Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada

Generacion Optimizada de Parejas de Fotones por Down Conversion Parametrico en Cristales Fotonicos No Lineales

TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS

MARIA CORONA GARCIA-CABRAL

ENSENADA BAJA CFA, MEXICO NOVIEMBRE DE 2006

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA

PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS EN ÓPTICA

Generación Optimizada de Parejas de Fotones por Down Conversion Paramétrico en Cristales Fotónicos No Lineales

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

María Corona García-Cabral

Ensenada, Baja California a noviembre de 2006.

TESIS DEFENDIDA POR

María Corona García-Cabral

Y aprobada por el siguiente comité:

A. U'Ren

Dr. Alfred Barry U'Ren Cortés

Director del Comité

Dr. Kevin Arthur O'Donnell

Miembro del Comité

Dr. Roger Sean Cudney Bueno

Miembro del Comité

Dr. Santiago Camacho López

Miembro del Comité

Dr. Horacio Jesús De la Cueva Salcedo

Miembro del Comité

Dr. Roger Sean Cudney Bueno

Coordinador del Programa de Posgrado en Óptica

Edgar Pavia

Dr. Edgar Gerardo Pavia López

Director de Estudios de Posgrado

21 de noviembre de 2006

RESUMEN de la tesis de **María Corona García-Cabral**, presentada como requisito parcial para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ÓPTICA con orientación en ÓPTICA FÍSICA. Ensenada, B. C. noviembre de 2006.

Generación Optimizada de Parejas de Fotones por Down Conversion Paramétrico en Cristales Fotónicos No Lineales

Resumen aprobado por:

A. U'Ren

Dr. Alfred Barry U'Ren Cortés

Director de Tesis

El fenómeno de *downconversion* paramétrico (PDC) constituye un método práctico para la generación de luz no-clásica. Las parejas de fotones generadas por el proceso de PDC muestran correlaciones cuánticas, también conocidas como enlazamiento cuántico, en los grados de libertad continuos (frecuencia, dirección de propagación e instante de emisión). El PDC muestra una gran versatilidad en las características de enlazamiento cuántico al variar los parámetros de la fuente. La manipulación de estas características cobra gran importancia debido, por un lado, a la existencia de un conjunto de aplicaciones que requieren de la ausencia de enlazamiento cuántico y por otro lado, de un segundo conjunto de aplicaciones que explotan la presencia de enlazamiento cuántico con características específicas. Este trabajo está enfocado al desarrollo de técnicas que permitan el acondicionamiento de las características en estados de dos fotones generados por PDC. Se estudia la utilización de cristales fotónicos no lineales unidimensionales como fuentes de PDC, explotando la modificación, con respecto a la dispersión material, en las propiedades dispersivas en las inmediaciones de la condición de Bragg. Se encontró un conjunto de condiciones que deberá cumplirse para garantizar la emisión de parejas de fotones esencialmente factorizables, donde la principal condición es el empatamiento total de velocidad de grupo entre las tres ondas involucradas. Lo último se puede logar al explotar el mayor número de grados de libertad presentes para cristales fotónicos no lineales, en comparación con los cristales no lineales convencionales. Utilizando descomposiciones de Schmidt númericas, se pudo confirmar que para ciertas combinaciones de parámetros experimentales, es posible emitir estados de dos fotones que son esencialmente factorizables.

Palabras clave: Enlazamiento cuántico, *Downconversion* paramétrico, Cristales fotónicos no lineales, Empatamiento de velocidad de grupo.

ABSTRACT of the thesis presented by **María Corona García-Cabral**, as a partial requirement to obtain the SCIENCE MASTER degree in OPTICS with orientation in OPTICS PHYSYCS. Ensenada, B. C. november 2006.

Optimal Generation of Photon Pairs by Parametric Down Conversion in Nonlinear Photonic Crystals

Abstract approved by:

A. U'Ren

Dr. Alfred Barry U'Ren Cortés

Thesis director

The process of parametric down conversion (PDC) constitutes a practical method for the generation of non-classical light. Photon pairs generated by PDC exhibit quantum correlations, also known as quantum entanglement, in the continuous degrees of freedom (frequency, propagation direction and time of emission). Furthermore, PDC photon pairs show a remarkable versatility in the quantum entanglement characteristics, which can be controlled through variations in the source parameters. The manipulation of these characteristics is crucial due, on the one hand, to the existence of a set of applications that require the absence of continuous variable quantum entanglement, and, on the other hand, to a second set of applications that require the presence of continuous variable quantum entanglement with specific characteristics. This work is focused on the techniques development that allow engineering of two photon states generated by PDC; in particular, we study the use of nonlinear one-dimensional photonic crystals as PDC sources, taking advantage of the strong resulting modification to the dispersive properties in the vicinity of the Bragg condition. We have derived a set of conditions which must be fulfilled in order to guarantee the emission of photon pairs that are essentially factorable; the main condition is that of full group velocity matching among the three interacting waves. The former can be achieved due to the existence of a larger number of degrees of freedom for nonlinear photonic crystals, in comparison with conventional nonlinear crystals. Using numerical Schmidt decompositions, we have verified that for certain experimental parameters combinations it is possible to emit photon pair states which are essentially factorable.

Keywords: Quantum entanglement, Parametric downconversion, Nonlinear photonic crystals, Group velocity matching.

A mis papás:
Rodolfo Corona Vázquez
y
Sylvia García Cabral Mynatt

Agradecimientos

Este documento de tesis, es resultado de horas de dedicación y trabajo, de investigación y búsqueda personales, es el resultado de un sueño que apenas empieza. Pero no es un trabajo individual, en él se encuentran las palabras de aliento de mis padres, de mis amigos y de aquellos que me aprecian, a quienes agradezco tanto su apoyo. Aquí quedan plasmadas las enseñanzas de mis profesores, a quienes no tengo más palabras para agradecerles, pero sin los cuales, esta obra no sería posible.

En primer lugar, les quiero agradecer con todo mi corazón a mis papás el apoyo y la comprensión que siempre han tenido conmigo en todas las etapas de mi vida, y por inculcarme los deseos y la necesidad de prepararme bien por mi país. A mi mamá, por siempre estar al pendiente de mi, por ser mi gran amiga y por permitirme e impulsarme a realizar mis sueños. A mi papá, por ser mi ejemplo a seguir y por recordarme constantemente que lo importante en esta vida es ser feliz. Los amo.

Quiero agradecer con muchísimo cariño, a mis hermanos, Alonso y Rebeca, por ser parte importante de mi vida y participar de mis logros y fracasos. De la misma manera que a mi tio Arturo, que siempre me ha alentado a seguir adelante con mis sueños.

De manera muy especial quiero agradecerle al Dr. Alfred U'Ren, por transmitirme parte de sus conocimientos e introducirme en el mundo de la investigación. Gracias Alfred por todo el tiempo que me dedicaste y por toda la paciencia que me tuviste.

Muchas gracias a los miembros de mi comité de tesis por su disposición, y sobre todo por las aportaciones y los comentarios valiosos que me hicieron en el desarrollo de este proyecto.

Debo agradecer también a los profesores del departamento de Óptica, el conocimiento y la experiencia que me transmitieron durante mi estancia en este centro.

Con mucho cariño, al Dr. Alfonso Serrano Heredia, por haberme animado a ingresar a este centro de investigación.

Agradezco a mis grandes amigos Ale y Rubén, por aguantarme en mis histerias y por ser mi apoyo emocional durante el tiempo que he vivido en Ensenada.

Estoy muy agradecida con Yasser, ya que fue una gran ayuda para la realización de este trabajo.

Mis agradecimientos sinceros a toda mi familia y a mis amigos que siempre han estado alentándome y apoyándome sin importar la distancia. De manera particular a Paola y a Xavier que fueron parte importante en esta etapa de mi vida.

Un agradecimiento especial al CONACYT por el apoyo otorgado para la realización de mi trabajo.

Ensenada, México
21 de noviembre de 2006.

María Corona García-Cabral

Tabla de Contenido

Tabla de Contenido (Continuación)

Lista de Figuras

Figura Página

Lista de Figuras (Continuación)

Lista de Tablas

Capítulo I

Introducción

El fenómeno de *downconversion* paramétrico (PDC por sus siglas en inglés) es uno de los procesos físicos que se usa en la actualidad con mayor éxito para la generación de luz no-clásica. Ha sido utilizado como base para la implementación de tecnologías de procesamiento y transmisión de información cuántica, así como para la demostración de la validez de la mecánica cuántica, por ejemplo a través de la violación de desigualdades de Bell (Bell, 1966).

En el proceso de PDC, fotones individuales de un haz de bombeo intenso incidente sobre un material no lineal de segundo orden ($\chi^{(2)}$) decaen de manera espontánea en parejas de fotones, de modo tal que se cumple la conservación de energía y de momento. Los dos modos de emisión resultantes (comúnmente denominados señal y acompañante) exhiben correlaciones en número de fotones y en grados de libertad fotónicos continuos como frecuencia, dirección de propagación e instante de emisión. Un aspecto sobresaliente del PDC es que los fotones señal y acompañante pueden exhibir correlaciones no-clásicas, conocidas también como enlazamiento cuántico que es una característica específica de los sistemas cuánticos y no se puede presentar en los sistemas clásicos. Además, el PDC muestra gran versatilidad en las posibles características del enlazamiento cuántico de variable continua (como frecuencia o dirección de propagación) al variar los parámetros experimentales que describen a la fuente. La manipulación de las propiedades de enlazamiento cuántico de variable continua en parejas de fotones es importante desde dos puntos de vista. En primer lugar, existen aplicaciones donde se explota el enlazamiento cuántico en un cierto grado de libertad (por ejemplo, polarización) y donde la existencia de enlazamiento en grados de libertad no utilizados como frecuencia o dirección de propagación, puede degradar el desempeño del efecto cuántico esperado. Así por ejemplo, en fuentes de parejas de fotones enlazados en polarización (Kwiat *et al.*, 1995), el enlazamiento cuántico espectral puede reducir la visibilidad en experimentos de interferencia de polarización, donde la visibilidad se define como la tasa de coincidencias en el centro del interferograma normalizada por la tasa de coincidencias para un retraso temporal entre los fotones mucho mayor que el tiempo de correlación (Hong *et al.*, 1987). Tecnologías como la computación cuántica con óptica lineal dependen de una visibilidad óptima en la interferencia observada entre dos o mas fotones individuales anunciados. En segundo lugar, existen efectos cuánticos que dependen de la existencia de tipos específicos de enlazamiento cuántico de variable continua. Un ejemplo de lo anterior son aplicaciones sugeridas de metrología cuántica (Giovannetti *et al.*, 2001) que explotan correlaciones positivas estrictas en estados multi-fotónicos. En ambos casos, se requiere de la habilidad de manipular el enlazamiento de variable continua, en el primer caso, con el fin de eliminarlo y en el segundo con el fin de acondicionarlo bajo ciertos criterios.

Un ejemplo importante de una aplicación de enlazamiento cuántico en número de fotones donde la presencia de enlazamiento en grados de libertad continuos (por ejemplo, frecuencia) representa una limitación es la generación de fotones individuales por preparación condicional, que es una aplicación natural del proceso PDC. Las correlaciones de número de fotones entre los modos señal y acompañante idealmente significan que, en la ausencia de pérdidas ópticas y otras imperfecciones experimentales, la detección del fotón acompañante "anuncia" la presencia de un fotón individual en el modo señal. Esta técnica se ha demostrado experimentalmente, con una alta eficiencia experimental, por ejemplo utilizando guías de onda no lineales (U'Ren *et al.*, 2004; Pittman *et al.*, 2005). Para ciertas aplicaciones, incluyendo la computación cuántica con óptica lineal (Knill *et al.*, 2001; Ralph *et al.*, 2002), además se requiere de una alta eficiencia de preparación condicional, de que los fotones individuales generados sean descritos por estados cuánticamente puros. De hecho, la existencia de mezclas estadísticas de modos en el estado cuántico se traduce en una visibilidad de interferencia reducida entre múltiples fotones individuales anunciados. Se ha demostrado que tal pureza en los fotones individuales preparados requiere de la ausencia total de correlaciones en el estado de dos fotones (U'Ren *et al.*, 2005b). Sin embargo, las fuentes PDC típicamente están caracterizadas por correlaciones agudas en los grados de libertad continuos. Por lo tanto, un reto importante para el progreso del procesamiento de información cuántica experimental es el desarrollo de técnicas efectivas para eliminar el enlazamiento de variable continua presente en parejas de fotones. Es importante señalar que una de las ventajas fundamentales de la utilización de guías de onda no lineales monomodales como fuente PDC es que la geometría confinada implica un desacoplamiento natural entre los grados de libertad espacial y espectral además de la supresión de correlaciones espaciales, ya que las características espaciales de los fotones emitidos, están completamente definidas por el único modo espacial permitido por la guía de onda, sin importar la frecuencia óptica a la que se esté trabajando. De esta forma para fuentes de PDC guiadas, basta con garantizar desacoplamiento espectral en las parejas de fotones para garantizar la ausencia total de correlaciones entre los fotones señal y acompañante.

Existen ciertas aplicaciones que explotan el enlazamiento cuántico de variable continua caracterizado por un cierto tipo de correlación en alguno de los dominios. Un ejemplo de esto son esquemas propuestos de criptografía cuántica de variable continua donde la correlación espectral se traduce en información mutua entre los dos modos fotónicos (Zhang *et al.*, 2006). Otro ejemplo es un esquema propuesto de teleportación de un paquete de onda uni-fotónico que utiliza como recurso el enlazamiento espectral entre señal y acompañante (Molotkov, 1998; Molotkov y Nazin, 1999). Para estos dos ejemplos, los estados de dos fotones que exhiben correlaciones positivas o negativas son igualmente apropiados. Sin embargo, para algunas aplicaciones se requiere de un tipo específico de correlaciones espectrales. En particular, las correlaciones espectrales positivas son de utilidad para la metrología cuántica (Giovannetti *et al.*, 2001) y para lograr la cancelación de dispersión externa a todos los órdenes (Erdmann *et al.*, 2000). Por otra parte, en fuentes de dos fotones, donde los fotones señal y acompañante son intrínsecamente distinguibles (por ejemplo PDC tipo II, en donde las ondas generadas son ordinaria y extraordinaria) se observa una reducción de interferencia, por ejemplo en un interferómetro Hong-Ou-Mandel, para cristales largos. En dichas circunstancias una solución es acondicionar la fuente PDC para establecer correlaciones espectrales negativas, garantizando de esta manera la indistinguibilidad de los fotones señal y acompañante (U'Ren *et al.*, 2006a). Las aplicaciones aquí mencionadas indican la importancia de la manipulación del enlazamiento cuántico en grados de libertad espectral.

Una de las ventajas del proceso de PDC frente a otras tecnologías de generación de luz no-clásica es que el estado cuántico resultante admite una gran libertad de manipulación y de acondicionamiento de las propiedades de correlación en grados de libertad continuos (espectral, temporal y momento transversal). El tipo y grado de correlación observada está determinada por la dispersión experimentada por el haz de bombeo y por los paquetes de onda uni-fotónicos señal y acompañante en el cristal no lineal. Se ha demostrado (Grice *et al.*, 2001; U'Ren *et al.*, 2005b) que el grado y tipo de desempatamiento de velocidad de grupo entre los tres campos involucrados juegan un papel fundamental en la determinación de las propiedades de enlazamiento espectral. Para acondicionar la estructura modal del PDC se cuenta con herramientas experimentales específicas como la utilización de un haz de bombeo estructurado espacial y temporalmente, el confinamiento óptico a través de guías de onda, la utilización de una no linealidad estructurada espacialmente y el diseño de materiales ópticos con propiedades dispersivas específicas.

En la literatura reciente se han reportado técnicas para lograr el empatamiento de velocidades de grupo requerido para la generación de parejas de fotones factorizables, donde un fotón no posee información del otro fotón. La más básica es la utilización de materiales que de manera natural cumplen la condición de empatamiento de velocidad de grupo (Grice *et al.*, 2001). La desventaja, sin embargo, es que debido a que en general no es posible controlar las propiedades dispersivas de los materiales ópticos, estas condiciones se cumplen para materiales específicos en rangos espectrales específicos. Para materiales no lineales comunes, el empatamiento de velocidad de grupo directo se da en el infrarrojo, donde desafortunadamente la tecnología de detección de fotones individuales no se encuentra bien desarrollada.

Se han propuesto técnicas más complejas para la obtención de empatamiento de velocidad de grupo. Una de estas técnicas propone explotar la simplificación resultante de las condiciones de empatamiento de fases longitudinal al bombear transversalmente una guía de onda no lineal (Walton *et al.*, 2004). También se ha propuesto que al explotar la dispersión añadida por parejas de rejillas de difracción se puede lograr una modificación de la velocidad de grupo efectiva, y en consecuencia empatamiento de velocidad de grupo (Torres *et al.*, 2005a). Por otra parte se ha demostrado experimentalmente que a través de la utilización de arreglos periódicos de medios no lineales y espaciadores birrefringentes se puede compensar el desempatamiento de velocidad de grupo en el cristal por la dispersión asociada a los espaciadores (U'Ren *et al.*, 2005b,a, 2006a,b).

En el presente trabajo, se estudia la utilización de materiales ópticos no lineales caracterizados por una variación espacial periódica de las propiedades ópticas lineales, como fuente de PDC, con el propósito de manipular el estado de dos fotones resultante. Se explota el hecho de que la presencia de una rejilla de Bragg resulta en una modificación sustancial de las propiedades dipersivas, en particular de la velocidad de grupo. Se muestra que la presencia de un mayor número de grados de libertad en cristales fotónicos no lineales (en comparación con cristales no lineales convencionales) permite el cumplimiento de empatamiento total de velocidad de grupo entre las tres ondas involucradas, lo cual se traduce en la posible emisión de parejas de fotones esencialmente factorizables.

Capítulo II

Cristales Fotónicos

II.1 Propagación de Ondas Electromagnéticas en Medios Periódicos

II.1.1 Teorema de Bloch

En este trabajo se estudia la generación de parejas de fotones por el proceso de *downconversion* paramétrico en cristales no lineales de segundo orden que exhiben una periodicidad espacial en las propiedades ópticas lineales. Se considerarán medios con simetría traslacional, de modo que los tensores dieléctrico y de permeabilidad cumplen con:

$$\varepsilon(\overrightarrow{r}) = \varepsilon(\overrightarrow{r} + n\overrightarrow{a}), \quad \mu(\overrightarrow{r}) = \mu(\overrightarrow{r} + n\overrightarrow{a}), \tag{1}$$

donde $\overrightarrow{a}$ representa el periodo y n es un número entero. La Ec. 1 indica que el medio es traslacionalmente invariante bajo desplazamientos sobre la dirección definida por $\overrightarrow{a}$ con magnitud $n|\overrightarrow{a}|$. A los materiales ópticos con estas características les llamaremos cristales fotónicos. En este trabajo nos concentraremos en cristales fotónicos unidimensionales, para los cuales existe un eje de la estructura sobre el cual se observa el comportamiento periódico y donde el material es continuo en sus propiedades ópticas lineales y no lineales en cualquier dirección ortogonal a este eje.

Se puede demostrar (Yariv y Yeh, 1984) que al imponer la simetría traslacional, dada por la Ec. 1, en las ecuaciones de Maxwell, los modos normales de los campos eléctrico y magnético quedan como:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_K(\vec{r})e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}},\\ \vec{H} &= \vec{H}_K(\vec{r})e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}},\end{aligned} \tag{2}$$

donde las funciones envolventes $\vec{E}_K(\vec{r})$ y $\vec{H}_K(\vec{r})$ muestran a su vez simetría traslacional:

$$\begin{aligned}&\vec{E}_K(\vec{r}) = \vec{E}_K(\vec{r} + \vec{a}),\\ &\vec{H}_K(\vec{r}) = \vec{H}_K(\vec{r} + \vec{a}).\end{aligned} \tag{3}$$

La solución más general para los campos eléctrico y magnético en el medio periódico estará dada por superposiciones de los modos normales:

$$\begin{aligned}\vec{E}(\vec{r}) &= \sum_j \vec{E}_K^{(j)}(\vec{r})\mathrm{e}^{-i\vec{K}^{(j)}\cdot\vec{r}},\\ \vec{H}(\vec{r}) &= \sum_j \vec{H}_K^{(j)}(\vec{r})\mathrm{e}^{-i\vec{K}^{(j)}\cdot\vec{r}},\end{aligned} \tag{4}$$

donde el superíndice j denota cada uno de los modos. Al resultado anterior se le conoce como el Teorema de Floquet o Teorema de Bloch (Yariv y Yeh, 1984). El subíndice $\mathbf{K}$ es el vector de onda de Bloch e indica que las funciones $\mathbf{E_K}$ y $\mathbf{H_K}$ dependen de $\mathbf{K}$. Existe también una relación de dispersión entre ω y el vector de onda de Bloch:

$$K = K(\omega), \tag{5}$$

la cual define las propiedades dispersivas del medio periódico.

La propagación de radiación electromagnética en el medio periódico está completamente caracterizada por las envolventes $\vec{E}_K^{(j)}$ y $\vec{H}_K^{(j)}$ y por la relación de dispersión $K^{(j)} = K^{(j)}(\omega)$.

II.1.2 Ondas de Bloch

Para un cristal fotónico el vector de campo eléctrico que describe la propagación dentro de ellos toma la forma de una onda de Bloch (ver Ec. 2):

$$\overrightarrow{E} = E_K(z)e^{iKz}e^{-i(\omega t - k_y y - k_x x)}\hat{u}, \tag{6}$$

donde $\hat{u}$ es un vector unitario que describe la polarización. Aquí se establece la suposición de que el medio es periódico únicamente en la dirección de z y k_μ con $\mu = x, y$ representan las componentes x y y del vector de onda. La función envolvente dada por $E_K(z)$ es entonces periódica con el mismo periodo Λ que caracteriza al cristal fotónico (ver Fig.1):

$$E_K(z) = E_K(z + \Lambda). \tag{7}$$

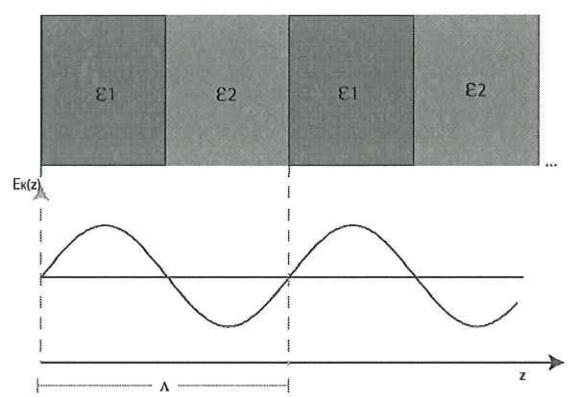

Figura 1: La función envolvente de Bloch dentro del medio periódico está caracterizada por el mismo periodo que el cristal.

En el límite en que la variación periódica se elimina, la envolvente del campo eléctrico tiende a una constante, de tal manera que la onda de Bloch en un medio contínuo se reduce a una onda plana.

Siendo la función envolvente de Bloch (Ec. 7) periódica en z con periodo Λ se puede descomponer como una serie de Fourier:

$$E_K(z) = e^{iKz} \sum_m A_m e^{iG_m z}, \tag{8}$$

en donde $G_m = 2\pi m/\Lambda$ representan los armónicos espaciales derivados de la periodicidad en las propiedades ópticas lineales.

II.2 Cristales Fotónicos No Lineales

En este trabajo se consideran procesos de mezclado de tres ondas en cristales fotónicos unidimensionales que presentan una no linealidad $\chi^{(2)}$. Se supondrá la utilización de un cristal birrefringente uniaxial cuyos índices de refracción han sido previamente alterados con respecto a su estado natural para así obtener una variación espacial periódica. En particular, se supondrá que se tiene una variación de índice de refracción con perfil cuadrado para las ondas ordinaria y extraordinaria, de manera que:

$$n_\mu(z,j) = \begin{cases} n_{\mu 1}, & j\Lambda < z < a + j\Lambda \\ n_{\mu 2}, & a + j\Lambda < z < (a+b) + j\Lambda, \end{cases} \tag{9}$$

donde $\mu = e, o$, $j = 0, 1, ..., N-1, N$, es el número de celda, N es el número total de celdas en el cristal, z es la distancia sobre el eje de propagación dentro de una celda y $\Lambda = a + b$ es el periodo del cristal fotónico. Supondremos que los índices n_{o1}, n_{o2}, n_{e1} y n_{e2} cumplen con (donde $\varepsilon_{\mu\nu} = \varepsilon_0 n_{\mu\nu}^2$, con $\nu = 1, 2$):

$$\alpha = \frac{\varepsilon_{\mu 1}(\lambda) - \varepsilon_{\mu 2}(\lambda)}{(\varepsilon_{\mu 1} + \varepsilon_{\mu 2})/2} = \frac{n_{\mu 1}^2(\lambda) - n_{\mu 2}^2(\lambda)}{\overline{n}_\mu^2(\lambda)}. \tag{10}$$

donde α representa el contraste fraccional de susceptibilidades que se supondrá constante con respecto a la frecuencia óptica (ver Fig. 3 (A) y Fig. 2 (B)). En el denominador de la Ec. 10 se tiene $\overline{n}_{\mu}$ que está dado por:

$$\overline{n}_{\mu} = \sqrt{\frac{n_{\mu 1}^2 + n_{\mu 2}^2}{2}}. \tag{11}$$

de tal manera que $\varepsilon_0 \overline{n}_{\mu}^2$ representa la susceptibilidad promedio.

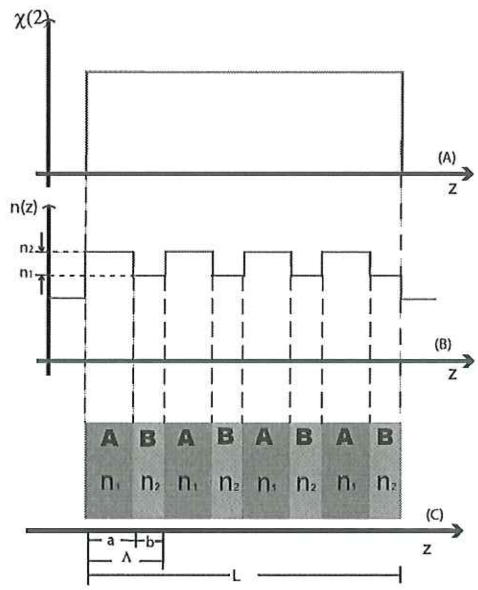

Figura 2: (A) No linealidad de segundo orden constante a lo largo de la estructura fotónica para un material de longitud L. (B) Variación periódica del índice de refracción. (C) Representación del material periódico indicando la longitud y periodicidad de los segmentos caracterizados por índices de refracción n_{e1}, n_{o1} y n_{e2}, n_{o2}.

