

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y  
DE EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DIAGONALIZACION DEL TENSOR DE IMPEDANCIA  
MAGNETOTELURICO

TESIS  
MAESTRIA EN CIENCIAS

CARLOS CEVALLOS DE LA TORRE



CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE

EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DEPARTAMENTO DE GEOFISICA

DIAGONALIZACION DEL TENSOR DE IMPEDANCIA MAGNETOTELURICO

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios  
para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta

CARLOS CEVALLOS DE LA TORRE

Ensenada, B. C. , México

Octubre 1981

TESIS APROBADA PARA SU DEFENSA POR:

Dr. Mario Martínez García, Director del Comité

Dr. José Frez Cárdenas, Miembro del Comité

Dr. Ricardo Fernández Tomé, Miembro del Comité

Dr. Pedro Ripa, Miembro del Comité

Dr. Alfonso Reyes Zamora, Director del Departamento de  
Geofísica

  
Dr. Enrique Carrillo Barrios-Gómez, Coordinador Académico

Tesis presentada en Octubre 21, 1981.

## DEDICATORIA

A mis padres:

Carlos Cevallos Nava.

Elba de la Torre Torres.

A mi mujer:

Laura Altagracia González García.

## AGRADECIMIENTOS

A todos los que de alguna manera colaboraron en la realización de este trabajo, particularmente al grupo de Métodos Eléctricos (ahora Geofísica de Exploración).

## CONTENIDO

|                                                 | <u>Página</u> |
|-------------------------------------------------|---------------|
| I. INTRODUCCION                                 | 1             |
| II. TEORIA DEL METODO                           | 3             |
| II.1. Profundidad de penetración                | 4             |
| II.2. Direcciones de E y H en el subsuelo       | 5             |
| II.3. Relación de Cagniard                      | 6             |
| II.4. Carácter tensorial de la impedancia       | 7             |
| III. PARAMETROS DE INTERPRETACION TRADICIONALES | 9             |
| III.1. Las impedancias $Z_{ij}$                 | 9             |
| III.2. Direcciones principales                  | 13            |
| III.3. Factor de anisotropía                    | 14            |
| III.4. Factor de inclinación                    | 15            |
| IV. EL TENSOR DE IMPEDANCIA                     | 18            |
| V. EXPERIMENTOS NUMERICOS                       | 25            |
| V.1. Algoritmo usado                            | 25            |
| V.2. Método experimental                        | 26            |
| V.3. Resultados                                 | 27            |
| V.4. Fuentes de error                           | 51            |
| VI. CONCLUSIONES                                | 53            |
| LITERATURA CITADA                               | 55            |

## LISTA DE FIGURAS

| <u>Figura</u> |                                                                                                            | <u>Página</u> |
|---------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| 1             | Dimensiones y posición de los modelos. El centro de simetría de los modelos se encuentra en $(0, 0, -p)$ . | 32            |
| 2             | Sección transversal de todos los modelos.                                                                  | 34            |
| 3             | Isoangulares para las direcciones $\gamma$ y $\eta$ respectivamente.                                       | 36            |
| 4             | Isoangulares para las direcciones $\gamma$ y $\eta$ respectivamente.                                       | 37            |
| 5             | Isoangulares para las direcciones $\gamma$ y $\eta$ respectivamente.                                       | 38            |
| 6             | Isoangulares para las direcciones $\gamma$ y $\eta$ respectivamente.                                       | 39            |
| 7 y 8         | Isoangulares para la dirección $\xi$ .                                                                     | 44            |
| 9 y 10        | Isoangulares para la dirección $\xi$ .                                                                     | 45            |

LISTA DE TABLAS

| <u>Tabla</u> | <u>Página</u> |
|--------------|---------------|
| I            | 47            |
| II           | 48            |
| III          | 49            |
| IV           | 50            |

# DIAGONALIZACION DEL TENSOR DE IMPEDANCIA MAGNETOTELURICO

## I. INTRODUCCION

El Método Magnetotelúrico (MT) es uno de fuente natural y se usa para evaluar cambios de la conductividad (o de su inverso, la resistividad) de los materiales del subsuelo.

El método consiste en medir las variaciones pequeñas (del orden de nanoteslas) del campo magnético terrestre o micropulsaciones, y relacionarlas con las corrientes telúricas producidas al pasar estas del aire (resistividad infinita) a la tierra (resistividad finita). La relación que existe entre las variaciones de los campos magnético y eléctrico, medidos en la superficie, nos permite calcular la resistividad en el subsuelo en función de la profundidad.

Este método nos permite tener un control de la profundidad a la que se está explorando.

En este trabajo se corrige un error habitual en la definición del tensor de impedancia magnetotelúrico. La nueva definición permite una interpretación directa,

comprensible, y más eficiente de las características físicas y geométricas del problema geológico estudiado en términos de los eigenvalores y eigenvectores del tensor. La manera en que se procederá será haciendo un resumen de la teoría del MT, luego mostrar la modificación propuesta en la definición del tensor de impedancia y finalmente, obtener resultados y conclusiones.

## II. TEORIA DEL METODO

El método MT usa las variaciones pequeñas del campo magnético de la Tierra y las corrientes telúricas que son generadas por aquellas en el interior de la Tierra.

En el presente trabajo no se hace una exposición detallada de la teoría, solo se presenta un resumen de los tópicos que más interesan en general.

En la actualidad es universalmente aceptado que las señales pueden ser tratadas, teóricamente, como ondas electromagnéticas planas. Aunque en un principio muchos investigadores se oponían a ello (Wait, 1954; Price, 1962; Srivastava, 1965).

Madden y Nelson (1964) presentan una discusión amplia de las limitaciones de la teoría de las ondas horizontales de longitud finita. Ellos concluyen que para las frecuencias a las que se trabaja en el MT es justificable utilizar la aproximación de onda infinita. Si la onda que incide es plana se deduce que el campo magnético horizontal es homogéneo alrededor del punto de observación en una distancia comparable a la longitud de onda. Esto se cumple, en general, para una y dos dimensiones, pero no para tres.

## II.1. Profundidad de penetración.

Aunque la mayor parte de la energía electromagnética incidente en la superficie de la Tierra es reflejada, una porción pequeña es transmitida hacia su interior, viaja hacia abajo y se manifiesta dentro de las rocas en la forma de un campo magnético variable, el que a su vez generará, corrientes conocidas con el nombre de telúricas.

Las corrientes telúricas crean a su vez campos magnéticos pequeños que se oponen al campo magnético primario, produciendo una atenuación del campo magnético a medida que éste va penetrando en la Tierra.

La profundidad de penetración de la energía electromagnética es inversamente proporcional a la conductividad de las rocas. En un medio homogéneo e isótropo los campos eléctrico y magnético disminuyen exponencialmente con la profundidad. La profundidad  $\delta$  a la cual los campos han caído a  $1/e$  (37%) de sus valores en la superficie, es conocida con el nombre de profundidad de penetración, su valor está dado por Orellana (1974):

$$\delta^2 = 2\rho/\omega\mu \quad (1)$$

donde  $\rho$  = resistividad,  $\omega$  = frecuencia angular,  
 $\mu$  = permeabilidad magnética. Haciendo  $\mu = \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  y  
 $\omega = 2\pi f$ , donde  $\mu_0$  = permeabilidad magnética del vacío,  
 $f$  = frecuencia, tenemos:

$$\delta^2 \approx 2.6 \times 10^5 (\rho/f) \quad (\text{m}^2) \quad (2)$$

La frecuencia está presente en la ecuación anterior porque las densidades de las corrientes telúricas inducidas dependen de la rapidez con que varía el campo magnético.

## II.2. Direcciones de E y H en el subsuelo.

En un medio constituido por capas homogéneas e isótropas horizontales, todas las corrientes, campos magnéticos y campos eléctricos inducidos naturalmente son prácticamente horizontales independientemente de la dirección con la cual estos campos penetran en la tierra. Esto se debe a la alta conductividad de la tierra en comparación con la del aire.

Para obtener la dirección del vector de campo magnético a partir de la del vector de campo eléctrico, se tendrá que

rotar esta última  $90^\circ$  de manera tal que E, H y k (donde k es el vector de propagación) en ese orden formen una terna positiva.

### II.3. Relación de Cagniard.

Si suponemos que el subsuelo en estudio está formado por capas homogéneas isótropas horizontales entonces se puede demostrar que (Orellana, 1974):

$$\rho = \frac{1}{\omega\mu} \frac{|E_x|^2}{|H_y|} \quad (3)$$

donde  $E_x$  y  $H_y$  son los campos eléctrico y magnético medidos a la frecuencia  $\omega$  en direcciones perpendiculares sobre la superficie. Tomando  $\omega = 2\pi f$  y  $\mu = \mu_0$  es:

$$\rho = \frac{1}{5f} \frac{|E_x|^2}{|H_y|} \quad (\Omega\text{-m}) \quad (4)$$

donde E está medido en mV/km y H, en nanoteslas. Esta última ecuación es conocida como relación de Cagniard.

Cuando  $\rho$  es calculada en un medio no homogéneo, entonces se le llama resistividad aparente ( $\rho_a$ ). Los parámetros  $\rho$  y  $\rho_a$  están relacionados, pero son dos conceptos distintos.

Mientras que  $\rho$  es una propiedad intrínseca del medio,  $\rho_a$  es la resistividad que un terreno, compuesto de varios materiales de diferente resistividad, debe tener para que resulte una impedancia  $Z$  igual a la que se mide. La impedancia  $Z$  es la razón  $E/H$  en cada frecuencia, y ya que  $E$  y  $H$  casi nunca están en fase,  $Z$  es en general un número complejo. En un medio homogéneo e isótropo, el desfase es de  $45^\circ$ .

#### II.4. Carácter tensorial de la impedancia.

Como las propiedades de los medios para los cuales es válida la relación de Cagniard solo dependen de la profundidad se les llama unidimensionales (1-D).

Se ha observado en muchos casos que al cambiar las direcciones en las que se miden  $E$  y  $H$  cambia también la resistividad aparente. Este fenómeno puede tener su origen en que las rocas sean anisótropas en sentido horizontal, pero también puede ser debido a la presencia de cambios laterales en las estructuras geológicas (macroanisotropía).

Para analizar situaciones como la anterior, es necesario proponer que la relación que existe entre los campos eléctrico y magnético es más complicada que una simple

relación escalar. Para incluir este tipo de casos se ha propuesto que la impedancia tenga un carácter tensorial, tomándose tradicionalmente la relación entre campos eléctrico y magnético como (Cantwell, 1960; Bostick y Smith, 1962; Reddy y Rankin, 1971; Hermance, 1973):

$$E_x = Z_{xx}H_x + Z_{xy}H_y \quad (5)$$

$$E_y = Z_{yx}H_x + Z_{yy}H_y .$$

Es decir, que el campo eléctrico en una dirección dada no sólo depende de la componente de campo magnético perpendicular a él, sino que también hay contribuciones debidas a la componente de campo magnético paralelo. Madden y Nelson (1964) muestran con un ejemplo como la interpretación de los datos mejora con la simple consideración del carácter tensorial de la impedancia.

### III. PARAMETROS DE INTERPRETACION TRADICIONALES

El procesado de datos consiste en calcular los parámetros que van a usarse en la interpretación de las series de tiempo de  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_x$ ,  $H_y$  y  $H_z$ . Los parámetros fundamentales que se calculan son los siguientes:

Impedancias  $Z_{ij}$ .

Direcciones principales.

Factor de anisotropía (skewness).

Factor de inclinación (tipper).

