

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN  
SUPERIOR DE ENSENADA, BAJA CALIFORNIA**



**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS  
EN ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

---

**Plataforma multiplicadora totalmente óptica**

Tesis  
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias

Presenta:  
**Francisco Javier Ortiz Alcalá**

Ensenada, Baja California, México  
2014

Tesis defendida por  
**Francisco Javier Ortiz Alcalá**

y aprobada por el siguiente Comité

---

Dr. Horacio Soto Ortiz  
Director del Comité

---

Dr. Arturo Arvizu Mondragón  
Miembro del Comité

---

M.C. Juan Carlos Domínguez Valdez  
Miembro del Comité

---

Dr. Joel Santos Aguilar  
Miembro del Comité

---

Dr. Roger Sean Cudney Bueno  
Miembro del Comité

---

Dr. César Cruz Hernández  
Coordinador del Posgrado  
en Electrónica y Telecomunicaciones

---

Dr. Jesús Favela Vara  
Director de Estudios de Posgrado

Diciembre, 2014

Resumen de la tesis que presenta Francisco Javier Ortiz Alcalá como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones con orientación en Telecomunicaciones.

## **Plataforma multiplicadora totalmente óptica**

Resumen elaborado por:

---

Francisco Javier Ortiz Alcalá

En este trabajo de tesis se diseñó, modeló y construyó una plataforma que permite la multiplicación digital totalmente óptica de dos palabras de dos o tres bits, basada en el fenómeno no lineal de la mezcla de cuatro ondas (*FWM*) en un amplificador óptico de semiconductor (AOS) masivo. El principio de operación de la plataforma consiste en introducir, en copropagación, dentro de un AOS, un haz de onda continua (*CW*) semilla y los haces que representan a los bits del multiplicando y del multiplicador. Estos haces de diferentes longitudes de onda interactúan entre sí, generando múltiples batimientos que oscilan a la diferencia de sus frecuencias ópticas (frecuencia de desacuerdo). Sin embargo, para lo fines que se persiguen en este trabajo, los batimientos de interés son únicamente aquellos que provienen de la interacción de un bit del multiplicando y uno del multiplicador. En particular, estos batimientos modulan a la ganancia y al índice de refracción de la región activa del AOS en cuestión, produciendo que la amplitud y la fase del haz *CW* se modulen. Lo anterior provoca que se generen, alrededor del haz *CW*, diversos armónicos de modulación separados espectralmente de este más/menos la frecuencia de desacuerdo que existe entre los bits que produjeron a los batimientos que les dieron nacimiento. A la salida del AOS, los armónicos de modulación de primer orden, que se encuentran con una longitud de onda inferior a la del haz *CW*, son los más visibles y representan a los bits de la palabra que da el resultado parcial de la multiplicación. Efectivamente, cada uno de estos armónicos es el resultado de la multiplicación digital de dos bits. No obstante, como en toda multiplicación, para calcular el resultado final es necesario hacer la suma digital (operación XOR para sumar y operación AND para generar el acarreo) de los productos parciales, la plataforma propuesta presenta errores. Específicamente, si los bits del multiplicador y los del multiplicando son separados espectralmente a la misma distancia e introducidos, dentro del AOS, en espejo de acuerdo a su peso, habrá armónicos de salida que eventualmente se traslapen en función del valor de los bits presentes. Los armónicos superpuestos representan la operación OR, o bien, la suma digital sin acarreo, de los productos parciales que se necesitan adicionar para calcular el resultado final. Por esta razón, los bits de salida del sistema propuesto son capaces de proporcionar el resultado correcto de la multiplicación de una gran cantidad de palabras, pero producen errores en aquellas donde el resultado está constituido por sumas de productos parciales que requieren acarreos. Aunque dentro de los alcances de esta tesis no se encuentra el realizar la corrección de estos errores, al final del presente trabajo se plantean algunas posibles soluciones.

Para poder predecir la amplitud de los bits de salida de la plataforma multiplicadora, se implementó un modelo semi-clásico de la *FWM* basado en el formalismo de la matriz de densidad. En el modelo, los mecanismos no lineales del hoyo espectral y del calentamiento de portadores fueron incluidos de manera fenomenológica en las ecuaciones de evolución de los elementos de la matriz de densidad, las cuales derivaron en las ecuaciones de tasa de la densidad y energía de los portadores. La solución a este sistema de ecuaciones permitió calcular las susceptibilidades no lineales de tercer orden que rigen la manifestación de las *FWMs* que se suscitan dentro del AOS por los batimientos que producen los bits de las palabras por multiplicar. Con estas susceptibilidades, fue entonces posible calcular las polarizaciones inducidas en el medio y los campos eléctricos radiados que dan origen a los armónicos de modulación de los bits de salida.

Posteriormente, la operación de la plataforma multiplicadora fue demostrada experimentalmente de manera estática (cambiando manualmente el valor de los bits de entrada) y dinámicamente a diferentes tasas de bits. En particular, la operación de la plataforma para dos palabras de entrada de dos bits, se demostró experimentalmente de manera estática y dinámicamente con los dígitos de entrada fluctuando a 5, 10, 12.5, 15 y 20 Gb/s. El experimento se repitió para un multiplicando de tres bits y un multiplicador de dos bits, pero la demostración se hizo únicamente en forma dinámica con los bits de entrada fluctuando a 12.5 Gb/s. Finalmente, se hizo una demostración de la operación de la plataforma en estado estático, para dos palabras de entrada por multiplicar de tres bits.

