

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR
DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN CIENCIAS DE LA TIERRA**

**INVERSION 2-D DE INVARIANTES DEL TENSOR DE IMPEDANCIAS DE
SONDEOS MAGNETOTELÚRICOS**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

ARMANDO CALDERON MOCTEZUMA

Ensenada, Baja California, México, Junio de 2011.

RESUMEN de la tesis de **Armando Calderon Moctezuma**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS DE LA TIERRA con orientación en GEOFISICA APLICADA. Ensenada, Baja California. Junio del 2011.

INVERSION 2-D DE INVARIANTES DEL TENSOR DE IMPEDANCIAS DE SONDEOS MAGNETOTELÚRICOS

Resumen aprobado por:

Dr. Enrique Gómez Treviño
Codirector de la Tesis

Dr. Francisco Javier Esparza Hernández
Codirector de la Tesis

Se presenta una estrategia para recuperar los modos TE y TM a partir del determinante del tensor de impedancia magnetotelúrica; se muestra que sí es posible recuperar los dos modos y además identificarlos por separado a pesar de que el determinante los combina sin distinción. En general, no es posible recuperar dos conjuntos de números complejos conociendo solamente su promedio, pues una vez promediados habrá una infinidad de posibles soluciones. Para lograrlo en el caso que nos ocupa, utilizamos como intermediario un modelo físico, el cual obtenemos mediante inversión del determinante. Las pruebas realizadas indican que el proceso es exitoso cuando se aplica a muchos sondeos a lo largo de un perfil, aún en el caso que los modos estén multiplicados por factores arbitrarios.

Las aplicaciones prácticas incluyen la identificación de los modos TE y TM en trabajos de campo, como una opción a la forma tradicional de hacerlo mediante rotación de los ejes de medición. También se pueden corregir los datos por los efectos de estática. El modelo físico intermediario o de base absorbe los efectos de estática de ambos modos, prediciendo el modo TE limpio de tales efectos. Este modo puede utilizarse, si se desea, para calcular factores de estática y corregir las mediciones de ambos modos. Alternativamente, se puede obtener el modelo de inducción, libre del efecto de cargas eléctricas y además invariante con respecto a los ejes de coordenadas utilizados en el campo; esto como consecuencia de utilizar desde el principio el determinante del tensor de impedancias.

Se presentan ejemplos con datos sintéticos, con y sin ruido aleatorio, así como aplicaciones a conjuntos de datos que han sido interpretados por otros autores para ilustrar la utilidad del proceso a situaciones reales. Entre los datos que se interpretan están el conjunto COPROD2S2, un conjunto de datos sintéticos publicados como un desafío a la comunidad para que reconstruyan el modelo utilizado, el cual nadie conoce excepto el autor de los datos. También se interpretaron los datos de campo COPROD2 y BC87, ambos disponibles y ampliamente utilizados en otros trabajos.

Palabras Clave: Sondeos magnetotelúricos, invariantes del tensor, determinante, efecto de estática, COPROD2S2, COPROD2, BC87.

ABSTRACT of the thesis presented by **Armando Calderón Moctezuma** as a partial requirement to obtain the MASTER OF SCIENCE degree in EARTH SCIENCES with orientation in APPLIED GEOPHYSICS. Ensenada, Baja California, México June 2011.

2-D INVERSION OF INVARIANT IMPEDANCE TENSOR OF MAGNETOTELLURIC SOUNDING

This thesis a new strategy is proposed for recover of the TE and TM modes from the determinant of the magnetotelluric impedance tensor. . It is shown that it is actually possible to recover both modes and to identity them separately. In principle, it is not possible to recover two complex numbers knowing only their average, because there are many possible solutions. To make the recovery possible we use an auxiliary physical model by means of inverting in two dimensions the determinant. Tests show that the process is successful if there are many soundings along of a profile, even if the amplitude of the determinant is multiplied by random factors. Applications of the strategy include the identification of modes in field data, as an alternative to the traditional way of doing it by rotating the system of coordinates. The data may also be corrected for possible static shifts; the auxiliary physical model traps the static shift from both modes, making it possible to compute correction factors. .Alternatively, we may obtain an induction model free of the effect of electric charges and invariant with respect to rotation of the coordinate axes.

To illustrate the performance of the method we present examples using synthetic data, with and without random noise, and applications to field data sets that have been interpreted by other authors. These include the synthetic data set known as COPROD2S2, a set published as a challenge to the community to reconstruct the unknown model, which nobody knows except the author of the data. We also interpreted the BC87 and COPROD2 field dat, both available and widely used in other studies.

Keywords: Magnetotelluric sounding, tensor invariant, determinant, static shift, COPROD2S2, COPROD2, BC87.

Dedicatorias

A mi padre Armando Calderón Matus por su gran apoyo y su enseñanza que con “lucha y esfuerzo” se logran los objetivos.

A mi madre Inés Moctezuma Montero por sus consejos y que me enseñó que con paciencia aparecen los resultados.

A mis hermanos Aurea y Ángel que siguen sus propios caminos.

A Nelly por su cariño incondicional.

A Dios por la vida.

Agradecimientos

Al Dr. Enrique Gómez Treviño por su paciencia, enseñanzas y amistad.

Al Dr. Francisco J. Esparza por su apoyo en la toda la tesis.

A los integrantes del comité: Dr. Marco Antonio Pérez Flores y Dr. Francisco J. Ocampo Torres por los comentarios e interés mostrados en la realización de la tesis.

Al Dr. José M. Romo Jones, por la ayudada brindada en esta tesis a pesar de que lo quitaron del comité.

Al personal de Ciencias de la Tierra, por la ayuda brindada durante mi estancia y especialmente a Martha E. Barrera López, Ma. Bárbara Uribe Martínez, Guadalupe Zepeda Tapia.

Al personal técnico: Enrique Castillo, Jaime Calderón.

A mis entrañables amigos José, Angélica, Adrián, Ismael, Román, Ahiezer, Olaf, Valentina y a todos mis compañeros del CICESE los que quedan y los que se fueron, que hicieron y hacen de ésta una estancia muy cómoda.

Al grupo de mtnet por facilitar los datos en la red <http://mtnet.dias.ie>.

Al IPICYT por las facilidades para el uso de la supercomputadora Argentum.

A CICESE por permitirme realizar mis estudios de maestría y las facilidades otorgadas para la culminación de los mismo.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por haberme beneficiado con una beca, con número de becario 225060.

CONTENIDO

	Página
Resumen español	i
Resumen inglés	iii
Dedicatorias	iv
Agradecimientos	v
Contenido	vi
Lista de Figuras	viii
Capítulo I. Introducción: estado del arte y problemática	1
I.1 El método magnetotelúrico.....	1
I.2 Invariantes del tensor de impedancias.....	4
I.3 Efecto estático.....	6
I.4 Características del modo TE.....	8
I.5 Modelo de inducción bidimensional	10
Capítulo II. Factorización del determinante: modelo simple 2D	12
II.1 Deformación y mezcla de modos.....	12
II.2 Factorización mediante la inversión del determinante.....	15
II.3 Mejor ajuste, convergencia o estabilidad.....	16
II.4 Factorización y factores de estática.....	19
Capítulo III. Factorización del determinante: modelo complejo 2D ...	23
III.1 Modo TE diluido en el determinante.....	23
III.2 Ajuste, convergencia o estabilidad.....	25
III.3 Factorización mediante inversión.....	27
III.4 Modelo bidimensional de inducción.....	29
Capítulo IV. Factorización del determinante: conjunto de datos COPROD2S2	32
IV.1 Descripción de los datos y promedio de los modos.....	32
IV.2 Ajuste, convergencia o estabilidad.....	35
IV.3 Recuperación del modo TE a partir del determinante.....	38
IV.4 Modelos bidimensionales de inducción.....	43
IV.5 Comparación con otros autores: modelos y factores de estática.....	45
Capítulo V. Datos de campo I: COPROD2	49
V.1 Descripción del modelo.....	49
V.2 Procesado de datos.....	51
V.3 Resultados: Predicción del modo TE.....	53
V.4 Modelos de inducción bidimensional.....	56

CONTENIDO (continuación)

	Página
Capítulo VI. Datos de campo II: BC-87.....	60
VI.1 Descripción de los datos.....	60
VI.2 Procesado de los datos.....	62
VI.3 Resultados.....	64
VI.4 Pruebas de Robustez.....	67
VI.5 Modelos de inducción bidimensional.....	71
Capítulo VII. Conclusiones.....	76
Bibliografía.....	78
Apéndice A.....	81
A.1 Determinante.....	81
A.2 Inversión del efecto estático.....	83

LISTA DE FIGURAS

Figura		Página
1	Esquema del modelo unidimensional magnetotelúrico.	2
2	Modo transversal magnético y Modo transversal eléctrico.	3
3	Curvas típicas de MT con efecto estático.	6
4	Dibujo esquemático del efecto estático en 2-D.	7
5	Pseudo-secciones del modo TE, tesis de Muñiz Gallegos.	9
6	Imagen con luz natural y con luz polarizada.	11
7	Modelo sintético de cuadros con 33 sondeos.	12
8	Pseudo-secciones a) sin efecto estático; b) ρ_a^{TM} con efecto estático.	13
9	Pseudo-secciones observadas a) ρ_a^{TM} original; b) ρ_a^{TE} original; c) ρ_a^{DET} ; d) ϕ_{TM} original; e) ϕ_{TE} original; f) ϕ_{DET} .	14
10	Promedio geométrico de las curvas de resistividad aparente del modo TE en función del parámetro de regularización tau	17
11	Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición de cada sondeo.	19
12	Pseudo-secciones de resistividad aparente : a) datos de ρ_a^{det} invertidos; b) correspondiente respuesta del mejor modelo; c) ρ_a^{TE} original; d) ρ_a^{TE} predicho; e) ρ_a^{TM} original ; f) ρ_a^{TM} predicho .	20

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
13	Pseudo-secciones de fase: a) datos ϕ_{DET} invertidos ; b) ϕ_{DET} correspondiente respuesta del mejor modelo; c) original ϕ_{TE} ; d) predicho ϕ_{TE} ; e) original ϕ_{TM} ; f) predicha ϕ_{TM} .	21
14	Factores de estática propuestos y los estimados o calculados con la respuesta TE del mejor modelo.	22
15	Pseudo-secciones de: a) ρ_a^{TE} buscado. b) Dado ρ_a^{DET} . c) ϕ_{TE} buscado. d) ϕ_{DET} datos.	24
16	Promedio geométrico de las curvas de resistividad aparente del modo TE en función del parámetro de regularización tau.	25
17	Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición de cada sondeo.	26
18	Pseudo-secciones de resistividad aparente: a) ρ_a^{det} datos. b) ρ_a^{det} predicho. c) ρ_a^{TE} buscado. d) ρ_a^{TE} predicho.	27
19	Pseudo-secciones de fase: a) Φ_{DET} datos. b) Φ_{DET} predicho. c) Φ_{TE} buscado. d) Φ_{TE} Predicho.	28
20	Modelo base obtenido de invertir el determinante con $\tau = 10$.	29
22	Comparación de modelo de inducción obtenido por Muñiz Gallegos (2011) con el encontrado en nuestro trabajo.	31
23	Pseudo-secciones de los datos publicados por Varentsov (1998).	32
24	Pseudo-secciones de amplitud y fase del determinante obtenidas promediando las correspondientes de amplitud y fase de los modos TE y TM de la figura 23.	34

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
25	Curvas de resistividad aparente del determinante para los sondeo 8 al 14.	35
26	Promedio geométrico de las curvas de resistividad aparente del modo TE en función del parámetro de regularización tau.	36
27	Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición de cada sondeo.	36
28	Promedio aritmético de las curvas de fase del modo TE en función del parámetro de regularización tau.	37
29	a) Datos ρ_a^{det} COPROD2S2. b) ρ_a^{det} predicho con tau=100. c) ρ_a^{TE} Original publicado por Varentsov. d) ρ_a^{TE} predicho con el determinante con tau=100.	39
30	a) Datos ρ_a^{det} COPROD2S2. b) ρ_a^{det} predicho con tau=0.001. c) ρ_a^{TE} Original publicado por Varentsov. d) ρ_a^{TE} predicho con el determinante con tau=0.001.	40
31	a) Datos Φ_{det} COPROD2S2 Calculado. b) Φ_{det} predicho con tau=100. c) Φ_{TE} Original publicado por Varentsov. d) Φ_{TE} predicho con el determinante con tau=100.	41
32	a) Datos Φ_{det} COPROD2S2 Calculado. b) Φ_{det} predicho con tau=100. c) Φ_{TE} Original publicado por Varentsov. d) Φ_{TE} predicho con el determinante con tau=0.001.	42
33	Modelo base para los datos de COPROD2S2 obtenido con tau=100.	43
34	Distintos modelos de inducción obtenidos del modelo base de tau=100.	44

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
35	Modelo base para los datos de COPROD2S2 obtenido con $\tau=0.001$.	44
36	Distintos modelos de inducción obtenidos del modelo base de $\tau=0.001$.	45
37	a) Modelo propuesto por Ogawa (1999). b) Modelo base determinante $\tau=100$. c) Modelo base determinante $\tau=0.001$.	46
38	Modelos de inducción: a) por determinante según modelo base $\tau=100$. b) por determinante según modelo base $\tau=0.001$.	47
39	a) Factores propuestos por Ogawa (1999); b) Factores propuestos en esta tesis. c) Factores propuestos por Tournerie et al (2007).	48
40	Mapa de Norteamérica que muestra la ubicación del perfil MT.	49
41	Resistividad aparente y fase del determinante del conjunto de datos de campo COPROD2.	50
42	Promedio geométrico de las curvas de resistividad aparente del modo TE en función del parámetro de regularización τ	51
43	Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición de cada sondeo.	52
44	Pseudo-secciones de resistividad aparente a) Datos del determinante. b) Determinante predicho. c) TE corregido por estática por Jones. d) Modo TE predicho con el determinante.	54

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
45	Pseudo-secciones de fase: a) Datos del determinante. b) Determinante predicho. c) Modo TE corregido por Jones (1988) .d) Modo TE predicho con el determinante.	55
46	Modelo base tau=1000.	56
47	Modelos de inducción.	57
48	Comparación de nuestro modelo de máxima resolución (tau=0) con 15 modelos obtenidos mediante diferentes técnicas según reportados por Jones (1993).	58
49	Modelo final propuesto para los datos COPROD2, con 34 sitios.	59
50	Pseudo-secciones del determinante del conjunto de datos BC-87 calculados utilizando el tensor completo.	60
51	Ubicación de los sitios sobre mapa geológico (Jones, 1993).	61
52	Gráficas de convergencia. a) Convergencia vs tau; b) Convergencia vs km; c) Convergencia vs km sin algunos taus.	63
53	Pseudo-secciones del determinante. a) Datos ρ_a^{DET} observado. b) ρ_a^{DET} predicho. c) Datos φ_{DET} observado. d) φ_{DET} predicho.	65
54	Pseudo-secciones. a) ρ_a^{TE} predicho. b) φ_{TE} predicho. c) ρ_a^{TM} predicho. d) φ_{TM} predicho.	66

LISTA DE FIGURAS (continuación)

Figura		Página
55	Robustez con respecto a factores. Pseudo-secciones de: a) Datos ρ_a^{DET} sin factor. b) ρ_a^{TE} predicho sin factor en datos. c) Datos ρ_a^{DET} multiplicado por 2. d) ρ_a^{TE} predicho del determinante multiplicado por 2. e) Datos ρ_a^{DET} multiplicado por $\sqrt{10}$. f) ρ_a^{TE} predicho del determinante multiplicado por $\sqrt{10}$.	68
56	Figura esquemática de la rotación del perfil.	69
57	Robustez con respecto a rotación del perfil. a) ρ_a^{TE} predicho de los datos sin rotar. b) ρ_a^{TE} predicho de los datos rotando el perfil 15° . c) ρ_a^{TE} predicho de los datos rotando el perfil 30° . d) ρ_a^{TE} predicho rotando el perfil 45° .	70
58	Modelo base de tau=0.01.	71
59	Modelos de inducción bidimensional con distintos taus. Tau=0, r.m.s.=4.1%; Tau=0.01, r.m.s.=1.6%; Tau=1, r.m.s.=1.7%; Tau=10, r.m.s.=2.6%.	72
60	Modelo de Inducción propuesto para los datos BC-87.	73
61	Modelo de inducción para el perfil BC87 con características sísmicas y con fallas geológicas.	74
62	Tres modelos para el conjunto de datos BC87 obtenidos por otros autores: a) Jones (1993). b) Ledo y Jones (2001). c) Antonio Carpio (2009).	75

Capítulo I

Introducción: estado del arte y problemática.

I.1 El método magnetotelúrico.

El método magnetotelúrico (MT) es una técnica pasiva que mide las fluctuaciones naturales de los campos eléctricos E y magnéticos H en la superficie terrestre, y utiliza como fuente de excitación perturbaciones electromagnéticas que se generan en la ionósfera, producidas por la interacción del viento solar con la misma ionósfera y el campo magnético terrestre. Estas perturbaciones electromagnéticas alcanzan la superficie de la tierra penetrando verticalmente en la Tierra como ondas planas. Gran parte de la energía que llega a la superficie terrestre es reflejada y sólo una pequeña parte se transmite, generando corrientes telúricas que circulan a diferentes profundidades.

Estas corrientes telúricas ya eran conocidas a principios del siglo XX, pero la falta de control de la fuente hacía imposible su utilización como técnica de exploración. No fue hasta a mediados del siglo XX que Tikhonov (1950) y Cagniard (1953) dedujeron que podían utilizar el campo magnético asociado con esas corrientes para conocer la intensidad de la fuente, normalizando el campo eléctrico horizontal con respecto a su correspondiente campo magnético perpendicular. También dedujeron que se podía encontrar la respuesta electromagnética a cualquier profundidad siempre que se extendieran los periodos de medición. Este principio es conocido como *skin depth* o penetración nominal, el cual describe el decaimiento exponencial de los campos electromagnéticos que se difunden en un medio; es la distancia o profundidad a la cual la amplitud de la onda decrece por un

factor de e^{-1} (37%). La profundidad nominal aumenta como la raíz cuadrada del periodo de las fluctuaciones, por lo que las mediciones mismas controlan la profundidad de penetración. Los periodos explotables para MT están en el orden de $\approx 10^{-3}$ a $\approx 10^5$ segundos, lográndose penetraciones del orden de decenas de metros hasta centenares de kilómetros.

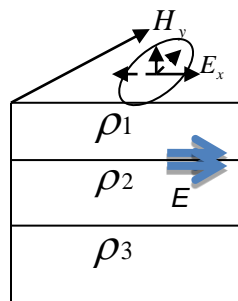
Las mediciones para cada periodo se resumen en un tensor de impedancias, el cual se forma de cuatro números complejos. Este tensor de impedancias relaciona las componentes ortogonales de los campos eléctricos y magnéticos naturales para los periodos de fluctuación medidos.

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} \quad (1)$$

Tikhonov (1950) y Cagniard (1953) no previeron la necesidad de un tensor para representar la respuesta de la tierra. Ellos consideraron una tierra estratificada horizontalmente, en cuyo caso los elementos de la diagonal del tensor son cero y los otros dos son iguales. Físicamente esto corresponde a corrientes horizontales que nunca cruzan fronteras donde cambia lateralmente la resistividad eléctrica.

$$Z_{xx} = Z_{yy} = 0 \quad (2)$$

$$Z_{xy} = -Z_{yx} \quad (3)$$



No hay cargas en las fronteras.

Figura 1. Esquema del modelo unidimensional magnetotelélico.

Para el caso de heterogeneidades laterales bidimensionales (2D):

$$Z_{xx} = -Z_{yy} \tag{4}$$

$$Z_{xy} \neq Z_{yx} \tag{5}$$

Para una tierra tridimensional (3D) alineada a lo largo del rumbo electromagnético Z_{xx} y Z_{yy} siguen siendo igual a cero porque las corrientes perpendiculares se desacoplan, o sea que pueden fluir sin afectarse unas a las otras. Los modos de conducción TM y se TE ilustran a continuación.

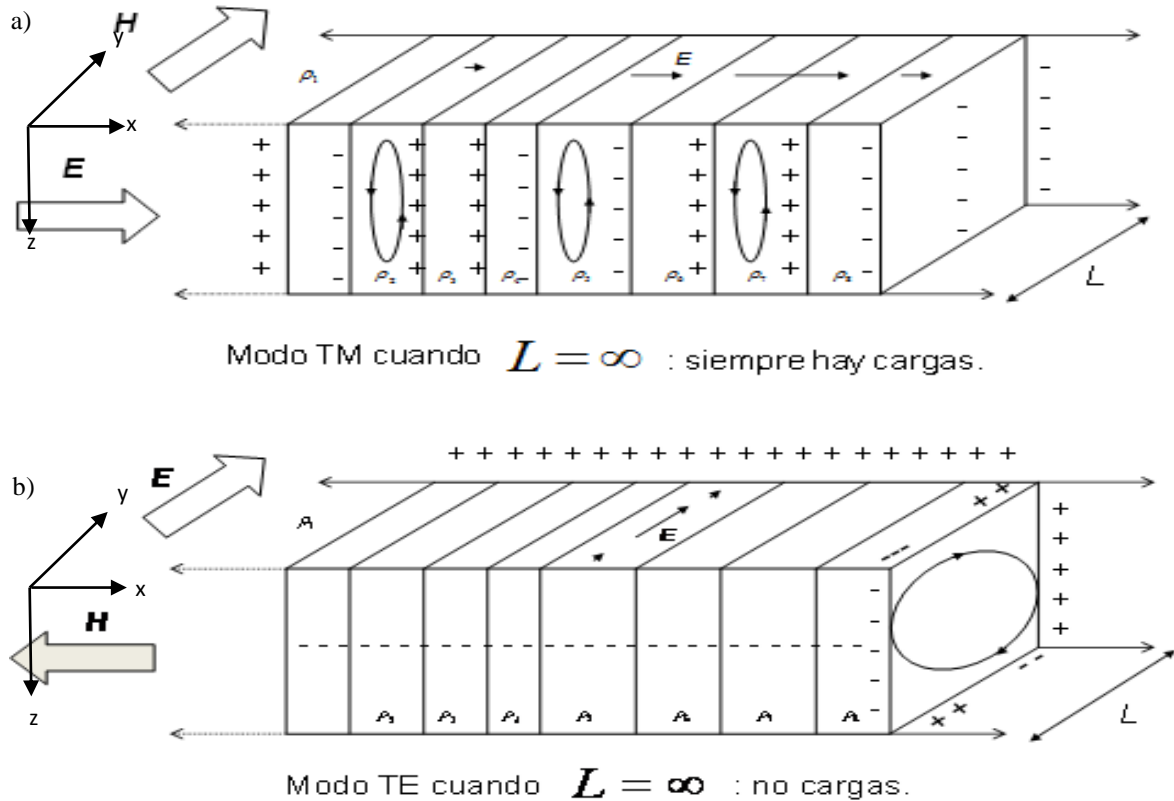


Figura 2.a) Modo Transversal magnético (TM): modo con cargas. b) Modo Transversal eléctrico (TE): modo libre de efecto de cargas.

Por lo general en un levantamiento típico se realizan mediciones a lo largo de un perfil, ocupando una docena o más de sitios separados varios kilómetros entre sí. En principio, para cada sitio se tienen 8 curvas en función del periodo, pero en la práctica este número se puede reducir como se explica a continuación.

I.2 Invariantes del tensor de impedancias.

En general, si la estructura explorada es en 3D, o si los ejes de medición no están alineados al rumbo de un modelo 2D, los elementos de la diagonal del tensor son diferentes de cero. Dada esta situación, Swift (1967) propone la rotación de los ejes para minimizar los elementos de la diagonal y maximizar los elementos fuera de la diagonal. Sin embargo, generalmente no se puede encontrar un ángulo de rotación que reduzca los elementos de la diagonal a cero, recuperando modos contaminados si no fue correctamente girado, provocando que la dirección preferente resulte muchas veces incongruente para diferentes periodos y sondeos a lo largo de un perfil.

Se han hecho esfuerzos por simplificar el análisis de las cuatro impedancias trayendo como consecuencia que surjan una gran cantidad de propuestas de invariantes en MT (e.g. Dimitriv y Berdichevsky (1967), Sims (1969), Lilley(1998), Romo et al. (2005), etc). Estos invariantes ante la rotación de los ejes de medición utilizan todos los elementos del tensor. Uno de los argumentos principales en esta tesis es que para situaciones tridimensionales se necesita el análisis del tensor completo. Nosotros proponemos invertir el determinante sin necesidad de separar, girar o elegir modos para no alterar los datos. Sin embargo, el objetivo final es determinar el modo TE de un modelo bidimensional, según se explica más adelante. De entre la variedad de invariantes proponemos el determinante del tensor de impedancias, dado que su fase no se ve afectado por cargas eléctricas y el efecto de estas cargas en su amplitud se puede compensar por un factor multiplicativo.

En la tesis de Muñiz-Gallegos (2011) se demostró que la amplitud del modo TE se puede obtener de la amplitud del modo TM y de las fases de ambos modos para un conjunto de sondeos a lo largo de un perfil. Para esto se utiliza el programa de Rodi y Mackie (2001) que ajusta la respuesta de un modelo 2D a los datos, modificando iterativamente los parámetros del modelo de tal manera que en un determinado número de iteraciones se encuentra el mejor ajuste posible. En el presente trabajo se modificó el programa para ajustar el determinante del tensor. Como es costumbre, se utiliza el concepto de resistividad aparente introducido por Cagniard (1953). Para el caso del determinante se representará la resistividad aparente como ρ_a^{det} y la fase de la impedancia como ϕ_{det} . En términos de las cantidades correspondientes para los modos TE y TM tenemos que

$$\rho_a^{det} = \sqrt{\rho_a^{TE} \rho_a^{TM}} \quad (6)$$

$$\phi_{det} = \frac{\phi_{TE} + \phi_{TM}}{2} \quad (7)$$

Lo anterior se calcula para cada periodo y para cada sitio. Estas ecuaciones se aplican a las respuestas TE y TM del modelo y también a los datos con tal que los mismos sean en 2D. En general, en el caso de datos de campo el determinante se calcula directamente utilizando los 4 elementos complejos del tensor. Como se podrá apreciar, en el presente trabajo estamos tratando de reducir los datos de un levantamiento a sólo 2 curvas por sitio. En la tesis de Muñiz-Gallegos (2011) se utilizan 3 y se predice una, identificándose de antemano los modos TE y TM. En nuestro caso la situación es mucho más ambigua, en el sentido que los modos son indistinguibles una vez que se calcula el determinante. El reto es reconstruir el modo TE sin haberlo identificado antes. El interés por este modo se explica a continuación.

I.3 Efecto estático.

En la Figura 3 se muestra un conjunto de sondeos MT tomados en la misma área y que expresan básicamente la misma estructura a profundidad. Las curvas de fase no varían mucho entre ellas pero las de resistividad aparente difieren en varios órdenes de magnitud. Aunque las curvas cambian de nivel su forma es más o menos la misma, son aproximadamente paralelas por lo que se ven afectadas por factores multiplicativos que no están relacionadas con el periodo. A este desplazamiento vertical de las curvas se le conoce como efecto estático porque es producido por cargas eléctricas cuyo efecto es independiente del periodo.

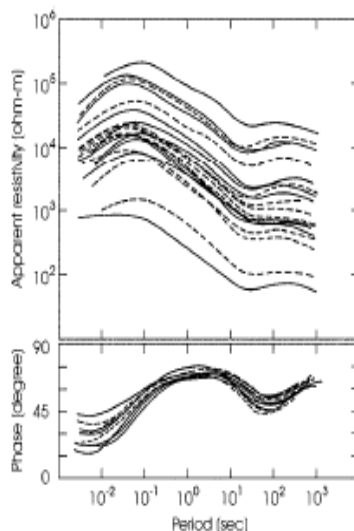


Figura 3 .Curvas típicas de MT resistividad aparente de 21 sitios para sondeos corticales encima de un basamento cristalino (Kurtz, et al.1993).Todas las curvas de resistividad son paralelas pero muestran un desplazamiento vertical una de otra.

La explicación del fenómeno es simple: se trata de heterogeneidades locales cerca de la superficie que desvían una proporción de la corriente independientemente del periodo, lo cual indica que su tamaño es menor que la profundidad nominal a los periodos más cortos y por ende también a los más largos según se ilustra en la Figura 4.

Se trata entonces de cargas eléctricas que fluctúan en fase con las corrientes. Por esta razón las fases de los sondeos no se ven afectadas. Es muy importante corregir por estos factores porque la profundidad de penetración la determinan las curvas de resistividad aparente. El estado del arte sobre el efecto estático es que sin ninguna información adicional no es posible determinar el efecto (*e.g.* Jones and Savage, 1986).

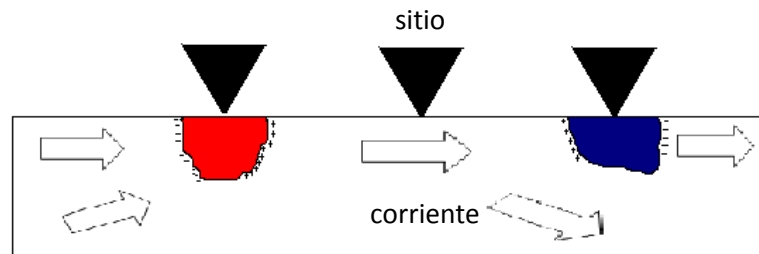


Figura 4. Dibujo esquemático del efecto estático en 2-D, donde un cuerpo conductor o resistivo cerca del sitio de medición es el causante que el campo eléctrico que se mide sea menor o mayor al correspondiente al flujo regional.

En este trabajo sostenemos la tesis de que sí es posible determinar el efecto utilizando solamente los datos de sondeos tomados a lo largo de un perfil. En la tesis de Muñiz-Gallegos (2011) se muestra que esto es posible mediante la inversión en 2D de las curvas de resistividad aparente del modo TE y de las de fase de los dos modos. En la presente tesis vamos un poco más lejos al corregir el efecto mediante la inversión 2D de solamente dos curvas, la resistividad aparente del determinante y su fase. De cierta manera al trabajar con el determinante el problema es doble, pues el proceso deberá al mismo tiempo identificar

cada uno de los modos por sí mismo, y además determinar la resistividad aparente del modo TE que es el de interés para corregir el efecto estático.

I.4 Características del modo TE.

