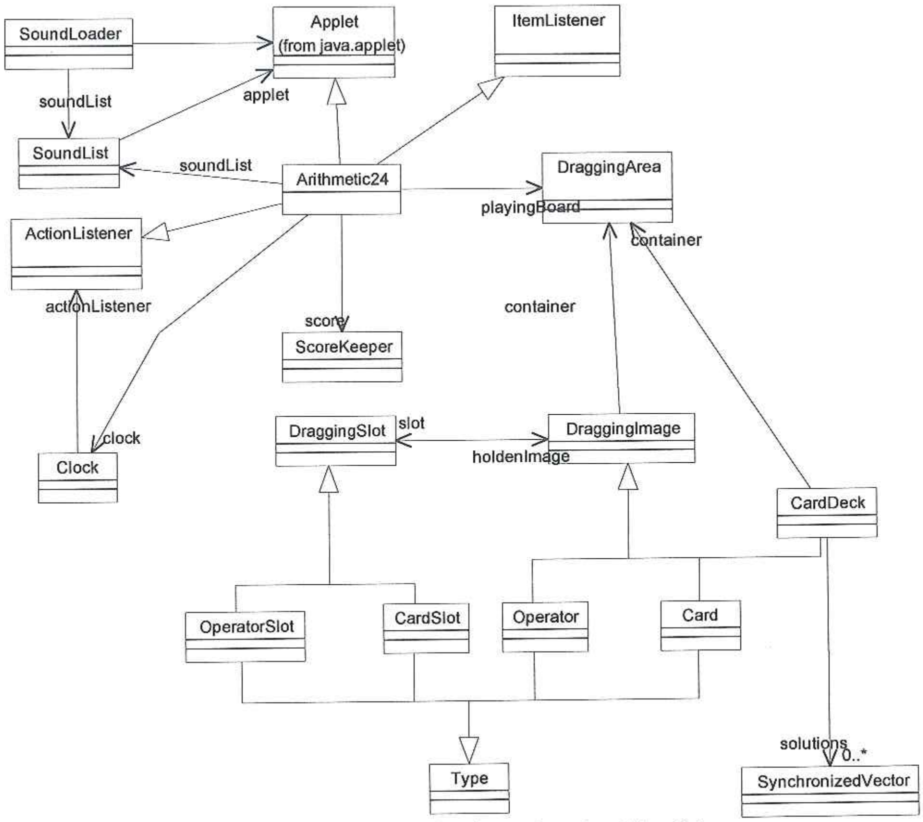


Figura 18. Diagrama de clases de aritmética 24

Maneja tres niveles de complejidad: principiantes, donde se tienen 2 minutos para dar la solución; intermedio, donde el jugador tiene 1.5 minutos, mientras que en el nivel de experto sólo se le da 1 minuto para realizar el trabajo.

El puntuaje es un valor que se determina por la respuesta, el tiempo de respuesta y el nivel seleccionado. El puntuaje aumenta cuando se obtiene la respuesta correcta, de otra manera disminuye. Si la respuesta es rápida el puntuaje será mayor. En el nivel de experto es donde se obtienen mayores puntuajes cuando la respuesta es correcta, pero se pierde mayor puntuaje cuando se comete algún error.

Puede presentarse el caso que con las cartas que le tocaron no se pueda llegar a la solución, para esto el IIDM proporciona un botón especial donde puede seleccionar que no hay solución.

La estructura de Fibonacci después de esta segunda iteración se muestra en la figura 19.

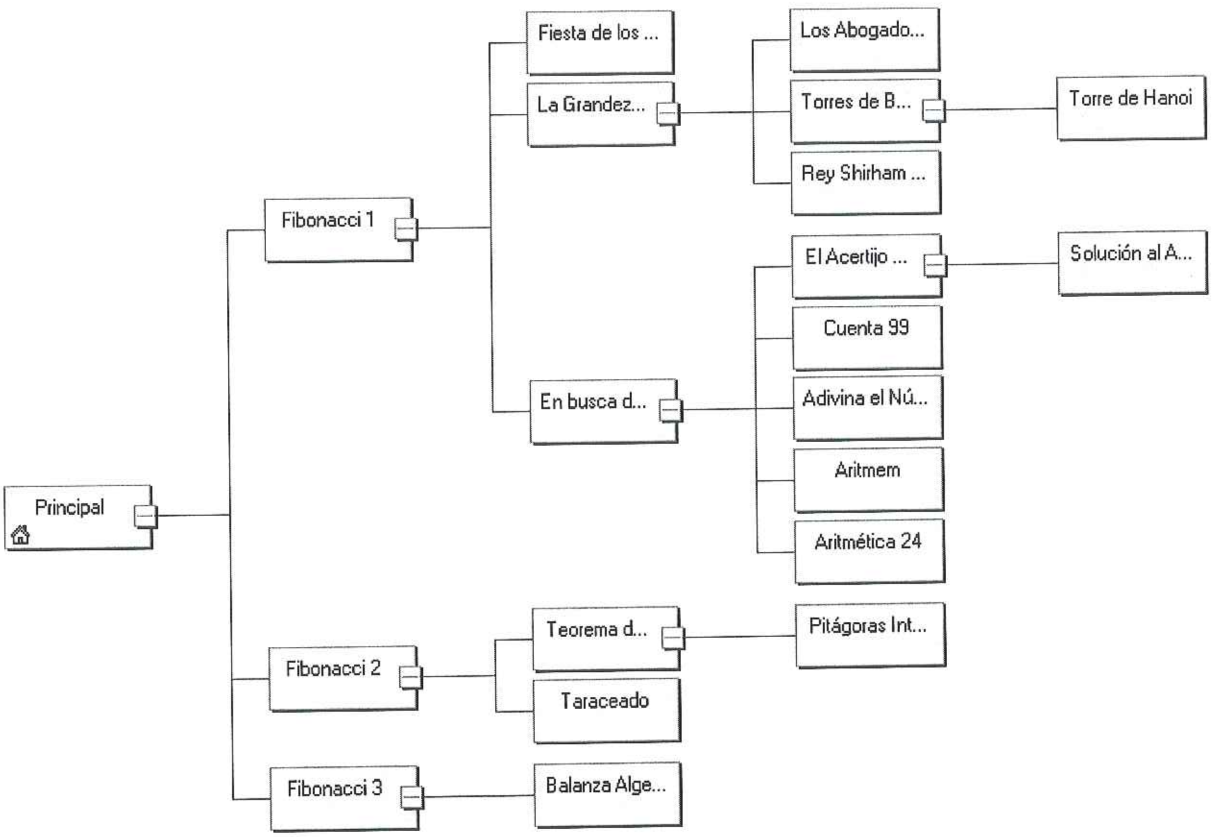


Figura 19. Estructura de Fibonacci después de la segunda iteración

VI.3 Tercera iteración

Al término de esta iteración, se logró el diseño final de la interfaz del usuario de Fibonacci. Así como el mejoramiento de la presentación visual de los IIDMs Aritmem y Tesalones.

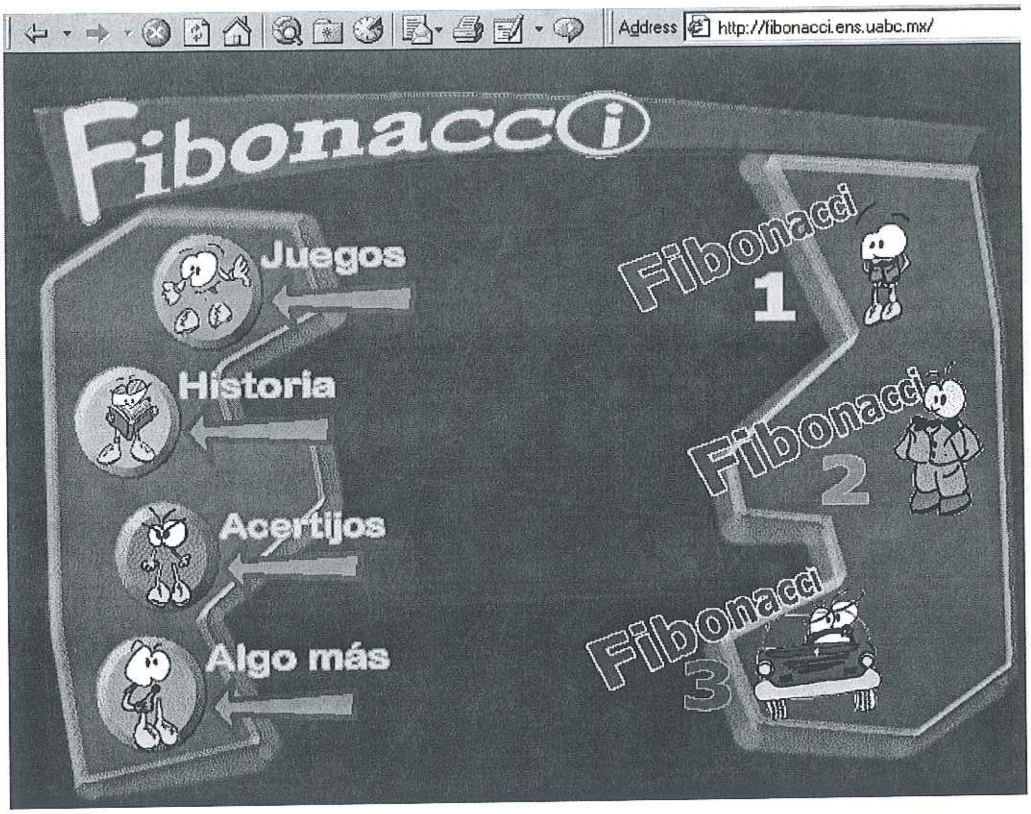


Figura 20. Página principal de la interfaz del usuario final de Fibonacci

El esquema de navegación de la nueva interfaz (ver figura 20) propone dos barras de navegación; la barra de la derecha se refiere a las tres áreas de las matemáticas que cubre el sistema: Fibonacci 1 (aritmética), Fibonacci 2 (geometría) y Fibonacci 3 (álgebra). La barra de navegación de la izquierda hace referencia a las tablas de contenido que agrupa a los IIDMs en el contexto de juegos, historia, acertijos o algo más (ver figura 22).

El esquema de navegación de las secciones de Fibonacci sufrió algunas modificaciones con respecto al planteado en la primera interfaz, básicamente se le añadió las dos barras de navegación y se conservó el esquema de navegación de la izquierda para tener acceso a los IIDM que la sección contiene (ver figura 21).

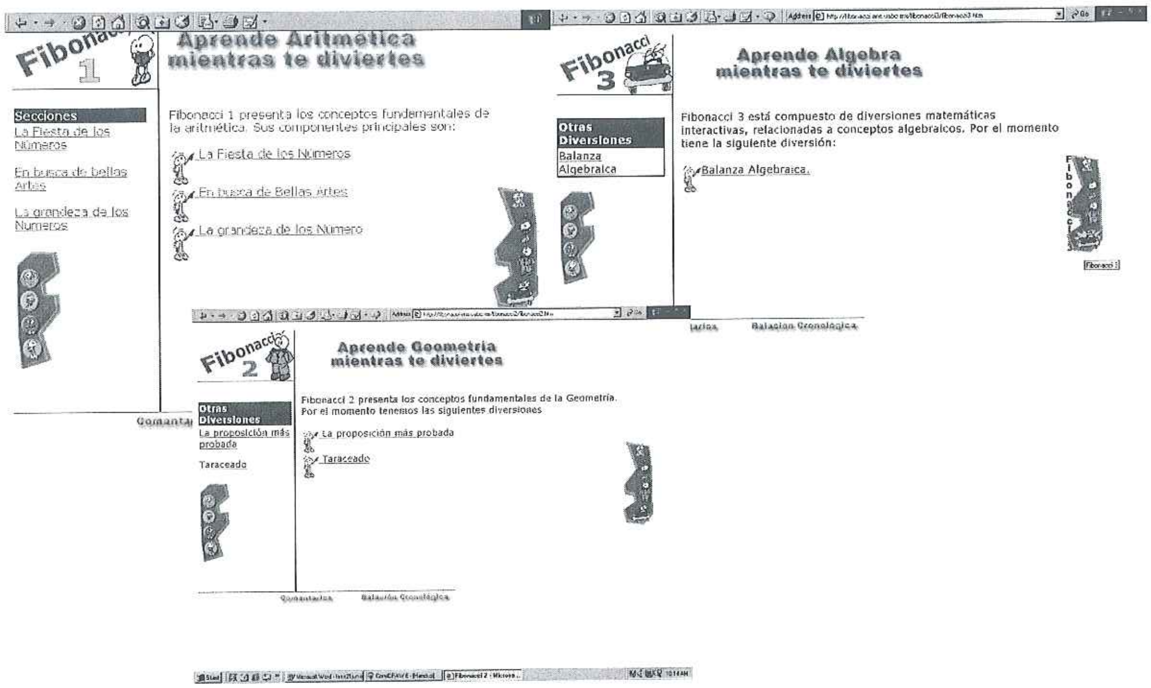


Figura 21. Elementos visuales de la nueva interfaz del usuario para las secciones de Fibonacci

El objetivo de las tablas de contenido es brindar al usuario un sentido de localización dentro de Fibonacci, facilitándoles moverse libremente hacia el IIDM deseado sin pasar por ningún paso intermedio. Para lograr esto, se establecen enlaces directos a los IIDMs a través de una serie de imágenes y ligas de texto. Además cada tabla incluye las barras de navegación principales (ver en la figura 22).

