

TESIS DEFENDIDA POR

Edwin Martínez Aragón

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director del Comité

Dr. Salvador Villarreal Reyes

Miembro del Comité

Dr. José Luis Medina Monroy

Miembro del Comité

Dr. Carlos Alberto Brizuela Rodriguez

Miembro del Comité

Dr. Roberto Conte Galván

*Coordinador del programa de
posgrado en Electrónica y Telecomunicaciones*

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director de Estudios de Posgrado

24 de agosto de 2010

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE
EDUCACIÓN SUPERIOR DE ENSENADA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS
EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

**SÍNTESIS DE AGRUPACIÓN LINEAL DE ANTENAS EMPLEANDO
ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN BASADO EN COLONIA DE
HORMIGAS**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
MAESTRO EN CIENCIAS

Presenta:

EDWIN MARTÍNEZ ARAGÓN

Ensenada, Baja California, México, agosto de 2010.

RESUMEN de la tesis de **EDWIN MARTÍNEZ ARAGÓN**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES con orientación en TELECOMUNICACIONES. Ensenada, Baja California, agosto de 2010.

SÍNTESIS DE AGRUPACIÓN LINEAL DE ANTENAS EMPLEANDO ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN BASADO EN COLONIA DE HORMIGAS

Resumen aprobado por:

Dr. David Hilario Covarrubias Rosales

Director de Tesis

El uso de una agrupación de antenas en la estación base de un sistema de comunicaciones móviles celulares aumenta considerablemente la capacidad de atención a usuarios. La evolución y tendencia del estudio de agrupación de antenas centra su atención en sintetizar diagramas de radiación, los cuales permitan el direccionamiento de nulos en direcciones preestablecidas mientras se presta atención a la señal deseada.

Existen diversas técnicas analíticas que permiten alcanzar dichos objetivos, bajo el concepto de optimización del haz principal y cancelación de interferentes, pero no hay alguna que cumpla con la optimización multi-objetivo planteada. Por ello se hace necesario el uso de optimización numérica para resolver problemas de naturaleza multimodal, multivariable y multi-objetivo, como lo es el problema de síntesis electromagnética presentado en este trabajo. La síntesis del diagrama de radiación de una agrupación se puede modificar controlando sólo la separación de los elementos de antena. Si se considera un número par de elementos con simetría respecto al centro de la agrupación, se reduce a la mitad el tiempo de convergencia.

Por lo anterior, en este trabajo se plantea el uso de una técnica novedosa de optimización metaheurística como lo es colonia de hormigas, para la optimización de la síntesis de agrupaciones lineales de antenas, la optimización del lóbulo principal y la generación de nulos en direcciones preestablecidas. Dicha síntesis se logra controlando sólo la posición de cada uno de los elementos de la agrupación de antenas.

Palabras Clave: Comunicaciones Móviles Celulares, Síntesis de Agrupación de Antenas, Cancelación de Interferentes en Multi - cluster, Colonia de Hormigas.

ABSTRACT of the thesis presented by **EDWIN MARTÍNEZ ARAGÓN**, in partial fulfillment of the requirements of the degree of MASTER IN SCIENCES in ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS with orientation in TELECOMMUNICATIONS. Ensenada, Baja California, august 2010.

LINEAR ARRAY ANTENNAS SYNTHESIS USING AN ANT COLONY OPTIMIZATION BASED ALGORITHM

The use of antenna arrays at the base station of a cellular mobile communications system increases considerably the system capacity. Evolution and trends in the study of antenna arrays focus on pattern synthesis, which allows null steering in predefined directions while receiving the desired signal.

There are several analytical techniques that work in optimization of the main beam and many others than focus on the cancelation of interference, but there isn't one that accomplishes with the proposed multi-objective optimization. Therefore, it becomes necessary to use numerical optimization in order to solve problems of a multimodal, multivariate and multi-objective type, such as the problem of electromagnetic synthesis presented in this work. The synthesis of array pattern can be changed controlling only the element's position. Considering even elements symmetrically distributed with respect to the array's center reduces by half the time of convergence.

Hence, this work uses a novel metaheuristic optimization technique known as Ant Colony Optimization, to optimize the synthesis of linear antenna array. This synthesis is achieved by controlling only the position of each element of the antenna array.

Keywords: Cellular mobile communications, Synthesis of Antenna arrays, Interference Cancelation in Multi-Cluster, Ant Colony Optimization.

A mis padres, Modesto y Teresa

A mis hermanas, Ingrid y Virginia

*A ti, que aun no te conozco pero has
llenado de ilusiones mi vida*

Agradecimientos

A Dios, por permitirme vivir esta etapa de mi vida y ayudarme en el logro de este objetivo.

Al mis padres Modesto y Tere, así como a mis hermanas Virginia e Ingrid por apoyarme en todos los momentos de mi vida.

A una gran mujer que me apoyó y alentó siempre para la culminación de este proyecto, gracias Vane.

Al Dr. David Hilario Covarrubias Rosales por su excelente dirección en el presente trabajo de tesis, gracias a sus consejos, paciencia y apoyo. Sobre todo gracias por su valiosa amistad.

A los miembros del comité de tesis Dr. Salvador Villareal Reyes, Dr. Carlos A. Brizuela Rodríguez, Dr. José Luis Medina Monroy, gracias por sus consejos y sus valiosas aportaciones realizadas en el desarrollo de esta tesis.

A todos los investigadores, estudiantes y personal del departamento de electrónica por su enseñanza académica.

Al Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI) del CICESE por su apoyo y compañía.

A mis compañeros de generación por todos los agradables momentos que vivimos.

Al CONACyT y proyecto de investigación por su apoyo económico.

Contenido

	Página
Resumen en Español	i
Resumen en Inglés	ii
Dedicatoria	iii
Agradecimientos	iv
Contenido	v
Lista de Figuras	viii
Lista de Tablas	xi
I. Introducción	1
I.1 Antenas inteligentes y las comunicaciones móviles celulares	1
I.1.1 Las antenas inteligentes	2
I.2 Formulación del problema	3
I.3 Objetivo de la tesis	6
I.4 Metodología de la investigación	7
I.5 Organización de la tesis	7
II. Agrupación de Antenas y Síntesis	10
II.1 Introducción	10
II.2 Agrupación de antenas	10
II.2.1 Agrupación lineal no uniforme de antenas y su factor de agrupación	11
II.3 Diagrama de radiación	15
II.3.1 Lóbulos y nulos	15
II.3.2 Nivel de aislamiento y ancho de haz	17
II.4 Síntesis de agrupación de antenas	20
II.5 Conclusiones	24
III. Optimización Global y Colonia de Hormigas	25
III.1 Introducción	25
III.2 Optimización global	25
III.2.1 Función objetivo	26
III.2.2 Máximos, mínimos y óptimos de funciones	26
III.2.3 Funciones multi-objetivo	28

Contenido (continuación)

	Página	
III.2.4	Óptimo de Pareto	28
III.2.5	Optimización combinatoria y metaheurísticas	29
III.3	Optimización por Colonia de Hormigas	31
III.3.1	Comportamiento de las hormigas y la optimización	32
III.3.2	Las hormigas artificiales y la metaheurística.	36
III.4	Conclusiones.	42
IV.	Modelado de la Síntesis de Agrupación Lineal de Antenas con Sepa-	
	ración No Uniforme	43
IV.1	Introducción	43
IV.2	Conceptos previos	44
IV.2.1	Grafos	44
IV.3	Modelación de la síntesis de agrupación lineal de antenas	48
IV.3.1	Discretizando las variables	49
IV.3.2	El espacio de soluciones como una arborescencia	51
IV.3.3	Función de calidad	52
IV.3.4	Optimización por Colonia de Hormigas aplicada a la síntesis de agrupación de antenas	54
IV.3.5	Representación compacta	56
IV.3.6	Diagrama de flujo	57
IV.4	Conclusiones	60
V.	Simulaciones y Análisis Numérico	61
V.1	Introducción	61
V.2	Consideraciones de simulación	61
V.3	Equipo de cómputo empleado	62
V.4	Selección inicial de parámetros	63
V.5	Escenarios de simulación	64
V.5.1	Optimización del nivel de aislamiento	65
V.5.2	Optimización del nivel de aislamiento y ancho de haz	69
V.5.3	Optimización de nulos en tres posiciones.	72
V.5.4	Optimización del nivel de aislamiento y nulos en tres posiciones.	74
V.5.5	Optimización del nivel de aislamiento, ancho de haz y nulo en una dirección	77
V.5.6	Generación de un nulo sectorial	79
V.6	Análisis del tiempo de ejecución	82
V.7	Cancelación de interferentes en un entorno multi-cluster gaussiano uti- lizando síntesis de agrupación mediante Colonia de Hormigas	85

Contenido (continuación)

	Página
V.7.1 Antecedentes	85
V.7.2 Ejemplo de cancelación de dispersores - caso CICESE	86
V.7.3 Proceso de simulación	86
V.7.4 Resultados finales	91
V.8 Conclusiones	91
VI. Conclusiones y Trabajo Futuro	93
VI.1 Introducción	93
VI.2 Referente a la síntesis del diagrama de radiación de una agrupación lineal no uniforme de antenas	93
VI.3 Referente a la optimización mediante Colonia de Hormigas	94
VI.4 Referente a la modelación del problema	96
VI.5 Referente a las simulaciones y análisis numérico	98
VI.6 Trabajo futuro	100
Referencias	102

Lista de Figuras

Figura		Página
1	Bloques que conforman los sistemas de antenas inteligentes empleados en las comunicaciones móviles celulares.	2
2	Diagrama de radiación de una estación base habilitada con agrupación de antenas.	4
3	Metodología de investigación aplicada en esta tesis.	7
4	Geometría en campo lejano de un agrupamiento lineal no uniforme de $2N$ elementos.	12
5	Diagrama de radiación para un arreglo lineal uniforme de 10 elementos. Se señalan el lóbulo principal, los lóbulos secundarios y los nulos que posee dicho diagrama.	16
6	Diagrama de radiación para un arreglo lineal uniforme de 10 elementos. Se señalan el nivel de aislamiento (SLL) y el ancho de haz (BW).	18
7	Curva compromiso entre el nivel de aislamiento y el ancho de haz para una agrupación lineal no uniforme de 10 elementos.	20
8	Métodos de síntesis de agrupación de antenas.	21
9	Óptimos locales y globales para una función bidimensional.	27
10	Experimento del doble puente (a) Las ramas son de igual longitud (b) Las ramas son de longitud distinta.	34
11	Representación gráfica mediante una arborescencia, para el modelado de la síntesis de agrupación lineal de antenas.	51
12	Representación gráfica compacta para el modelado de la síntesis. La línea discontinua de rectas y puntos ejemplifica el recorrido de una hormiga.	56
13	Diagrama de flujo de los principales pasos en el algoritmo de hormigas.	59
14	Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 10 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas (línea sólida) comparado con la respuesta natural (línea punteada).	66
15	Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización del SLL.	67

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
16	Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 10 elementos obtenido en esta tesis (línea sólida) comparado con la respuesta reportada en Rajo y Quevedo (línea punteada).	68
17	Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas optimizando el SLL y BW.	70
18	Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización de SLL y BW.	71
19	Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas optimizando el posicionamiento de 3 nulos.	73
20	Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización del posicionamiento de tres nulos.	74
21	Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas optimizando el SLL y posicionando 3 nulos.	75
22	Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización de SLL y 3 Nulos.	76
23	Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por ACO, se optimiza el SLL, BW y posicionando un nulo en 81°	77
24	Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización del SLL, BW y posicionamiento de un nulo.	79
25	Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por ACO imponiendo la generación de un nulo sectorial entre 66.2° y 71.0°	80
26	Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización de un BBN.	81
27	Comparativa de los tiempos de ejecución para 500 iteraciones del algoritmo empleando modelos distintos.	84

Lista de Figuras (continuación)

Figura		Página
28	Imagen satelital del campus CICESE (Cluster 1) y el Centro de Investigación de la UNAM (Cluster 2) (Copyright Google Earth).	87
29	Diagrama fasorial mostrando la posición de los clusters primario y secundario y sus correspondientes dispersores, antes de aplicar la cancelación utilizando la síntesis de agrupación.	88
30	PDF del tiempo de arribo del modelo de referencia antes de la cancelación de dispersores	88
31	PDF del ángulo de arribo para el modelo de referencia antes de la cancelación de dispersores.	89
32	Diagrama fasorial de los clusters y sus correspondientes dispersores una vez aplicada la cancelación de dispersores.	89
33	PDF del tiempo de arribo para el modelo una vez aplicada la cancelación de dispersores.	90
34	PDF del ángulo de arribo una vez aplicada la cancelación de dispersores.	90

Lista de Tablas

Tabla		Página
I	Parámetros de configuración inicial para ACO	64
II	Escenarios desarrollados en esta sección y sus respectivas restricciones .	65
III	Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 10 elementos correspondiente a la Figura 14	67
IV	Comparativa entre las respuestas de los algoritmos de optimización ACO propuesta y comparada con la Rajo Iglesias.	69
V	Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 17	72
VI	Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 19	74
VII	Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 21	77
VIII	Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 23	79
IX	Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 25	81
X	Parámetros de los clusters determinados para el modelo de referencia. .	86
XI	Comparativa entre el estado inicial y final de multi-cluster.	91

Capítulo I

Introducción

I.1 Antenas inteligentes y las comunicaciones móviles celulares

Actualmente, en el mercado de las comunicaciones móviles celulares se ha visto una creciente demanda en cuanto al tráfico de datos, superando por mucho al tráfico de voz. Adicionalmente se ha visto un incremento en el número de usuarios. Es por ello que con el crecimiento de las comunicaciones inalámbricas surge la necesidad de desarrollar tecnologías con alta eficiencia espectral; ello, con la finalidad de obtener un crecimiento proporcional en el número de usuarios soportados (con la misma carga de tráfico por usuario) o un incremento en el throughput disponible por usuario (con el mismo número de usuarios). Esto al mantener sin cambio parámetros como la banda de frecuencia de operación, ancho de banda asignado (porción del espectro) y el espaciamiento inter-celda. Por lo tanto al no tener alternativas como el incremento del espectro o el posicionar más cell sites¹, la mejor opción es buscar la eficiencia espectral.

Por razones obvias, mejorar la eficiencia espectral conlleva un costo que por lo general implica una mayor complejidad en los equipos, tanto del usuario como de la base. Dicha complejidad puede surgir por un incremento en el número de cálculos requeridos para procesar las señales o por componentes de radio adicionales. Es por ello que la tendencia en tecnologías como LTE (Long Term Evolution), UMB (Ultra

¹Cell sites es un término empleado para referirse al sitio en donde las antenas y equipo de comunicación electrónico son posicionados en un mástil o torre para crear una célula en una red celular.

Mobile Broadband) y WiMAX (Worldwide Interoperability for Microwave Access) es buscar soluciones que mejoren la eficiencia espectral con una baja complejidad.

Cuando se determina la mejor área en la cual enfocar los esfuerzos, es importante notar que tecnologías como HSDPA (High Speed Downlink Packet Access) en su capa de enlace, están llegando a sus límites teóricos impuestos principalmente en función de la relación señal a ruido² (SNR). Es por ello que las futuras mejoras tecnológicas se enfocaran en mejorar aspectos en el desempeño del sistema que maximicen el SNR experimentado, en lugar de enfocarse a mejoras en la capa de enlace [3G-Americas, 2008].

Dentro de las tecnologías que mejoran la relación señal a ruido en el sistema se encuentran aquellas que minimizan la interferencia a través del uso de antenas inteligentes.

I.1.1 Las antenas inteligentes

Los sistemas basados en antenas inteligentes se basan en la generación de diagramas de radiación que tengan la capacidad de adaptarse al medio en el cual se transmite [Godara, 2004]. Están formados de dos subbloques: el conjunto de elementos radiadores y el procesamiento digital de las señales, tal y como se muestran la Figura 1.



Figura 1. Bloques que conforman los sistemas de antenas inteligentes empleados en las comunicaciones móviles celulares.

² La relación señal a ruido se define como el margen que hay entre la potencia de la señal que se transmite y la potencia del ruido.

Para el sistema comunicación celular en el bloque de los elementos radiantes encontraremos una agrupación de antenas³, seguido de los elementos de procesamiento de las señales y agregando la parte de las funciones normales de la estación base (EB).

De interés en esta tesis son los agrupamientos de antenas adaptativos. Dichos sistemas implican una alta carga en el procesado y se utilizan algoritmos más complicados que necesitan ser procesados en tiempos muy cortos. Mediante algoritmos de dirección de arribo (DOA), se determina la fuente de interés para generar así un lóbulo principal en la dirección del usuario deseado y nulos en la dirección de los interferentes⁴, logrando así un incremento tanto en la capacidad del sistema como en la zona de cobertura [Balanis, 2005]. Al lograr esta distinción espacial del usuario, se pueden tener a varios usuarios utilizando al mismo tiempo la misma frecuencia y el mismo código (o mismo intervalo de tiempo), discriminándolos únicamente por su posición angular respecto de la estación base, surgiendo así una nueva dimensión para la gestión del espectro mediante el acceso múltiple por división espacial (SDMA).

I.2 Formulación del problema

Esta tesis se ubica en el marco de la síntesis de agrupación de antenas aplicada a sistemas de comunicaciones móviles celulares. En particular, se consideran sistemas basados en antenas inteligentes que emplean una agrupación de antenas en la estación base. En este caso, se utiliza un cierto nivel de procesamiento de las señales que llegan a los elementos de la agrupación de antena, para conformar así un diagrama de radiación directivo hacia un usuario determinado y simultáneamente generar nulos y/o regiones de nulos para la cancelación de interferentes. Esto como se muestra en la Figura 2.

³En este trabajo el término agrupación de antenas es referido al término en inglés antenna array.

⁴El número de nulos generados esta en relación directa con el número de elementos de antena

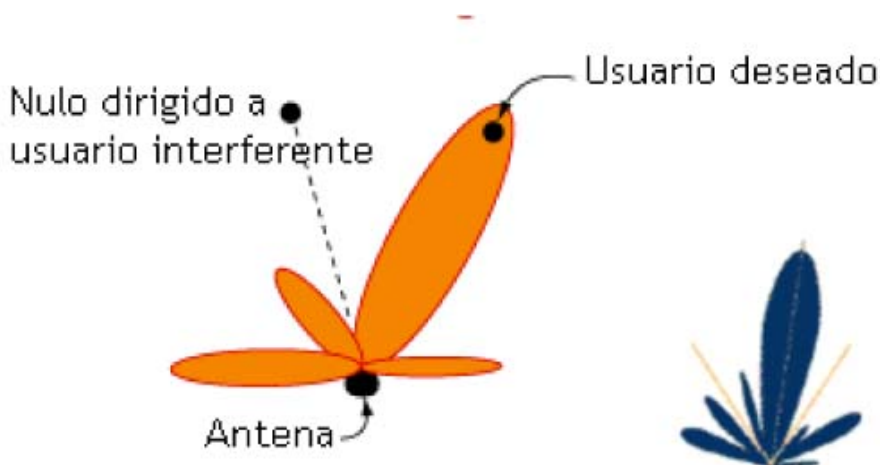


Figura 2. Diagrama de radiación de una estación base habilitada con agrupación de antenas.

En los últimos nueve años dentro del Grupo de Comunicaciones Inalámbricas (GCI) del CICESE se ha venido enfrentando el reto de la síntesis de agrupaciones de antenas. Para ello, se han empleado diversos tipos de algoritmos, desde los basados en técnicas exactas hasta los basados en técnicas de cómputo evolutivo y técnicas metaheurísticas.

Dentro de técnicas exactas se puede mencionar: el trabajo en optimización convexa, que a través de la manipulación matemática logra expresar un problema de minimización como un problema de optimización convexa [Torrealba Meléndez, 2007]; la aplicación de polinomios de Legendre a la síntesis de una agrupación de antenas [Sánchez Gómez, 2007] y el trabajo referente al círculo unitario de Schelkunoff, el cual está basado en el método subpolinómico de Schelkunoff [Montoya Becerra, 2009]. Respecto a las técnicas de cómputo evolutivo encontramos los algoritmos genéticos, en el cual se realiza una búsqueda estocástica basada en conceptos darwinianos para así sintetizar el diagrama de radiación [Panduro Mendoza, 2004]. Por la parte de las técnicas metaheurísticas se mencionan; la evolución diferencial, la cual realiza una manipulación geométrica de soluciones [Rocha Alicano, 2006]; el PSO basado en el estudio social de

un colectivo, tal como banco de peces o parvada de aves [Arce Casas, 2008]; y el Algoritmo de Abejas, imitando el comportamiento natural de las abejas en su proceso de búsqueda y recolección de alimento [González Islas, 2009].

En general las técnicas para síntesis de agrupación de antenas están basadas en la variación de parámetros tales como la excitación de los elementos (amplitud y/o fase) y la posición de los elementos de la agrupación. Si bien las técnicas enfocadas a controlar tanto la amplitud como la fase son las más comunes, dado que ofrecen el mayor número de soluciones posibles, son también las más costosas considerando el costo de los controladores utilizados para cambiar la fase y los atenuadores variables. Por otro lado, el control de la posición de los elementos con el uso de un sistema mecánico (como los servomotores) es una alternativa menos costosa para el control de la síntesis en la agrupación, sin embargo este tipo de síntesis requiere técnicas de optimización no lineales.

Es bien sabido que las técnicas de optimización clásicas por lo regular se estancan en mínimos locales si los valores prueba iniciales no están lo suficientemente cerca de la solución óptima global. La mayoría de las técnicas de optimización clásica y enfoques analíticos también carecen de generación de soluciones flexibles o multi-objetivo para un problema de síntesis de agrupación dado. Estas desventajas de las técnicas clásicas y analíticas aunado al rápido desarrollo de las tecnologías computacionales en los últimos años, han impulsado el uso de algoritmos de optimización evolutiva basados en metodologías de inteligencia computacional.

Es por ello que en el presente trabajo, el sistema de antenas inteligentes que se considera en el receptor de la estación base consiste en el empleo de una agrupación de antenas lineales con separación no uniforme. Esto es, una agrupación de antenas en la que se varía la posición en la cual se ubican los distintos elementos radiadores, de

modo que puede controlarse el diagrama de radiación generado por la agrupación. Cabe mencionar que este tipo de agrupaciones no uniformes no se trabajaba desde el año 2006 en el grupo, además que en la presente investigación se ha llevado mas allá el análisis de la agrupación de antenas al agregar el direccionamiento de los nulos y/o generación de regiones de muy baja energía (Broadband Nulls) evaluando sus prestaciones en términos de rechazos de interferentes.

De esta manera, la presente tesis aborda la problemática asociada a la optimización en el diseño de agrupación de antenas lineales con separación no uniforme, con el objetivo de mejorar las características de radiación del sistema que permitan tener una mayor reducción de interferencia y con ello mejorar la capacidad del sistema. Un aspecto importante de originalidad de este trabajo, es el hecho de que se aborda el modelado y simulación de una agrupación lineal de antenas con separación no uniforme, empleando algoritmos de optimización estocástica, particularmente aquellos conocidos como algoritmos basados en población de soluciones (Colonia de Hormigas).

I.3 Objetivo de la tesis

En esta tesis se plantea la optimización de la síntesis de una agrupación lineal de antenas con separación no uniforme empleando algoritmos basados en Colonia de Hormigas, analizando sus prestaciones en términos de versatilidad ante una serie de restricciones impuestas y tiempo de convergencia, y comparándola con optimización basadas en otras técnicas metaheurísticas. La optimización en dicha síntesis se llevará a un escenario de alta densidad de dispersores en un entorno celular, buscando evaluar las mejoras en términos de cancelación de interferentes en un sistema de comunicaciones móviles celulares.

I.4 Metodología de la investigación

La metodología de investigación que se siguió en el desarrollo de este trabajo se presenta en el esquema de la Figura 3.

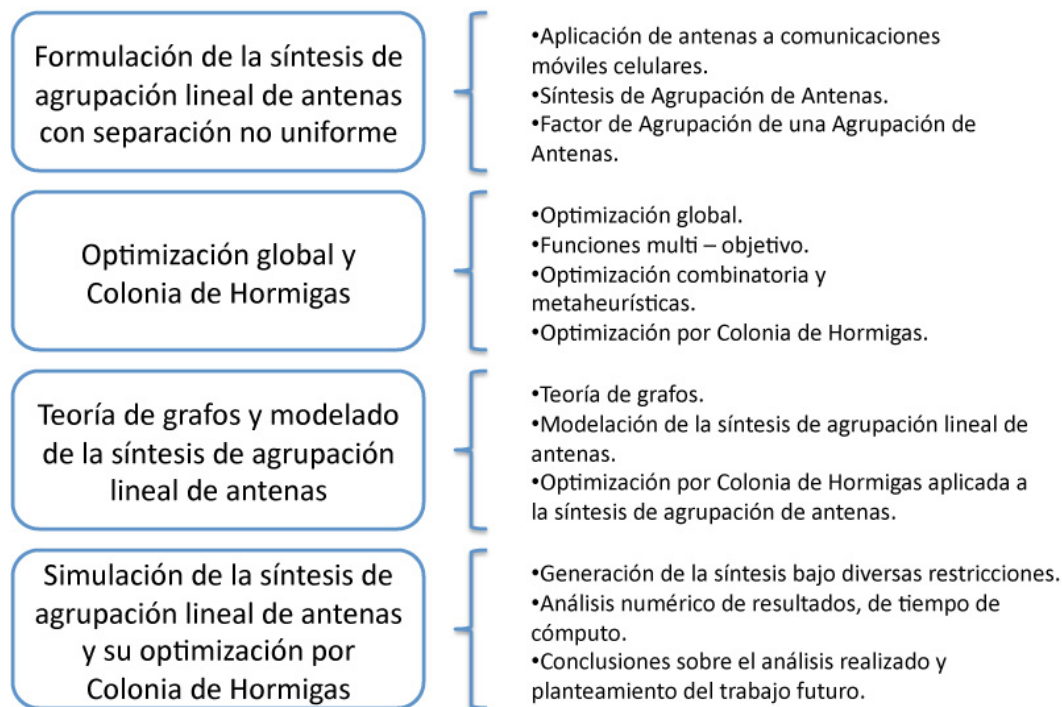


Figura 3. Metodología de investigación aplicada en esta tesis.