Para nuestro análisis llamemos A a las zonas caracterizadas por índices n_{e1} y n_{o1} y B a las zonas caracterizadas por índices n_{e2} y n_{o2} (ver Fig. 2 (C) donde se representan las propiedades de índice de refracción para una sola polarización). Se supondrá que la dispersión asociada a las zonas A es la del material en su estado natural, mientras

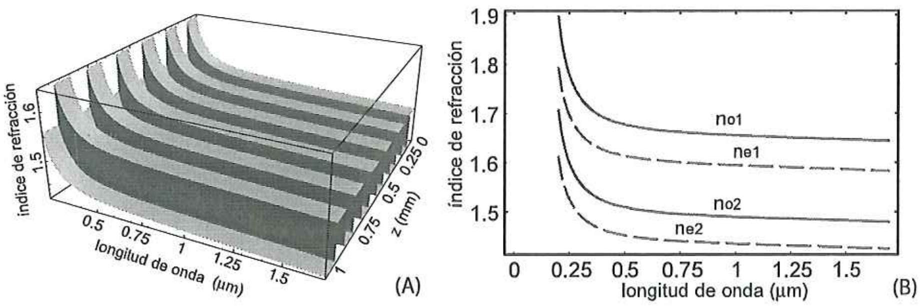

Figura 3: Para un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un material BBO, (A) muestra el índice de refracción ordinario en función de la longitud de onda y de la posición dentro del cristal, y (B) los índices de refracción ordinario y extraordinario en función de la longitud de onda.

que la dispersión asociada a las zonas B ha sido modificada previamente para lograr un índice de refracción consistente con el contraste de susceptibilidades α (ver Ec. 10). En la Fig. 3 (B) se pueden apreciar los índices de refracción ordinario y extraordinario sin ser modificados para un cristal uniaxial negativo, en concreto para β-borato de bario (BBO). La dispersión del índice de refracción estará dada de acuerdo a las interpolaciones usuales (por ejemplo ecuaciones de Sellmeier). Nótese que el índice de refracción de la onda extraordinaria está caracterizado por el ángulo subtendido por la dirección de propagación y el eje óptico, que en este trabajo será llamado ángulo de propagación (con un valor idéntico para las zonas A y B), de esta forma:

$$n_{e\theta}(\theta) = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sin^2\theta}{n_e^2} + \frac{\cos^2\theta}{n_o^2}}}. \tag{12}$$

Es importante señalar, que al estar trabajando con incidencia normal, el ángulo de propagación será el mismo que el ángulo de corte bajo condiciones de empatamiento de fases perfecto. Una característica fundamental del tipo de material que se estudia en este trabajo es que éste presenta una no linealidad de segundo orden $\chi^{(2)}$, la cual se supone constante a lo largo del cristal (ver Fig. 2 (A)). Recordemos que en un material que hace uso del principio de cuasi-empatamiento de fases (QPM por sus siglas en inglés), se tiene una variación periódica en $\chi^{(2)}$ mientras que las propiedes lineales son constantes a lo largo del cristal. En este trabajo, en contraste, supondremos $\chi^{(2)}$ constante y una variación periódica de las propiedades ópticas lineales. Una posible extensión a los resultados de este trabajo es considerar la variación periódica *simultánea* de las propiedades lineales y no lineales del material (donde las rejillas de $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(1)}$ en general pueden ser distintas), lo cual podría dar origen a un nuevo trabajo de tesis. Lo anterior podría facilitar el cumplimiento simultáneo de condiciones de empatamiento de fases y de empatamiento de velocidad de grupo.

En resumen, a lo largo de este trabajo se supondrá un material con las siguientes características:

1. Birrefringencia uniaxial, que da origen a dos índices de refracción distintos para las polarizaciones ordinaria y extraordinaria.

2. Se tomará en cuenta la dispersión del índice de refracción, asociada al material óptico utilizado.

3. Una no linealidad de segundo orden con el parámetro no lineal $\chi^{(2)}$ constante a lo largo del cristal.

4. Variación periódica de los índices de refracción n_e y n_o de tipo de onda cuadrada sobre el eje de propagación.

Cabe señalar que para implementar la variación periódica de los índices de refracción se podría recurrir a una variedad de procesos físicos, como por ejemplo: daño óptico localizado con luz láser altamente enfocada (Glezer y Mazur, 1997), intercambio de iones espacialmente selectivo (Roelofs *et al.*, 1994) y difusión molecular espacialmente selectiva (Yu *et al.*, 2004). Por otro lado, existen técnicas bien establecidas através de las cuales se pueden fabricar medios periódicos depositando capas muy delgadas de materiales semiconductores que pueden presentar no linealidades muy considerables (por ejemplo GaAs, GaN, AlGaAs, etc.) (Chen *et al.*, 2005). Lo último permite la fabricación confiable de cristales fotónicos no lineales unidimensionales al alternar el depósito de dos o más semi-conductores distintos. Sin embargo, este tipo de materiales no presentan una birrefringencia natural por lo que es necesario recurrir a técnicas alternas para lograr el empatamiento de fases. Además, este tipo de cristales fotónicos resultan en un contraste de susceptibilidades considerable y fijo para una elección dada de materiales constituyentes, por lo que es necesario extender la descripción utilizada en este trabajo (la cual supone un contraste pequeño y que puede ser controlado). Esto sugiere una extensión al presente trabajo teórico, en la dirección de la implementación experimental de cristales fotónicos como fuentes de parejas de fotones.

II.3 Métodos de Análisis para las Rejillas de Bragg

II.3.1 Método Exacto

Se puede obtener una solución exacta para la propagación de ondas electromagnéticas en medios periódicos como el definido en el apartado anterior. Para esto se considera al material periódico como una serie de capas de materiales ópticos con diferentes índices de refracción y evaluar el campo eléctrico en cada capa a partir del campo al inicio de la estructura y de las condiciones de continuidad en cada interfase (Yariv y Yeh, 1984). En este caso el medio está caracterizado por dos índices de refracción para cada polarización como lo describe la Ec. 9 y dos longitudes asociadas a las zonas A y B.

Suponiendo propagación perpendicular a las interfases entre dos capas vecinas, $k_x = k_y = 0$, como se hará durante todo este trabajo, la relación de dispersión para cada polarización se puede escribir como (Yariv y Yeh, 1984):

$$\cos[K_\mu(\omega)\Lambda] = \cos[k_{\mu 1}(\omega)a]\cos[k_{\mu 2}(\omega)b] - \\ -\frac{1}{2}\left[\frac{n_{\mu 2}(\omega)}{n_{\mu 1}(\omega)} + \frac{n_{\mu 1}(\omega)}{n_{\mu 2}(\omega)}\right]\sin[k_{\mu 1}(\omega)a]\sin[k_{\mu 2}(\omega)b], \tag{13}$$

con: $k_{\mu l}(\omega) = (\omega/c)n_{\mu l}(\omega)$, $l = 1, 2$ y $\mu = e, o$. La función envolvente de Bloch será:

$$E_{K_\mu}(z, m) = (a_{\mu 0}e^{-ik_{\mu 1}(z-m\Lambda)} + b_{\mu 0}e^{ik_{\mu 1}(z-m\Lambda)}), \tag{14}$$

donde m indica el número de celda, y:

$$\begin{aligned} a_{\mu 0} &= e^{-iK\Lambda}e^{-ik_{\mu 1}a}\left[\frac{1}{2}i\left(\frac{k_{\mu 2}}{k_{\mu 1}} - \frac{k_{\mu 1}}{k_{\mu 2}}\right)\sin k_{\mu 2}b\right], \\ b_{\mu 0} &= e^{-iK\Lambda}\left\{e^{iK\Lambda} - e^{ik_{\mu 1}a}\left[\cos k_{\mu 2}b + \frac{1}{2}i\left(\frac{k_{\mu 2}}{k_{\mu 1}} + \frac{k_{\mu 1}}{k_{\mu 2}}\right)\sin k_{\mu 2}b\right]\right\}. \end{aligned}$$

II.3.2 Teoría de Modos Acoplados

A diferencia del método exacto utilizado en la sección anterior, en este trabajo será de utilidad contar con una descripción simplificada y que permita una interpretación física directa, aunque aproximada. Una manera de obtener soluciones aproximadas a las ecuaciones de Maxwell para describir la propagación de la radiación electromagnética dentro de un medio periódico es utilizar una descripción en términos de modos acoplados (Yariv y Yeh, 1984), en donde se supone que la variación periódica del tensor dieléctrico (o del índice de refracción) es una pequeña perturbación en la dirección de propagación, de tal forma que el tensor dieléctrico se puede escribir como:

$$\varepsilon(x, y, z) = \varepsilon_0(x, y) + \Delta\varepsilon(x, y, z), \tag{15}$$

donde $\varepsilon_0(x,y)$ es la parte no perturbada del tensor dieléctrico y donde la perturbación $\Delta\varepsilon(x,y,z)$ es periódica en la dirección z. Entonces, la constante dieléctrica para el caso que estamos considerando está dada por:

$$\varepsilon(z,j) = \frac{1}{2}\varepsilon_0[(n_1^2+n_2^2)+(n_1^2-n_2^2)f(z,j)], \tag{16}$$

con:

$$\varepsilon_0(x,y) = \frac{1}{2}\varepsilon_0(n_1^2+n_2^2), \tag{17}$$

$$\Delta\varepsilon(x,y,z) = \frac{1}{2}[(n_1^2-n_2^2)f(z,j)], \tag{18}$$

donde ε_0 es la constante dieléctria en el vacío y:

$$f(z,j) = \begin{cases} 1, & j\Lambda < z < b + j\Lambda \\ -1, & b + j\Lambda < z < \Lambda + j\Lambda. \end{cases}, \tag{19}$$

donde $j = 0, 1..., N-1, N$ indica el número de celda. Nótese que el análisis perturbativo es válido cuando $n_1^2 - n_2^2 \ll n_1^2 + n_2^2$, lo que equivale a que el contraste de susceptibilidades es pequeño con respecto a la susceptibilidad promedio.

Las ecuaciones diferenciales acopladas que describen la evolución espacial de las amplitudes de campo eléctrico para las ondas incidente (A_f) y reflejada (A_b) tienen la forma (Yariv y Yeh, 1984):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}A_f &= -i\kappa A_b e^{i\Delta\beta z}, \\ \frac{d}{dz}A_b &= i\kappa^* A_f e^{-i\Delta\beta z}, \end{aligned} \tag{20}$$

donde κ es la constante de acoplamiento entre las ondas A_f y A_b y $\Delta\beta$ es el desempatamiento de fases de Bragg. Para el caso de interés se puede demostrar que la constante de acoplamiento está dada por:

$$\kappa = i\frac{\alpha}{2\pi}\overline{k}(\omega), \tag{21}$$

y el factor de desempatamiento de fases de Bragg está dado por:

$$\Delta\beta = 2\overline{k}(\omega) - \frac{2\pi}{\Lambda}, \tag{22}$$

donde $\overline{k} = (\omega/c)\overline{n}$. Se puede demostrar entonces, que la relación de dispersión puede escribirse como:

$$K = \frac{\pi}{\Lambda} \mp \sqrt{|\kappa|^2 - \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2}, \tag{23}$$

en donde los signos $\mp$ indican la forma de la relación de dispersión a cada lado de la zona prohibida.

La variación periódica del índice de refracción tiene un efecto apreciable sobre las propiedades ópticas del material, incluyendo el fenómeno de reflexión de Bragg, cuando i) existe empatamiento de fases de Bragg ($\Delta\beta \approx 0$) y ii) las ondas A_f y A_b exhiben acoplamiento en su evolución espacial ($\kappa \neq 0$). Para la condición i), se requiere escoger la periodicidad de la estructura de modo tal que el momento introducido por el medio compense la suma de momentos de las ondas incidente y reflejada (ver Fig.4). A la condición resultante sobre la periodicidad y la longitud de onda se le conoce como condición de Bragg y se puede escribir como $\Lambda_{Bragg} = \lambda_{Bragg}/2\overline{n}$. Para lograr un acomplamiento entre las ondas A_f y A_b, es esencial (ver Ec. 10) contar con un contraste de susceptibilidades α no nulo.

Existe una analogía entre el fenómeno de la reflexión de Bragg y los procesos de mezclado de tres ondas (por ejemplo suma de frecuencias) en materiales no lineales de segundo orden. En ambos casos los campos eléctricos involucrados exhiben acoplamiento y transferencia de energía entre ellos. En el caso de suma de frecuencias ($\omega_3 = \omega_1 + \omega_2$), la no linealidad da lugar al acoplamiento entre las ondas incidentes A_1, A_2 y la generada A_3. Para lograr tasas de conversión considerables además se requiere

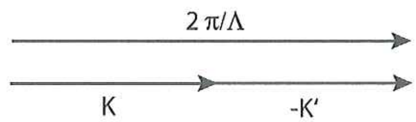

Figura 4: Representación vectorial de la suma de momentos que da origen al empatamiento de fases de Bragg.

de empatamiento de fases entre estas tres ondas ($k_1 + k_2 = k_3$). Por otro lado, la reflexión de Bragg se puede considerar como un proceso de mezclado de dos ondas (la onda incidente A_f y la onda reflejada A_b) donde el acoplamiento está controlado por la variación periódica del índice de refracción. Para lograr una reflexión de Bragg eficiente requerimos que la diferencia de momento entre la onda incidente y reflejada ($2k$, donde $k_f = k$ y $k_b = -k$) sea compensada por una contribución del material $2\pi/\Lambda$ (ver Fig. 4).

Definiendo:

$$\begin{aligned} \widetilde{K}(\omega) &= \frac{\Lambda}{\pi} K(\omega), \\ \widetilde{K}_P(\omega) &= \frac{\Lambda}{\pi} \overline{k}(\omega), \\ \widetilde{\alpha} &= \frac{\alpha}{2\pi}, \end{aligned} \tag{24}$$

podemos escribir la relación de dispersión en forma sencilla:

$$\widetilde{K}(\omega) = 1 \mp \sqrt{(\widetilde{K}_P(\omega) - 1)^2 - (\widetilde{\alpha}\widetilde{K}_P(\omega))^2}, \tag{25}$$

en donde se puede apreciar claramente que si el argumento de la raíz cuadrada es negativo, es decir si $(\widetilde{K_P} - 1)^2 < (\widetilde{\alpha}\widetilde{K_P})^2$, la constante de propagación se vuelve

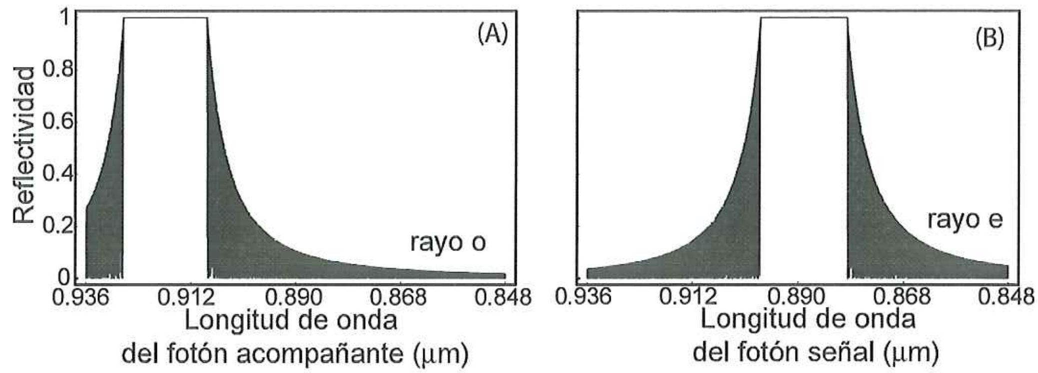

Figura 5: Reflectividad en función de la longitud de onda para un cristal fotónico no lineal unidimensional de longitud $L = 4$ mm y un contraste de susceptibilidades $\alpha = 0.027$, (A) para el rayo ordinario con longitud de onda de Bragg $\lambda^{(o)}_{Bragg} = 919.03$ nm y (B) para el rayo extraordinario con longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm.

compleja, lo cual indica que las frecuencias que cumplan esta condición se encontrarán dentro de lo que se conoce como zona prohibida (o *band gap* en inglés), donde las ondas se vuelven evanescentes. Las fecuencias límite de esta zona prohibida están dadas por las raices (en frecuencia) de la siguiente ecuación:

$$\overline{K}(\omega) = \frac{2\pi^2}{(2\pi \pm \alpha)\Lambda}. \tag{26}$$

Utilizando los mismos parámetros y definiciones que para la relación de dispersión (Ec. 25), se puede expresar la reflectividad de la rejilla como:

$$R = \frac{|\kappa|^2 \sinh^2 sL}{s^2 \cosh^2 sL + \left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)^2 \sinh^2 sL}, \tag{27}$$

donde κ y $\Delta\beta$ están definidas por las Ecs. 21 y 22, respectivamente y $s^2 = |\kappa|^2 - (\Delta\beta/2)^2$. La reflectividad toma su valor máximo cuando $\Delta\beta = 0$. Por otro lado, cuando s es imaginario, la reflectividad se comporta como una función oscilatoria, reemplazando las funciones hiperbólicas por funciones trigonométricas y dando origen a los lóbulos laterales a la zona prohibida (ver Fig. 5).

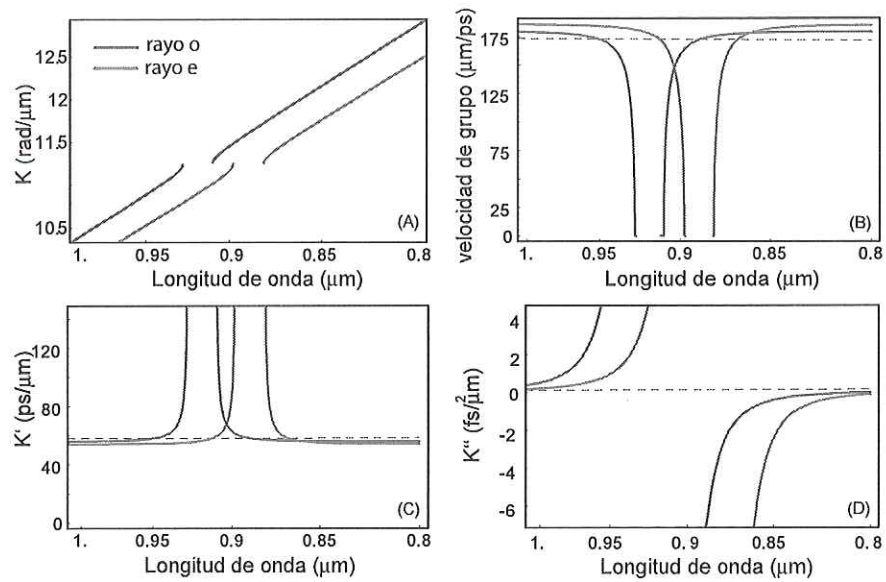

Figura 6: (A) La dispersión, (B) la velocidad de grupo, (C) la primer derivada del número de onda y (D) la dispersión de velocidad de grupo. También en estas mismas gráficas en color azul y con líneas punteadas, se presenta para un cristal dispersivo SF-10 (B) la velocidad de grupo, (C) la primera derivada del número de onda y (D) la dispersión de velocidad de grupo, para un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO con una longitud de onda de Bragg $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm (que corresponde a un periodo $\Lambda = 279.1$ nm), un contraste de susceptibilidades $\alpha = 0.02705$, un ángulo de propagación $\theta = 41.8°$ los fotones de PDC estarán centrados en una longitud de onda $\lambda_c = 859.1$ nm, (para las polarizaciones extraordinaria y ordinaria).

En la Fig. 5 se muestran las gráficas de reflectividad para las dos polarizaciones en un cristal fotónico no lineal unidimensional con una longitud $L = 4$ mm y un contraste de susceptibilidades $\alpha = 0.027$; se puede observar que las zonas prohibidas se encuentran en diferente región espectral para cada uno de las polarizaciones, por lo que se tienen dos longitudes de onda de Bragg: para el fotón señal $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm y para el fotón acompañante $\lambda^{(o)}_{Bragg} = 919.03$ nm. En este trabajo utilizamos como referencia la frecuencia de Bragg del fotón señal (rayo extraordinario).

En la Fig. 6 se presenta un ejemplo de las características dispersivas de un cristal fotónico no lineal, basado en un cristal BBO. En la región de la zona prohibida, el cristal tiene una longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm que corresponde a un periodo $\Lambda = 279.1$ nm, un contraste de susceptibilidades $\alpha = 0.02705$ (que equivale a un contraste de índices $\Delta n = 0.041$), un ángulo de propagación $\theta = 41.8°$ y donde los fotones de PDC están centrados en una longitud de onda $\lambda_c = 859.1$ nm. (A) Muesta la relación de dispersión, (B) muestra la velocidad de grupo, (C) muestra la primer derivada del número de onda y (D) muestra la dispersión de la velocidad de grupo. Observamos que la dispersión asociada con un cristal fotónico en la zona espectral próxima a las fronteras de la zona prohibida es fuertemente modificada por el medio periódico con respecto a la dispersión material. En particular, se puede observar que la velocidad de grupo en un cristal fotónico como el que se está estudiando disminuye rápidamente en las inmediaciones de las fronteras de la zona prohibida (ver Fig. 6 (B)). De modo similar, si se hace una comparación de la dispersión para materiales continuos que son particularmente dispersivos, por ejemplo un bloque de vidrio $SF-10$, (ver Fig. 6) se puede ver que a medida que la longitud de onda se acerca a los límites de la zona prohibida para un cristal fotónico, se puede lograr una dispersión de velocidad de grupo considerablemente mayor que para el vidrio dispersivo. De igual manera, las derivadas de orden mayor en un cristal fotónico alrededor de la zona prohibida (ver Fig. 6 (C) y (D)) aumentan rápidamente, esto se puede comprobar con las ecuaciones que las describen. Utilizando los mismos parámetros y las definiciones en la Ec. 24, la primera y segunda derivada de la relación de dispersión son:

$$\begin{aligned}
\widetilde{K}'_p(\omega) &= \mp\frac{(1-\widetilde{\alpha}^2)\widetilde{K}_p - 1}{\sqrt{(\widetilde{K}_p-1)^2-(\widetilde{\alpha}\widetilde{K}_p)^2}}\widetilde{K}'_p, \\
\widetilde{K}''_p &= \mp\frac{(\widetilde{K}_p-1)-(\widetilde{\alpha}\widetilde{K}_p)^2}{\sqrt[3]{(\widetilde{K}_p-1)^2-(\widetilde{\alpha}\widetilde{K}_p)^2}}\widetilde{K}'^2_p \pm \frac{(1-\widetilde{\alpha}^2)\widetilde{K}'^2_p + [(1-\widetilde{\alpha}^2)\widetilde{K}_p - 1]\widetilde{K}''_p}{\sqrt{(\widetilde{K}_p-1)^2-(\widetilde{\alpha}\widetilde{K}_p)^2}}, \quad (28)
\end{aligned}$$

en donde se puede ver que en las inmediaciones de los límites de la zona prohibida (ver Ec. 26), el denominador tiende a cero, por lo que las derivadas divergen.

Un aspecto sumamente prometedor de la dispersión resultante de estructuras de Bragg es que permite la síntesis de materiales ópticos con dispersión de velocidad de grupo de ambos signos. Se puede apreciar claramente en la Fig. 6 (D) que en el caso específico mostrado, para frecuencias menores a la de Bragg, el GVD es positivo, mientras que para frecuencias mayores a la de Bragg el GVD es negativo. Para materiales ópticos usuales es difícil lograr un GVD negativo en el espectro visible. En contraste, es posible diseñar una estructura de Bragg que exhiba un GVD negativo a longitudes de onda arbitrarias. Existen múltiples aplicaciones para materiales con GVD negativo, por ejemplo la compresión de pulsos ultra-cortos originalmente fuera del límite de la transformada de Fourier, en donde la duración temporal es la más corta compatible con determinado ancho de banda. En el contexto particular de la generación de parejas de fotones, la posibilidad de anular el GVD o de tener GVD negativo, permite la generación de parejas de fotones con un ancho de banda extraordinariamente grande (Zhang *et al.*, 2006).

Capítulo III

Generación de Parejas de Fotones por PDC en Cristales Fotónicos

Uno de los procesos físicos utilizado con mayor éxito para la generación de luz no clásica, es el de *downconversion* paramétrico. En este proceso fotones individuales de un haz de bombeo intenso con una frecuencia ω_p que inciden sobre un material no lineal de segundo orden ($\chi^{(2)}$) decaen de manera espontánea en parejas de fotones. Los fotones que se generan en este proceso se conocen como señal y acompañante. La generación de las parejas de fotones está sujeta a las condiciones de conservación de energía y momento:

$$\omega_p = \omega_s + \omega_i,$$
$$\overrightarrow{k_p} = \overrightarrow{k_s} + \overrightarrow{k_i}, \tag{29}$$

donde las frecuencias ω_s y ω_i (los subíndices s e i provienen de sus iniciales en inglés: *signal*, *idler*) corresponden a cada uno de los fotones y $\overrightarrow{k_\nu}$, con $\nu = p, s, i$ son los vectores de onda correspondientes a los campos eléctricos asociados al bombeo, señal y acompañante (ver Fig.7).

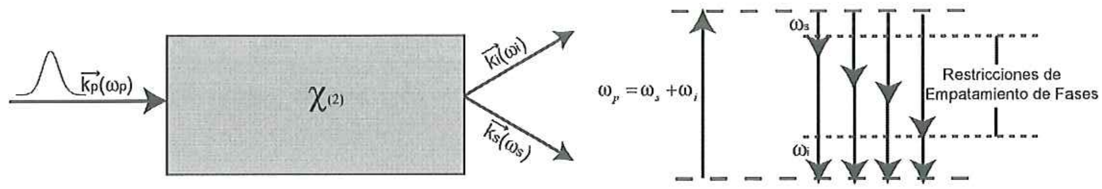

Figura 7: Esquema básico del proceso de *downconversion* paramétrico (PDC), en donde un haz intenso de bombeo incide sobre un material no lineal $\chi^{(2)}$, y donde parejas de fotones son generadas espontáneamente sujetas a las condiciones de conservación de momento y energía.

III.1 Derivación del Estado de PDC generado por Cristales Fotónicos

Se analiza la generación de parejas de fotones por PDC en un cristal fotónico como el que se describe en el capítulo anterior, para el cual las ondas electromagnéticas que viajan en el medio se pueden escribir como ondas de Bloch. En esta sección se hace la derivación del estado cuántico de parejas de fotones generados por PDC en cristales fotónicos no lineales unidimensionales (de Dood *et al.*, 2004; Varnivakas *et al.*, 2004; Centini *et al.*, 2005; Irvine *et al.*, 2005; Perina Jr. *et al.*, 2006).

