

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



Doctorado en Ciencias en Óptica

**Detección de intensidad y fase de luz visible utilizando placas
zonales de Fresnel con dominios ferroeléctricos controlados
por voltaje**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Doctor en Ciencias

Presenta:

Luis Joel Mávita Granillo

Ensenada, Baja California, México
2018

Tesis defendida por
Luis Joel Mávita Granillo

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Roger Sean Cudney Bueno
Director de tesis

Dr. Víctor Ruiz Cortés

Dr. Pedro Negrete Regagnon

Dr. Joel Herrera Vázquez



Dr. Israel Rocha Mendoza
Coordinador del Posgrado en Óptica

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Luis Joel Mávita Granillo © 2018

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis.

Resumen de la tesis que presenta **Luis Joel Mávita Granillo** como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Óptica.

Detección de intensidad y fase de luz visible utilizando placas zonales de Fresnel con dominios ferroeléctricos controlados por voltaje

Resumen aprobado por:

Dr. Roger Sean Cudney Bueno
Director de tesis

En este trabajo se presenta un sensor que puede detectar tanto la distribución de intensidad como la fase de la luz. El dispositivo está conformado por dos elementos principales; el primero es un arreglo de placas zonales electro-ópticas controlable por voltaje, fabricado en estructuras de dominios ferroeléctricos, utilizando cristales de niobato de litio $LiNbO_3$ o tantalato de litio $LiTaO_3$; el segundo elemento es un sensor de imagen colocado en el plano focal de las placas zonales. La detección de la intensidad y la fase se realiza secuencialmente de la siguiente manera: en ausencia de voltaje el arreglo de placas zonales está desactivado y la luz ve al cristal como un medio de índice de refracción homogéneo, por lo tanto se propaga a través de este sin distorsión y se obtiene la distribución de intensidad en el sensor de imagen. Cuando se aplica voltaje, el arreglo de placas zonales es activado y forma un patrón de puntos de luz en el plano del mismo sensor de imagen utilizado para detectar la intensidad; la información adquirida a través de la posición de cada punto de luz es utilizada para reconstruir el frente de onda incidente (distribución espacial de la fase) de forma similar a un sensor de Shack-Hartmann. Los arreglos de placas zonales fueron diseñados buscando obtener las condiciones óptimas de resolución de muestreo espacial del frente de onda y rango dinámico del sensor. En base a ello se determinó, como un aspecto crítico de diseño, reducir el tamaño de las placas zonales tanto como el método de fabricación y las propiedades del material lo permitiesen, teniendo como objetivo llegar a un rango de miniaturización de entre 300 μm y 36 μm por placa. Observamos que para estas dimensiones cuando se trabaja en particular con cristales de niobato de litio, resulta complicado fabricar estructuras de dominios en forma de anillos, como es el caso de una placa zonal convencional, ya que los dominios tienden a adquirir la geometría de su celda unitaria hexagonal. Este efecto es más notorio conforme se reduce el tamaño de las placas y se aumenta el número de zonas. Para alcanzar el rango de miniaturización propuesto, optamos por reducir la cantidad de zonas y explorar la factibilidad de utilizar, además de anillos, estructuras de hexágonos de dominios anidados como elementos para focalizar la luz. En cristales de niobato de litio logramos fabricar arreglos de placas zonales anulares de 259 μm por lado y un arreglo más con placas zonales hexagonales de 100 μm por lado; estas placas están conformadas por solo tres zonas. Por otro lado, también observamos que al utilizar un material ferroeléctrico alternativo, en este caso tantalato de litio, se logró superar este límite de miniaturización y fabricar arreglos homogéneos de placas con dominios anulares de 36 μm por lado. En particular los arreglos de 259 μm y 100 μm fueron utilizados en la implementación del sensor para detectar la intensidad y la fase de manera experimental.

Palabras clave: Sensor de Shack-Hartmann, detección del frente de onda, placa zonal de Fresnel, cristales ferroeléctricos, dominios ferroeléctricos.

Abstract of the thesis presented by **Luis Joel Mávita Granillo** as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in optics.

Phase and intensity detection of visible light using Fresnel zone plates with ferroelectric domains controllable by voltage

Abstract approved by:

Dr. Roger Sean Cudney Bueno
Thesis Director

In this work we present a sensor that can detect both the intensity distribution and the phase of light. The device consists of two main elements; the first is an array of voltage-controllable electro-optical zone plates that was made out of ferroelectric domain structures using lithium niobate or lithium tantalate crystals; the second element is an image sensor placed in the focal plane of the zone plates. The detection of intensity and phase is carried out sequentially in the following way: in the absence of voltage the array of zone plates is deactivated and the light sees the crystal as a medium of homogeneous refractive index, therefore it propagates through it without distortion and the intensity distribution can be obtained in the image sensor. When a voltage is applied, the arrangement of zone plates is activated and forms a pattern of spots in the plane of the same image sensor used to detect the intensity; the information acquired through the position of each spot is used to reconstruct the incident wavefront (spatial distribution of the phase) similar to a Shack-Hartmann sensor. The arrays of zonal plates were designed to achieve the optimal conditions of spatial sampling resolution of the wavefront and dynamic range of the sensor. Based on this, it was determined as a critical design aspect to reduce the size of the zone plates as much as the manufacturing method and the material properties allowed, with the aim of reaching a scale of miniaturization of between 300 μm and 36 μm per plate. We note that for these dimensions when working in particular with lithium niobate crystals, it is difficult to make ring-shaped domains, as is the case of a conventional zone plate, since the domains tend to acquire the geometry of its hexagonal unit cell. This effect is more noticeable as the size of the plates is reduced and the number of zones is increased. To reach the desired degree of miniaturization, we chose to reduce the number of zones and explore the feasibility of using, in addition to rings, hexagonal structures of nested domains as focalizing elements. In lithium niobate we were able to manufacture ring-shaped zone plates of 259 μm per side and another arrangement of hexagonal zone plates with 100 μm per side; these plates are made up of only three zones. On the other hand, we also observed that when using an alternative ferroelectric material, in this case lithium tantalate, it was possible to overcome this miniaturization limit and manufacture homogeneous arrays of plates with ring-shaped domains of 36 μm per side. In particular, the arrays of 259 μm and 100 μm were used in the implementation of the sensor to detect intensity and phase experimentally.

Keywords: Shack-Hartmann sensor, wave-front sensing, Fresnel zone plate, ferroelectric crystals, ferroelectric domains.

Al que es la luz.

Agradecimientos

Agradezco a CICESE por darme la oportunidad de emprender este proyecto y por todo lo recibido durante mi estancia en el Doctorado. Realmente pude comprobar lo que alguna vez alguien a quien estimo me comentó durante mis primeros años en el posgrado, la experiencia de vida que me llevo trasciende mucho más allá de todos los conocimientos adquiridos y de la obtención de un grado académico, me deja un gran aprendizaje como persona y como ser humano. La huella de CICESE ha marcado mi vida de forma permanente y me siento orgulloso de haber sido parte su grupo de estudiantes en el posgrado de Óptica.

Desde cada miembro administrativo hasta cada uno de los investigadores, les agradezco infinitamente por su ardua labor.

A CONACYT por el apoyo económico sin el cual no habría sido posible llevar a cabo este trabajo.

A mi comité, Dr. Pedro Negrete Regagnon, Víctor Ruiz cortés y Dr. Joel Herrera Vázquez; gracias por toda su paciencia, cada uno de ustedes fue de diferente manera una pieza importante y un gran apoyo para permitirme obtener este logro. A mi director de tesis, Dr. Roger Cudney por aceptarme en su grupo de trabajo, por compartir conmigo de su tiempo, su conocimiento y por toda su paciencia. Al Dr. Luis Ríos por los valiosos aportes y oportunas sugerencias en cada etapa del proyecto. A Citlali Eliosa, por sus consejos, sus bromas en el laboratorio y su amistad. A Miriam Carrillo, Eduardo González, Daniel Staufert y Elier Ramos, aprendí mucho de cada uno de ustedes y fue grato compartir el mismo grupo de trabajo. A todos mis compañeros del posgrado, pero en particular a Alma Gonzáles, Jorge López, Eduardo Pisano, Eder Lizárraga, Nayeli Casillas y Sergio de la Cruz, tengo muy buenos recuerdos de ustedes y me brindaron su amistad más allá del simple compañerismo.

Al Dr. Israel rocha, el Dr. Jacob Licea, la Dra. Karina Garay y el Dr. Víctor Ruiz por su apoyo experimental.

A mis padres Ana y Luis, siempre animándome a seguir adelante y motivándome a no darme por vencido. A mis suegros Ludím y José, tenerlos cerca fue muy importante para mi familia y para mí tanto en los momentos de felicidad pero también en los momentos complicados.

A mi esposa Fabihiday Ramírez, por ser el pilar en el que me apoyé durante estos años, gracias por no rendirse a pesar de que cada etapa parecía ser más complicada que la anterior, por seguir dándome las fuerzas que necesitaba para mantenerme de pie. Gracias por apostar por mí y sacrificarte para verme realizar este objetivo. Por último a mis dos hermosas hijas Jhoeli y Caeli que en ocasiones me esperaban despiertas solo para verme y darme ese abrazo que me hacía sentir que todo valía la pena.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español.....	ii
Resumen en inglés.....	iii
Dedicatorias.....	iv
Agradecimientos.....	v
Lista de figuras.....	viii
Lista de tablas.....	xiv
Capítulo 1. Introducción	1
1.1 Objetivo de la tesis	4
1.1.1 Objetivos particulares	5
Capítulo 2. Conceptos básicos	7
2.1 Difracción de Fresnel	7
2.1.1 Placa zonal de Fresnel	8
2.1.2 Placas zonales hexagonales.....	11
2.2 Los cristales ferroeléctricos.....	12
2.2.1 Niobato de litio LiNbO_3 y tantalato de litio LiTaO_3	13
2.2.2 Miniaturización de dominios ferroeléctricos en LiNbO_3 y LiTaO_3	14
2.2.3 Respuesta no lineal	16
2.2.4 Principio de funcionamiento de una placa zonal electro-óptica hecha en dominios ferroeléctricos.....	20
2.3 Detección del frente de onda utilizando arreglos de placas zonales hechas en dominios ferroeléctricos: Modo sensor de Shack-Hartmann.....	22
2.3.1 Sensor de Shack-Hartmann	22
2.3.2 Reconstrucción modal del frente.....	24
2.3.3 Los polinomios de Zernike.....	26
Capítulo 3. Diseño, simulación y fabricación de arreglos de placas zonales	28
3.1 Diseño de arreglos de placas zonales	29
3.2 Simulación numérica	33
3.2.1 Propagación del espectro angular	33
3.2.2 Simulación del patrón de difracción producido por arreglos de placas zonales circulares y hexagonales	36

3.2.3	Eficiencia de difracción.....	41
3.3	Fabricación de arreglos de placas zonales en estructuras de dominios ferroeléctricos	43
3.3.1	Imágenes de dominios de LiNbO_3 y LiTaO_3 mediante la generación de segundo armónico...	47
3.3.2	Demostración experimental del funcionamiento de las placas zonales fabricadas	50
3.3.3	Velocidad de conmutación	52
Capítulo 4. Implementación del sensor de intensidad y fase.....		54
4.1	Configuración óptica del sensor de intensidad y fase	54
4.1.1	Demostración experimental del principio de operación del sensor de intensidad y fase utilizando arreglos de placas zonales electro-ópticas.....	57
4.1.2	Capacidad de detección angular: rango dinámico.....	59
4.2	Resultados experimentales: detección de intensidad y fase	61
4.2.1	Comparación del frente de onda reconstruido utilizando el sensor de intensidad y fase y utilizando un interferómetro	61
4.2.2	Medición de el parámetro M^2 de un diodo láser a partir de la intensidad y fase detectada..	65
4.2.3	Detección de la intensidad y de la fase aberrada por un modulador espacial de luz.....	68
4.3	Detección de la intensidad y de la fase de un objeto visto a través de un aberrador	75
Capítulo 5. Conclusiones		78
Literatura citada.....		80
Anexo		83
A.	El efecto electro óptico.....	83

Lista de figuras

Figura		Página
1	Funcionamiento de un sensor de Shack-Hartmann. (a) Al incidir un frente de onda plano, los puntos de luz focales están en su posición de referencia, es decir que, están alineados con el eje óptico de cada microlente, (b) al incidir un frente de onda aberrado, los puntos de luz focales sufren un desplazamiento con respecto a su posición de referencia, la pendiente promedio del frente de onda local es determinada a partir de la distancia focal y el desplazamiento del punto de luz, que es medido mediante el sensor de imagen calculando su centroide.....	1
2	Comparación de la resolución de muestreo espacial del arreglo de microlentes con respecto a la resolución espacial del sensor de imagen. La periodicidad del arreglo de microlentes comúnmente es grande en comparación con la periodicidad del arreglo de pixeles del CCD, por lo tanto, una imagen en intensidad obtenida integrando la luz colectada por cada microlente tiene una resolución mucho menor en comparación con una imagen en intensidad obtenida utilizando directamente la resolución completa del CCD, que depende del tamaño del pixel.....	2
3	Modos de funcionamiento del sensor de intensidad y fase. (a) Al aplicar voltaje al cristal el dispositivo se comporta como un sensor de Shack-Hartmann y es utilizado para reconstruir el frente de onda incidente. (b) En ausencia de voltaje se obtiene la distribución de intensidad mediante el sensor de imagen colocado en el plano focal del arreglo de placas zonales.....	4
4	Placa zonal conformada por múltiples anillos anulares que pueden tener valores alternados de amplitud o de fase. (a) Placa zonal de Fresnel conformada por zonas anulares concéntricas. (b) Los diferentes órdenes de difracción de una placa zonal vista como una rejilla de difracción de periodicidad variable con simetría de revolución producen interferencia constructiva sobre el eje óptico en puntos intermedios entre el foco principal y la placa zonal, dando lugar a la presencia de focos secundarios. La distancia a la cual aparecen estos focos secundarios corresponde con la distancia focal dividida por un número impar.....	9
5	Geometría de un hexágono equivalente a una zona de Fresnel de radio r_m	11
6	Estructura atómica del $LiNbO_3$ y $LiTaO_3$. (a) Fase paraeléctrica a temperaturas superiores a la temperatura de Curie (1200 °C), (b) A temperaturas menores a la de Curie los iones de litio y niobio (en el caso de $LiNbO_3$) o tantalio (en el caso de $LiTaO_3$) son desplazados de su centro de simetría generando un momento dipolar. (c) El signo de P_s puede ser invertido al aplicar un campo eléctrico intenso mayor al campo coercitivo del cristal. (d) Celda unitaria de un cristal de $LiNbO_3$ o $LiTaO_3$; las caras triangulares conformadas por los átomos de oxígeno se alternan de un plano a otro dando lugar a una morfología hexagonal; las líneas punteadas indican la dirección de los ejes de simetría especular del cristal.....	13

7	Dominios ferroeléctricos en un cristal de niobato de litio. Vista superficial de un micro dominio ferroeléctrico hexagonal en un cristal de niobato de litio, la altura del hexágono es $\sim 3\text{mm}$ (Miller, 1998).....	15
8	Representación de una placa zonal de Fresnel en estructuras de dominios ferroeléctricos. El sentido de las flechas en las regiones blancas y negras representa la dirección de la polarización espontánea (con respecto al eje “c”) que alterna su signo entre una zona (o dominio) y otra.....	21
9	Configuración de un sensor de Shack-Hartmann. (a) Al incidir un frente de onda plano la posición de los puntos de luz, corresponde con el eje óptico de cada microlente; ésta es su posición ideal o de referencia, (b) al incidir un frente de onda aberrado los puntos de luz sufren un desplazamiento, (c) el desplazamiento de cada punto de luz individual está relacionado con la pendiente promedio del frente de onda colectado por cada microlente.....	23
10	Muestreo espacial del frente de onda. Un mismo frente de onda aberrado es reconstruido utilizando arreglos de placas zonales de diferente tamaño: (a) Al emplear un arreglo de placas zonales grandes, el frente de onda es muestreado pobremente y la reconstrucción es una versión promediada del frente de onda real. (b) Al miniaturizar el arreglo de placas zonales, se incrementa el periodo de muestreo espacial del frente de onda y la reconstrucción se aproxima más al frente de onda real.....	30
11	Rango dinámico en función del número de zonas y la distancia focal. (a) Al reducir el número de zonas a solo 3, la distancia focal es larga y el rango dinámico es pequeño. (b) Al aumentar la cantidad de zonas se obtiene una menor distancia focal y un incremento significativo en el rango dinámico.....	31
12	Arreglo de 4x4 placas de Fresnel conformadas por tres zonas. (a) Circulares. (b) Hexagonales.....	32
13	Diagrama esquemático. El plano inicial $E_0(x_0, y_0)$ corresponde al plano posterior del arreglo de placas zonales, el plano de observación $E_z(x, y)$ corresponde al plano focal del arreglo de placas zonales y la distancia entre el plano inicial y el plano de observación, $z=f_0$, corresponde a la distancia focal de las placas zonales.....	33
14	Simulación numérica: Desempeño de los arreglos de placas de Fresnel anulares y hexagonales en función del número de zonas. Arreglos de placas zonales anulares y hexagonales así como sus respectivos patrones de puntos de luz simulados numéricamente. Las placas están conformadas por: (a) Tres zonas (un anillo), (b) seis zonas (tres anillos) y (c) ocho zonas (cuatro anillos). Las regiones blancas y negras que representan las zonas que conforman cada placa corresponden a cambios de fase de $\Delta\phi=+\pi/2$ y $\Delta\phi=-\pi/2$, respectivamente.....	38
15	Simulación numérica: Una sola placa zonal anular y hexagonal y su correspondiente punto de luz focal. La cantidad de zonas es indicada como “m”. El radio del punto de luz focal, que se reduce conforme la cantidad de zonas aumenta y la distancia focal es más corta, puede ser estimado mediante la aproximación dada en la ecuación (45). El ruido de fondo se reduce al aumentar la cantidad de zonas anulares, mientras que en el caso hexagonal sucede lo contrario.....	39

- 16 **Simulación numérica: Distribución de intensidad en el plano de propagación de la luz difractada por una placa zonal.** Los patrones de intensidad corresponden a la luz difractada por placas zonales anulares y hexagonales que están conformadas por: (a) tres zonas, (b) seis zonas y (c) ocho zonas. En todos los casos la luz difractada por la placa zonal se enfoca a la distancia $z=f_0$ (las distancias focales están dadas en la tabla 1). De acuerdo con la ecuación (10) la distancia a la ocurren los focos secundarios con respecto a la posición de la placa zonal se cada fracción impar de la longitud focal, es decir para: $z=f_0/3, z=f_0/5, z=f_0/7, etc.....$ 40
- 17 **Eficiencia de difracción contra $\Delta\phi$.** (a) Dominios en forma de anillos; (b) dominios hexagonales..... 42
- 18 **Proceso de fabricación de arreglos de placas zonales en estructuras de dominios ferroeléctricos.** (a) mascarilla binaria. (b) Grabado fotolitográfico de la mascarilla sobre una capa de fotorresina de 2 μm de espesor depositada sobre la cara z^+ del cristal. (c) Dispositivo implementado para la colocación de electrodos líquidos de cloruro de litio a través de los cuales se aplica un alto voltaje para generar el campo eléctrico de inversión de dominios..... 44
- 19 **Arreglo de placas zonales hexagonales de 100 μm .** (a) Electrodo litográfico grabado en una capa de fotorresina de 2 μm de espesor depositada en la cara z^+ (lado negativo) de un cristal ferroeléctrico de niobato de litio, para la fabricación de un arreglo de placas zonales hexagonales de 100 μm . (b) Esfuerzos mecánicos generados por la inversión de dominios, observados al colocar el cristal entre polarizadores cruzados sin remover aún la capa de fotorresina. (c) Relieve debido a la tensión superficial generada durante la inversión de dominios, observado después de remover la capa de fotorresina en la cara z^+ del cristal. (d) Esfuerzos mecánicos generados por la inversión de dominios, observados al colocar el cristal entre polarizadores cruzados después de remover la capa de fotorresina..... 46
- 20 **Visualización de arreglo de placas zonales de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio.** La visualización de dominios fue realizada utilizando: (a) Un microscopio de transmisión y colocando el cristal entre polarizadores cruzados. (b) Mediante un microscopio de contrastes de fases..... 47
- 21 **Arreglo óptico para la obtención de imágenes mediante generación de segundo armónico.....** 48
- 22 **Imágenes de segundo armónico de estructuras hexagonales de dominios ferroeléctricos hechas en niobato de litio.** Las imágenes fueron obtenidas en diferentes planos del cristal: (a) cara z^+ , (b) centro del cristal y (c) cara z^- 49
- 23 **Imágenes de segundo armónico de placas zonales anulares de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio.** Imágenes en profundidad de las estructuras de dominios ferroeléctricos anulares correspondientes a un arreglo de placas zonales de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio. Las imágenes presentadas fueron obtenidas en planos de la muestra separadas a intervalos de 50 μm desde la cara z^+ hasta la cara z^- del cristal (la imagen central no fue considerada)..... 50

24	Comparación de los resultados simulados y experimentales. (a) Mascarilla utilizada para crear las placas zonales. (b) Estructuras de dominios logrados experimentalmente. (c) Distribución de intensidad en el plano focal (simulación). (d) Distribución de intensidad en el plano focal (experimental).....	51
25	Respuesta en voltaje para un arreglo de placas zonales circulares de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio. (a) Al aplicar voltaje positivo se observa la formación de estructuras circulares que corresponden al arreglo de placas zonales. (b) Cuando se aplica voltaje negativo la estructura de dominios observada consiste en un patrón de triángulos.....	52
26	Sensor de intensidad y fase. (a) Sensor de intensidad y fase está conformado por: un arreglo de placas zonales, un sensor de imagen CMOS y un relevador óptico. (b) Cuando no se aplica voltaje al cristal, la intensidad es detectada en el plano objeto del relevador A, denominado como plano de detección PD1, que a su vez corresponde con el plano focal del arreglo de placas zonales. (c) Al aplicar voltaje al cristal, la fase es muestreada en el plano del arreglo de placas zonales denominado como plano de detección PD2.....	56
27	Demostración experimental del funcionamiento del sensor de intensidad y fase. (a) Obtención de la imagen en intensidad en ausencia de voltaje aplicado al cristal. (b) Obtención del patrón de puntos de luz al aplicar voltaje al cristal.....	57
28	Reconstrucción del frente de onda a partir del desplazamiento de los puntos de luz. (a) Las flechas indican el sentido del desplazamiento de los puntos de luz medido mediante el cálculo de centroides. (b) Frente de onda reconstruido.....	58
29	Medición experimental del rango dinámico	59
30	Arreglo experimental dual para medir la distribución de la fase a partir de un patrón de interferencia y utilizando el sensor de intensidad y fase	61
31	Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 1. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.....	62
32	Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 2. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.....	63

33	Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 3. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.....	64
34	Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 4. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.....	64
35	Arreglo experimental para la medición de la M^2 de un diodo láser a partir de la detección de intensidad y fase. Para reducir la afectación en las mediciones debido a efectos de dispersión modal, se aplicaron vibraciones mecánicas aleatorias a la fibra óptica.....	65
36	Datos experimentales y teóricos. (a) Tamaño de la cintura $w(z)$ en función de la distancia z . (b) Radio de curvatura $R(z)$. La línea roja continua corresponde a la curva teórica y los puntos en azul corresponden a los datos experimentales.....	68
37	Sensor de intensidad y fase. (a) Arreglo implementado para la detección de la intensidad y la fase del frente de onda de la luz reflejada por un modulador espacial.	69
38	Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 1. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial en (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).....	70
39	Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 2. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).....	72
40	Figura 40. Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 3. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).....	73

41	Figura 41. Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 4. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).....	74
42	Error RMS dado entre el frente de onda desplegado en el modulador espacial y frente de onda reconstruido por el sensor de intensidad y fase. (a) Fase desplegada en el modulador espacial. (b) Fase medida con el sensor. (c) Valor absoluto de la diferencia entre la fase desplegada en el modulador y la fase medida con el sensor....	75
43	Arreglo óptico para la medición de la intensidad y la fase de un objeto distorsionado por una placa aberradora (visto en transmisión).....	76
44	Mediciones de intensidad y fase. Primera columna: imagen obtenida al hacer desactivar el modo Shack-Hartmann (detección directa). Columna del medio: Imagen obtenida al activar el modo Shack-Hartmann e integrar la luz enfocada por cada placa zonal hexagonal. Última columna: fase medida en el modo Shack-Hartmann. (a) Aberrador colocado enfrente del objeto ($L=1$ cm); (b) aberrador colocado lejos del objeto ($L=5$ cm).....	77

Lista de tablas

Tabla		Página
1	Distancias focales y límite de difracción de placas zonales de Fresnel anulares y hexagonales de 100 μm conformadas por diferente número de zonas para 532 nm. Las placas zonales evaluadas en la simulación están conformadas por 3, 6 y 8 zonas anulares y hexagonales, el tamaño lateral de la placa zonal es de 100 μm , el radio del punto de luz focal de la placa zonal está dado por el límite de difracción en función de la longitud de onda λ , la distancia focal f_0 y el tamaño lateral de la placa zonal Δ_{pz} como $r_{spot}=\lambda f_0/ \Delta_{pz}$	37
2	Distancias focales y voltajes de operación de los arreglos de placas zonales utilizados en la implementación del sensor de intensidad y fase.....	54

Capítulo 1. Introducción

El sensor de Shack-Hartmann es uno de los instrumentos más utilizados para la medición del frente de onda. Aunque inicialmente fue desarrollado para mejorar la calidad de imágenes de satélites tomadas desde la tierra (Platt *et al*, 2001), hoy en día su uso se ha expandido a muchos otros campos. Es un instrumento simple, económico y con muy poca susceptibilidad a vibraciones mecánicas y efectos de turbulencia local. A diferencia de un interferómetro, el sensor de Shack-Hartmann puede trabajar tanto con iluminación coherente como incoherente y es capaz de reconstruir fases mayores a 2π sin necesidad de algoritmos sofisticados para desenvolverlas (Koch *et al*, 2000). Estos sensores son usados además en sistemas que requieren óptica adaptativa, por ejemplo, en microscopía de dos fotones para corregir la degradación de imágenes causada por no homogeneidades en el índice de refracción de muestras biológicas (Cha *et al*, 2010). En áreas de la medicina como la oftalmología, el sensor de Shack-Hartmann es usado para estudiar y diagnosticar aberraciones presentes en el ojo humano (Cheng *et al*, 2003), (Yoon *et al*, 2006). Para otras aplicaciones como es el caso de procesamiento de materiales, puede ser muy útil tener la información no solo de la fase, sino también de la intensidad (Meijer *et al*, 2004).

Convencionalmente un sensor de Shack-Hartmann está conformado por un arreglo de microlentes y un sensor de imagen (CCD o CMOS) colocado a la distancia focal del arreglo. Las microlentes toman muestras espaciales del haz incidente y forman un patrón de puntos de luz en el plano del sensor de imagen (ver figura 1).

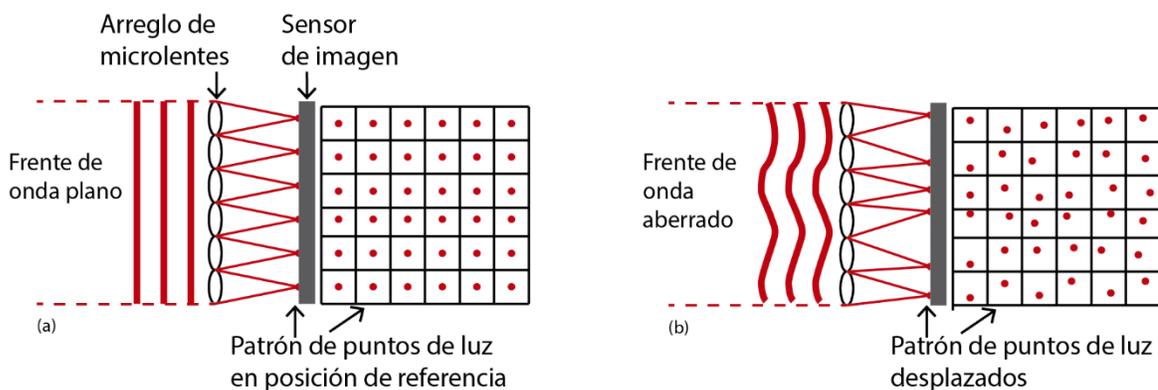


Figura 1. Funcionamiento de un sensor de Shack-Hartmann. (a) Al incidir un frente de onda plano, los puntos de luz focales están en su posición de referencia, es decir que, están alineados con el eje óptico de cada microlente, (b) al incidir un frente de onda aberrado, los puntos de luz focales sufren un desplazamiento con respecto a su posición de referencia, la pendiente promedio del frente de onda local es determinada a partir de la distancia focal y el desplazamiento del punto de luz, que es medido mediante el sensor de imagen calculando su centroide.

Si el haz incidente tiene un frente de onda plano sin aberraciones, la posición los puntos de luz focales está alineada con el eje óptico de cada microlente (ver figura 1 (a)). En este caso se dice que los puntos de luz se encuentran en su posición ideal o de referencia. Sin embargo cuando el frente de onda es distorsionado, por ejemplo debido a la presencia de aberraciones en un sistema óptico, entonces los puntos de luz sufren un desplazamiento dado en función de la pendiente promedio del frente de onda colectado por cada microlente (ver figura 1 (b)). La reconstrucción del frente de onda es realizada a partir del desplazamiento de cada punto de luz individual, el cual es medido mediante el cálculo de centroides.

Aunque el sensor de Shack-Hartman fue diseñado para medir el frente de onda, también puede ser utilizado para obtener la distribución espacial de la intensidad integrando la luz total colectada por cada microlente. Sin embargo, al hacer esto la resolución espacial de la distribución de intensidad queda determinada por la periodicidad del arreglo de microlentes y no por el tamaño del pixel del sensor imagen, como se puede observar en la figura 2. Conforme el espaciamiento entre los puntos de luz es mayor la calidad de las imágenes resultantes se reduce, en comparación con la resolución alcanzable por arreglo de pixeles del sensor imagen.

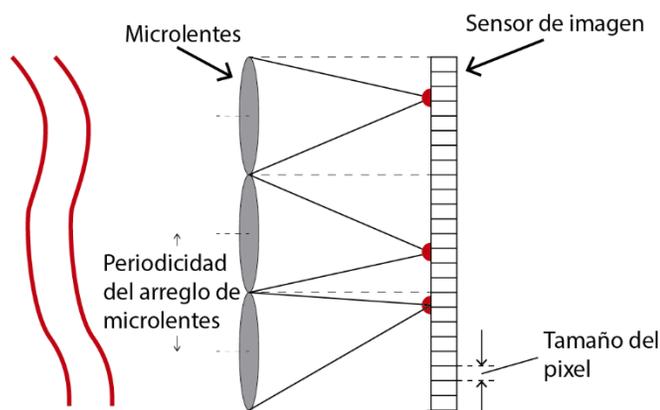


Figura 2. Comparación de la resolución de muestreo espacial del arreglo de microlentes con respecto a la resolución espacial del sensor de imagen. La periodicidad del arreglo de microlentes comúnmente es grande en comparación con la periodicidad del arreglo de pixeles del CCD, por lo tanto, una imagen en intensidad obtenida integrando la luz colectada por cada microlente tiene una resolución mucho menor en comparación con una imagen en intensidad obtenida utilizando directamente la resolución completa del CCD, que depende del tamaño del pixel.

Otra manera de determinar simultáneamente tanto la fase como la intensidad de un haz de luz es dividirlo en dos mediante un divisor de haz, la salida de uno de los puertos del divisor es usada para medir el frente de onda con un sensor de Shack-Hartmann, mientras que la salida del otro puerto es usada para

determinar la distribución de intensidad. De esta forma se puede aumentar la calidad de la imagen en intensidad evitando la pérdida de resolución; sin embargo se tiene la necesidad de utilizar dispositivos ópticos adicionales para muestrear individualmente la intensidad y la fase.

Cui *et al* (2010) y Ren *et al* (2012) reportaron un sensor que tiene la funcionalidad dual de medir tanto la distribución de intensidad como la fase, usando una película delgada de aluminio de 150 nm de espesor con micro aberturas circulares (pantalla de Hartmann) colocadas en cercanía al sensor de imagen. Las aberturas difractan la luz y forman un patrón de puntos con lo cual se lleva a cabo la reconstrucción del frente de onda. La distribución de intensidad es obtenida al integrar la luz colectada por cada abertura; nuevamente, la resolución de la imagen está limitada por el tamaño y la separación de las aberturas y no por el tamaño y número de los píxeles del sensor de imagen. Además, la pantalla obstruye una gran cantidad de la luz incidente, por lo que se pierde mucha de la información útil para reconstruir tanto la intensidad como la fase. Más aún, la eficiencia de difracción de la pantalla es muy baja comparada con un arreglo de microlentes o placas zonales.

En Cudney (2011), se presenta un sensor modificado de tipo Shack-Hartmann que puede detectar tanto la fase del frente de onda como la distribución espacial de la intensidad de la luz. En lugar de un arreglo de microlentes, el sensor está hecho con un arreglo de placas zonales de Fresnel que pueden ser activadas o desactivadas mediante la aplicación de un voltaje. Estas placas están hechas con dominios ferroeléctricos en forma de anillos concéntricos en un cristal de niobato de litio. Ya que en los cristales ferroeléctricos el efecto electro-óptico depende de la polarización espontánea, el signo del cambio del índice de refracción se alterna de un dominio a otro. Al aplicar un campo eléctrico, los dominios en forma de anillos se comportan como placas zonales de Fresnel (Cudney *et al*, 2004).

En este trabajo presentamos un dispositivo similar al reportado en Cudney (2011) pero con mejoras importantes. Hemos reducido significativamente el tamaño de las placas zonales de unos cuantos milímetros hasta 36 μm . Además, demostramos que con solo dos zonas es posible enfocar la luz lo suficiente como para formar un patrón de puntos que sea adecuado para realizar una reconstrucción confiable del frente de onda. También demostramos que es posible usar dominios en forma hexagonal para producir el foco requerido para detectar el frente de onda.