I.5 Organización de la tesis

En base a la metodología presentada en la Figura 3, el capítulo II aborda el estudio de la síntesis de una agrupación lineal de antenas con separación no uniforme. Esto implica estudiar de manera concreta los fundamentos de una agrupación de antenas, para después abordar el estado del arte, el cual contempla las técnicas de optimización metaheurística.

Como parte del segundo capítulo se abordan los parámetros principales que definen las características deseadas en el diagrama de radiación de una agrupación lineal de antenas. En base a ello se definen las expresiones que posibilitan la evaluación de la calidad de la respuesta por parte de la metaheurística y que conjuntan la parte algorítmica y el modelado del problema.

En el capítulo III se realiza de manera general un estudio sobre la optimización global, concretamente sobre los problemas de optimización de tipo combinatorio. En dicho estudio se sustentan los fundamentos, parámetros y aplicaciones de la metaheurística Colonia de Hormigas. Se analizan también las características que debe cumplir el modelado del problema para ser sujeto de optimización por parte del algoritmo de Colonia de Hormigas.

En el capítulo IV se introducen conceptos básicos sobre la teoría de grafos. Esto con la finalidad de desarrollar el modelado del problema bajo análisis con el enfoque de un grafo de construcción conexo, lo cual es un requisito indispensable para la aplicación de la metaheurística. Se analizan las restricciones que deben cumplir el espacio de soluciones y la forma en que se llega a un planteamiento novedoso y no reportado como lo es la modelación mediante arborescencias. Se definen también las expresiones, que en términos del factor de agrupamiento, evaluarán de manera cuantitativa la calidad de la solución entregada por el algoritmo.

El capítulo V muestra los resultados obtenidos de simulaciones realizadas y se hace un análisis numérico del problema de síntesis de agrupación de antenas planteado, esto bajo el concepto de optimización del lóbulo principal y cancelación de interferentes. En esta sección se enfatiza la importancia de la puesta a punto y el estudio paramétrico del algoritmo, ya que ello supeditará el buen funcionamiento del algoritmo. En el mismo capítulo se realiza el análisis del tiempo de cómputo registrado en todos los procesos

de simulación.

Por último, en el capítulo VI se presentan las conclusiones generales. Además, se realiza un análisis que permite hacer una evaluación global del objetivo planteado en esta tesis. En este apartado también se hace mención del trabajo futuro que puede realizarse sobre la misma línea de investigación

Capítulo II

Agrupación de Antenas y Síntesis

II.1 Introducción

En este capítulo se presenta una breve revisión de los fundamentos teóricos de las agrupaciones de antenas, enfocándose en los aspectos relevantes de la síntesis de agrupaciones lineales con separación no uniforme. Para ello, se describe una simplificación matemática para el cálculo del diagrama de radiación de la agrupación, empleando para ello agrupaciones pares y simétricas. Con esto se pretende generar una ecuación lo más simple posible para su posterior utilización en el proceso de optimización metaheurístico.

II.2 Agrupación de antenas

Una agrupación de antenas es un conjunto de elementos radiantes individuales alimentados desde una terminal común mediante redes lineales y distribuidos en alguna forma geométrica. El propósito de estas agrupaciones es producir un diagrama de radiación direccional, el cual brinde la capacidad de controlar a voluntad el haz principal para mejorar la cobertura y reducir interferentes.

Cada tipo de agrupación está conformado por un número finito de elementos de antena, los cuales están distribuidos de acuerdo a un cierto patrón geométrico y espaciados entre sí una distancia medida en términos de la longitud de onda. Los elementos

de la agrupación son considerados como sensores en la perspectiva de recepción y como radiadores en la perspectiva de transmisión.

Para generar diagramas con mayores prestaciones, es necesario que los campos de radiación de cada elemento interfieran constructivamente en direcciones deseadas y que interfieran destructivamente en el espacio restante. Así pues de acuerdo a Balanis [2005] se pueden definir cinco grados de libertad que pueden ser empleados para conformar el diagrama total de la antena, estos son:

- La configuración geométrica de la agrupación.
- La distancia relativa entre los elementos de antena.
- La excitación de amplitud de cada uno de los elementos de antena.
- La excitación en fase de cada uno de los elementos de antena.
- El diagrama de cada uno de los elementos de antena que conforman la agrupación

II.2.1 Agrupación lineal no uniforme de antenas y su factor de agrupación

El interés en las agrupaciones de antena no uniformes se sustenta principalmente en la posibilidad de obtener algunas características de radiación deseadas, empleando un número menor de elementos, que los empleados en agrupaciones de separación y amplitud uniforme. Así como las muchas dificultades prácticas al momento de la implementación de la red de alimentación en agrupaciones de antenas con amplitudes de excitación no uniforme, en particular las de microcinta que son una elección muy popular dentro de los diseñadores de antenas [Kurup *et al.*, 2003].

En un agrupamiento lineal no uniforme de antenas los elementos integrantes de la agrupación se encuentran dispuestos a lo largo de una línea recta, están separados entre sí una distancia d variable, y existe una distancia r entre el móvil y la agrupación de antenas tal como se muestra en la Figura 4.

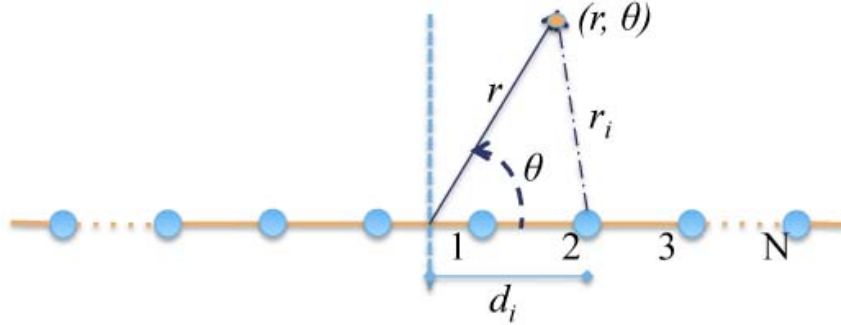


Figura 4. Geometría en campo lejano de un agrupamiento lineal no uniforme de $2N$ elementos.

El campo total radiado por el agrupamiento corresponde a la suma de los campos individuales radiados por cada elemento. Suponiendo un agrupamiento lineal de N elementos idénticos y sin acoplamiento mutuo entre los elementos, el campo total radiado por el agrupamiento está definido por :

$$E(r, \theta, I, \gamma) = \sum_{i=1}^N I_i e^{j\gamma_i} h(\theta) \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} \quad (1)$$

Donde:

I_i es la amplitud de la excitación del i -ésimo elemento.

γ_i es la fase de la excitación del i -ésimo elemento.

r_i es la distancia de cada elemento al punto de observación.

$h(\theta)$ denota el diagrama de radiación generado por las características físicas propias del dispositivo de antena.

k es el vector de onda y es igual a $2\pi/\lambda$.

Tomando en cuenta el punto de observación en un entorno de campo lejano¹ y banda estrecha², la siguiente aproximación es válida [Allen y Ghavami, 2005]:

$$r_i = r - d_i \cos(\theta) \quad (2)$$

Sustituyendo se obtiene:

$$\begin{aligned} E(r, \theta, I, \gamma) &= \sum_{i=1}^N I_i e^{j\gamma_i} h(\theta) \frac{e^{-jkr_i}}{r_i} = \sum_{i=1}^N I_i e^{j\gamma_i} h(\theta) \frac{e^{-jk(r-d_i \cos(\theta))}}{r_i} \\ &\approx h(\theta) \frac{e^{-jkr}}{r} \sum_{i=1}^N I_i e^{j(kd_i \cos(\theta) + \gamma_i)} \end{aligned} \quad (3)$$

Una parte de la expresión anterior es la que en la literatura se define como Factor de Agrupación (FA), el cual representa el diagrama de radiación de una agrupación de antenas cuyos elementos son iguales, que irradian de forma isotrópica y están orientados en la misma dirección:

$$AF_{lineal}(d, \theta, I, \gamma) = \sum_{i=1}^N I_i e^{j(kd_i \cos(\theta) + \gamma_i)} \quad (4)$$

De esta manera, el campo lejano producido por un agrupamiento lineal es equivalente al producto del campo de un solo elemento en el punto de referencia, y el factor de agrupación propio del agrupamiento lineal.

El factor de agrupamiento, en general, es una función del número de elementos, su estructura geométrica, sus amplitudes y fases relativas, y sus posiciones. Debido a que

¹Conocida también como zona de Fraunhofer y se refiere a que la distribución angular del campo de radiación es independiente a la distancia de la antena, $r \geq D^2/\lambda$, donde r es la distancia del punto de radiación al punto de medición, D la dimensión máxima de la antena y λ es la longitud de onda.

²Es una agrupación que opera con señales que tienen un ancho de banda fraccional (FB) de menos del 1%, es decir $FB < 1\%$, donde $FB = 2(f_h - f_l)/(f_h + f_l)$; f_h y f_l son las frecuencias superior e inferior respectivamente

el factor de agrupamiento no depende de las características directivas de los elementos radiantes, éste puede obtenerse reemplazando los elementos por fuentes puntuales isotrópicas, con las características de alimentación del elemento reemplazado.

Para una agrupación con un número par de elementos isotrópicos $2N$ posicionados a lo largo del eje x , con elementos de antena colocados a cada lado del centro de la agrupación, separados una distancia variable y suponiendo que las amplitudes de las excitaciones de los elementos de antena alrededor del origen son uniformes y con fase progresiva cero, se tiene como factor de agrupación [Balanis, 2005]:

$$AF_{2N}(d, \theta) = e^{j(kd_1 \cos(\theta))} + e^{j(kd_2 \cos(\theta))} + \dots + e^{j(kd_N \cos(\theta))} \\ + e^{-j(kd_1 \cos(\theta))} + e^{-j(kd_2 \cos(\theta))} + \dots + e^{-j(kd_N \cos(\theta))}$$

Agrupando términos semejantes:

$$AF_{2N}(d, \theta) = (e^{j(kd_1 \cos(\theta))} + e^{-j(kd_1 \cos(\theta))}) + (e^{j(kd_2 \cos(\theta))} + e^{-j(kd_2 \cos(\theta))}) + \\ \dots + (e^{j(kd_N \cos(\theta))} + e^{-j(kd_N \cos(\theta))})$$

Simplificando mediante la identidad de Euler:

$$AF_{2N}(d, \theta) = 2 \cos(kd_1 \cos(\theta)) + 2 \cos(kd_2 \cos(\theta)) + \dots + 2 \cos(kd_N \cos(\theta)) \quad (5)$$

Resumiendo y agrupando los términos en una sumatoria se obtiene la siguiente expresión del factor de agrupación [Rajo y Quevedo, 2007]:

$$AF_{2N}(d, \theta) = 2 \sum_{i=1}^N \cos(kd_i \cos(\theta)) \quad (6)$$

Donde θ es el ángulo en modo transversal a la agrupación, d_i es la distancia entre elementos y k es el vector de onda. De esta manera, cuando se obtienen las características deseadas del diagrama de radiación mediante la ecuación 6, el tiempo de procesado se reduce a la mitad. Lo cual implica enormes prestaciones en la resolución del problema planteado para el presente trabajo en términos de tiempo de convergencia de la solución.

II.3 Diagrama de radiación

El diagrama de radiación se define como la función matemática, o representación gráfica, de las propiedades de radiación de una antena o agrupación de antenas en función de coordenadas espaciales. Por lo general los diagramas de radiación son representados en dos dimensiones, las cuales son el margen de visibilidad en grados y la intensidad de potencia. La potencia comunmente es representada en decibeles (dB) con el fin de acentuar con más detalle las partes del diagrama que presentan valores muy pequeños. Dentro de las características más importantes de un diagrama de radiación se encuentran las descritas a continuación en los siguientes apartados.

II.3.1 Lóbulos y nulos

Algunas partes del diagrama de radiación son referidas como lóbulos, los cuales pueden clasificarse en principal y secundarios, y son una porción del diagrama de radiación delimitada por regiones de intensidad de radiación relativamente débil y/o por regiones de intensidad cero conocidas como nulos [Godara, 2004].

Lóbulo principal

El lóbulo principal se caracteriza por ser el lóbulo con mayor intensidad de radiación y es por ello que se emplea para dar servicio al usuario de interés. Para el caso del FA definido por la ecuación 6 el máximo se da a 90° y es el único ángulo en el cual el diagrama de radiación no es aleatorio, esto debido a la interferencia constructiva de cada uno de los elementos radiantes. En la Figura 5 se muestra un diagrama de radiación con el lóbulo principal señalado y orientado a 90° .

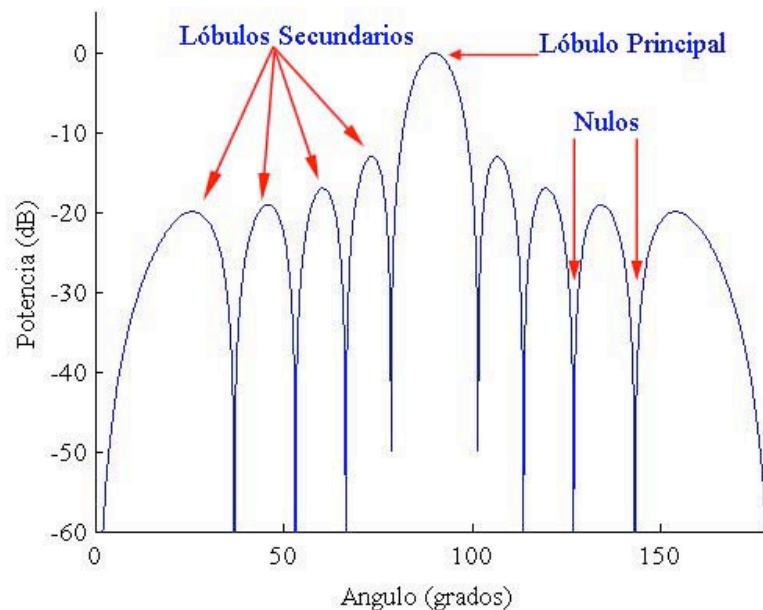


Figura 5. Diagrama de radiación para un arreglo lineal uniforme de 10 elementos. Se señalan el lóbulo principal, los lóbulos secundarios y los nulos que posee dicho diagrama.

Lóbulos secundarios

Los lóbulos secundarios se definen como lóbulos de radiación en cualquier dirección que no sea la de interés, siendo por lo general la del lóbulo principal la región de interés. Suelen tener una intensidad de radiación menor a la del lóbulo principal. Los

lóbulos secundarios son indeseados ya que consumen potencia de transmisión en regiones que no son de interés, siendo a su vez fuentes potenciales de interferencia hacia otras transmisiones. Para los diagramas de radiación generados mediante la ecuación 6 los lóbulos secundarios son simétricos, es decir que se presentan de forma similar a ambos lados del lóbulo principal, tal y como se muestra en la Figura 5.

Nulos

Por su parte los nulos son regiones en el diagrama de radiación sumamente bajas o iguales a cero, lo cual representa que no hay potencia radiada en dicha dirección. Es de interés que estas regiones de baja energía sean dirigidas hacia los interferentes. En la Figura 5 se marcan algunas de estas regiones de baja energía nombradas nulos.

II.3.2 Nivel de aislamiento y ancho de haz

Cuando el diagrama de radiación se presenta en forma bidimensional, los parámetros de ancho de haz principal (BW) y nivel de lóbulo lateral (SLL) son de vital importancia para caracterizar el diagrama de radiación.

Nivel de aislamiento (SLL)

La relación del lóbulo principal al secundario, también conocida como nivel de aislamiento, se define como la razón entre la intensidad de radiación del mayor lóbulo lateral y la intensidad de radiación máxima del lóbulo principal [Balanis, 2005]. Esto es:

$$SLL = \frac{AF_{SLL}}{AF_{max}}. \quad (7)$$

Donde:

AF_{SLL} es la intensidad de radiación del mayor lóbulo secundario.

AF_{max} es la intensidad de radiación del lóbulo principal.

En la tecnología de agrupación de antenas se desea que el nivel máximo de lóbulos laterales sea lo menor posible, ya que mientras menor sea dicho nivel se tendrá una menor probabilidad de interferencia. Los estándares establecen que un nivel de aislamiento aceptable debe ser menor a -19dBs. En la Figura 6 se encuentra señalado el nivel de aislamiento para dicho diagrama.

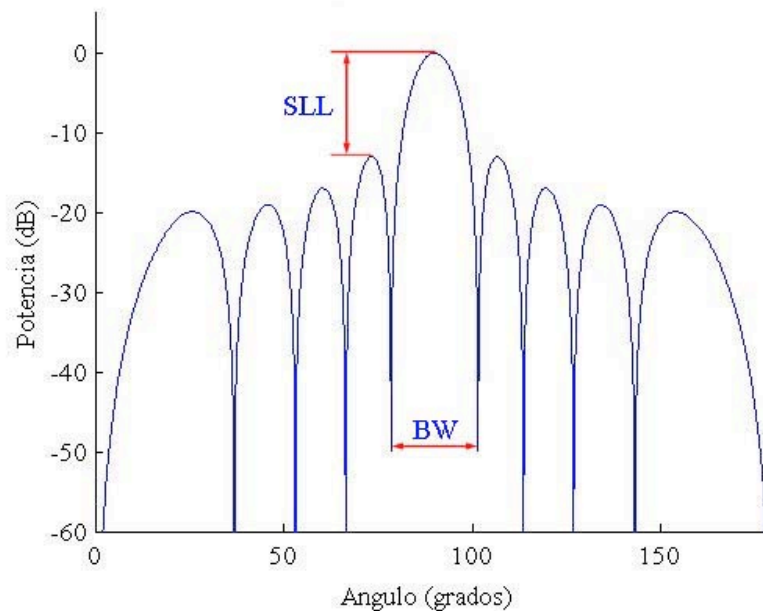


Figura 6. Diagrama de radiación para un arreglo lineal uniforme de 10 elementos. Se señalan el nivel de aislamiento (SLL) y el ancho de haz (BW).

Ancho de haz (BW)

El ancho de haz de un diagrama de radiación se define como la separación entre dos puntos idénticos en lados opuestos del lóbulo principal. En un diagrama de radiación

existen diferentes anchos de haz, pero uno de los más ampliamente usados es el ancho de haz al primer nulo (FNBW de sus siglas en inglés First Null Beamwidth), el cual se define como la diferencia angular entre los nulos que delimitan al lóbulo principal [Godara, 2004].

Definiendo θ_{FN}^{der} como la primer posición angular a la derecha del lóbulo principal donde $AF(\theta_{FN}^{der}) = 0$ y θ_{FN}^{izq} como la primer posición angular a la izquierda del lóbulo principal donde $AF(\theta_{FN}^{izq}) = 0$. Entonces el FNBW se puede definir como:

$$FNBW = \theta_{FN}^{der} - \theta_{FN}^{izq}. \quad (8)$$

El ancho de haz es por tanto una medida de que tan amplio es el lóbulo principal. Pequeños anchos de haz radian la mayor parte de la potencia transmitida a lo largo de un haz muy estrecho, lo cual disminuye el desvanecimiento por multitrayectorias. En la Figura 6 se señala el ancho de haz presente en el diagrama de radiación.

Compromiso entre SLL y BW

Normalmente existe el compromiso entre el nivel de aislamiento y el ancho de haz principal; es decir, que mientras más se estreche el haz principal, el nivel de lóbulo lateral se incrementa, y viceversa. Un ejemplo de este comportamiento se puede ver en la curva de la Figura 7 donde en el eje horizontal se tiene como variable el nivel de aislamiento, y en el eje vertical el ancho de haz. En dicha figura se puede apreciar como a mayor nivel de aislamiento en la agrupación de antenas, el ancho de haz del diagrama de radiación se degrada dado el incremento en el valor del mismo.

Esta curva compromiso entre SLL y BW estará definida tanto por el número de elementos que integran la agrupación de antenas, como por los parámetros en libertad y la variabilidad de los mismos.

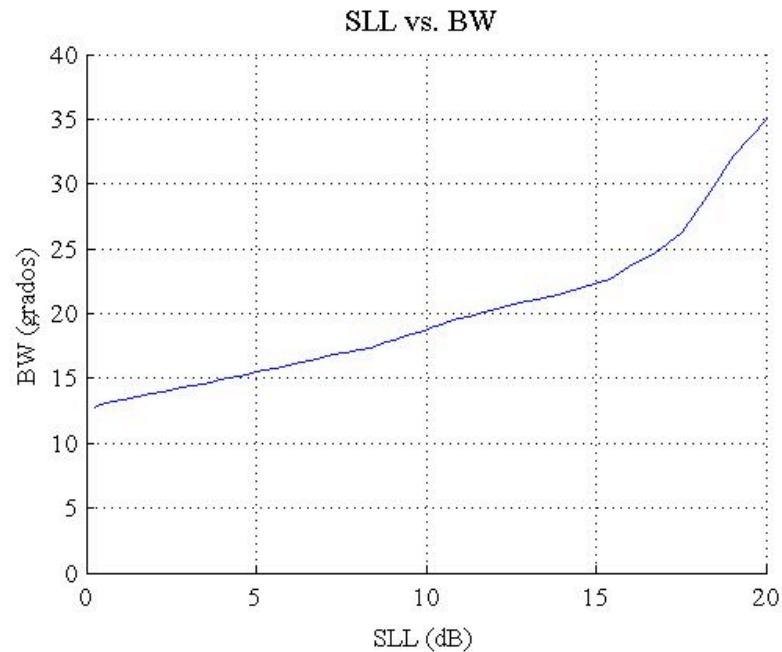


Figura 7. Curva compromiso entre el nivel de aislamiento y el ancho de haz para una agrupación lineal no uniforme de 10 elementos.

Todos los parámetros anteriormente analizados y que son determinantes en el comportamiento de la agrupación, pueden ser variados a voluntad con la finalidad de obtener un diagrama de radiación que cumpla en cierta medida con características deseadas ante una serie de restricciones impuestas. Al proceso de variar los parámetros de un diagrama de radiación a voluntad se le conoce como síntesis de la agrupación.

II.4 Síntesis de agrupación de antenas

La flexibilidad de las agrupaciones para proporcionar diagramas de radiación muy variados puede aprovecharse para sintetizar un diagrama de radiación que cumpla con determinadas características. Para ello deben definirse las amplitudes y fases de alimentación así como las distancias a las cuales se ubican los elementos de la agrupación de forma tal que la interferencia, tanto destructiva como constructiva de los campos

radiados, se aproxime al diagrama deseado [Elliott, 2003].

En la síntesis del diagrama de radiación se explotan las características de radiación de la agrupación para realizar un filtrado espacial. Este filtrado permite admitir o rechazar señales de acuerdo a su posición espacial. Usualmente se desea realizar el filtrado de forma tal que una señal proveniente de un ángulo en particular sea admitida, mientras que el ruido o interferencia proveniente de otra dirección o grupo de direcciones sea rechazado.

Para realizar la síntesis del diagrama de radiación existe una gran cantidad de métodos ampliamente reportados en la literatura y trabajados dentro del grupo de comunicaciones inalámbricas. Algunos de estos métodos aparecen en la Figura 8.

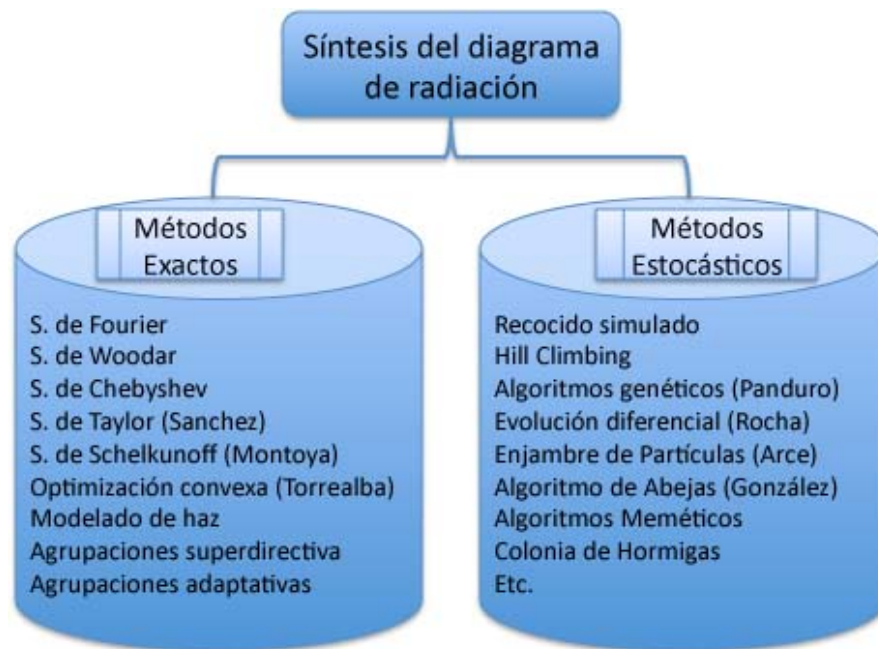


Figura 8. Métodos de síntesis de agrupación de antenas.