**Palabras clave: Mezcla de cuatro ondas múltiple, amplificador óptico de semiconductor, modulación cruzada de la polarización.**

Abstract of the thesis presented by Francisco Javier Ortiz Alcalá as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Electronics and Telecommunications with orientation in Telecommunications.

## **All-optical multiplier platform**

Abstract by:

---

Francisco Javier Ortiz Alcalá

In this thesis work, a platform that allows the all-optical digital multiplication of two words of two or three bits, was designed, modeled and built, based in the the four wave mixing (FWM) nonlinear phenomenon in a bulk semiconductor optical amplifier (SOA). The operation principle of the platform consists in to introduce, in co-propagation, into a SOA, a seed continuous wave (CW) beam and the beams representing the multiplicand and the multiplier bits. These beams of different wavelength interact between them, generating multiple beatings that vary at the difference of their optical frequencies (detuning frequency). Nevertheless, for the purposes pursued in this work, the beatings of interest are only those that come from the interaction between one multiplicand bit and one multiplier bit. Particularly, these beatings modulate the gain and the refractive index of the active layer of the involved SOA, producing the modulation of the amplitude and the phase of the CW beam. This leads to the generation of different modulation harmonics, around the CW beam, spectrally separated from this CW beam plus-minus the detuning frequency that exist between the bits that produced the beatings which give rise to these harmonics. At the SOA output, the first order modulation harmonics, which are found with a lower wavelength than that of the CW beam, are the most visible and represent the bits of the word that gives the partial result of the multiplication. Effectively, each of these harmonics are the result of the digital multiplication of two bits. However, as in all multiplication, to compute the final result, the digital sum (XOR operation for adding and AND operation for generating the carry) of the partial products is needed, the proposed platform presents errors. Specifically, if the multiplier bits and the multiplicand bits are spectrally separated at the same distance and introduced, into the SOA, in mirror according to their weight, there will be harmonics that eventually will overlap in function of the value of the present bits. The overlapped bits represent the OR operation, or the digital sum without carry, of the partial products that need to be added to compute the final result. For this reason, the output bits of the proposed system are capable to provide the right multiplication result of a larger number of words, but errors occur in those cases where the result is constituted by sums of partial products requiring carry. Although performing the correction of these errors is not in the scope of this thesis, some possible solutions are presented at the end of this work.

In order to predict the amplitude of the output bits of the multiplier platform, a semi-classical model of the FWM, based in the density matrix formalism, was implemented. In the model, the nonlinear mechanisms of the spectral hole burning and the carrier heating

were included phenomenologically in the evolution equations of the density matrix elements, which allowed establishing the rate equations for the carrier density and the carrier energy. The solution to this system of equations allows to calculate the third order nonlinear susceptibilities governing the manifestation of the FWMs occurring into the SOA, due to the beatings produced by the bits of the words to multiply. With these susceptibilities, it was then possible to compute the induced polarizations in the medium and the radiated electric fields which give rise to the modulation harmonics of the output bits.

Subsequently, the operation of the multiplier platform was demonstrated experimentally either, statically (changing manually the value of the input bits) and dynamically, at different bit rates. Particularly, the operation of the platform for two input words of two bits, was experimentally demonstrated, statically and dynamically with the input digits fluctuating at 5, 10, 12.5, 15 and 20 Gb/s. The experiment was repeated for a three-bit multiplicand and a two-bit multiplier, but the demonstration was only dynamically performed with the input bits fluctuating at 12.5 Gb/s. Finally, a demonstration of the platform operation was performed in static state, for two input words of three bits to multiply.

**Keywords: Multiple four wave mixing (FWM), semiconductor optical amplifier (SOA), cross-polarization modulation (XPoIM).**

## Dedicatoria

*A mis padres,  
Marco y Amalia.*

## Agradecimientos

A Dios, por todas las bendiciones recibidas durante este periodo.

A mis padres y a mis hermanos, Carolina y Ricardo, por todo el apoyo brindado en cada etapa de este trayecto y por siempre impulsarme a seguir adelante.

A mi director de tesis, el doctor Horacio Soto, por todo el apoyo que me brindó tanto académica como personalmente, por compartir sus experiencias y su conocimiento, y por su inmejorable dirección. Sin duda, su ejemplo profesional me acompañará durante mi trayecto.

A los miembros de mi comité de tesis, al Dr. Arturo Arvizu, al Dr. Joel Santos, al Dr. Roger Cudney y al M.C. Juan Domínguez, por sus atinadas observaciones que enriquecieron este trabajo de tesis. Asimismo, quiero agradecer a los maestros Juan Domínguez, Ramón Muraoka y Miguel Farfán, por sus sugerencias y su apoyo durante la etapa experimental.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) y al CICESE, por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

Al Dr. Guillermo García y al Dr. Jorge Flores del Centro Universitario de Ciencias Exactas e Ingeniería (CUCEI) de la Universidad de Guadalajara (UDG), por brindarme lo necesario para trabajar durante mi estancia. Asimismo, quiero agradecer a mis compañeros del CUCEI, Gregorio, Adriana, Roberto y Brayan, por hacer que mi estancia fuera aun más agradable.

A mis tíos y primos en Guadalajara, por su amable hospitalidad que me hizo sentir como en casa.

A mis compañeros y amigos de telecomunicaciones, en especial a Mario y Ernesto, por compartir conmigo los buenos y los no tan buenos momentos.

A las personas que conocí durante este trayecto y que seguirán siendo parte importante de mi vida aunque no vivamos en la misma ciudad, en especial a Mónica y Sergio, Aimee, Roberto, Sofía y su familia, Zaret y Nancy.