Reducir el número de zonas a solo dos y usar una geometría hexagonal son factores importantes ya que permiten reducir el tamaño de las placas zonales así como la distancia focal y por lo tanto es posible incrementar el rango dinámico y la resolución de muestreo espacial de la fase. Otra ventaja de este tipo

de arreglos de placas zonales es su tiempo de conmutación casi instantáneo; esencialmente está limitado por la capacitancia del cristal, así como por la potencia de la fuente de voltaje usada para operarlo. Otros dispositivos ópticos hechos de niobato de litio, tales como moduladores electro-ópticos, pueden alcanzar anchos de banda del orden de los Giga Hertz (GHz). En nuestro caso lo que limita la velocidad de conmutación del sensor no es el arreglo de placas zonales en sí, sino el tiempo requerido por el detector de imagen para leer los datos.

1.1 Objetivo de la tesis

El objetivo general de esta tesis es diseñar y fabricar un sensor que pueda detectar la distribución espacial tanto de la intensidad como de la fase de un haz incidente. Este sensor está conformado básicamente por dos elementos, el primero y el más importante es un arreglo de placas zonales que puede ser “activado” o “desactivado” mediante la aplicación de un voltaje, el segundo elemento es un sensor de imagen colocado en el plano focal del arreglo.

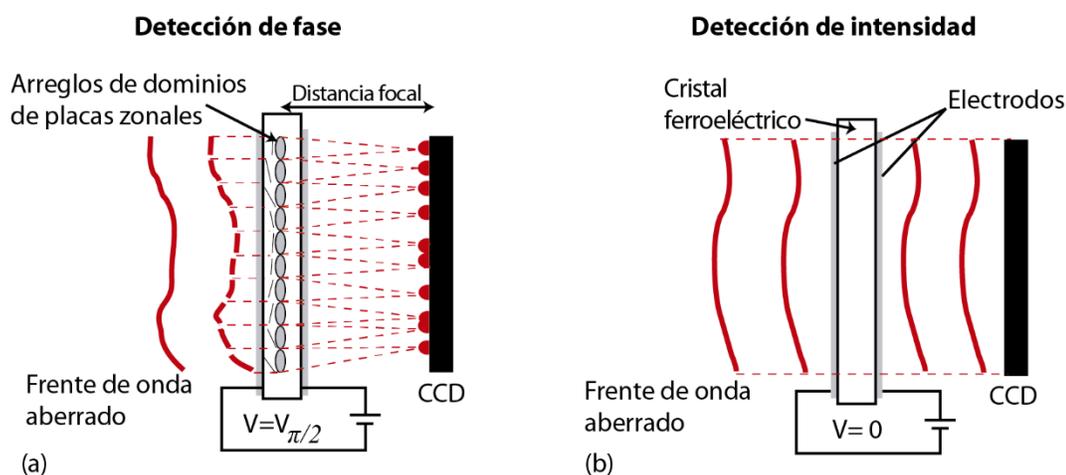


Figura 3. Modos de funcionamiento del sensor de intensidad y fase. (a) Al aplicar voltaje al cristal el dispositivo se comporta como un sensor de Shack-Hartmann y es utilizado para reconstruir el frente de onda incidente. (b) En ausencia de voltaje se obtiene la distribución de intensidad mediante el sensor de imagen colocado en el plano focal del arreglo de placas zonales.

El funcionamiento del sensor está descrito gráficamente en la figura 3. Al aplicar voltaje al cristal, el arreglo de placas zonales es activado y difracta la luz incidente para formar un patrón de puntos en el plano focal,

como se muestra en la figura 3(a). La imagen de este patrón, adquirida mediante el sensor de imagen, es procesada para hacer una reconstrucción del frente de onda de manera similar a un sensor de Shack-Hartmann. La posición de cada punto de luz individual nos da información acerca de la pendiente del frente de onda colectado por cada placa zonal, con lo cual es posible llevar a cabo su reconstrucción.

Cuando no se aplica voltaje al cristal, como se observa en la figura 3(b), el arreglo de placas zonales es desactivado y el cristal se comporta como un medio material prácticamente transparente. Ya que el índice de refracción se mantiene homogéneo en todo el cristal, la luz pasa a través de él sin ser modificada. De esta manera la distribución espacial de la intensidad es obtenida utilizando el mismo sensor de imagen empleado para reconstruir el frente de onda.

1.1.1 Objetivos particulares

Para cumplir con el objetivo general de esta tesis, se establecieron los siguientes objetivos particulares relacionados con las consideraciones de diseño y fabricación de los arreglos de placas zonales que serán utilizados como parte del sensor de intensidad y fase. Los objetivos particulares se enlistan a continuación:

- a) Emplear el método de inversión de la polarización espontánea por aplicación selectiva de campo eléctrico para fabricar arreglos de micro placas zonales de Fresnel hechas de dominios ferroeléctricos de niobato de litio y tantalato de litio.
- b) Con el fin de mejorar la resolución de muestreo espacial para el sensor de frente de onda, se propone reducir el tamaño de las placas zonales tanto como sea posible.
- c) Diseñar y fabricar arreglos de placas de Fresnel conformadas no solo por zonas concéntricas anulares, sino también por zonas hexagonales. Esto debido a que en algunos cristales ferroeléctricos como el niobato de litio, los dominios tienden a crecer preferencialmente sobre tres ejes de simetría y adquieren de manera natural una geometría hexagonal.

La tesis está estructurada de la siguiente manera, en el capítulo 2 se abordan los conceptos básicos a partir de los cuales se pueden explicar los efectos ópticos relacionados con el funcionamiento de nuestro sensor de intensidad y fase. En el capítulo 3 se explica el proceso de diseño, simulación y fabricación de tres tipos

de arreglo de placas zonales en estructuras de dominios ferroeléctricos; se presenta además una demostración experimental de su funcionamiento, que está basado en el efecto electro-óptico y se realiza una comparación de su comportamiento experimental con el esperado de acuerdo a la simulación numérica. En el capítulo 4 se presentan los resultados experimentales de mediciones de intensidad y fase para diferentes casos, utilizando el nuestro sensor conformado por los arreglos de placas zonales fabricados.

Capítulo 2. Conceptos básicos

En este capítulo se abordan los conceptos básicos a partir de los cuales se pueden explicar los efectos ópticos relacionados con el funcionamiento de nuestro sensor de intensidad y fase, comenzando con los fundamentos de la teoría de difracción de campo cercano, en los cuales se basa el comportamiento de una placa zonal. Se presenta el concepto de una placa zonal de Fresnel convencional conformada por zonas anulares concéntricas, así como su adecuación a una geometría hexagonal equivalente. También se habla acerca de las características de los cristales ferroeléctricos y cómo pueden ser usados en la fabricación de placas zonales electro ópticas en estructuras de dominios. Se describe el principio de funcionamiento mediante el cual es posible controlar eléctricamente la eficiencia de difracción de estas placas zonales, basado en el efecto electro-óptico, también conocido como efecto Pockels. Finalmente, se explica el método de reconstrucción del frente de onda utilizando un sensor de tipo Shack-Hartmann, ya que es la manera en la que nuestro sensor trabaja cuando se encuentra en modo de detección de fase, es decir cuando el arreglo de placas zonales es activado por la aplicación de un voltaje.

2.1 Difracción de Fresnel

La difracción se refiere al fenómeno óptico en el cual los rayos de luz son desviados de su trayectoria rectilínea al ser obstruidos por un obstáculo. Si el patrón de luz producido es observado en un plano cercano a la abertura, se denomina difracción de Fresnel o de campo cercano.

Considerando una abertura ubicada en un plano de coordenadas (x_0, y_0) y un campo eléctrico incidente $E_0(x_0, y_0)$, entonces el campo eléctrico propagado $E(x, y)$ hasta una distancia z de la abertura está dado por:

$$E(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} \int \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2z}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]} dx_0 dy_0, \quad (1)$$

donde λ es la longitud de onda y k es la magnitud del vector de onda dado como $k=2\pi/\lambda$; esta ecuación representa una superposición de ondas esféricas en la aproximación paraxial y es conocida como integral de difracción de Fresnel o de campo cercano. Al desarrollar el término de fase cuadrática $(x-x_0)^2$ y $(y-y_0)^2$ la ecuación (1) puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$E(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)} \int_{-\infty}^{+\infty} \int E_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2z}(x_0^2+y_0^2)} e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z}(xx_0+yy_0)} dx_0 dy_0. \quad (2)$$

Esta ecuación puede ser expresada en términos de la transformada de Fourier como:

$$E(x, y) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{\frac{ik}{2z}(x^2+y^2)} F \left\{ E_0(x_0, y_0) e^{\frac{ik}{2z}(x_0^2+y_0^2)} \right\}. \quad (3)$$

La amplitud compleja del patrón de difracción es proporcional a la transformada de Fourier del campo incidente, mientras que la distribución de intensidad del campo difractado está dada como el módulo cuadrado de la amplitud compleja, por tanto:

$$I(x, y) = |E(x, y)|^2. \quad (4)$$

2.1.1 Placa zonal de Fresnel

Una placa zonal es un elemento óptico difractingente que puede enfocar la luz; convencionalmente está conformada por un conjunto de regiones o zonas circulares anulares, donde ya sea la amplitud o la fase se van alternando de una zona a otra, como se puede observar en la figura 4(a).

Los radios de las zonas están dados de manera que la luz difractada por cada una de ellas interfiere constructivamente en un punto denominado como foco, el cual es indicado como punto P en la figura 4(b). Para que la interferencia sea constructiva en este punto, el radio de la emésima zona r_m debe ser tal que la diferencia del camino físico de la luz que viaja por las trayectorias (l_s+l_p) y $(d+f_0)$ sea un múltiplo de $\lambda/2$, es decir que (Hecht, 2002)

$$(l_s + l_p) - (d + f_0) = m\lambda/2, \quad (5)$$

donde m es un número entero que indica la zona que está siendo evaluada, d es la distancia entre el punto S (ubicado sobre el eje óptico) y la placa zonal y f_0 corresponde a la distancia focal principal. Las distancias l_s y l_p están dadas como $l_s = \sqrt{d^2 + r_m^2}$ y $l_p = \sqrt{f_0^2 + r_m^2}$ respectivamente; considerando que r_m es pequeño en comparación con d y f_0 , se puede demostrar mediante una expansión binomial que $l_s = d + (r_m)^2 / 2d$ y $l_p = f_0 + (r_m)^2 / 2f_0$. Substituyendo esto en la ecuación (5) tenemos (Hecht, 2002)

$$r_m^2 \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{f_0} \right) = m\lambda . \quad (6)$$

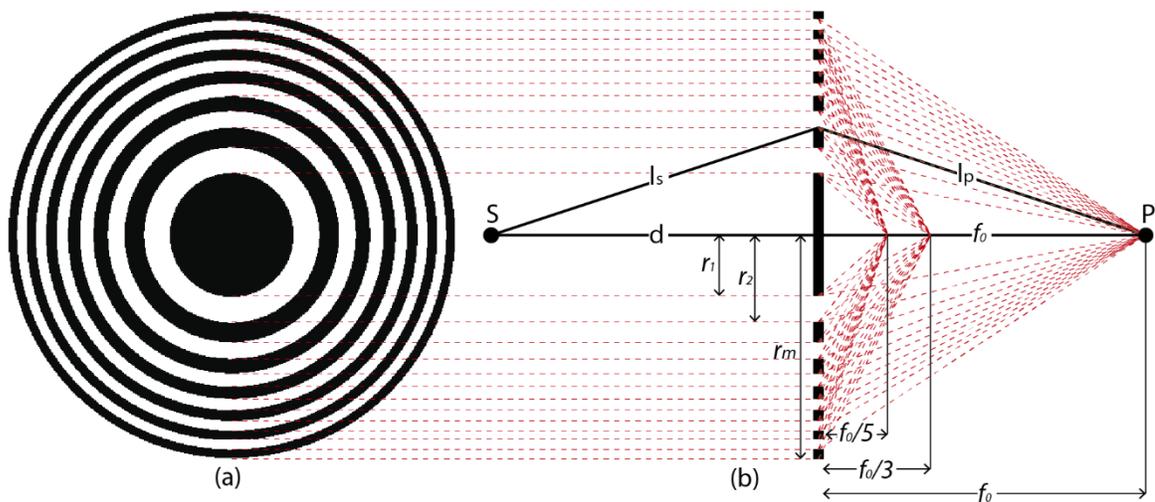


Figura 4. Placa zonal conformada por múltiples anillos anulares que pueden tener valores alternados de amplitud o de fase. (a) Placa zonal de Fresnel conformada por zonas anulares concéntricas. (b) Los diferentes órdenes de difracción de una placa zonal vista como una rejilla de difracción de periodicidad variable con simetría de revolución producen interferencia constructiva sobre el eje óptico en puntos intermedios entre el foco principal y la placa zonal, dando lugar a la presencia de focos secundarios. La distancia a la cual aparecen estos focos secundarios corresponde con la distancia focal dividida por un número impar.

Si consideramos iluminación con una onda plana entonces podemos decir que $d \rightarrow \infty$ y por tanto de la ecuación anterior podemos determinar que el radio de las zonas está dado como

$$r_m = \sqrt{mf_0\lambda}, \quad (7)$$

donde f_0 es denominado como la distancia focal principal de la placa zonal.

Existen además, puntos intermedios entre el plano de la placa zonal y el plano focal principal para los cuales también ocurre interferencia constructiva a lo largo del eje óptico; estos puntos son denominados como focos secundarios (ver figura 4). La presencia de los focos secundarios puede ser explicada si se considera a la placa zonal como la superposición de una serie de lentes, donde la distancia focal de cada lente corresponde con la posición de cada foco secundario (Cudney *et al*, 2004). Esto se puede expresar matemáticamente mediante la siguiente función de transmitancia

$$t(r, \Delta\phi) = \cos \Delta\phi + i \sum_{j=0}^{\infty} a_j \left\{ \exp \left[i \frac{\pi r^2}{\lambda f_0} (2j+1) \right] + \exp \left[-i \frac{\pi r^2}{\lambda f_0} (2j+1) \right] \right\}, \quad (8)$$

donde $t(r, \Delta\phi)$ es la función de transmitancia de la placa zonal, r es la distancia radial, $\Delta\phi$ es el cambio de fase generado por cada zona, j es un número entero y a_j es un coeficiente de peso dado como

$$a_j = \frac{2}{\pi [2j+1]} (-1)^j \text{sen}(\Delta\phi). \quad (9)$$

De acuerdo con la ecuación (8), la distancia focal de cada lente f_j , que conforma a la placa zonal está dada como

$$f_j = f_0 / [2j+1]. \quad (10)$$

Otra forma de explicar la presencia de estos focos secundarios es considerando a la placa zonal como una rejilla de difracción con simetría de revolución, cuyo periodo decrece cuadráticamente conforme el radio de las zonas se incrementa. La contribución de los órdenes de difracción impares de la rejilla produce interferencia constructiva justo al cruzar por el eje óptico, lo que da lugar a la aparición de estos focos secundarios. La distancia focal de cada punto de luz secundario depende del ángulo del orden de difracción correspondiente.

En el caso de una placa zonal de fase, el índice de refracción de los materiales utilizados es tal que entre una zona y otra se introduce un corrimiento de 180° en la fase de las ondas de luz. De toda la luz colectada por la placa zonal, teóricamente solo el 40.5% se concentra en el punto de luz focal, mientras que el resto se distribuye en el plano focal como ruido de fondo.

2.1.2 Placas zonales hexagonales

Uno de los objetivos más importantes de este proyecto es fabricar arreglos de placas zonales en estructuras de dominios ferroeléctricos a escalas micrométricas, ya que de esta manera es posible optimizar el funcionamiento de nuestro sensor al incrementar la resolución de muestreo del frente de onda y el rango dinámico de detección de la fase.

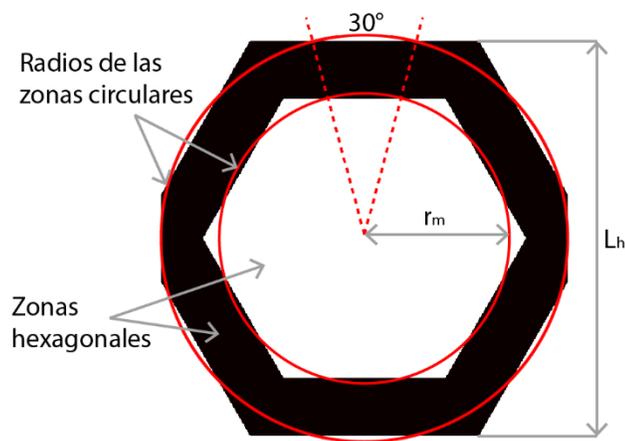


Figura 5. Geometría de un hexágono equivalente a una zona de Fresnel de radio r_m .

Sin embargo, para algunos cristales ferroeléctricos como es el caso particular del niobato de litio es complicado fabricar dominios en forma de anillos anulares micrométricos, debido a que en este material los dominios crecen preferencialmente sobre tres ejes de simetría rotados 120° entre sí, por lo que tienden a adquirir una forma hexagonal. Por esta razón, hemos explorado la posibilidad de usar placas con zonas hexagonales en vez de anulares y como veremos más adelante, encontramos tanto teórica como experimentalmente que bajo ciertas restricciones estas placas hexagonales pueden enfocar un haz de luz

incidente y formar un patrón de puntos de luz adecuado para ser utilizados en un sensor de Shack-Hartmann.

Para facilitar la fabricación de nuestras placas zonales, hemos sustituido las zonas circulares de una placa zonal convencional por hexágonos equivalentes. Por simple trigonometría podemos determinar que la mitad de la altura del hexágono equivalente a una zona de circular de radio r_m puede ser calculada como $L_h \approx 2r_m \cos(15^\circ) = 1.92r_m$ (Petosa *et al*, 2006). En la figura 5 se puede observar que la zona hexagonal y la circular son equivalentes en el sentido que se intersectan en 12 puntos (al menos dos veces por cada lado del hexágono) separados angularmente de forma equidistante. Otra manera de ajustar la geometría de nuestras placas zonales es igualar el área del hexágono al área del círculo correspondiente, entonces tendríamos que la altura del hexágono estaría dada por $L_h = \left(2\sqrt{\pi\sqrt{3}/6}\right)r_m \approx 1.9046r_m$, lo cual es muy parecido al resultado de (Petosa *et al*, 2006) mencionado anteriormente.

2.2 Los cristales ferroeléctricos

En un material ferroeléctrico la distribución de los iones con cargas positivas y negativas que constituyen su estructura cristalina genera un momento dipolar llamado polarización espontánea P_s . La polarización espontánea se puede invertir mediante la aplicación de un campo eléctrico externo cuya magnitud excede un valor umbral; a este valor se le conoce como el campo coercitivo del cristal. A las regiones donde la polarización espontánea apunta en una misma dirección se les conoce como dominios ferroeléctricos.

Es posible fabricar estructuras de dominios que forman patrones específicos, como por ejemplo cristales periódicamente polarizados, que son utilizados para generar efectos no lineales como cuasi empatamiento de fases. Este tipo de arreglos periódicos de dominios se emplea en la fabricación de fuentes de luz basadas en oscilación óptica paramétrica. El niobato de litio $LiNbO_3$ y el tantalato de litio $LiTaO_3$ son dos de los materiales ferroeléctricos más utilizados debido a que exhiben un gran coeficiente electro-óptico y coeficiente no lineal. Estos materiales además son muy empleados en la fabricación de dispositivos controlables por voltaje, para modular espacialmente la fase de la luz. En este trabajo los hemos utilizado para crear micro estructuras de dominios en forma de arreglos de placas zonales de Fresnel controlables por voltaje.

2.2.1 Niobato de litio LiNbO_3 y tantalato de litio LiTaO_3

El niobato de litio y tantalato de litio tienen propiedades cristalógicas y físicas muy similares; poseen entre otros, un gran coeficiente piroeléctrico, piezoelectrico, foto-elástico y electro-óptico, siendo este último de mayor relevancia para la realización del presente trabajo. Ambos materiales pertenecen al grupo puntual cristalográfico $3m$, por lo tanto tienen tres planos de simetría especular rotados 120° uno con respecto a otro. El eje de simetría de rotación "3", que coincide con la intersección de estos tres planos, se conoce como eje cristalográfico "c" o "z", la polarización espontánea apunta en la dirección de este eje.

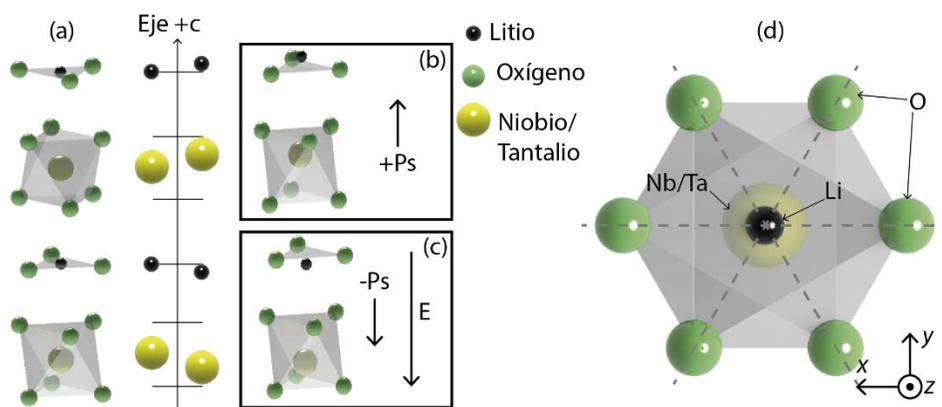


Figura 6. Estructura atómica del LiNbO_3 y LiTaO_3 . (a) Fase paraeléctrica a temperaturas superiores a la temperatura de Curie (1200°C), (b) A temperaturas menores a la de Curie los iones de litio y niobio (en el caso de LiNbO_3) o tantalio (en el caso de LiTaO_3) son desplazados de su centro de simetría generando un momento dipolar. (c) El signo de P_s puede ser invertido al aplicar un campo eléctrico intenso mayor al campo coercitivo del cristal. (d) Celda unitaria de un cristal de LiNbO_3 o LiTaO_3 ; las caras triangulares conformadas por los átomos de oxígeno se alternan de un plano a otro dando lugar a una morfología hexagonal; las líneas punteadas indican la dirección de los ejes de simetría especular del cristal.

El eje x está definido como paralelo a cualquiera de los planos de simetría especular, mientras que el eje y es perpendicular tanto a x como a z (como se puede observar en la figura 6).

Al pertenecer al grupo puntual $3m$, estos cristales son uniaxiales, por lo que si la luz se propaga a lo largo del eje "c", el vector de polarización será perpendicular a él y solo podrá tener componentes en el plano x - y . En este caso las componentes de polarización verán un mismo índice de refracción ordinario n_o . Mientras que para cualquier otra dirección de propagación las componentes de polarización verán dos índices de refracción, uno ordinario y otro extraordinario.

Ambos materiales (LiNbO_3 y LiTaO_3) tienen básicamente la misma estructura cristalina (mostrada en la figura 6), que está conformada de la siguiente manera: los iones de oxígeno se agrupan de tres en tres formando caras triangulares en planos que son paralelos entre sí y que a su vez son perpendiculares al eje cristalográfico c (Weis *et al*, 1985). Estos grupos de tres iones de oxígeno están rotados 180° entre plano y plano. Como se observa en la figura 6(a), a altas temperaturas, superiores a lo que se conoce como temperatura de Curie (1200°C), los iones de litio (Li) se encuentran sobre el eje " c " y en los planos "nones" de oxígeno; mientras que el espacio entre los planos "nones" y "pares" es ocupado por iones de niobio (Nb) en el caso de LiNbO_3 o de tantalio (Ta) en el caso de LiTaO_3 . Por debajo de la temperatura de Curie los iones de Li y Nb (o Ta según sea el caso) se desplazan a lo largo del eje " c " del cristal provocando una asimetría en la distribución de cargas, lo que da lugar a un momento dipolar y por tanto a una polarización espontánea P_s en el material, como se muestra en la figura 6(b). Si se aplica un campo eléctrico suficientemente intenso (cuya magnitud es superior al campo coercitivo explicado anteriormente) en dirección del eje cristalográfico " c ", es posible desplazar los iones de Li y Nb/Ta en sentido opuesto (como se ilustra en la figura 6(c)) cambiando así el signo de P_s . En el caso del niobato de litio y tantalato de litio, la polarización espontánea puede apuntar solo en dos direcciones que son: paralela y anti paralela a su eje de simetría " c ", por lo tanto solo se forman dominios de 180° . En general los cristales ferroeléctricos presentan un comportamiento de histéresis, esto quiere decir que una vez que se invierte el sentido de P_s permanece en su nueva dirección aun cuando se deja de aplicar el campo externo.

Como se puede observar en la figura 6(d) la contraposición de un plano a otro de las caras triangulares formadas por las tercias de iones de oxígeno determina la forma de la celda unitaria del LiNbO_3 y el LiTaO_3 , de manera que solo es posible escoger entre una geometría hexagonal o una romboédrica. En la figura se puede observar también la orientación de los ejes principales x , y , z con respecto a los ejes de simetría del cristal.

2.2.2 Miniaturización de dominios ferroeléctricos en LiNbO_3 y LiTaO_3

Los dominios ferroeléctricos son regiones en el cristal donde la polarización espontánea apunta en una misma dirección. Estas regiones pueden ser creadas mediante la aplicación selectiva de un campo eléctrico con una magnitud mayor al campo coercitivo del cristal. El método de fabricación de los dominios se explicará de manera detallada en el capítulo 3; sin embargo, por ahora mencionaremos que el campo

externo es generado por una diferencia de potencial aplicado a un par de electrodos creados litográficamente en las caras “c” del cristal.

El crecimiento de los dominios durante la inversión se da en varias etapas, la primera de ellas es conocida como nucleación. Ocurre cuando la magnitud del campo eléctrico aplicado supera el campo coercitivo del cristal y se forman pequeños núcleos de dominios en uno de los electrodos. Estos núcleos crecen rápidamente a lo largo del eje “c” (crecimiento longitudinal) hacia el segundo electrodo, y más lentamente en direcciones perpendiculares a “c”, por lo que los dominios adquieren forma de cuñas. Una vez que llegan al otro electrodo, los dominios se expanden lateralmente con una mayor rapidez sobre los ejes de simetría del cristal (rotados 120° entre sí), por esta razón tienden a adquirir una forma hexagonal. La velocidad del crecimiento lateral es de algunos órdenes de magnitud menor a la velocidad del crecimiento longitudinal.

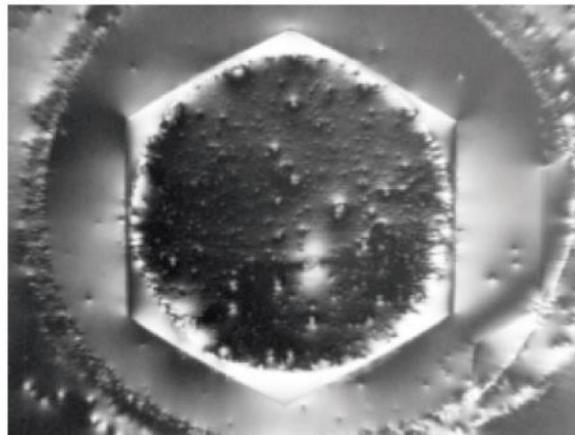


Figura 7. Dominios ferroeléctricos en un cristal de niobato de litio. Vista superficial de un micro dominio ferroeléctrico hexagonal en un cristal de niobato de litio, la altura del hexágono es $\approx 3\text{mm}$ (Miller, 1998).

De acuerdo a los requerimientos de nuestro sensor de intensidad y fase, es muy importante la miniaturización de las estructuras de dominios ya que conforme se reduce el tamaño de las placas zonales se pueden alcanzar distancias focales menores; aumentando así el intervalo de detección angular de la fase, es decir el rango dinámico del sensor.

A escalas milimétricas es posible la formación de estructuras complejas, como puede ser el caso de una placa zonal conformada por varios anillos de dominios. Sin embargo, al reducir su tamaño hasta

dimensiones micrométricas, los dominios pierden la geometría circular esperada y tienden a aproximarse a la morfología de la celda unitaria del cristal.

Como ya se mencionó el niobato de litio y el tantalato de litio tienen la misma estructura cristalina, con la simple diferencia que los átomos de niobio (*Nb*) han sido reemplazados por átomos de tantalio (*Ta*), por lo tanto ambos materiales tienen propiedades físicas muy similares. La celda unitaria del *LiTaO₃* al igual que la del *LiNbO₃* exhibe una forma poligonal de seis lados; sin embargo, la deficiencia de litio modifica la forma de los dominios de hexágonos a triángulos con paredes de dominios paralelas a los planos cristalográficos *x-y* (Scrymgeour *et al*, 2005).

En la figura 7 se presenta una imagen superficial de una de las caras de un cristal de niobato de litio después de haber realizado la inversión de dominios; se puede observar que estos adquieren una geometría hexagonal bien definida.

2.2.3 Respuesta no lineal

La interacción de un campo eléctrico oscilante en el espectro de las frecuencias ópticas con un material, da como resultado que se induzca en el medio un momento dipolar por unidad de volumen, es decir que el material se polarice. A intensidades bajas la polarización inducida responde linealmente con la fuerza del campo, de manera que los dipolos (cargas eléctricas) oscilan a la misma frecuencia de la luz incidente. Desde el punto de vista macroscópico la respuesta lineal de la polarización dada por las oscilaciones inducidas en el material puede ser descrita como

$$P(\omega) = \varepsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) E_0(\omega), \quad (11)$$

donde ε_0 es la permitividad del vacío, $\chi^{(1)}$ es la susceptibilidad eléctrica de primer orden, $P(\omega)$ es la polarización en el material, $E_0(\omega)$ es el campo eléctrico incidente y ω es la frecuencia de oscilación.

Cuando el campo eléctrico es muy intenso, el desplazamiento de las cargas deja de tener una dependencia lineal con el campo incidente, de manera que los dipolos pueden oscilar a nuevas frecuencias dando lugar

a fenómenos ópticos no lineales. La polarización inducida en este caso puede ser expresada como una expansión en serie de Taylor de la siguiente manera (Robles, 2005)

$$P = \varepsilon_0 (\chi^{(1)} \cdot E_0 e^{-i\omega t} + \chi^{(2)} : E_0^{(2)} e^{-i2\omega t} + \chi^{(3)} : E_0^{(3)} e^{-i3\omega t} + \dots + \chi^{(j)} : E_0^{(j)} e^{-ij\omega t}), \quad (12)$$

donde $\chi^{(j)}$ son los tensores de susceptibilidad de orden j . El primer término de la ecuación corresponde a la polarización lineal $P_L = \varepsilon_0 \chi^{(1)} \cdot E$ y está relacionado con los fenómenos de absorción, reflexión y dispersión. Los términos restantes describen la respuesta no lineal P_{NL} del material y se clasifican de acuerdo al orden del tensor de susceptibilidad $\chi^{(j)}$, de tal forma que $\chi^{(2)}$ y $\chi^{(3)}$ dan lugar a los procesos de segundo y tercer orden respectivamente. Por lo tanto tenemos que la polarización total del medio se puede expresar como la contribución de la polarización lineal P_L y la polarización no lineal P_{NL}

$$P = P_L + P_{NL}. \quad (13)$$

Para este trabajo resultan de mayor relevancia los fenómenos ópticos no lineales debidos a la susceptibilidad de segundo orden $\chi^{(2)}$, en particular, la generación de segundo armónico pero más importante aún es el efecto electro-óptico de primer orden conocido como efecto Pockels, ya que en él se basa el funcionamiento de nuestros arreglos de placas zonales.

La susceptibilidad no lineal de un material $\chi^{(2)}$ es en realidad un tensor de orden 3 que contiene 27 elementos; por lo tanto la polarización de segundo orden puede ser expresada de la siguiente manera (Cudney *et al*, 2002):

$$P_i^{(2)}(\omega_3) = \varepsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) E_j(\omega_1) E_k(\omega_2), \quad (14)$$

donde $P_i^{(2)}(\omega_3)$ es la i -ésima componente cartesiana del vector de polarización de segundo orden del medio, que oscila a la frecuencia ω_3 , mientras que $\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2)$ es la componente ijk del tensor de susceptibilidad de segundo orden. La notación dentro de los paréntesis indica que la polarización resultante tendrá una frecuencia ω_3 y es debida a la interacción con el material de los campos eléctricos

$E_j(\omega_1)$, $E_k(\omega_2)$ que oscilan a la frecuencia ω_1 y ω_2 respectivamente, los subíndices j y k se refieren a las componentes cartesianas de estos campos.

La generación de segundo armónico tiene lugar cuando la polarización resultante oscila al doble de la frecuencia del campo incidente; lo que ocurre bajo la condición de que $\omega_1 = \omega_2 = \omega$ y por lo tanto $\omega_3 = 2\omega$. Entonces la polarización no lineal de segundo orden para la generación de segundo armónico está dada como

$$P_i^{(2)}(2\omega) = \varepsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)}(2\omega; \omega, \omega) E_j(\omega) E_k(\omega). \quad (15)$$

El efecto Pockels ocurre cuando uno de los campos, digamos $E_j(\omega_1)$, tiene una frecuencia dada como $\omega_1 = \omega$, pero el segundo campo $E_k(\omega_2)$ es fijo, por lo tanto tiene frecuencia nula de manera que $\omega_2 = 0$ y puede ser visto como una componente de corriente directa. La frecuencia de oscilación de la polarización resultante ω_3 es igual a la frecuencia del campo $E_j(\omega_1 = \omega)$, por lo tanto para este caso la polarización de segundo orden es

$$P_i^{(2)}(\omega) = \varepsilon_0 \chi_{ijk}^{(2)}(\omega; \omega, 0) E_j(\omega) E_k(0) \quad (16)$$

En los cristales ferroeléctricos como el niobato de litio y tantalato de litio, el tensor de susceptibilidad de segundo orden $\chi_{ijk}^{(2)}$ está relacionado en el tensor de susceptibilidad de tercer orden $\chi_{ijk}^{(3)}$ a través de la polarización espontánea P_s del cristal, de la siguiente manera (Cudney *et al*, 2002)

$$\chi_{ijk}^{(2)}(\omega_3; \omega_1, \omega_2) \propto \chi_{ijk}^{(3)}(\omega_4; \omega_1, \omega_2, 0) P_{s,l}. \quad (17)$$

La polarización espontánea se comporta como un campo eléctrico interno con una frecuencia cero, que actúa sobre la susceptibilidad de tercer orden dando lugar a la susceptibilidad de segundo orden; como consecuencia, si de alguna manera ocurre una modificación en la polarización espontánea, como puede ser un cambio de signo por ejemplo, entonces los elementos de $\chi_{ijk}^{(2)}$ también cambian de signo (Cudney *et al*, 2002).