La gran mayoría de los métodos de síntesis clásicos como los de Dolph-Chevyshev y Taylor [Balanis, 2005], utilizan como variables de diseño las amplitudes y las fases

de la excitación de los elementos del agrupamiento de antena, conservando constante el espaciamiento entre elementos. Si bien estos métodos que modifican las amplitudes y fases de excitación de los elementos del agrupamiento, son los más efectivos en cuanto a ofrecer alternativas de solución más variadas, son también los más costosos considerando el costo de los controladores empleados como atenuadores variables y cambiadores de fase.

Aunado a lo anterior, el cálculo de amplitudes no uniformes tiene como consecuencia el incremento en los efectos de acoplamiento mutuo³ y por lo tanto se tiene un aumento de las distorsiones del diagrama de radiación generado. Otra desventaja puede ser referida a la operación de ciertos elementos a una potencia menor a la máxima a la cual pueden operar. Es decir, si se calcula una diferencia de 20% de potencia para algún elemento de antena respecto al que utiliza la máxima posible, entonces se estará operando un 20% por debajo de la capacidad en la que están operando otros elementos. En muchas aplicaciones prácticas operar a la potencia máxima posible es tan importante como reducir el nivel de lóbulo lateral o el ancho de haz principal [Kurup *et al.*, 2003].

Debido a las desventajas anteriormente planteadas, en esta tesis se considera el cálculo de espaciamientos no uniformes entre elementos. Si bien en trabajos anteriores como los de Panduro Mendoza [2004], Rocha Alicano [2006] y Sánchez Gómez [2007] se trabajó con agrupaciones de antena con separación no uniforme, esta es la primer tesis donde se incluye como objetivo de optimización adicional el direccionamiento de los nulos en el diagrama de radiación. Por lo tanto, la síntesis del diagrama de radiación consistirá en encontrar la separaciones para los elementos de antena en la agrupación que generen un diagrama de radiación total con las características deseadas.

³El acoplamiento mutuo en un agrupamiento de antenas es la cantidad de energía que es absorbida y reradiada por cada elemento de la antena debido al resto de los elementos de antena cuando éstos se encuentran muy cercanos entre sí [Balanis, 2005].

Los requerimientos más frecuentes en la síntesis de agrupación de antenas son los tratados al inicio de este capítulo y son: el máximo nivel de aislamiento posible con un ancho de haz estrecho y la dirigibilidad de nulos. Esta última característica ha tomado gran importancia en los últimos años y consiste en dirigir los nulos del diagrama de radiación a una posición deseada, lo cual es de gran utilidad ya que con ello se puede cancelar a usuarios que degraden la comunicación con el usuario de interés, bajo el concepto de rechazo de interferentes.

La optimización simultánea de estos tres objetivos se aborda en la presente tesis, lo cual plantea un problema de optimización multi-objetivo, el cual implica optimizar un diagrama de radiación que sintetice nulos en direcciones preestablecidas, y simultáneamente conserve las características óptimas del lóbulo principal respecto al nivel de aislamiento y ancho de haz. Estos dos objetivos presentan un compromiso ya detallado en apartados anteriores.

Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, los métodos de optimización tradicionales no aportan resultados satisfactorios para problemas de optimización multi-objetivo o carecen de soluciones flexibles. Por ello, es necesario afrontar el problema desde otro ángulo. En los últimos años, el desarrollo de la informática ha revolucionado los métodos de síntesis. Gracias a la elevada capacidad de cálculo que ofrecen los ordenadores actuales es más eficiente resolver el problema numéricamente utilizando algoritmos apropiados para tal fin. De los diversos métodos disponibles, los basados en población de soluciones son actualmente objeto de estudio.

Dentro de los algoritmos metaheurísticos basados en población de soluciones se encuentra un algoritmo muy conocido, pero poco aplicado a la síntesis de agrupación de antenas: la Optimización por Colonia de Hormigas (ACO por sus en inglés). Como algoritmo metaheurístico, representa un algoritmo de propósito general consistente de

procedimientos iterativos que combinan de forma inteligente distintos conceptos para explorar y explotar adecuadamente el espacio de búsqueda. En cuanto a la orientación de la tesis se plantea la optimización de la síntesis de una agrupación lineal de antenas empleando un algoritmo metaheurístico basado en Colonia de Hormigas.

II.5 Conclusiones

En esta sección se plantearon las ecuaciones principales que rigen el comportamiento de las agrupaciones de antenas, en específico las agrupaciones lineales con separación no uniforme. Se llegó a una expresión lo más simple posible que permitiese, de manera adecuada, expresar el diagrama de radiación para una agrupación con un número de elementos pares y simétricos.

Mediante el uso de las ecuaciones estudiadas en este capítulo, particularmente la del factor de agrupación, es posible evaluar las prestaciones de la agrupación en términos de nivel de aislamiento, ancho de haz y posición de los nulos. Dichas prestaciones deben cumplir con las normativas vigentes de las comunicaciones inalámbricas. Se presenta además un compromiso entre los diversos objetivos a ser evaluados. Convirtiendo el tema de la síntesis en un problema de optimización multiobjetivo lo suficientemente complejo para justificar el uso de técnicas de optimización modernas.

En el siguiente capítulo se abordará el estudio de un algoritmo muy conocido y aceptado en diversas ramas de la ciencia, pero poco trabajado en la rama de las agrupaciones de antenas, como lo es Colonia de Hormigas. Dicho algoritmo metaheurístico será aplicado a la síntesis de agrupación lineal de antenas con separación no uniforme con el fin de optimizar el diagrama de radiación ante una serie de restricciones impuestas.

Capítulo III

Optimización Global y Colonia de Hormigas

III.1 Introducción

En este capítulo se describe de manera general los conceptos básicos asociados a la optimización matemática, entendiéndose ésta como el proceso de tratar de encontrar la mejor solución posible para un determinado problema. Acorde a lo tratado en el capítulo anterior, el problema de la síntesis de agrupación de antenas se definió como una situación donde se requiere la separación de los elementos en la agrupación de antenas. Por lo tanto, la optimización se definirá como un proceso de búsqueda para dichos términos. Para ello, se estudiará un algoritmo de optimización basado en población de soluciones como lo es Colonia de Hormigas¹, bajo el argumento que las interacciones sociales entre individuos, permiten la optimización de patrones complejos de actitud, comportamiento y aprendizaje.

III.2 Optimización global

De forma genérica, puede definirse la optimización como aquella ciencia encargada de determinar las mejores soluciones a problemas matemáticos que a menudo modelan una realidad física [Branke *et al.*, 2008]. En un problema de optimización existen

¹Se refiere a la optimización basada en Colonia de Hormigas por sus siglas en inglés ACO (Ant Colony Optimization)

diferentes soluciones y un criterio para discriminar entre ellas. De forma más precisa, estos problemas se pueden expresar como encontrar el valor de las variables de decisión para los que una determinada función objetivo alcanza su valor máximo o mínimo. El valor de las variables por lo general estará sujeto a una serie de restricciones.

El objetivo que se persigue con la optimización global es encontrar, con un coste computacional razonable [Torn y Zilinskas, 1989], el extremo global (máximo o mínimo) de una función matemática definida en una región de interés. Expresado de manera matemática, es encontrar los posibles mejores elementos x^* de un conjunto X con base a un conjunto de criterios $F = f_1, f_2, f_3, \dots, f_n$. Estos criterios se expresan como funciones matemáticas también llamadas funciones objetivo.

III.2.1 Función objetivo

Una función objetivo $f : X \mapsto Y$ con $Y \subseteq \mathfrak{R}$ es una función matemática la cual es sujeta de optimización.

El codominio Y de una función objetivo así como su rango deben ser un subconjunto de los número reales ($Y \subseteq \mathfrak{R}$). El dominio X de f se llama espacio de solución y puede representar cualquier tipo de elementos como números, listas, etc. Se elige de acuerdo al problema a ser resuelto por el proceso de optimización. La optimización global comprende todas las técnicas que pueden ser usadas para encontrar los mejores elementos x^* en X con respecto a dichos criterios $f \in F$.

III.2.2 Máximos, mínimos y óptimos de funciones

Un punto x^* se dice que es un mínimo local sin restricciones de la función f si no es peor que ningún vecino, es decir, si existe un $\epsilon > 0$ tal que:

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \forall x \quad \|x - x^*\|_2 < \epsilon \quad (9)$$

Un punto x^* se considera un mínimo global sin restricciones de la función f si no es peor que el resto, es decir:

$$f(x^*) \leq f(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (10)$$

De forma similar, se pueden definir los máximos locales y globales. Pero dada la relación existente entre un problema de maximización y uno de minimización², un punto x^* es un máximo local o global de una función f , si x^* es un mínimo local o global de la función $-f$.

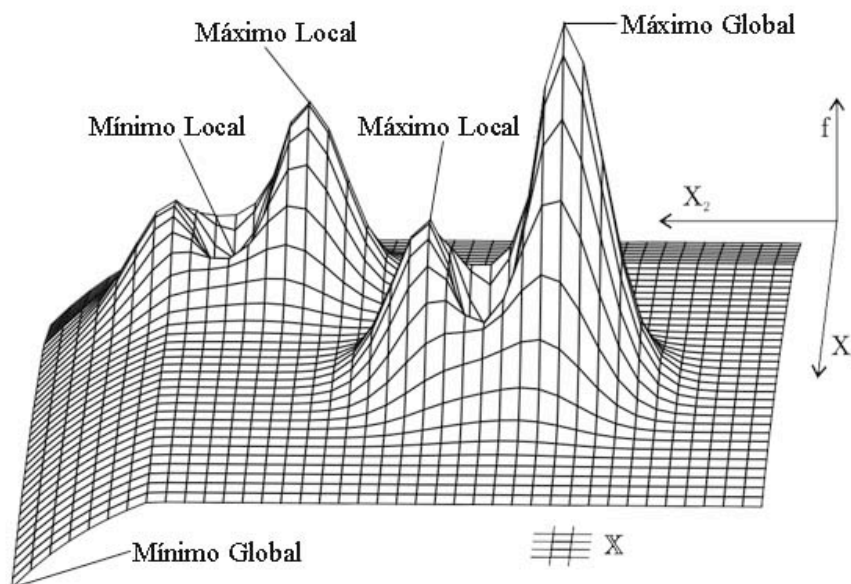


Figura 9. Óptimos locales y globales para una función bidimensional.

Estos conceptos se pueden apreciar de manera ilustrativa en la Figura 9 en donde

²Es posible expresar cualquier problema de maximización como uno de minimización dado que $\max f(x) = -\min(-f(x))$.

se encuentran señalados los máximos y mínimos locales para una función de dos variables. Ahí también se señala tanto al máximo como al mínimo global de la función, siendo cualquiera de estos dos puntos lo que se desea obtener mediante el proceso de optimización.

III.2.3 Funciones multi-objetivo

Las técnicas de optimización global no se enfocan únicamente a encontrar el máximo o mínimo de una única función objetivo. En la mayoría de los diseños, las técnicas de optimización son aplicadas a un conjunto F consistente de n funciones objetivo f_i , con $n = |F|$, cada una representando un criterio de optimización.

$$F = \{f_i : X \mapsto Y_i : 0 < i \leq n, Y_i \subseteq \mathfrak{R}\} \quad (11)$$

III.2.4 Óptimo de Pareto

Es común que en los problemas de optimización multiobjetivo se presente un compromiso entre dos o más objetivos debido a que éstos se encuentran en contraposición. Fue Vilfredo Pareto quien asentara, hace ya más de 100 años atrás, los fundamentos matemáticos para las optimizaciones multiobjetivo que tratan criterios en conflicto de manera equitativa. Pareto definió una frontera de soluciones que pueden ser alcanzadas, de una manera óptima, por objetivos en conflicto que presentan un compromiso. Desde dicha frontera se puede elegir finalmente la solución que mejor se ajuste a los requerimientos, por decisión humana o mediante un algoritmo.

La notación de óptimo, en el sentido de Pareto, queda mejor explicado con el concepto de dominación. Dicho concepto enuncia que, un elemento x_1 domina a un ele-

mento x_2 ($x_1 \vdash x_2$) si x_1 es mejor que x_2 en al menos una función objetivo y no peor con respecto al resto de los objetivos. Basados en el conjunto F de funciones objetivo f , se tiene que:

$$x_1 \vdash x_2 \Leftrightarrow \forall i : 0 < i \leq n \Rightarrow f_i(x_1) \leq f_i(x_2) \wedge \exists j : 0 < j \leq n : f_j(x_1) < f_j(x_2) \quad (12)$$

Con lo cual un elemento $x^* \in X$ es un óptimo de Pareto (y por lo tanto parte de conjunto óptimo X^*) si éste no es dominado por ningún otro elemento en el espacio del problema X . En términos de la optimización de Pareto, X^* se llama el conjunto de Pareto o Frontera de Pareto.

$$x^* \in X^* \Leftrightarrow \nexists x \in X : x \vdash x^* \quad (13)$$

Algunas clases de problemas de optimización son relativamente fáciles de resolver, por ejemplo, los problemas lineales en los que tanto la función objetivo como las restricciones son expresiones lineales. Sin embargo, muchos otros tipos de problemas de optimización (como el abordado en la presente tesis) son muy difíciles de resolver, con lo cual es necesario abordar la optimización mediante el uso de algoritmos metaheurísticos.

III.2.5 Optimización combinatoria y metaheurísticas

La idea intuitiva de problema “difícil de resolver” queda reflejada en el término científico NP-difícil utilizado en el contexto de la complejidad algorítmica. En términos coloquiales se puede decir que un problema de optimización difícil es aquel para el que no es posible garantizar el encontrar la mejor solución factible en un tiempo ra-

zable. Los problemas de tipo NP-difícil pertenecen a la rama de la optimización combinatoria.

Los problemas de optimización combinatoria involucran encontrar valores para variables discretas tal que la solución óptima, con respecto a una función objetivo dada, sea alcanzada. Por consiguiente, un problema de optimización combinatoria puede ser modelado como una maximización o una minimización con casos asociados. En Dorigo y Stützle [2004] se define que, un caso para un problema de optimización Π es una tripleta (S, f, Ω) , donde S es el conjunto de soluciones posibles, f es la función objetivo la cual asigna un valor $f(s)$ a cada solución candidata $s \in S$ y Ω es el conjunto de restricciones. Las soluciones pertenecientes al conjunto $\tilde{S} \subseteq S$ que satisfacen las restricciones Ω se les nombra soluciones factibles. El objetivo es encontrar una solución factible s^* que pertenezca a un óptimo global.

La existencia de una gran cantidad y variedad de problemas difíciles de tipo combinatorio que aparecen en la práctica y que necesitan ser resueltos de forma eficiente, impulsó el desarrollo de procedimientos eficientes para encontrar buenas soluciones aunque no fueran óptimas. Estos métodos, en los que la rapidez del proceso es tan importante como la calidad de la solución obtenida, se denominan heurísticos o aproximados. En Diaz Fernandez [1996] se destaca la siguiente definición de algoritmo heurístico:

Un método heurístico es un procedimiento para resolver un problema de optimización bien definido mediante una aproximación intuitiva, en la que la estructura del problema se utiliza de forma inteligente para obtener una buena solución.

En contraposición a los métodos exactos que proporcionan una solución óptima del problema, los métodos heurísticos se limitan a proporcionar una buena solución no necesariamente óptima. Lógicamente, el tiempo invertido por un método exacto para encontrar la solución óptima de un problema difícil (si es que existe tal método) es de

un orden de magnitud muy superior al del heurístico (pudiendo llegar a ser tan grande que en muchos casos sea inaplicable).

Con el propósito de obtener mejores resultados que los alcanzados por los métodos heurísticos tradicionales, en los últimos años han aparecido una serie de algoritmos bajo el nombre de “Metaheurísticos”. En Osman y Kelly [1996] se introduce la siguiente definición:

Los procedimientos metaheurísticos son una clase de métodos aproximados que están diseñados para resolver problemas difíciles de optimización combinatoria³, en los que los heurísticos clásicos no son efectivos. Los metaheurísticos proporcionan un marco general para crear nuevos algoritmos híbridos combinando diferentes conceptos derivados de la inteligencia artificial, la evolución biológica y los mecanismos estadísticos.

Los procedimientos metaheurísticos se sitúan conceptualmente por encima de los heurísticos en el sentido que guían el diseño de éstos. Así, al enfrentarnos a un problema de optimización, se pueden escoger cualquiera de estos métodos metaheurísticos para la resolución de los mismos. En estos momentos existe un gran desarrollo y crecimiento de estos métodos. Ésta tesis se enfocará al estudio de la metaheurística conocida como Colonia de Hormigas, un algoritmo de optimización que ha probado su eficacia sobre una colección significativa de problemas [Dorigo *et al.*, 2006] y la cual se describe a continuación.

III.3 Optimización por Colonia de Hormigas

Las colonias de hormigas son sistemas distribuidos que, a pesar de la simplicidad de sus individuos, presentan una organización altamente estructurada. Como resultado de

³La optimización combinatoria se puede definir como la rama de la optimización encargada de tratar con los problemas en los que las variables de decisión son discretas.

esta organización, las colonias de hormigas pueden llevar a cabo tareas complejas, que en muchos casos, exceden por mucho las capacidades individuales de una sola hormiga.

El campo de “Algoritmo de Hormigas” estudia modelos derivados de la observación en el comportamiento de hormigas reales, y usa estos modelos, como fuentes de inspiración para el diseño de algoritmos novedosos para la solución de problemas de optimización. La idea principal es que los principios de auto organización que permiten el comportamiento altamente coordinado para las hormigas reales, puedan ser explotados para coordinar poblaciones de agentes artificiales que colaboren en la solución de problemas computacionales.

Diversos aspectos del comportamiento en las colonias de hormigas han inspirado diferentes tipos de algoritmos de hormigas. Sin embargo, uno de los comportamientos más estudiados es la forma en que éstas coordinan sus actividades vía estigmergia⁴. En el caso de las hormigas esta forma de comunicación se realiza mediante el depósito de una sustancia química llamada feromona. La idea detrás de los algoritmos de hormigas es usar una forma de estigmergia artificial para coordinar sociedades de agentes artificiales.

Uno de los más exitosos ejemplos del algoritmo de hormigas es el denominado “Optimización por Colonia de Hormigas” ó ACO por sus siglas en inglés, el cual se centra en problemas de optimización combinatoria. Los orígenes y fundamentos de dicho algoritmo se detallan a continuación.

III.3.1 Comportamiento de las hormigas y la optimización

La facultad de percepción visual de muchas especies de hormigas está desarrollada únicamente de manera rudimentaria existiendo incluso especies que son completamente

⁴La estigmergia es una forma indirecta de comunicación llevada a cabo por la modificación del entorno. En sistemas descentralizados, tales como las colonias de hormigas, los diferentes componentes colaboran a través de pautas o hitos dejados en el medio

ciegas. Una importante revelación en el comportamiento de las hormigas, ha sido que la mayor parte de la comunicación entre los individuos, o entre los individuos y el entorno, se basa en el uso de químicos producidos por las hormigas. Estos químicos son llamados feromonas y son de vital importancia para la vida social de algunas especies de hormigas.

El rastro de feromona es un tipo específico de químico que algunas especies de hormigas usan para hacer rutas en el suelo, por ejemplo, rutas de la fuente de comida hacia el nido. Mediante el rastro de la feromona, otras hormigas pueden seguir la ruta hacia la comida descubierta por otra hormiga. Este comportamiento colectivo de cómo una hormiga es influenciada por un rastro químico dejado por otras hormigas es la fuente de inspiración para ACO.

El experimento del doble puente

Mientras caminan de la fuente de alimento hacia el nido y viceversa, las hormigas depositan feromonas en el suelo formando de esta manera un rastro químico. Otras hormigas de la colonia pueden oler dicha feromona e intentan elegir, probabilísticamente, rutas marcadas por concentraciones fuertes de feromona.

El comportamiento del depósito y seguimiento del rastro de feromona en algunas especies de hormigas ha sido investigado por diferentes investigadores mediante experimentos controlados. Un experimento en particular fue diseñado y puesto en marcha por Deneubourg *et al.* [1990], quien usó un doble puente conectando a un nido de hormigas y una fuente de comida (Figura 10a). Las dos ramas del puente eran de igual longitud. Al inicio las hormigas fueron liberadas para que éstas se moviesen entre el nido y la fuente de comida. La intención del experimento era observar, a través del tiempo, el porcentaje de hormigas que elegían entre una u otra rama del puente. El resultado fue

que aun cuando en la fase inicial ocurría una selección aleatoria, eventualmente todas las hormigas terminaban por transitar la misma rama del puente.

Este resultado puede ser explicado de la siguiente manera. Cuando la prueba inicia no hay feromona en ninguna de las dos ramas. Entonces, las hormigas no tienen una preferencia y seleccionan con igual probabilidad cualquiera de las ramas. Sin embargo, a causa de fluctuaciones aleatorias, algunas más seleccionarán una rama en vez de la otra. Debido a que las hormigas depositan feromona mientras caminan, un mayor número de hormigas en una rama resultará en una mayor cantidad de feromona en esa rama. Este incremento de la feromona estimula a un mayor número de hormigas a elegir esa rama nuevamente, y así sucesivamente hasta que finalmente las hormigas convergen en un solo camino.

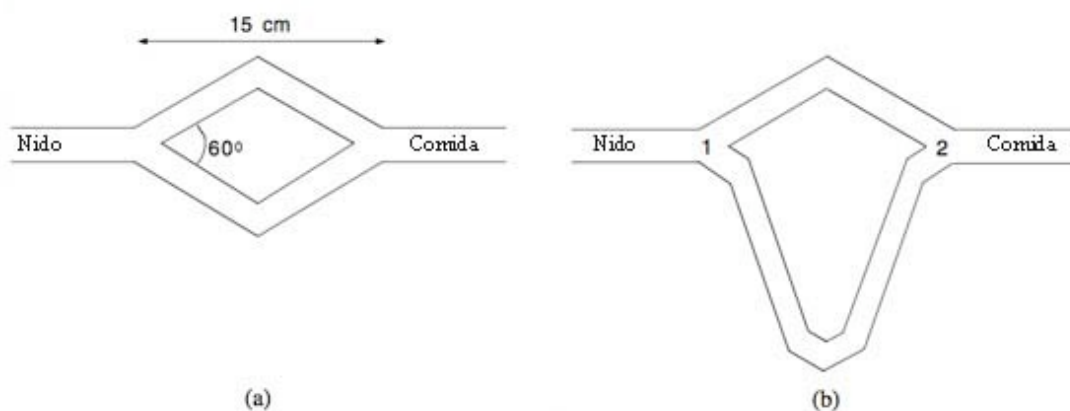


Figura 10. Experimento del doble puente (a) Las ramas son de igual longitud (b) Las ramas son de longitud distinta.

En un segundo experimento llevado a cabo por Goss *et al.* [1990], una de las ramas del puente era el doble del largo que la otra (Figura 10b). En este caso, en la mayoría de los ensayos, después de algún tiempo todas las hormigas elegían usar solo la rama corta. Como en el primer experimento, las hormigas abandonan el nido para explorar el entorno y llegan a un punto de decisión donde tienen que elegir alguna de las dos

ramas. Ya que inicialmente las dos ramas parecen idénticas para las hormigas, ellas eligen aleatoriamente por cual transitar. De esta forma se podría esperar que la mitad de las hormigas eligiesen la rama corta y la otra mitad la rama larga en promedio. Sin embargo, como este experimento presenta una remarcable diferencia con respecto al anterior debido a que una rama es más corta que la otra, las hormigas que eligen la rama corta son las primeras en llegar a la comida y comenzar su regreso hacia el nido. Es entonces que el alto nivel de feromona en la rama corta determina el camino de regreso hacia el nido. De esta forma, la feromona empieza a acumularse más rápidamente en la rama corta, la cual será eventualmente usada por todas las hormigas. Cuando se compara con el experimento de las dos ramas de igual longitud, la influencia de fluctuaciones aleatorias iniciales es mucho más reducida. De manera interesante, se puede observar que aun cuando la rama larga es del doble que la corta, no todas las hormigas usan la rama pequeña ya que un pequeño porcentaje puede tomar la rama larga. Esto puede ser interpretado como un tipo de “exploración de rutas”.