A continuación haremos una breve descripción de cada uno de estos parámetros, así como de sus propiedades.

#### III.1. Las impedancias $Z_{ij}$ .

Los elementos  $Z_{ij}$  son calculados a partir de  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $H_x$  y  $H_y$  en base a las ecuaciones (5), las que son dos para cuatro incógnitas, con lo que el sistema formado por ellas no tiene solución única. Por ello se hace necesario utilizar técnicas para poder resolver el sistema satisfactoriamente

(Sims et al. , 1971; Hermance, 1973; Kao y Rankin, 1977). Gamble (1979) ha desarrollado el uso de referencias remotas para eliminar el ruido local existente en cada estación.

Aquí hacemos una descripción de las propiedades de las  $Z_{ij}$ . Es necesario tener en cuenta que tanto las ecuaciones (5) como la relación de Cagniard se cumplen para una frecuencia dada, es decir, para ondas monocromáticas. Por ello las  $Z_{ij}$  se calculan en el dominio de las frecuencias.

Las direcciones de medición en el campo, de las componentes de E y H son arbitrarias respecto a la estructura en el subsuelo, por lo tanto los valores de todas las  $Z_{ij}$  son en general diferentes de cero. Al girar los ejes de medición (físicamente en el terreno o teóricamente usando una matriz de rotación), los valores de las  $Z_{ij}$  varían. Si en el subsuelo hay solo capas horizontales, es decir, un modelo unidimensional, teóricamente es  $Z_{xx} = Z_{yy} = 0$  y  $Z_{xy} = Z_{yx}$ , independientemente de la orientación de los ejes, ya que se tiene el caso en que se cumple la relación de Cagniard.

Si la estructura del subsuelo es la de un modelo de dos dimensiones (número infinito de planos de simetría vertical paralelos), como las corrientes debidas a  $H_x$  no pueden ser desviadas a la dirección X y las debidas a  $H_y$  fluyen

únicamente en esa dirección, entonces  $Z_{xx}$  y  $Z_{yy}$  se anulan cuando el sistema de ejes rotado coincide con los ejes principales (direcciones principales) de la estructura que son en este caso, rumbo y dirección perpendicular. Los otros dos elementos ( $Z_{yx}$  y  $Z_{xy}$ ) no son cero y son distintos entre sí, ya que las densidades de corriente son diferentes en cada dirección.

En el caso general el arreglo matricial de las  $Z_{ij}$  tiene la forma:

$$\begin{vmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{vmatrix} \quad (6)$$

Al aplicar las matrices de rotación para rotación positiva, es decir, en el sentido contrario a las manecillas del reloj,

$$\begin{vmatrix} Z'_{xx} & Z'_{xy} \\ Z'_{yx} & Z'_{yy} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \begin{vmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{vmatrix} \quad (7)$$

resulta:

$$2Z'_{xx} = (Z_{xx} + Z_{yy}) + (Z_{xx} - Z_{yy})\cos 2\theta + (Z_{xy} + Z_{yx})\sin 2\theta \quad (8)$$

$$2Z'_{xy} = (Z_{xy} - Z_{yx}) + (Z_{xy} + Z_{yx})\cos 2\theta - (Z_{xx} - Z_{yy})\sin 2\theta$$

$$2Z'_{yx} = (Z_{yx} - Z_{xy}) + (Z_{xy} + Z_{yx})\cos 2\theta - (Z_{xx} - Z_{yy})\sin 2\theta$$

$$2Z'_{yy} = (Z_{xx} + Z_{yy}) - (Z_{xx} - Z_{yy})\cos 2\theta - (Z_{xy} + Z_{yx})\sin 2\theta$$

Para un modelo de dos dimensiones en el cual los ejes están a lo largo de las direcciones principales,  $Z_{xx} = Z_{yy} = 0$ , es

$$Z'_{xx} = (Z_{yx} + Z_{xy})\sin\theta\cos\theta \quad (9)$$

$$Z'_{xy} = Z_{xy}\cos^2\theta - Z_{yx}\sin^2\theta$$

$$Z'_{yx} = Z_{yx}\cos^2\theta - Z_{xy}\sin^2\theta$$

$$Z'_{yy} = -(Z_{yx} + Z_{xy})\sin\theta\cos\theta$$

De las cuatro ecuaciones anteriores se puede obtener que

$$Z_{xx} + Z_{yy} = 0 \quad (10)$$

$$Z_{xy} - Z_{yx} = \text{cte.}$$

para cualquier orientación que tengan los ejes coordenados.

Para el caso de una estructura distinta de la anterior, los elementos  $Z_{ij}$  cumplen las condiciones

$$Z_{xx} + Z_{yy} = \text{cte.} \quad (11)$$

$$Z_{yx} - Z_{xy} = \text{cte.}$$

En este caso, no se puede asegurar que alguna de las impedancias tenga un valor específico. Tampoco se pueden definir las direcciones principales y la interpretación es mucho más difícil.

### III.2. Direcciones principales.

Cuando están definidas y son ortogonales, las direcciones principales se pueden encontrar rotando los ejes de coordenadas.

Si no se pueden encontrar por medio de rotaciones, entonces se definen generalmente como aquellas para las cuales  $|Z_{xy}|$  y  $|Z_{yx}|$  toman los valores máximos y mínimos respectivamente. Chetaev (1960), Cantwell (1960), Kovtun (1961), Rokityansky (1961) y Bostick y Smith (1962) han desarrollado métodos analíticos para obtener direcciones principales. El mejor método analítico hasta ahora desarrollado no maximiza  $|Z_{xy}|$  o minimiza  $|Z_{yx}|$ , sino que encuentra el ángulo  $\theta$  para el cual

$$|Z_{xy}|^2 + |Z_{yx}|^2 = \max. \quad (12)$$

ya que de esta forma se obtienen dos direcciones perpendiculares (Sims y Bostick, 1969). Tomando la ecuación (12) derivando con respecto a  $\theta$ , igualando a cero y despejando  $\theta$  se obtiene

$$\text{Tan}4\theta = \frac{(Z_{xx} - Z_{yy})(Z_{xy} + Z_{yx})^* + (Z_{xx} + Z_{yy})^*(Z_{xy} - Z_{yx})}{|Z_{xx} - Z_{yy}|^2 - |Z_{xy} + Z_{yx}|^2} \quad (13)$$

donde \* significa complejo conjugado. Para dicho ángulo también se satisface

$$|Z_{xx}|^2 + |Z_{yy}|^2 = \min. \quad (14)$$

### III.3. Factor de anisotropía.

Aunque usando la relación de Cagniard se pueden calcular las cuatro resistividades aparentes  $\rho'_{ij}$ , normalmente solo se calculan las  $\rho'_{xy}$  y  $\rho'_{yx}$  que son las que se usan en la interpretación.  $\rho'_{xx}$  y  $\rho'_{yy}$  teóricamente debían ser cero en modelos de dos dimensiones, pero en la práctica esto nunca sucede. Ello es debido fundamentalmente a que en realidad nunca se encuentra en el campo un modelo ideal de dos dimensiones. Como en los casos (1-D) y bidimensionales (2-D)

las cantidades  $Z_{xx} + Z_{yy}$  ( $= 0$ ) y  $Z_{xy} - Z_{yx}$  son invariantes ante rotaciones, se puede definir un factor de anisotropía  $S$  (skewness) de la forma

$$S = \frac{|Z_{xx} + Z_{yy}|}{|Z_{xy} - Z_{yx}|} \quad (15)$$

Se puede ver de (6) y (10), que si  $S$  es muy grande la estructura en el subsuelo se comporta como tridimensional (3-D), mientras que si  $S \ll 1$  la estructura en el subsuelo se comporta como bidimensional. Como esto es cierto para cualquier ángulo de rotación  $\theta$ ,  $S$  puede servir desde un principio para discriminar entre estructuras 2-D y 3-D a una frecuencia dada.

#### III.4. Factor de inclinación.

En una estructura de dos dimensiones existe un campo magnético vertical, lo que puede ser obtenido a partir de la Ec. de Maxwell

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (16)$$

Para  $E = E_x i + E_y j$  y  $B = \mu H = \mu(H_x i + H_y j + H_z k)$  es

$$\begin{aligned}
 \nabla \times E &= i \frac{\partial E_y}{\partial z} - j \frac{\partial E_x}{\partial z} + k \left| \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} \right| \\
 &= -i\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} - j\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} - k\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} .
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

Para una frecuencia fija es

$$H_x \propto \frac{\partial E_y}{\partial z} , \quad H_y \propto \frac{\partial E_x}{\partial z} , \quad H_z \propto \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} .
 \tag{18}$$

De las ecuaciones anteriores resulta que para un modelo unidimensional,  $H_z$  del campo secundario es igual a cero ya que  $E_x$  y  $E_y$  sólo cambian con la profundidad.

Para un modelo de una discontinuidad 2-D con X como eje perpendicular al plano formado por la discontinuidad y Y como eje paralelo  $E_x$  no varía en la dirección Y pero  $E_y$  sí varía en la dirección X al pasar de un lado a otro de la discontinuidad.

En este caso  $H_z$  secundario es debido a  $E_y$ , pero éste a su vez a  $H_x$  del campo primario. En resumen, en el caso bidimensional  $H_z$  secundario está relacionada con la componente X del campo magnético primario. Una vez encontradas las direcciones principales, el hallar cual de

ellas es más coherente con Hz ayuda a determinar cual dirección es perpendicular y cual paralela a la discontinuidad.

Para hacer más sistemática la relación de Hz secundario a H horizontal primario se define un parámetro llamado (Vozoff,1972) factor de inclinación T (tipper), mediante la pareja de coeficientes (A,B) de la ecuación:

$$Hz = AHx + BHy \quad (19)$$

Por último haciendo un análisis semejante al anterior para un modelo 3-D, observamos que Hz secundario depende tanto de Hx como de Hy. El hecho de que no podamos encontrar una dirección preferencial para la cual el factor de inclinación sea notoriamente más coherente que para otras es un indicativo de tridimensionalidad de la estructura en el subsuelo.

#### IV. EL TENSOR DE IMPEDANCIA

Como ya hemos visto, los campo eléctrico y magnético en la superficie de la tierra están relacionados según las ecuaciones (5) o, en una forma concisa,

$$\{E\} = \{Z\}\{H\} \quad (20)$$

donde

$$Z = \begin{vmatrix} Z_{xx} & Z_{xy} \\ Z_{yx} & Z_{yy} \end{vmatrix} \quad (21)$$

es el llamado tensor de impedancia y  $\{E\}$  y  $\{H\}$  son vectores formados por  $(E_x, E_y)$  y  $(H_x, H_y)$ , respectivamente.

Es importante hacer notar que ya desde 1962 se sugiere trabajar con nuevas definiciones de  $Z$ . Swift (1967) hace un intento bastante serio por delimitar las áreas teóricas de trabajo, si es que no se desea interpretar eigenvectores complejos de  $Z$ .

Observamos con anterioridad que, las técnicas de interpretación en MT, se basan fundamentalmente en el proceso de antidiagonalizar al llamado tensor de impedancia  $Z$ . El proceso de antidiagonalizar mediante rotaciones permite de

una forma simple determinar según sea el caso, el grado de tridimensionalidad o bidimensionalidad de la zona de estudio. Sin embargo, en la mayoría de los problemas físicos, el proceso más común es el de diagonalización. Ahora bien,  $Z$  (eq. 21), no puede ser sujeto a una diagonalización ya que como veremos a continuación no se comporta como un tensor propiamente dicho.