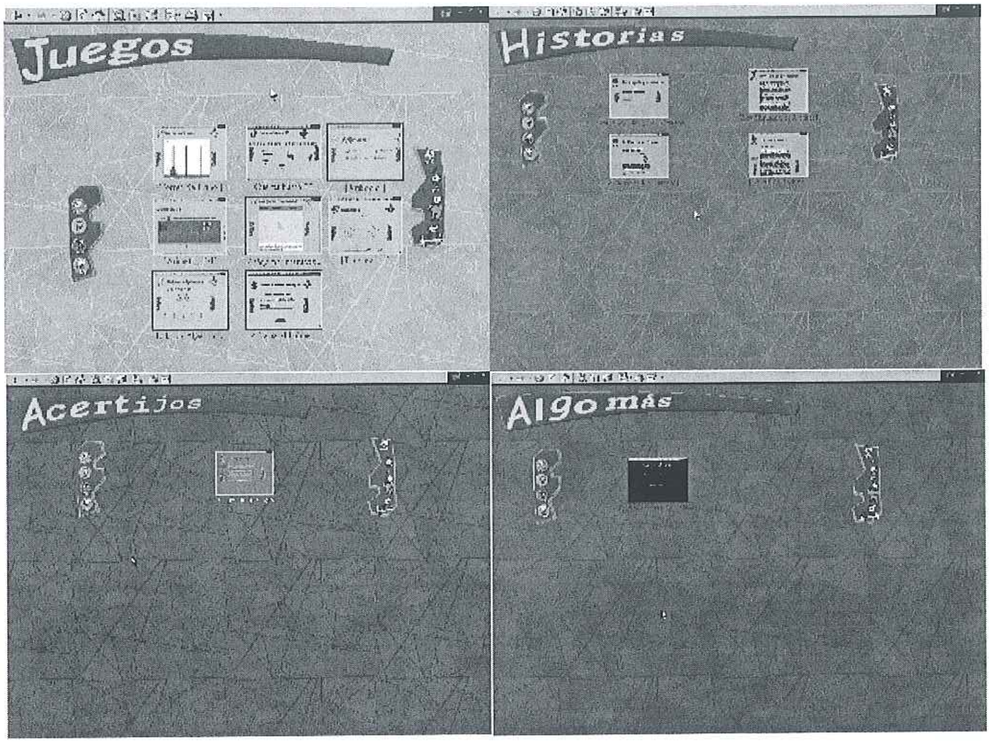


Figura 22. Páginas de contenido de Fibonacci

A su vez, cada página de Fibonacci actúa como un contenedor de IIDM, la página se compone básicamente de 6 áreas (ver figura 23). En el área 1 se presenta Fibo señalando el tipo de IIDM ya sea un juego, historia, acertijos o algo más.

Figura 23. Estructura de las páginas de Fibonacci

El área 2 se utiliza para desplegar el título del IIDM, El área 3 es opcional y no tiene un fin determinado. El área 4 contiene la barra de navegación que permite al usuario moverse directamente a la tabla de contenido de juegos, historias, acertijos o algo más. El área 6 posee la barra de navegación que envía al usuario directamente a las secciones de Fibonacci o la pagina principal. La idea es que no importa donde el usuario esté, siempre deberá ser capaz de alcanzar el lugar deseado, evitando llevarlo a callejones sin salida.

La función principal del área 5 es contener el IIDM, esto da la posibilidad de poder renovar, modificar o ingresar nuevos IIDM. Manteniendo una independencia entre el contenido y la presencia gráfica de cada página.

Además se emplea un color específico, para acentuar la identificación del tipo de IIDM, es decir los IIDMs se agrupan también de acuerdo su color, por ejemplo: los juegos son amarillos, las historias son azules, los acertijos son rojizos y algo más es de color morado.

También se agregó como parte del esquema de navegación ayuda a todos los IIDM que lo requerían, esto con el fin de que el usuario tenga la información necesaria para operar el IIDM seleccionado.

Durante el diseño de navegación se siguió la recomendación marcada en la sección 5.1.1 de utilizar una profundidad de navegación no mayor a 3 niveles como se puede ver en la figura 24.

Para el desarrollo de los aspectos visuales y esquemas de navegación, se utilizaron diversas herramientas de *software* comercial como es: Dreamweaver 2.0, Fireworks 2.0, Paint Shop Pro 6.0 y Corel Photo-Paint 8.

Una importante parte del trabajo fue convencer a varios dibujantes (ver anexo A), de crear un personaje original para usarse en el diseño gráfico de la nueva interfaz de Fibonacci. Después de varios intentos Juan Manuel Wagner elaboró un personaje al que llamo FIBO que fue el que mejor cumplió con los requerimientos planteados. Fibo se dibujó en papel tal se muestra en el anexo A. Después se digitalizó y se coloreo para adecuarlo a las necesidades propias de la interfaz.

Para dar vida al concepto de las "dos Fs" que aparecen en la página principal y en las barras de navegación (ver anexo A), se contó con la valiosa colaboración de Angelina Covarrubias quién realizó aportaciones que dieron como resultado la interfaz de usuario que hoy tiene Fibonacci.

Una vez definidos los principales elementos gráficos de la nueva interfaz de usuario. Se construyeron las plantillas teniendo el cuidado de separar el contenido de la interfaz de usuario, con el fin de permitir a los desarrolladores que contribuyan IIDMs concentrarse directamente en esta tarea sin preocuparse del diseño gráfico del Fibonacci.

Adicionalmente se conformaron dos bibliotecas que contiene las dos barras de navegación con toda la funcionalidad encapsulada y que se aplica en todas las páginas de Fibonacci. La estructura final del prototipo Fibonacci es mostrada en la figura 24.

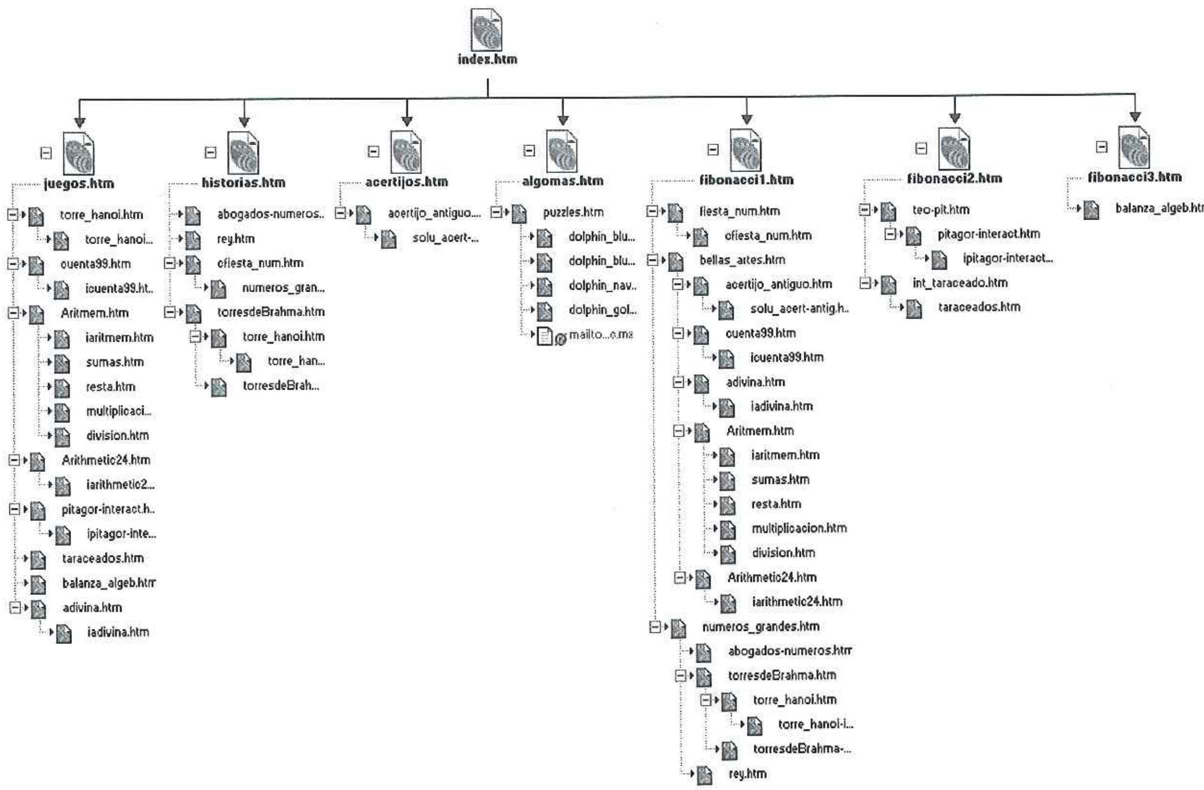


Figura 24. Estructura Final de Fibonacci

VII Evaluación de Fibonacci

Con el fin de obtener una primera aproximación sobre la opinión de los usuarios de Fibonacci, el sistema se evaluó en tres ocasiones; la primera fue en una etapa temprana para valorar los avances que se tenían hasta ese momento y recabar la opinión de los posibles usuarios del sistema, mientras las restantes se realizaron como etapa final del trabajo de tesis, participando dos escuelas secundarias: una pública y otra privada.

VII.1 Primera Evaluación

La primera evaluación del sistema se realizó en el marco de la XVI Semana de Ciencias de la Facultad de Ciencias de la Universidad Autónoma de Baja California (UABC). Cabe señalar que esta prueba se realizó con la primera interfaz del usuario propuesta para Fibonacci.

VII.1.1 Procedimiento de la prueba

El procedimiento de la prueba consistió en dejar que el usuario trabajara directamente con Fibonacci el tiempo que creyera pertinente (en promedio 20 minutos), sin ningún adiestramiento previo. Después se le solicitó contestar un cuestionario (ver anexo B) donde se recolectaron sus opiniones acerca del sistema Fibonacci.

VII.1.2 Condiciones de la prueba.

Fibonacci estuvo a disposición del público asistente en una máquina de la sección del área asignada a la licenciatura de matemáticas aplicadas. El espacio físico asignado fue muy reducido, prácticamente en un corredor de difícil acceso; además, hubo algunas personas que no entrega ron el cuestionario, por lo que esta evaluación se consideró preliminar, sólo para explorar un poco las reacciones de un público más amplio.

VII.1.3 Participantes

Contestaron el cuestionario 9 personas, cuyas edades fluctúan entre los 15 y 22 años.

VII.1.4 Cuestionario de opinión

El instrumento para recabar la opinión del público que asistió a la XVI Semana de Ciencias de la Facultad de Ciencias consistió de 4 preguntas. La primera solicitaba su opinión sobre su sentir hacia Fibonacci; la segunda se encamina a indagar si sintió que aprendió matemáticas usando Fibonacci; la tercera recolecta su apreciación de la forma en que se presentan las matemáticas en Fibonacci. La pregunta final se orienta a conocer su interés por explorar más juegos matemáticos. Por último, se solicitó añadir cualquier comentario o sugerencia para mejorar el sistema.

El formato de respuesta muestra el grado de aceptación de Fibonacci por el usuario. La escala presentada para responder fue: Mucho, bastante, poco, nada.

VII.1.5 Resultados

Los resultados obtenidos fueron alentadores, ya que la gran mayoría de las opiniones se ubicaron en los dos niveles de aceptación superiores de la escala: Mucho y bastante, como respuesta a tres de las cuatro preguntas presentadas: ¿Te gusta jugar con Fibonacci?, ¿Te gusta la forma en que Fibonacci presenta las matemáticas?, ¿Te gustaría explorar otros juegos matemáticos?.

La figura 25 ilustra los resultados a la pregunta: ¿Te gusta jugar con Fibonacci? El 89% respondió entre mucho (22%) y bastante (67%), mientras el otro 11 % señaló que le había gustado regular. Ninguno de los encuestados respondió que no le gustó.

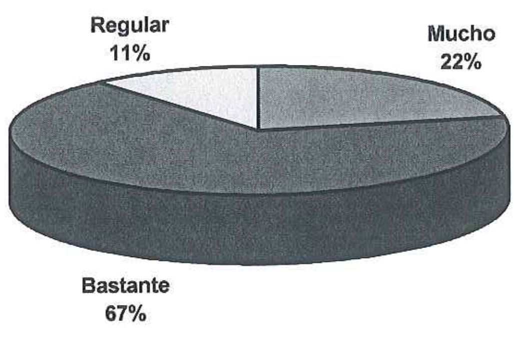


Figura 25. ¿Te gustó jugar con Fibonacci?

Cuando se preguntó qué tanto les gustó la forma en que Fibonacci presenta las matemáticas, el grado de aceptación fue también alto, ya que 88% de los participantes marcaron alguno de los dos valores superiores de la escala de respuestas (45% mucho y 33% bastante). Por otro lado, al 22% le pareció regular la forma en que se presentan las matemáticas, (ver figura 26) y no hubo respuestas que indicaran disgusto.

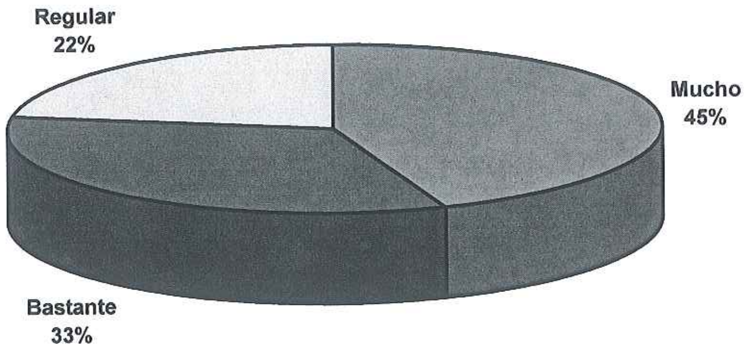


Figura 26. ¿Te gusta la forma en que Fibonacci presenta las matemáticas?