Modelo estocástico

Deneubourg y sus colegas, propusieron un modelo estocástico simple que describe adecuadamente el comportamiento de la Colonia de Hormigas, conforme a lo observado en el experimento del doble puente. En este modelo, ψ hormigas por segundo cruzan el puente en cada dirección a una velocidad constante de v cm/s, depositando una unidad de feromona en la rama, dadas las longitudes l_s y l_l (en cm) de la rama corta y larga respectivamente, una hormiga que elija la rama corta la atravesará en $t_s = l_s/v$ segundos, mientras que una hormiga que elija la rama larga empleará $r \cdot t_s$ segundos, donde $r = l_l/l_s$.

La probabilidad $p_{ia}(t)$ que una hormiga que llega a un punto de decisión $i \in \{1, 2\}$

seleccione la rama $a \in \{s, l\}$, donde s y l denotan la rama corta y larga respectivamente, a un instante t se establece como una función del total de feromona $\varphi_{ia}(t)$ presente en la rama, la cual es proporcional al número de hormigas que usaron la rama hasta el tiempo t y ponderado por un factor α . Por ejemplo, la probabilidad $p_{is}(t)$ de elegir la rama corta está dada por:

$$p_{is}(t) = \frac{(t_s + \varphi_{is}(t))^\alpha}{(t_s + \varphi_{is}(t))^\alpha + (t_s + \varphi_{il}(t))^\alpha} \quad (14)$$

Este modelo supone que la cantidad de feromona en una rama es proporcional al número de hormigas que usaban la rama en el pasado. El modelo, sin embargo, no considera la evaporación de la feromona.

Los experimentos de doble puente muestran claramente que las colonias de hormiga poseen una capacidad de optimización innata, ya que mediante reglas probabilísticas basadas en información local, ellas pueden encontrar la ruta más corta entre dos puntos de su entorno. En base a estos experimentos es posible diseñar hormigas artificiales que, mientras se mueven en un grafo modelado de doble puente, encuentren el camino más corto entre dos nodos, correspondientes al nido y a la fuente de comida.

III.3.2 Las hormigas artificiales y la metaheurística.

Los algoritmos de ACO se inspiran directamente en el comportamiento de las colonias reales para solucionar problemas de optimización combinatoria. Es decir, se basan en agentes computacionales simples que trabajan de manera cooperativa y se comunican mediante rastros de feromona artificiales. El algoritmo de ACO es esencialmente un algoritmo constructivo, puesto que en cada interacción del algoritmo cada hormiga construye una solución al problema recorriendo un grafo de construcción.

Tipos de problemas resolubles por ACO.

Como se menciona en Dorigo y Di Caro [1999], los problemas de optimización de tipo discretos que es posible resolver mediante hormigas artificiales se pueden caracterizar por los siguientes aspectos:

- $C = \{c_1, c_2, \dots, c_{N_c}\}$ es un conjunto finito de componentes.
- $L = \{l_{c_i c_j} : (c_i c_j) \in \tilde{C}\}, |L| \leq N_C^2\}$ es un conjunto finito de transiciones/conexiones a lo largo de los elementos de \tilde{C} , donde \tilde{C} es un subconjunto del producto cartesiano $C \times C$.
- $J_{c_i c_j} \equiv J(l_{c_i c_j}, t)$ es una función de costo de conexión asociada a cada $l_{c_i c_j} \in L$, posiblemente parametrizada por alguna medida de tiempo t .
- $\Omega \equiv \Omega(C, L, t)$ es un conjunto finito de restricciones asignadas sobre los elementos de C y L .
- $s = \langle c_i, c_j, \dots, c_k, \dots \rangle$ es una secuencia sobre los elementos de C (o equivalentemente, de L). Una secuencia s se le llama también estado del problema. Si S es el conjunto de todas las posibles secuencias, el conjunto \tilde{S} de todas las (sub)secuencias que son factibles respecto a las restricciones $\Omega(C, L, t)$, es un subconjunto de S . Los elementos en \tilde{S} definen los estados factibles del problema. La longitud de una secuencia s , es decir, el número de componentes en la secuencia, se expresa por $|s|$.
- Dados dos estados s_1 y s_2 una estructura vecinal es definida como: el estado s_2 es vecino de s_1 si ambos s_1 y s_2 están en S , y el estado s_2 puede ser alcanzado desde s_1 en un paso lógico (esto es, si c_1 es la última componente en la secuencia que

conforma al estado s_1 , debe existir un $s_2 \in C$ tal que $l_{c_1c_2} \in L$ y $s_2 \equiv \langle s_1, c_2 \rangle$). El vecindario de un estado s es denotado por N_s .

- ψ es una solución si es un elemento de \tilde{S} y satisface todos los requerimientos del problema.
- $J_\psi(L, t)$ es un costo asociado a cada solución ψ .

Por tanto, la solución al problema de optimización puede ser expresada en términos de rutas factibles en un grafo $G = (C, L)$, donde L es el conjunto de aristas que conectan el conjunto de vertices C .

Cada arista del grafo, que representa los posibles pasos que la hormiga puede dar, tiene asociada dos tipos de información que guían el movimiento del agente:

- Información heurística: representa la información a priori del problema y mide la preferencia heurística de moverse desde el nodo r hasta el nodo s , es decir, de recorrer la arista a_{rs} . Esta información se denota por η_{rs} . Las hormigas no modifican esta información durante la ejecución del algoritmo.
- La información de los rastros de feromonas artificiales: que mide la “deseabilidad aprendida” del movimiento de r a s . Imita la feromona real que depositan las hormigas naturales. Esta información se modifica durante la ejecución del algoritmo dependiendo de las soluciones encontradas por las hormigas. Se denota por τ_{rs} .

La metaheurística ACO, de manera colectiva y en base a la representación de un grafo, emplea una población de hormigas artificiales para resolver el problema de optimización bajo consideración.

Las hormigas artificiales.

La hormiga artificial es un agente computacional simple que intenta construir soluciones posibles al problema explorando los rastros de feromona disponibles y la información heurística. Tiene las siguientes propiedades:

- Una hormiga busca soluciones válidas de costo mínimo $\hat{J}_\psi = \min_{\psi} J_\psi(L, t)$
- Una hormiga k posee una memoria M_k que puede utilizar para almacenar información de la ruta que ha seguido. Esta memoria puede emplearse en construir soluciones factibles, evaluar la solución generada, y reconstruir el camino que ha seguido la hormiga.
- Una hormiga k en el estado $s_r = \langle s_{r-1}, i \rangle$ se puede trasladar a cualquier nodo j dentro de su vecindario factible N_{ki} , definido como $N_{ki} = \{j \mid (j \in N_i) \wedge (\langle s_r, j \rangle \in \tilde{S})\}$.
- A una hormiga k se le puede asignar un estado inicial s_{ks} y una o más condiciones finales e_k .
- Las hormigas parten de un estado inicial y se mueven hacia estados vecinos válidos, construyendo la solución de una manera incremental. El proceso de construcción finaliza cuando por lo menos una hormiga k alcanza al menos uno de los estados de terminación e_k .
- Una hormiga k localizada en el nodo i puede moverse hacia el nodo j elegido dentro de N_{ki} . Dicho movimiento se selecciona aplicando una regla de decisión probabilística.

- La regla de decisión probabilística de la hormiga es una función de:
 - i) los valores almacenados en una estructura de datos local de nodos $A_i = [a_{ij}]$ llamada tabla de ruta-hormiga, obtenida por un conjunto de los rastros de feromona disponibles de manera local en el nodo y los valores heurísticos,
 - ii) la memoria particular de la hormiga que almacena su historia y
 - iii) las restricciones del problema.
- Cuando se desplaza del nodo i al nodo vecino j la hormiga puede actualizar el rastro de feromona τ_{ij} en el arco (i, j) .
- Una vez construida la solución, la hormiga puede trazar nuevamente la ruta y actualizar los rastros de feromona en los arcos transitados.
- Una vez que ha construido una solución, y después de remarcar el camino de regreso hacia el nodo origen (si es el caso), la hormiga muere, liberando todos los recursos reservados.

La metaheurística.

De manera general, un algoritmo ACO puede ser representado como la interacción de tres procedimientos: ConstruirSolucionesHormiga, ActualizarFeromona, y AccionesDemonio.

Cada uno de estos procedimientos se realizan por cada ciclo de iteración del algoritmo y consiste en la construcción de soluciones por parte de todas las hormigas, su mejoramiento (opcional) y una actualización de la feromona.

A manera de pseudocódigo la metaheurística general de Colonia de Hormigas es el siguiente:

```
procedimiento MetaheurísticaACO
  AgendarActividades
    ConstruirSolucionesHormiga
    ActualizarFeromona
    AccionesDemonio
  fin AgendarActividades
fin procedimiento
```

ConstruirSolucionesHormiga administra una colonia de hormigas que, concurrentemente y de manera asíncrona, visita estados adyacentes del problema bajo análisis mediante movimientos a nodos vecinos del grafo G_C que modela el problema. Las hormigas se desplazan aplicando una decisión estocástica local, que utiliza los rastros de feromona y la información heurística. De esta manera las hormigas construyen incrementalmente la solución al problema de optimización. Una vez que una hormiga ha generado una solución, o mientras la solución es generada, la hormiga evalúa la solución que será utilizada por el procedimiento de ActualizarFeromona para decidir que cantidad de feromona depositar.

ActualizarFeromona es el proceso por el cual los rastros de feromona son actualizados. Los valores de estos caminos pueden incrementarse, mientras las hormigas depositan feromona en los componentes o conexiones que ellas usan, o decrementarse, debido a la evaporación de la feromona. Desde un punto de vista práctico, el depósito de nueva feromona incrementa la probabilidad de que esos componentes/conexiones que fueron usados por muchas hormigas o por al menos una y los cuales produjeron una muy buena solución, sean usadas por otras hormigas en un futuro. En contraposición,

la evaporación de la feromona implementa una forma útil de olvido: evita una rápida convergencia del algoritmo hacia una región subóptima, favoreciendo de esta manera la exploración de nuevas áreas en el espacio de búsqueda.

Finalmente, las AccionesDemonio se emplean para implementar acciones centralizadas que no pueden ser desempeñadas por hormigas simples. Como ejemplos de acciones demonio se tienen la activación de procedimientos de optimización local, o la recolección de información global que pueda ser usada para decidir si es conveniente o no el depositar feromona adicional desde una perspectiva no local.

III.4 Conclusiones.

La optimización por Colonia de Hormigas ha sido formalizada en una metaheurística para problemas de optimización combinatoria, la cual puede ser aplicada a una gran variedad de problemas de optimización con relativamente pocas modificaciones. La forma en que Colonia de Hormigas construye la solución puede ser vista como un recorrido aleatorio sobre un grafo completo. Por tal razón, es necesario modelar el problema de la síntesis de agrupación de antenas como un grafo de construcción en el cual las hormigas artificiales puedan realizar una caminata para la construcción de la solución. En el siguiente capítulo se abordará el modelado de la síntesis de agrupación de antenas con las restricciones necesarias para aplicar el proceso de optimización basado en Colonia de Hormigas.

Capítulo IV

Modelado de la Síntesis de Agrupación Lineal de Antenas con Separación No Uniforme

IV.1 Introducción

Si bien la optimización por Colonia de Hormigas como herramienta metaheurística, puede ser empleada para la solución de una gran diversidad de problemas, ésta requiere que el problema a resolver sea modelado bajo ciertas características. Dicho modelado será el punto de unión entre el algoritmo de optimización y el problema bajo análisis. Por lo tanto, para poder aplicar la optimización por Colonia de Hormigas a la síntesis de agrupación de antenas, es necesario modelar la búsqueda de los parámetros requeridos como un procedimiento constructivo sobre un grafo de construcción conexo, realizado mediante el tránsito aleatorio del mismo.

En este capítulo se presenta el modelado de la síntesis lineal de antenas con separación no uniforme desde la perspectiva de grafos conexos. El modelado presenta además, como característica distintiva, un grafo de construcción de tipo árbol. Dicho modelado fue resultado de la premisa en la reducción del tiempo de cómputo a modelados tipo malla como el presentado en Rajo y Quevedo [2007], el cual presenta un tiempo de procesamiento bastante elevado.

Hasta el momento de la escritura de la presente tesis, no se encontró en la literatura algún documento que trate sobre un modelado similar para el problema de la síntesis

de agrupación de antenas, y que emplee como algoritmo de optimización a Colonia de Hormigas. Por lo cual, este atributo representa una innovación dentro del presente trabajo de investigación.

IV.2 Conceptos previos

De acuerdo a Dorigo *et al.* [1996], para la construcción de soluciones, las hormigas artificiales realizan una caminata aleatoria en un grafo completo $G = (C, L)$ cuyos vértices C son elementos que conforman una solución y el conjunto L expresa las relaciones entre dichos elementos. Este grafo es comúnmente referido como grafo de construcción. A continuación se abordan aspectos generales sobre la teoría de grafos con el fin de modelar de manera adecuada, el problema de la síntesis de agrupación de antenas y poder aplicar la optimización por Colonia de Hormigas.

IV.2.1 Grafos

La teoría de grafos tiene su origen en el problema de los siete puentes de Königsberg resuelto por Leonhard Euler [Giudici Espinoza y Bris Lluch, 1997]. Posteriormente diversos matemáticos plantearon una serie de problemas los cuales, al tratar de resolverlos, definieron términos y conceptos teóricos fundamentales de la teoría de grafos.

En Bujalance *et al.* [2001] se define un grafo como un conjunto C de vértices y un conjunto L de pares no ordenados de elementos distintos de C . Cada par no ordenado en L se denomina arista.

Se escribe $G = (C, L)$ para designar el grafo G con conjunto de vértices C y conjunto de aristas L ; o bien, dado un grafo G se denota por $C(G)$ el conjunto de vértices y por $L(G)$ el conjunto de sus aristas.

Representación de grafos

Existen diferentes representaciones de los grafos:

- La representación gráfica, adecuada para la interpretación y resolución de problemas en grafos pequeños o medianos.
- La representación mediante matriz asociada o de adyacencia, especialmente útil para el tratamiento de problemas de grafos con programas informáticos.
- Otras representaciones, como el diccionario de grafo, buscan definir el grafo de forma más compacta en términos de posiciones de memoria. Pueden ser útiles para representar grafos de gran tamaño.

Para el modelado de la síntesis de agrupación de antenas y la implementación posterior de la metaheurística en un lenguaje computacional, se utilizará una representación mediante matriz asociada la cual se detalla a continuación.

Matriz asociada a un grafo: Si el grafo G tiene n vértices (x_1, x_2, \dots, x_n) estos pueden ser representados por una matriz (o tabla) de n filas y n columnas. Cada uno de los componentes de la matriz representa una posibilidad de conexión. A la i -ésima fila asociamos el vertice $x_i \in X$; a la j -ésima columna, el vertice $x_j \in X$. Cada vertice está asociado a una fila y a una columna. Los elementos de la matriz se pueden denotar por g_{ij} ; con $g_{ij} = 1$ si $(x_i x_j) \in L$ o $g_{ij} = 0$ si $(x_i x_j) \notin L$ con esto se tiene representado por unos las conexiones existentes, y por ceros la ausencia de conexión. Se referirá a la matriz asociada al grafo G con la notación $\|G\|$. Por lo tanto una matriz $\|G\|$ de $n \times n$ expresará que n es el número de vértices. Si los arcos tienen asociado un valor, este puede representarse en la matriz $\|G\|$ colocando los valores de distancia en la posición correspondiente de la matriz.

Las condiciones que ha de cumplir un grafo para representar ciertas situaciones, o para que le sean aplicables determinados algoritmos, exige definir propiedades topológicas a cumplir por los grafos. Seguidamente se exponen algunas de estas propiedades.

Grafos orientados

De acuerdo a Forouzan [2003], el grado de un vértice se define como el número total de arcos que inciden en o parten de dicho vértice, y evalúa su grado de conexión con el resto de vértices del grafo. Para un grafo orientado, se pueden definir también los grados de entrada y salida.

- El grado de entrada de un vértice es el número de arcos con destino en el vértice. Para determinadas situaciones, un vértice con grado de entrada cero puede ser un origen del grafo.
- El grado de salida de un vértice es el número de arcos con origen en el vértice. Un vértice con grado de salida cero puede representar, en determinadas situaciones, un destino del grafo.

Caminos

Se denomina camino de un grafo $G = (C, L)$ al subconjunto completamente ordenado C' de C tal que el k -ésimo arco de C' termina en el vértice de L del que parte el $(k+1)$ -ésimo arco. Si x es el origen del primer arco de C' e y es el término del último arco de C' el camino se puede representar por $\gamma(x, y)$.

Dos vértices pueden no estar conectados directamente, pero sí indirectamente a través de un camino. Más formalmente, un camino es una sucesión de arcos tal que el vértice extremo de cada uno (exceptuando el último) coincide con el vértice extremo del

siguiente en la sucesión. Si se quiere especificar puntos intermedios del camino (puntos a , b y c) puede hacer de la forma $\gamma(xabcy)$. Un camino es elemental si nunca pasa dos veces por el mismo punto.

Existe una serie de caminos especiales dentro de un grafo como lo son:

- Los circuitos: se forman cuando un camino comienza y termina en el mismo vértice
- Los ciclos: que son un camino cerrado en el que no se repite ningún vértice, a excepción del primero que aparece dos veces como principio y fin del camino
- Los bucles: es una arista que conecta un vértice consigo mismo.

Arborescencias

Las arborescencias son un tipo particular de grafos útiles para representar determinadas situaciones. La definición de arborescencia se encuentra en Arbones [1992] y se cita a continuación.

Un grafo $G = (C, L)$ es una arborescencia con raíz a si:

- Todo punto $x \in C$, para $x \neq a$ tiene un grado de entrada igual a uno.
- El grado de entrada de a es cero.
- El grafo G no contiene ningún circuito.

Se puede decir, por lo tanto, que una arborescencia es un grafo orientado, fuertemente conexo, sin ciclos ni bucles, en que todos los vértices tendrán grado de entrada igual a la unidad, excepto uno, la raíz de la arborescencia, cuyo grado de entrada es cero.

Una arborescencia es un conjunto de caminos divergentes y se denominan ramificaciones a los puntos cuyo grado de emisión es mayor que uno.

Se define como nivel de la arborescencia al número de arcos que se deben recorrer para llegar a un nodo determinado. Por definición la raíz tiene nivel 1. La profundidad de la arborescencia es el máximo número de niveles de todos los nodos de la arborescencia.

Una vez abordados los conceptos básicos sobre teoría de grafos, se procede a detallar el modelado del problema de optimización en base a las propiedades inherentes de la metaheurística de Colonia de Hormigas.

IV.3 Modelación de la síntesis de agrupación lineal de antenas

Como se mencionó anteriormente, el objetivo de esta tesis es el empleo de ACO para que en el diagrama de radiación en una agrupación lineal con separación no uniforme: se optimicen las características del lóbulo principal en términos de ancho de haz y máximo nivel de lóbulos laterales; se realice también el posicionamiento de nulos en direcciones preestablecidas y se logre la generación de nulos sectoriales para la cancelación de conjuntos o clusters de interferentes.

Para cumplir con la optimización multi-objetivo requerida, se plantea una búsqueda de las posiciones para los elementos de la agrupación de antenas. Dado que para el presente trabajo se ha planteado el manejo de agrupaciones lineales pares y simétricas con amplitud y fase constantes, la solución al problema de síntesis constará de $N/2$ posiciones para los elementos de antena; con $N = \#$ elementos totales de la agrupación¹.

¹La separación de los elementos a la derecha del centro de la agrupación de antenas será la misma que para los elementos a la izquierda del centro de la agrupación.

La representación de dichas posiciones se plantea mediante una codificación de tipo real, diferenciándose de trabajos similares como el de Akdagali *et al.* [2002] donde la representación de las soluciones se da en formato binario.

IV.3.1 Discretizando las variables

La optimización por Colonia de Hormigas es de naturaleza discreta. Por lo tanto, para poder trabajar la solución empleando números reales, es necesario realizar una discretización sobre las variables empleadas. Dado que las únicas variables a manipular son las posiciones de los elementos de antena, estas posiciones serán discretizadas con pasos de 0.1λ . Siendo λ la longitud de onda de la señal incidente o radiada por la agrupación. Se restringe también la separación de los elementos de la agrupación a una distancia no mayor de una longitud de onda, esto con el fin de evitar la aparición de lóbulos de difracción² en el diagrama de radiación.

Paso seguido, se puede caracterizar el modelado del problema bajo los siguientes aspectos:

- El espacio de soluciones consistirá en un conjunto finito de posiciones en las cuales pueden ser colocados los elementos de la agrupación de antenas.
- Un conjunto finito de incrementos, múltiplos de 0.1λ , marcarán las conexiones entre el conjunto de posiciones descrito en el punto anterior.
- Se restringe que la distancia mínima entre elementos sea de 0.1λ , con lo cual el menor valor dentro del conjunto de posiciones será de 0.05λ debido a la simetría

²Para agrupaciones de antenas en las cuales el espaciado entre elementos es mayor a media longitud de onda, el efecto de aliasing causa que algunos lóbulos laterales se vuelvan substancialmente mayores en amplitud y se aproximen al nivel del lóbulo principal; estos son llamados lóbulos de difracción o grating lobes

de la agrupación. En base a la restricción de separación máxima y al número de elementos que conforman la agrupación de antenas, se define también el máximo valor dentro del conjunto de posiciones. Dicho valor máximo será de $0.45\lambda + 0.9\lambda(N/2 - 1)$, con $N = \#elementos$. Como parte de las restricciones se define que la perturbación mínima para las transiciones sea de 0.1λ y la máxima de 0.9λ .

- Dependiendo del objetivo a optimizar, se posibilita la existencia de una cierta preferencia por alguna perturbación en particular. Esto puede ser visto como una preferencia de conexión entre el conjunto de posiciones, con el fin de guiar la búsqueda en algún determinado sentido.
- Dada la posición del elemento i , las posibles posiciones para el elemento $i + 1$ quedarán determinadas por la posición del elemento i , más los posibles incrementos pertenecientes al conjunto de perturbaciones.
- Una secuencia de elementos no repetidos, pertenecientes al conjunto de posiciones, formará una respuesta al problema. La longitud de dicha secuencia será igual a $N/2$, con N el número de elementos que forman la agrupación.
- Empleando la expresión 6 del factor de agrupación (presentada en el capítulo II) es posible evaluar la calidad de la solución con base en los objetivos planteados.

Esta serie de características que se acaban de mencionar, concuerdan con las expuestas en el capítulo anterior y definen a los problemas de optimización de tipo discreto, los cuales es posible resolver mediante hormigas artificiales.

IV.3.2 El espacio de soluciones como una arborescencia

Dadas las características anteriores, el problema de la síntesis puede expresarse en términos de rutas factibles sobre una arborescencia. Las bifurcaciones de dicha arborescencia representarán las posibles perturbaciones que se pueden realizar a las posiciones de los elementos, y los nodos las posiciones finales de los elementos de antena en la agrupación. Cada nivel de la arborescencia, a excepción de la raíz, definirá la posición de un elemento; por lo tanto, la profundidad del árbol quedará determinada por el número de elementos presentes en la agrupación de antenas. Una representación gráfica de dicha arborescencia se puede apreciar en la Figura 11.

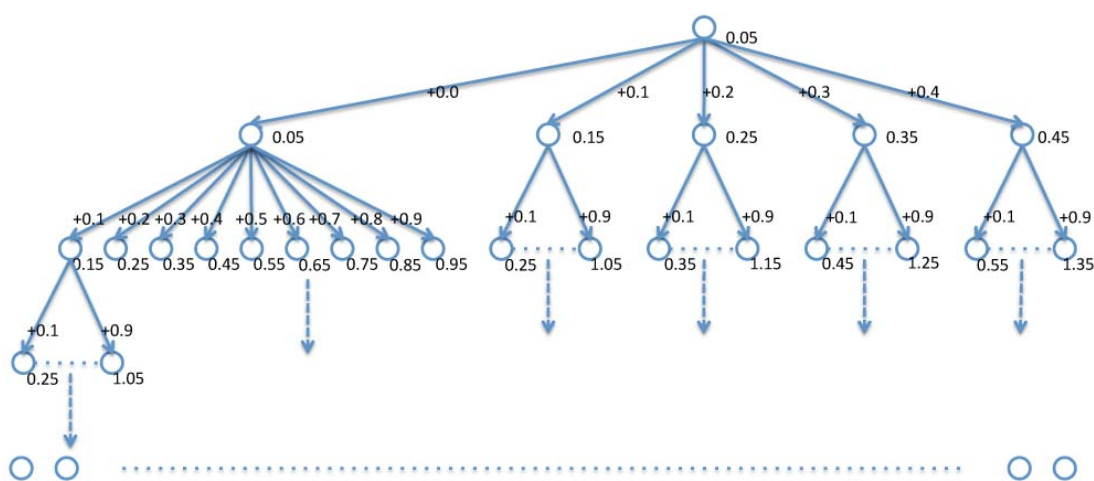


Figura 11. Representación gráfica mediante una arborescencia, para el modelado de la síntesis de agrupación lineal de antenas.

