

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Oceanografía Física**

**Estadísticas de partículas individuales a partir de un
modelo regional de alta resolución en el suroeste
del Golfo de México**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Jeancarlo Manuel Fajardo Urbina

Ensenada, Baja California, México

2018

Tesis defendida por

Jeancarlo Manuel Fajardo Urbina

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Alejandro Francisco Parés Sierra
Director de tesis

Dr. José Luis Ochoa de la Torre

Dr. Julio Sheinbaum Pardo

Dr. Axayácatl Rocha Olivares



Dr. Cuauhtemoc Turrent Thompson
Coordinador del Programa de Posgrado en
Oceanografía Física

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Jeancarlo Manuel Fajardo Urbina © 2018

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis

Resumen de la tesis que presenta **Jeancarlo Manuel Fajardo Urbina** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Oceanografía Física.

Estadísticas de partículas individuales a partir de un modelo regional de alta resolución en el suroeste del Golfo de México

Resumen aprobado por:

Dr. Alejandro Francisco Parés Sierra
Director de tesis

Las estadísticas de partículas individuales (Escala Lagrangiana, dispersión absoluta y difusividad absoluta promedio) a partir de un modelo regional de alta resolución en el suroeste del Golfo de México (SGM) son analizadas. En este sentido, se empleó el modelo numérico ROMS y un modelo diagnóstico de advección Lagrangiana. Las partículas fueron soltadas cada 3 días (2003-2012), al sur de 20°N y en cuatro niveles ($h = 10, 50, 150$ y 500 m). El modelo numérico se ajustó bastante bien con los resultados obtenidos en otros trabajos; principalmente en regiones fuera de la plataforma, donde fue más realista. Similar en orden de magnitud a un estudio con boyas de deriva soltadas a 50 m en el SGM, las estadísticas a lo largo de las direcciones zonal y meridional muestran que (1) las escalas Lagrangianas poseen componentes similares; (2) durante instantes menores a la escala Lagrangiana de tiempo, la dispersión exhibe el régimen balístico ($\propto t^2$, donde t es el tiempo) con componente zonal \approx meridional; (3) pasado este periodo, la dispersión y la difusividad absoluta promedio son anisotrópicas (meridional $>$ zonal); y (4) solo lo simulado refleja el régimen difusivo ($\propto t$) para ambas componentes de la dispersión. El análisis de la variación vertical de las escalas Lagrangianas, sugiere que a mayores profundidades las partículas “recuerdan” (poseen aún autocorrelación de velocidad significativamente no nula) por más tiempo pero en menor distancia sus trayectorias y se dispersan más lentamente, que es consistente con la menor dispersión y difusividad promedio encontradas en subsuperficie. Sin embargo, todos los estadísticos para cada h evidencian variaciones cualitativamente pequeñas según la zona y el año de lanzamiento, es decir, las partículas se mueven en un flujo turbulento homogéneo y estacionario. Con respecto a los escenarios de dispersión establecidos, durante los meses que las partículas permanecen preferentemente al interior de la Bahía de Campeche (BC), la dispersión y la difusividad promedio son menos anisotrópicas y menores que el caso original (todos los meses disponibles). Por otro lado, durante los meses que las partículas cruzaron 24°N, la dispersión y la difusividad promedio son más anisotrópicas y mayores que el caso original. Tanto es así, que a 50 m la difusividad meridional es $17.5 \times 10^3 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ (3 veces lo zonal), y es comparable con las difusividades típicas de las regiones más energéticas del Atlántico. Por último, se muestra que la dispersión es \approx isotrópica (independiente de la rotación del sistema coordenado), solo hasta el tiempo en que la topografía y las estructuras que inducen advección norte empiezan a afectar la libre dispersión de las partículas.

Palabras clave: Golfo de México, escalas Lagrangianas, dispersión absoluta, difusividad absoluta, modelo numérico

Abstract of the thesis presented by **Jeancarlo Manuel Fajardo Urbina** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Physical Oceanography.

Single-particle statistics from a high resolution regional model in the southwest Gulf of Mexico

Abstract approved by:

Dr. Alejandro Francisco Parés Sierra
Thesis Director

Single-particle statistics (Lagrangian scales, absolute dispersion and mean absolute diffusivity) from a high resolution regional model in the southwest Gulf of Mexico (SGM) are analyzed. In this regard, the numerical model ROMS and a diagnostic model of Lagrangian advection were used. Particles were deployed every 3 days (2003-2012), south of 20°N and at four depths ($h = 10, 50, 150$ y 500 m). The numerical model agreed well with other results; mainly in regions outside the shelf, where it was more realistic. Within the same order of magnitude as in a study with drifters released at 50 m in the SGM, the statistics along zonal and meridional directions show that (1) Lagrangian scales with almost identical components; (2) during times less than the Lagrangian timescale, the dispersion exhibit the ballistic regime (dispersion $\propto t^2$, where t is time) with zonal \approx meridional component; (3) after this period, the dispersion and the mean absolute diffusivity are anisotropic (meridional $>$ zonal); and (4) only the simulation reflects the diffusive regime ($\propto t$) for both components of the dispersion. The analysis of vertical variations of the Lagrangian scales, suggests that at greater depths particles “remember” (still have significantly non-zero velocity autocorrelation) for a longer time but in a shorter distance their trajectories and disperse more slowly, which is in agreement with lower values of dispersion and mean diffusivity found at subsurface. Nevertheless, all the statistics for each h show qualitatively small variations as a function of the zone and the year of launchment, in other words, particles move in a homogeneous and stationary turbulent flow. According to the dispersion scenarios established, during the months that particles remain preferentially within the Bay of Campeche (BC), the dispersion and the mean diffusivity are less anisotropic and lower than the original case (all months available). On the other hand, during months that particles have crossed 24°N, the dispersion and the mean diffusivity are more anisotropic and greater than the original case. So much so, that at 50 m meridional diffusivity is $17.5 \times 10^3 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ (3 times zonal one), which is of the order of the typical diffusivities of the most energetic regions of the North Atlantic. Finally, it is shown that dispersion is \approx isotropic (independent of rotation of the coordinate system), only until the time when topography and structures that induce northward advection begin to affect the free dispersion of particles.

Keywords: Gulf of Mexico, Lagrangian scales, absolute dispersion, absolute diffusivity, numerical model

Dedicatoria

A mi madre, mis hermanas y mi esposa.

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada por permitirme realizar este trabajo. Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría. No. de becario: 616344

Al Dr. Alejandro Parés Sierra por darme la oportunidad de realizar este trabajo y dedicarle tiempo al mismo; así como por las enseñanzas y las herramientas brindadas sin las cuales no hubiera sido posible el desarrollo de esta tesis.

A los miembros de mi comité: el Dr. José Luis Ochoa de la Torre, el Dr. Julio Sheinbaum Pardo y el Dr. Axayácatl Rocha Olivares por sus valiosos comentarios y tomarse el tiempo necesario de revisar la presente tesis.

Al Dr. Luis Zavala Sansón por las discusiones, enseñanzas y herramientas brindadas que permitieron una dispersión más sencilla; así como al grupo de los Tigres por sus sugerencias y aportaciones realizadas durante las reuniones.

Al personal académico del DOF por las clases impartidas y al personal administrativo por apoyarme en todos los trámites requeridos durante este periodo.

A mi madre Mery por su ejemplo, amor y apoyo incondicional, a mis hermanas (Claudita y Raquelita) por su cariño y por permitirme ser tío de unos sobrinos maravillosos (Les, Luis, Ari y Sofi), a Gabrielito y a toda mi familia en general. A mi querida esposa Fabiola por acompañarme, apoyarme y brindarme su amor en todo este proceso tan duro.

A todos mis amigos del departamento que de una u otra forma me apoyaron en esta etapa.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español	II
Resumen en inglés	III
Dedicatoria	IV
Agradecimientos	V
Lista de figuras	VIII
Lista de tablas	XIV
Capítulo 1. Introducción	
1.1. Circulación general en el Golfo de México	3
1.2. Objetivos	7
1.2.1. Objetivo general	7
1.2.2. Objetivos específicos	7
Capítulo 2. Metodología	
2.1. Modelo oceánico	8
2.2. Modelo de advección de partículas	9
2.3. Estadísticas de partículas individuales	10
2.3.1. Escalas Lagrangianas	10
2.3.2. Dispersión y difusividad absoluta	14
2.4. Definición de variables turbulentas y residuales	16
2.4.1. Promedio removido antes de adveccionar partículas (CT)	16
2.4.2. Promedio removido después de adveccionar partículas (CR)	18
2.5. Experimento general y descripción de los resultados a generar	18
Capítulo 3. Resultados	
3.1. Validación	20
3.2. Escalas Lagrangianas (EL) para el CT	25
3.2.1. Variación vertical	25
3.2.2. Variación horizontal e interanual	28
3.3. Dispersión absoluta	31
3.3.1. Variación vertical y comparación de los casos: CT y CR	33
3.3.2. Variación horizontal e interanual para el CT	38
3.4. Escenarios de dispersión para el CT	45
3.4.1. Análisis de escenarios a 50 m de profundidad	46
3.4.2. Análisis de escenarios a 500 m de profundidad	55
Capítulo 4. Discusión	
4.1. Validación	62
4.2. Escalas Lagrangianas	63
4.3. Dispersión absoluta	64

Tabla de contenido (continuación)

4.4. Escenarios de dispersión	67
Capítulo 5. Conclusiones	
Literatura citada	72
Apéndice A. Validación estacional del modelo ROMS	75

Lista de figuras

Figura	Página
1. Golfo de México, en donde se indica sus regiones más representativas y su batimetría. (Fuente: https://www.pinterest.com/gomalliance/gulf-of-mexico-maps/) .	4
2. Trayectoria de las boyas de deriva y niveles del mar empleados para mostrar características de la circulación en el SGM. Tomada de: Zavala Sansón et al. (2017b).	5
3. Batimetría empleada por el modelo, la línea gris representa la isóbata de 200m.	9
4. Descomposición del campo de velocidades del modelo ROMS, pero expresado en función de la vorticidad relativa escalada con el parámetro de Coriolis, a 10 m de profundidad y para el 2005-12-14. Flujo total = flujo medio + fluctuaciones: $\xi/f = \bar{\xi}/f + \xi'/f$. El flujo medio corresponde al promedio del periodo 2003-2012.	17
5. Resultados promedio en el periodo 2003-2012 a 50m de profundidad para (a) la velocidad promedio y $\bar{\xi}/f$, (b) la MKE y (c) la MEKE del modelo ROMS. (d), (e) y (f) lo mismo pero para las partículas interpoladas a una grilla de $0.125^\circ \times 0.125^\circ$ que poseen más de 1000 datos. Las líneas grises denotan las isóbatas de 500, 1000 y 3000 m.	21
6. Datos grillados a $0.125^\circ \times 0.125^\circ$ para las partículas soltadas a 50m de profundidad. Los puntos negros indican las posiciones donde se soltaron partículas, las cuales se encuentran al sur de la BC (abierta hacia el norte cerca de 22°N). Las zonas con menos de 1000 datos no son consideradas (color blanco). La región mostrada ($98^\circ\text{-}90^\circ\text{W}$ y $18^\circ\text{-}26^\circ\text{N}$) contiene el 92.6% del total de datos disponibles.	22
7. Similar a la figura 5 pero a 500 m. En este caso se muestran las isóbatas de 500, 1000, 3000 y 3500 m (líneas grises delgadas); el contorno de vorticidad planetaria $f/H \approx 1.61 \times 10^{-8} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (línea gris gruesa), donde f es el parámetro de Coriolis y H es la profundidad del fondo; y la energía en $\text{cm}^2 \text{ s}^{-2}$	24
8. Similar a la figura 6 pero a 500 m.	24
9. Similar a la figura 7 pero a 1500 m y solo para los resultados del modelo ROMS.	25
10. (a) Media cuadrática de las velocidades turbulentas de las N partículas a diferentes tiempos (RMS de velocidades) para las componentes zonal ($i=1$) y meridional ($i=2$) a 50 m de profundidad. (b) Similar que (a) pero para el promedio del cuadrado de las velocidades turbulentas (MS de velocidades). Las líneas verticales (prácticamente sobrepuestas) cortan los valores de estos estadísticos para $t = T_i$	27

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
11. (a) Función de autocorrelación en función del retraso de tiempo a 50 y 500 m de profundidad. En cada nivel se representa las componentes zonal ($i=1$) y meridional ($i=2$), con la serie completa para 50 m (75 días) y solo hasta el día 100 para 500 m. (b) Integral de la función de autocorrelación para todo el periodo de análisis de cada caso (75 días a 50 m y 180 días a 500 m). Las líneas horizontales definen a la escala Lagrangiana de tiempo cuando se integra dicha función hasta que cruza el primer cero.	28
12. Variación horizontal de cada componente de las escalas Lagrangianas EL1 ($\overline{T}_i, \overline{L}_i, \overline{K}_i$) y del MS de velocidades ($\overline{R_{ii0}}$) desde cada punto de lanzamiento de partículas a 50 m. La media y la desviación estándar cuando se emplean todas las partículas se muestran en el título de cada figura (= tabla 1).	29
13. Variación interanual de cada componente de las escalas Lagrangianas EL1 ($\overline{T}_i, \overline{L}_i, \overline{K}_i$) y del MS de velocidades ($\overline{R_{ii0}}$) a 50 m para el periodo 2003-2012. Además, se muestran el promedio (líneas punteadas) y el promedio \pm media desviación estándar (líneas discontinuas).	30
14. Trayectorias de partículas soltadas a 50 m de profundidad durante diciembre del 2005, y advectadas con el flujo total, es decir, con las velocidades simuladas por el modelo ROMS: $dx_i/dt = u_i$. (a) Trayectorias para longitudes $< 94^\circ\text{W}$ y (b) longitudes $\geq 94^\circ\text{W}$. La trayectoria de los 10 primeros días luego del lanzamiento de cada partícula es representada con color azul, y el resto (hasta 75 días como máximo) con color salmón. Los círculos negros indican los puntos de lanzamiento y los magenta la posición final de cada partícula. (c) Tiempo de vida de cada una de las partículas soltadas durante este mes (143 en total).	32
15. Similar a la figura 14 pero para partículas advectadas con las fluctuaciones (CT), es decir: $dx'_i/dt = u'_i$	32
16. Similar a la figura 15 pero a 500 m de profundidad. En este caso la trayectoria de los 30 primeros días luego del lanzamiento de cada partícula es representada con color azul, y el resto (hasta 180 días como máximo) con color salmón.	33

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
17. Dispersión absoluta (líneas gruesas) para las componentes zonal ($i=1$) y meridional ($i=2$) a 50 m (a),(b) y a 500 m (c),(d). En cada profundidad se calculó la dispersión con las variables del caso turbulento (CT) y del caso residual (CR). Los ajustes (líneas delgadas) mediante la ecuación (24) se realizaron para el intervalo [0-1.5] días y para $[5\bar{T}-Ft]$ días: (a)=[14-75], (b)=[15-75], (c)=[27.5-180] y (d)=[31-180]; donde $\bar{T}=(T_1+T_2)/2$ es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2 y Ft es el tiempo de rastreo máximo de partículas (2.8 y 75 días a 50 m; 5.5 y 180 días a 500 m). Los números al lado de estas curvas indican los exponentes de dicho ajuste. Los errores de los ajustes fueron menores que ± 0.01 para todos los casos.	34
18. Evolución temporal del número de partículas empleadas en el cálculo de la dispersión absoluta a 50 m y 500 m para el CT y el CR; a 50 (500) m se rastrearon partículas durante 75 (180) días.	35
19. (a) Trayectorias obtenidas con el flujo total (velocidades simuladas por el modelo ROMS) y las fluctuaciones (CT) para una partícula soltada en 94°W y 20°N , a 50 m y para un día en particular de diciembre del 2005; los vectores representan las velocidades promedio a dicha profundidad. (b) Evolución del desplazamiento para los dos casos anteriores y para el CR (partículas advectadas con el flujo total y corregidas con el campo promedio). En ambas figuras la posición inicial (final) se indica mediante una estrella (punto) negro, y en (b) los desplazamientos cada 5 días también son mostrados con puntos.	36
20. Datos expresados en porcentaje e interpolados a una grilla de $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ para $h = 50$ m sin tomar en cuenta la fecha en la que se sueltan partículas. Para reducir la cantidad de casos, los datos se han agrupado según la zona de lanzamiento al interior de la BC: (a)-(c) oeste ($< 95^\circ\text{W}$), (d)-(f) centro ($95^\circ\text{-}94^\circ\text{W}$), y (g)-(h) este ($> 94^\circ\text{W}$). Para aumentar la robustez y observar cambios más suaves, en cada zona se han agrupado la cantidad de datos (partículas) existentes a un tiempo t luego de haber sido lanzadas junto con los instantes $t-T$ y $t+T$, donde $t = 5, 15$ y 50 días; y $T = 2.8$ días es el máximo de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2. En el título de cada figura se indica el porcentaje de datos contenidos en la nube principal delimitada por el valor de 0.1% y entre paréntesis el total de datos disponibles en cada instante. La posición promedio desde cada punto de lanzamiento es representada por líneas negras y las grises denotan las isóbatas de 500, 1000 y 3000 m.	39
21. Similar a la figura 21 pero para $h = 500$ m; $t = 10, 30$ y 150 días; y $T = 5.7$ días.	40

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
22. Desplazamiento y dispersión absoluta para cada componente (rojo=meridional, azul=zonal) del conjunto total de partículas (líneas gruesas), y valores promedio según la zona de lanzamiento al interior de la BC: oeste ($< 95^{\circ}\text{W}$) con líneas delgadas, centro ($95^{\circ}\text{-}94^{\circ}\text{W}$) con líneas discontinuas, y este ($> 94^{\circ}\text{W}$) con líneas punteadas. (a),(b) para $h = 50$ m y (c),(d) para $h = 500$ m.	42
23. (a) Variación horizontal de la dispersión absoluta desde cada punto de lanzamiento y (b) variación interanual para el periodo 2003-2012. En ambos casos la dispersión promedio es representada con líneas gruesas (azul = zonal, rojo = meridional) y las variaciones con líneas delgadas. Se muestra la dispersión para $h = 50$ y 500 m, aunque en este último nivel se ha dividido entre 10 para evitar superposición de curvas. (b) y (c) Número de partículas para cada uno de estos casos.	44
24. Definición de escenarios para $h = 50$ m en el periodo 2003-2012. (a) Porcentaje mensual de partículas que permanecen al sur de 22°N transcurridos 42 y 74.2 días (cota inferior y superior del intervalo de análisis), y sobre cada una de ellas los meses considerados temporalmente como retención (puntos), es decir, con porcentaje $>$ al promedio total + $1/3$ de la desviación estándar (líneas horizontales gruesas). (b) Similar que (a) pero para las partículas que cruzan en algún momento 24°N . Los rombos negros en ambas figuras indican los meses que finalmente corresponden a cada uno de estos escenarios: meses en común en todo el intervalo de análisis que nunca coinciden con el escenario opuesto. Total: retención (advección norte) = 29 (30) meses.	47
25. Trayectorias de partículas a 50 m de profundidad para meses representativos de los escenarios de retención (a)-(c) y advección norte (d)-(f), donde n_f representa el número de partículas iniciales. Los primeros 15 días luego del lanzamiento de cada partícula se representan con color azul, y el resto (hasta 75 días) con color salmón. Los puntos negros (magenta) indican la posición inicial (final) de cada partícula. Las líneas grises denotan las isóbatas de 100, 500, 1000, 3000 y 3500 m.	49
26. Datos grillados a $0.25^{\circ}\times 0.25^{\circ}$ para las partículas soltadas a 50 m para el escenario de retención (a) y advección norte (b). Los porcentajes indican la cantidad de datos en la BC (sur de 22°N) y al norte de 24°N . Los puntos negros muestran las posiciones de lanzamiento de las partículas.	49

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
27. Dispersión absoluta (líneas gruesas) para las componentes zonal (i=1) y meridional (i=2) a 50 m de profundidad para (a) el caso original (todos los meses disponibles: 120), (b) el escenario de advección norte (31 meses), y (c) el escenario de retención (29 meses). Los ajustes (líneas delgadas) mediante la ecuación (24) se realizaron para el intervalo 0-1.5 días y para $5\bar{T}$ - $15\bar{T}$ (14-42 días); donde \bar{T} =2.8 es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2. Los números al lado de estas curvas indican los exponentes de dicho ajuste. Los errores de los ajustes fueron menores que ± 0.01 para todos los casos.	51
28. Razón de dispersión $\overline{A_2^2}/\overline{A_1^2}$ (eje $y = 2$ / eje $x = 1$) en función de diferentes ángulos de rotación en sentido antihorario del sistema coordenado para (a) el caso original, (b) el escenario de advección norte, y (c) el escenario de retención. El ángulo de 0° corresponde a la dispersión calculada a lo largo de los ejes x =zonal e y =meridional, mientras que el ángulo de 90° corresponde a los ejes x' =meridional, y' =-zonal, es decir, dispersión original pero cambiada de ejes ya que a esta le es irrelevante el signo. Las líneas discontinuas indican los límites dentro de los cuales la dispersión es considerada isotrópica.	53
29. Dispersión calculada a lo largo de todas las direcciones posibles (medidas arbitrariamente con respecto al eje zonal = 0°), y proyectadas en el espacio $\overline{A_1^2} - \overline{A_2^2}$ (dispersión zonal-meridional). Las líneas negras muestran las curvas que unen los valores de la dispersión entre 0 - 360° para diferentes instantes de tiempo, y las líneas rojas indican algunas direcciones representativas (separadas cada 30°). Se han representado curvas cada 5 días hasta el día 75 para (a) el caso original y (b) el escenario de advección norte, y cada 10 días para (c) el escenario de retención.	54
30. Similar a la figura 24 pero a 500 m de profundidad. En este caso el intervalo de análisis corresponde a $15\bar{T}$ - $30\bar{T}$ (82.5-165 días), con \bar{T} =5.5 días, y cota superior escogida según el criterio establecido (máximo de $30\bar{T}$ =165 o Ft =180 días). Total de meses por escenario: retención (advección norte) = 22 (23) meses. Los rombos negros indican los meses que corresponden a cada uno de estos escenarios para $h = 500$ m, y por debajo se ha representado con rombos verdes el caso para $h = 50$ m.	56
31. Similar a la figura 25 pero a 500 m de profundidad. En este caso los primeros 45 días (120 días solo para la figura f) luego del lanzamiento de cada partícula se representan con color azul, y el resto con color salmón. Las líneas grises denotan las isóbatas de 500, 1000, 3000 y 3500 m y el tiempo de vida máximo de las partículas fue 180 días.	57

Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
32. Similar a la figura 26 pero a 500 m de profundidad. En este caso, los datos fueron divididos entre el cociente del tiempo de rastreo a 500 y 50 m ($180/75=2.4$) para poder comparar con el caso superficial. Entonces en esta figura el color que representa zonas con menos de 1000 datos es en realidad 2400.	57
33. Similar a la figura 27 pero a 500 m de profundidad. En este caso los ajustes se realizan el intervalo $5\bar{T}-12\bar{T} = 27.5-66$ días	59
34. Similar a la figura 28 pero a 500 m de profundidad.	60
35. Similar a la figura 29 pero a 500 m de profundidad. Además, en este caso se ha representado las curvas entre 10-180 días en intervalos de 10 días para (a) el caso original y (b) el escenario de advección norte, y cada 20 días para (c) el escenario de retención.	60
36. Rotacional del esfuerzo de viento empleado por el modelo (colores) en 10^{-7} Nm^{-3} , esfuerzo del viento (vectores magenta) en Nm^{-2} y velocidades del modelo ROMS a 10 m (vectores negro) en cm/s para cada una de las estaciones. Las líneas grises denotan las isóbatas de 500, 1000 y 3000 m.	76
37. Sección vertical en 20°N desde la costa hasta los 92.7°W para primavera (a-c) y verano (d-f). En estas figuras se representa la temperatura potencial ($^\circ\text{C}$), salinidad práctica y velocidad meridional (cm/s) dadas por el modelo ROMS. Los contornos negros representan la densidad potencial (sigma-t, σ_t) en kg m^{-3} calculada con TEOS-10.	77
38. Similar a la figura 37 pero para otoño (a-c) e invierno (d-f).	78

Lista de tablas

Tabla	Página
1. Variación vertical de la función de autocovarianza con retraso nulo o MS de velocidades ($\overline{R_{ii0}}$), y de las escalas Lagrangianas de tiempo ($\overline{T_i}$), longitud ($\overline{L_i}$) y difusividad ($\overline{K_i}$) calculadas a partir de la función de autocovarianza de cada partícula (EL1). Los valores mostrados representan la media (en negrita) y la desviación estándar de cada parámetro.	26
2. Variación vertical del MS de velocidades ($\overline{\sigma_i^2}$), y de las escalas Lagrangianas de tiempo ($\overline{T_i}$), longitud ($\overline{L_i}$) y difusividad ($\overline{K_i}$) obtenidas a partir de la función de autocorrelación promedio (EL2). El valor de $\overline{\sigma_i^2}$ para $t = \overline{T_i}$ se representa en negrita y su máximo a la derecha. En forma similar, $\overline{L_i}$ y $\overline{K_i}$ muestran valores asociados a cada uno de los $\overline{\sigma_i^2}$. La última columna corresponde a la difusividad absoluta promedio $\overline{D_i}$ (ecuación 26) y su error con un nivel de confianza del 95 %.	26
3. Difusividad absoluta promedio $\overline{D_i}$ (ecuación 26) para los intervalos $5\overline{T}-15\overline{T}$ (14-42 días) y $5\overline{T}-Ft$ (14-75 días) a 50 m de profundidad para: el caso original, el escenario de advección norte y el escenario de retención. $\overline{T} = 2.8$ días es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2. El error con un nivel de confianza del 95 % también es mostrado.	52
4. Similar a la tabla 3 pero a 500 m de profundidad y para los intervalos $5\overline{T}-12\overline{T}$ (27.5-66 días) y $5\overline{T}-Ft$ (27.5-180 días), con $\overline{T} = 5.5$ días. . .	59

Capítulo 1. Introducción

Entender los procesos de dispersión tanto en la atmósfera como en el océano es de gran relevancia. Conocer el transporte, esparcimiento, así como las posibles trayectorias de comunidades biológicas, petróleo, cenizas volcánicas, desechos radiactivos, entre otras sustancias, es considerado vital desde un punto de vista ambiental. Por otro lado, desde un enfoque físico el fenómeno de dispersión tiene un alto valor teórico, ya que a partir de las trayectorias de partículas se puede inferir propiedades de los flujos turbulentos en los que se encuentran inmersos (LaCasce, 2008). En un flujo turbulento existe un amplio rango de escalas espaciales y temporales que interactúan entre ellas, y se caracteriza por poseer mayor capacidad de mezcla en comparación de un flujo laminar (Pope, 2001). Las trayectorias de partículas individuales advectadas por estos flujos son bastante desordenadas e impredecibles, motivo por el cual se recurre a una descripción estadística. En el artículo de revisión de LaCasce (2008), se considera al océano y la atmósfera como un laboratorio natural para el estudio de la turbulencia. En el océano se estudia a este fenómeno mediante boyas de deriva (globos en la atmósfera), y se emplean herramientas estadísticas Lagrangianas para su análisis.

Dentro de las medidas de dispersión más comunes tenemos a la denominada dispersión absoluta (o de una partícula), que cuantifica en cada instante de tiempo el promedio del cuadrado de las distancias de N partículas medidas con respecto a las posiciones iniciales de sus lanzamientos (Provenzale, 1999). Esta definición, permite estimar la rapidez con la que se dispersan las partículas, la cual es denominada difusividad absoluta. Asimismo, bajo este marco de partícula individual, se pueden inferir escalas típicas de la turbulencia (Poulain y Niiler, 1989). La escala Lagrangiana de tiempo (longitud) está asociada al tiempo (distancia) durante el cual una partícula aún “recuerda” su trayectoria, mientras que la escala de difusividad está íntimamente relacionada con el límite asintótico de la difusividad absoluta. Adicionalmente, momentos estadísticos a partir de las trayectorias pueden ser calculados mediante las funciones de densidad de probabilidad (PDFs, por sus siglas en inglés); cuya importancia fundamental radica en que proveen indicios para la parametrización de procesos de transporte de escalares (LaCasce, 2008).

Otra medida de dispersión bastante conocida es la denominada dispersión relativa

(o de dos partículas), que está asociada a la distancia cuadrática media entre pares de partículas separadas inicialmente una distancia D_0 . La utilidad de introducir este concepto radica en el hecho de que posee mayor relación con los regímenes turbulentos que la dinámica de una partícula. Esto se debe a que la dispersión relativa es una invariante Galileana ya que emplea el promedio de la separación de pares. Asimismo, este estadístico presenta dependencia con la escala espacial y no solo caracteriza al flujo turbulento con una única escala (la escala Lagrangiana de longitud), y posee relación estrecha con el espectro de energía Euleriano (LaCasce, 2008).

Avances teóricos en la dispersión de una partícula y bajo la suposición de turbulencia homogénea, estacionaria, sin la presencia de un flujo medio (i.e sin contribución no turbulenta) y sin fronteras fueron desarrollados por Taylor (1921); condiciones que implican que el lugar e instante en que se sueltan las partículas es irrelevante para la dispersión. En este trabajo se demostró que la dispersión absoluta posee una dependencia cuadrática en el tiempo para instantes relativamente cortos donde aún existe fuerte autocorrelación (régimen balístico). Para tiempos mucho mayores que la escala Lagrangiana temporal, en los que la partícula ha viajado una distancia usualmente mayor que la escala Lagrangiana de longitud, las trayectorias se comportan en forma aleatoria y la dispersión crece linealmente en el tiempo (régimen de la caminata aleatoria). Alternativamente, la dispersión absoluta puede ser entendida como una difusividad absoluta (definida como la mitad de la derivada temporal de la dispersión), la cual es lineal en el tiempo en el régimen balístico, para luego de un estado transitorio pasar a ser constante en el régimen de la caminata aleatoria. Este último régimen también es conocido como difusivo ya que las partículas se dispersan como si fueran un trazador sujeto a la ecuación de advección-difusión. Con respecto a las PDFs, Davis (1987) generalizó la ecuación típica de advección-difusión, pero restringida a casos en que las PDFs de velocidades sean aproximadamente Gaussianas. En dicha ecuación la viscosidad turbulenta es representada como un parámetro observable Euleriano-Lagrangiano en vez de uno fenomenológico (que es el caso de la mayoría de los modelos oceánicos).

Diversos estudios observacionales y numéricos en diferentes regiones del océano fueron llevados a cabo para explorar estas ideas (Bracco *et al.*, 2000a; Berloff *et al.*, 2002a; Zhurbas y Oh, 2004; Zavala Sansón, 2015; Zavala Sansón *et al.*, 2018). De

especial interés resulta este último trabajo, en el que se analizó por primera vez las estadísticas de partículas individuales en el suroeste del Golfo de México (SGM). Dichos autores calcularon la dispersión absoluta, las escalas Lagrangianas, y las PDFs de velocidades a partir de boyas de deriva soltadas a una profundidad nominal de 50 m durante septiembre del 2007 a septiembre del 2014 Sin embargo; en ese trabajo no se estudió: i) la variación horizontal y temporal de las escalas Lagrangianas y de la dispersión absoluta; ii) el efecto de las fronteras del SGM o de la topografía sobre la dispersión de partículas, lo cual ayudaría a entender el origen de la anisotropía observada en dicho trabajo; iii) los cambios en la dispersión y las escalas Lagrangianas al soltar partículas cerca de la superficie, de la termoclina permanente y en profundidades por debajo de esta; y iv) la influencia sobre la dispersión y la difusividad absoluta de las principales estructuras que dominan la circulación en el SGM. Estas cuestiones fueron abordadas en esta tesis por medio del modelado numérico, pero con la simplificación de despreciar la dispersión vertical y su efecto sobre la horizontal.

1.1. Circulación general en el Golfo de México

El Golfo de México (GM) es un mar semicerrado en el cual las Zonas económicas exclusivas de México, los Estados Unidos y Cuba colindan. Se comunica al Océano Atlántico Norte por el estrecho Florida y al Mar Caribe a través del Canal de Yucatán. La zona central del GM presenta profundidades superiores a los 2000 m, y se encuentra rodeada por diversas plataformas (zonas con profundidades menores a 200 m), de las cuales el Banco de Campeche es la de mayor extensión en el SGM (figura 1).

En la región este del GM la dinámica es dominada principalmente por la Corriente de Yucatán, que es una corriente bastante energética y que en ocasiones puede exceder los 2 m/s (Cetina *et al.*, 2006). Esta corriente fluye a lo largo del margen este de la Península de Yucatán, se introduce al GM en donde recibe el nombre de Corriente de Lazo, y sale por el estrecho de Florida para formar parte de la frontera oeste del Giro Subtropical del Océano Atlántico Norte. Lo más sobresaliente de la dinámica de la corriente de Lazo es la formación de remolinos anticiclónicos (LCEs, por sus siglas en inglés) que se desprenden y viajan hacia el oeste y suroeste principalmente por el efecto beta (Cushman-Roisin *et al.*, 1990). Estas estructuras de mesoescala presentan radios



Figura 1. Golfo de México, en donde se indica sus regiones más representativas y su batimetría. (Fuente: <https://www.pinterest.com/gomalliance/gulf-of-mexico-maps/>)

de 150 a 200 km y periodos irregulares de desprendimiento que oscilan entre 0.5 y 18.5 meses (Lugo-Fernández y Leben, 2010). Al llegar a la zona oeste del GM generalmente interactúan con otras estructuras o colisionan con la topografía, provocando en este último caso procesos como la traslación meridional y reflexión de remolinos, así como generación de remolinos secundarios y de flujos costeros (Zavala Sansón y Van Heijst, 2000; Sutyrin y Grimshaw, 2010).

La Bahía de Campeche (BC) es la región semi-cerrada más al sur del GM y está limitada por la costa Mexicana al oeste, sur y este y abierta hacia el norte en 22°N (Perez-Brunius *et al.*, 2013). En esta región, existe una estructura predominante asociada a un ciclón semipermanente conocido como Giro de Campeche (GC). Esta estructura ha sido estudiada por diversos autores (Vázquez de la Cerda *et al.*, 2005; Pérez-Brunius *et al.*, 2013), quienes propusieron que el GC es estacionalmente forzado por el viento y confinado por la topografía respectivamente. No obstante, el estudio de Cordero (2015) reveló que el mecanismo generador del GC aún no es del todo comprendido.

Otra estructura prominente está relacionada a la existencia de un flujo intenso sobre el margen de la plataforma oeste del GM, cuyo sentido depende de la dirección del viento costero, el cual puede ser modificado por la presencia de remolinos que interactúan con esta zona (Zavala-Hidalgo *et al.*, 2003; Dubranna *et al.*, 2011).