A mis amigos, Adrián, Hans, Héctor y Brenda, por su constante amistad a pesar del tiempo y de la distancia.

Para finalizar, quiero agradecer de manera especial a Elizabeth Caballero, por todas las cosas positivas que ha aportado a mi vida.



# Tabla de contenido

	Página
<b>Resumen en español</b>	<b>ii</b>
<b>Resumen en inglés</b>	<b>iv</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>vi</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>vii</b>
<b>Lista de figuras</b>	<b>x</b>
<b>Lista de tablas</b>	<b>xvi</b>
<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Antecedentes . . . . .	1
1.2 Estado del arte . . . . .	3
1.3 Objetivo de la tesis . . . . .	10
1.4 Organización del manuscrito . . . . .	11
<b>2. Conceptos generales</b>	<b>13</b>
2.1 Amplificador óptico de semiconductor . . . . .	13
2.1.1 Mecanismos de recombinación de portadores . . . . .	15
2.1.1.1 Recombinaciones radiativas . . . . .	16
2.1.1.2 Recombinaciones no radiativas . . . . .	19
2.1.2 Polarización atómica . . . . .	22
2.1.3 Susceptibilidad no lineal . . . . .	24
2.1.4 Principales fenómenos no lineales que se suscitan en los AOS . . . . .	25
2.2 Multiplicación binaria . . . . .	33
<b>3. Principio de operación de la plataforma multiplicadora</b>	<b>35</b>
3.1 Mezcla de cuatro ondas ( <i>FWM</i> ) . . . . .	35
3.1.1 Pulsación de la densidad de portadores ( <i>CDP</i> ) . . . . .	37
3.1.2 Mecanismo de la formación de un hoyo espectral ( <i>SHB</i> ) . . . . .	38
3.1.3 Mecanismo del calentamiento de portadores ( <i>CH</i> ) . . . . .	41
3.1.3.1 Absorción de portadores libres ( <i>FCA</i> ) . . . . .	43
3.2 Esquema propuesto . . . . .	43
3.2.1 Experimento en estado estático para la multiplicación de dos palabras de dos bits . . . . .	45
3.2.2 Experimento en estado estático para la multiplicación de dos palabras de tres bits . . . . .	49
3.2.3 Experimento en estado dinámico para la multiplicación de dos palabras de dos bits . . . . .	51

## Tabla de contenido (continuación)

3.2.4	Experimento en estado dinámico para la multiplicación de dos palabras de tres bits . . . . .	54
<b>4.</b>	<b>Modelo teórico para obtener la potencia de los armónicos de la palabra de salida</b>	<b>59</b>
4.1	Ecuaciones de la matriz de densidad . . . . .	60
4.2	Ecuación de evolución de la densidad de portadores . . . . .	65
4.3	Modelo del AOS por secciones virtuales . . . . .	65
4.4	Ecuación de tasa de la densidad de energía de los portadores . . . . .	66
4.5	Campo eléctrico y polarización . . . . .	68
4.6	Solución a las ecuaciones de evolución y susceptibilidad de tercer orden . . . . .	71
4.7	Evolución del campo eléctrico . . . . .	78
<b>5.</b>	<b>Resultados experimentales y discusión</b>	<b>82</b>
5.1	Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático . . . . .	82
5.2	Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático . . . . .	86
5.3	Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado dinámico . . . . .	88
5.4	Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado dinámico . . . . .	96
5.5	Discusiones finales . . . . .	100
5.6	Posibles soluciones a los casos de salida errónea . . . . .	102
<b>6.</b>	<b>Conclusiones</b>	<b>106</b>
	<b>Lista de referencias</b>	<b>109</b>
<b>A.</b>	<b>Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático</b>	<b>112</b>
<b>B.</b>	<b>Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático</b>	<b>121</b>

## Lista de figuras

Figura		Página
1	Representación de la conmutación de la polarización <i>PSW</i> reportado por Mandal et al., 201) . . . . .	4
2	Diagrama a bloques de la compuerta AND y el medio sumador reportado por Mandal et al., 2014 . . . . .	5
3	Interrupción óptica basado en <i>TOAD</i> (Gayen et al., 2010) . . . . .	6
4	Diagrama a bloques de la puerta AND y del medio sumador reportado por Mandal et al., 2014 . . . . .	7
5	Bosquejo general de un AOS . . . . .	14
6	Representación de la absorción de un fotón . . . . .	16
7	Representación de la emisión espontánea . . . . .	17
8	Representación de la emisión estimulada . . . . .	18
9	Estructura de bandas en un semiconductor directo . . . . .	20
10	Procesos Auger de banda a banda . . . . .	20
11	Procesos Auger asistidos por fonones . . . . .	21
12	Señales de entrada y armónicos generados por la mezcla de cuatro ondas . . . . .	36
13	Representación de la <i>CDP</i> . . . . .	38
14	Representación de la <i>SHB</i> . . . . .	40
15	Representación del <i>CH</i> . . . . .	42
16	Espectro de entrada para multiplicar dos palabras de dos bits . . . . .	46
17	Frecuencias de desacuerdo entre los bits de las palabras de entrada y los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits . . . . .	47
18	Esquema experimental para multiplicar dos palabras de dos bits en estado estático . . . . .	48
19	Frecuencias de desacuerdo entre los bits de la palabras de entrada y los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits . . . . .	50
20	Esquema experimental para multiplicar dos palabras de tres bits en estado estático . . . . .	51
21	Esquema experimental para multiplicar dos palabras de dos bits en estado dinámico . . . . .	52
22	Bits de las palabras de entrada y salida para la multiplicación de dos palabras binarias de dos bits en estado dinámico . . . . .	53
23	Esquema experimental para multiplicar dos palabras de tres bits en estado dinámico . . . . .	54
24	Esquema experimental para multiplicar la palabra <i>A</i> por la <i>B</i> con $b_2 = 0$ en estado dinámico . . . . .	55
25	Esquema experimental para multiplicar la palabra <i>A</i> por la <i>B</i> con $b_1 = 0$ en estado dinámico . . . . .	56