Sobre la posibilidad de explorar otros juegos matemáticos, el 100% señaló que les gustaría explorar más juegos matemáticos (56% mucho y 44% bastante) (ver figura 27).

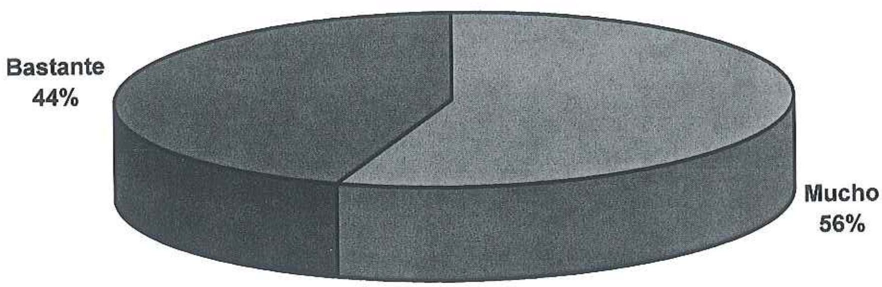


Figura 27. ¿Te gustaría explorar otros juegos matemáticos?

De los cuatro enunciados, sólo uno obtuvo respuestas distribuidas en las cuatro opciones de la escala (ver figura 28). La pregunta se orientaba a recabar si sentían que habían aprendido matemáticas mientras jugaban con Fibonacci. Una de las posibles causas por la que se dio esta respuesta puede ser la edad de la población que participó, ya que fluctuaba entre 15-22 años y seguramente ya habían cursado el nivel de Secundaria. Dadas las condiciones físicas de la exhibición, las personas sólo permanecían en promedio 20 minutos interactuando con Fibonacci; esto pudiese ser otro elemento que fomentó que se presentara dicha variedad en las respuestas.

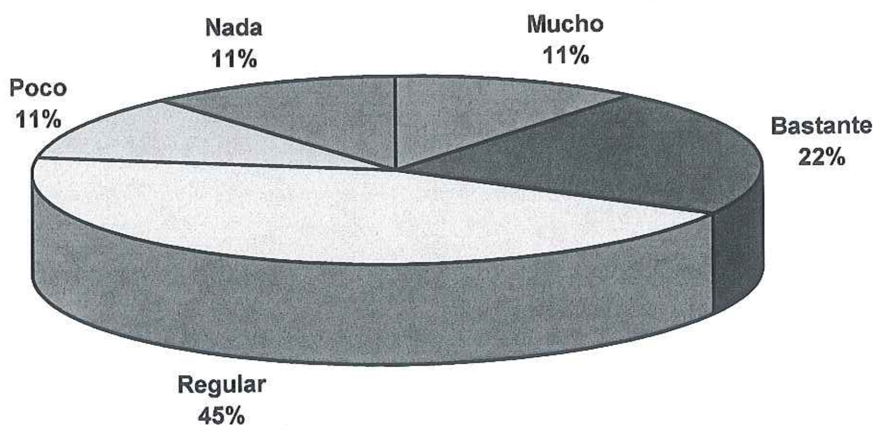


Figura 28. ¿Sientes qué aprendiste matemáticas mientras jugabas con Fibonacci?

VII.2 Segunda Evaluación

La segunda evaluación se realizó con dos grupos de segundo año del colegio privado Ateneo. Para que esta evaluación se pudiera llevar a cabo se contó con la valiosa cooperación de la maestra Laura Saenz, permitiendo que la prueba se realizara en sus horas de clase.

VII.2.1 Procedimiento de la prueba

La mecánica seguida consistió en permitir que los alumnos jugaran libremente una hora con Fibonacci. La prueba se efectuó sin que los alumnos tuvieran adiestramiento previo en el uso del sistema. Al finalizar esa hora, los alumnos se retiraron para asistir a su siguiente clase, y los cuestionarios se le entregaron a la maestra para que los aplicara a los participantes en la próxima clase de matemáticas. Es importante señalar que el tiempo transcurrido entre la etapa de juego de la prueba y la recolección de las opiniones sobre el mismo no estaba contemplado en las condiciones originales del estudio, y no tenemos manera de saber qué tanto pueda haber influido en las respuestas de los estudiantes.

VII.2.2 Condiciones de la prueba

La evaluación del sistema se realizó con el equipo del colegio en sus instalaciones. La idea era probar a Fibonacci en un ambiente no controlado, es decir, sólo instalar una copia de Fibonacci en el disco duro de cada máquina y revisar que tuvieran instalado un navegador de la versión 4.x. o superior. Otro elemento a evaluar durante la prueba fue si Fibonacci operaba correctamente en una configuración local (instalado en el disco duro de cada máquina).

Las computadoras donde se probó Fibonacci eran Pentium de 133 MHz, 32 MB de RAM y disco duro de 1.2 GB con sistema operativo Windows 95, corriendo alguna versión de los navegadores de *Netscape* e *Internet Explorer*. Todas las máquinas utilizadas estaban configuradas para operar en una red *peer-to-peer* con acceso a Internet.

Con el primer grupo se presentaron algunas fallas de carácter técnico con la configuración de los equipos proporcionados, ya que los navegadores estaban mal instalados; esta situación originó que no todos los IIDM de Fibonacci funcionaran correctamente. Esto se debió a que los navegadores no tenían configurada la máquina virtual de Java, de tal modo que varios alumnos mostraron su descontento al no poder utilizar a Fibonacci.

El no contar con todas las computadoras provocó que la proporción de máquinas por alumnos se elevara a 1 máquina por cada 3 estudiantes, por lo que se crearon grupos de tres y, en algunas ocasiones, cuatro alumnos por computadora; esto suscitó que no todos los alumnos pudieran manejar Fibonacci, ocasionando con esto que algunos estudiantes simplemente participaran como observadores.

Para la prueba con el segundo grupo se mejoró la configuración del equipo. Lamentablemente no se pudieron poner a punto los navegadores de todas las máquinas del colegio (13 computadoras). Debido a las limitaciones de tiempo de la persona responsable de la configuración, sólo se logró revisar el 50 % de las máquinas. También se tuvo el cuidado de no modificar la versión del navegador que cada máquina tenía instalado, activando sólo las opciones necesarias para que Fibonacci se ejecutara correctamente, y respetar así el ambiente no controlado propuesto para realizar la evaluación.

VII.2.3 Participantes

Participaron 42 estudiantes del segundo año de secundaria del Colegio Ateneo. La selección de la muestra de alumnos siguió dos criterios. Primero, los estudiantes debían utilizar la computadora frecuentemente como parte de su formación. Segundo, se consideró la participación de alumnos de segundo año por ser el nivel intermedio de la educación secundaria. La mayoría de los alumnos tenían edades que fluctuaban entre 12 y 14 años.

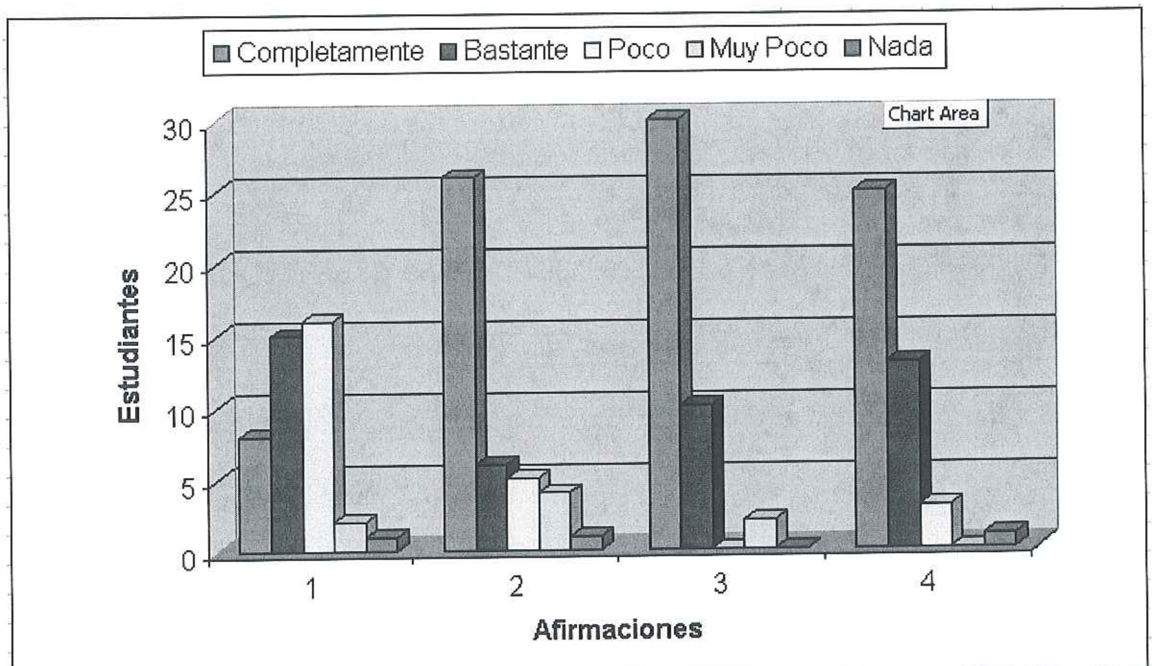
VII.2.4 Cuestionario de opinión

El instrumento utilizado para recabar la opinión de los alumnos que participaron en las evaluaciones del sistema Fibonacci consta de cuatro dimensiones: el sentir del estudiante hacia las matemáticas, Fibonacci es fácil de operar, Fibonacci es divertido y Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje. Cada una de las dimensiones plantea 4 afirmaciones para que el estudiante manifieste su grado de acuerdo. El anexo B muestra el instrumento aplicado a los participantes.

VII.2.5 Resultados

Los resultados de esta evaluación se presentan por dimensión, mostrando los bloques de respuesta a los cuatro enunciados. El primer bloque se refiere a su apreciación sobre diversos aspectos del *sentir de los estudiantes hacia las matemáticas* (ver figura 29). El 95% de los estudiantes del grupo consensaron que las matemáticas se usan mucho en la vida diaria. El 91% declaró que existen programas de computadora que te ayudan a aprender las matemáticas. El 76% del grupo piensa que se puede aprender matemáticas de una forma divertida.

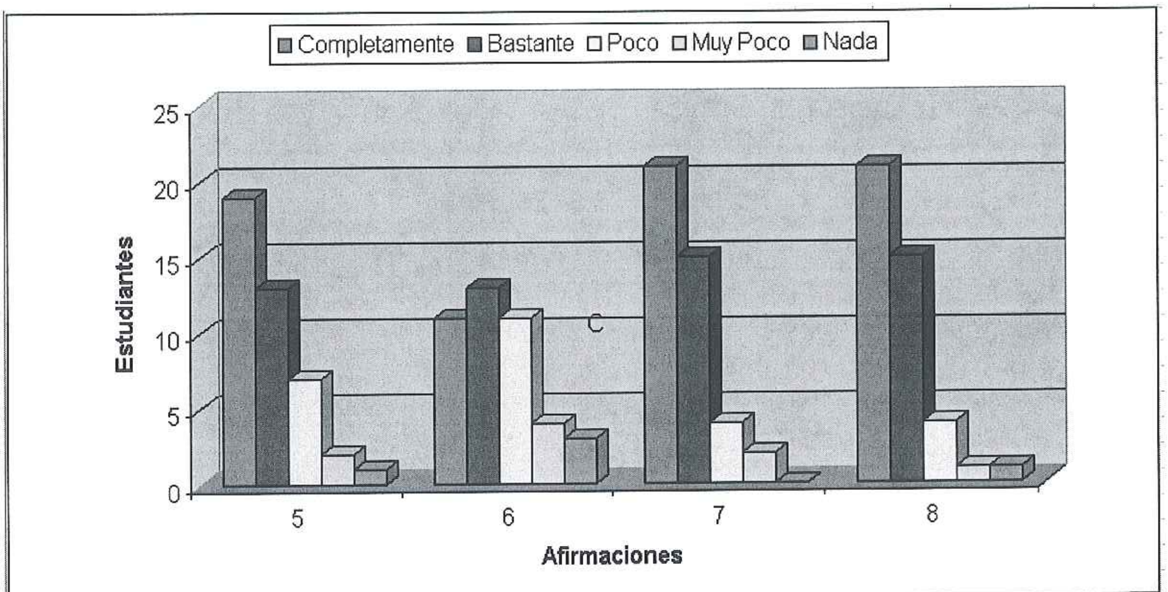
Las opiniones más divididas fueron en respuesta al enunciado: las matemáticas son fáciles de aprender. Sólo el 19% del grupo está completamente de acuerdo; el 36% bastante y la mayoría de los alumnos, el 38% respondió que coincide poco con la aseveración de que las matemáticas son fáciles de aprender.