$Z$  no es estrictamente un tensor, debido a que no se transforma como tal bajo reflexiones o inversiones. La manera más sencilla de probarlo consiste en observar que  $E$  es un vector polar y  $H$  es un vector axial o pseudovector (Landau y Lifshitz, 1951) y que por la ley del cociente (Santaló, 1977)  $Z$  es un pseudotensor. Para ilustrar que es lo que sucede físicamente, tomemos el caso de una inversión. Esta es una transformación tal, que cambia  $(x, y, z)$  a  $(x', y', z') = (-x, -y, -z)$ . Bajo este cambio de coordenadas  $E$  y  $H$  no se transforman igual

$$E'(x', y', z') = -E(-x, -y, -z) = E(x, y, z) \quad (22)$$

$$H'(x', y', z') = H(-x, -y, -z) = -H(x, y, z) .$$

Como la ecuación (20) tiene que cumplirse en cualquier sistema de coordenadas,  $Z$  tiene que transformarse como  $H$ :

$$Z'(x', y', z') = Z(-x, -y, -z) = -Z(x, y, z). \quad (23)$$

Físicamente esto quiere decir que  $E$  es invariante ante la inversión y que  $H$  y  $Z$  cambian de signo.

Si deseamos que  $Z$  sea un tensor, y que los campos  $E$  y  $H$  estén relacionados linealmente como en (5), la única relación lineal posible entre el vector axial  $H$  y el vector polar  $E$  está dada por (Landau y Lifshitz, 1960)

$$E_\alpha = T_{\alpha\beta}(H \times n)_\beta \quad (24)$$

donde  $T_{\alpha\beta}$  es un tensor de rango 2 y  $n$  un vector unitario en la dirección de la normal interna a la superficie de la Tierra. Para demostrar que  $T$  es un tensor, basta con observar que el producto vectorial de un pseudovector y un vector  $(H \times n)$  es un vector (Santaló, 1977) y aplicar nuevamente la ley del cociente. Tomando nuevamente el caso de una inversión observamos que:

$$\begin{aligned} H'(x', y', z') \times n'(x', y', z') & \quad (25) \\ &= H(-x, -y, -z) \times -n(-x, -y, -z) \\ &= H(x, y, z) \times n(x, y, z) \end{aligned}$$

lo que implica que  $H \times n$  es un invariante ante la inversión.

Escogiendo el eje +z verticalmente hacia afuera de la Tierra, la ecuación (24) resulta en:

$$E_x = -T_{xx}H_y + T_{xy}H_x \quad (26)$$

$$E_y = -T_{yx}H_y + T_{yy}H_x ,$$

y comparando estas ecuaciones con la ecuación (5) tenemos:

$$T_{xx} = -Z_{xy} \quad T_{xy} = Z_{xx} \quad (27)$$

$$T_{yx} = -Z_{yy} \quad T_{yy} = Z_{yx}$$

Con la ayuda de este resultado, podemos definir los elementos de un nuevo Z en términos de los elementos del antiguo. Esto es, la ecuación (20) se sigue cumpliendo, con Z un tensor de la forma

$$Z = \begin{vmatrix} -Z_{xy} & Z_{xx} \\ -Z_{yy} & Z_{yx} \end{vmatrix} \quad (28)$$

donde E y H ahora son vectores formados por  $(E_x, E_y)$  y  $(-H_y, H_x)$ , respectivamente.

Este tensor Z puede ahora ser sujeto a una diagonalización y tratar de interpretar físicamente dicho proceso.

La diagonalización se lleva a cabo utilizando una transformación del sistema coordenado  $(x, y, z)$  a un nuevo sistema coordenado  $(x', y', z)$  tal que  $Z$  tenga un forma diagonal. Para esto se debe resolver el sistema

$$\det(Z - \lambda I) = 0 \quad (29)$$

i.e.,

$$\lambda^2 + (Z_{xy} - Z_{yx})\lambda + Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx} = 0 .$$

Teniendo los siguientes invariantes:

$$\begin{aligned} I_1 = \det(Z) &= Z_{xx}Z_{yy} - Z_{xy}Z_{yx} & (30) \\ &= Z'_{xx}Z'_{yy} - Z'_{xy}Z'_{yx} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_2 = -\text{tr}(Z) &= Z_{xy} - Z_{yx} & (31) \\ &= Z'_{xy} - Z'_{yx} \end{aligned}$$

Si  $Z$  es simétrico, otro invariante es (Bellmann, 1960),

$$\begin{aligned} I_3 &= Z_{xx} + Z_{yy} & (32) \\ &= Z'_{xx} + Z'_{yy} . \end{aligned}$$

Que son los mismos invariantes obtenidos para el

pseudotensor  $Z$  bajo el proceso de anti-diagonalización (rotación).

Con esta definición de  $Z$  y en el caso de estructuras isótropas y homogéneas, o estratificadas horizontalmente, se tienen los mismos resultados obtenidos anteriormente, pero con un tensor de impedancia independiente de las direcciones de los ejes coordenados. En otras palabras, ya se tiene en forma diagonal y

$$Z_{yx} = -Z_{xy} \quad (33)$$

Estructuras con un plano vertical de simetría o (2-D), requieren que si  $x' = \text{constante}$  es el plano de simetría, entonces por la ecuación (26)  $H'_y$  no induzca campos  $E'_y$ , y similarmente  $H'_x$  no induzca campos  $E'_x$ . Consecuentemente en este sistema coordenado

$$Z'_{xx} = Z'_{yy} = 0 \quad (34)$$

De el invariante (34), concluimos que, para cualquier otro sistema ortogonal (Bellmann, 1960),

$$Z_{xx} + Z_{yy} = 0 \quad \text{i.e.,} \quad Z_{xx} = -Z_{yy} \quad (35)$$

Adicionalmente para este caso, se puede calcular fácilmente el ángulo  $\gamma$  entre la dirección  $y$  de un conjunto arbitrario de coordenadas horizontales  $(x,y)$  y la dirección para la cual  $y'$  esta en el plano vertical de simetría. Esto es factible debido a que este ángulo coincide con uno de los ángulos  $\gamma$  y  $\eta = \gamma + 90^\circ$  de las direcciones principales dados por:

$$\gamma = \text{Arctan}(L_y/L_x) \quad (36)$$

donde  $L = (L_x, L_y)$  es un eigenvector de  $Z$ .

## V. EXPERIMENTOS NUMERICOS

Podemos observar que, hasta ahora (estructuras 1-D o 2-D), el procedimiento de diagonalización del tensor y el de anti-diagonalización del pseudo-tensor, dan exactamente los mismos resultados, siendo la ventaja del primer procedimiento su claridad y fácil comprensión.

Esto no ocurre con estructuras (3-D). Experimentando con uno de los mejores algoritmos conocidos para modelar la respuesta magnetoteléfrica 3-D (Ting y Hohmann, 1981) podemos probar que el procedimiento expuesto aquí, en particular la ecuación (36), da nuevos y mejores resultados.

### V.1. Algoritmo usado.

Una solución de ecuaciones integrales 3-D es adaptada para simular la respuesta magnetoteléfrica de un cuerpo 3-D en la Tierra. El cuerpo es reemplazado por corrientes de polarización que dependen de la diferencia entre las conductividades del cuerpo y la Tierra que lo rodea. La ecuación integral de volumen resultante es reducida a una ecuación matricial por el método de momentos. Después de que la ecuación matricial es resuelta para la corriente de polarización, los campos eléctrico y magnético en la

superficie de la Tierra son calculados usando funciones diádicas de Green.

Para la solución numérica, Hohmann (1975), Weidelt (1975) y Meyer (1976) dividen el cuerpo en celdas cúbicas, subsecuentemente Ting y Hohmann (1981) agregan la condición de que el cuerpo tenga dos planos de simetría verticales ortogonales con el objeto de economizar tiempo de computadora, y finalmente, Nutter y Wannamaker (1980) hacen la implementación del programa usado para una computadora PRIME 400 operando bajo PRIMOS IV, Revisión 17.

## V.2. Método Experimental.

Utilizando normalmente 25 estaciones y 6 frecuencias (0.001, 0.01, 0.1, 1.0, 10.0 y 100.0 Hz.), se analizaron las respuestas magnetotelégraficas de aproximadamente 100 modelos 3-D.

El método experimental consistió en lo siguiente:

1. Proponer un modelo, una red de estaciones y unas frecuencias de trabajo.

2. Mediante el algoritmo mencionado anteriormente

obtener Z.

3. Usando las técnicas de diagonalización y la ecuación (36) obtener las direcciones principales  $\gamma$  y  $\eta$  en cada caso.

4. Analizando las relaciones de  $\gamma$  y  $\eta$  con las propiedades geométricas del modelo y buscando que fueran más evidentes, proponer un nuevo modelo y en caso de ser necesario una nueva red de estaciones o nuevas frecuencias de trabajo.

### V.3. Resultados.

El resultado más importante encontrado, es que si bien los eigenvalores de Z son complejos, sus eigenvectores se pueden elegir de tal manera que son prácticamente reales, esto es, tienen partes imaginarias 2 o 3 órdenes de magnitud más pequeñas que las partes reales.

Debido a que las componentes  $(x, y)$  de los eigenvectores en particular cumplen que:

$$(-Z_{xy} - \lambda)x + (Z_{xx})y = 0 \quad (37)$$

al elegir  $x = 1$  entonces se observa que,  $y = (\lambda + Z_{xy})/Z_{xx}$

esta prácticamente en el campo de los reales. Este resultado tiene varias implicaciones:

1.  $\gamma$  y  $\eta$  son reales. Lo más lógico, aunque  $Z$  no es hermitico, si es un tensor que representa una relación física real. Por lo tanto, es de esperarse que sus direcciones principales se puedan encontrar físicamente en el terreno.

2. Eligiendo  $x = 1$  y substituyendo a  $\lambda$  por su valor en términos de las  $Z_{ij}$  en la ecuación (37), obtenemos que:

$$\text{Im} \left| \frac{(Z_{yx} + Z_{xy}) \pm ((Z_{yx} + Z_{xy})^2 - 4(Z_{xx}Z_{yy}))^{1/2}}{2(Z_{xx})} \right| = 0. \quad (38)$$

Distribuyendo el denominador en los sumandos y ya que si  $a \pm b$  son reales entonces  $a$  y  $b$  también lo son, resulta

$$\text{Im} \left| \frac{Z_{xy} + Z_{yx}}{Z_{xx}} \right| = 0, \quad \text{Im} \left| -\frac{Z_{yy}}{Z_{xx}} \right| = 0, \quad \text{con } |Z_{xx}| \neq 0. \quad (39)$$

Esto implica que las  $Z_{ij}$  no pueden tomar cualquier valor, en particular las relaciones anteriores implican que si  $Z_{xy} + Z_{yx}$ ,  $Z_{xx}$  y  $Z_{yy}$  se consideran vectores complejos entonces son linealmente dependientes. O si se consideran solamente como números complejos, entonces tienen todos la misma fase o bien diferencias de fase de  $180^\circ$ . Este

resultado se puede verificar también con los resultados de Ting Y Hohmann (1981).

Es importante señalar que las condiciones (39) son válidas en todos los casos, esto es, son dos invariantes de  $Z$ .

Experimentalmente se encontró que los modelos más sencillos son los que hacen más evidentes las relaciones de  $\gamma$  y  $\eta$  con las propiedades geométricas del modelo. Los resultados son mostrados para los modelos 3-D más sencillos: cuerpos conductores con forma de prismas rectangulares contenidos en semi-espacios homogéneos e isótropos. Los cuatro modelos considerados se muestran en la figura 1.