## Lista de figuras (continuación)

26	Formas de onda de los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación, en estado dinámico, de las palabras $A$ y $B$ de tres bits, cuando $b_2$ vale cero permanentemente . . . . .	56
27	Formas de onda de los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación, en estado dinámico, de las palabras $A$ y $B$ de tres bits, cuando $b_2$ vale cero permanentemente . . . . .	57
28	Diagrama esquemático de un AOS dividido en $n$ secciones virtuales . . . . .	66
29	Campos eléctricos y batimientos que se consideran en el modelo matemático	68
30	Valor absoluto de las susceptibilidades de primer y tercer orden, con sus contribuciones, en función de la frecuencia de desacuerdo . . . . .	77
31	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático cuando $a_0$ y $b_0$ están en nivel alto . . . . .	83
32	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático cuando $a_0$ , $b_0$ y $b_1$ están en nivel alto . . . . .	84
33	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático cuando todos los bits están en nivel alto . . . . .	85
34	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático cuando $a_0$ , $a_1$ , $a_2$ y $b_2$ están en nivel alto . . . . .	86
35	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático cuando todos los bits están en nivel alto . . . . .	88
36	Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 5 Gb/s . . . . .	90
37	Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 10 Gb/s . . . . .	91
38	Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 12.5 Gb/s . . . . .	92
39	Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 15 Gb/s . . . . .	93
40	Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 20 Gb/s . . . . .	94
41	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado dinámico usando una tasa de datos de 12.5 Gb/s . . . . .	95
42	Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de tres bits con $b_2 = 0$ . . . . .	97
43	Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de tres bits con $b_1 = 0$ . . . . .	98
44	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado dinámico con $b_2 = 0$ . . . . .	99
45	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado dinámico con $b_1 = 0$ . . . . .	99
46	Diagrama a bloques de una posible solución a los casos de salida errónea usando un sumador de cuatro entradas . . . . .	103

## Lista de figuras (continuación)

47	Esquematización de una posible solución a los casos de salida errónea usando la <i>XPoIM</i> . . . . .	105
A.1	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=0$ y $B=0$ . . . . .	112
A.2	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=0$ y $B=1$ . . . . .	113
A.3	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=0$ y $B=2$ . . . . .	113
A.4	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=0$ y $B=3$ . . . . .	114
A.5	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=1$ y $B=0$ . . . . .	114
A.6	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=1$ y $B=1$ . . . . .	115
A.7	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=1$ y $B=2$ . . . . .	115
A.8	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=1$ y $B=3$ . . . . .	116
A.9	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=2$ y $B=0$ . . . . .	116
A.10	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=2$ y $B=1$ . . . . .	117
A.11	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=2$ y $B=2$ . . . . .	117
A.12	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=2$ y $B=3$ . . . . .	118
A.13	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=3$ y $B=0$ . . . . .	118
A.14	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=3$ y $B=1$ . . . . .	119
A.15	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=3$ y $B=2$ . . . . .	119
A.16	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con $A=3$ y $B=3$ . . . . .	120
B.1	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=0$ . . . . .	121
B.2	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=1$ . . . . .	122
B.3	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=2$ . . . . .	122
B.4	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=3$ . . . . .	123

## Lista de figuras (continuación)

B.5	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=4$ . . . . .	123
B.6	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=5$ . . . . .	124
B.7	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=6$ . . . . .	124
B.8	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=0$ y $B=7$ . . . . .	125
B.9	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=0$ . . . . .	125
B.10	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=1$ . . . . .	126
B.11	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=2$ . . . . .	126
B.12	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=3$ . . . . .	127
B.13	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=4$ . . . . .	127
B.14	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=5$ . . . . .	128
B.15	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=6$ . . . . .	128
B.16	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=1$ y $B=7$ . . . . .	129
B.17	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=0$ . . . . .	129
B.18	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=1$ . . . . .	130
B.19	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=2$ . . . . .	130
B.20	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=3$ . . . . .	131
B.21	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=4$ . . . . .	131
B.22	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=5$ . . . . .	132
B.23	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=6$ . . . . .	132
B.24	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=2$ y $B=7$ . . . . .	133
B.25	Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=0$ . . . . .	133

## Lista de figuras (continuación)

B.26 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=1$ . . . . .	134
B.27 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=2$ . . . . .	134
B.28 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=3$ . . . . .	135
B.29 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=4$ . . . . .	135
B.30 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=5$ . . . . .	136
B.31 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=6$ . . . . .	136
B.32 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=3$ y $B=7$ . . . . .	137
B.33 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=0$ . . . . .	137
B.34 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=1$ . . . . .	138
B.35 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=2$ . . . . .	138
B.36 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=3$ . . . . .	139
B.37 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=4$ . . . . .	139
B.38 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=5$ . . . . .	140
B.39 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=6$ . . . . .	140
B.40 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=4$ y $B=7$ . . . . .	141
B.41 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=0$ . . . . .	141
B.42 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=1$ . . . . .	142
B.43 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=2$ . . . . .	142
B.44 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=3$ . . . . .	143
B.45 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=4$ . . . . .	143
B.46 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=5$ . . . . .	144