El sentir del estudiante hacia las matemáticas	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
1. Las Matemáticas son fáciles de aprender	19%	36%	38%	5%	2%
2. Se puede aprender Matemáticas de una forma divertida	62%	14%	12%	10%	2%
3. Las matemáticas se usan mucho en la vida diaria	71%	24%	0%	5%	0%
4. Existen programas de computadora que te ayudan a comprender	60%	31%	7%	0%	2%

Figura 29. El sentir del estudiante hacía matemáticas (Colegio Ateneo)

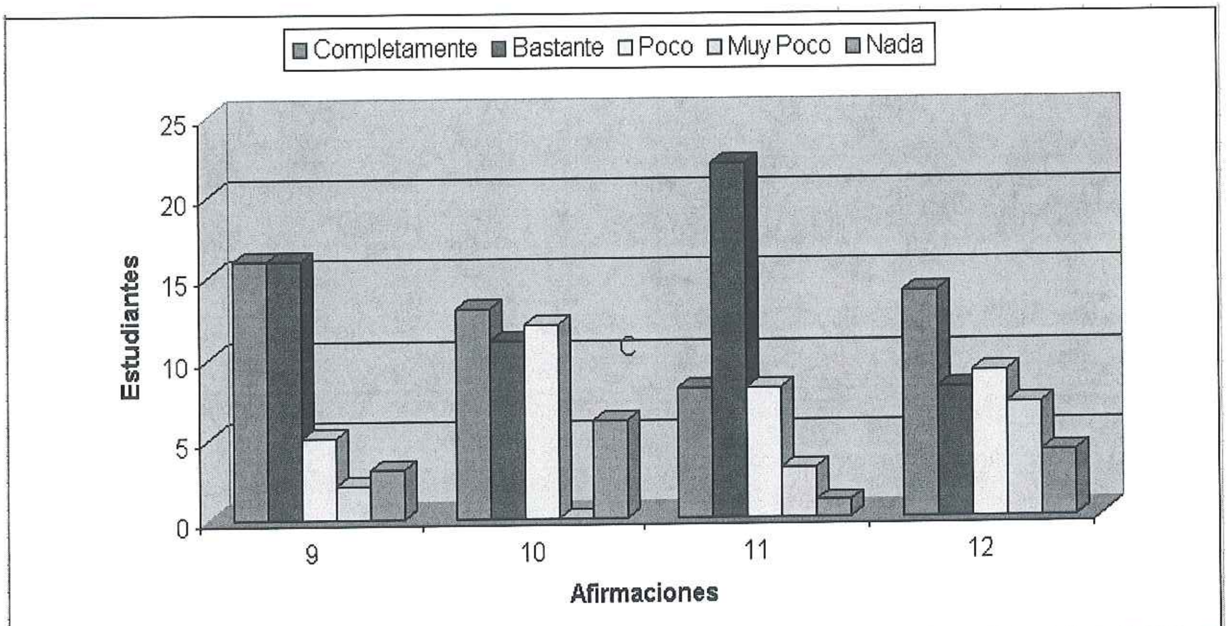
Al bloque de afirmaciones que evalúa la aceptación de la interfaz del usuario se denominó es *Fibonacci es fácil de operar* (ver figura 30). En la aseveración *Me gusta como se ve Fibonacci*, el 76% de los estudiantes están completamente y bastante de acuerdo. *Las instrucciones de los juegos son claras* y *Fibonacci está bien organizado*, obtuvieron una aceptación aproximada al 86%. La afirmación más polémica resultó ser: en *Fibonacci es fácil pasar de una pantalla a otra*, donde los alumnos dividieron sus opiniones entre las 5 opciones de respuesta; sin embargo, el 57% está completamente o bastante de acuerdo en que es fácil moverse en Fibonacci.



Fibonacci es fácil de operar	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
5. Me gusta como se ve Fibonacci	45%	31%	17%	5%	2%
6. En Fibonacci es fácil pasar de una pantalla a otra	26%	31%	26%	10%	7%
7. Las instrucciones de los juegos son claras	50%	35.7%	9.5%	4.8%	0%
8. Fibonacci esta bien organizado	50%	36%	10%	2%	2%

Figura 30. Fibonacci es fácil de operar (Colegio Ateneo)

Al preguntarles qué tan *divertido es Fibonacci* (ver figura 31). El 69% consideró que Fibonacci es divertido. Al 71.4 % le sorprendió la variedad de entretenimientos de Fibonacci. La afirmación de que *si pudiera usaría más Fibonacci* obtuvo el 57% de respuestas favorables, considerando la suma de los porcentajes de los dos valores superiores de la escala propuesta (completamente y bastante). Sin duda, la aseveración que presentó más controversia fue en *Fibonacci encontré una nueva forma de diversión*; sólo el 52% dijo estar completamente y bastante de acuerdo.

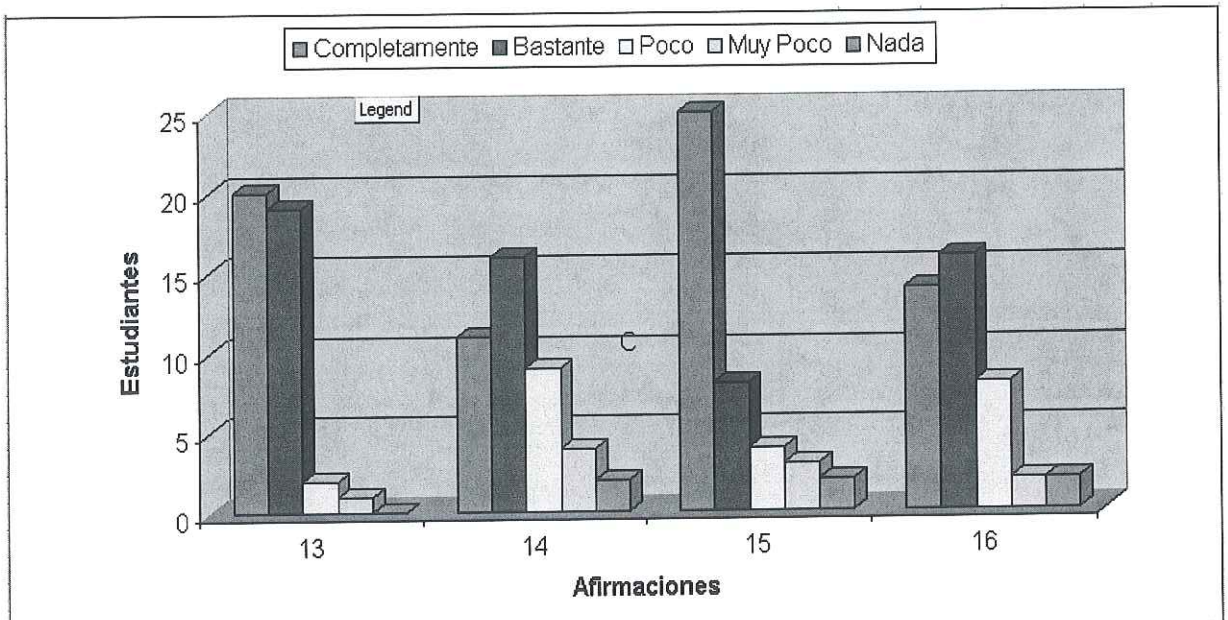


Fibonacci es divertido

	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
9. Fibonacci es divertido	38%	38%	12%	5%	7%
10. Si pudiera usaría más a Fibonacci	31%	26%	29%	0%	14%
11. Me sorprendió la variedad de entretenimiento de Fibonacci	19%	52.4%	19%	7.1%	2.4%
12. En Fibonacci encontré una nueva forma de diversión	33%	19%	21%	17%	10%

Figura 31. Fibonacci es divertido. (Colegio Ateneo)

El último bloque de preguntas se dirigía a recabar su opinión sobre: *Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje* (ver figura 32). La afirmación que alcanzó el mayor acuerdo fue: *Fibonacci invita a conocer el lado divertido de las matemáticas* con el 93% indicando como completamente (48%) y bastante (45%) su grado de acuerdo. El 78.5% estuvo de acuerdo que le gustaría jugar más diversiones matemáticas. El 71% sintió que al usar *Fibonacci practicaba las matemáticas que le enseñaban en la escuela.* La afirmación que obtuvo el menor grado de acuerdo (64 %) es el sentir del estudiante respecto a que si aprendía matemáticas mientras jugaba con Fibonacci.



Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
13. Fibonacci invita a conocer el lado divertido de las Matemáticas	48%	45%	5%	2%	0%
14. Sientes que aprendes Matemáticas mientras juegas con Fibonacci	26%	38%	21%	10%	5%
15. Te gustaría jugar más Diversiones Matemáticas	59.5%	19%	9.5%	7.1%	4.8%
16. Al usar Fibonacci practico las Matemáticas que me enseñan en la escuela	33%	38%	19%	5%	5%

Figura 32. Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje (Colegio Ateneo)

Las descripciones de lo que más te gusto de Fibonacci, muestran en muchos caso reflexiones interesantes; por ejemplo: *"...que es un programa donde todo esta a la vista y fácil de usar...". "...Su presentación, la forma en que te llama la atención para aprender matemáticas, en la manera en que se aprende y por su contenido, tienen para elegir...". "...Los colores, los monos y que contiene lo que más me gusta... ¡juegos! Y lo mejor es que éstos sirven para aprender matemáticas que es una de las materias que me cuesta más trabajo...". "... Que te hace pensar...". "...La manera que enseña matemáticas por juegos...". "...Que te puede enseñar las matemáticas divirtiéndote y no siempre tenemos que pensar que las matemáticas son aburridas. Con Fibonacci podemos aprender matemáticas divirtiéndote...". "...Que sus juegos son entretenidos. Aparte de divertidos, aprendemos ó practicamos la materia...". "...Que hace que mis neuronas se activen, una forma de agilizar tu mente y repasar lo aprendido en la escuela...". "...Su presentación, sus juegos la manera de enseñar y divertir a la vez...".*

Sobre lo que menos te gustó de Fibonacci escriben: *"... Que no uso mucho DHTML y sólo había un acertijo...". "... Cuando no lo puedo pasar me desespero y cuando lo paso es un alivio...". "...No tiene variedad de juegos...". "...Que tarda en poner algunos juegos...". "...Algunas instrucciones no son tan claras...". "...Que sólo tenía un acertijo...". Que es muy lento y hay juegos muy aburridos...". "...Que se tarda mucho y el fondo del juego se ve muy de niños...". "...Tiene poca variedad de juegos...".*

El total de los comentarios originales vertidos por los estudiantes participantes del Colegio Ateneo se encuentra digitalizado en el anexo C.

VII.3 Tercera Evaluación

Para la realización de esta evaluación se efectuaron varios acercamientos con dos escuelas secundarias federales de la entidad. Primero se acudió a la escuela "Secundaria Federal Diurna 2", pero lamentablemente durante la entrevista con el director se notó falta de interés por parte de la escuela, dando como argumento que el maestro responsable de la sala de cómputo se encontraba en un curso que le tomaría dos semanas completar y que sólo hablando con él podría llegarse a un acuerdo para apoyar la realización de la evaluación, razón que obligó a buscar otra alternativa.

El segundo acercamiento se realizó con la Secundaria Federal Diurna "Hector A. Migoni Fontes". El director de la institución, profesor Teodoro Diego Guzmán, mostró gran disposición para librar cualquier inconveniente para que la escuela participara en la evaluación. Por iniciativa propia convocó al subdirector para acordar la fecha de realización de la prueba.

En la reunión se comentó al director que sería deseable que los alumnos que participaran en la prueba supieran utilizar una computadora y estuvieran cursando el segundo año. Los alumnos que cumplían el perfil solicitado eran los alumnos del segundo año del taller de informática. Inmediatamente el director convocó a la profesora Ivette Méndez Guillin que imparte dicho taller para que se vieran los aspectos técnicos para realizar dicho ejercicio.

Cuando se revisó el equipo de la escuela se llegó a la conclusión de que se trataba de infraestructura que no cumplía con los requerimientos mínimos y que sería difícil realizar la prueba. Entonces se plantearon algunas alternativas para resolver el problema. Se acordó que la prueba se realizaría en una sala del Centro de Cómputo Universitario Unidad Ensenada (CECUUE) de la Universidad Autónoma de Baja California, acordando que la escuela asumiría los gastos de traslado de los alumnos a la Universidad.

VII.3.1 Procedimiento de la prueba

El procedimiento de la evaluación consistió en solicitar a los alumnos que jugaran libremente una hora con Fibonacci (ver figura 33). La prueba se efectuó sin que los alumnos tuvieran adiestramiento previo en el uso del sistema. Al finalizar ese tiempo se les entregó el cuestionario para que vertieran sus opiniones acerca de Fibonacci.

Figura 33. Alumnos de la escuela secundaria Héctor A. Migoni Fontes jugando con Fibonacci

VII.3.2 Condiciones de la prueba

Esta prueba se realizó en un ambiente controlado, es decir, se preparó una sala con 40 computadoras Pentium de 133 MHz, 32 MB de RAM y disco duro de 4 GB con sistema operativo Windows 95. Se instaló especialmente el navegador Internet Explorer 5.0 en todas las máquinas. Todas las máquinas se configuraron para tener acceso a Internet.

Para lograr que las 40 computadoras estuvieran listas a tiempo fue necesario contar con el apoyo del personal de soporte técnico y el Departamento de desarrollo académico del CECUUE.

En esta prueba cada alumno tuvo a su disposición una computadora para poder manejar a Fibonacci. Además, a cada computadora se le cargó por adelantado la página principal de Fibonacci y se abrió toda la pantalla para evitar distracciones innecesarias.

La evaluación también pretendía revisar si Fibonacci trabajaba bien sobre un servidor de *Web*, situación que obligó a instalar un sitio http://Fibonacci.ens.uabc.mx de modo temporal para poder realizar dicha evaluación.