La densidad de energía del campo electromagnético está dada por:

$$U = \frac{1}{2}\overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{D} \tag{30}$$

donde $\overrightarrow{D} = \varepsilon_0 \overrightarrow{E} + \overrightarrow{P}$ es el vector de desplazamiento eléctrico, siendo $\overrightarrow{P}$ la polarización del medio.

El momento dipolar $\overrightarrow{P}_i(\overrightarrow{r}, t)$ se puede escribir como una serie de potencias del campo eléctrico. Considerando un cristal no centro-simétrico (Boyd, 2003), en el cual la respuesta no lineal dominante corresponde al segundo término de la serie, el momento dipolar no lineal por unidad de volumen se escribe así:

$$\overrightarrow{P}_i(\overrightarrow{r},t) = \sum_{jk} \chi^{(2)}_{ijk} \overrightarrow{E}_j(\overrightarrow{r},t) \overrightarrow{E}_k(\overrightarrow{r},t), \tag{31}$$

donde los subíndices i, j, k indican las componentes cartesianas de los vectores del campo eléctrico y $\chi^{(2)}_{ijk}$ es la susceptibilidad no lineal de segundo orden, que es una constante que relaciona la polarización no lineal con el producto de las amplitudes del campo eléctrico y que da origen a la generación de parejas de fotones. Tomando sólamente un elemento en particular del tensor $\chi^{(2)}_{ijk}$ y siendo $\overrightarrow{E}_\mu(\overrightarrow{r},t)$ los vectores de campo eléctrico (señal y acompañante respectivamente), se puede escribir la polarización introducida por la presencia de los dos campos de la siguiente manera:

$$\overrightarrow{P}(\overrightarrow{r},t) = d(\overrightarrow{r}) \overrightarrow{E}_s(\overrightarrow{r},t) \overrightarrow{E}_i(\overrightarrow{r},t), \tag{32}$$

aquí $d(\overrightarrow{r}) = \frac{1}{2}\chi^{(2)}_{ijk}$, para valores fijos de i, j y k, está determinada por el estado de polarización de cada una de las ondas involucradas. Entonces, la densidad de energía del campo électromagnético (ver Ec. 30) está dada por:

$$U = d(\overrightarrow{r}) \overrightarrow{E}_p(\overrightarrow{r},t) \overrightarrow{E}_s(\overrightarrow{r},t) \overrightarrow{E}_i(\overrightarrow{r},t), \tag{33}$$

donde $\overrightarrow{E}_p(\overrightarrow{r},t)$ es el vector de campo eléctrico asociado al haz de bombeo.

Cada uno de los tres campos eléctricos pueden ser expresados como operadores cuánticos y como la suma de sus partes de frecuencia positiva y frecuencia negativa:

$$\hat{E}_\mu = \hat{E}^{(+)}_\mu + \hat{E}^{(-)}_\mu, \tag{34}$$

con $\mu = p, s, i$. Se puede obtener entonces, una expresión para el Hamiltoniano efectivo del sistema, que representa la densidad de energía integrada sobre el volumen de interacción de la siguiente manera:

$$\hat{H}(t) = \int_V dV d(\vec{r})\hat{E}_p^{(-)}(\vec{r},t)\hat{E}_s^{(+)}(\vec{r},t)\hat{E}_i^{(+)}(\vec{r},t) + \text{H.C.}, \tag{35}$$

donde H.C. representa el conjugado hermítico. Conocido el estado inicial del sistema $|\Psi_0\rangle$ en el tiempo $t' = 0$, por medio del operador unitario de evolución temporal desde el tiempo $t' = 0$ hasta el tiempo $t' = t$ (Cohen-Tannoudji y Bernard Diu, 1977), se puede expresar el estado $|\Psi(t)\rangle$ como sigue:

$$|\Psi(t)\rangle = \exp\left[\frac{1}{i\hbar}\int_0^t dt'\hat{H}(t')\right]|\Psi_0\rangle, \tag{36}$$

donde $\hbar = h/2\pi$. Considerando una probabilidad pequeña para la generación de una pareja de fotones para un pulso de bombeo específico, la Ec. 36 se puede expandir a primer orden:

$$|\Psi(t)\rangle \approx \left[1 + \frac{1}{i\hbar}\int_0^t dt'\hat{H}(t')\right]|\text{vac}\rangle. \tag{37}$$

donde se supone que el estado inicial es el vacío: $|\Psi_0\rangle = |\text{vac}\rangle$.

Ya que el material con el que estamos trabajando es un cristal fotónico unidimensional, los campos eléctricos que describen las ondas involucradas en el proceso de *downconversion* (bombeo, señal y acompañante) podrán ser descritos como ondas de Bloch como se explicó en el el capítulo anterior:

$$E_\mu(z,\omega_\mu) = E_{\mathbf{K}}(z,\omega_\mu)\mathrm{e}^{i(K_\mu(\omega_\mu)z-\omega_\mu t)} + \text{C.C.}, \tag{38}$$

donde $\mu = p, s, i$, C.C. indica el complejo conjugado, $E_{\mathbf{K}}(z,\omega_\mu) = E_{\mathbf{K}}(z+\Lambda,\omega_\mu)$ es la función envolvente de la onda de Bloch y $K_\mu(\omega_\mu)$ es el vector de onda de Bloch. La Ec. 38 describe una onda monocromática, de tal forma que para poder hacer una descripción de los paquetes de onda que viajan por el material, los campos eléctricos resultantes estarán dados por superposiciones de ondas de Bloch:

$$\hat{E}_p^{(+)}(z,t) = \int d\omega_p l(\omega_p)\hat{a}_p(\omega_p)E_{\mathbf{K}}(z,\omega_p)\mathrm{e}^{i(K_p z-\omega_p t)} + \text{H.C.},$$
$$\hat{E}_\mu^{(-)}(z,t) = \int d\omega_\mu l(\omega_\mu)\hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu)E_{\mathbf{K}}(z,\omega_\mu)\mathrm{e}^{-i(K_\mu z-\omega_\mu t)} + \text{H.C.}, \tag{39}$$

donde $\mu = s, i$ y $l(\omega_\mu)$ representa la amplitud del campo eléctrico correspondiente a un solo fotón dada por:

$$l(\omega_\mu) = \sqrt{\frac{\hbar\omega_\mu}{2\varepsilon_0 n(\omega_\mu)V_Q}}, \tag{40}$$

V_Q representa el volúmen de cuantización, $\hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu)$ es el operador de creación evaluado en la frecuencia ω_μ y $\hat{a}_p(\omega_p)$ es el operador de aniquilación evaluado en la frecuencia ω_p. Ya que se supone que el haz de bombeo tiene una intensidad mucho mayor que el nivel de fotones individuales, éste será tratado clásicamente, así que: $l(\omega_p)\hat{a}_p \to \alpha(\omega_p)$, en donde $\alpha(\omega_p)$ representa la amplitud espectral del haz de bombeo.

Para simplificar el análisis, las envolventes de Bloch se pueden descomponer en series de Fourier:

$$E_{K\mu}(z,\omega_\mu) = \sum_l \tilde{\varepsilon}_l(\omega_\mu)\mathrm{e}^{iG_l^{(p)}z}, \tag{41}$$

donde $\tilde{\varepsilon}_l(\omega_\mu)$ $(\mu = p, s, i)$ es el coeficiente de Fourier de la serie y:

$$G_l^{(\mu)} = \frac{2\pi l}{\Lambda}, \tag{42}$$

es el armónico espacial asociado a esa componente. De tal manera que sustituyendo las envolventes de Bloch escritas como series de Fourier en las expresiones para los campos eléctricos, tenemos:

$$
\begin{aligned}
\hat{E}_p^{(+)}(z,t) &\to \int d\omega_p \alpha(\omega_p) \sum_l \tilde{\varepsilon}_l(\omega_p) \mathrm{e}^{iG_l^{(p)}z} \mathrm{e}^{i(K_p(\omega_p)-\omega_p t)} + \text{C.C.}, \\
\hat{E}_\mu^{(-)}(z,t) &= \int d\omega_\mu l(\omega_\mu) \sum_l \tilde{\varepsilon}_l^*(\omega_\mu) \hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu) \mathrm{e}^{-iG_l^{(\mu)}z} \mathrm{e}^{-i(K_\mu(\omega_\mu)-\omega_\mu t)} + \text{H.C.}.
\end{aligned} \tag{43}
$$

donde $\alpha(\omega_p)$ es la función envolvente del haz de bombeo y $\hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu)$ ($\mu = s, i$) son los operadores de creación para cada uno de los modos PDC. Introduciendo los campos (ver Ec. 43) en la integral del Hamiltoniano (ver Ec. 35), tenemos:

$$
\begin{aligned}
\int_0^t dt' \hat{H}(t') = \int_0^t dt' \int_0^L dz \mathrm{d}(z) \int\int\int d\omega_p d\omega_s d\omega_i \alpha(\omega_p) l(\omega_s) l(\omega_i) \mathrm{e}^{i(\omega_p-\omega_s-\omega_i)t} \\
\times \sum_l \sum_m \sum_n \tilde{\varepsilon}_l(\omega_p) \tilde{\varepsilon}_m^*(\omega_s) \tilde{\varepsilon}_n^*(\omega_i) \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) \\
\times \mathrm{e}^{i[G_l^{(p)}+K_p(\omega_p)]z} \mathrm{e}^{-i[G_m^{(s)}+K_s(\omega_s)]z} \mathrm{e}^{-i[G_n^{(i)}+K_i(\omega_i)]z} + \text{H.C.}
\end{aligned} \tag{44}
$$

Tomando en cuenta que el desempatamiento de fases está dado por:

$$
\Delta K = K_p(\omega_p) - K_s(\omega_s) - K_i(\omega_i), \tag{45}
$$

el desempatamiento de frecuencias:

$$
\Delta\omega = \omega_p - \omega_s - \omega_i, \tag{46}
$$

definiendo ΔG_{lmn} como:

$$
\Delta G_{lmn} = G_l^{(p)} - G_m^{(s)} - G_n^{(i)}, \tag{47}
$$

y reordenando la expresión dada por la Ec.44, tenemos:

$$
\begin{aligned}
\int_0^t dt' \hat{H}(t') = \int\int\int d\omega_p d\omega_s d\omega_i \alpha(\omega_p) l(\omega_s) l(\omega_i) \left(\int_0^t dt' \mathrm{e}^{-i\Delta\omega t'} \right) \\
\times \sum_l \sum_m \sum_n \tilde{\varepsilon}_l(\omega_p) \tilde{\varepsilon}_m^*(\omega_s) \tilde{\varepsilon}_n^*(\omega_i) \hat{a}_s^\dagger(\omega_s) \hat{a}_i^\dagger(\omega_i) \left[\int_0^L dz \mathrm{d}(z) \mathrm{e}^{i(\Delta K + \Delta G_{lmn})z} \right].
\end{aligned} \tag{48}
$$

Suponiendo que el tiempo (tiempo de duración del pulso de bombeo) de interacción es mucho más corto que el tiempo promedio entre eventos PDC (justificado en el régimen de baja ganancia), es decir, la probabilidad de que se genere una pareja de fotones en un instante determinado es pequeña, entonces podemos extender los límites de la integral temporal que se encuentra entre paréntesis dando como resultado una función delta de Dirac $\delta(\omega_p-\omega_s-\omega_i)$, y utilizando la propiedad matemática $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x-x_0)f(x)dx = f(x_0)$, obtenemos:

$$\int_0^t dt'\hat{H}(t') = \int\int d\omega_s d\omega_i \alpha(\omega_s+\omega_i)l(\omega_s)l(\omega_i)$$
$$\times\sum_l\sum_m\sum_n \tilde{\varepsilon}_l(\omega_s+\omega_i)\tilde{\varepsilon}_m^*(\omega_s)\tilde{\varepsilon}_n^*(\omega_i)\hat{a}_s^\dagger(\omega_s)\hat{a}_i^\dagger(\omega_i)\left[\int_0^L dz\mathrm{d}(z)\mathrm{e}^{i(\Delta K+\Delta G_{lmn})z}\right]. \quad (49)$$

De acuerdo a lo anterior, el estado cuántico del sistema, se puede escribir como:

$$|\Psi(t)\rangle = \left\{1+\eta\int_0^\infty\int_0^\infty d\omega_s d\omega_i f(\omega_s,\omega_i)\hat{a}_{ms}^\dagger(\omega_s)\hat{a}_{ni}^\dagger(\omega_i)\right\}|\mathrm{vac}\rangle, \quad (50)$$

donde η representa la eficiencia del proceso de *downconversion*; η^2 es proporcional a la potencia de bombeo y al cuadrado de la no linealidad $\chi^{(2)}$. La función $f(\omega_s,\omega_i)$ es la amplitud espectral conjunta y representa un factor de peso para los operadores de creación $\hat{a}_\mu^\dagger(\omega_\mu)$ con $\mu = s, i$ que actúan sobre el vacío; $f(\omega_s,\omega_i)$ está dada por:

$$f(\omega_s,\omega_i) = l(\omega_s)l(\omega_i)\alpha(\omega_s+\omega_i)\phi(\omega_s,\omega_i), \quad (51)$$

donde la función $\alpha(\omega_s+\omega_i)$ representa la envolvente espectral del haz de bombeo y donde $\phi(\omega_s,\omega_i)$ representa la función de empatamiento de fases. $\alpha(\omega_s+\omega_i)$ puede ser representada por una función Gaussiana con ancho σ:

$$\alpha(\omega_s+\omega_i) = \exp\left[-\frac{(\omega_s+\omega_i-2\omega_0)^2}{\sigma^2}\right], \quad (52)$$

donde ω_0 es la frecuencia central (para un proceso degenerado en frecuencia) para cada uno de los fotones (señal y acompañante). La envolvente espectral del haz de bombeo, se toma como una función gaussiana por conveniencia en el análisis de factorabilidad que se hará más adelante, aunque de manera estricta se podría tomar otra forma funcional y aun así se mantendrían los resultados expuestos en este trabajo. La función $\phi(\omega_s, \omega_i)$ es la función de empatamiento de fases y está determinada por las propiedades ópticas del material no lineal y de la rejilla de Bragg:

$$\begin{aligned}\phi(\omega_s,\omega_i) &= \frac{1}{L}\sum_l\sum_m\sum_n \tilde{\varepsilon}_l(\omega_s+\omega_i)\tilde{\varepsilon}^*_m(\omega_s)\tilde{\varepsilon}^*_n(\omega_i)\int_0^L \mathrm{e}^{i(\Delta K+\Delta G_{lmn})z}dz, \\ &= \frac{1}{L}\sum_l\sum_m\sum_n \phi_{lmn}(\omega_s,\omega_i), \end{aligned} \tag{53}$$

donde:

$$\phi_{lmn}(\omega_s,\omega_i) = \tilde{\varepsilon}_l(\omega_s+\omega_i)\tilde{\varepsilon}_m(\omega_s)\tilde{\varepsilon}_n(\omega_i)\mathrm{sinc}\left[\frac{L}{2}(\Delta K+\Delta G_{lmn})\right]\exp\left[-i\frac{L}{2}(\Delta K+\Delta G_{lmn})\right]. \tag{54}$$

Nótese que cada sumando contiene la estructura de la función de empatamiento de fases usual que describe las interacciones no lineales de segundo orden:

$$\phi(\Delta k) = \mathrm{sinc}\left(\frac{\Delta k L}{2}\right). \tag{55}$$

Para parejas de fotones a frecuencias que cumplen empatamiento de fases perfecto, se tiene que $\Delta K + \Delta G_{lmn} = 0$, y por lo tanto $|\phi_{lmn}(\omega_s,\omega_i)|^2 = 1$. Lo anterior indica que se conserva el momento: el momento del fotón de bombeo difiere de la suma de momentos de los dos fotones generados por PDC por $-\Delta G_{lmn}$. Cabe destacar que la longitud del cristal L en el argumento de la función sinc implica que la condición de empatamiento de fases se relaja para L pequeños y se vuelve más estricta para valores mayores de L. En el límite cuando $L \to \infty$, la función de empatamiento de fases se puede expresar como una función delta de Dirac: $\phi(\Delta K) \to \delta(\Delta K)$.

Como hemos visto, para lograr empatamiento de fases en cristales fotónicos no lineales se deben tomar en cuenta las contribuciones al número de onda derivadas de los armónicos espaciales de la estructura fotónica para cada uno de los tres campos

(Ec. 43), obteniendo así la condición:

$$\Delta K + \Delta G_{lmn} = 0. \tag{56}$$

Por lo tanto la condición de empatamiento de fases para un cristal fotónico no lineal unidimensional está determinada por ternas de números enteros correspondientes a los términos de la serie de Fourier para cada uno de los tres campos involucrados, en donde $\phi_{lmn}(\omega_s, \omega_i)$ representa la función de empatamiento de fases para una terna particular. Recordemos que cuando se utiliza el principio de cuasi-empatamiento de fases (QPM) para el mezclado de tres ondas, la condición de empatamiento de fases tiene una estructura similar:

$$\Delta k - G_m^{(QPM)} = 0, \tag{57}$$

donde $G_m^{(QPM)} = \frac{2\pi m}{\Lambda}$, Λ es la periodicidad de la rejilla y m es un número entero, aquí el empatamiento de las fases entre los tres campos se compensa con la contribución de la rejilla en $\chi^{(2)}$, originándose un vector de signo contrario con una magnitud de $2\pi m/\Lambda$.

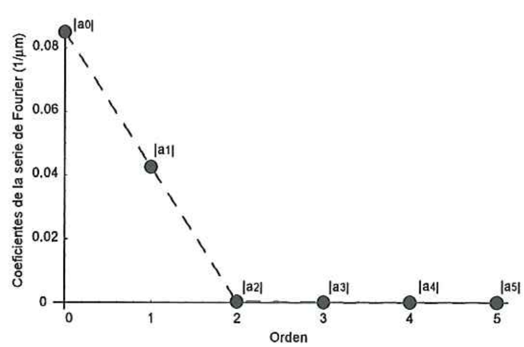

Figura 8: Primeros 6 coeficientes de la serie de Fourier de la onda envolvente de Bloch para un cristal fotónico no lineal basado en un cristal BBO con una longitud de onda de Bragg de $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm y longitud $L = 20$ mm.

Para los casos estudiados en esta tesis, la serie de Fourier que representa a la envolvente de la onda de Bloch para cada uno de los campos inolucrados (bombeo, señal y acompañante) se reduce a sus dos primeros términos (constante a_0 y primero a_1), siendo éstos los que tienen magnitudes considerables. A manera de ejemplo, en la Fig.8 se grafican las primeras seis componentes de la serie de Fourier de la envolvente de Bloch que describe la onda que se propaga en un cristal fotónico no lineal basado en un cristal BBO con una longitud de $L = 20$ mm, la longitud de onda de Bragg es $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm (correspondiente a una periodicidad $\Lambda = 279.2$ nm), un contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.027$ y un ángulo de propagación $\theta = 40.1°$, los fotones generados estarán centrados a una longitud de onda de $\lambda_c = 859.1$ nm, donde es evidente que existen sólo dos términos que muestran una magnitud considerable.

Recordando que $\Delta K + \Delta G_{lmn} = \Delta K + G^{(p)}_l - G^{(s)}_m - G^{(i)}_n$, donde $l, m, n = 0, 1, 2, ...$ y suponiendo que la frecuencia de bombeo se encuentra distante de la frecuencia de Bragg, el haz de bombeo esperimenta esencialmente la dispersión asociada a un material continuo, por lo que $\alpha_l(\omega_p) = 0$ con $l \geq 1$. En este caso, la suma triple (ver Ec. 53) se reduce a una suma doble y la contribución de la estructura periódica al desempatamiento de fases se puede expresar como (ver Ec. 42):

$$\begin{aligned} \Delta G_{mn} &= -G^{(s)}_m - G^{(i)}_n, \\ &= -\frac{2\pi(m+n)}{\Lambda}, \end{aligned} \tag{58}$$

Como el periodo de la rejilla está dado por $\Lambda = \lambda_{Bragg}/2\overline{n}$, con $\overline{n}$ el promedio de los índices de refracción, entonces podemos calcular la contribución de los armónicos espaciales de la serie de Fourier de las ondas de Bloch:

$$\begin{aligned}
\Delta G_{mn} &= -\frac{4\pi\overline{n}(m+n)}{\lambda_{Bragg}}, \\
&= -\frac{2\overline{n}\omega_{Bragg}(m+n)}{c}, \\
&= -2k_{Bragg}(m+n),
\end{aligned} \tag{59}$$

de tal manera que la condición de desempatamiento de fases considerando los términos de la serie de Fourier de la onda de Bloch, queda así:

$$\Delta K^{(total)} \approx K_p - K_s - K_i - 2k_{Bragg}(m+n). \tag{60}$$

Suponiendo que se cumple el empatamiento de fases para $m = n = 0$, es decir, $K_p - K_s - K_i = 0$, entonces es claro que no se puede cumplir simultáneamente el empatamiento de fases cuando m, n o ambos son distintos de cero (en general sin embargo, combinaciones particulares de m y n resultarán en empatamiento de fases en otras zonas espectrales). Esto significa que en la práctica la triple suma de la Ec. 53 se reduce a un solo término en una región espectral específica.

III.1.1 Función de Amplitud Espectral Conjunta

En la primera parte de este capítulo se encontró la expresión que representa la amplitud espectral conjunta (JSA por sus siglas en inglés: *Joint Spectral Amplitude*) de parejas de fotones que se generan por el proceso de PDC en un cristal fotónico no lineal unidimensional:

$$f(\omega_s, \omega_i) = N\phi(\omega_s, \omega_i)\alpha(\omega_s + \omega_i), \tag{61}$$

donde $\phi(\omega_s, \omega_i)$ es la función de empatamiento de fases, $\alpha(\omega_s, \omega_i)$ es la envolvente espectral del haz de bombeo modelada por una función Gaussiana dada por la Ec. 52

(ver Fig.9) y N es una constante de normalización dada por:

$$N = \left(\int \int d\omega_s d\omega_i |\phi(\omega_s, \omega_i)\alpha(\omega_s, \omega_i)|^2 \right)^{-1/2}. \tag{62}$$

A la función $|f(\omega_1, \omega_2)|^2$ se le conoce como la intensidad espectral conjunta (JSI por sus siglas en inglés: *Joint Spectral Intensity*) y representa la probabilidad, dada la emisión de una pareja de fotones, de medir la combinación específica de frecuencias: $\omega_1 = \omega_s$ y $\omega_2 = \omega_i$ (suponiendo que la medición se lleva a cabo con detectores caracterizados por una eficiencia cuántica unitaria en todas las frecuencias).

III.1.2 Pulsos Ultra-Cortos

La función de amplitud espectral conjunta que caracteriza el estado de dos fotones generados por el proceso de *downconversion* es una función de dos variables espectrales: las frecuencias de los fotones señal y acompañante. En general, el estado de dos fotones puede exhibir una estructura compleja de enlazamiento cuántico de variable continua en el grado de libertad espectral. La utilización de un haz de bombeo con ancho de banda amplio permite en principio una estructura espectral arbitraria.

Para obtener mayor intuición física, consideremos primero el caso de un haz de bombeo caracterizado por un ancho de banda estrecho, el cual impone correlaciones espectrales agudas entre los fotones señal y acompañante. En el límite de un haz de bombeo monocromático, la función envolvente de bombeo (ver Ec. 52) tiende a una función delta de Dirac:

$$\alpha(\omega_s, \omega_i) \to \delta(\omega_s + \omega_i - \omega_{s0} - \omega_{i0}). \tag{63}$$

Bajo estas circunstancias, los fotones señal y acompañate exhiben anti-correlación espectral estricta. Dicho de otra manera, el espacio de dos frecuencias se reduce a un subespacio unidimensional. Por lo tanto, es claro que la obtención de correlaciones espectrales acondicionadas, incluyendo estados factorizables y estados con correlación positiva, las cuales no se pueden sintetizar dentro del subespacio definido por un bombeo de onda continua, requieren de un haz de bombeo con un ancho de banda considerable (ver Fig.9). De esta manera, un requisito fundamental para generar este tipo de estados es la utilización de un haz de bombeo pulsado (usualmente en el regimen de femtosegundos). Con esto se vuelve posible, para un ancho de banda del haz de bombeo σ suficientemente grande, que la amplitud espectral conjunta tenga una estructura arbitraria en la región espectral definida por el ancho de banda del haz de bombeo.

Por otro lado, un haz de bombeo pulsado provee un tiempo de referencia para los fotones de PDC, este no es el caso para PDC bombeado por un haz monocromático. En el caso pulsado la capacidad de seleccionar de manera arbitraria la orientación en el espacio de frecuencias (señal y acompañante) de la amplitud espectral conjunta requiere tener control sobre dos tiempos de retraso (bombeo-señal y bombeo-acompañante) comparado con un único tiempo de retraso (señal-acompañante) en el caso de un haz de bombeo monocromático. Por lo tanto para lograr el acondicionamiento arbitrario de estados de dos fotones, es fundamental controlar las diferencias de velocidad de grupo entre las tres ondas involucradas. En el caso de PDC donde los dos fotones son distinguibles (por ejemplo PDC no-degenerado, donde se tiene distinguibilidad espectral y PDC tipo-II donde se tiene distinguibilidad en la polarización), los fotones señal y acompañante en general experimentan una dispersión distinta en el cristal no lineal. En contraste, para PDC degenerado tipo-I los dos fotones experimentan la misma dispersión y se elimina el retraso temporal entre el fotón señal y acompañante. En este trabajo consideraremos PDC tipo-II degenerado bombeado por pulsos ultra-cortos donde el estado de dos fotones queda determinado por dos tiempos de retraso o alternativamente por dos parámetros de desempatamiento de velocidad de grupo.

III.2 Análisis de un Cristal con un Perfil más General

Hasta ahora hemos despreciado el efecto de la reflectividad dependiende de la periodicidad que caracteriza a los cristales fotónicos (ver por ejemplo la Fig.9) sobre la amplitud espectral conjunta. En esta sección se presenta un método propuesto que se puede implementar numéricamente, el cual puede describir una clase amplia de posibles cristales no lineales. Este método permite estudiar el efecto de la reflectividad sobre la amplitud espectral conjunta, y así mismo, permite el estudio de cristales fotónicos no lineales caracterizados por una envolvente lenta actuando sobre el perfil de índice de refracción (Cross y Kogelnik, 1977; Albert *et al.*, 1995).