Por practicidad, el tensor de susceptibilidad de segundo orden se puede expresar en la forma de un tensor d_{ijk} como

$$d_{ijk} = \frac{1}{2} \chi_{ijk}^{(2)}. \quad (18)$$

De acuerdo con la condición de simetría de permutación intrínseca, los subíndices j y k , que determinan las coordenadas cartesianas de los campos, se pueden intercambiar indistintamente sin afectar a la polarización resultante; por lo tanto j y k se pueden reducir a un solo subíndice m de manera que d_{ijk} puede ahora ser expresado como d_{lm} , donde el sub índice i ha sido reemplazado por l . Los posibles valores para l y m obedecen la siguiente notación (Barboza, 2007):

$$\begin{array}{l} \text{jk :} \\ \text{xx} \rightarrow m = 1 \\ \text{yy} \rightarrow m = 2 \\ \text{zz} \rightarrow m = 3 \\ \text{yz} = \text{zy} \rightarrow m = 4 \\ \text{xz} = \text{zx} \rightarrow m = 5 \\ \text{xy} = \text{yx} \rightarrow m = 6 \end{array} \quad .$$

De esta manera el tensor de orden 3 que describe a la susceptibilidad no lineal de segundo orden se puede simplificar a una matriz de 3×6 dada como (Boyd, 2007)

$$d_{lm} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{bmatrix}. \quad (19)$$

Para aquellos cristales pertenecientes al grupo puntual $3m$ como es el caso del niobato de litio y tantalato de litio, las simetrías reducen el número de elementos d_{ij} independientes por lo que la matriz d_{lm} queda definida de la siguiente manera

$$d_{lm} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Podemos describir la polarización no lineal que da lugar a la generación de segundo armónico mediante la siguiente ecuación

$$\begin{bmatrix} P_x(2\omega) \\ P_y(2\omega) \\ P_z(2\omega) \end{bmatrix} = 2\varepsilon_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & -d_{22} \\ -d_{22} & d_{22} & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_x(\omega)^2 \\ E_y(\omega)^2 \\ E_z(\omega)^2 \\ 2E_y(\omega)E_z(\omega) \\ 2E_x(\omega)E_z(\omega) \\ 2E_x(\omega)E_y(\omega) \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Una explicación detallada acerca del efecto electro-óptico de primer orden o efecto Pockels se presenta en el apéndice A.

2.2.4 Principio de funcionamiento de una placa zonal electro-óptica hecha en dominios ferroeléctricos

Nuestras placas zonales fueron grabadas en el cristal, principalmente en forma de anillos concéntricos de dominios pero también se fabricaron placas con zonas hexagonales.

Para poder comprender el funcionamiento de las placas zonales, primero es necesario definir la manera en la que los dominios están distribuidos en el cristal; tomemos como ejemplo la imagen de la figura 8, en la cual se muestran dos tipos de placas zonales equivalentes, una conformada por anillos anulares y otra conformada por hexágonos concéntricos. Los dominios están representados por regiones blancas y negras alternadas, distribuidas en el plano (x,y) ; las flechas indican la dirección de la polarización espontánea, de manera que en las zonas blancas el sentido de P_s se encuentra en dirección positiva sobre el eje "c" del cristal, mientras que en las zonas negras P_s apunta en la dirección negativa.

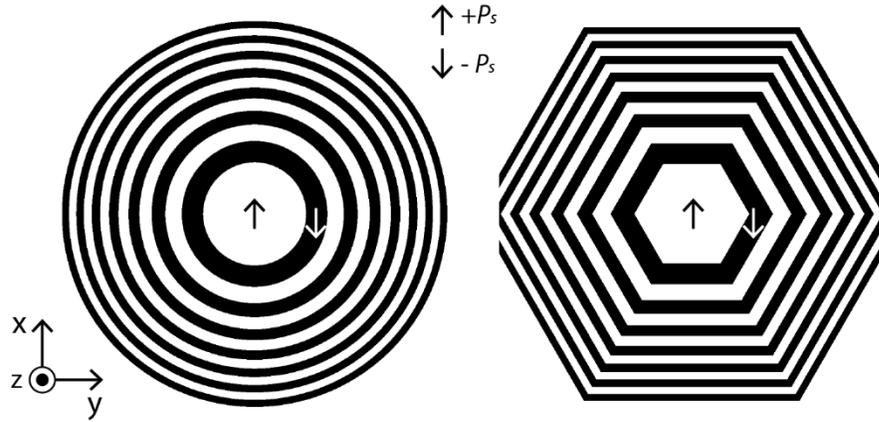


Figura 8. Representación de una placa zonal de Fresnel en estructuras de dominios ferroeléctricos. El sentido de las flechas en las regiones blancas y negras representa la dirección de la polarización espontánea (con respecto al eje "c") que alterna su signo entre una zona (o dominio) y otra.

En condiciones naturales y si el voltaje aplicado es cero, el índice de refracción del cristal es el mismo tanto para la polarización positiva como para la polarización negativa. Cuando se aplica un voltaje, el índice de refracción puede aumentar o disminuir en función de la dirección de la polarización espontánea; este efecto es conocido como efecto electro-óptico o efecto Pockels (explicado a mayor detalle en el apéndice A). Para un haz que incide en niobato de litio y que se propaga en dirección paralela al eje "c", el cambio Δn en el índice de refracción visto por el haz cuando un voltaje V es aplicado al cristal está dado por

$$\Delta n = \pm \frac{1}{2} n_o^3 r_{13} \left(\frac{V}{d} \right), \quad (22)$$

donde n_o es el índice de refracción ordinario, r_{13} es el coeficiente electro óptico y d es el espesor del cristal; el signo de Δn depende de la orientación de la polarización espontánea. Este cambio en el índice de refracción produce un retardo $\Delta\phi$ en la fase del haz de luz dado por

$$\Delta\phi = \pm \frac{n_o^3 r_{13} V}{2d} \times \frac{2\pi d}{\lambda} = \pm \frac{\pi n_o^3 r_{13} V}{\lambda}. \quad (23)$$

La magnitud en el cambio tanto del índice de refracción como del desfase depende de la magnitud del voltaje aplicado. De esta manera es posible controlar eléctricamente la eficiencia de difracción de las placas zonales.

Ya que el signo de Δn se alterna de un dominio a otro, la fase relativa entre dominios es $2|\Delta\phi|$, por lo que el voltaje requerido para introducir una fase relativa de 180° entre dos dominios es

$$V_{\pi/2} = \lambda / 2n_o^3 r_{13}. \quad (24)$$

2.3 Detección del frente de onda utilizando arreglos de placas zonales hechas en dominios ferroeléctricos: Modo sensor de Shack-Hartmann

El sensor presentado en este trabajo tiene una configuración similar a la de un sensor de frente de onda de tipo Shack-Hartman. Está conformado por un arreglo de placas zonales de Fresnel controlables por voltaje y un sensor de imagen (CCD o CMOS). Este dispositivo puede conmutar su modo de funcionamiento para detectar ya sea la intensidad o la fase dependiendo del voltaje aplicado. En ausencia de voltaje, las placas zonales están desactivadas y el sensor trabaja en modo de detección de intensidad. Al aplicar un voltaje, el arreglo de placas zonales es activado y produce un patrón de puntos de luz mediante el cual es posible reconstruir la distribución espacial de la fase incidente, es decir, el frente de onda. En este modo de funcionamiento nuestro dispositivo se comporta como un sensor de frente de onda de Shack-Hartmann.

2.3.1 Sensor de Shack-Hartmann

El sensor de Shack-Hartmann típicamente está conformado por un sensor de imagen (CCD o CMOS) colocado en el plano focal de un arreglo de microlentes. Cuando un haz de luz incide, las microlentes forman un patrón de puntos de luz en el plano del sensor imagen. La posición de cada punto de luz focal cuando el frente de onda es plano corresponde con el eje óptico de cada microlente (ver figura 9(a)). En este caso se dice que los puntos de luz están en su posición ideal o de referencia, ya que el frente de onda

medido está libre de aberraciones. Si el frente de onda presenta alguna deformación, los puntos de luz sufren un desplazamiento con respecto a su posición de referencia (ver figura 9(b)), este desplazamiento tiene componentes en coordenadas (c_x, c_y) dadas en el plano del sensor de imagen (ver figura 9(c)).

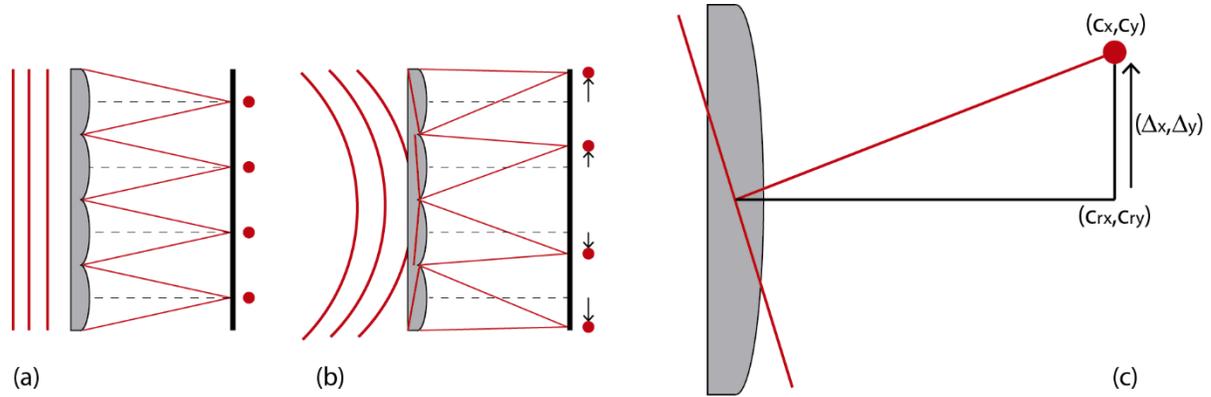


Figura 9. Configuración de un sensor de Shack-Hartmann. (a) Al incidir un frente de onda plano la posición de los puntos de luz, corresponde con el eje óptico de cada microlente; ésta es su posición ideal o de referencia, (b) al incidir un frente de onda aberrado los puntos de luz sufren un desplazamiento, (c) el desplazamiento de cada punto de luz individual está relacionado con la pendiente promedio del frente de onda colectado por cada microlente.

Las coordenadas c_x, c_y que indican la posición de cada spot en el plano del CCD pueden ser determinadas calculando su centro de gravedad a partir de la imagen en intensidad del patrón de spots (Malacara, 2007)

$$c_x = \frac{\sum_{N=1}^{N \times M} \sum_{M=1}^{N \times M} I_{ssh}(N, M) \times x(N)}{\sum_{N=1}^{N \times M} \sum_{M=1}^{N \times M} I_{psh}(N, M)}, \quad c_y = \frac{\sum_{N=1}^{N \times M} \sum_{M=1}^{N \times M} I_{ssh}(N, M) \times y(M)}{\sum_{N=1}^{N \times M} \sum_{M=1}^{N \times M} I(N, M)}, \quad (25)$$

donde I_{ssh} denota la distribución de intensidad de cada punto de luz (obtenida mediante el sensor de imagen), N y M son las coordenadas del arreglo de pixeles asignados cada microlente y $x(N), y(M)$ son las coordenadas espaciales correspondientes a cada pixel en la imagen.

El desplazamiento lateral Δ_x y Δ_y de cada punto de luz individual está dado por

$$\Delta_x = c_{rx} - c_x, \Delta_y = c_{ry} - c_y, \quad (26)$$

donde c_{rx} y c_{ry} son las coordenadas de las posiciones de referencia centradas en el eje óptico de cada microlente. El desplazamiento de los puntos de luz está asociado con el gradiente del frente de onda local incidente de la siguiente manera (Negrete-Regagnon, 1995)

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta_x}{f_0}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \phi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{\Delta_y}{f_0}, \quad (27)$$

donde $\phi(x, y)$ es una función bidimensional que describe la distribución espacial de la fase del frente de onda, λ es la longitud de onda y f_0 es la distancia focal del arreglo de microlentes.

Una vez realizada la medición del gradiente local de la fase de la luz colectada por cada microlente (a partir del desplazamiento de los puntos de luz), se puede realizar la reconstrucción del frente de onda mediante una aproximación modal. El método se describe en la siguiente sección.

2.3.2 Reconstrucción modal del frente

En el método de reconstrucción modal, el frente de onda $\phi_{fdo}(x, y)$ puede ser expresado como la expansión de un conjunto de polinomios ortogonales pesados por un coeficiente (Visscher, 2014),

$$\phi_{fdo}(x, y) = \sum_{j=1}^J a_j Z_j(x, y), \quad (28)$$

donde $Z_j(x, y)$ es un polinomio ortogonal, j es un número entero que representa el orden del polinomio que está siendo evaluado, J es la cantidad total de polinomios utilizados en la reconstrucción y a_j es el coeficiente que pondera a cada polinomio. De la ecuación (27) podemos obtener que el gradiente del frente de onda y las derivadas parciales de los polinomios están relacionados de la siguiente manera:

$$\frac{\partial}{\partial x} \phi_{fdo}(x, y) = \sum_{j=2}^J a_j \frac{\partial}{\partial x} Z_j(x, y),$$

(29)

$$\frac{\partial}{\partial y} \phi_{fdo}(x, y) = \sum_{j=2}^J a_j \frac{\partial}{\partial y} Z_j(x, y).$$

Representando las expresiones anteriores en forma matricial tenemos que

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \phi_{fdo}(x, y) \Big|_{x=x_1} \\ \frac{\partial}{\partial y} \phi_{fdo}(x, y) \Big|_{y=y_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x} \phi_{fdo}(x, y) \Big|_{x=x_{NML}} \\ \frac{\partial}{\partial y} \phi_{fdo}(x, y) \Big|_{y=y_{NML}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} Z_{j=1}(x, y) \Big|_{x=x_1} & \frac{\partial}{\partial x} Z_{j=2}(x, y) \Big|_{x=x_1} & \cdots & \frac{\partial}{\partial x} Z_{j=J}(x, y) \Big|_{x=x_1} \\ \frac{\partial}{\partial y} Z_{j=1}(x, y) \Big|_{y=y_1} & \frac{\partial}{\partial y} Z_{j=2}(x, y) \Big|_{y=y_1} & \cdots & \frac{\partial}{\partial y} Z_{j=J}(x, y) \Big|_{y=y_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial}{\partial x} Z_{j=1}(x, y) \Big|_{x=x_{NML}} & \frac{\partial}{\partial x} Z_{j=2}(x, y) \Big|_{x=x_{NML}} & \cdots & \frac{\partial}{\partial x} Z_{j=J}(x, y) \Big|_{x=x_{NML}} \\ \frac{\partial}{\partial y} Z_{j=1}(x, y) \Big|_{y=y_{NML}} & \frac{\partial}{\partial y} Z_{j=2}(x, y) \Big|_{y=y_{NML}} & \cdots & \frac{\partial}{\partial y} Z_{j=J}(x, y) \Big|_{y=y_{NML}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{j=1} \\ a_{j=2} \\ \vdots \\ a_{j=J} \end{pmatrix}, \quad (30)$$

donde el subíndice NML es el número total de microlentes y $x=x_1, \dots, x=x_{NML}$, $y=y_1, \dots, y=y_{NML}$ representan las coordenadas correspondientes al centro o eje óptico de cada microlente, en estas coordenadas son evaluadas las derivadas parciales de los polinomios. Una vez medido el gradiente local de fase a partir del desplazamiento de los puntos de luz y obtenidas las derivadas de los polinomios a utilizar en la reconstrucción, se puede calcular el valor de los coeficientes a_j resolviendo este sistema matricial de ecuaciones.

Si bien el método de reconstrucción modal puede ser realizado empleando en general cualquier conjunto de funciones ortogonales bidimensionales, los polinomios de Zernike son ampliamente utilizados ya que son una buena aproximación para representar las posibles aberraciones (distorsión del frente de onda) que pueden estar presentes en un sistema óptico (Lane *et al*, 1992).

2.3.3 Los polinomios de Zernike

Los polinomios de Zernike son funciones ortogonales cuyo radio es normalizado al tamaño de una abertura circular idealizada (Lane *et al*, 1992). De acuerdo con (Malacara, 2007), estas funciones están definidas en coordenadas polares (ρ, θ) de la siguiente manera:

$$\left. \begin{aligned} Z_{j(\text{par})}(\rho, \theta) &= \sqrt{2(n+1)}R_n^m(\rho)\cos(m\theta), \\ Z_{j(\text{impar})}(\rho, \theta) &= \sqrt{2(n+1)}R_n^m(\rho)\sin(m\theta), \end{aligned} \right\} \text{Para } m \neq 0$$

$$Z_j(\rho, \theta) = \sqrt{n+1}R_n^m(\rho) \quad \left. \vphantom{Z_j} \right\} \text{Para } m=0,$$
(31)

donde n es la frecuencia azimutal, m es el grado radial y el coeficiente $R_n^m(\rho)$ está dado como

$$R_n^m(\rho) = \sum_{s=0}^{(n-m)/2} \frac{(-1)^s (n-s)!}{s! \left(\frac{n+m}{s} - s\right)! \left(\frac{n-m}{s} - s\right)!} \rho^{n-2s}.$$
(32)

Para cada valor de j , n es calculado mediante la siguiente expresión

$$n = \left[(2j-1)^{1/2} + 0.5 \right]_{\text{entero}} - 1,$$
(33)

donde el subíndice “entero” implica que los decimales del valor resultante al realizar la operación de la ecuación anterior son despreciados ya que solo se considera la parte entera. Una vez que n es conocido, el valor de m puede ser determinado como

$$m = 2 \left\{ \left[2j + 1 - n(n+1) \right] / 4 \right\}_{\text{entero}}, \text{ cuando } n \text{ es par}$$
(34)

y

$$m = 2 \left\{ \left[\frac{2(j+1) - n(n+1)}{4} \right]_{\text{entero}} - 1 \right\}, \text{ cuando } n \text{ es impar.}$$

Los polinomios de Zernike están definidos como funciones polares considerando la simetría de revolución de la mayoría de los componentes ópticos, pero también pueden ser expresados en forma cartesiana haciendo un simple cambio de coordenadas de manera que $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$ y $0 \leq \rho = \sqrt{x^2 + y^2} \leq 1$.

Los conceptos presentados en este capítulo serán utilizados en los capítulos posteriores para llevar a cabo el diseño, simulación, fabricación e implementación del sensor de intensidad y fase propuesto como objetivo principal de la tesis.

Capítulo 3. Diseño, simulación y fabricación de arreglos de placas zonales

El objetivo principal de este trabajo es implementar un sensor que pueda detectar tanto la distribución de intensidad como la fase de la luz. El elemento más importante de este dispositivo es un arreglo de placas zonales electro-ópticas hechas en dominios ferroeléctricos; este arreglo es la pieza medular del sensor ya que delimita, en varios sentidos, las características de su funcionamiento:

- El arreglo de placas zonales le da al sensor la capacidad de conmutar su modo de operación para detectar ya sea la distribución de intensidad o la fase de la luz incidente, dependiendo del voltaje aplicado.
- El tiempo de respuesta del arreglo es casi instantáneo, de manera que la medición de la intensidad y de la fase es secuencial. La velocidad de conmutación puede ser tan rápida que para algunas aplicaciones, como astronomía por ejemplo, se puede considerar que la detección es realizada de forma casi simultánea, ya que el tiempo de respuesta del arreglo de placas zonales puede ser mucho más corto que el tiempo de cambio del estado instantáneo de la turbulencia atmosférica. En realidad la rapidez de conmutación está limitada por las características de los componentes electrónicos utilizados para manipular el cristal y para hacer la reconstrucción del frente de onda (como puede ser la capacitancia de la fuente de voltaje y/o la velocidad del sensor de imagen).
- El modo de funcionamiento más crítico de nuestro sensor ocurre cuando el arreglo de placas zonales es activado por el voltaje aplicado y se comporta como un sensor de frente de onda de Shack-Hartmann. Algunos aspectos importantes en este modo de funcionamiento, como son el rango dinámico, la sensibilidad y la resolución de muestreo espacial de la fase, dependen de las características del arreglo, como por ejemplo, el tamaño de las placas zonales, la separación entre ellas y su distancia focal.

Los criterios de diseño de nuestro dispositivo en su modo de funcionamiento como sensor de frente de onda, han sido elegidos buscando un punto intermedio en el cual se pueda obtener la mejor resolución de muestreo espacial, el mejor rango dinámico y la mejor sensibilidad posibles. Esto permitirá que el sensor pueda medir fases en un amplio intervalo angular y mejorará la fidelidad del frente de onda reconstruido con respecto al frente de onda real. Por lo tanto los parámetros necesarios para lograr que nuestro sensor

tenga las capacidades óptimas de detección de fase dependen de las características del arreglo de placas zonales.

Por todos estos factores, el arreglo de placas zonales es considerado como el elemento más importante de nuestro sensor. El proceso de diseño, simulación y fabricación de este arreglo se explica en las secciones subsecuentes. El diagrama básico del sensor conformado por el arreglo de placas zonales y el sensor de imagen se presentó en la figura 3.

3.1 Diseño de arreglos de placas zonales

Las placas zonales fueron diseñadas tomando en consideración dos aspectos fundamentales: primero, la capacidad de detección deseada y segundo, las limitaciones dadas en el proceso de fabricación. El primer aspecto está relacionado con el desempeño del sensor en sí, se refiere a factores ya mencionados, como el rango dinámico, la sensibilidad y la resolución de muestreo espacial, mientras que el segundo aspecto tiene que ver con los mecanismos físicos involucrados durante la inversión de los dominios ferroeléctricos en el cristal.

Si consideramos que un frente de onda plano, con cierta inclinación, incide en el arreglo de placas zonales, entonces el rango dinámico se refiere a la pendiente máxima de este frente de onda que puede ser medida correctamente por el sensor sin que el desplazamiento de cada punto de luz sea tal que invada el cuadrante de pixeles asignados a las placas zonales circunvecinas en el sensor de imagen (Yoon *et al*, 2006), (Zhou *et al*, 2016). Esto significa que el rango dinámico determina el límite máximo de detección angular del frente de onda que el sensor es capaz de medir sin que ocurra traslape entre puntos de luz. Si la periodicidad del arreglo es igual a la dimensión de cada placa zonal, entonces el máximo desplazamiento permitido del punto de luz no puede ser mayor a la mitad del tamaño de cada placa. Por tanto, el rango dinámico α está relacionado con el tamaño de la placa zonal D_{pzf} y su distancia focal f_0 de la siguiente manera: $\alpha = D_{pzf}/2f_0$. Como podemos observar, el rango dinámico es directamente proporcional al tamaño de la placa zonal pero inversamente proporcional a la distancia focal; esto significa que el intervalo de detección angular es más amplio conforme las placas zonales son más grandes y conforme la distancia focal se reduce. Sin embargo, para aumentar la resolución de muestreo espacial es necesario incrementar la densidad de placas zonales en el área efectiva de detección, ya que esto le permite al sensor coleccionar una mayor cantidad de muestras, con lo que la reconstrucción del frente de onda es más exacta (ver figura 10). Podemos establecer entonces la miniaturización de las placas zonales como un criterio de diseño necesario para optimizar el funcionamiento de nuestro sensor. En este trabajo hemos considerado placas

zonales con dimensiones en un rango de $\approx 300 \mu\text{m}$ a $\approx 30 \mu\text{m}$ por lado. Como ya se mencionó, a esta escala de miniaturización existen algunas consideraciones relacionadas con el proceso de inversión de dominios ferroeléctricos que deben ser tomadas en cuenta al fabricar las placas zonales. Estas consideraciones serán presentadas más adelante.

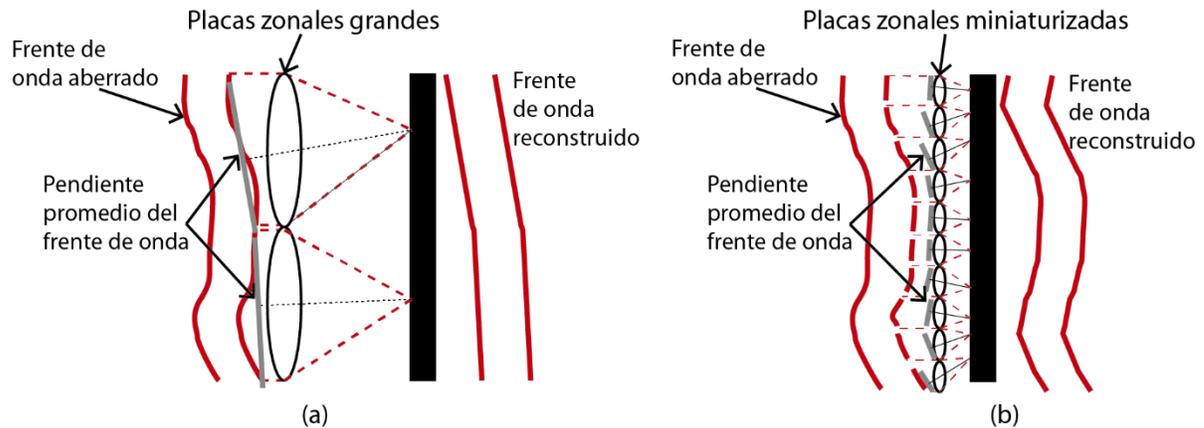


Figura 10. Muestreo espacial del frente de onda. Un mismo frente de onda aberrado es reconstruido utilizando arreglos de placas zonales de diferente tamaño: (a) Al emplear un arreglo de placas zonales grandes, el frente de onda es muestreado pobremente y la reconstrucción es una versión promediada del frente de onda real. (b) Al miniaturizar el arreglo de placas zonales, se incrementa el periodo de muestreo espacial del frente de onda y la reconstrucción se aproxima más al frente de onda real.

La distancia focal juega un papel importante no solo para incrementar el rango dinámico, sino también para mejorar la sensibilidad, es decir, el desplazamiento mínimo del punto de luz que el sensor es capaz de detectar, o dicho de otra forma, el cambio de fase más pequeño que puede medir. La sensibilidad no solo depende de la distancia focal, sino también de otros factores como son: el tamaño del pixel, el nivel de ruido oscuridad del sensor de imagen, la precisión del método utilizado para el cálculo de centroides y el tamaño del punto de luz focal; sin embargo, para fines de diseño del arreglo de placas zonales solo consideraremos como parámetro deseable que la distancia focal sea lo más corta posible. De acuerdo con la ecuación (7) la distancia focal está relacionada con el tamaño de la placa zonal pero también con la cantidad de zonas, según la siguiente expresión

$$f_0 = \frac{r_m^2}{m\lambda}. \quad (35)$$

En la figura 11 se muestra el caso de dos placas zonales, ambas tienen las mismas dimensiones D_{pzf} pero están conformadas por un distinto número de zonas; al aumentar la cantidad de zonas, la distancia focal de la placa se reduce, lo que beneficia tanto al rango dinámico como a la sensibilidad.

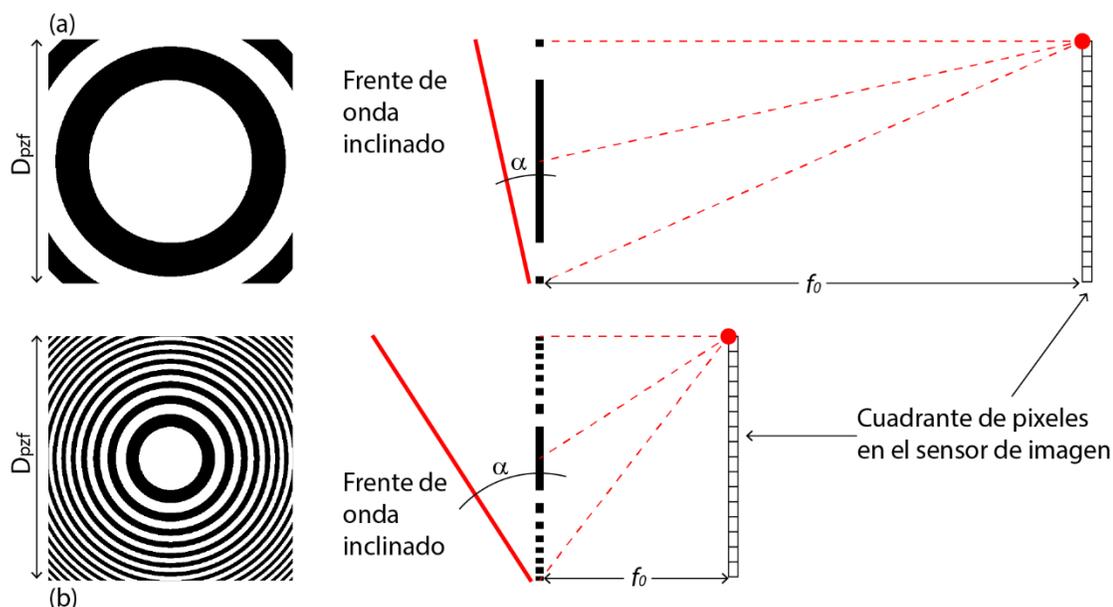


Figura 11. Rango dinámico en función del número de zonas y la distancia focal. (a) Al reducir el número de zonas a solo 3, la distancia focal es larga y el rango dinámico es pequeño. (b) Al aumentar la cantidad de zonas se obtiene una menor distancia focal y un incremento significativo en el rango dinámico.

Sin embargo, hemos observado que al fabricar estructuras de dominios en la escala micrométrica deseada ($300 \mu\text{m} - 30 \mu\text{m}$ por placa zonal), cuando se utilizan en particular cristales de niobato de litio, los anillos anulares de una placa zonal convencional tienden a deformarse, aproximándose a la geometría de la celda unitaria del cristal, la cual tiene una forma hexagonal. Como se explicó en el capítulo 2, esto se debe a que las paredes de dominios en niobato de litio crecen más rápidamente sobre sus tres ejes de simetría que están rotados 120° entre sí (Shur *et al*, 1999). Por otro lado, debemos mencionar como una complicación adicional, que al aumentar el número de zonas, el espesor de los anillos es cada vez menor (ver figura 11). Esto dificulta la fabricación de placas zonales conformadas por varios anillos anulares, ya que al aumentar el grado de miniaturización es cada vez más complicado crear arreglos homogéneos de estructuras dominios ferroeléctricos que cubran un área tan grande como el área de detección requerida, la cual, dependiendo de las dimensiones del sensor de imagen utilizado puede llegar a ser de hasta $5 \times 5 \text{ mm}^2$.

Mientras más zonas son incluidas en la placa de Fresnel y mientras menor es su distancia focal, mayor será este problema. Por esta razón decidimos averiguar si era factible utilizar en un sensor de Shack-Hartmann arreglos de placas zonales conformadas por sólo tres zonas; también analizamos qué pasa si en lugar de utilizar anillos, utilizamos dominios hexagonales como elementos de focalización. Este tipo de arreglos de dominios hexagonales que actúan como elementos difrangentés controlables eléctricamente fue reportado con anterioridad en (Paturzo *et al*, 2006), donde se utilizaron como un iluminador de Talbot. Estos elementos difrangentés consistían de un solo hexágono pero en nuestro caso utilizamos estructuras que contienen al menos dos dominios hexagonales anidados uno dentro de otro. Como veremos, este tipo de arreglos de dominios hexagonales anidados pueden actuar como elementos de focalización. En la figura 12 se muestra un arreglo de 4x4 placas zonales conformadas por tres zonas tanto circulares como hexagonales.

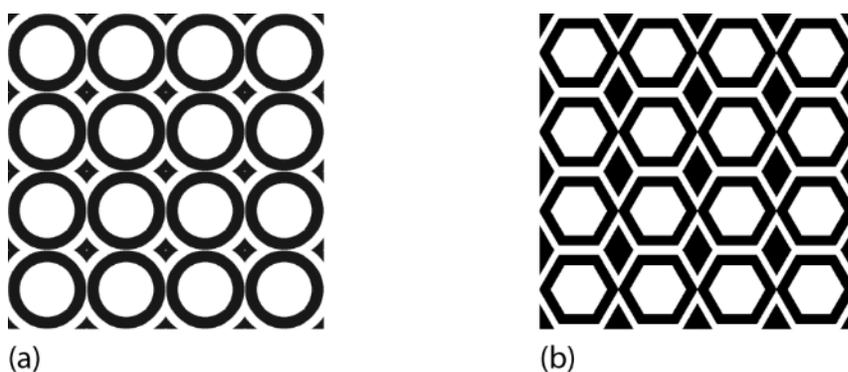


Figura 12. Arreglo de 4x4 placas de Fresnel conformadas por tres zonas. (a) Circulares. (b) Hexagonales.

Por otro lado, también exploramos la factibilidad de utilizar un material alternativo para la fabricación de las placas zonales, en este caso tantalato de litio. La celda unitaria de este material tiende a adquirir una geometría triangular y presenta una mayor flexibilidad en la morfología de los dominios que se pueden crear, lo que nos permitió fabricar placas zonales conformadas por anillos concéntricos, cada una de dimensiones menores a 40 μm por lado; superando así el límite de miniaturización que nos había sido posible alcanzar hasta ahora utilizando cristales de niobato de litio.