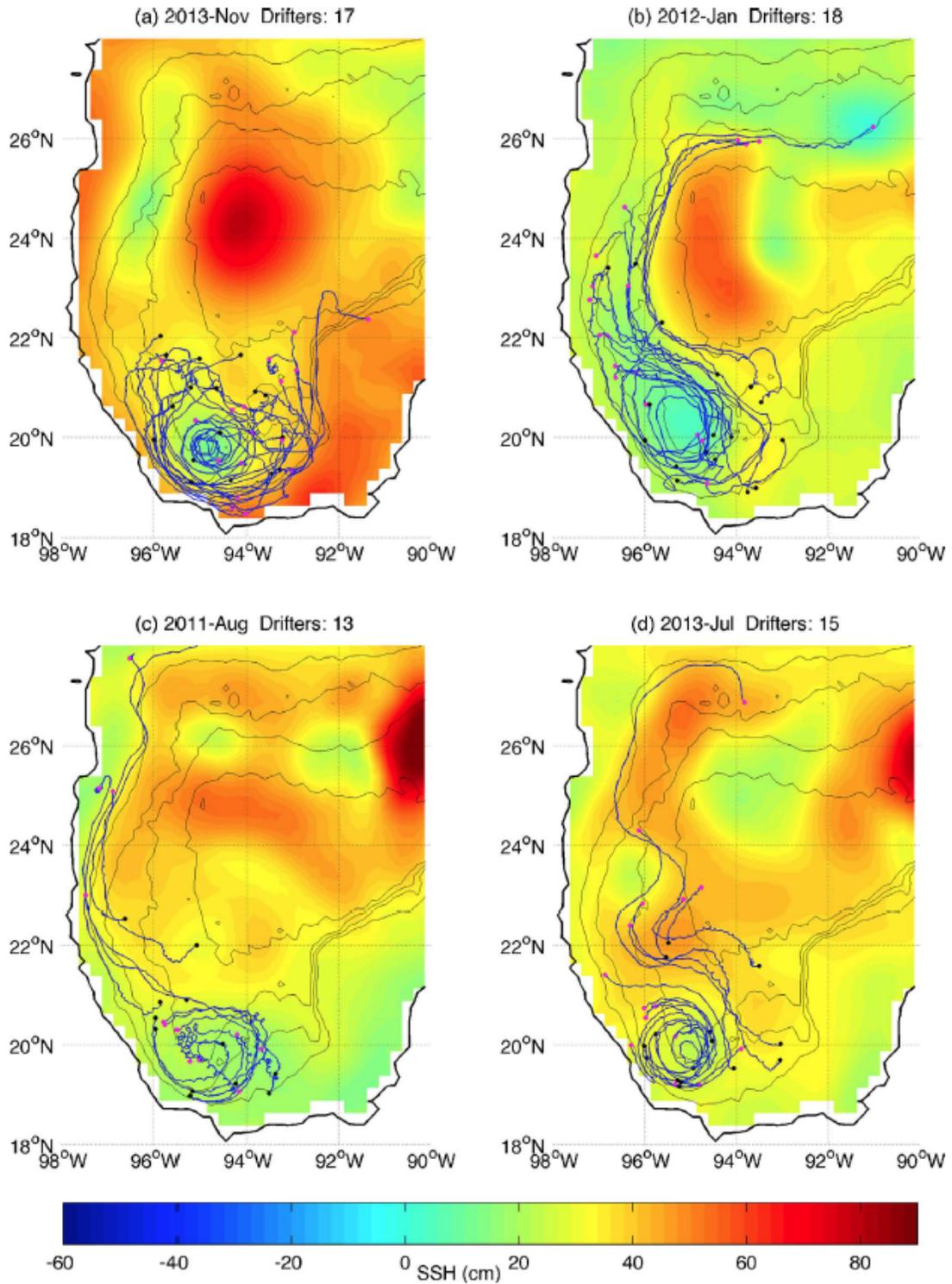


Figura 2. Trayectoria de las boyas de deriva y niveles del mar empleados para mostrar características de la circulación en el SGM. Tomada de: Zavala Sansón et al. (2017b).

Lo descrito anteriormente es relevante para el presente estudio, ya que dichas es-

estructuras de mesoescala y sus interacciones desempeñan un rol importante en la dispersión de partículas superficiales (Zavala Sansón *et al.*, 2017a,b). Esto se ejemplifica bastante bien en la figura 2. En los casos (a) y (b) un LCE llega a la zona oeste del GM y solo en el segundo caso interactúa con el GC. En estos casos se observa que mientras las boyas se mantengan al sur de 22°N (la frontera abierta de la BC) tanto el margen oeste como el Banco de Campeche limitan el movimiento zonal de partículas. En el caso (c) se ejemplifica el flujo costero hacia el norte, el cual ocurre independientemente de la presencia de los LCEs y del GC. Finalmente, el caso (d) ejemplifica la advección de partículas hacia el norte provocada por la existencia de ciclones y anticiclones secundarios.

Lo expuesto hasta el momento refleja la importancia del estudio de la dispersión turbulenta en el SGM, que si bien ya fue realizado con boyas de deriva tanto para el estudio de una y de dos partículas (Zavala Sansón *et al.*, 2017a, 2018), aún no se ha llevado a cabo con modelos numéricos. Entendemos que las observaciones son lo más cercano a la realidad; sin embargo, el empleo del modelado permite explorar zonas pobremente o mal muestreadas y realizar experimentos hipotéticos de dispersión, tales como filtrados en el espacio y tiempo del campo Euleriano que advecta las partículas (Haza *et al.*, 2008). El hecho de emplear un modelo numérico para el estudio de la dispersión turbulenta, representa por sí mismo un desafío debido a la amplia gama de escalas que acarrea la turbulencia. En particular, en el presente estudio se evalúa la capacidad del modelo numérico ROMS (Regional Ocean Modeling System) para simular este tipo de fenómeno en el SGM, pero solo bajo el marco de una partícula. Esto es de gran relevancia ya que frecuentemente se emplean los modelos numéricos Eulerianos junto con los de advección Lagrangiana para analizar trayectorias probables de partículas, así como procesos de conectividad entre regiones (Marinone *et al.*, 2008; Marinone, 2012; Inda, 2015). En consecuencia, consideramos ventajoso verificar la capacidad del modelo numérico empleado de reproducir, por lo menos cualitativamente, las características turbulentas observadas en el flujo que se estudia.

Esta tesis está organizada de la siguiente manera: en la sección 1.2 se presentan los objetivos. En el capítulo 2 se describen la teoría y los métodos, en las secciones 2.1 y 2.2 se presentan las características del modelo numérico oceánico y del modelo de advección de partículas empleados, en la sección 2.3 se describen las herramientas

estadísticas empleadas bajo el marco de una partícula, en la sección 2.4 se define cuantitativamente lo que denominamos variables turbulentas y residuales de las partículas, y en la sección 2.5 se describe el experimento general y los resultados a generar. En el capítulo 3 se presentan los resultados: validación del modelo numérico ROMS (sección 3.1), escalas Lagrangianas (sección 3.2), dispersión absoluta (sección 3.3), y la influencia de las principales estructuras de mesoescala presentes en el SGM sobre la dispersión y la difusividad absoluta (lo cual denominamos escenarios de dispersión, sección 3.4). Finalmente, en el capítulo 4, se presentan las discusiones y en el capítulo 5 las conclusiones de la tesis.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Analizar y describir las estadísticas Lagrangianas de partículas individuales en el suroeste del Golfo de México mediante el empleo de flotadores sintéticos advectados con las velocidades del modelo numérico ROMS.

1.2.2. Objetivos específicos

- Validar el campo de velocidades del modelo numérico, el cual se emplea para advectar partículas.
- Caracterizar la turbulencia simulada por el modelo con base en la estadística de una partícula mediante:
 - Las escalas Lagrangianas.
 - La dispersión y la difusividad absoluta.
- Evaluar la influencia de las principales estructuras de mesoescala presentes en la zona suroeste del Golfo de México sobre la dispersión y la difusividad absoluta.

Capítulo 2. Metodología

En esta sección se describe el modelo numérico empleado y el modelo diagnóstico de advección de partículas que genera trayectorias sintéticas (simuladas). Asimismo, se detallan las herramientas Lagrangianas utilizadas para calcular las estadísticas de partículas individuales.

2.1. Modelo oceánico

El modelo numérico ROMS (Regional Ocean Modeling System), es un modelo oceánico regional de superficie libre, tridimensional, incompresible y con aproximación de Boussinesq e hidrostática, que resuelve las ecuaciones primitivas mediante el empleo de coordenadas curvilíneas ortogonales en la horizontal y coordenadas generalizadas verticales que siguen la topografía, pero con la versatilidad de emplear alta resolución en la superficie y en el fondo (Shchepetkin y McWilliams, 2005). Las ecuaciones resueltas por el modelo, expresadas por simplicidad en coordenadas cartesianas, son:

$$\nabla \cdot \vec{u} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla u = fv - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial x} + D_u \quad (2)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla v = -fu - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial P}{\partial y} + D_v \quad (3)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g \quad (4)$$

$$\rho = \rho(T, S, P) \quad (5)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla C = D_C \quad (6)$$

donde $\vec{u} = (u, v, w)$; (5) es la ecuación no lineal de estado (Jackett y McDougall, 1995); C es un escalar que puede ser la temperatura (T), salinidad (S) o un trazador pasivo; y D_u, D_v, D_C contienen a los términos de difusión horizontal y vertical.

Se contó en este trabajo con datos diarios en el periodo enero 2003 - diciembre 2012 de una corrida que abarcó todo el GM. Esta base de datos fue construida

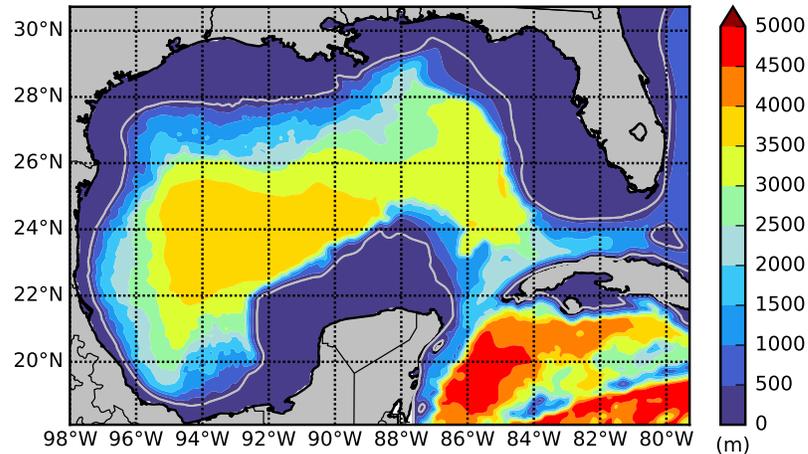


Figura 3. Batimetría empleada por el modelo, la línea gris representa la isóbata de 200m.

con una resolución horizontal de ≈ 5.5 km, con 41 niveles sigma en la vertical que tienen alta resolución en la superficie y el fondo. El modelo se forzó en superficie con datos de viento mensuales de 32 km de resolución correspondientes a la base de datos del North American Regional Reanalysis (NARR; <https://www.esrl.noaa.gov/psd/data/gridded/data.narr.html>), y con flujos de calor mensuales obtenidos del Comprehensive Ocean-Atmosphere Data Set (COADS; <http://www.romsagrif.org/index.php/download/datasets>) de 55 km de resolución. Con el propósito de corregir posibles desviaciones de la temperatura superficial simulada con respecto a los datos, se empleó la base de datos Advanced Very High Resolution Radiometer (AVHRR; <https://www.ncdc.noaa.gov/oisst/data-access>) de 4 km de resolución. Las condiciones iniciales y de frontera (mensuales) se obtuvieron a partir de la base de datos Global Ocean Reanalyses and Simulations (GLORYS; <http://marine.copernicus.eu>) con 27 km de resolución en la horizontal y 75 niveles en la vertical. La batimetría fue obtenida de la base de datos General Bathymetric Chart of the Oceans (GEBCO; <http://gebcو.net>) en combinación con mediciones (figura 3).

2.2. Modelo de advección de partículas

Este modelo produce trayectorias sintéticas en forma diagnóstica a partir del campo de velocidades obtenido previamente de la simulación con el modelo ROMS. En cada paso de tiempo ($dt = 0.01$ días para este estudio) el modelo Lagrangiano re-

suelve las ecuaciones de las trayectorias (ecuación 7) en las mismas coordenadas curvilíneas que el modelo ROMS, mediante el empleo del método predictor-corrector de Milne-Hamming de cuarto orden (Milne, 1926; Hamming, 1959). Para obtener el campo de velocidades en cada intervalo de tiempo de integración así como en las nuevas posiciones de las partículas se realiza una interpolación lineal en el tiempo y en el espacio de las velocidades del modelo ROMS (almacenadas diariamente). Por simplicidad, se despreció la advección vertical y su efecto sobre la dispersión imponiendo en la ecuación (7) $w = 0$, es decir, las partículas se mueven a profundidad constante independientemente de la velocidad vertical que la simulación ofrece. Este modelo también tiene la versatilidad de añadir a las trayectorias perturbaciones aleatorias con distribución Gaussiana, lo cual es conocido como modelo estocástico de orden cero (Berloff y McWilliams, 2002). No obstante, este efecto no fue considerado ya que se tuvo como objetivo analizar la estadística Lagrangiana de las escalas que puede resolver el modelo numérico (Berloff *et al.*, 2002a; Haza *et al.*, 2008; Beron-Vera y LaCasce, 2016). Aplicaciones del modelo Lagrangiano y más detalles del mismo pueden ser consultados en Inda (2015) y Parés-Sierra *et al.* (2018). Cabe señalar, que el intervalo de integración escogido se basa al buen desempeño que mostró en los estudios mencionados, y a que refleja balance entre el tiempo de cálculo y la reducción de los errores de las velocidades de las partículas. En pruebas simples con velocidad horizontal constante, el error es de 10 % en el primer paso de tiempo y menor a 0.05 % en los posteriores. Por otro lado, al emplear $dt = 0.05$ días el error inicial es de 25 %, luego de 15 %, y continúa decreciendo en pasos de tiempo posteriores.

$$\frac{dx}{dt} = u \qquad \frac{dy}{dt} = v \qquad \frac{dz}{dt} = w \qquad (7)$$

2.3. Estadísticas de partículas individuales

2.3.1. Escalas Lagrangianas

La utilidad del concepto de escalas Lagrangianas radica en el hecho de que brindan información sobre las escalas características del flujo turbulento que se estudia. Estas escalas son tres (tiempo, longitud y difusividad) y están basadas en la función de autocovarianza de las velocidades turbulentas o residuales. Lo primero hace referencia

a las velocidades de las partículas advectadas directamente por un flujo turbulento (o por fluctuaciones que tienen por definición promedio nulo), mientras que lo último se obtiene al quitar a las velocidades de las partículas el efecto de la parte del flujo considerada como no turbulenta (Berloff *et al.*, 2002a).

La función de autocovarianza para una partícula k se define mediante:

$$R_{ii}^k(\tau, t_0, \vec{x}_0) = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{T+t_0} u'_i(t, \vec{x}_0) u'_i(t + \tau, \vec{x}_0) dt \quad (8)$$

donde t es el tiempo; t_0 y \vec{x}_0 son el tiempo y su posición inicial; T corresponde usualmente al tiempo de vida de la partícula; τ es el retraso de tiempo considerado; y u'_i es la componente de la velocidad residual o turbulenta a lo largo de una dirección arbitraria ($i = 1, 2$ para dispersión en dos dimensiones). En el caso de geometrías como la del Golfo de California (México) o el Mar Adriático (Italia) estos ejes son definidos a lo largo de la costa y transversal a ella (Haza *et al.*, 2008; Zavala Sansón, 2015); no obstante, para el caso del GM es común definir a los ejes a lo largo de las direcciones zonal y meridional (Beron-Vera y LaCasce, 2016; Zavala Sansón *et al.*, 2018), lo cual (a menos que se diga lo contrario) será empleado en gran parte de estudio. Adicionalmente, para flujos turbulentos homogéneos y estacionarios, la dependencia en t_0 , y \vec{x}_0 desaparece $R_{ii}^k(\tau, t_0, \vec{x}_0) = R_{ii}^k(\tau)$, es decir, no importa si los flotadores son lanzados desde la misma posición en diferentes realizaciones del flujo turbulento o si son soltados en distintas posiciones para una realización dada (Provenzale, 1999). Bajo esta suposición, el promedio temporal del cuadrado de velocidades residuales o turbulentas (MS de velocidades por sus siglas en inglés) para la partícula k , se define como la función de autocovarianza con retraso nulo:

$$R_{ii}^k(0) = R_{ii0}^k = \frac{1}{T} \int_0^T u_i'^2(t) dt \quad (9)$$

donde ahora $t = t - t_0$ es el tiempo transcurrido para cada partícula desde que fue soltada.

Las escalas Lagrangianas pueden ser definidas de dos formas a partir de estas cantidades. En ambos casos, las escalas de tiempo y longitud representan umbrales de predictibilidad de las trayectorias de las partículas (LaCasce, 2008), es decir, corres-

ponden al tiempo y a la distancia durante la cual las partículas poseen aún autocorrelación de velocidad significativamente no nula (“recuerdan” o tienen “memoria” de sus trayectorias). Por otro lado, la escala de difusividad nos da una idea de que tan energético es el flujo turbulento que advecta las partículas, la cual puede ser contrastada con el valor promedio de la difusividad absoluta.

a) Escalas a partir de la función de autocovarianza de cada partícula (EL1)

Este caso corresponde al desarrollo de Poulain y Niiler (1989) y Zavala Sansón (2015). La escala Lagrangiana de tiempo para la partícula k , que formalmente se asocia al periodo durante el cual su velocidad está aún autocorrelacionada, se define como:

$$T_i^k = \frac{1}{R_{ii0}^k} \int_0^t R_{ii}^k(\tau) d\tau \quad (10)$$

La función de autocovarianza puede presentar en general un comportamiento oscilatorio que decae lentamente en el tiempo o un decaimiento paulatino y lento. Lo primero generalmente ocurre cuando las partículas son atrapadas por remolinos u ondas, mientras que lo último cuando sus trayectorias siguen corrientes con poca sinusidad (Berloff *et al.*, 2002a). Por este motivo se considera como umbral máximo de T_i^k , la integral hasta el instante t_z en que la función de autocovarianza cruza por primera vez el cero. En la práctica, se integró hasta que esta función alcanzó el valor de $0.001 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ y se descartaron las partículas que nunca lo hicieron; no obstante, los resultados fueron prácticamente los mismos al considerar $0.01 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$ como umbral.

Las escalas Lagrangianas de longitud y difusividad se obtienen mediante:

$$L_i^k = (R_{ii0}^k)^{1/2} T_i^k = \frac{1}{(R_{ii0}^k)^{1/2}} \int_0^{t_z} R_{ii}^k(\tau) d\tau \quad (11)$$

$$K_i^k = R_{ii0}^k T_i^k = (R_{ii0}^k)^{1/2} L_i^k = \int_0^{t_z} R_{ii}^k(\tau) d\tau \quad (12)$$

Finalmente, valores representativos de estas escalas y de la función de autocovarianza con retraso nulo se obtienen mediante el promedio del conjunto de N partículas:

$$(\overline{T_i}, \overline{L_i}, \overline{K_i}, \overline{R_{ii0}}) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (T_i^k, L_i^k, K_i^k, R_{ii0}^k) \quad (13)$$

b) Escalas a partir de la función de autocorrelación promedio (EL2)

Este caso corresponde al desarrollo de Provenzale (1999) y Zavala Sansón *et al.* (2018). Se define a la función de autocorrelación promedio del conjunto de N partículas (o simplemente función de autocorrelación promedio) mediante:

$$R_{ii}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \frac{R_{ii}^k(\tau)}{R_{ii0}^k} = \overline{R_{ii}^k(\tau)/R_{ii0}^k} \quad (14)$$

por lo que $R_{ii}(0) = 1$ y se espera que $R_{ii}(\infty) \approx 0$. Tal como con en el caso anterior se define a la escala Lagrangiana de tiempo como la integral de esta función hasta el instante que cruza el primer cero y de no hacerlo hasta que la función alcance el valor de 0.01.

$$T_i = \int_0^{t_z} R_{ii}(\tau) d\tau \quad (15)$$

El promedio del cuadrado de velocidades residuales o turbulentas para las N partículas (MS de velocidades) a un tiempo t , se obtiene mediante:

$$\overline{\sigma_i^2(t)} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N u_i'^2(t) = \overline{u_i'^2(t)} \quad (16)$$

Cuando la turbulencia es estacionaria esta cantidad es prácticamente constante; no obstante, en la realidad esto no necesariamente ocurre en todo momento. Para comparar con el estudio con boyas de Zavala Sansón *et al.* (2018), se empleó el valor de $\overline{\sigma_i^2(t)}$ en $t = T_i$, y adicionalmente su valor máximo para estimar una cota superior de las escalas Lagrangianas de longitud y difusividad. Ambos valores son representados como $\overline{\sigma_i^2}$ en las ecuaciones que definen a estas escalas:

$$L_i = \sqrt{\overline{\sigma_i^2}} T_i \quad (17)$$

$$K_i = \overline{\sigma_i^2} T_i = \sqrt{\overline{\sigma_i^2}} L_i \quad (18)$$

Al margen de hasta donde se integre R_{ii}^k o R_{ii} , las EL1 son más robustas que las EL2 ya que definen en forma única valores para L y K . Sin embargo, ya que las EL1 son obtenidas mediante el promedio de los umbrales máximos de las escalas de cada partícula, estas suelen sobrestimar los valores de las EL2. En esta tesis se emplearon

ambos métodos y se compararon sus ventajas y desventajas.

2.3.2. Dispersión y difusividad absoluta

La dispersión absoluta (o de una partícula), cuantifica en cada instante de tiempo el promedio del cuadrado de las distancias de N partículas medidas con respecto a las posiciones iniciales de sus lanzamientos (Provenzale, 1999). A lo largo de una dirección arbitraria, se calcula mediante:

$$\overline{A_i^2}(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x'_i(t) - x'_i(t_0)]^2 \quad (19)$$

donde que $x'_i(t)$ hace referencia a posiciones residuales o turbulentas, y tal como para las EL, se definen los ejes a lo largo de las direcciones zonal y meridional ($i = 1, 2$).

La difusividad absoluta, que representa una medida de la rapidez con que se dispersan las partículas, se obtiene mediante:

$$D_i(t) = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} \overline{A_i^2} \quad (20)$$

Ambas definiciones, se aplican formalmente para partículas soltadas en la misma posición para diferentes realizaciones del campo turbulento (turbulencia estacionaria), aunque la suposición de turbulencia homogénea hace que esto sea equivalente a soltar varias partículas en una realización dada (Provenzale, 1999).

Taylor (1921) bajo la hipótesis de turbulencia homogénea, estacionaria, sin flujo medio y sin fronteras, encontró la siguiente relación:

$$\overline{A_i^2}(t) = 2\nu \int_0^t \int_0^{t'} R_{ii}(\tau) d\tau dt' \quad (21)$$

donde $\nu = R_{ii0}^k = \sigma_i(t) = cte$, y $R_{ii}(\tau) = \overline{R_{ii}^k(\tau)}/\nu$

Los límites asintóticos de esta ecuación son (Taylor, 1921):

$$\lim_{t \rightarrow 0} \overline{A_i^2}(t) = \nu t^2 \quad (22)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \overline{A_i^2}(t) = 2\nu T_i t \quad (23)$$

La ecuación (22) indica a que en tiempos cortos ($t \ll T_i$) la dispersión absoluta es una función cuadrática con respecto al tiempo (régimen balístico), lo cual es de esperarse ya que en los instantes iniciales las velocidades de las partículas permanecen prácticamente constantes. Por otro lado, la ecuación (23) muestra que para tiempos largos ($t \gg T_i$) la dispersión absoluta es una función lineal en el tiempo, y que las partículas se dispersan como un proceso difusivo con difusividad constante dada por νT_i , motivo por el cual este régimen es conocido como difusivo o de dispersión estándar. Ya que en tiempos largos las partículas no tienen “memoria” de sus trayectorias, el nombre de régimen de la caminata aleatoria también es usado por su analogía con lo que ocurre en dicho problema (Taylor, 1921).

Una vez determinada la dispersión a partir de la ecuación (19), se realiza el ajuste mediante la ecuación (24), y se contrasta el exponente de t con lo predicho por los regímenes teóricos.

$$\overline{A_i^2}(t) = b_i t^{a_i} \quad (24)$$

Los ajustes se realizan para $t = [0 : t_1]$ y $t = [t_2 : t_3]$, y los valores de estas variables se eligen con cierta arbitrariedad según el comportamiento que se observa en la dispersión, pero al menos se debe exigir que cumplan con: $t_1 < T_i < t_2 < t_3$. En ocasiones el régimen difusivo ($a_i = 1$) no es obtenido, lo cual ocurre generalmente cuando la función de autocorrelación $R_i(t)$ decae muy lentamente o cuando la dispersión es limitada por las fronteras (LaCasce, 2008). Entonces se dice que la dispersión obedece a un régimen superdifusivo (subdifusivo) cuando $a_i > 1$ ($a_i < 1$). El caso extremo consiste en un dominio con fronteras cerradas que provoca que se alcance en algún momento el régimen de saturación ($a_i = 0$), en el cual la dispersión permanece constante (Flores, 2017).

Cuando se calcula la difusividad absoluta directamente de la ecuación (20), esta presenta por lo general un comportamiento bastante ruidoso. Esto conlleva a que se obtenga aplicando la definición (20) a la ecuación (24):

$$D_i(t) = \frac{1}{2} a_i b_i t^{a_i - 1} \quad (25)$$

y un valor representativo para $t \gg T_i$ se obtiene mediante el promedio de la ecuación anterior en el intervalo $t = [t_2 : t_3]$ (Zavala Sansón, 2015):

$$D_i = \frac{a_i b_i}{2(t_3 - t_2)} \int_{t_2}^{t_3} t^{a_i-1} dt = \frac{b_i}{2} \frac{t_3^{a_i} - t_2^{a_i}}{t_3 - t_2} \quad (26)$$

2.4. Definición de variables turbulentas y residuales

Las escalas Lagrangianas, la dispersión y la difusividad absoluta requieren el empleo de variables (posiciones y velocidades) residuales o turbulentas. Como ya se explicó variables turbulentas se obtienen directamente al adveccionar partículas en un campo turbulento, tal como ocurre por lo general en experimentos de dispersión en laboratorio (Rosas, 2008) o en modelos numéricos simplificados (Flores, 2017), forzados de tal forma que en varias realizaciones el flujo medio sea nulo. Por otra parte, variables residuales se obtienen luego de remover el efecto del flujo medio sobre las trayectorias de partículas adveccionadas por fluidos geofísicos, por ejemplo: boyas en el océano o globos en la atmósfera (LaCasce, 2008). En estos casos, mucho más complejos que los experimentos idealizados, la turbulencia se desarrolla gracias a que puede extraer energía del flujo medio, mediante procesos tales como de inestabilidades baroclínicas (Salmon, 1980).

2.4.1. Promedio removido antes de adveccionar partículas (CT)

En este caso, denominado caso turbulento (CT), se descompone a las velocidades horizontales simuladas por el modelo ROMS $u_i(t)$ (velocidades totales o instantáneas), en un flujo medio estacionario \overline{u}_i y fluctuaciones dependientes del tiempo $u'_i(t)$, lo cual se realiza para cada punto de grilla del modelo:

$$u_i(t) = \overline{u}_i + u'_i(t) \quad (27)$$

donde $i = 1, 2$ corresponden a las componentes zonal y meridional de la velocidad, y el promedio se realizó para el periodo 2003-2012. Para observar mejor el efecto de

esta descomposición, se calculó la vorticidad relativa ξ a partir de la ecuación (27) y se escaló con la frecuencia de Coriolis f , lo cual se ejemplifica en la figura (4) para una fecha en particular del modelo y a 10 m de profundidad. Se observa que el flujo medio captura gran parte de la corriente de Lazo y de la corriente costera de la zona oeste del GM. Asimismo, se aprecia que el giro ciclónico de Campeche (color rojo) y la zona de llegada media de los LCEs a la costa oeste del GM (color azul) también son capturados por el flujo medio, pero son de menor intensidad que los eventos en particular que ocurrieron en dicha fecha.

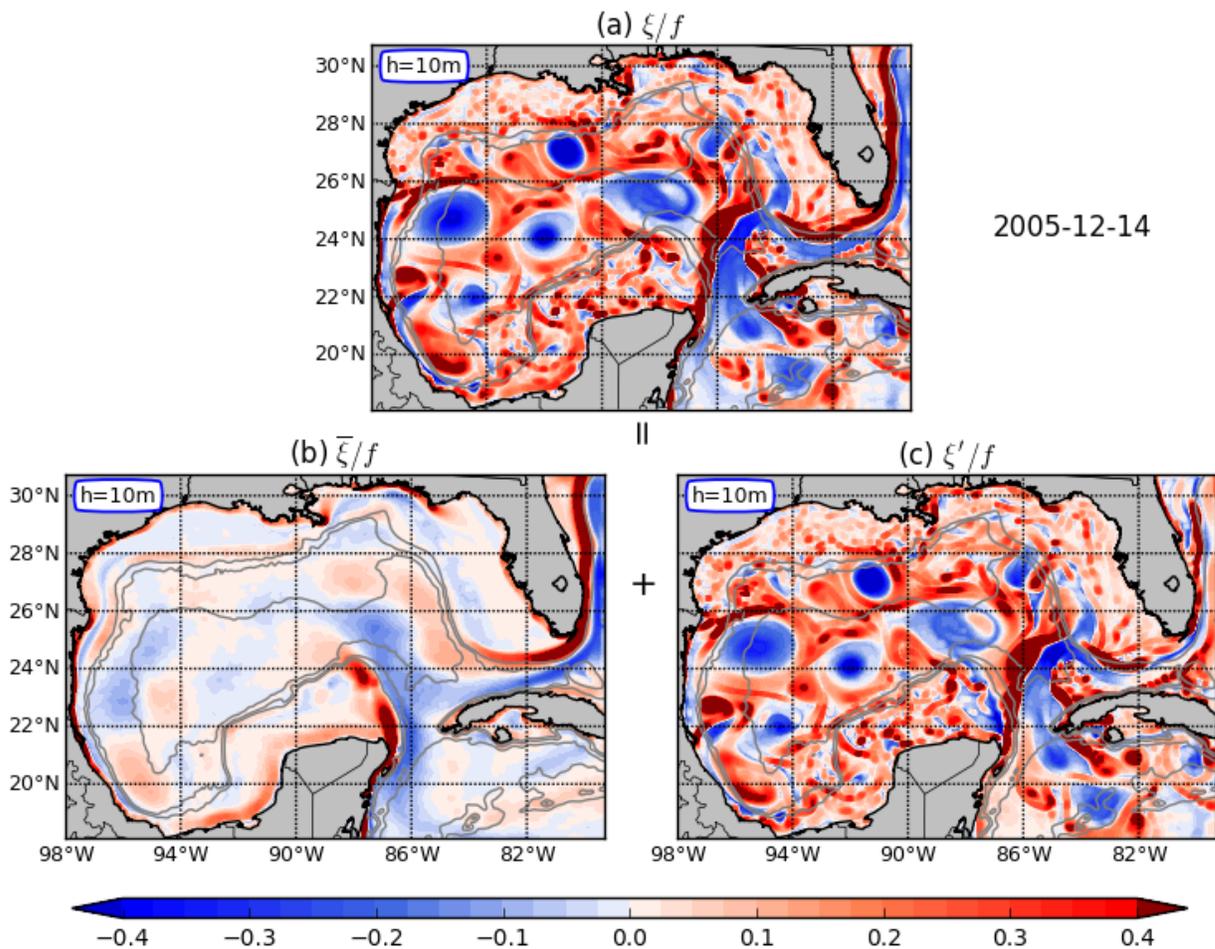


Figura 4. Descomposición del campo de velocidades del modelo ROMS, pero expresado en función de la vorticidad relativa escalada con el parámetro de Coriolis, a 10 m de profundidad y para el 2005-12-14. Flujo total = flujo medio + fluctuaciones: $\xi/f = \bar{\xi}/f + \xi'/f$. El flujo medio corresponde al promedio del periodo 2003-2012.

Se considera a las fluctuaciones $u'_i(t)$ que tienen media temporal nula por construcción, como una aproximación válida del verdadero campo turbulento. Entonces

posiciones y velocidades turbulentas para cada partícula se obtienen al resolver:

$$dx'_i(t)/dt = u'_i(t) \quad (28)$$

2.4.2. Promedio removido después de advectar partículas (CR)

En este caso, denominado caso residual (CR), se resuelve la ecuación $dx_i/dt = u_i$ con las velocidades totales o instantáneas y luego se obtienen posiciones y velocidades residuales para cada partícula a partir de:

$$x'_i(t) = x_i(t) - x_i(0) - \int_0^T \bar{u}_i dt \quad u'_i(t) = u_i(t) - \bar{u}_i \quad (29)$$

donde \bar{u}_i es la velocidad promedio del modelo ROMS (ecuación 27) interpolada a lo largo de la trayectoria original de cada partícula $x_i(t)$, y T es su tiempo de vida. Este procedimiento usualmente se emplea cuando se trabaja con boyas de deriva (Zavala Sansón *et al.*, 2018). También es común remover a cada partícula su promedio Lagrangiano, pero los resultados a tiempos comparables con su tiempo de vida no son del todo confiables (Zavala Sansón, 2015). Al margen de como se remueva el efecto del flujo medio, estos casos tienen el problema de que las partículas no son advectadas directamente por la componente del flujo que se considera como turbulenta. Por este motivo, las partículas pueden alcanzar zonas cada vez más alejadas de la región de inicio que cuando se advectan con las fluctuaciones turbulentas (Berloff *et al.*, 2002a).

2.5. Experimento general y descripción de los resultados a generar

En este estudio, se advectaron partículas con el modelo Lagrangiano ($dt = 0.01$ días), y se despreció la dispersión vertical y su efecto sobre la horizontal imponiendo que la velocidad vertical es cero ($w = 0$), es decir las partículas se movieron a profundidad constante. Entonces, se procedió a soltar partículas cada 3 días en el periodo 2003-2012, al sur de los 20°N, en zonas con profundidades mayores a la isóbata de 1000 m, espaciadas horizontalmente 0.5°, en cuatro profundidades ($h = 10, 50, 150$ y 500 m), y los resultados se guardaron cada 0.05 días (72 minutos). En los tres pri-

meros niveles se rastrearon por 75 días, mientras que a 500 m por 180 días ya que a este nivel la dispersión de partículas fue más lenta. El tiempo de vida promedio de las partículas fue bastante cercano a estos tiempos de rastreo; sin embargo, no fueron tomadas en cuenta aquellas que impactaron con la costa (o su isóbata respectiva) en tiempos menores a 15 días luego de sus lanzamientos y las que se soltaron durante los últimos 15 días de diciembre del 2012. Todo el procedimiento anterior se realizó para obtener variables (posiciones y velocidades) turbulentas y residuales a partir de los casos CT y CR, pero también se emplearon las variables totales del CR, es decir, lo obtenido al adveccionar partículas con las velocidades simuladas por el modelo ROMS.