Suponiendo que se tiene un cristal no lineal $\chi^{(2)}$ de longitud L, la función de amplitud espectral conjunta de las parejas de fotones que se generan en este cristal (ver Ec. 61) se puede escribir como:

$$f(\omega_s, \omega_i) = \int_0^L dz\alpha(\omega_s + \omega_i)\mathrm{e}^{i\Delta kz}, \tag{64}$$

donde $\alpha(\omega_s, \omega_i)$ es la envolvente espectral de bombeo y $\Delta k = k_p - k_s - k_i$. Nótese que al llevar a cabo la integral se obtiene la expresión en términos de una función sinc (ver Ec. 54) multiplicada por una fase. Introduciendo un neutro multiplicativo (la unidad) de la siguiente manera:

$$f(\omega_s, \omega_i) = \int_0^L dz\alpha(\omega_s + \omega_i)\mathrm{e}^{i\Delta kz}\left[\mathrm{e}^{-i(k_s+k_i)L}\mathrm{e}^{i(k_s+k_i)L}\right], \tag{65}$$

y reacomodando factores,

$$f(\omega_s,\omega_i)=\mathrm{e}^{-i(k_s+k_i)L}\int_0^L dz\mathrm{e}^{ik_pz}\alpha(\omega_s+\omega_i)\mathrm{e}^{i(k_s+k_i)(L-z)}, \tag{66}$$

podemos escribir la Ec. 66 como:

$$f(\omega_s,\omega_i)=\mathrm{e}^{-i(k_s+k_i)L}\int_0^L dz\mathrm{e}^{i\phi^{(p)}(z)}\alpha(\omega_s+\omega_i)\mathrm{e}^{i\phi^{(PDC)}(z)}, \tag{67}$$

donde $\phi^{(p)}(z)$ representa la fase acumulada por el haz de bombeo desde el inicio del cristal hasta el punto z y $\phi^{(PDC)}(z)$ es la fase acumulada por los fotones generados desde el punto z hasta el final del cristal.

Se va a discretizar la integral, suponiendo que el cristal se divide en N rebanadas como se ve en la Fig.10, cada una de estas rebanadas tendrá un espesor Δz. Si nos ubicamos en la rebanada *j-ésima*, el *j-ésimo* sumando representa la contribución de esa rebanada particular a la amplitud espectral conjunta, dada como la suma coherente de las contribuciones de todas las rebanadas:

$$f(\omega_s,\omega_i)=\mathrm{e}^{i\gamma}\sum_j \mathrm{e}^{i\phi_j^{(p)}}\alpha(\omega_s+\omega_i)\mathrm{e}^{i\phi_j^{(PDC)}}\Delta z, \tag{68}$$

donde γ es un factor de fase, la exponente $\phi_j^{(p)}$ representa la fase acumulada por el pulso de bombeo desde su entrada al cristal en $z=0$, hasta la rebanada anterior a la que se está trabajando:

$$\phi_j^{(p)}=\sum_{l=1}^{j-1}k_{p,l}\Delta z, \tag{69}$$

$\phi_j^{(PDC)}$ es la fase acumulada por los fotones señal y acompañante desde de ese punto hasta el final del cristal $(z=L)$, y se define como:

$$\phi_j^{(PDC)}=\sum_{l=j}^{N}(k_{s,l}+k_{i,l})\Delta z. \tag{70}$$

Podemos ahora introducir el efecto de las reflexiones (o en general las pérdidas) dadas por $(1 - T_j^{(\mu)}(\omega_\mu))^2$, donde $T_j^{(\mu)}(\omega_\mu)$, con $\mu = s, i$ indican la transmitividad de los fotones con frecuencia ω_μ desde la rebanada *j-ésima* hasta la rebanada N, es decir $(T_j^{(\mu)})^2$ representa la proporción de fotones que no son reflejados por el cristal:

$$T_j^{(\mu)}(\omega_\mu) = \prod_{l=j}^{N} t_j^{(\mu)}(\omega_\mu), \tag{71}$$

donde la transmitividad para la rebanada *j-ésima* $T_j^{(\mu)}$ será la amplitud en $z = N\Delta z$ dividida entre la amplitud en el punto de generación ($z = j\Delta z$).

Considerando la transmitividad asociada a cada una de las rebanadas, la Ec. 68 se puede reescribir así:

$$f_j(\omega_s, \omega_i) = \mathrm{e}^{i\gamma} \sum_j \mathrm{e}^{i\phi_j^{(p)}} \alpha(\omega_s + \omega_i) \mathrm{e}^{i\phi_j^{(PDC)}} T_j^{(s)}(\omega_s) T_j^{(i)}(\omega_i). \tag{72}$$

Recordemos que la reflectividad en una rejilla de Bragg como función de la frecuencia presenta lóbulos a los lados de la zona prohibida (como se vió en capítulos anteriores), donde la periodicidad de dichos lóbulos depende de los parámetros de la rejilla (periodicidad y longitud total del cristal, ver Fig.5). En particular, cada rebanada tendrá asociada una periodicidad de los lóbulos distinta determinada por la longitud desde la posición de la rebanada hasta el final del cristal. Al tomar en cuenta la suma sobre las rebanadas (ver Ec. 72), los lóbulos tenderán a perderse al ser promediados entre sí. En la Fig.11 (A)-(C) se muestran las gráficas de transmitividad para tres diferentes longitudes del cristal, si se hace el promedio entre ellas, se obtiene lo que aparece en la Fig.11 (D), de tal manera que la función resultante de transmitividad tenderá a suavizarse.

En particular, para un cristal fotónico como el que se está estudiando en este trabajo, las constantes de propagación $k_{\mu,l}$, con $\mu = p, s, i$, estarán dadas por las definidas en el capítulo anterior para cada rebanadada, y la transmitividad en la rebanada *j-ésima* estará dada por:

$$t_j^{(\mu)}(\omega_\mu) = \frac{s e^{i\frac{\Delta\beta}{2}(j\Delta z)}}{s\cosh sL + i\left(\frac{\Delta\beta}{2}\right)\sinh sL}, \tag{73}$$

con $s^2 = |\kappa|^2 - (\Delta\beta/2)^2$, donde $\Delta\beta$ es el desempatamiento de fases de Bragg y κ es la constante de acoplamiento definidos en el capítulo anterior (ver Ecs. 21 y 22).

En la Fig.12 se grafican cortes transversales de la JSI para el estado de dos fotones generado por PDC en un cristal fotónico no lineal unidimensional con longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, la longitud del cristal es $L = 10$ mm, el contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.027$ y ángulo de propagación $\theta = 41.7°$, los fotones están centrados en $\lambda_c = 859.1$ nm. En las Fig.12 (A) y (C) no se toman en cuenta las reflexiones causadas por la rejilla de Bragg, mientras que en las Fig.12 (B) y (D) se puede apreciar que el estado de dos fotones que se obtiene al considerar las reflexiones de Bragg no modifica su estructura básica.

III.3 Estados Factorizables

Los estados factorizables son aquellos que no muestran enlazamiento cuántico en ningún grado de libertad. En el caso particular del grado de libertad espectral, un estado de dos fotones factorizable es tal que su amplitud espectral conjunta puede ser expresada como:

$$f(\omega_s, \omega_i) = p(\omega_s)q(\omega_i), \tag{74}$$

donde las funciones p y q dependen sólamente de una de las dos frecuencias. Por lo tanto, para un estado factorizable, el estado de dos fotones puede ser escrito como un producto directo:

$$|\psi\rangle = \int d\omega_s p(\omega_s)|\omega_s\rangle_s \otimes \int d\omega_i q(\omega_i)|\omega_i\rangle_i, \tag{75}$$

de tal manera que cualquier medición sobre un fotón no provee información alguna sobre el otro fotón.

Una manera de caracterizar el enlazamiento cuántico (o la correlación existente) en parejas de fotones es utilizar la descomposición de Schmidt, mediante la cual la función de amplitud espectral conjunta se puede escribir como:

$$f(\omega_s, \omega_i) = \sum_m \sqrt{\lambda_m} u_m(\omega_s) v_m(\omega_i), \tag{76}$$

donde $u_m(\omega_s)$ y $v_m(\omega_i)$ representan las funciones de Schmidt y λ_m son los valores propios de Schmidt (Law *et al.*, 2000). El enlazamiento cuántico entre las parejas de fotones puede ser cuantificado por el parámetro de cooperatividad, definido en términos de los valores propios de Schmidt (ver Sec.V.2) así:

$$K = \frac{1}{\sum_m \lambda_m^2}, \tag{77}$$

de tal manera, que para un estado factorizable en donde sólamente está activa la primer función de Schmidt para cada fotón ($m = 1$), el parámetro de cooperatividad K toma su valor mínimo permitido, es decir $K = 1$. Es posible, para parámetros experimentales realistas obtener parejas de fotones caracterizadas por valores de K del orden de 10^7 (Zhang *et al.*, 2006), representando correlaciones no-clásicas extremas.

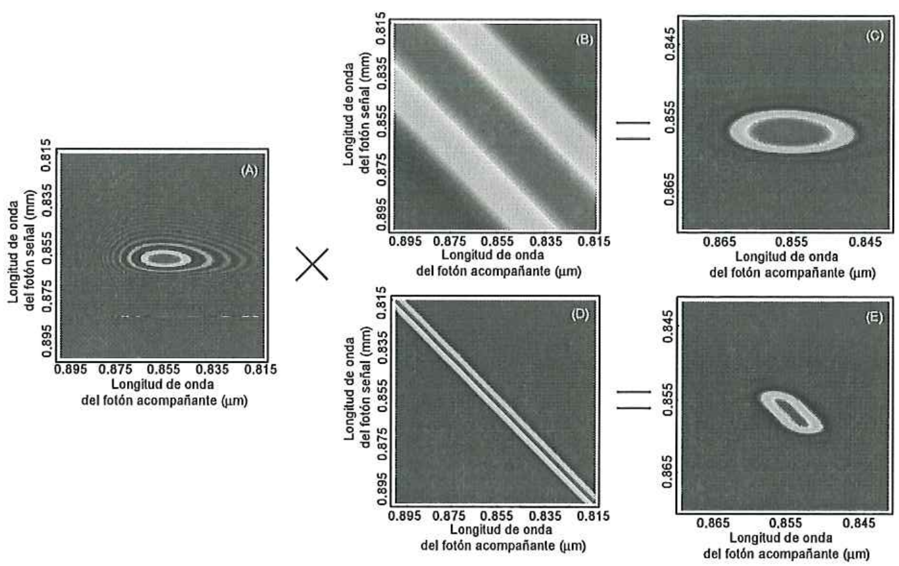

Figura 9: Amplitud Espectral Conjunta de los fotones generados en un cristal fotónico no lineal unidimensional, con una longitud $L = 20$ mm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.028$, ángulo de propagación $\theta = 40.7°$, los fotones están centrados en $\lambda_c = 856$ nm y longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)} = 889.14$ nm para dos diferentes anchos espectrales de la envolvente del haz de bombeo. (A) Función de Empatamiento de Fases. (B) Envolvente espectral del haz de bombeo con un ancho $\sigma = 10$ nm. (C) Amplitud Espectral Conjunta correspondiente a la multiplicación de la función de Empatamiento de Fases y la envolvente del haz de bombeo en (B). (D) Envolvente espectral del haz de bombeo con un ancho $\sigma = 1$ nm. (E) Amplitud Espectral Conjunta correspondiente a la multiplicación de la función de Empatamiento de Fases y la envolvente del haz de bombeo en (D). Es claro de (C) y (E) que un ancho de banda de bombeo menor se traduce en la existencia de correlaciones espectrales más fuertes.

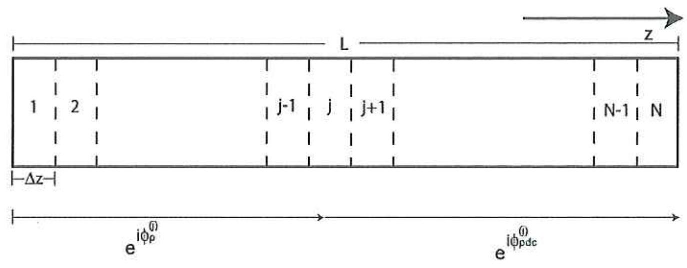

Figura 10: Esquema de la discretización de un cristal no lineal de orden 2 arbitrario.

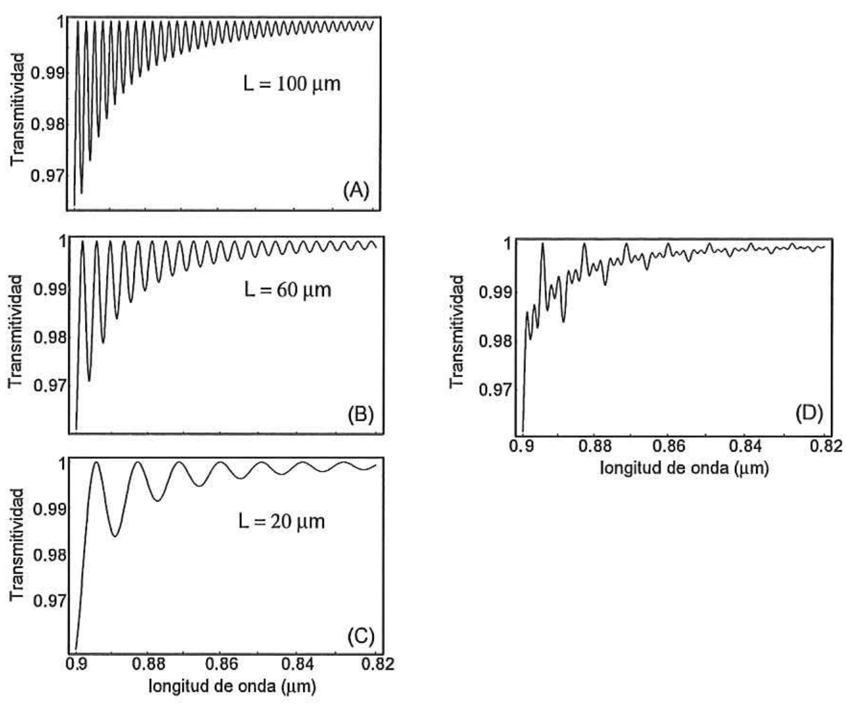

Figura 11: Transmitividad para una rejilla de Bragg fuera de la zona prohibida. (A) Con una longitud de $L = 100\mu m$. (B) Con una longitud de $L = 60\mu m$. (C) Con una longitud de $L = 20\mu m$. (D) El promedio de los tres anteriores.

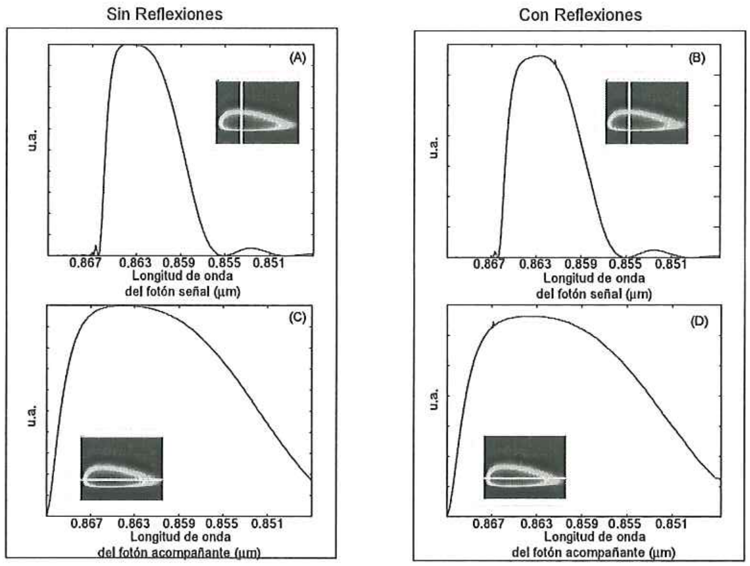

Figura 12: Cortes transversales de la Intensidad Espectral Conjunta para el estado de dos fotones generados por PDC en un cristal fotónico no lineal unidimensional con longitud de onda de Bragg $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm, la longitud del cristal es $L = 400\mu m$, el contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.027$ y ángulo de propagación $\theta = 41.7°$, los fotones están centrados en $\lambda_c = 859.1$ nm. Para los fotones señal: (A) no se toman en cuenta las reflexiones causadas por la rejilla de Bragg, (B) considerando las reflexiones causadas por la rejilla de Bragg. Para los fotones acompañantes: (C) no se toman en cuenta las reflexiones causadas por la rejilla de Bragg, (D) considerando las reflexiones causadas por la rejilla de Bragg.

Capítulo IV

Empatamiento de Velocidad de Grupo

Para la implementación de diversas aplicaciones de procesamiento de información cuántica es necesario Lograr tener control sobre el enlazamiento cuántico en los grados de libertad contínuos en las parejas de fotones generadas por PDC. El tipo y grado de corelaciones entre los fotones señal y acompañante generados por PDC están determinados por la dispersión experimentada por el haz de bombeo y por los paquetes de onda uni-fotónicos señal y acompañante en el cristal no lineal, así como por las características del pulso de bombeo. Por lo tanto, el desarrollo de materiales no lineales con propiedades dispersivas optimizadas representa una tecnología crucial para el futuro desarrollo de este campo. Para generar algunos de los estados de interés práctico, como por ejemplo los estados con correlaciones acondicionadas (positivas y negativas) y decorrelacionados en el grado de libertad espectral, es un requisito el cumplimiento de ciertas condiciones de empatamiento de la velocidad de grupo entre el haz de bombeo y los fotones señal y acompañante. En este capítulo se describirá la influencia del desempatamiento de las velocidades de grupo sobre la estructura de enlazamiento cuántico espectral. En particular, se explorarán las ventajas que ofrece la utilización de un cristal fotónico no lineal unidimensional como fuente de PDC.

IV.1 Desempatamiento de Velocidad de Grupo

La función de amplitud espectral conjunta que describe el estado de dos fotones generados por PDC para un cristal no lineal de segundo orden está dada por el producto de la función envolvente espectral del haz de bombeo $\alpha(\omega_s+\omega_i)$ (ver Ec. 52) y la función de empatamiento de fases $\phi(\omega_s, \omega_i)$ dada por:

$$\phi(\omega_s, \omega_i) = \text{sinc}\left[\frac{L\Delta K(\omega_s, \omega_i)}{2}\right] \mathrm{e}^{i\frac{L\Delta K(\omega_s,\omega_i)}{2}}, \tag{78}$$

donde L representa la longitud del cristal y $\Delta K(\omega_s, \omega_i)$ el desempatamiento de fases entre las tres ondas involucradas. Las condiciones que se deben cumplir para poder obtener estados factorizables se pueden conocer al hacer una expansión en series de Taylor (en este caso la expansión será hecha realizada hasta tercer orden ya que resulta suficiente para explicar el comportamiento de la JSA) del desempatamiento de fases ($\Delta K = k_s + k_i - k_p$) alrededor de la frecuencia central $\omega_{\mu 0}$ ($\mu = p, s, i$):

$$\begin{aligned} L\Delta K(\omega_s, \omega_i) \approx L[&k_s(\omega_{s0}) + k_s^{'}(\omega_{s0})(\omega_s - \omega_{s0}) + \frac{1}{2}k_s^{''}(\omega_{s0})(\omega_s - \omega_{s0})^2 + \\ &+\frac{1}{6}k_s^{'''}(\omega_{s0})(\omega_s - \omega_{s0})^3 + k_i(\omega_{i0}) + k_i^{'}(\omega_{i0})(\omega_i - \omega_{i0}) + \\ &+\frac{1}{2}k_i^{''}(\omega_{i0})(\omega_i - \omega_{i0})^2 + \frac{1}{6}k_i^{'''}(\omega_{i0})(\omega_i - \omega_{i0})^3 + \\ &-k_p(\omega_{p0}) + k_p^{'}(\omega_{p0})(\omega_p - \omega_{p0}) - \frac{1}{2}k_p^{''}(\omega_{p0})(\omega_p - \omega_{p0})^2 - \\ &-\frac{1}{6}k_p^{'''}(\omega_{p0})(\omega_p - \omega_{p0})^3], \end{aligned} \tag{79}$$

La expresión anterior se puede escribir de forma más sencilla en términos de las "desintonizaciones" ($\upsilon_\mu = \omega_\mu - \omega_{\mu 0}$, $\mu = p, s, i$). Además, considerando el caso degenerado, es decir, suponiendo que los dos fotones generados tienen la misma frecuencia ω_0 y el valor de esta frecuencia es la mitad del valor de la frecuencia del haz de bombeo ($\omega_{i0} = \omega_{s0} = \omega_0$ y $\omega_{s0} + \omega_{i0} = 2\omega_0$), la Ec. 79 se puede re-escribir como:

$$L\Delta K(\omega_s, \omega_i) \approx L\Delta k^{(0)} + \tau_s\upsilon_s + \tau_i\upsilon_i + \beta_s\upsilon_s^2 + \beta_i\upsilon_i^2 + \beta_p\upsilon_s\upsilon_i + g_s\upsilon_s^3 + g_i\upsilon_i^3 + \frac{g_p}{2}(\upsilon_s\upsilon_i^2 + \upsilon_s^2\upsilon_i), \tag{80}$$

en donde $\Delta k^{(0)}$ es el término constante de la expansión en series de Taylor y en términos del cual se puede escribir la condición básica de empatamiento de fases:

$$\Delta k^{(0)} = k_s(\omega_0) + k_i(\omega_0) - k_p(2\omega_0) = 0. \tag{81}$$

Los coeficientes τ_μ, β_μ, β_p, g_μ y g_p ($\mu = s, i$) involucran a los términos de primer, segundo y tercer orden de la expansión:

$$\begin{aligned}
\tau_\mu &= L[k_p'(2\omega_0) - k_\mu'(\omega_0)] = L(u_p^{-1} - u_\mu^{-1}), \\
\beta_\mu &= \frac{L}{2}[k_p''(2\omega_0) - k_\mu''(\omega_0)], \\
\beta_p &= Lk_p''(2\omega_0), \\
g_\mu &= \frac{L}{6}[k_p'''(2\omega_0) - k_\mu'''(\omega_0)], \\
g_p &= \frac{L}{2}k_p'''(2\omega_0),
\end{aligned} \tag{82}$$

donde $'$, $''$ y $'''$ denotan la primera, segunda y tercera derivada con respecto a la frecuencia (evaluadas en ω_0 para los fotones señal y acompañante y en $2\omega_0$ para el haz de bombeo), u_p es la velocidad de grupo del haz de bombeo y u_μ ($\mu = s, i$) son las velocidades de grupo de los fotones señal y acompañante, respectivamente. Los coeficientes β_μ ($\mu = s, i$) representan los términos de la dispersión de velocidad de grupo introducidos por el cristal no lineal y los coeficientes g_μ ($\mu = s, i$) representan términos dispersivos de tercer orden. Nótese que los términos dominantes de la serie de Taylor, los de primer orden, están controlados por los parámetros de desempatamiento de velocidad de grupo τ_μ, entre el haz de bombeo y los fotones generados.

Para simplificar el análisis, aproximamos la función sinc del empatamiento de fases por una función Gaussiana:

$$\mathrm{sinc}(x) \approx \mathrm{e}^{-\gamma x^2}, \tag{83}$$

con $\gamma \approx 0.193$ (el valor que se toma para γ es el que corresponde cuando las dos funciones tienen el mismo ancho a la mitad del máximo, FWMH por sus siglas en inglés). Utilizando esta aproximación y llevando a cabo la descomposición en series de Taylor a primer orden (Grice *et al.*, 2001), se obtiene una condición de factorabilidad que relaciona el ancho de banda espectral σ y los parámetros del desempatamiento de la velocidad de grupo τ_μ ($\mu = s, i$) (U'Ren *et al.*, 2005a):

$$\frac{4}{\sigma^2} + \gamma \tau_s \tau_i = 0. \tag{84}$$

De acuerdo a la Ec. 82, la ecuación anterior se puede escribir como:

$$\frac{4}{\sigma^2} + \gamma L^2 (k_s^{'} - k_p^{'})(k_i^{'} - k_p^{'}) = 0. \tag{85}$$

Por lo tanto, si se escogen adecuadamente la longitud del cristal no lineal L y el ancho de banda espectral del haz de bombeo σ, es posible que la Ec. 85 se cumpla, siempre y cuando $k_s^{'} - k_p^{'}$ y $k_i^{'} - k_p^{'}$ tengan signos opuestos, lo cual implica una condición específica sobre los parámetros de desempatamiento de velocidades de grupo. Lo anterior indica que el desempatamiento de velocidades de grupo es un factor determinante para la factorabilidad de los estados de dos fotones generados por PDC.

IV.2 Empatamiento de Velocidad de Grupo Directo en Cristales No Lineales

IV.2.1 Empatamiento Simétrico

Retomando la condición de factorabilidad dada por la Ec. 84, es necesario que el producto $\tau_s \tau_i$ cumpla con la condición $\tau_s \tau_i < 0$, de aquí que $k_s^{'} < k_p^{'} < k_i^{'}$ o $k_i^{'} < k_p^{'} < k_s^{'}$.

Esto indica que para observar un estado factorizable i) la velocidad de grupo del haz de bombeo debe estar comprendida entre las velocidades de grupo de los fotones señal y acompañante, y ii) L y σ se deben elegir de tal manera que la Ec. 84 se cumpla. A diferencia de la utilización de materiales compuestos o micro-estructurados, el material no lineal puede cumplir directamente la condición i) sobre las velocidades de grupo. La desventaja principal, sin embargo, es que la condición se satisface para materiales determinados únicamente en rangos espectrales específicos.