## EXPLICACION DE LAS FIGURAS

Figura 1:

a).\_ Las conductividades del semiespacio y de los modelos son  $100 \Omega\text{-m}$  y  $5 \Omega\text{-m}$  respectivamente.

b).\_ Las aristas de los modelos son paralelas a algún eje coordenado.

c).\_ El centro de simetría de los modelos se encuentra en todos los casos en  $(0, 0, -p)$ .

Figuras 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 y 10:

a).\_  $\gamma$  y  $\eta$  son las direcciones principales obtenidas por diagonalización del tensor Z propuesto.

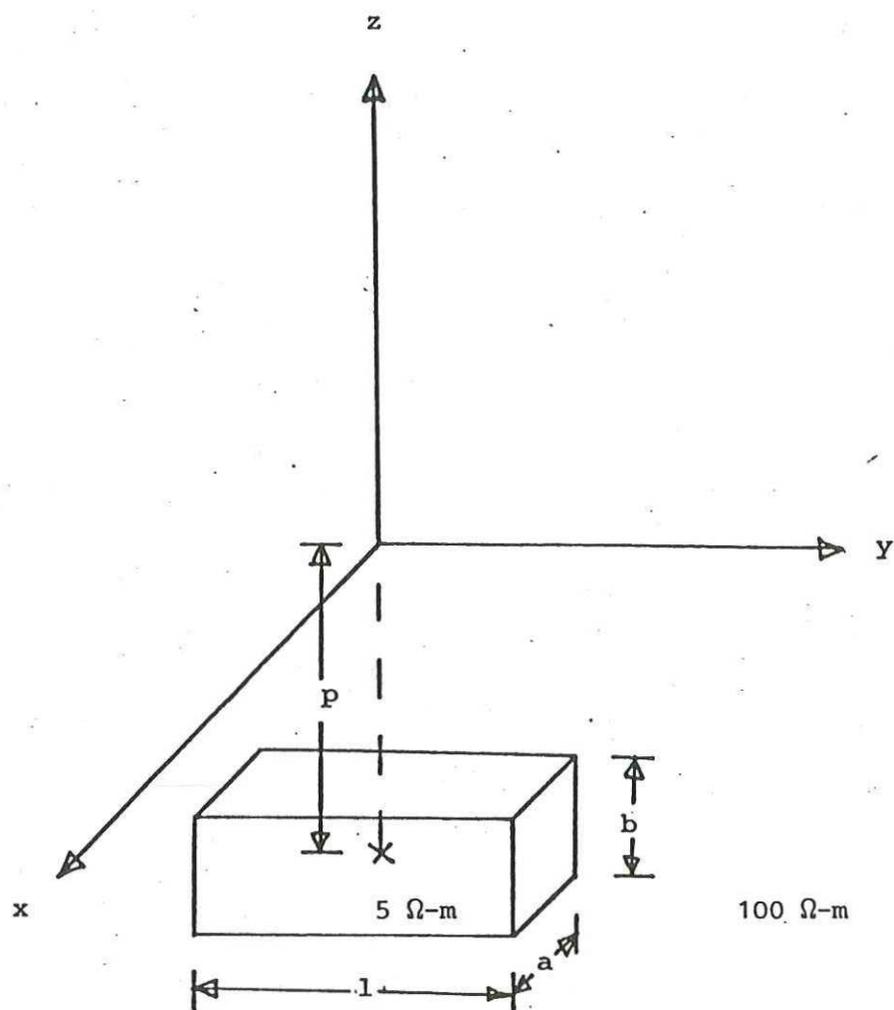
b).\_  $\xi$  es la dirección principal obtenida por el método tradicional.

c).\_ La separación entre estaciones ( $\square$ ) contiguas en la dirección x o en la y es de 1 Km.

d).\_ Las líneas representan interpolaciones con el mismo

valor de  $\gamma$  y  $\eta$ , o  $\xi$  basadas en los valores exactos de las estaciones.

e). \_Los números que aparecen en las líneas son los valores de  $\gamma$  y  $\eta$ , o  $\xi$  en ellas.



EN TODOS LOS CASOS  
 $p = a = b = 1\text{Km.}$

| MODELO | l (Km.) |
|--------|---------|
| 1      | 1       |
| 2      | 4       |
| 3      | 8       |
| 4      | 20      |

Figura 1. \_ Dimensiones y posición de los modelos. El centro de simetría de los modelos se encuentra en  $(0, 0, -p)$ .

Ya que el rumbo de una estructura es un concepto importante en Geofísica, aunque para estructuras o modelos 3-D no está definido, con el propósito de visualizar que sucede al ir alargando el modelo inicial en una dirección prefijada ( $y$ ), en todos los casos la profundidad y la sección transversal usadas son la misma i.e.,  $p = a = b = \text{cte.}$  (figura 2).

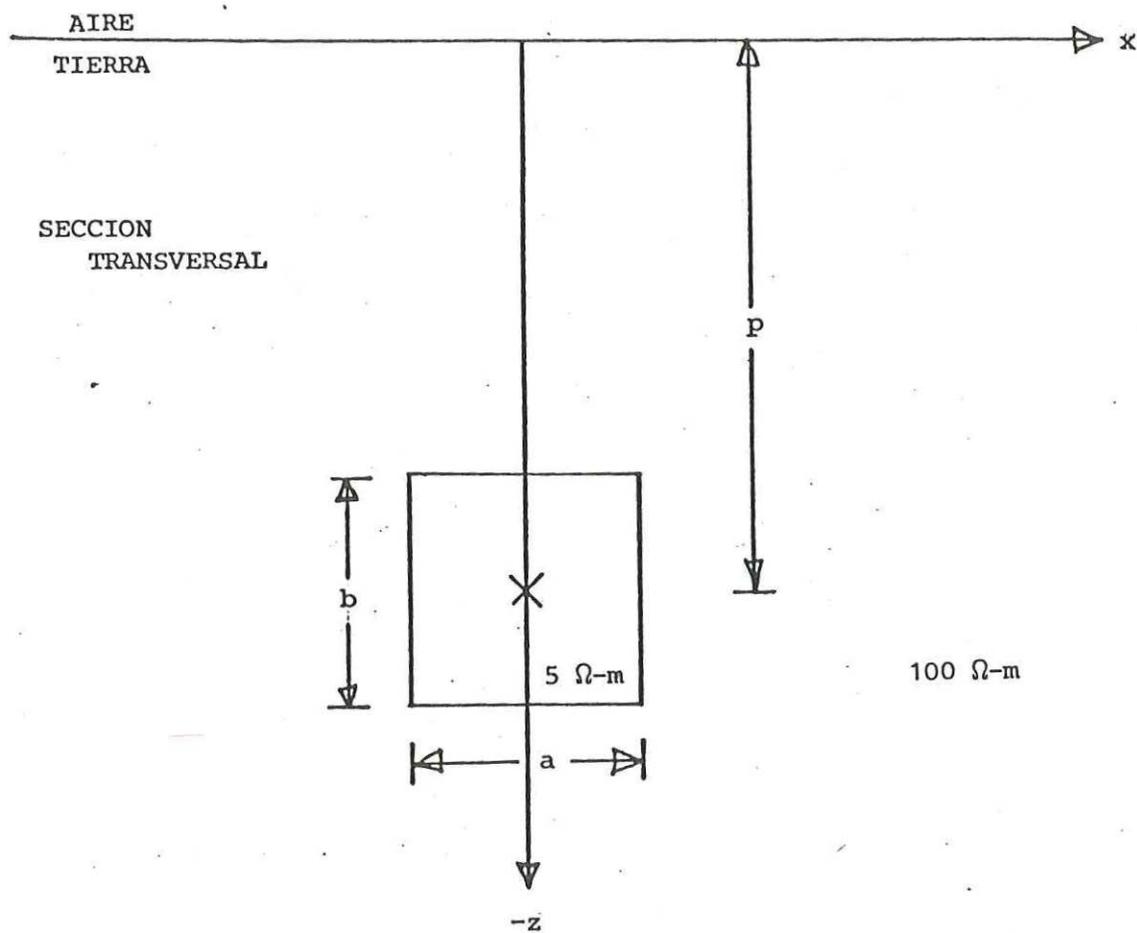


Figura 2. \_ Sección transversal de todos los modelos.

Usando el algoritmo de Ting y Hohmann (1981), los prismas fueron discretizados en cubos de 500m de lado. También, debido a que las direcciones principales no son afectadas por los cambios de frecuencia y a que existen dos planos verticales de simetría, los resultados son mostrados para sólo una frecuencia (0.1 Hz.) y para el cuadrante superior derecho.

Los resultados exactos en las estaciones se interpolaron usando una rutina de computadora para obtener las curvas graficadas en las figuras 3, 4, 5 y 6.

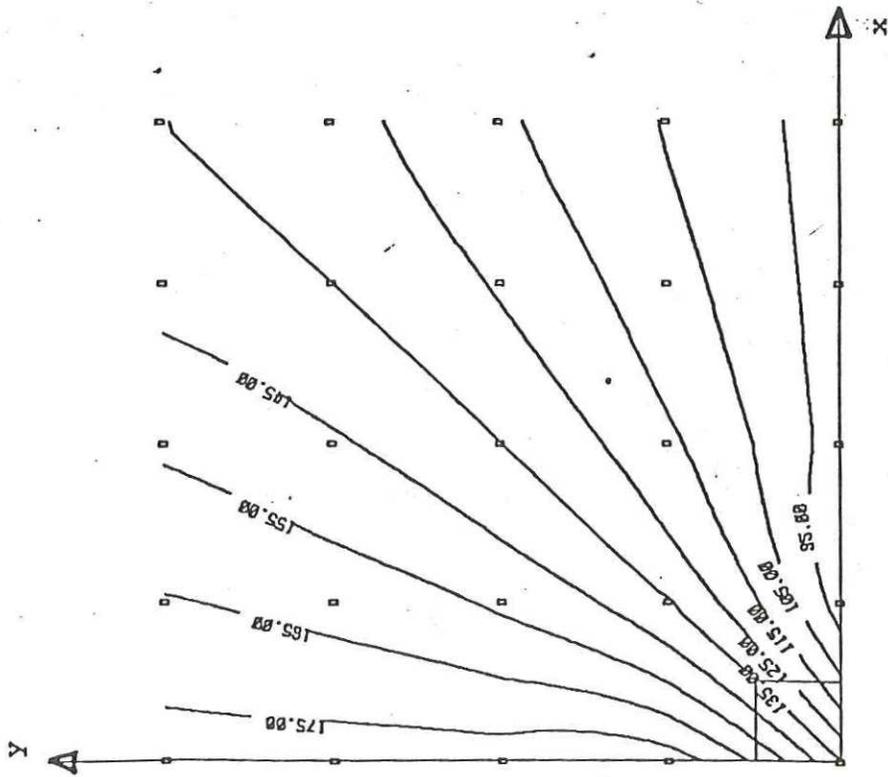
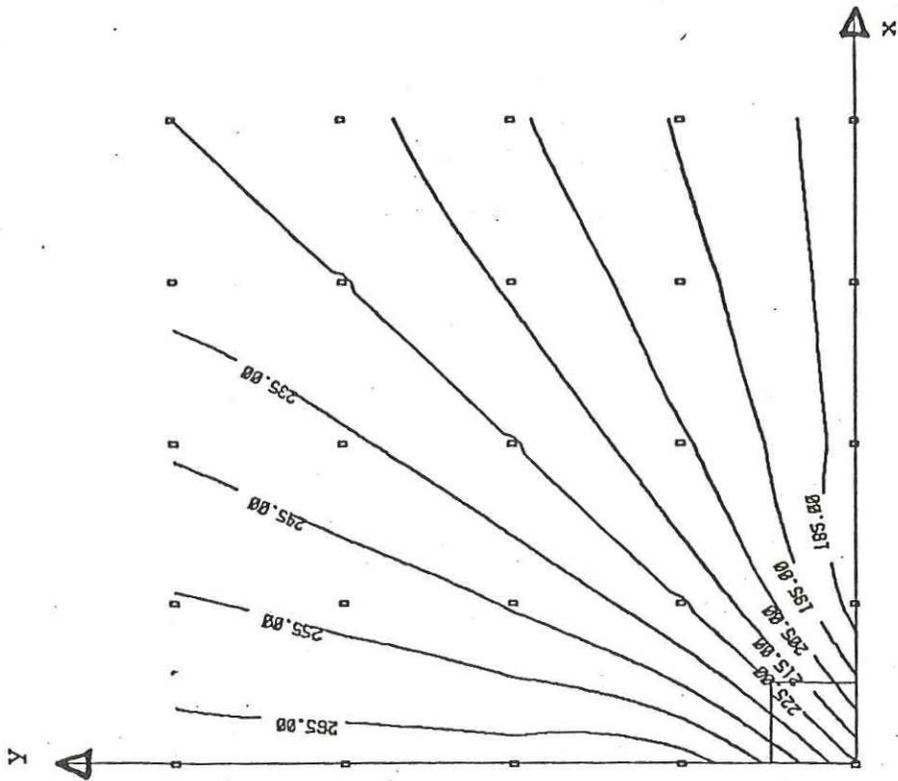


Figura 3.\_ Isoangulares para las direcciones principales  $\gamma$  y  $\eta$  respectivamente.