Como se aprecia en la Figura 11, la búsqueda de la solución comienza posicionando al primer elemento de la agrupación en el menor valor permisible. Sin embargo, la posición final del primer elemento no quedará definida sino hasta una vez realizada la transición al segundo nivel del árbol. Por lo tanto, la posición inicial puede verse o no incrementada en hasta 0.4λ , esto dependerá de la rama que se elija como transición. Una vez posicionados en el segundo nivel, y con la ubicación del primer elemento ya

definida, se procede a seleccionar una rama (un incremento) que lleve al tercer nivel del árbol. A partir del segundo nivel, las posibles ramas representan incrementos de 0.1λ a 0.9λ . Al seleccionar alguna transición hacia el tercer nivel quedará definida la posición para el segundo elemento. El proceso de selección continua hasta el nivel $N/2 + 1$ en donde quedarán definidas las $N/2$ posiciones de los elementos de la agrupación.

Una vez obtenido el vector de posiciones completo, es necesario llevar a cabo una evaluación de la calidad de dicha solución. Por lo cual se requiere definir una función que genere de manera cuantitativa la evaluación para la calidad de la respuesta.

IV.3.3 Función de calidad

La función de evaluación representa el único nexo entre el método de optimización y el problema bajo análisis. Como se mencionó, el problema de optimización planteado en esta tesis tiene múltiples objetivos que normalmente están en conflicto. Es por ello que la función de evaluación que determine la calidad de la respuesta, debe ser expresada como una combinación de los objetivos individuales a optimizar.

Para controlar las características deseadas en el diagrama de radiación, se introducen ciertos pesos en la función de calidad para ponderar la influencia de cada objetivo en la optimización del FA. Dichos pesos ponderadores no están preestablecidos en la literatura, éstos varían de problema en problema e incluso de objetivo a objetivo dentro del problema de optimización. Corresponde al implementador de la optimización encontrar, de una manera empírica, los valores de dichos pesos.

Las expresiones matemáticas que definen la función de calidad, y que corresponden a cada uno de los objetivos de optimización planteados en esta tesis, son extraídas de Rajo y Quevedo [2007].

Para el nivel de aislamiento

Para la evaluación del nivel de aislamiento, y haciendo uso de la expresión 7 del capítulo II, la expresión para la función de calidad que optimiza el nivel de aislamiento queda definida como:

$$v = | SLL |_{db} \quad (15)$$

Para el ancho de haz

En lo correspondiente a la evaluación del ancho de haz se recurre a la expresión 8 del capítulo II, y por tanto la expresión para la función de calidad que optimiza el ancho de haz se define como:

$$v = \frac{1}{FNBW - \Theta_f} \quad (16)$$

Donde Θ_f corresponde a un valor de referencia para el ancho de haz, el cual normalmente es un valor menor al obtenido en la respuesta natural por la agrupación de antenas. $FNBW$ corresponde al ancho de haz de nulo a nulo obtenido con la respuesta del algoritmo.

Para el posicionamiento de nulos

La función de calidad para el posicionamiento de los nulos emplea de manera directa la expresión 6 del factor de agrupación y queda expresada de la siguiente manera:

$$v = | AF(\Theta_i) | \quad (17)$$

En cuanto a la generación de nulos sectoriales, dentro de un ángulo marcado por Θ_{ini} y Θ_{fin} , la función de calidad que se propone es la siguiente:

$$v = | \max\{AF(\Theta_i)\} | \quad \Theta_{ini} \leq \Theta_i \leq \Theta_{fin} \quad (18)$$

Expresión multiobjetivo

Las expresiones anteriores son adecuadas cuando se optimiza un objetivo a la vez. Sin embargo; dado la optimización multiobjetivo planteada, es necesario agrupar estas expresiones en una sola, tomando en cuenta la inclusión de parámetros que ponderen los compromisos existentes entre los distintos objetivos. La expresión considerada para tal fin es la siguiente:

$$v = | SLL |^{\frac{1}{\beta_1}} \cdot | AF(\Theta_1) |^{\frac{1}{\beta_2}} \cdot \left(\frac{1}{FNBW - \Theta_f} \right)^{\frac{1}{\beta_3}} \quad (19)$$

Donde: SLL es al nivel de aislamiento conseguido, $AF(\Theta_1)$ es el valor del diagrama de radiación en donde deseamos colocar el nulo, $FNBW$ corresponde al ancho de haz de nulo a nulo obtenido, Θ_f corresponde a un valor de referencia para el ancho de haz y los valores de β_1, β_2 y β_3 determinaran la influencia de cada objetivo.

IV.3.4 Optimización por Colonia de Hormigas aplicada a la síntesis de agrupación de antenas

Con las condiciones anteriores se puede ahora definir un agente computacional simple, como lo es la hormiga artificial, que intente construir soluciones para el problema de optimización. La hormiga explorará el grafo descrito con anterioridad rigiéndose bajo las siguientes propiedades:

- La hormiga buscará soluciones válidas, evaluando éstas mediante la función de calidad correspondiente.
- La hormiga almacenará el recorrido en profundidad que realice en el árbol.
- La hormiga únicamente podrá transicionar hacia los hijos de cada nodo.
- La condición inicial de la hormiga está definida por la raíz del árbol y las condiciones finales serán las hojas del árbol presentes en el nivel $N/2 + 1$.
- La solución se construye de manera incremental al ir profundizando en la arborecencia y termina cuando la hormiga alcanza el nivel máximo.
- La hormiga realizará su transición aplicando la regla de decisión probabilística definida en Dorigo *et al.* [2006] y descrita a continuación:

$$p_{i,j}(t) = \frac{[\tau_j(t)]^\alpha \cdot [\eta_j]^\beta}{\sum_{l=1}^k [\tau_l(t)]^\alpha \cdot [\eta_l]^\beta} \quad (20)$$

Donde $p_{i,j}$ es la probabilidad de que el nodo j sea elegido en la iteración t estando en el nodo i , $\tau_j(t)$ representa la concentración de feromona asociada al nodo j en la iteración t , α pondera la importancia de la feromona en el proceso de decisión mientras que β hace lo mismo con la deseabilidad de la perturbación, η_j es la información a priori que se le da al algoritmo representando la deseabilidad del nodo j , y k es el grado de salida del nodo i .

- Una vez que la hormiga ha construido una solución, ésta se evalúa. La hormiga con la mejor solución marca su ruta dentro del grafo. Finalmente, la hormiga libera todos los recursos consumidos.

IV.3.5 Representación compacta

En base al comportamiento de la hormiga, y tomando como base el modelado de arborescencia anteriormente planteado, es posible crear una representación gráfica de manera más compacta que esquematice el espacio de búsqueda y el comportamiento de la hormiga en el grafo. Dicho esquema es el que se muestra en la Figura 12

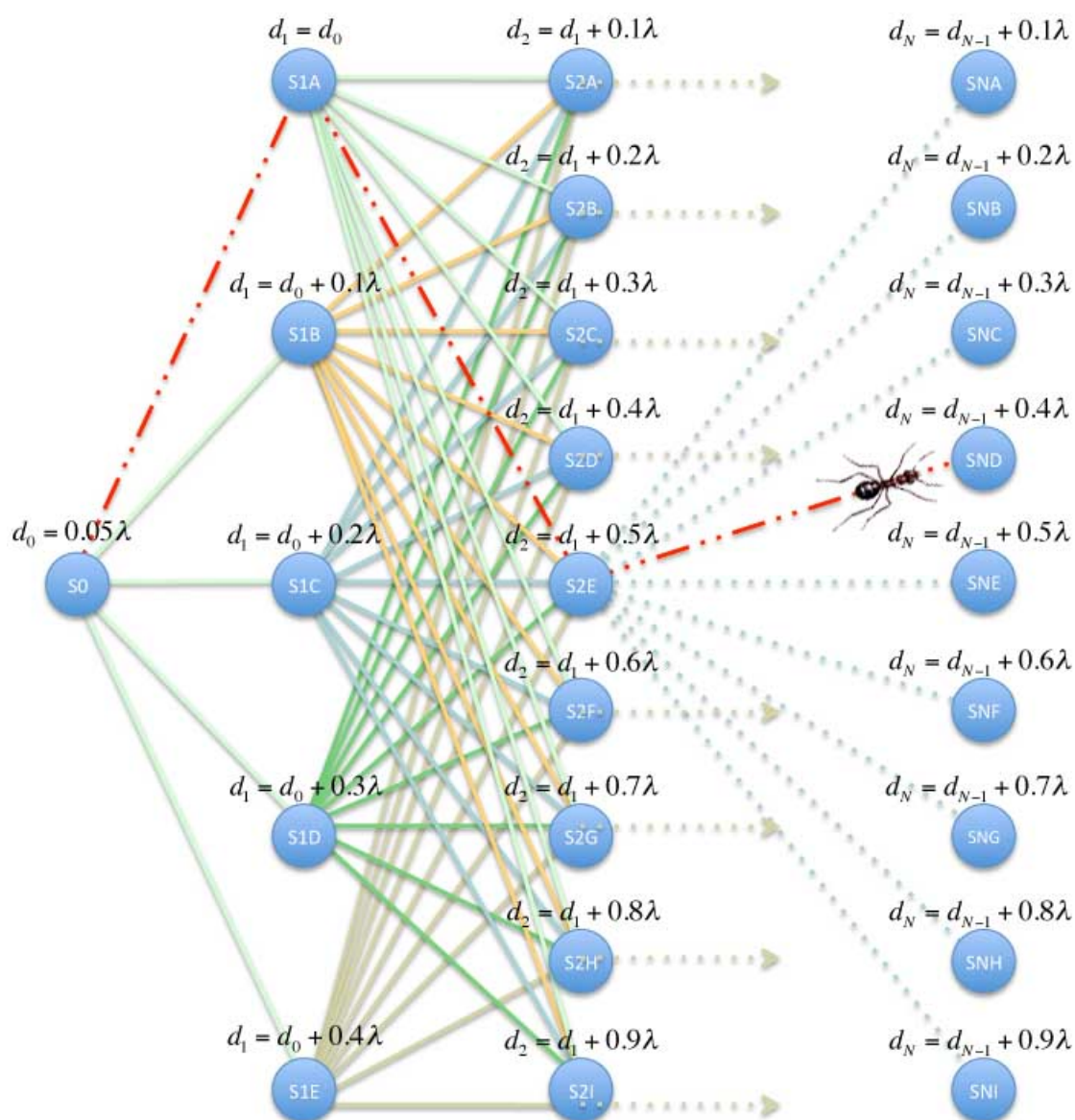


Figura 12. Representación gráfica compacta para el modelado de la síntesis. La línea discontinua de rectas y puntos ejemplifica el recorrido de una hormiga.

Al igual que en la arborescencia la hormiga parte del nodo S_0 . Posteriormente transicionará por alguna de las ramas salientes del nodo. Dependiendo de la arista recorrida se generará la posición del elemento. El recorrido de la hormiga continúa hasta que ésta ha generado N transiciones. A manera de ejemplo en la Figura 12 se ilustra con una línea resaltada la ruta de una hormiga.

Esta representación compacta del modelo sigue cumpliendo con las características que han sido descritas a lo largo de este capítulo. Únicamente es una transformación gráfica tendiente a ejemplificar, de mejor manera, la acción de la hormiga en el grafo, y de codificar la optimización de una forma más simple al momento de la implementación.

Como parte final del modelado se describe la forma en que ACO se aplica a la síntesis de agrupación lineal de antenas, teniendo como base todo lo descrito a lo largo de este capítulo.

IV.3.6 Diagrama de flujo

En la implementación del algoritmo una colonia de hormigas artificiales se posiciona en el nodo inicial (nodo S_0 de la Figura 12). De manera individual, cada hormiga realizará una transición hacia cualquiera de los nodos marcados como S_1 . El nodo al cual transicione la hormiga determinará la posición del primer elemento en la agrupación de antenas.

Dicha transición se llevará a cabo mediante la expresión 20 descrita con anterioridad, la cual utiliza dos tablas, una de feromona y otra de deseabilidad, con un tamaño acorde al número de elementos presentes en la agrupación de antenas. Todos los elementos de la tabla de feromona estarán inicializados a un valor unitario, lo cual indicará que no hay presencia de feromona dentro del grafo. Por el contrario, la tabla de deseabilidad se

creará de tal manera que favorezca ciertos incrementos o perturbaciones. Para la tabla de desabilidad empleada en esta tesis, los elementos correspondientes a perturbaciones de media longitud de onda presentarán un mayor valor de desabilidad respecto de sus vecinos.

A cada paso (transición) de la hormiga, se generará una nueva posición para un elemento de la agrupación la cual será agregada al vector de solución. Una vez que la hormiga alcanza alguno de los nodos finales SN , ésta genera una solución completa y la hormiga procede entonces a realizar una evaluación de la calidad de la solución. La hormiga con la mejor solución realizará un incremento sobre elementos de la tabla de feromona. Dichos elementos corresponderán con el camino seguido por la hormiga.

Como parte del proceso de actualización de la feromona, se incluye el efecto de evaporación de feromona con el fin de favorecer la exploración de nuevas rutas. La expresión de actualización de la feromona queda descrita en dos procesos de la siguiente manera González [2007]:

Un proceso de actualización local el cual es realizado por todas las hormigas después de cada paso de construcción. Cada hormiga lo aplica únicamente al último nodo visitado.

$$\tau_{ij} = (1 - \varphi) \cdot \tau_{ij} + \varphi \cdot \tau_0 \quad (21)$$

Donde $\varphi \in (0, 1]$ es el coeficiente de decaimiento de la feromona y τ_0 es el valor inicial de la feromona.

La actualización fuera de línea que es aplicada al final de cada iteración por solo una hormiga, que puede ser la mejor de la iteración o la mejor global.

Estas acciones quedan expresadas en el diagrama de flujo de la Figura 13.

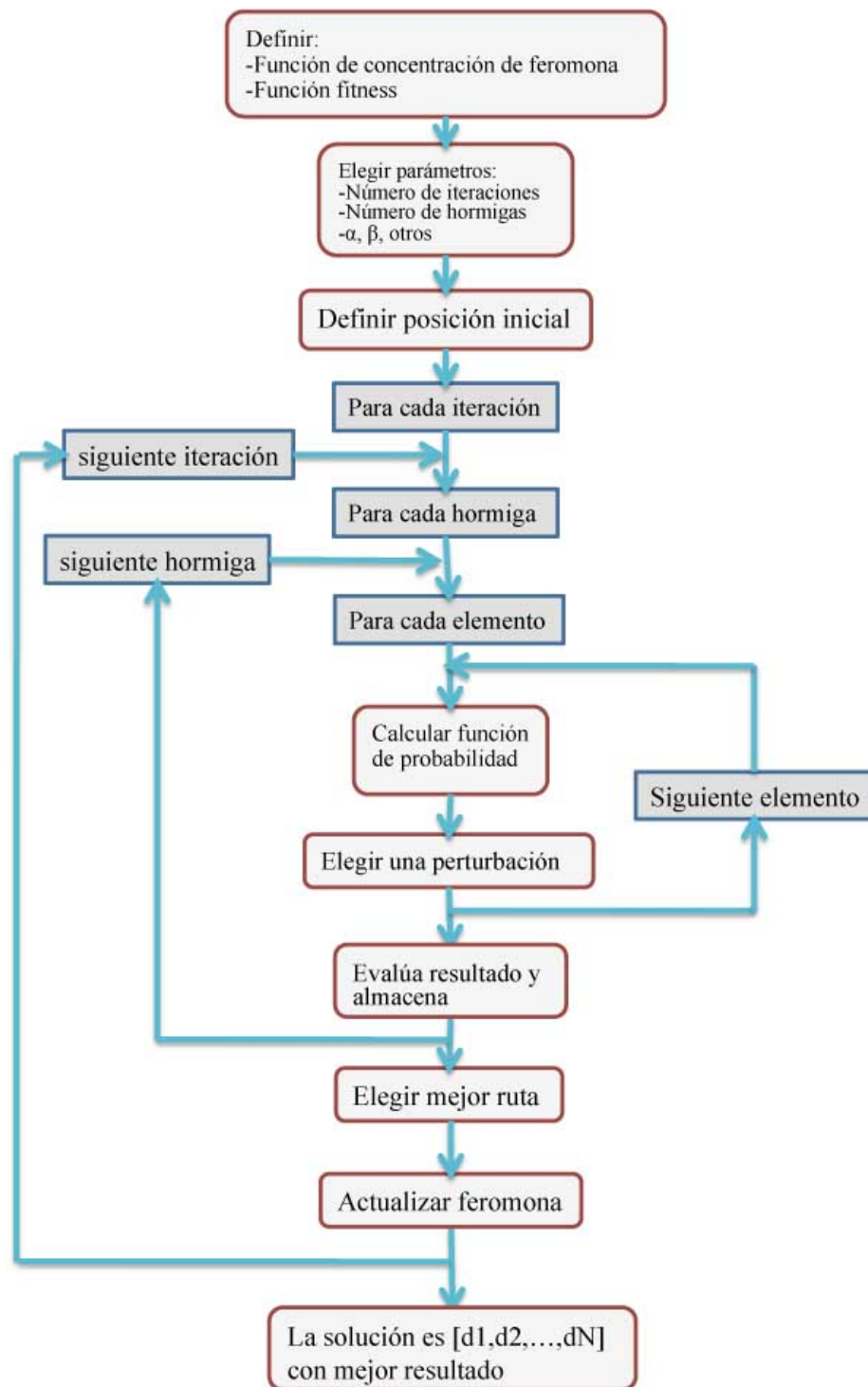


Figura 13. Diagrama de flujo de los principales pasos en el algoritmo de hormigas.

IV.4 Conclusiones

Con lo planteado en el presente capítulo, se ha conseguido modelar el problema de la síntesis de agrupación de antenas mediante un modelo de arborescencia. Esta perspectiva constituye un enfoque novedoso, no reportado hasta el momento en la literatura, y representa la piedra angular del presente trabajo de investigación.

Se han asentado las condiciones, para que el problema de la síntesis de agrupación lineal de antenas, sea optimizado mediante Colonia de Hormigas. Además se han establecido las condiciones para implementar dicha optimización, mediante el uso de algún lenguaje computacional.

En el siguiente capítulo se muestran una serie de simulaciones, con el correspondiente análisis numérico, para cumplir cualitativa y cuantitativamente con el objetivo de la tesis.

Capítulo V

Simulaciones y Análisis Numérico

V.1 Introducción

Este capítulo tiene como objetivo principal presentar los resultados de las simulaciones efectuadas con agrupaciones lineales de antenas con separación no uniforme, aplicando una optimización multi-objetivo mediante Colonia de Hormigas (ACO por sus siglas en inglés). Mediante estos resultados se pretende demostrar que el objetivo de la tesis ha sido alcanzado, al aplicar la metaheurística de ACO a la síntesis de agrupación de antenas.

Cada una de las simulaciones efectuadas se desarrollan a partir del modelo establecido en el capítulo IV. A través de las estadísticas que se generarán, se podrán establecer los alcances y las limitaciones del modelo planteado con anterioridad. Para llevar a cabo las simulaciones, se establecen distintos escenarios de entre los cuales se mantendrán ciertas características, mismas que se puntualizan a continuación.

V.2 Consideraciones de simulación

Las consideraciones generales de simulación empleadas en todas las estadísticas generadas son:

- Se emplea una Agrupación Lineal de Antenas en campo lejano en la cual arriba un frente de onda plano.

- Se trabaja en banda estrecha, lo cual implica que las señales que llegan a la agrupación difieren elemento a elemento. Ésto se debe a las distancias que debe propagarse la señal. Dichas diferencias se manifiestan en variaciones de fase de la señal portadora.
- Cada elemento de antena de la agrupación es un radiador isotrópico.
- La respuesta total del sistema es la suma fasorial de las contribuciones individuales de los elementos de antena de la agrupación.
- Se considera un número par de elementos de antena de la agrupación, el cual varía dependiendo el escenario de simulación propuesto.
- Las amplitudes de excitación de cada elemento de antena se consideran uniformes y unitarias.
- Las fases de excitación de cada elemento de antena se consideran nulas.
- Las distancias de separación entre los elementos de la agrupación de antenas se consideran no uniformes. Este trabajo plantea un control de la separación de los elementos de antena dentro de la agrupación.

V.3 Equipo de cómputo empleado

Todas las simulaciones realizadas presentadas en este trabajo, fueron realizadas bajo la plataforma de simulación y equipo de cómputo con las siguientes características:

- CPU: Intel Core 2 Duo @ 2.4 GHz
- Memoria: 4 GB

- Sistema operativo: Mac OS X 10.5.8 (9L31a)
- Plataforma de simulación: C++

V.4 Selección inicial de parámetros

La aplicación de cualquier metaheurística a un problema de optimización está supeditada al ajuste inicial de parámetros del algoritmo, esto para encontrar cierta configuración que ofrezca la mejor relación entre precisión y costo computacional. La selección de parámetros o esquemas óptimos en algoritmos metaheurísticos puede hacerse por las siguientes alternativas: recurriendo a alguna de las configuraciones típicas en la literatura, realizando un estudio paramétrico o una combinación de ambos.

En un principio, la configuración de parámetros para el algoritmo trabajado en esta tesis se hizo tomando como referencia la configuración presentada en Dorigo y Stützle [2004], y una inicialización de aproximación sugerida del estudio de otras técnicas de optimización basadas en población.

La adecuación de los parámetros óptimos, referida a aquella configuración que otorga mejores prestaciones en términos de tiempo de convergencia y optimización del diagrama de radiación deseado, se realizó haciendo un estudio paramétrico a través de múltiples simulaciones para la obtención del diagrama de radiación, con multiobjetivos impuestos y tomando como punto de comparación los resultados reportados en Rajo y Quevedo [2007].

En la Tabla I se muestran los parámetros óptimos del algoritmo para trabajar los escenarios de simulación propuestos.

Tabla I. Parámetros de configuración inicial para ACO

Parámetro	Valor
No. de hormigas	20
No. de iteraciones	500
α	1
β	2
ρ	0.1
φ	0.1
Criterio de paro	Num. de iteraciones

V.5 Escenarios de simulación

En esta sección, el algoritmo desarrollado en base a lo presentado en el capítulo IV será empleado para sintetizar una agrupación lineal de antenas, bajo los parámetros anteriormente descritos.

Los distintos escenarios corresponden a diferentes criterios de diseño. Los primeros cinco están basados en los presentados en Rajo y Quevedo [2007]. Sin embargo, se ha llevado mas allá la síntesis en términos de generación de nulos sectoriales con el fin de evaluar sus prestaciones en términos de cancelación de interferentes en un escenario de tipo multi-cluster.

En la Tabla II se resumen los diferentes escenarios propuestos para la síntesis de agrupaciones lineales de antenas con sus respectivas restricciones a tomar en cuenta.

Tabla II. Escenarios desarrollados en esta sección y sus respectivas restricciones

Escenario	SLL	BW	Nulo 1	Nulo 2	Nulo 3	BBN
1	$< -15dB$	-	-	-	-	-
2	$< -15dB$	$\approx 7^\circ$	-	-	-	-
3	-	-	55°	57.5°	60°	-
4	$< -15dB$	-	55°	57.5°	60°	-
5	$< -15dB$	$\approx 7^\circ$	81°	-	-	-
6	-	-	-	-	-	66.2° a 71.0°

V.5.1 Optimización del nivel de aislamiento

Como primer objetivo, se impone una restricción común en términos del nivel de lóbulos laterales (SLL). Lo que se pretende es conseguir la mayor diferencia de energía posible entre el lóbulo principal y el lóbulo secundario con mayor amplitud en el diagrama de radiación. Por lo tanto, la función de calidad empleada para evaluar la solución es la mostrada en la expresión 15 del capítulo anterior, con lo cual, la calidad de la función estará en relación directa y única con el nivel de aislamiento alcanzado por la solución.

En la Figura 14 se muestra el diagrama de radiación obtenido mediante ACO empleando una agrupación de antenas con 10 elementos. En la misma figura se traza el diagrama de radiación en respuesta natural (las separaciones entre sus elementos son de media longitud de onda) para la misma agrupación. Como se puede observar, se ha conseguido reducir el nivel de lóbulos laterales de los $-13dB$ presentados por la respuesta natural, a $-23.7dB$ obtenidos con las separaciones entregadas por ACO. Con esto se alcanza el objetivo de optimizar el nivel de aislamiento en la agrupación de antenas.

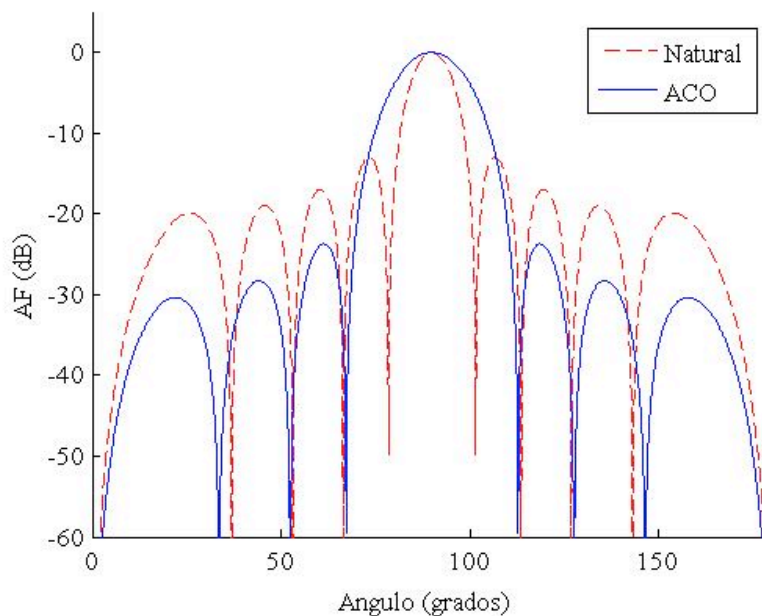


Figura 14. Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 10 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas (línea sólida) comparado con la respuesta natural (línea punteada).