Una de las configuraciones que cumple con la condición de factorabilidad $\tau_s \tau_i \leq 0$ es la que se conoce como empatamiento simétrico de velocidad de grupo (GVM), en el que las velocidades de grupo de los fotones señal y acompañante y la velocidad de grupo del haz de bombeo cumplen la relación:

$$k_s^{'}(\omega_0) + k_i^{'}(\omega_0) - 2k_p^{'}(2\omega_0) = 0, \tag{86}$$

donde $k_\mu^{'}$ ($\mu = p, s, i$) representa el inverso de las velocidades de grupo para cada una de las tres ondas involucradas. La Ec. 86 indica que el promedio del inverso de las velocidades de grupo de los fotones señal y acompañante es igual al inverso de la velocidad de grupo del haz de bombeo. En términos de los parámetros de desempatamiento de velocidad de grupo, esta condición se puede escribir como:

$$\tau_s + \tau_i = 0. \tag{87}$$

Esta condición se puede interpretar si decimos que los fotones señal y acompañante se retrasan temporalmente de manera simétrica con respecto al bombeo al propagarse en el cristal no lineal (ver Fig.13 (A)). Si el ancho de banda y la longitud del cristal son elegidos adecuadamente, se puede obtener un estado de dos fotones caracterizado por una intensidad espectral conjunta factorizable que tiene un aspecto circular en el

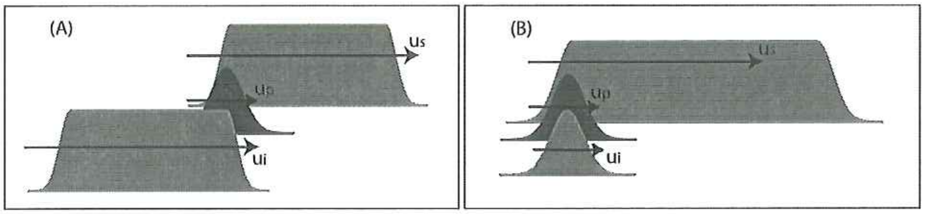

Figura 13: Representación del retraso temporal de los pulsos de los fotones señal y acompañante, con respecto al pulso del haz de bombeo, debido a la condición de empatamiento de fases. (A) Simétrico. (B) Asimétrico.

plano de las frecuencias. Por ejemplo, en la Fig.14 (A)-(C) se presenta la función de intensidad espectral conjunta para un cristal BBO con una longitud de centrado de los fotones generados $\lambda_c = 1514$ nm ($\lambda_c = 2\pi c/\omega_0$, c es la velocidad de la luz en el vacío), un ancho espectral $\sigma = 15$ nm y la longitud del cristal es de $L = 2.7$ mm. Es importante enfatizar que a pesar de que es posible obtener estados factorizables mediante GVM simétrico directo en cristales no lineales $\chi^{(2)}$, ésto sólo se cumple para longitudes de onda específicas (Grice *et al.*, 2001) dependiendo del tipo de cristal no lineal utilizado (en este caso para $\lambda_c = 1514$ nm). De esta manera, una limitación fundamental del empatamiendo de velocidades de grupo simétrico directo es que en general no se tiene control sobre las propiedades dispersivas del cristal no lineal.

No obstante, la técnica de empatamiento simétrico de velocidad de grupo ha sido utilizada exitosamente para la generación de parejas de fotones exhibiendo correlaciones positivas en el medio infrarrojo (Kuzucu *et al.*, 2005), así como para la generación de segundo armónico (SHG por sus siglas en inglés) con un ancho de banda muy amplio (Köning y Wong, 2004); en ambos casos se utiliza un cristal KTP con la onda fundamental a 1580 nm.

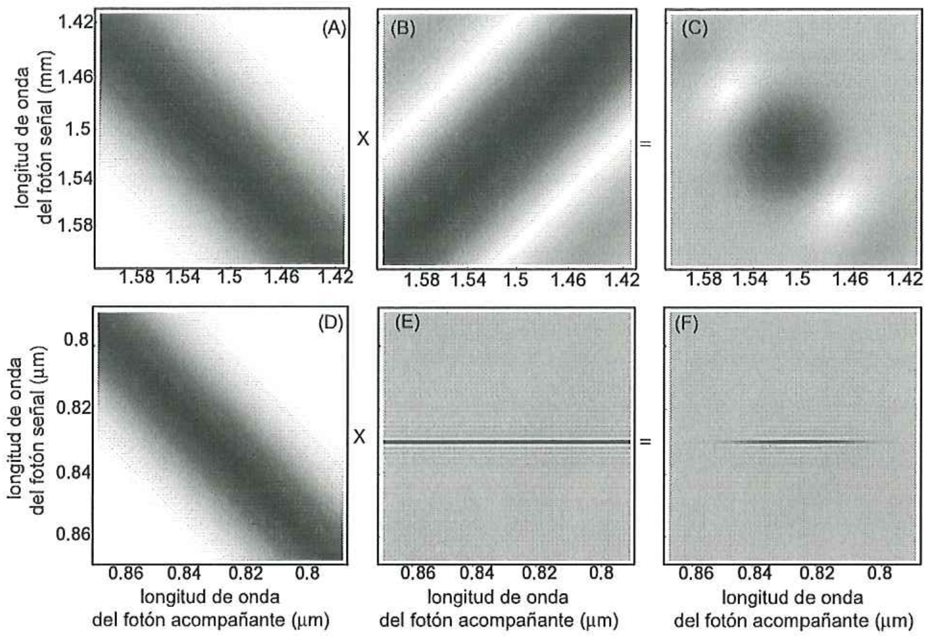

Figura 14: (A)-(C)Intensidad espectral conjunta que exhibe una pareja de fotones producida por el proceso de PDC con empatamiento de fases tipo II en un cristal BBO de longitud $L = 2.7$ mm y ángulo de propagación de $\theta = 28.8°$. (A) Función envolvente espectral del haz de bombeo de ancho $\sigma = 15$ nm. (B) Función de empatamiento de fases centrada a $\lambda_c = 1.514$ nm. (C) JSI. (D)-(F)Intensidad espectral conjunta que presenta una pareja de fotones producida por el proceso de PDC con empatamiento de fases tipo II en un cristal KDP de longitud $L = 2$ cm, bombeado por un pulso de ancho de banda espectral $\sigma = 5$ nm. (D) Función envolvente espectral del haz de bombeo. (E) Función de empatamiento de fases centrada a $\lambda_c = 830$ nm. (F) JSI.

IV.2.2 Empatamiento Asimétrico

Los estados factorizables pueden estar libres de correlaciones y tener un alto grado de elongación espectral alineado con alguno de los ejes ω_s, ω_i. Para obtener un estado de este tipo, recordemos que la condición de factorabilidad está dada por la Ec. 84, que se puede reescribir de la siguiente manera:

$$\frac{4}{\sigma\tau_s} + \gamma\sigma\tau_i = 0. \tag{88}$$

Considerando el régimen de cristal largo y recordando que $\tau_\mu \propto L$, con $\mu = s, i$, si $\tau_s \gg 1/\sigma$, la condición se reduce a $\tau_i = 0$ (siendo análogo el análisis si se hace $\tau_i \gg 1/\sigma$, resultando en la condición $\tau_s = 0$), de tal manera que la decorrelación espectral se puede obtener con un cristal largo ($L \rightarrow \infty$) y haciendo que uno de los parámetros de desempatamiento sea igual a cero. Esta variante de la técnica de GVM, en la que la velocidad de grupo del haz de bombeo se empata con la velocidad de grupo de uno solo de los fotones generados por PDC (ver Fig.13 (B)), se le conoce como empatamiento asimétrico de velocidad de gruo (AGVM).

En la Fig.14 (D)-(F) se muestra la intensidad espectral conjunta para una fuente de parejas de fotones que cumple con la condición de AGVM mostrando factorabilidad espectral. La función de empatamiento de fases es de tipo II para un cristal no lineal KDP (fostfato dihidrogenado de potasio) con una longitud $L = 2$ cm, los fotones generados por el proceso de PDC están centrados en una longitud de onda $\lambda_c = 830$ nm, el cristal está bombeado por un haz con ancho de banda espectral $\sigma = 5$ nm. Una ventaja que presenta este tipo de condición es que la región espectral en la que se generan las parejas de fotones, es compatible con detectores de silicio capaces de detectar eficientemente fotones individuales, a diferencia de la región espectral del GVM simétrico a través de un cristal BBO que se encuentra en el infrarrojo medio, una zona espectral en donde desafortunadamente los detectores de un solo fotón aún no se encuentran bien desarrollados.

Además, el AGVM es el fundamento de una variante de la técnica *Spectral Phase Interferometry for Direct Electric-field Reconstruction* (SPIDER) para la caracterización de pulsos ultra-cortos (Radunsky *et al.*, 2006). En esta técnica se explota la orientación vertical de la función de empatamiento de fases para obtener corrimientos espectrales en el segundo armónico generado.

Enfatizamos que la técnica de AGVM utilizada en el ejemplo citado, hace uso, al igual que el ejemplo que se menciona para GVM simétrico, de empatameinto de velocidad de grupo directo en el material no lineal, por lo que no es posible obtener estados optimizados para longitudes de onda y materiales arbitrarios (Grice *et al.*, 2001).

Cabe destacar que las condiciones GVM simétrica y AGVM aquí mencionadas, se han considerado con generación colineal de fotones PDC, ya que la geometría no-colineal evidentemente impide el confinamiento óptico en guías de onda y puede reducir la longitud de interacción útil.

IV.3 Otros Esquemas Propuestos para Acondicionamiento de Correlaciones de Variable Continua

De acuerdo con los argumentos de la sección IV.2, los diversos esquemas propuestos para el acondicionamiento de correlaciones de variable continua hacen uso de alguna variante de empatamiento de velocidad de grupo entre las tres ondas involucradas.

Una de las técnicas que se ha propuesto en la dirección del diseño de materiales con propiedades dispersivas específicas es la utilización de secuencias de cristales no lineales intercalados con espaciadores birrefringentes, donde el desempatamiento de velocidad de grupo en cada cristal es compensado por la dispersión exhibida por los espaciadores birrefringentes (U'Ren *et al.*, 2005b, 2006a), lo anterior puede ser considerado como cuasi-empatamiento de velocidad de grupo (QGVM por sus siglas en inglés), que es análogo al cuasi-empatamiento de fases (QPM por sus siglas en inglés). Nótese que mientras que el QGVM requiere de una variación periódica de las propiedades ópticas lineales, el QPM requiere de una variación periódica de la no linealidad $\chi^{(2)}$. En contraste con el empatamiento directo de velocidad de grupo, esta técnica permite el acondicionamiento del estado de dos fotones a longitudes de onda arbitrarias y además, al ser colineal, es compatible con la utilización de guías de onda y puede producir estados con un grado de enlazamiento cuántico arbitrario. A pesar de estas grandes ventajas teóricas, en la práctica es necesaria una secuencia de múltiples cristales delgados perfectamente alineados, lo cual no es práctico.

Se ha presentado también, un esquema para acondicionar el enlazamiento cuántico espectral basado en la utilización de una pareja de rejillas de difracción, una a cada lado del cristal, lo cual lleva a una modificación de las velocidades de grupo efectivas para las tres ondas involucradas (Torres *et al.*, 2005a,b). También se ha propuesto la explotación de la simplificación longitudinal del empatamiento de fases al bombear transversalmente una guía de onda no lineal (Walton *et al.*, 2004); en principio, a través de esta técnica es también posible generar parejas de fotones factorizables.

IV.4 Empatamiento de Velocidades de Grupo en Cristales Fotónicos No Lineales

De acuerdo a la discusión al inicio de este capítulo, el desempatamiento de velocidades de grupo determina en gran medida el estado de las parejas de fotones fotones generado por PDC. En esta sección estudiaremos con detalle la utilización de un mayor número de grados de libertad que presentan los cristales fotónicos no lineales (en comparación con cristales no lineales convencionales) para lograr empatamiento simultáneo de fases y velocidad de grupo. La relación de dispersión para este tipo de materiales se derivó en el capítulo II y es:

$$\widetilde{K}(\omega) = 1 \mp \sqrt{(\widetilde{K}_P(\omega) - 1)^2 - (\widetilde{\alpha}\widetilde{K}_P(\omega))^2}. \tag{89}$$

La expresión correspondiente para la primera derivada del número de onda es:

$$\widetilde{K}_p'(\omega) = \mp \frac{(1-\widetilde{\alpha}^2)\widetilde{K}_p - 1}{\sqrt{(\widetilde{K}_p - 1)^2 - (\widetilde{\alpha}\widetilde{K}_p)^2}} \widetilde{K}_p'. \tag{90}$$

Las Ecs. 89 y 90 dependen de los parámetros que describen a la rejilla de Bragg y al cristal no lineal. De manera particular para la rejilla de Bragg, estos parámetros son: i) el contraste de susceptibilidades α (ver Ec. 10), ii) la frecuencia de Bragg con relación a la frecuencia de centrado de los fotones PDC que se puede caracterizar por la diferencia $\Delta\omega = \omega_c - \omega_{Bragg}^{(e)}$, donde $\omega_{Bragg}^{(e)}$ corresponde a la frecuencia de Bragg del rayo extraordinario (nótese que debido a la existencia de las zonas prohibidas, $|\Delta\omega|$ no puede tomar valores arbitrariamente pequeños; para el caso particular de $\Delta\omega > 0$ se deberá cumplir además $\omega_c > \omega_{bg}$, donde ω_{bg} representa el valor de la frecuencia en el límite superior de la zona prohibida) y iii) el *duty cycle* definido como a/Λ que representa el cociente de la longitud del segmento con índices de refracción n_{1e} y n_{1o} (ver Ec. 9) y la periodicidad. Para el cristal no lineal a partir del cual se fabrica la estructura fotónica, se tienen: i) el ángulo de propagación θ (suponiendo un cristal bi-refringente uni-axial, ver Ec. 12), ii) la longitud del cristal L y iii) la temperatura de operación T. Para el haz de bombeo se toman en cuenta i) el ancho espectral del haz σ, ii) la cintura del haz W_0 (suponiendo un haz de bombeo gaussiano) y iii) la frecuencia central del haz ω_p (este parámetro no es independiente, ya que está incluido en la definición de $\Delta\omega$. Nótese sin embargo que en el caso de PDC no degenerado ω_p y $\Delta\omega$ se convierten en parámetros independientes).

La importancia fundamental de la utilización de cristales fotónicos es que resulta en la existencia de un mayor número de grados de libertad que se pueden explotar para la manipulación de los estados de dos fotones generados. En este trabajo nos concentraremos en materiales que tienen un *duty cycle* $a/\Lambda = 1/2$, y donde la temperatura de operación es la del medio ambiente. Consideraremos un haz de bombeo pulsado descrito fuera del cristal por una onda plana, por lo que $W_0 \rightarrow \infty$. Sobre L y σ impondremos la condición de que el ancho de banda del empatamiento de fases (que es proporcional a L^{-1}) sea menor que σ; nótese que lo anterior implica una condición "suave" en el sentido de que existe una región sobre el plano formado por los valores de L y σ donde se cumple lo requerido. Quedan entonces tres parámetros por considerar: α, $\Delta\omega$ y θ_c sobre los cuales, en general, será necesario imponer condiciones estrictas para lograr empatamiento simultáneo de fases y de velocidad de grupo. Para cristales fotónicos no lineales basados en capas delgadas alternadas de dos materiales semiconductores, donde α es constante y donde el material no presenta birrefringencia, será necesario considerar otros grados de libertad, por ejemplo el *duty cycle* y la frecuencia del haz de bombeo ω_p (para PDC no-degenerado).

En una región espectral pequeña alrededor de las frecuencias centrales de PDC, el

Tabla I: Grados de Libertad en Cristales Fotónicos No Lineales Unidimensionales

Rejilla de Bragg	Cristal No Lineal	Haz de Bombeo
α	$\theta_{\mathbf{c}}$	σ (condición suave)
$\Delta\omega$	T (constante)	W_0 (constante)
a/Λ (constante)	L (condición suave)	(ω_p)

estado de dos fotones producido por un cristal fotónico no lineal donde se cumple GVM simétrico o asimétrico muestra una estructura similar al caso de un cristal convencional (por ejemplo, ver Fig.14) que cumpla las mismas condiciones. Sin embargo, una diferencia fundamental con respecto a los cristales comunes es la aparición de términos de dispersión de velocidad de grupo (y términos dispersivos de orden mayor) muy elevados con respecto a valores usuales obtenidos por dispersión material, por lo que los contornos de la función de empatamiento de fases adquieren una estructura en forma de "lazo". Una consecuencia importante de esto, es que a diferencia de los cristales convencionales, el cumplimiento de GVM simétrico o asimétrico en cristales fotónicos, en general no resulta en estados factorizables. Los cristales fotónicos no lineales, permiten, sin embargo, una gran versatilidad en el cumplimiento de condiciones de empatamiento de velocidad de grupo. A continuación presentamos ejemplos del cumplimimiento de GVM simétrico y GVM asimétrico de ambos tipos ($u_p = u_s$ y $u_p = u_i$) de manera simultánea con empatamiento de fases $\Delta K = K_p - K_s - K_i = 0$.

La Fig.15 (A) presenta la condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ y la condición GVM simétrico en el espacio $\{\alpha, \theta\}$ suponiendo $\Delta\omega$ constante, para un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO con una longitud total de $L = 2$ cm, la longitud de onda de Bragg es $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm y los fotones están centrados en $\lambda_c = 800$ nm. Se puede observar en la misma figura que existe al menos una combinación de parámetros (α, θ y $\Delta\omega$) que permiten el cumplimiento simultáneo de empatamiento de fases y de la condición GVM simétrica. En la Fig.15 (B), se muestra la gráfica de la intesidad espectral conjunta que exhiben las parejas de fotones resultantes para la combinación de parámetros $\{\alpha = 0.061, \theta = 41.7°\}$ determinada por la solución aparente en la Fig.15 (A). La Fig.15 (C) es la gráfica del contorno definido por las parejas de frecuencias que cumplen $\Delta K = 0$. Nótese que una curva tangente a la gráfica de contorno de la Fig.15 (C) tiene una pendiente unitaria, como consecuencia del cumplimiento de GVM simétrico.

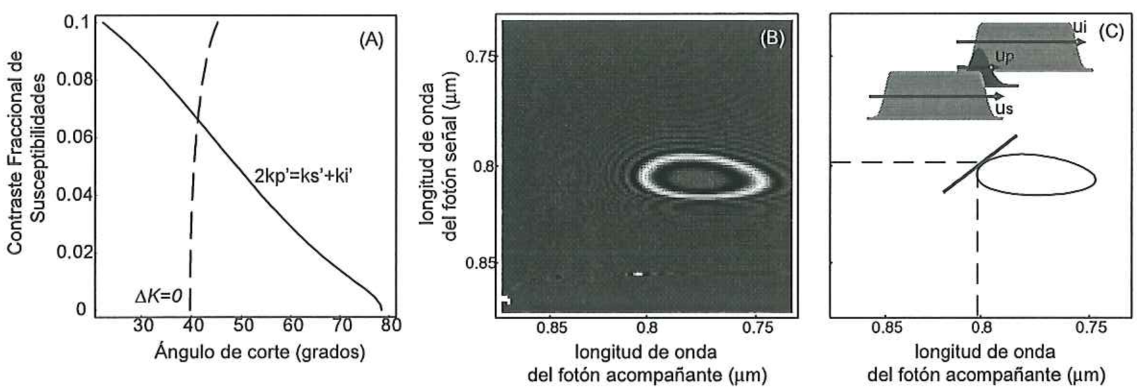

Figura 15: Empatamiento simétrico de velocidad de grupo en un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO, el empatamiento de fases es tipo II, el cristal tiene una longitud $L = 2$ cm, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.061$ y ángulo de propagación de $\theta = 41.7°$, la longitud de centrado de los fotones generados es de $\lambda_c = 800$ nm. (A) Condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ (línea punteada) y condición de empatamiento de velocidad de grupo en el plano dimensional que se define por el contraste fraccional de susceptibilidades y el ángulo de propagación del cristal $\{\alpha, \theta\}$. (B) Función de empatamiento de fases. (C) Contorno $\Delta K = 0$ en el plano de frecuencias.

También se puede lograr el empatamiento asimétrico de velocidad de grupo:

$$K'(\omega_\mu, \alpha, \theta, \Delta\omega) = K'(\omega_p, \alpha, \theta, \Delta\omega), \tag{91}$$

donde $\omega_p = \omega_s + \omega_i$ y $\mu = s, i$, simultáneamente con empatamiento de fases. La Fig.16 (A), presenta la condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ y la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo $u_p = u_s$ en el espacio $\{\alpha, \theta\}$ suponiendo $\Delta\omega$ constante, para un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO; el cristal tiene una longitud total de $L = 2$ cm y la longitud de onda de Bragg de la estructura periódica es $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm. Los fotones generados están centrados en $\lambda_c = 850$ nm. De modo análogo al GVM simétrico, se puede observar en la misma figura que existe al menos una combinación de parámetros (α, θ y $\Delta\omega$) que permiten el cumplimiento simultáneo de empatamiento de fases y de la condición AGVM. En la Fig.16 (B), se muestra la gráfica de la intesidad espectral conjunta que exhiben las parejas de frecuencias resultantes para la combinación de parámetros $\{\alpha = 0.061, \theta = 41.7°\}$ determinada por la solución aparente en la Fig.16 (A). La Fig.16 (C) es la gráfica del contorno definido por las parejas de fotones que cumplen $\Delta K = 0$. Nótese que una curva tangente a la gráfica de contorno de la Fig.15 (C) tiene una pendiente nula, como consecuencia del cumplimiento del empatamiento de velocidad de grupo asimétrico $u_p = u_s$.

Finalmente, mostraremos un ejemplo de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo, pero ahora la condición que se cumple es $u_p = u_i$. La Fig.17 (A), presenta la condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ y la condición de empatamiento de velocidad de grupo asimétrica $u_p = u_i$ en el espacio $\{\alpha, \theta\}$ para $\Delta\omega$ constante, para un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO que tiene una longitud total $L = 2$ mm, la longitud de onda de Bragg de la estructura periódica es $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm; los fotones generados en el proceso están centrados en $\lambda_c = 850$ nm. De modo análogo al caso anterior se puede observar en la misma figura que existe al menos una combinación de parámetros (α, θ y $\Delta\omega$) que permiten el cumplimiento

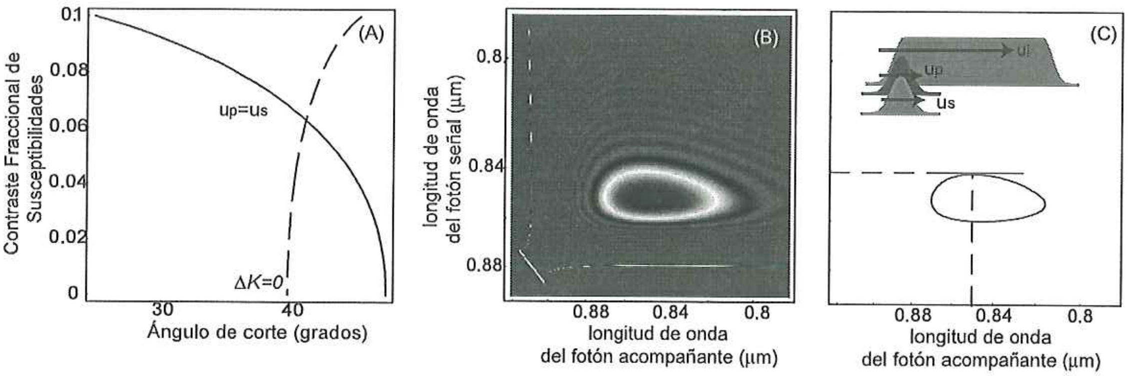

Figura 16: Empatamiento asimétrico de velocidad de grupo en un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO empatamiento de fases tipo II con una longitud $L = 2$ cm, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.061$ y ángulo de propagación de $\theta = 41.7°$, la longitud de centrado de los fotones generados es de $\lambda_c = 850$ nm. (A) Condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ (línea punteada) y condición de empatamiento de velocidad de grupo en el plano dimensional que se define por el contraste fraccional de susceptibilidades y el ángulo de propagación del cristal $\{\alpha, \theta\}$. (B) Función de empatamiento de fases. (C) Contorno $\Delta K = 0$ en el plano de las frecuencias.

simultáneo de empatamiento de fases y de la condición AGVM. En la Fig.17 (B), se muestra la gráfica de la intesidad espectral conjunta que exhiben las parejas de fotones resultantes para la combinación de parámetros $\{\alpha = 0.061, \theta = 41.7°\}$ determinada por la solución aparente en la Fig.17 (A). La Fig.16 (C) es la gráfica del contorno definido por las parejas de frecuencias que cumplen $\Delta K = 0$. Nótese que una curva tangente a la gráfca de contorno de la Fig.15 (C) tiene una pendiente infinita, como consecuencia del cumplimiento del empatamiento de velocidad de grupo asimétrico $u_p = u_i$.

Hasta ahora hemos considerado la dependencia en α y θ_c del estado de dos fotones, manteniendo $\Delta\omega$ constante. Sin embargo, al variar $\Delta\omega$, la solución en el plano $\{\alpha, \theta_c\}$ se

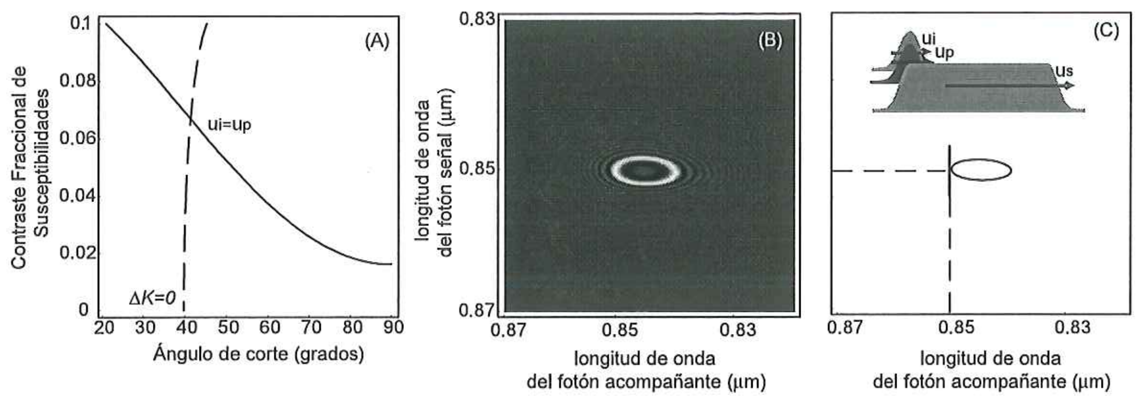

Figura 17: Empatamiento asimétrico de velocidad de grupo en un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO empatamiento de fases tipo II con una longitud $L = 2$ cm, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.061$ y ángulo de propagación de $\theta = 41.7°$, la longitud de centrado de los fotones generados es de $\lambda_c = 850$ NM. (A) Condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ (línea punteada) y condición de empatamiento de velocidad de grupo en el plano dimensional que se define por el contraste fraccional de susceptibilidades y el ángulo de propagación del cristal $\{\alpha, \theta\}$. (B) Función de empatamiento de fases. (C) Contorno $\Delta K = 0$ en el plano de las frecuencias.

desplaza sobre una trayectoria. En la Fig.18 se muestra la condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ y la condición de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo ($u_p = u_s$) en el plano que se define por α y θ para diferentes valores de $\Delta\omega$. Por lo tanto, en general es posible escoger dentro de un cierto intervalo, la frecuencia de centrado de PDC y encontrar valores correspondientes para θ_c y α que resulten en empatamiento simultáneo de velocidad de grupo y de fases.