3.2 Simulación numérica

3.2.1 Propagación del espectro angular

Para calcular el patrón de difracción generado por el arreglo de placas zonales nos hemos basado en el uso de la integral de Fresnel expresada como la propagación del espectro angular, en cuyo caso el cálculo del patrón de amplitud del campo difractado se restringe a la región de campo cercano (Mas *et al*, 2003). Esta forma alternativa de la integral de Fresnel está dada por la siguiente expresión

$$E_z(x, y) = F^{-1} \left\{ \exp \left[-i\pi\lambda z (\xi^2 + \zeta^2) \right] F \left[E_0(x_0, y_0) \right] \right\}, \quad (36)$$

donde z es la distancia de propagación, λ es la longitud de onda, F indica la operación de la transformada de Fourier, $E_0(x_0, y_0)$ es la amplitud del campo eléctrico en el plano inicial de coordenadas (x_0, y_0) , $E_z(x, y)$ es la amplitud del campo eléctrico en el plano de observación que tiene coordenadas (x, y) y (ξ, ζ) son las frecuencias espaciales, que están definidas como

$$\xi = \frac{x}{\lambda z}, \quad \zeta = \frac{y}{\lambda z}. \quad (37)$$

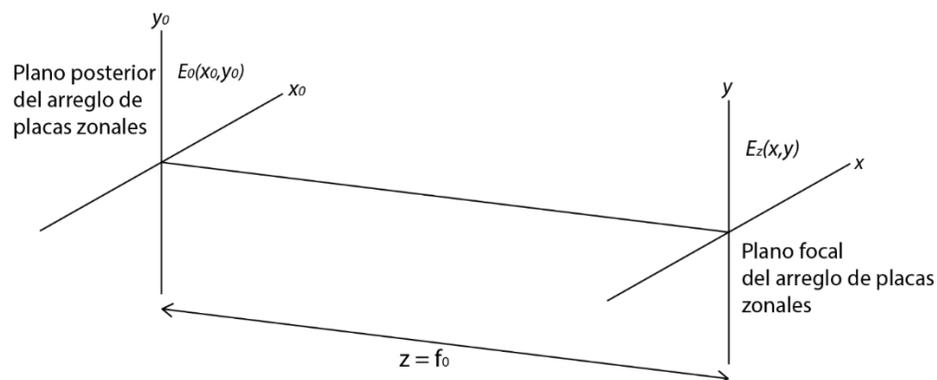


Figura 13. Diagrama esquemático. El plano inicial $E_0(x_0, y_0)$ corresponde al plano posterior del arreglo de placas zonales, el plano de observación $E_z(x, y)$ corresponde al plano focal del arreglo de placas zonales y la distancia entre el plano inicial y el plano de observación, $z=f_0$, corresponde a la distancia focal de las placas zonales.

Los campos $E_0(x_0, y_0)$ y $E_z(x, y)$ son representados esquemáticamente en el diagrama de la figura 13.

En la ecuación (36) la transformada de Fourier del campo eléctrico inicial $E_0(x_0, y_0)$ es calculada y posteriormente multiplicada por un factor de fase cuadrático, como resultado de esta operación se obtiene el espectro angular del campo inicial propagado a una distancia z . La transformada de Fourier inversa de esta multiplicación corresponde a la amplitud del campo $E_z(x, y)$ en el plano de difracción.

Suponiendo que el arreglo de placas zonales actúa como una máscara delgada, el campo eléctrico del haz en la cara posterior del arreglo se puede expresar como

$$E_0(x_0, y_0) = E_{inc}(x_0, y_0)t_0(x_0, y_0), \quad (38)$$

donde $E_{inc}(x_0, y_0)$ es el campo eléctrico incidente y $t_0(x_0, y_0)$ es la función de transmitancia del arreglo bidimensional de placas zonales, dada como

$$t_0(x_0, y_0) = t_{pz}(x_0, y_0) \otimes \sum_{k=-K/2}^{K/2-1} \sum_{l=-L/2}^{L/2-1} \delta(x_0 - k\Delta_{pz}, y_0 - l\Delta_{pz}), \quad (39)$$

donde t_{pz} es la función de transmitancia de una sola placa zonal y $\delta(x_0 - k\Delta_{pz}, y_0 - l\Delta_{pz})$ representa un arreglo bidimensional de deltas de Dirac. K y L corresponden al número total de filas y columnas que contiene el arreglo, mientras que $k\Delta_{pz}$ y $l\Delta_{pz}$ son corrimientos espaciales que indican la fila y columna en la que se encuentra posicionada cada delta, siendo Δ_{pz} la periodicidad del arreglo, dado por el tamaño lateral de la placa zonal. El símbolo \otimes implica la operación de convolución entre el arreglo de deltas y la función $t_{pz}(x_0, y_0)$. Como resultado de esta convolución, la transmitancia de la placa zonal se repite periódicamente a intervalos dados por la periodicidad de las deltas Δ_{pz} y cada placa zonal está centrada con respecto a la posición de cada delta. De esta manera se conforma la función de transmitancia $t_0(x_0, y_0)$ como un arreglo bidimensional de placas zonales de Fresnel.

El campo eléctrico incidente expresado en la ecuación (38) como $E_{inc}(x_0, y_0)$ puede estar definido en general por una función de amplitud compleja como

$$E_{inc} = A_0(x_0, y_0)e^{i\phi_E(x_0, y_0)}, \quad (40)$$

donde $A_0(x_0, y_0)$ y $\phi_E(x_0, y_0)$ representan respectivamente la amplitud y la distribución espacial de la fase del frente de onda del campo incidente. De manera similar, la función de transmitancia de una placa zonal puede ser tratada como un elemento de fase representado por la siguiente ecuación

$$t_{pz}(x_0, y_0) = \text{rect}\left(\frac{x_0}{\Delta_{pz}}, \frac{y_0}{\Delta_{pz}}\right) \exp[i\phi_{pz}(x_0, y_0)] \quad (41)$$

donde $\phi_{pz}(x_0, y_0)$ corresponde a la distribución espacial de los valores de fase introducida por cada zona a la luz incidente y la función $\text{rect}(x_0/\Delta_{pz}, y_0/\Delta_{pz})$ puede ser vista como una ventana cuadrada que delimita las dimensiones de la función de transmitancia $t_{pz}(x_0, y_0)$ al tamaño de la placa zonal Δ_{pz} . Como ya se mencionó, la geometría de las zonas puede estar dada ya sea en una disposición de anillos o de hexágonos concéntricos anidados. Para el caso de una placa de Fresnel conformadas por zonas anulares el término de fase $\phi_{pz}(x_0, y_0)$ está dado por

$$\phi_{pz}(x_0, y_0) = \begin{cases} +\Delta\phi_{pz} & \text{si } \text{sen}\left[\pi(x_0^2 + y_0^2)/f\lambda\right] > 0 \\ -\Delta\phi_{pz} & \text{si } \text{sen}\left[\pi(x_0^2 + y_0^2)/f\lambda\right] < 0 \end{cases} \quad (42)$$

donde $\Delta\phi_{pz}$ representa el valor de la fase introducida por cada zona de la placa al haz incidente. La máxima eficiencia de difracción de la placa zonal se da cuando $\Delta\phi_{pz} = \pm\pi/2$ o dicho de otra forma, cuando la desfaseamiento relativo entre zonas está dado como $|2\Delta\phi_{pz}| = \pi$.

Para calcular numéricamente el patrón de difracción del arreglo de placas zonales, reescribimos la ecuación (36) en forma discreta de la siguiente manera

$$E_z(m_z, n_z) = DFT^{-1}\left(\exp\left[-i\pi\lambda z\left(\frac{m_z^2}{D_x^2} + \frac{n_z^2}{D_y^2}\right)\right] \times DFT\left[E_0\left(\frac{m_0 D_x}{M}, \frac{n_0 D_y}{N}\right)\right]\right), \quad (43)$$

donde DFT denota la transformada de Fourier discreta, λ es la longitud de onda, M y N son el número de muestras a lo largo de los ejes, x_0, y_0 ; m_0 y n_0 son los índices de las muestras en el plano de las placas

zonales; m_z , n_z son los índices en el plano de observación y D_x , D_y son las longitudes de los lados del rectángulo que delimita el campo inicial E_0 .

El uso de una transformada directa seguida por una transformada inversa en las ecuaciones (36) y (43) cancela el factor de escala entre las dimensiones de los campos incidente y difractado, por lo que las dimensiones espaciales del rectángulo que delimita el campo en el plano de las placas zonales y el plano de observación son iguales. De acuerdo con el criterio de Nyquist la ecuación (43) es válida para (Mas et al, 2003)

$$z \leq D_x^2 / \lambda M ,$$

$$z \leq D_y^2 / \lambda N .$$
(44)

3.2.2 Simulación del patrón de difracción producido por arreglos de placas zonales circulares y hexagonales

A partir del método de propagación del espectro angular descrito en la sección anterior, hemos calculado la intensidad del patrón de difracción de dos tipos de arreglos de placas de Fresnel, las cuales están conformados por zonas anulares (de anillo) y por zonas hexagonales.

La simulación nos permitió evaluar el comportamiento de las placas al variar la cantidad de anillos o hexágonos (previo a su fabricación); de esta manera pudimos corroborar la factibilidad de utilizar solo tres zonas para generar un patrón de puntos de luz con el cual se pueda muestrear adecuadamente el frente de onda en un sensor de Shack-Hartmann. Como antes se mencionó, reducir la cantidad de zonas tanto como sea posible es un requisito de diseño fundamental para poder fabricar arreglos homogéneos de placas zonales en estructuras de dominios ferroeléctricos con el grado de miniaturización deseado.

Para las simulaciones se consideraron arreglos conformados por un total de 18×18 placas zonales anulares y hexagonales que contienen 3, 6 y 8 zonas. La cantidad de pixeles asignados a cada placa es de 128×128 y el número de $N \times M$ muestras utilizadas en la simulación es 2304×2304. El tamaño lateral de la placa tanto para anillos como para hexágonos es de 100 μm , las distancias focales para una longitud de onda de 532 nm están dadas en la tabla 1. El tamaño de la ventana que delimita al arreglo de placas zonales es

$D_x=D_y=1.8$ mm; de acuerdo con la ecuación (44) el campo difractado solo puede ser muestreado correctamente para $z<2.7$ mm (considerando una longitud de onda $\lambda=532$ nm). Esto es adecuado ya que la distancia mayor para la cual simulamos es $z=f_0=2.4$ mm, que corresponde a la longitud focal de la placa circular de tres zonas.

Tabla 1. Distancias focales y límite de difracción de placas zonales de Fresnel anulares y hexagonales de 100 μm conformadas por diferente número de zonas para 532 nm. Las placas zonales evaluadas en la simulación están conformadas por 3, 6 y 8 zonas anulares y hexagonales, el tamaño lateral de la placa zonal es de 100 μm , el radio del punto de luz focal de la placa zonal está dado por el límite de difracción en función de la longitud de onda λ , la distancia focal f_0 y el tamaño lateral de la placa zonal Δ_{pz} como $r_{spot}=\lambda f_0/\Delta_{pz}$.

Número de zonas	Distancia focal f_0		Radio del punto de luz r_{spot}	
	Placas zonales circulares	Placas zonales hexagonales	Placas zonales circulares	Placas zonales hexagonales
3	2.4 mm	2.1 mm	12 μm	11 μm
6	.8 mm	.8 mm	4 μm	4 μm
8	.6 mm	.6 mm	3 μm	3 μm

En el caso de anillos, la distribución de las zonas fue determinada a partir de la función de transmitancia dada en la ecuación (42). Para las placas hexagonales cada zona circular de radio r_m (calculado mediante la ecuación (7)) fue aproximada a un hexágono equivalente con una altura l_h , dada como $l_h=2r_m\cos(15^\circ)\approx 1.92r_m$ (Petosa *et al*, 2006).

En la figura 14 se muestra la representación binaria de los arreglos de placas de Fresnel anulares y hexagonales simuladas, que están conformadas por 3, 6 y 8 zonas; también se presentan los correspondientes patrones de puntos de luz.

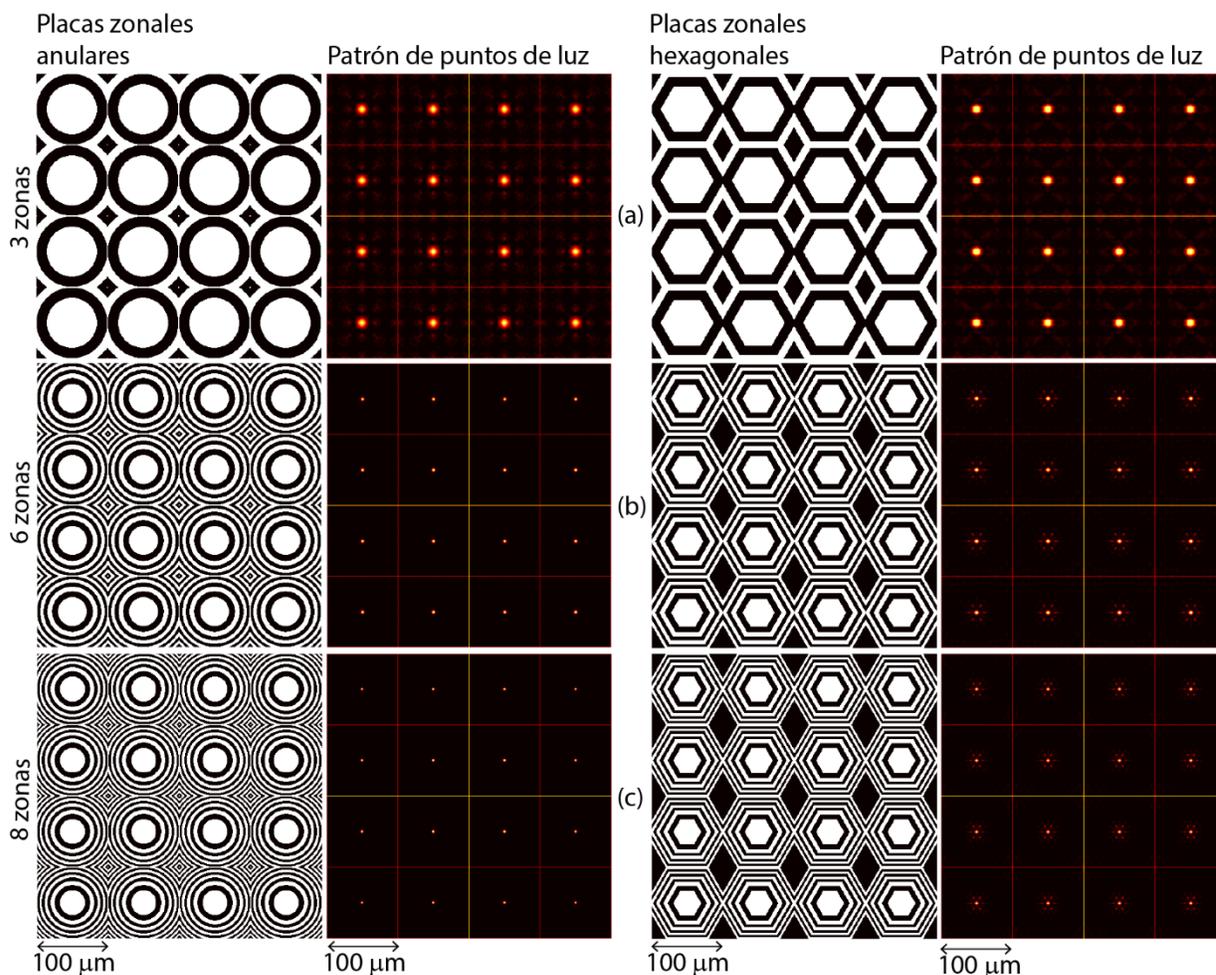


Figura 14. Simulación numérica: Desempeño de los arreglos de placas de Fresnel anulares y hexagonales en función del número de zonas. Arreglos de placas zonales anulares y hexagonales así como sus respectivos patrones de puntos de luz simulados numéricamente. Las placas están conformadas por: (a) Tres zonas (un anillo), (b) seis zonas (tres anillos) y (c) ocho zonas (cuatro anillos). Las regiones blancas y negras que representan las zonas que conforman cada placa corresponden a cambios de fase de $\Delta\phi=+\pi/2$ y $\Delta\phi=-\pi/2$, respectivamente.

En ambos casos, tanto para anillos como para hexágonos, se muestra solo un segmento de 4×4 placas (de un total de 18×18 que fueron empleadas en la simulación del arreglo completo); las regiones blancas y negras representan cambios de fase dados como $\Delta\phi=+\pi/2$ y $\Delta\phi=-\pi/2$ respectivamente, siendo el desfase relativo entre zonas $2\Delta\phi=\pi$. El patrón de difracción fue calculado mediante la ecuación (36); se consideró un frente de onda plano incidente en el arreglo de placas zonales y una distancia de propagación $z=f_0$ (las distancias focales para cada arreglo se dan en la tabla 1). Se puede observar que tanto para las placas zonales conformadas por anillos como por hexágonos, la luz difractada forma un patrón de puntos de luz focales bien definidos. El tamaño de estos puntos de luz se reduce conforme

aumenta el número de zonas, esto es más evidente al analizar el comportamiento de una sola placa zonal aislada (como se presenta en la figura 15). En el caso de anillos se puede observar además, que al aumentar la cantidad de zonas la luz es confinada más eficientemente en el punto de luz focal y se reduce significativamente el ruido de fondo que es debido a órdenes de difracción secundarios alrededor del foco principal; en el caso hexagonal ocurre lo contrario, el ruido de fondo aumenta drásticamente conforme una mayor cantidad de zonas es considerada en la simulación. Por lo tanto es de esperar que la eficiencia de difracción tenga una relación directamente proporcional con el número de zonas para las placas conformadas por anillos pero inversamente proporcional para las placas conformadas por hexágonos. Un análisis de la dependencia entre la eficiencia de difracción y el número de zonas se presenta en la sección 3.2.3.

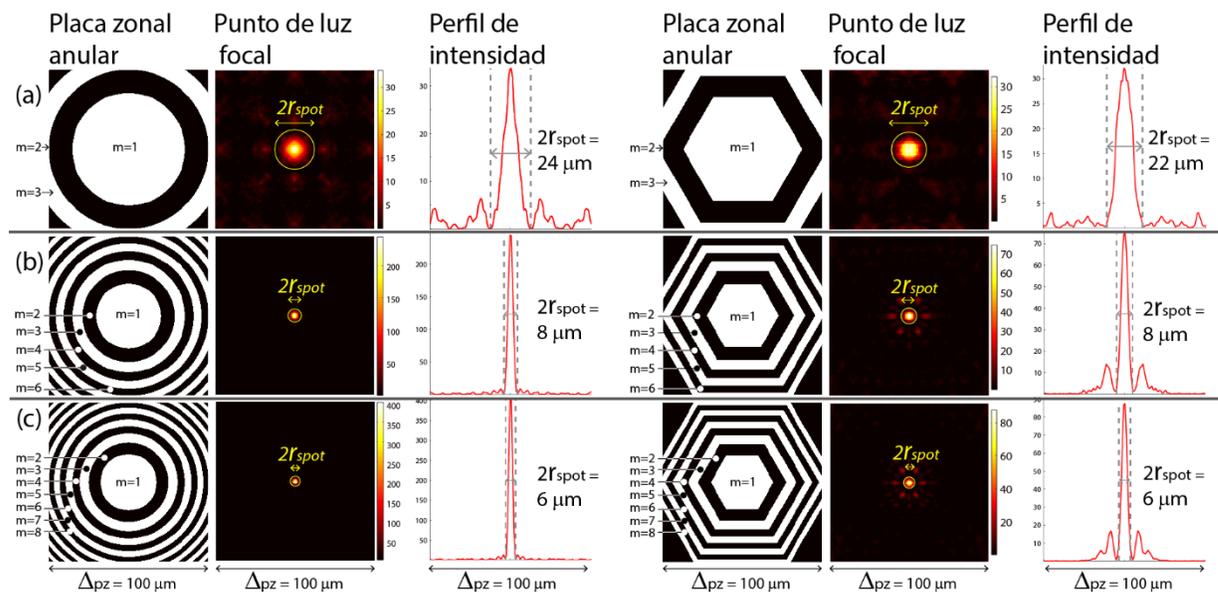


Figura 15. Simulación numérica: Una sola placa zonal anular y hexagonal y su correspondiente punto de luz focal. La cantidad de zonas es indicada como “ m ”. El radio del punto de luz focal, que se reduce conforme la cantidad de zonas aumenta y la distancia focal es más corta, puede ser estimado mediante la aproximación dada en la ecuación (45). El ruido de fondo disminuye al aumentar la cantidad de zonas anulares, mientras que en el caso hexagonal sucede lo contrario.

Hemos definido el límite de resolución de la placa zonal como la región radial en el plano focal que se extiende desde el centro óptico de la placa zonal hasta la distancia a la cual ocurre el primer mínimo en intensidad. Una buena aproximación para determinar el radio que cubre esta región es

$$r_{spot} = \lambda f_0 / \Delta_{pz} \quad (45)$$

Los radios de los puntos de luz correspondientes para cada arreglo se presentan en la tabla 1.

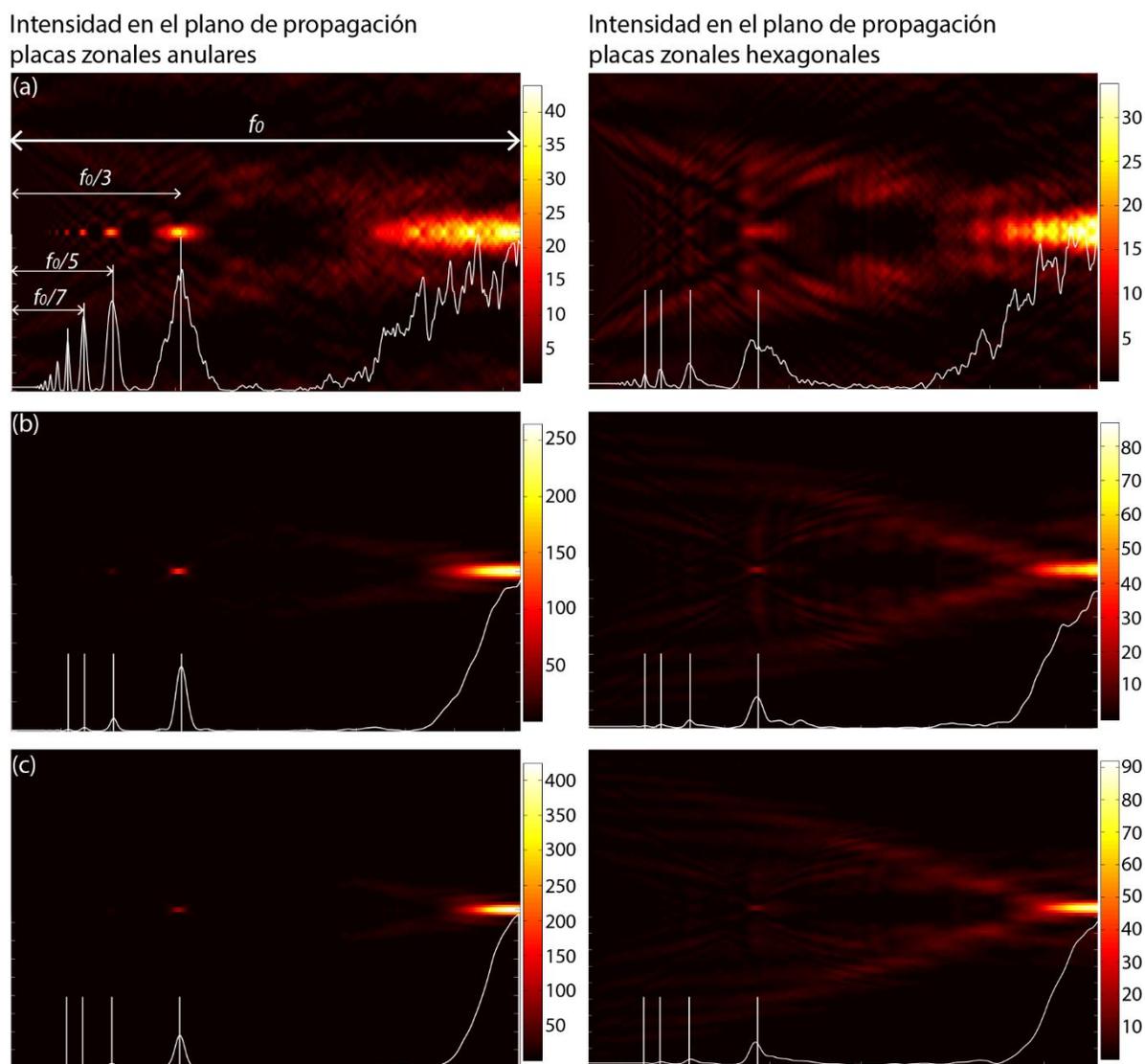


Figura 16. Simulación numérica: Distribución de intensidad en el plano de propagación de la luz difractada por una placa zonal. Los patrones de intensidad corresponden a la luz difractada por placas zonales anulares y hexagonales que están conformadas por: (a) tres zonas, (b) seis zonas y (c) ocho zonas. En todos los casos la luz difractada por la placa zonal se enfoca a la distancia $z=f_0$ (las distancias focales están dadas en la tabla 1). De acuerdo con la ecuación (10) la distancia a la cual ocurren los focos secundarios con respecto a la posición de la placa zonal se da cada fracción impar de la longitud focal, es decir para: $z=f_0/3$, $z=f_0/5$, $z=f_0/7$, etc.

En la figura 15 se indica con una línea amarilla el círculo de radio r_{spot} que delimita el área dentro de la cual está confinado el punto de luz en el plano focal, de acuerdo con la ecuación (45). De manera similar, la línea gris punteada en los perfiles de intensidad graficados en la figura 15 indica los límites dados por el radio del punto de luz, en donde ocurre el primer mínimo.

En la figura 16 se muestra la distribución de intensidad en el plano de propagación de la luz difractada desde el plano del arreglo de placas zonales hasta el plano del foco principal. Se puede observar que tanto para anillos como para hexágonos, el haz se enfoca a la distancia $z=f_0$ y existen focos secundarios en $z=f_0/3$, $z=f_0/5$, $z=f_0/7$, etc., como es de esperar para una placa zonal de Fresnel (de acuerdo con la ecuación 10); si bien los focos secundarios son más notorios para el caso de anillos, también pueden ser apreciados para las placas hexagonales. El perfil de intensidad dado sobre el eje óptico (graficado en con una línea blanca en la figura 16) indica en cada caso la posición de estos focos secundarios.

3.2.3 Eficiencia de difracción

La eficiencia de difracción se define como la relación entre la potencia enfocada P_{dif} y la potencia total incidente P_{tot} en una placa zonal; matemáticamente puede ser expresada como

$$\eta = \frac{P_{dif}}{P_{tot}} . \quad (46)$$

La potencia enfocada P_{dif} corresponde únicamente a la fracción de la luz difractada que se concentra en el foco principal de la placa zonal. En la figura 15 se presenta la distribución de intensidad del punto de luz focal simulado para diferentes tipos de placas zonales; en cada caso se grafica (en amarillo) el círculo de radio r_{spot} (calculado de acuerdo a la ecuación (45)) que delimita el área impuesta por el límite de difracción dentro de la cual está espacialmente confinada solo la intensidad de la luz difractada que contribuye al punto de luz focal. La potencia enfocada P_{dif} está dada como la integral de la intensidad contenida dentro de esta región radial. Por otro lado, la potencia total se obtiene a partir de la integración de todas las contribuciones de intensidad presentes en el plano focal dentro del área cuadrada correspondiente a la placa zonal.

Para evaluar numéricamente la manera en la que depende la eficiencia de difracción en relación al número de zonas y al desfaseamiento $\Delta\phi$, hemos realizado una simulación numérica en la cual, de manera similar a la sección 3.2.2, se consideraron placas zonales conformadas por 3, 6 y 8 zonas tanto anulares como hexagonales. Para esta simulación se utilizó la misma cantidad de placas zonales y el mismo número de muestras (píxeles por placa) empleadas en el arreglo total con respecto a los parámetros utilizados en las simulaciones de la sección 3.2.2. Únicamente en el caso de placas anulares se modificó el tamaño lateral de $100\ \mu\text{m}$ a $259\ \mu\text{m}$, por lo tanto ahora el tamaño de la ventana que delimita al arreglo es $D_x=D_y=4.66\ \text{mm}$ y el intervalo de Nyquist correspondiente es $z < 1.77\ \text{cm}$ para la longitud de onda de $\lambda=532\ \text{nm}$. Los parámetros de las placas hexagonales no fueron modificados. Para cada arreglo de placas zonales se calculó la eficiencia de difracción haciendo un barrido del desfaseamiento relativo entre zonas en un intervalo dado desde $2\Delta\phi=0$ hasta $2\Delta\phi=2\pi$; los resultados se muestran en la figura 17.

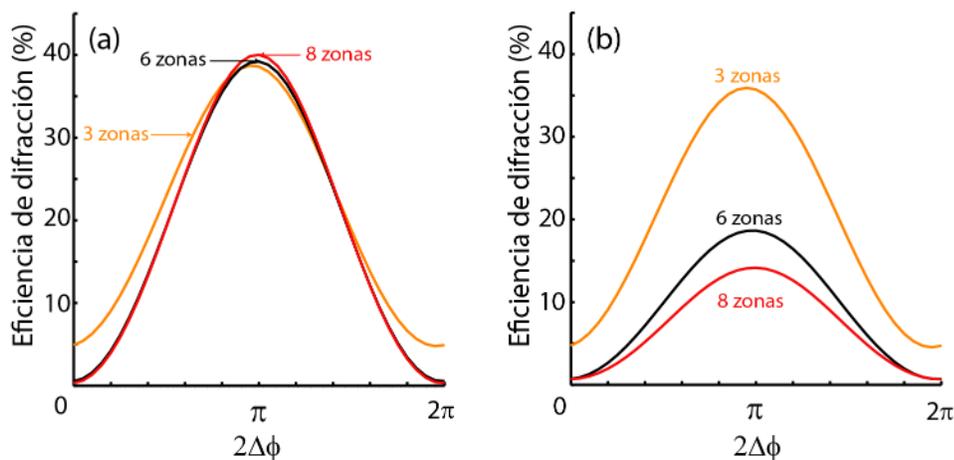


Figura 17. Eficiencia de difracción contra $\Delta\phi$. (a) Dominios en forma de anillos; (b) dominios hexagonales.

La figura 17(a) presenta gráficamente el comportamiento de la eficiencia de difracción con respecto a $2\Delta\phi$ para los arreglos de placas zonales anulares; el caso análogo para los arreglos de placas hexagonales se presenta en la figura 17(b). En ambos casos la máxima eficiencia de difracción ocurre cuando $2\Delta\phi=\pi$ y la mínima se da en $2\Delta\phi=0$ y en $2\Delta\phi=2\pi$, de acuerdo a lo esperado. Ya que el desfaseamiento es cíclico, se pueden encontrar picos máximos de eficiencia cada vez que $2\Delta\phi$ es un múltiplo impar de π ; de manera similar se pueden encontrar mínimos cada vez que $2\Delta\phi$ es un múltiplo par de π . En el caso de placas anulares de ocho zonas, la eficiencia calculada es $\sim 40\%$, lo cual está muy cerca del límite teórico máximo que es del 40.5% considerando una placa zonal ideal (Stevenson *et al*, 1994), mientras que para tres zonas,

obtuvimos ~36%, lo cual sigue siendo cercano al límite teórico. Podemos observar que la eficiencia de difracción no decrece de manera significativa al reducir a tres el número de zonas pero la resolución si es afectada. De forma inversa, con hexágonos la eficiencia de difracción decrece drásticamente al aumentar el número de zonas (ver figura 17(b)), esto es debido principalmente al aumento en el ruido de fondo (ver figura 15).

Las simulaciones numéricas nos confirman que tanto para el caso de placas anulares como hexagonales es posible formar un patrón de puntos de luz con una buena eficiencia de difracción al reducir la cantidad de zonas a solo tres. De hecho para placas hexagonales, ese es el único diseño viable que pudiera ser usado en un sensor de Shack-Hartmann. Tomando en cuenta estos resultados y considerando las complicaciones de fabricación que implica aumentar el número de zonas para la escala de miniaturización deseada, hemos determinado que lo más factible es fabricar arreglos de placas zonales conformados por solo tres zonas tanto para el caso anular como hexagonal. Las dimensiones de las placas zonales para los arreglos anulares a fabricar son: 36 μm en dominios de tantalato de litio y 259 μm en dominios de niobato de litio, las distancias focales para cada arreglo son 0.4 mm y 1.6 cm respectivamente, para una longitud de onda de 532 nm, mientras que en el caso hexagonal se tiene un tamaño lateral por placa zonal de 100 μm en dominios de niobato de litio con una distancia focal de 2.1 mm. El proceso de fabricación empleado se describe en la siguiente sección.

3.3 Fabricación de arreglos de placas zonales en estructuras de dominios ferroeléctricos

Usando técnicas comunes de inversión de polarización mediante aplicación selectiva de campo eléctrico, se fabricaron arreglos de placas zonales en obleas de niobato de litio y tantalato de litio congruentemente crecido con espesor de típico de 500 μm (Myers *et al*, 1995). El método de fabricación implementado es muy similar al reportado en (Cudney *et al*, 2002), (Cudney *et al*, 2004) y (Cudney *et al*, 2011).

El proceso comienza con la elaboración de una mascarilla binaria como la mostrada en la figura 18 (a), la cual contiene la información de las estructuras que serán grabadas en forma de dominios ferroeléctricos en el cristal (en este caso los arreglos de placas zonales). Para hacer la mascarilla, primeramente se imprime el diseño de placas zonales en una transparencia y después se fotografía en película holográfica

de alta resolución y alto contraste. De esta manera se obtiene el negativo del arreglo escalado de acuerdo al factor de magnificación de la cámara fotográfica utilizada.