## Lista de figuras (continuación)

B.47 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=6$ . . . . .	144
B.48 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=5$ y $B=7$ . . . . .	145
B.49 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=0$ . . . . .	145
B.50 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=1$ . . . . .	146
B.51 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=2$ . . . . .	146
B.52 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=3$ . . . . .	147
B.53 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=4$ . . . . .	147
B.54 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=5$ . . . . .	148
B.55 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=6$ . . . . .	148
B.56 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=6$ y $B=7$ . . . . .	149
B.57 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=0$ . . . . .	149
B.58 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=1$ . . . . .	150
B.59 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=2$ . . . . .	150
B.60 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=3$ . . . . .	151
B.61 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=4$ . . . . .	151
B.62 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=5$ . . . . .	152
B.63 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=6$ . . . . .	152
B.64 Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con $A=7$ y $B=7$ . . . . .	153



## Lista de tablas

Tabla		Página
1	Frecuencia y longitud de onda de los bits de las palabras de entrada y de los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits . . . . .	47
2	Frecuencia y longitud de onda de los bits de las palabras de entrada y de los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits . . . . .	50
3	Resultados esperados para la multiplicación de dos palabras de tres bits .	51
4	Resultados esperados para la multiplicación de dos palabras de dos bits . .	54
5	Resultados esperados para la multiplicación de dos palabras de tres bits con $b_2 = 0$ y luego con $b_1 = 0$ . . . . .	58
6	Comparación de la multiplicación de tres por tres con operación OR y con operación XOR con acarreo . . . . .	103

# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Antecedentes

En cualquier sistema de telecomunicaciones, la señal emitida en algún punto se propaga por un medio para su eventual recepción en otro punto, ya sea que la separación entre ambos sitios sea de unos cuantos kilómetros o de distancias transoceánicas. La información es generalmente transmitida usando ondas electromagnéticas cuya frecuencia depende del medio de transmisión utilizado.

En los sistemas de comunicaciones fotónicas, la frecuencia de la portadora óptica es de alrededor de los 200 THz. Esta alta frecuencia permite un incremento de la capacidad de información, en un factor de  $10^4$ , en comparación con la de los sistemas basados en microondas donde la frecuencia de la portadora es de alrededor de 1 GHz. Lo anterior permite sugerir que los sistemas de comunicaciones fotónicas tienen el potencial para transmitir canales de información en tasas de bits de alrededor de 1 Tb/s (Agrawal, 2010).

Sin embargo, la tasa de transmisión actual en estos sistemas está aún lejos de alcanzar 1 Tb/s. Una de las razones por lo que no se ha alcanzado dicha tasa de transmisión es por el llamado “cuello de botella” que se genera en los diferentes puntos del sistema, al realizar la conversión del dominio óptico al dominio eléctrico para el procesamiento de las señales. Si bien, la electrónica ha sido ampliamente estudiada y desarrollada para procesar información a muy alta velocidad, esta no es lo suficientemente rápida para manejar la gran cantidad de información, en altas tasas de transmisión, que llega a los nodos de conmutación. El cuello de botella, además de representar una disminución en la velocidad de transmisión de las señales, también produce un consumo adicional de potencia, debido a las conversiones óptico/eléctrico/óptico, y genera retardos en el procesamiento

de las señales.

Una de las soluciones planteadas para evitar los efectos negativos provocados por el cuello de botella es realizar el procesamiento digital de las señales en el dominio totalmente óptico. Para tal efecto, es necesario desarrollar una gran cantidad de funciones booleanas completamente ópticas. Estas funciones son realizadas, generalmente, explotando los fenómenos ópticos no lineales que se presentan en diferentes materiales, entre ellos la fibra óptica altamente no lineal (*HNLF*, por sus siglas en inglés), cristales y amplificadores ópticos de semiconductor (AOS).

Los dispositivos basados en AOS han demostrado ser una buena opción en el desarrollo de dispositivos totalmente ópticos debido a su alta ganancia, sus propiedades no lineales, su operación a potencias bajas, su tamaño pequeño y la posibilidad de su integración monolítica con otros dispositivos. Una desventaja de estos dispositivos es el largo tiempo de vida de sus portadores en la banda de conducción, el cual es del orden de decenas o cientos de picosegundos, lo que limita la velocidad de respuesta del dispositivo. Para poder solventar este problema, se han desarrollado otras estructuras que potencialmente presentan un tiempo de respuesta menor, tales como los AOS de pozos cuánticos, de alambres cuánticos y de puntos cuánticos.

Es importante señalar que, desde hace varias décadas, se han desarrollado diversas funciones booleanas totalmente ópticas utilizando amplificadores ópticos de semiconductor, entre ellas se encuentran puertas lógicas y *flip-flops* (Zhang et al., 2009; Dorren et al., 2009), sumadores, restadores, procesadores de encabezados (Calabretta et al., 2006), etc.

En este trabajo de tesis, el interés se centra en el desarrollo de una plataforma multiplicadora totalmente óptica, basada en un amplificador óptico de semiconductor, para multiplicar dos palabras digitales fotónicas.