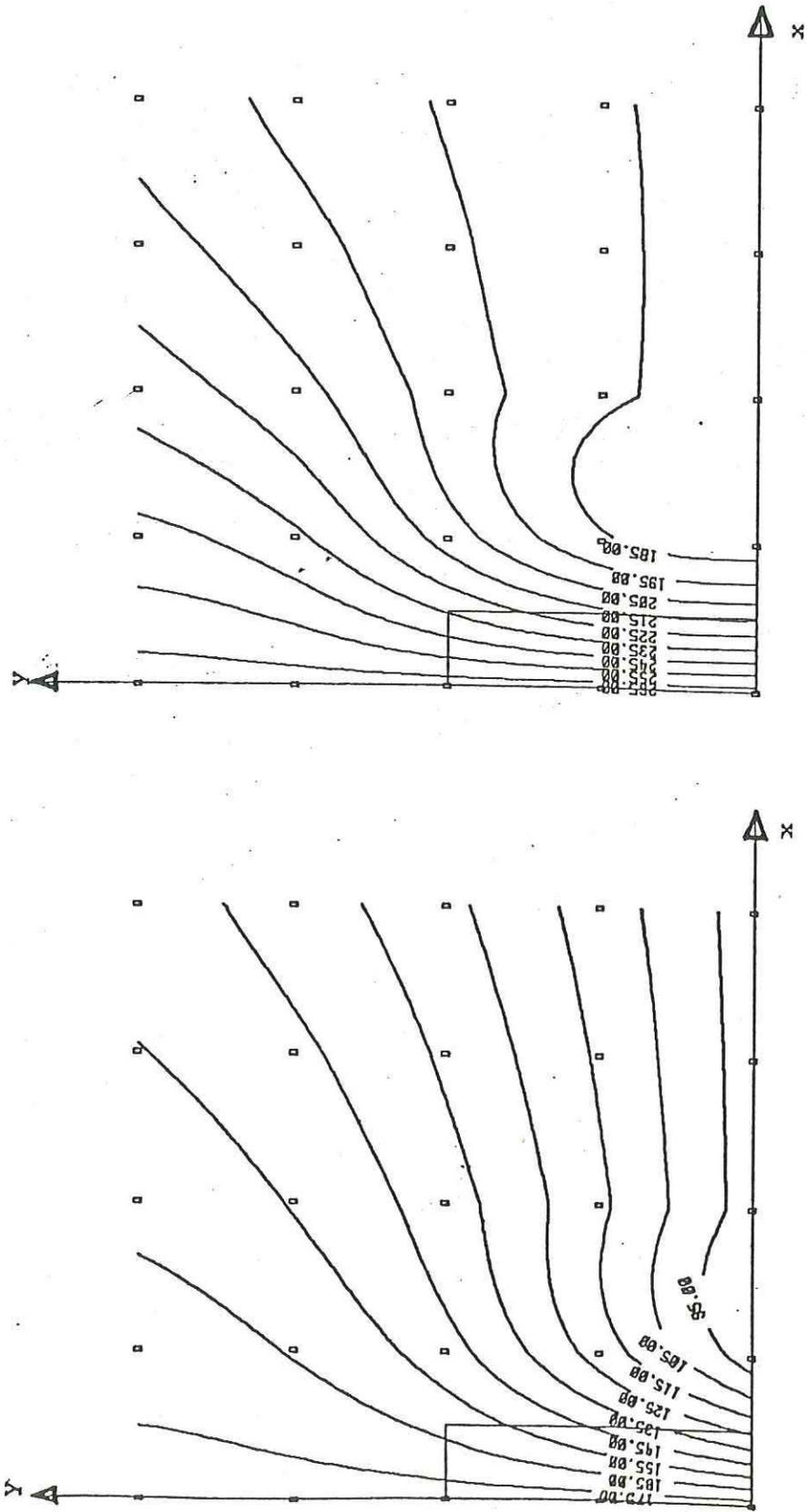


Figura 4. \_ Isoangulares para las direcciones principales  $\gamma$  y  $\eta$  respectivamente.

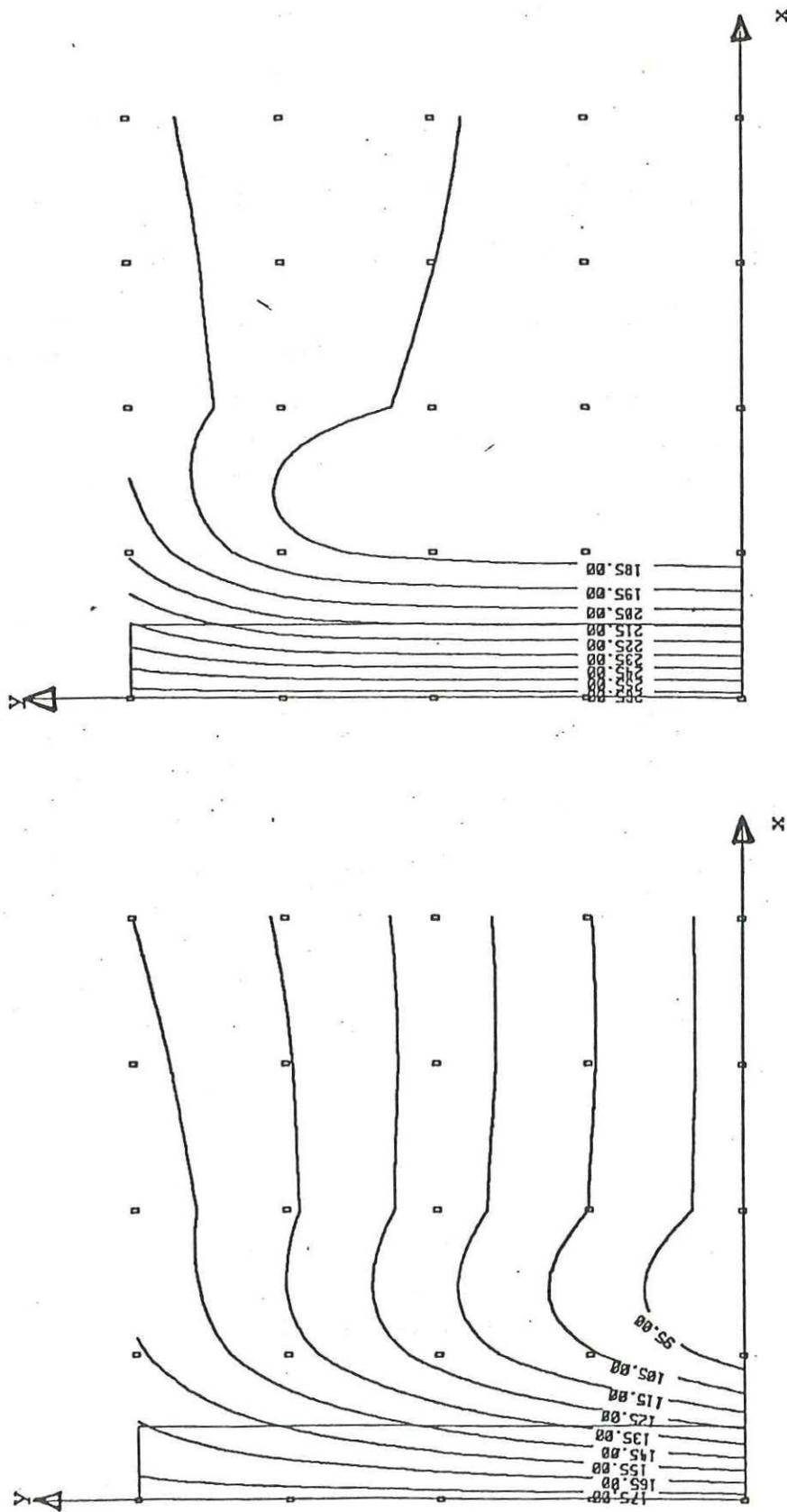


Figura 5.\_ Isoangulares para las direcciones principales  $\gamma$  y  $\eta$  respectivamente.