VII.3.3 Participantes

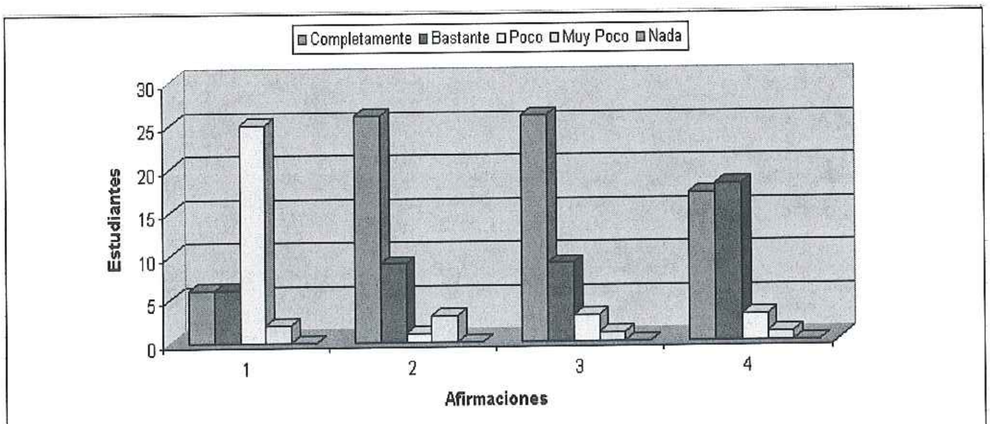
Se contó con la participación de 39 alumnos del taller de informática del segundo año de los turnos matutino y vespertino. La selección de la muestra se basó en los mismos criterios planteados para el colegio Ateneo. La mayoría de los alumnos tenían edades que fluctuaban entre 12 y 14 años.

VII.3.4 Cuestionario de opinión

Para la evaluación se utilizó el mismo instrumento que se aplicó a los estudiantes del colegio Ateneo (anexo B).

VII.3.5 Resultados

Los resultados de esta evaluación se presentan por dimensión, mostrando los bloques de los cuatro enunciados que la conforman. El primer bloque pregunta su opinión sobre diversos aspectos del *sentir de los estudiantes hacía las matemáticas*. Aproximadamente el 90% de los estudiantes opinaron que las matemáticas se usan mucho en la vida diaria, que existen programas de computadora que te ayudan aprender las matemáticas y piensan que se puede aprender matemáticas de una forma divertida. El 64% respondieron que su acuerdo con la afirmación: las matemáticas son fáciles de aprender es "poco" (figura 34).

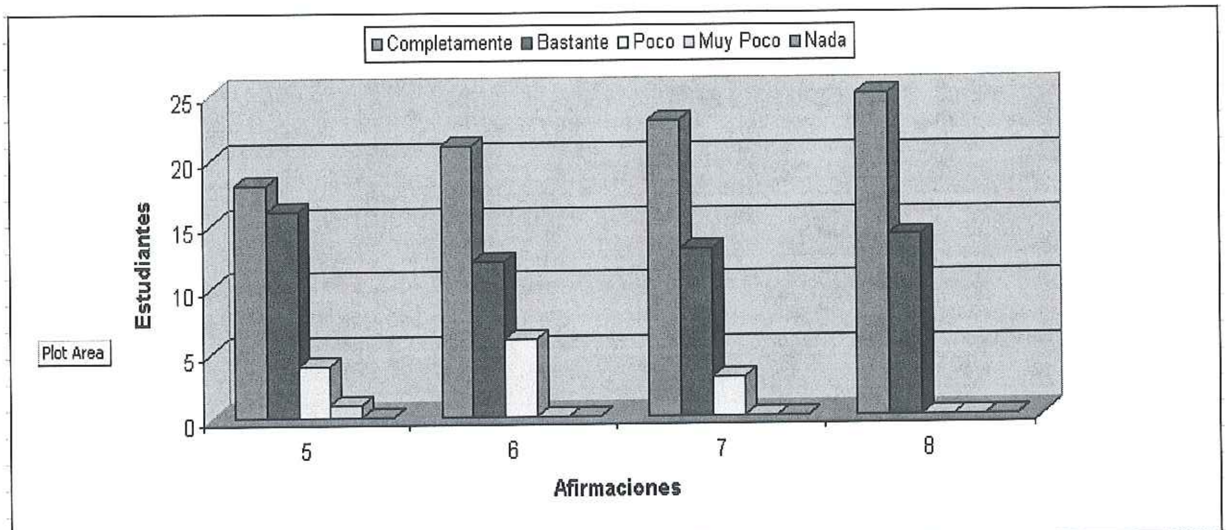


El sentir del estudiante hacia las matematicas

	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
1. Las Matemáticas son fáciles de aprender	15.4%	15.4%	64.1%	5.1%	0%
2. Se puede aprender Matemáticas de una forma divertida	66.7%	23.1%	2.6%	7.7%	0%
3. Las matemáticas se usan mucho en la vida diaria	66.7%	23.1%	7.7%	2.6%	0%
4. Existen programas de computadora que te ayudan a comprender las matemáticas	43.6%	46.2%	7.7%	2.6%	0%

Figura 34. El sentir del estudiante hacía matemáticas (Estudiantes de la escuela Héctor A. Migoni)

El bloque de afirmaciones que evalúa la aceptación de la interfaz del usuario es *Fibonacci es fácil de operar*. La aseveración Fibonacci está bien organizado obtuvo un 100% de acuerdo en los dos valores superiores de la escala, mientras al 92.3% le parecieron que las instrucciones de los juegos eran claras. El 84.6% expresó que en Fibonacci es fácil pasar de una pantalla a otra. El grado de acuerdo con la afirmación: me gusta como se ve Fibonacci fue de 87.2% completamente de acuerdo (46.2%) y bastante de acuerdo (41%). (Figura 35).

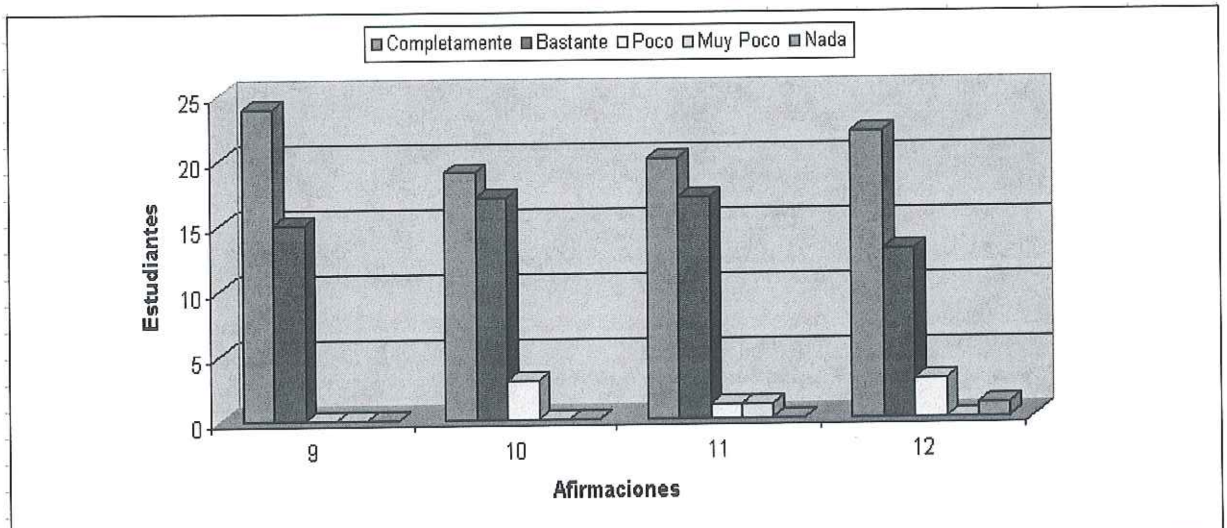


Fibonacci es fácil de operar

	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
5. Me gusta como se ve Fibonacci	46.2%	41%	10.3%	2.6%	0%
6. En Fibonacci es fácil pasar de una pantalla a otra	53.8%	30.8%	15.4%	0%	0%
7. Las instrucciones de los juegos son claras	59%	33.3%	7.7%	0%	0%
8. Fibonacci esta bien organizado	64.1%	35.9%	0%	0%	0%

Figura 35. Fibonacci es fácil de operar (Estudiantes de la escuela Héctor A. Migoni)

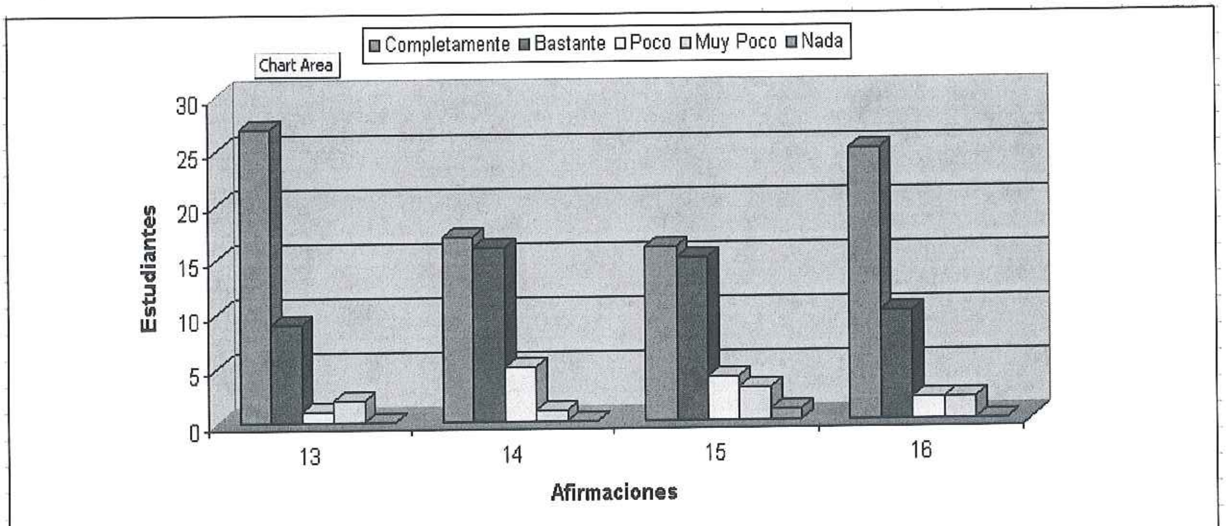
Al preguntarles que tan *divertido es Fibonacci.* El 100% señaló que Fibonacci era completamente y bastante divertido. Al 94.9 % le *sorprendió la variedad de entretenimientos de Fibonacci.* El 92.3% está completamente y bastante de acuerdo en que si pudiera, usaría más Fibonacci. La única aseveración que obtuvo respuesta de desacuerdo (3%) fue: *En Fibonacci encontré una nueva forma de diversión,* donde el 89.7% dijo estar completamente y bastante de acuerdo (ver figura 36).



Fibonacci es divertido	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
9. Fibonacci es divertido	61.5%	38.5%	0%	0%	0%
10. Si pudiera usaría más a Fibonacci	48.7%	43.6%	7.7%	0%	0%
11. Me sorprendió la variedad de entretenimiento de Fibonacci	51.3%	43.6%	2.6%	2.6%	0%
12. En Fibonacci encontré una nueva forma de diversión	56.4%	33.3%	7.7%	0%	2.6%

Figura 36. Fibonacci es divertido. (Estudiantes de la escuela Héctor A. Migoni)

El último bloque intenta investigar si *Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje*. La afirmación que alcanzó el mayor grado de acuerdo (92.3%) fue: *Fibonacci invita a conocer el lado divertido de las matemáticas*, con el 69.2% de los estudiantes completamente de acuerdo y el 23% bastante de acuerdo. El 89.7% sintió que *al usar Fibonacci practicaba las matemáticas que le enseñaban en la escuela*. El 84.6% de los estudiantes expresaron que sintieron *que aprendían matemáticas mientras jugaban con Fibonacci*. En la afirmación *te gustaría jugar más diversiones matemáticas*, los alumnos dividieron sus respuestas en las 5 opciones de respuesta; sin embargo el 41% de los estudiantes contestaron estar completamente de acuerdo con dicha aseveración y el 38.5% contestó estar bastante de acuerdo (ver figura 37).



Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje	Completamente	Bastante	Poco	Muy Poco	Nada
13. Fibonacci invita a conocer el lado divertido de las Matemáticas	69.2%	23.1%	2.6%	5.1%	0%
14. Sientes que aprendes Matemáticas mientras juegas con Fibonacci	43.6%	41%	12.8%	2.6%	0%
15. Te gustaría jugar más Diversiones Matemáticas	41%	38.5%	10.3%	7.7%	2.6%
16. Al usar Fibonacci practico las Matemáticas que me enseñan en la escuela	64.1%	25.6%	5.1%	5.1%	0%

Figura 37. Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje (Estudiantes de la escuela Héctor A. Migoni)

Las descripciones de lo que más les gustó de Fibonacci muestran en muchos casos reflexiones interesantes; por ejemplo: *"...La forma en que se mueven las pantallas la forma en que jugando se puede aprender más y divertirse...". "...En que podemos aprender muchas cosas de matemáticas con juegos, que nos permite entender y comprender lo que es en realidad muy difícil de captar...". "...Sus juegos porque son divertidos y se aprende mucho con sólo jugar...". "...Que es la manera de aprender más y poder divertirse al mismo tiempo. La ilustración es divertida...". "...En que podemos aprender muchas cosas de matemáticas con juegos, que nos permite entender y comprender lo que en realidad es muy difícil de captar...". "... Pues que es la forma más fácil de aprender matemáticas y si la materia es aburrida este método la hace muy divertida y fácil de aprender...". "...La forma de aprender matemáticas de una manera más fácil y agradable, y también los juegos son muy divertidos...". "...Sus juegos por que todos nos ayudan a aprender las matemáticas u otras cosas...". Que mientras jugamos aprendemos matemáticas en forma divertida. "...Que al jugar en la computadora puedes desarrollar más fácilmente tus habilidades matemáticas de una forma muy divertida, además (Juegos: cuenta hasta 99, Adivina el número y Aritmética 24)..."."...Que puedes aprender nuevas cosas y también puedes ejercer lo que uno aprende en la escuela de una manera más divertida...".*

Sobre lo que menos les gustó de Fibonacci escriben: *"...La historia por que es la que menos me gusta...". "...Que unas operaciones están muy difíciles (a veces)...". "...El juego que trae de las aritméticas, pero no es por que este mal presentado ni nada por el estilo si no es que no doy una en esa sección, pero todo los demás estuvo ¡Super! Gracias...". "...Casi no tiene juegos (variedad) ...".*

El total de los comentarios originales vertidos por los participantes de la escuela Secundaria Federal Diurna No.1 Héctor A. Migoni Fontes se encuentra digitalizado en el anexo C.