Como se ilustra en la Figura 2, los modos TE y TM son de cierta manera opuestos uno al otro. En el modo TE las corrientes eléctricas son paralelas a las fronteras que demarcan cambios en la resistividad eléctrica del subsuelo. La principal consecuencia de que las corrientes no crucen dichas fronteras es que el campo eléctrico es continuo a uno y otro lado de las fronteras. Esto es, en las fronteras no se acumulan cargas eléctricas que producen campos eléctricos adicionales al efecto de inducción electromagnética. Por otra parte, en el modo TM las corrientes son perpendiculares a las fronteras por lo que necesariamente se acumulan cargas eléctricas, las cuales son responsables de que el campo eléctrico sea discontinuo a uno y otro lado de las fronteras. La discontinuidad es proporcional a la razón de resistividades de uno y otro lado de las fronteras, por lo que se pueden tener “brincos” de varios órdenes de magnitud en distancias cortas.

Los desplazamientos verticales en las curvas de resistividad aparente del modo TM se pueden reproducir en modelos teóricos, por lo que en realidad no presentan problema. El verdadero problema es simular con variaciones laterales de resistividad desplazamientos en el modo TE. Ningún modelo 2D produce ese tipo de desplazamientos porque no puede simular la existencia de cargas eléctricas porque éstas no existen físicamente. Por otro lado, aún cuando en la práctica se tengan tensores con elementos muy pequeños en la diagonal, esto no implica que el modo TE no tenga efectos de estática, como se muestra en la Figura 2. Por lo general se tiene que tanto el modo TM como TE presentan el mismo grado de distorsión por estos efectos.

El problema está en diseñar una estrategia para recuperar las curvas verdaderas del modo TE cuando el otro modo, el TM, está afectado por los efectos estáticos. La solución planteada en la tesis de Muñiz-Gallegos (2011) es dejar fuera de la inversión de los datos a

la resistividad aparente del modo TE, y considerar estas curvas como salidas del proceso de inversión. De esta manera se obtiene una respuesta que no está afectada por efectos de estática. En la Figura 5 se muestran tres pseudo-secciones de resistividad aparente del modo TE. La primera corresponde a la respuesta de un modelo hipotético y las otras dos a predicciones bajo dos formas de distorsión. En una de ellas las curvas de resistividad aparente del modo TM se multiplican por factores y en la otra se agrega una distorsión por rotación del perfil. Se puede apreciar que la recuperación es de muy buena calidad.

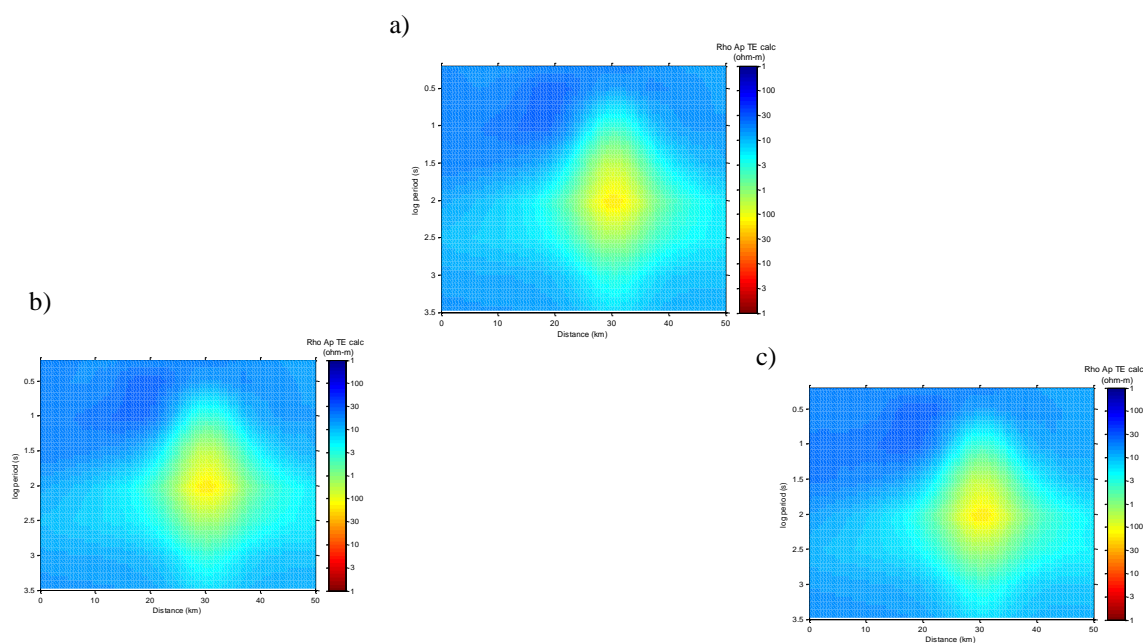


Figura 5. Pseudosecciones del modo TE tomados de la tesis de maestría de Muñiz-Gallegos (2011). a) Resistividad aparente TE original. b) TE recuperado bajo condiciones de efecto estático. c) TE recuperado bajo condiciones de efecto estático y de rotación del perfil a un ángulo de 45 grados.

I.5 Modelo de inducción bidimensional.

En general, en situaciones 3D no es posible reducir el tensor de impedancias y obtener los modos TE y TM. En el presente trabajo salvamos este inconveniente invirtiendo el determinante del tensor y demostrando que se puede llegar a los mismos resultados sin tener que identificar los modos con anterioridad. Otra característica de los resultados que se obtienen al utilizar el determinante del tensor es que no dependen del sistema de coordenadas en el campo.

El modelo que se obtiene de la inversión del determinante no es el resultado final como en las inversiones tradicionales. Como en la tesis de Muñoz-Gallegos (2011), buscamos la respuesta TE de un modelo bidimensional porque esta respuesta está libre del efecto de cargas y puede considerarse como una respuesta invariante (Gómez-Treviño *et. al* 2009). Esta respuesta, invariante ante rotación y libre del efecto de cargas eléctricas, pretende simular el sondeo MT original propuesto por Cagniard (1953). El modelo de inducción 2D es simplemente el modelo resultante de invertir la respuesta TE del proceso anterior.

En la Figura 6 se presentan dos imágenes. En la primera, la imagen se tomó con luz natural, parte de esta luz proviene de reflejos de la carretera y se encuentra polarizada horizontalmente. En la segunda se elimina la luz con polarización horizontal. Mediante el uso de un polarizador como se puede apreciar, a menos luz mejor resolución. Esto se debe a que la polarización horizontal es muy intensa y oscurece detalles que en realidad están allí. El fenómeno es parecido a lo que estamos intentando en este trabajo. Al invertir el invariante es como obtener una imagen con dos polarizaciones. Al calcular el TE estamos filtrando la polarización TM que puede contener efectos indeseables como la estática y, en general, efectos de cargas eléctricas. El efecto de filtrar puede aumentar la resolución como en este caso.



Figura 6. a) Imagen obtenida con luz natural. b) Imagen obtenida con luz polarizada verticalmente. Nótese que aunque hay menos luz (energía) la imagen en b) tiene mejor resolución.

Capítulo II

Factorización del determinante: modelo simple 2D

II.1 Deformación y mezcla de modos.

En modelos 2D, el determinante del tensor de impedancias mezcla los modos TE y TM de tal forma que su amplitud es el promedio geométrico de los modos y su fase es el promedio aritmético de las fases. El problema que estamos planteando es la recuperación de los modos conociendo sólo sus promedios. Para explorar las dificultades inherentes al problema iniciamos con el modelo simple que se muestra en la Figura 7. El modelo sintético tiene una longitud de 50km con un total de 33 sondeos de 8 periodos cada sondeo, los cuales van desde 1s hasta 3,000s. El modelo consiste en dos rectángulos, uno con una resistividad de 1,000 Ω -m y el otro de 1 Ω -m, en un semiespacio de 30 Ω -m; los rectángulos se encuentran centrados respecto a la posición de los sondeos a una profundidad de 3 km aproximadamente.

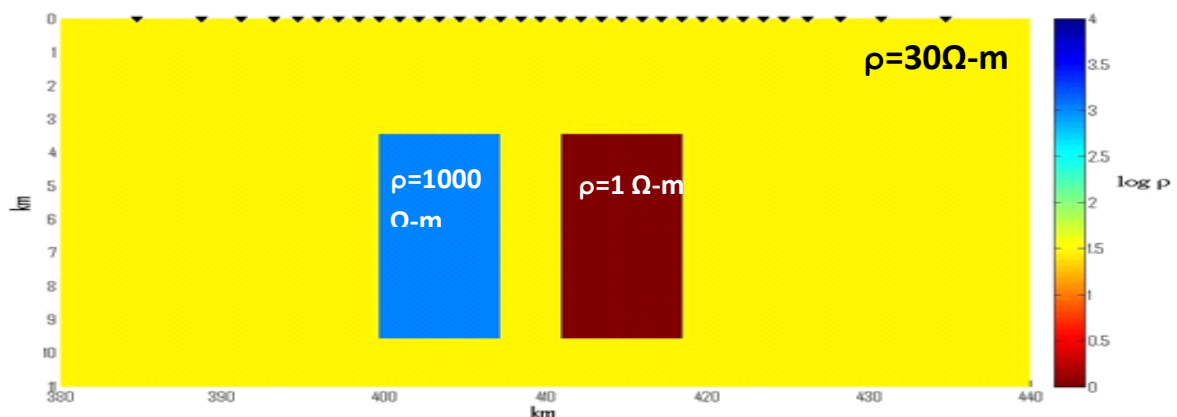


Figura 7. Modelo sintético de cuadros con 33 sondeos.

Además de mezclar los modos se introdujo una dificultad extra multiplicando la amplitud de modo TM por factores aleatorios con media igual a 2.6 y desviación estándar de 1000%. Esto con el fin de simular que los datos están contaminados por efectos de estática. Las fases no son perturbadas porque al tratarse de razones entre campos el efecto estático se cancela.

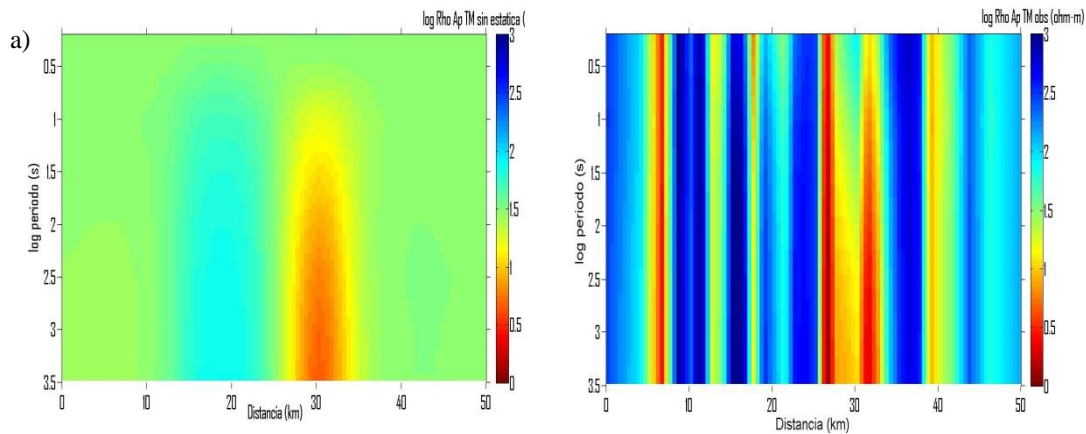


Figura 8. Pseudo-secciones a) ρ_a^{TM} sin efecto estático; b) ρ_a^{TM} con efecto estático. Se aprecia el efecto de bandeo provocado por los factores de estática.

La amplitud calculada para el modo TM antes de multiplicar por factores se muestra en la Figura 8(a). En la pseudo-sección se ve en la parte central la presencia de una zona resistiva a la izquierda y de una conductora a la derecha. En la Figura 8(b) se muestra la misma pseudo-sección pero ahora multiplicada por los factores de estática. Se puede apreciar cómo el efecto estático enmascara las anomalías producidas por la inhomogeneidad resistiva y la conductora .

Con el modo TM contaminado por el efecto estático y el modo TE original calculamos la resistividad aparente del determinante y su fase.

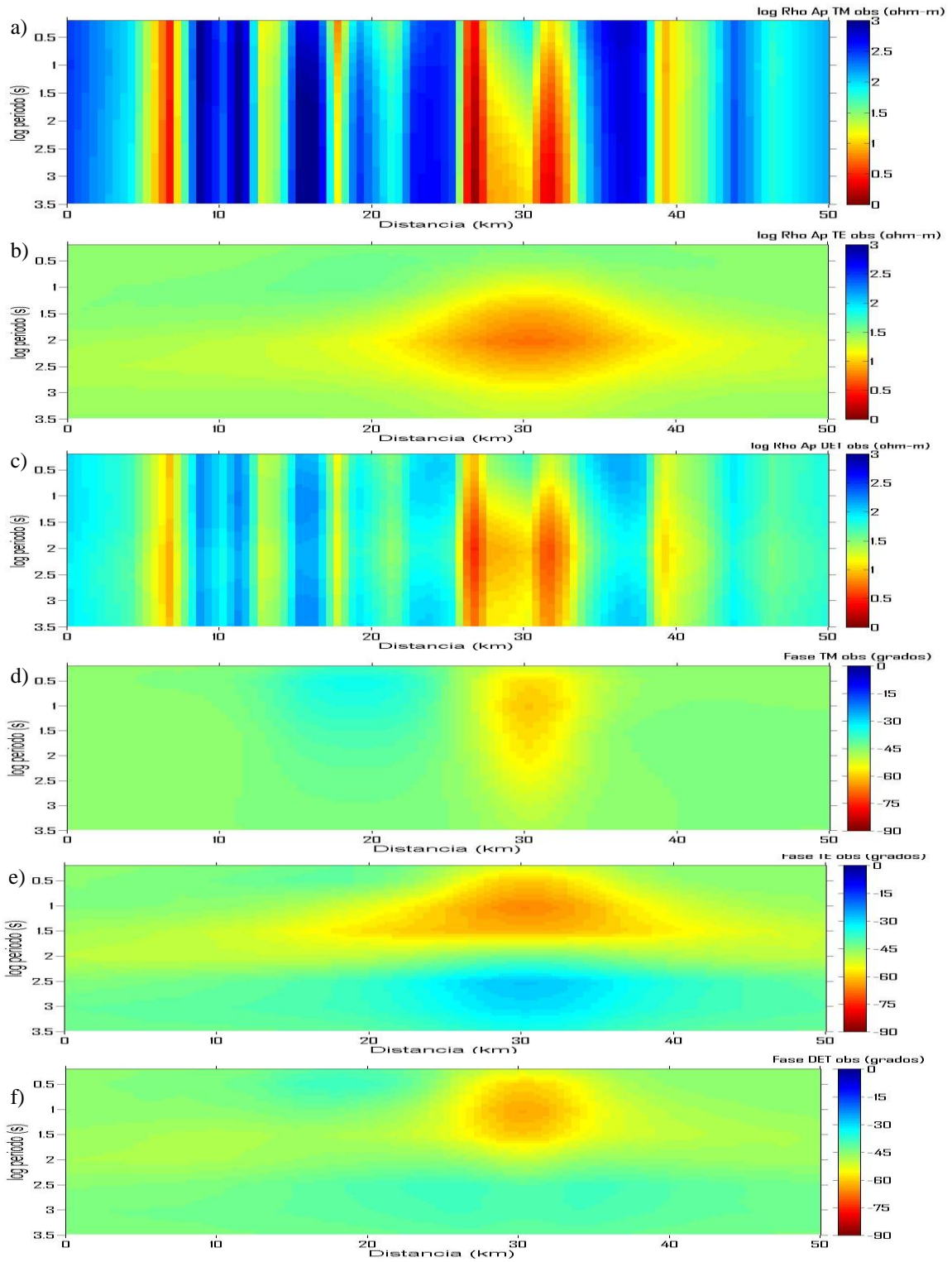


Figura 9. Pseudo-secciones: a) ρ_a^{TM} original; b) ρ_a^{TE} original; c) $\rho_a^{DET} = \sqrt{\rho_a^{TM} * \rho_a^{TE}}$; d) Φ_{TM} original; e) Φ_{TE} original; f) $\Phi_{DET} = (\Phi_{TM} + \Phi_{TE})/2$. se percibe que el determinante mantiene características de ambos modos.

II.2 Factorización mediante la inversión del determinante.

Si se promedian dos números, geométrica o aritméticamente, no es posible recuperar los números originales a partir de su promedio, y mucho menos saber cual se multiplicó o se sumó primero. Lo que se está planteando en este capítulo, y en general en toda la tesis, es que esto sí es posible en el caso de muchos números como es el caso de las pseudo-secciones. Esto es, que se podrían recuperar e identificar separadamente los modos TE y TM a partir de sus promedios. La diferencia con respecto a números aislados es que los modos provienen de un modelo físico que los condiciona a ambos de alguna manera. Para explorar esta hipótesis ajustamos el determinante a la respuesta de un modelo 2D y comparamos su respuesta con las pseudo-secciones originales. Se utilizó el programa desarrollado por Rodi & Mackie (2001) para tal efecto. El programa usa la regularización de Tikhonov como una solución del problema inverso y necesariamente es iterativo. En cada iteración la función objetivo que se minimiza es:

$$S(\mathbf{m}) = (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m}))^T \mathbf{R}_{dd}^{-1} (\mathbf{d} - \mathbf{F}(\mathbf{m})) + \tau \|\mathbf{L}(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)\|^2 \quad (8)$$

\mathbf{d} =vector de datos observados (determinante).

\mathbf{F} =operador del modelo directo (forward modeling operator).

\mathbf{m} = vector del modelo desconocido.

\mathbf{R}_{dd} =matriz de covarianza.

\mathbf{L} =operador lineal.

\mathbf{m}_0 =modelo a priori.

τ = parámetro de regularización.

El parámetro τ de regularización opera sobre el laplaciano L de la solución, por lo que sesga la solución hacia una de máxima suavidad. Para una estabilidad numérica extra se usa la estrategia de Marquardt-Levenberg, mediante el parámetro ϵ , el cual modifica el tradicional método de Gauss-Newton. La solución en la iteración $j+1$ se obtiene como:

$$\mathbf{m}_{j+1} = \mathbf{m}_j - \frac{1}{2} (\mathbf{A}_j^T \mathbf{R}_{dd}^{-1} \mathbf{A}_j + \tau \mathbf{L}^T \mathbf{L} + \epsilon \mathbf{I})^{-1} \mathbf{g}_j \quad (9)$$

El nuevo modelo \mathbf{m}_{j+1} se obtiene del anterior \mathbf{m}_j mediante un vector de corrección. Este vector de corrección se calcula invirtiendo la matriz que se indica, en la cual \mathbf{A}_j representa el jacobiano y \mathbf{g}_j es el gradiente de la función objetivo. El parámetro de regularización τ es un número positivo que controla la suavidad del modelo. Variando este parámetro se puede generar una variedad de modelos cuyas respuestas ajustan a los datos. En nuestro caso nos concentramos, más que en los modelos, en la respuesta TE de los modelos. En esto seguimos a Muñoz-Gallegos (2011), quien encontró que al reducir τ las curvas de la amplitud del modo TE se estabilizan y convergen, por lo general al mismo tiempo que se obtienen mejores ajustes. Esto hace que sea relativamente fácil escoger el τ para el mejor TE. Aquí encontramos que invirtiendo el determinante las cosas no son tan claras como cuando se invierte el modo TM y la fase del TE. En todos los resultados que siguen se invirtió el determinante con un modelo inicial homogéneo de 100 $\Omega\text{-m}$ para obtener como resultado el modo TE; todas las inversiones tienen 100 iteraciones.

II.3 Mejor ajuste, convergencia o estabilidad.

Como se mencionó anteriormente, para un valor dado del parámetro τ , del proceso iterativo y se obtiene el modelo cuya mejor respuesta ajusta los datos. En la Figura 10 se muestra cómo varía el ajuste en relación con este parámetro τ . Se puede observar que cuando este parámetro es igual o menor de 100 el ajuste es menor del 1%. Esto significa que cualquiera de los modelos correspondientes es un buen candidato para mejor modelo

que ajusta al determinante. Sin embargo, encontramos que la amplitud del TE predicho por esos modelos no es muy uniforme, en el sentido que dichas curvas pueden moverse verticalmente aunque siempre paralelas entre sí. Para caracterizar este comportamiento se calculó para cada curva el promedio geométrico de la resistividad aparente como una medida de sus desplazamientos verticales. En la parte superior de la Figura 10 se muestran estos promedios en función del parámetro τ . Graficamos cada sondeo con una línea; en este caso tendremos un total de 33 líneas.

Se puede observar que las líneas son más o menos horizontales, excepto en algunos valores de τ , como en $\tau=10^{-2}$ y $\tau=10^4$. Esto significa que cualquiera de los valores podría ser un buen candidato para el mejor TE. También se puede observar que para valores de τ iguales o menores que 10^2 se tienen ajustes de 1% o menores.

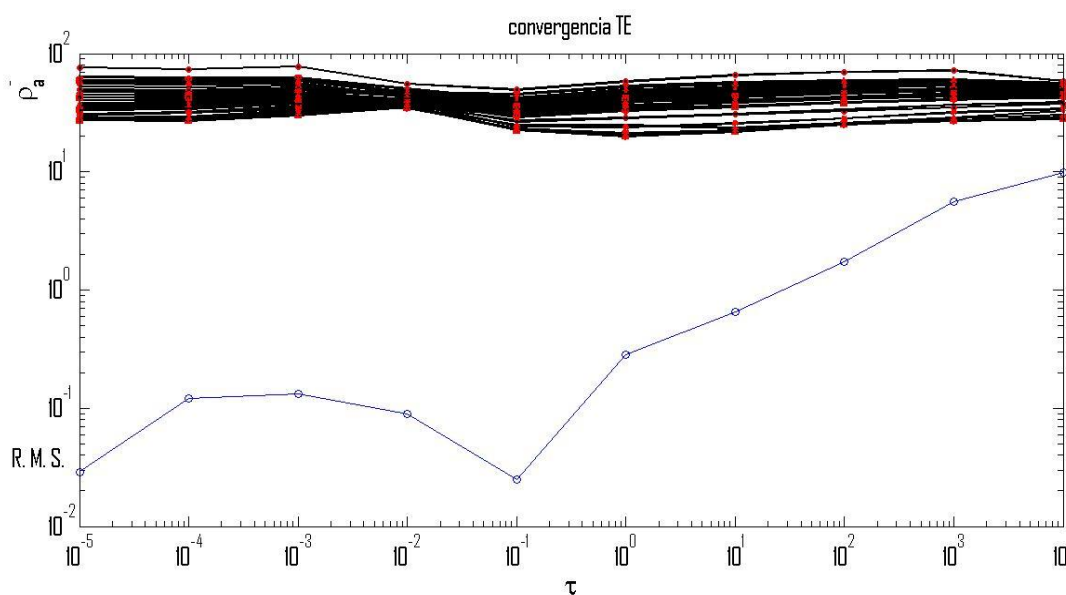


Figura 10. Los valores del ajuste r.m.s. están en %. En la parte superior se presenta el promedio geométrico de las resistividades aparente para cada sondeo. En total hay 33 curvas.

El promedio de la curva de cada sondeo se presenta en la Figura 11 en función de la posición de cada sondeo para los diferentes valores del parámetro τ . En total tendremos tantas curvas como valores del parámetro τ .

El objetivo de esta grafica es ver dónde convergen la mayoría de las curvas. Sin embargo, se puede observar que las curvas no convergen, excepto las correspondientes a los dos valores más pequeños de τ . Estas dos curvas son prácticamente idénticas pero debemos descartarlas porque están en la región inestable donde hay muy poca regularización. Esto se deduce porque el mínimo ocurre 10 km a la derecha de donde debe estar según se puede apreciar en la Figura 9. Podemos desechar también los siguientes dos, $\tau=10^{-3}$ y $\tau=10^{-2}$ por la misma razón. Por otro lado, tenemos que las curvas correspondientes a los 5 valores mayores de τ son paralelas entre sí, desde $\tau=10^4$ hasta $\tau=10^0$. No tenemos una convergencia como en el caso de Muñiz-Gallegos (2011). Sin embargo, lo que tenemos es más bien un cambio de estabilidad a inestabilidad. El cambio sucede alrededor de $\tau=10^0$. Según esto, en el caso del determinante lo que separa a unas curvas de otras es un valor crítico donde se pasa de estabilidad a inestabilidad.

Para colocarnos en el lado más estable seleccionamos en lugar de $\tau=10^0$, $\tau=10^1$ como el mejor candidato para reconstruir los modos TE y TM a partir del determinante. Como se puede apreciar en las Figuras 10 y 11 este valor no corresponde ni al mejor ajuste ni a un valor de convergencia, sino al valor crítico donde se pasa de estabilidad a inestabilidad. En lo que sigue comparamos los modos TE y TM reconstruidos con los correspondientes originales del modelo de la Figura 7.

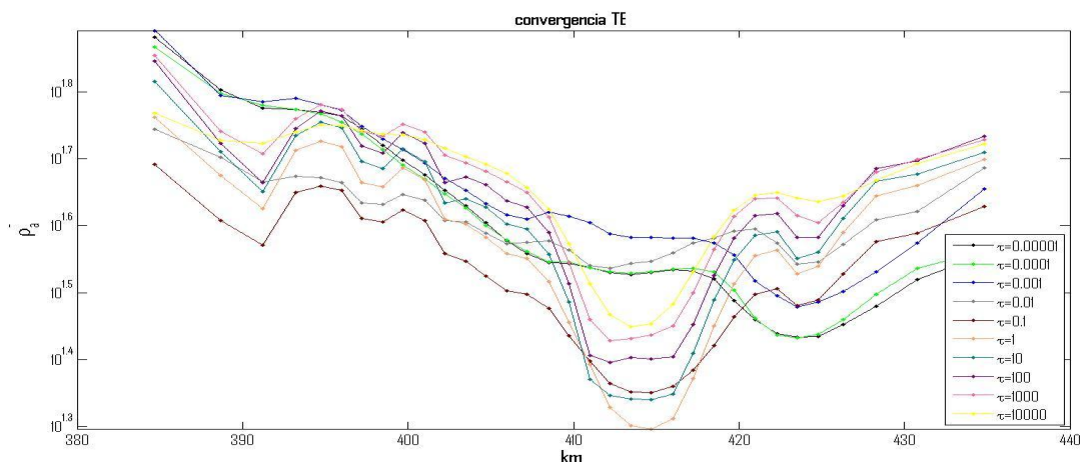


Figura 11. Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición del mismo. Cada curva corresponde a un parámetro de regularización diferente.

II.4 Factorización y factores de estática.

Los datos que se ajustaron se muestran en las Figuras 12(a) y 13(a). La primera corresponde a la resistividad aparente del determinante y la segunda a su fase. Las correspondientes respuestas del mejor modelo se muestran en las Figuras 12(b) y 13(b). Se puede observar que las respuestas del mejor modelo son prácticamente idénticas a los datos. Esto simplemente refleja el hecho de que el desajuste es muy bueno, de menos del 1% como se puede apreciar en la Figura 10. El programa de inversión opera directamente sobre el determinante para minimizar el desajuste, por lo que un desajuste pequeño es más bien esperado que inesperado. Lo que estaba en duda, por ser la hipótesis del presente trabajo, era si el modelo podría predecir los modos TE y TM. La incertidumbre proviene de extrapolar lo que sucede con el simple caso de 2 números: si los sumamos y sólo conocemos la suma, no se puede saber cuáles eran los números, ni tampoco cuál se sumó primero. Esto es lo que se plantea en la Figura 9: de las 2 imágenes de la derecha intentamos obtener las 4 de la izquierda. La dificultad se ve aumentada por la distorsión de estática en una de ellas. Los resultados se muestran en las Figuras 12 y 13.

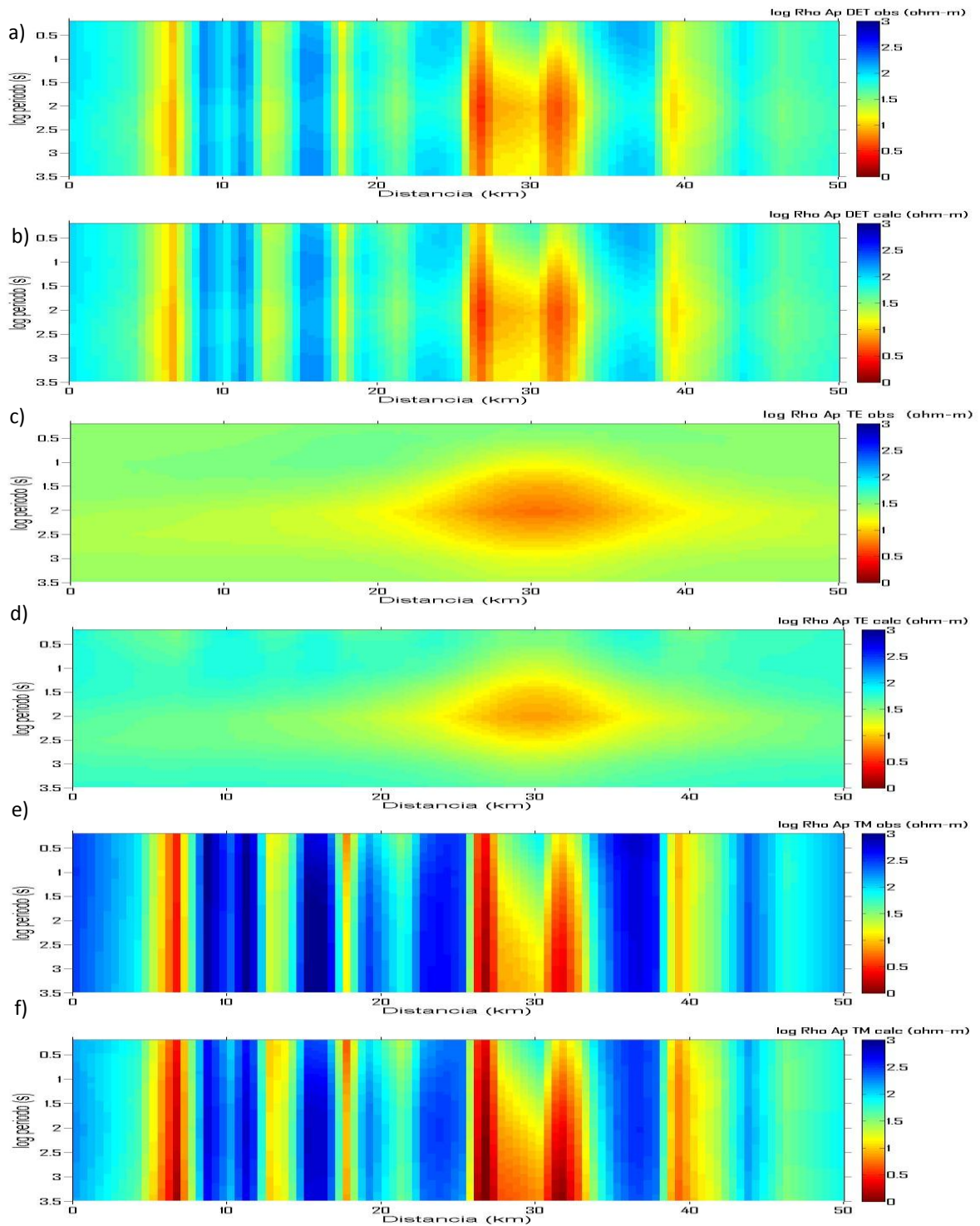


Figura 12. Pseudo-secciones de resistividad aparente : a) datos de ρ_a^{det} invertidos; b) correspondiente respuesta del mejor modelo; c) ρ_a^{TE} original; d) ρ_a^{TE} predicho; e) ρ_a^{TM} original ; f) ρ_a^{TM} predicho.