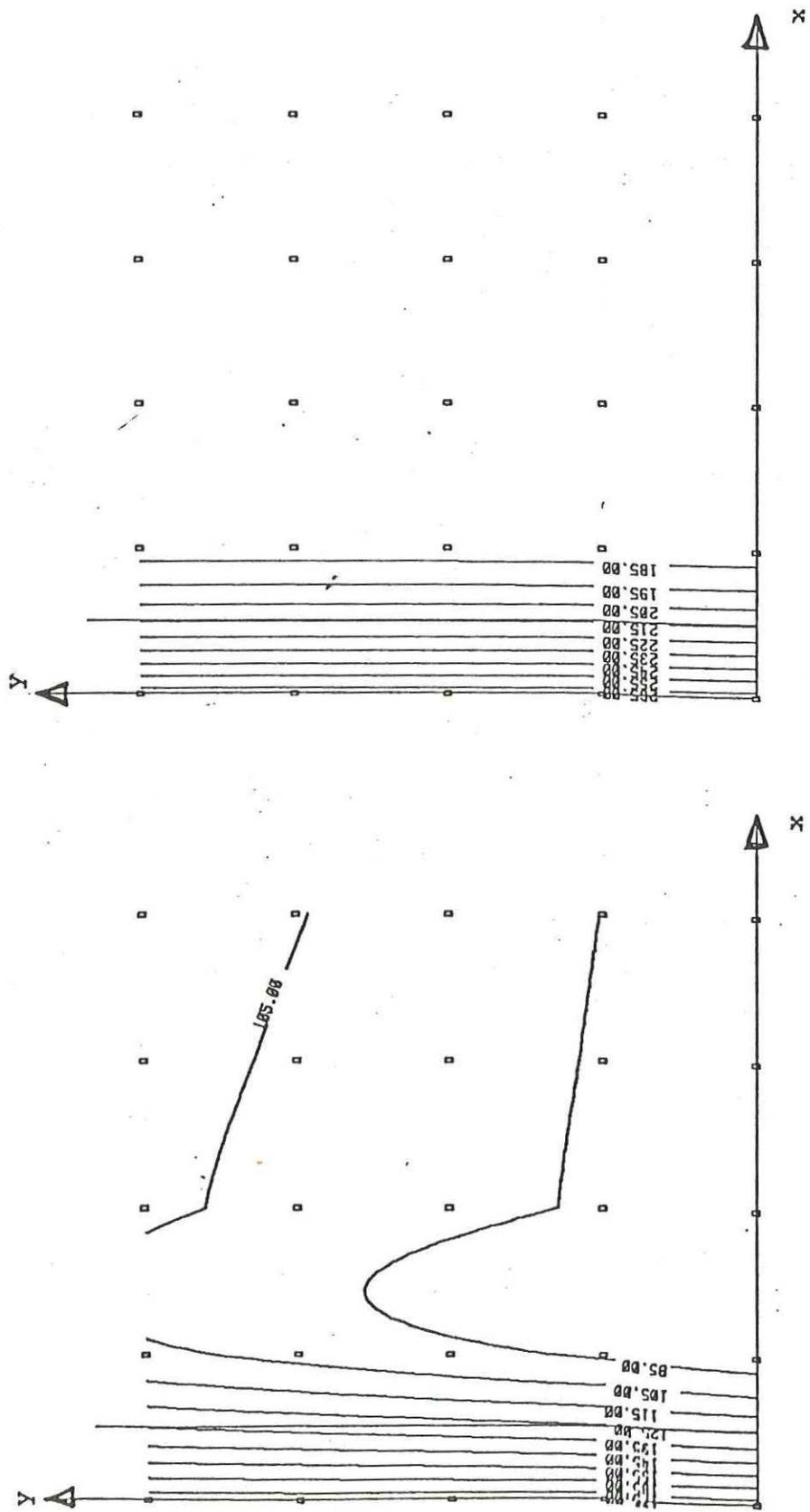


Figura 6. Isoangulares para las direcciones principales  $\gamma$  y  $\eta$  respectivamente.

De ellas en conjunto se observa la siguiente:

1. Ambas direcciones principales ( $\gamma$  y  $\eta$ ) siguen una variación suave y continua con la distancia del modelo y su elongación en la dirección  $y$ .

2.  $\gamma$  y  $\eta$  no son ortogonales en general. Inicialmente cuando el modelo es un cubo si están a  $90^\circ$  en todas las estaciones, luego al elongarse este último la ortogonalidad se pierde, y finalmente, cuando el modelo es muy elongado, es decir, cuando es casi 2-D  $\gamma$  y  $\eta$  vuelven a estar a  $90^\circ$  en casi todas las estaciones.

Físicamente, que  $\gamma$  y  $\eta$  no sean ortogonales implica que no existe un sistema de coordenadas ortogonal donde  $Z_{xx} = Z_{yy} = 0$ . Sin embargo, existe un sistema no-ortogonal (el definido por  $\gamma$  y  $\eta$ ) donde  $Z_{\gamma\eta} = Z_{\eta\gamma} = 0$ , o lo que es equivalente,  $E_\gamma = Z_{\gamma\eta}H_\eta$ ,  $E_\eta = Z_{\eta\gamma}H_\gamma$ . La explicación física del porqué ocurre lo anterior viene directamente de las Ecs. de Maxwell

$$\nabla \times E = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (40)$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J .$$

Más las ecuaciones constitutivas del medio:

$$\begin{aligned} D_i &= \epsilon_{ij} E_j \\ J_i &= \sigma_{ij} E_j \\ B &= \mu H = \mu_0 H \end{aligned} \quad (41)$$

donde  $D$  = vector de desplazamiento eléctrico,  $J$  = vector de corriente eléctrica,  $\epsilon_{ij}$  = tensor de permitividad eléctrica,  $\sigma_{ij}$  = tensor de conductividad eléctrica.

Haciendo el desarrollo tradicional para encontrar la relación entre los campos  $E$  y  $H$  en la superficie de un medio homogéneo y anisótropo, esto es, usando las ecuaciones (40) y (41), suponiendo que los campos tienen forma de onda senoidal, que  $\epsilon_{ij}$  y  $\sigma_{ij}$  pueden ser diagonalizados por una misma transformación ortogonal, y haciendo el desarrollo para ondas monocromáticas, se llega a la relación:

$$E_j = \left| \frac{-i\omega\mu_0}{i\omega\varepsilon_j + \sigma_j} \right|^{1/2} (H \times n)_j \quad . \quad (42)$$

Si hacemos  $\varepsilon_j = 0$  o  $\sigma_j = 0$  observaremos que la ecuación (42) se reduce a las ecuaciones típicamente usadas en el MT o en óptica respectivamente.

Es conocido que  $\varepsilon_{ij}$  y  $\sigma_{ij}$  son en general simétricos, esto es, pueden ser diagonalizados mediante una transformación ortogonal.

Es importante observar que en nuestro caso el coeficiente que relaciona a E con H es  $Z_{ij}$ . Esto significa que  $Z_{ij}$  podrá ser diagonalizado por una transformación ortogonal si y solo si las direcciones principales de  $\varepsilon_{ij}$  y  $\sigma_{ij}$  son ortogonales y coinciden. El hecho de que  $\gamma$  y  $\eta$  no sean ortogonales significa entonces que los tensores de permitividad y de conductividad del material o no tienen direcciones principales ortogonales, o si las tienen, estas no coinciden.

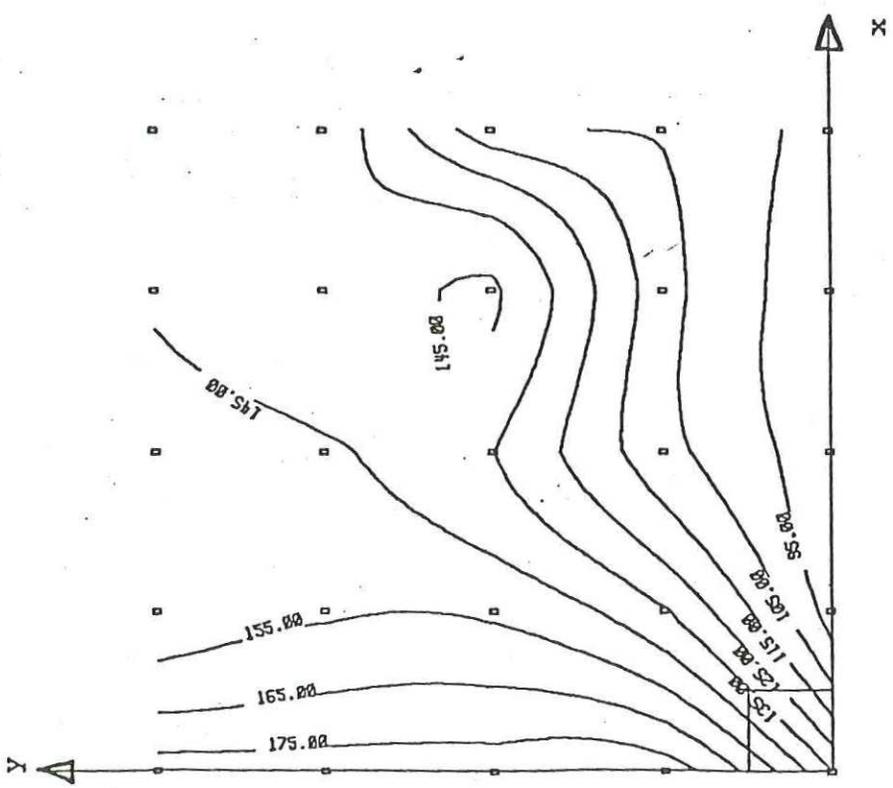
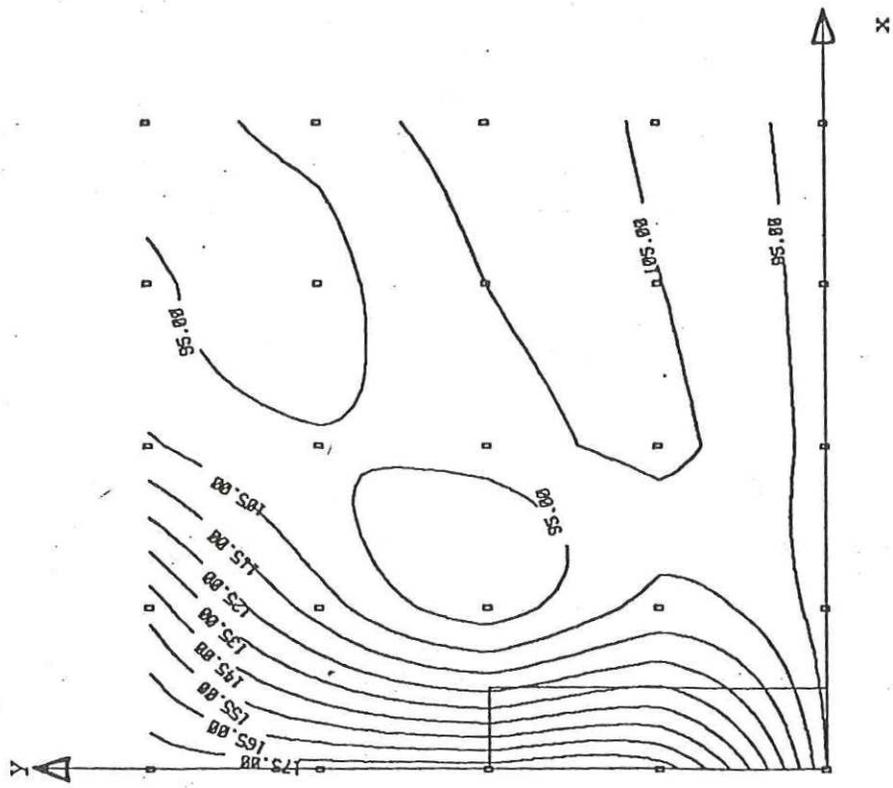
3. Suponiendo que la dirección de elongación en los modelos es la dirección de su rumbo,  $\gamma$  y  $\eta$  siempre dan una buena estimación de ella y de la dirección perpendicular a ella respectivamente.

4. Como es de esperarse, debido a que la gran diferencia entre los modelos 2-D y 3-D es la acumulación de carga eléctrica en algunas partes de la frontera de los modelos 3-D, ambos ángulos son muy sensibles a esta acumulación.