A continuación se describen las variables del experimento general empleadas en cada una de las secciones del capítulo 3 (Resultados), y una breve descripción de lo realizado en cada una de sus secciones con el propósito de entender el fenómeno de dispersión turbulenta en el SGM bajo el marco de una partícula.

3.1) Validación: En esta sección se contrasta con estudios previos: los resultados obtenidos a partir del modelo numérico ROMS y de las partículas adveccionadas con las velocidades simuladas por el modelo.

3.2) Escalas Lagrangianas (EL): En esta sección se analiza la variación vertical, horizontal y temporal de las EL, pero solo con las variables turbulentas del CT.

3.3) Dispersión absoluta: En esta sección se estima la dispersión absoluta para $h = 50$ m (superficie) y 500 m (subsuperficie) mediante las variables del CT y del CR, con el propósito de estudiar su variación con la vertical y analizar la similitud de los resultados arrojados por ambos métodos. Posteriormente, se emplea solo el CT para el estudio de la influencia de las fronteras (costa oeste, Banco de Campeche o la batimetría) sobre la dispersión en ambas profundidades; y se contrasta la difusividad absoluta promedio (ecuación 26) con la escala Lagrangiana de difusividad en las cuatro profundidades donde se soltaron partículas.

3.4) Escenarios de dispersión: En esta sección se evalúan los efectos de las estructuras de mesoescala remanentes del CT sobre la dispersión y la difusividad absoluta a 50 y 500 m de profundidad, para lo cual se clasifican bajo un criterio establecido los escenarios como retención (partículas que permanecen al interior de la BC, latitudes $< 22^\circ\text{N}$) y advección norte (partículas que cruzan en algún momento 24°N).

Capítulo 3. Resultados

3.1. Validación

En esta sección se contrastan con estudios previos la climatología (periodo 2003-2012) construida con el modelo numérico y con las partículas (flotadores sintéticos). Si bien el modelo numérico que empleamos (ROMS) no incluye asimilación de datos, éste representa estadísticamente las características promedio observadas en el suroeste del Golfo de México (SGM). La validación de los resultados obtenidos mediante el modelo numérico para cada una de las estaciones (primavera, verano, otoño e invierno) se presenta en el apéndice A.

Mapas promedio de velocidad y vorticidad escalada con el parámetro de Coriolis $\bar{\xi}/f$, energía cinética media (MKE, por sus siglas en inglés), y energía cinética media de las fluctuaciones (MEKE, por sus siglas en inglés), fueron construidos con el modelo numérico a 50, 500 y 1500 m de profundidad. Esto también se realizó con las partículas advectadas por las velocidades del modelo (pero solo a 50 y 500 m), para lo cual se grillaron todos los datos disponibles en una malla de $0.125^\circ \times 0.125^\circ$. La MKE se calculó como $(\bar{u}^2 + \bar{v}^2)/2$, donde \bar{u} , \bar{v} son las velocidades promedio zonal y meridional, mientras que la MEKE se estimó como la mitad de la suma de las varianzas de ambas componentes de la velocidad o simplemente $(\overline{u'^2} + \overline{v'^2})/2$, donde u' y v' son fluctuaciones. A partir de estas dos cantidades, la energía cinética total promedio se obtiene mediante: $E(x,y) = \text{MKE} + \text{MEKE} = (\bar{u}^2 + \bar{v}^2)/2$, donde u y v son las velocidades totales o instantáneas, es decir, velocidades simuladas por el modelo ROMS (ecuación 27).

a) Sección horizontal a 50 m de profundidad

El modelo numérico reproduce el giro Ciclónico de Campeche (GC), con extensión representada por la región donde $\bar{\xi}/f \approx 0.05-0.1$, con velocidades del orden de $0.1-0.2$ m/s, y con centro (cerca de 95°W y 20°N) identificado por el mínimo local de velocidad, MKE y MEKE (figuras 5a-c). En el modelo, la región de alta variabilidad por donde transitan frecuentemente los remolinos anticiclónicos que se desprenden de la corriente de Lazo (LCEs) es caracterizada por altas MEKE ($> 0.1 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$), con máximos de hasta $0.2 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ en zonas donde prácticamente el total de energía cinética media es explica-

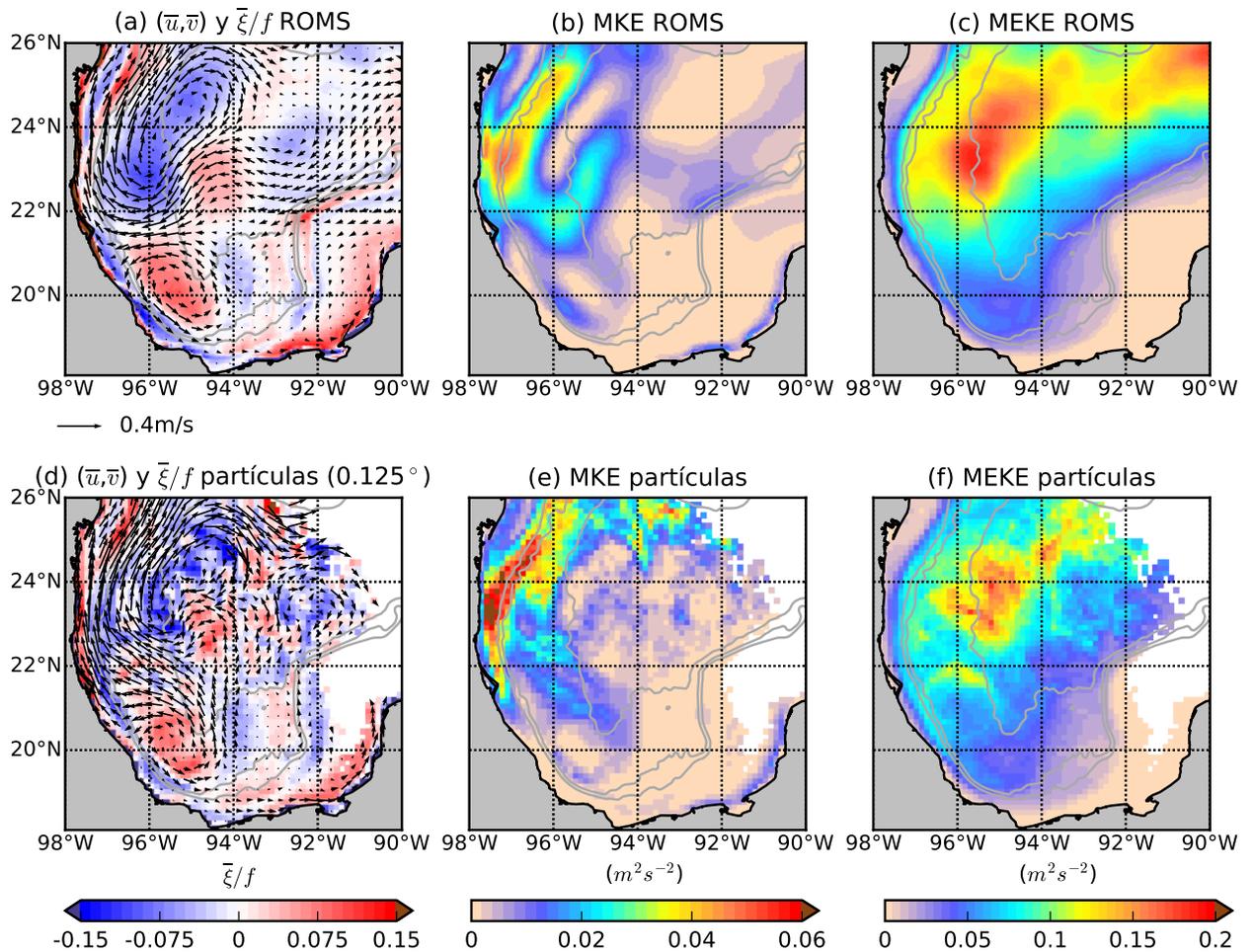


Figura 5. Resultados promedio en el periodo 2003-2012 a 50m de profundidad para (a) la velocidad promedio y $\bar{\xi}/f$, (b) la MKE y (c) la MEKE del modelo ROMS. (d), (e) y (f) lo mismo pero para las partículas interpoladas a una grilla de $0.125^\circ \times 0.125^\circ$ que poseen más de 1000 datos. Las líneas grises denotan las isóbatas de 500, 1000 y 3000 m.

da por la MEKE (alrededor de 90°W y 26°N y entre los 22°N y 25°N). La zona promedio de impacto de los LCEs a medida que se acercan a la costa se caracteriza por poseer sentido anticiclónico de las velocidades ($\bar{\xi}/f \approx -0.1$) y altas MKE (hasta $0.05 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$) a lo largo de las isóbatas de 500 y 1000 m. Otra estructura promedio que muestra el modelo es la corriente costera (entre 21°N - 26°N), que fluye con la costa a su izquierda, confinada dentro de sus primeros 50 Km y con MKE entre 0.02 - $0.05 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. El modelo también reproduce una corriente media a largo del Banco de Campeche (entre 93° - 90°W), que fluye con la costa hacia la derecha y con MKE de hasta $0.015 \text{ m}^2 \text{ s}^{-2}$. No obstante, estas corrientes promedio, toda la plataforma y la región adyacente al Banco de Campeche (al este del GC) poseen muy poca variabilidad ya que presentan los valores de MEKE más bajos.

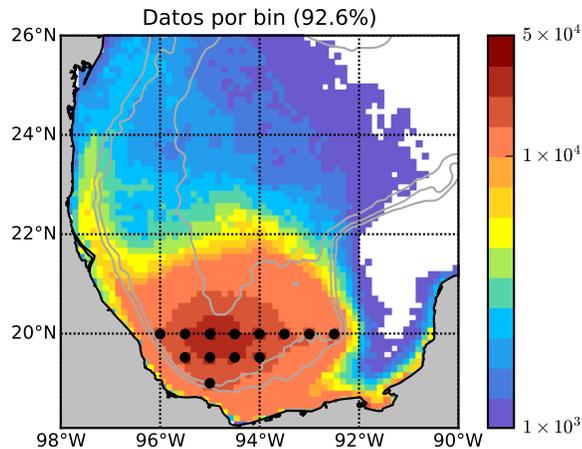


Figura 6. Datos grillaados a $0.125^\circ \times 0.125^\circ$ para las partículas soltadas a 50m de profundidad. Los puntos negros indican las posiciones donde se soltaron partículas, las cuales se encuentran al sur de la BC (abierta hacia el norte cerca de 22°N). Las zonas con menos de 1000 datos no son consideradas (color blanco). La región mostrada ($98^\circ\text{-}90^\circ\text{W}$ y $18^\circ\text{-}26^\circ\text{N}$) contiene el 92.6 % del total de datos disponibles.

Por otro lado, los campos Eulerianos construidos con las partículas soltadas al sur de 20°N (figuras 5d-f) son similares a los resultados del modelo, pero con menor grado de exactitud en las regiones alejadas de la zona de lanzamiento de partículas (figura 6). Se observa máxima concentración de partículas cerca de del GC, y mínima en las regiones alejadas y en gran extensión del Banco de Campeche. Un importante número de partículas se exhibe en la región por donde fluye la corriente costera y en la zona de impacto media de LCEs, así como a lo largo de la corriente presente en el Banco de Campeche. A pesar de haber transcurrido 75 días desde el lanzamiento, la región mostrada ($98^\circ\text{-}90^\circ\text{W}$ y $18^\circ\text{-}26^\circ\text{N}$) contiene el 92.6 % del total de datos disponibles.

En comparación con lo estimado a partir de altimetría satelital (Rodríguez, 2015) y con boyas de deriva a 50 m (Zavala Sansón *et al.*, 2018) durante el periodo 2007-2014, el modelo y las partículas arrojan velocidades del GC menores en $\approx 0.2\text{ m/s}$, $\text{MKE} \approx 1/4$ de lo observado y valore de MEKE bastante similares. La zona de tránsito de LCEs, presenta mayor variabilidad y mayor extensión sur que lo observado con las boyas, ya que la MEKE simulada posee valores de hasta $0.1\text{ m}^2\text{s}^{-2}$ al interior de la Bahía de Campeche (BC). A diferencia de lo simulado, las boyas mostraron alta variabilidad en la región de la corriente costera e inexistencia de corrientes a lo largo del Banco de Campeche. Lo primero posiblemente por cambios en el sentido e intensidad de las corrientes y lo último por la poca incursión de boyas en dicha zona. Sin embargo, las simulaciones de Zavala-Hidalgo *et al.* (2003) y Xue *et al.* (2013) reportaron corrientes

en el Banco de Campeche en sentido opuesto a lo encontrado en este estudio. Por último, se encontró que la $E(x,y)$ promediada en 98° - 90° W y 18° - 26° N con el modelo, las partículas y las boyas es muy parecida: 0.0662, 0.0533 y $0.0624 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$.

b) Sección horizontal a 500 y 1500 m de profundidad

A 500 m de profundidad, $\bar{\xi}/f$ es en promedio 1/3 de su valor en superficie mientras que la MKE y la MEKE son un orden de magnitud menores (figura 7a-c). La zona promedio de llegada de los LCEs, la región de alta variabilidad por donde transitan y el GC aún son observados. Valores del mismo orden que en superficie se presentan en el lado oeste del GC, en donde la MKE y la MEKE contribuyen de igual forma al total de energía cinética, lo cual no es tan pronunciado con las partículas (figura 7d-e). A diferencia del caso anterior, una estructura ciclónica en la llanura abisal, con centro en 94° W y 22.5° N y delimitada por el contorno de vorticidad planetaria (f/H) de $1.61 \times 10^{-8} \text{ m}^{-1}\text{s}^{-1}$ es simulada por el modelo, donde H es la profundidad del fondo marino. Esta estructura presenta en su lado oeste velocidades más intensas ($\approx 10 \text{ cm/s}$) y valores de MKE que son $\approx 30\%$ de sus respectivas MEKE. Adicionalmente, se observa alta variabilidad (MEKE entre 70 - $90 \text{ cm}^2\text{s}^{-2}$) al interior de la BC (entre 95° - 94° W) y a lo largo de la zona oeste del dominio (cerca de las isóbatas de 500 y 1000 m). Otro aspecto a resaltar, es que a este nivel, fue necesario adveccionar partículas por 180 días ya que las velocidades son por lo general menores. El máximo de datos se concentra cerca del Banco de Campeche (figura 8) y el dominio de análisis engloba prácticamente el total de datos disponibles (98.6%). A 1500 m de profundidad (figura 9), en donde solo se emplea los resultados del modelo numérico, el giro ciclónico de la planicie abisal es la estructura que predomina, la cual presenta velocidades de $\approx 5 \text{ cm/s}$ y alta MKE (\approx MEKE) alrededor de gran parte del contorno de vorticidad planetaria antes descrito.

Consistente con lo anterior, Sturges *et al.* (2004) simularon un GC a 500 m con velocidades del mismo orden; sin embargo, ellos encontraron un par de estructuras ciclónicas localizadas más al norte. A 1500 m, hallaron predominio de un solo ciclón y corrientes con sentido ciclónico en las cercanías de esta isóbata. Por otro lado, Pérez-Brunius *et al.* (2018) a partir de flotadores soltados entre 1500-2500 m, reportaron velocidades, MKE y MEKE del giro ciclónico bastante parecidos a lo simulado, y con extensión limitada por el mismo contorno de vorticidad planetaria mostrado.

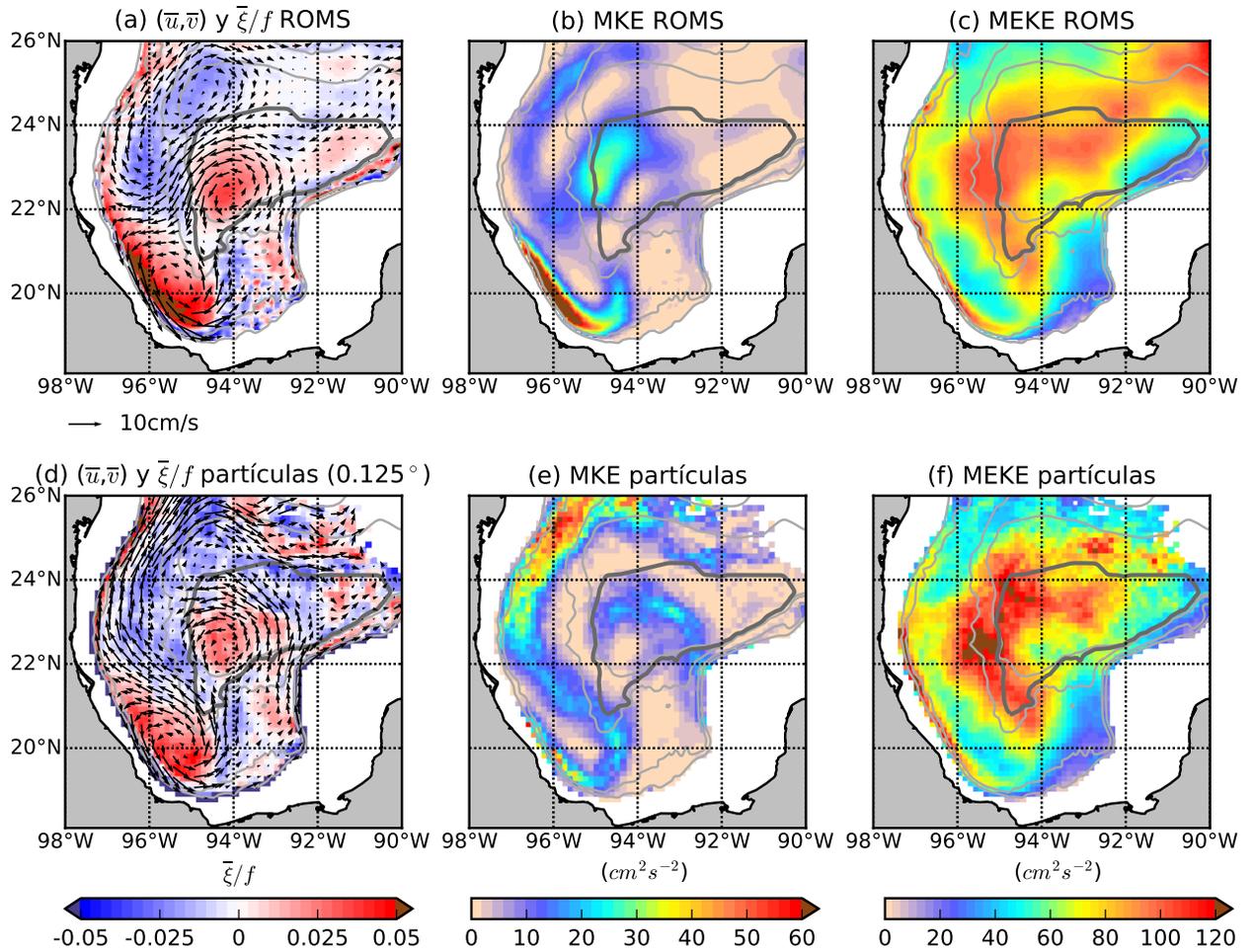


Figura 7. Similar a la figura 5 pero a 500 m. En este caso se muestran las isóbatas de 500, 1000, 3000 y 3500 m (líneas grises delgadas); el contorno de vorticidad planetaria $f/H \approx 1.61 \times 10^{-8} \text{ m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ (línea gris gruesa), donde f es el parámetro de Coriolis y H es la profundidad del fondo; y la energía en $\text{cm}^2 \text{ s}^{-2}$.

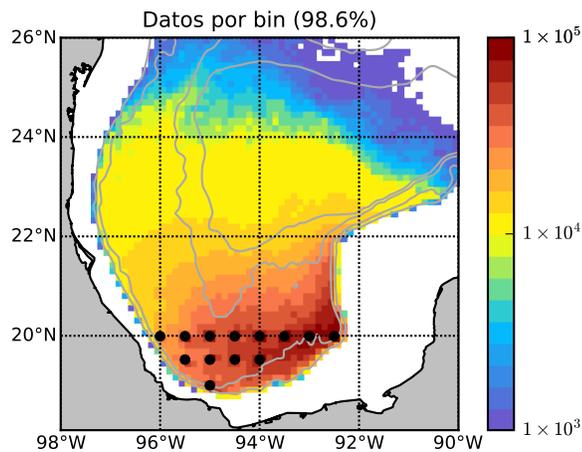


Figura 8. Similar a la figura 6 pero a 500 m.

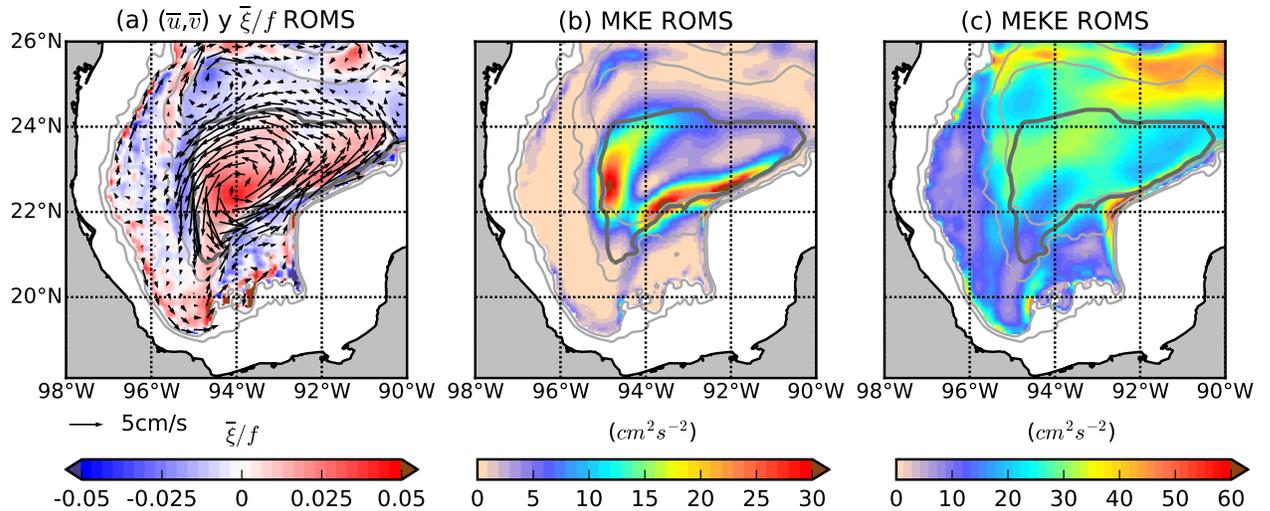


Figura 9. Similar a la figura 7 pero a 1500 m y solo para los resultados del modelo ROMS.

3.2. Escalas Lagrangianas (EL) para el CT

En esta sección se comparan las escalas Lagrangianas (sección 2.3.1) obtenidas a partir de la función de autocovarianza de cada partícula (EL1, ecuación 13) y de la función de autocorrelación promedio de las N partículas (EL2, ecuaciones 15-18). Para ello, se utilizan las variables (posiciones y velocidades) del caso turbulento (CT), es decir, de las partículas advectadas con las fluctuaciones (sección 2.4.1).

3.2.1. Variación vertical

Valores únicos de las EL2 solo se obtienen para la escala Lagrangiana de tiempo T_i , los cuales son menores que lo estimado con las EL1 al comparar por componentes en cada profundidad (tablas 1 y 2). Ya que las escalas Lagrangianas de longitud L_i y difusividad K_i de las EL2 dependen del promedio del cuadrado de las velocidades turbulentas $\overline{\sigma_i^2} = \overline{u_i^2}$ (MS de velocidades), y esta última del tiempo, resulta imposible definir un valor único para estas dos escalas. Si se emplea lo propuesto por Zavala Sansón *et al.* (2018), es decir, $\overline{\sigma_i^2}$ en $t = T_i$, se obtienen $\text{EL1}(\overline{L}_i, \overline{K}_i) > \text{EL2}(L_i, K_i)$, mientras que valores más parecidos son obtenidos al emplear el valor máximo de $\overline{\sigma_i^2}$. Esto sugiere que la cota superior de estas escalas es prácticamente la misma al margen del método empleado, y que la turbulencia medida con respecto a $\overline{\sigma_i^2}$, no es del

todo estacionaria ya que este parámetro varía en función del tiempo, lo cual se ejemplifica en la figura 10 para las partículas soltadas en $h = 50$ m.

Tabla 1. Variación vertical de la función de autocovarianza con retraso nulo o MS de velocidades ($\overline{R_{ii0}}$), y de las escalas Lagrangianas de tiempo ($\overline{T_i}$), longitud ($\overline{L_i}$) y difusividad ($\overline{K_i}$) calculadas a partir de la función de autocovarianza de cada partícula (EL1). Los valores mostrados representan la media (en negrita) y la desviación estándar de cada parámetro.

Componente	h (m)	$\overline{R_{ii0}}$ ($10^{-2} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$)	$\overline{T_i}$ (días)	$\overline{L_i}$ (km)	$\overline{K_i}$ ($10^3 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$)
Zonal (i=1)	10	5.5 ± 4.5	3.7 ± 2.8	61 ± 40	14.2 ± 12.4
	50	5.4 ± 4.7	3.8 ± 2.8	61 ± 37	13.8 ± 11.3
	150	2.9 ± 2.6	4.4 ± 2.8	52 ± 32	8.8 ± 7.6
	500	0.7 ± 0.4	6.7 ± 3.9	42 ± 23	3.4 ± 2.3
Meridional (i=2)	10	6.2 ± 5.3	3.6 ± 2.3	64 ± 44	16.3 ± 13.8
	50	6.0 ± 5.3	3.8 ± 2.5	66 ± 42	16.0 ± 13.0
	150	3.4 ± 4.0	4.7 ± 3.3	61 ± 41	11.0 ± 9.5
	500	0.8 ± 0.5	7.7 ± 5.6	53 ± 37	4.7 ± 3.5

Tabla 2. Variación vertical del MS de velocidades ($\overline{\sigma_i^2}$), y de las escalas Lagrangianas de tiempo (T_i), longitud (L_i) y difusividad (K_i) obtenidas a partir de la función de autocorrelación promedio (EL2). El valor de $\overline{\sigma_i^2}$ para $t = T_i$ se representa en negrita y su máximo a la derecha. En forma similar, L_i y K_i muestran valores asociados a cada uno de los $\overline{\sigma_i^2}$. La última columna corresponde a la difusividad absoluta promedio D_i (ecuación 26) y su error con un nivel de confianza del 95%.

Componente	h (m)	T_i (días)	$\overline{\sigma_i^2}$ ($10^{-2} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$)	L_i (km)	K_i ($10^3 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$)	D_i ($10^3 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$)
Zonal (i=1)	10	2.6	4.8 / 6.2	49 / 56	10.8 / 14.0	6.8 ± 0.15
	50	2.7	4.2 / 6.2	49 / 58	10.0 / 14.5	5.4 ± 0.12
	150	3.2	2.1 / 3.6	40 / 53	5.8 / 10.1	2.9 ± 0.08
	500	5.3	0.6 / 0.7	35 / 39	2.7 / 3.3	1.0 ± 0.01
Meridional (i=2)	10	2.6	4.6 / 6.9	49 / 59	10.5 / 15.5	10.6 ± 0.15
	50	2.8	4.1 / 6.6	49 / 62	9.8 / 15.8	9.3 ± 0.18
	150	3.4	2.2 / 3.9	43 / 58	6.4 / 11.4	7.0 ± 0.12
	500	5.7	0.6 / 0.8	38 / 46	2.9 / 4.2	3.5 ± 0.06

En las capas superficiales ($h = 10$ y 50 m), cada componente de las escalas Lagrangianas arroja valores muy similares (tablas 1 y 2), ya que las partículas tendieron a moverse en regiones fuera del Banco de Campeche en donde existe en promedio

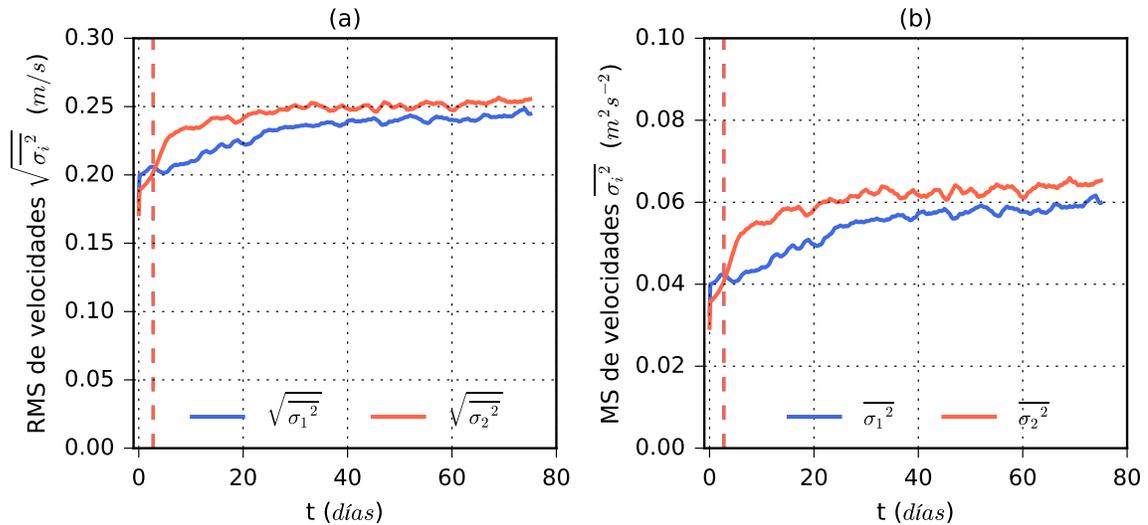


Figura 10. (a) Media cuadrática de las velocidades turbulentas de las N partículas a diferentes tiempos (RMS de velocidades) para las componentes zonal ($i=1$) y meridional ($i=2$) a 50 m de profundidad. (b) Similar que (a) pero para el promedio del cuadrado de las velocidades turbulentas (MS de velocidades). Las líneas verticales (prácticamente sobrepuestas) cortan los valores de estos estadísticos para $t = T_i$.

poco corte vertical de las velocidades superficiales (figuras 6, 37 y 38). A mayores profundidades, donde el MS de velocidades es menor ($\overline{R_{ii0}}$ para EL1 y $\overline{\sigma_i^2}$ para EL2), la escala Lagrangiana de tiempo muestra incremento con el aumento de h , lo cual se debe a funciones de autocovarianza ($\overline{R_{ii}^k(\tau)}$ de EL1) y autocorrelación ($R_{ii}(\tau)$ de EL2) más alargadas (figura 11). Por otro lado, el cambio más abrupto del MS de velocidades que el de la escala Lagrangiana de tiempo ($\overline{T_i}$ o T_i) con la profundidad, conduce a que las escalas de longitud ($\overline{L_i}$ o L_i) y difusividad ($\overline{K_i}$ o K_i) sean menores que en la superficie.

En la superficie ($h = 10$ y 50 m), ambos métodos exhiben escalas Lagrangianas de tiempo con componentes zonales \approx meridionales (tablas 1 y 2), mientras que para la longitud y la difusividad se presenta leve anisotropía (meridional $>$ zonal) para las EL1 y solo cuando se usa el valor máximo de $\overline{\sigma_i^2}$ para las EL2. Para las capas más profundas ($h \geq 150$ m), las tres escalas Lagrangianas son apenas más anisotrópicas que en superficie (tablas 1-2 y figura 11). En esta figura, se observa que al integrar la función de autocorrelación hasta el primer cero se obtiene el máximo de T_i . Luego de este instante, dicha función es prácticamente negativa y tanto ella como su integral presentan mayor anisotropía, lo cual es más marcado para la componente zonal a 500 m. Por otra parte, Zavala Sansón *et al.* (2018) encontró escalas Lagrangianas ligeramente anisotrópicas a 50 m, lo cual es consistente con lo simulado. No obstante, los

valores de las EL2 al mismo nivel sobrestimaron lo calculado en dicho estudio, posiblemente por la falta de variabilidad de alta frecuencia cuando se emplea forzamientos mensuales en una simulación (Bracco *et al.*, 2003).

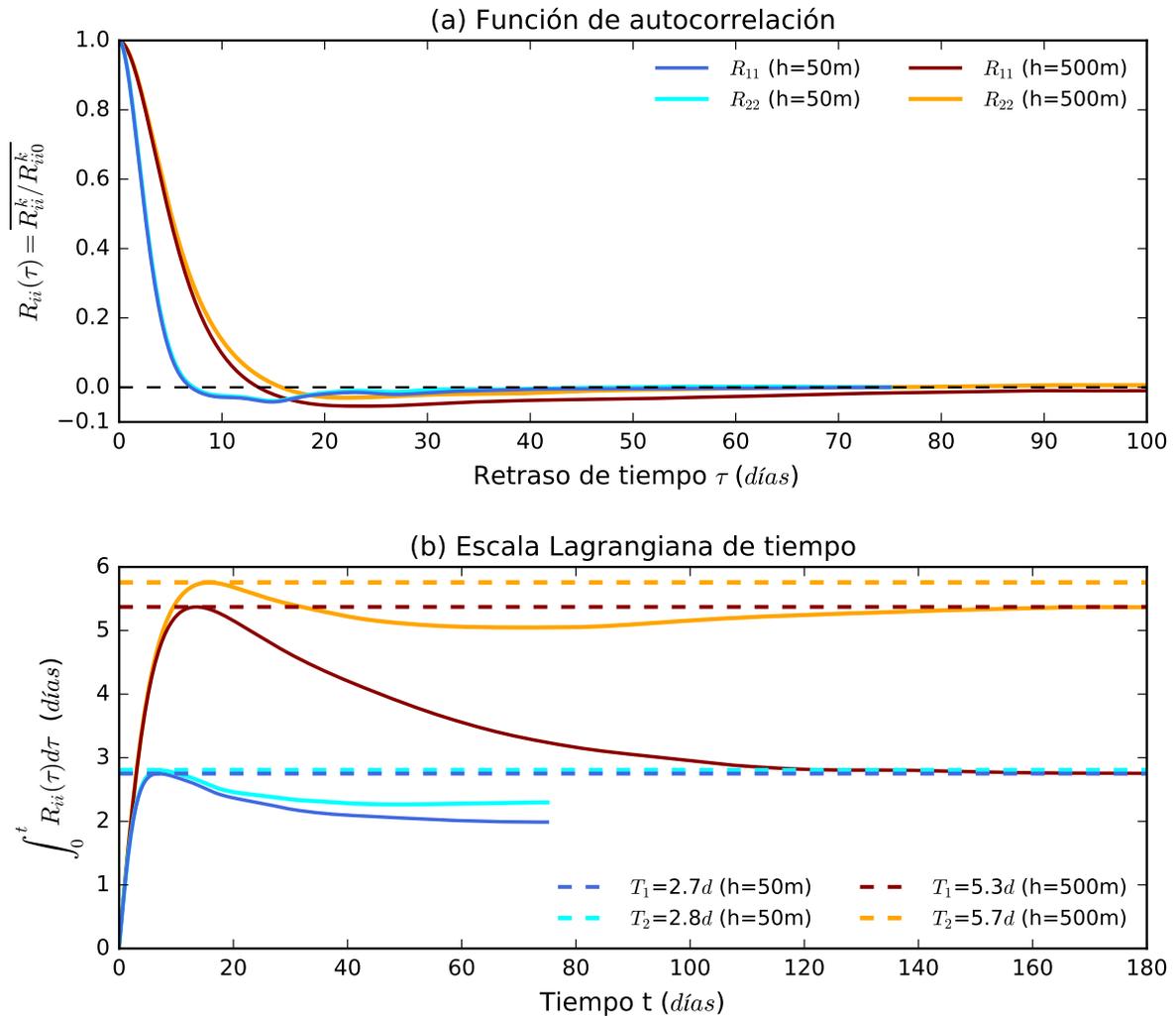


Figura 11. (a) Función de autocorrelación en función del retraso de tiempo a 50 y 500 m de profundidad. En cada nivel se representa las componentes zonal ($i=1$) y meridional ($i=2$), con la serie completa para 50 m (75 días) y solo hasta el día 100 para 500 m. (b) Integral de la función de autocorrelación para todo el periodo de análisis de cada caso (75 días a 50 m y 180 días a 500 m). Las líneas horizontales definen a la escala Lagrangiana de tiempo cuando se integra dicha función hasta que cruza el primer cero.