Al respecto, es necesario mencionar que varios grupos de investigación ya han desarrollado diversos multiplicadores optoelectrónicos, que operan tanto de manera híbrida (Bandyopadhyay et al., 1995; Habiby and Collins, 1987; Shcherbacov and Aguirre Lopez, 2007; Hwang and Louri, 1989; Jin et al., 2010) como totalmente óptica (Chandran, 1985;

Das and Mukhopadhyay, 2005; Ghosh et al., 2010; Gayen et al., 2010; Mandal et al., 2014).

No obstante, la implementación práctica de dichos multiplicadores resulta difícil por la gran cantidad de componentes lineales y no lineales que requieren. En particular, algunos de estos esquemas contienen componentes que son imposibles de integrar monolíticamente con el resto y pueden contar con sistemas ópticos en espacio libre de gran volumen. Todo lo anterior los convierte en multiplicadores imprácticos para aplicarse en la computación óptica de uso general o dedicada, por ejemplo, al procesamiento de las señales de los sistemas de telecomunicaciones por fibra óptica.

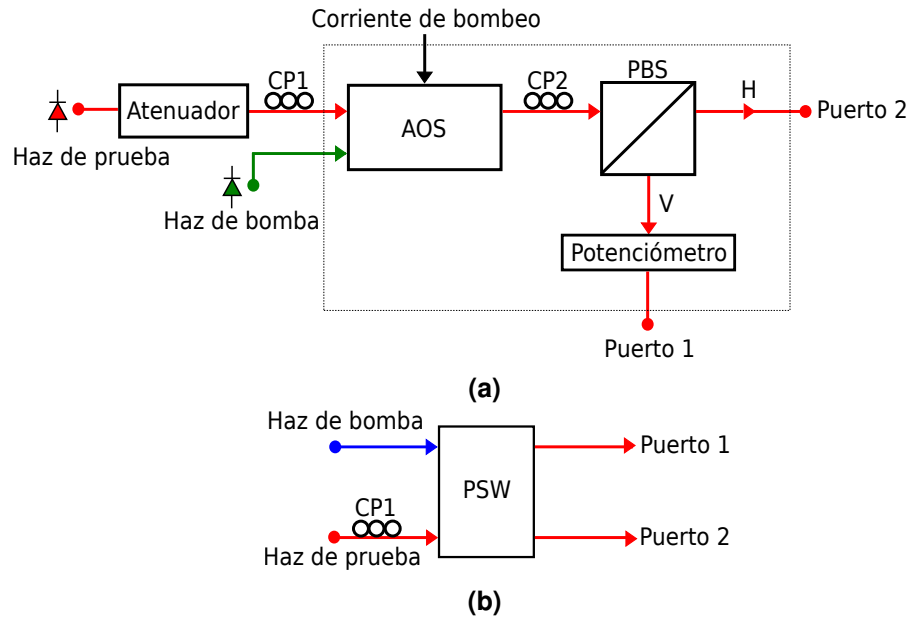
## 1.2 Estado del arte

A conocimiento del autor, los tres trabajos más recientes sobre multiplicadores digitales totalmente ópticos son los reportados en las referencias Ghosh et al., 2010, Gayen et al., 2010 y Mandal et al., 2014.

El más reciente publicado por Mandal (Mandal et al., 2014) realiza la multiplicación de dos palabras de dos bits. En dicha referencia, se utiliza un AOS para efectuar lo que se denomina la conmutación de polarización (*PSW*, por sus siglas en inglés), la cual forma al bloque elemental que permite realizar todas las demás operaciones. Estas operaciones, que en su conjunto, permiten la multiplicación de las palabras de entrada, se realizan con cuatro puertas AND y dos medios sumadores (*HA*, por sus siglas en inglés).

Para realizar la conmutación de la polarización (ver figura 1.a) se introduce un haz potente (haz de bomba) de frecuencia  $\nu_2$  y un haz débil (haz de prueba) de frecuencia  $\nu_1$  dentro del AOS en cuestión. La orientación de la polarización lineal del haz de prueba es aproximadamente de  $45^\circ$  con respecto al eje horizontal de la región activa del AOS. Los controladores de polarización CP1 y CP2 tienen la función de mantener el estado de polarización del haz de prueba y del haz de salida del AOS, respectivamente. El divisor de haz sensible a la polarización (*PBS*, por sus siglas en inglés) separa las componentes horizontal y vertical del haz de salida del AOS. La posición del *PBS* es tal que, en ausencia del haz de bomba, la potencia en el puerto 1 es nula y es máxima en el puerto 2. Cuando

el haz de bomba está presente, el estado de polarización del haz de sonda se rota, debido a la saturación de la ganancia del AOS. Así, en presencia de ambos haces, y para una rotación de  $90^\circ$  del estado de polarización del haz de prueba, la potencia es máxima en el puerto 1 mientras que es nula en el puerto 2.



**Figura 1. Representación de la conmutación de la polarización *PSW* reportado por Mandal et al., 2014. (a) Diagrama experimental y (b) representación simbólica de la *PSW*.**