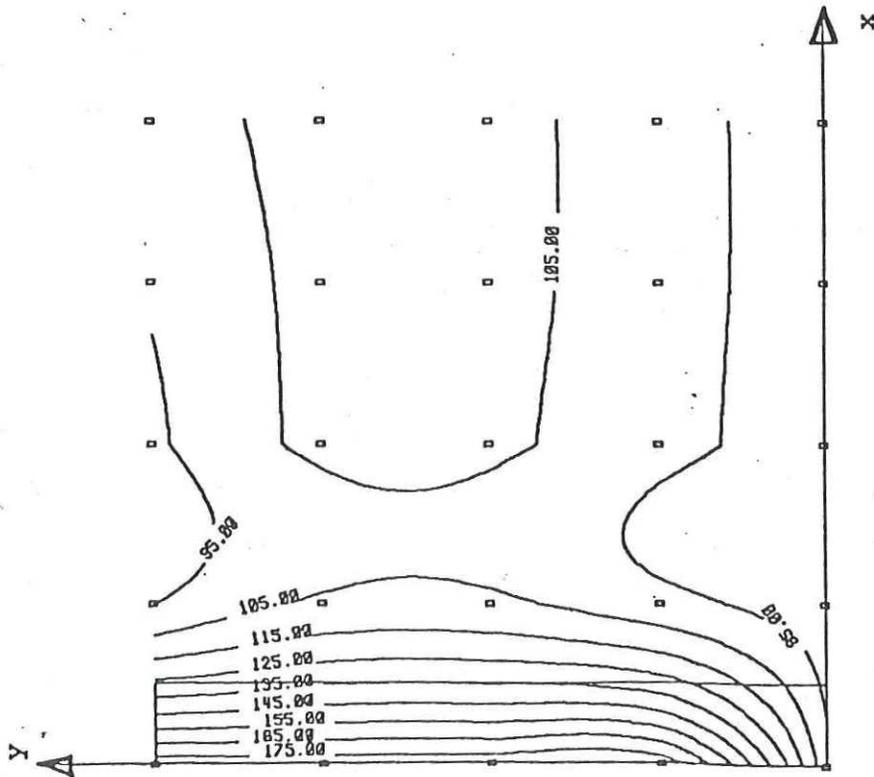
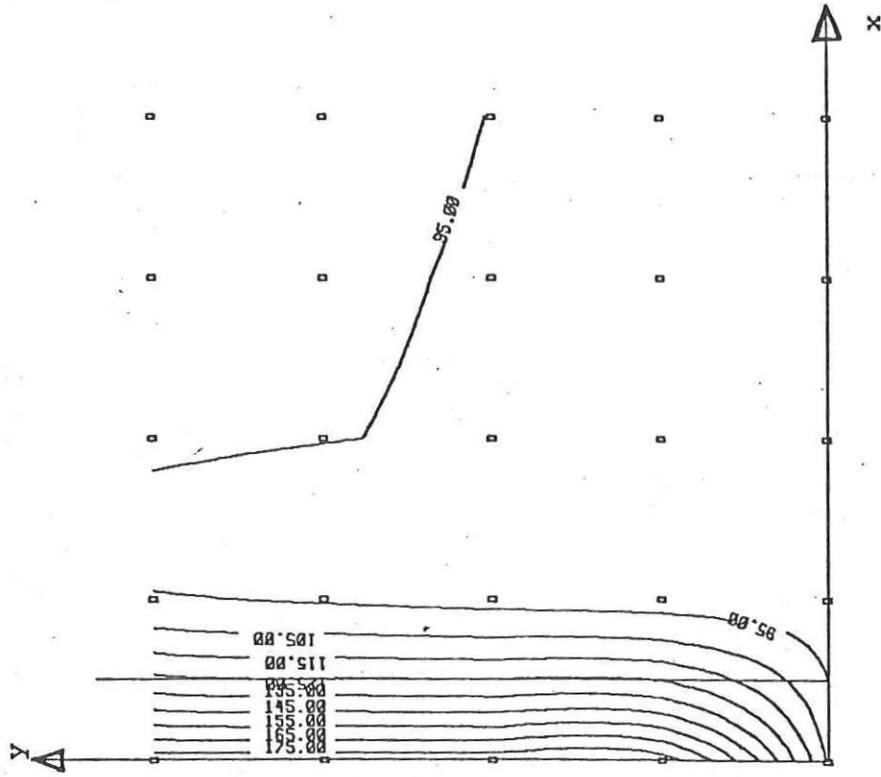
5. No puede deducirse la forma exacta del modelo.

A fin de comparar estos resultados con los obtenidos con las técnicas actuales, también se calcularon estos últimos para los mismos modelos, estaciones y frecuencias.

Los resultados son mostrados en las figuras 7, 8, 9 y 10 sólo para la dirección ( $\xi$ ) asociada con el rumbo de la estructura ya que, en este caso, las direcciones principales son ortogonales.



Figuras 7 y 8. \_ Isoangulares para la direcci3n xi .



Figuras 9 y 10. \_ Isoangulares para la direcci3n xi.

Comparando ambos juegos de gráficas se observa lo siguiente:

1. De manera muy notoria, la dirección principal  $\xi$  sigue una variación mucho menos suave y continua que  $\gamma$  con la distancia del modelo y sobretodo con su elongación en la dirección  $\gamma$ . Esto significa de manera cualitativa que  $\gamma$  es un parámetro más estable que  $\xi$ .

2. Para el primer modelo (figuras 3 y 7),  $\gamma$  es simétrica respecto a la línea de  $45^\circ$  y  $\xi$  no lo es. Esto significa, nuevamente, que  $\gamma$  es un parámetro más estable que  $\xi$ .

3. Sorprendentemente, aún para el caso del modelo más alargado (20 Km),  $\xi$  sólo da una estimación ligeramente mejor que  $\gamma$ , de la dirección de alargamiento.

Con el objeto de mostrar como son cuantitativamente los eigenvectores y direcciones principales de Z, en las Tablas I, II, III y IV son listados los eigenvectores y las direcciones principales para los modelos 2 y 3 respectivamente, en todas las estaciones.

TABLA I

| ESTACION | EIGENVECTOR 1 |           | EIGENVECTOR 2 |           |
|----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
| (0,0)    | -5.78E-06     | 1.86E-05  | 1.69E+04      | 3.82E+04  |
| (1,0)    | 2.40E+05      | 6.31E+03  | -9.06E-07     | 8.38E-08  |
| (2,0)    | 3.83E+05      | -2.16E+03 | 2.23E-06      | 1.13E-07  |
| (3,0)    | 2.84E+05      | -1.14E+04 | -2.39E-06     | -5.80E-07 |
| (4,0)    | 8.95E+04      | -6.93E+03 | 4.01E-06      | 8.88E-07  |
| (0,1)    | 9.13E-06      | 1.72E-05  | -2.06E+04     | 3.49E+04  |
| (1,1)    | -1.68E+00     | -9.17E-02 | 1.17E-01      | -5.44E-03 |
| (2,1)    | -1.98E+00     | -6.71E-02 | 1.25E-01      | -3.64E-03 |
| (3,1)    | -2.30E+00     | -8.22E-02 | 1.22E-01      | -3.98E-03 |
| (4,1)    | -2.77E+00     | -5.68E-02 | 1.10E-01      | -2.01E-03 |
| (0,2)    | 2.07E-06      | 1.30E-06  | -4.00E+06     | -1.15E+06 |
| (1,2)    | -6.00E-01     | -2.23E-02 | 5.92E-01      | -1.30E-02 |
| (2,2)    | -8.55E-01     | -2.79E-02 | 3.73E-01      | -9.11E-03 |
| (3,2)    | -1.06E+00     | -3.56E-02 | 2.98E-01      | -8.35E-03 |
| (4,2)    | -1.31E+00     | -3.48E-02 | 2.46E-01      | -5.75E-03 |
| (0,3)    | 5.33E-07      | -2.67E-08 | -1.03E+06     | 3.44E+04  |
| (1,3)    | -2.86E-01     | -6.74E-03 | 1.52E+00      | -1.47E-02 |
| (2,3)    | -4.83E-01     | -1.21E-02 | 7.78E-01      | -1.14E-02 |
| (3,3)    | -6.49E-01     | -1.06E-02 | 5.41E-01      | -5.79E-03 |
| (4,3)    | -8.35E-01     | -3.08E-02 | 4.08E-01      | -1.15E-02 |
| (0,4)    | 3.79E-06      | 8.43E-07  | -3.37E+06     | 2.13E+05  |
| (1,4)    | -1.73E-01     | -4.45E-03 | 2.45E+00      | -2.65E-02 |
| (2,4)    | -3.20E-01     | -8.54E-03 | 1.23E+00      | -1.97E-02 |
| (3,4)    | -4.59E-01     | -2.25E-02 | 8.00E-01      | -3.06E-02 |
| (4,4)    | -5.73E-01     | -1.82E-02 | 6.21E-01      | -1.48E-02 |

TABLA II

| ESTACION | DIRECCIONES PRINCIPALES |         |          |         |
|----------|-------------------------|---------|----------|---------|
| (0,0)    | 179.9997                | 0.0011  | 269.9994 | 0.0013  |
| (1,0)    | 89.9997                 | 0.0000  | 179.9999 | 0.0000  |
| (2,0)    | 89.9998                 | 0.0000  | 180.0001 | 0.0000  |
| (3,0)    | 89.9998                 | -0.0000 | 179.9998 | -0.0000 |
| (4,0)    | 89.9994                 | -0.0000 | 180.0002 | 0.0000  |
| (0,1)    | 0.0005                  | 0.0010  | 90.0007  | 0.0012  |
| (1,1)    | 120.7074                | -1.3726 | 186.6734 | -0.3075 |
| (2,1)    | 116.7750                | -0.7808 | 187.1251 | -0.2053 |
| (3,1)    | 113.4761                | -0.7481 | 186.9558 | -0.2247 |
| (4,1)    | 109.8433                | -0.3751 | 186.2773 | -0.1138 |
| (0,2)    | 0.0001                  | 0.0001  | 90.0000  | 0.0000  |
| (1,2)    | 149.0270                | -0.9395 | 210.6287 | -0.5515 |
| (2,2)    | 139.4568                | -0.9234 | 200.4569 | -0.4582 |
| (3,2)    | 133.3146                | -0.9603 | 196.5950 | -0.4394 |
| (4,2)    | 127.3443                | -0.7339 | 193.8207 | -0.3107 |
| (0,3)    | 0.0000                  | -0.0000 | 90.0000  | 0.0000  |
| (1,3)    | 164.0388                | -0.3570 | 236.6610 | -0.2544 |
| (2,3)    | 154.2168                | -0.5622 | 217.8852 | -0.4069 |
| (3,3)    | 147.0143                | -0.4273 | 208.4140 | -0.2566 |
| (4,3)    | 140.1223                | -1.0396 | 202.1977 | -0.5649 |
| (0,4)    | 0.0002                  | 0.0000  | 90.0000  | 0.0000  |
| (1,4)    | 170.1848                | -0.2476 | 247.7985 | -0.2168 |
| (2,4)    | 162.2542                | -0.4439 | 230.8929 | -0.4491 |
| (3,4)    | 155.3358                | -1.0649 | 218.6758 | -1.0689 |
| (4,4)    | 150.1811                | -0.7850 | 211.8443 | -0.6120 |