3.2.2. Variación horizontal e interanual

Variación horizontal hace referencia a la comparación de las estadísticas calculadas desde cada punto de lanzamiento sin importar el momento en que se sueltan las partículas, mientras que variación interanual indica el contraste entre las estadísticas calculadas para cada año sin importar el lugar de lanzamiento. En este sentido, solo se

presentan resultados con las EL1 (ecuación 13) ya que el MS de velocidades de las EL2 (ecuación 16) fue muy variable, y no permitió obtener valores apropiados de las escalas de longitud y difusividad de las EL2 (ecuaciones 17 y 18). Se analiza únicamente el caso para $h = 50$ m ya que a otras profundidades las tendencias son similares.

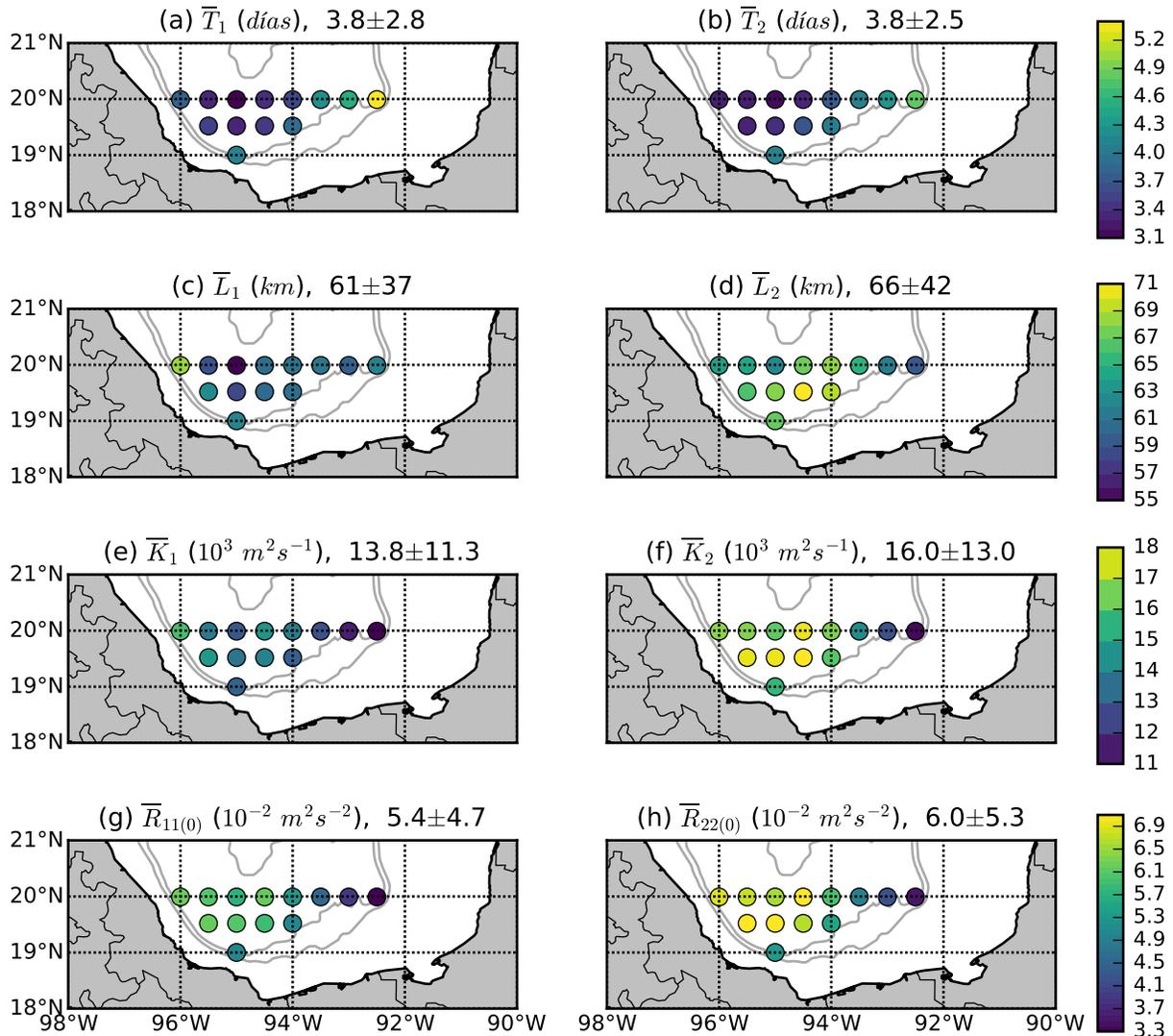


Figura 12. Variación horizontal de cada componente de las escalas Lagrangianas EL1 (\bar{T}_i , \bar{L}_i , \bar{K}_i) y del MS de velocidades ($\bar{R}_{ii(0)}$) desde cada punto de lanzamiento de partículas a 50 m. La media y la desviación estándar cuando se emplean todas las partículas se muestran en el título de cada figura (= tabla 1).

En forma robusta cada componente de las escalas Lagrangianas puede ser considerada homogénea y estacionaria ya que su variación espacial (figura 12) e interanual (figura 13) fue menor a una y media desviación estándar respectivamente. Es decir, en la BC no importa el lugar y el año en el que se sueltan las partículas para el cálculo de estos estadísticos. No obstante, se observan indicios de que cerca del Banco de

Campeche (longitudes $> 94^\circ\text{W}$), donde el MS de velocidades es menor, cada componente de las EL1 presenta mayor escala de tiempo (T_i), y menor escala de longitud (L_i) y difusividad (K_i). Esto explica la leve anisotropía (meridional $>$ zonal) de las escalas promedio, que se originó principalmente para L_i y K_i en superficie y para las tres escalas Lagrangianas a mayores profundidades (tabla 1).

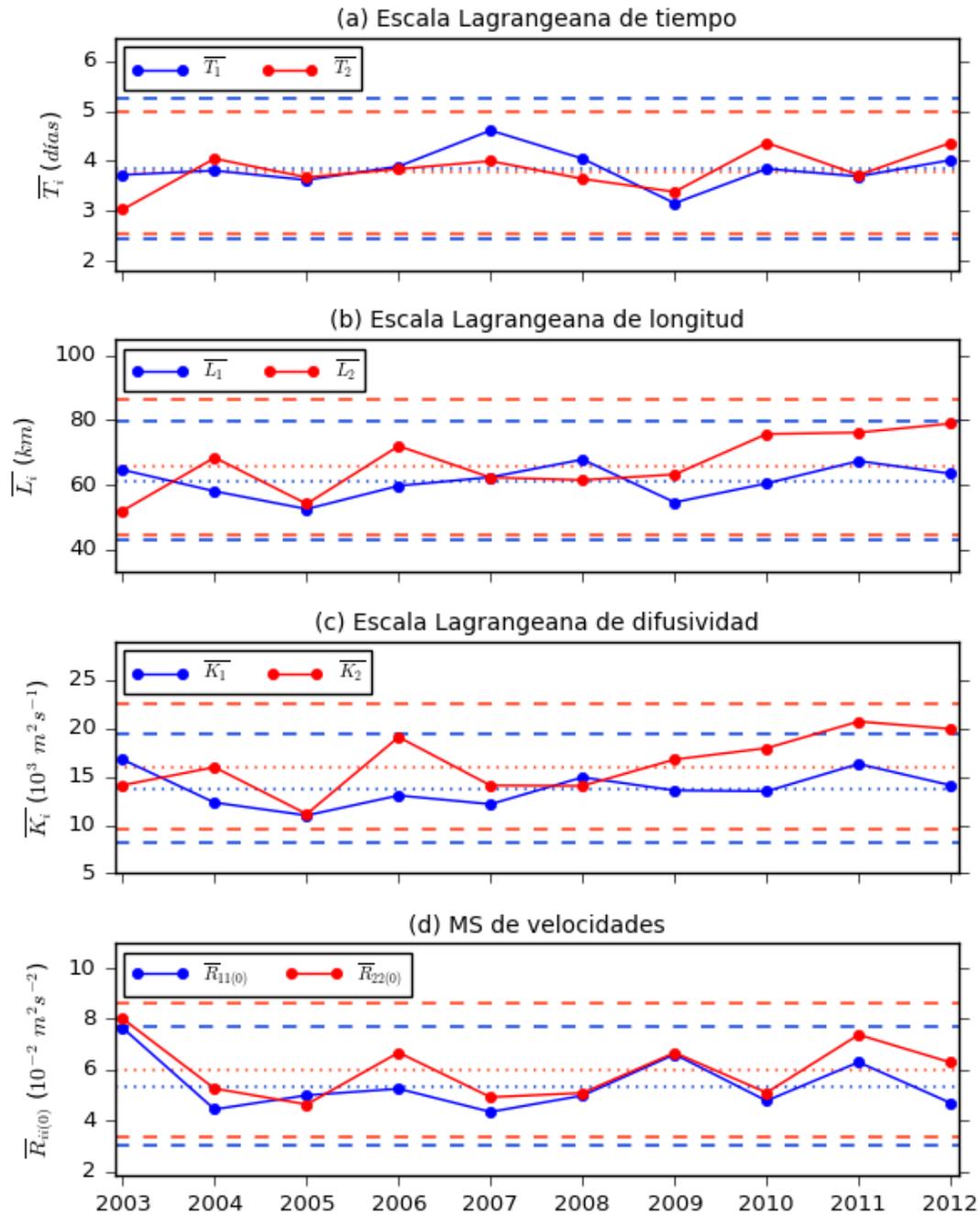


Figura 13. Variación interanual de cada componente de las escalas Lagrangianas EL1 (\bar{T}_i , \bar{L}_i , \bar{K}_i) y del MS de velocidades ($\bar{R}_{ii(0)}$) a 50 m para el periodo 2003-2012. Además, se muestran el promedio (líneas punteadas) y el promedio \pm media desviación estándar (líneas discontinuas).

3.3. Dispersión absoluta

En esta sección se compara la dispersión absoluta para $h = 50$ m (superficie) y 500 m (subsuperficie) mediante las variables del caso turbulento (CT: partículas advectadas con las fluctuaciones turbulentas, sección 2.4.1) y del caso residual (CR: partículas advectadas con las velocidades totales o instantáneas y corregidas posteriormente con el campo promedio, sección 2.4.2). Adicionalmente, se contrasta la difusividad absoluta promedio del CT con la escala Lagrangiana de difusividad para las cuatro profundidades donde se soltaron partículas. Por último, se emplea el CT para comparar la dispersión calculada desde cada punto sin importar el momento en que se sueltan las partículas (variación horizontal), y contrastar la dispersión estimada para cada año sin importar el lugar de lanzamiento de las partículas (variación interanual).

Las diferencias al advectar partículas con cada uno de estos casos son mostradas en las figuras 14 y 15. Para este mes en particular (diciembre del 2005), en el que se soltaron partículas a 50 m de profundidad, se observa que las partículas son atrapadas principalmente por el giro ciclónico de Campeche (GC) y por estructuras secundarias presentes al este del mismo, por la llegada de un LCE cerca de la costa, y por la corriente que fluye con la costa hacia la derecha en el Banco de Campeche, pero lo último solo al emplear el campo total. No obstante, ya que el CT advecta partículas con las fluctuaciones, cada vez que aparezca un GC, un LCE cerca de su zona promedio de llegada, una corriente costera hacia el norte inducida por vientos o por un LCE, o la corriente que fluye con la costa hacia la derecha a lo largo del Banco de Campeche, la capacidad de transporte de partículas de cada una de estas estructuras se verá más limitada que cuando se advectan con el campo total (velocidades simuladas por el modelo ROMS).

Una situación similar ocurre con las partículas advectadas para esta fecha a 500 m de profundidad. A este nivel, las partículas no son afectadas por las corrientes de la plataforma (la corriente costera y la corriente del Banco de Campeche), pero si por el resto de estructuras superficiales, tal como se observa en la figura 16 para el CT. En otros periodos, el giro ciclónico de la planicie abisal (Pérez-Brunius *et al.*, 2018) y ondas atrapadas a lo largo del talud continental podrían estar presentes (Beltrán, 2018). En promedio, el campo de velocidades a esta profundidad es de menor intensidad que el superficial, lo que condujo a integrar las trayectorias por 180 días (a diferencia de

los 75 en superficie). Asimismo, la isóbata de 500 m, a diferencia de la costa en la superficie, se encuentra más cerca de la zona de lanzamiento de partículas, motivo por el cual es más fácil que impacten con esta antes de los 180 días (figura 16c).

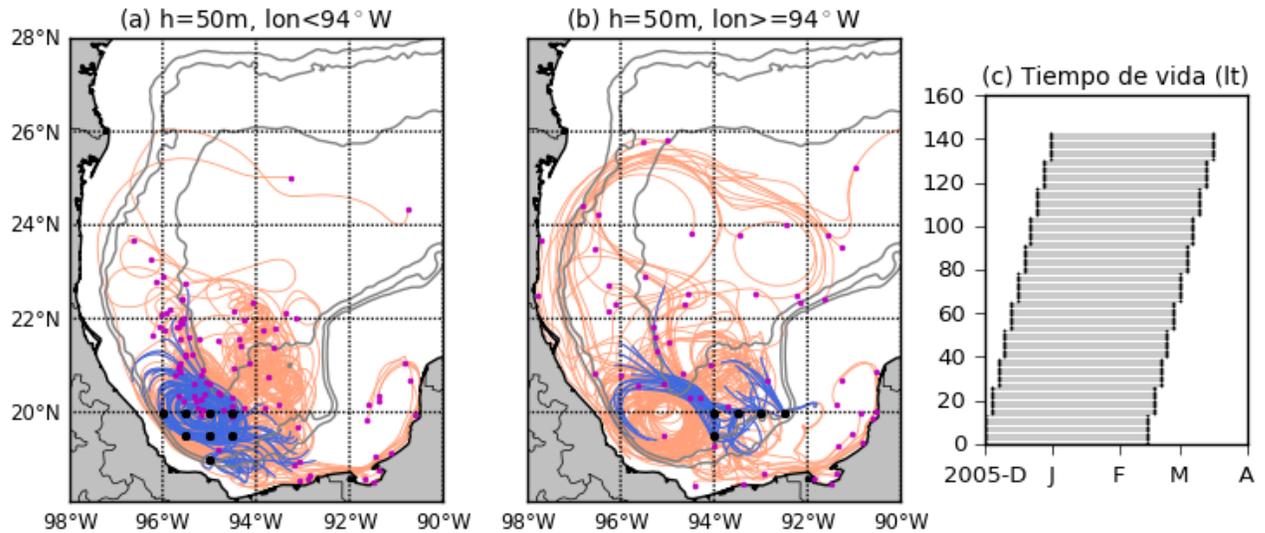


Figura 14. Trayectorias de partículas soltadas a 50 m de profundidad durante diciembre del 2005, y advectadas con el flujo total, es decir, con las velocidades simuladas por el modelo ROMS: $dx_i/dt = u_i$. (a) Trayectorias para longitudes $< 94^\circ\text{W}$ y (b) longitudes $\geq 94^\circ\text{W}$. La trayectoria de los 10 primeros días luego del lanzamiento de cada partícula es representada con color azul, y el resto (hasta 75 días como máximo) con color salmón. Los círculos negros indican los puntos de lanzamiento y los magenta la posición final de cada partícula. (c) Tiempo de vida de cada una de las partículas soltadas durante este mes (143 en total).

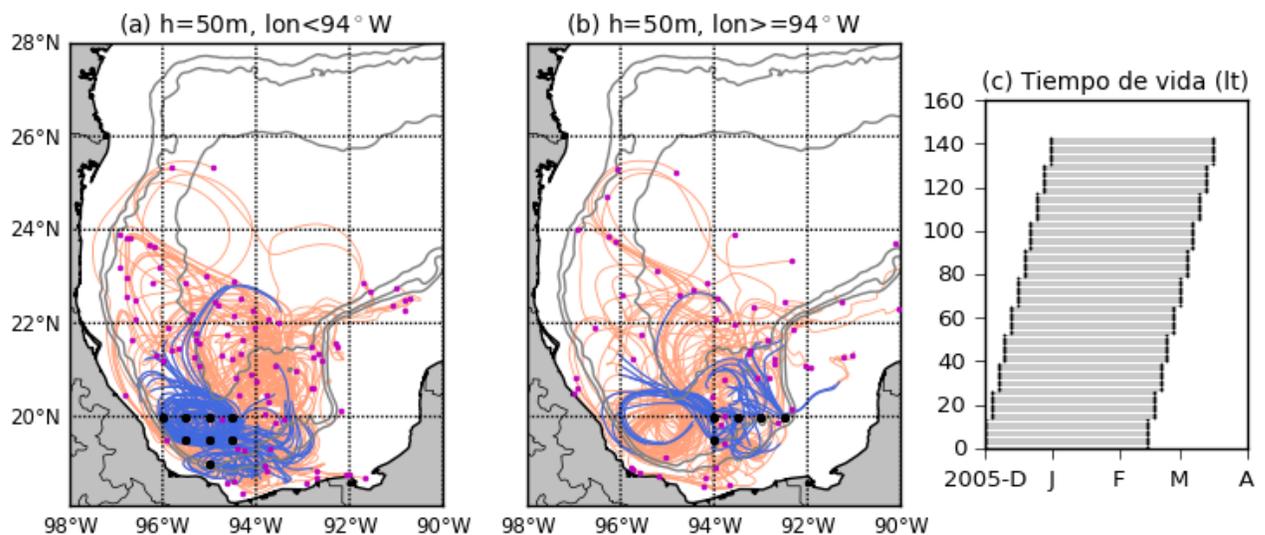


Figura 15. Similar a la figura 14 pero para partículas advectadas con las fluctuaciones (CT), es decir: $dx'_i/dt = u'_i$.

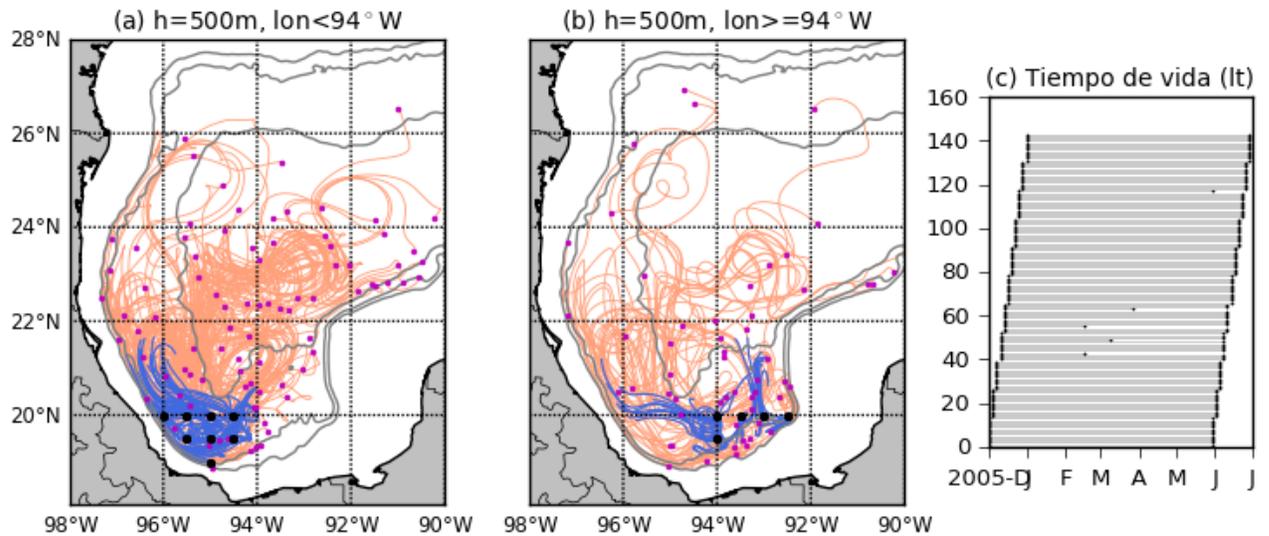


Figura 16. Similar a la figura 15 pero a 500 m de profundidad. En este caso la trayectoria de los 30 primeros días luego del lanzamiento de cada partícula es representada con color azul, y el resto (hasta 180 días como máximo) con color salmón.

3.3.1. Variación vertical y comparación de los casos: CT y CR

La dispersión absoluta (zonal y meridional) a 50 m y 500 m de profundidad para el CT y el CR es mostrada en la figura 17. En esta figura los ajustes (líneas delgadas) mediante la ecuación (24) se realizaron para el intervalo $[0-1.5]$ días y para $[5\bar{T}-Ft]$ días, donde $\bar{T} = (T_1 + T_2)/2$ es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2 (calculadas con la función de autocorrelación promedio) y Ft es el tiempo de rastreo máximo de partículas (75 días a 50 m y 180 días a 500 m). Para tiempos cortos ($< \bar{T}$) ambos casos reproducen el régimen balístico (t^2), es decir, crecimiento de la dispersión proporcional al cuadrado del tiempo. Para tiempos relativamente mayores que \bar{T} la dispersión diverge (meridional $>$ zonal), y ambos métodos arrojan curvas de dispersión cada vez más distintas cuando se comparan a un mismo nivel. Para la componente zonal ($i=1$), luego de un periodo de transición, se observa que la dispersión a 50 m presenta exponentes de 0.97 para el CT y 1.1 para el CR, los cuales se aproximan a una dispersión con crecimiento proporcional al tiempo (régimen difusivo, de dispersión estándar o de la caminata aleatoria), aunque el CR dista un poco más de esto. Para $h = 500$ m, esta ligera discrepancia se acentúa, ya que el CT indica dispersión anómala subdifusiva (exponente de 0.76) mientras que el CR reproduce el régimen difusivo (exponente de 0.98). Por otro lado, la componente meridional ($i=2$)

arroja exponentes prácticamente idénticos en cada nivel: 0.91 y 0.92 (1.08 y 1.06) a 50 m (500 m), lo que sugiere similitud con el régimen difusivo. Todo lo anterior se replicó para el intervalo $[7\bar{T}-Ft]$, y los exponentes fueron prácticamente los mismos (variaciones de no más de ± 0.07).

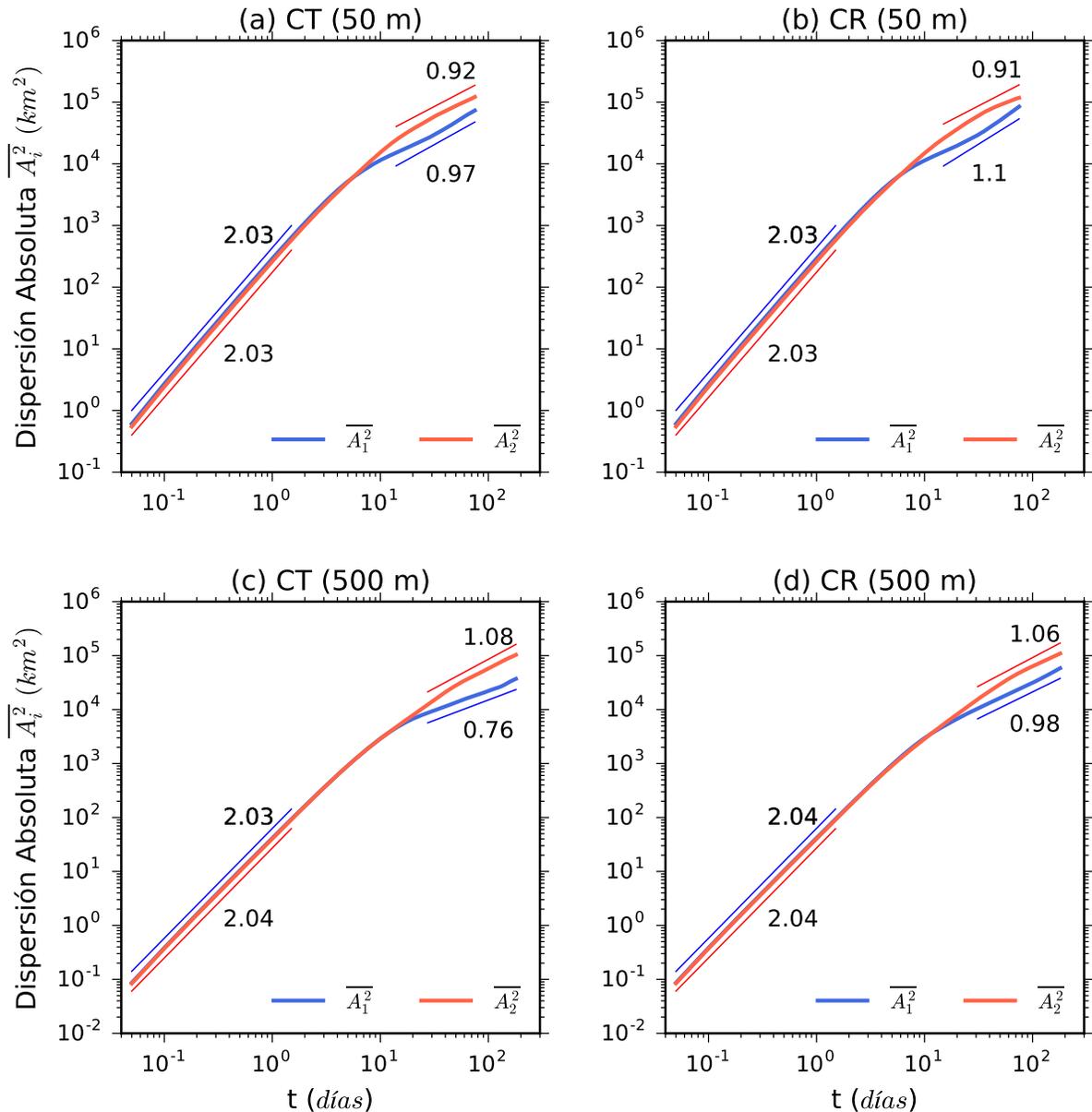


Figura 17. Dispersión absoluta (líneas gruesas) para las componentes zonal ($i=1$) y meridional ($i=2$) a 50 m (a),(b) y a 500 m (c),(d). En cada profundidad se calculó la dispersión con las variables del caso turbulento (CT) y del caso residual (CR). Los ajustes (líneas delgadas) mediante la ecuación (24) se realizaron para el intervalo $[0-1.5]$ días y para $[5\bar{T}-Ft]$ días: (a)=[14-75], (b)=[15-75], (c)=[27.5-180] y (d)=[31-180]; donde $\bar{T}=(T_1 + T_2)/2$ es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2 y Ft es el tiempo de rastreo máximo de partículas (2.8 y 75 días a 50 m; 5.5 y 180 días a 500 m). Los números al lado de estas curvas indican los exponentes de dicho ajuste. Los errores de los ajustes fueron menores que ± 0.01 para todos los casos.

Otra discrepancia ocurre con la cantidad de partículas empleadas en el cálculo de la dispersión (figura 18), que tienen como característica tener al menos 15 días de tiempo de vida. Decaimiento poco tiempo después de este umbral ocurre para ambos casos y en ambas profundidades, ya que se consideraron trayectorias únicamente hasta el último día de análisis (31-12-2012); efecto que arroja un déficit de no más de 260 (715) partículas a 50 (500) m para $t = (75) 180$ días. Esta cantidad corresponde exactamente para el CT a 50 m. Para los otros casos, el resto es explicado por el descarte de partículas que impactan con la costa o con la isóbata de 500 m, lo cual es más marcado a 500 m porque la zona de lanzamiento de partículas se encuentra más cerca de la isóbata que de la costa. Asimismo, menor cantidad de partículas en ambas profundidades se asocia al CR, ya que en este caso las partículas son advectadas por el flujo total, que al ser más intenso que las fluctuaciones, facilita el impacto con la topografía. No obstante, la estadística es aún bastante robusta para los tiempos finales ya que se pierde no más del 10 % de las partículas iniciales.

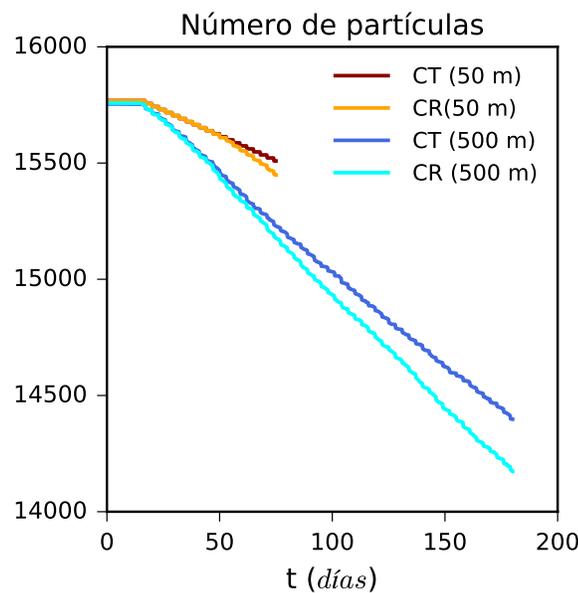


Figura 18. Evolución temporal del número de partículas empleadas en el cálculo de la dispersión absoluta a 50 m y 500 m para el CT y el CR; a 50 (500) m se rastrearon partículas durante 75 (180) días.

Si bien al emplear las variables del CT en vez de las del CR se corrige de mejor forma los defectos que pueda tener la simulación (como lo es posiblemente la corriente promedio del Banco de Campeche que fluye en sentido contrario a lo reportado por otros estudios), el problema fundamental del CR radica en que las partículas no son advectadas directamente por la parte del flujo que es considerada como turbulenta

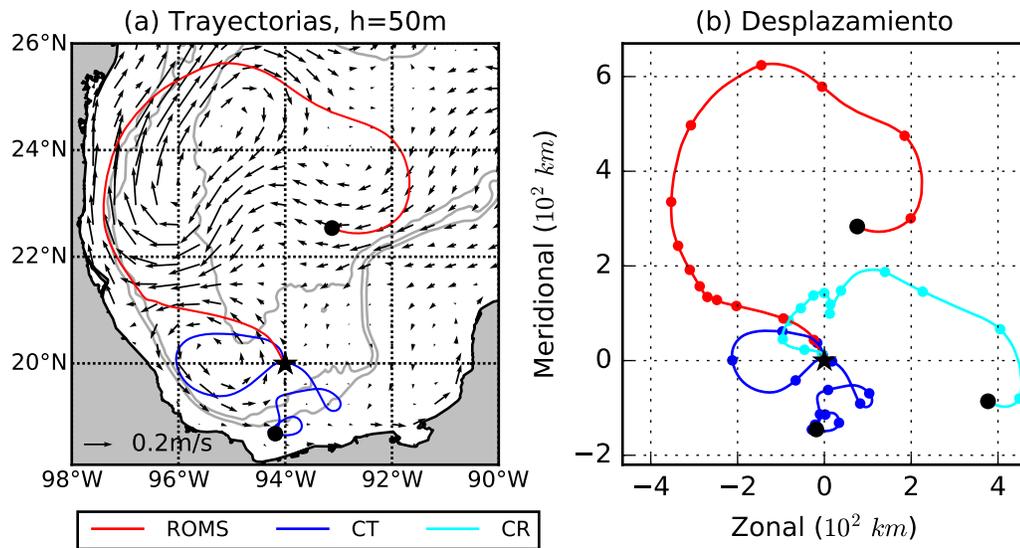


Figura 19. (a) Trayectorias obtenidas con el flujo total (velocidades simuladas por el modelo ROMS) y las fluctuaciones (CT) para una partícula soltada en 94°W y 20°N, a 50 m y para un día en particular de diciembre del 2005; los vectores representan las velocidades promedio a dicha profundidad. (b) Evolución del desplazamiento para los dos casos anteriores y para el CR (partículas advectadas con el flujo total y corregidas con el campo promedio). En ambas figuras la posición inicial (final) se indica mediante una estrella (punto) negro, y en (b) los desplazamientos cada 5 días también son mostrados con puntos.

(Berloff *et al.*, 2002a). Esto se ejemplifica en la figura 19, donde se muestra que el desplazamiento zonal para una partícula luego de corregir el efecto del flujo medio (CR) tiene mayor magnitud que el desplazamiento original (ROMS) y que el CT para tiempos comparables con su tiempo de vida. Al comparar la diferencia $|CR - ROMS|$ al final del tiempo de vida de cada una de las partículas, se tiene que el 18% a 50 m (13% a 500 m) poseen diferencias mayores a 200 km. En casos extremos (como el mostrado) el desplazamiento corregido es incluso mayor que los límites que imponen la costa o la isóbata en las zonas más profundas, lo cual podría compensarse estableciendo ciertos umbrales; no obstante, es evidente que este método introduce efectos no deseados en el cálculo de la dispersión. Como consecuencia, se tiene que a 500 m las partículas presentan dispersión zonal anómala subdifusiva (figura 17c) en vez de difusiva como lo sugería el CR (figura 17d), que es consistente con el hecho de que a mayores profundidades la topografía del fondo reduce cada vez más el área de movilidad a lo largo de la dirección zonal. Por otro lado, en el ejemplo mostrado (y en muchos casos), se observa que el desplazamiento meridional del CR es menor que el original (ROMS), lo cual se debe a que se está corrigiendo el movimiento en exceso provocado por el predominio de corrientes promedio hacia el norte. Esto conduce a

que exista poca diferencia entre la dispersión meridional estimada con el CR y el CT. Por el problema inherente del CR que se acaba de describir, solo se mostraron resultados de las escalas Lagrangianas para el CT (sección 3.2), y en el resto de este estudio únicamente se han empleado las variables del CT.