En particular, puede existir un valor de $\Delta\omega$ para el cual se cumpla el empatamiento asimétrico de velocidad de grupo entre el haz de bombeo y el fotón señal ($u_p = u_s$), además de empatamiento asimétrico de velocidad de grupo entre el bombeo y el fotón

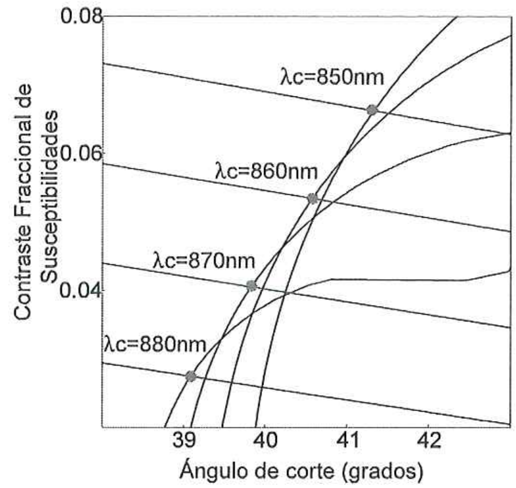

Figura 18: Soluciones simultáneas de la condición de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ y condición de empatamiento asimétrico de velocidades de grupo $u_p = u_s$ para un cristal fotónico no lineal BBO, variando la longitud de onda de centrado para los fotones que se generan por PDC de $\lambda_c = 850$ nm a $\lambda_c = 880$ nm, en el plano dimensional que se define por el contraste fraccional de susceptibilidades y el ángulo de propagación del cristal $\{\alpha, \theta\}$.

acompañante ($u_p = u_i$), simultáneamente con empatamiento de fases. A este caso le llamamos empatamiento completo de velocidad de grupo, donde $u_p = u_s = u_i$ (ver Fig.19 (A)). Es importante señalar que hasta donde sabemos, ninguna otra técnica propuesta es capaz de mostrar empatamiento total de las velocidades de grupo de manera simultánea con empatamiento de fases. Nótese que lo anterior es posible gracias a que con la utilización de cristales fotónicos no lineales como fuentes PDC contamos con un mayor número de grados de libertad. Como estudiaremos en detalle en la siguiente sección, esta condición lleva a la posibilidad de generar estados esencialmente factorizables en regiones espectrales arbitrarias (limitados fundamentalmente por la fabricación de la rejilla de Bragg requerida).

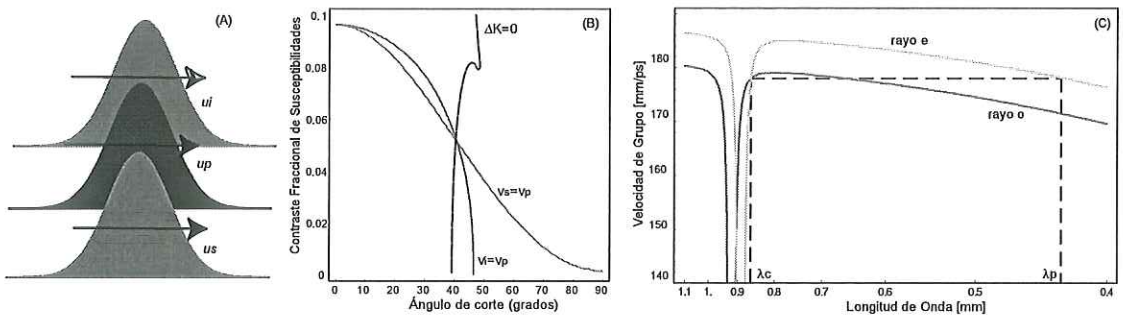

Figura 19: Empatamiento Completo de Velocidad de Grupo para los fotones de PDC generados en un cristal fotónico no lineal basado en un cristal BBO con longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, los fotones de PDC están centrados en $\lambda_c = 860.7$ nm. (A) Representación del empatamiento de los pulsos de los fotones señal y acompañante, con respecto al pulso del haz de bombeo, debido a la condición de empatamiento de fases. En la figura se observa que la velocidad de grupo de los tres pulsos es igual. (A) Representación esquemática del empatamiento completo de velocidad de grupo. (B) Representación gráfica de las condiciones i) $\Delta K = 0$, ii) $u_p = u_s$ y iii) $u_p = u_i$ en el espacio $\{\theta, \alpha\}$ para $\Delta\omega$ constante. Se puede apreciar que existe una combinación de parámetros que resulta en el cumplimiento simultáneo de las tres condiciones. (C) Velocidad de grupo en función de la frecuencia, donde se cumple el empatamiento completo, para los parámetros $\alpha = 0.052$, $\theta = 41.28°$.

En la Fig. 19 (A) se puede observar una representación esquemática del empatamiento completo de velocidad de grupo. En la Fig.19 (B), se muestran las condicions de empatamiento de fases $\Delta K = 0$ y las gráficas que representan las condiciones AGVM para cada uno de los fotones ($u_p = u_s$ y $u_p = u_i$) en el espacio $\{\alpha, \theta\}$; se puede observar que existe una solución simultánea para las tres condiciones. La Fig.19 (C) muestra la velocidad de grupo en función de la frecuencia para cada una de las polarizaciones en el cristal fotónico; se puede apreciar gráficamente el cumplimiento de empatamiento completo de velocidad de grupo, cuando la frecuencia de centrado de los fotones PDC es próxima a la frecuencia de Bragg.

IV.5 Condiciones para obtener un Estado Factorizable en Cristales Fotónicos No Lineales

Para facilitar el análisis de la estructura de la intensidad espectral conjunta (JSI), llevamos a cabo la expansión en series de Taylor del empatamiento de fases ($\Delta K(\omega_s, \omega_i)$), de la misma manera como se hizo para un cristal convencional al inicio de este capítulo (ver Ec. 80). Tomando en cuenta que la función de amplitud espectral conjunta (JSA) es el producto de las funciones de empatamiento de fases $\phi(\omega_s, \omega_i)$ y de la envolvente espectral del haz de bombeo $\alpha(\omega_s, \omega_i)$:

$$f(\omega_s, \omega_i) = \text{sinc}\left[\frac{L}{2}\Delta K(\omega_s, \omega_i)\right] \exp\left[\frac{(\omega_s + \omega_i - 2\omega_0)^2}{\sigma^2}\right], \tag{92}$$

es conveniente hacer uso de la aproximación Gaussiana $\text{sinc}(x) \approx \exp(-\gamma x^2)$, de esta manera la JSA se puede escribir en su totalidad como una función Gaussiana:

$$f(\upsilon_s, \upsilon_i) \approx \exp\left\{-\left[\gamma\frac{L^2}{4}\Delta K(\upsilon_s, \upsilon_i)^2 + \frac{(\upsilon_s + \upsilon_i)^2}{\sigma^2}\right]\right\}. \tag{93}$$

Aquí la JSA está escrita en términos de las llamadas "desintonizaciones" dadas por $\upsilon_\mu = \omega_\mu - \omega_0$ ($\mu = s, i$), donde ω_0 es la frecuencia a la cual están centrados los fotones PDC. Haciendo uso de la expansión de ΔK dada por la Ec. 80, el argumento de la exponencial en la Ec. 93 se puede escribir como:

$$\begin{aligned} L^2\Delta K(\upsilon_s, \upsilon_i)^2 + \frac{4}{\gamma}\frac{(\upsilon_s + \upsilon_i)^2}{\sigma^2} \approx\ & r(\upsilon_s) + s(\upsilon_i) + 2\left(\tau_s\tau_i + \frac{4}{\gamma\sigma^2}\right)\upsilon_s\upsilon_i + \\ & +2(\beta_s\tau_i + \beta_p\tau_s)\upsilon_s^2\upsilon_i + 2(\beta_i\tau_s + \beta_p\tau_i)\upsilon_s\upsilon_i^2 + \\ & +2(\tau_i g_s + g_p\tau_s + \beta_p\beta_s)\upsilon_s^3\upsilon_i + 2(\tau_s g_i + g_p\tau_i + \beta_p\beta_i)\upsilon_s\upsilon_i^3 + \\ & +(2\tau_i g_p + 2\tau_s g_p + 2\beta_s\beta_i + \beta_p^2)\upsilon_s^2\upsilon_i^2, \end{aligned} \tag{94}$$

donde las funciones $r(\upsilon_s)$ y $s(\upsilon_i)$ contienen todos los términos que dependen de una sola de las frecuencias y están dadas por:

$$r(\upsilon_s) = \left(\tau_s^2 + \frac{4}{\gamma\sigma^2}\right)\upsilon_s^2 + 2\beta_s\tau_s\upsilon_s^3 + (\beta_s^2 + 2g_s\tau_s)\upsilon_s^4, \quad (95)$$

$$s(\upsilon_i) = \left(\tau_i^2 + \frac{4}{\gamma\sigma^2}\right)\upsilon_i^2 + 2\beta_i\tau_i\upsilon_i^3 + (\beta_i^2 + 2g_i\tau_i)\upsilon_i^4. \quad (96)$$

Los coeficientes τ_μ, β_μ, β_p, g_μ y g_p ($\mu = s, i$) involucran los términos de primero, segundo y tercer orden de la expansión de Taylor, como están definidos al inicio de este capítulo (ver Ec. 82); τ_μ son los parámetros de desempatamiento de velocidad de grupo; los coeficientes β_μ representan los términos dispersivos de segundo orden y g_μ representan los términos dispersivos de tercer orden.

A continuación vamos a estudiar las condiciones que se deben cumplir para lograr la emisión de estados de dos fotones factorizables por un cristal fotónico unidimensional.

- Condición 1. Empatamiento completo de velocidad de grupo.

  Cuando se cumple el empatamiento completo de velocidad de grupo $u_i = u_s = u_p$ (o de manera alternativa $\tau_s = \tau_i = 0$) todos los términos mixtos que aparecen en la Ec. 94 se eliminan hasta tercer orden (considerando que el producto $\upsilon_i^m \upsilon_s^n$ con $m \geq 1$ o $n \geq 1$ representa un término mixto de orden $m + n$):

$$L^2\Delta K(\upsilon_s, \upsilon_i)^2 + \frac{4}{\gamma}\frac{(\upsilon_s + \upsilon_i)^2}{\sigma^2} \approx \frac{4}{\gamma\sigma^2}\upsilon_s^2 + \beta_s^2\upsilon_s^4 + \frac{4}{\gamma\sigma^2}\upsilon_i^2 + \beta_i^2\upsilon_i^4 + \frac{8}{\gamma\sigma^2}\upsilon_s\upsilon_i + 2\beta_p\beta_s\upsilon_s^3\upsilon_i + 2\beta_p\beta_i\upsilon_s\upsilon_i^3 + (2\beta_s\beta_i + \beta_p^2)\upsilon_s^2\upsilon_i^2, \quad (97)$$

- Condición 2. Dispersión de velocidad de grupo del haz de bombeo.

Estudiaremos ahora las condiciones bajo las cuales podemos despreciar los términos mixtos que involucran β_p. Haciendo referencia a la Ec. 80 y suprimiendo los términos que dependen de los desempatamientos de velocidad de grupo, a segundo orden nos queda:

$$L\Delta K(\upsilon_s, \upsilon_i) \approx \beta_s \upsilon_s^2 + \beta_i \upsilon_i^2 + \beta_p \upsilon_s \upsilon_i. \tag{98}$$

Para poder hacer una comparación de los valores numéricos relativos de los tres sumandos, vamos a reescribir υ_s y υ_i en coordenadas polares (ver Fig.20 (A)) de la siguiente forma:

$$\upsilon_s = \upsilon \cos\theta,$$

$$\upsilon_i = \upsilon \sin\theta,$$

donde $\upsilon = \sqrt{\upsilon_s^2 + \upsilon_i^2}$ puede tomar cualquier valor positivo y denota el radio de una circunferencia en el plano de las frecuencias $\{\upsilon_s, \upsilon_i\}$, y θ es un ángulo que indica la posición sobre esa circunferencia (en radianes), así tenemos que:

$$\beta_s \upsilon_s^2 + \beta_i \upsilon_i^2 + \beta_p \upsilon_s \upsilon_i = \upsilon^2(\beta_s \cos^2\theta + \beta_i \sin^2\theta) + \upsilon^2 \frac{\beta_p}{2} \sin 2\theta. \tag{99}$$

En la Fig.20 (B) se grafican los tres términos por separado para valores específicos $\beta_p = 0.164\text{fs}^2$, $\beta_i = 0.868\text{fs}^2$ y $\beta_s = 6.115\text{fs}^2$ (que son valores realistas que se obtienen al hacer la descomposición en series de Taylor, ver Ec. 82). Observamos que cuando $\beta_p \ll \beta_s, \beta_i$, el término que involucra a β_p es despreciable excepto cerca de múltiplos de $\pi/2$ radianes (ver Fig.20 (C)). La condición $\beta_p \ll \beta_s, \beta_i$ es físicamente realizable cuando la frecuencia central del haz de bombeo (en contraste con la frecuencia de los fotones PDC) se encuentra distante de la frecuencia de Bragg, de manera que la dispersión experimentada por el haz de

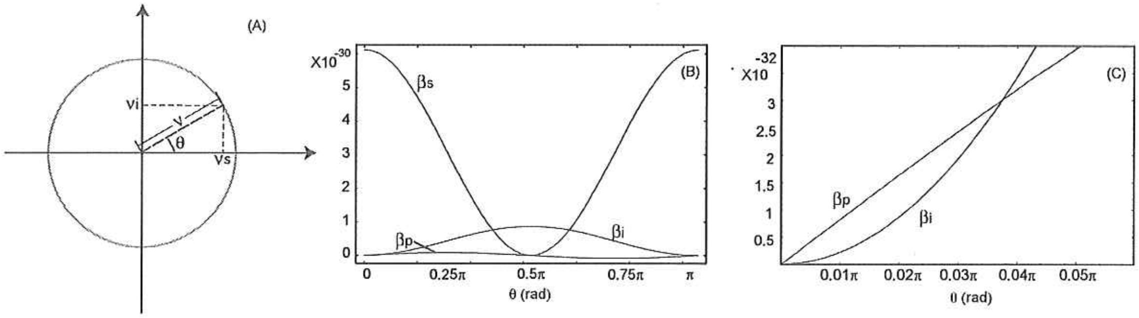

Figura 20: (A) Representación de υ_s y υ_i en coordenadas polares. (B) Representación de los términos $\upsilon^2\beta_s\cos^2\theta$, $\upsilon^2\beta_i\sin^2\theta$ y $\upsilon^2\frac{\beta_p}{2}\sin 2\theta$ para $\upsilon = 1$, con valores realistas de los desempatamientos de la dispersión de velocidad de grupo de los fotones señal β_s, acompañante β_i y de la dispersión de velocidad de grupo del haz de bombeo β_p. (C) Gráfica ampliada; para valores muy cercanos a múltiplos de π, el término que contiene β_p es mayor que los otros dos.

bombeo es esencialmente la asociada a un material continuo (mientras que la dispersión de velocidad de grupo de los fotones PDC puede mostrar valores mucho mayores debido a la cercanía a la condición de Bragg). Nótese que este análisis de los valores relativos de los tres términos es válido para cualquier υ, ya que υ aparece como un factor multiplicativo global. Cabe destacar que al llevar a cabo la aproximación Gaussiana, el despreciar el término proporcional a β_p en la Ec. 98, implica la eliminación de los términos mixtos de cuarto orden que contienen a β_p: $2\beta_p\beta_s\upsilon_s^3\upsilon_i$, $2\beta_p\beta_i\upsilon_s\upsilon_i^3$ y $\beta_p^2\upsilon_s^2\upsilon_i^2$. Es importante mencionar, que para el ejemplo particular que estamos considerando, mientras que $|\beta_s/\beta_p| \approx 40$, β_i es del mismo orden de magnitud que β_p, con $|\beta_i/\beta_p| \approx 5$, por lo que la condición $\beta_p \ll \beta_s, \beta_i$ no se cumple totalmente. De esta manera, la Ec. 94, se reduce a:

$$f(\upsilon_s, \upsilon_i) \approx \exp\left[-\frac{\gamma}{4}(\beta_s\upsilon_s^2 + \beta_i\upsilon_i^2)^2 - \frac{(\upsilon_s + \upsilon_i)^2}{\sigma^2}\right]. \tag{100}$$

- Condición 3. Ancho de banda umbral en el haz de bombeo.

Una vez imponiendo las condiciones de empatamiento completo de velocidad de grupo ($\tau_s = \tau_i = 0$) y de dispersión de velocidad de grupo del bombeo pequeña ($\beta_p \ll \beta_s, \beta_i$), la JSA (Ec. 100) aún contiene dos términos mixtos donde uno de ellos es dependiente del ancho de banda del haz de bombeo (ver Ec. 52). A continuación estudiamos las condiciones bajo las cuales el estado de dos fotones se vuelve independiente del ancho de banda σ (y en particular se elimina el término mixto que depende de σ). Tomando en cuenta que la función envolvente de bombeo depende de $\upsilon_s + \upsilon_i$, para analizar el ancho de banda de la función de empatamiento de fases relativo al ancho de banda de bombeo, evaluamos ambas funciones en $\upsilon_s = \upsilon_i = \upsilon'$:

$$f(\upsilon', \upsilon') \approx \exp\left[-\frac{\gamma}{4}(\beta_s + \beta_i)^2 \upsilon'^4\right] \exp\left[-\frac{4}{\sigma^2}\upsilon'^2\right]. \tag{101}$$

El ancho completo a 1/2 de la función de empatamiento de fases y de la función envolvente de bombeo, está dado por:

$$\Delta\upsilon_{PMF} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{\gamma}\sqrt{\beta_s + \beta_i}}, \quad \Delta\upsilon_p = \sigma. \tag{102}$$

Por lo tanto, la condición que se debe cumplir para que el efecto del ancho de banda de bombeo sobre la amplitud espectral conjunta sea despreciable es $\Delta\upsilon_p \gg \Delta\upsilon_{PMF}$, que equivale a:

$$\sigma \gg \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{\gamma}\sqrt{\beta_s + \beta_i}}. \tag{103}$$

Al cumplirse la Ec. 103, la ampliud espectral conjunta se puede expresar como:

$$f(\upsilon_s, \upsilon_i) \approx \exp\left[-\frac{\gamma}{4}(\beta_s \upsilon_s^2 + \beta_i \upsilon_i^2)^2\right], \tag{104}$$

donde podemos ver que a excepción de un término mixto proporcional a $\upsilon_s^2 \upsilon_i^2$, la JSA es factorizable.

Por lo tanto, si se utiliza un cristal fotónico no lineal unidimensional como fuente generadora de parejas de fotones PDC, es posible obtener un estado cercano a factorizable, siempre y cuando se cumplan las condiciones 1-3, arriba enlistadas. A un estado que cumple estrictamente las tres condiciones anteriores lo llamaremos el estado ideal, y representa el estado sintetizable mediante esta técnica que más se acerca a un estado factorizable. En la Fig.21 (C) se grafica la función de intensidad espectral conjunta, bajo la aproximación Gaussiana y sustrayendo artificialmente los términos mixtos dependientes de β_p, de un estado de dos fotones PDC generado por un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO de longitud $L = 4$ mm, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.031$ y ángulo de propagación $\theta_c = 35.4°$; los fotones están centrados en $\lambda_c = 863.3$ nm. Nótese que la condicion $\beta_p \ll \beta_s, \beta_i$ no se cumple estrictamente para este cristal; al sustraerlos y suponiendo que las condiciones 1 y 3 se cumplen, la amplitud espectral conjunta queda descrita por la Ec. 104. De acuerdo con la discusión de la sección anterior, bajo estas condiciones únicamente tenemos un término mixto proporcional a $\upsilon_s^2 \upsilon_s^2$. La Fig.21 (A) muestra la JSI habiendo sustraído incluso el término mixto independiente de β_p, en otras palabras, la figura muestra la componente factorizable de la JSI. La Fig.21 (B) muestra el término mixto proporcional a $\upsilon_s^2 \upsilon_s^2$ y la Fig.21 (C) muestra la JSI resultante, que corresponde a un estado ideal. Cabe destacar que aunque visualmente el estado tiene un aspecto cercano a factorizable, éste en realidad muestra un pequeño grado de enlazamiento en frecuencia debido al término mixto graficado en la Fig.21 (B).

En el capítulo III se mencionó que una manera de cuantificar el grado de factorabilidad de un estado de dos fotones generado por PDC es a través del parámetro de cooperatividad K, y particularmente para un estado factorizable $K = 1$, mientras

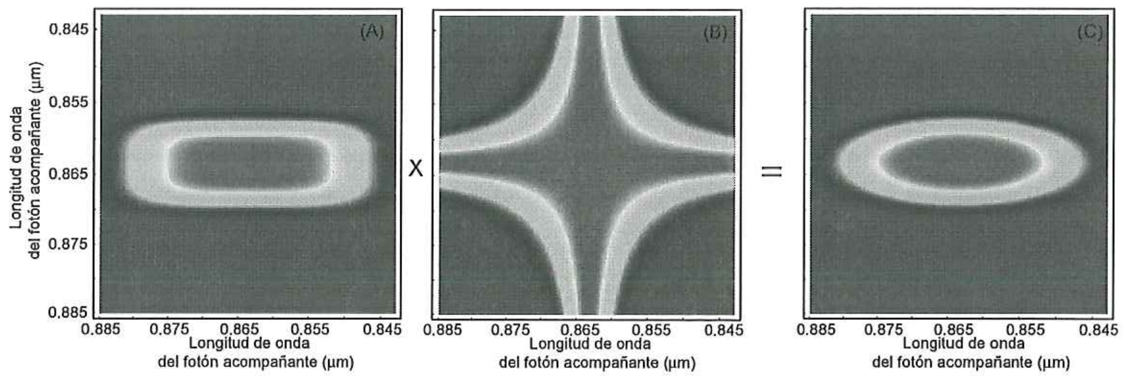

Figura 21: Función de intensidad espectral conjunta de una pareja de fotones PDC, bajo la aproximación Gaussiana y sustrayendo incluso los términos mixtos dependientes de β_p, generada por un cristal fotónico no lineal unidimensional de longitud $L = 4$ mm, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.031$ y ángulo de propagación $\theta = 35.4°$, los fotones están centrados en $\lambda_c = 863.3$ nm. (A) Porción factorizable del estado. (B) Término mixto proporcional a $v_s^2 v_i^2$. (C) Estado ideal.

que para un estado áltamente enlazado $K \gg 1$. Al estado ideal presentado en la Fig.21 (C) le corresponde un parámetro de cooperatividad $K \approx 1.02$. Este valor representa el parámetro de cooperatividad mínimo que podemos obtener por medio de esta técnica para los valores específicos de β_s y β_i considerados en este ejemplo, lo que indica que este es el estado con mayor grado de factorabilidad alcanzable (si fuera posible suprimir el término mixto proporcional a $v_s^2 v_i^2$, el parámetro de cooperatividad alcanzaría el valor ideal $K = 1$).

A continuación presentamos el estado de dos fotones resultante de utilizar parámetros experimentales realistas y que aunque se aproxima a un estado factorizable, muestra mayores correlaciones que el estado ideal, debido a los términos mixtos que involucran a β_p que hasta ahora han sido despreciados. Consideraremos un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO de longitud $L = 4$ mm, longitud de onda de Bragg $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.031$ y ángulo de propagación $\theta = 35.4°$, con longitud de onda $\lambda_c = 863.3$ nm. Bajo estas condiciones se grafica en la Fig.22 la dispersión de velocidad de grupo. Al calcular $\beta_p = Lk_p''$, $\beta_s = L(k_p'' - k_s'')/2$ y $\beta_i = L(k_p'' - k_i'')/2$ a partir de los valores para k_p'', k_s'' y k_i''de la gráfica, se obtienen los valores $\beta_p = 0.164\text{fs}^2$, $\beta_i = 0.868\text{fs}^2$ y $\beta_s = 6.115\text{fs}^2$. Nótese que el valor de β_p no es suficientemente pequeño en relación con β_s y β_i para poder despreciar los términos mixtos que lo contienen.

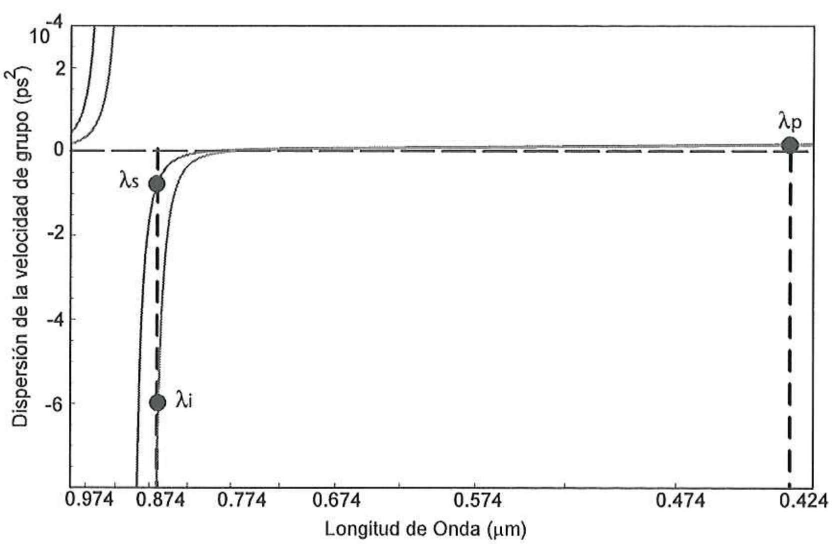

Figura 22: Dispersión de velocidad de grupo (GVD) en función de la frecuencia para un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO de longitud $L = 4$ mm, longitud de onda de Bragg $\lambda_{Bragg}^{(e)} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.031$ y ángulo de propagación $\theta = 35.4°$, los fotones están centrados en $\lambda_c = 863.3$ nm. Se marcan con discos negros los valores del GVD para los fotones señal λ_s, acompañante λ_i y para el haz de bombeo λ_p.

En la Fig.23, en donde se muestra la función de intensidad espectral conjunta de una pareja de fotones PDC generada por un cristal fotónico no lineal unidimensional con los mismos parámetros que los enlistados en la discusión del estado ideal, bajo la aproximación Gaussiana, manteniendo todos los términos mixtos hasta orden 4. La Fig.23 (A) muestra la JSI del estado resultante al sustraer todos los términos mixtos. En la Fig.23 (B) se puede observar la forma que toman los términos mixtos. El estado resultante (ver Fig.23 (C)) que se genera a partir del esquema propuesto, difiere ligeramente del estado ideal debido a los términos mixtos de cuarto órden que involucran a β_p y a términos de órden superior. El valor resultante del parametro de cooperatividad es $K \approx 1.1$, donde se han tomado en cuenta, a diferencia de en el estado ideal, los terminos mixtos que dependen de β_p y el que depende del ancho de banda de bombeo (ver la Fig.23 (C)).