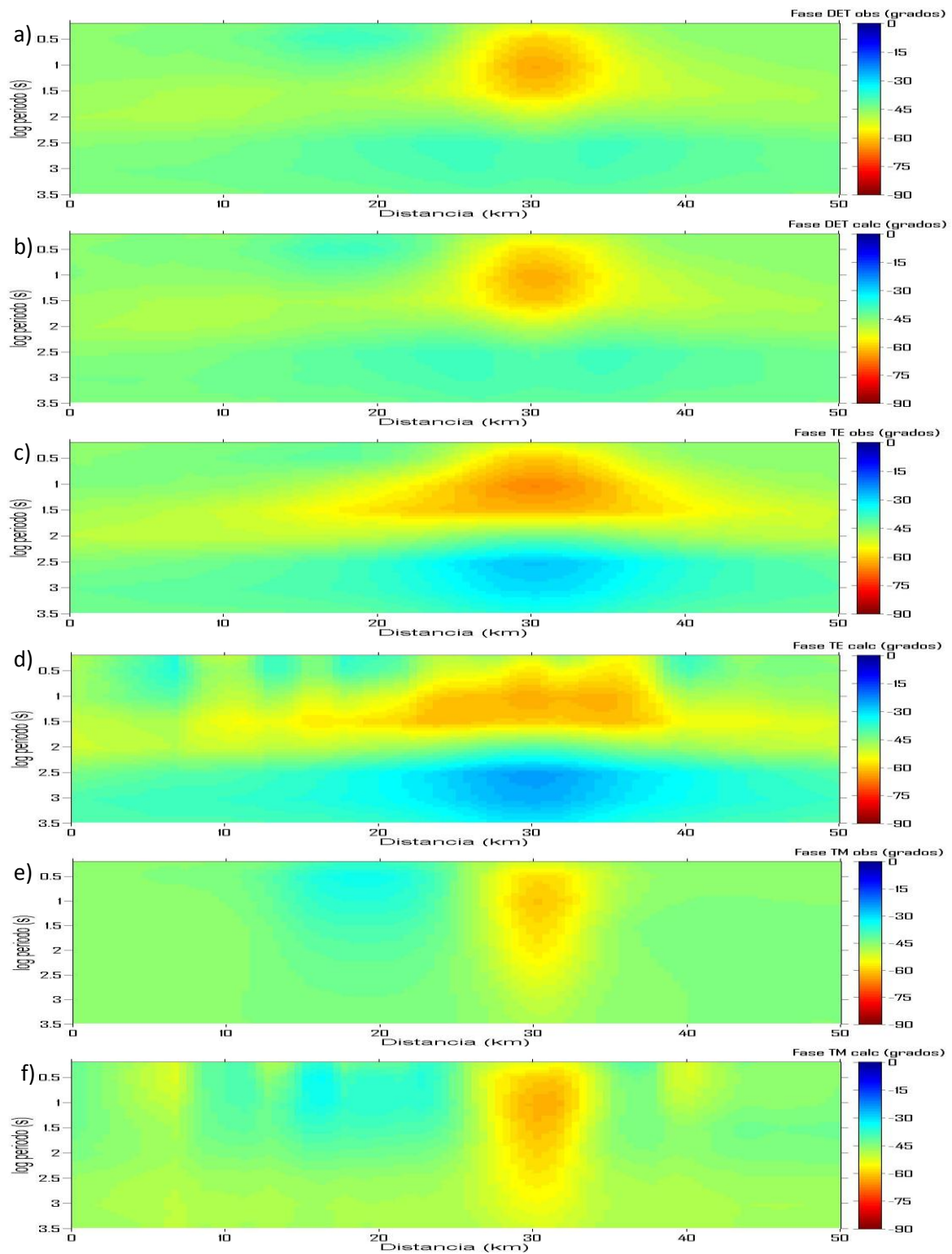


Figura 13. Pseudo-secciones de fase: a) datos ϕ_{DET} invertidos ; b) ϕ_{DET} correspondiente respuesta del mejor modelo; c) original ϕ_{TE} ; d) predicho ϕ_{TE} ; e) original ϕ_{TM} ; f) predicha ϕ_{TM} .

Se puede apreciar que si bien el parecido no es perfecto, no hay duda de que los modos se corresponden unívocamente, tanto las amplitudes como las fases. Esto implica que, de alguna manera, el modelo de donde provienen los datos constriñe los modos a pesar de que el determinante borra las diferencias entre ellos. Este resultado motivó experimentar con modelos más complicados en espera de mejorar los resultados, sobre todo en lo referente a la convergencia. En el siguiente capítulo se presentan resultados en este sentido.

Terminamos este capítulo con la Figura 14, en la que se comparan los factores utilizados para distorsionar la resistividad aparente del modo TM con los estimados según la resistividad aparente del modo TE que resultó del mejor modelo. Los factores se calcularon utilizando las resistividades aparentes de periodo 1s, el más pequeño en los sondeos. El factor se calculó con la fórmula:

$$k = \frac{\rho_a^{TM\ obs}}{\rho_a^{TE\ calc}} \quad (10)$$

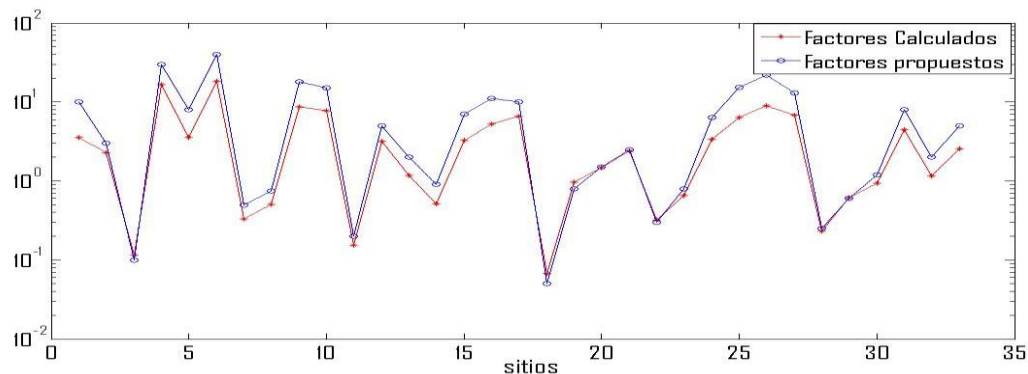


Figura14. Factores de estática propuestos y los estimados o calculados con la respuesta TE del mejor modelo.

Se puede apreciar que los factores estimados siguen muy bien a los factores reales utilizados en la distorsión, pero están un poco subestimados. Esto se debe a que la resistividad aparente estimada para el modo TE es un poco mayor a la del TE original, según se puede apreciar en las Figuras 12(c) y (d).

Capítulo III

Factorización del determinante: modelo complejo 2D

III.1 Modo TE diluido en el determinante.

Los datos del determinante que se utilizaron en este capítulo corresponden a un modelo en la tesis de Muñiz Gallegos (2011). Al igual que para el caso anterior, el perfil consta de 33 sondeos y tiene una longitud de 50 km, cada sondeo consiste de 8 periodos que van de 1s a 3,000s. Hacia el final del capítulo hacemos una comparación de los resultados.

El objetivo es encontrar la respuesta TE del modelo a partir del determinante. Si se determina adecuadamente el modo TE automáticamente se determina el modo TM. Sin embargo, de aquí en adelante nos concentraremos en el modo TE como el objetivo principal. En las Figuras 15(a) y 15(c) se muestran las respuestas de amplitud y fase del modo TE que se buscan. El procedimiento consiste, como en el capítulo anterior, en invertir el determinante y obtener un mejor modelo. La hipótesis es que la respuesta TE de ese modelo corresponde con la respuesta TE utilizada para calcular el determinante. En otras palabras, que podemos recuperar los factores conociendo sólo el producto en el caso de la amplitud, y recuperar los sumandos conociendo sólo la suma en el caso de la fase. La amplitud y la fase del determinante se muestran en las Figuras 15(b) y 15(d). Se puede apreciar, por el efecto de bandeo vertical en la amplitud, que el modelo tiene estructura fina superficial que produce efectos de estática, los cuales hacen más difícil la recuperación de los modos originales.

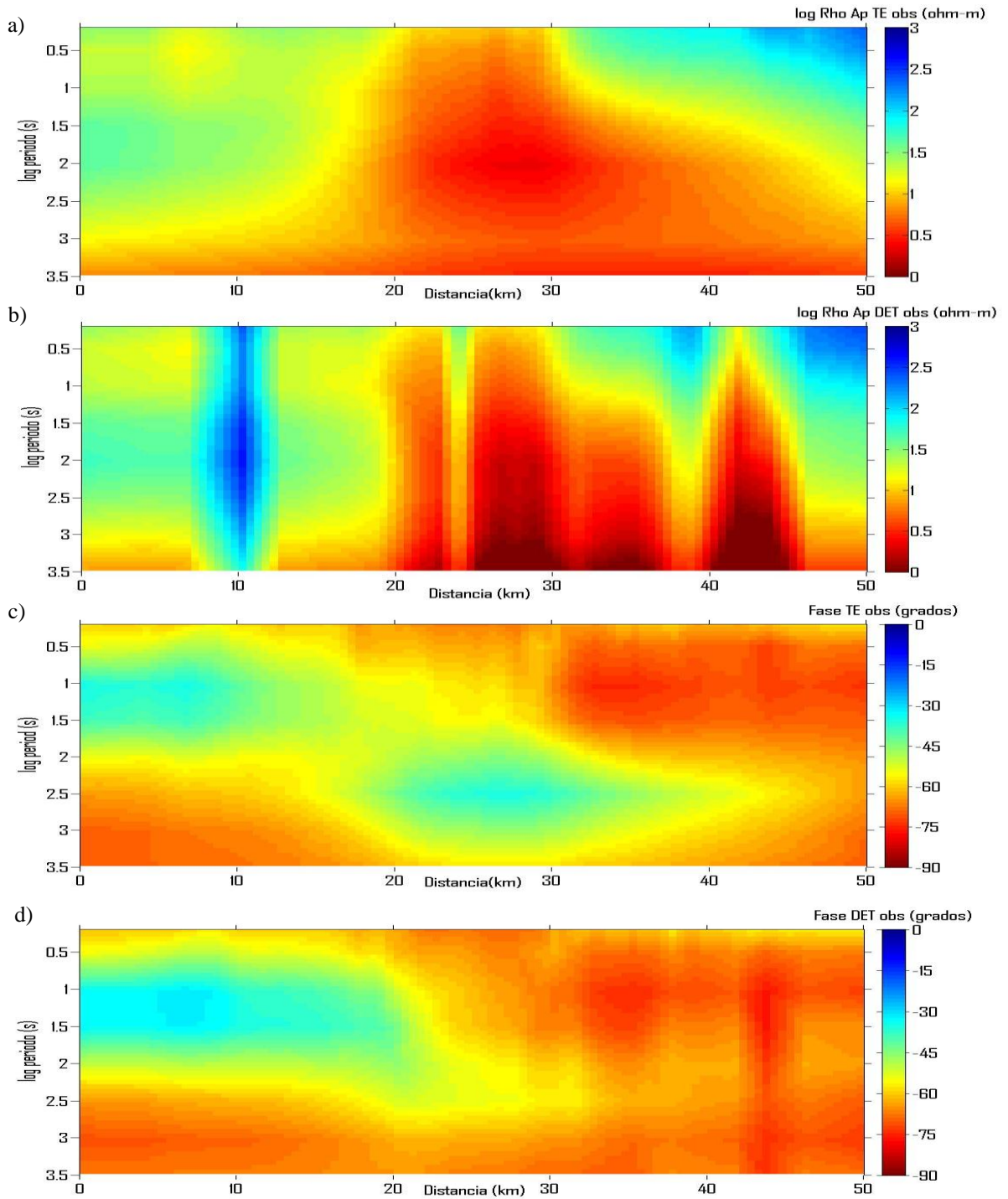


Figura 15. Pseudo-secciones de: a) ρ_a^{TE} buscado. b) Dado ρ_a^{DET} . c) ϕ_{TE} buscado. d) ϕ_{DET} datos. El determinante se calculó de las respuestas TE y TM de un modelo más complejo que el del capítulo anterior, con heterogeneidades grandes y pequeñas a diferentes profundidades.

III.2 Ajuste, convergencia o estabilidad.

Al igual que en caso anterior procedimos a invertir el determinante con distintos parámetros de regularización τ para determinar el comportamiento de la resistividad aparente del modo TE en función de τ . En la Figura 16 se presenta el comportamiento del promedio geométrico de los diferentes sondeos en función de τ , así como el nivel de desajuste global para todos los sondeos. Siguiendo nuestro criterio para escoger el óptimo τ buscamos el punto crítico donde se pasa de la estabilidad a la inestabilidad. Como se puede observar en la Figura 16, la estabilidad se consigue en $\tau=10^3$ y $\tau=10^4$. Para escoger entre los dos, observamos que el desajuste a los datos en $\tau=10^3$ es aproximadamente del 10%, mientras que en $\tau=10^4$ es de casi 20%. Según esto, escogeríamos el primero pero falta la inspección de las curvas en función de la posición de los sondeos.

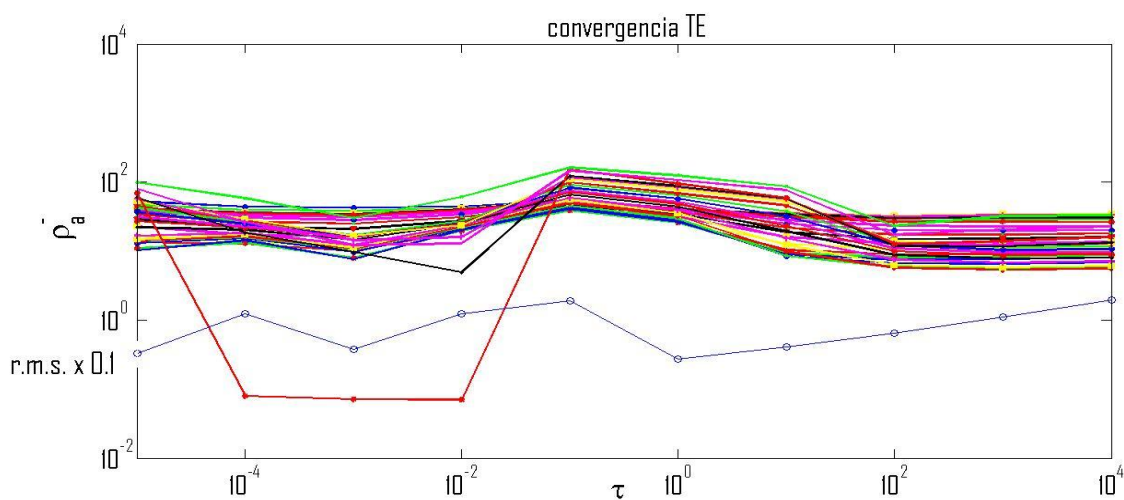


Figura 16. Promedio geométrico de las curvas de resistividad aparente del modo TE en función del parámetro de regularización τ . Están representados los 33 sondeos en diferentes colores. Se destaca la estabilidad del modo TE en $\tau=10^3$ y $\tau=10^4$. El r.m.s. se multiplicó por 0.1 para no afectar la visibilidad de las curvas de convergencia.

El comportamiento de las curvas en función de la posición de los sondeos se muestra en la Figura 17. Se puede apreciar que para los dos valores mayores del parámetro τ las curvas son prácticamente idénticas para casi todos los sondeos, lo cual indica que hay convergencia. También se puede observar que a partir de $\tau=10$ las curvas no son estables, cambiando de forma con el cambio de τ . Seleccionamos $\tau=10^3$ como el valor de convergencia y como el valor crítico donde se pasa de estabilidad a inestabilidad, al igual que en relación con la Figura 16.

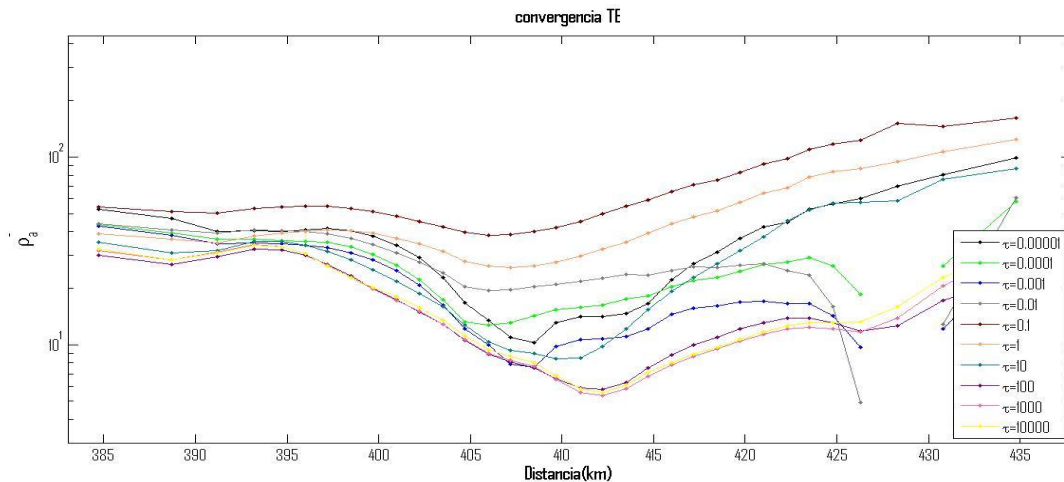


Figura17. Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición de cada sondeo. Cada curva corresponde a un parámetro de regularización diferente según se indica en cada caso. Se puede apreciar que para los dos valores mayores del parámetro τ las curvas son prácticamente idénticas para casi todos los sondeos, lo cual indica que hay convergencia. También se puede observar que a partir de $\tau=10$ las curvas no son estables, cambiando de forma con el cambio de τ . Seleccionamos $\tau=10^3$ como el valor de convergencia y como el valor crítico donde se pasa de estabilidad a inestabilidad.

III.3 Factorización mediante inversión.

Como en el caso del capítulo anterior, la respuesta del mejor modelo predice o reproduce los datos del determinante bastante bien, pues la inversión minimiza la diferencia entre los dos. El problema, como se explicó anteriormente, es predecir las respuestas de los modos originales, antes de ser diluidos o promediados por el determinante. Los resultados para ambos casos se presentan en las Figuras 18 y 19. En la primera se muestran las amplitudes del determinante y del modo TE, y en la segunda las fases correspondientes. Se puede apreciar que la amplitudes y las fases buscadas del modo TE son predichas por las correspondientes respuestas del mejor modelo por lo que se puede calificar a la factorización como exitosa.

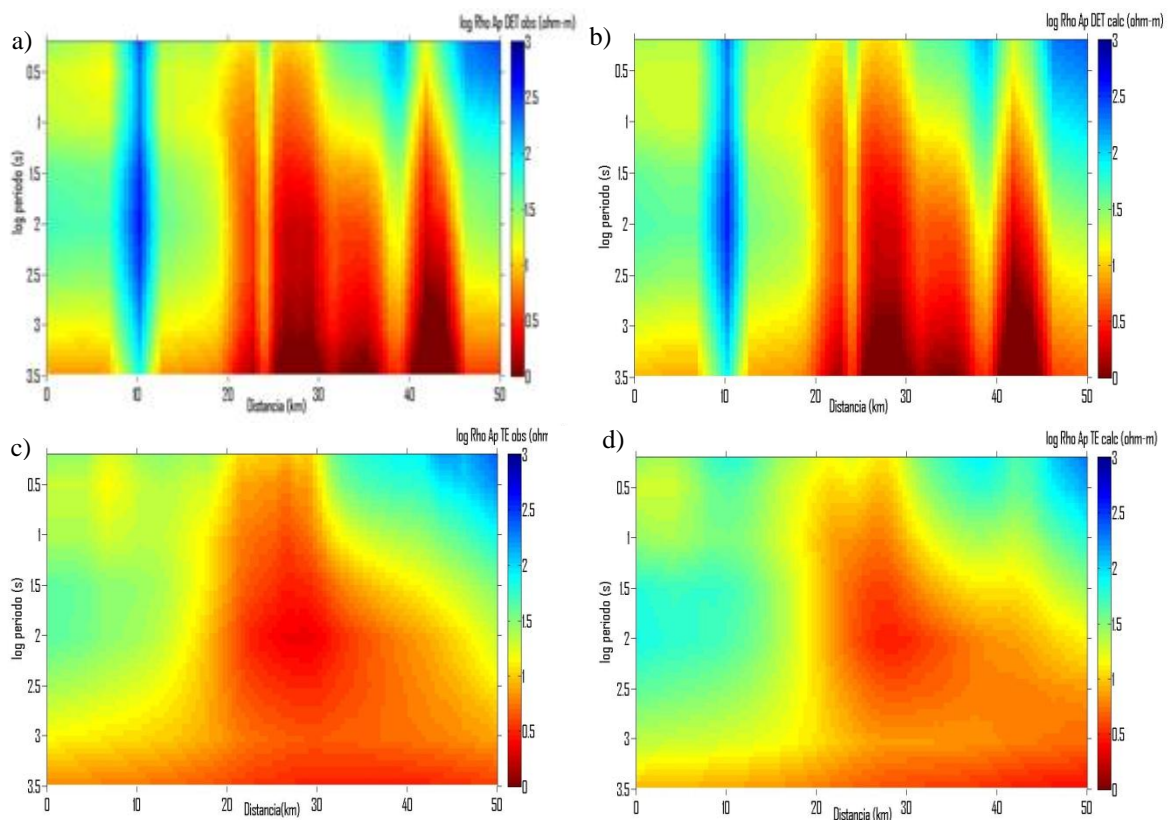


Figura 18. Pseudo-secciones de resistividad aparente: a) ρ_a^{det} datos. b) ρ_a^{det} predicho. c) ρ_a^{TE} buscado. d) ρ_a^{TE} predicho.

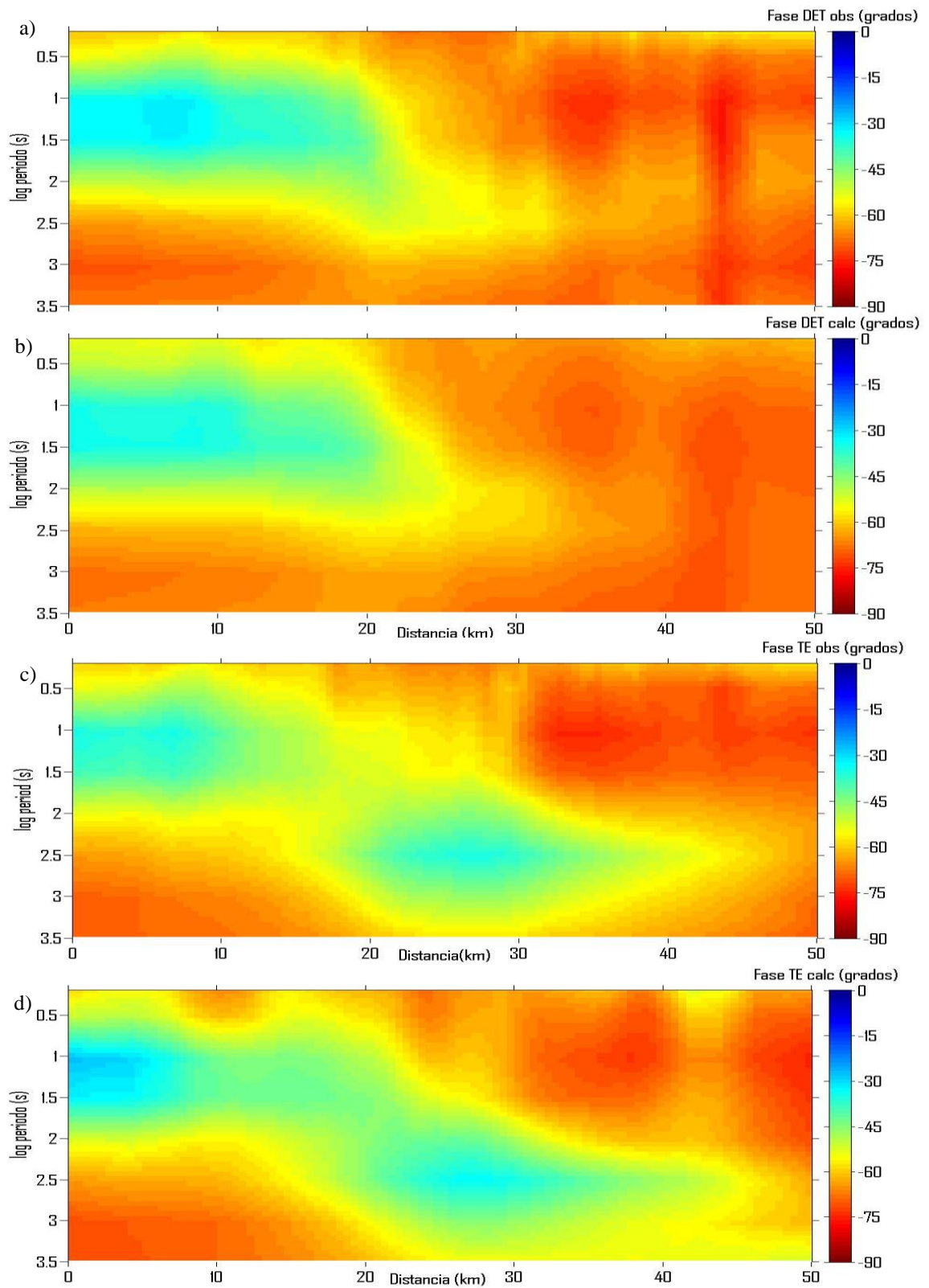


Figura 19. Pseudo-secciones de fase: a) Φ_{DET} datos. b) Φ_{DET} predicho. c) Φ_{TE} buscado. d) Φ_{TE} Predicho.

III.4 Modelo bidimensional de inducción.

En 2D el determinante es una combinación de los modos TE y TM. En consecuencia, los modelos obtenidos mediante la inversión del determinante contienen efectos característicos de ambos modos. Por ejemplo, para reproducir el modo TM el modelo debe contener fronteras donde se acumulen las cargas eléctricas necesarias para ajustar las curvas correspondientes. Para el modo TE, aunque los datos de este modo tengan efectos de cargas eléctricas a diferentes profundidades, el modelo no puede producir dichos efectos. Por ende el modelo acomoda el efecto de cargas de ambos modos. Por otra parte, la respuesta TE del modelo no contiene los efectos de esas cargas, por lo que si se invierte el modelo que resulte será diferente al del determinante porque estará libre del efecto de cargas. De aquí viene el interés por recuperar el modo TE a partir del determinante.

Llamaremos modelo base al modelo obtenido de invertir el determinante, y modelo bidimensional de inducción al obtenido de invertir el TE predicho. En la Figura 20 se presenta el modelo base para este caso y en la Figura 21 se presentan varias opciones para el modelo de inducción.

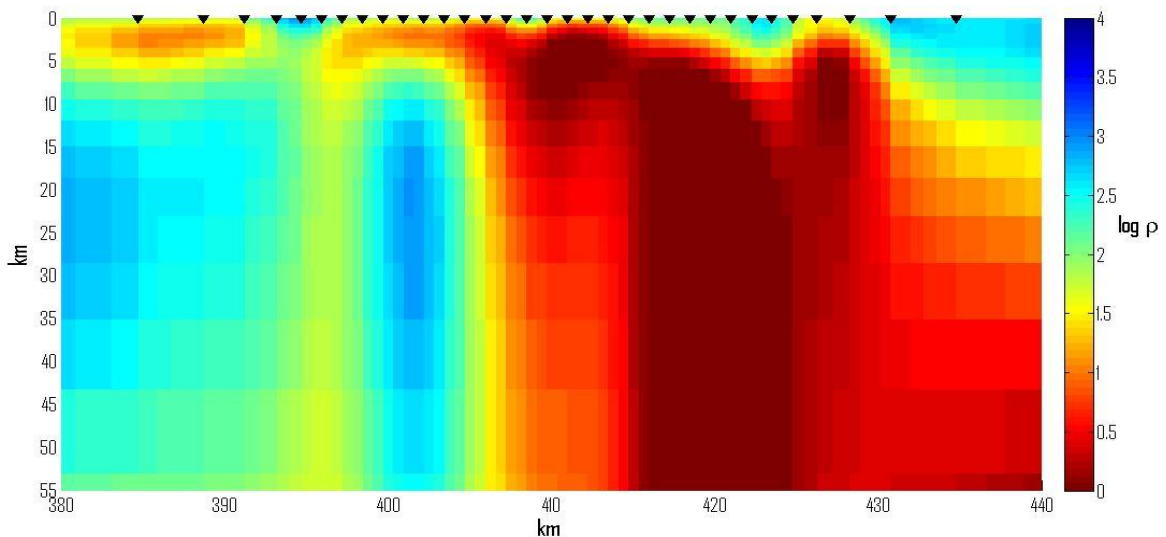


Figura 20. Modelo base obtenido de invertir el determinante con $\tau = 10^3$. Desajuste de 10 %.

Se aprecia una gran diferencia entre el modelo base y los modelos de inducción. Este comportamiento se explica considerando que la respuesta TE del modelo base aísla el efecto de inducción electromagnética del producido por cargas eléctricas. En el proceso se elimina la polarización TM que contiene los efectos de cargas, y queda la polarización TE que contiene sólo el efecto de corrientes eléctricas producidas por inducción electromagnética. Como se mencionó en la Introducción, el proceso es similar al de eliminar la luz polarizada horizontalmente con lentes polarizados. Una sola polarización puede producir imágenes con mejor resolución que las que se obtienen con ambas polarizaciones juntas. Esto se debe a que la polarización indeseada es más intensa que la deseada.