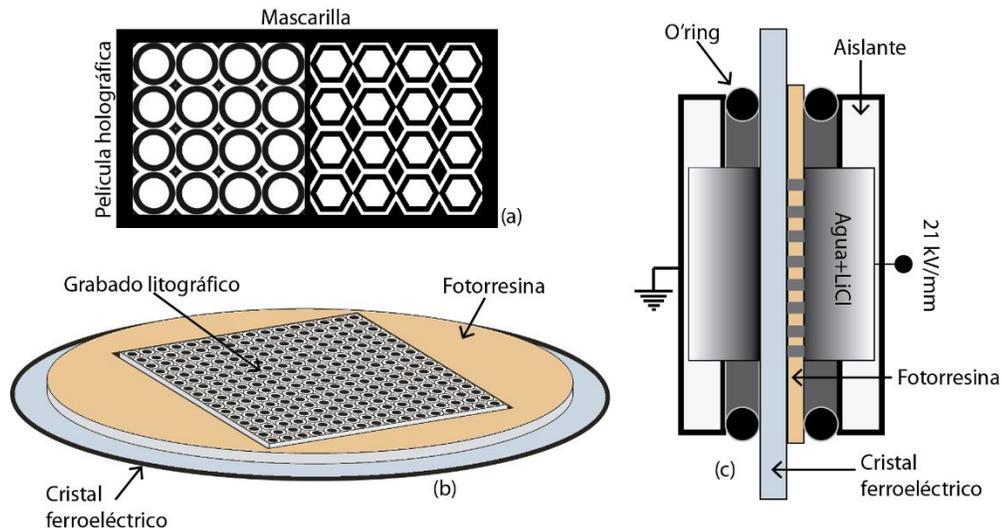


Figura 18. Proceso de fabricación de arreglos de placas zonales en estructuras de dominios ferroeléctricos. (a) mascarilla binaria. (b) Grabado fotolitográfico de la mascarilla sobre una capa de fotorresina de $2\ \mu\text{m}$ de espesor depositada sobre la cara z^+ del cristal. (c) Dispositivo implementado para la colocación de electrodos líquidos de cloruro de litio a través de los cuales se aplica un alto voltaje para generar el campo eléctrico de inversión de dominios.

El siguiente paso consiste en fabricar los electrodos mediante los cuales será aplicado el campo eléctrico al cristal para realizar la inversión de dominios, pero antes es necesario determinar la dirección de la polarización espontánea identificando las caras z^+ y z^- del cristal; esto es importante ya que de ello depende la polaridad del voltaje que debe ser aplicado a cada cara del cristal para generar un campo eléctrico contrario a la dirección de la polarización espontánea y poder invertirla.

Después de identificar las caras del cristal, se deposita una capa de resina foto sensible (positiva) de $2\ \mu\text{m}$ de espesor uniforme en el lado negativo. Una vez depositada la fotorresina en el cristal, se hornea durante aproximadamente una hora a $110\ ^\circ\text{C}$ para solidificar y evaporar residuos de solventes e impurezas. Posteriormente, el patrón del arreglo de placas zonales es transferido a la fotorresina mediante litografía óptica; esta técnica consiste en poner la mascarilla, previamente fabricada, en contacto con la capa de fotorresina para luego exponer a iluminación ultravioleta. Solo las zonas transparentes de la mascarilla permiten el paso de la luz ultravioleta hacia la capa de fotorresina. Durante el revelado, las regiones de fotorresina que fueron iluminadas son atacadas químicamente hasta su remoción, de manera que el cristal

queda descubierto en estas zonas y el patrón contenido en la mascarilla queda grabado en la capa de fotorresina como un relieve escalonado, como se muestra en la figura 18 (b).

Una vez fabricados los electrodos litográficos, se procede a realizar la inversión de dominios: primero se coloca en ambas caras del cristal una solución electrolítica altamente conductora (en este caso de cloruro de litio $LiCl:H_2O$), que hace la función de electrodo líquido a través del cual se aplicará un campo eléctrico muy intenso (del orden de los 21 kV/mm), superior al campo coercitivo del cristal (ver figura 18 (c)). Esta solución penetra el relieve escalonado de fotorresina, pero solo puede hacer contacto directo con el cristal en las partes removidas durante el revelado, mientras que el resto de la oblea permanece eléctricamente aislada por la capa de fotorresina que aún la cubre. El campo eléctrico aplicado invierte el sentido de la polarización espontánea solo en las regiones descubiertas del cristal, sin afectar al resto del material. Para determinar el grado de inversión de polarización espontánea durante el proceso de aplicación del campo eléctrico se realiza en tiempo real la monitorización, regulación e integración de la corriente generada a través del cristal. Posteriormente se retiran tanto el electrodo líquido como la capa de fotorresina y se somete al cristal a un segundo horneado para relajarlo, ya que el reacomodo de cargas eléctricas durante la inversión de la polarización espontánea produce efectos de estrés y tensión. El horneado de relajación se realiza típicamente a unos $\sim 400^\circ$ C por alrededor de 4 horas y durante este proceso las caras del cristal deben ser puestas en cortocircuito para evitar la acumulación de cargas remanentes generadas por efecto piroeléctrico. Una vez relajado, el cristal se comporta como un material transparente con un índice de refracción homogéneo y las estructuras de dominios dejan de ser visibles a menos que se aplique un campo eléctrico u ocurra un cambio de temperatura.

Como un último paso de fabricación, es necesario colocar al cristal electrodos “permanentes” mediante los cuales es posible activar o desactivar eléctricamente el arreglo de placas zonales para hacer que el sensor pueda conmutar su modo de funcionamiento de detección de intensidad a detección de fase (de acuerdo a lo explicado en la sección 2.2.4). Estos electrodos pueden ser colocados en forma de películas delgadas de algún material transparente o semitransparente conductor como aluminio o dióxido de indio estaño (ITO).

En la figura 19 se muestra una secuencia de imágenes que ilustran los resultados de algunas etapas dadas durante el proceso de fabricación de un arreglo de placas zonales hexagonales de $100\ \mu\text{m}$. En la figura 19(a) se presenta una fotografía del grabado fotolitográfico del arreglo de placas zonales en la capa de fotorresina depositada en la cara z^+ del cristal. La figura 19(b) corresponde al mismo grabado visto entre polarizadores cruzados después de realizada la inversión de dominios; los contrastes de luz en la imagen

nos dan evidencia de la presencia de esfuerzos mecánicos en el cristal. En la fotografía de la figura 19(c) podemos observar los dominios invertidos como un relieve debido a la tensión superficial en la cara z^+ del cristal, esta imagen fue tomada después de haber removido la capa de fotorresina. Al colocar el cristal sin fotorresina a través de polarizadores cruzados (figura 19(d)) se pueden visualizar de manera más detallada la presencia y morfología de los dominios ferroeléctricos.

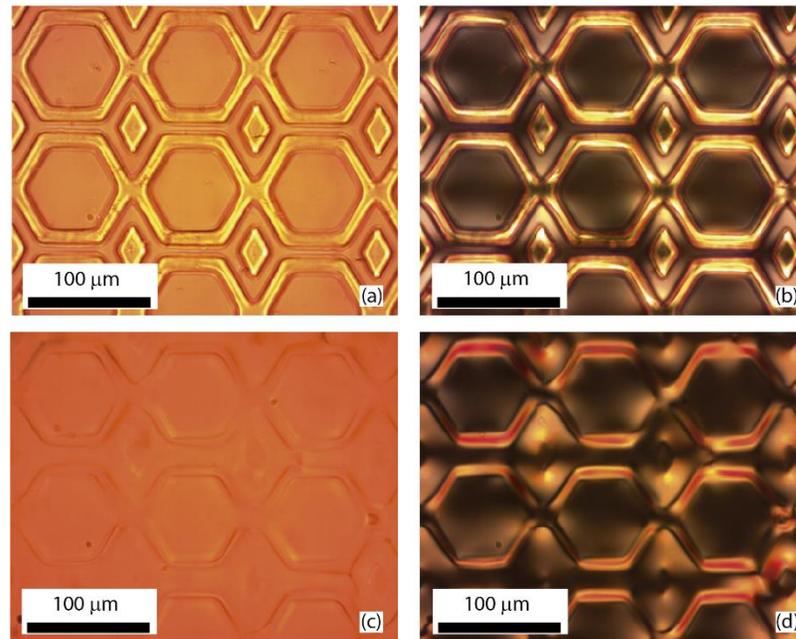


Figura 19. Arreglo de placas zonales hexagonales de 100 μm . (a) Electrodo litográfico grabado en una capa de fotorresina de 2 μm de espesor depositada en la cara z^+ (lado negativo) de un cristal ferroeléctrico de niobato de litio, para la fabricación de un arreglo de placas zonales hexagonales de 100 μm . (b) Esfuerzos mecánicos generados por la inversión de dominios, observados al colocar el cristal entre polarizadores cruzados sin remover aún la capa de fotorresina. (c) Relieve debido a la tensión superficial generada durante la inversión de dominios, observado después de remover la capa de fotorresina en la cara z^+ del cristal. (d) Esfuerzos mecánicos generados por la inversión de dominios, observados al colocar el cristal entre polarizadores cruzados después de remover la capa de fotorresina.

En la figura 20 se presentan imágenes de un arreglo de placas zonales de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos anulares de tantalato de litio. Estas estructuras de dominios son muy pequeñas y es difícil visualizarlas mediante técnicas comunes de microscopía de transmisión (aun cuando el cristal es colocado entre polarizadores cruzados); esto se debe a que los esfuerzos mecánicos generados durante la inversión son muy débiles (figura 20(a)). Por lo tanto, se utilizó la técnica de microscopía de contraste de fases para observar más detalladamente la presencia del arreglo de placas zonales grabadas en forma de dominios ferroeléctricos en el cristal (figura 20(b)).

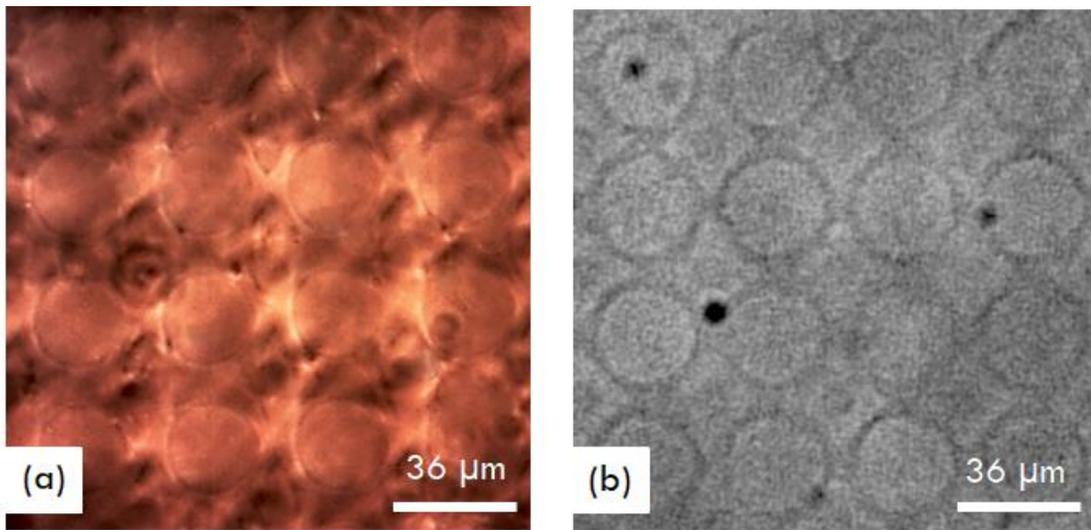


Figura 20. Visualización de arreglo de placas zonales de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio. La visualización de dominios fue realizada utilizando: (a) Un microscopio de transmisión y colocando el cristal entre polarizadores cruzados. (b) Mediante un microscopio de contrastes de fases.

3.3.1 Imágenes de dominios de LiNbO_3 y LiTaO_3 mediante la generación de segundo armónico

Utilizando un haz de luz fuertemente enfocado sobre una muestra objeto, se puede producir un punto de luz focal lo suficientemente intenso como para inducir una respuesta no lineal en el material, dando lugar a la generación de segundo armónico. En este caso la señal producida se debe solo a la pequeña sección del material que interactúa con el punto de luz focal, puesto que ahí el haz está confinado más fuertemente y se presentan las condiciones de intensidad necesarias para inducir la no linealidad. En su origen de emisión, la señal de segundo armónico puede ser vista como una fuente puntual que irradia al doble de la frecuencia de la señal incidente. La intensidad de esta emisión está relacionada con las propiedades ópticas no lineales en el punto específico de interacción entre el material y el punto de luz focal; por lo tanto depende de la susceptibilidad no lineal de segundo orden, que básicamente determina que tanto del campo eléctrico incidente oscilando a la frecuencia fundamental puede ser convertido al campo oscilante a la frecuencia del segundo armónico.

Para formar una imagen extendida a partir de la señal puntual de segundo armónico generado por el haz enfocado, se hace un barrido desplazando el punto de luz focal alrededor de un área de interés en el plano de la muestra y se mide la intensidad de la señal producida para cada posición (ver figura 21). El conjunto

de mediciones obtenidas es utilizado para construir la imagen punto a punto de la sección barrida de la muestra. Los contrastes en la imagen de segundo armónico resultante; son debidos a las no homogeneidades en la distribución espacial de la susceptibilidad no lineal de segundo orden en el material. Este tipo de microscopía es muy utilizada para observar objetos que no contienen información de intensidad pero presentan inconsistencias en sus propiedades ópticas, por lo tanto solo pueden modular la fase de la luz y no pueden ser visualizados mediante técnicas convencionales de microscopía de transmisión, como es el caso de las estructuras de dominios ferroeléctricos.

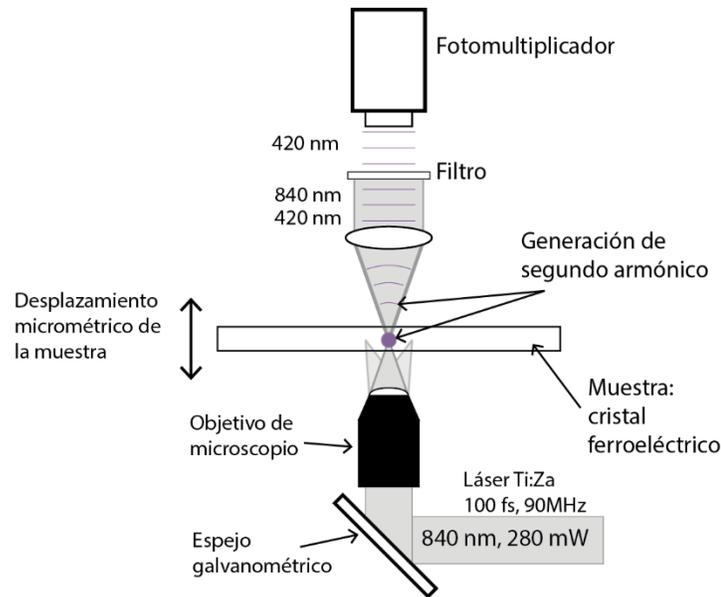


Figura 21. Arreglo óptico para la obtención de imágenes mediante generación de segundo armónico.

Una de las ventajas más importantes de la técnica microscopía por generación de segundo armónico es que se pueden obtener imágenes de planos muy localizados de la muestra con una profundidad de campo muy pequeña; esto es equivalente a cortar capas delgadas de la muestra para estudiarlas de manera individual, pero sin tener la necesidad de destruirla. Por lo tanto, este método de microscopía resulta útil para analizar en profundidad y de manera no invasiva ni destructiva la evolución en la morfología de las estructuras de dominios lo largo del eje c del cristal ferroeléctrico. Utilizando esta técnica obtuvimos imágenes en profundidad de las estructuras de dominios ferroeléctricos en cristales de niobato de litio y tantalato de litio.

Para inducir la generación del segundo armónico en el cristal, se utilizó un láser pulsado de titanio-zafiro emitiendo a una longitud de onda de 840 nm, el cual fue enfocado mediante un objetivo de microscopio de 10X con una apertura numérica de 0.3 (como se muestra en la figura 21). La potencia del láser medida justo antes del objetivo fue de 280 mW y el diámetro del haz fue de ~ 5 mm. Para hacer el barrido del punto de luz focal dentro del área de interés en el plano de la muestra se utilizó un espejo galvanométrico, con el cual se puede controlar de manera muy precisa el ángulo de incidencia del haz a la entrada del objetivo de microscopio. Para aumentar la sensibilidad en la detección de la señal de segundo armónico se utilizó un dispositivo foto-multiplicador operando con un factor de ganancia de 10^5 .

En la figura 22 se muestran las imágenes de estructuras de dominios ferroeléctricos hexagonales hechos en un cristal de niobato de litio, obtenidas en la cara z^- , en el centro y en la cara z^+ del cristal. En este caso la morfología de los dominios conserva una geometría hexagonal a lo largo de todo el espesor del cristal. La disminución en el contraste de la imagen central con respecto a las imágenes en las caras del cristal, se debe a que la eficiencia en la generación de segundo armónico disminuye conforme aumenta la profundidad del plano de observación en la muestra.

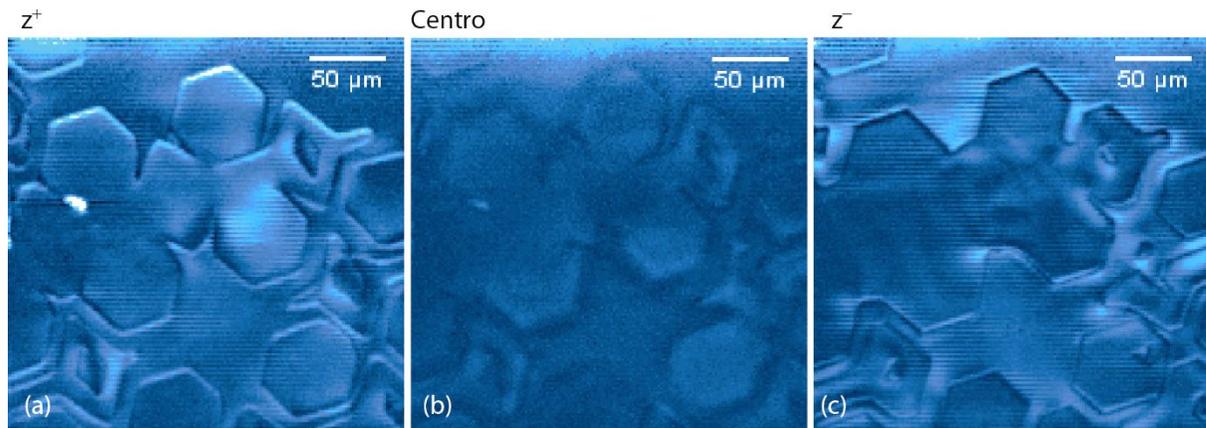


Figura 22. Imágenes de segundo armónico de estructuras hexagonales de dominios ferroeléctricos hechas en niobato de litio. Las imágenes fueron obtenidas en diferentes planos del cristal: (a) cara z^+ , (b) centro del cristal y (c) cara z^- .

También obtuvimos imágenes de segundo armónico de estructuras anulares de dominios ferroeléctricos de tantalato de litio, que forman parte de un arreglo de placas zonales de $36 \mu\text{m}$ (ver figura 23). Se hicieron barridos en diferentes planos, espaciados cada $25 \mu\text{m}$ (a lo largo del eje c) hasta cubrir todo el espesor del cristal ($\sim 500 \mu\text{m}$), desde la cara z^+ hasta la cara z^- ; aunque en la figura 23 solo se presentan las imágenes tomadas en planos de la muestra separados por intervalos de $50 \mu\text{m}$ (la imagen central no fue considerada). El plano de barrido fue ajustado desplazando el cristal a lo largo del eje c mediante una

platina de traslación micrométrica. Se puede observar en la secuencia de imágenes cómo la morfología de los dominios cambia de manera gradual entre un plano y otro; inicialmente, en la cara z^+ del cristal los dominios tienen la forma de anillos esperados para una placa zonal anular, pero conforme se propagan a lo largo del eje c hasta la cara z^- del cristal tienden a adquirir una geometría triangular.

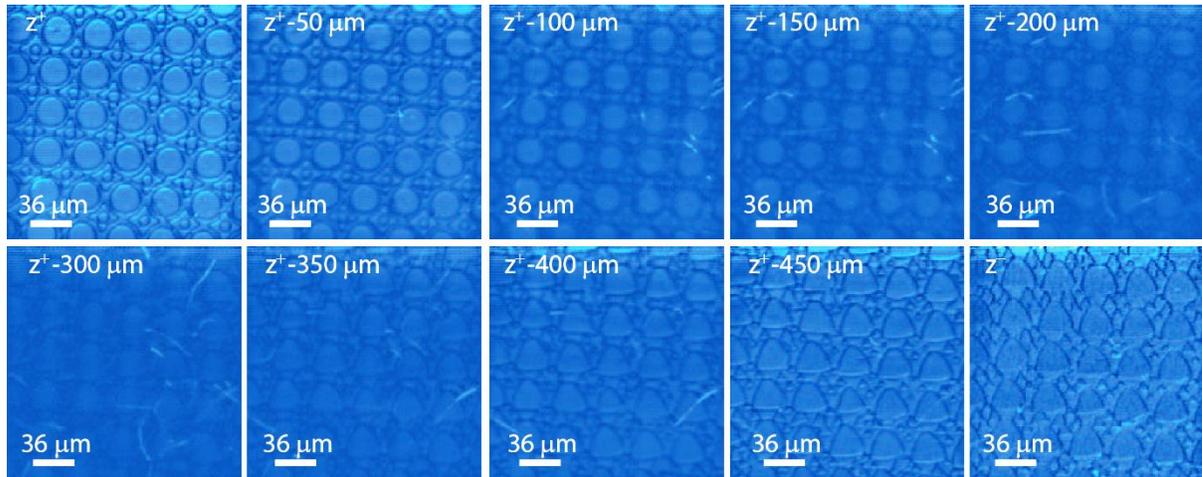


Figura 23. Imágenes de segundo armónico de placas zonales anulares de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio. Imágenes en profundidad de las estructuras de dominios ferroeléctricos anulares correspondientes a un arreglo de placas zonales de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio. Las imágenes presentadas fueron obtenidas en planos de la muestra separadas a intervalos de 50 μm desde la cara z^+ hasta la cara z^- del cristal (la imagen central no fue considerada).

3.3.2 Demostración experimental del funcionamiento de las placas zonales fabricadas

En la figura 24 se muestra una comparación de los resultados teóricos y experimentales de dos arreglos de placas zonales fabricados en un cristal de niobato de litio, el primero conformado por un conjunto de 18×18 placas zonales en forma de anillos, cada una de 259 μm por lado, el segundo arreglo está conformado por una matriz de 65×65 placas zonales de 100 μm por lado. La longitud focal principal de las placas con dominios en forma de anillos fue 1.6 cm, mientras que la longitud focal para los dominios hexagonales fue mucho más corta, 2.1 mm; en ambos casos para una longitud de onda de 532 nm. La figura 24(a) muestra la mascarilla utilizada para crear los dominios. Para comparación, la figura 24(b) muestra los dominios invertidos en el cristal. Esta imagen fue obtenida aplicando ≈ 2 kV a la oblea ($V_{\pi/2}$) obtenido usando el valor de r_{13} dado en (Jazbinsek *et al*, 2002) mientras se observaba bajo un microscopio. En ausencia de voltaje los dominios son virtualmente invisibles. La distribución de intensidad simulada en el plano focal y el patrón de difracción observado experimentalmente se muestran en las figuras 24(c) y

24(d) respectivamente. Como puede ser apreciado los arreglos de ambos tipos de estructuras de dominios, tanto en forma de anillos como de hexágonos pueden producir puntos de luz enfocados bien definidos.

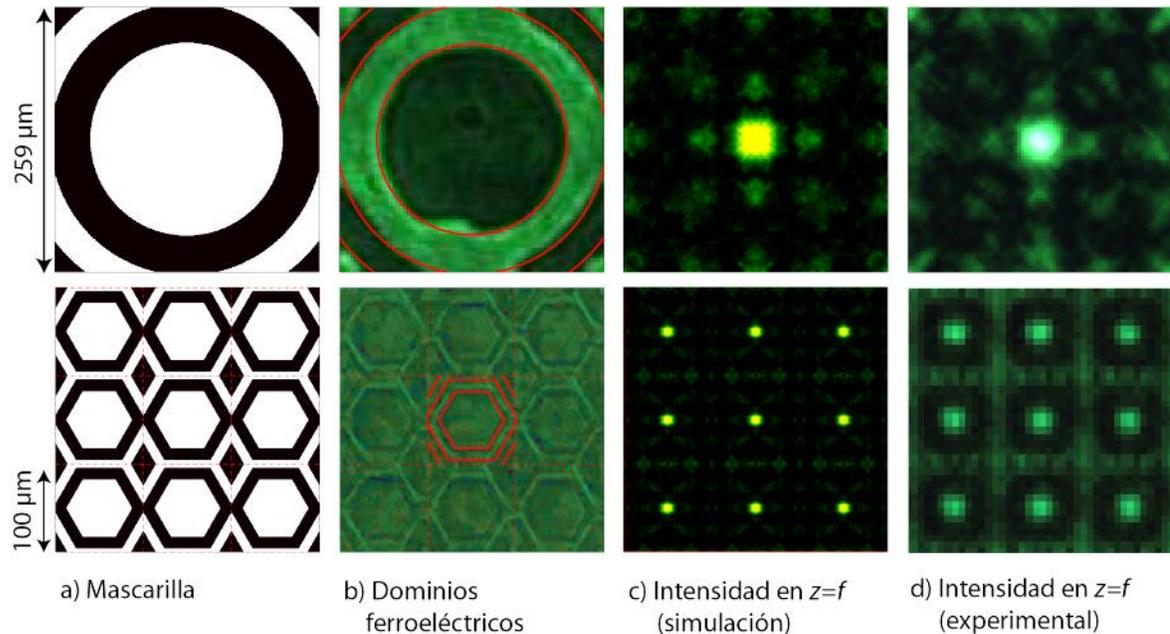


Figura 24. Comparación de los resultados simulados y experimentales. (a) Mascarilla utilizada para crear las placas zonales. (b) Estructuras de dominios logrados experimentalmente. (c) Distribución de intensidad en el plano focal (simulación). (d) Distribución de intensidad en el plano focal (experimental).

En la figura 25 se presenta la imagen de un arreglo de placas zonales anulares de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio; estas imágenes fueron tomadas mientras se aplicó al cristal un voltaje de 2.8 kV. Como se puede apreciar en la figura 25(a), al aplicar un voltaje positivo se forma una estructura de dominios en forma de anillos, pero cuando el voltaje es negativo se tiene la formación de un patrón de dominios triangulares. Esto es consistente con el resultado mostrado en la figura 23, en la cual se observa que las estructuras de dominios ferroeléctricos inician como un patrón de zonas anulares en la cara z^+ del cristal y al evolucionar hacia la cara z^- se modifican gradualmente hasta adquirir la forma triangular. Los dominios tienden a adquirir la forma de la celda unitaria triangular del tantalato de litio, de acuerdo a lo explicado en la sección 2.2.2.

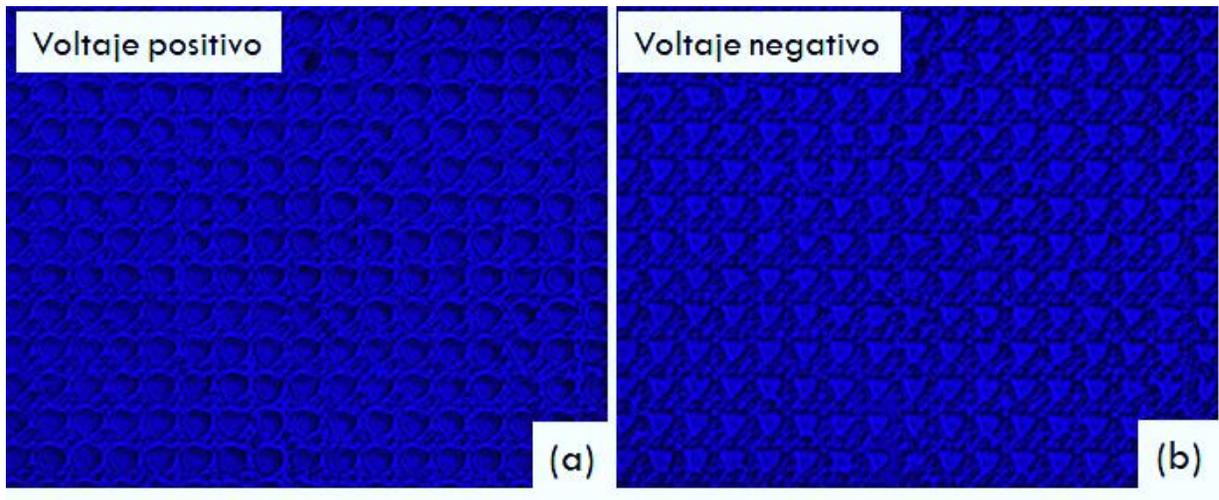


Figura 25. Respuesta en voltaje para un arreglo de placas zonales circulares de 36 μm hechas en dominios ferroeléctricos de tantalato de litio. (a) Al aplicar voltaje positivo se observa la formación de estructuras circulares que corresponden al arreglo de placas zonales. (b) Cuando se aplica voltaje negativo la estructura de dominios observada consiste en un patrón de triángulos.

3.3.3 Velocidad de conmutación

Hemos hecho un análisis para calcular la velocidad de nuestro sensor para el arreglo de placas zonales de 100 μm considerando la fuente de voltaje disponible (EMCO F60CT) y suponiendo que la cámara utilizada es suficientemente rápida. Nuestros arreglos de placas zonales están hechos en una oblea cristalina de niobato de litio, el cual es un material dieléctrico, cubierta en ambas caras por placas conductoras en forma de películas delgadas, por lo que puede ser considerado como un simple capacitor. Por lo tanto la velocidad de conmutación de las placas zonales puede ser estimado mediante la constante RC de carga y descarga del circuito eléctrico conformado por la fuente de voltaje (que tiene una cierta impedancia R) y el cristal (que tiene una cierta capacitancia C). Para estimar la capacitancia del cristal, sus electrodos fueron conectados a un circuito oscilador de reloj digital. Considerando los valores de los componentes electrónicos elegidos y la frecuencia de oscilación medida con un osciloscopio, hemos estimado una capacitancia alrededor de $C=248.5$ pF. La impedancia de la fuente de voltaje utilizada (EMCO F60CT) fue calculada como la relación entre los máximos valores de voltaje (6 kV) y corriente (1.66 mA) que puede suministrar, lo que nos da como resultado $R=3.6$ M Ω . El tiempo de respuesta del circuito es $\tau=1/RC=0.9$ ms, entonces la frecuencia de conmutación de nuestro sensor al utilizar el arreglo de placas zonales de 100 μm hecho en un cristal de niobato de litio es ≈ 1.1 KHz.

Como podemos observar, en este caso la velocidad de conmutación del sensor está limitada por la capacitancia de la fuente de voltaje y no por el tiempo de respuesta del cristal, que puede ser del orden de nanosegundos.

Capítulo 4. Implementación del sensor de intensidad y fase

En este capítulo se presenta la implementación del sensor de intensidad y de fase que fue propuesto como objetivo principal de esta tesis. A manera de introducción, se explica la configuración óptica del sensor y se hace la demostración experimental de su principio de operación; posteriormente se presentan los resultados de las mediciones de la intensidad y de la fase de la luz, obtenidas mediante la realización de diferentes experimentos.

4.1 Configuración óptica del sensor de intensidad y fase

Se implementaron dos configuraciones del sensor de intensidad y fase: utilizando un arreglo de placas zonales hexagonales de 100 μm y utilizando un arreglo de placas zonales anulares de 259 μm , en ambos casos las placas están conformadas por solo tres zonas y fueron fabricadas en dominios ferroeléctricos de niobato de litio. Las distancias focales para cada arreglo y los voltajes de operación requeridos para conmutar el modo de funcionamiento del sensor, tomando en cuenta las dos longitudes de onda utilizadas experimentalmente (405 nm y 532 nm), se presentan en la tabla 2.

Tabla 2. Distancias focales y voltajes de operación de los arreglos de placas zonales utilizados en la implementación del sensor de intensidad y fase.

Arreglo de placas zonales	405 nm		532 nm	
	f_0	$V\pi/2$	f_0	$V\pi/2$
100 μm hexagonal	2.8 mm	1.3 kV	2.1 mm	2 kv
259 μm anular	2.2 cm		1.6 cm	

La detección de la intensidad y del patrón de puntos de luz para ambas configuraciones, fue realizada utilizando un sensor de imagen comercial tipo CMOS de la marca Thorlabs modelo DCC 1645C, el cual está conformado por una matriz de 1024×1280 pixeles cuadrados de 3.6 μm por lado y tiene un área efectiva de detección de 3.6 mm × 4.5 mm. Para reducir el tiempo de procesamiento en los experimentos realizados, este dispositivo fue utilizado a la mitad de su resolución, lo que equivale a tener un sensor de imagen de 512×640 pixeles de 7.2 μm por lado.