En la Figura 15 se presenta la convergencia del algoritmo. La línea trazada corresponde al mejor valor de la función de calidad obtenido hasta una iteración determinada. Como se puede apreciar el algoritmo converge en aproximadamente 60 iteraciones. Si bien el algoritmo en este caso alcanza una convergencia bastante temprana, éste se ejecuta hasta las 500 iteraciones que se tienen programadas como criterio de paro. Esta cantidad de iteraciones se ha tomado como estándar para todos los ejemplos aquí presentados.

La solución obtenida por este proceso y graficada en la Figura 14, tiene las posiciones de elementos mostradas en la Tabla III.

Dado que bajo esta restricción la calidad de la respuesta únicamente depende del nivel de aislamiento alcanzado, el algoritmo puede llegar a entregar respuestas en donde el diagrama de radiación presenta pocos lóbulos laterales y con baja energía. Sin

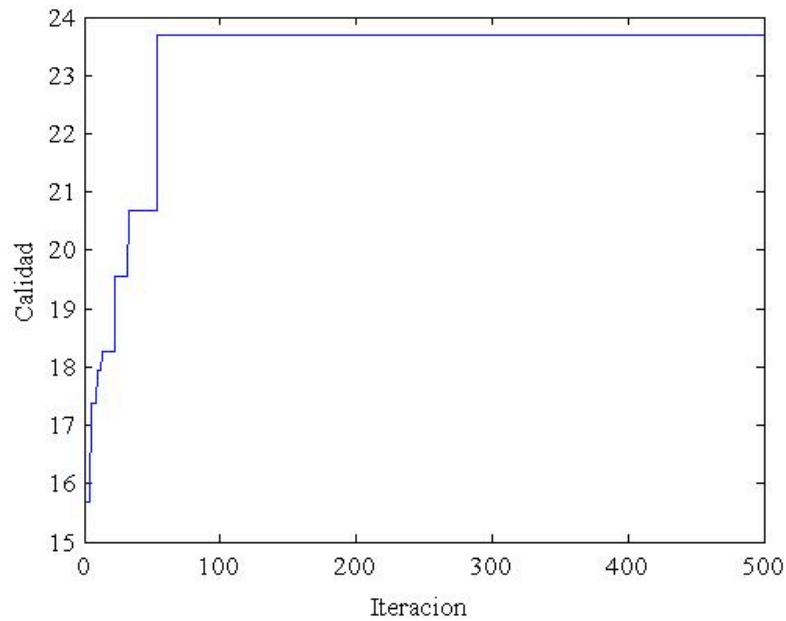


Figura 15. Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización del SLL.

Tabla III. Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 10 elementos correspondiente a la Figura 14

Elemento	Posición
d_1	0.05λ
d_2	0.35λ
d_3	0.75λ
d_4	0.85λ
d_5	1.45λ

embargo, la calidad del ancho de haz está tan degradada que torna a las respuestas prácticamente inviables desde el punto de vista de aplicación. Dichas respuestas ocurren cuando las separaciones entre elementos son muy pequeñas. Es por ello que bajo esta restricción, la tabla de información a priori que controla el parámetro η de la ex-

presión 20 adquiere una gran importancia. Esto se debe a que mediante esta tabla es que se marca una mayor preferencia por separaciones de media longitud de onda, lo cual disminuye la posibilidad de que el algoritmo genere respuestas correctas desde el punto de vista del parámetro a optimizar, pero inviables en un sentido práctico.

A manera de comparativa, en la Figura 16 se presenta con una línea continua la respuesta generada por el algoritmo desarrollado en esta tesis, y con una línea punteada el presentado como respuesta en el ejemplo A de la sección III en Rajo y Quevedo [2007]. Como se puede observar en la figura, el nivel de los lóbulos secundarios que posee el diagrama de radiación generado en esta tesis, es menor en comparación con el reportado en Rajo y Quevedo [2007]. Esto representa un correcto desempeño del algoritmo propuesto en esta tesis al compararlo con trabajos similares encontrados en la literatura.

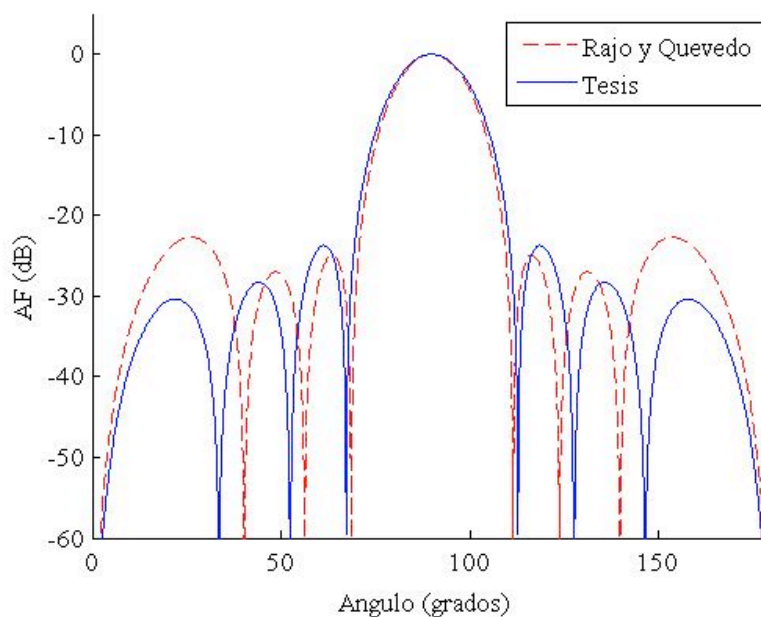


Figura 16. Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 10 elementos obtenido en esta tesis (línea sólida) comparado con la respuesta reportada en Rajo y Quevedo (línea punteada).

La Tabla IV resume algunas de las características de la respuesta obtenida mediante el algoritmo planteado en esta tesis y la reportada en Rajo y Quevedo [2007]. Cabe señalar que para ambas respuestas se utilizó un número igual de hormigas en la corrida del algoritmo.

Tabla IV. Comparativa entre las respuestas de los algoritmos de optimización ACO propuesta y comparada con la Rajo Iglesias.

Característica	Esta tesis	[Rajo y Quevedo, 2007]
SLL	-23.7dB	-22.66dB
Total de iteraciones	500	1000
Iteración de convergencia	54	780
Tiempo de ejecución	1.5 min	15 min

Dados los datos presentados en la Tabla IV, se puede notar que el algoritmo desarrollado en esta investigación presenta mucho mejores características en todos los aspectos. Aunque el total de iteraciones es menor para el algoritmo desarrollado en esta tesis, ello no demerita la calidad de la solución.

Estos resultados no se han encontrado reportados en la literatura en las búsquedas hechas por el autor de esta tesis. En un análisis posterior, presentado dentro de este capítulo, se abordará a detalle lo concerniente al tiempo de ejecución del algoritmo.

V.5.2 Optimización del nivel de aislamiento y ancho de haz

Este segundo escenario incluye un doble objetivo el cual afecta tanto al nivel de lóbulos laterales como al ancho de haz (entre nulos). Lo que se persigue con estas restricciones, es reducir al mínimo el nivel de los lóbulos laterales degradando lo menos posible el ancho de haz. Si se toma como referencia el caso en el que los elementos están equies-

enciados media longitud de onda, en una agrupación de antenas con 32 elementos, los parámetros que presenta son de -13.23dB para el nivel de aislamiento y un ancho de haz de 7.2°. Particularmente, se desea tener un ancho de haz cercano a los 7° y un nivel de lóbulos laterales menor a -17.5dB.

La función costo que evaluará los múltiples objetivos planteados para estas restricciones, toma como base la expresión 19 del capítulo III quedando expresada de la siguiente manera:

$$v = |SLL| \cdot \left(\frac{1}{FNBW - \Theta_f} \right)^{\frac{1}{\beta_3}} \quad (22)$$

Como se explicó en el capítulo II, las agrupaciones con un gran nivel de aislamiento presentan un ancho de haz poco estrecho y en los que se presenta un ancho de haz estrecho el nivel de aislamiento es pobre.

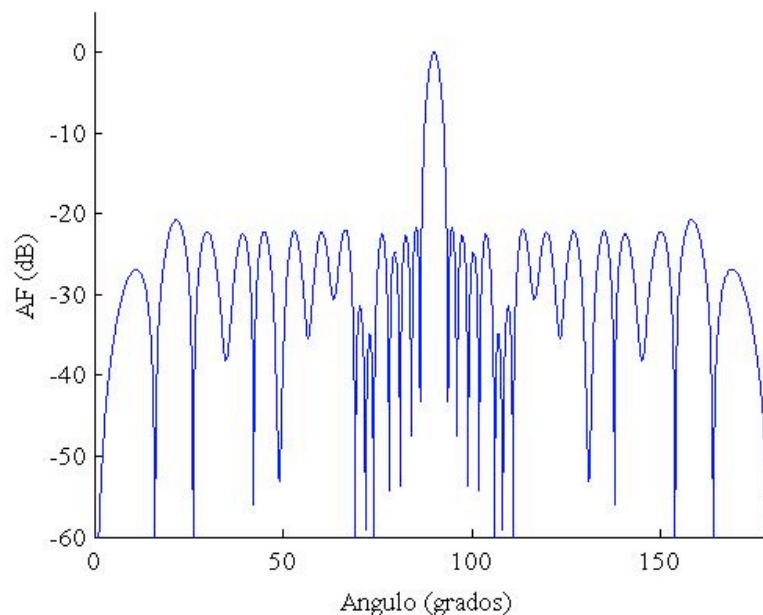


Figura 17. Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas optimizando el SLL y BW.

Para lidiar con estas dos condiciones en contraposición se incluye el parámetro β_3 , el cual tendrá un valor de 20 como se propone en Rajo y Quevedo [2007]. Por otra parte la selección del valor Θ_f , está relacionada con el número de elementos presentes en la agrupación de antenas, para este ejemplo el valor de Θ_f seleccionado es de 7.2° correspondiente al de una agrupación con 32 elementos equiespaciados.

En la Figura 17 se muestra el diagrama de radiación sintetizado mediante ACO empleando una agrupación de antenas con 32 elementos. Se ha conseguido reducir el nivel de lóbulos laterales a -20.77dB manteniendo un ancho de haz estrecho de 7.4° . Con esto se ha conseguido cumplir con el multiobjetivo planteado al inicio de este escenario, manejando de manera adecuada, la contraposición de los parámetros.

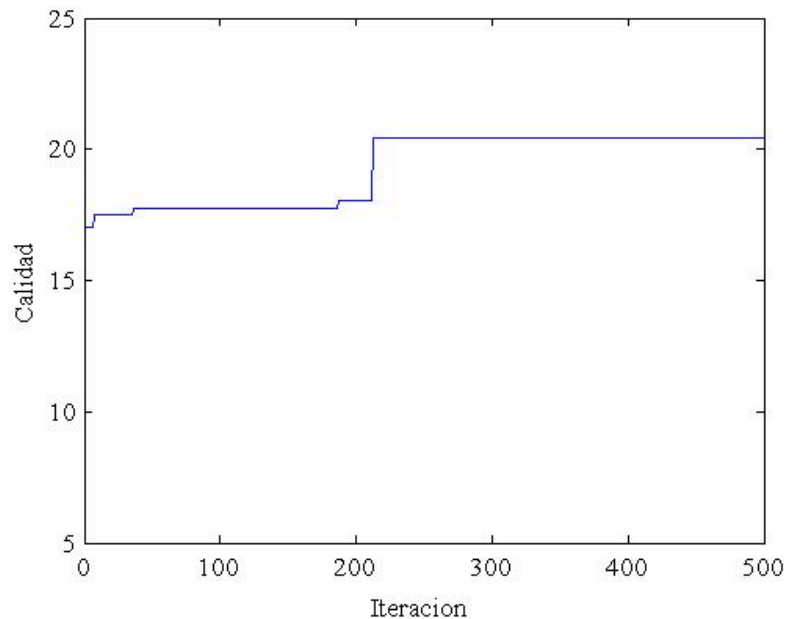


Figura 18. Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización de SLL y BW.

En la Figura 18 se presenta la convergencia del algoritmo. La gráfica trazada corresponde al mejor valor de la función de calidad obtenido por iteración. Como se puede

apreciar el algoritmo converge en aproximadamente 200 iteraciones.

La solución obtenida por este proceso y graficada en la Figura 17 tiene como posiciones de elementos los descritos en la Tabla V.

Tabla V. Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 17

Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.
d_1	0.35λ	d_2	0.65λ	d_3	1.15λ	d_4	1.35λ
d_5	2.05λ	d_6	2.55λ	d_7	3.05λ	d_8	3.55λ
d_9	3.95λ	d_{10}	4.55λ	d_{11}	5.15λ	d_{12}	5.85λ
d_{13}	6.55λ	d_{14}	7.35λ	d_{15}	8.15λ	d_{16}	9.05λ

V.5.3 Optimización de nulos en tres posiciones.

Como tercer escenario de simulación se propone la generación de 3 nulos en ciertas posiciones angulares del diagrama de radiación. Mas aún, dichas posiciones presentarán un espaciamiento angular muy cercano una de otra, esto como primer método para producir un nulo sectorial sobre una región angular. La función de calidad que evaluará la respuesta del algoritmo tiene como base la expresión 17 presentada en el capítulo anterior, quedando definida de la siguiente forma:

$$v = |AF(\Theta_1)|^{\frac{1}{\beta_2}} \cdot |AF(\Theta_2)|^{\frac{1}{\beta_2}} \cdot |AF(\Theta_3)|^{\frac{1}{\beta_2}} \quad (23)$$

El parámetro β_2 es tomado de la literatura en Rajo y Quevedo [2007], el cual es determinado de manera empírica. Por lo cual, para la ejecución de este escenario propuesto, $\beta_2 = 3$ y los nulos poseerán posiciones angulares de $\{55^\circ, 57.5^\circ$ y $60^\circ\}$.

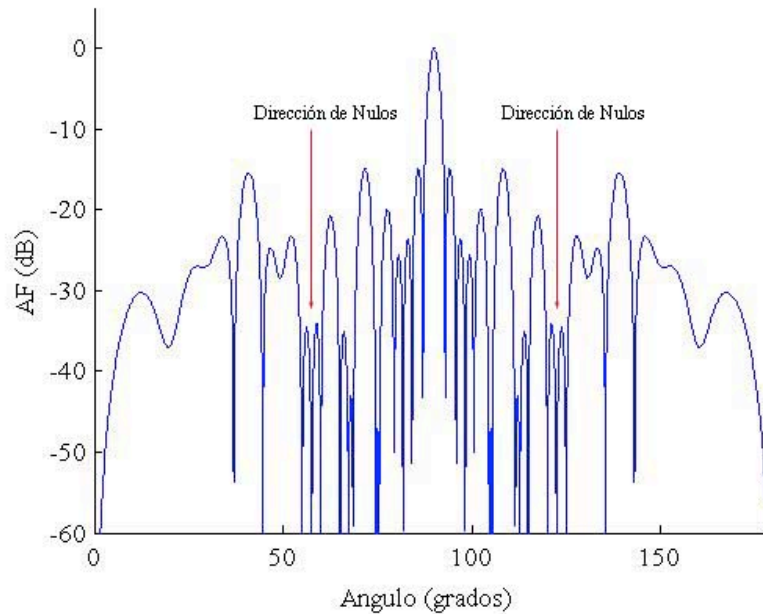


Figura 19. Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas optimizando el posicionamiento de 3 nulos.

En la Figura 19 se presenta el diagrama de radiación generado con las posiciones entregadas por ACO empleando una agrupación de antenas con 32 elementos. En dicho diagrama se puede apreciar el posicionamiento de los nulos en las posiciones previamente establecidas. Debido a la simetría de la agrupación, los mismos nulos se generan en $\Theta = 120^\circ, 122.5^\circ$ y 125° . De esta manera se consigue el objetivo de posicionar 3 nulos consecutivos con un separación angular muy estrecha, los cuales pueden ser tomados como un nulo sectorial.

En la Figura 20 se presenta la convergencia del algoritmo. Como se puede apreciar, el algoritmo presenta una convergencia en aproximadamente 170 iteraciones. Los valores están determinados por la mejor solución encontrada por el algoritmo, en cada iteración.

La solución obtenida por este proceso (graficada en la Figura 19) tiene las posiciones para sus elementos descritas en la Tabla VI.

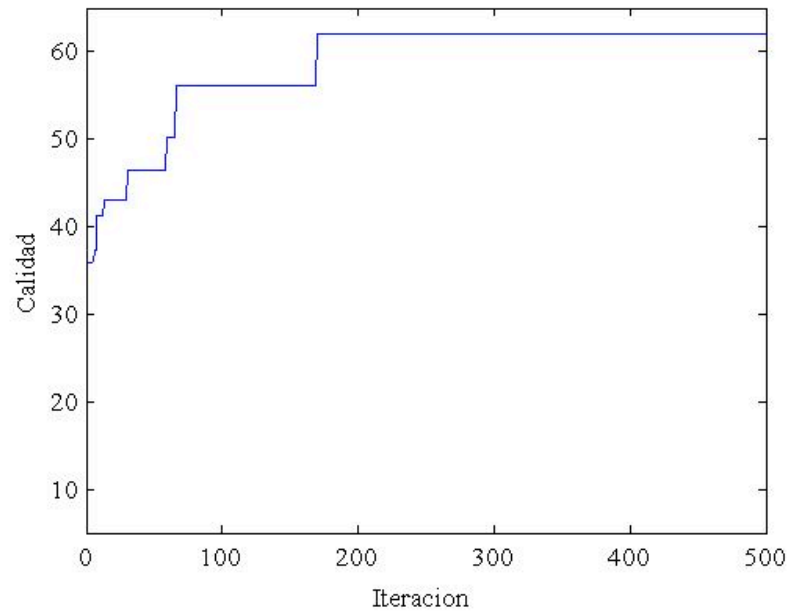


Figura 20. Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización del posicionamiento de tres nulos.

Tabla VI. Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 19

Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.
d_1	0.25λ	d_2	0.65λ	d_3	1.35λ	d_4	2.25λ
d_5	3.05λ	d_6	3.25λ	d_7	3.75λ	d_8	4.45λ
d_9	5.05λ	d_{10}	5.75λ	d_{11}	6.15λ	d_{12}	6.85λ
d_{13}	7.55λ	d_{14}	8.45λ	d_{15}	9.25λ	d_{16}	9.95λ

V.5.4 Optimización del nivel de aislamiento y nulos en tres posiciones.

En este cuarto escenario planteado, se especifica la reducción del nivel de lóbulos laterales aunado a la generación de tres nulos en posiciones angulares específicas dentro del diagrama de radiación. Dicho escenario coincide con el ejemplo planteado en el inciso

C de la sección III en Rajo y Quevedo [2007]. La función costo que evaluará dichos objetivos, se origina de la expresión 19 del capítulo III y queda expresada de la siguiente manera:

$$v = |SLL|^{\frac{1}{\beta_1}} \cdot |AF(\Theta_1)|^{\frac{1}{\beta_2}} \cdot |AF(\Theta_2)|^{\frac{1}{\beta_2}} \cdot |AF(\Theta_3)|^{\frac{1}{\beta_2}} \quad (24)$$

Donde β_1 y β_2 son parámetros de balance necesarios para compensar la influencia de las diferentes condiciones deseadas. Estos parámetros tienen que ser incluidos para evitar la dominación de alguna de las condiciones dentro de la función de calidad y son determinados de manera empírica. El valor propuesto es de $\beta_1 = 2$ y $\beta_2 = 4$. Las posiciones angulares donde se desean colocar los nulos son $\Theta = 55^\circ, 57.5^\circ$ y 60° .

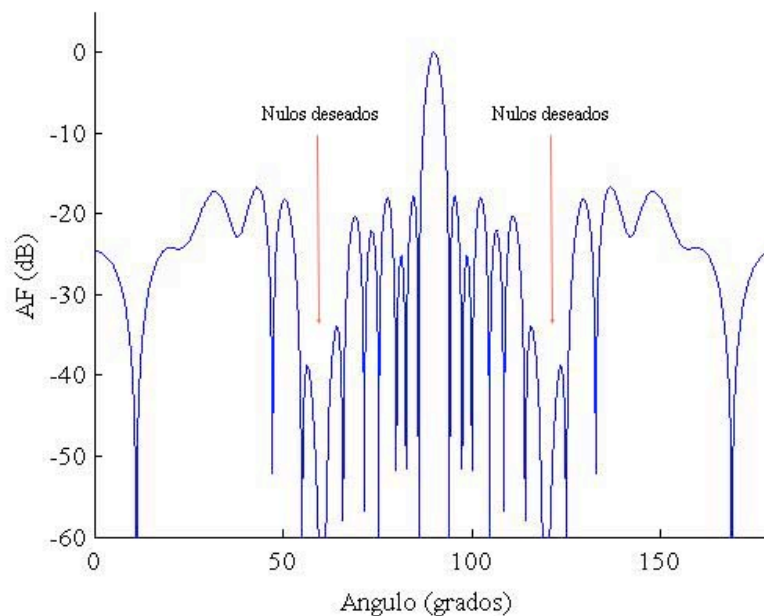


Figura 21. Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por el algoritmo de hormigas optimizando el SLL y posicionando 3 nulos.

En la Figura 21 se presenta el diagrama de radiación generado con la respuesta entregada por ACO considerando una agrupación de 32 antenas. En dicho diagrama se

puede apreciar el posicionamiento de los nulos en las posiciones previamente indicadas. Debido a la simetría de la agrupación, los mismos nulos se generan en $\Theta = 120^\circ, 122.5^\circ$ y 125° . El nivel de aislamiento conseguido en este ejemplo es de -16.72dB .

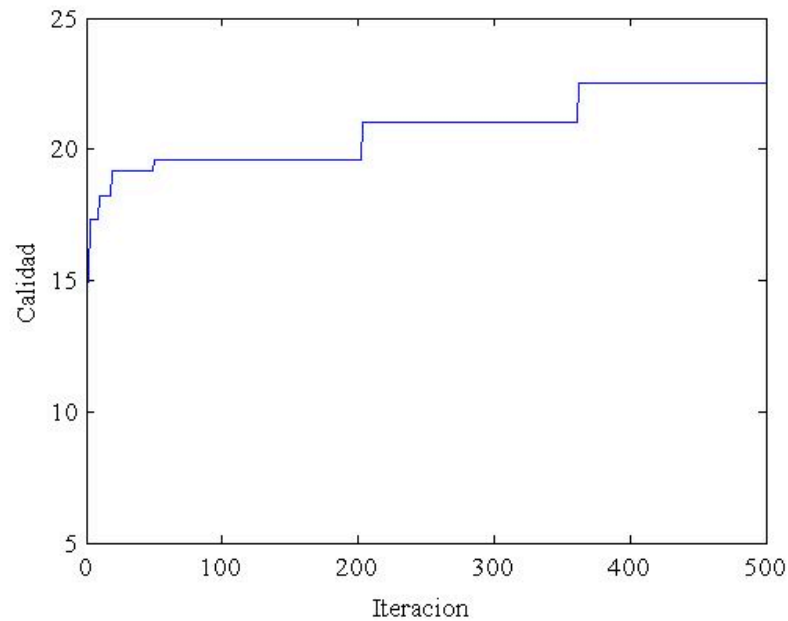


Figura 22. Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización de SLL y 3 Nulos.

En la Figura 22 se presenta la convergencia del algoritmo. Como se puede apreciar el algoritmo presenta una convergencia en aproximadamente 360 iteraciones. La línea representa el valor de la mejor solución encontrada por el algoritmo en cada iteración.

La solución obtenida por este proceso y graficada en la Figura 21 tiene como posiciones de elementos las presentadas en la Tabla VII.

Tabla VII. Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 21

Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.
d_1	0.35λ	d_2	0.65λ	d_3	1.15λ	d_4	1.65λ
d_5	1.85λ	d_6	2.25λ	d_7	2.85λ	d_8	3.15λ
d_9	3.55λ	d_{10}	4.05λ	d_{11}	4.55λ	d_{12}	5.05λ
d_{13}	5.95λ	d_{14}	6.45λ	d_{15}	6.95λ	d_{16}	7.65λ

V.5.5 Optimización del nivel de aislamiento, ancho de haz y nulo en una dirección

Como quinto escenario, se propone la inclusión de tres condiciones como objetivo. Dichos objetivos son: un nivel de lóbulos laterales lo menor posible, un ancho de haz estrecho y el posicionamiento de un nulo en una dirección específica.