VII.4 Observaciones de la segunda y tercera evaluación

El *sentir de los estudiantes hacia las matemáticas* en ambas escuelas es muy semejante; la mayoría de ellos están de acuerdo en que las matemáticas se utilizan mucho en la vida diaria. Además, piensan que se puede aprender matemáticas de una forma divertida.

Las diferencias se presentan en las respuestas a la afirmación*: las matemáticas son fáciles de aprender*; el 52% de los alumnos participantes del Colegio Ateneo estuvieron de acuerdo con el enunciado: las matemáticas son fáciles de aprender, mientras que el 68% de los de la secundaria Migoni señalaron que están poco de acuerdo (no están de acuerdo) con el mismo. De todos las aseveraciones, esta es una de las que muestra mayor distribución en los valores en las respuestas y con la que ni el 20%, en ninguno de los dos grupos, estuvo completamente de acuerdo. En este sentido, los resultados apoyan los de Saldaña (1997) y Kline (1976) sobre la percepción de las matemáticas como una materia difícil.

En el bloque de preguntas sobre la opinión de los estudiantes acerca de la *facilidad de operar a Fibonacci* se notó una notable mejoría en la opinión de los alumnos de la escuela Migoni con respecto a la vertida por los alumnos del colegio Ateneo. Una posible causa de la disparidad mostrada es que cada alumno de la escuela Migoni tuvo a su disposición una computadora para operar libremente a Fibonacci, mientras los estudiantes del colegio Ateneo tuvieron que realizar grupos de 1 a 4 estudiantes por máquina, lo que provocó que sólo uno pudiera estar operando a Fibonacci y los demás estuvieron observando.

El bloque de preguntas orientadas a detectar si *Fibonacci es divertido* acentuó más la divergencia de las opiniones emitidas por los estudiantes del colegio Ateneo y de la escuela Migoni. Igualmente, este comportamiento se lo adjudicamos al hecho de que el alumno no pudiera operar directamente Fibonacci, no pudiendo estar de acuerdo con las afirmaciones si sólo se dedicó a observar lo que hacían los demás.

Los resultados que los alumnos volcaron sobre las cuatro afirmaciones del bloque: *Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje* resultaron interesantes sobre todo: *Fibonacci invita a conocer el lado divertido de las matemáticas*, ya que la mayoría de los estudiantes señaló como respuesta estar completamente y bastante de acuerdo, aún cuando no todos los estudiantes del colegio Ateneo trabajaron directamente con Fibonacci. Probablemente esta opinión se deba a su percepción como observadores, habiendo visto que sus compañeros se divirtieron o, más probable, que la interacción con sus pares en el juego le haya añadido un elemento positivo a la diversión.

En síntesis, se puede decir que las variaciones mostradas entre los grupos de las escuelas participantes se debieron a las condiciones en que se realizaron las evaluaciones; es decir, el que cada alumno del colegio Ateneo no contara con una computadora a su disposición para operar Fibonacci, además de las fallas de configuración del navegador, pueden ser algunas de las causas de las divergencias de opinión. Asimismo, el tiempo transcurrido entre la prueba con Fibonacci y la aplicación del instrumento puede haber afectado las respuestas individuales de los estudiantes, dado que es muy probable que hayan comentado entre ellos la experiencia antes de contestar el cuestionario.

VIII Conclusiones

La enseñanza de las matemáticas es un problema complejo. En la actualidad, es materia de estudio en diferentes áreas del conocimiento. En casi todos los niveles básicos de educación, el interés por aprender matemáticas es muy pequeño. El buscar formas alternativas que contribuyan a mejorar la relación que existe entre las matemáticas y los estudiantes es un escenario importante.

El proceso de adquisición de conocimiento matemático debe facilitarse. En este trabajo se muestran a las matemáticas recreativas como una alternativa viable para facilitar la transmisión de conceptos matemáticos. Este enfoque, revela elementos novedosos que cumplen con este objetivo. El producto de esta disciplina son las diversiones matemáticas, las cuáles enmarcamos con elementos de diferentes teorías pedagógicas.

El escenario emergente de acción de estos instrumentos es un ambiente computacional. Evidentemente, transportarlos directamente a la computadora no representa un beneficio por sí solo. Se explota el concepto de "interacción", para aumentar el alcance de entendimiento del concepto matemático. Bajo este marco se conceptualiza y desarrolla una pieza de *software* de carácter lúdico (IIDM), donde el usuario tiene a su disposición una herramienta didáctica.

El IIDM tiene la ventaja de poder integrarse muy fácilmente a un sistema (SIIDM), sin sufrir cambios substanciales. Esto permite que puedan adaptarse en diferentes escenarios.

La arquitectura versátil del SIIDM permite que éste sea extensible, dando la posibilidad de que los IIDMs puedan renovarse con facilidad en cualquier momento. De este modo, el SIIDM puede contener IIDMs que incorporen elementos cada vez más sofisticados sin sufrir alteraciones importantes. Además, el SIIDM no está ceñido a una plataforma computacional particular, sin embargo su desempeño está en función de las características del equipo de cómputo donde opera.

FIBONACCI es el primer Sistema Instructor Interactivo de Diversiones Matemáticas (SIIDM), con IIDMs que apoyan la enseñanza de los conceptos matemáticos establecidos por la SEP para la educación secundaria en México. Así mismo el sistema apoya el objetivo fundamental formulado por la SEP en cuanto a fortalecer las habilidades matemáticas que se desarrollan a este nivel. Este sistema está en operación en el sitio Web: http://fibonacci.cicese.mx y en un CDROM anexo al presente trabajo.

Fue muy importante para el desarrollo de esta investigación y trabajos futuros, el realizar evaluaciones con los usuarios potenciales de FIBONACCI, utilizando instrumentos especialmente diseñados para recabar sus impresiones. De carácter fundamental, resultó el hecho de destacar la importancia que tiene este tipo de trabajos, además de poner de manifiesto que los estudiantes están abiertos a trabajar con la computadora e interesados en apoyar su aprendizaje matemático a través de la misma.

Para evitar sesgos durante las evaluaciones, el único contacto que se tuvo con los participantes fue durante la explicación de la mecánica de la prueba. Si se revisan con cuidado las opiniones de los participantes, a la pregunta abierta "*Qué es lo que más te gustó* *de Fibonacci",* llama la atención que algunos estudiantes otorgaron a FIBONACCI el título de "forma divertida de aprender matemáticas" (ver anexo C).

Si bien los resultados obtenidos de las evaluaciones no son un estudio estadístico completo, presentan muy claramente el sentir del estudiante hacia las matemáticas, su opinión sobre que tan divertido y fácil de usar es FIBONACCI, así como que tanto apoya la enseñanza de los conceptos matemáticos que aprende.

No cabe duda que los nuevos esquemas que surgirán para el desarrollo de IIDM y SIIDM tomarán en cuenta los resultados del presente trabajo, ya que en él se han sentado las bases para crear una tecnología educativa original que puede representar un cambio de paradigma en la educación de las matemáticas.

VIII.1 Trabajos Futuros

Es importante continuar con la extensión de los conceptos involucrados en el desarrollo de IIDMs, explorando y evaluando tecnologías, que por un lado puedan mejorar la interfaz hombre – máquina, y por el otro proveer soporte multiusuarios para formular IIDMs con esquemas de competencia y/o esquemas de colaboración para la resolución de problemas matemáticos.

Es importante señalar, que si bien, el presente trabajo considera elementos didácticos particulares, la tecnología no se limita a ninguna teoría de aprendizaje en especial. Es por esta razón que es importante continuar analizando diferentes corrientes que puedan nutrir de elementos que sirvan para garantizar el aprendizaje dentro del contexto del IIDM.

Realizar estudios que permitan contar con métricas sobre la calidad de la interacción del usuario con el SIIDM como puede ser: tiempo de uso, ruta de navegación, IIDM más visitados, entre otras. Es importante que estos análisis se realicen de forma transparente al usuario para evitar cualquier condición adversa al estudio.

IX Literatura Citada:

Allen, J. 1998. "Once upon a number: the hidden mathematical logic of stories". Basic Books. First edition. New York.

Aragón, M. B. y S. Valiente 1992. En el amable mundo de las matemáticas. Editorial Patria. Quinta edición. México.

Ben-Natan, R. 1997. "Objects on the Web Designing, Building, and Deploying Object-Oriented applications for the Web". McGraw-Hill. NewYork. 488 pp.

Boyer, B.C. 1989. History of mathematics. Wiley. Second edition. NewYork.

Caffee, P. 1996. "How to Program Java". QUE. Emeryville. 376 pp.

Clifford, M. M. 1981, "Enciclopedia práctica de la pedagogía". OCÉANO, Barcelona. 789 pp.

Cotton, K. 1997. "Computer-assisted Instruction". URL: www.nwrel.org/scpd/sirs/5/cu10.html.

De Guzmán, M. 1984. "Juegos matemáticos en la enseñanza". Actas de las IV Jornadas sobre Aprendizaje y Enseñanza de las matemáticas Santa Cruz de Tenerife, 10-14 Septiembre 1984.

De la Peña, J. A. 1999. "La enseñanza de las matemáticas: la crisis de la reformas". Revista Universidad de México. Marzo-abril de 1999. (578-579). 12-18 p.

December, J. 1995. Presenting Java. Prentice Hall. Primera edición.

Duchastel, P. 1996. "Learning Interface". Advanced Educational Technology: Research Issues and Futures Potential". New York Springer-Verlag. URL: http://www.nova.edu/~duchastel/interface.html.

Encarta 2000. ENCICLOPEDIA ENCARTA 2000. Microsoft Corporation.

Flander, V. 1999. "Web Pages That Suck -- learn good Web design by looking at bad design. URL: http://www.webpagesthatsuck.com/

Gómez, P. 1997. "Tecnología y educación matemática". Memorias de la Conferencia Conocimiento Global 97. Snata Fé de Bogota, Junio 23-25.

Goodman, D. 1996. "JavaScript Bible". 2nd Edition. IDG Books Worldwide, Inc. Foster City. 607 pp.

Hernández, R. G. 1998. "Paradigmas en psicología de la educación", PAIDÓS. México.

JOC/EFR 1999. "Mathematical games and recreations". URL: http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/HistoryTopics.html

Kearsley, G. 1998a. "Constructivist Theory". URL: http://www.gwu.edu/~tip/bruner.html

Kearsley, G. 1998b. "Connectionism (E. Thorndike)". URL: http://www.gwu.edu/~tip/thorn.html.

Kupka, I. 1999. "Control Inteligente del aprendizaje". En Héctor Rodrígues ed. Aprendizaje colaborativo. Universidad de Guadalajara. Guadalajara. 61-73 p.

Kline, M. 1976. "El fracaso de la matemática moderna ¿Por qué Juanito no sabe sumar?". Siglo veintiuno editores. México, D.F. 197 pp.

Lara, F. 1999. "Sistemas de conocimiento y adquisición de conocimiento en la teleenseñanza". En Héctor Rodrígues ed. Aprendizaje colaborativo. Universidad de Guadalajara. Guadalajara. 74-94 p.

Lemay, L. y C. Perkins L.1997. "Java 1.1 in 21 days".(inglés). Sams.net Publishing. Segunda edición. Indianapolis. 775pp.

Lemay, L, J. Duff. M. y J. Mohler L. 1996. "Graphics and Web Pages Design". Sams.net Publishing. Indianapolis. 363pp.

López, M. G. y G. López. 2000. Una concepción lúdica del software educativo para las matemáticas. Memorias del Primer Congreso de educación Abierta y a Distancia 2000.

Mataix, M. 1986. "Historia de Matemáticos y algunos problemas". Marcombo Boixareu Editores. Barcelon.192pp.

Microsoft. 1998. Ayuda en línea del software FrontPage 98. URL: http://www.microsoft.com/frontpage/resources/howto/themedesigner.htm.

Nielsen, J. 1999. "Site (Usable Information Technology)". URL: http://www.useit.com.

Océano. 1989. "Océano uno diccionario enciclopédico ilustrado".Editorial Océano. Barcelona.

Papert, S. 1993. Childrens´s Machine: Rethinking Schools in the Age of Computer. Basic Books. New York.

Papert, S. 1996. The connected Family bridging the digital generation gap". LongStreet Press. Atlanta. 211 pp.