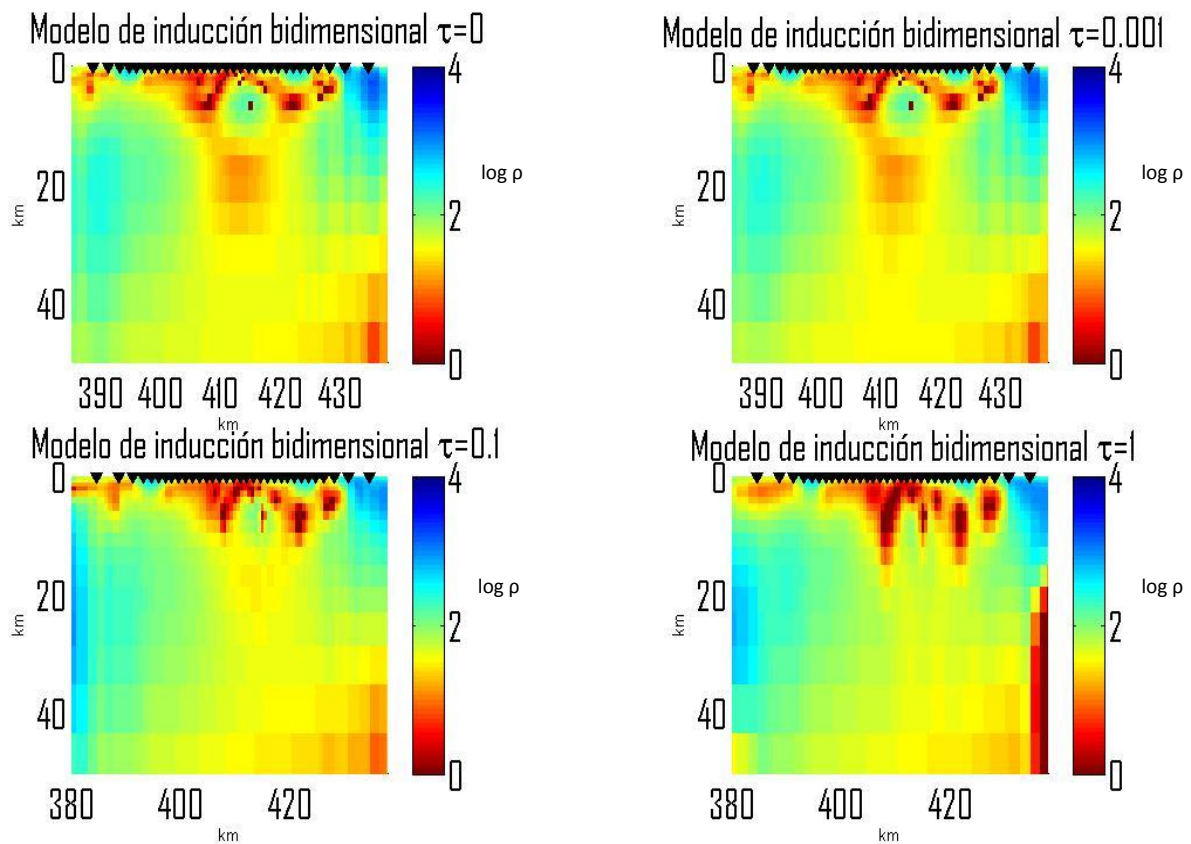


Figura 21. Modelos de inducción bidimensional con distintos parámetros de regularización. Nótese cómo se mantiene la forma general de las anomalías pero con mejor resolución al ir disminuyendo el parámetro de regularización. El desajuste en los modelos $\tau_0=5.6\%$; $\tau_{0.001}=5.5\%$; $\tau_{0.1}=5.6\%$; $\tau_1=5.3\%$.

Se observa en la Figura 21 que los diferentes modelos de inducción tienen mejor resolución que el modelo base. En el caso de Muñiz-Gallegos (2011) su modelo base es más complicado que su modelo de inducción. Esto se debe a que ella necesitó parámetros de regularización muy pequeños para su modelo base, resultando un modelo de inducción más simple. En nuestro caso el modelo base es muy simple porque necesitamos parámetros de regularización muy grandes. Sin embargo, como se puede apreciar en la Figura 22, su modelo de inducción y el nuestro son muy parecidos.

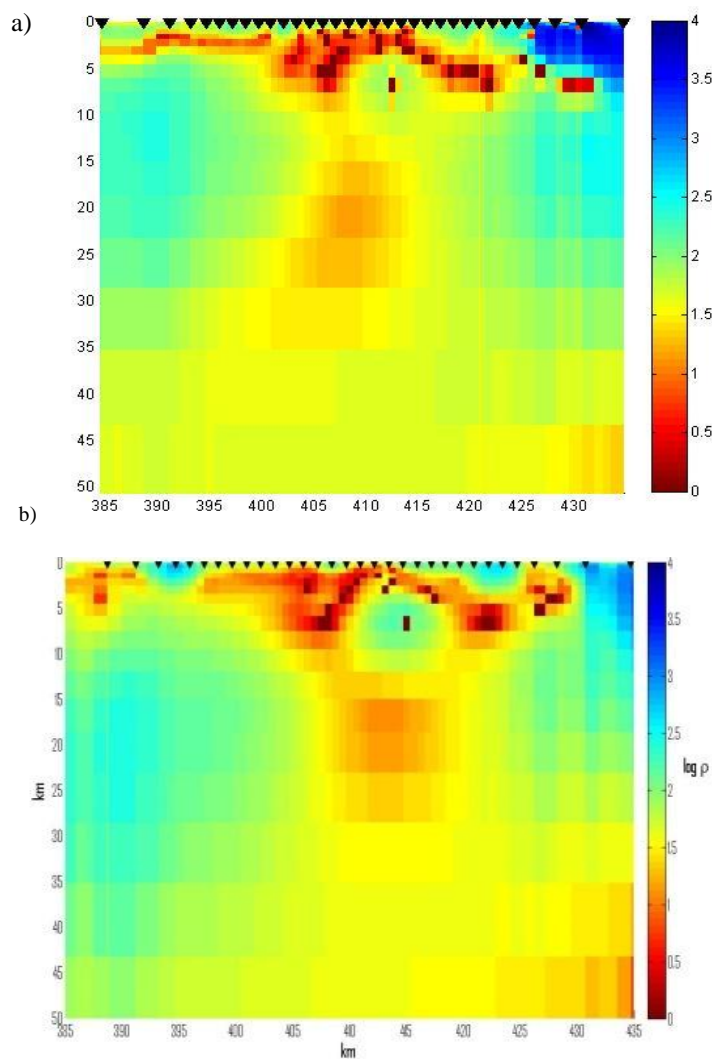


Figura 22. a) Comparación de modelo de inducción obtenido por Muñiz Gallegos (2011) con el b) encontrado en nuestro trabajo.

Capítulo IV

Factorización del determinante: conjunto de datos

COPROD2S2

IV.1 Descripción de los datos y promedio de los modos.

En los dos capítulos anteriores se trabajó con datos sin ruido aleatorio, aunque sí con efecto estático. En el presente capítulo utilizaremos un conjunto de datos que tiene estática, ruido aleatorio del 5%, algunos puntos malos fuera de toda tendencia, así como un posible desplazamiento general en las curvas de resistividad aparente. Los datos son sintéticos y se calcularon las respuestas de los modos TE y TM; para simular situaciones reales las respuestas fueron contaminadas en la forma mencionada. Al conjunto de datos se le conoce como COPROD2S2 y se encuentra disponible en la página <http://mtnet.dias.ie>. Se trata de un perfil de 50 km de longitud, con 33 sondeos y 8 periodos por sondeo, desde 1s hasta 3,000 s. En los capítulos anteriores utilizamos estos mismos periodos y localizaciones de los sondeos, pero con modelos conocidos con el fin de obtener experiencia para interpretar este conjunto de datos. Las pseudo-secciones de los modos TE y TM se presentan en la Figura 23.

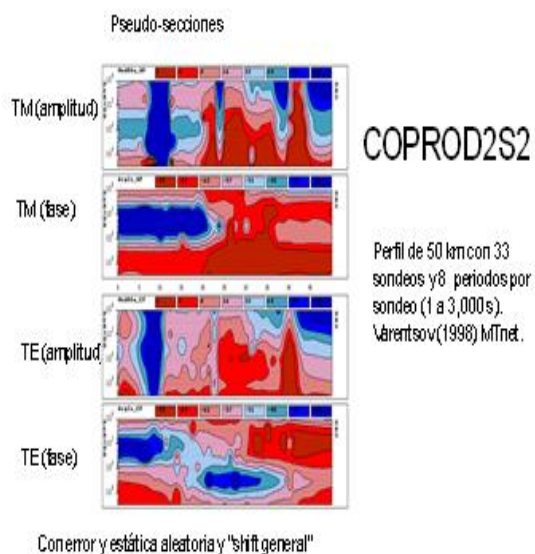


Figura 23. Pseudo-secciones de los datos publicados por Varentsov (1998).

Los datos fueron puestos a disposición de la comunidad científica por Varentsov (1998) con el fin de que se generaran distintas interpretaciones por diferentes métodos y convocar a un taller para comparar los resultados. Desafortunadamente, debido tal vez a la complejidad de sus datos no tuvo gran auge en la comunidad científica; sólo dos veces han sido utilizados en la literatura, por Ogawa (1999) y Tournerie *et al.*, (2007). Por lo general, para probar un método nuevo de interpretación de datos, quien lo propone genera sus propios datos sintéticos para probar que funciona correctamente. Sin embargo, la importancia de la iniciativa de Varentsov es que nadie más que él conoce el modelo de donde salieron los datos. Ha habido otras iniciativas parecidas pero con datos de campo, en donde nadie conoce el verdadero modelo por lo que no se puede realmente jerarquizar la efectividad de las diferentes estrategias de interpretación. Esperamos que al ver nuestros resultados Varentsov revele el verdadero modelo, que bien podría ser el nuestro.

Las pseudo-secciones del determinante se presentan en la Figura 24; se calcularon promediando geoméricamente las de los modos TE y TM para resistividad aparente, y aritméticamente las de las fases de ambos modos. En la Figura 25 se presentan algunos sondeos donde se pueden apreciar los puntos que están fuera de toda tendencia; originalmente estos puntos aparecen en los modos TE y TM y se conservan como puntos malos en las curvas del determinante. Como en los capítulos anteriores el objetivo es obtener la respuesta TE que esté libre de las diferentes distorsiones, para luego interpretarla y obtener el modelo de inducción como se procedió en el capítulo anterior. Lo primero es determinar el parámetro de regularización óptimo para de ahí obtener el modelo base. Esto se describe en la siguiente sección.

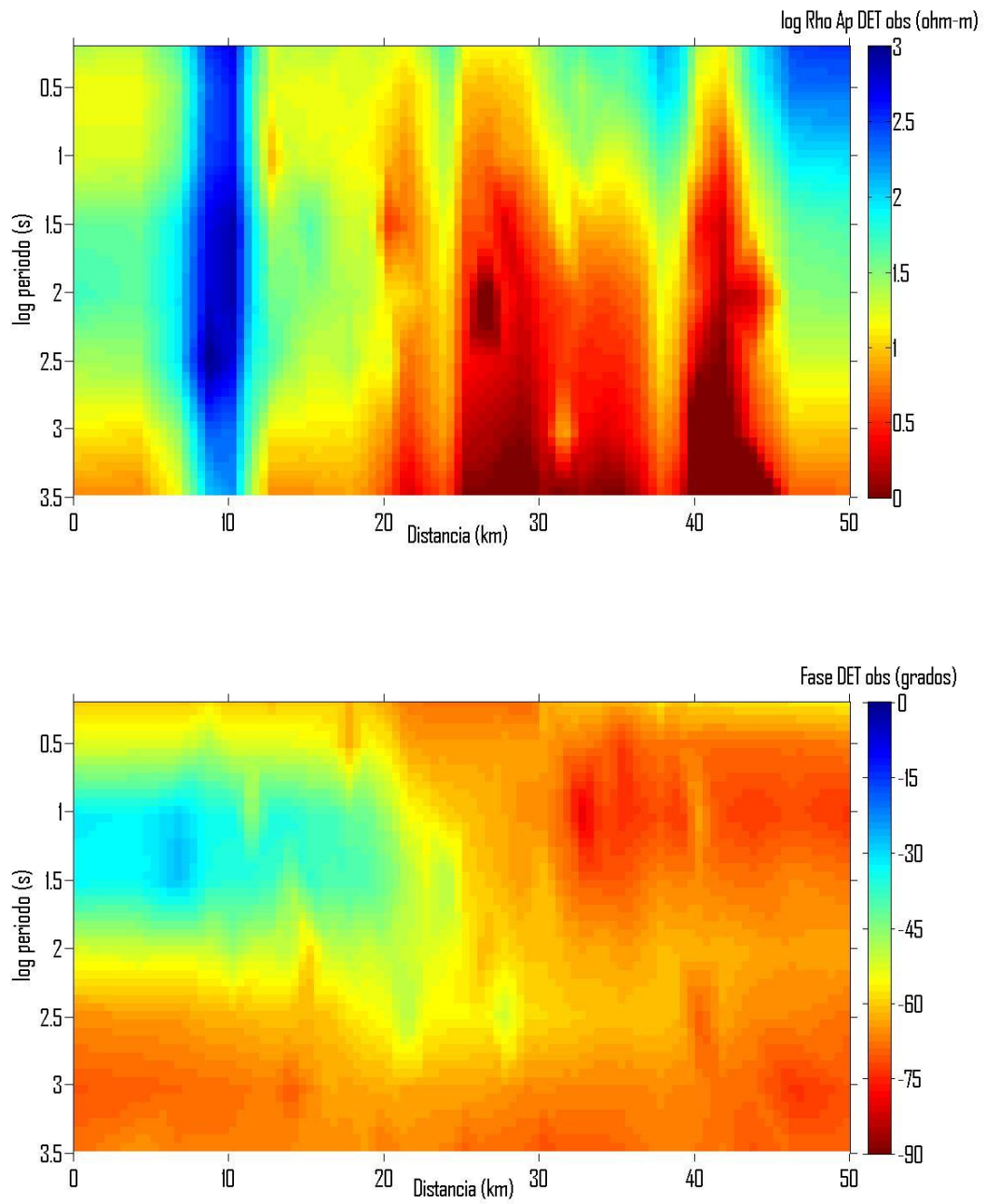


Figura 24. Pseudo-secciones de amplitud y fase del determinante obtenidas promediando las correspondientes de amplitud y fase de los modos TE y TM de la figura 23.

IV.2 Ajuste, convergencia o estabilidad.

Lo primero que habría que observar en relación con este conjunto de datos es que, a diferencia de los casos tratados con anterioridad, en el presente caso los datos tienen error aleatorio (5%), además de puntos malos fuera de toda tendencia que no pueden ajustarse por ningún modelo. Una de las consecuencias resultantes de invertir los datos en estas condiciones es que el desajuste a los datos tiene un comportamiento diferente que en los casos anteriores. Otra diferencia con respecto a los casos anteriores es que obtuvimos dos posibles mejores estimaciones para el modo TE. Los niveles de las curvas de resistividad aparente se presentan en las Figuras 26 y 27.

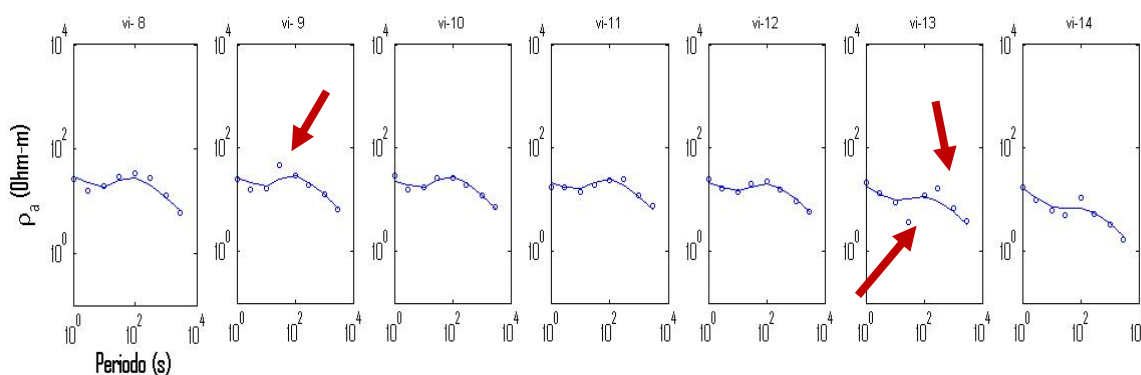


Figura 25. Curvas de resistividad aparente del determinante para los sondeo 8 al 14. Se puede apreciar que estos puntos están fuera de toda tendencia; originalmente estos puntos aparecen en los modos TE y TM y se conservan como puntos malos en las curvas del determinante.

Se puede ver en las figuras 26 y 27 que si bien hay cambios en la forma de las curvas para diferentes parámetros de regularización, las curvas tienden a acumularse en dos grupos. Tenemos en este caso convergencia pero convergencia hacia dos diferentes parámetros; uno alrededor de $\tau=10^{-3}$ y otro de $\tau=10^2$. Se puede también constatar en la Figura 26 que ambos tienen más o menos el mismo grado de desajuste, alrededor del 5%.

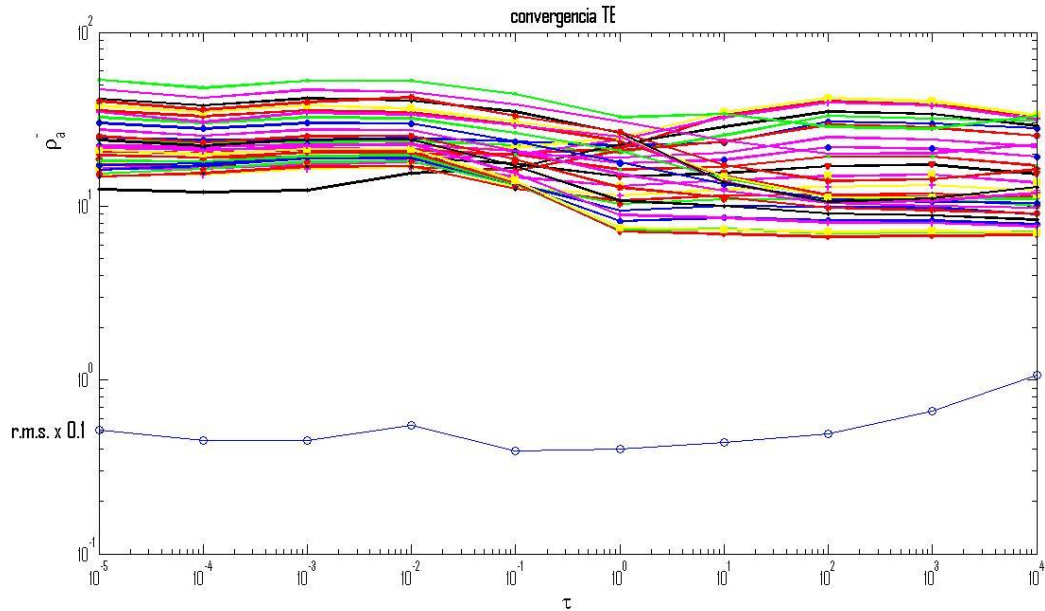


Figura 26. Promedio geométrico de las curvas de resistividad aparente del modo TE en función del parámetro de regularización τ . Están representados los 33 sondeos en diferentes colores. Se destaca la estabilidad del modo TE en $\tau=10^{-3}$ y 10^{-2} y también en 10^2 y 10^3 . El r.m.s. se multiplicó por 0.1 para no afectar la visibilidad de las curvas de convergencia.

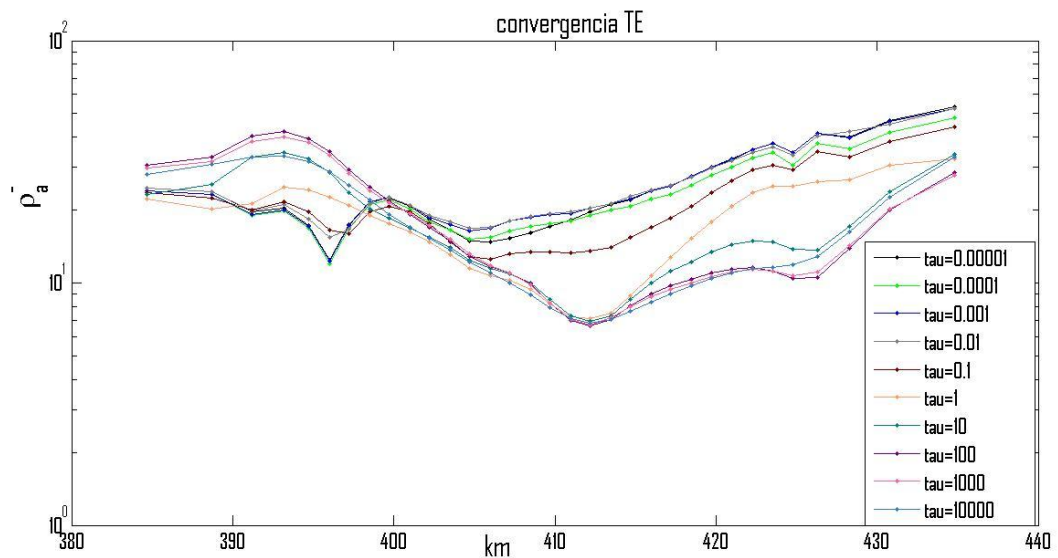


Figura 27. Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición de cada sondeo. Cada curva corresponde a un parámetro de regularización diferente según se indica en cada caso. Se puede apreciar que hay dos grupos de curvas, uno alrededor de $\tau=10^{-3}$ y otro de $\tau=10^2$.

Como se ha dicho en páginas anteriores no existe un parámetro de regularización definido ya que ambos taus ($\tau=10^{-3}$ y $\tau=10^2$) comparten un buen ajuste, estabilidad y convergencia en las curvas de resistividad aparente. Por estas similitudes ahora veremos el comportamiento de la fase (ϕ) del modo TE para determinar si la similitud entre ambos parámetros se mantiene o cambia.

Si llegan a mantener el mismo comportamiento tomaremos ambos taus como verdaderos, obteniendo dos modelos de base diferentes con modelos de inducción similares.

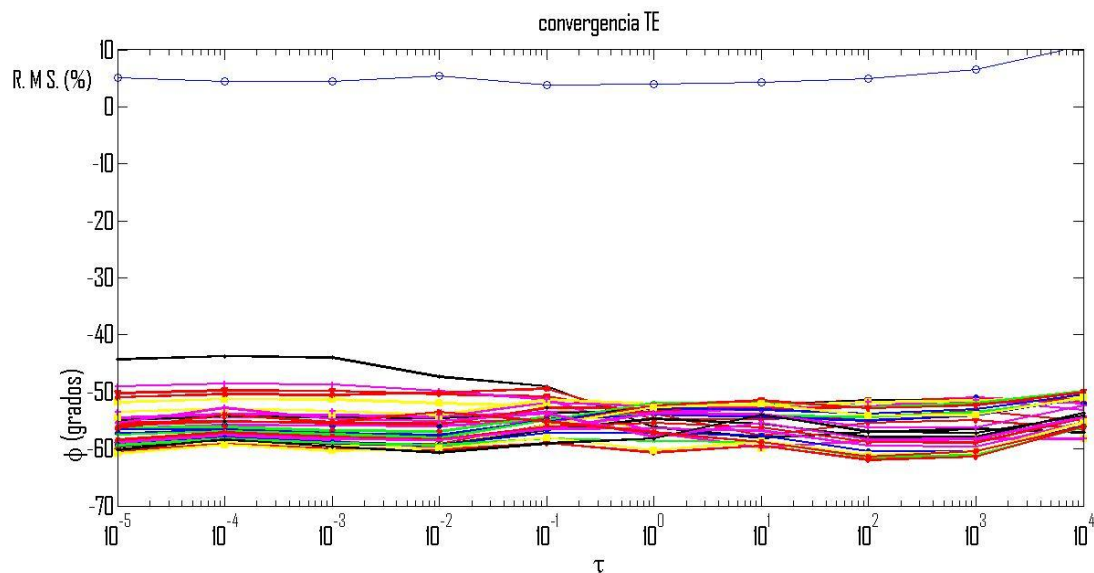


Figura 28. Promedio aritmético de las curvas de fase del modo TE en función del parámetro de regularización τ . Están representados los 33 sondeos en diferentes colores.

En la Figura 28 se nota que para la fase del modo TE el parámetro $\tau=10^2$ es ligeramente más estable en comparación al $\tau=10^{-3}$, aunque no suficiente para escoger un solo τ , así que, tomaremos como verdadero ambos taus.

IV.3 Recuperación del modo TE a partir del determinante.

En las Figuras 29 y 30 se presentan los resultados de predecir la resistividad aparente del modo TE y del determinante con $\tau=100$. Comparando las Figuras 29(a) y (b) se puede comprobar que existe muy buen ajuste y que la pseudo-sección predicha es una versión suavizada de los datos. Las discrepancias se deben al ruido y a los puntos malos que en general no pueden simularse con ningún modelo. En nuestro caso la amplitud del TE es parte del determinante por lo que el proceso de inversión deberá, si es exitoso, remover la estática de ambos modos, no sólo del TM. Se aprecia que nuestros resultados, los cuales se muestran en la Figura 29(d), están limpios del efecto de bandeo característico de la estática que se ve en la Figura 29(c). Esto quiere decir que, en el caso del determinante, la amplitud del modo TM es capaz de amortiguar la estática de ambos modos.

Como se mencionó en la sección anterior, con este conjunto de datos encontramos que no podíamos definir un sólo valor para el mejor parámetro de regularización. Los resultados de la Figura 29 corresponden a $\tau=100$ que es uno de los seleccionados; los resultados para el segundo valor, $\tau=0.001$, se presentan en la Figura 30. Se observa que también en este caso que nuestros resultados están limpios del efecto de bandeo característico de la estática.

Las correspondientes secciones de fase se presentan en las Figuras 31 y 32 para los dos valores del parámetro de regularización. En ambos casos se puede apreciar el buen ajuste a los datos del determinante y el parecido de nuestros resultados con fases del modo TE mas suavizados.

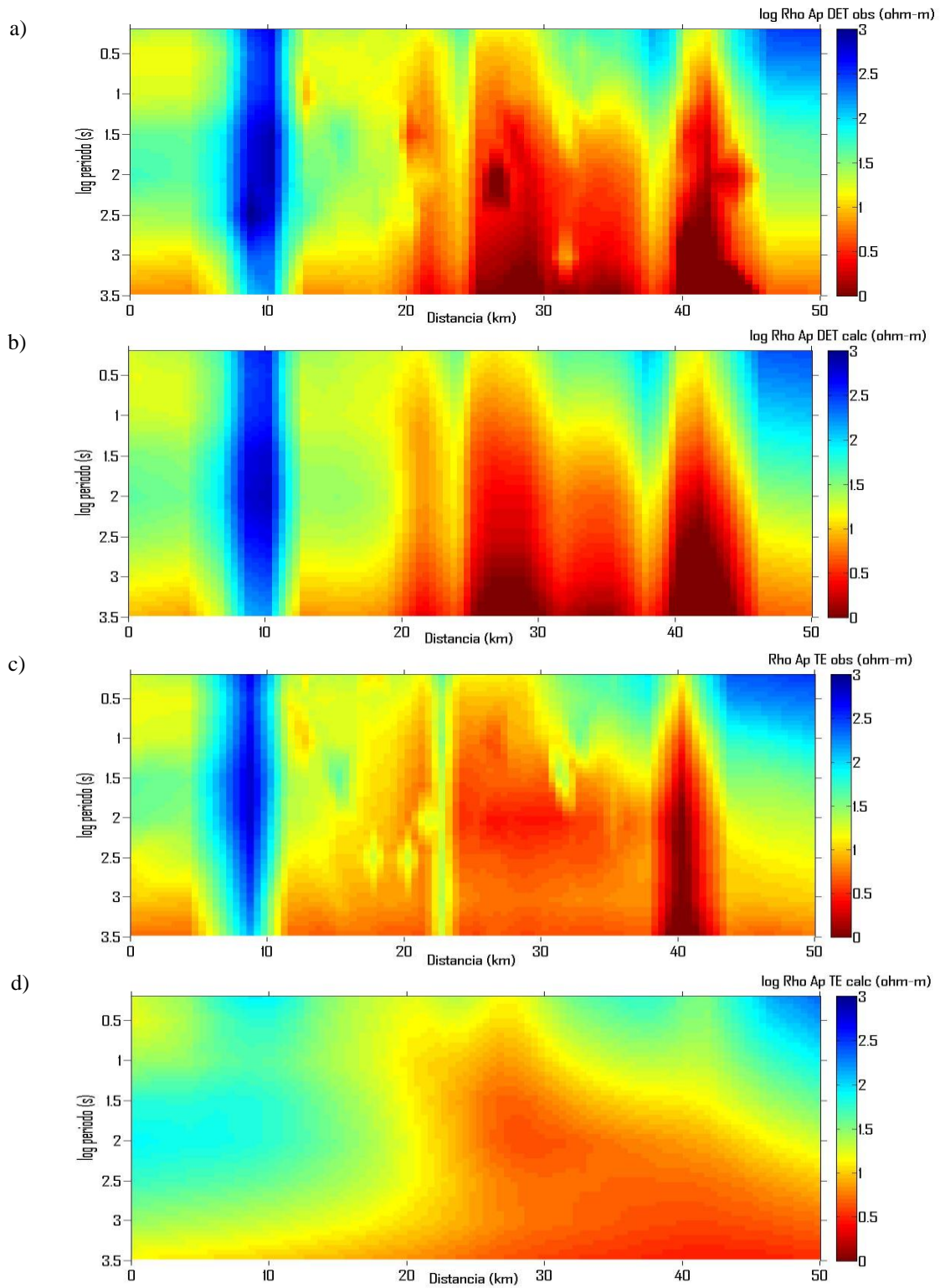


Figura 29. a) Datos ρ_a^{det} COPROD2S2. b) ρ_a^{det} predicho con $\tau=100$. c) ρ_a^{TE} Original publicado por Varentsov. d) ρ_a^{TE} predicho con el determinante con $\tau=100$.