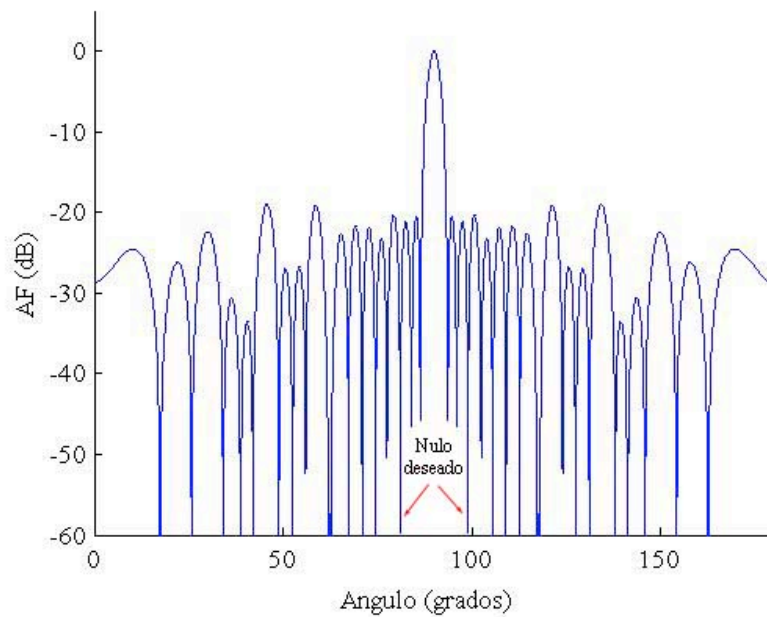


Figura 23. Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por ACO, se optimiza el SLL, BW y posicionando un nulo en 81° .

Para ello se tiene que expresar la función de calidad como una de tipo multiobjetivo la cual pondere de manera adecuada, los distintos requerimientos impuestos en el escenario de prueba. Dicha función es la definida en la expresión 19 planteada en el capítulo anterior.

Los parámetros β que ponderan los múltiples objetivos contenidos en la función son tomados de Rajo y Quevedo [2007], y tienen los valores descritos a continuación: $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 6$ y $\beta_3 = 20$. El ancho de haz de referencia será el mismo de $\Theta_f = 7.2^\circ$ que se planteó para el escenario dos. El nulo se pide esté posicionado en $\Theta = 81^\circ$

Como se observa de la Figura 23, bajo las condiciones anteriormente planteadas, la solución encontrada por el algoritmo de hormigas satisface de manera adecuada los requerimientos impuestos. En este caso la agrupación de antenas presenta un diagrama de radiación con un ancho de haz de 7.4° , un nivel de aislamiento de -19dB y el nulo en la posición especificada. Con este ejemplo, se ha puesto a límite la capacidad del algoritmo para satisfacer de manera adecuada las restricciones impuestas en la síntesis de agrupación de antenas.

En la Figura 24 se presenta la convergencia del algoritmo. La línea trazada corresponde al mejor valor de la función de calidad obtenido hasta una iteración determinada. Como se puede apreciar el algoritmo converge en aproximadamente 400 iteraciones.

La solución obtenida por este proceso y graficada en la Figura 23 posee las posiciones para sus elementos como se describen en la Tabla VIII.

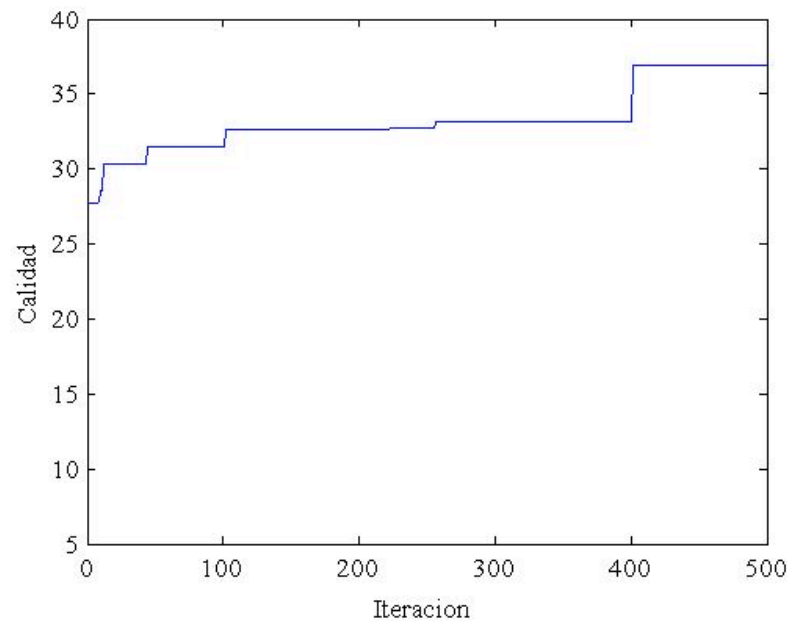


Figura 24. Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización del SLL, BW y posicionamiento de un nulo.

Tabla VIII. Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 23

Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.
d_1	0.25λ	d_2	0.75λ	d_3	1.15λ	d_4	1.55λ
d_5	2.05λ	d_6	2.65λ	d_7	2.95λ	d_8	3.45λ
d_9	4.05λ	d_{10}	4.65λ	d_{11}	5.25λ	d_{12}	5.85λ
d_{13}	6.65λ	d_{14}	7.45λ	d_{15}	8.25λ	d_{16}	8.75λ

V.5.6 Generación de un nulo sectorial

Si bien en el escenario tres se planteó el posicionamiento de 3 nulos con separaciones muy estrechas entre sí con el fin de generar un nulo sectorial, éste no siempre se obtiene de manera satisfactoria a pesar de que los nulos se encuentren en las posiciones indicadas. Por tal motivo, en esta tesis se plantea la generación de los nulos sectoriales tomando

como base la función de calidad descrita en la expresión 18 del capítulo anterior.

A continuación se presenta un ejemplo donde se solicita sintetizar un nulo sectorial entre 66.2° y 71.0° . La función de calidad empleada para la evaluación de la solución será la expresión 18 descrita en el capítulo anterior.

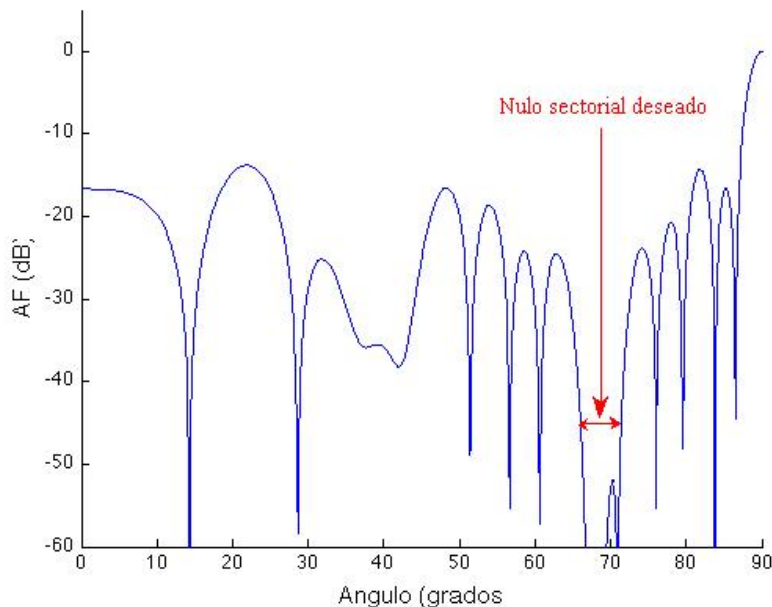


Figura 25. Diagrama de radiación normalizado para una agrupación lineal de 32 elementos obtenido por ACO imponiendo la generación de un nulo sectorial entre 66.2° y 71.0° .

En la Figura 25 se muestra el diagrama de radiación generado por una agrupación de 32 elementos con la separaciones entregadas por ACO. En dicho diagrama se puede apreciar la generación del nulo sectorial en la región comprendida entre los 66° y 71° . Con este resultado se comprueba que es posible generar nulos sectoriales mediante ACO al emplear la función de calidad representada en la ecuación 18.

En la Figura 26 se presenta la convergencia del algoritmo en la obtención del nulo sectorial. El valor representado en la gráfica corresponde al de la mejor solución encontrada hasta cierta iteración. El algoritmo converge en aproximadamente 30 iteraciones.

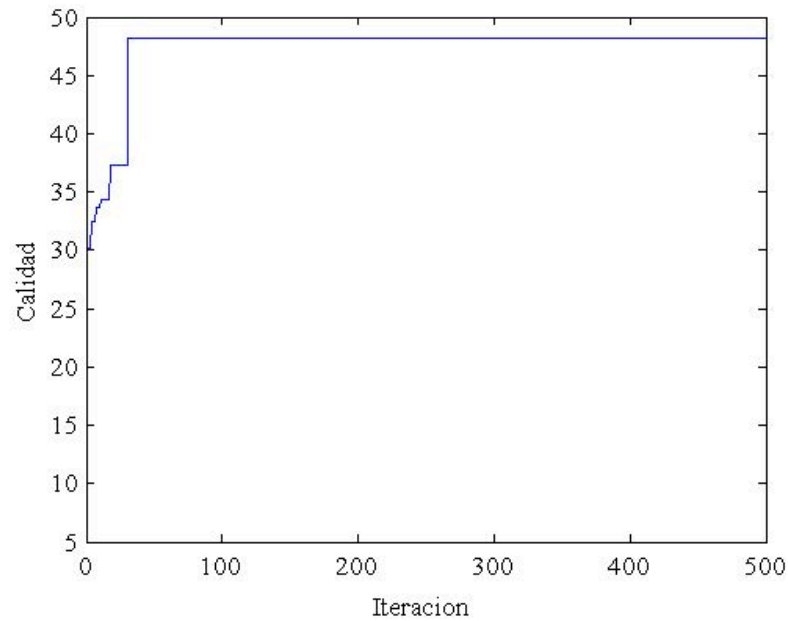


Figura 26. Convergencia del valor de la función de calidad contra el número de iteraciones en la optimización de un BBN.

La solución obtenida por este proceso (graficada en la Figura 25) presenta las posiciones enumeradas en la Tabla IX.

Tabla IX. Posición de elementos entregada por ACO para una agrupación de antenas con 32 elementos correspondiente a la Figura 25

Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.	Elem.	Pos.
d_1	0.15λ	d_2	0.65λ	d_3	0.95λ	d_4	1.55λ
d_5	2.05λ	d_6	2.45λ	d_7	3.15λ	d_8	3.65λ
d_9	4.35λ	d_{10}	5.05λ	d_{11}	5.55λ	d_{12}	6.35λ
d_{13}	6.65λ	d_{14}	7.05λ	d_{15}	7.65λ	d_{16}	8.45λ

La solución presentada en este último ejemplo será retomada posteriormente para el análisis de cancelación de interferentes en un entorno multiclusters de dispersores de tipo Gaussiano.

V.6 Análisis del tiempo de ejecución

Un parámetro importante en la mayoría de los procesos de optimización por metaheurísticas, es el tiempo de cómputo empleado por el algoritmo para entregar la solución. Como parte del objetivo de esta tesis se planteó el análisis del tiempo de convergencia que presenta la optimización al aplicar Colonia de Hormigas.

En la mayoría de las implementaciones metaheurísticas el mayor tiempo de cómputo se emplea en el cálculo de la función de evaluación de la solución. Esta función de evaluación o de calidad de la respuesta es el punto de ensamble entre el problema a optimizar y la metaheurística. En el caso del problema de la síntesis de agrupación de antenas, dicha función de evaluación está relacionada con el factor de agrupación.

Se procede entonces a realizar un análisis entre el tiempo de cómputo que emplea el algoritmo bajo el modelado presentado en esta tesis, y el descrito en Rajo y Quevedo [2007]. Ambos trabajos emplean Colonia de Hormigas para la síntesis de agrupación lineal de antenas con separación no uniforme.

El modelado presentado en esta tesis se basa en el uso de árboles, los cuales representan el grafo por donde la hormiga ha de realizar su recorrido en busca de la solución. Sin embargo, los nodos no representan respuestas totales ya que una respuesta completa se genera únicamente hasta que la hormiga alcanza el último nivel de la arborescencia. Es hasta este punto donde se realiza la evaluación de la calidad de la solución y por tanto la evaluación del Factor de Agrupación.

Tomando en cuenta que: i) para el algoritmo planteado en este documento una iteración comienza desde que la hormiga se coloca en la raíz del árbol y termina cuando ésta genera una respuesta completa y ii) para llevar a cabo las transiciones la hormiga únicamente se vale de la información de las tablas de deseabilidad y de feromona.

El tiempo de cómputo total empleado por el algoritmo estará determinado de manera aproximada por:

$$T_{computo}(N) = T_{AF}(N) \times N_{hormigas} \times N_{iteraciones} \quad (25)$$

Donde: $T_{computo}(N)$ es el tiempo de ejecución total del algoritmo, $T_{AF}(N)$ es el tiempo que tarda en calcularse el factor de agrupación y depende del número de elementos presentes en la agrupación, $N_{hormigas}$ es el número de hormigas empleadas en la ejecución del algoritmo, $N_{iteraciones}$ es el número de iteraciones que se dan como criterio de paro, y N es el número de elementos en la agrupación de antenas.

La ecuación 25 es tan solo una expresión aproximada ya que se desprecian los tiempos consumidos por otras procedimientos dentro del algoritmo. Sin embargo, estos tiempos son mucho menores en comparación con el consumido por el Factor de Agrupación.

Por otra parte, en el modelado presentado en Rajo y Quevedo [2007] el espacio de soluciones es representado mediante un grafo del tipo malla. En él cada nodo representa una solución completa, y para llevar a cabo una transición la hormiga utiliza la información de la tabla de feromona y del valor de la calidad de la respuesta en el posible nodo a transicionar. Por lo tanto, el número de veces que se calcula el factor de agrupación, antes de que la hormiga realice la transición, dependerá de la estructura vecinal de cada nodo, la cual estará en relación directa con el número de elementos presentes en la agrupación de antenas. Una ecuación aproximada que expresa este comportamiento es la descrita a continuación:

$$T_{computo}(N) = T_{AF}(N) \times N \times N_{hormigas} \times N_{iteraciones} \quad (26)$$

Donde: $T_{computo}(N)$ es el tiempo de ejecución total del algoritmo, $T_{AF}(N)$ es el

tiempo que tarda en calcularse el Factor de Agrupación y depende del número de elementos presentes en la agrupación, $N_{hormigas}$ es el número de hormigas empleadas en la ejecución del algoritmo, $N_{iteraciones}$ es el número de iteraciones que se dan como criterio de paro, y N es el número de elementos en la agrupación de antenas.

Midiendo los tiempos de ejecución para ambos modelados se obtiene la gráfica de la Figura 27. En el eje horizontal se varía el número de elementos en la agrupación de antenas y en el eje vertical se tiene el tiempo (en minutos) que tardan en ejecutarse 500 iteraciones del algoritmo. Como se puede observar, al aumentar el número de elementos de antena el tiempo de ejecución del algoritmo se incrementa. Sin embargo, en el modelado planteado en Rajo y Quevedo [2007] el aumento es casi de tipo exponencial presentando tiempos de ejecución de hasta 40 minutos, mientras que en el modelo planteado en esta tesis el aumento es lineal y mucho menos significativo, teniendo tiempos de ejecución máximos de 2.5 minutos en promedio.

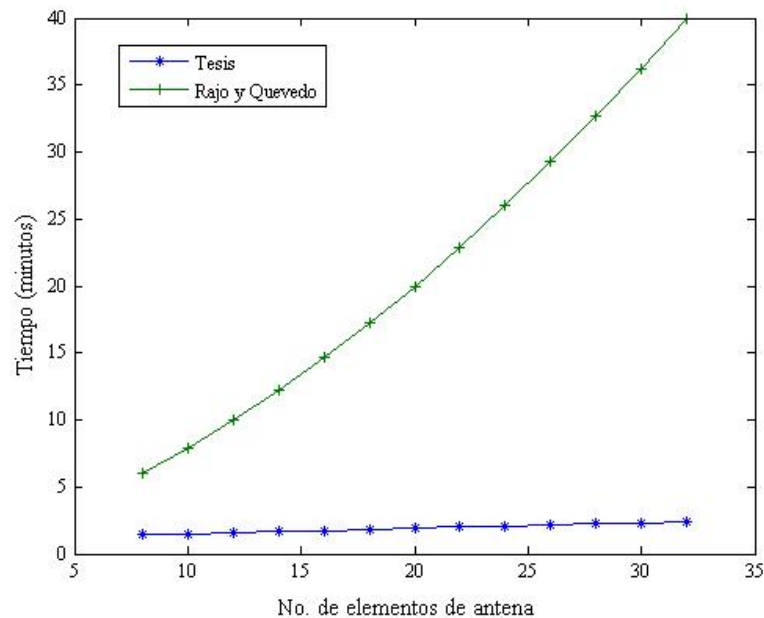


Figura 27. Comparativa de los tiempos de ejecución para 500 iteraciones del algoritmo empleando modelos distintos.

V.7 Cancelación de interferentes en un entorno multi-cluster gaussiano utilizando síntesis de agrupación mediante Colonia de Hormigas

V.7.1 Antecedentes

En entornos macrocelulares típicos se presentan en forma natural “clusters” de dispersores disjuntos. Estos clusters representan agrupaciones de puntos de dispersión provocados por diferentes objetos del entorno tales como edificios, calles, árboles, techos de viviendas, etc. Dado que la distribución de los dispersores en el espacio es aleatoria, un modelo general que puede representar en forma adecuada la distribución de los mismos es el llamado Modelo de Canal Multi-Cluster Gaussiano (también llamado Gaussian Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering o GWSSUS). En este modelo se denomina cluster primario al conjunto de dispersores que rodea a la estación del usuario o unidad móvil, y clusters secundarios a cada uno de los conjuntos de dispersores donde no se encuentra la estación de usuario de interés.

El modelado adecuado de un entorno Multi-Cluster permite aprovechar las prestaciones de una agrupación de antenas con diversas aplicaciones. Por ejemplo, el conocimiento de la existencia de clusters múltiples permite dirigir un nulo sectorial en el diagrama de radiación de una agrupación de antenas, con el fin de reducir la interferencia producida por los efectos multitrayectoria generados por la presencia de dispersores en el entorno de propagación, de tal forma que el nulo sectorial cancele las componentes provenientes de los dispersores de un cluster secundario [Galaviz y Covarrubias, 2010].

Se presenta a continuación un ejemplo de aplicación de esta estrategia, tomando como referencia el campus Ensenada del CICESE y el Centro de Nanociencias y Nanotecnología de la UNAM.

V.7.2 Ejemplo de cancelación de dispersores - caso CICESE

En la Figura 28 se muestra una imagen satelital de una sección del campus CICESE y la UNAM. En ella es posible identificar la existencia de dos clusters de dispersores disjuntos. Las distancias entre los mismos y una estación base de telefonía celular se determinaron utilizando la herramienta “Google Earth” con fines didácticos. Tomando como referencia el eje formado entre la estación base y una estación de usuario ubicada en el campus CICESE (Cluster 1), los datos estimados de los clusters identificados a partir de la imagen satelital se muestran en la Tabla X:

Tabla X. Parámetros de los clusters determinados para el modelo de referencia.

Cluster	Distancia a EB	ángulo	SRW	No. de Disp.	Peso
Primario	230 metros	0 grados (eje ref)	10	5000	0.5
Secundario	300 metros	21.38 grados	10	5000	0.5

El peso de cada cluster se determina a partir de la relación de potencia recibida en la estación base proveniente de un cluster, entre el total de potencia recibida. Para fines de análisis, este peso se determina dividiendo el número de dispersores considerados en el cluster entre el total de dispersores encontrados en el modelo. Con fines de experimentación, en el ejemplo desarrollado este peso es estimado.

V.7.3 Proceso de simulación

Tomando en cuenta los datos presentados en la Tabla X se procedió a realizar la simulación numérica y teórica del modelo multicluster de referencia. Para ello se desarrolló un programa en Matlab en el que se colocan dispersores en forma aleatoria con distribución gaussiana en las posiciones de los clusters identificados en la Figura 28. Una



Figura 28. Imagen satelital del campus CICESE (Cluster 1) y el Centro de Investigación de la UNAM (Cluster 2) (Copyright Google Earth).

vez colocados los dispersores se procede a determinar las estadísticas de primer orden para el Ángulo de Arribo (AoA) y Tiempo de Arribo (ToA) y el “Angle Spread”¹ para el enlace ascendente (móvil a base). Estas estadísticas son contrastadas con los datos teóricos obtenidos utilizando las expresiones analíticas del modelo Multi Cluster Gaussiano como una forma de verificar la validez de las mismas. Una vez realizada esta simulación se procedió a considerar una agrupación de antenas con un nulo sectorial dirigido al cluster secundario (Cluster 2). Este nulo tiene un ancho total de 4.9 grados y su centro está dirigido a la posición angular del cluster secundario (21.38 grados). Suponiendo la existencia de este nulo sectorial, se eliminaron todos los dispersores que se encontraron dentro del ángulo de cobertura del nulo y se repitió la simulación para determinar las estadísticas AoA, ToA y “Angle Spread”. Las figuras 29 a la 34 presentan los resultados correspondientes.

¹El “Angle Spread” se define como la raíz cuadrada del segundo momento del ángulo de arribo.

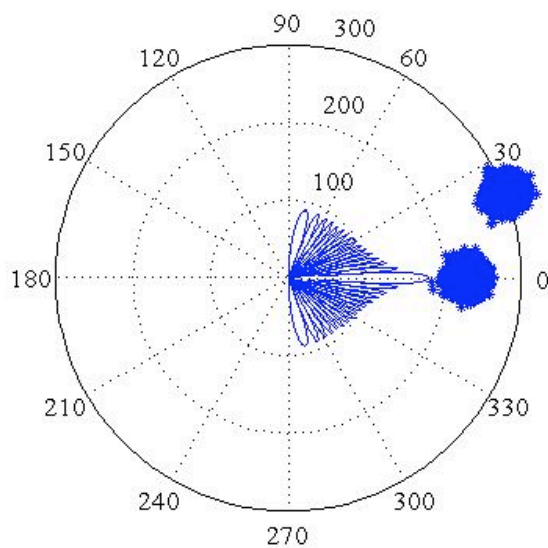


Figura 29. Diagrama fasorial mostrando la posición de los clusters primario y secundario y sus correspondientes dispersores, antes de aplicar la cancelación utilizando la síntesis de agrupación.

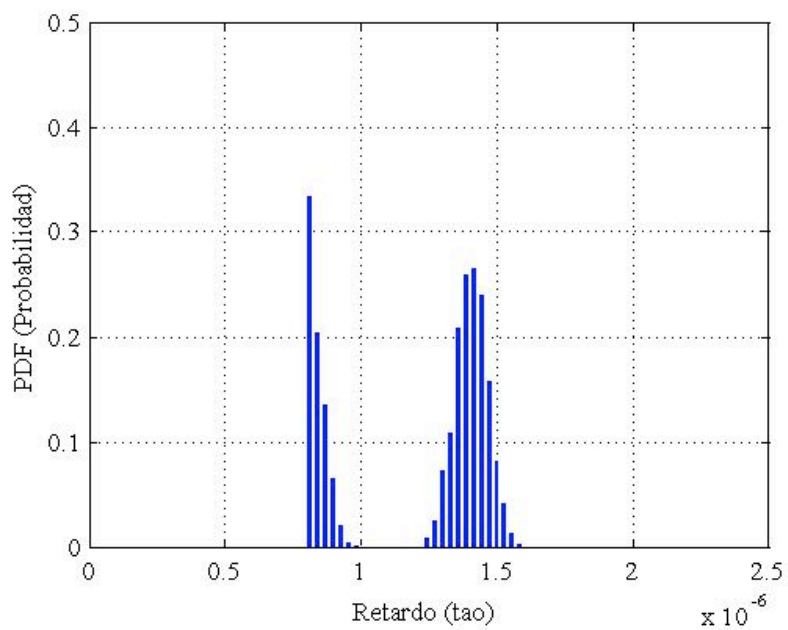


Figura 30. PDF del tiempo de arribo del modelo de referencia antes de la cancelación de dispersores

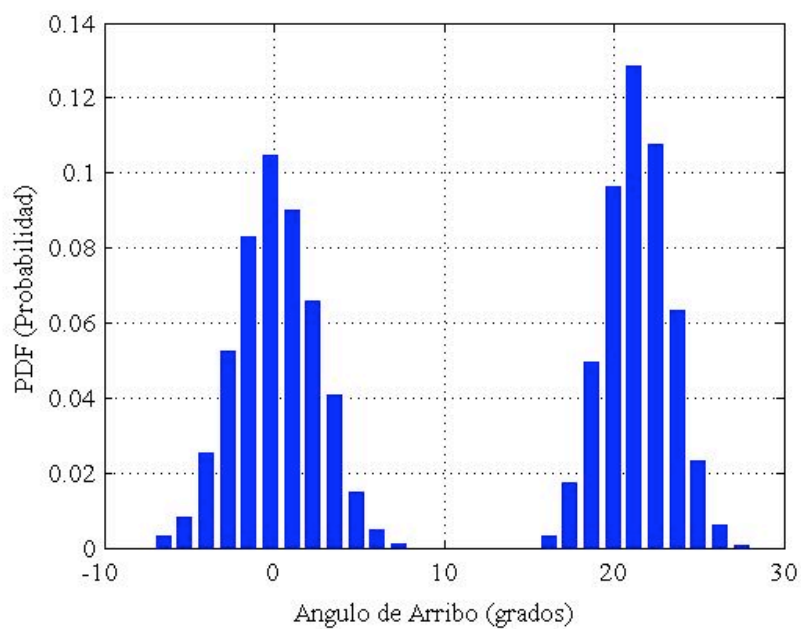


Figura 31. PDF del ángulo de arribo para el modelo de referencia antes de la cancelación de dispersores.