TABLA III

| ESTACION | EIGENVECTOR 1 |           | EIGENVECTOR 2 |           |
|----------|---------------|-----------|---------------|-----------|
| (0,0)    | 3.41E-06      | 1.41E-06  | -1.16E+05     | 3.33E+04  |
| (1,0)    | 1.66E+05      | 3.38E+04  | -1.77E-06     | 1.12E-07  |
| (2,0)    | 8.48E+04      | 1.68E+03  | 2.33E-07      | 3.62E-08  |
| (3,0)    | -1.81E+06     | -6.53E+06 | -3.18E-06     | 2.11E-05  |
| (4,0)    | 1.09E+05      | -6.02E+03 | -6.15E-07     | -2.69E-07 |
| (0,1)    | 4.02E-06      | 1.37E-06  | -1.20E+05     | 3.53E+04  |
| (1,1)    | -3.47E+00     | -6.42E-01 | 1.44E-02      | -2.76E-03 |
| (2,1)    | -3.75E+00     | -3.66E-01 | 2.38E-02      | -2.35E-03 |
| (3,1)    | -3.56E+00     | -2.73E-01 | 3.55E-02      | -2.65E-03 |
| (4,1)    | -3.64E+00     | -2.42E-01 | 4.26E-02      | -2.52E-03 |
| (0,2)    | 3.16E-06      | 2.09E-06  | 5.74E+05      | -3.07E+05 |
| (1,2)    | -1.62E+00     | -2.54E-01 | 4.47E-02      | -6.61E-03 |
| (2,2)    | -1.71E+00     | -1.59E-01 | 6.65E-02      | -5.57E-03 |
| (3,2)    | -1.66E+00     | -1.33E-01 | 8.86E-02      | -6.37E-03 |
| (4,2)    | -1.68E+00     | -1.30E-01 | 1.01E-01      | -6.84E-03 |
| (0,3)    | 4.71E-06      | 1.97E-06  | -7.34E+04     | 2.43E+04  |
| (1,3)    | -8.87E-01     | -1.01E-01 | 1.58E-01      | -1.43E-02 |
| (2,3)    | -9.56E-01     | -7.58E-02 | 1.73E-01      | -1.05E-02 |
| (3,3)    | -9.80E-01     | -7.00E-02 | 1.87E-01      | -1.10E-02 |
| (4,3)    | -1.04E+00     | -8.04E-02 | 1.85E-01      | -1.17E-02 |
| (0,4)    | 1.09E-06      | 1.59E-07  | 3.92E+05      | -1.88E+04 |
| (1,4)    | -4.40E-01     | -2.77E-02 | 6.57E-01      | -2.59E-02 |
| (2,4)    | -5.59E-01     | -3.84E-02 | 4.33E-01      | -2.11E-02 |
| (3,4)    | -6.31E-01     | -4.02E-02 | 3.57E-01      | -1.58E-02 |
| (4,4)    | -7.00E-01     | -4.38E-02 | 3.14E-01      | -1.43E-02 |

TABLA IV

| ESTACION | DIRECCIONES PRINCIPALES |         |          |         |
|----------|-------------------------|---------|----------|---------|
| (0,0)    | 0.0002                  | 0.0001  | 90.0005  | 0.0001  |
| (1,0)    | 89.9996                 | 0.0001  | 179.9999 | 0.0000  |
| (2,0)    | 89.9993                 | 0.0000  | 180.0000 | 0.0000  |
| (3,0)    | 90.0000                 | 0.0000  | 179.9998 | 0.0012  |
| (4,0)    | 89.9995                 | -0.0000 | 179.9999 | -0.0000 |
| (0,1)    | 0.0002                  | 0.0001  | 90.0004  | 0.0001  |
| (1,1)    | 105.6069                | -2.7426 | 180.8250 | -0.1581 |
| (2,1)    | 104.8055                | -1.3810 | 181.3634 | -0.1346 |
| (3,1)    | 105.6091                | -1.1383 | 182.0331 | -0.1516 |
| (4,1)    | 105.3017                | -0.9694 | 182.4393 | -0.1441 |
| (0,2)    | 0.0002                  | 0.0001  | 269.9999 | -0.0000 |
| (1,2)    | 121.2341                | -3.9703 | 182.5595 | -0.3780 |
| (2,2)    | 120.1585                | -2.3117 | 183.8047 | -0.3177 |
| (3,2)    | 120.9461                | -2.0229 | 185.0634 | -0.3621 |
| (4,2)    | 120.6516                | -1.9430 | 185.7676 | -0.3880 |
| (0,3)    | 0.0003                  | 0.0001  | 90.0007  | 0.0002  |
| (1,3)    | 138.2645                | -3.2340 | 188.9803 | -0.7994 |
| (2,3)    | 136.2027                | -2.2671 | 189.8160 | -0.5841 |
| (3,3)    | 135.5071                | -2.0442 | 190.5932 | -0.6090 |
| (4,3)    | 133.7878                | -2.2105 | 190.4826 | -0.6482 |
| (0,4)    | 0.0001                  | 0.0000  | 269.9998 | -0.0000 |
| (1,4)    | 156.2369                | -1.3298 | 213.3172 | -1.0365 |
| (2,4)    | 150.7674                | -1.6764 | 203.4204 | -1.0181 |
| (3,4)    | 147.7181                | -1.6473 | 199.6506 | -0.8030 |
| (4,4)    | 144.9733                | -1.6840 | 197.4353 | -0.7458 |

Finalmente, con el objeto de comparación, también se llevó a cabo el proceso anterior con las direcciones de rumbo de una estructura y dirección perpendicular a ella calculadas a partir del factor de inclinación (Ting y Hohmann, 1981). Se obtuvo el mismo resultado que Jones y Vozoff (1978), esto es, que la dirección principal  $\xi$  es un indicador más estable de la dirección del rumbo de una estructura que la dirección calculada a partir del factor de inclinación.

#### V.4. Fuentes de error.

Las únicas fuentes de error en los resultados son:

1. Las discretizaciones y aproximaciones hechas en el momento de implementar el algoritmo usado para obtener la respuesta magnetoteléfica de los modelos.

2. La precisión de la computadora.

3. La aproximación de la interpolación entre estaciones.

Con la computadora usada, una PRIME 400 operando bajo PRIMOS IV, Revisión 17, se tiene una precisión de 7 cifras

significativas. Esto es, los números que aparecen en las figuras de los resultados son exactas en todas sus cifras.

En cuanto a la interpolación usada, es una que aproxima una superficie real por un conjunto de superficies de 5to grado por cada 3 estaciones contiguas. Este conjunto de superficies, forman unidas, una superficie suave y continua.

Hay que hacer notar que debido a la interpolación, en las figuras aparece un error sistemático alrededor de la estación colocada en el origen de coordenadas. Debido a la simetría de los modelos, a lo largo de los ejes los valores de las direcciones principales son  $0^\circ$  o  $90^\circ$ . En el origen existe una indeterminación teórica aunque el programa asigna un valor ahí. Al usar cualquier rutina de interpolación, tendremos que entre dos estaciones contiguas siempre pasarán todos los valores intermedios. En nuestro caso, en las estaciones contiguas a la colocada en el origen de coordenadas los valores de las direcciones principales son siempre muy distintos a los valores alcanzados en esta última, como la subrutina de interpolación usa un conjunto de superficies suaves no puede lograr que las isoangulares (curvas de nivel para la interpolación), converjan a un punto, en este caso el origen.

## VI. CONCLUSIONES

Evidentemente, en la práctica todos los problemas son tridimensionales. Tomando en cuenta esto más el hecho de que con la técnicas de interpretación actuales que anti-diagonalizan un pseudo-tensor de impedancia, se han analizado los problemas tridimensionales como si fueran bidimensionales, entonces es de esperarse que la interpretación mejore con las técnicas más naturales, comunes y directas del álgebra lineal que tienen en cuenta la tridimensionalidad de los problemas.

Aún en los casos más bidimensionales posibles (largas estructuras geológicas), la técnica propuesta supera a la actual, pues sin recurrir a parámetros adicionales como el factor de anisotropía, nos permite estimar por inspección, que tan bidimensional es el problema que se está analizando.

Finalizando:

1. Se sugiere que el procedimiento descrito aquí se use regularmente en la interpretación magnetoteléfrica para todo tipo de estructuras.

2. Se afirma que esta nueva definición del tensor de

impedancia probará ser valiosa conceptualmente y a través de la práctica.

3. Se propone se encuentren mediante estudios de la teoría electromagnética, las propiedades de  $Z$ .

## LITERATURA CITADA

Bellmann, R. 1960. Introduction to matrix analysis. McGraw-Hill Book Co. Inc. , New York. 328 pp.

Bostick, F. X. Jr. y H. W. Smith. 1962. Investigation of large-scale inhomogeneities in the earth by the magnetotelluric method. Proc. Inst. Radio Eng. 50: 2339-2346.

Cantwell, T. 1960. Detection and analysis of low frequency magnetotelluric signals. Ph.D. Thesis Massachusetts Institute of Technology. , Boston, Massachusetts.

Chetaev, D. N. 1960. The determination of the anisotropy coefficient and the angle of inclination of a homogeneous anisotropic medium, by measuring the impedance of the natural electromagnetic field. Izvest. Geophys. Series. 617-619.

Gamble, T. D. 1979. Remote reference magnetotelluric with squids. Ph.D. Thesis. University of California. , Berkeley, California. 131 pp.

- Hermance, J. F. 1973. Processing of magnetotelluric data. Phys. Earth Planet. Inter. 7: 349-364.
- Hohmann, G. W. 1975. Three-dimensional induced polarization and electromagnetic modeling. Geophysics. 40: 309-324.
- Jones, F. W. y K. Vozoff. 1978. The calculation of magnetotelluric quantities for three-dimensional conductivity inhomogeneities. Geophysics. 43: 1167-1175.
- Kao, D. W. y D. Rankin. 1977. Enhancement of signal-to-noise ratio in magnetotelluric data. Geophysics. 42: 103-110.
- Kovtun, A. A. 1961. The magnetotelluric investigation of structures inhomogeneous in layers. Izvest. Geophys. Series. 1663-1667.
- Landau, L. D. y E. M. Lifshitz. 1951. The classical theory of fields. Addison-Wesley Co. Inc. Reading, Massachusettss. 354 pp.
- Landau, L. D. y E. M. Lifshitz. 1960. Electrodynamics

of continuous media. Pergamon Press. New York. 417 pp.

Madden, T. y P. Nelson. 1964. A defense of Cagniard's magnetotelluric method. Project NR-371-401. Office of naval research. Geophysics laboratory MIT.

Meyer, W. H. 1976. Computer modelling of electromagnetic prospecting methods. Ph.D. Thesis. University of California. , Berkeley, California.

Nutter, C. y P. E. Wannamaker. 1980. MT3D: a 3 dimensional Magnetotelluric modeling program. Earth Science Laboratory. UURI Utha. 50 pp.

Orellana, E. 1974. Proyección Geoelectrica por campos variables. Paraninfo. , Madrid. 571 pp.

Price, A. T. 1962. The theory of magnetotelluric method when the source field is considered. J. Geophys. Res. 67: 1907-1918.

Reddy, I. K. y D. Rankin. 1971. Magnetotelluric measurements in Central Alberta. Geophysics. 36: 739-753.

- Rokityanski, I. I. 1961. On the application of the magnetotelluric method to anisotropic and inhomogeneous masses. *Izvest. Geophys. Series.* 1607-1613.
- Santaló, L. A. 1977. *Vectores y tensores con sus aplicaciones.* Editorial Universitaria. , Buenos Aires. 381 pp.
- Sims, W. E. y F. X. Jr. Bostick. 1969. *Methods of magnetotelluric analysis.* Tech. Rep. 58. Elect. Geophys. Res. Lab. University of Texas. 86 pp.
- Sims, W. E., F. X. Bostick Jr. y H. W. Smith. 1971. The estimation of magnetotelluric impedance tensor elements from measured data. *Geophysics.* 36: 938-942.
- Srivastava, S. P. 1965. Method of interpretation of magnetotelluric data when source field is considered. *J. Geophys. Res.* 70: 945-954.
- Swift, C. M. Jr. 1967. A magnetotelluric investigation of electrical conductivity anomaly in the southwestern United States. Ph.D. Thesis Massachusetts Institute of Technology. , Boston, Massachusetts. 211 pp.

- Ting, S. C. y G. W. Hohmann. 1981. Integral equation of three-dimensional magnetotelluric response. Geophysics. 46: 182-197.
- Vozoff, F. K. 1972. The magnetotelluric method in the exploration of sedimentary basins. Geophysics. 37: 98-114.
- Wait, J. R. 1954. On the relation between telluric currents and the Earth's magnetic field. Geophysics. 19: 281-289.
- Weidelt, P. 1975. Electromagnetic induction in three-dimensional structures. Geophys. J. Roy. Astron. Soc. 41: 85-109.