Con respecto a la difusividad absoluta promedio D_i (ecuación 26), calculada en el mismo intervalo que el segundo régimen de la dispersión [$5\bar{T}$ -Ft], ambas componentes muestran decremento con el aumento de la profundidad, y mayor anisotropía (meridional $>$ zonal) que la escala Lagrangiana de difusividad K_i (tabla 2). Esto se debe a que la forma de la topografía de la BC limita el desplazamiento, la dispersión y la difusividad absoluta zonal; mientras que la escala de difusividad, que depende de la función de autocorrelación de las velocidades turbulentas, es levemente afectada por las fronteras. En el caso idealizado de fronteras abiertas y turbulencia homogénea y estacionaria (Taylor, 1921), ambos métodos deberían arrojar resultados idénticos, lo cual se cumple aproximadamente solo al comparar D_2 con la escala de difusividad meridional K_2 que emplea el valor del promedio del cuadrado de velocidades turbulentas en $t = T_2$ (tabla 2).

En el estudio de dispersión de Zavala Sansón *et al.* (2018) con boyas de deriva soltadas a una profundidad de 50 m en el SGM, se encontró que la dispersión meridional fue cualitativamente similar al régimen difusivo entre 10 a 60 días, tal como se encontró cuantitativamente con lo simulado pero en el intervalo de 15 a 75 días. Por otra parte, en dicho estudio se estimó dispersión zonal prácticamente constante entre 20 a 100 días, a diferencia del comportamiento difusivo en lo simulado. Esto lo atribuyeron a la limitación de movimiento zonal que impone el margen oeste del GM, aunque también podría explicarse en parte porque obtuvieron un GC el doble de intenso que lo simulado así como zona de llegada de LCEs más al norte; condiciones que en conjunto pueden limitar la dispersión. Otro factor de discrepancia podría asociarse a que removieron el efecto del flujo medio tal como se hizo con el CR, motivo por el cual tampoco se descarta la posible contaminación de sus resultados por los efectos no deseados de este método para tiempos relativamente largos. A pesar de todo lo anterior, el comportamiento anisotrópico de la dispersión (meridional $>$ zonal) fue reflejado por las boyas y por las partículas (flotadores sintéticos). Por este motivo, en la siguiente sección se estudia la variación de la dispersión en función de la zona de

lanzamiento de partículas al interior de la BC, con el propósito de dilucidar el rol que cumplen las fronteras sobre la anisotropía observada. Adicionalmente, la variación de la dispersión según el año de lanzamiento también es analizada.

3.3.2. Variación horizontal e interanual para el CT

Mediante histogramas o porcentajes es posible representar en forma sencilla la evolución temporal de las partículas soltadas en diferentes zonas de la BC, lo cual se realizó para estudiar la posible variación horizontal de la estadística (desplazamiento y dispersión), pero sin tomar en cuenta la fecha en la que se sueltan partículas (suposición de turbulencia estacionaria). Para simplificar la cantidad de casos, las partículas se han agrupado según la zona donde fueron lanzadas: oeste (longitudes $< 95^\circ\text{W}$), centro (longitudes entre 95° y 94°W), y este (longitudes $> 94^\circ\text{W}$). En la figura 20 se muestra el porcentaje de datos en cada una de estas zonas para tres instantes diferentes (5, 15 y 50 días) y a 50 m de profundidad, así como el desplazamiento promedio desde cada punto de lanzamiento de partículas (líneas negras).

Durante los instantes iniciales ($t = 5$ días), donde la dispersión absoluta presenta componente zonal \approx meridional (figura 17a), se observa en todos los casos: i) zona de concentración mínima (representada por valores $< 0.1\%$) que apenas ha cruzado 22°N (latitud aproximada a partir de la cual la BC se abre hacia el norte); ii) expansión meridional de lo que denominamos nube principal (región con datos por grilla $\geq 0.1\%$) en ambos sentidos; iii) y expansión zonal hacia la derecha, izquierda y en ambos sentidos para las partículas soltadas al oeste, este y centro de la BC respectivamente. A pesar de esto, el desplazamiento desde cada punto es relativamente pequeño en comparación a instantes posteriores ($t = 15$ y 50 días), ya que la nube principal de cada caso posee máximos de 1 a 2% y concentración total entre 95-96%.

Para tiempos intermedios ($t = 15$ días), donde la dispersión absoluta ya presenta comportamiento anisotrópico (figura 17a), se aprecia en todos los casos: i) mayor expansión de la zona de mínima concentración y de la nube principal, ya que la primera ahora sobrepasa los límites de la BC mientras que la última se encuentra más diluida (máximos de hasta 1.5% y concentración total de 88-91%); ii) desplazamiento meridional hacia el norte ya que durante este instante la costa sur del SGM limita el

movimiento de partículas en esa dirección; y iii) mayor expansión meridional que zonal ya que la nube principal de cada caso se ve limitada por las fronteras zonales más alejadas de la zona de lanzamiento: Banco de Campeche (para la zona oeste), costa oeste del SGM (para la zona este), y ambas fronteras para la zona centro.

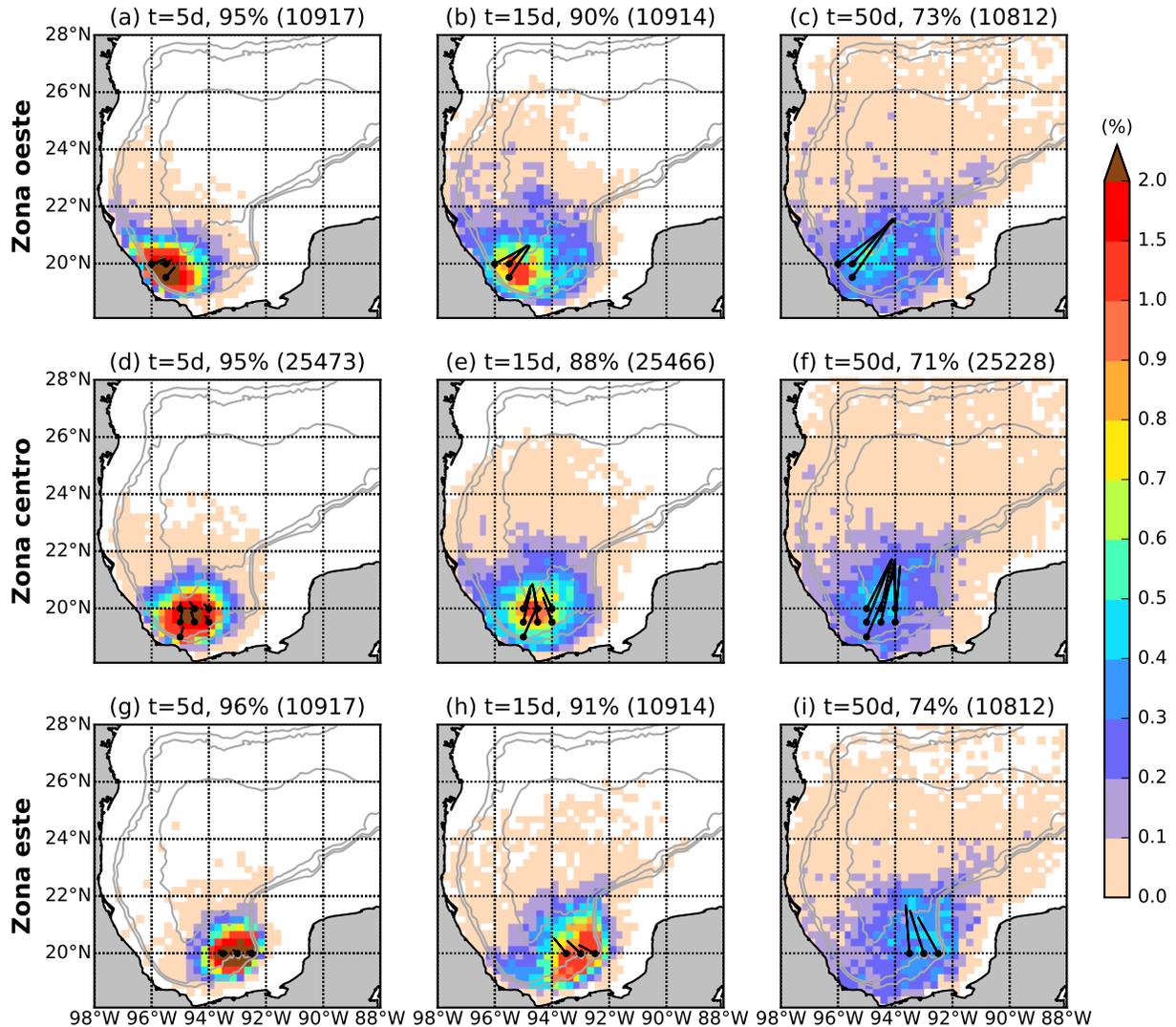


Figura 20. Datos expresados en porcentaje e interpolados a una grilla de $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ para $h = 50$ m sin tomar en cuenta la fecha en la que se sueltan partículas. Para reducir la cantidad de casos, los datos se han agrupado según la zona de lanzamiento al interior de la BC: (a)-(c) oeste ($< 95^\circ\text{W}$), (d)-(f) centro ($95^\circ\text{-}94^\circ\text{W}$), y (g)-(h) este ($> 94^\circ\text{W}$). Para aumentar la robustez y observar cambios más suaves, en cada zona se han agrupado la cantidad de datos (partículas) existentes a un tiempo t luego de haber sido lanzadas junto con los instantes $t-T$ y $t+T$, donde $t = 5, 15$ y 50 días; y $T = 2.8$ días es el máximo de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2. En el título de cada figura se indica el porcentaje de datos contenidos en la nube principal delimitada por el valor de 0.1% y entre paréntesis el total de datos disponibles en cada instante. La posición promedio desde cada punto de lanzamiento es representada por líneas negras y las grises denotan las isóbatas de 500, 1000 y 3000 m.

Para instantes cercanos al tiempo de vida máximo de las partículas ($t = 50$ días), se

observa en todos los casos: i) zona de mínima concentración extendida en gran parte del dominio y una nube principal apenas más extensa que para tiempos intermedios, lo cual se debe a que gran cantidad de partículas escaparon de la nube principal que ahora se encuentra mucho más diluida (máximos muy escasos de $\approx 0.6\%$ y concentración total entre 71-74%); ii) mayor expansión y desplazamiento meridional norte que zonal; iii) mayor desplazamiento meridional para la zona centro, mientras que menor en la zona este caracterizada por presentar baja escala de difusividad meridional (figura 12f); y iv) expansión zonal más limitada en el centro que es afectado por la costa oeste y el Banco de Campeche, expansión zonal intermedia en el este limitada por la costa oeste, y mayor expansión zonal en el oeste que solo encuentra barrera zonal hacia el este (el Banco de Campeche) cuando las partículas están dentro de la BC.

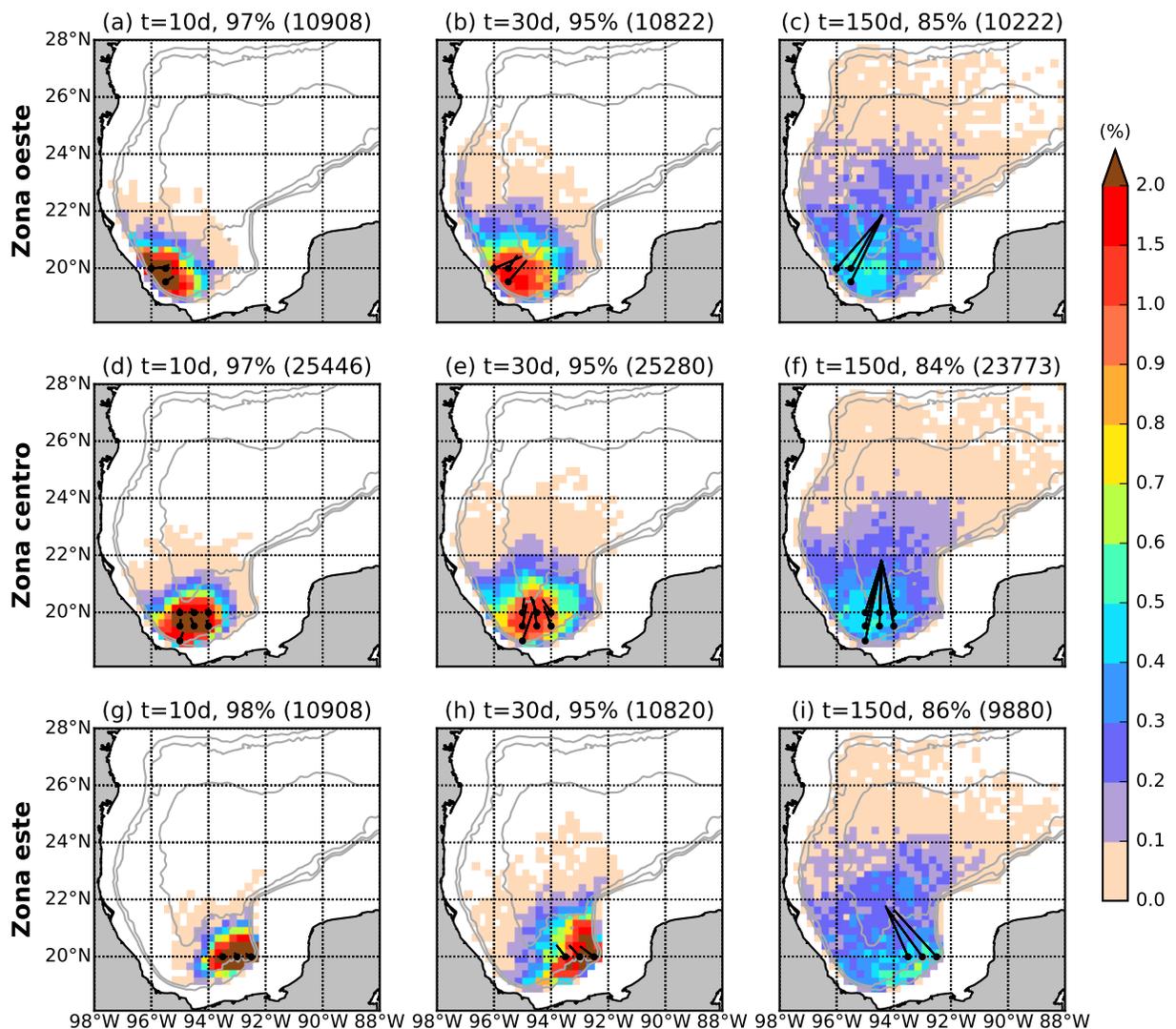


Figura 21. Similar a la figura 21 pero para $h = 500$ m; $t = 10, 30$ y 150 días; y $T = 5.7$ días.

En zonas más profundas ($h = 500$ m), es necesario analizar tiempos mayores que en superficie para compensar el decremento de la intensidad del flujo. De esta forma, se puede observar comportamiento similar al superficial durante los instantes iniciales ($t = 10$ días) e intermedios ($t = 30$ días), pero con nube principal menos diluida y zona de mínima concentración de menor extensión (figura 21). Para instantes cercanos al tiempo de vida máximo de las partículas ($t = 150$ días), la nube principal posee mayor extensión meridional que la superficial, pero los desplazamientos meridionales durante estos tiempos son parecidos. Esto indica que la posición meridional del centro de masa (parte final de las líneas negras) coincide para ambos niveles pero la distribución de partículas no. A 500 m el centro de masa se encuentra al interior de la nube principal ya que poca cantidad de partículas han escapado de ella (14-16%), mientras que a 50 m se encuentra en la frontera norte de la nube porque la zona de concentración mínima es más extensa y alberga más partículas (26-29%). Si bien a esta profundidad, la isóbata de 500 m limita más la expansión zonal, es decir, no hay incursión de partículas en la plataforma ni en el Banco de Campeche, solo se observa menor desplazamiento zonal que el superficial para las partículas soltadas en la zona oeste y centro.

Para un mejor análisis, se ha representado la evolución temporal completa del desplazamiento promedio zonal y meridional para cada una de las tres zonas de lanzamiento y en ambas profundidades (figuras 22a,c). Se observa que el desplazamiento meridional siempre está orientado hacia el norte en ambos niveles; es mayor en la región que contiene partículas soltadas más al sur (zona centro); es menor en la región que presenta menor escala de difusividad meridional (zona este); y los valores obtenidos en ambos niveles son comparables durante los instantes finales. Por otra parte, el desplazamiento zonal en superficie, muestra que en todas las zonas de lanzamiento existe predominio del movimiento hacia el este (pendientes positivas), con excepción de los primeros 30 días para las partículas soltadas cerca al Banco de Campeche (zona este), mientras que a 500 m solo se observa preferencia de movimiento hacia el este para las partículas soltadas desde la zona oeste de la BC. Cerca de esta zona, esto es natural ya que la costa (o la topografía a 500 m) inhibe el movimiento de partículas hacia el oeste. Por otro lado, para lanzamientos desde la parte central de la BC y cerca del Banco de Campeche (zona este) no es claro porque existe tendencia del movimiento hacia el este solo en superficie. Esto podría deberse a que El Banco de Campeche no es una barrera natural como lo es la topografía a 500 m, pero dado que

existe poca cantidad de partículas que penetran esta región esto no explicaría del todo la tendencia del movimiento hacia el este observada solo en superficie. Otro factor, podría asociarse a que existe flujo de baja frecuencia inmerso en las fluctuaciones (variabilidad semianual, estacional e interanual), el cual podría inducir movimiento con cierta preferencia hacia el este apreciable tan solo en superficie.

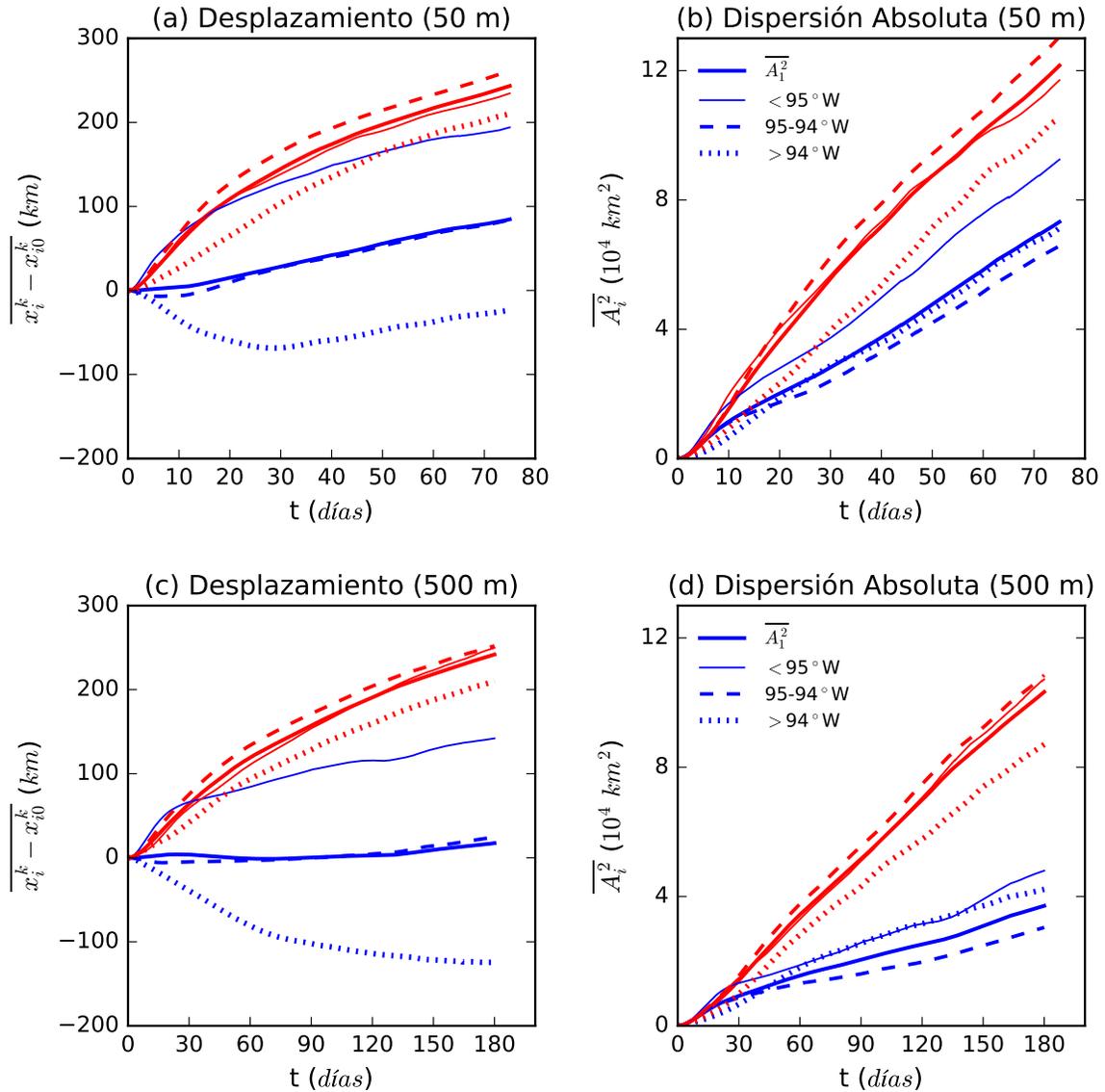


Figura 22. Desplazamiento y dispersión absoluta para cada componente (rojo=meridional, azul=zonal) del conjunto total de partículas (líneas gruesas), y valores promedio según la zona de lanzamiento al interior de la BC: oeste ($< 95^\circ\text{W}$) con líneas delgadas, centro ($95^\circ\text{-}94^\circ\text{W}$) con líneas discontinuas, y este ($> 94^\circ\text{W}$) con líneas punteadas. (a),(b) para $h = 50 \text{ m}$ y (c),(d) para $h = 500 \text{ m}$.

La dispersión absoluta promedio estimada desde cada una de estas zonas (figuras 22b,d), refleja en ambos niveles parte del comportamiento del estadístico simple

de primer orden (promedio de desplazamientos), de la nube principal y de la región de concentración mínima, es decir, componentes de la dispersión similares (zonal \approx meridional) durante los instantes iniciales cuando las partículas pueden moverse con mayor facilidad en ambas direcciones (zonal y meridional); estado transitorio en tiempos intermedios en donde la dispersión meridional empieza a ser mayor que la zonal; y dispersión anisotrópica más marcada para tiempos largos. No obstante, el estadístico de primer orden no es suficiente para entender los cambios que ocurren en tiempos largos para ambos niveles, ya que se observa mayor dispersión en superficie, mientras que el desplazamiento promedio meridional es prácticamente el mismo y el zonal es incluso mayor en la zona este a 500 m. Esta aparente discrepancia se resuelve al notar que a 500 m la nube principal retiene por más tiempo las partículas, es decir, se dispersa más lentamente que su contraparte superficial. En consecuencia, a 500 m la nube perdura por más tiempo, es un poco más extensa en la dirección norte y contiene máximos de concentración distribuidos en mayor parte de ella; efectos que combinados arrojan que la nube posea concentración total mayor que la superficial ($\approx 12\%$ de diferencia al comparar 50 días a 50 m con 150 días a 500 m) y zona de concentración mínima más retraída. Con respecto a cada componente, se observa luego de la fase de transición mayor dispersión absoluta meridional para la región que contiene partículas soltadas más al sur (zona centro), y menor en la región de menor escala de difusividad meridional (zona este); menor dispersión zonal para las partículas que tienen dos fronteras zonales que limitan el movimiento durante estos instantes (zona centro), y mayor al soltar partículas desde la costa oeste o cerca del Banco de Campeche. No obstante, a 50 m la dispersión zonal es mayor en la zona oeste, lo cual se podría asociar a que en este nivel el flujo de baja frecuencia inmerso en las fluctuaciones amplifica el movimiento natural hacia el este de las partículas arrojadas en esta zona.

Al analizar la dispersión absoluta desde cada punto de lanzamiento y para ambos niveles (figura 23a), se obtiene comportamiento bastante similar a los promedios de las tres zonas descritas anteriormente, y valores relativamente cercanos a la dispersión promedio, aunque con curvas de dispersión que ahora poseen mayores ondulaciones durante y luego del periodo de transición a la fase anisotrópica. No obstante, durante los instantes iniciales ya no se tiene necesariamente dispersión zonal \approx meridional, ya que en la zona de lanzamiento más cercana al Banco de Campeche la

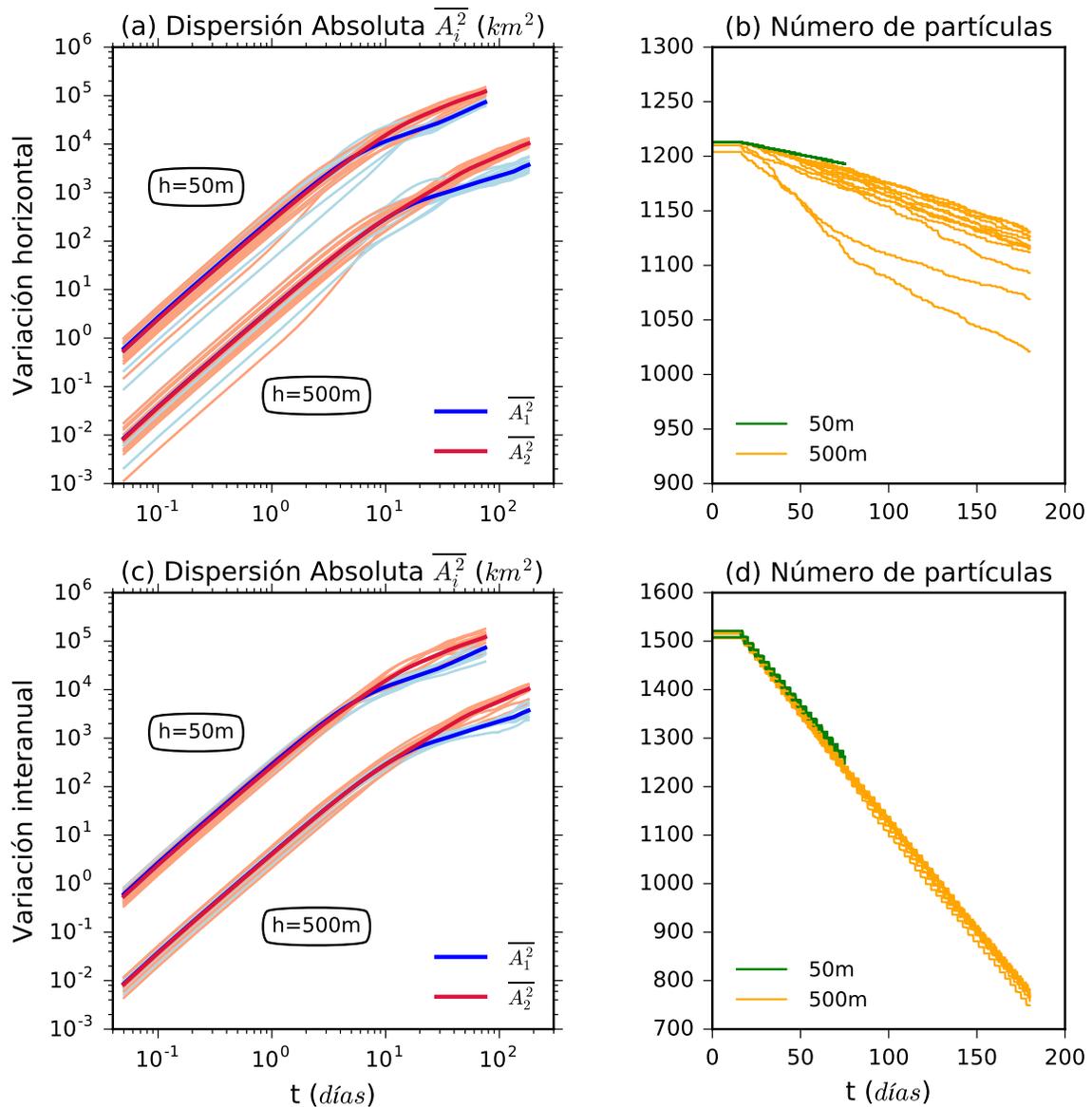


Figura 23. (a) Variación horizontal de la dispersión absoluta desde cada punto de lanzamiento y (b) variación interanual para el periodo 2003-2012. En ambos casos la dispersión promedio es representada con líneas gruesas (azul = zonal, rojo = meridional) y las variaciones con líneas delgadas. Se muestra la dispersión para $h = 50$ y 500 m, aunque en este último nivel se ha dividido entre 10 para evitar superposición de curvas. (b) y (c) Número de partículas para cada uno de estos casos.

dispersión zonal es bastante menor que el resto de puntos y que su respectiva componente meridional, mientras que en el punto más cercano a la frontera sur se observa la dispersión meridional más pequeña. Esto se debe a que durante tiempos cortos el Banco de Campeche y la costa sur (o la isóbata de 500 m en subsuperficie) frenan y limitan el movimiento de partículas hacia dichas zonas. En consecuencia al promediar la dispersión de estas partículas con las que se dispersan libremente en sentido

contrario (sin frontera que se les oponga) el promedio se reduce. Otra característica a notar es que en superficie la cantidad de partículas es la misma para todos los puntos de lanzamiento, y solo se pierden 20 partículas en $t = 75$ días debido a que se cortan las trayectorias en diciembre del 2012 (figura 23b). A 500 m, este efecto solo explica un déficit de no más de 55 partículas en $t = 180$ días, mientras que el resto se debe a descarte por impacto con la topografía, con pérdida más marcada en las zonas de lanzamiento más cercanas al Banco de Campeche.

Con respecto a la variación interanual (figura 23c), en los instantes iniciales todas las curvas se encuentran muy cerca del promedio, mientras que en instantes posteriores a la fase de transición anisotrópica, se observa valores cercanos a la media pero con curvas de dispersión que presentan ondulaciones. Asimismo, se muestra decaimiento de partículas prácticamente idéntico para cada año (figura 23d). A diferencia del caso anterior, ahora se pierden más partículas debido a que en cada año las trayectorias se cortan el 31 de diciembre.

Todo lo anterior, permite establecer que la estadística (referida a la dispersión) puede ser considerada como homogénea y estacionaria, ya que cualitativamente las diferencias encontradas para cada componente no distan demasiado del promedio. Esto justifica el hecho de haber empleado partículas soltadas en diferentes posiciones a un mismo tiempo, y en una misma posición pero a distintos tiempos. Por último, no se puede responsabilizar del todo a la costa ni a la topografía por la anisotropía (meridional > zonal) observada. Entonces el posible candidato a explicar este comportamiento más marcado en la dispersión y difusividad absoluta que en las escalas Lagrangianas es el flujo, lo cual se estudia en la siguiente sección.

3.4. Escenarios de dispersión para el CT

En esta sección se evalúan los efectos de las estructuras de mesoescala remanentes en las variables del caso turbulento (CT) sobre la dispersión y la difusividad absoluta, para $h = 50$ m (superficie) y 500 m (subsuperficie). Para ello, se clasifican bajo un criterio establecido los escenarios como retención (partículas que permanecen al interior la BC) y advección norte (partículas que cruzan 24°N).

3.4.1. Análisis de escenarios a 50 m de profundidad

En el modelo numérico se encontró que las estructuras de mesoescala de mayor variabilidad que predominan en superficie en el SGM (figuras 5) son el giro ciclónico de Campeche (GC) y los remolinos que se desprenden de la corriente de Lazo (LCEs). En los estudios con boyas de deriva de Rodríguez (2015) y de Zavala Sansón *et al.* (2017a), se concluyó que la principal causa de retención de partículas superficiales al interior de la Bahía de Campeche (BC) y de advección hacia el norte se asocia a la existencia e interacción del GC con los LCEs que arriban al SGM; sin embargo, esto solo fue realizado para la estadística de dos partículas y para analizar la conectividad entre la BC y el resto del GM. Con base en la metodología empleada por ambos, en este estudio se propone una nueva forma de clasificar los escenarios de retención y advección norte, pero mediante el empleo de trayectorias consideradas como turbulentas.

La definición de estos escenarios, aplicable a cualquier profundidad, se realiza mediante los siguiente pasos:

1. Se calcula el porcentaje mensual de partículas transcurridos t días de sus lanzamientos para cada uno de los meses del periodo 2003-2012 (120 en total), es decir, para cada mes se cuenta la cantidad de partículas existentes en todo el dominio de simulación transcurridos t días y se divide entre el total de partículas iniciales (aquellas soltadas en $t = 0$). Entonces solo se prosigue con los meses que transcurridos t días aún poseen como mínimo el 30 % de las partículas iniciales.
2. De los meses que cumplen con la condición 1, se calcula el porcentaje mensual de partículas que permanecen al sur de 22°N (o cruzan en algún momento 24°N) transcurridos t días de sus lanzamientos.
3. Los meses con porcentaje $>$ al promedio total + $1/3$ de la desviación estándar son considerados temporalmente como retención (advección norte). Sin embargo, meses que pertenecen a ambos escenarios son descartados.
4. Los pasos 1, 2 y 3 se llevan a cabo para cada t del intervalo $[15\bar{T} \leq t \leq \text{mínimo}(30\bar{T}, Ft)]$ con $\Delta t = 0.5\bar{T}$ días; donde $\bar{T} = (T_1 + T_2)/2$ es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2 y Ft es el tiempo de rastreo máximo de partículas.