En la primera configuración del sensor, cuando se utiliza el arreglo de zonas hexagonales, el frente de onda fue muestreado con una periodicidad espacial de 100 μm , lo que corresponde con el tamaño de las

placas zonales. Con el fin de cubrir el área efectiva de detección delimitada por las dimensiones del arreglo de pixeles del sensor de imagen, se requiere una matriz de 36×45 placas zonales. En la segunda configuración del sensor, cuando se utiliza el arreglo de placas zonales anulares de $259 \mu\text{m}$ se requiere un total de 14×17 elementos para muestrear el frente de onda y cubrir el área efectiva de detección. Para medir el desplazamiento de los puntos de luz por medio del sensor de imagen y poder hacer la reconstrucción del frente de onda, es necesario asignar a cada placa zonal un cuadrante de pixeles que cubra el área equivalente de la placa. Al utilizar el arreglo de placas hexagonales de $100 \mu\text{m}$ se requiere un cuadrante de 14×14 pixeles, mientras que para el arreglo de placas zonales anulares de $259 \mu\text{m}$ se necesita una ventana de 36×36 pixeles. El tamaño de la ventana de pixeles asignado a cada placa zonal es importante ya que delimita la región de detección dentro de la cual se puede medir correctamente la posición del punto de luz en el sensor de imagen. Si la inclinación local del frente de onda que incide en la placa zonal es muy fuerte, el punto de luz focal puede invadir el cuadrante de pixeles asignado a alguna de las placas circunvecinas, produciendo error en el cálculo del centroide y por lo tanto en la reconstrucción del frente de onda.

Como anteriormente se mencionó, el sensor puede trabajar en dos modos de funcionamiento que son: modo de detección de intensidad (formación de imágenes) cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales y modo de detección de fase cuando se aplica un voltaje. En el primer caso, la luz ve al cristal como un medio de índice de refracción homogéneo y se propaga por éste sin distorsión, lo que permite obtener la distribución de intensidad a través del sensor de imagen. En el segundo caso el dispositivo funciona como sensor de tipo Shack-Hartmann: el campo eléctrico generado por el voltaje aplicado al cristal induce el efecto electro-óptico y el arreglo de placas zonales es "activado", difractando la luz para formar un patrón de puntos a partir del cual se puede hacer la reconstrucción del frente de onda (como se explica más a detalle en el capítulo 1).

En un detector de frente de onda tipo Shack-Hartmann comúnmente el sensor de imagen estaría colocado en el plano focal de un arreglo de microlentes o en nuestro caso en el plano focal del arreglo de placas zonales. Sin embargo, nuestras placas zonales requieren la aplicación de un alto voltaje para ser activadas (que es del orden de entre 1 kV y 5 kV); además las distancias focales de estos arreglos pueden llegar a ser tan cortas como 2.1 mm, por lo tanto resulta poco conveniente colocar el sensor de imagen justo en el plano focal de las placas zonales, ya que su funcionamiento podría verse comprometido por el riesgo de sufrir un arco eléctrico al estar tan cerca de los electrodos del cristal. Con el fin de evitar el riesgo de arco eléctrico se colocó un sistema óptico auxiliar entre el arreglo de placas zonales y el sensor de imagen, nombrado como relevador A en la figura 26 (a), con el cual se forma la imagen 1:1 del patrón de puntos

de luz en el plano del sensor CMOS. Par las dos configuraciones implementadas (con placas zonales de $100\ \mu\text{m}$ y $259\ \mu\text{m}$) el sensor de intensidad y fase está conformado por: un arreglo de placas zonales, un relevador A y un sensor de imagen CMOS.

Como se puede observar en las figuras 26(b) y 26(c), la intensidad y la fase son detectadas en diferentes planos, denominados como PD1 y PD2 respectivamente. El plano de detección de intensidad PD1 coincide con el plano objeto del relevador A y con el plano focal del arreglo de placas zonales (ver figura 26(b)), mientras que el plano de detección de fase PD2 coincide justo con el plano de las placas (como se muestra en la figura 26(c)). Por lo tanto los planos de detección PD1 y PD2 están separados por una distancia igual a la distancia focal del arreglo de placas zonales. En principio, si el frente de onda incidente tiene una curvatura suave y bien definida la fase medida sería prácticamente igual en ambos planos; pero si el frente de onda tiene cambios abruptos, como puede ser un patrón de moteado de luz, entonces las diferencias de fase de un plano a otro pueden ser significativas; esto quiere decir que al menos cualitativamente, entre menor sea la complejidad del frente de onda medido esta diferencia puede ser prácticamente despreciable.

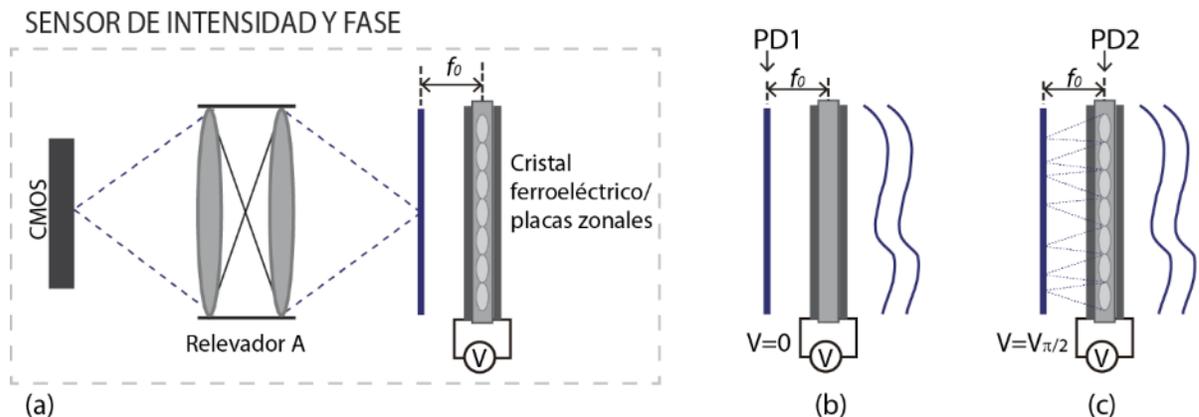


Figura 26. Sensor de intensidad y fase. (a) Sensor de intensidad y fase está conformado por: un arreglo de placas zonales, un sensor de imagen CMOS y un relevador óptico. (b) Cuando no se aplica voltaje al cristal, la intensidad es detectada en el plano objeto del relevador A, denominado como plano de detección PD1, que a su vez corresponde con el plano focal del arreglo de placas zonales. (c) Al aplicar voltaje al cristal, la fase es muestreada en el plano del arreglo de placas zonales denominado como plano de detección PD2.

4.1.1 Demostración experimental del principio de operación del sensor de intensidad y fase utilizando arreglos de placas zonales electro-ópticas

El principio de operación de nuestro sensor se basa en la respuesta al voltaje del arreglo de placas zonales ferroeléctricas. En la figura 27 se presenta una demostración experimental del principio de funcionamiento del sensor de intensidad y fase utilizando un arreglo de placas zonales hexagonales de $100\ \mu\text{m}$. Un haz colimado se hace pasar a través de un objeto de fase para introducir aberraciones en el frente de onda que incide en el sensor.

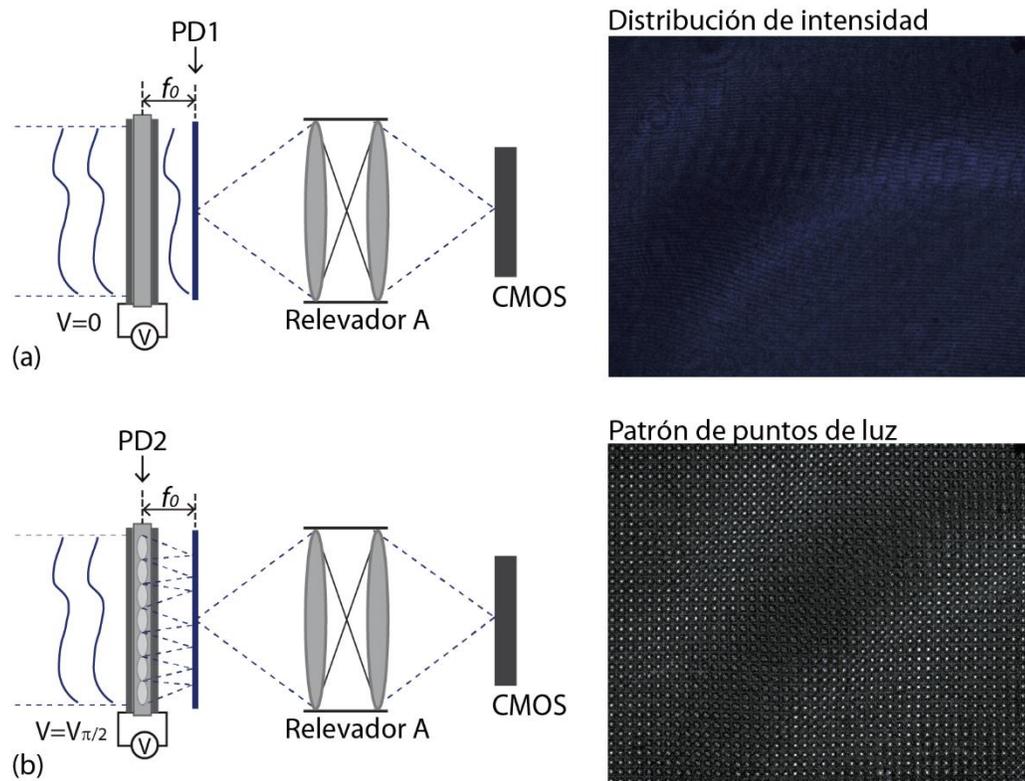


Figura 27. Demostración experimental del funcionamiento del sensor de intensidad y fase. (a) Obtención de la imagen en intensidad en ausencia de voltaje aplicado al cristal. (b) Obtención del patrón de puntos de luz al aplicar voltaje al cristal.

En ausencia de voltaje la luz pasa a través del cristal ferroeléctrico sin distorsión y se obtiene la distribución de intensidad a través del sensor de imagen, como se muestra en la figura 27(a). Cuando se aplica voltaje al cristal, el arreglo de placas zonales es activado y difracta la luz para formar un patrón de puntos de luz en el plano del sensor de imagen, como se presenta en la figura 27(b). Ya que el objeto consiste en una

placa de vidrio transparente de espesor no uniforme, no tiene información de amplitud/intensidad pero sí puede modular el frente de onda del haz que se propaga a través de él. Por esta razón el contraste en la distribución de intensidad mostrada en la figura 27(a), generado por los cambios de espesor del aberrador, es muy pobre y apenas perceptible en la imagen. Por otro lado, se puede observar en la figura 27 (b) que debido a la distorsión del frente de onda, los puntos de luz sufren un desplazamiento con respecto a su posición de referencia.

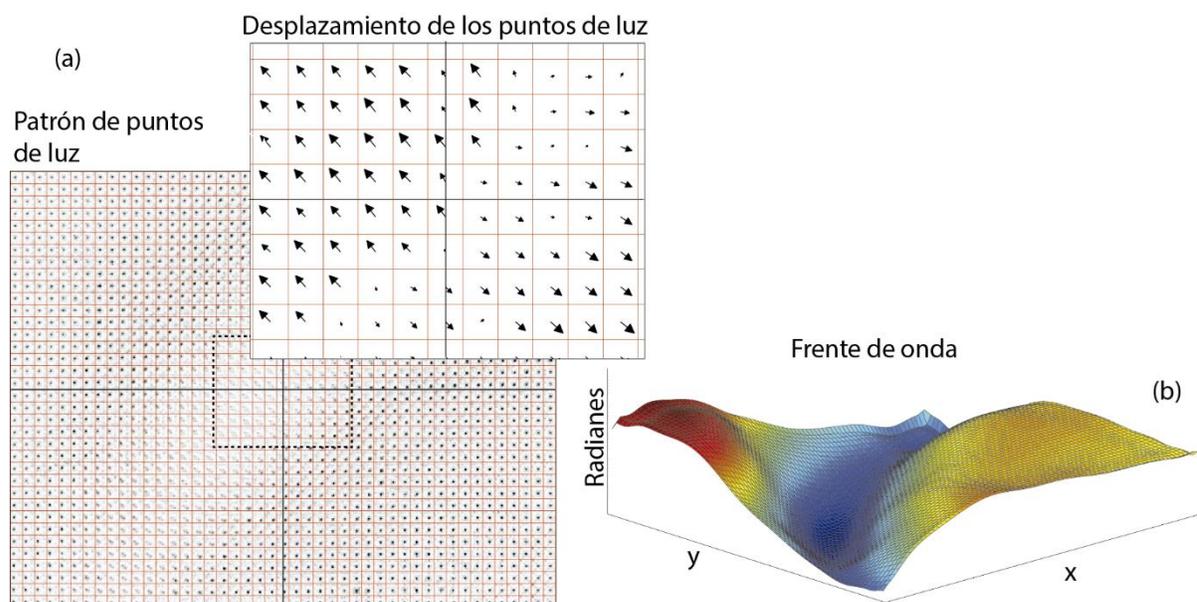


Figura 28. Reconstrucción del frente de onda a partir del desplazamiento de los puntos de luz. (a) Las flechas indican el sentido del desplazamiento de los puntos de luz medido mediante el cálculo de centroides. (b) Frente de onda reconstruido.

La dirección de las flechas en la figura 28 (a) indica el sentido del desplazamiento sufrido por los puntos de luz ubicados en el centro del arreglo. Este desplazamiento fue medido mediante el cálculo del centroide de cada punto de luz focal con respecto a su posición de referencia (el centro óptico de la placa zonal correspondiente). La figura 28 (b) muestra la reconstrucción del frente de onda realizada con el sensor en su modo de funcionamiento como Shack-Hartmann, al aplicar voltaje al cristal.

4.1.2 Capacidad de detección angular: rango dinámico

Hemos estimado experimentalmente la capacidad de detección angular de nuestro sensor en su modo de detección de fase, variando el ángulo de inclinación de un frente de onda plano incidente en el arreglo de placas zonales para provocar un desplazamiento del patrón de puntos de luz (en este caso a lo largo del eje horizontal del sensor de imagen) y hacer un barrido desde su posición de referencia hasta los extremos del cuadrante de píxeles asignados a cada placa zonal. Para cada posición del punto de luz se realizó la reconstrucción del frente de onda y se midió la diferencia de fase relativa entre máximo y mínimo detectada. Para controlar la inclinación del frente de onda se utilizó un espejo montado en una platina rotativa con una resolución angular de 0.02° (3.49×10^{-4} rad). Este experimento fue realizado tanto con el arreglo de placas zonales hexagonales de $100 \mu\text{m}$ como con el arreglo de placas anulares de $259 \mu\text{m}$, iluminando con una longitud de onda de 405 nm .

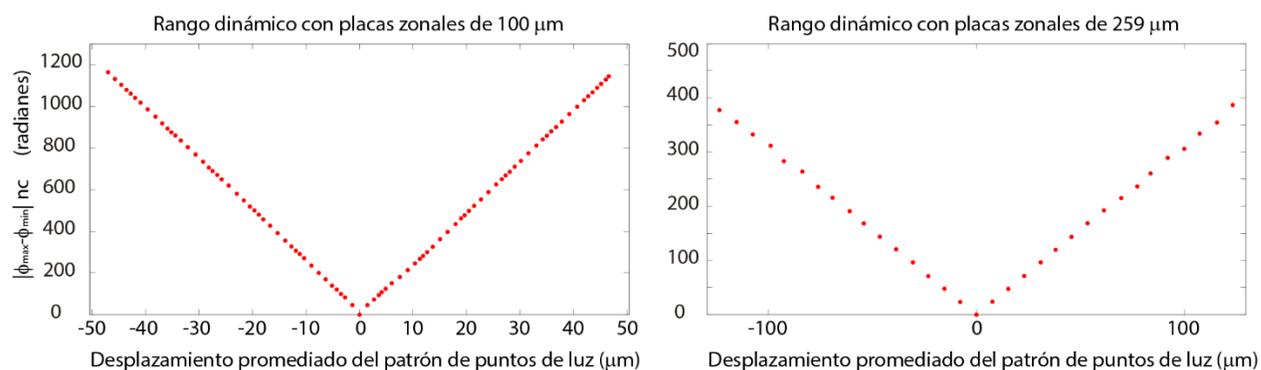


Figura 29. Medición experimental del rango dinámico.

El desplazamiento más pequeño del punto de luz que pudimos medir experimentalmente (con respecto a su posición de referencia), utilizando el arreglo de placas zonales de $100 \mu\text{m}$, fue de $\sim 1 \mu\text{m}$ y corresponde con la mínima variación angular que puede ser generada por la platina rotativa utilizada ($.02^\circ$). Por otro lado, el máximo desplazamiento del punto de luz que se puede detectar, está dado en principio como la mitad del tamaño lateral de la placa zonal. Sin embargo, experimentalmente existen algunos factores que determinan qué tanto puede ser aproximado el punto de luz al límite de su correspondiente cuadrante sin generar traslape. Conforme el punto de luz se acerca al borde de su respectiva ventana de píxeles, el ruido de fondo generado por el efecto difractingente en el plano focal de la placa zonal invade la región del cuadrante vecino, lo que puede provocar un error en el cálculo del

centroide. Otro factor importante es el límite de difracción de la placa zonal, ya que si el punto de luz es grande comenzará a generar traslape en un intervalo de desplazamientos más cortos, reduciendo así el rango dinámico del sensor. Por lo tanto el ángulo máximo de la inclinación de la pendiente del frente de onda que puede ser medida ocurre cuando el desplazamiento del punto de luz focal de una placa zonal se aproxima al borde del cuadrante de pixeles asignados a ella, es decir que $\theta_{\max} \approx \Delta_{\max}/2f_0$, donde Δ_{\max} es el máximo desplazamiento del punto de luz. (Neal *et al*, 2002).

Considerando el tamaño de la placa zonal de 100 μm , el ángulo máximo de detección esperado es ≈ 18 mrad $\approx 1.023^\circ$ para cada placa zonal; sin embargo, el mayor desplazamiento de los puntos de luz que pudimos medir experimentalmente fue de 47 μm , por lo tanto el máximo ángulo de inclinación del frente de onda que fue detectado con el sensor es 17 mrad $\approx 0.962^\circ$.

Por otro lado, la diferencia relativa entre los valores de fase mínimo y máximo del frente de onda plano inclinado medido por una sola placa zonal está dado como $|\phi_{\max} - \phi_{\min}| = [(\Delta_{pzf} \Delta_x) / f_0] (2\pi / \lambda)$; ya que el máximo desplazamiento del punto de luz medido con las placas de 100 μm fue de 47 μm , tenemos que la diferencia de fase entre mínimo y máximo del frente de onda visto por cada placa zonal es $|\phi_{\max} - \phi_{\min}| \approx 28$ rad. Considerando que el arreglo completo de placas zonales está conformado por una matriz de 36 filas por 45 columnas, entonces la máxima diferencia de fase relativa que puede ser medida experimentalmente utilizando toda el área efectiva de detección del sensor (es decir el rango dinámico del sensor), está dada como $|\phi_{\max} - \phi_{\min}|_{nc} \approx 1200$ rad, donde nc es la cantidad de columnas. Para el arreglo de placas zonales anulares de 259 μm que tiene una distancia focal de 2.2 cm, el menor desplazamiento del punto de luz medido para la variación angular más pequeña permitida por la platina rotativa fue de ≈ 8 μm . El ángulo máximo de inclinación del frente de onda esperado, considerando un desplazamiento del punto de luz igual a la mitad del tamaño de la placa zonal, es de 6 mrad, mucho menor que lo obtenido con el arreglo de placas de 100 μm (18 mrad). El desplazamiento máximo del punto de luz medido experimentalmente sin traslape fue de ≈ 120 μm ; la diferencia de fase entre mínimo y máximo para una sola placa zonal es de ≈ 22.5 rad. Considerando que para cubrir el área efectiva de detección con este arreglo de placas zonales se requiere una matriz de 14 filas por 17 columnas y que los desplazamientos fueron realizados en dirección horizontal, tenemos un rango dinámico medido experimentalmente de $|\phi_{\max} - \phi_{\min}|_{nc} \approx 380$ rad. En la figura 29 se presentan los resultados de las mediciones de la diferencia de fase relativa entre máximo y mínimo del frente de onda plano inclinado visto en toda el área efectiva de detección del sensor, con respecto al desplazamiento promedio de los puntos de luz para cada posición de la platina rotativa.

4.2 Resultados experimentales: detección de intensidad y fase

4.2.1 Comparación del frente de onda reconstruido utilizando el sensor de intensidad y fase y utilizando un interferómetro

Se hicieron comparaciones entre los resultados experimentales obtenidos al medir un mismo frente de onda utilizando nuestro sensor y utilizando un interferómetro. Para este experimento se implementó el sensor de intensidad y fase con un arreglo de placas zonales anulares de $259\ \mu\text{m}$, iluminando con una longitud de onda de $532\ \text{nm}$, para la cual las placas tienen una distancia focal de $1.6\ \text{cm}$ y requieren de un voltaje de conmutación del orden de los $2\ \text{kV}$. La configuración óptica del sensor consiste de tres elementos que son: el arreglo de placas zonales, el sistema relevador A y el sensor de imagen CMOS (ver figura 30). Un haz colimado a la entrada del sistema óptico es separado por medio de un divisor de haz, formando dos caminos ópticos que llamaremos brazo 1 y 2. En el extremo del brazo 1 se colocó un objeto de fase para modular la luz en reflexión, mientras que en el extremo del brazo 2 se colocó un espejo plano.

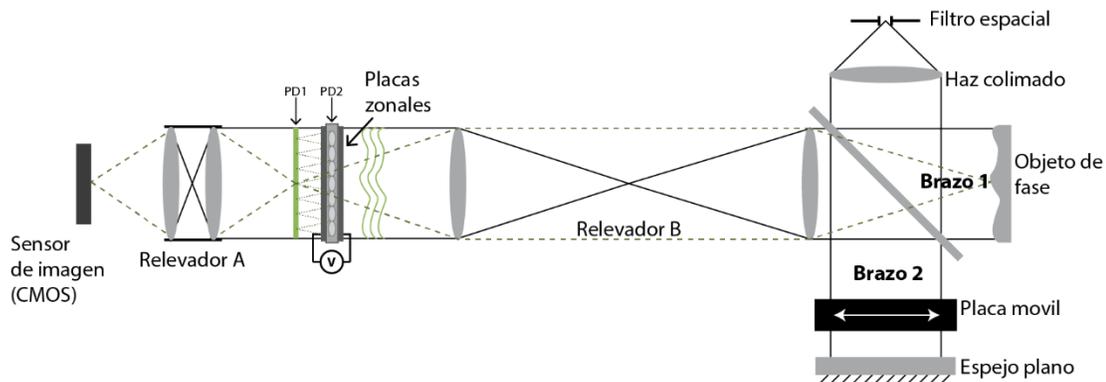


Figura 30. Arreglo experimental dual para medir la distribución de la fase a partir de un patrón de interferencia y utilizando el sensor de intensidad y fase.

La luz reflejada por ambos brazos es colectada por el sistema óptico auxiliar denominado como relevador B en la figura 30, el cual consiste en un sistema $4F$ conformado por dos lentes con una distancia focal de $20\ \text{cm}$, que es utilizado para trasladar la información de intensidad y fase del plano del objeto al plano PD1 del sensor. La superposición de los haces reflejados en los brazos produce un patrón de franjas de interferencia (con el cual se puede determinar la fase del objeto) en el plano de detección de intensidad PD1 del sensor. La placa móvil opaca en el brazo 2 del arreglo puede ser colocada para obstruir la luz cuando se requiere realizar la reconstrucción del frente de onda utilizando el sensor, ya que al bloquear el

haz de referencia, el relevador B forma la imagen del objeto en el plano de detección PD1 (en ausencia de voltaje), en lugar de un patrón de franjas de interferencia. Como ya se mencionó, la fase es muestreada mediante el arreglo de placas zonales en el plano de detección PD2 (al aplicar voltaje).

En la figura 31 se presentan los resultados comparativos de las mediciones del frente de onda realizadas por ambos métodos. Para realizar la reconstrucción con el interferómetro se utilizó un procedimiento basado en el cálculo de la transformada de Fourier de la imagen del patrón de franjas, descrito en (Takeda *et al*, 1986) y la reconstrucción utilizando el sensor se realizó a partir de la medición de los desplazamientos en los puntos de luz, como se explica en el capítulo 1. La imagen de la figura 31(a) corresponde al patrón de franjas detectado en el plano PD1, producido por la interferencia del haz reflejado por el espejo plano y el objeto de fase. En la figura 31(b) se pueden observar tanto el patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales, como la distribución de intensidad adquirida en ausencia de voltaje, ambos fueron detectados en el plano PD1 del sensor, mientras que el frente de onda fue muestreado en el plano de detección PD2. Las figuras 31(c) y 31(d) muestran los frentes de onda reconstruidos mediante el patrón de franjas de interferencia y a partir del patrón de puntos de luz, respectivamente.

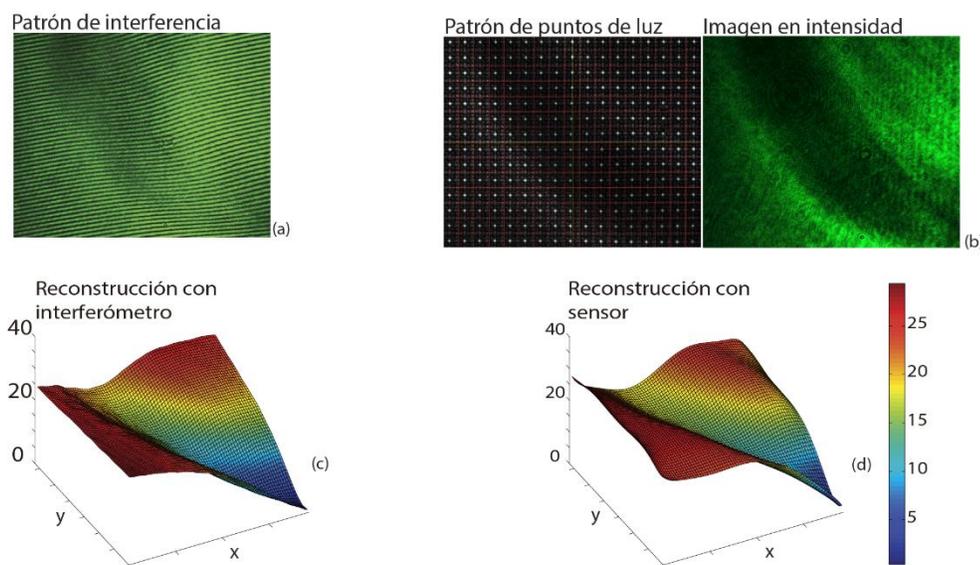


Figura 31. Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 1. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.

Este experimento se repitió para diferentes aberraciones. Los resultados similares a los mostrados en la figura 31 se presentan para cada caso de la figura 32 a la figura 34. De los resultados obtenidos podemos observar que los frentes de onda reconstruidos a partir del patrón de interferencia y utilizando el sensor se corresponden cualitativamente. Por otro lado, como antes se mencionó, el frente de onda medido a partir del patrón de franjas es detectado en el plano imagen del relevador B (plano PD1), mientras que al usar el sensor en modo detección de fase, el frente de onda es muestreado en el plano del arreglo de placas zonales (plano PD2). La separación entre estos planos está dado por la distancia focal, que en este caso es de 1.6 cm. Ya que los frentes de onda medidos tienen variaciones de fase muy suaves, no se presentan cambios abruptos entre las mediciones del frente de onda tomadas en un plano y otro. Para los casos presentados en las figuras 31 a la 34 la diferencia RMS entre el frente de onda reconstruido con el sensor y a partir del patrón de interferencia fue de 2.6 rad (0.41λ), 3 rad (0.48λ), 2.7 rad (0.43λ) y 3.9 rad (0.62λ), respectivamente.

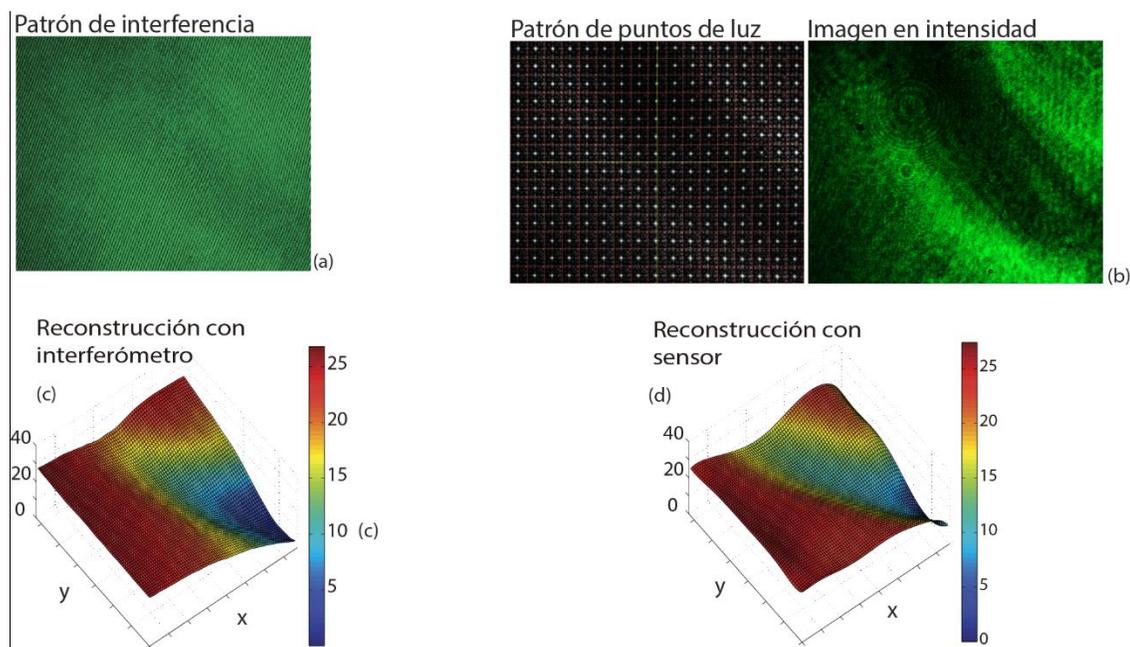


Figura 32. Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 2. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.

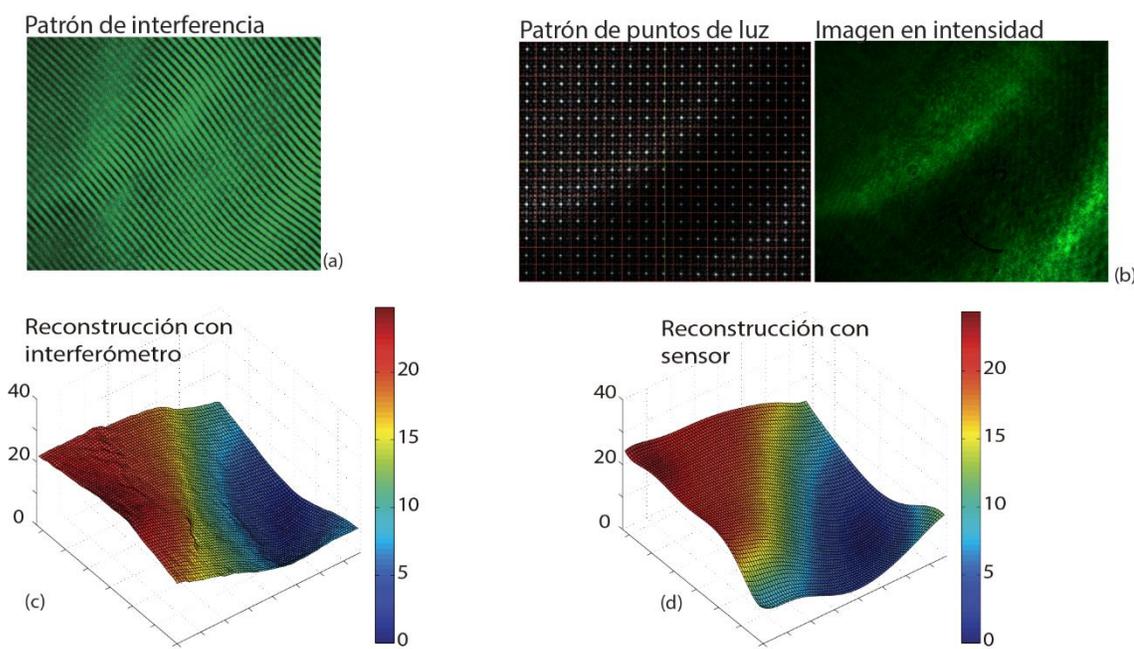


Figura 33. Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 3. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.

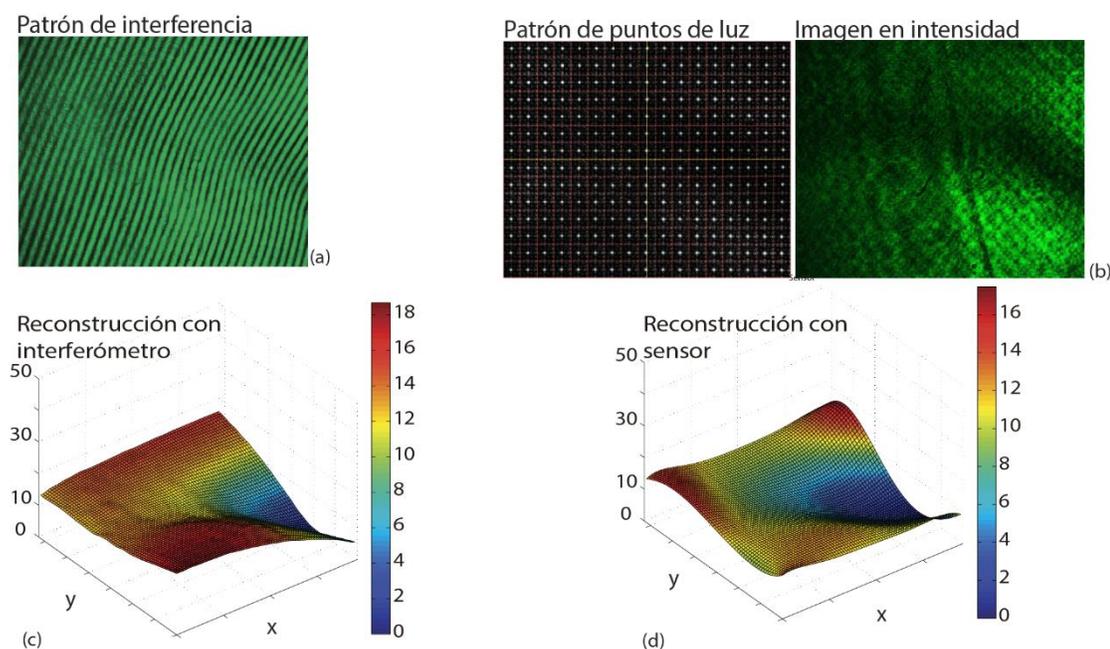


Figura 34. Comparación de la reconstrucción del frente de onda utilizando un interferómetro y utilizando el sensor 4. (a) Patrón de franjas de interferencia. (b) Patrón de puntos de luz e imagen de intensidad obtenidas con el sensor, al aplicar voltaje al arreglo de placas zonales y en ausencia de voltaje, respectivamente. (c) Reconstrucción del frente de onda a partir del patrón de interferencia. (d) Reconstrucción del frente de onda a partir de los desplazamientos sufridos por los puntos de luz.