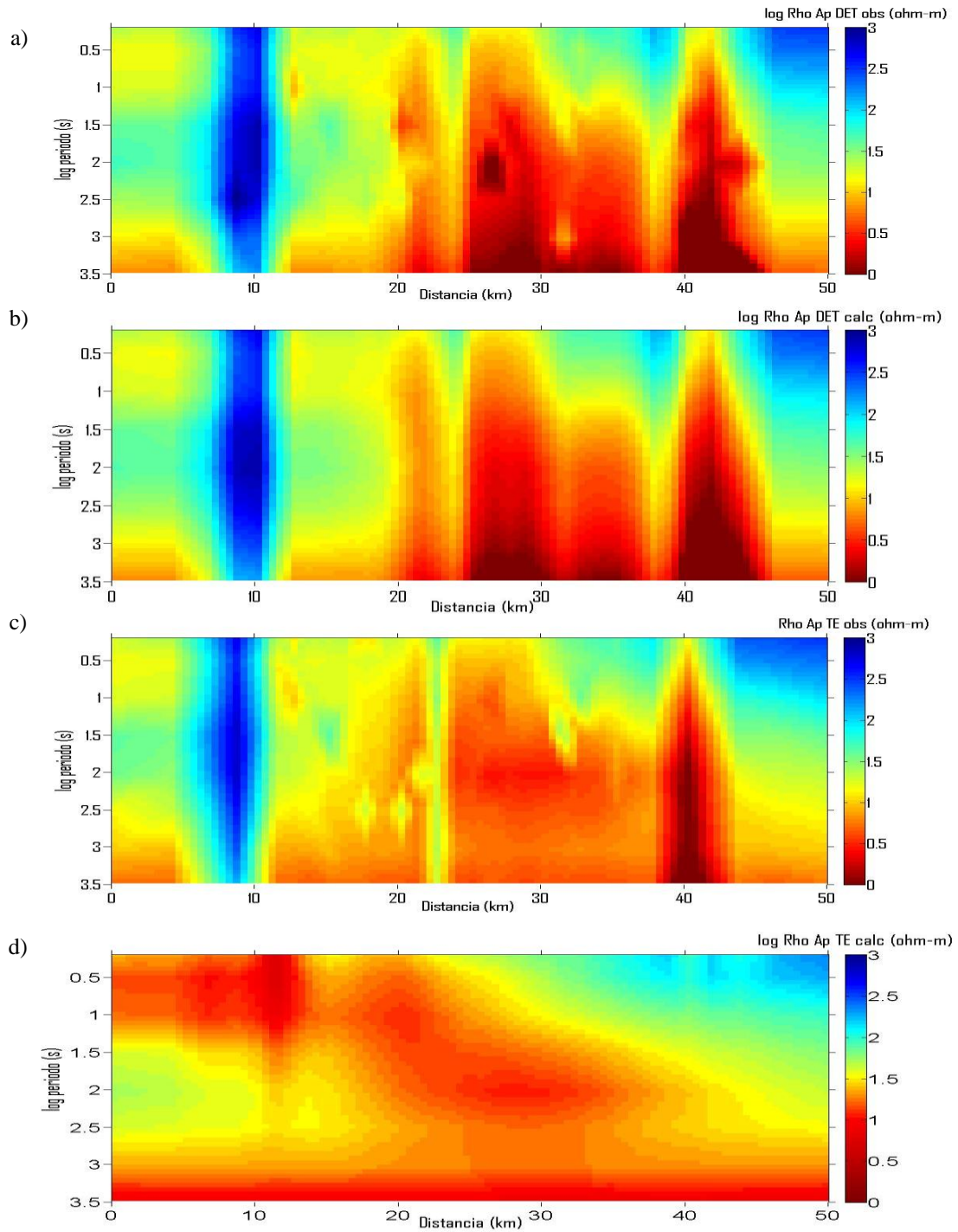


Figura 30. a) Datos ρ_a^{det} COPROD2S2. b) ρ_a^{det} predicho con $\tau=0.001$. c) ρ_a^{TE} Original publicado por Varentsov. d) ρ_a^{TE} predicho con el determinante con $\tau=0.001$ (notar que tiene la escala ligeramente modificada)

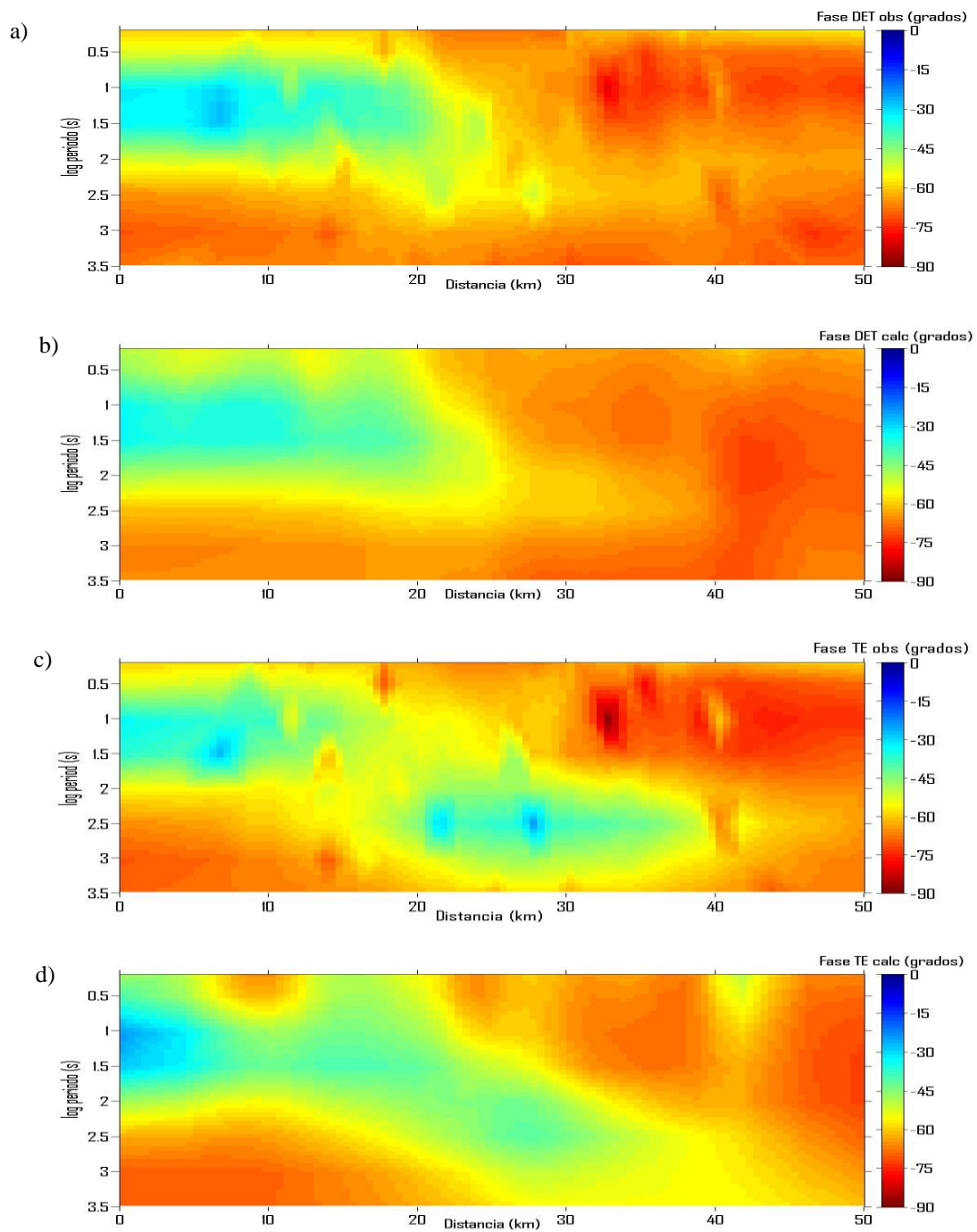


Figura 31. a) Datos Φ_{det} COPROD2S2 Calculado. b) Φ_{det} predicho con $\tau=100$. c) Φ_{TE} Original publicado por Varentsov. d) Φ_{TE} predicho con el determinante con $\tau=100$.

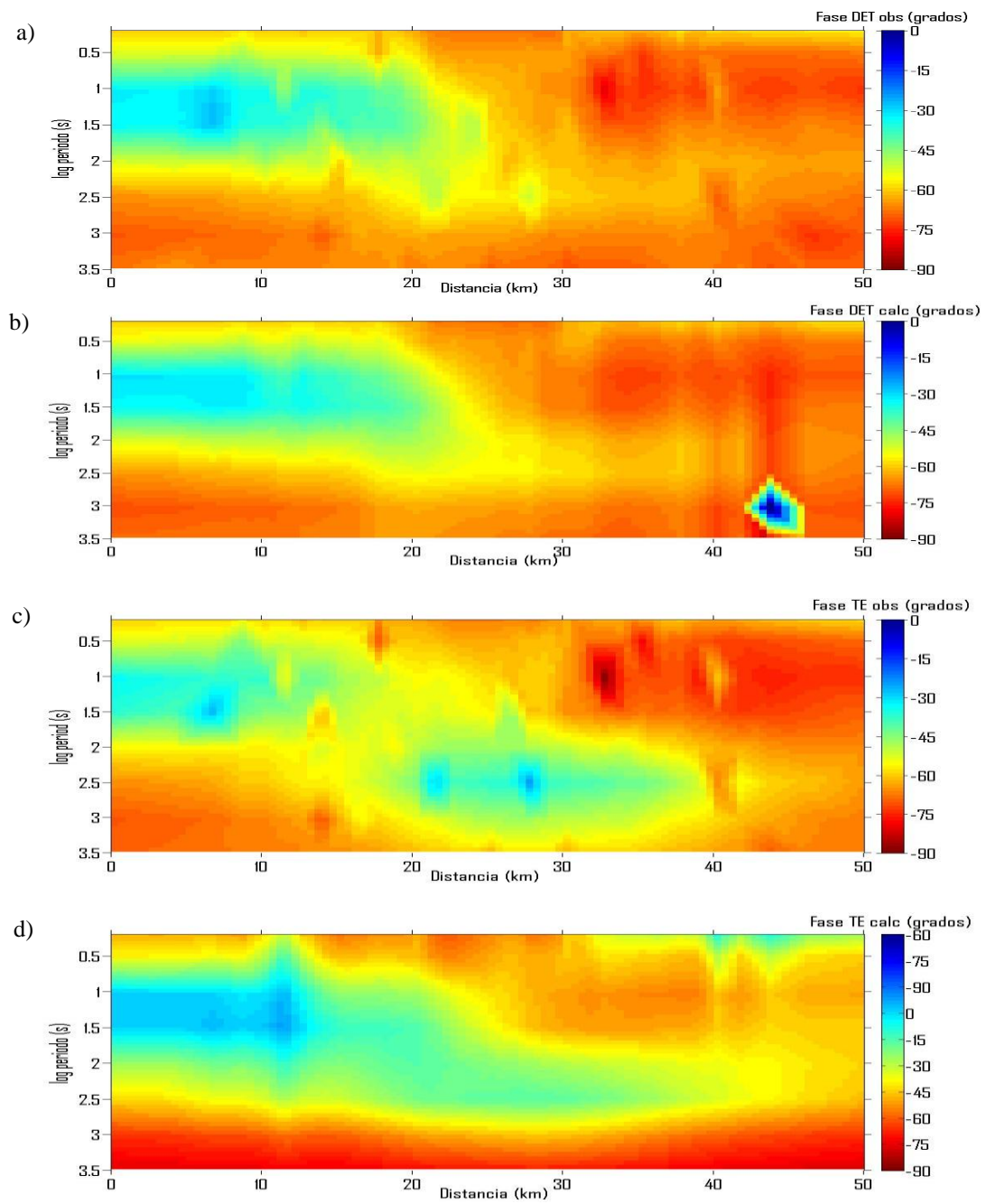


Figura 32. a) Datos ϕ_{det} COPROD2S2 Calculado. b) ϕ_{det} predicho con $\tau=100$. c) ϕ_{TE} Original publicado por Varentsov. d) ϕ_{TE} predicho con el determinante con $\tau=0.001$.

V.4 Modelos bidimensionales de inducción.

Como se mencionó anteriormente, llamamos modelo base al modelo obtenido de invertir el determinante, y modelo de inducción al obtenido de invertir el modo TE predicho. Para $\tau=100$, en la Figura 33 se presenta el modelo base y en la Figura 34 se presentan varias opciones para el modelo de inducción. Se puede apreciar en estas figuras que los modelos de inducción son mucho más someros que el modelo base, excepto el de inducción de $\tau=1$. Si ahora pasamos a las Figuras 35 y 36, las correspondientes para $\tau=0.001$, vemos que las cosas son más o menos parecidas. El efecto de pasar del modelo base al de inducción es eliminar conductores profundos que se conectan a la superficie. En la siguiente sección se comparan estos resultados con los de otros autores.

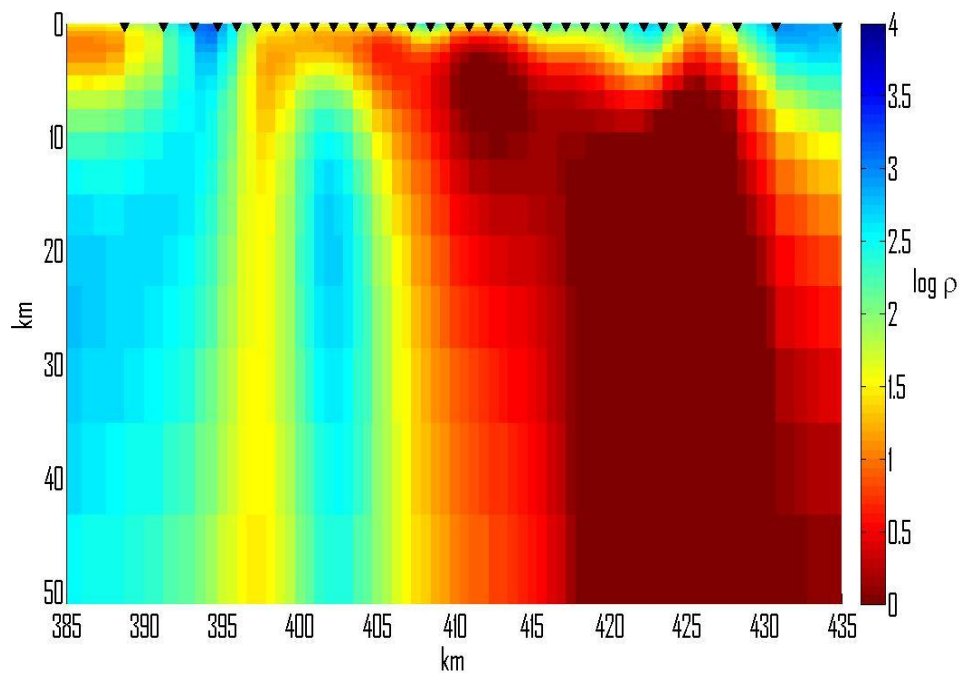


Figura 33. Modelo base para los datos de COPROD2S2 obtenido con $\tau=100$.

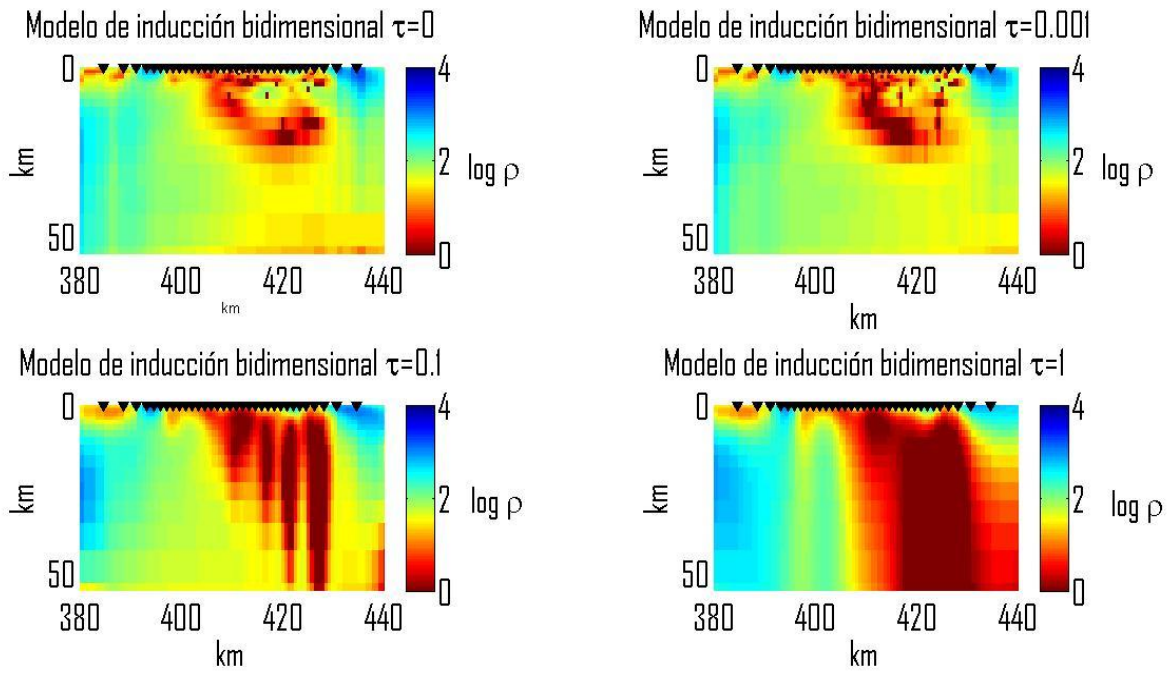


Figura 34. Distintos modelos de inducción obtenidos del modelo base de $\tau=100$. Los desajustes son: $\tau_0=1.57\%$, $\tau_{0.001}=0.94\%$, $\tau_{0.1}=0.79\%$, $\tau_1=0.25\%$.

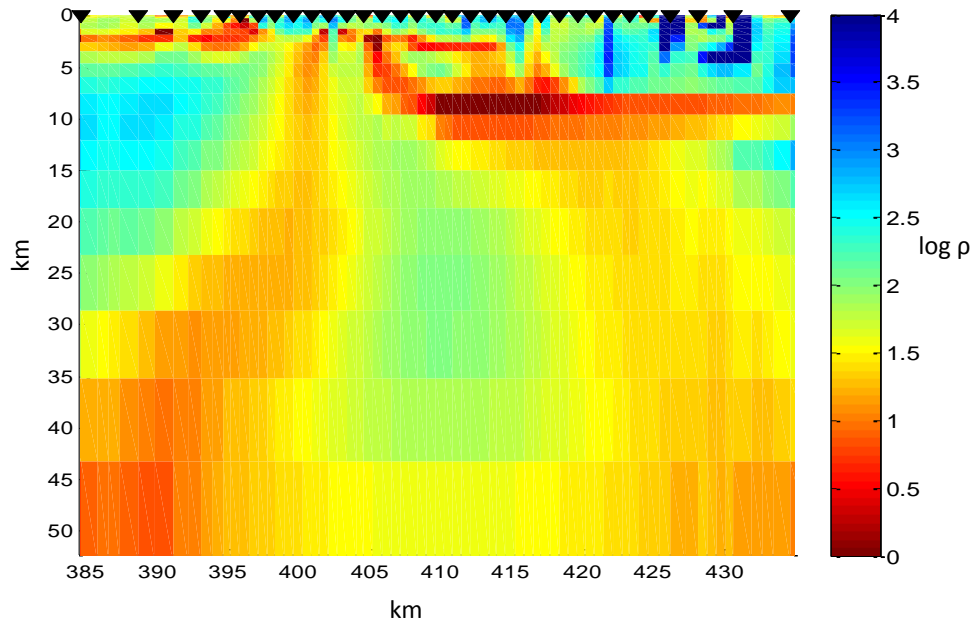


Figura 35. Modelo base para los datos de COPROD2S2 obtenido con $\tau=0.001$.

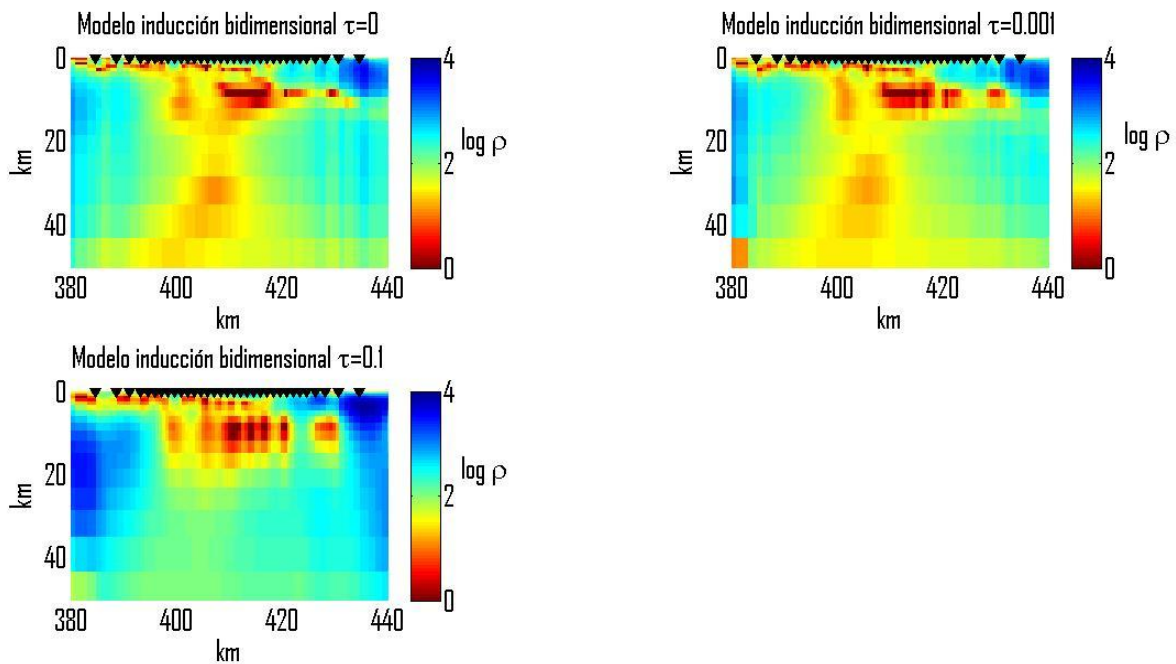


Figura 36. Distintos modelos de inducción obtenidos del modelo base de $\tau=0.001$. Los desajustes son: $\tau_0=0.50\%$, $\tau_{0.001}=0.55\%$, $\tau_{0.1}=1.06\%$.

V.5 Comparación con otros autores: modelos y factores de estática.

En la Figura 37 mostramos el modelo obtenido por Ogawa (1999) comparándolo con los dos modelos base obtenidos en este trabajo. Se puede observar que existe bastante similitud entre los tres, en el sentido de contener todos ellos conductores profundos. Nuestra propuesta es utilizar estos modelos pero sólo como base para obtener los modelos de inducción. Estos últimos se presentan en la Figura 38. Se puede observar la ausencia en los tres de conductores profundos que se conectan con la superficie, los cuales consideramos se trata de conductores ficticios.

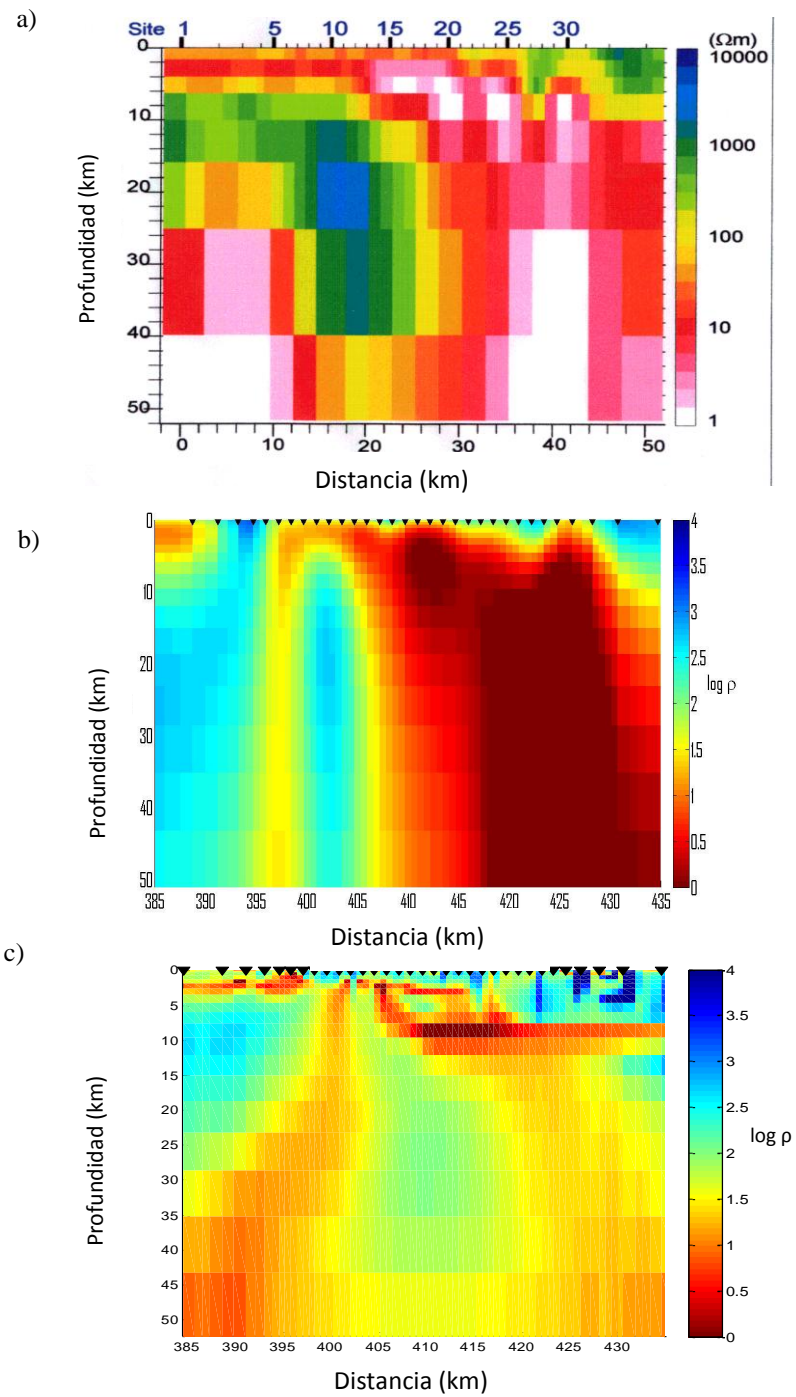


Figura 37. a) Modelo propuesto por Ogawa (1999). b) Modelo base determinante $\tau=100$. c) Modelo base determinante $\tau=0.001$.

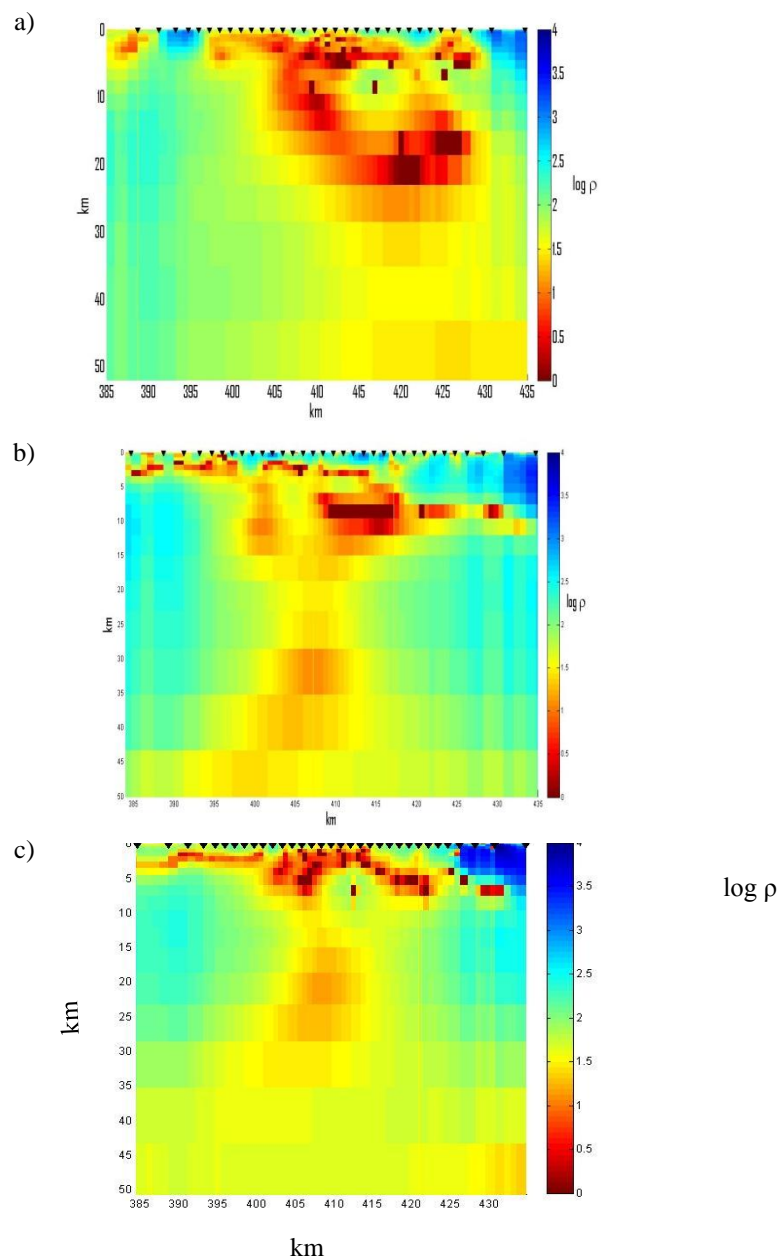


Figura 38. Modelos de inducción: a) por determinante según modelo base $\tau=100$. b) por determinante según modelo base $\tau=0.001$. c) Muñis Gallegos (2011).

Como los únicos dos autores que han utilizado estos datos de COPROD2S2 propusieron calcular los factores de estática, nosotros también propondremos nuestros factores, aunque hay que aclarar que para el proceso que mostramos esto no es necesario, ya que llegamos

tanto a los modelos base como a los de inducción sin tener que corregir los datos por estos factores. La comparación de factores se muestra en la Figura 39.

Se nota una muy buena correlación de nuestros factores con los de Ogawa (1999) y con los de Tournerie et al (2007).