5. Finalmente el escenario de retención (advección norte) corresponda a los meses en común de dicho intervalo.

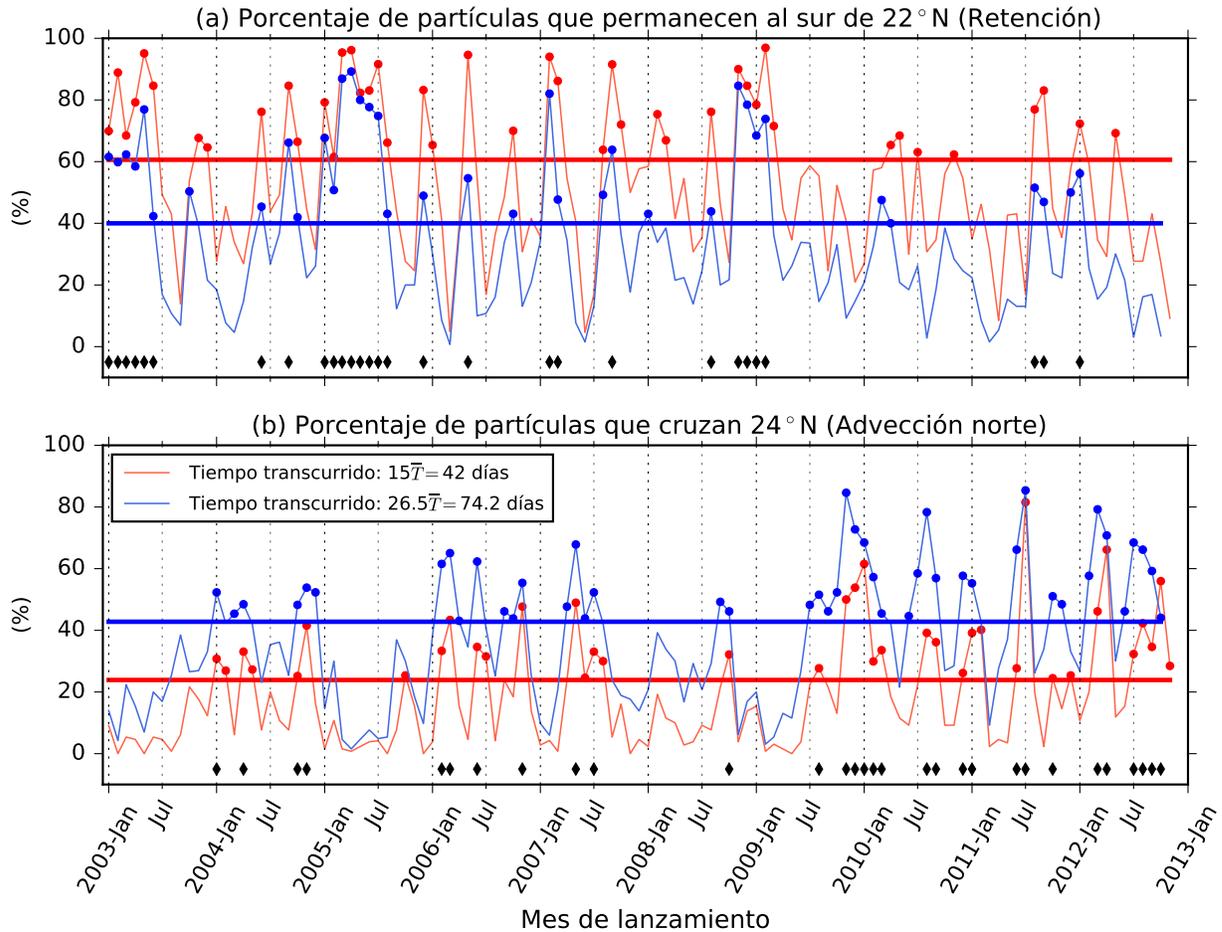


Figura 24. Definición de escenarios para $h = 50$ m en el periodo 2003-2012. (a) Porcentaje mensual de partículas que permanecen al sur de 22° N transcurridos 42 y 74.2 días (cota inferior y superior del intervalo de análisis), y sobre cada una de ellas los meses considerados temporalmente como retención (puntos), es decir, con porcentaje $>$ al promedio total $+ 1/3$ de la desviación estándar (líneas horizontales gruesas). (b) Similar que (a) pero para las partículas que cruzan en algún momento 24° N. Los rombos negros en ambas figuras indican los meses que finalmente corresponden a cada uno de estos escenarios: meses en común en todo el intervalo de análisis que nunca coinciden con el escenario opuesto. Total: retención (advección norte) = 29 (30) meses.

Se emplea $15\bar{T}$ como cota inferior del intervalo de análisis, para que las partículas tengan suficiente tiempo de llegar a 24° N, así como para evitar el excesivo porcentaje de retención en la BC durante los instantes iniciales. Establecer una cota superior fue necesario para garantizar que exista un porcentaje de partículas no tan pequeño al interior de la BC en los instantes finales. Se tomó como umbral para cada t la media de todos los meses mas $1/3$ de la desviación estándar para tener escenarios temporales representativos. No obstante, las estadísticas calculadas cambian poco si la cota

inferior se reduce hasta $10\bar{T}$ o si se suma la mitad de la desviación estándar al umbral establecido. Emplear el valor de \bar{T} para definir el intervalo de análisis ayuda a que se ajuste por sí mismo a las características del flujo en estudio. Por ejemplo, a mayores profundidades (donde \bar{T} es mayor) las partículas se mueven más lento y demoran más en salir de la BC y cruzar los 24°N , lo cual conduce a realizar el análisis en tiempos posteriores que en la superficie.

En la figura 24 se detalla la metodología establecida para la definición de escenarios, en donde solo se muestra el porcentaje de partículas que permanecen al sur de 22°N y que cruzan en algún momento 24°N transcurridos 42 y 74.2 días (cota inferior y superior del intervalo de análisis). A esta profundidad, se observa que 29 (31) meses del total de 120 pertenecen al escenario de retención (advección norte), con una ligera tendencia a encontrar mayor cantidad de meses de retención (advección norte) durante la primera (segunda) mitad del periodo de análisis. Esto implica que durante el 24 % de los meses las fluctuaciones (consideradas como una aproximación simplista del campo turbulento) retienen en la BC más del 61 % y 40 % de partículas transcurridos $15\bar{T}$ (42 días) y $26.5\bar{T}$ (74.2 días) de sus lanzamientos. Adicionalmente, se tiene que durante el 26 % de los meses más del 24 % y 43 % de las partículas cruzan en algún momento 24°N transcurridos dichos tiempos. Consistente con lo encontrado durante los eventos de retención, Rodríguez (2015) reportó valores y tendencias similares pero mediante el empleo de boyas de deriva. No obstante, si se hubiera utilizado las trayectorias originales en vez de las turbulentas para la clasificación de escenarios, probablemente se habría sobrestimado lo arrojado por dicho estudio. Para el caso de advección norte no fue posible establecer comparación, ya que en dicho estudio se usó otra metodología para el análisis de partículas que salen de la BC. Por otra parte, Zavala Sansón *et al.* (2017a) estimaron cantidad idéntica de meses para ambos escenarios (31 % de 84 meses en total); sin embargo, ellos emplearon umbrales fijos para la clasificación de escenarios sin especificar si tomaron en cuenta los cambios producidos al analizar diferentes instantes desde el lanzamiento de partículas.

Meses representativos de estos escenarios son mostrados en la figura 25. Retención de partículas al interior de la BC (sur de 22°N) ocurre cuando el GC está bien formado. Estos casos son caracterizados por ausencia de LCEs o por interacciones GC-LCEs bastante despreciables, es decir, acarreo de partículas hacia el norte inducido

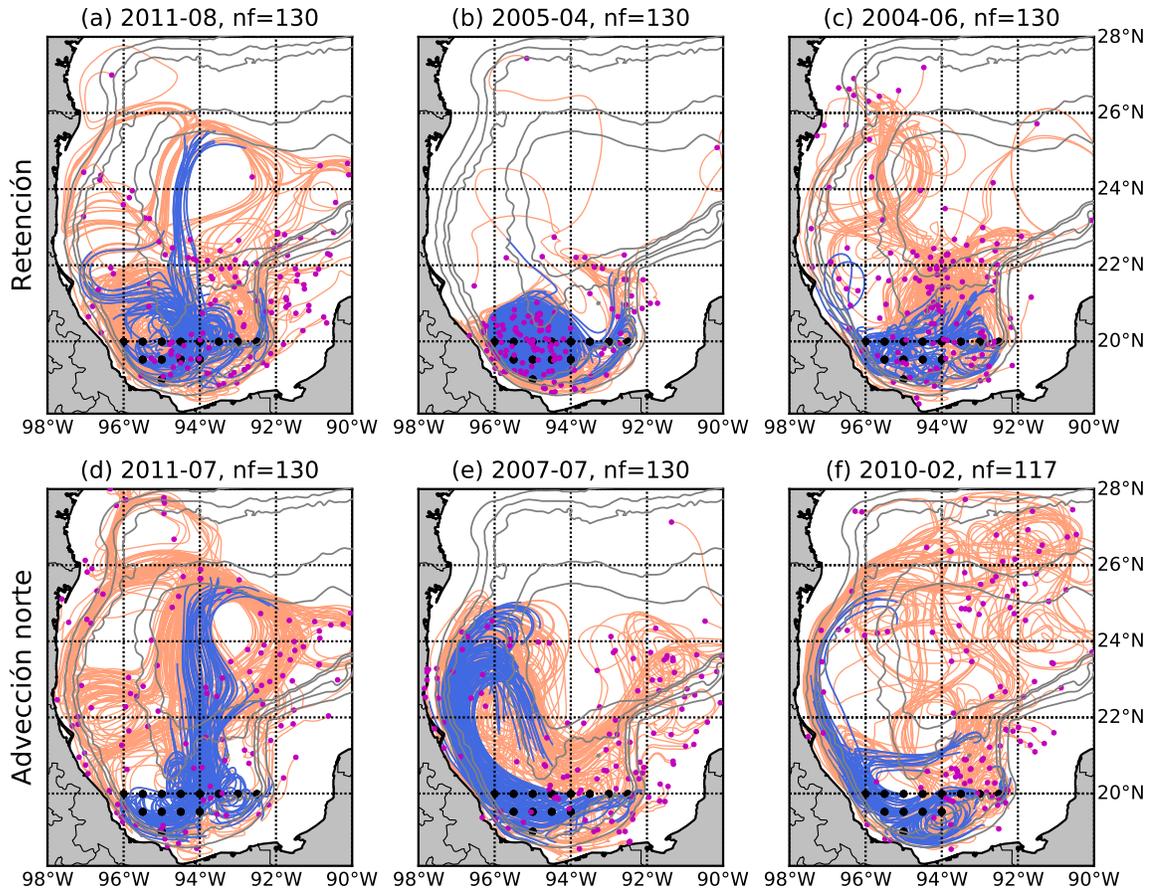


Figura 25. Trayectorias de partículas a 50 m de profundidad para meses representativos de los escenarios de retención (a)-(c) y advección norte (d)-(f), donde nf representa el número de partículas iniciales. Los primeros 15 días luego del lanzamiento de cada partícula se representan con color azul, y el resto (hasta 75 días) con color salmón. Los puntos negros (magenta) indican la posición inicial (final) de cada partícula. Las líneas grises denotan las isóbatas de 100, 500, 1000, 3000 y 3500 m.

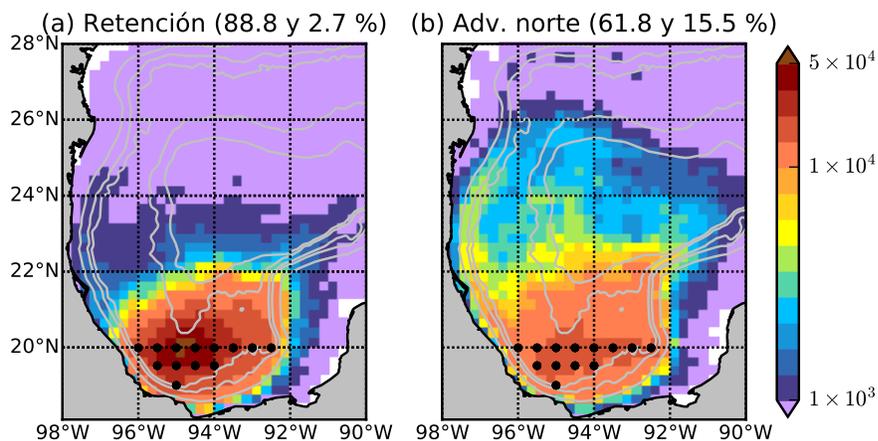


Figura 26. Datos grillados a $0.25^\circ \times 0.25^\circ$ para las partículas soltadas a 50 m para el escenario de retención (a) y advección norte (b). Los porcentajes indican la cantidad de datos en la BC (sur de 22°N) y al norte de 24°N . Los puntos negros muestran las posiciones de lanzamiento de las partículas.

por LCEs pequeño en comparación a la retención del GC (figura 25a). Asimismo, se observa retención cuando se forman estructuras anticiclónicas de tamaño comparable al GC y en la posición promedio del mismo (figura 25b), las cuales son más retentivas que el GC porque tienen vorticidad relativa de mayor intensidad. Tanto es así que el evento en particular mostrado para este caso junto con otro similar tuvieron duración bastante considerable (4-5 meses), a diferencia de los 2 meses como máximo que duraron los casos de retención con el GC. Por último, también contribuyen con este escenario los meses de ausencia de estructuras de intensidad y tamaño comparable a las dos anteriores y con pobre interacción con LCEs (figura 25c). Por otro lado, el escenario de advección norte se caracteriza principalmente por presencia de LCEs. En la figura 25d un LCE (centrado en 93°W y 24°N y una estructura ciclónica cercana a la costa y generada por este y un LCE más antiguo, forman una zona de convergencia a lo largo del centro del dominio que facilita la advección de partículas al norte, incluso al encontrarse un GC presente. En otros casos las partículas son atrapadas por LCEs que pasan muy cerca de la costa (figura 25e), y por corrientes a lo largo de la plataforma generadas cuando los LCEs impactan con esta zona (figura 25f). Esto último, en combinación con periodos donde se presenta la corriente costera tendrían el potencial de intensificar la advección de partículas hacia el norte. No obstante, ya que la corriente costera presenta variabilidad despreciable (figura 5c), estos casos prácticamente no se observan debido a que se emplean las fluctuaciones para adveccionar partículas. Otro caso, que aporta en menor cuantía al escenario de advección norte se asocia a la formación de dipolos al interior de la BC, con parte positiva constituida por el GC y estructura anticiclónica a su derecha.

Al analizar el total de datos disponibles para el escenario de retención (figura 26a), se observa que el 88.8% de los datos se encuentra dentro de la BC y que la mayor concentración ocurre alrededor de 93°W y 20°N (zona de formación del GC y de las estructuras anticiclónicas descritas previamente). Cuando existe retención, las partículas prácticamente no cruzan 24°N ya que al norte de esta latitud se tiene tan solo el 2.7% del total de datos. Por otra parte, durante el escenario de advección norte (figura 26b) el 15.5% de los datos se encuentra al norte de 24°N , y la cantidad de datos fuera de la BC es mucho mayor que para la retención ya que al interior de la BC solo queda el 61.8% de los datos. Durante este escenario, se observa que cerca de la costa (entre las isóbatas de 100 y 1000 m) y del centro del dominio (95° - 94°W)

las partículas tienden a viajar en mayor cuantía hacia el norte. Es importante resaltar que en ambos escenarios el Banco de Campeche actúa como una barrera natural ya que frena el transporte masivo de partículas cuando estas se encuentran en sus proximidades. Asimismo, se sobrestima (subestima) los umbrales de retención (advección norte) calculados durante el intervalo de análisis donde se definen los escenarios, ya que en el análisis con todos los datos disponibles se está tomando en cuenta datos desde el instante inicial del lanzamiento de partículas.

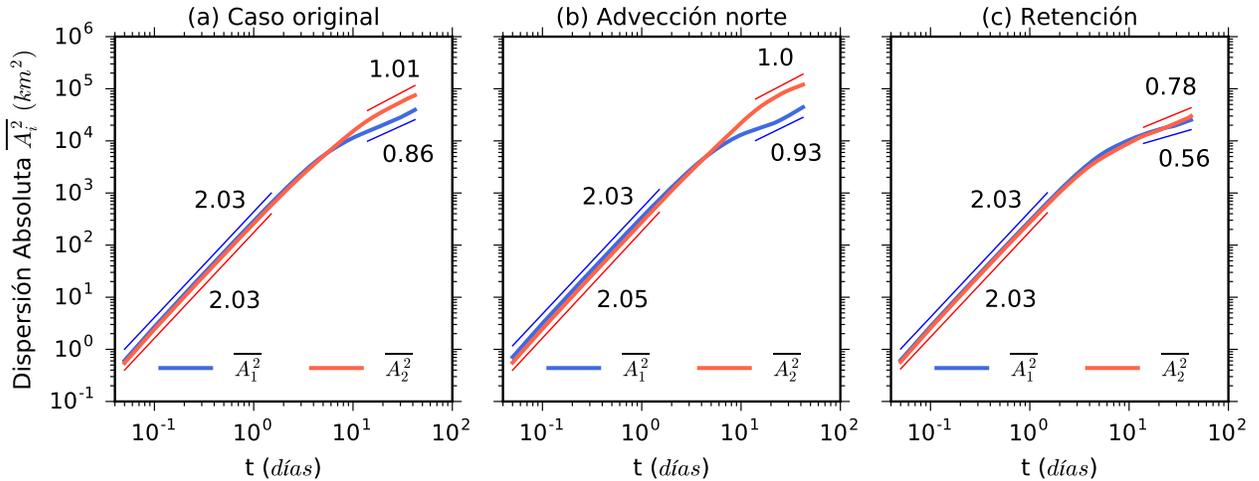


Figura 27. Dispersión absoluta (líneas gruesas) para las componentes zonal ($i=1$) y meridional ($i=2$) a 50 m de profundidad para (a) el caso original (todos los meses disponibles: 120), (b) el escenario de advección norte (31 meses), y (c) el escenario de retención (29 meses). Los ajustes (líneas delgadas) mediante la ecuación (24) se realizaron para el intervalo 0-1.5 días y para $5\overline{T}$ - $15\overline{T}$ (14-42 días); donde $\overline{T}=2.8$ es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2. Los números al lado de estas curvas indican los exponentes de dicho ajuste. Los errores de los ajustes fueron menores que ± 0.01 para todos los casos.

Con respecto a la dispersión absoluta, los dos escenarios previamente descritos reflejan el régimen balístico (t^2) observado en el caso original (figura 27), es decir, dispersión calculada con el total de meses disponibles. Por otra parte, el ajuste durante $5\overline{T}$ - $15\overline{T}$ (14-42 días) revela que cambios bastante diferenciados al caso original ocurren durante el escenario de retención, ya que este último presenta dispersión anómala subdifusiva (exponentes < 1) mucho más marcada para la componente zonal (0.56) que para la meridional (0.78). Así como para el caso original, durante los instantes iniciales ($t < 5$ días) de ambos escenarios la dispersión se caracteriza por poseer componente zonal \approx meridional. Para tiempos relativamente mayores que \overline{T} ($t > 10$ días), la dispersión meridional del escenario de advección norte es mayor que el caso original, y por ende conduce a un comportamiento más anisotrópico. De especial inte-

rés resulta el escenario de retención, ya que este señala al flujo como el responsable de observar componentes de la dispersión similares durante los primeros 42 días. La difusividad absoluta promedio D_i en el intervalo $5\bar{T}$ - $15\bar{T}$ (tabla 3), muestra que en la retención la isotropía también se ve reflejada en este parámetro, es decir, $D_1 / D_2 = 2.3 / 3.4 \times 10^3 \text{m}^2\text{s}^{-1}$ en comparación a valores más distintos para el caso original ($4.8 / 10.6 \times 10^3 \text{m}^2\text{s}^{-1}$). Por otro lado, en el escenario de advección norte se estimó $D_2 = 17.5 \times 10^3 \text{m}^2\text{s}^{-1}$ ($\approx 3D_1$), que es un valor bastante intenso que reluce la alta migración de partículas hacia el norte durante este escenario (figura 26). Cabe señalar que en el análisis para el intervalo completo ($5\bar{T}$ -Ft), se observa que la dispersión nuevamente diverge (meridional $>$ zonal) pero en menor cuantía que el caso original, mientras que durante la advección norte la tasa de crecimiento de la dispersión meridional disminuye. Esto, se manifiesta como mayor discrepancia de las componentes de la difusividad durante el escenario de retención y menor para la advección norte (tabla 3).

Tabla 3. Difusividad absoluta promedio D_i (ecuación 26) para los intervalos $5\bar{T}$ - $15\bar{T}$ (14-42 días) y $5\bar{T}$ -Ft (14-75 días) a 50 m de profundidad para: el caso original, el escenario de advección norte y el escenario de retención. $\bar{T} = 2.8$ días es el promedio de las componentes de la escala Lagrangiana de tiempo EL2. El error con un nivel de confianza del 95 % también es mostrado.

Escenarios (h = 50 m)	Difusividad absoluta promedio D_i ($10^3 \text{m}^2\text{s}^{-1}$)			
	$[5\bar{T}$ - $15\bar{T}] = 14$ -42 días		$[5\bar{T}$ -Ft] = 14-75 días	
	Zonal (i=1)	Meridional (i=2)	(i=1)	(i=2)
Caso original	4.8 \pm 0.11	10.6 \pm 0.22	5.4 \pm 0.12	9.3 \pm 0.18
Advección norte	5.9 \pm 0.27	17.5 \pm 0.85	6.4 \pm 0.17	12.5 \pm 0.59
Retención	2.3 \pm 0.06	3.4 \pm 0.06	2.7 \pm 0.1	4.3 \pm 0.17

En realidad, el concepto de isotropía que usualmente se emplea (zonal \approx meridional) es más general, una propiedad es isotrópica si se obtiene lo mismo al medir desde diferentes direcciones. En este sentido, se ha calculado la razón de dispersión $\overline{A_2^2}/\overline{A_1^2}$ (eje $y = 2$ / eje $x = 1$) para diferentes ángulos de rotación del sistema coordenado (figura 28). El ángulo de 0° corresponde a la dispersión calculada hasta el momento (ejes x =zonal, y =meridional), que es la misma para 180° (x' =-zonal, y' =-meridional) ya que a esta le es irrelevante el sentido, mientras que el ángulo de 90° muestra la dispersión original cambiada de ejes (x' =meridional, y' =-zonal). En general, se cumple que $\overline{A_2^2}/\overline{A_1^2}(\theta + \pi/2) = \overline{A_1^2}/\overline{A_2^2}(\theta)$ y $\overline{A_2^2}/\overline{A_1^2}(\theta + \pi) = \overline{A_2^2}/\overline{A_1^2}(\theta)$, es decir, las rotaciones separadas 90° (180°) poseen razón de dispersión inversas (iguales). Entonces se considera que la

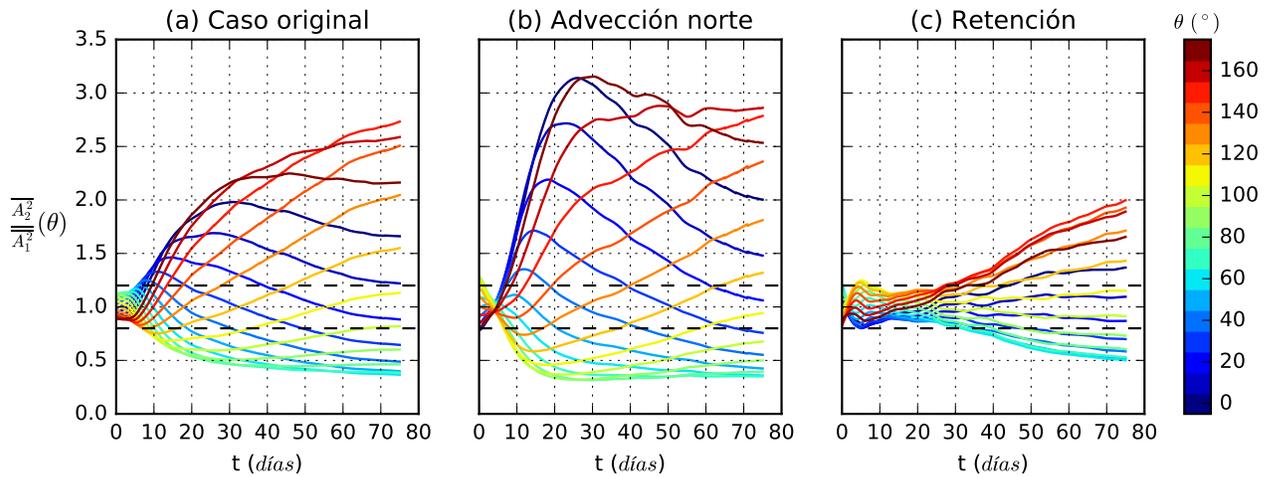


Figura 28. Razón de dispersión $\frac{\overline{A_2^2}}{\overline{A_1^2}}$ (eje $y = 2$ / eje $x = 1$) en función de diferentes ángulos de rotación en sentido antihorario del sistema coordenado para (a) el caso original, (b) el escenario de advección norte, y (c) el escenario de retención. El ángulo de 0° corresponde a la dispersión calculada a lo largo de los ejes x =zonal e y =meridional, mientras que el ángulo de 90° corresponde a los ejes x' =meridional, y' =-zonal, es decir, dispersión original pero cambiada de ejes ya que a esta le es irrelevante el signo. Las líneas discontinuas indican los límites dentro de los cuales la dispersión es considerada isotrópica.

dispersión es isotrópica, si para diferentes ángulos la razón de dispersión se encuentra entre 0.8-1.0, es decir, ninguna de las componentes dista de la otra por más de 20% de su magnitud (Flores, 2017). Para el caso original (dispersión calculada con todos los meses disponibles; figura 28a) y para el escenario de advección norte (figura 28b) la dispersión es isotrópica durante los primeros 5-8 días, y para la retención (figura 28c) se extiende hasta el día 30. En este último caso, se tiene que para rotaciones entre 10° - 20° (o 100° - 110°) ambas componentes son \approx iguales durante los primeros 75 días. Por otro lado, en el escenario de advección norte, se observa que en el sistema original ($\theta = 0^\circ$) la dispersión meridional es mayor que el doble de la componente zonal entre 12-75 días (o al revés para 90°). Esta crece abruptamente entre 8-25 días y llega incluso a superar al triple de la componente zonal, lo cual es consistente con la mayor tasa de crecimiento de dispersión meridional que zonal ($D_2 \approx 3D_1$) estimada entre 14-42 días (tabla 3). Pasado este periodo, las diferencias entre ambas componentes se reducen ya que existe mayor cantidad de partículas que han cruzado 24°N (umbrales crecen de 24% a 43% transcurridos 82.5 a 165 días), en donde el Banco de Campeche ya no limita el movimiento hacia el este. En este escenario, se observa alta anisotropía (razón > 2.5 para rotaciones entre 150° - 160°) que crece a medida que se alcanzan tiempos comparables al tiempo de vida máximo de las partículas, lo cual equivale a rotaciones entre 60° - 70° con razón < 0.4 que decrece con el tiempo.

Otra forma de observar (pero cualitativamente) el comportamiento isotrópico y anisotrópico de la dispersión, consiste en calcular la dispersión en un instante dado a lo largo de todas las direcciones posibles (medidas arbitrariamente con respecto al eje zonal = 0°), para luego proyectarlas en el espacio $\overline{A_1^2} - \overline{A_2^2}$ (dispersión zonal-meridional). Entonces la dispersión es isotrópica durante este instante si la curva que une los valores de la dispersión entre 0° - 360° es aproximadamente una circunferencia (igual dispersión en cada dirección), caso contrario es anisotrópica. Este procedimiento se repite para diferentes tiempos, con lo cual se puede observar la evolución temporal del comportamiento de la dispersión (figura 29). Cabe señalar, que la dispersión es exactamente la misma para ángulos separados 180° (curvas simétricas entre el primer y tercer cuadrante, y entre el segundo y cuarto), y la dispersión total (suma de las dispersiones a lo largo de dos direcciones perpendiculares) se conserva. Tal como con la razón de dispersión, se observa isotropía durante tiempo más prolongado para el escenario de retención, dispersión que crece abruptamente (curvas más separadas) cerca de la dirección meridional, y máxima (y por ende mínima) dispersión entre las direcciones 60° - 70° (150° - 160°) al comparar las curvas para tiempos largos en cada uno de los casos. Asimismo, este tipo de representación muestra claramente que durante el escenario de advección norte existe mayor dispersión que en el caso original y el escenario de retención al comparar cualquier dirección.

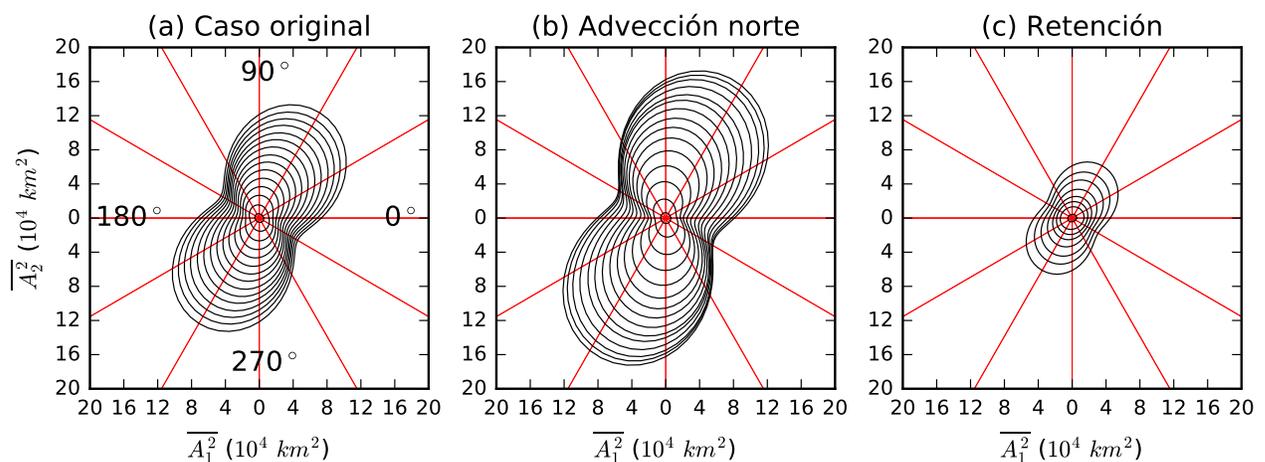


Figura 29. Dispersión calculada a lo largo de todas las direcciones posibles (medidas arbitrariamente con respecto al eje zonal = 0°), y proyectadas en el espacio $\overline{A_1^2} - \overline{A_2^2}$ (dispersión zonal-meridional). Las líneas negras muestran las curvas que unen los valores de la dispersión entre 0 - 360° para diferentes instantes de tiempo, y las líneas rojas indican algunas direcciones representativas (separadas cada 30°). Se han representado curvas cada 5 días hasta el día 75 para (a) el caso original y (b) el escenario de advección norte, y cada 10 días para (c) el escenario de retención.

3.4.2. Análisis de escenarios a 500 m de profundidad

Con respecto al porcentaje de partículas (figura 30), ahora se presenta menor cantidad eventos para cada escenario (7 meses menos que a 50 m). Para el escenario de retención (22 meses = 18%), esto se debe principalmente a eventos de la primera mitad del primer año de análisis (2003) que no pasaron el umbral durante los instantes finales del intervalo de análisis que ahora es más extenso ($15\bar{T}$ - $30\bar{T}$ = 82.5-165 días), y a algunos meses que nunca se encontraron por encima del umbral cuando las estructuras fueron más superficiales; sin embargo, lo contrario también ocurre (retención solo en subsuperficie) pero en menor cantidad de casos. Se observa que durante el 18% de los meses se retiene en la BC más del 68% de partículas transcurridos 82.5 días (a diferencia de 61% a 42 días en superficie), mientras que para el instante final de cada caso (74.2 días a 50 m y 165 días a 500 m) los porcentajes de retención son similares (40% a 50 m y 37% a 500 m).

Con respecto al escenario de advección norte (23 meses = 19%), la principal causa de descenso de eventos se atribuye a que en la segunda mitad del periodo de análisis no se observa ningún mes que exceda el valor de 60%; comportamiento que es bastante común en superficie. Parte de esto, también se debe a que en cada mes de lanzamiento se exige que por lo menos exista el 30% de las partículas iniciales transcurridos t días de sus lanzamientos, lo cual descarta del análisis varios meses de la segunda mitad del último año ya que las trayectorias se cortaron hasta el 31-12-2013. Es por esta razón que en la (figura 30) el porcentaje de partículas transcurridos 165 días solo se calcula hasta julio del 2013, y para los meses posteriores se establecen posibles eventos al comparar desde $15\bar{T}$ (82.5 días) hasta el tiempo donde aún existan partículas mayores al 30% de las iniciales. En este escenario se observa que durante el 19% de los meses más del 9% (28%) de partículas cruzan el algún momento 24°N transcurridos 82.5 (165) días de sus lanzamientos, los cuales son menores que los umbrales de su contraparte superficial (24% a 42 días y 43% a 74 días).

Meses representativos de estos escenarios a 500 m son mostrados en la figura 31, en donde se ha empleado en lo posible la misma fecha que en superficie. Se observa que las estructuras detectadas en superficie son más tenues a este nivel, lo cual es más marcado para los LCEs y para las estructuras que inducen al impactar con la isóbata de 500 m (costa o la plataforma en superficie). Adicionalmente, febrero del 2010

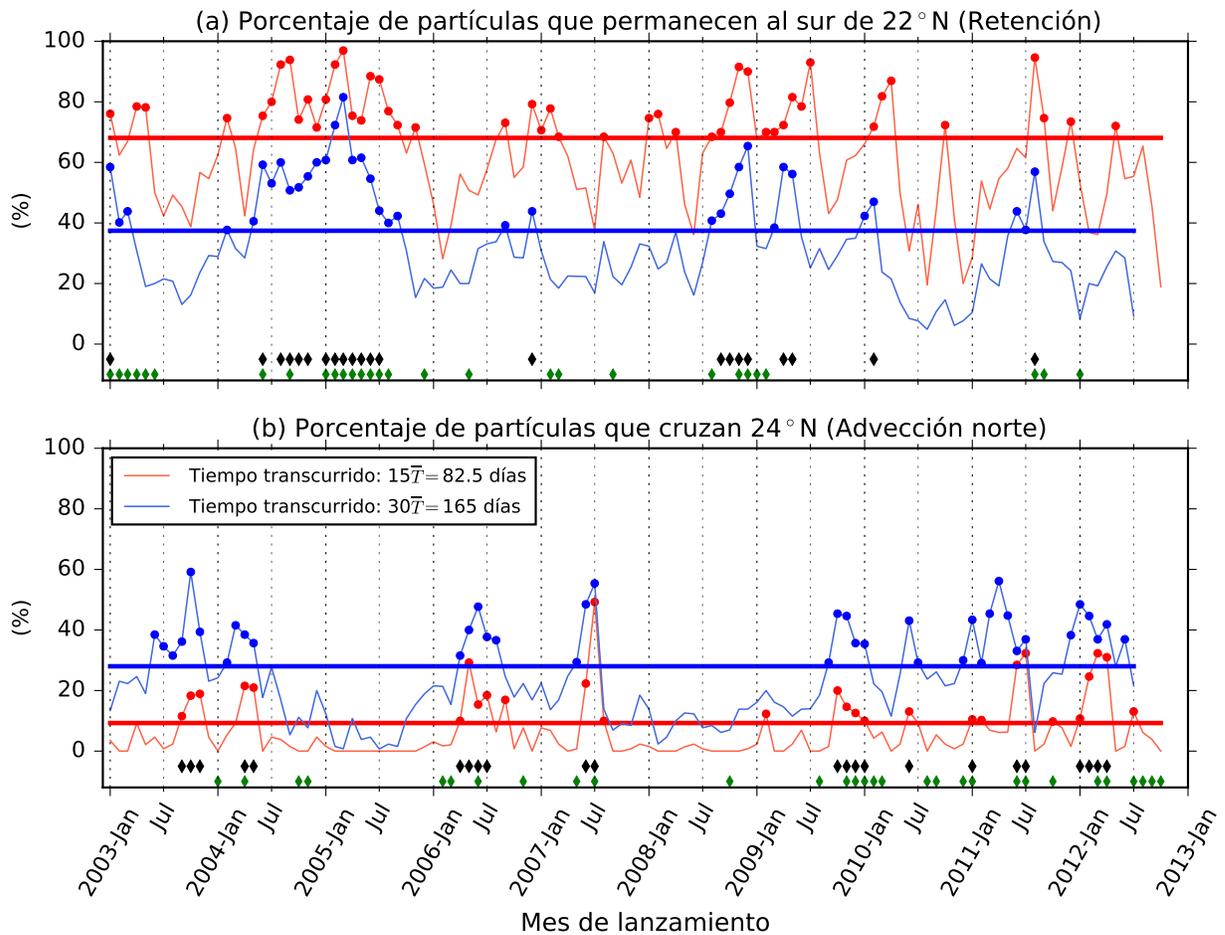


Figura 30. Similar a la figura 24 pero a 500 m de profundidad. En este caso el intervalo de análisis corresponde a $15\bar{T}$ - $30\bar{T}$ (82.5-165 días), con $\bar{T}=5.5$ días, y cota superior escogida según el criterio establecido (máximo de $30\bar{T}=165$ o $Ft=180$ días). Total de meses por escenario: retención (advección norte) = 22 (23) meses. Los rombos negros indican los meses que corresponden a cada uno de estos escenarios para $h = 500$ m, y por debajo se ha representado con rombos verdes el caso para $h = 50$ m.