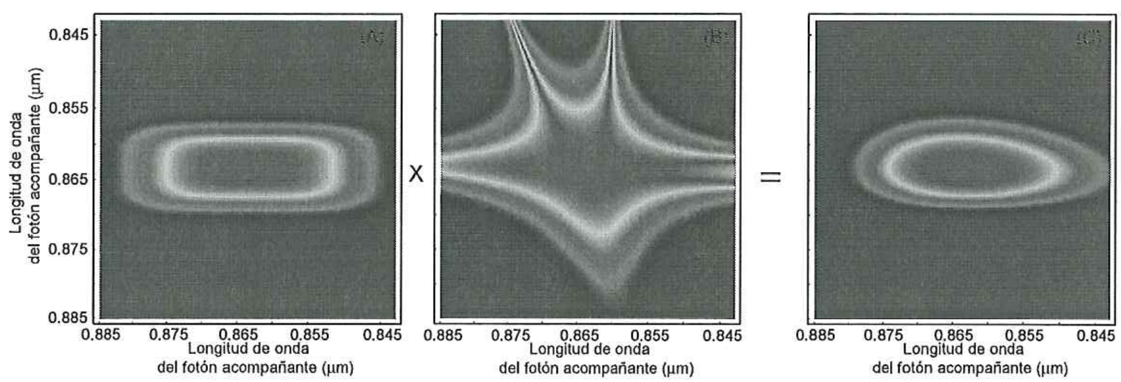

Figura 23: Función de intensidad espectral conjunta de una pareja de fotones PDC, bajo la aproximación Gaussiana, generada por un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO de longitud $L = 4$ mm, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} =$ 889.14 nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.031$ y ángulo de propagación $\theta = 35.4°$, los fotones están centrados en $\lambda_c = 863.3$ nm. (A) Porción factorizable. (B) Términos mixtos. (C) JSI resultante.

Finalmente, en la Fig.24, se representa el estado de dos fotones que se puede obtener de manera realista bajo este esquema y que cumple parcialmente las condiciones

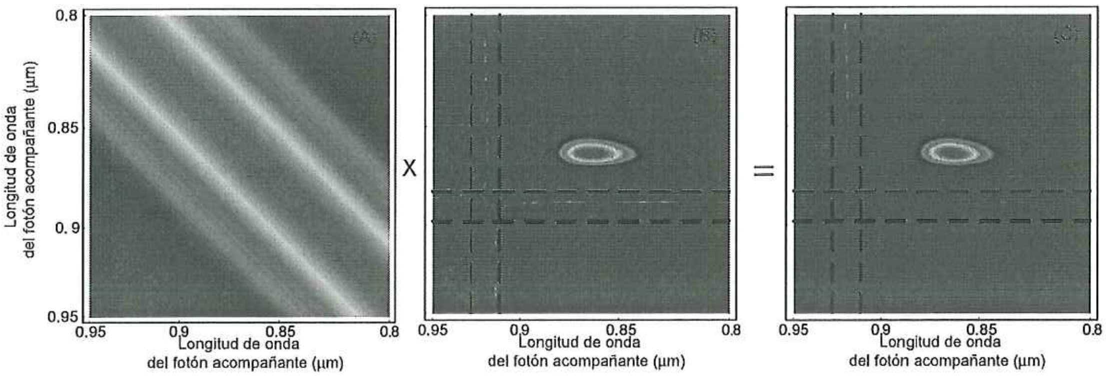

Figura 24: Función de intensidad espectral conjunta de una pareja de fotones PDC sin recurrir a la aproximación Gaussiana y tomando en cuenta el efecto completo de la dispersión, generadas por un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO de longitud $L = 4$ mm, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, contraste fraccional de susceptibilidades $\alpha = 0.031$ y ángulo de propagación $\theta = 35.4°$ grados, los fotones están centrados en $\lambda_c = 863.3$ nm. (A) Función espectral del haz de bombeo con un ancho $\sigma = 10$ nm. (B) Función de empatamiento de fases. (C) Función de intensidad espectral conjunta.

enumeradas anteriormente. Al elaborar estas gráficas no hemos recurrido a ninguna aproximación: se incluye el efecto completo de la dispersión y de la función sinc. Mientras que las condiciones 1 y 3 se cumplen estrictamente, la condición 2 únicamente se cumple de manera parcial. Las tres gráficas de la figura tienen delimitadas con líneas punteadas las zonas prohibidas resultantes de la rejilla de Bragg. En la Fig.24 (A) se muestra la función envolvente del haz de bombeo con un ancho de banda $\sigma = 15$ nm, mientras que el ancho umbral es de ≈ 4 nm. La Fig.24 (B) muestra la función de empatamiento de fases bajo los mismos parámetros utilizados en la Fig.23. Finalmente, en la Fig.24 (C) se grafica la función de intensidad espectral conjunta.

En resumen, para que un estado de dos fotones generados por un cristal no lineal unidimensional bajo el proceso de *downconversion* paramétrico alcance el mayor grado de factorabilidad posible se deberán cumplir las siguientes condiciones:

1. Empatamiento completo de velocidades de grupo, esto es $\tau_s = \tau_i = 0$.

2. Dispersión de velocidad de grupo del haz de bombeo despreciable en comparación a la dispersión de velocidad de grupo que experimentan los fotones señal y acompañante $|k_p''| \ll |k_s''|, |k_i''|$, o de manera equivalente $\beta_p \ll \beta_s, \beta_i$.

3. El ancho espectral del haz de bombeo debe ser mayor que un cierto umbral $\sigma \gg \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt[4]{\gamma}\sqrt{\beta_s+\beta_i}}$.

Capítulo V

Caracterización de las Parejas de Fotones

En este capítulo estudiaremos diversas maneras de caracterizar las propiedades espectrales (temporales) de las parejas de fotones emitidas mediante el proceso PDC en cristales fotónicos no lineales unidimensionales. En particular, consideraremos la intensidad temporal conjunta, los perfiles espectrales y temporales de cada fotón emitido, el tiempo de correlación entre los dos fotones, el producto tiempo-ancho de banda, la descomposición de Schmidt, así como la dependencia del número de Schmidt con parámetros de la fuente.

A lo largo de este capítulo supondremos un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO que tiene una longitud total $L = 4$ mm, contraste fraccional de susceptibiolidades $\alpha = 0.0325$, longitud de onda de Bragg $\lambda^{(e)}_{Bragg} = 889.14$ nm, ángulo de propagación $\theta = 35.4°$; la longitud de centrado de los fotones generados es $\lambda_c = 859.1$ nm, y que cumple con las condiciones de factorabilidad derivadas en este trabajo. Es importante recordar, que los valores de el contraste de susceptibilidades, el ángulo de propagación y la longitud de onda de centrado de los fotones, son los que resultan cuando se logra un empatamiento simultáneo de velocidad de grupo completo y de empatamiento de fases.

V.1 Caracterización Espectral (Temporal) de las Parejas de Fotones

V.1.1 Intensidad Temporal Conjunta

La función de amplitud temporal conjunta (JTA por sus siglas en inglés: *Joint Temporal Amplitude*) de una pareja de fotones está dada por la transformada de Fourier de la función de amplitud espectral conjunta $f(\omega_s, \omega_i)$ que fue derivada en capítulos anteriores:

$$\widetilde{f}(t_s, t_i) = \int\int d\omega_s d\omega_i f(\omega_s, \omega_i) \mathrm{e}^{i(\omega_s t_s + \omega_i t_i)}. \tag{105}$$

La intensidad temporal conjunta (JTI por sus siglas en inglés), está dada por $|\widetilde{f}(t_1, t_2)|^2$ y representa la función de densidad de probabilidad asociada a la emisión de fotones a tiempos específicos $t_s = t_1$ y $t_i = t_2$.

En la Fig.25 se muestran (A) la intensidad espectral conjunta y (B) la intensidad temporal conjunta de una pareja de fotones generada por el proceso de PDC, en un cristal fotónico no lineal con las características especificadas al inicio de este capítulo.

Las distribuciones marginales de la intensidad espectral conjunta representan las intensidades espectrales individuales de los paquetes de onda señal y acompañante:

$$f_s(\omega_s) = \int d\omega_i |f(\omega_s, \omega_i)|^2, \quad f_i(\omega_i) = \int d\omega_s |f(\omega_s, \omega_i)|^2. \tag{106}$$

Análogamente, las distribuciones marginales de la intensidad temporal conjunta, representan las intensidades temporales individuales de los paquetes de onda señal y acompañante:

$$\widetilde{f}_s(t_s) = \int dt_i |\widetilde{f}(t_s, t_i)|^2, \quad \widetilde{f}_i(t_i) = \int dt_s |\widetilde{f}(t_s, t_i)|^2. \tag{107}$$

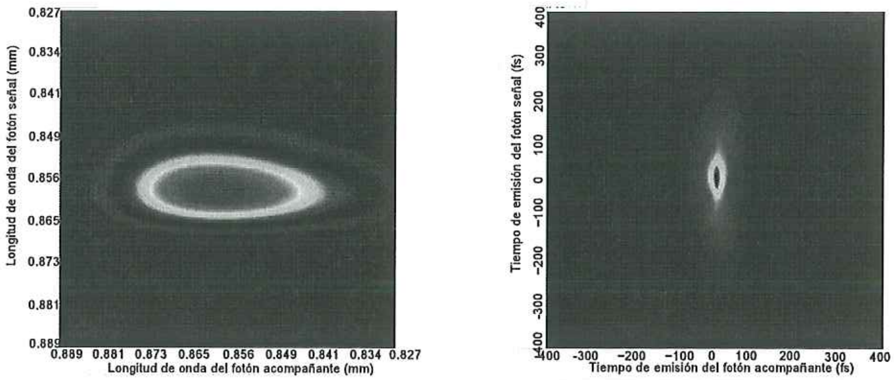

Figura 25: (A) Intensidad espectral conjunta para el estado de dos fotones generados por PDC, para un cristal fotónico no lineal unidimensional. (B) Intensidad temporal conjunta para el estado de dos fotones generados por PDC, para un cristal fotónico no lineal unidimensional

En la Fig.26 se pueden observar los perfiles de las distribuciones marginales que corresponden a las intensidades conjuntas temporal y espectral de la Fig.25. Nótese que debido a la interacción tipo-II, donde los fotones señal y acompañante experimentan dispersión distinta, éstos son distinguibles por sus propiedades espectrales y temporales. El perfil espectral del fotón acompañante es más ancho ($\Delta\omega_i = 38.725$ THz), en comparación con el perfil espectral del fotón señal ($\Delta\omega_s = 13.143$ THz). Esto es consistente con la estructura elongada de la JSI (ver Fig.25 (A)). Por otro lado, en el dominio temporal, la duración del fotón acompañante es más corta ($\Delta t_i = 149.92$ fs) comparada con la duración del fotón señal ($\Delta t_s = 311.05$ fs).

Como se estudiará en la secc.V.1.2, la estructura esencialmente factorizable del estado de dos fotones tiene la consecuencia importante de que cada uno de los dos fotones emitidos se encuentra cerca del límite de la transformada de Fourier.

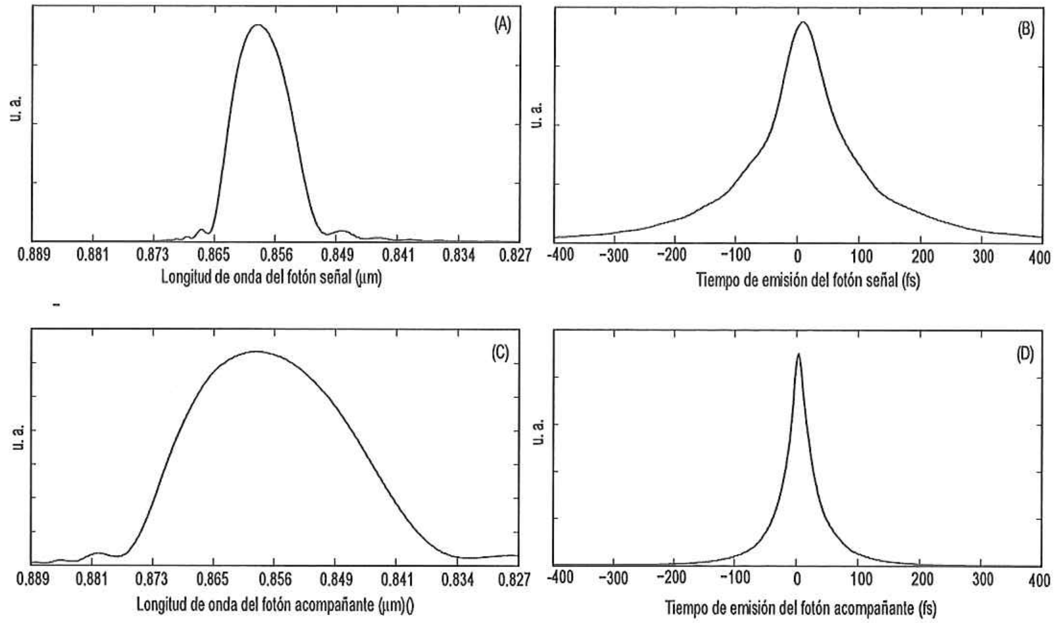

Figura 26: Para el paquete de onda uni-fotónico señal: (A) distribución marginal de la intensidad espectral conjunta, (B) distribución marginal de la intensidad temporal conjunta. Para el paquete de onda unifotónico acompañante: (C) distribución marginal de la intensidad espectral conjunta, (D) distribución marginal de la intensidad temporal conjunta.

V.1.2 Tiempo de Correlación

Además de la duración temporal *individual* de cada uno de los fotones, otro tiempo característico importante es el tiempo de correlación asociado a la *pareja* de fotones. Este último representa el ancho de la distribución de *diferencias* de tiempos de emisión de los dos fotones. Nótese que tiempos de correlación pequeños corresponden a un alto grado de simultaneidad entre los fotones emitidos.

Para calcular el tiempo de correlación, se procede del siguiente modo:

1. Se calcula la amplitud espectral conjunta $f(\omega_+, \omega_-)$ del estado de dos fotones,

expresada en términos de las variables "rotadas" $\omega_+ = \omega_s - \omega_i$ y $\omega_- = \omega_s - \omega_i$.

2. Se calcula la transformada de Fourier de $f(\omega_+, \omega_-)$ obteniendo así la amplitud temporal conjunta $\widetilde{f}(t_+, t_-) = \int d\omega_+ d\omega_- f(\omega_+, \omega_-) \exp[i(\omega_+ t_+ + \omega_- t_-)]$ en términos de las variables temporales "rotadas".

3. Se obtiene la intensidad temporal conjunta $|\widetilde{f}(t_+, t_-)|^2$ como el valor absoluto al cuadrado de la amplitud temporal conjunta.

4. Se calcula la distribución marginal $S_-(t_-)$ correspondiente a la variable $t_- = t_s - t_i$ de la intensidad temporal conjunta $S_-(t_-) = \int dt_+ |\widetilde{f}(t_-, t_+)|^2$.

5. El tiempo de correlación τ_c está dado por el ancho de la distribución $S_-(t_-)$:

$$\tau_c = \sqrt{\langle t^2 \rangle - \langle t \rangle^2} = \sqrt{\int_{-\infty}^{\infty} s_-(t_-) t_-^2 dt_- - \left(\int_{-\infty}^{\infty} s_-(t_-) t_- dt_- \right)^2}, \qquad (108)$$

donde $s_-(t_-) = S_-(t_-) / \int_{-\infty}^{\infty} dt_- S_-(t_-)$.

La importancia fundamental del tiempo de correlación es que determina la resolución límite en aplicaciones de metrología cuántica (Branning *et al.*, 2000) que se basan en la diferencia de tiempos de llegada de los fotones señal y acompañante. Por lo tanto, para este tipo de aplicaciones es deseable contar con tiempos de correlación lo más breves posibles. En particular, el tiempo de correlación determina el ancho de la curva de interferencia resultante en un interferómetro Hong-Ou-Mandel (Hong *et al.*, 1987). Un ejemplo de una aplicación específica que requiere de tiempos de correlación pequeños es la tomografía de coherencia óptica cuántica (Nasr *et al.*, 2003).

En la Fig.27 (A) se grafica la distribución marginal para la variable $\omega_s - \omega_i$ de la intensidad espectral conjunta del estado de dos fotones suponiendo un cristal fotónico

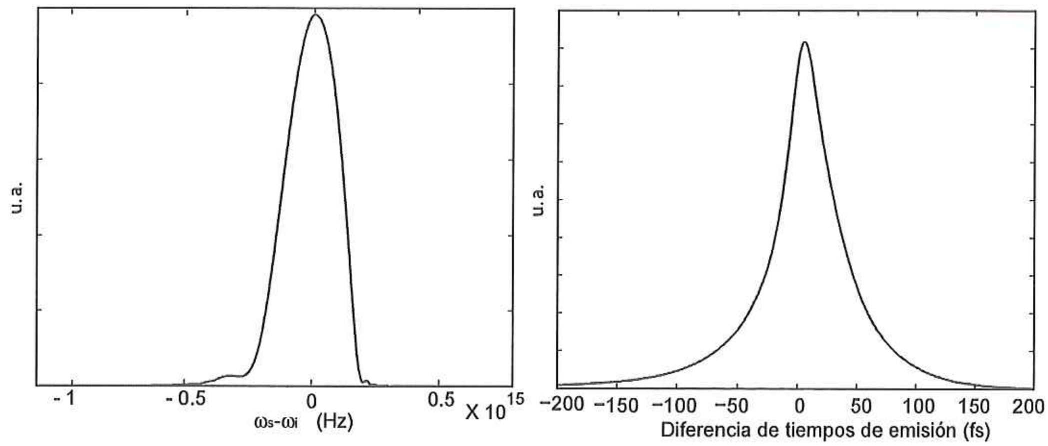

Figura 27: (A) Distribución marginal en las variables $\omega_s - \omega_i$. (B) Diferencia en tiempos de emisión de las parejas de fotones generadas por PDC.

no lineal unidimensional con las propiedades especificadas al inicio de este capítulo. En la Fig.27 (B) se grafica la distribución marginal de la intensidad temporal conjunta del estado de dos fotones para la variable t_-. A partir de la distribución de tiempos de diferencia obtenemos el tiempo de correlación con un valor de $\tau_c = 90.37$ fs.

Es importante mencionar que es posible resolver tiempos de correlación menores a la duración de los fotones generados, siempre y cuando se cuente con detectores suficientemente rápidos, que sean capaces de detectar fotones individuales. Los detectores que se usan en la práctica tienen una resolucion del orden de cientos de picosegundos, por lo que no se pueden medir tiempos de correlación del orden de femtosegundos que se pueden obtener para condiciones experimentales realistas. De hecho, es incluso posible producir parejas de fotones en las que la duracion de cada foton sea de varios órdenes de magnitud mayor que el tiempo de correlación.

V.1.3 Producto Tiempo-Ancho de Banda

En el caso de fuentes de fotones individuales anunciados basados en el proceso de PDC es importante caracterizar las propiedades temporales de cada uno de los dos fotones que constituyen a una pareja. Una manera de hacer esto es a través del producto tiempo-ancho de banda que está definido por $TB = \Delta\upsilon_\mu \Delta t_\mu$ ($\mu = s, i$), donde $\Delta\upsilon_\mu$ es el ancho espectral y Δt_μ es la duración temporal de cada uno de los fotones señal y acompañante. Los anchos espectrales y las duraciones temporales se calculan como las desviaciones estándar de las distribuciones marginales respectivas, debidamente normalizadas:

$$\begin{aligned} \Delta\upsilon_\mu &= \sqrt{\langle \upsilon_\mu^2 \rangle - \langle \upsilon_\mu \rangle^2}, \\ \Delta t_\mu &= \sqrt{\langle t_\mu^2 \rangle - \langle t_\mu \rangle^2}. \end{aligned} \tag{109}$$

Cabe destacar que debido a la periodicidad de la función sinc, para el cálculo de las desviaciones estándar, es necesario utilizar dicha función en su aproximación gaussiana. Debido a que existe una relación de transformada de Fourier entre los anchos temporales y espectrales, este producto debe cumplir la desigualdad $\Delta\upsilon_\mu \Delta t_\mu \geq 1/2$. Cada tipo de dependencia funcional en la amplitud espectral tiene un valor TB mínimo asociado TB_{min}. Entre dichos valores mínimos, el mínimo correspondiente a una función Gausiana es $TB_{min} = 1/2$. Cuando $TB = TB_{min}$, se obtiene la duración temporal Δt mínima compatible con un ancho de banda $\Delta\omega$ determinado. Nótese que para fuentes PDC realistas donde la amplitud espectral conjunta está dada por una función sinc y donde existen términos dispersivos de orden mayor, el valor de TB no puede alcanzar $TB = 1/2$. Sin embargo, el producto TB nos proporciona una medida conveniente de la discrepancia entre la duración temporal y la duración temporal mínima posible para un cierto ancho de banda.

En la Fig.28 se muestran las gráficas de los anchos temporales, espectrales y el producto TB para los fotones señal y acompañante generados por PDC utilizando un cristal fotónico no lineal unidimensional con las características especificadas al principio de este capítulo, en función de la longitud del cristal y manteniendo constante el ancho de banda del haz de bombeo. Las gráficas presentadas en las Figs.28 (A) y (D) representan el ancho de banda para diferentes longitudes del cristal para cada uno de los fotones. Las Figs.28 (B) y (E) muestran la duración temporal para diferentes longitudes del cristal para cada uno de los fotones. Se puede observar que a medida que la longitud del cristal incrementa, las condiciones de empatamiento de fases se vuelven más estrictas, resultando en un ancho de banda menor. Las duraciones temporales muestran la tendencia opuesta: al incrementar la longitud se obtienen valores mayores. Podemos apreciar que ambos fotones muestran cualitativamente el mismo comportamiento, aunque con factores numéricos relativos distintos por la forma asimétrica de la intensidad espectral conjunta y de la intensidad temporal conjunta (ver Fig.25). Finalmente, las Figs.28 (C) y (F) muestran el valor del producto TB en función de la longitud del cristal para cada uno de los fotones; se puede observar que al incrementar la longitud del cristal, el producto tiempo-ancho de banda tiende hacia un valor mínimo (alrededor de 1.199) que es relativamente cercano al valor ideal $TB = 0.5$.

De manera similar a lo anterior, en la Fig.29 se muestra el comportamiento de los anchos temporales, espectrales y el producto TB para parejas de fotones generadas por PDC utilizando un cristal fotónico no lineal unidimensional con las características especificadas al inicio de este capítulo al variar el ancho espectral del haz de bombeo, manteniendo constante la longitud del cristal. En las gráficas presentadas en las Figs.29 (A) y (D) se muestra el ancho de banda para diferentes anchos de banda del haz de bombeo, para cada uno de los fotones. Las Figs.29 (B) y (E) muestran la duración temporal para cada uno de los fotones a diferentes anchos de banda del haz de bombeo.

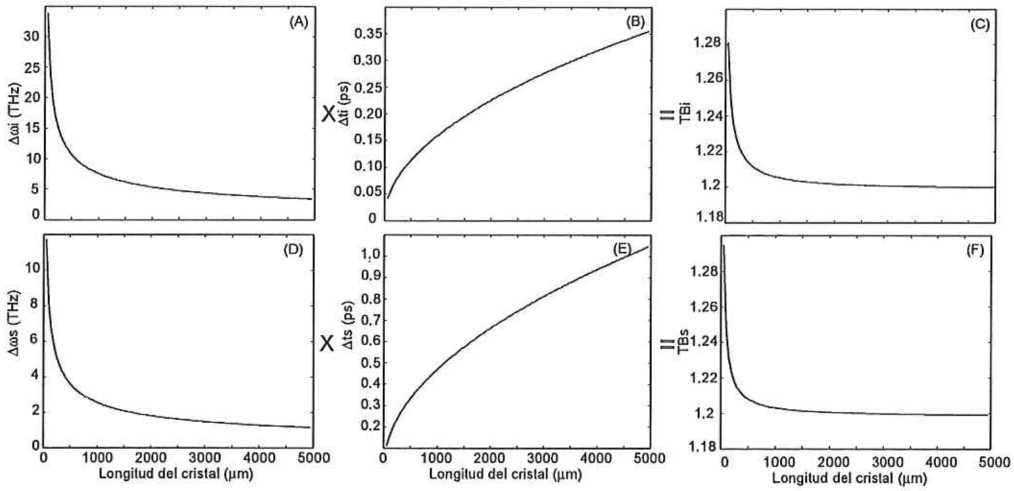

Figura 28: Producto Tiempo-Ancho de Banda del estado de dos fotones PDC en función de la longitud del cristal. Para el fotón acompañante: (A) ancho de banda, (B) duración temporal, (C) producto TB. Para el fotón señal: (D)ancho de banda, (E) duración temporal, (F) producto TB.

Las Figs.29 (C) y (F) muestran el valor del producto TB variando el ancho de banda del haz de bombeo para cada uno de los fotones; se puede observar que al hacer decrecer el ancho de banda del haz de bombeo se reduce la selectividad temporal del proceso PDC, por lo que la duración temporal de ambos fotones aumenta. Esto también se traduce en una reducción del ancho de banda obtenido.

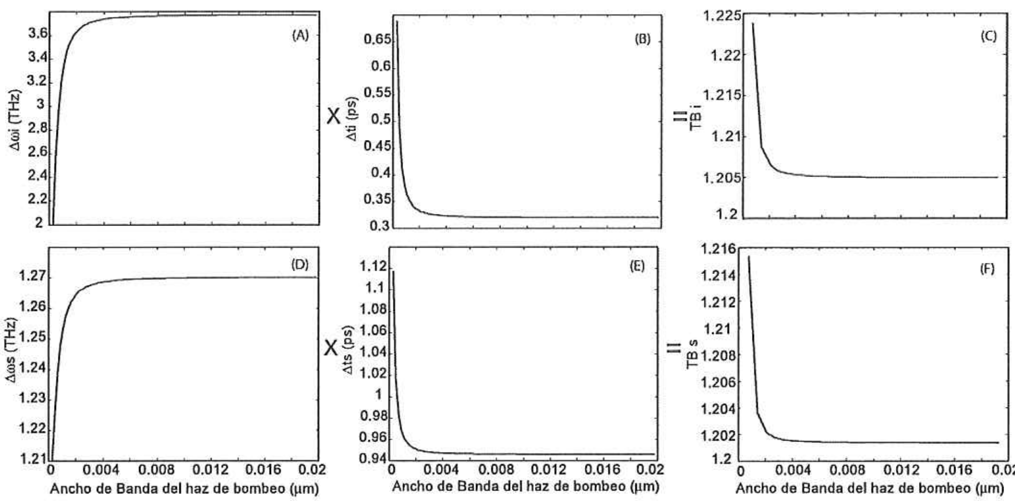

Figura 29: Producto Tiempo-Ancho de Banda del estado de dos fotones PDC en función de diferentes anchos de banda espectrales del haz de bombeo para una fuente basada en un cristal fotónico no lineal unidimensional. Para el fotón acompañante: (A) ancho de banda, (B) duración temporal, (C) producto TB. Para el fotón señal: (D) ancho de banda, (E) duración temporal, (F) producto TB.