Ahora bien, como ya se había mencionado, la *PSW* es utilizada, junto con un multi-canalizador de adición/extracción (*ADM*, por sus siglas en inglés) y un MUX, para formar una puerta AND de dos entradas (*A* y *B*), como se muestra en la figura 2.a. Hay que notar que solo el puerto 1 de salida del *PSW* está conectado, por lo que, como ya se explicó, solo se tendrá potencia en este puerto cuando tanto el haz de bomba como el haz de prueba estén presentes. Bajo este contexto, la frecuencia  $\nu_1$  representa un 0 lógico, mientras que la frecuencia  $\nu_2$  representa un 1 lógico. Las rejillas de Bragg del *ADM* están ajustadas para reflejar la frecuencia  $\nu_2$ . De esta manera, si la entrada *A* es de frecuencia  $\nu_1$ , y *B* es de frecuencia  $\nu_1$  o  $\nu_2$ , por el *ADM* pasará la señal *A* y el *PSW* no tendrá señal de bomba, y por lo tanto, la salida en el puerto 1 del *PSW* será nula y en la salida *Y* se tendrá la señal de frecuencia  $\nu_1$ . Ahora bien, si *A* es de frecuencia  $\nu_2$ , la señal *A* será reflejada en el *ADM* y será ahora el haz de bomba del *PSW*, por lo que en el puerto 1 se tendrá la señal *B*. Así, en el puerto de salida *Y* solo se tendrá la señal de frecuencia  $\nu_2$  cuando tanto la señal *A* como la *B* sean de frecuencia  $\nu_2$ . En cualquier otro caso, en el

puerto de salida  $Y$  se tendrá la señal de frecuencia  $\nu_1$ .

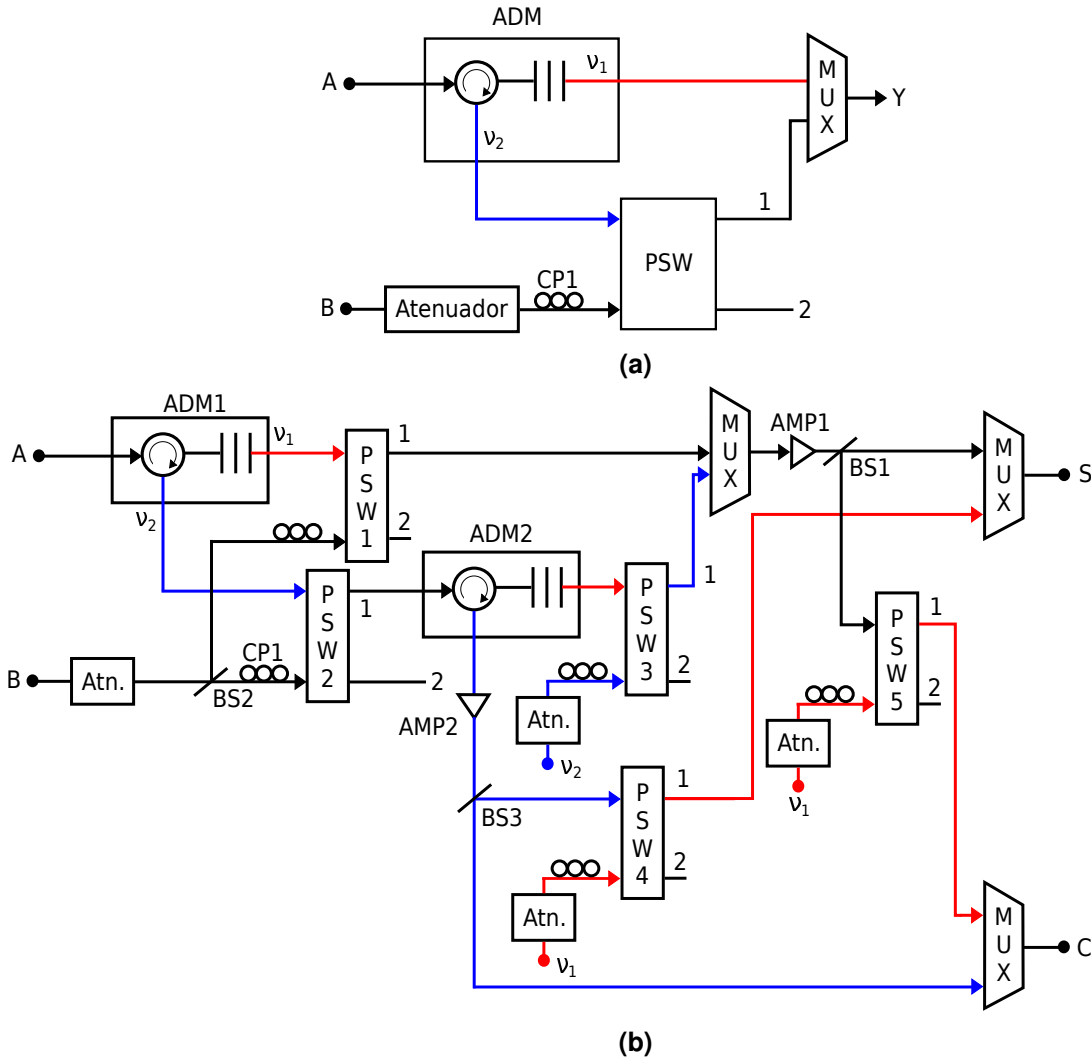


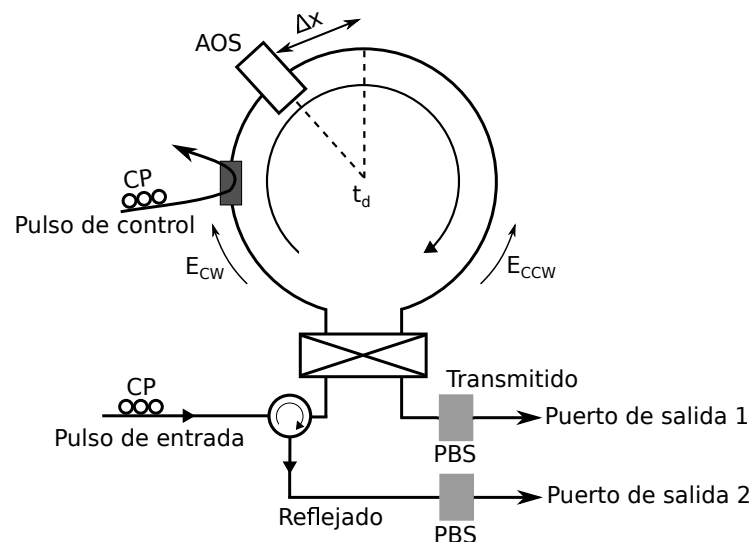
Figura 2. Diagrama a bloques de la compuerta AND (a) y el medio sumador (b) reportado por Mandal et al., 2014. Atn: atenuador, BS: Divisor de haz (*Beam Splitter*), AMP: amplificador.