4.2.2 Medición de el parámetro M^2 de un diodo láser a partir de la intensidad y fase detectada

Hemos utilizado nuestro sensor de intensidad y fase para determinar la M^2 de la luz de un diodo láser a la salida de una fibra óptica; el láser fue acoplado a la fibra mediante un objetivo de microscopio con apertura numérica de 0.39. Como se puede observar en la figura 35, para este experimento el sensor está conformado por el arreglo de placas zonales hexagonales $100\ \mu\text{m}$, el relevador A y el sensor de imagen tipo CMOS. La distancia focal de las placas zonales y el voltaje de conmutación, para la longitud de onda utilizada ($405\ \text{nm}$) son: $2.8\ \text{mm}$ y $1.3\ \text{kV}$, respectivamente.

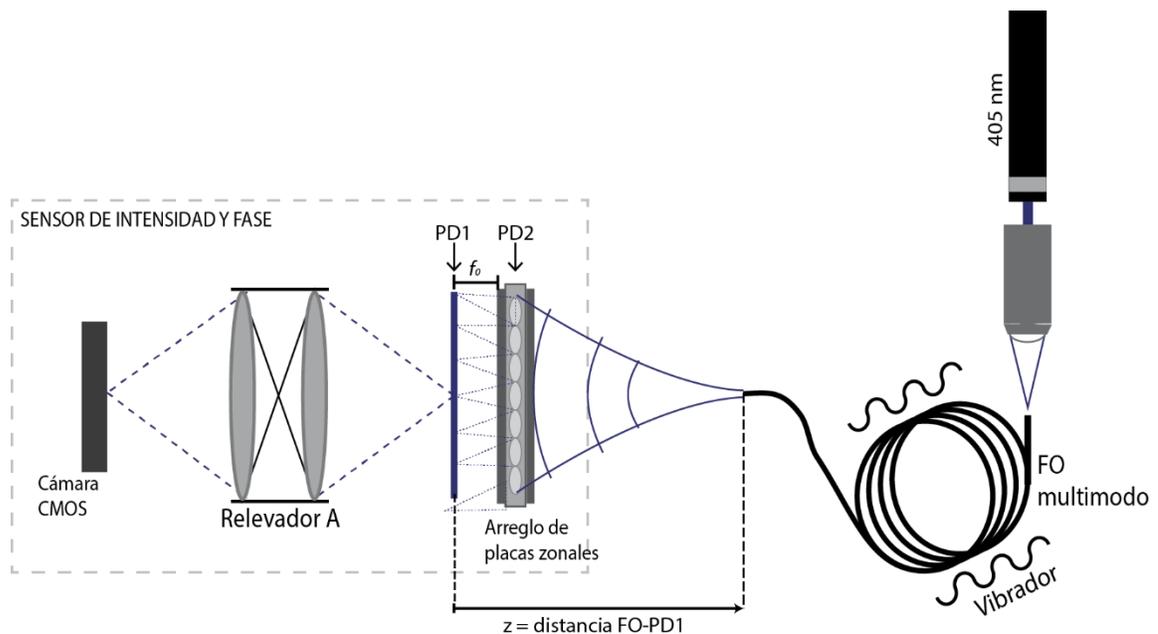


Figura 35. Arreglo experimental para la medición de la M^2 de un diodo láser a la salida de una fibra óptica, a partir de la detección de intensidad y fase. Para reducir la afectación en las mediciones debido a efectos de dispersión modal, se aplicaron vibraciones mecánicas aleatorias a la fibra óptica.

Para obtener el valor de la M^2 se hicieron mediciones de la distribución de intensidad y del frente de onda de la luz a la salida de la fibra; a partir de la distribución de la intensidad detectada cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales, calculamos el tamaño de la cintura $w(z)$ y utilizando la información obtenida mediante la reconstrucción del frente de onda, realizada al aplicar un voltaje al arreglo de placas zonales, se determinó el radio de curvatura del haz $R(z)$ en función de la distancia z . Se hizo un barrido tomando mediciones de la intensidad y de la fase hasta una distancia de $4.2\ \text{cm}$ entre el plano a la salida de la fibra y el plano de detección PD1 del sensor (a la cual llamaremos distancia FO-PD1). El tamaño de la

cintura $w(z)$ se determinó experimentalmente a partir de la varianza $\sigma^2(z)$ de la distribución bidimensional de intensidad $I(x,y)$, obtenida en el plano PD1 del sensor en ausencia de voltaje aplicado al arreglo de placas zonales. La varianza de la intensidad a lo largo del eje x puede ser calculada como

$$\sigma^2 = \frac{\iint (x - \langle x \rangle)^2 I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}, \quad (47)$$

donde $I(x,y)$ es la distribución de intensidad de intensidad en el plano PD1 y $\langle x \rangle$ corresponde a la coordenada x del centroide de la intensidad, dado por la siguiente expresión

$$\langle x \rangle = \frac{\iint x I(x, y) dx dy}{\iint I(x, y) dx dy}. \quad (48)$$

El tamaño de la cintura $w(z)$ y la varianza de la intensidad $\sigma^2(z)$ están relacionados por $w(z)=2\sigma(z)$. Además, tanto σ^2 como $\langle x \rangle$ pueden ser definidos de forma equivalente para la coordenada y .

Las figuras 36(a) y 36(b) muestran los resultados experimentales de las mediciones de $w(z)$ y $R(z)$ respectivamente, graficados (como puntos azules) en función de la distancia z . El tamaño más pequeño de la cintura w_0 se midió a partir de la imagen en intensidad obtenida al hacer coincidir el plano de la salida de la fibra con el plano PD1 del sensor, por lo tanto para este caso la distancia FO-PD1 es igual a cero (es decir que $z=0$). Para poder hacer esto, fue necesario remover el arreglo de placas zonales inhabilitándolo en el intervalo de distancias FO-PD1 dado desde el plano de detección PD1 hasta 2.8 mm, que corresponde a la distancia focal de las placas. Una vez superada esta distancia se colocó el arreglo de placas zonales en su posición correspondiente, justo en el plano de detección de fase PD2. Sin embargo se observó que en el intervalo de distancias FO-PD1 dado entre 3 mm y 1 cm, la imagen del patrón de puntos de luz formados por el relevador A en el plano del sensor CMOS está fuertemente desenfocada debido al grado de aberración producido por el radio de curvatura incidente en el arreglo de placas zonales, lo que impide realizar adecuadamente la reconstrucción del frente de onda. Una vez que la distancia FO-PD1 se incrementa más allá de 1 cm, el grado de desenfoque de los puntos de luz se reduce, pero el radio de curvatura a esa distancia entre la fibra y las placas zonales sigue siendo muy pequeño, por lo tanto el

desplazamiento de los puntos de luz es muy fuerte, de manera que se traslapan en la mayor parte del área efectiva de detección y solo se cuenta con una pequeña ventana de alrededor de 2×3 puntos de luz en la parte central del arreglo que están libres de traslape para poder reconstruir el frente de onda. Conforme la distancia FO-PD1 aumenta, se reduce el traslape y es posible utilizar una mayor cantidad de puntos de luz para la reconstrucción del frente de onda. Por otro lado, el tamaño de la cintura del haz solo pudo ser medida correctamente hasta la distancia FO-PD1 ≈2cm, ya que para distancias mayores el radio de la cintura es más grande que el tamaño del área de detección del sensor de imagen.

De acuerdo con la teoría para la propagación de haces paraxiales, el tamaño de la cintura $W(z)$ de un haz gaussiano perfecto, puede ser calculado en función de M^2 como

$$W(z) = W_0 \left[1 + \left(\frac{M^2 \lambda (z - z_0)}{\pi W_0^2} \right)^2 \right]^{1/2}, \quad (49)$$

donde W_0 es el tamaño de la cintura en $z_0=0$ (es decir en FO-PD1 = 0) y corresponde con el radio más pequeño del haz. Para este caso W_0 está determinado por el radio del núcleo de la fibra que es de 100 μm . Por otro lado, el radio de curvatura $R(z)$ está dado teóricamente por la siguiente ecuación

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{\pi W_0^2}{M^2 \lambda (z - z_0)} \right)^2 \right]. \quad (50)$$

Al realizar el ajuste de los datos de $w(z)$ medidos experimentalmente a partir de la distribución de intensidad obtuvimos una M^2 de 73 (ver figura 36 (a)). El ajuste fue realizado considerando únicamente las mediciones tomadas en el intervalo de distancias FO-PD1 \leq 2cm, ya que para distancias mayores el radio de la cintura no puede ser determinado correctamente porque, como ya se mencionó, el tamaño del haz es mayor al área de detección del sensor de imagen.

En la figura 36(a) se presenta la gráfica de la ecuación (49) evaluada para el valor de M^2 obtenido y considerando el tamaño de la cintura de 100 μm que corresponde con el radio de la fibra óptica. Por otro lado, podemos observar en la ecuación 36(b) que al graficar la ecuación (50) utilizando el mismo valor de M^2 , los datos obtenidos de las mediciones de $R(z)$ se ajustan bien a la curva teórica y mantienen un comportamiento muy aproximado en el intervalo de distancias FO-PD1 para los cuales el frente de onda

puede ser reconstruido ($FO-PD1 > 1$ cm). Para este intervalo la diferencia promedio entre el radio de curvatura medido y el teórico es de ≈ 0.6 mm.

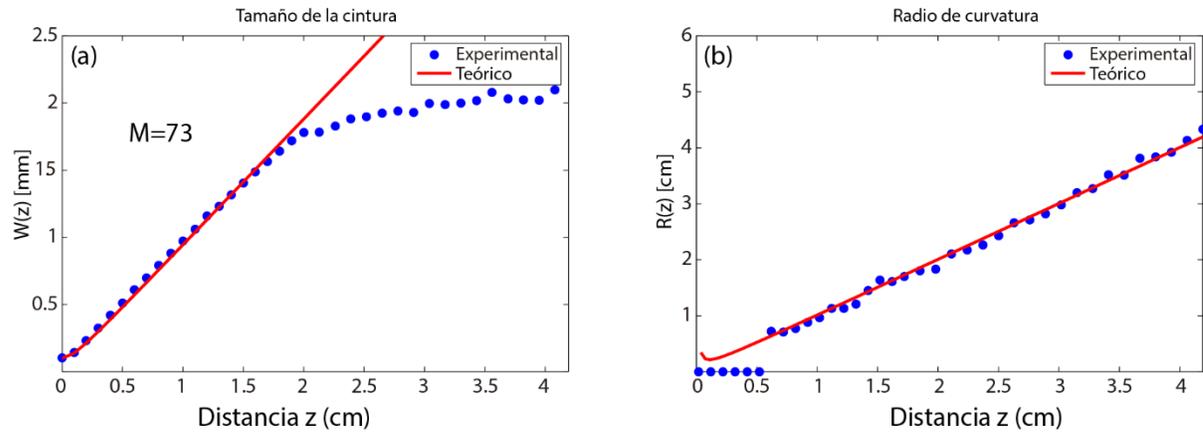


Figura 36. Datos experimentales y teóricos. (a) Tamaño de la cintura $w(z)$ en función de la distancia z . (b) Radio de curvatura $R(z)$. La línea roja continua corresponde a la curva teórica y los puntos en azul corresponden a los datos experimentales.

4.2.3 Detección de la intensidad y de la fase aberrada por un modulador espacial de luz

Para demostrar el funcionamiento del sensor tanto en el modo de detección de intensidad como en modo de detección de fase, hicimos mediciones de un frente de onda distorsionado en reflexión por un modulador espacial de luz de cristal líquido. Una de las ventajas de utilizar este tipo de dispositivo es que nos permite generar aberraciones en el frente de onda de forma controlada; de esta manera podemos evaluar el funcionamiento de nuestro sensor y hacer comparaciones confiables, tanto cualitativa como cuantitativamente, entre el frente de onda medido y la fase desplegada. El modulador utilizado para la realización de los experimentos es un dispositivo comercial de la marca Hamamatsu modelo X10468, conformado por un arreglo de 800×600 píxeles cuadrados, cada uno con un tamaño lateral de $20 \mu\text{m}$. Para este experimento el sensor está conformado por un arreglo de placas zonales hexagonales de $100 \mu\text{m}$, un sistema relevador A y un sensor CMOS, además como fuente de iluminación se utilizó un diodo láser emitiendo a 532 nm ; el arreglo óptico empleado se muestra en la figura 37. El frente de onda de un haz colimado es distorsionado al ser reflejado por el modulador espacial de luz; el sistema óptico auxiliar denominado como relevador B (sistema $4F$ conformado por dos lentes de igual longitud focal), permite formar la imagen del plano del modulador en el plano PD1 del sensor, de esta manera se lleva a cabo la

detección de la intensidad cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. Nuevamente la fase es muestreada en el plano de detección PD2 cuando un voltaje es aplicado al cristal.

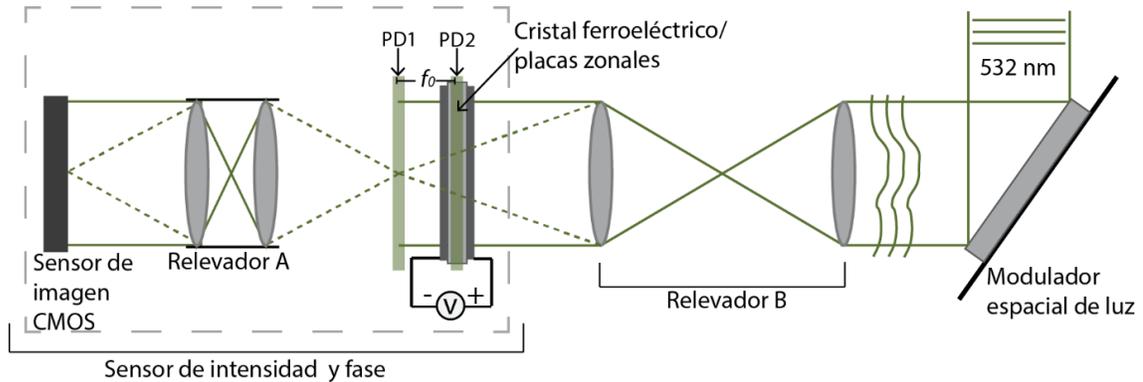


Figura 37. Sensor de intensidad y fase. Arreglo implementado para la detección de la intensidad y la fase del frente de onda de la luz reflejada por un modulador espacial.

Con el fin de reducir la separación entre los planos de detección de intensidad y de fase, el frente de onda fue muestreado utilizando un arreglo de placas zonales hexagonales de $100 \mu\text{m}$, ya que tiene una distancia focal de solo 2.1 mm (para 532 nm), la cual es pequeña en comparación con la distancia focal de 1.6 cm del arreglo de placas anulares de $259 \mu\text{m}$. Además, una distancia focal corta permite incrementar el rango dinámico del sensor y por lo tanto medir fases en un intervalo angular más amplio. El arreglo utilizado ofrece también una mejor resolución de muestreo espacial del frente de onda. Los resultados obtenidos de las mediciones realizadas se presentan en la figura 38.

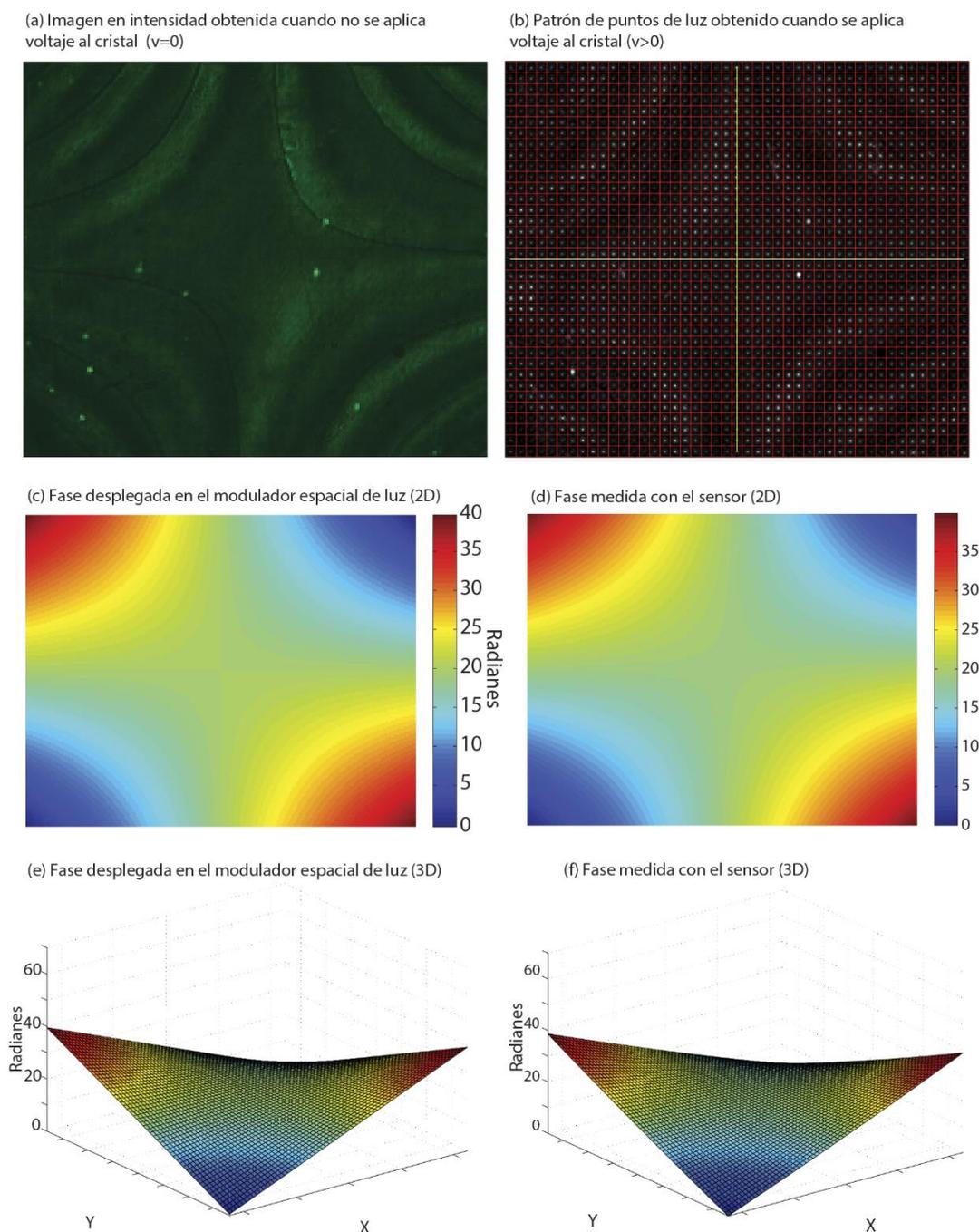


Figura 38. Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 1. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial en (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).

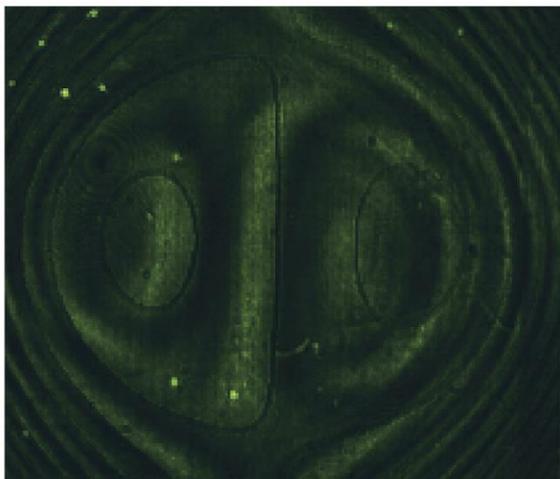
En la figura 38(a) se muestra la distribución de intensidad en el plano del modulador espacial, detectada cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales; se puede observar que las variaciones de intensidad son débiles ya que, en principio, el modulador espacial solo afecta la fase de la luz incidente.

Por otro lado, la figura 38 (b) muestra el patrón de puntos de luz generado por el arreglo de placas zonales hexagonales cuando se aplica un voltaje $V=V_{\pi/2}$. En las figuras 38(c) y 38(d) se presenta la distribución bidimensional tanto de la fase desplegada en el modulador como del frente de onda reconstruido con el sensor, respectivamente, mientras que en las figuras 38(c) y 38(d) se muestran las gráficas tridimensionales de los frentes de onda desplegado y reconstruido. El experimento se repitió para diferentes aberraciones y los resultados obtenidos en cada caso se muestran en las figuras 39 a la 41. Como se puede observar, el frente de onda reconstruido al utilizar el sensor es muy similar al frente de onda desplegado en el modulador. Las pequeñas variaciones observadas se pueden atribuir en parte a la incertidumbre existente en cuanto a la efectividad con la que el modulador espacial puede inducir la fase deseada en el frente de onda incidente, ya que puede existir un grado de error debido al acoplamiento entre las modulaciones de la fase y la amplitud en el modulador. Además, el ruido producido por la corriente de oscuridad presente en el sensor de imagen puede generar fluctuaciones en el cálculo de centroides, lo cual altera la información usada para realizar la reconstrucción del frente de onda. Por otro lado, las fluctuaciones de temperatura presentes en el laboratorio pueden provocar pequeñas micro turbulencias de aire, ocasionando fluctuaciones en la posición de los puntos de luz detectados por el sensor imagen, lo que da lugar a variaciones en el frente de onda reconstruido. Aun contando con los factores de error mencionados, consideramos que se tiene un grado de concordancia aceptable entre el frente de onda medido y el desplegado en el modulador, hemos estimado el error RMS mediante la siguiente expresión

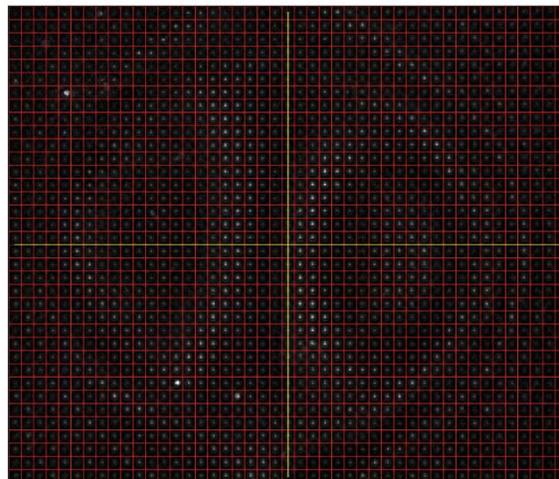
$$Error_{RMS} = \sqrt{\frac{\sum_{a=1}^A \sum_{b=1}^B (W_m(a,b) - W_e(a,b))^2}{A \times B}} \quad (51)$$

donde $W_m(a,b)$ y $W_e(a,b)$ son los frentes de onda medidos y esperados, respectivamente; a,b son los índices que indican la posición de cada pixel del frente de onda y A,B son el número de pixeles a lo largo de los ejes x,y . En la figura 42 se presentan tres ejemplos de mediciones hechas con el sensor, en la columna (a) se muestra la fase desplegada en el modulador, en la columna (b) se presenta la fase medida con el sensor y en la columna (c) se muestra la diferencia dada entre la fase medida y la fase esperada. El error obtenido para cada caso es 1.2 rad (0.19λ), 1.14 rad (0.18λ) y 1.46 rad (0.12λ).

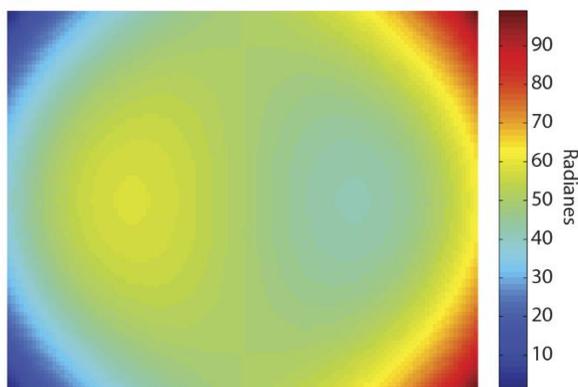
(a) Imagen en intensidad obtenida cuando no se aplica voltaje al cristal ($v=0$)



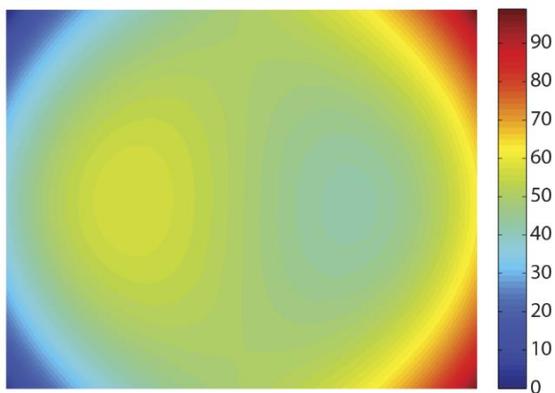
(b) Patrón de puntos de luz obtenido cuando se aplica voltaje al cristal ($v>0$)



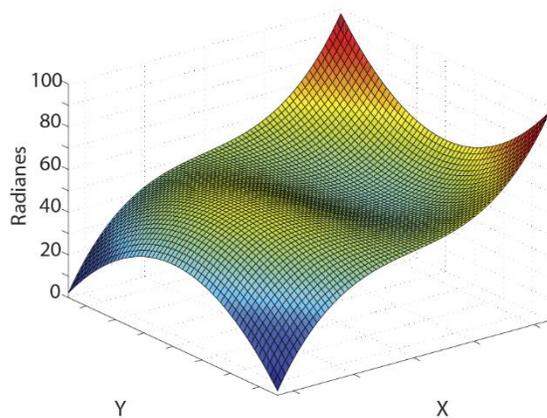
(c) Fase desplegada en el modulador espacial de luz (2D)



(d) Fase medida con el sensor (2D)



(e) Fase desplegada en el modulador espacial de luz (3D)



(f) Fase medida con el sensor (3D)

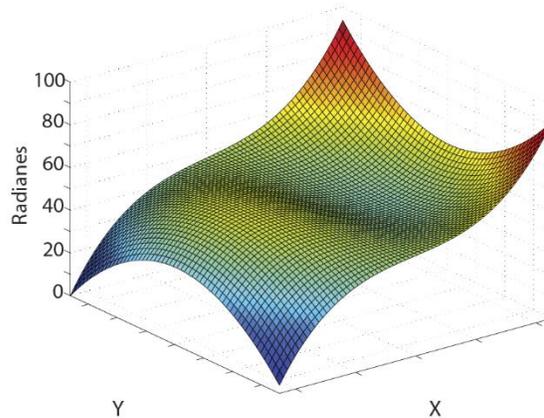
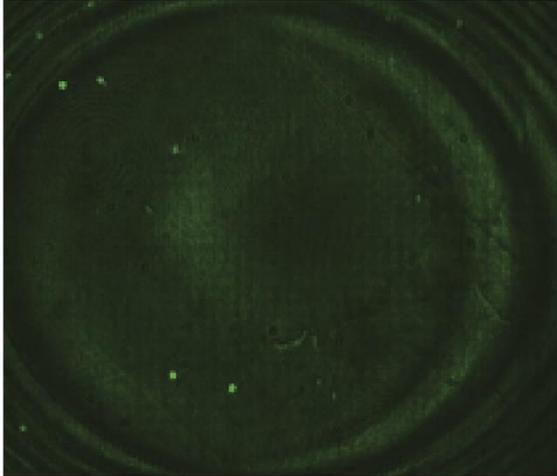
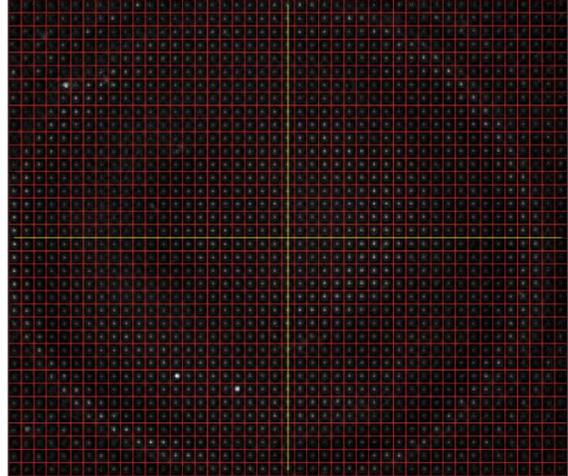


Figura 39. Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 2. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).

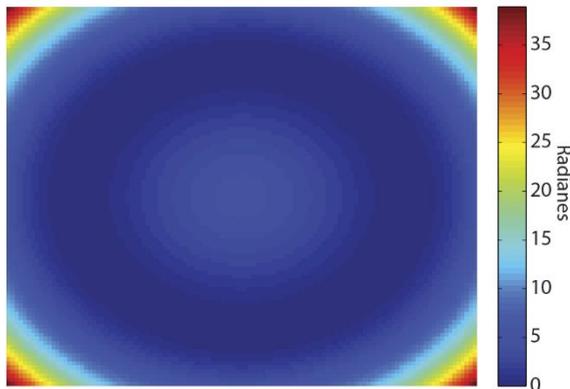
(a) Imagen en intensidad obtenida cuando no se aplica voltaje al cristal ($v=0$)



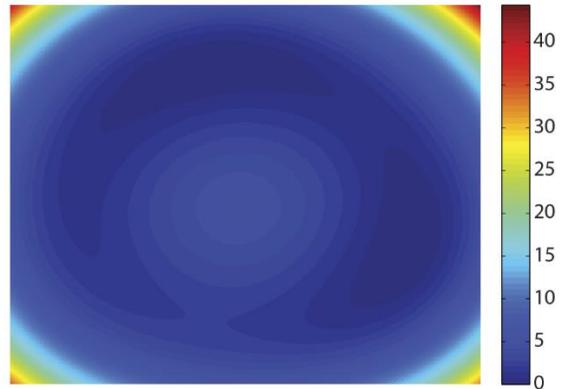
(b) Patrón de puntos de luz obtenido cuando se aplica voltaje al cristal ($v>0$)



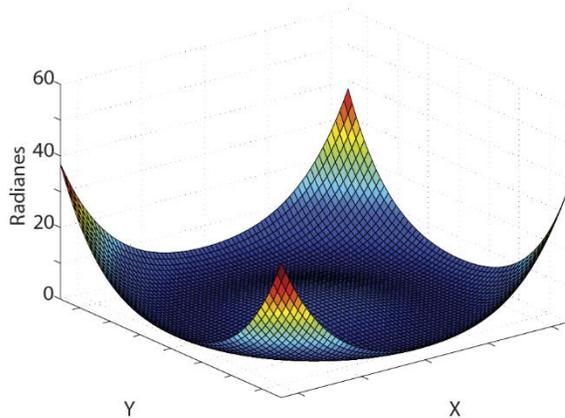
(c) Fase desplegada en el modulador espacial de luz (2D)



(d) Fase medida con el sensor (2D)



(e) Fase desplegada en el modulador espacial de luz (3D)



(f) Fase medida con el sensor (3D)

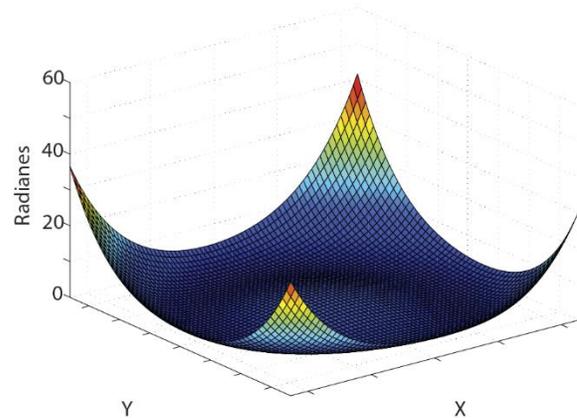
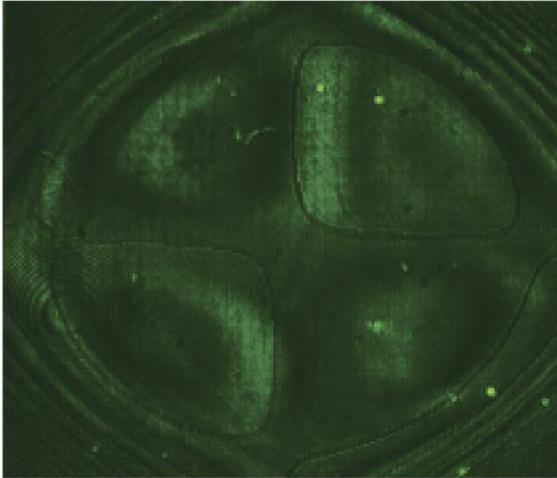
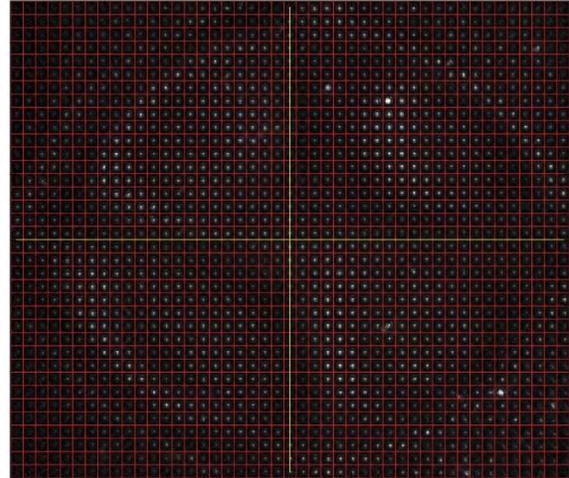


Figura 40. Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 3. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).