(escenario de advección norte a 50 m) es un mes de retención a 500 m, mientras que enero del mismo año es escenario de advección norte para ambos niveles, aunque con mayor cantidad de partículas que cruzan 24°N en superficie ($\approx 60\%$ a 74.2 días) que en subsuperficie ($\approx 35\%$ a 165 días). Como ya se mencionó esto ocurre principalmente por el debilitamiento de LCEs a mayores profundidades. Asimismo, durante estos meses y hasta fines de mayo del 2010 se observa un giro ciclónico (con el campo de vorticidad relativa) en ambos niveles cerca de la posición habitual del giro ciclónico promedio de la planicie abisal (figuras 7a,d), el cual es una de las estructuras más dominantes de las zonas aledañas a la BC cuando se manifiesta en subsuperficie. No obstante, en el lanzamiento de enero a 500 m solo una partícula (de las 130) da un giro completo a esta estructura, mientras que gran número de ellas son parcialmente

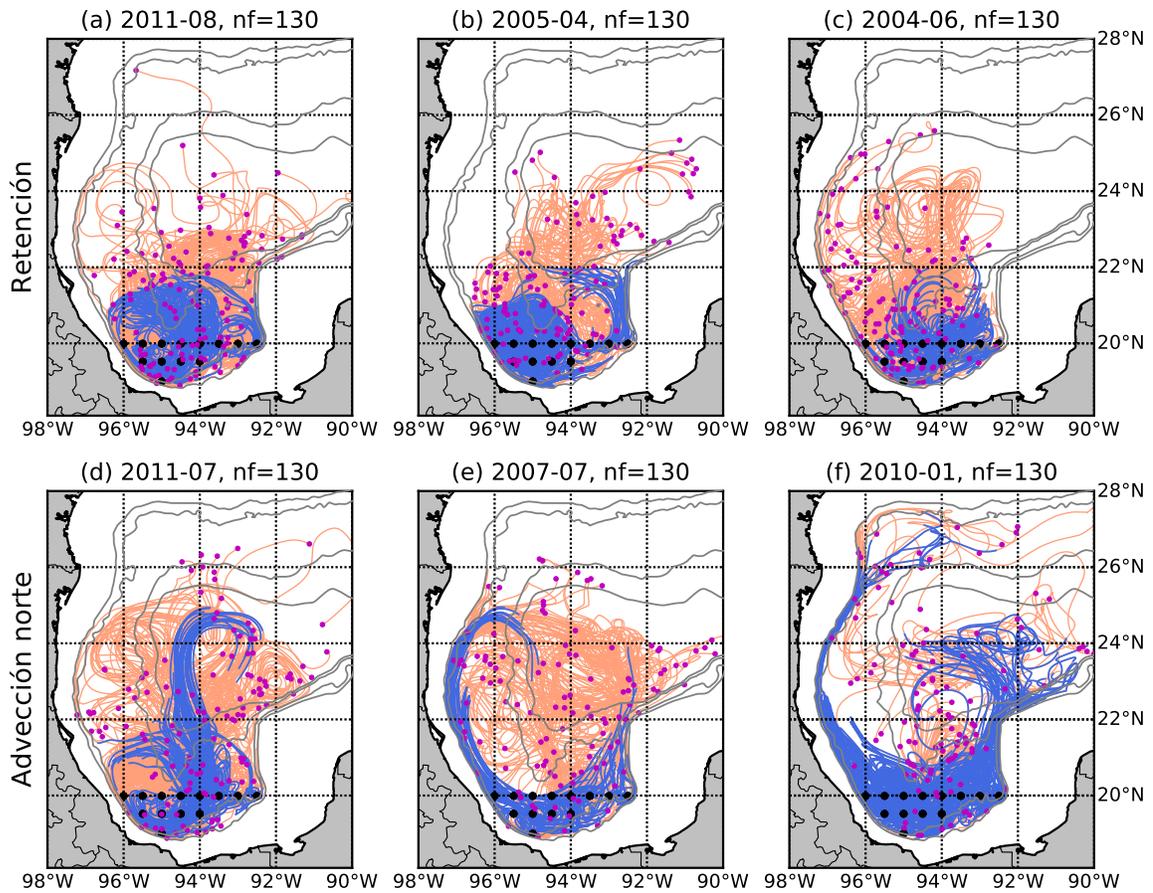


Figura 31. Similar a la figura 25 pero a 500 m de profundidad. En este caso los primeros 45 días (120 días solo para la figura f) luego del lanzamiento de cada partícula se representan con color azul, y el resto con color salmón. Las líneas grises denotan las isóbatas de 500, 1000, 3000 y 3500 m y el tiempo de vida máximo de las partículas fue 180 días.

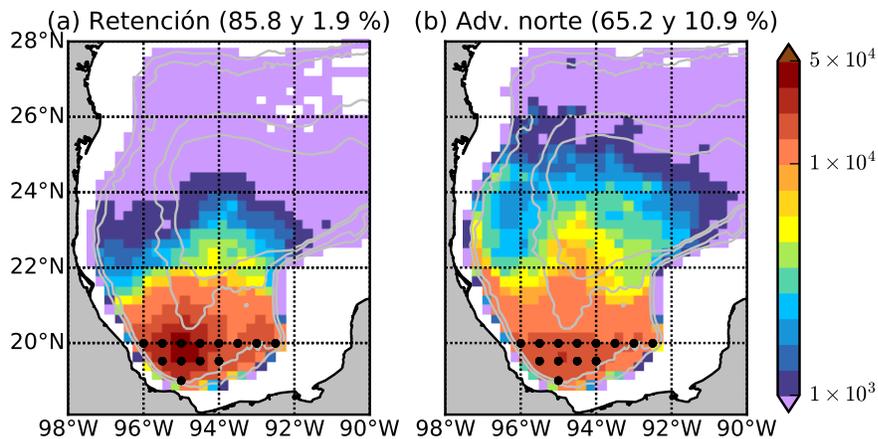


Figura 32. Similar a la figura 26 pero a 500 m de profundidad. En este caso, los datos fueron divididos entre el cociente del tiempo de rastreo a 500 y 50 m ($180/75=2.4$) para poder comparar con el caso superficial. Entonces en esta figura el color que representa zonas con menos de 1000 datos es en realidad 2400.

atrapadas en las cercanías de la parte este del giro (figura 31f). En el lanzamiento de febrero (figura no mostrada), el giro ciclónico muestra comportamiento parecido al mes anterior, aunque ahora este induce estructuras secundarias al interior de la BC que junto con el debilitamiento de las corrientes inducidas por el LCE a lo largo de la isóbata de 500 m, conducen a que este mes sea parte del escenario de retención.

Dado que en subsuperficie se cuentan con más datos (partículas rastreadas por tiempos más largos), en el histograma del total de datos disponibles (figura 32) se compensa esto dividiendo los datos con el factor 2.4 (cociente del tiempo de rastreo a 500 y 50 m). Si bien la distribución espacial de datos muestra un patrón cualitativamente similar al caso superficial, a 500 m se observa mayor cantidad de datos para ambos escenarios cerca de la zona de formación del giro ciclónico de la planicie abisal (93°-95°W y 22°-23°N), y apenas menor extensión de la zona que contiene las partículas más rápidas (datos por grilla menores a 1000). En este nivel, durante el escenario de retención se retiene menor cantidad de partículas al interior de la BC y existe menor porcentaje al norte de 24°N (3% y 0.8% menos que en superficie). Por otro lado, en el escenario de advección norte mayor número de partículas han escapado de la BC (3.4% más que a 50 m), pero menor cantidad han podido cruzar 24°N (4.6% menos que a 50 m).

Similar a lo obtenido en superficie, la dispersión absoluta a 500 m (figura 33) representa el régimen balístico y dispersión zonal subdifusiva más marcada para el escenario de retención (exponente de 0.6). Para la componente meridional, se observa dispersión superdifusiva con exponentes que superan el valor de 1.2 para el caso original y el de advección norte, mientras que se tiene dispersión aproximadamente difusiva durante la retención. En cambio en superficie, los dos primeros casos arrojan dispersión difusiva mientras que el último muestra comportamiento subdifusivo. Cabe señalar que a 500 m el análisis posterior al régimen balístico se realiza de $5\bar{T}$ - $12\bar{T}$ (27.5-66 días), ya que durante este periodo se tienen componentes de la dispersión bastante similares (zonal \approx meridional). La difusividad promedio durante este intervalo (tabla 4) arroja tendencias parecidas que en superficie, es decir, componentes de la difusividad más similares (distintas) durante el escenario de retención (advección norte). En el escenario de advección norte las difusividades son menores que a 50 m, a pesar de que a 500 m el exponente es de 1.4 en comparación de 1.0 a 50 m. Esto

es consecuencia de que en la ecuación que define a este estadístico (ecuaciones 24 y 26) también se involucra al coeficiente del ajuste, que es mayor a 50 m. Sin embargo, los valores relativos son más altos en subsuperficie ya que en este escenario $D_2/D_1 \approx 5$. Tal como a 50 m, al analizar el intervalo completo ($5\bar{T}$ -Ft) la dispersión durante la retención diverge, y las diferencias entre las componentes de la dispersión y la difusividad absoluta promedio durante la advección norte se reducen.

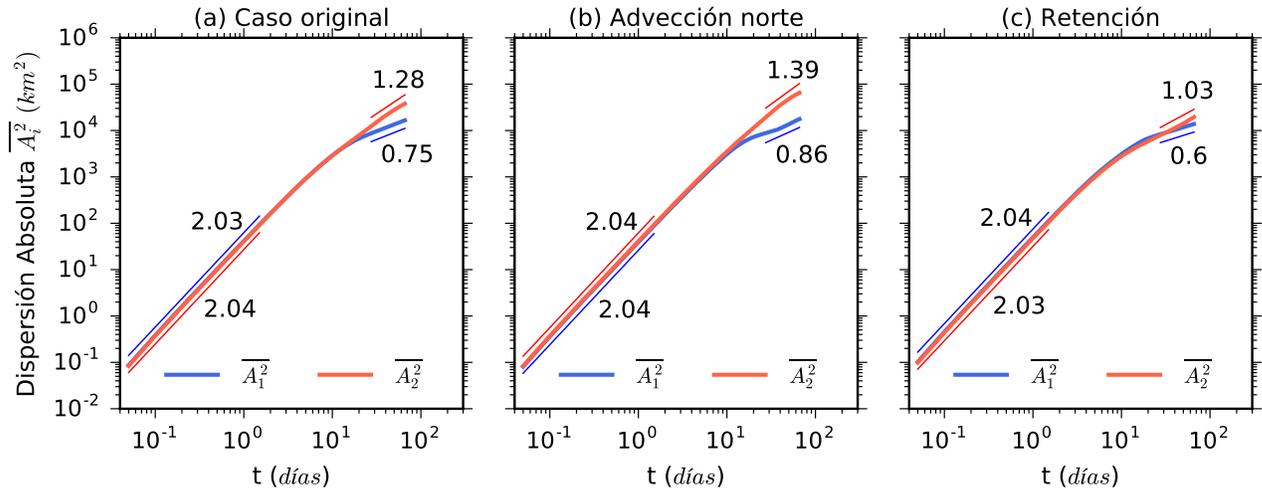


Figura 33. Similar a la figura 27 pero a 500 m de profundidad. En este caso los ajustes se realizan el intervalo $5\bar{T}$ - $12\bar{T} = 27.5$ -66 días

Tabla 4. Similar a la tabla 3 pero a 500 m de profundidad y para los intervalos $5\bar{T}$ - $12\bar{T}$ (27.5-66 días) y $5\bar{T}$ -Ft (27.5-180 días), con $\bar{T} = 5.5$ días.

Escenarios (h = 500 m)	Difusividad absoluta promedio D_i ($10^3 \text{ m}^2\text{s}^{-1}$)			
	$[5\bar{T}$ - $12\bar{T}] = 27.5$ -66 días		$[5\bar{T}$ -Ft] = 27.5-180 días	
	Zonal (i=1)	Meridional (i=2)	(i=1)	(i=2)
Caso original	1.2 \pm 0.01	4.0 \pm 0.12	1.0 \pm 0.01	3.5 \pm 0.06
Advección norte	1.4 \pm 0.05	7.3 \pm 0.35	1.2 \pm 0.03	4.9 \pm 0.16
Retención	0.9 \pm 0.01	1.7 \pm 0.03	0.7 \pm 0	2.2 \pm 0.03

Con respecto a la razón de dispersión, resultados cualitativamente similares que a 50 m son obtenidos en subsuperficie, aunque con ciertas discrepancias en tiempos y magnitudes. Para el caso original (figura 34a), se observa dispersión isotrópica con razón de ≈ 1 durante los primeros 15 días y razón entre 0.8-1.0 entre 15-25 días. Para el escenario de advección norte (figura 34b), esto se reduce a los primeros 15 días, y para la retención (figura 34c) se extiende hasta el día 50. En este último caso, se

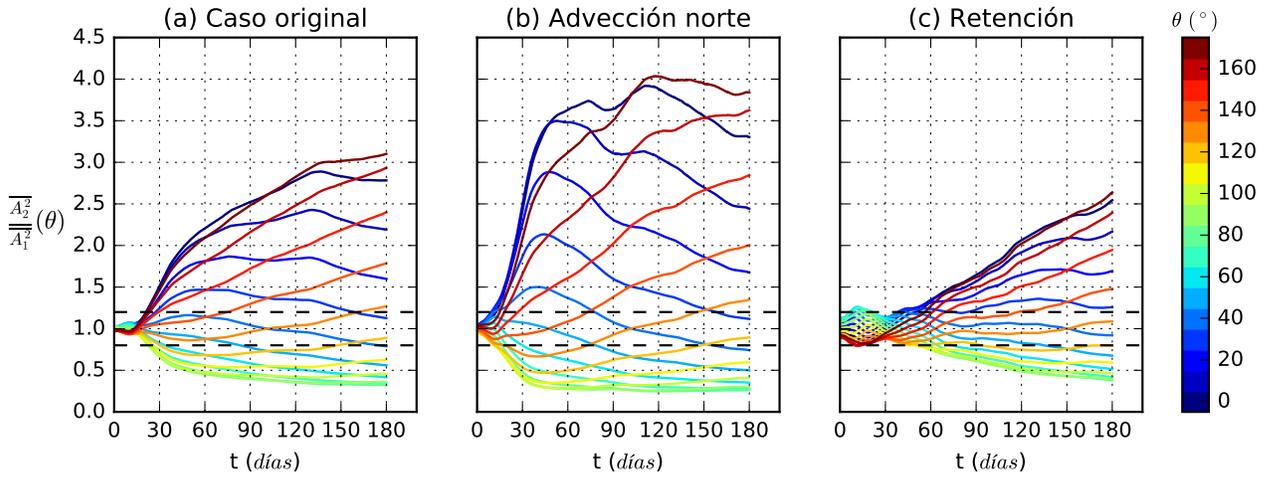


Figura 34. Similar a la figura 28 pero a 500 m de profundidad.

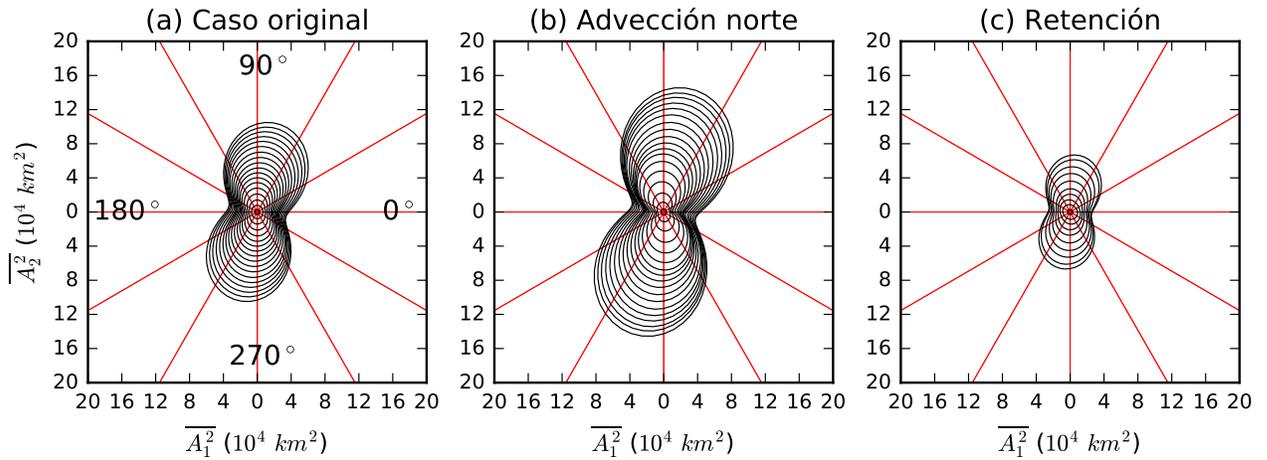


Figura 35. Similar a la figura 29 pero a 500 m de profundidad. Además, en este caso se ha representado las curvas entre 10-180 días en intervalos de 10 días para (a) el caso original y (b) el escenario de advección norte, y cada 20 días para (c) el escenario de retención.

tiene que para rotaciones de $\approx 40^\circ$ o 130° (a diferencia de 10° - 20° a 50 m) ambas componentes son prácticamente iguales durante 0-180 días, lo cual se debe a que en subsuperficie la razón de dispersión alcanza valores mayores que a 50 m. Consistente con la mayor razón de difusividades estimada a 500 m para la advección norte ($D_2/D_1 \approx 5$), la dispersión meridional crece abruptamente de 15-45 días, lo cual también se muestra para las rotaciones menores a 20° . Pasado este periodo, la razón de dispersión es mayor a 3.5 y posee máximos de hasta 3.9 en el sistema original, mientras que a 50 m la razón es siempre menor a 3.1. Para tiempos mayores a 100 días y rotación de 170° , se observa alta anisotropía (razón de ≈ 4), lo cual equivale a la rotación de 80° donde la razón es ≈ 0.25 .

Por otro lado, la alta anisotropía encontrada con la razón de dispersión también se puede visualizar con las curvas de dispersión (figura 35). Se observa máxima (y por ende mínima) dispersión para la dirección de $\approx 80^\circ$ (170°) al comparar las curvas de dispersión durante tiempos largos e incluso para todos los casos. Por consiguiente, en subsuperficie la máxima dispersión ocurre aproximadamente hacia el norte (parte abierta de la BC), mientras que la mínima dispersión se da cerca de la dirección donde la topografía de la BC limita más el movimiento (dirección zonal). En cambio, la máxima (mínima) dispersión a 50 m ocurre entre 60° - 70° (150° - 160°). Esto podría asociarse a que en superficie el Banco de Campeche no es una barrera natural (como lo es la topografía para las partículas lanzadas a 500 m); sin embargo, se visualiza poca penetración de partículas al interior de esta región (figura 26). Otra causa, podría asociarse a que existe migración de partículas hacia el noreste de la BC; no obstante, esto ocurre en ambos niveles en donde no más del 16% de los datos se encuentran al norte de 24°N en el escenario de advección norte (figuras 26b y 32b). Por consiguiente, esto tampoco explica porque que solo en superficie existe preferencia de la dispersión entre 60° - 70° . Otra posibilidad del origen de este efecto, podría deberse a que existe flujo de baja frecuencia considerado como fluctuación turbulenta (variabilidad semi-anual, estacional e interanual) que imparte movimiento a las partículas a lo largo de esta dirección pero tan solo considerable en superficie. Esto permitiría explicar lo que se observó en la figura 22a, en donde el desplazamiento zonal presentó tendencia del movimiento hacia el este para las partículas superficiales soltadas en distintas zonas de la BC.

Finalmente, se tiene que a 500 m de profundidad cada caso (caso original, escenario de retención y escenario de advección norte) arroja menor dispersión que su contraparte superficial, incluso al comparar los instantes finales de ambos niveles (75 días a 50 m y 180 días a 500 m). Esto es consecuente con un flujo subsuperficial de menor variabilidad (menor EKE, figuras 5c y 7c) y con la menor área de movilidad (limitada por la isóbata de 500 m) de las partículas soltadas en subsuperficie.

Capítulo 4. Discusión

En este trabajo se utilizó el modelo numérico ROMS así como un modelo diagnóstico de advección de partículas para el estudio del fenómeno de dispersión turbulenta en el suroeste del Golfo de México (SGM), pero tan solo bajo el marco de una partícula.

4.1. Validación

En superficie ($h = 50$ m), el modelo reprodujo el giro de Campeche (GC), la zona de llegada promedio de LCEs y la corriente costera a lo largo de la costa oeste del Golfo de México (GM). Sin embargo, a diferencia de las observaciones (Perez-Brunius *et al.*, 2013; Rodríguez, 2015; Zavala Sansón *et al.*, 2018) y de otros trabajos numéricos (Zavala-Hidalgo *et al.*, 2003; Xue *et al.*, 2013), con el modelo se obtuvo un GC promedio más débil pero con variabilidad y cambios estacionales más similares a lo estimado por algunos de estos estudios; zona de tránsito de LCEs de mayor variabilidad y extensión sur que penetró la Bahía de Campeche (BC); corriente costera a lo largo del margen oeste del GM con sentido norte durante todas las estaciones; y una corriente que fluye con la costa hacia la derecha a lo largo del Banco de Campeche que es de sentido contrario a lo reportado por otros estudios numéricos. En subsuperficie ($h = 500$ m), se encontró por lo general estructuras con energía cinética media (MKE) y energía cinética media de las fluctuaciones (MKE) un orden de magnitud menores que a 50 m. A este nivel, el modelo simuló una estructura ciclónica en la llanura abisal con centro en 94°W y 22.5°N , la cual también se detectó a 1500 m. Consistente con lo anterior, Perez-Brunius *et al.* (2013) estimó valores del mismo orden para el GC a 500 m, mientras que Pérez-Brunius *et al.* (2018) a partir de flotadores soltados entre 1500-2500 m, reportaron velocidades, MKE y MEKE del giro ciclónico de la planicie abisal bastante parecidas a lo simulado. Las discrepancias encontradas (principalmente en superficie), se están evaluando mediante el empleo de nuevas configuraciones del modelo (mejor batimetría en la plataforma, mayor coeficiente de difusividad para atenuar la intensidad de los LCEs, forzantes y condiciones de fronteras diarias, entre otras mejoras). A pesar de esto y de no tomar en cuenta la asimilación de datos, se consideró que los resultados del modelo numérico son una base de datos confiable para el estudio de la turbulencia bajo el marco de una partícula.

Otro resultado importante, radica en el hecho de que cuando se construyeron campos Eulerianos a partir de las partículas soltadas al sur de 20°N, las estructuras promedio y la variabilidad de las mismas no necesariamente coinciden en dirección y magnitud con los resultados del modelo ROMS, lo cual fue más común en las zonas que cuentan con menor cantidad de datos. Esto a pesar de considerar como mínimo 1000 datos por grilla y a tener relativamente alta cantidad de datos en comparación a estudios observacionales.

4.2. Escalas Lagrangianas

Las escalas Lagrangianas (tiempo, longitud y difusividad) brindan información sobre las escalas características del flujo turbulento en estudio, las cuales pueden ser definidas a partir de la función de autocovarianza de cada partícula (EL1) y de la función de autocorrelación promedio de las N partículas (EL2).

Valores únicos de las EL2 solo se obtuvieron para la escala Lagrangiana de tiempo T_i , que es menor que $\overline{T_i}$ de las EL1. Resultó imposible definir un único valor para las escalas de longitud y difusividad de las EL2 ya que dependen del promedio del cuadrado de las velocidades turbulentas $\overline{\sigma_i^2} = \overline{u_i'^2}$ (que puede variar con el tiempo). Si se emplea lo propuesto por Zavala Sansón *et al.* (2018), es decir, $\overline{\sigma_i^2}$ en $t = T_i$, se obtienen $EL1 > EL2$, mientras que valores más parecidos son obtenidos al emplear el valor máximo de $\overline{\sigma_i^2}$. Esto implica que la cota superior de estas escalas es prácticamente la misma al margen del método empleado; y que la turbulencia medida con respecto a $\overline{\sigma_i^2}$ no es del todo estacionaria, ya este parámetro aumenta durante los instantes iniciales cuando las partículas soltadas al interior de la BC se dirigen a zonas de mayor variabilidad, y se estabiliza a medida que ocurre mayor migración norte de las mismas.

Por simplicidad en este estudio, se despreció la dispersión vertical y su efecto sobre la dispersión horizontal, es decir, se restringió a las partículas a moverse a profundidad constante. En el estudio de Zavala Sansón *et al.* (2017a) se estimó que las boyas se desplazaron como máximo 20 m de su profundidad nominal. Los resultados obtenidos para las escalas Lagrangianas, sugieren que en las capas superficiales ($h = 10$ y 50 m) la estadística prácticamente no cambia, lo cual se atribuye a que las partículas tendieron a moverse en regiones fuera del Banco de Campeche, en donde existe poco

corte vertical de las corrientes superficiales. Por consiguiente, el efecto de la variación estacional de la profundidad de la capa de mezcla en las inmediaciones de la zona de lanzamiento de partículas (10-20 m en verano y 50-60 m en invierno) sobre las escalas Lagrangianas parece no ser tan importante. Estas cuestiones deberían ser evaluadas en estudios de fenómenos a escalas más pequeñas, es decir, cuando la submesoescala (escalas espaciales de 0.1-10 Km; Thomas *et al.* (2008)) sea resuelta por el modelo. A mayores profundidades, la escala Lagrangiana de tiempo aumentó en comparación con la superficie. Esto permitió sugerir que en el SGM las partículas más profundas poseen mayor “memoria” (tienen aún autocorrelación de velocidad significativamente no nula); sin embargo, este comportamiento depende de las características turbulentas de la región de estudio (Berloff *et al.* 2002). Por otro lado, el cambio más abrupto del MS de velocidades que el de la escala Lagrangiana de tiempo con la profundidad, condujo a que las escalas de longitud y difusividad sean menores que en la superficie.

Los resultados obtenidos para las escalas Lagrangianas fueron mayores que lo estimado por Zavala Sansón *et al.* (2018), lo cual se debe posiblemente a la falta de variabilidad de alta frecuencia cuando se emplean forzamientos mensuales en una simulación (Bracco *et al.*, 2003). Sin embargo, en consistencia con este estudio se obtuvieron escalas apenas anisotrópicas (meridional > zonal).

El análisis de la variación horizontal y temporal de las escalas Lagrangianas solo fue posible con las EL1, ya que el MS de velocidades de las EL2 fue muy variable y no permitió obtener valores apropiados de las escalas de longitud y difusividad. Se encontró que sin importar el nivel en el que se sueltan las partículas, estas escalas pueden ser consideradas como homogéneas y estacionarias ya que su variación espacial e interanual fue menor a una y media desviación estándar respectivamente. Sin embargo, se observaron indicios que cerca del Banco de Campeche (longitudes > 94°W), en donde la variabilidad de las velocidades es menor, las partículas recuerdan por más tiempo pero en menor distancia sus trayectorias y se dispersan más lentamente.

4.3. Dispersión absoluta

Las escalas Lagrangianas, la dispersión y la difusividad absoluta requieren el empleo de variables (posiciones y velocidades) residuales o turbulentas. Como ya se ex-

plicó variables turbulentas se obtienen directamente al adveccionar partículas en un campo turbulento, que en principio, en problemas con fronteras abiertas (o lejos de estas), arrojan estadísticas homogéneas, estacionarias e isotrópicas, ya que no poseen flujo medio cuando se promedian varias realizaciones (Rosas, 2008; Flores, 2017). Por otra parte, variables residuales se obtienen luego de remover el efecto del flujo medio sobre las trayectorias de partículas adveccionadas por fluidos geofísicos, por ejemplo: boyas en el océano o globos en la atmósfera (LaCasce, 2008). En este estudio, en el que se trató de representar lo que ocurre en la naturaleza mediante el modelado numérico de alta complejidad, se obtuvieron variables residuales (caso residual: CR) así como una aproximación de las variables turbulentas (caso turbulento: CT) de las partículas.

Para tiempos menores al promedio de las componentes de las escalas lagrangianas de tiempo de las EL2 ($\bar{T} = (T_1 + T_2)/2$), ambos casos arrojaron comportamiento similar y describieron dispersión acorde con el régimen balístico (proporcional a t^2). Para tiempos relativamente mayores a \bar{T} , se encontraron curvas de dispersión cada vez más distintas cuando se compararon ambos métodos a un mismo nivel. Esto se debe a que las partículas adveccionadas por estos casos se encuentran en regiones cada vez más distantes, y a que se encontró que el CR induce efectos no realistas sobre las trayectorias que empeora al transcurrir el tiempo. En consecuencia, el problema fundamental del CR radica en que las partículas no son adveccionadas directamente por la parte del flujo que es considerada como turbulenta (Berloff et al., 2002a). Adicionalmente, se observó que al emplear las variables del CT en vez de las del CR se corrige en mejor forma los defectos que pueda tener la simulación (encontrados principalmente sobre la plataforma), ya que en este caso se remueve el promedio al campo Euleriano antes de adveccionar partículas. Por estos motivos, solo se estimaron las escalas Lagrangianas para el CT y en el resto de resultados únicamente se empleó este caso.

En el estudio de dispersión de Zavala Sansón *et al.* (2018), se encontró dispersión meridional cualitativamente similar al régimen difusivo (durante 10-60 días), tal como se estimó cuantitativamente con lo simulado pero de 15-75 días (exponente de 0.92). Por otra parte, en dicho estudio se encontró dispersión zonal prácticamente constante de 20-100 días, a diferencia del comportamiento difusivo en lo simulado (exponente de 0.97). Esto se puede atribuir a diferencias entre el flujo real y simulado, y a que ellos removieron el efecto del flujo medio tal como se hizo con el CR, el cual tiene el

potencial de introducir efectos no deseados en la dispersión. Adicionalmente, parece contradictorio lo encontrado por los mismo autores en su estudio con dos partículas en la misma región y con la misma base de datos (Zavala Sansón *et al.*, 2017a), ya que la dispersión relativa zonal mostró crecimiento cualitativamente similar al régimen difusivo durante 30-60 días. Ambos marcos (dispersión de una y de dos partículas) son comparables durante este régimen, ya que asintóticamente la dispersión relativa es el doble de la absoluta (Batchelor, 1950). A pesar de estas discrepancias entre lo medido y simulado, se prosiguió con el análisis para $h = 500$ m (en donde no se contó con estudios de dispersión con datos). En este nivel el modelo arrojó dispersión zonal anómala subdifusiva de 27.5-180 días (exponente de 0.76), mientras para la componente meridional fue aproximadamente difusiva (exponente de 1.08).

Con respecto a la difusividad absoluta promedio D_i , calculada en el mismo intervalo que el segundo régimen de la dispersión, ambas componentes mostraron decremento con el aumento de la profundidad y mayor anisotropía (meridional $>$ zonal) que lo estimado con la escala Lagrangiana de difusividad. En el caso idealizado de dominios con fronteras abiertas y turbulencia homogénea y estacionaria (Taylor, 1921), ambos métodos deberían arrojar resultados idénticos, lo cual se cumplió aproximadamente solo al comparar D_2 con la escala de difusividad meridional K_2 que emplea el valor de $\overline{\sigma_i^2}$ en $t = T_i$ (tabla 2).

Las diferencias encontradas en la dispersión absoluta según la zona de lanzamiento de partículas y el año en que se soltaron no distaron demasiado de la dispersión promedio. Por este motivo, se consideró cualitativamente a la turbulencia medida con este estadístico como homogénea y estacionaria, lo cual justifica el cálculo de la dispersión cuando se emplearon las N partículas disponibles en todos los años y puntos de lanzamiento. Por consiguiente, no se pudo atribuir del todo a la costa o a la topografía como los responsables de la anisotropía observada en ambas profundidades (meridional $>$ zonal). En cambio, se encontró que a 500 m ambas componentes de la dispersión y de la difusividad fueron mucho menores que a 50 m, y solo valores comparables se llegaron a obtener cuando transcurrió aproximadamente el triple del tiempo que en superficie, lo cual es consecuencia de que a este nivel las estructuras presentes dispersan más lentamente partículas.

4.4. Escenarios de dispersión

En los estudios con boyas de deriva de Rodríguez (2015) y de Zavala Sansón *et al.* (2017a), se concluyó que la existencia e interacción del GC con los LCEs que arriban al SGM inducen principalmente retención de partículas superficiales al interior de la BC (sur de 22°N) y advección de las mismas hacia el norte. Con base en la metodología que usaron, en este estudio se propuso una nueva forma de clasificar escenarios, la cual toma en cuenta las características del flujo mediante la escala Lagrangiana de tiempo.

Básicamente, el método consiste en calcular el porcentaje mensual de partículas que permanecen al sur de 22°N (o cruzan en algún momento 24°N) transcurridos t días de sus lanzamientos. Los meses con porcentaje $>$ al promedio total $+ 1/3$ de la desviación estándar son considerados temporalmente como retención (advección norte), y se descartan los que pertenecen a ambos escenarios. Esto se repite para cada t del intervalo $[15\bar{T} \leq t \leq \text{mínimo}(30\bar{T}, Ft)]$ con $\Delta t = 0.5\bar{T}$ y Ft es el tiempo de rastreo máximo de partículas. Finalmente el escenario de retención (advección norte) corresponda a los meses en común de dicho intervalo.

A 50 m de profundidad, se observó que durante el 24 % de los meses las fluctuaciones retuvieron en la BC más del 40 % de partículas transcurridos 74.2 días de sus lanzamientos. Además, se tiene que durante el 26 % de los meses más del 43 % de las partículas cruzaron en algún momento 24°N transcurrido dicho tiempo. Por otra parte, a 500 m durante el 18 % de los meses se retuvo en la BC más del 37 % de partículas subsuperficiales transcurridos 165 días, mientras que durante el 19 % de los meses más del 28 % de las partículas cruzaron en algún momento 24°N transcurrido este tiempo. Esto indica que a pesar de que ha transcurrido más tiempo a 500 m, menor cantidad de partículas han cruzaron esta latitud (15 % menos que a 50 m).