Perelmán, Y. 1965. "Matemáticas recreativas". Mir Moscú. URSS. 223 pp.

Powell, T. A. 1998. "Web Site Engineering Beyond Web Page Design". Prentice Hall PTR. NJ.

Powers, S. 1998. "Dynamic HTML". Foster City. IDG Books Worldwide, Inc. NJ. 324 pp.

Quatrani, T. 1997. "Visual modeling with Rational Rose and UML". Addison-Weley. Massachusetts. 216 pp.

Resnick, L. B. y W.W. Ford.1990. "Enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos". Paidos. Barcelona. 313 pp.

Saldaña, J. G. 1997. "La Enseñanza de las matemáticas una encuesta y una propuesta". 2001 Educación.(27). 41-46 p.

Sánchez, A. 1998. "Las matemáticas es un oficio que todos podemos aprender". Universidad de México.71-78 p.

Serrano, R. 1997. "Claves de la enseñanza de calidad". Aceprensa Análisis. Año XXVIII Envío 16. Adosa. Madrid.

Siegel, D. 1997. "Secrets of successful web sites". Hayden Book. Indianapolis. 304 pp.

Rinehart, M. 1997. "Java Programming with visual J++. M&T Books. Primera edición. New York. 462 pp.

Rumbaugh, J. *et. al.* 1991. Object-Oriented Modeling and Design. Prentice-Hall. New Jersey.

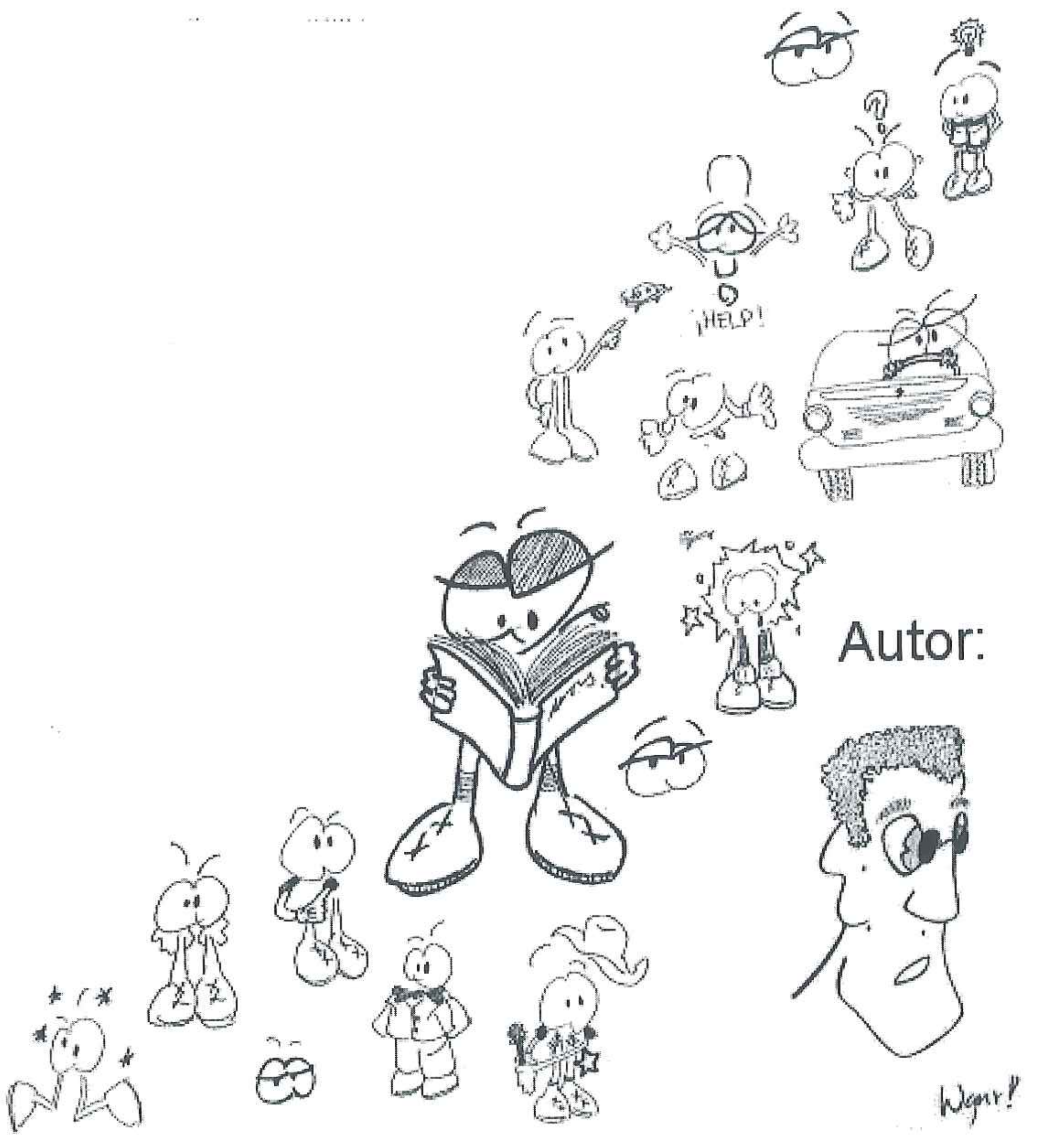
Secretaría de Educación Pública (SEP) 1998. Programa de matemáticas para educación básica secundaria.

Trilla, J. 1993. "La educación fuera de la escuela ámbitos no formales y educación social". Editorial Ariel, S. A., Barcelona. 276 pp.

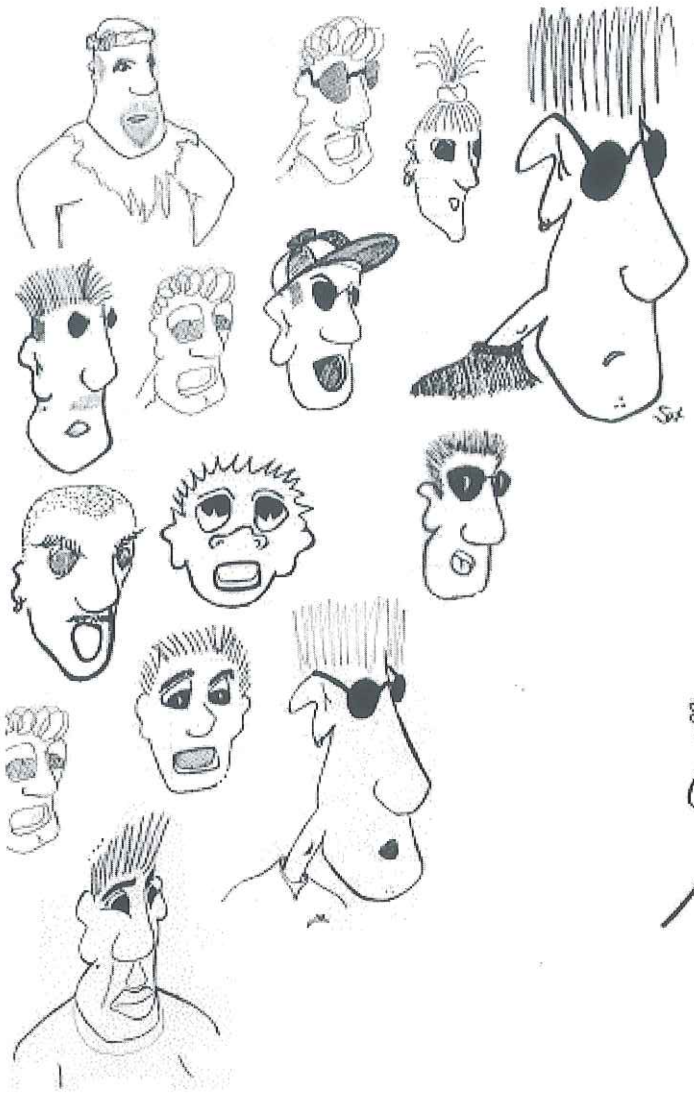
ANEXO A Aportaciones al diseño gráfico de Fibonacci.

Juan Manuel Wagner

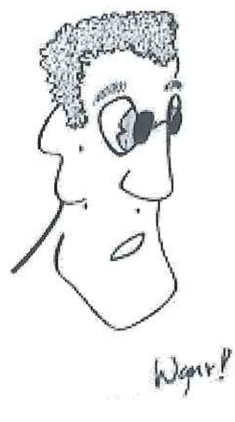
Fibo



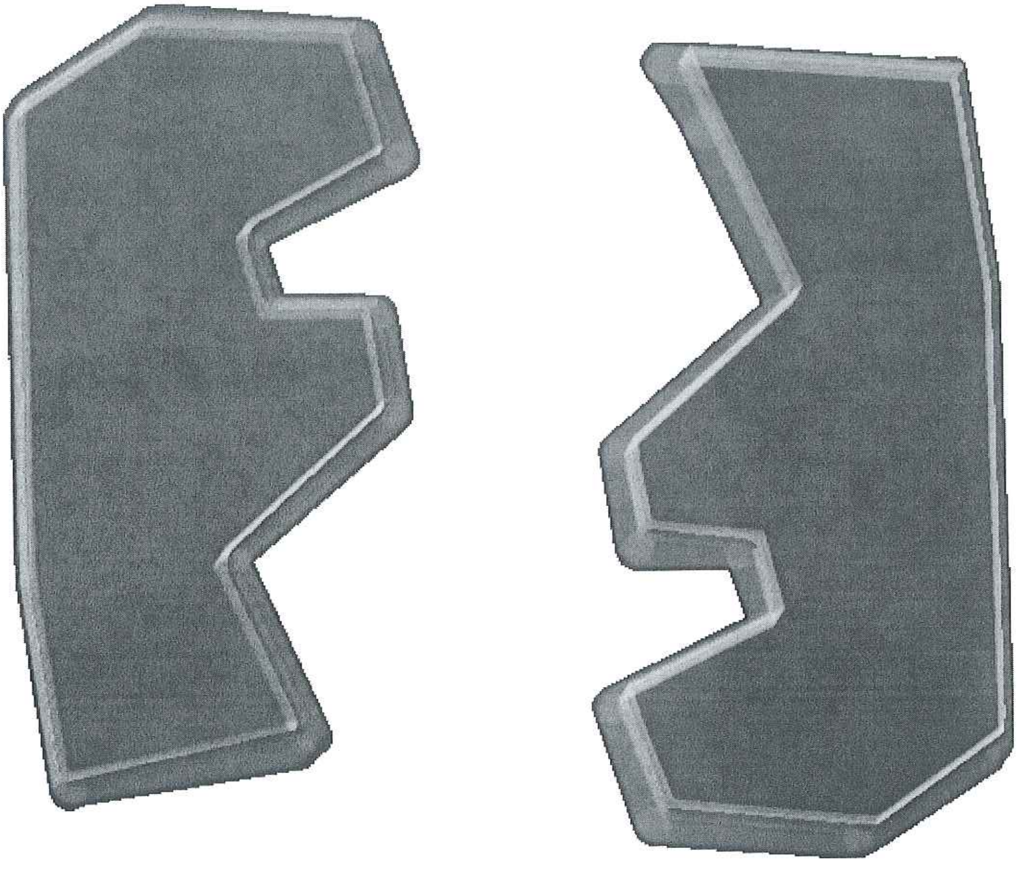
Sax y familia



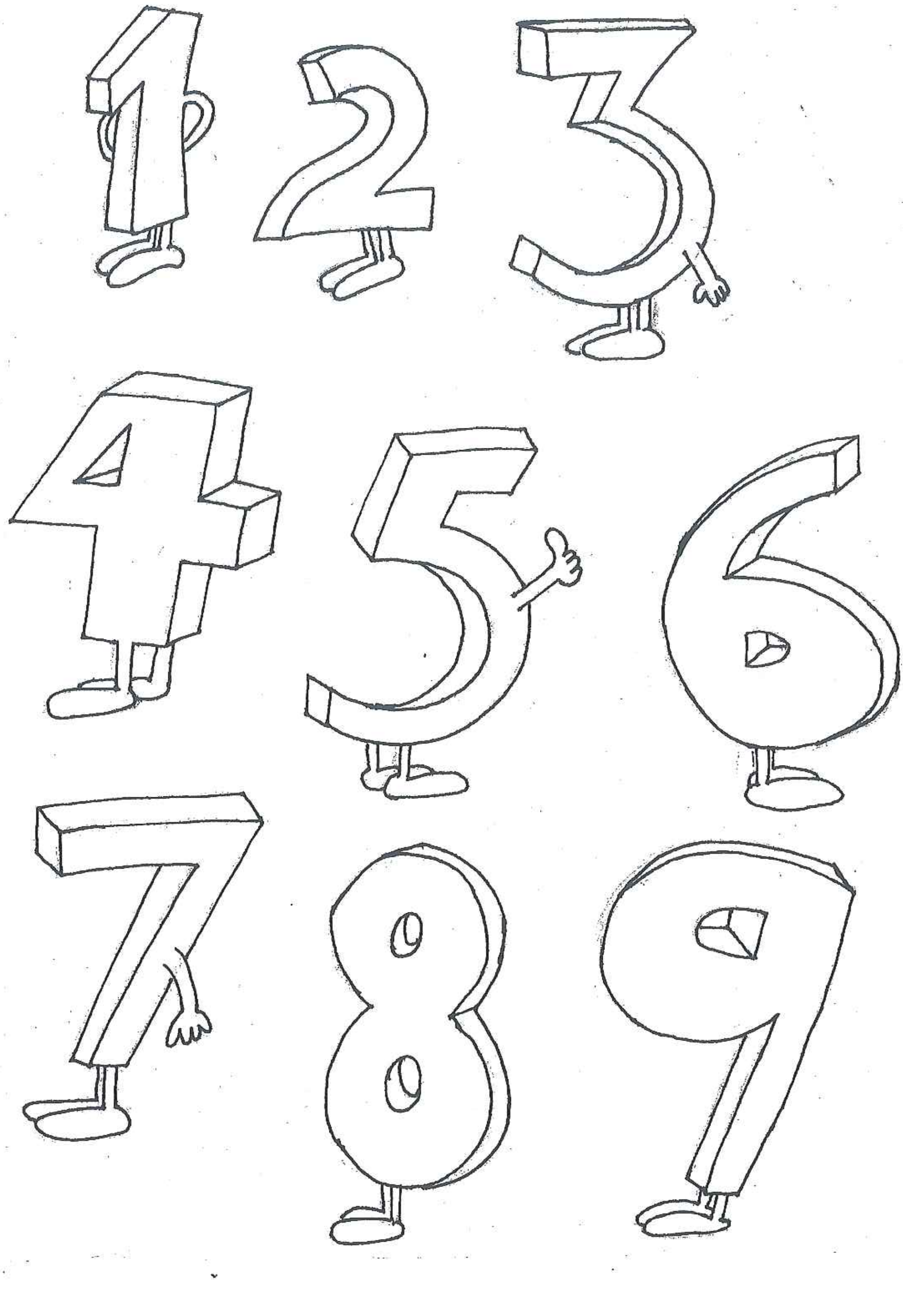
Autor:



Angelina Covarrubias Valdez y Luis Enrique Vizcarra



Mario Carrazco



Anexo B Instrumentos usados durante las evaluaciones

Cuestionario de la primera evaluación

NOMBRE	EDAD	INSTITUCIÓN	TELÉFONO (OPCIONAL)		**5 MUCHO**	**4 BASTANTE**	**3 REGULAR**	**2 POCO**	**1 NADA**
¿TE GUSTÓ JUGAR CON FIBONACCI?									
¿PIENSAS QUE APRENDISTE MATEMÁTICAS?									
¿TE GUSTA LA FORMA EN QUE FIBONACCI PRESENTA LAS MATEMÁTICAS?									
¿TE GUSTARÍA EXPLORAR OTROS JUEGOS MATEMÁTICOS?									
COMENTARIOS:									

Cuestionario de la segunda y tercera evaluación

Edad	Sexo	Grado escolar	Institución

	5 Completamente	4 Bastante	3 Poco	2 Muy poco	1 Nada
El sentir del estudiante hacia las matemáticas					
1. Las Matemáticas son fáciles de aprender					
2. Se puede aprender Matemáticas de una forma divertida					
3. Las matemáticas se usan mucho en la vida diaria					
4. Existen programas de computadora que te ayudan a comprender las Matemáticas					
Fibonacci es fácil de operar					
5. Me gusta como se ve Fibonacci					
6. En Fibonacci es fácil pasar de una pantalla a otra					
7. Las instrucciones de los juegos son claras					
8. Fibonacci esta bien organizado					
Fibonacci es divertido					
9. Fibonacci es divertido					
10. Si pudiera usaría más a Fibonacci					
11. Me sorprendió la variedad de entretenimiento de Fibonacci					
12. En Fibonacci encontré una nueva forma de diversión					
Fibonacci apoya y facilita el aprendizaje					
13. Fibonacci invita a conocer el lado divertido de las Matemáticas					
14. Sientes que aprendes Matemáticas mientras juegas con Fibonacci					
15. Te gustaría jugar más Diversiones Matemáticas					
16. Al usar Fibonacci practico las Matemáticas que me enseñan en la escuela					

Dinos algo más acerca de Fibonacci:

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Anexo C Comentarios adicionales de Fibonacci

Estudiantes del Colegio Ateneo

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
los progamas de rompecabesa y las pregunt-
as que son problemas y asertijos.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Que es un programa donde todo está a la vista y facil de usar.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
La manera con la que te
enseña matematicas.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
El juego de los discos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
half, because is not have many for us to play-
game

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Lo que más me gustó es que está muy bien presentado
y que estaba excelentemente bien organizado.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Su presentación, la forma en que te llama la atención
para aprender matemáticas, en la manera en que se
aprende y por su contenido, tenes para elgir.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Las Torres de Hanoi
Acertijos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
La torre de Hanoi, algebra

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
los colores, los monos y que contiene lo que más me gusta ...¡juegos! y lo mejor es que éstos sirven para aprender matemáticas que es una de las materias que me cuestan más trabajo.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
El juego d' los discos q' tienes q' pasar.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Sus juegos y su forma de enseña jugando.
Acertijos y la torre de Hanoi

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
que te hace pensar

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
el de las torres de Hanoi

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
El juego de las 64 anillos que teniamos q' resolver me gusto mucho, tambien me gustaron los colores y que esta muy original

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

La manera que enseña Matématicas por juegos.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

La canción de acertijos (aunque cuando lo vi
solo habia uno)

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

El Rompecabezas

Y los juegos eran cool.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

me gusta mas torres de Hanoi

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

QUE SUS JUEGOS SON ENTRETENIDOS.
APARTE DE DIVERTIRNOS, APRENDEMOS Ó PRACTICAMOS
LA MATERIA.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

lo diversion de sus juegos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

que te puede enseñar las matematicas divirtiendote y
no siempre tenemos que pensa que las
matematicas son aburridas. Con. Fibonacci podemos aprender
matematicas divirtiendote.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

los juegos que me ayudan a entender mas facil las Matematicas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Pues me gustaron mucho los rompecabezas de Delfines, cuenta hasta 99, Adivinanzas, Moscucos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Torres de Hanni, por que es de pensar sin desesperarte por que pierdes

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

los juegos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Que tiene muchos juegos que te enseñan mejor las matematicas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Las torres de hanoi y el de adivina un numero y rompecabezas La balanza algebraica

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Las torres de Hanoi, los rompecabezas y encontrar el número

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Las torres de hanoi, la adivinanza, el rompecabezas de los delfines, adivinar el numero

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
las rompecabeza, las torres de Hanoi, Encontrar numero

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
que es muy divertido

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
El que tiene que encontrar el numero

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Me gusta el rompecabezas de delfines y las torres de Hanoi

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Que hace que mis neuronas se activen, una forma de agilizar tu mente y repasar lo aprendido en la escuela

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
que aprendes matematicas jugando

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Su presentación, Sus juegos, la manera de enseñar y divertir a la vez.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
que contiene juegos con el mas matematicas apresoles

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

nada, me gusto Todo...

...esta un poco lento

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que no uso mucho Dhtml y solo habia un acertijo

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

lo que no me gusta de Fibonacci es que tiene muy poquitos juegos.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que es algo complicado

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

el juego de las cartas

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Some game is very hard

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Solo no me gusto una cosa, que fue que era muy dificil entrar a el.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Pues que hay unos enque no puedes entrar, unos son dificiles y te ponen tiempo y no alcanzas.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

completa hasta 99.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que no siempre se entienden bien las instrucciones.
y que hay muy pocos juegos.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Los acertijos.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Su lentitud para entrar
a las ventanas

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

rompecabezas

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Cuando no lo puedo pasar me desespero
y cuando lo paso es un alivio

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

I thing I thought not fun is because there wasn
much choices to play. There was only little
games.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Me gusto en general y lo unico que no que en
el juego de llegar a 100 se trababan los
numeros
sugerencia:
Si peden ponganle mas juegos
atte
[illegible]

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

tiene poca variedad de juegos.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Los rompecabezas porque no se pueden desplazar bien las piezas.
Se traba fácilmente y a veces las instrucciones no son claras.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Tenia varios errores (muchos)

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Balanza algebraica

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

ALGUNOS JUEGOS NO SON ENTRETENIDOS

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

no tiene variedad de juegos

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que no vienen muchas adivinanzas y chistes.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que Tarda en Pasar algunos juegos

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Balanza algebraica, Encontrar #.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Nada, esta muy divertido. Bueno la lentitud

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
el juego de la Baraja

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Algunas Instrucciones no son tan claras.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
~~[illegible]~~ el juego del 99

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
que sólo tenía un acertijo

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
La balanza algebraica, etageras y barajas y contar hasta 99, taraceadas

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Balanza algebraica

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
las torres de Hanoi

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que es muy lento y hay juegos muy aburridos

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que se tarda mucho y el fondo del juego se ve muy de niños

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que a veces me desespero y me aburre.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que no se adapta a todos los programas

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que no tiene muchos acertijos y pocos juegos

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que se tarda poco y que no es muy como esos juegos

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que son muy pocos juegos

Estudiantes de la Secundaria Federal Diurna No.1 "Héctor A. Migoni Fontes"

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Los juegos, la aritmetica, la geometrica, los acertijos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
El algebra por que las Matematicas es mi materia Favorita.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Qué aqui tiene puras cosas matematicas es lo bueno que tengan las matematicas porque en esto puedes ir aprendiendo mas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Sus Juegos, y que puedes aprender muchas cosas de lo que te imaginas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Sus juegos y operaciones (algunas).

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
LA FORMA EN QUE SE MUEVEN LAS PANTA-LLAS LA FORMA EN QUE JUGANDO SE PUEDE APRENDER MAS Y DIVERTIRCE

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Todo

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Que Tiene juegos muy divertidos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
que al jugar aprendo mas sobre las matematicas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
La manera en que te explican como son algunos juegos.
Su ilustracion e instrucciones

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Que es la manera de aprender mas y poder divertirte al mismo tiempo
La ilustración es divertida

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
En que podemos aprender muchas cosas de matematic con juegos, que nos permite entender y comprender lo que en realidad es muy dificil de captar.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
los Juegos Y Graficas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Sos juegos porque son divertidos y se aprende mucho con solo jugar

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?
Que esta bien compuesto por las instrucciones de cada uno de los juegos y esta muy divertido

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Pues que es la forma más Facil de aprender Matematicas y si la materia es aburrida este Metodo la hace muy divertida y Facil de aprender

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Los juegos, los acertijos y los rompecabezas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Que aprendes divertidamente las matemáticas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Todo menos Historia

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

la forma como se aprende más y los juegos son muy divertidos y se apiede más matemáticas.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

La Forma de aprender Matematicas de una Manera mas Fasil y agradable. y tambien los juegos son muy divertidos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

la forma en que bienen los operaciones

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Que nos ofrecen una manera divertida de aprender matematicas.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Son Juegos y las Historia

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Los juego divertidos que tiene y lafacilidad con que puedes jugar.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Los juegos como Acertijos y Algo mas y juegos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Que al jugar en la computadora puedes desarrollar mas facilmente tus habilidades matemáticas de una forma mas divertida, ademas. (Juegos: Cuenta hasta 99, Adivina el número y Aritmética 24)

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Los rompecabezas de los delfines.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Que te enseña matematicas de una forma divertida

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

La balanza algebraica

En pocas palabras todo me gusto mucho pero lo que más me gusto fue las bellas artes y los acertijos.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Sus Juegos por que Todos nos ayudan a Aprend de Las MATEMATICAS u OTRAS cosas

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Me gustaron los juegos, mas alla y acertijos

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Qué aprendes matemáticas, que te dan instrucciones de lo que vas a hacer, que hay mucha variedad de juegos. que me divierto.

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Todo me gusto

¿Qué es lo que más te gusta de Fibonacci?

Que mientras ~~[illegible]~~ Jugamos aprendemos matematicas en una forma divertida.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Fibonacci 1,2,3 e Historia

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
LA historia por que es la que menos me gusta

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
HISTORIA

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Todo me gusto.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Que unas operaciones están muy difíciles -(a veces).

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
NADA.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
todo me gusto

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
es muy simple

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?
Que casi no tiene juegos, y sus instrucciones

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Casi no tiene juegos (variedades)

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Es que algunos programas tienen muy pocos juegos.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

lo complicado de Matematicas

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

los fibonacci 1,2,3 porque casi no les entendi

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

El juego que trae de las aritmeticas, pero no es por que este mal presentado ni nada por el estilo si no es que no doy una en esa sección, pero todo lo démas estuvo ¡Super! gracias.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que puedo jugar con las matematicas de una manera de aprendizaje mas divertida y además puedo aprender sobre todo en agilidad mental

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Me gusta todo en general

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que no viene algo más de lo que estamos mirando en la materia pero sino sirve para ponerlos a pensa.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Historia.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Los acertijos.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Historias

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

todo me gusto de Fibonacci

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

me gusto todo de Fibonacci.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Todo me gusto

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

magusto

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

~~[illegible]~~ ninguna todomegusta

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Es un poco complicado

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Nada todo me justo.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que tarda un poco en abrir ventanas y faltan acertijos

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

El juego de algo más de las aritmeticas.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que es muy lento

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

todo me gusto porque es divertido

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

No hubo nada que no me gustara. por que todo el juego fue muy divertido especialmente los acertijos y las ballas altas.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que no tiene juegos de accion

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

el algebra porque esta dificil

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

no hubo nada que me gustaria

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que se requiere de mucho pensamiento

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

que se requiere de mucho pensamiento.

¿Qué es lo que menos te gusta de Fibonacci?

Que en casi todo perdí.

Semana de Ciencias:

La interface
es muy interactiva

Hiper-padre.

Necesito conocerlo más
para dar un buen
comentario

Que metan más juegos.

Muy interesante.