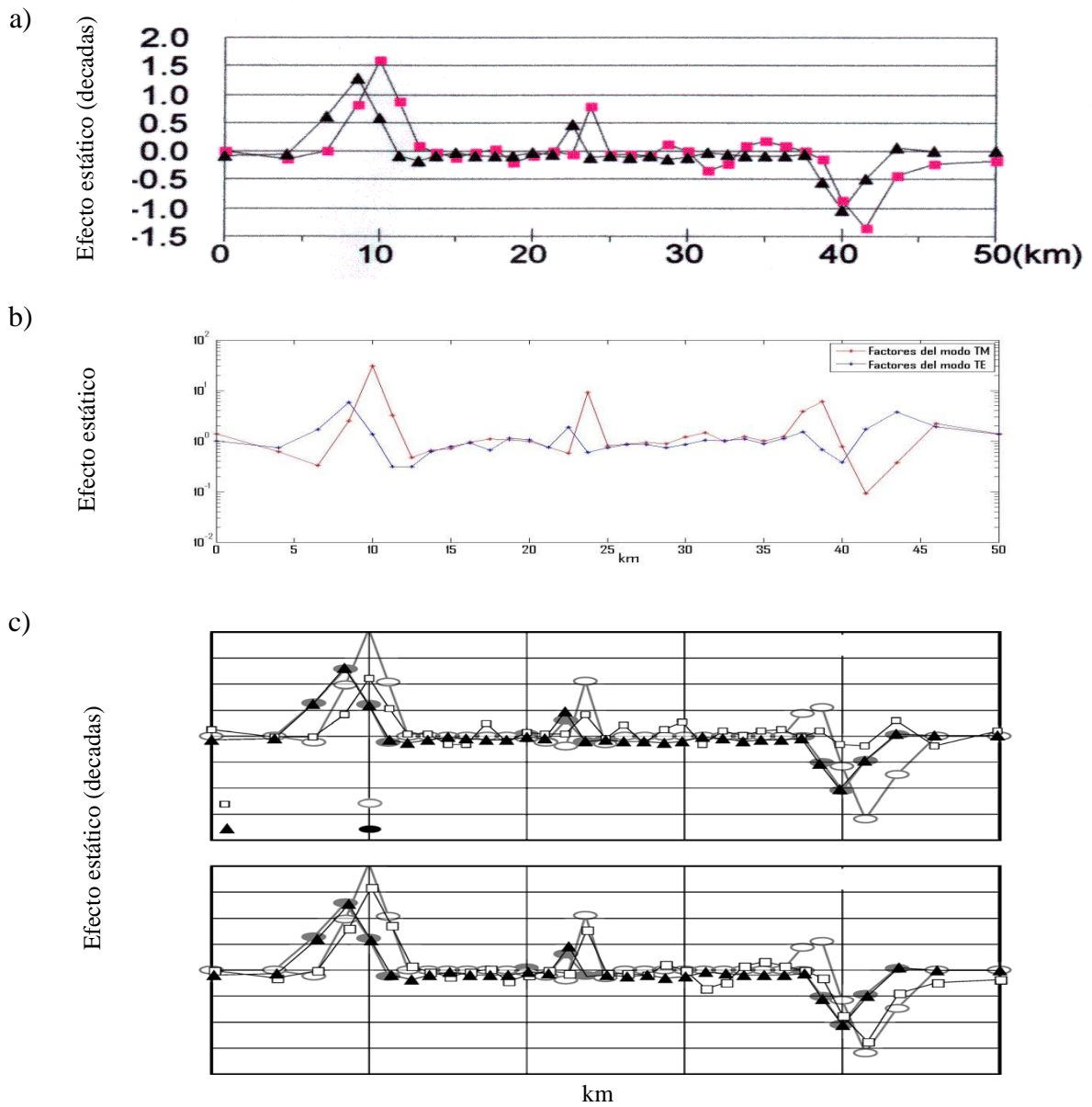


Figura 39. a) Factores propuestos por Ogawa (1999); b) Factores propuestos en esta tesis. c) Factores propuestos por Tournerie et al (2007).

Capítulo V

Datos de campo I: COPROD2

V.1 Descripción del modelo

COPROD2 es un conjunto de datos magnetotelúricos obtenidos encima de la Anomalía Conductora de la Planicie Central Norteamericana (NACP por sus siglas en inglés), recorriéndola transversalmente con un total de 34 sitios distribuidos a lo largo de 406 km, con 22 periodos que varían de 1s hasta 1820 s. Geográficamente el perfil se localiza al sur de las provincias de Saskatchewan y Manitoba en Canadá según se muestra en la Figura 40.

Esta anomalía es la más larga detectada a escala mundial, fue descubierta por primera vez en 1967 por Sondeos Geomagnéticos Profundos (GDS). Geológicamente se asocia esta anomalía con zonas de sutura en regímenes de subducción ahora inactivos.

Los datos fueron puestos a disposición de la comunidad científica en 1993 en la página de internet <http://mtnet.dias.ie>, con el fin de que estos fueran interpretados, corregidos y modelados por diversas técnicas.

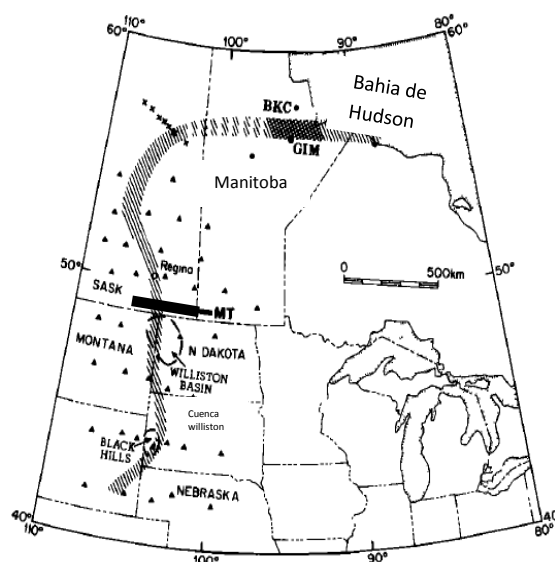


Figura 40 Mapa de Norteamérica que muestra la ubicación del perfil MT (línea). El área sombreada es la localización de la anomalía conductora de la Planicie Central Norteamericana mapeada por magnetómetros (puntos). Según Jones y Savage (1986).

Los datos están disponibles en sus modos TE y TM corregidos por estática y editados (Jones, 1988). Sin embargo, en esta tesis utilizamos el tensor completo y calculamos el determinante para todos los periodos disponibles, sin eliminar ningún punto. Los datos se presentan en la Figura 41.

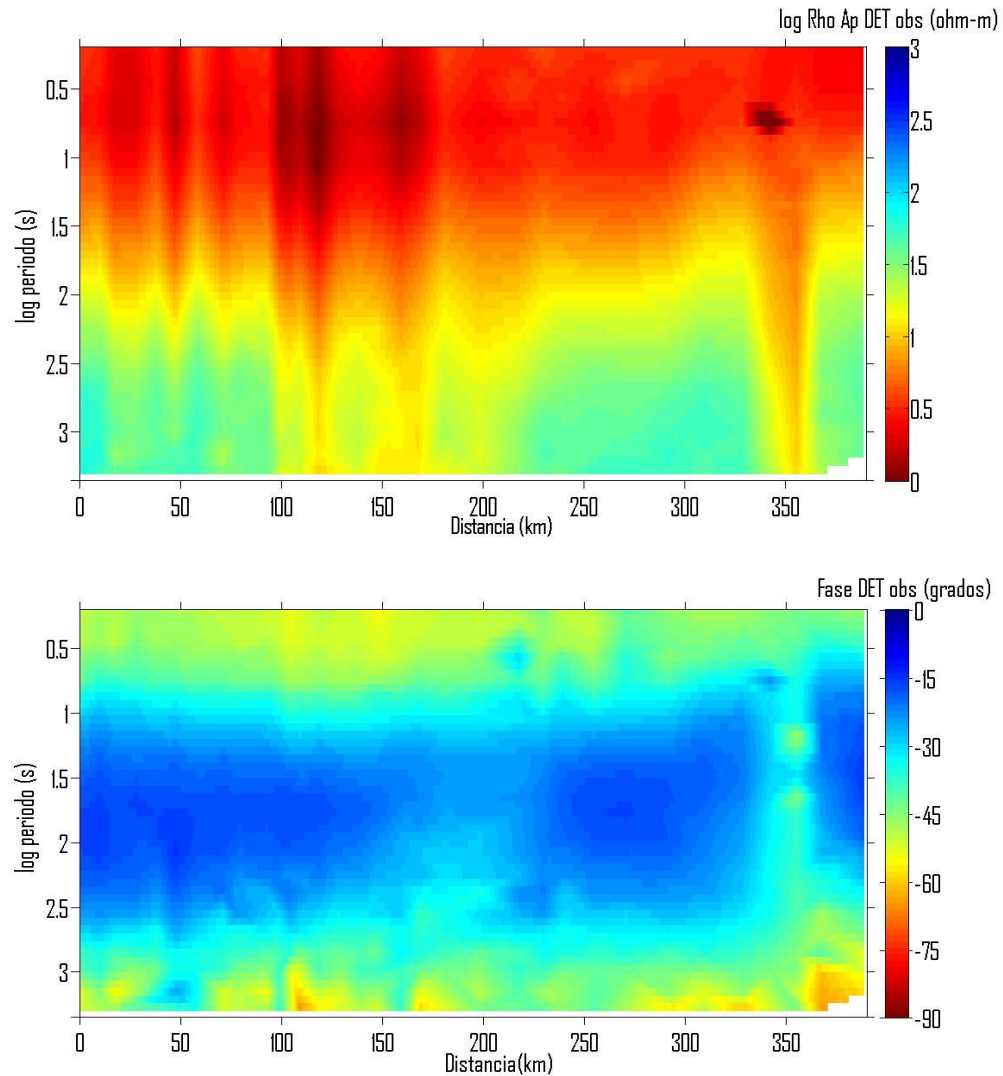


Figura 41. Resistividad aparente y fase del determinante del conjunto de datos de campo COPROD2. Se utilizó el tensor original sin las correcciones por estática realizadas por Jones (1988) a los modos TE y TM.

V.2

Procesado de datos.

Siguiendo la estrategia propuesta en los capítulos anteriores se procedió a realizar las inversiones para diferentes parámetros de regularización. Según las experiencias anteriores cada caso es diferente y no hay garantía de convergencia. Con base en los resultados de Muñiz Gallegos (2011) esperábamos convergencia en todos los casos a medida que se reduce el parámetro de regularización. Sin embargo, como hemos visto en los capítulos anteriores las cosas son un poco diferentes para el caso de invertir el determinante.

Se invirtieron los datos para 10 valores del parámetro de regularización, con 100 iteraciones en cada caso e iniciando el proceso con un modelo homogéneo de $100 \Omega\text{-m}$. Las curvas de convergencia en función del parámetro de regularización se presentan en la Figura 42.

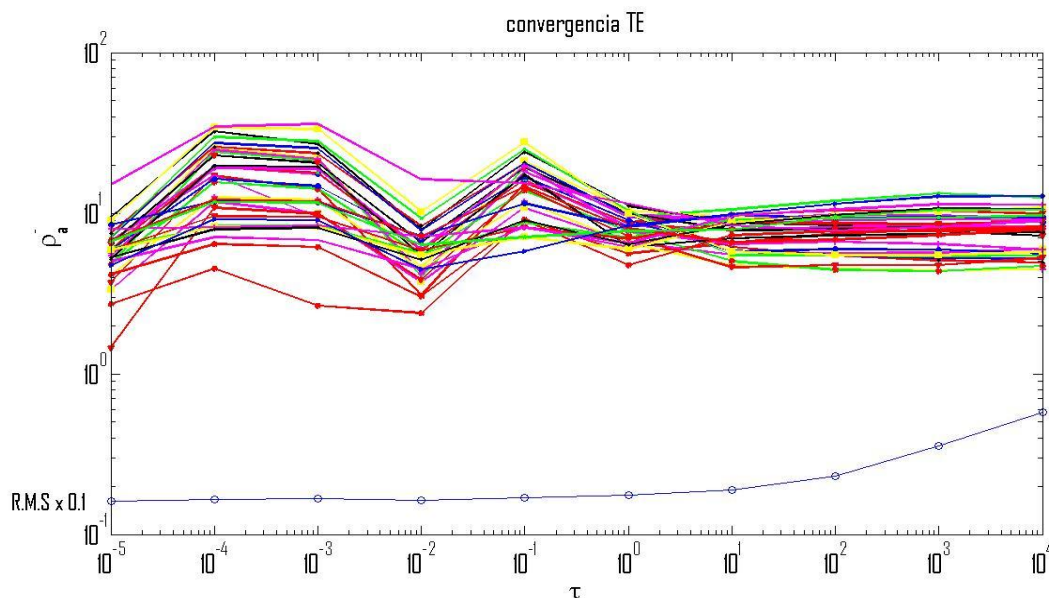


Figura 42. Promedio geométrico de las curvas de resistividad aparente del modo TE en función del parámetro de regularización τ . Están representados los 34 sondeos en diferentes colores. Se destaca la estabilidad del modo TE en $\tau=10^3$ con un ajuste del 3.5. La curva del r.m.s. se multiplicó por 0.1 para no afectar la visibilidad de las curvas de convergencia.

Se puede apreciar que las curvas son paralelas en $\tau=1000$, valor relativamente grande, por lo que se espera un modelo con mucha suavidad. Para corroborar este resultado seguimos con la estrategia de inspeccionar también las curvas separadas para cada sondeo. Las curvas se presentan en la Figura 43(a). Como se puede observar, existe bastante dispersión entre las curvas como para poder discernir a simple vista cuáles están convergiendo. Para mejor claridad en la Figura 43(b) se presentan solamente las curvas correspondientes a los 4 valores mayores del parámetro de regularización.

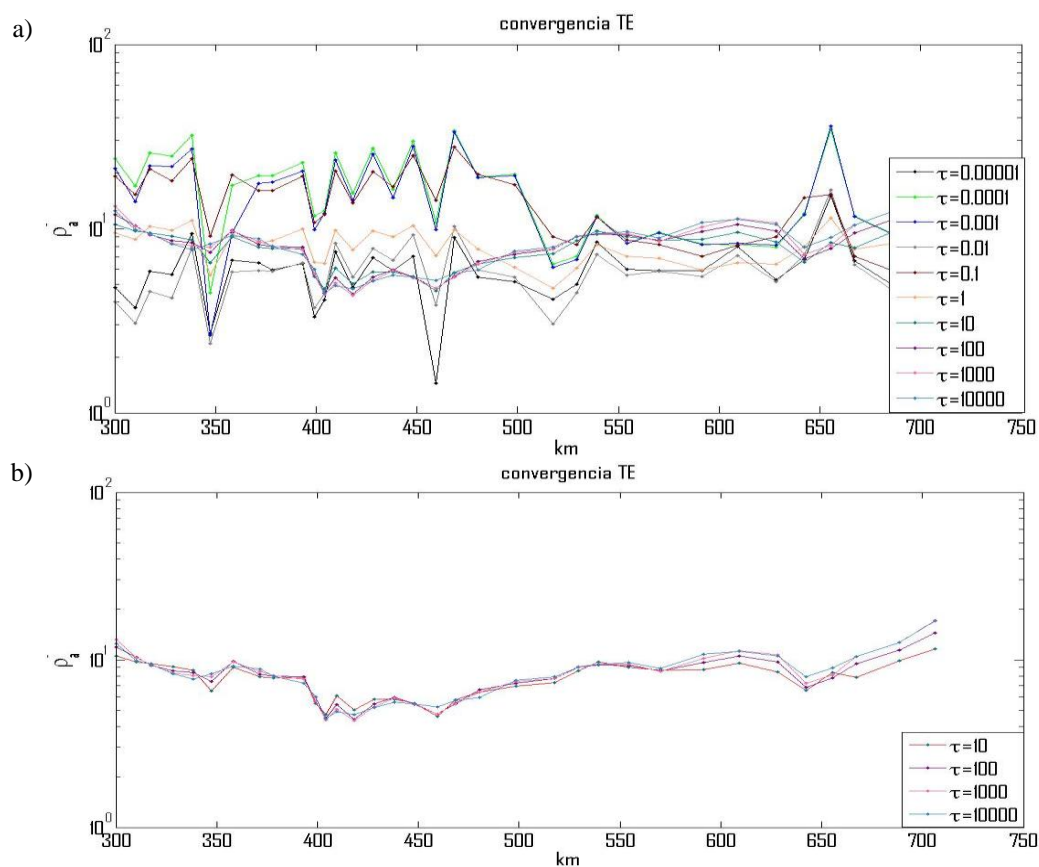


Figura 43. Promedio geométrico de las resistividades aparentes para cada sondeo en función de la posición de cada sondeo. Cada curva corresponde a un parámetro de regularización diferente según se indica en cada caso. a) Grafica completa para todos los taus. b) Grafica con los taus que convergen.

Las 4 curvas son muy parecidas entre sí por lo que podemos decir que en este caso existe convergencia. La gráfica no desmiente el valor de $\tau=1000$ por lo que utilizaremos ese valor para generar el modelo base para los datos de campo COPROD2.

V.3 Resultados: Predicción del modo TE.

El ajuste que se logra con el parámetro de regularización seleccionado es de 3.5%, bastante bueno para datos de campo. La comparación entre los datos y los valores predichos por el modelo correspondiente se presentan en las Figuras 44(a) y (b). Se puede apreciar que excepto por un punto malo en los datos, la respuesta del modelo reproduce muy bien las resistividades del determinante. Las correspondientes resistividades predichas para el modo TE están en la Figura 44(d). Por tratarse de la respuesta teórica del modo TE estas resistividades no tienen efectos de estática, por lo que se pueden comparar con datos corregidos por otros autores.

La comparación se hace con los datos corregidos por Jones (1998), los cuales se incluyen en la Figura 44(c). La diferencia principal entre las dos figuras está en las partes superiores, en los periodos menores de 10 s. Estos periodos cortos corresponden a penetraciones de unos pocos kilómetros, no más allá de la cuenca sedimentaria superficial. En sus correcciones Jones (1988) supone que la cuenca es homogénea, como se puede apreciar en la Figura 44(c). El resultado de sus correcciones es reforzar la zona conductora para los periodos más largos. En nuestro caso la cuenca se mantiene más o menos igual de uniforme, y la zona conductora a periodos largos se atenúa en lugar de reforzarse.

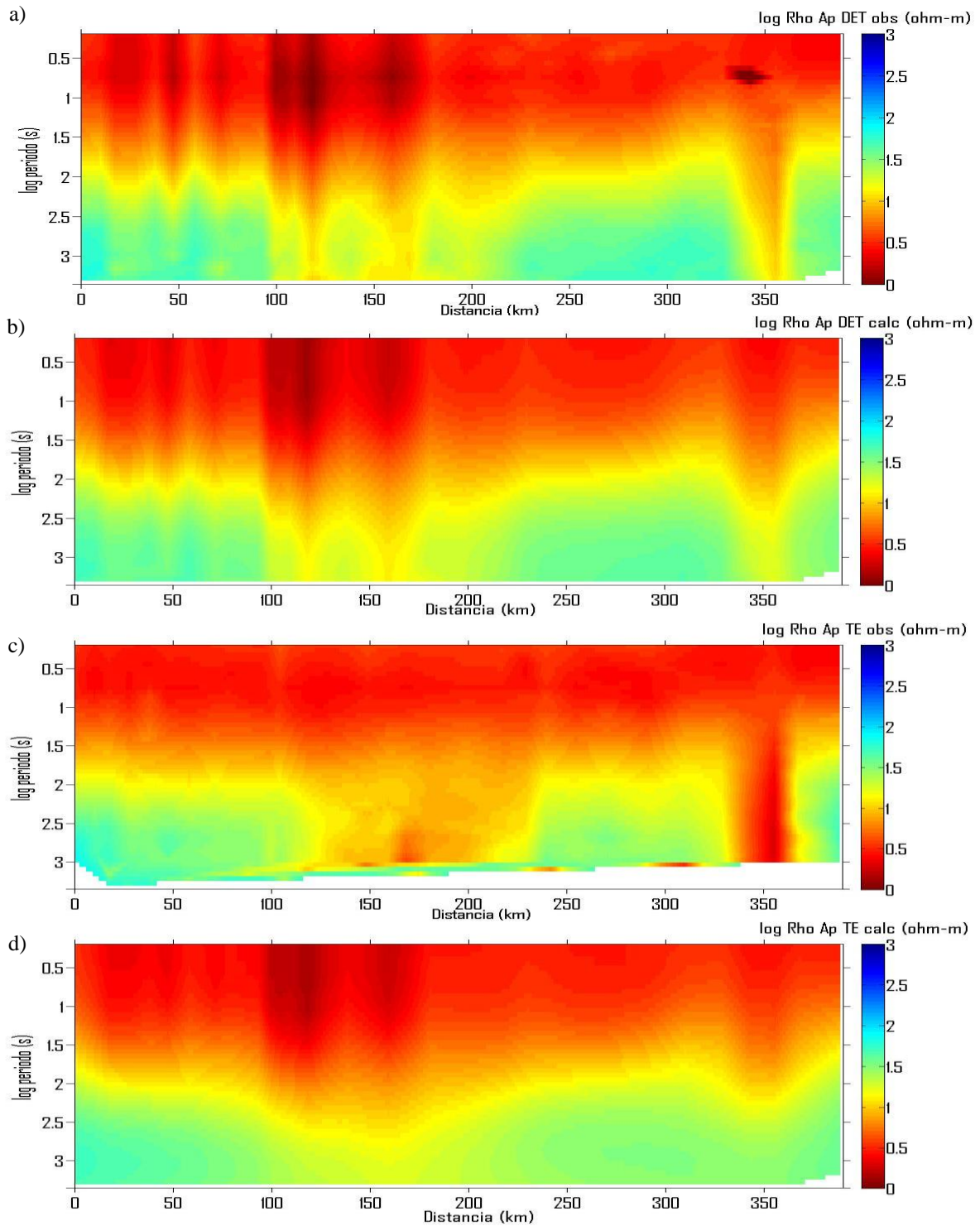


Figura 44. Pseudo-secciones de resistividad aparente a) Datos del determinante. b) Determinante predicho. c) TE corregido por estática por Jones (1988) -él tomo menos periodos que nosotros y por eso la graficada se nota cortada en los periodos grandes. d) Modo TE predicho con el determinante.

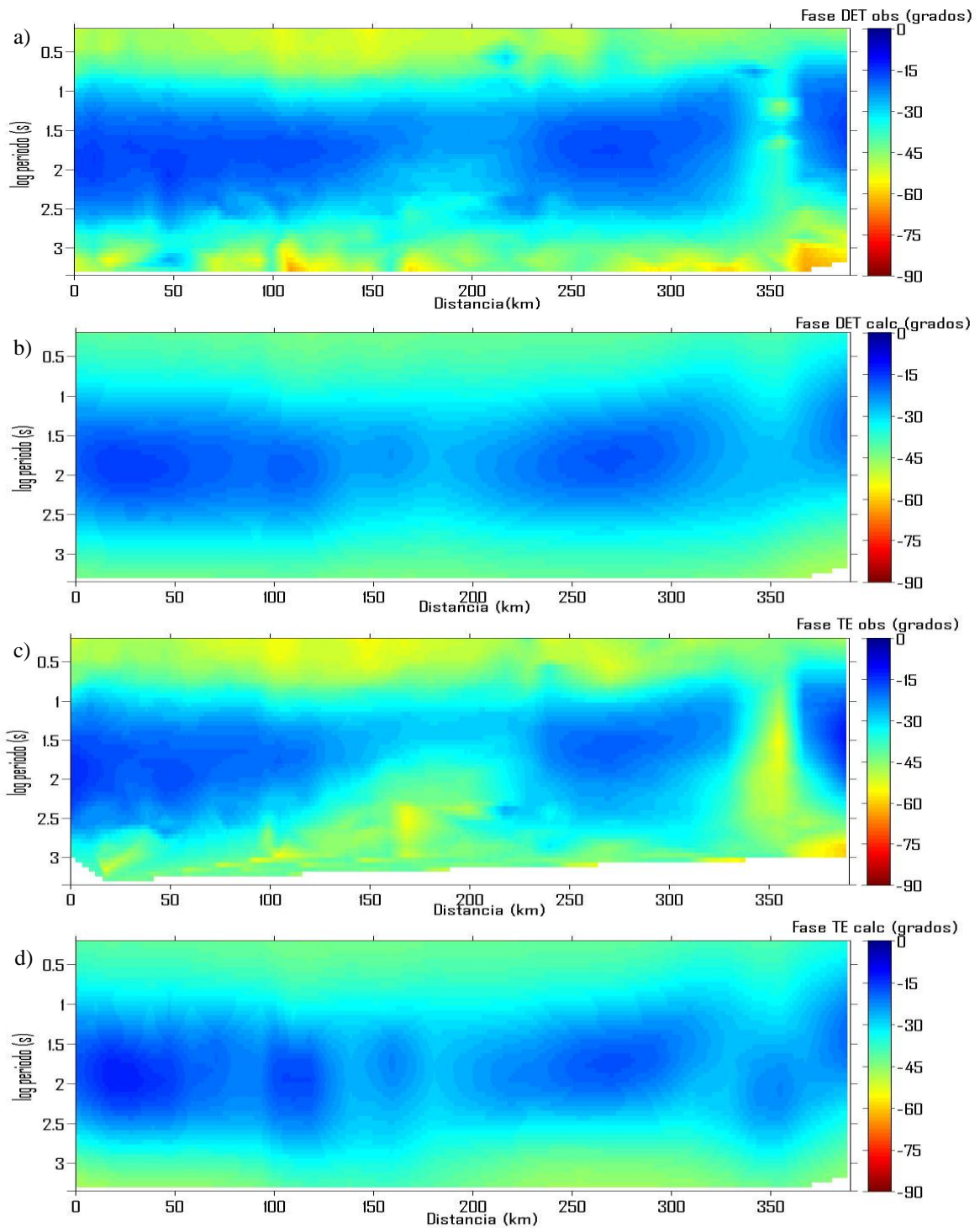


Figura 45. Pseudo-secciones de fase: a) Datos del determinante. b) Determinante predicho. c) Modo TE corregido por Jones (1988) la pseudo-sección parece incompleta por la falta de los periodos en algunos sondeos. d) Modo TE predicho con el determinante.

Los ajustes a las fases se presentan en la Figura 44 en la misma secuencia que para las amplitudes. Se puede observar que al igual que con las amplitudes, nuestros resultados tienden a borrar las anomalías profundas presentes en las fases de Jones (1988). En lo que sigue se discuten las implicaciones de estas diferencias en relación con los modelos de inducción.

V.4 Modelos de inducción bidimensional.

Como se podía anticipar, el modelo base presenta muy poco detalle debido al parámetro de regularización de 1000 que resultó el más adecuado. El modelo se muestra en la Figura 46. Se trata simplemente de dos zonas conductoras bastante amplias, la mayor es la anomalía conductora NACP y la más débil es el *Thomson belt*. Si ahora eliminamos la polarización TM invirtiendo sólo el TE predicho, obtenemos el modelo de inducción. En la Figura 47 se muestran 4 modelos de inducción para sendos valores del parámetro de regularización. El ajuste de las respuestas de los 4 modelos al modo TE es menor que 1%, por lo que los 4 son igualmente candidatos a mejor modelo. Se puede observar que los primeros 3 son equivalentes en cuanto que sólo difieren en la continuidad de los conductores; del primero al tercero los conductores verticales simplemente se unen para formar conductores continuos. El cuarto modelo, el de $\tau=1$, consideramos que está demasiado afectado por el operador de regularización porque los conductores se extienden más allá de los primeros tres.

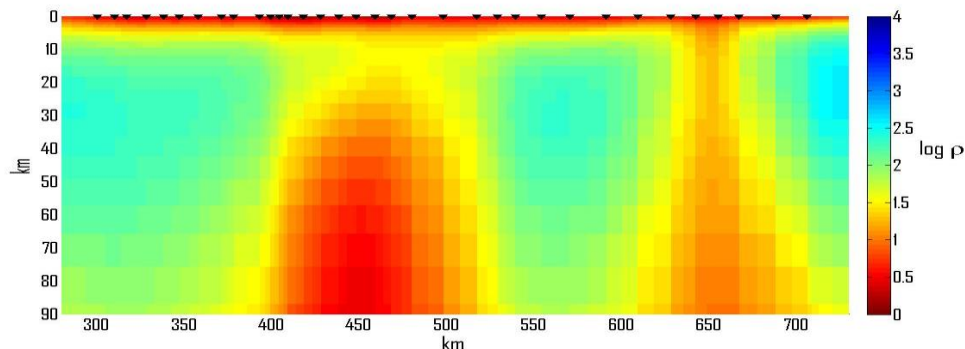


Figura 46. Modelo base $\tau=1000$, $r.m.s.=3.43\%$.

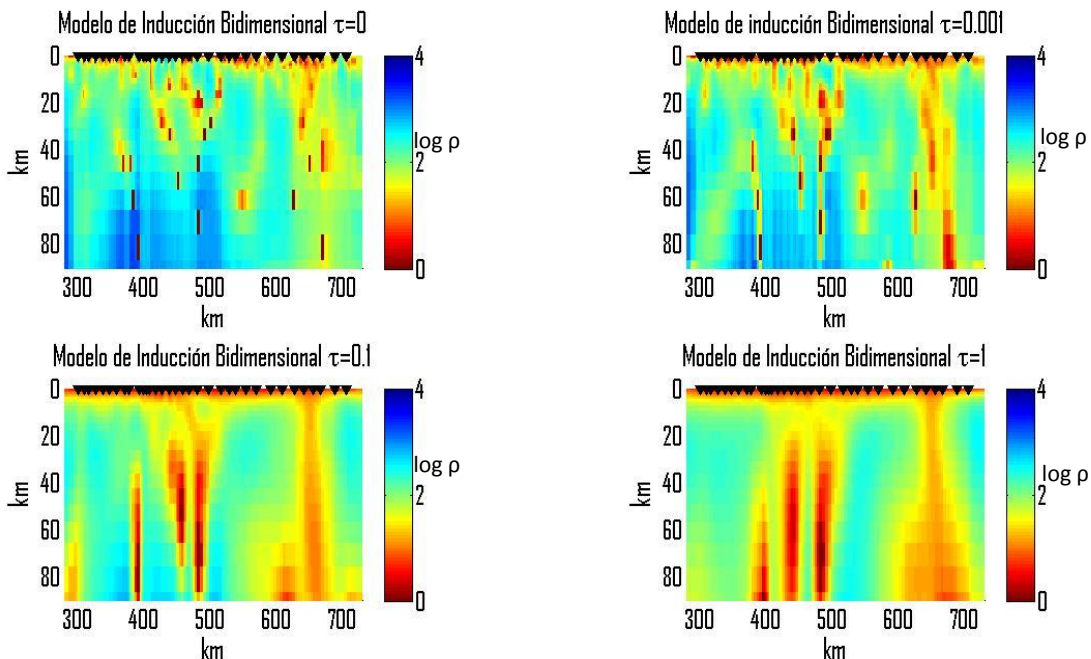


Figura 47. Modelos de inducción $r.m.s.(\tau=0)=0.12\%$; $r.m.s.(\tau=0.001)=0.113\%$; $r.m.s.(\tau=0.1)=0.124\%$; $r.m.s.(\tau=1)=0.149\%$.

El conjunto de datos de campo COPROD2 ha sido ampliamente interpretado en la literatura. En la Figura 47 se presenta una comparación de nuestro modelo de máxima resolución ($\tau=0$) con 15 modelos compilados por Jones (1993). La mayor parte de estos modelos consisten de conductores compactos, contra una especie de cascarones en nuestro caso. Los cascarones no son continuos sino más bien están formados por conductores aislados, un poco como los modelos marcados como jones-2, ellis-2 y everett en la Figura 48. Cabe mencionar que los 15 modelos fueron obtenidos invirtiendo los modos TE y TM según fueron corregidos por Jones (1988), y que en nuestro caso utilizamos el determinante del tensor original.