Retención de partículas al interior de la BC ocurrió cuando el GC se encontró bien formado, al cual le favoreció periodos de ausencia de LCEs o con interacciones GC-LCEs bastante despreciables. Adicionalmente, se observó mayor retención de las estructuras anticiclónicas formadas en la posición promedio del GC. Estas se originaron por fusión de remolinos anticiclónicos esporádicos que formaron parte del flujo turbulento del modelo con núcleos de vorticidad negativa desprendidos hacia el sur a lo largo de

la plataforma cuando los LCEs impactaron con esta. Por último, también contribuyeron con este escenario los meses de ausencia de estructuras de intensidad y tamaño comparable a las dos anteriores. Por otro lado, el escenario de advección norte se caracterizó principalmente por presencia de LCEs e interacciones de estos con otras estructuras del SGM y la plataforma, de tal forma que favorecieron la migración de partículas hacia el norte principalmente por convergencias entre 95°-94°W y corrientes inducidas por estos cerca de la costa oeste del GM. En subsuperficie, la situación fue similar, salvo que las estructuras de mesoescala fueron de menor intensidad, lo cual fue más marcado para los LCEs y las corrientes que indujeron al impactar con la isóbata de 500 m. Asimismo, se observó influencia de un giro ciclónico formado en la posición promedio del giro ciclónico de la planicie abisal, por lo menos durante el evento en particular analizado (enero-mayo del 2010), el cual no contribuyó claramente a alguno de los escenarios ya que retuvo partículas en su parte este entre 22°-24°N.

Ambas componentes de la dispersión absoluta fueron cualitativamente similares para el escenario de retención (zonal \approx meridional) durante tiempos menores a $15\bar{T}$ (42 días) a 50 m y $12\bar{T}$ (66 días) a 500 m; sin embargo, en ambos niveles se observó dispersión zonal más subdifusiva (exponentes de ≈ 0.6) que en el caso original (cuando se emplean todos los meses disponibles). Pasado este periodo, el Banco de Campeche o la topografía limitan el movimiento zonal de las partículas más cercanas a estas fronteras, mientras que los LCEs que pasaron desapercibidos tienen ahora el potencial de inducir movimiento hacia el norte, motivo por el cual la dispersión fue anisotrópica (meridional $>$ zonal). En el escenario de advección norte se obtuvo componentes similares para la dispersión durante tiempos menores a $2\bar{T}$ (5.6 días a 50 m y 11 días a 500 m), mientras que luego de este periodo la anisotropía fue más marcada en comparación al caso original. En superficie (subsuperficie) se observó dispersión meridional difusiva (superdifusiva) con exponente de ≈ 1.0 (1.4). Sin embargo, la difusividad meridional promedio en el escenario de advección norte fue mayor en superficie ($17.5 \times 10^3 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$), lo cual reluce que la más alta migración de partículas hacia el norte ocurre durante este escenario y a este nivel. Este valor es del orden de las difusividades reportadas por Zhurbas y Oh (2004) en las regiones más energéticas del Atlántico (la zona que contiene a la corriente del Golfo, el Caribe, la región ecuatorial, entre otras); sin embargo, ellos emplearon la metodología propuesta por Davis (1987), quién indicó que existe posible sobreestimación de las difusividades calculadas a partir de la disper-

sión absoluta. Esto sugiere que en trabajos futuros, sería ventajoso emplear el método propuesto por ellos, ya que este método no requiere como condición la homogeneidad de la turbulencia y funciona mejor para flujos anisotrópicos.

Al evaluar el concepto más general de isotropía mediante la razón de dispersión, se obtuvieron resultados cualitativamente similares en ambos niveles, aunque con ciertas diferencias en tiempos y magnitudes. Se encontró la existencia de una fase isotrópica en el caso original y en cada uno de los escenarios (independencia de las rotaciones del sistema coordenado), que fue más corta en el escenario de advección norte ($2\bar{T}$) y de mayor extensión durante la retención (30 días a 50 m y 50 días a 500 m). Solo en el escenario de retención, se determinó que para rotaciones entre $10-20^\circ$ ($\approx 40^\circ$) a 50 (500) m, ambas componentes de la dispersión fueron prácticamente iguales durante 0-75 (0-180) días. Esta discrepancia de los ángulos de rotación se debe a la orientación de las curvas de dispersión (definidas en el espacio $\overline{A_1^2} - \overline{A_2^2}$) que se observaron en cada profundidad. Consistente con la alta razón de difusividades (D_2/D_1) estimada durante la advección norte en ambos niveles, la dispersión meridional creció abruptamente luego de su fase isotrópica. Esto indica que las partículas recorrieron distancias preferentemente meridionales en intervalos de tiempo pequeños en comparación a su tiempo de vida, tal como se mostró en las trayectorias de partículas de algunos casos de este escenario. En cambio, durante el escenario de retención se observó crecimiento paulatino de la razón de dispersión en el sistema original. Esto es consecuencia de estructuras retentivas que capturan gran cantidad de partículas por tiempos prolongados al interior de la BC, las cuales tratan de inhibir la migración natural de las mismas hacia el norte y por ende el aumento abrupto de la razón de dispersión.

En resumen, el modelo numérico reprodujo cualitativamente lo observado y cumplió con condiciones teóricas de la turbulencia (homogeneidad y estacionariedad), así como con los regímenes teóricos de la teoría de Taylor (1921) en gran parte de los casos. En consecuencia, el modelo empleado fue apropiado para el estudio de la dispersión turbulenta bajo el marco de una partícula. No obstante, se deben corregir las falencias que mostró (principalmente en las corrientes de plataforma), y trabajar con configuraciones más realistas (mejor batimetría, forzantes diarios, entre otras mejoras) en futuros estudios de dispersión turbulenta o de tipo ambiental.

Capítulo 5. Conclusiones

A pesar de las discrepancias encontradas entre el modelo numérico y otros trabajos basados en datos y simulaciones en el suroeste del Golfo de México (SGM), se consideró a los resultados del modelo como una buena aproximación de lo que ocurre en la realidad. Esto es justificable en estudios como el que se acaba de realizar, en donde lo que importa es la estadística y no lo que ocurre en un instante en particular, ya que esto último requiere por lo general del empleo de modelos con asimilación de datos.

Al emplear las variables del caso turbulento (CT) en vez de las del caso residual (CR), se corrigió mejor los posibles defectos de la simulación (principalmente sobre la plataforma). Además, se observó que pasado el régimen balístico, el CR induce efectos no realistas en la dispersión cuando se corrigen las trayectorias, lo cual empeora cuando transcurre el tiempo. Esto sugiere que se debe tomar con precaución las estimaciones de la dispersión absoluta para tiempos relativamente largos, cuando las partículas no sean advectadas directamente por la componente del campo considerada como turbulenta (Berloff *et al.*, 2002a). Tal es el caso de estudios numéricos que emplean el campo total, y de estudios con boyas de deriva (o globos en la atmósfera) en donde no se puede evitar esto.

Se encontró escalas Lagrangianas bastante similares en las capas superficiales ($h = 10$ y 50 m), debido a que las partículas tendieron a moverse sobre regiones profundas en donde existe en promedio poco corte vertical de las velocidades superficiales. Esto permitió sugerir que el efecto de la variación estacional de la capa de mezcla sobre este estadístico parece no ser tan importante en el SGM. A mayores profundidades se encontró que las partículas “recuerdan” por más tiempo pero en menor distancia sus trayectorias y describen zonas donde la rapidez con la que se dispersan es más lenta. La estimación de estos parámetros es útil, ya que brindan información sobre el intervalo de tiempo necesario para que dos lanzamientos consecutivos en un mismo punto puedan ser considerados independientes, y la distancia durante la cual ocurre esto para lanzamientos simultáneos.

Con base en la metodología empleada por estudios previos de dispersión en el SGM, en esta tesis se propuso un método sistemático para la clasificación de escenarios, el cual resultó ser bastante apropiado ya que se aplicó satisfactoriamente a 50 y 500

m. En el escenario de retención, asociado a meses donde se retuvo partículas al interior de la Bahía de Campeche (BC) y con dispersión menos anisotrópica que el caso original (todos los meses disponibles), se detectaron eventos a 50 m en donde predominaron: i) el Giro de Campeche (GC), al cual le favoreció periodos de ausencia de LCEs o con interacciones GC-LCEs despreciables; ii) remolinos anticiclónicos formados en la zona habitual del GC pero mucho más retentivos; y iii) los meses de ausencia de estructuras de intensidad y tamaño comparable a las dos anteriores en combinación con LCEs alejados de las fronteras de la BC. Por otro lado, el escenario de advección norte, asociado a meses en que las partículas cruzaron el algún momento 24°N y a alta anisotropía de la dispersión (meridional $>$ zonal), se caracterizó principalmente por presencia de LCEs e interacciones de este con otras estructuras del SGM y la plataforma, de tal forma que favorecieron la migración de partículas hacia el norte. Tanto es así, que a 50 m la difusividad meridional promedio fue de $17.5 \times 10^3 \text{m}^2 \text{s}^{-1}$ (3 veces lo zonal), que es del orden de las difusividades típicas de las regiones más energéticas del Atlántico. No obstante, estas difusividades fueron calculadas con otra metodología (Davis, 1987; Zhurbas y Oh, 2004), que sugiere posible sobreestimación de la difusividad obtenida a partir de la dispersión absoluta. Finalmente, en subsuperficie (500 m) se presentó una situación similar pero con estructuras de mesoescala menos energéticas y con dispersión absoluta y difusividad absoluta promedio de menor valor.

En términos de las escalas Lagrangianas, la dispersión y la difusividad absoluta promedio, el empleo del modelado numérico permitió representar cualitativamente las características turbulentas observadas en el SGM. Los resultados obtenidos con estos estadísticos muestran aproximadamente que el flujo empleado para la advección de partículas cumple con la condición teórica de homogeneidad y estacionariedad. Asimismo, se encontró escalas Lagrangianas con componentes zonales \approx meridionales y bajo ciertas condiciones o escenarios para la dispersión absoluta. Se mostró que la dispersión absoluta es independiente a la rotación del sistema coordenado (isotrópica), solo hasta el tiempo en que las fronteras (costa, Banco de Campeche, e isóbatas en las zonas más profundas) y las estructuras que inducen predominantemente advección norte (LCEs) empiezan a afectar la libre dispersión de las partículas. Finalmente, se sugiere que el modelo numérico tiene el potencial de ser empleado en estudios con enfoque de tipo ambiental al interior del SGM, si por lo menos las deficiencias encontradas en la simulación (principalmente en la plataforma) son corregidas.

Literatura citada

- Batchelor, G. (1950). The application of the similarity theory of turbulence to atmospheric diffusion. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, **76**(328): 133–146.
- Beltrán, B. N. (2018). Identificación de señales atrapadas al talud en el Golfo de México relacionadas con la Corriente de Lazo y sus remolinos a partir de simulaciones numéricas. *Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*, p. 34p.
- Berloff, P. S. y McWilliams, J. C. (2002). Material transport in oceanic gyres. Part II: Hierarchy of stochastic models. *Journal of Physical Oceanography*, **32**(3): 797–830.
- Berloff, P. S., McWilliams, J. C., y Bracco, A. (2002a). Material transport in oceanic gyres. part i: Phenomenology. *Journal of Physical Oceanography*, **32**(3): 764–796.
- Beron-Vera, F. J. y LaCasce, J. (2016). Statistics of simulated and observed pair separations in the Gulf of Mexico. *Journal of Physical Oceanography*, **46**(7): 2183–2199.
- Bracco, A., LaCasce, J., y Provenzale, A. (2000a). Velocity probability density functions for oceanic floats. *Journal of physical oceanography*, **30**(3): 461–474.
- Bracco, A., Chassignet, E. P., Garraffo, Z. D., y Provenzale, A. (2003). Lagrangian velocity distributions in a high-resolution numerical simulation of the North Atlantic. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **20**(8): 1212–1220.
- Cetina, P., Candela, J., Sheinbaum, J., Ochoa, J., y Badan, A. (2006). Circulation along the Mexican Caribbean coast. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **111**(C8).
- Cordero, Q. N. (2015). Variabilidad estacional de la circulación inducida por viento en el Golfo de Campeche. *Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*, p. 48p.
- Cushman-Roisin, B., Tang, B., y Chassignet, E. P. (1990). Westward motion of mesoscale eddies. *Journal of Physical Oceanography*, **20**(5): 758–768.
- Davis, R. E. (1987). Modeling eddy transport of passive tracers. *Journal of Marine Research*, **45**(3): 635–666.
- DiMarco, S. F., Nowlin, W. D., y Reid, R. (2005). A statistical description of the velocity fields from upper ocean drifters in the Gulf of Mexico. *GEOPHYSICAL MONOGRAPH-AMERICAN GEOPHYSICAL UNION*, **161**: 101.
- Dubranna, J., Pérez-Brunius, P., López, M., y Candela, J. (2011). Circulation over the continental shelf of the western and southwestern Gulf of Mexico. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **116**(C8).
- Flores, R. L. (2017). Estadística Lagrangiana de la turbulencia bidimensional en un dominio finito. *Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*, p. 64p.
- Hamming, R. W. (1959). Stable predictor-corrector methods for ordinary differential equations. *Journal of the ACM (JACM)*, **6**(1): 37–47.
- Haza, A. C., Poje, A. C., Özgökmen, T. M., y Martin, P. (2008). Relative dispersion from a high-resolution coastal model of the Adriatic Sea. *Ocean Modelling*, **22**(1-2): 48–65.

- Inda, D. H. (2015). Características lagrangianas y conectividad en el Pacífico Oriental Mexicano. *Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*, p. 65p.
- Jackett, D. R. y McDougall, T. J. (1995). Minimal adjustment of hydrographic profiles to achieve static stability. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, **12**(2): 381–389.
- LaCasce, J. (2008). Statistics from Lagrangian observations. *Progress in Oceanography*, **77**(1): 1–29.
- Lugo-Fernández, A. y Leben, R. R. (2010). On the linear relationship between Loop Current retreat latitude and eddy separation period. *Journal of Physical Oceanography*, **40**(12): 2778–2784.
- Marinone, S. (2012). Seasonal surface connectivity in the Gulf of California. *Estuarine, Coastal and Shelf Science*, **100**: 133–141.
- Marinone, S., Ulloa, M., Parés-Sierra, A., Lavín, M., y Cudney-Bueno, R. (2008). Connectivity in the northern Gulf of California from particle tracking in a three-dimensional numerical model. *Journal of Marine Systems*, **71**(1-2): 149–158.
- Milne, W. E. (1926). Numerical integration of ordinary differential equations. *The American Mathematical Monthly*, **33**(9): 455–460.
- Parés-Sierra, A., Flores-Morales, A. L., y Gómez-Valdivia, F. (2018). An efficient markovian algorithm for the analysis of ocean currents. *Environmental Modelling & Software*, **103**: 158–168.
- Perez-Brunius, P., García-Carrillo, P., Dubranna, J., Sheinbaum, J., y Candela, J. (2013). Direct observations of the upper layer circulation in the southern Gulf of Mexico. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, **85**: 182–194.
- Pérez-Brunius, P., Furey, H., Bower, A., Hamilton, P., Candela, J., García-Carrillo, P., y Leben, R. (2018). Dominant circulation patterns of the deep Gulf of Mexico. *Journal of Physical Oceanography*, **48**(3): 511–529.
- Pope, S. B. (2001). Turbulent flows.
- Poulain, P.-M. y Niiler, P. P. (1989). Statistical analysis of the surface circulation in the California Current System using satellite-tracked drifters. *Journal of Physical Oceanography*, **19**(10): 1588–1603.
- Provenzale, A. (1999). Transport by coherent barotropic vortices. *Annual review of fluid mechanics*, **31**(1): 55–93.
- Rodríguez, O. J. (2015). Conectividad del golfo de Campeche con el resto del golfo de México a partir de datos lagrangianos reales y simulados. *Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*, p. 58p.
- Rosas, C. A. (2008). Dispersión en un flujo turbulento bidimensional en presencia de una frontera. *Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*, p. 63p.

- Salmon, R. (1980). Baroclinic instability and geostrophic turbulence. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, **15**(1): 167–211.
- Shchepetkin, A. F. y McWilliams, J. C. (2005). The regional oceanic modeling system (ROMS): a split-explicit, free-surface, topography-following-coordinate oceanic model. *Ocean modelling*, **9**(4): 347–404.
- Sosa, G. E. (2014). Caracterización de la estructura vertical de los remolinos de mesoescala en el Golfo de México. *Tesis de Maestría en Ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Mexico*, p. 71p.
- Sturges, W., Chassignet, E., y Ezer, T. (2004). Strong mid-depth currents and a deep cyclonic gyre in the Gulf of Mexico: Final report. U.S. Dept. of the Interior, Minerals Management Service, Gulf of Mexico OCS Region, New Orleans, LA. OCS Study MMS 2004-040. Reporte técnico.
- Sutyrin, G. G. y Grimshaw, R. (2010). The long-time interaction of an eddy with shelf topography. *Ocean Modelling*, **32**(1-2): 25–35.
- Taylor, G. I. (1921). Diffusion by continuous movements. *Proceedings of the London mathematical society*, **2**(1): 196–212.
- Thomas, L. N., Tandon, A., y Mahadevan, A. (2008). Submesoscale processes and dynamics. *Ocean modeling in an Eddy Regime*, **177**: 17–38.
- Xue, Z., He, R., Fennel, K., Cai, W.-J., Lohrenz, S., y Hopkinson, C. (2013). Modeling ocean circulation and biogeochemical variability in the Gulf of Mexico. *Biogeosciences*, **10**(11).
- Zavala-Hidalgo, J., Morey, S. L., y O'Brien, J. J. (2003). Seasonal circulation on the western shelf of the Gulf of Mexico using a high-resolution numerical model. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **108**(C12).
- Zavala Sansón, L. (2015). Surface dispersion in the gulf of California. *Progress in Oceanography*, **137**: 24–37.
- Zavala Sansón, L. y Van Heijst, G. (2000). Interaction of barotropic vortices with coastal topography: Laboratory experiments and numerical simulations. *Journal of physical oceanography*, **30**(9): 2141–2162.
- Zavala Sansón, L., Perez-Brunius, P., y Sheinbaum, J. (2017a). Surface relative dispersion in the southwestern gulf of Mexico. *Journal of Physical Oceanography*, **47**(2): 387–403.
- Zavala Sansón, L., Perez-Brunius, P., y Sheinbaum, J. (2017b). Point source dispersion of surface drifters in the southern Gulf of Mexico. *Environmental Research Letters*, **12**(2): 024006.
- Zavala Sansón, L., Sheinbaum, J., y Pérez-Brunius, P. (2018). Single-particle statistics in the southern gulf of Mexico. *GEOFÍSICA INTERNACIONAL*, **57**(2): 139–150.
- Zhurbas, V. y Oh, I. S. (2004). Drifter-derived maps of lateral diffusivity in the Pacific and Atlantic oceans in relation to surface circulation patterns. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **109**(C5).

Apéndice A. Validación estacional del modelo ROMS

En esta caso solo se ha empleado los resultados del modelo numérico (marzo-2003 a febrero-2013) para representar promedios en cada una de las estaciones, definidas como: primavera (marzo-mayo), verano (junio-agosto), otoño (septiembre-noviembre) e invierno (diciembre-febrero).

a) Sección horizontal

Se observa que a 50 m el giro de Campeche (GC) se encuentra presente en todas las estaciones excepto en primavera, el cual es más intenso en otoño-invierno que en verano (figura 36). El rotacional del esfuerzo del viento a lo largo del GC es similar para cada par de estaciones contiguas, pero más intenso en primavera-verano que en otoño-invierno. Estos resultados están acorde con los indicios encontrados por DiMarco *et al.* (2005) y Perez-Brunius *et al.* (2013) en sus estudios con boyas, y con lo reportado por Xue *et al.* (2013) en su simulación numérica, aunque en este último caso el GC estuvo presente en todas las estaciones. Por otro lado, la corriente costera simulada por el modelo no captura el cambio de dirección hacia el sur en otoño-invierno reportado por Zavala-Hidalgo *et al.* (2003) y Xue *et al.* (2013) en sus simulaciones, y por Dubranna *et al.* (2011) en su estudio con estaciones. Sin embargo, en este último caso, que representa mejor la realidad, solo se contó con menos de dos años de datos. Por último, el modelo empleado reproduce la corriente que fluye con la costa hacia la derecha a lo largo del Banco de Campeche durante todas las estaciones, la cual es de dirección contraria a lo reportado por los dos estudios numéricos antes mencionados.

b) Sección vertical en 20°N

La estructura vertical de la velocidad meridional (v) en 20°N, revela que en primavera el GC no se encuentra bien formado ya que posee velocidades que apenas superan los 5 cm/s en los primeros 300 m de profundidad, mientras que por debajo de estas capas únicamente existen valores de este orden cerca de la costa (figura 37c). En el resto de las estaciones, el GC es fácilmente identificable por el par de velocidades de signo opuesto que presenta, con parte costera ($v < 0$) mucho más intensa (figuras 37f, 38c y 38f). Esta se extiende en verano entre 100-140 km de distancia a la costa y exhibe velocidades de 15 a 20 cm/s en subsuperficie (100-800 m), mientras que en otoño-invierno abarca entre 130-180 Km y velocidades entre 20-25 cm/s en las capas

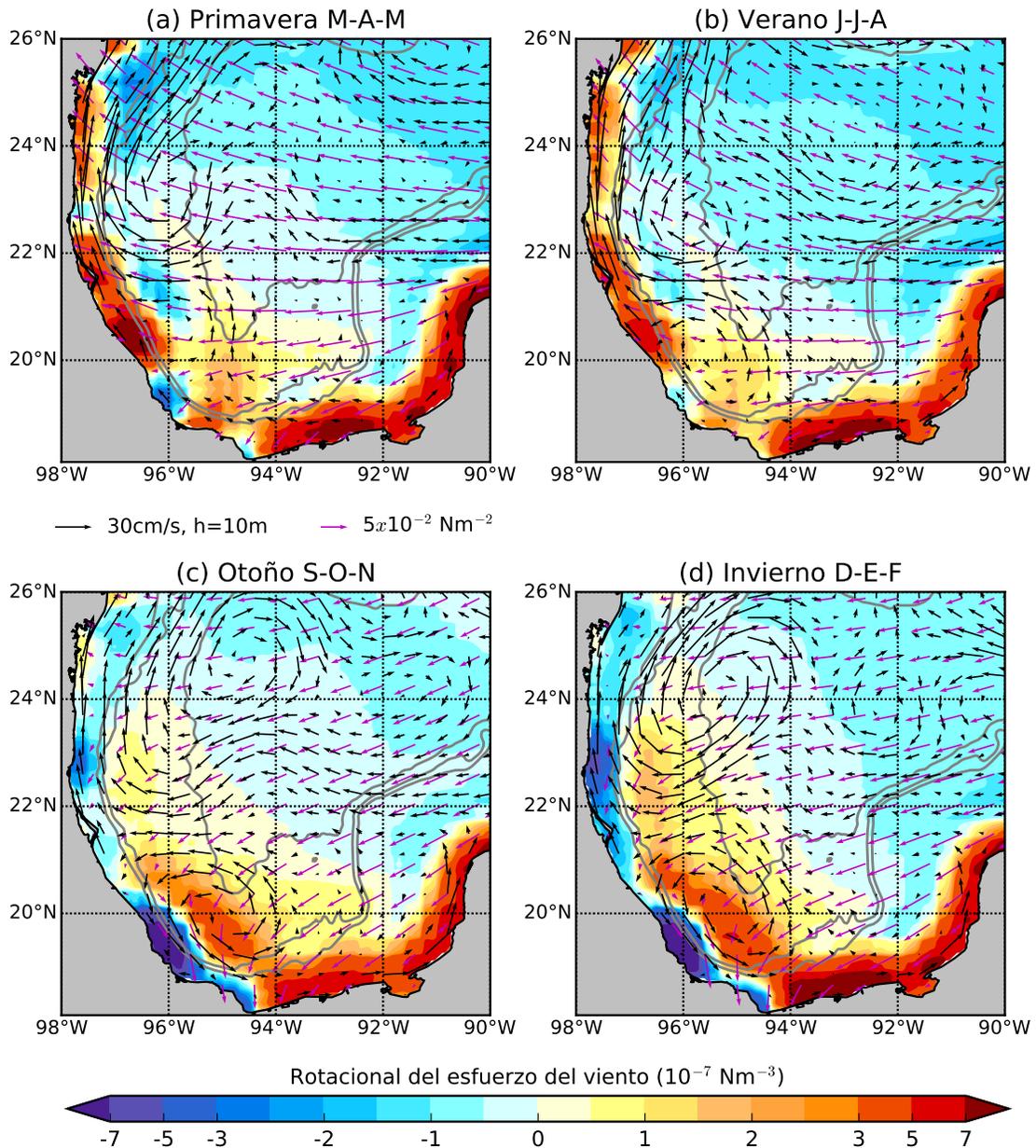


Figura 36. Rotacional del esfuerzo de viento empleado por el modelo (colores) en 10^{-7} Nm^{-3} , esfuerzo del viento (vectores magenta) en Nm^{-2} y velocidades del modelo ROMS a 10 m (vectores negro) en cm/s para cada una de las estaciones. Las líneas grises denotan las isóbatas de 500, 1000 y 3000 m.

más superficiales (0-300 m). En comparación con verano, en otoño-invierno la parte positiva del GC ($v > 0$) presenta mayor intensidad, extensión vertical y horizontal, la cual se encuentra limitada hacia el este por la batimetría. Con respecto a la corriente costera, se observa que se extiende hasta los 20°N solo en primavera-verano, fluye hacia el norte ($v > 0$) con velocidades entre 10 a 20 cm/s, y se encuentra confinada a 50 km de la costa y en capas por encima de los 50 m. En todas las estaciones con ex-

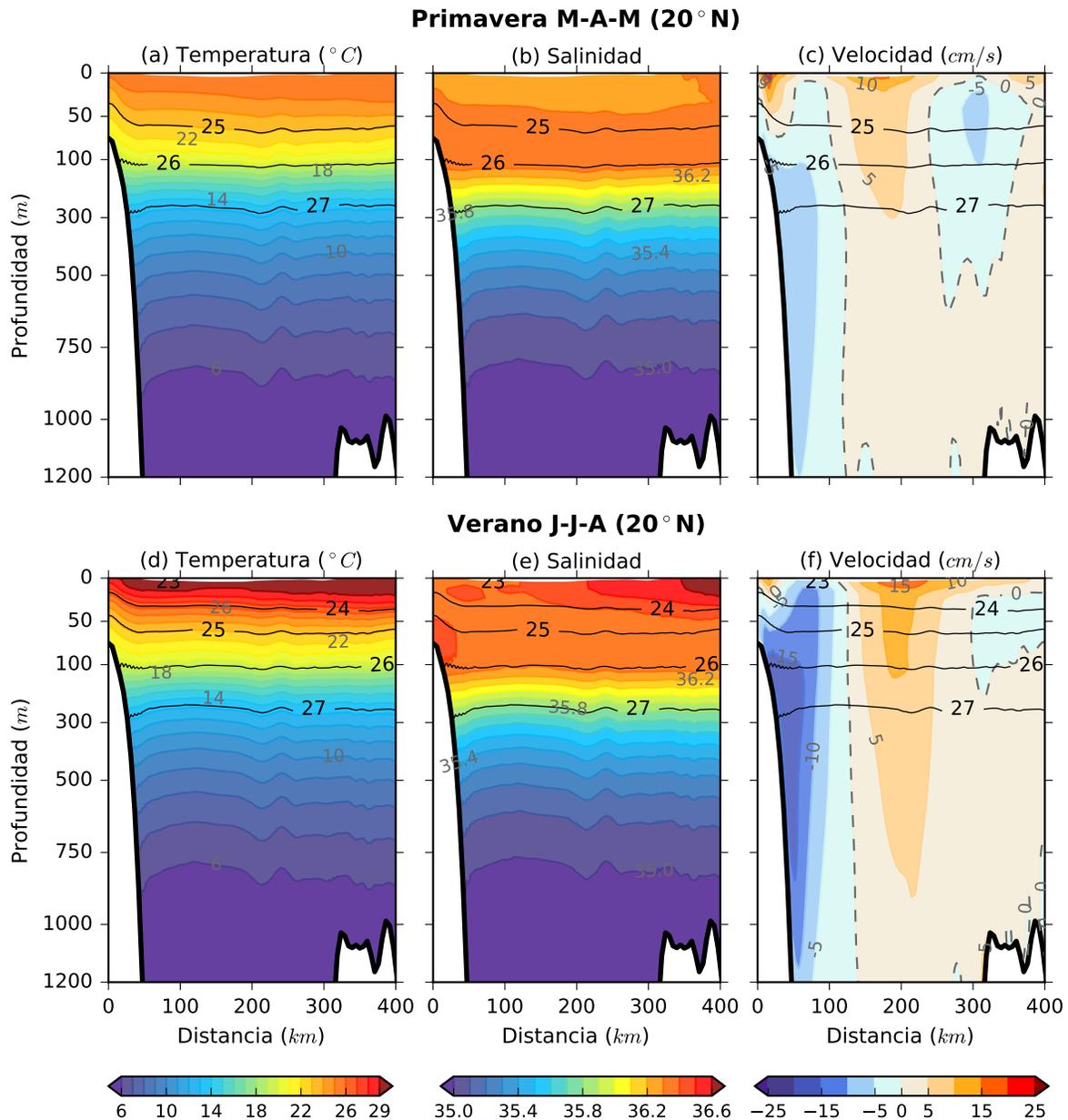


Figura 37. Sección vertical en 20°N desde la costa hasta los 92.7°W para primavera (a-c) y verano (d-f). En estas figuras se representa la temperatura potencial (°C), salinidad práctica y velocidad meridional (cm/s) dadas por el modelo ROMS. Los contornos negros representan la densidad potencial (σ_t) en kg m^{-3} calculada con TEOS-10.

cepción de primavera, se observa afloramiento de isotermas e isopicnas alrededor del centro del GC por encima de la termoclina, la cual se encuentra localizada alrededor de los 150 m (figuras 37a-b,d-e y 38a-b,d-e). Por debajo de estas capas, afloramiento de estas isolíneas y de las isohalinas ocurre en todas las estaciones a pesar de que en primavera el GC prácticamente se encuentra mermado. Cerca de la costa la corriente costera también se identifica por el afloramiento que causa en las isotermas

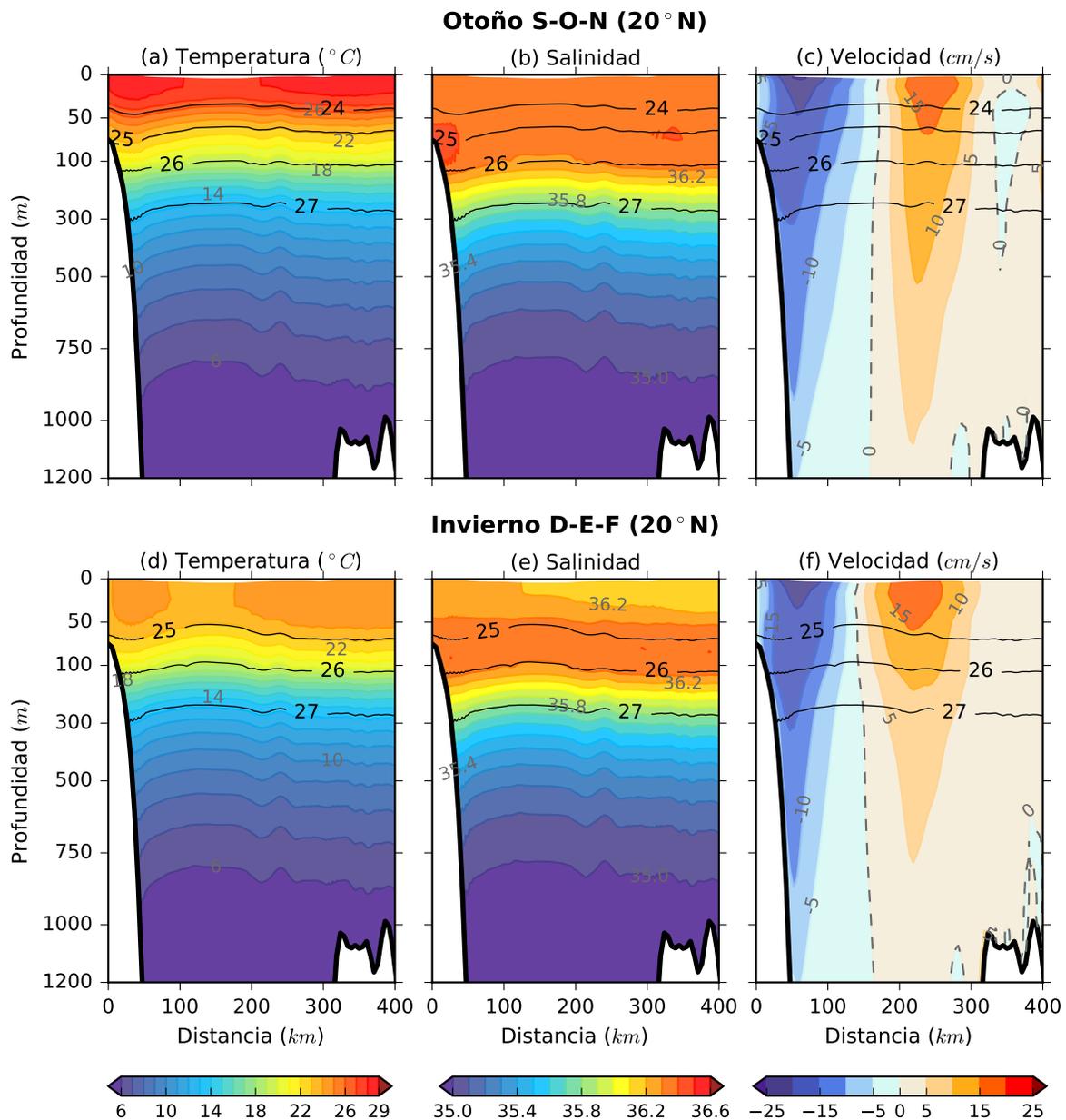


Figura 38. Similar a la figura 37 pero para otoño (a-c) e invierno (d-f).

e isopícnas en primavera-verano, las cuales presentan cambios de hasta 20 m en los primeros 50 km de distancia a la costa. En verano se observa la existencia de una capa de mezcla (temperatura aproximadamente constante) bastante somera (10-20 m) con temperatura de alrededor de los 29°C. Pocos metros por debajo de esta se forma la denominada termoclina estacional, que perdura durante otoño pero con menor gradiente térmico que en verano. En invierno, la capa de mezcla posee temperatura del orden de los 24°C y profundidad entre 50-60 m, aunque en el centro del GC está

se ve interrumpida por el afloramiento de aguas ligeramente más frías.

Consistente con lo anterior, Perez-Brunius *et al.* (2013) reportó con anclajes velocidades del orden de los 5 cm/s a 1200 m de profundidad y coherencia vertical del GC (velocidades prácticamente unidireccionales), pero para el caso climatológico. Sosa (2014) en base a anclajes y altimetría satelital, encontró que los compuestos promedio de remolinos ciclónicos ubicuos en el oeste del GM, presentan anomalías negativas de temperatura (salinidad) que se extienden hasta los 1000 m (700 m), y con máximos de aproximadamente $+2.25^{\circ}\text{C}$ a 160 m ($+0.27$ a 450 m). No obstante, estos compuestos incluyen al GC y a otras estructuras ciclónicas presentes al norte de la BC.