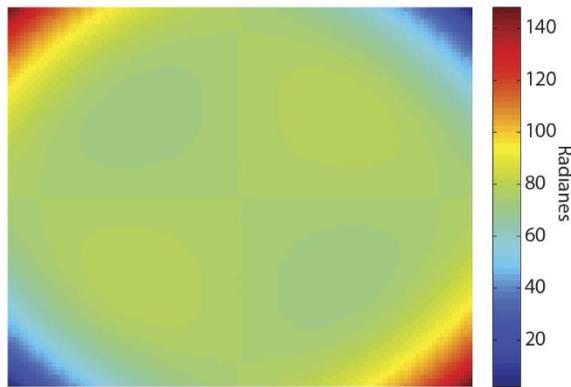
(a) Imagen en intensidad obtenida cuando no se aplica voltaje al cristal ($v=0$)



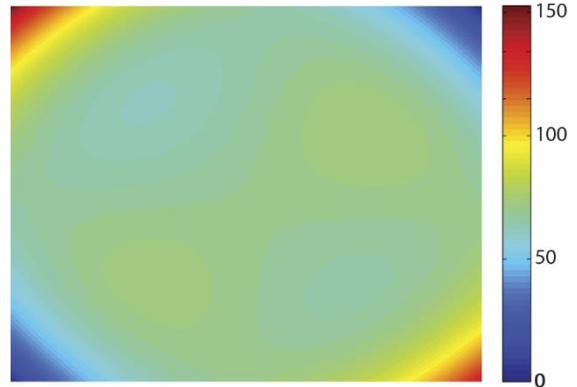
(b) Patrón de puntos de luz obtenido cuando se aplica voltaje al cristal ($v>0$)



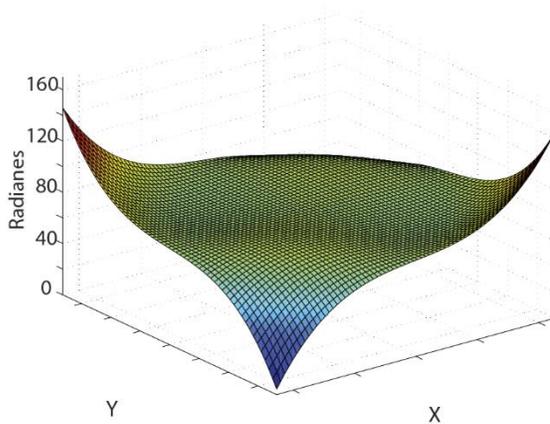
(c) Fase desplegada en el modulador espacial de luz (2D)



(d) Fase medida con el sensor (2D)



(e) Fase desplegada en el modulador espacial de luz (3D)



(f) Fase medida con el sensor (3D)

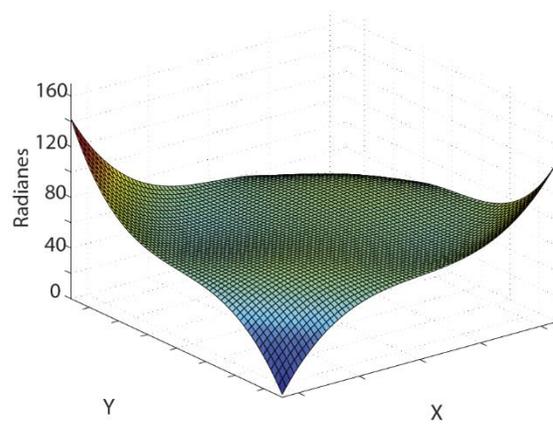


Figura 41. Obtención de intensidad y fase de un frente de onda aberrado por un modulador espacial 4. (a) Imagen en intensidad del plano del modulador obtenida cuando no se aplica voltaje al arreglo de placas zonales. (b) Patrón de puntos de luz obtenido al aplicar voltaje al arreglo. (c) Fase desplegada en el modulador espacial (2D). (d) Fase medida con el sensor (2D). (e) Fase desplegada en el modulador espacial (3D). (f) Fase medida con el sensor (3D).

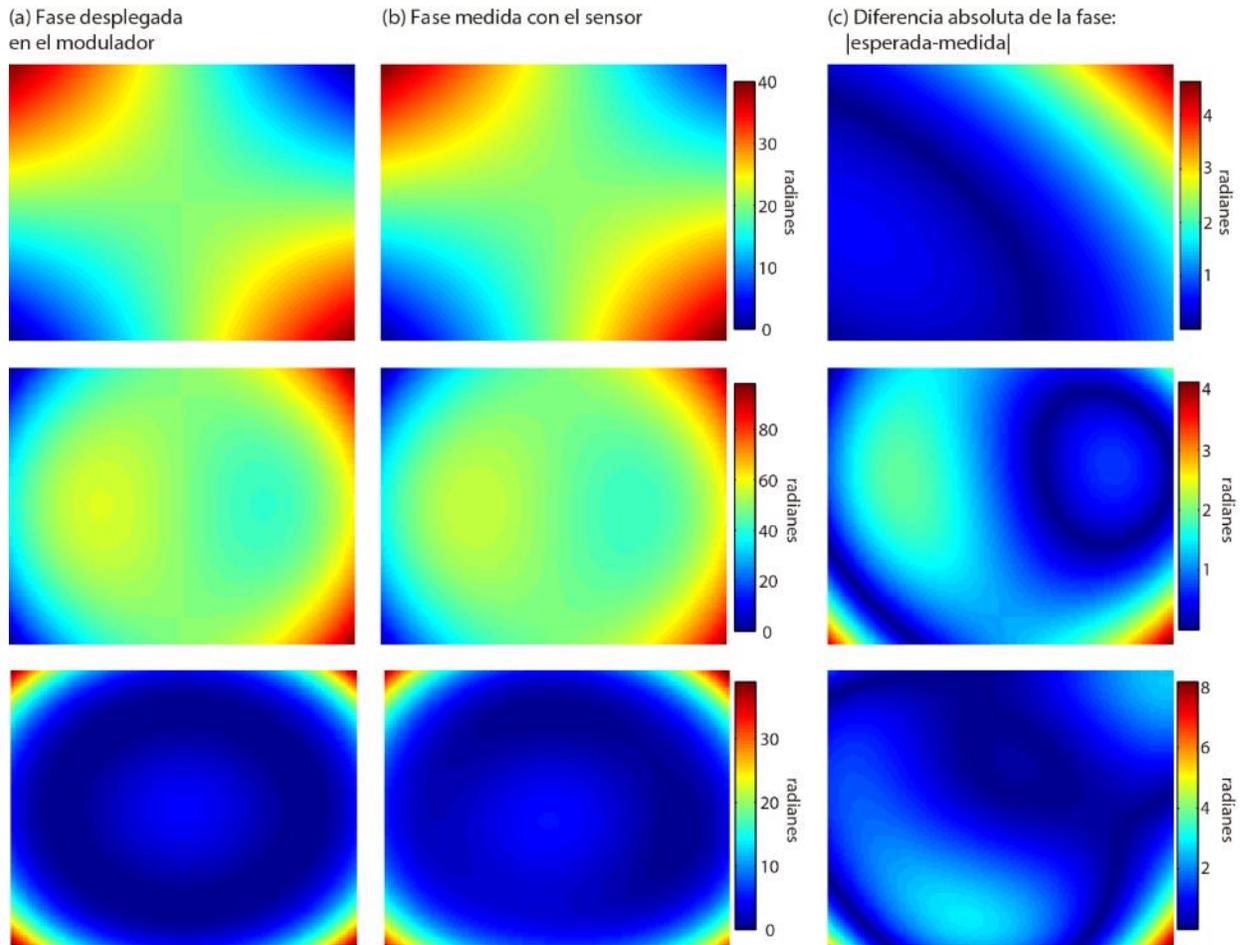


Figura 42. Error RMS dado entre el frente de onda desplegado en el modulador espacial y frente de onda reconstruido por el sensor de intensidad y fase. (a) Fase desplegada en el modulador espacial. (b) Fase medida con el sensor. (c) Valor absoluto de la diferencia entre la fase desplegada en el modulador y la fase medida con el sensor.

4.3 Detección de la intensidad y de la fase de un objeto visto a través de un aberrador

Medimos la distribución de intensidad y el frente de onda de la imagen del logo de CICESE vista a través de un aberrador, el cual consiste en una placa de vidrio de espesor no uniforme colocada a una distancia L frente al objeto, como se muestra en el arreglo óptico de la figura 43. El efecto del aberrador es análogo a lo que sucede en algunas aplicaciones reales, como por ejemplo, el caso de formación de imágenes astronómicas vistas a través de turbulencia atmosférica.

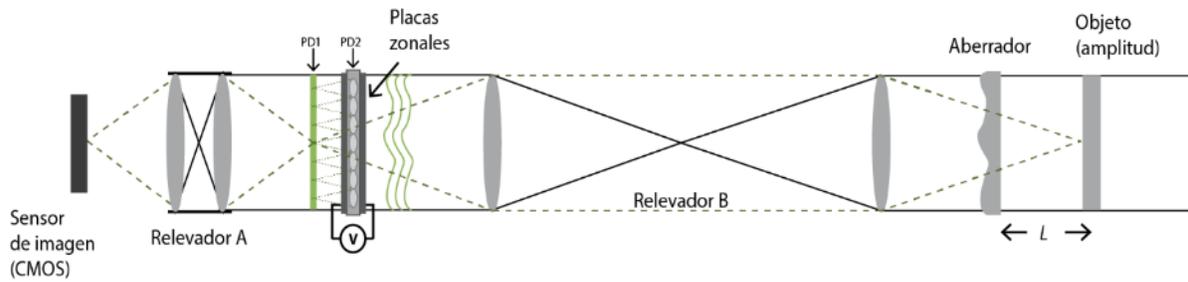


Figura 43. Arreglo óptico para la medición de la intensidad y la fase de un objeto distorsionado por una placa aberradora (visto en transmisión).

Los resultados obtenidos en el experimento se muestran en la figura 44. En la primera columna se presenta la imagen del logo de CICESE tomada sin aplicar voltaje al arreglo de placas zonales, mientras que en la segunda columna se muestra la reconstrucción de la imagen en intensidad hecha a partir de la integración de la luz difractada en el plano focal de cada placa zonal al aplicar voltaje al arreglo. En la tercera columna se presenta la distribución espacial del frente de onda medido con el sensor.

En la figura 44(a), el aberrador está colocado a ~ 1 cm enfrente del objeto; a esta distancia la imagen que se forma directamente (cuando el sensor opera en modo de detección de intensidad) en el plano de detección PD1, no muestra mucha distorsión ya que la fase introducida por el aberrador no es significativa.

Nótese también que al hacer la reconstrucción de la imagen de intensidad integrando la luz difractada por cada placa zonal mostrada en la columna central de la figura 44(a), la calidad se reduce de manera importante con respecto a la imagen de la primera columna. Por un lado esto se debe a que para reconstruir la imagen de la columna central, el periodo de muestreo espacial de la intensidad está determinado por el tamaño de las placas zonales, mientras que para la obtención de las imágenes de la primera columna se utiliza la resolución completa del sensor CMOS. Esta es una de las ventajas de utilizar un arreglo de placas zonales controlables por voltaje a diferencia de un sensor de frente de onda de Shack-Hartmann convencional. Finalmente, en la tercera columna de la figura 44(a) se muestra la reconstrucción del frente de onda inducido por el aberrador, que fue medida cuando el sensor trabaja en modo Shack-Hartmann.

El experimento se repitió colocando ahora el aberrador a una distancia $L=5$ cm separado del objeto, los resultados se presentan en la figura 44(b), para este caso se puede observar una mayor distorsión en la

imagen en intensidad debido al incremento en la separación dada entre el plano del objeto y el plano del aberrador.

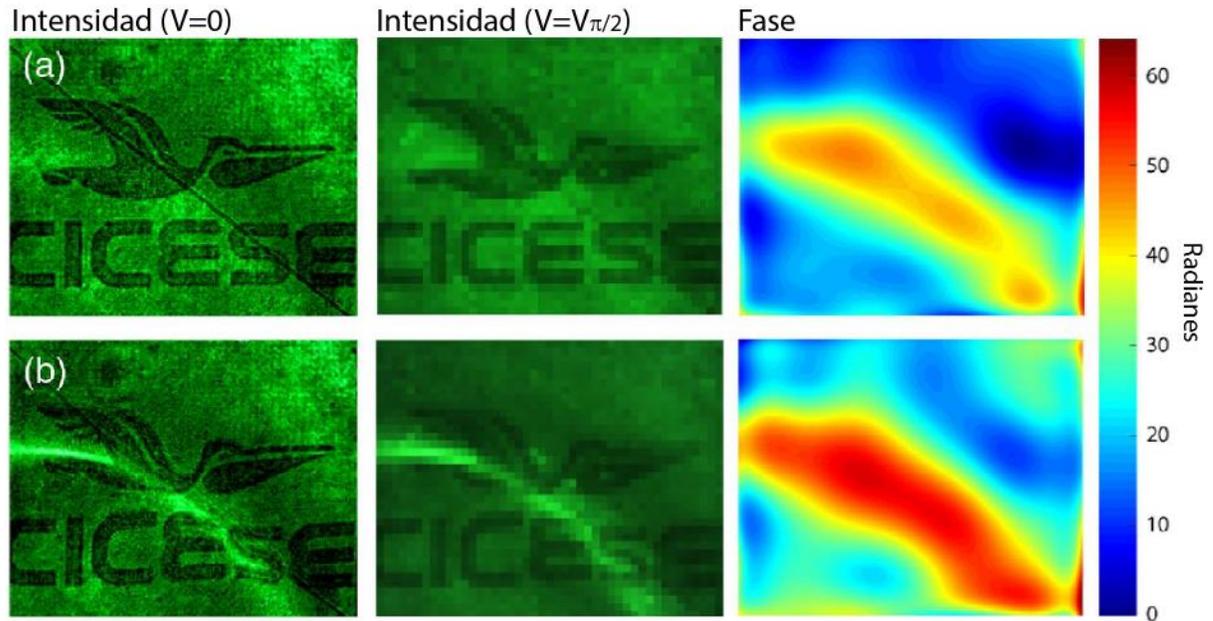


Figura 44. Mediciones de intensidad y fase. Primera columna: imagen obtenida al hacer desactivar el modo Shack-Hartmann (detección directa). Columna del medio: Imagen obtenida al activar el modo Shack-Hartmann e integrar la luz enfocada por cada placa zonal hexagonal. Última columna: fase medida en el modo Shack-Hartmann. (a) Aberrador colocado enfrente del objeto ($L=1$ cm); (b) aberrador colocado lejos del objeto ($L=5$ cm).

Capítulo 5. Conclusiones

En este trabajo de tesis se presentó un sensor que puede detectar tanto la distribución de intensidad como la fase de la luz. El elemento más importante del dispositivo es un arreglo de placas zonales electro-ópticas hechas en estructuras de dominios ferroeléctricos. Ya que el arreglo puede ser controlable eléctricamente, permite conmutar el modo de funcionamiento del sensor para detectar la distribución de intensidad o la fase, en función del voltaje aplicado.

Con el fin de aumentar la resolución de muestreo espacial del frente de onda y el rango dinámico del sensor en su modo de detección de fase, se determinó como prioridad, llevar a cabo la miniaturización de los arreglos de placas zonales. Utilizando cristales de niobato de litio, se lograron fabricar dos arreglos, el primero conformado por dominios anulares de 259 μm por lado y el segundo conformado por dominios de hexágonos anidados de 100 μm por lado. En ambos casos las placas contienen solo tres zonas ya que de acuerdo con los resultados arrojados por la simulación numérica, esto es suficiente para obtener un patrón de puntos de luz bien definido y adecuado para la reconstrucción del frente de onda, lo que además fue demostrado experimentalmente una vez fabricados los arreglos. La razón de utilizar zonas en forma de hexágono, además de anillo, es porque en particular en niobato de litio los dominios tienden a crecer preferencialmente con esta geometría que corresponde con la forma de la celda unitaria del cristal. Por lo tanto, a este grado de miniaturización resulta complicado fabricar arreglos de placas zonales anulares en estructuras homogéneas de dominios ferroeléctricos. Por otro lado, observamos que al utilizar un material alternativo, en este caso tantalato de litio, logramos fabricar un tercer arreglo de placas con zonas anulares de 36 μm por lado. Sin embargo, al analizar la evolución en el crecimiento de los dominios mediante una secuencia de imágenes en profundidad obtenidas por generación de segundo armónico, se observó un cambio gradual en la morfología de los dominios; inicialmente, en la cara z^+ del cristal tienen la forma de anillos esperados para una placa zonal anular, pero conforme se propagan a lo largo del eje c hasta la cara z^- del cristal tienden a adquirir una geometría triangular. Además, la respuesta en voltaje de estos arreglos es asimétrica, es decir que al aplicar un voltaje positivo, los dominios adquieren la forma de anillos, pero cuando el voltaje es negativo se tiene la formación de un patrón de dominios triangulares.

El sensor de intensidad y fase fue implementado en dos configuraciones: utilizando solamente el arreglo de placas zonales anulares de 259 μm y el arreglo de placas zonales hexagonales de 100 μm , el rango dinámico medido de manera experimental fue de 380 radianes y 960 radianes, respectivamente. En la primera configuración, con el arreglo de 259 μm se realizaron comparaciones entre las mediciones de un mismo frente de onda tomadas con el sensor y con un interferómetro; se obtuvieron resultados muy

aproximados tanto de manera cualitativa como cuantitativa aun cuando las reconstrucciones realizadas a partir del patrón de interferencia y utilizando el sensor son detectados en planos diferentes (PD1 y PD2, respectivamente), esto se debe a que el frente de onda incidente presenta variaciones de fase suaves y por lo tanto no cambia significativamente de un plano a otro. Con el arreglo de placas zonales hexagonales de $100\ \mu\text{m}$ se midió la M^2 de un haz divergente a la salida de una fibra óptica a la cual fue acoplada la luz de un diodo laser que emite con una longitud de onda de $405\ \text{nm}$. El tamaño de la cintura del haz se obtuvo a partir de la distribución de intensidad detectada y el radio de curvatura fue determinado a partir de la reconstrucción del frente de onda. Al realizar el ajuste de los datos experimentales del tamaño de la cintura con la curva teórica que describe la propagación de haces paraxiales, se obtuvo una M^2 de 73, por otro lado, el radio de curvatura medido experimentalmente en comparación con el teórico, presenta una diferencia promedio de apenas $0.6\ \text{mm}$. Con este arreglo de placas zonales se hicieron también comparaciones entre el frente de onda desplegado en un modulador espacial de luz y el frente de onda reconstruido con el sensor, se obtuvo en ambos casos una buena correspondencia tanto cualitativa como cuantitativa; el error máximo entre la fase medida y desplegada fue de 1.47 radianes, lo que corresponde a 0.23λ . El sensor fue utilizado también para determinar la intensidad y la fase de la imagen distorsionada de un objeto visto a través de un aberrador, como es de esperar la distorsión de la imagen es más evidente conforme aumenta la distancia entre el aberrador y el objeto, ya que la fase que se induce al frente de onda es más abrupta conforme este se propaga.

Se demostró que la velocidad de conmutación del sensor no depende del tiempo de respuesta del arreglo de placas zonales, sino que en realidad está limitado por la potencia de la fuente de voltaje y la velocidad del sensor de imagen. Considerando el circuito RC conformado por la fuente de voltaje utilizada para la realización de los experimentos y el cristal de niobato de litio que contiene placas zonales hexagonales de $100\ \mu\text{m}$, estimamos un tiempo de respuesta de $0.9\ \text{ms}$, lo que equivale a $1.1\ \text{kHz}$; muy por debajo de la frecuencia de operación alcanzable por el cristal que es del orden de los GHz. Cabe mencionar que aun cuando solo se fabricaron arreglos matriciales de placas zonales, también es posible emplear una distribución en forma de panal, esto aumentaría la densidad de placas por unidad de área, logrando obtener una mejor resolución de muestreo espacial del frente de onda. Otra de las ventajas importantes de este tipo de arreglos es que pueden soportar altas intensidades, lo que los hace viables para su uso en aplicaciones que requieren haces de luz a potencias elevadas, como por ejemplo, para realizar mediciones rápidas de la calidad espacial de un láser.

Literatura citada

- Barboza, N. A., 2010. Osciladores ópticos paramétricos continuos y cuasicontinuos basados en tantalato de litio periódicamente polarizado. Tesis de Doctorado. CICESE.
- Boyd, R. W., 2007. *Nonlinear Optics* (3ra edición). Academic Press.
- Cha, J.W., Ballesta, J., So, P.T.C. 2010. Shack-Hartmann wavefront-sensor-based adaptive optics system for multiphoton microscopy. *J. Biomed. Opt.* 15, 046022.
- Cheng, X., Himebaugh, N.L., Kolbaum, P.S., Thibos, L.N., Bradley, A. 2003. Validation of a clinical Shack-Hartmann aberrometer. *Optom. Vis. Sci.* 80, 587-595.
- Cudney, R. S., Ríos, L. A., Orozco, M. J., Alonso, F., Fonseca, J. 2002. Fabricación de niobato de litio periódicamente polarizado para óptica no lineal. *Rev. Mex. Fís.* 48, 548–555.
- Cudney, R. S., Ríos, L. A., Escamilla, H. M. 2004. Electrically controlled Fresnel zone plates made from ring shaped 180° domains. *Opt. Express* 12, 5783–5788.
- Cudney, R. S. 2011. Modified Shack–Hartmann sensor made with electrically controlled ferroelectric zone plates. *Opt. Express* 19, 17396–17401.
- Cui, X., Ren, J., Tearney, G. J., Yang, C. 2010. Wavefront image sensor chip. *Opt. Express* 18, 16685–16701.
- Hecht, E. 2002. *Optics* (4ta edición). Addison Wesley.
- Hignette, O., Santamaria, J., Bescos, J. 1979. White light diffraction patterns of amplitude and phase zone plates. *J. Optics* 10, 231-238.
- Jazbinsek, M., Zgonik, M. 2002. Material tensor parameters of LiNbO₃ relevant for electro- and elasto-optics. *Appl. Phys. B* 74, 407–414.
- Koch, J.A., Presta, R.W., Sacks, R.A., Zacharias, R.A., Bliss, M.J., Dailey, M.J., Feldman, M., Grey, A. A., Holdener, F.R., Salmon, J.T., Seppala, L.G., Toeppen, J.S., Van Atta, L., Van Wouterghem, B.M., Whistler, W.T., Winters, S.E., Woods, B.W. 2000. Experimental comparison of a Shack-Hartmann sensor and phase-shifting interferometer for large-optics metrology applications. *Appl. Opt.* 39, 4540-4546.
- Lane, R. G. , Tallon, M. 1992. Wave-front reconstruction Shack-Hartmann sensor. *Applied Optics*. Vol. 31, No. 32, 6902-6908.
- Li, D., Bonnell, D. A. 2008. Controlled patterning of ferroelectric domains: fundamental concepts and applications. *Annu. Rev. Mater. Res.* 38, 351–368.
- Li, J., Gong, Y., Chen, H., Hu, X. 2015. Wave-front reconstruction with Hartmann–Shack sensor using a phase-retrieval method. *Opt. Commun.* 336, 127–133.
- Malacara, D. 2007. *Optical Shop Testing*, Wiley-Interscience.

- Mas, D., Pérez, J., Hernández, C., Vázquez, C., Miret, J. J., Illueca, C. 2003. Fast numerical calculation of Fresnel patterns in convergent systems. *Opt. Commun.* 227, 245–258.
- Meijer, J. 2004. Laser beam machining (LBM), state of the art and new opportunities. *J. Mater. Process. Technol.* 149, 2-17.
- Miller, G. D. 1998. Periodically poled lithium niobate: modeling, fabrication, and nonlinear-optical performance. Dissertation. Stanford University.
- Myers, L. E., Eckardt, R. C., Fejer, M. M., Byer, R. L., Bosenberg, W. R., Pierce, J. W. 1995. Quasi-phase-matched optical parametric oscillators in bulk periodically poled LiNbO₃. *J. Opt. Soc. Am. B* 12, 2102–2116.
- Neal, D. R., Copland, J., Neal, D. A. 2002. Shack–Hartmann wavefront sensor precision and accuracy. *Proc. SPIE* 4779, 148–160.
- Negrete-Regagnon, P. (1995). Bispectral imaging in astronomy. Tesis de doctorado, Imperial college. 126 pp.
- Paturzo, M., De Natale, P., De Nicola, S., Ferraro, P., Mailis, S., Eason, R. W., Coppola, G., Iodice, M., Gioffré, M. 2006. Tunable twodimensional hexagonal phase array in domain-engineered Z-cut lithium niobate crystal. *Opt. Lett.* 31, 3164–3166.
- Petosa, A., Thirakoune, S., Minin, I. V., Minin, O. V. 2006. Array of hexagonal Fresnel zone plate lens antennas. *Electron. Lett.* 42, 834–836.
- Platt, B.C., Shack, R. 2001. History and principles of Shack-Harmann wavefront sensing. *J. Refract. Surg.* 17, S573-S577.
- Ren, J., Cui, X., Lee, L. M., Yang, C. 2012. Quantitative surface normal measurement by a wavefront camera. *Opt. Lett.* 37, 199–201.
- Robles, M., 2005. Generación simultánea del segundo y tercer armónicos mediante cuasi-empatamiento de fases. Tesis de Maestría. CICESE
- Scrymgeour, D.A., Gopalan, V., 2005. Phenomenological theory of a single domain wall in uniaxial trigonal ferroelectrics: lithium niobate and lithium tantalite. *Physycal review B.* 71, 184110.
- Shur, V. Y., Rumyantsev, E. L., Batchko, R. G., Miller, G. D., Fejer, M. M., Byer, R. L. 1999. Domain kinetics in the formation of a periodic domain structure in lithium niobate. *Phys. Solid State* 41, 1681–1687.
- Stevenson, R. M., Norman, M. J., Bett, T. H., Pepler, D. A., Danson, C. N., Ross, I. N. 1994. Binary-phase zone plate arrays for the generation of uniform focal profiles. *Opt. Lett.* 19, 363–365.
- Takeda, M., Ina, H. and Kobayashi, S. 1986. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry. *J. Opt. Soc. Am.*, Vol. 72, No 1, (1986)
- Visscher, G. 2014. Large scale wavefront reconstruction for the next generation of Extremely Larga Scale Telescopes. Master in science thesis. Delft University of Technology.
- Wenchen, Z., Raasch, T.W., Yi, A.Y. 2016. Design, fabrication, and testing of a Shack-Hartmann sensor with an automatic registration feature. *Applied Optics.* 55(28): 7892-7899.

- Wie, R.S., Gaylord, T.K. 1985. Lithium niobate: summary of physical properties and crystal structure. *Applied physics A*. 37, 191-203.
- Yoon, G., Pantanelli, S., Nagy, L.J. 2006. Large-dynamic-range Shack-Hartmann wavefront sensor for highly aberrated eyes. *J. Biomed. Opt.* 11, 030502.

Anexo

A. El efecto electro óptico

El efecto electro óptico es un fenómeno que toma lugar cuando la propagación de la luz por un cristal es afectada por el reacomodo de las cargas eléctricas debido a la aplicación de un campo eléctrico externo. Este efecto puede ser usado para modular ya sea la amplitud o la fase de los rayos que pasan a través del cristal.

Debido a la aplicación del campo eléctrico puede ocurrir un reacomodo de los iones que conforman la estructura del cristal y/o una deformación de la propia red cristalina, lo que provoca un cambio en la anisotropía del material y a su vez modifica la indicatriz óptica que describe geoméricamente la manera en la que están representados todos los posibles índices de refracción en el medio. En aquellos cristales que carecen de un centro de simetría, el cambio en la indicatriz dado como consecuencia de la aplicación del campo eléctrico externo tiene un comportamiento proporcionalmente lineal, por lo tanto, exhiben efecto electro óptico también lineal (conocido como efecto Pockels). Si el cristal posee un centro de simetría, el cambio en las propiedades ópticas guarda una dependencia cuadrática con el campo aplicado (efecto Kerr). Para cualquier sistema de coordenadas cartesianas la ecuación de indicatriz tiene la siguiente forma general

$$\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2},$$

donde para un cristal uniaxial $n_x=n_y$, siendo x,y,z paralelos a los ejes dieléctricos principales, el campo eléctrico E es paralelo con el vector de desplazamiento D y con el vector de Poyting en cualquier dirección de propagación. Como resultado de la aplicación de un campo eléctrico, la indicatriz está representada por

$$\left(\frac{1}{n^2}\right)_1 x^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_2 y^2 + \left(\frac{1}{n^2}\right)_3 z^2 + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_4 yz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_5 xz + 2\left(\frac{1}{n^2}\right)_6 xy = 1.$$

Si el efecto electro óptico es lineal, el campo aplicado cambia cada uno de los coeficientes $(1/n^2)_i$ de manera que mantienen una dependencia lineal con las componentes del campo E_x , E_y y E_z . Este cambio en el coeficiente es descrito por el tensor electro-óptico \bar{r} a través de la siguiente relación

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i = \sum_{j=1}^3 r_{ij} E_j,$$

donde $i=1,\dots,6$, $j=x,y,z=1,2,3$, r_{ij} es el ij -ésimo elemento del tensor electro óptico lineal en notación contraída. El tensor $\overset{=}{r}$ puede ser representado por una matriz de 6×3

$$\begin{pmatrix} \Delta(1/n^2)_1 \\ \Delta(1/n^2)_2 \\ \Delta(1/n^2)_3 \\ \Delta(1/n^2)_4 \\ \Delta(1/n^2)_5 \\ \Delta(1/n^2)_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \\ r_{41} & r_{42} & r_{43} \\ r_{51} & r_{52} & r_{53} \\ r_{61} & r_{62} & r_{63} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}.$$

Los valores de los elementos que conforman el tensor electro-óptico están dados en función de la simetría del cristal. Para un cristal trigonal perteneciente al grupo $3m$ (como es el caso de $LiNbO_3$ y $LiTaO_3$) tenemos que

$$\overset{=}{r} = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{42} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Suponiendo que el campo eléctrico se propaga en la dirección de z , entonces

$$\left(\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_{1,2,3,4,5,6} \right) = \begin{pmatrix} 0 & -r_{22} & r_{13} \\ 0 & r_{22} & r_{13} \\ 0 & 0 & r_{33} \\ 0 & r_{42} & 0 \\ r_{42} & 0 & 0 \\ -r_{22} & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r_{13} \\ r_{13} \\ r_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} E_z.$$

Sustituyendo esta expresión en el elipsoide de polarización tenemos que

$$\left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_z\right)x^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_z\right)y^2 + \left(\frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_z\right)z^2 = 1 \cdot$$

Si escribimos la nueva elipsoide como $\frac{x^2}{n_x^2} + \frac{y^2}{n_y^2} + \frac{z^2}{n_z^2} = 1$, tenemos que los nuevos coeficientes para las coordenadas x,y están dados como

$$\frac{1}{n_{x,y}^2} = \frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_z \cdot$$

Al despejar el término $(n_{x,y})^2$ de la ecuación anterior tenemos que

$$n_{x,y}^2 = \frac{1}{\frac{1}{n_o^2} + r_{13}E_z} = \frac{n_o^2}{1 + n_o^2 r_{13}E_z} \cdot$$

Por lo tanto, el índice de refracción en las coordenadas x,y puede ser expresado de la siguiente manera

$$n_{x,y} = \frac{n_o}{\sqrt{1 + n_o^2 r_{13}E_z}} \cdot$$

Lo cual puede ser reescrito mediante una expansión en series de Taylor como

$$n_{x,y} \approx n_o \left(1 - \frac{1}{2} n_o^2 r_{13}E_z\right) = n_o - \frac{1}{2} n_o^3 r_{13}E_z \cdot$$

Haciendo el mismo desarrollo para el coeficiente de la coordenada z del elipsoide $x^2/(n_x)^2 + y^2/(n_y)^2 + z^2/(n_z)^2 = 1$ podemos determinar que:

$$\frac{1}{n_z^2} = \frac{1}{n_e^2} + r_{33}E_z \Rightarrow n_z \approx n_e - \frac{1}{2} n_e^3 r_{33}E_z \cdot$$

La modulación electro óptica se puede clasificar como transversal o longitudinal dependiendo de la manera en la que el voltaje es aplicado con respecto a la dirección de propagación de la luz. Nuestros arreglos de placas zonales realizan una modulación longitudinal en función del voltaje aplicado a través de electrodos semitransparentes depositados en las caras de una oblea cristalina con un espesor $L=500 \mu\text{m}$. Las caras del cristal son paralelas con el plano cristalográfico x,y , mientras que tanto el campo eléctrico aplicado como el haz de luz se propagan en dirección del eje z .

Una onda óptica a la salida del cristal en $z=L$ está dada como

$$E_o(t) = E_i \cos(\omega t - \phi) ,$$

donde

$$\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_x + \Delta n_x) L = \phi_o + \Delta \phi_x ,$$

es el corrimiento de fase total. La fase inducida eléctricamente está dada por el término $\Delta \phi_x$

$$\Delta \phi_x = \frac{2\pi}{\lambda} L \Delta n_x .$$

El cambio en el índice de refracción es

$$\Delta n_x \approx \frac{1}{2} n_x^3 r E ,$$

Donde r es el coeficiente electro óptico correspondiente y $E = V/L$. El corrimiento de fase inducido por el voltaje aplicado está dado como

$$\Delta \phi_x = \frac{\pi}{\lambda} n_x^3 r V .$$