V.2 Caracterización del Enlazamiento Cuántico de Variable Continua

V.2.1 Descomposición Numérica de Schmidt

Como se mencionó en la Sec.III.3, un método efectivo para caracterizar la factorabilidad de la función de amplitud espectral conjunta $f(\omega_s, \omega_i)$, es realizando una descomposición de Schmidt (Law *et al.*, 2000) y calculando el parámetro de cooperatividad.

El valor del parámetro de cooperatividad K es aproximadamente igual al número de pares de modos de Schmidt activos. Dicho de otra manera, K cuantifica el grado de enlazamiento de una pareja de fotones generada por PDC. Recordemos que $K \geq 1$, donde se cumple $K = 1$ para un estado factorizable y $K \gg 1$ para un estado áltamente enlazado. En la Fig.30, se muestran los primeros cinco valores propios de la descomposición de Schmidt para parejas de fotones generadas en el proceso PDC utilizando como fuente un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO con los parámetros descritos al inicio del capítulo. Se puede observar que el valor dominante es el primero, que es muy cercano a 1, contribuyendo con $> 90\%$ (en probabilidad o amplitud al cuadrado) al estado de dos fotones. A la derecha de la Fig.30 se muestra la forma de las funciones correspondientes de Schmidt $\phi_m(\omega)$ y $\psi_m(\omega)$ para $m = 1, 2, 3$ y 4. La importancia física de las funciones $\phi_m(\omega)$ y $\psi_m(\omega)$ es que representan los elementos básicos del enlazamiento cuántico de variable continua. Si se determina que el fotón señal está descrito por la función $\phi_m(\omega)$ (con un valor específico de m), esto implica que el fotón acompañante está descrito por la función correspondiente $\psi_m(\omega)$. Este tipo de proyecciones no locales son una característica que define al enlazamiento cuántico en cualquier grado de libertad.

Como se estudió en el capítulo anterior, una de las ventajas de utilizar cristales fotónicos no lineales unidimensionales como fuentes para generar parejas de fotones en el proceso PDC, es la existencia de un mayor número de grados de libertad para el acondicionamiento de las propiedades de enlazamiento cuántico. De manera específica, es posible encontrar una combinación particular de parámetros que resulta en un estado esencialemente factorizable, como se estudió en la secc.IV.4. A continuación llevamos a cabo un análisis de la tolerancia que deberá ser impuesta sobre los valores de los parámetros para garantizar el comportamiento factorizable. En la Fig.31 se muestra el comportamiento de K en función de la periodicidad de la rejilla Λ (que repercute directamente sobre el valor $\Delta\omega$), el contraste de susceptibilidades α y el

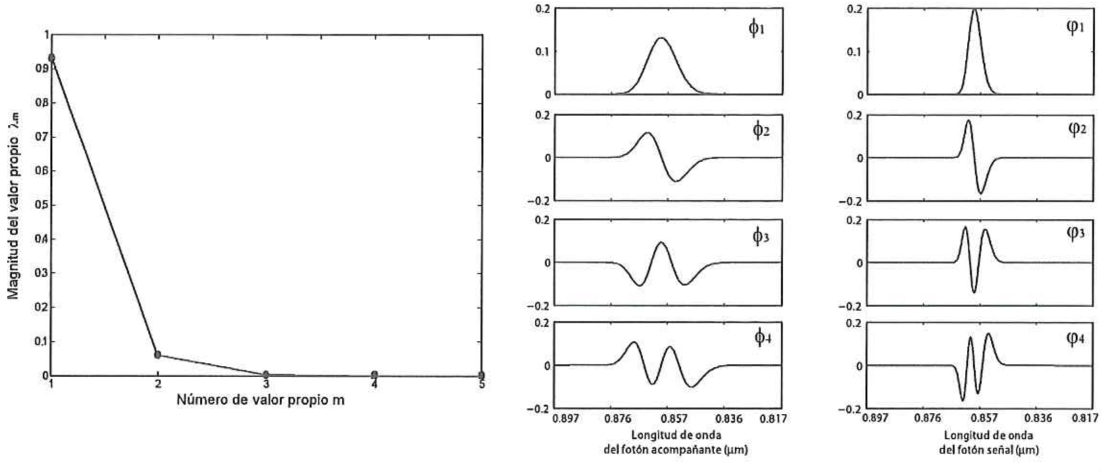

Figura 30: Para el estado de dos fotones generados en el proceso PDC utilizando como fuente un cristal fotónico no lineal unidimensional basado en un cristal BBO, se presentan: (A) Los primeros cinco valores propios de la descomposición de Schmidt. (B) La primeras cuatro parejas de funciones de Schmidt.

ángulo de propagación θ. En particular, nos interesa este comportamiento alrededor de los valores de los parámetros α_{min}, θ_{min} y Λ_{min} para lo cuales se obtiene el valor mínimo de K. Nótese que en cada una de estas gráficas se varía un sólo parámetro manteniendo los demás constantes, además suponemos $L = 4$ mm y $\sigma = 15$ nm. Se puede obervar en las tres gráficas mostradas, que existe para cada grado de libertad, una zona de tolerancia para la cual el valor del parámetro de cooperatividad se mantiene esencialmente constante e igual al valor $K_{min} \approx 1.199$. Definimos la tolerancia para cada variable x como $\Delta x = |x_1 - x_2|$, donde x_1 y x_2 representan las dos soluciones a $K(x) = \sqrt{2}K_{min}$. De esta manera, tenemos los siguientes valores para las tolerancias: $\Delta\alpha \approx 0.0039$, $\Delta\Lambda \approx 0.217$ nm y $\Delta\theta \approx 0.375°$. Las Figs.31 (A)-(C) muestran las tolerancias calculadas.

Mientras que a los parámetros Λ_{Bragg}, α y θ se les asocia una condición estricta con

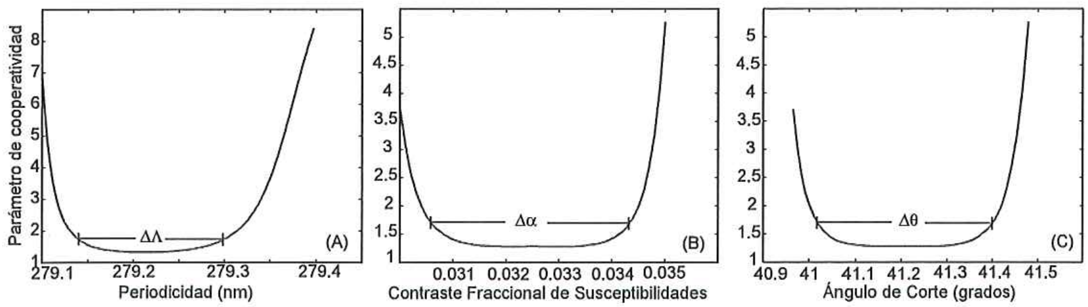

Figura 31: Valor del parámetro de cooperatividad K en función de tres de los grados de libertad que permite la utilización de un cristal fotónico no lineal unidimensional, (A) en función de la periodicidad Λ de la rejilla de Bragg, (B) en función del contraste fraccional de susceptibilidades α, (C) en función del ángulo de propagación del cristal no lineal θ.

tolerancias reducidas, a la longitud del cristal L y al ancho de banda del haz de bombeo σ, en contraste, se les asocia una condición "suave" para garantizar el comportamiento factorizable. En la Fig.32 (A) se muestra la gráfica del parámetro de cooperatividad en función del ancho de banda, suponiendo $L = 4$ mm. Se puede observar que a partir de cierto valor de σ el valor de K se estabiliza en $K = 1.199$. En la Fig.32 (B) se muestran los valores del parámetro de cooperatividad K en función de la longitud del cristal, suponiendo $\sigma = 15$ nm. En las gráficas de la Fig.32 (C), se muestran ejemplos de la JSI para algunas de las longitudes del cristal incluidas en la Fig.32 (B). Es aparente que para valores grandes de L, el ancho de banda de empatamiento de fases se vuelve suficientemente pequeño para hacer apreciable el efecto del ancho de banda de bombeo; el valor de K se estabiliza en $K = 1.132$.

En la Fig.32 observamos que en contraste con Λ, θ y α a la longitud del cristal L y al ancho de banda de bombeo σ, se les asocia una condición de umbral donde los valores de las variables deberán cumplir con $\sigma > \sigma_0(L)$ (ver Ec. 103) para garantizar

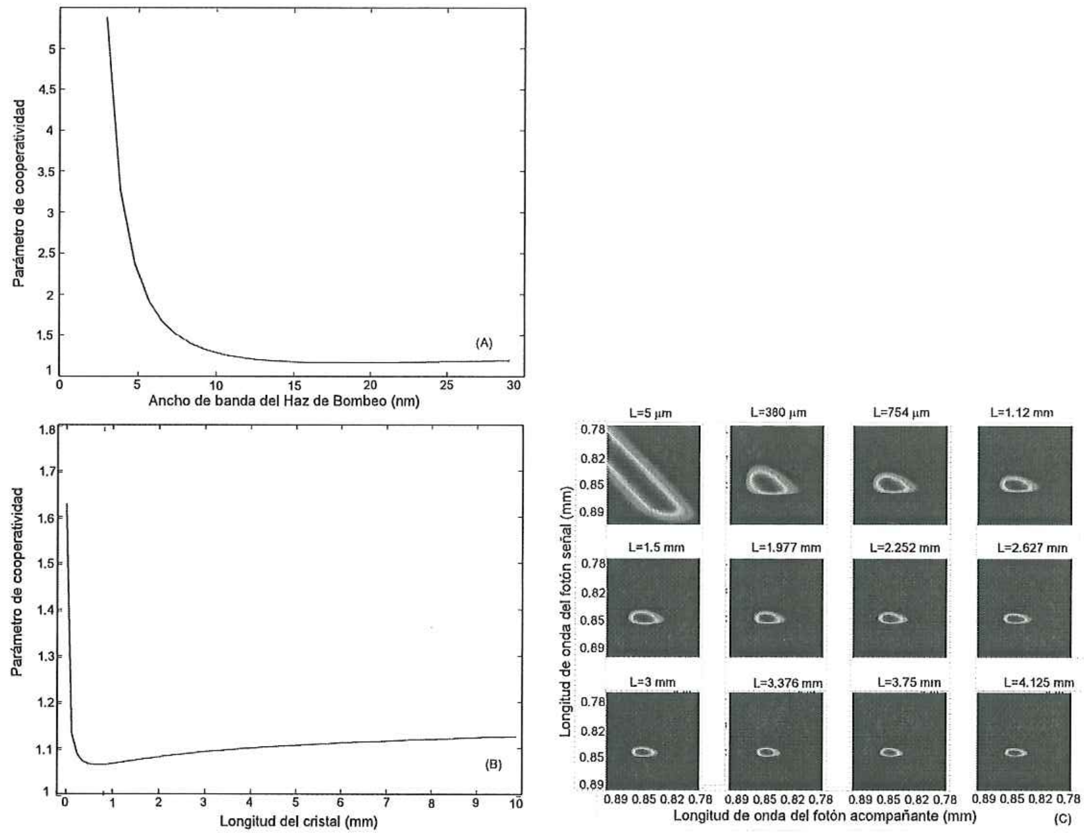

Figura 32: Parámetro de cooperatividad K para el estado de dos fotones generados en un proceso PDC en función de los parámetros "suaves": (A) ancho espectral del haz de bombeo, (B) la longitud total del cristal. (C) JSI para diferentes longitudes del cristal.

un estado esencialmente factorizable.

Capítulo VI

Conclusiones

La motivación principal detrás de este trabajo es el desarrollo de técnicas efectivas para la manipulación de la estructura de enlazamiento cuántico de variable continua en estados de dos fotones. Aunque existen técnicas que permiten tal manipulación, éstas dependen de propiedades dispersivas favorables en el material no lineal utilizado, sobre las cuales, en general, no tenemos control. En esta tesis, exploramos el potencial de la modificación a la dispersión resultante con respecto a la dispersión material al utilizar medios caracterizados por propiedades ópticas lineales espacialmente periódicas, para el acondicionamiento del enlazamiento espectral en parejas de fotones generados por *downconversion* paramétrico.

En general, se demostró que los cristales fotónicos no lineales permiten un control efectivo de las propiedades espectrales de procesos paramétricos de mezclado de tres ondas. Lo anterior es producto de la existencia de un mayor número de parámetros experimentales que pueden ser controlados por medio del diseño y la fabricación del cristal fotónico o a través de las condiciones específicas de operación, las cuales tienen un efecto directo sobre la dispersión experimentada por las tres ondas involucradas.

En nuestro análisis nos enfocamos en procesos PDC tipo-II, colineales y degenerados en frecuencia, bombeados por pulsos ultra-cortos; además se supuso que el material no lineal utilizado está basado en un cristal no lineal convencional, que presenta una birrefringencia uniaxial, donde las propiedades ópticas lineales han sido modificadas con respecto a su estado natural para obtener una variación periódica de los índices de refracción ordinario y extraordinario. En particular, se supuso que la variación del índice de refracción es del tipo de onda cuadrada caracterizado por segmentos alternados con longitudes idénticas e índices n_{1o} y n_{1e} / n_{2o} y n_{2e}. Consideramos la temperatura fija (suponiendo operación a temperatura ambiente), de la misma forma que el *duty cycle* (que representa el cociente de la longitud del segmento con índices de refracción n_{1e} y n_{1o}) del cristal fotónico. De esta manera, los parámetros que quedan a nuestra disposición son: i) el contraste de susceptibilidades α, ii) la frecuencia de centrado de los fotones PDC ω_{PDC} en relación a la frecuencia de Bragg, caracterizada por la diferencia $\Delta\omega = \omega_{PDC} - \omega_{Bragg}$, iii) el ángulo de propagación del cristal no lineal base, θ, iv) la longitud cristal L y v) el ancho de banda del haz de bombeo σ. Demostramos que, en contraste con otras técnicas relacionadas, se pueden encontrar combinaciones de α, $\Delta\omega$ y θ, tales que permitan obtener empatamiento completo de velocidad de grupo, esto es, que la velocidad de grupo de las tres ondas involucradas es la misma.

Encontramos un conjunto de condiciones suficientes para obtener parejas de fotones esencialmente factorizables en frecuencia. La condición básica es el empatamiento completo de velocidad de grupo. Además se impone la condición de que la dispersión de velocidad de grupo experimentada por el haz de bombeo sea mucho menor que la dispersión de velocidad de grupo experimentada por los fotones PDC. Esto último se puede conseguir de manera aproximada en el caso cuando la frecuencia de los fotones PDC es próxima a la frecuencia de Bragg, mientras que la frecuencia de bombeo se encuentra distante de la frecuencia de Bragg. Finalmente, se impone una condición "suave" para los valores de L y σ, donde se busca que el ancho de banda del haz de bombeo sea mayor que el ancho de banda del empatamiento de fases. Cuando se cumple esta condición, las propiedades espectrales de las parejas de fotones se encuentran determinadas únicamente por las propiedades ópticas del cristal. Al cumplirse las tres condiciones expuestas, aún queda una contribución no factorizable, que sin embargo es pequeña.

En los ejemplos específicos estudiados en este trabajo, la primera y la tercera condición se cumplen estrictamente (en la sección IV.5 se enlistan las condiciones para obtener estados de dos fotones factorizables), mientras que la segunda se cumple sólamente de manera aproximada. Esto resulta en un estado de dos fotones esencialmente factorizable, como fue comprobado por una descomposición numérica de Schmidt, arrojando un valor del parámetro de cooperatividad $K \approx 1.199$, siendo el valor óptimo para un estado factorizable $K = 1$.

Llevamos a cabo un análisis de la tolerancia que es necesario imponer sobre tres de las variables α, Λ y θ (donde Λ está relacionada con $\Delta\omega$) para garantizar un comportamiento esencialmente factorizable. Encontramos que tales tolerancias, para el ejemplo específico estudiado, son: $\Delta\alpha \approx 0.0039$, $\Delta\Lambda \approx 0.217$ nm y $\Delta\theta \approx 0.375°$. Realizamos el cálculo del producto tiempo-ancho de banda TB para cada uno de los fotones PDC encontramos que el valor que se obtiene para TB se acerca al valor mínimo ($TB = 0.5$) en el límite de cristal largo y/o ancho de banda del haz de bombeo grande. En este límite, cada uno de los fotones en una pareja muestra una duración cercana a la mínima posible.

La principal dificultad para implementar experimentalmente una fuente de PDC basada en cristals fotónicos no lineales es la escritura de la rejilla de Bragg sobre un cristal no lineal. Esto podría llevarse a cabo a través de una variedad de procesos físicos tales como: el daño óptico localizado con luz láser áltamente enfocada (Glezer y Mazur, 1997), el intercambio de iones espacialmente selectivo (Roelofs *et al.*, 1994) o la difusión molecular espacialmente selectiva (Yu *et al.*, 2004).

Una de las técnicas más promisorias para la fabricación confiable de cristales fotónicos unidimensionales no lineales es la deposición de capas delgadas alternadas de dos materiales semi-conductores distintos, por ejemplo GaAs y AlGaAs. Esto, sin embargo, lleva a una serie de nuevos retos. En primer lugar, dada la absorción óptica que presentan estos materiales, será necesario generar parejas de fotones en el infrarrojo, donde la deteccion de fotones individuales se puede llevar a cabo con eficiencias menores en comparación con el visible. En segundo lugar, aunque estos materiales presentan una no linealidad muy considerable, no son birrefringentes, y para materiales específicos, el contraste de susceptibilidades no se puede variar. De esta manera, se perderían dos de las tres variables utilizadas en este trabajo para obtener empatamiento completo de velocidad de grupo. Además, la ausencia de birrefringencia significa que será importante considerar nuevas técnicas para obtener empatamiento de fases. Cabe señalar que es posible inducir birrefringencia en el material (por ejemplo a través de estrés mecánico), pero no se tendría que explorar si la magnitud de esta birrefringencia sea suficiente para nuestros fines; también es posible analizar la birrefringencia de forma. En este sentido, como trabajo futuro se planea explorar la utilización de PDC no degenerado y permitir la variación del *duty cycle* para así lograr la condición de empatamiento de velocidad de grupo requerida en este tipo de cristales fotónicos.

Bibliografía

Albert, J., Hill, K. O., Malo, B., Thériault, S., Bilodeau, F., Johnson, D. C., y Erickson, L. E. (1995). Apodisation of the spectral response of fibre bragg gratings using a phase mask with variable diffraction efficiency. *Electronics Letters*, 31(3):222-223p. p.

Bell, J. S. (1966). On the problem of hidden variables in quantum mechanics. *Review of Modern Physics*, 38(3):447-452p. p.

Boyd, R. W. (2003). *Nonlinear Optics*. Academic Press. 571 p.

Branning, D., Migdall, L., y Sergienko, A. V. (2000). Simultaneous measurement of group and phase delay between two photons. *Physical Review A*, 62(6):1-12p. p.

Centini, M., Perina Jr., J., Sciscione, L., Sibila, C., M., S., Bloemer, J., y Bertolotti, M. (2005). Entangled photon pair generation by spontaneous parametric down-conversion in finite-length one-dimensional photonic crystal. *Physical Review A*, 72(3):1-11p. p.

Chen, C. H., Tetz, K., Nakagawa, W., y Fainman, Y. (2005). Wide field of view GaAs/AlxOy 1-D photonic crystal filter. *Applied Optics*, 44(8):1503-1511p. p.

Cohen-Tannoudji, C. y Bernard Diu, F. L. (1977). *Quantum Mechanics*. John Wiley. 898 p.

Cross, P. S. y Kogelnik, H. (1977). Sidelobe suppression in corrugated-waveguide filters. *Optics Letters*, 1(43):43-45p. p.

de Dood, M. J. A., Irvine, W. T. M., y Bouwmeester, D. (2004). Non-linear photonic crystals as a source of entangled photons. *Physics Review Letters*, 93(4):1-4p. p.

Erdmann, R., Branning, D., Grice, W., y Walmsley, I. A. (2000). Restoring dispersion cancellation for entangled photons produced by ultra-short pulses. *Physical Review A*, 62(5):14p. pp.

Giovannetti, V., Lloyd, S., y Maccone, L. (2001). Quantum-enhanced positioning and clock synchronization. *Nature*, 412(6845):417-419p. p.

Glezer, E. N. y Mazur, E. (1997). Ultrafast-laser driven micro-explosions in transparent materials. *Applied Physics Letters*, 71(7):882-884p. p.

Grice, W. P., U'Ren, A. B., y Walmsley, I. A. (2001). Eliminating frequency and space-time correlations in multiphoton states. *Physical Review A*, 64(063815):1-7p. p.

Hong, C. K., Ou, Z. Y., y Mandel, L. (1987). Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. *Physical Review Letters*, 59(18):2044-2046 p. p.

Irvine, W. T. M., de Dood, M. J. A., y Bouwmeester, D. (2005). Bloch theory of entangled photon generation in non-linear photonic crystals. *Physical Review A*, 72(4):1-11p. p.

Knill, E., LaFlamme, R., y Milburn, G. J. (2001). A scheme for efficient quantum computation with linear optics. *Nature*, 409(6816):46-52p. p.

Köning, F. y Wong, F. N. C. (2004). Extended phase matching of second-harmonic generation in periodically poled ktiopo4 with zero group-velocity mismatch. *Applied Physics Letters*, 84(10):1644-1646 p. p.

Kuzucu, O., Fiorentino, M., Albota, M. A., y Wong, F. N. C.and Kärtner, F. X. (2005). Two-photon coincident-frequency entanglement via extended phase matching. *Physical Review Letters*, 94(8):1-4p. p.

Kwiat, P., Mattle, K., Weinfurter, H., Zeilinger, A., Sergienko, A. V., y Shih, Y. (1995). New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Physical Review Letters*, 75(24):4337-4341p. p.

Law, C. K., Walmsley, I. A., y Eberly, J. H. (2000). Continuous frequency entanglement: Effective finite hilbert space and entropy control. *Physical Review Letters*, 84(23):5304-5307p. p.

Molotkov, S. N. (1998). Experimental scheme for quantum teleportation of a one-photon packet. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 68(5):263p. pp.

Molotkov, S. N. y Nazin, S. S. (1999). Teleportation of a continuous variable. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 89(3):413-420p. p.

Nasr, M. B., Saleh, B. E. A., Sergienko, A. V., y Teich, M. C. (2003). Demonstration of dispersion-canceled quantum-optical coherence tomography. *Physical Review Letters*, 91(8):1-4p. p.

Perina Jr., J., Centini, M., Sibila, C., Bertolotti, M., y Scalora, M. (2006). Properties of entangled photon pairs generated in one-dimensional nonlinear photonic-band-gap structures. *Physical Review A*, 73(1):1-14p. p.

Pittman, T. B., Jacobs, B. C., y Franson, J. D. (2005). Heralding single photons from pulsed parametric down-conversion. *Optical Communications*, 246(4-6):545-550p. p.

Radunsky, A. S., Kosik-Williams, E. M., Walmsley, I. A., Wasylczyk, P., Wasilewski, W., y U'Ren, A. B. (2006). Simplified spectral phase interferometry for direct electric-field reconstruction using a thick nonlinear ccrystal. *Opticas Letters*, 31(7):1008-1010p. p.

Ralph, T. C., White, A. G., Munro, W. J., y Milburn, G. J. (2002). Simple scheme for efficient linear optics quantum gates. *Physical Review A*, 65(1):1-6p. p.

Roelofs, M., Suna, A., Bindloss, W., y Bierlein, J. (1994). Characterization of optical waveguides in KTiOPO4 by second harmonic spectroscopy. *Applied Physics Letters*, 76(9):4999-5006p. p.

Torres, J. P., Macia, F., Carrasco, S., y Torner, L. (2005a). Engineering the frequency correlations of entangled two-photon states by achromatic phase matching. *Optics Letters*, 30(3):314-316p. p.

Torres, J. P., Mitchell, M. W., y Hendrych, M. (2005b). Indistinguishability of entangled photons generated with achromatic phase matching. *Physical Review A*, 71(2):1-5p. p.

U'Ren, A. B., Silberhorn, C., Banaszek, K., y Walmsley, I. (2004). Efficient conditional preparation of high-fidelity single photon states for fiber-optic quantum networks. *Physical Review Letters*, 93(9):1-4p. p.

U'Ren, A. B., Erdmann, R., y Walmsley, I. A. (2005a). Synthesis of time-bin entangled states via tailored group velocity matching. *Journal of Modern Optics*, 52(16):2197-2205p. p.

U'Ren, A. B., Silberhorn, C., Banaszek, K., Walmsley, I. A., Erdmann, R., Grice, W. P., y Raymer, M. G. (2005b). Generation of pure-state single-photon wavepackets by conditional preparation based on spontaneous parametric downconversion. *Laser Physics*, 15(1):146-161p. p.

U'Ren, A. B., Erdmann, R. K., De la Cruz-Gutierrez, M., y Walmsley, I. A. (2006a). Group velocity matched spontaneous parametric downconversion photon pair source. Por publicarse.

U'Ren, A. B., Erdmann, R. K., de la Cruz-Gutierrez, M., y Walmsley, I. A. (2006b). Generation of two-photon states with arbitrary degree of entanglement via nonlinear crystal superlattices. *Physical Review Letters*, 97(22):1-4p. p.

Varnivakas, A. N., Saleh, B. E. A., Sergienko, A. V., y Teich, M. C. (2004). Theory of spontaneous parametric down-conversion from photonic crystals. *Physical Review A*, 70(4):1-7p. p.

Walton, Z. D., Sergienko, A. V., Saleh, B. E. A., y Teich, M. C. (2004). Generation of polarization-entangled photon pairs with arbitrary joint spectrum. *Physical Review A*, 70(5):1-5p. p.

Yariv, A. y Yeh, P. (1984). *Optical Waves in Crystals: Propagation and Control of Laser Radiation*. John Wiley and Sons. 589 p.

Yu, X., Kuo, P. S., Ma, K., Levi, O., y Fejer, M. M. (2004). Single-phase growth studies of GaP on Si by solid-source molecular beam epitaxy. *J. Vac. Sci. Technol. B*, 22(3):1450-1454p. p.

Zhang, L., U'Ren, A. B., Erdmann, R., O'Donnell, K. A., Silberhorn, C., Banaszek, K., y Walmsley, I. A. (2006). Generation of highly entangled photon pairs for continuous variable bell inequality violation. (Por publicarse en Journal of Modern Optics).