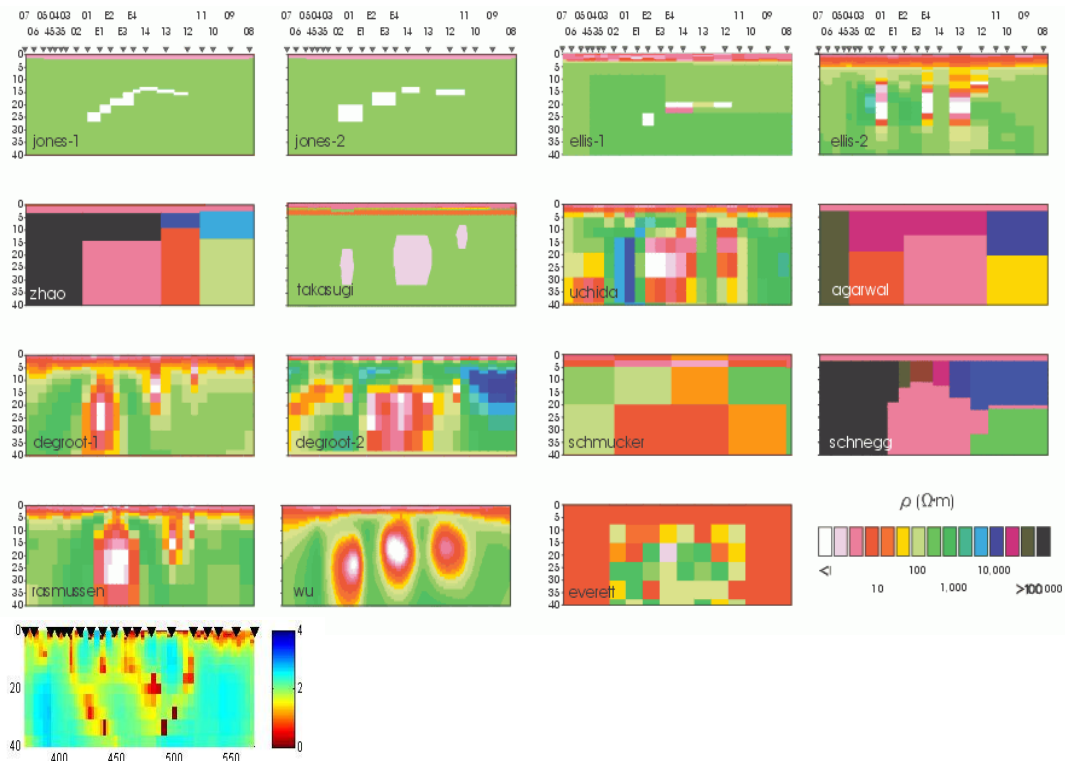


Figura 48. Comparación de nuestro modelo de máxima resolución ($\tau=0$) con 15 modelos obtenidos mediante diferentes técnicas según reportados por Jones (1993).

En el artículo original donde Jones y Savage (1986) reportan los datos magnetotelúricos COPROD2 se arguye que la anomalía conductora NACP realmente se encuentra 75 km al Este de donde se había localizado en un principio con GDS. Nuestro modelo, particularmente el correspondiente a $\tau=0.1$ ofrece otra posible explicación. En la Figura 49 mostramos este modelo amplificado con indicaciones de dónde se localizó la anomalía con GDS y dónde con el perfil MT. Se aprecia que hay anomalías en cada una de las localizaciones. El conductor profundo al parecer no se detectó con MT en el procesado TE TM, pues nadie reporta anomalía en ese lugar. Según nuestros resultados, era necesario utilizar todo el tensor en todos los periodos disponibles para detectar el conductor profundo en la localización original donde se detectó con GDS. En la Figura 49 se marca la profundidad de penetración de cada uno de los periodos, observándose que alcanzan muy bien las profundidades a la que se encuentran los diferentes conductores.

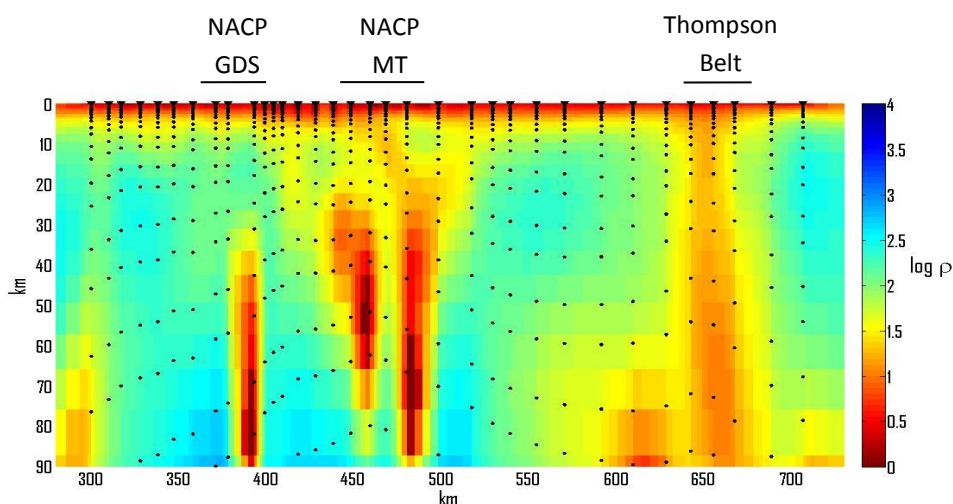


Figura 49. Modelo final propuesto para los datos COPROD2, con 34 sitios. Los puntos indican la profundidad de penetración de cada periodo en el sitio determinado. NACP GDS (anomalía NACP según los datos de sondeos geomagnéticos profundos), NACP MT (anomalía NACP según los datos de MT), Thompson Belt (ubicación del cinturón Thompson).

Capítulo VI

Datos de campo II: BC-87

VI.1 Descripción de los datos.

Los datos para esta aplicación se tomaron de la página <http://mtnet.dias.ie>, publicados por Jones (1994). Como en el caso anterior, son datos en crudo con el tensor completo tal como los recibieron del contratista *Phoenix Geophysics* de Toronto. El perfil tiene una longitud de 110 km, tomamos 17 sondeos con periodos que varían de 0.002 s hasta 1800 s dependiendo del sitio de medición. El perfil se ubica al sureste de British Columbia desde el complejo Valhalla hasta la trinchera de las Montañas Rocosas (Rocky Mountains). El autor advierte que los datos son muy complejos y que algunos sondeos requieren corrección antes de modelar o invertir. En este trabajo procedimos directamente a calcular el determinante de los datos para aplicar la estrategia de interpretación que se está proponiendo. La amplitud y fase del determinante se presentan en la Figura 50, y la localización de los sondeos en la Figura 51.

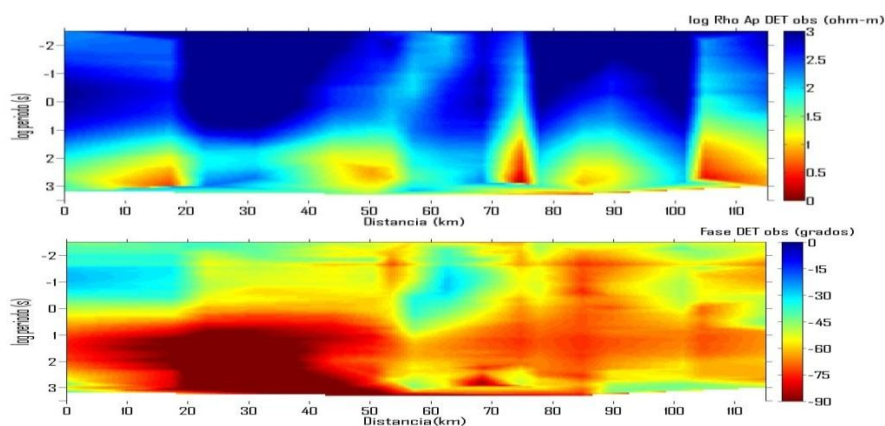


Figura 50.- Pseudo-secciones del determinante del conjunto de datos BC-87 calculados utilizando el tensor completo.



Figura 51. Ubicación de los sitios sobre mapa geológico (Jones, 1993).

VI.2 Procesado de los datos.

Se procedió como en los capítulos anteriores a realizar las inversiones para diferentes parámetros de regularización. A diferencia de lo que encontramos para los otros conjuntos de datos, en el presente caso la convergencia resultó muy similar a la reportada por Muñiz Gallegos (2011), en cuanto a que el modo TE deja de cambiar a medida que se reduce el parámetro de regularización. Las curvas de convergencia en función del parámetro de regularización se presentan en la Figura 52(a). Se puede apreciar que el ajuste a los datos varía del 22 al 34 %, valores relativamente altos si se comparan con los obtenidos en los capítulos anteriores para los otros conjuntos de datos. Tal vez esto esté relacionado con la advertencia mencionada de que los datos son muy complejos y que algunos sondeos requieren corrección antes de modelar o invertir. Sin embargo, este tipo de datos es el que precisamente estaríamos buscando con el fin de encontrar su respuesta libre del efecto de cargas y relativamente inmune a la dirección del perfil con respecto a la estructura.

Volviendo a la cuestión de la convergencia, se puede apreciar en la Figura 52(a) que las curvas para los diferentes sondeos son paralelas a partir de $\tau=10^{-2}$. La gráfica de convergencia vs km en la Figura 52(b) reafirma lo anterior y, para mayor claridad, en la Figura 52(c) se aíslan las curvas para $\tau=10^{-2}$ y menores. Se puede observar que las tres curvas son prácticamente idénticas por lo que no hay duda de que se ha alcanzado convergencia.

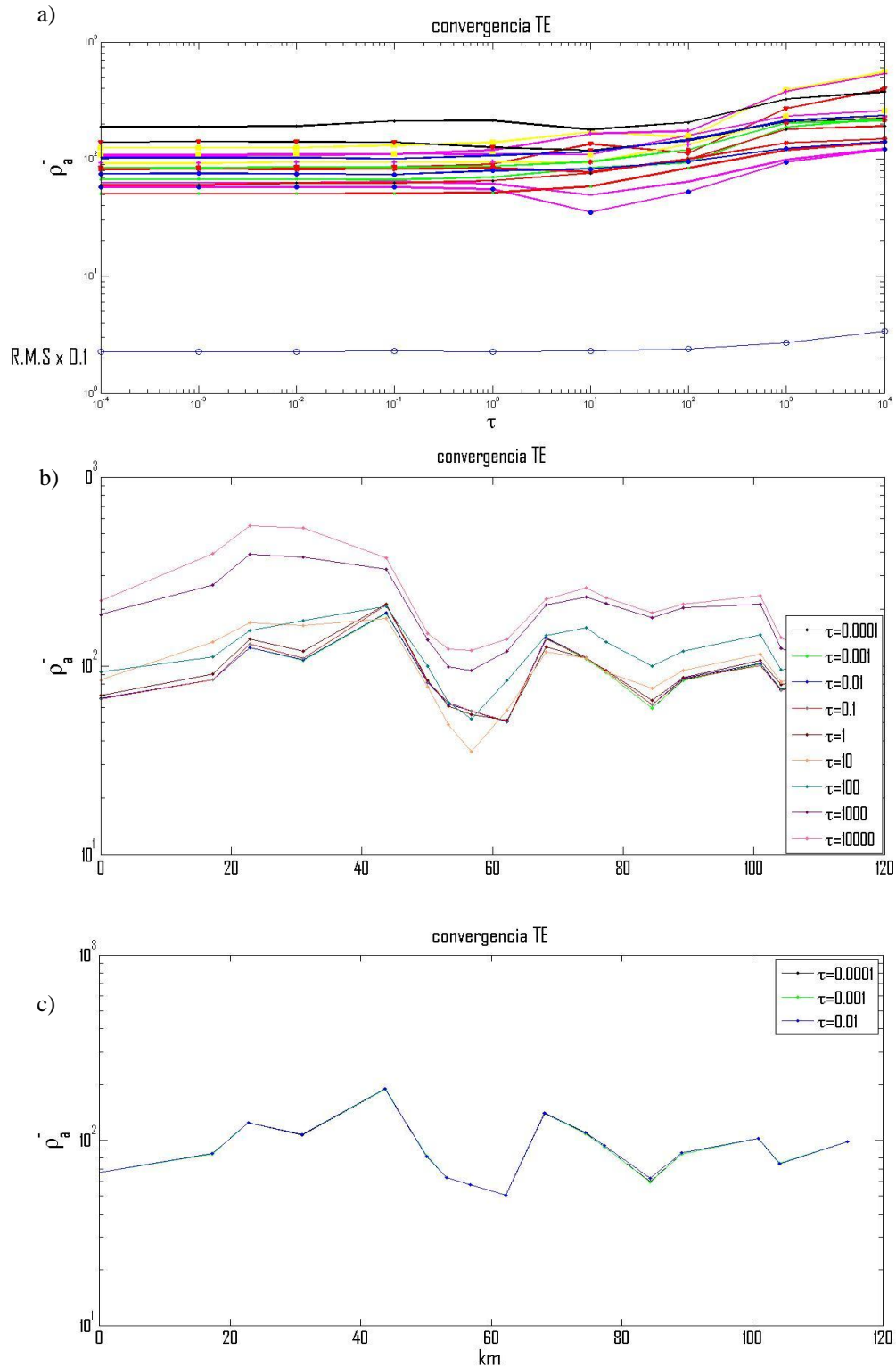


Figura 52. Gráficas de convergencia. a) Convergencia vs tau; b) Convergencia vs km; c) Convergencia vs km sin algunos taus para demostrar con claridad donde convergen las curvas. Es claro en las gráficas anteriores que la estabilidad del modo TE se logra en tau=0.01.

VI.3 Resultados.

Aunque el ajuste a los datos es del 22 %, las pseudo-secciones de datos comparadas con las correspondientes calculadas o predichas por el mejor modelo base son bastante similares, según se puede apreciar en la Figura 53. La mayor parte del desajuste se encuentra en la fase y se debe a que varios de los sondeos tienen fases de más de 90 grados, lo cual difícilmente se puede reproducir con modelos teóricos.

La descomposición o factorización del determinante en los modos TE y TM se presenta en la Figura 54. Estas pseudo-secciones son simplemente la respuesta TE y TM de modelo base obtenido mediante la inversión del determinante. Se puede observar que las respuestas del modo TM son bastante similares a las del determinante, lo que indica que este modo domina el determinante, tanto en amplitud como en fase.

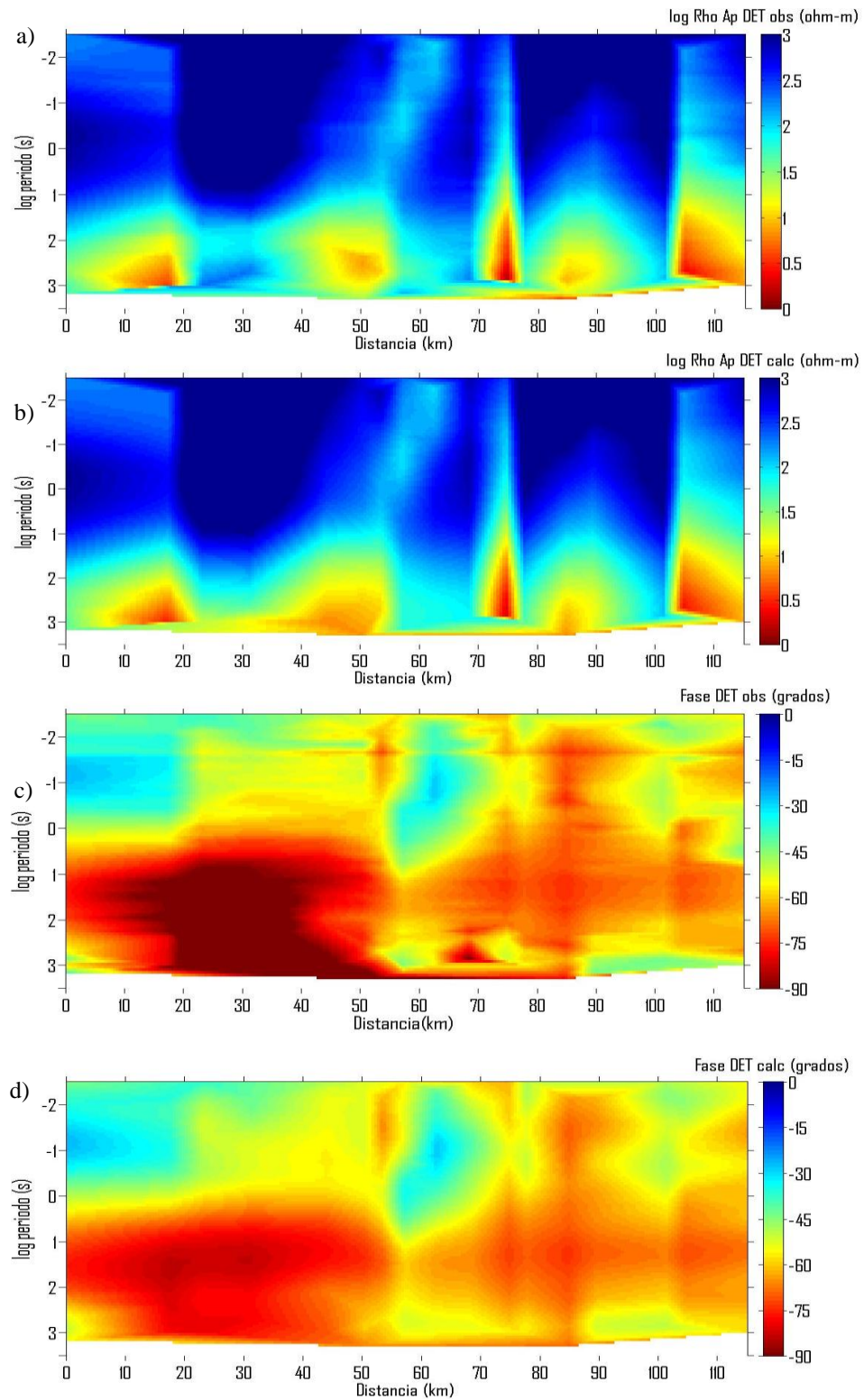


Figura 53. Pseudo-secciones del determinante. a) Datos ρ_a^{DET} observado. b) ρ_a^{DET} predicho. c) Datos φ_{DET} observado. d) φ_{DET} predicho.

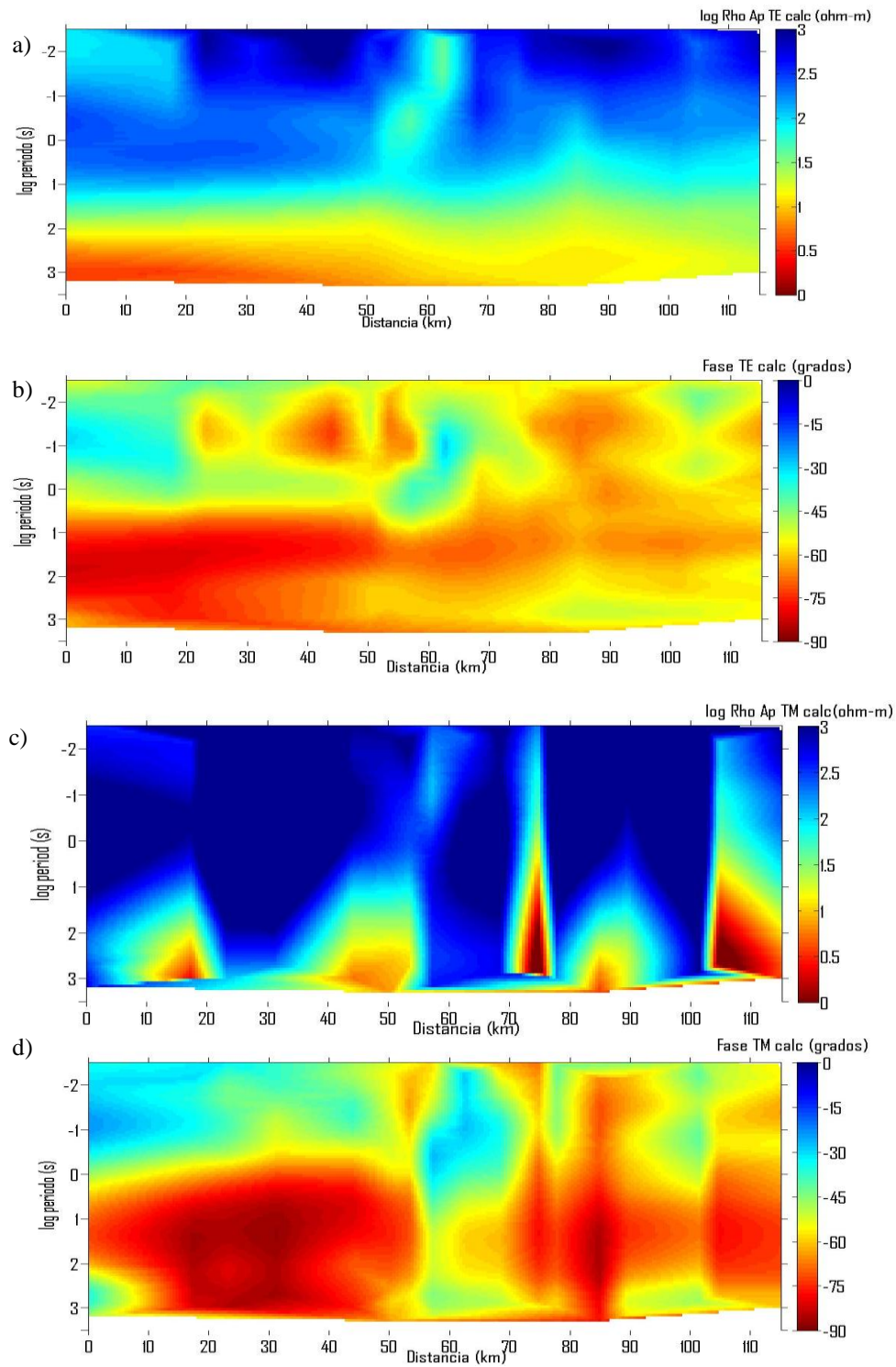


Figura 54. Pseudo-secciones. a) ρ_a^{TE} predicho. b) ϕ_{TE} predicho. c) ρ_a^{TM} predicho. d) ϕ_{TM} predicho. El parecido del determinante, amplitud y fase, con el modo TM indica que este modo domina sobre el TE.

VI.4 Pruebas de Robustez.

Considerando las advertencias sobre la complejidad del conjunto de datos BC87 y sobre que algunos sondeos requieren corrección antes de modelar o invertir, decidimos realizar pruebas adicionales para cerciorarnos de que nuestros resultados son los mismos en condiciones aún más adversas. En lo que sigue se presentan los resultados que se obtienen después de haber alterado el determinante multiplicándolo por varios factores. Con esto queremos probar que la estática podría ser aún mayor y de todas formas podemos obtener el mismo resultado. También se presentan los resultados de haber equivocado el rumbo de la estructura por 15, 30 y 45 grados.

Siguiendo a Muñiz Gallegos (2011), al incremento de la estática le llamamos la prueba de robustez por factores. En la Figura 55 se presentan, del lado izquierdo y de arriba hacia abajo, la amplitud del determinante multiplicada por factores de 1, 2 y $\sqrt{10}$. El efecto de los factores es un corrimiento de las imágenes hacia el azul debido al aumento en la resistividad aparente. Los factores escogidos equivalen a multiplicar la amplitud de cualquiera de los modos por 1, 4 y 10, o ambos modos por factores menores de tal forma que sus productos resulten en 1,4 y 10. En el caso de Muñiz Gallegos (2011) los factores afectan solamente a la amplitud del modo TM, pues la amplitud del TE no entra en el proceso de inversión. En el presente caso el proceso de inversión deberá dejar intacto al modo TE. Y efectivamente así es. En la Figura 53 las imágenes de la derecha no muestran corrimiento ni hacia el azul ni hacia el rojo.

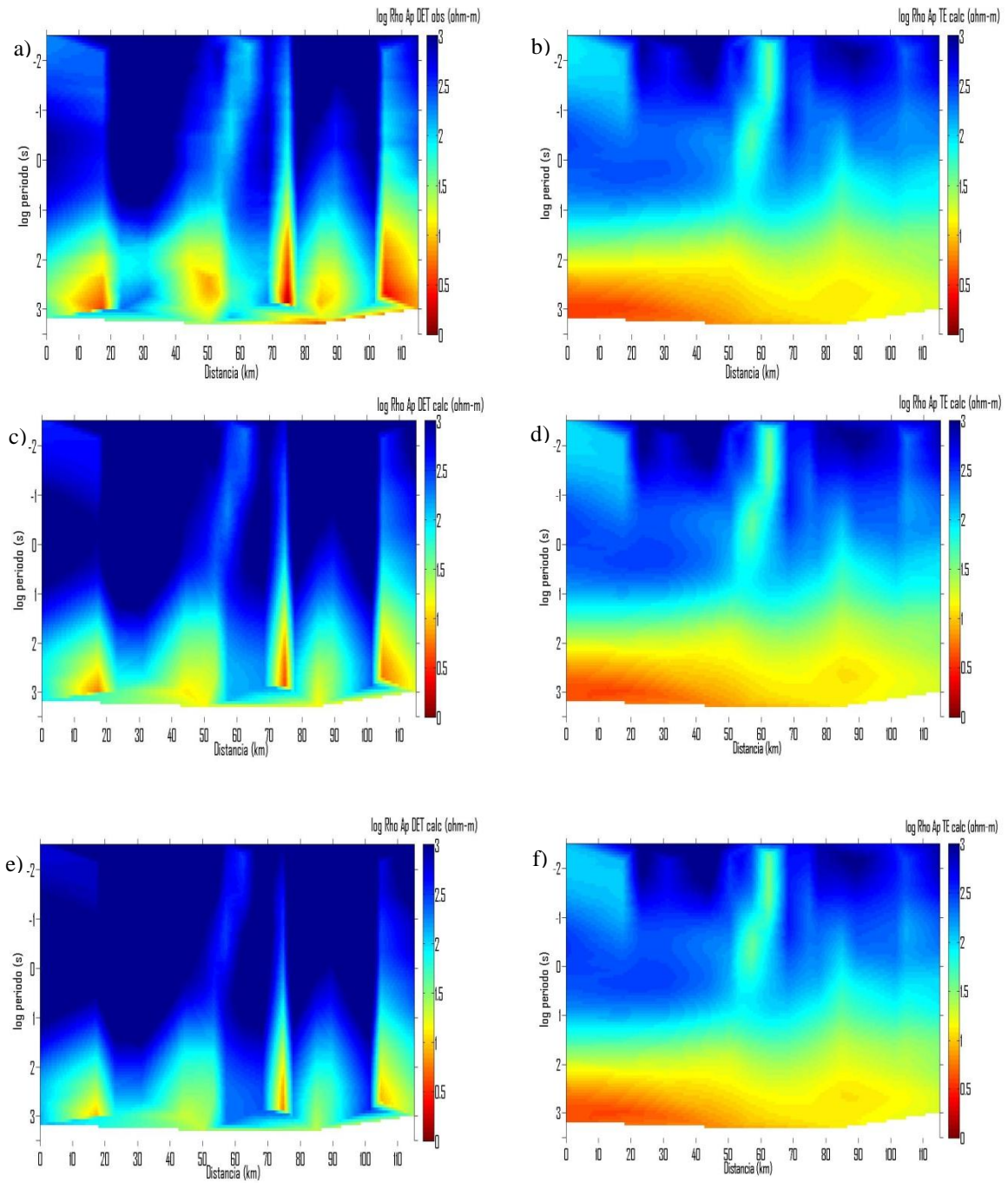


Figura 55. Robustez con respecto a factores. Pseudo-secciones de: a) Datos ρ_a^{DET} sin factor. b) ρ_a^{TE} predicho sin factor en datos. c) Datos ρ_a^{DET} multiplicado por 2. d) ρ_a^{TE} predicho del determinante multiplicado por 2. e) Datos ρ_a^{DET} multiplicado por $\sqrt{10}$. f) ρ_a^{TE} predicho del determinante multiplicado por $\sqrt{10}$. Nótese que si bien los datos, las figuras de la izquierda, se hacen menos rojas de arriba hacia abajo debido a los factores, las de la derecha mantienen su color, lo que demuestra la robustez del proceso ante cambios en la amplitud de los datos.

La otra prueba consiste en simular que no se conoce el rumbo de la estructura en relación con la dirección del perfil, según se ilustra en la Figura 56. Hasta este punto hemos supuesto en todos los casos que el perfil es perpendicular al rumbo. Vamos ahora a cambiar deliberadamente estas direcciones y a suponer, de todas formas, que rumbo y perfil son perpendiculares. Esto necesariamente tiene consecuencias, pero como veremos nuestra estrategia es robusta a incertidumbres del rumbo.

Para visualizar lo que implica el cambio de rumbo supongamos una serie de sondeos a lo largo de un perfil y separados por una distancia d . No conocemos el rumbo de la estructura pero vamos a suponer que es perpendicular al rumbo. Si efectivamente es perpendicular al rumbo no hay problema. Sin embargo, si no es así, tendremos que la estructura aparecerá más ancha de lo que en realidad es. El factor de escala será $d/\cos(\text{angulo})$. Como la escala horizontal la define la separación entre sondeos lo que hacemos es simplemente cambiar la distancia entre los sondeos. En la Figura 57 se presentan 4 pseudo-secciones que corresponden a 0, 15, 30 y 45 grados. Son secciones de la amplitud del modo TE que se obtuvieron bajo las condiciones indicadas. Las secciones son prácticamente idénticas, en el sentido que son versiones escaladas horizontalmente unas de otras. Tenemos entonces que la predicción de este modo no depende en gran medida de conocer el verdadero rumbo de la estructura con respecto al perfil.

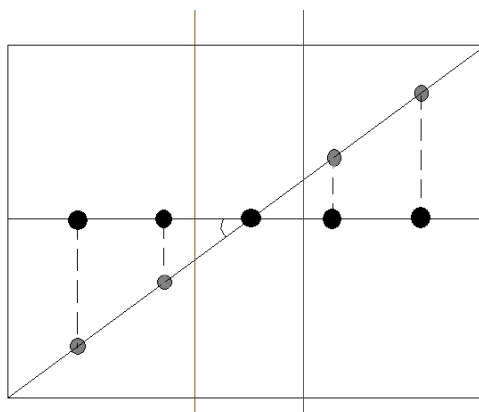


Figura 56. Figura esquemática de la rotación del perfil. Puntos negros representan el perfil a 0°. Los puntos grises corresponden a sus proyecciones al girar el perfil.