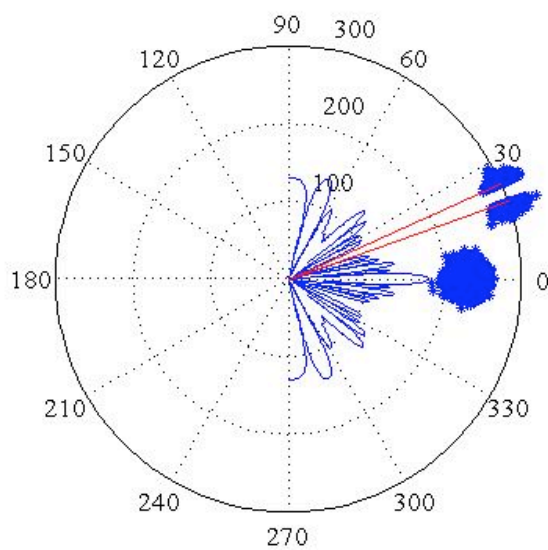


Figura 32. Diagrama fasorial de los clusters y sus correspondientes dispersores una vez aplicada la cancelación de dispersores.

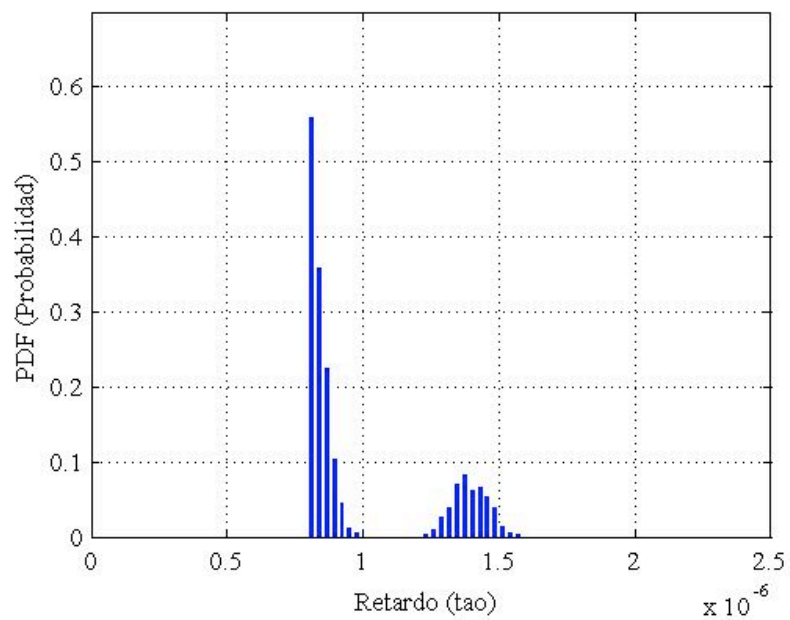


Figura 33. PDF del tiempo de arribo para el modelo una vez aplicada la cancelación de dispersores.

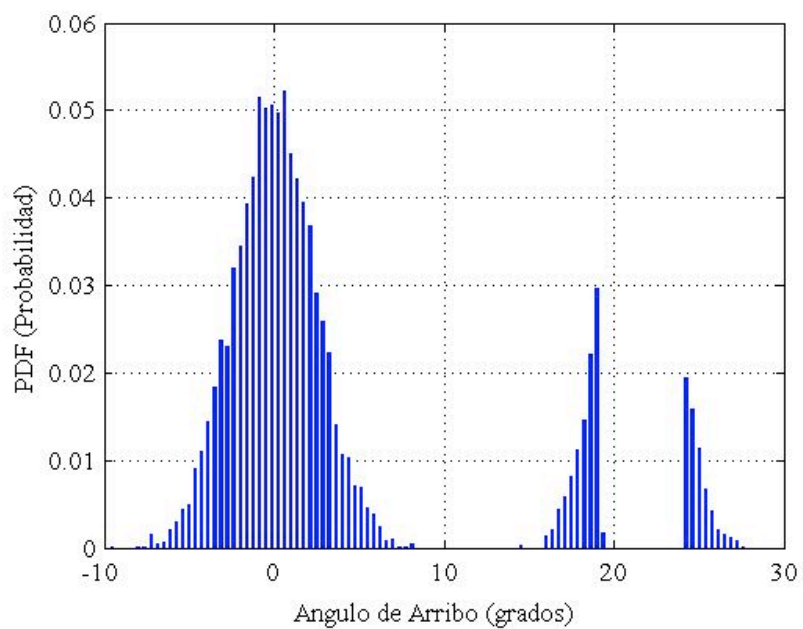


Figura 34. PDF del ángulo de arribo una vez aplicada la cancelación de dispersores.

V.7.4 Resultados finales

Una vez aplicada la cancelación de dispersores, se obtuvieron los siguientes resultados:

- Porcentaje de dispersores cancelados en el cluster secundario: 79.32 %
- Porcentaje total de dispersores cancelados: 39.66 %

Tabla XI. Comparativa entre el estado inicial y final de multi-cluster.

Estado	Peso	Angle Spread
Inicial	[0.5 0.5]	10.92 grados
Final	[0.8286 0.1714]	8.30 grados

A partir de este resultado se observa que es posible reducir en 2.62 grados el “Angle Spread”, reduciendo con ello la diversidad espacial del modelo de canal.

La modificación en el peso de los clusters implica que una mayor potencia será recibida del cluster de interés en proporción a la potencia total recibida. Esto implica una menor posibilidad de interferencia inter símbolo debida a la presencia de componentes multitrayectoria.

V.8 Conclusiones

En este capítulo se presentaron las simulaciones correspondientes a la síntesis de agrupación de antenas bajo diversas restricciones, esto con el fin de evaluar las prestaciones otorgadas por el algoritmo de Colonia de Hormigas. En todos los escenarios propuestos se cumplieron de manera satisfactoria las restricciones impuestas, logrando cumplir con ello el objetivo planteado en esta tesis de realizar la optimización de la síntesis de agrupación de antenas mediante Colonia de Hormigas.

Se comprobó la ventaja, en términos de tiempo de ejecución del algoritmo, que presenta modelar la síntesis de agrupación de antenas mediante una arborescencia. Con el modelado planteado en esta tesis se logró tener un tiempo de cómputo mucho menor al presentado en trabajos similares dentro de la literatura. Cabe resaltar que todo esto se logró sin tener que sacrificar la calidad de la respuesta entregada por el algoritmo. Por el contrario, los resultados obtenidos superan lo reportado con otros modelados.

Finalmente se ha tomando el resultado del sexto escenario planteado en este capítulo para aplicarlo a la cancelación de interferentes en un entorno multi-cluster gaussiano. Con esto se pudo concluir que mediante el uso de antenas inteligentes, es posible reducir el “Angle Spread” y con ello disminuir la interferencia inter símbolo junto con una mejora del BER.

En el siguiente capítulo se establecen las conclusiones generales de la tesis, gran parte de las cuales serán extraídas de la información presentada en este capítulo.

Capítulo VI

Conclusiones y Trabajo Futuro

VI.1 Introducción

Este capítulo tiene como objetivo mostrar las conclusiones y aportaciones generadas en el desarrollo de esta tesis, que permiten determinar que el objetivo de la tesis ha sido cumplido en su totalidad. Para ello, se hace una subdivisión respecto a los temas abordados y se establece como sigue:

VI.2 Referente a la síntesis del diagrama de radiación de una agrupación lineal no uniforme de antenas

Con el fin de plantear de manera adecuada un modelo del sistema el cual sirviese como base para aplicar la optimización por Colonia de Hormigas, fue necesario el estudio de la síntesis del diagrama de radiación de una Agrupación Lineal de Antenas. Como resultado de dicho estudio se establecieron los parámetros bajo los cuales se evaluaría el desempeño de la optimización.

A continuación se muestran puntualmente las conclusiones obtenidas de este apartado de la tesis:

- Para el problema bajo análisis, el uso de las propiedades que presenta una agrupación de antenas con un número de elementos par y con simetría alrededor del

centro de la agrupación, reduce a la mitad el tiempo de cómputo necesario para realizar el posicionamiento óptimo de los elementos radiantes. Se evidencia la presencia de un compromiso existente por usar dicha propiedad y éste se manifiesta en el efecto espejo que presenta el diagrama de radiación obtenido.

- El problema planteado busca encontrar el conjunto de posiciones óptimas de los elementos de una agrupación lineal de antenas con separación no uniforme, que cumpla con las restricciones impuestas sobre el diagrama de radiación. La manipulación de las posiciones de los elementos de antena representa un problema sumamente complejo al no existir una relación directa entre éstas y la respuesta, esto a diferencia de la manipulación de parámetros como la amplitud de la excitación.
- En lo que se refiere a la geometría de la agrupación, se determinó la viabilidad de trabajar con una Agrupación Lineal No Uniforme de Antenas en términos de sencillez en: el modelado del sistema y en el análisis. Sin embargo, la optimización basada en Colonia de Hormigas podría ser considerada para trabajar con una geometría más compleja.

VI.3 Referente a la optimización mediante Colonia de Hormigas

Se precisó a lo largo de este trabajo que Colonia de Hormigas es una alternativa eficiente para la optimización de la síntesis de agrupaciones lineales de antenas, la cual otorga buenas prestaciones en la síntesis de diagramas con múltiples restricciones impuestas como lo son: el nivel de aislamiento, el ancho de haz y el posicionamiento de nulos tanto

individuales como sectoriales. A continuación se presentan los puntos más relevantes sobre la optimización basada en Colonia de Hormigas.

- Colonia de Hormigas es un método eficiente de optimación global en problemas de naturaleza combinatoria. Por su buen manejo del compromiso entre búsqueda en diversificación y búsqueda en intensificación es un método adecuado para solucionar problemas con múltiples objetivos como lo es el de la síntesis de agrupación de antenas.
- La naturaleza constructiva de Colonia de Hormigas permite tomar en cuenta no solo la información a priori de las componentes, sino también una medida a posteriori de la calidad de la solución construida empleando determinadas componentes. Lo cual adapta de manera adecuada a una búsqueda sobre un espacio de solución tan variable como lo es el de las síntesis de agrupación de antenas con separación no uniforme.
- La inicialización de parámetros supedita el funcionamiento óptimo del algoritmo. Para este trabajo en particular se encontró que es preferible mantener una rápida evaporación de la feromona debido a la naturaleza variable del espacio de soluciones. Se observó también que el incremento de feromona que se asigne a los nodos tiene que ir en proporción al número de hormigas que se empleen en la búsqueda.
- La tabla de información a priori que controla el parámetro η de la función probabilística de transición es de gran importancia para respuestas que dependen de un solo criterio de optimización. Esto debido a que mediante esta información se puede controlar, de cierta manera, la viabilidad de las respuestas.

- El número de parámetros a sintonizar del algoritmo no es reducido, por lo cual se recomienda realizar un estudio paramétrico exhaustivo para encontrar la configuración ideal de parámetros que otorgue la mejor relación entre precisión y costo computacional en el problema bajo análisis.

VI.4 Referente a la modelación del problema

Con el propósito de poder aplicar la Optimización por Colonia de Hormigas a la síntesis de agrupaciones lineales de antenas, fue necesario el estudio de conceptos sobre teoría de grafos. De esta manera, fue posible plantear la búsqueda de la solución en términos de rutas sobre un grafo de construcción conexo. Esto presentó un enfoque novedoso en el modelado de la síntesis. A continuación se detallan las características sobresalientes de dicho modelado.

- El modelado de la síntesis de agrupación lineal de antenas con separación no uniforme como un grafo de tipo árbol donde los nodos corresponden a elementos que integran la solución total, representa una aportación importante e innovadora al tema de optimización de síntesis de antenas. Durante la escritura del presente documento no se encontró en la literatura reporte alguno de un modelado similar para el problema de la síntesis.
- El modelo para la síntesis de agrupación lineal de antenas presentado en esta tesis cumple adecuadamente los requerimientos de la metaheurística de Colonia de Hormigas, y por tanto es factible su empleo en el proceso de optimización del diagrama de radiación de la agrupación de antenas. Ello ha quedado demostrado al cumplir las diversas restricciones impuestas en los distintos casos analizados.

- El modelado de la síntesis mediante la arborescencia con los nodos representando elementos de la solución, permite al algoritmo trabajar de forma constructiva la solución, ya que a cada paso de la hormiga se añade un elemento más a la solución total. Esto explota una característica distintiva del algoritmo de hormigas como lo es el proceso constructivo de la solución, el cual no es trabajado en planteamientos como el presentado en Rajo y Quevedo [2007].
- La implementación del modelo de arborescencias es sumamente sencillo desde el punto de vista computacional ya que puede ser representado muy fácilmente mediante matrices. Las posibles transiciones de la hormiga quedan perfectamente predefinidas desde el inicio de la corrida sin necesidad de cambios estructurales de las mismas. Esto difiere de planteamientos como el presentado en Rajo y Quevedo [2007], en donde se requiere una mayor complejidad algorítmica por el cálculo de la estructura vecinal.
- El consumo computacional de la presente propuesta, en términos de memoria computacional, es mucho menor respecto a otros planteamientos. Al definir los nodos de la arborescencia como las posibles posiciones que pueden tomar los elementos de antena en la agrupación, el conjunto de nodos generados es mucho menor que el formado al considerar a cada nodo como una solución completa.
- Al considerar que en cada iteración cada hormiga tiene que realizar N transiciones para generar una respuesta, esto produce una mayor variabilidad de la respuesta por iteración; lo cual implica una mayor explotación del espacio de búsqueda. Esto presenta una mejora significativa en comparación con planteamientos como el de Rajo y Quevedo [2007] en donde se tiene únicamente una sola variación por cada iteración.

VI.5 Referente a las simulaciones y análisis numérico

Una vez realizado el modelado de la síntesis de agrupación de antenas planteado en el capítulo V, se muestran una serie de estadísticas obtenidas de las simulaciones de dichos método, aplicados éstos a la síntesis del diagrama de radiación de una agrupación lineal de antenas con separación no uniforme. Para esto se tendrán como premisas la optimización de lóbulo principal y el rechazo de interferentes. Luego de un análisis puntual en cada simulación se concluye lo siguiente:

- Mediante la serie de simulaciones realizadas se comprobó que el algoritmo planteado realiza de manera adecuada el proceso de optimización de la síntesis lineal de antenas con separación no uniforme. Esto ante una serie de restricciones impuestas en términos de mejoras en la calidad del lóbulo principal y el direccionamiento de nulos.
- Con el proceso de simulación realizado se determinó la importancia de asignar los valores adecuados de los pesos que controlan cada objetivo dentro de la función de calidad. La función de evaluación condiciona en su totalidad la optimización multi-objetivo planteada, por ello resulta trascendental realizar un estudio exhaustivo del comportamiento e inferencia de la función costo en el proceso de optimización. Cada problema en particular considera diferentes objetivos, debido a esto se tiene que adecuar una función de evaluación dependiendo el problema bajo análisis.
- Con el planteamiento de múltiples objetivos en la optimización (los cuales presentan un compromiso inherente) ha quedado demostrada la flexibilidad del algoritmo

en la búsqueda de soluciones. Se ha conseguido generar respuestas óptimas no reportadas en la literatura bajo las restricciones trabajadas. Esto sitúa a la presente investigación dentro de la élite de los procesos de optimización para agrupaciones de antenas con separación no uniforme.

- Durante la simulación en los distintos escenarios se advirtió de la importancia de la tabla de información a priori que se proporciona a la metaheurística. Mientras mejor sea la información acerca de la conformación del espacio de búsqueda que se de al algoritmo (en base a las restricciones impuestas) más eficiente será la solución entregada por el mismo. Esto permite a su vez controlar la viabilidad de las respuestas, mas particularmente cuando la función consta de un solo objetivo.
- Como resultado directo del modelo propuesto se redujo el tiempo de cómputo empleado por el algoritmo para la generación de la solución. Esto representa un logro fundamental, ya que coloca a la optimización mediante Colonia de Hormigas, aplicada a las agrupaciones de antenas dentro de las principales metaheurísticas a ser consideradas por su tiempo de convergencia hacia la solución. Los tiempos reportados dentro de la literatura para planteamientos similares exceden por mucho a los aquí presentados.
- Se propuso una nueva forma de evaluar la generación de nulos sectoriales mediante la evaluación del nivel de aislamiento en el sector del nulo, obteniéndose mejores resultados que lo reportado en la literatura con la colocación de nulos con separaciones muy estrechas.
- Con el fin de evaluar las prestaciones del diagrama de radicación en términos de rechazo de interferentes, se evaluó el diagrama obtenido al optimizar la generación

de un nulo sectorial. Dicha respuesta se llevó a un entorno multi-cluster gaussiano resultando en mejoras del “angle spread” al reducirlo en aproximadamente 20%. Con el análisis de dicho escenario se han llevado, los resultados de la síntesis de agrupación de antenas, mas allá de lo reportado en la literatura,.

VI.6 Trabajo futuro

Como resultado del trabajo de investigación realizado en esta tesis y con la experiencia adquirida en el tema, se hacen las siguientes propuestas para la realización de trabajos futuros sobre la misma línea de investigación:

- Realizar un estudio a profundidad sobre el impacto de la tabla de deseabilidad. Esto con el fin de obtener los valores que guíen de mejor manera la búsqueda, en términos de las distintas restricciones impuestas.
- Implementar la variabilidad en el tiempo de la tabla de desabilidad, aprovechando así una característica más de Colonia de Hormigas como lo es la adaptabilidad a las condiciones cambiantes del entorno. Dichos cambios pueden ser realizados a partir de que la solución alcance un determinado nivel de calidad. Con ello se mantendría una búsqueda más permanente en torno a las buenas soluciones.
- Cambiar la forma en que se evalúa la función de calidad, por ejemplo trabajar con máscaras en el diagrama de radiación con el fin de comparar los resultados entre éstas y las ecuaciones planteadas en esta tesis.
- Realizar una mayor discretización del espacio de búsqueda con el fin de generar diagramas de radiación más finos, pudiendo obtenerse una mayor uniformidad en los lóbulos laterales y generación de nullos sectoriales mas anchos.

- Realizar la implementación del algoritmo mediante procesamiento paralelo con el fin de evaluar el tiempo de cómputo empleado por el algoritmo en la búsqueda de la solución. Esto explotará una ventaja característica de las metaheurísticas basadas en población de soluciones.
- Realizar la optimización del diagrama de radiación de una agrupación de antenas a través de Colonia de Hormigas considerando una geometría con mayor complejidad a la usada en este trabajo. Se sugiere considerar geometrías planar, circular o conformada.
- Trabajar con otro tipo de control del diagrama de radiación de la agrupación diferente al control de las posiciones de los elementos de antena. Colonia de Hormigas puede ser empleado para controlar las amplitudes de excitación de los elementos de antena y considerar con ello dirigibilidad del haz principal.
- Realizar la optimización del diagrama de radiación de una agrupación lineal de antenas a través de otra técnica de optimización metaheurística como lo es la optimización basada en biogeografía [Simon, 2008]. Lo anterior con el objetivo de realizar cancelación de interferentes y optimización de lóbulo principal de manera simultánea. Adicionalmente se propone realizar una comparativa de prestaciones de las diferentes técnicas de optimización metaheurística.

Referencias

- 3G-Americas (2008). Edge, hspa and lte broadband innovation. Reporte técnico, Rysavy Research, United States. 104 pp.
- Akdagali, A., Guney, K., y Karaboga, D. (2002). Pattern nulling of linear antenna arrays by controlling only the element positions with the use of improved touring ant colony optimization algorithm. *Journal of Electromagnetic Waves and Propagations*, **16**(10): 1423–1441.
- Allen, B. y Ghavami, M. (2005). *Adaptive array systems - fundamentals and applications*. John Wiley and Sons, England, primera edición. 253 pp.
- Arbones, E. (1992). *Técnicas gráficas en productica*. Marcombo, España, primera edición. 128 pp.
- Arce Casas, A. (2008). *Síntesis de agrupaciones de antena por medio de optimización estocástica*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, Baja California. 83 pp.
- Balanis, C. A. (2005). *Antenna Thoery - Analysis and Design*. John Wiley and Sons, New York, tercera edición. 941 pp.
- Branke, J., Deb, K., y Miettinen, K. (2008). *Multiobjective Optimization: Interactive and Evolutionary Approaches*. Springer, United Satates, primera edición. 470 pp.
- Bujalance, E., A., B. J., F., C. A., y E., M. (2001). *Elementos de matemática discreta*. Sanz y Torres, Madrid, segunda edición. 279 pp.
- Deneubourg, J., Aron, S., Goss, S., y Pasteels, J. (1990). The self-organizing exploratory pattern of the argentine ant. *Journal of Insect Behavior*, **3**(3): 159–168.
- Diaz Fernandez, A. (1996). *Optimización heurística y redes neuronales*. Thomson Paraninfo, Madrid, primera edición. 240 pp.
- Dorigo, M. y Di Caro, G. (1999). Ant colony optimization: A new meta-heuristic. *Proceedings of the Congress on Evolutionary Computation*, **2**(1): 1470–1477.
- Dorigo, M. y Stützle, T. (2004). *Ant colony optimization*. MIT Press, Massachusetts, primera edición. 305 pp.
- Dorigo, M., Maniezzo, V., y Colorni, A. (1996). The ant system: Optimization by a colony of cooperating agents. *IEEE Transactions on System, Man, and Cybernetics - part B*, **26**(1): 29–41.
- Dorigo, M., Birattari, M., y Stutzle, T. (2006). Ant colony optimization. *IEEE Computational Intelligence Magazine*, **1**(4): 28–39.

- Elliott, R. S. (2003). *Antenna theory and design*. John Wiley, Hoboken, N. J., revised edición. 594 pp.
- Forouzan, B. A. (2003). *Introducción a la ciencia de la computación: de la manipulación de datos a la teoría de la computación*. Thomson Editores, México, primera edición. 383 pp.
- Galaviz, G. y Covarrubias, D. H. (2010). Characterization of second order moments of a multi-cluster gaussian scatterer distribution channel model. *2010 Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP)*, **0**(0): 1–5.
- Giudici Espinoza, R. y Bris Lluch, A. (1997). *Introducción a la teoría de grafos*. Equinoccio, Venezuela, primera edición. 178 pp.
- Godara, L. C. (2004). *Smart antennas*. CRC Press, Boca Raton, primera edición. 448 pp.
- González, T. (2007). *Handbook of approximation algorithms and metaheuristics*. CRC Press, United States, primera edición. 1432 pp.
- González Islas, J. C. (2009). *Generación de nulos en el diagrama de radiación para la cancelación de interferentes empleando algoritmo de abejas*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, Baja California. 80 pp.
- Goss, S., Aron, S., Deneubourg, J. L., y Pasteels, J. M. (1990). Self-organized shortcuts in the argentine ant. *Naturwissenschaften*, **76**(76): 579–581.
- Kurup, D. G., Himdi, M., y Rydberg, A. (2003). Synthesis of uniform amplitude unequally spaced antenna arrays using the differential evolution algorithm. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, **51**(9): 2210–2217.
- Montoya Becerra, J. (2009). *Nueva técnica analítica de síntesis de agrupación con control sólo de fase basada en el círculo unitario de Schelkunoff*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, Baja California. 87 pp.
- Osman, I. H. y Kelly, J. P. (1996). *Meta-Heuristics: Theory and Applications*. Springer, Massachusetts, primera edición. 700 pp.
- Panduro Mendoza, M. A. (2004). *Optimización en el diseño de arreglos de antenas utilizando el método de algoritmos genéticos*. Tesis de doctorado, CICESE, Ensenada, Baja California. 109 pp.
- Rajo, E. y Quevedo, O. (2007). Linear array synthesis using an ant colony optimization based algorithm. *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, **49**(2): 70–79.
- Rocha Alicano, C. R. (2006). *Síntesis del diagrama de radiación de agrupamientos de antenas mediante técnicas de cómputo evolutivo*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, Baja California. 106 pp.

- Sánchez Gómez, J. (2007). *Síntesis, vía técnicas analíticas de agrupamiento de antenas, con espaciamiento no uniforme en geometrías lineal y planar..* Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, Baja California. 102 pp.
- Simon, D. (2008). Biogeography-based optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **12**(6): 702–713.
- Torn, A. y Zilinskas, A. (1989). *Global optimization*. Springer-Verlag, Michigan, ilustrada edición. 255 pp.
- Torrealba Meléndez, R. (2007). *Síntesis del diagrama de radiación en agrupamiento de antenas vía optimización convexa*. Tesis de maestría, CICESE, Ensenada, Baja California. 107 pp.