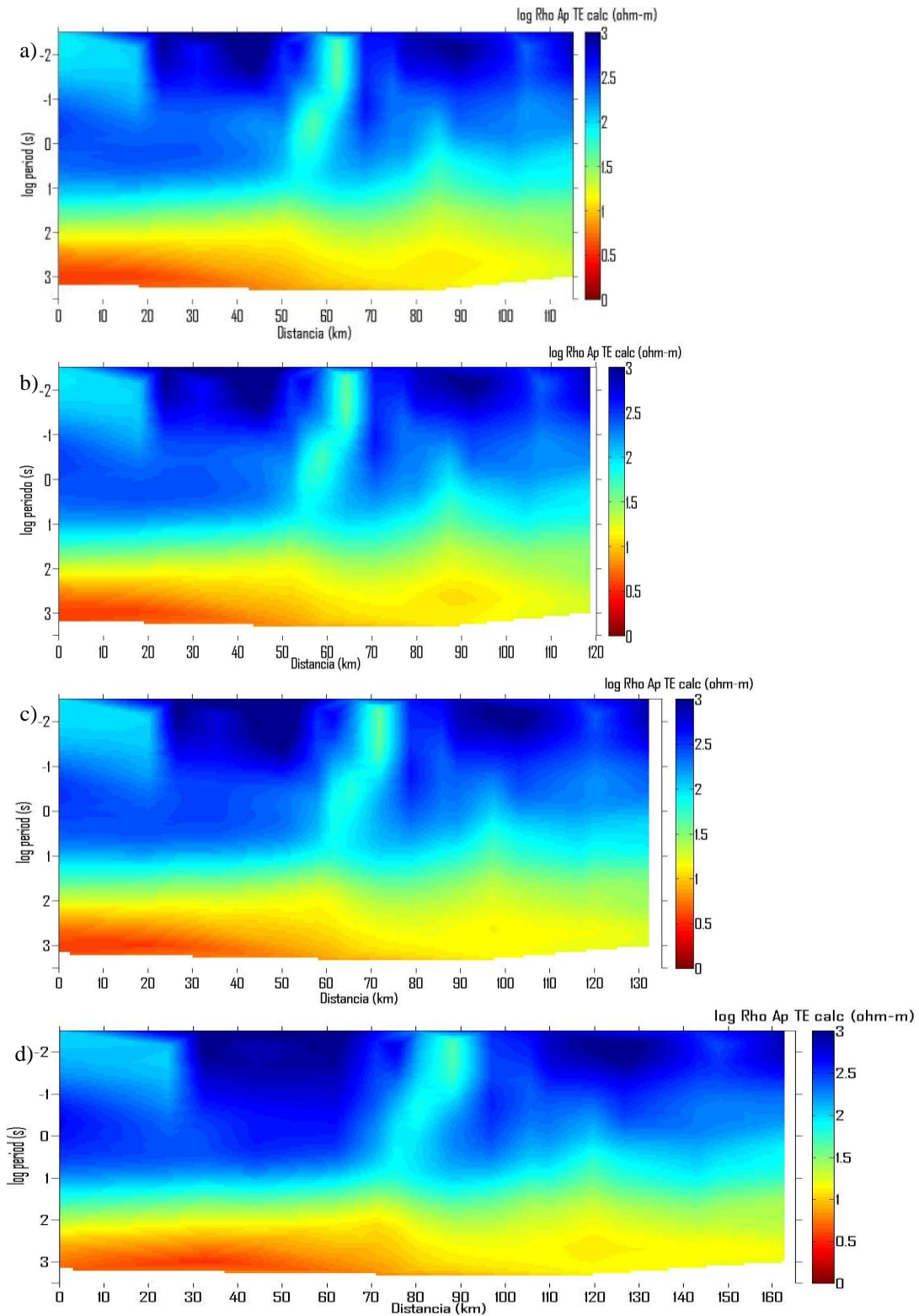


Figura 57. Robustez con respecto a rotación del perfil. a) ρ_a^{TE} predicho de los datos sin rotar. b) ρ_a^{TE} predicho de los datos rotando el perfil 15° . c) ρ_a^{TE} predicho de los datos rotando el perfil 30° . d) ρ_a^{TE} predicho rotando el perfil 45° . Se mantiene la respuesta de TE no importando el giro del perfil.

En este punto es conveniente recalcar lo que se mencionó en la Introducción en relación con el carácter invariante de la respuesta del modo TE que se discute en Gómez-Treviño *et. al.*, (2009). Estamos ajustando un modelo 2D al determinante no porque los datos sean 2D. De hecho, los datos pueden o no corresponder a un modelo 2D. Lo que estamos buscando es una respuesta invariante que a la vez esté libre del efecto de cargas eléctricas. La única respuesta que cumple con estas dos condiciones es la respuesta teórica TE de un modelo 2D. Buscamos entonces encontrar el mejor modelo 2D compatible con los datos disponibles. En el presente caso lo estamos encontrando mediante la inversión del determinante.

VI.5 Modelos de inducción bidimensional.

Según las pruebas de convergencia el mejor modelo base corresponde al de $\tau=0.01$, cuya respuesta se muestra en la Figura 53 en comparación con los datos. Como se mencionó, el ajuste fue de 22%, ajuste relativamente grande debido a fases en los datos de más de 90 grados. El modelo se muestra en la Figura 58y consiste de un conductor más o menos continuo a lo largo del perfil entre 10 y 60 km de profundidad. Este es el modelo base, el cual se transforma en los modelos de inducción que se presentan en la Figura 59. De los 4 modelos de inducción se seleccionó el de $\tau=1$ por una combinación de mejor ajuste y mayor continuidad de los conductores presentes.

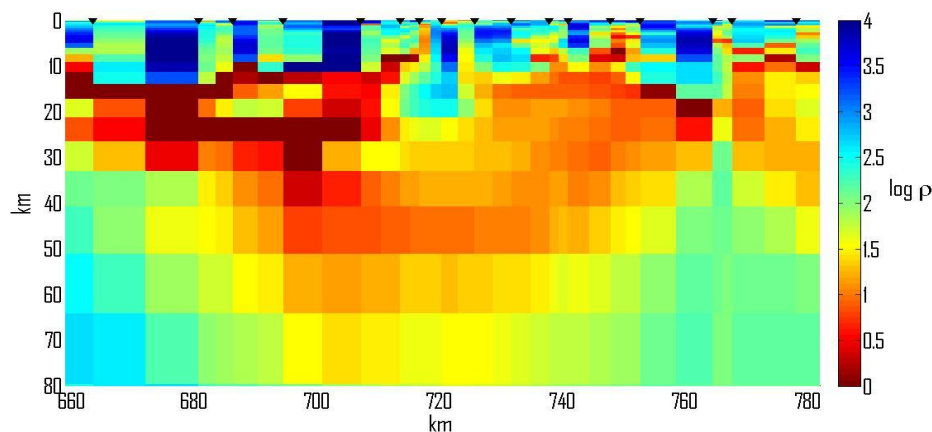


Figura 58. Modelo base de $\tau=0.01$.

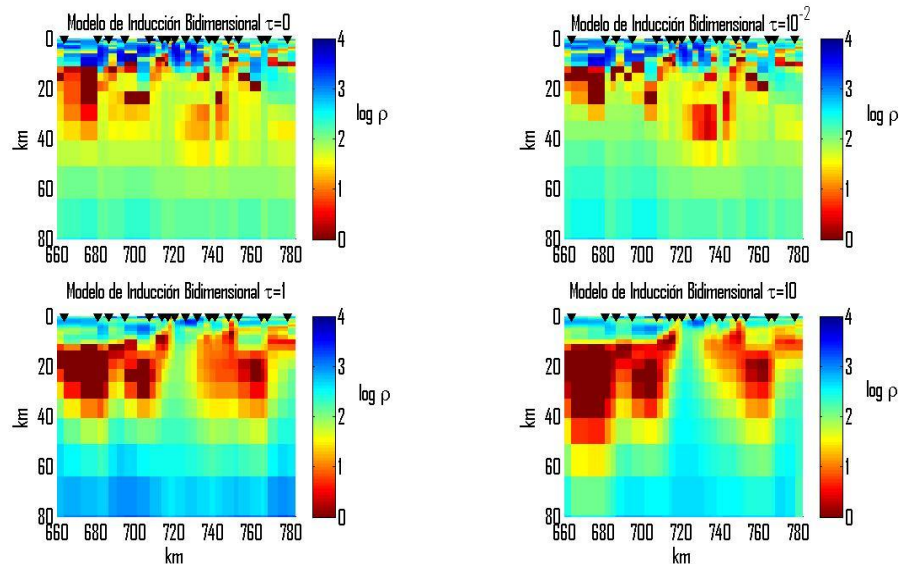


Figura 59. Modelos de inducción bidimensional con distintos taus. Tau=0, r.m.s.=4.1%; Tau=0.01, r.m.s.=1.6%; Tau=1, r.m.s.=1.7%; Tau=10, r.m.s.=2.6%. Seleccionamos el mejor modelo de inducción el correspondiente a tau=1 por su bajo r.m.s. y por su consistencia en cuanto a continuidad de conductores.

El modelo seleccionado se presenta amplificado en la Figura 60, en donde se ha incluido la profundidad de penetración de cada uno de los sondeos a los diferentes periodos. Se puede apreciar que se obtiene muy buen cubrimiento de las anomalías detectadas. Se destaca una corteza superior resistiva de un poco más de 10 km de espesor, con una corteza inferior mucho más conductora que se conecta con la superficie en varios puntos. La corteza inferior conductora termina más o menos a una misma profundidad de 40 km.

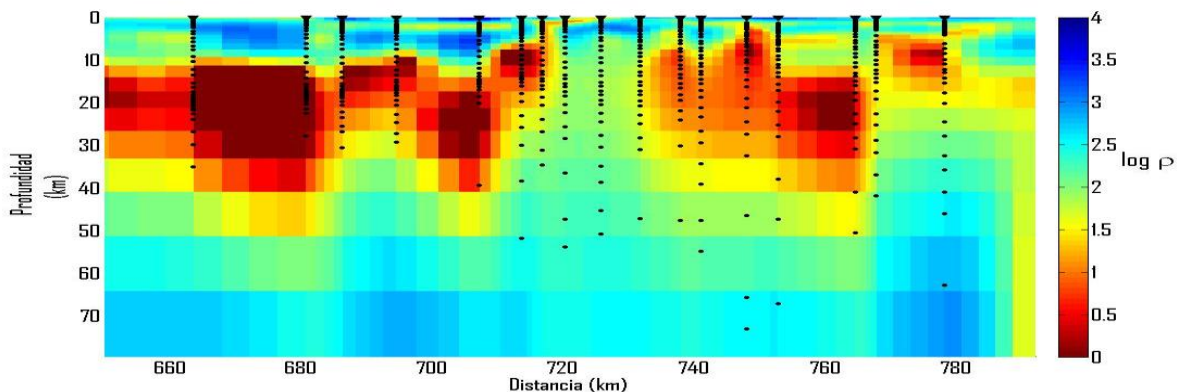


Figura 60. Modelo de Inducción propuesto para los datos BC-87. Los puntos muestran la profundidad de penetración de cada sondeo por periodo.

La Figura 61 reproduce el modelo de inducción con las principales características geológicas importantes que van del Complejo Valhalla al Oeste hasta el Anticlinorio Purcell al Este del perfil, pasando por el Batolito Nelson y el Arco Kootenay, así como las fallas conocidas en el área. También se incluyen los principales reflectores detectados en un estudio sísmico en la región descrito en Cook et al. (1988).

La discontinuidad en el modelo de inducción alrededor de los 10 km de profundidad correlaciona muy bien con los reflectores a esa profundidad. Los reflectores se asocian con la transición frágil-dúctil que separa la corteza superior de la inferior. El que esa misma transición esté asociada a un incremento en la conductividad eléctrica apunta a la presencia de fluidos en la corteza inferior. Ledo y Jones (2001), analizando una serie de perfiles incluyendo el presente BC87, favorecen esta hipótesis para explicar una corteza conductora. Sin embargo, paradójicamente el modelo que obtienen para el perfil BC87 es anómalo y no es muy compatible con los demás perfiles. De entre los modelos que se han propuesto para este perfil el nuestro es el más compatible con esta perspectiva de una corteza superior frágil y resistiva, y una inferior dúctil y conductora. En la Figura 60 se presentan tres de estos modelos reportados en otros trabajos. Las diferencias tan marcadas entre los tres modelos explican las advertencias sobre la complejidad de este conjunto de datos.

En la Figura 60(b), el perfil BC87 corresponde solamente a la parte sombreada en la barra superior. Se puede apreciar que el resto del modelo, a la derecha, es compatible con la visión de una corteza superior resistiva de espesor alrededor de los 10 km. En el perfil BC87 la corteza resistiva tiene un espesor de más del doble que en el resto del modelo. Por su parte, nuestro modelo encaja muy bien en el resto del perfil, además de correlacionar con los reflectores identificados por Cook et al. (1988).

Nuestro modelo muestra una discontinuidad lateral bajo el Arco Kootenay. En esta área tanto la corteza superior como la inferior son resistivas, apuntando a que en este segmento de alrededor de 10 km de ancho en la corteza inferior no existen fluidos. Muy probablemente esta ventana resistiva que llega hasta el manto esté relacionada con el grado

de metamorfismo del Arco Kootenay, cuya anchura es también de alrededor de 10 km. Se sabe que el Arco Kootenay es una región angosta y alargada con un grado anómalo de metamorfismo muy alto (Moynihan and D.R.M. Pattison, 2008).

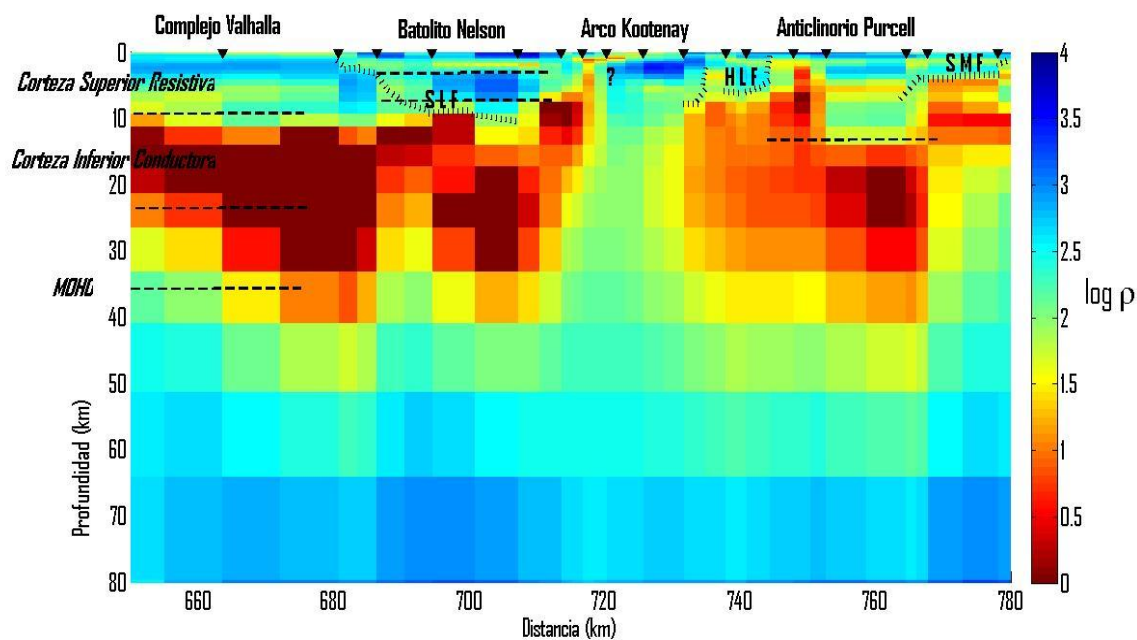


Figura 61. Modelo de inducción para el perfil BC87 con características sísmicas como líneas punteadas gruesas y con fallas geológicas como líneas punteadas delgadas. Las características sísmicas se tomaron de Cook et al. (1988) y las fallas geológicas de Jones (1988). SMF (Saint Mary Fault); HLF (Hall Lake Fault); SLF (Slocan Lake Fault). El signo de interrogación coincide con la Midge Creek Fault (MCF). Nuestro modelo apunta a que los fluidos fueron expulsados desde la base de la corteza hasta la superficie.

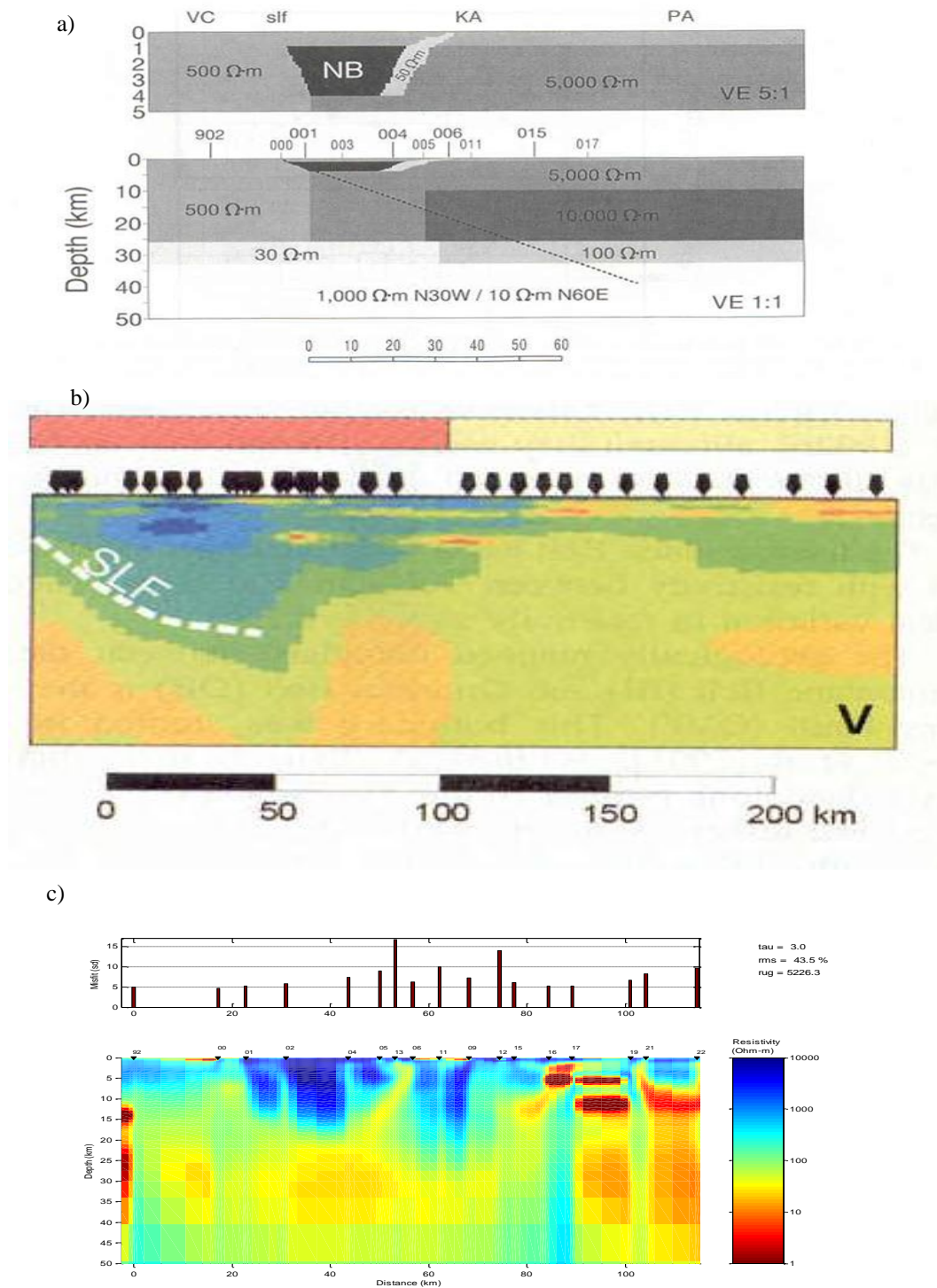


Figura 62. Tres modelos para el conjunto de datos BC87 obtenidos por otros autores: a) Jones (1993). b) Ledo y Jones (2001). c) Antonio Carpio (2009).

Capítulo VII

Conclusiones

En esta tesis se exploró la posibilidad de recuperar los modos TE y TM a partir del determinante del tensor de impedancia magnetotelúrica. La principal conclusión del trabajo es que sí es posible recuperar los dos modos y además identificarlos por separado a pesar de que el determinante los combina sin distinción. En general, no es posible recuperar dos conjuntos de números complejos conociendo solamente su promedio, pues una vez promediados habrá una infinidad de posibles soluciones. Para lograrlo en el caso que nos ocupa usamos como intermediario un modelo físico, el cual obtenemos mediante inversión del determinante. Las pruebas realizadas indican que el proceso es exitoso cuando se aplica a muchos sondeos a lo largo de un perfil, aún en el caso que los modos estén multiplicados por factores arbitrarios. Las aplicaciones prácticas incluyen:

- a) Identificar los modos TE y TM en trabajos de campo como una opción a la forma tradicional de hacerlo mediante rotación de los ejes de medición.
- b) Corregir los datos por los efectos de estática. El modelo intermediario o de base absorbe los efectos de estática de ambos modos, prediciendo el modo TE limpio de tales efectos. Este modo puede utilizarse, si se desea, para calcular factores de estática y corregir las mediciones de ambos modos.
- c) Obtener el modelo de inducción, libre del efecto de cargas eléctricas y además invariante con respecto a los ejes de coordenadas utilizados en el campo. Esta es una consecuencia de utilizar desde el principio el determinante del tensor de impedancias.

Los ejemplos con datos sintéticos, con y sin ruido aleatorio, así como las aplicaciones a conjuntos de datos que han sido interpretados por otros autores ilustran la utilidad del proceso a situaciones reales.

Bibliografía

- ❖ Baird D. J., Nelson K. D., Knapp J. H., Walters J. J., Brown L. D., 1996. Crustal structure and evolution of Trans-Hudson orogen: Result from seismic reflection profiling. *Tectonics*, 15(2): 416-426 p.
- ❖ Bostick, F. X. 1986. Electromagnetic array profiling: 56th Ann. Internat. Mtg. Soc. Explor. Geophys., Expanded Abstracts, 60-61 p. Houston, Texas, U. S. A. 2-6 de noviembre.
- ❖ Cagniard L. 1953. Basic theory of the magneto-telluric method of geophysical prospecting. *Geophysics*. 18: 605-635 p.
- ❖ Esparza Hernández F. j., Gómez-Treviño E. 1997. Implications of spatial filtering on the resolving power of magnetotelluric data. *Physics of the earth and planetary interiors*. 99: 113-119 p.
- ❖ Gómez –TreviñoE., Esparza Hernández F. J., Romo Jones J. M. y Antonio Carpio R. 2009 (en preparación). Decoupling magnetotelluric invariants from lateral resistivity gradients: Data for 1-D interpretations.
- ❖ Jones A. G., Savage P. J., 1986. North American Central Plains Conductivity Anomaly goes east. *Geophysical Research Letters*, 13(7): 685-688 p.
- ❖ Jones A. G., 1988. Static shift of magnetotelluric data and its removal in a sedimentary basin environment. *Geophysics*. 53(7): 967-978 p.
- ❖ Jones A. G., Kurtz R. D., Oldenburg D. W., Boerner D. E., Ellis R., 1988. Magnetotelluric observations along the LITHOPROBE southeastern Canadian cordilleran transect. *Geophysical Research Letters*, 15(7): 677-680 p.
- ❖ Jones A. G., 1993. The COPROD2 dataset: Tectonic setting, recorded MT data, and comparison of models, *J. Geomag. Geoelectr.* 45: 933-955 p.

- ❖ Jones A. G., Katsube T. J., Schwann P., 1997. The Longest Conductivity Anomaly in the World Explained: Sulphides in Fold Hinges Causing Very High Electrical Anisotropy. *J. Geomag. Geoelectr.*, 49, 1619-1629.
- ❖ Kurtz, R. D., Craben, J. A., Niblett, E. R. and Stevens, R. A. 1993. The conductivity of the crust and mantle beneath the Kapuskasing Uplift electrical anisotropy in the upper mantle. *Geophysics*. 113: 493-498 p.
- ❖ Ledo J., Jones A. G., 2001. Regional electrical resistivity structure of the southern Canadian Cordillera and its physical interpretation. *Journal of Geophysical Research*, 106(12): 30755-30769 p.
- ❖ Marquis G., Jones A. G., Hydman R. D., 1995. Coincident conductive and reflective middle and lower crust in southern British Columbia. *Geophys. J. Int.* 120, 111-131 p.
- ❖ Moynihan D. P., Pattison D. R. M., 2008. Origin of the Kootenay Lake Metamorphic High, Southeastern British Columbia; in *Geological Fieldwork, 2007*, British Columbia Ministry of Energy, Mines and Petroleum Resources Paper 2008-1, 147-158 p.
- ❖ Nelson K. D., Baird D. J., Waiters J. J., Hauck M., Brown L. D., Oliver J. E., Ahern J. L., Hajnal Z., Jones A. G., Sloss L. L., 1993. Trans-Hudson orogen and Williston basin in Montana and North Dakota: New COCORP deep-profiling results. *GEOLOGY*, 21: 447-450 p.
- ❖ Ogawa Yasuo, 1998. Constrained inversion of COPROD-2S2 dataset using model roughness and static shift norm. *Earth Planets Space*. 51: 1145-1151 p.
- ❖ Ricardo Guzmán A. C., 2009. Análisis de la transformación serie-paralelo y desarrollo de nuevos procesos para la interpretación de datos magnetotélúricos. Tesis de Doctorado. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. Ensenada, Baja California, México. 148 p.
- ❖ Rodi W. Y Mackie R. 2001. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion. *Geophysics*. 66(1): 174-187 p.

- ❖ Romo Jones J. M., Gómez-Treviño E., Esparza Hernández F. J. 2004. Series and parallel transformations of the magnetotelluric impedance tensor: theory and applications. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*. 150: 63-83 p.
- ❖ Sweetkind D. S., Duncan I. J., 1989. Fission-track evidence for Cenozoic uplift of the Nelson batholith, southeastern British Columbia. *Can. J. Earth Sci.* 26: 1944-1952 p.
- ❖ Tikhonov A. N., 1950. On determining electrical characteristics of the deep layers of the earth's crust. *Doklady*.73(2): 295-297 p.
- ❖ Tournerie B., Chouteau M. y Marcotte D., 2007. Magnetotelluric static shift: Estimation and removal using the cokriging method. *Geophysics*. 72(1): f25-f34 p.
- ❖ Van Beusekom A. E., Parker R. L., Bank R. E., Gill P. E., Constable S., 2011. The 2-D magnetotelluric inverse problem solved with optimization. *Geophys. J. Int.* 184, 639–650 p.
- ❖ Vogl J. J., Simony P. S., 1992. The southern tail of the Nelson batholith, southeast British Columbia: emplacement and deformation along a terrane accretion zone. 1-40 p.
- ❖ Muñoz Gallegos Y., 2011. Interpretación de sondeos magnetotelúricos mediante su conversión a sondeos centrales puramente inductivos. Tesis de Maestría. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. Ensenada, Baja California, México. 77 p.

APENDICE A

A.1 Determinante

Tensor de impedancias.

$$\begin{bmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{bmatrix} \quad (11)$$

Para el caso bidimensional.

$$\begin{bmatrix} 0 & Z_{TE} \\ Z_{TM} & 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Donde Z_{TM} es la impedancia del modo transversal magnético y Z_{TE} es la impedancia del modo transversal eléctrico correspondiente. Si bien para cada uno de los modos.

$$Z_{TE} = |Z_{TE}| \exp[i\phi_{TE}] \quad (13)$$

$$Z_{TM} = |Z_{TM}| \exp[i\phi_{TM}] \quad (14)$$

La resistividad aparente (ρ_a) para cada uno de los modos se expresa como sigue:

$$\rho_a^{TE} = \frac{1}{\omega\mu} Z_{TE}^2 \quad (15)$$

$$\rho_a^{TM} = \frac{1}{\omega\mu} Z_{TM}^2 \quad (16)$$

La impedancia del determinante para un modelo 2-D puede ser escrita de la siguiente manera:

$$Z_{DET} = |Z_{DET}| \exp[i\phi_{DET}] \quad (17)$$

$$= \sqrt{Z_{TE}(-Z_{TM})} \quad (18)$$

$$= \sqrt{|Z_{TE}||Z_{TM}|} \exp\left[\frac{1}{2}i(\phi_{TE} + \phi_{TM})\right] \quad (19)$$

La resistividad aparente (ρ_a^{DET}) y la fase del determinante (ϕ_{DET}) de un caso bidimensional se calculan de la siguiente manera:

$$\rho_a^{DET} = \sqrt{\rho_a^{TE} \rho_a^{TM}} \quad (20)$$

$$\phi_{DET} = \frac{1}{2}(\phi_{TE} + \phi_{TM}) \quad (21)$$

A.2 Inversión del efecto estático

Si bien el efecto estático es un cambio que solo afecta la resistividad aparente del modo TM y en el determinante se encuentra mezclado el modo TE y el modo TM, por lo tanto, el determinante también se verá afectado por éste efecto.

$$\rho_{a\ est}^{TM} = k_{TM} \rho_a^{TM} \quad (22)$$

$$\rho_a^{DET} = \sqrt{\rho_a^{TE} \rho_{a\ est}^{TM}} = \sqrt{\rho_a^{TE} k_{TM} \rho_a^{TM}} \quad (23)$$

Donde:

$\rho_{a\ est}^{TM}$ = Resistividad aparente del modo TM afectada por efecto estático.

ρ_a^{TM} = Resistividad aparente del modo TM sin efecto estático.

k_{TM} = Constante que simula el efecto estático en TM.

ρ_a^{DET} = Resistividad aparente del Determinante.

Si nuestros datos no son necesariamente modelos bidimensionales, podremos suponer que existen cargas también en el modo eléctrico transversal, pero esto no importará porque al obtener el determinante éste se efecto se mezclara y al invertirlo será aislado en las primeras capas dejando un TE libre de cargas.

$$\rho_{a\ est}^{TM} = k_{TM} \rho_a^{TM} \quad (24)$$

$$\rho_{a\ est}^{TE} = k_{TE} \rho_a^{TE} \quad (25)$$

$$\rho_{a\ OBS}^{DET} = \sqrt{\rho_{a\ est}^{TE} \rho_{a\ est}^{TM}} = \sqrt{k_{TE} \rho_a^{TE} k_{TM} \rho_a^{TM}} \quad (26)$$

$$\rho_{a\ CALC}^{DET} = \sqrt{K \rho_a^{TE} \rho_a^{TM}} \quad (27)$$

Donde :

$$K = k_{TE} k_{TM}$$

$\rho_{a\ est}^{TE}$ = Resistividad aparente del modo TE afectada por efecto estático.

ρ_a^{TE} = Resistividad aparente del modo TE sin efecto estático.

k_{TE} = Constante que simula el efecto estático en TE.

El programa de Rodi & Mackie tomará esto como cierto así que no importando si nuestros datos sean bidimensionales o no siempre obtendremos un modo libre de cargas.