El diagrama a bloques del medio sumador propuesto por Mandal et al., 2014, se muestra en la figura 2.b. Considerando que, al igual que en la puerta AND, los ADMs utilizados para formar el medio sumador, reflejan la frecuencia  $\nu_2$  y transmiten la frecuencia  $\nu_1$ . Se puede notar que si ambas señales de entrada ( $A$  y  $B$ ) son de frecuencia  $\nu_1$ , en la salida  $S$  y en el acarreo  $C$  se tendrán señales de la misma frecuencia ( $\nu_1$ ). Ahora bien, si solo una de las señales de entrada es de frecuencia  $\nu_2$  (y la otra de frecuencia  $\nu_1$ ), en la salida  $S$  se tiene una señal de esta misma frecuencia, mientras que en el acarreo  $C$  se tendrá la frecuencia  $\nu_1$ . Finalmente, cuando ambas señales de entrada sean de frecuencia  $\nu_2$ , en la salida  $S$  se tendrá la señal de frecuencia  $\nu_1$ , mientras que en el acarreo  $C$  se tendrá la señal de frecuencia  $\nu_2$ . Expresando lo anterior con álgebra booleana, se puede verificar

que se cumple que  $S = A \oplus B$  y que  $C = AB$ .

Finalmente, la multiplicación de dos palabras de dos bits se realiza usando cuatro puertas AND y dos medios sumadores. Sin embargo, por la forma en que se introducen las señales provenientes de las puertas AND y de las diferentes etapas de los medios sumadores, uno de los *HAs* está formado por cuatro *PSW*, mientras que el otro *HA* está formado por tres *PSW*, a diferencia del medio sumador esquematizado en la figura 2.b. Así, para la multiplicación de dos palabras de dos bits, propuesta por Mandal et al., 2014, se requieren 11 AOSs, entre otros elementos.

Otro multiplicador fue propuesto por Gayen (Gayen et al., 2010) para la multiplicación de dos palabras de dos bits. En dicha referencia se utiliza un AOS como parte de un interruptor de Sagnac que a la vez forma un bloque elemental, llamado demultiplexador asimétrico óptico para señales de frecuencia de repetición en el orden de los terahertz (*TOAD*, por sus siglas en inglés), que permite realizar las demás operaciones. El esquema del interruptor de Sagnac asistido por un AOS se ilustra en la figura 3.

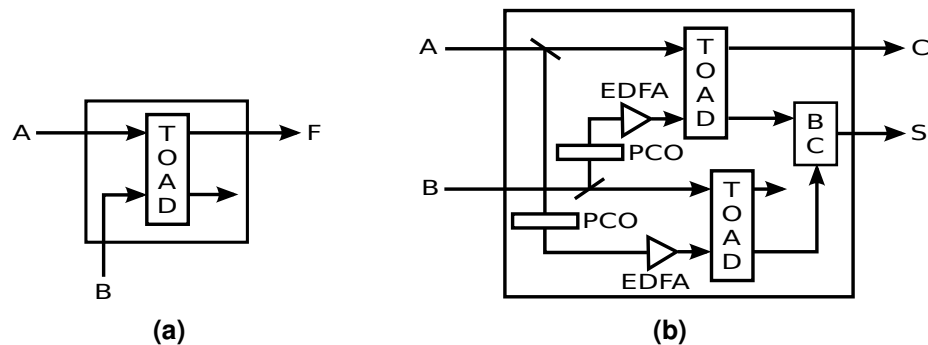


**Figura 3. Interruptor óptico basado en *TOAD* (Gayen et al., 2010).**

En ausencia del pulso de control, el pulso de entrada ingresa al lazo de fibra, y tanto la señal en copropagación ( $E_{CW}$ ) como la señal en contrapropagación ( $E_{CCW}$ ) pasan a través del AOS en diferentes tiempos, puesto que este está desplazado  $\Delta x$  del centro del lazo, por lo que ambas señales cruzan el amplificador sin que este esté perturbado. Es decir, las dos señales experimentan la misma ganancia y el mismo corrimiento de

fase, por lo que al llegar al acoplador 50/50 interfieren constructivamente en el puerto 2 y destructivamente en el puerto 1. Cuando se inyecta el pulso de control, este satura al AOS y cambia la ganancia y el índice de refracción de su región activa. De esta manera, las señales  $E_{CW}$  y  $E_{CCW}$  experimentan diferentes ganancias y corrimientos de fases. En particular, la potencia del pulso de control es tal que provoca una diferencia de fase de  $180^\circ$  entre las dos señales que regresan al acoplador. Por tal motivo, bajo este escenario, las señales interfieren constructivamente en el puerto 1 y destructivamente en el puerto 2. Para lograr separar a los pulsos de control y de entrada, se ajusta el estado de polarización de los mismos con los controladores de polarización (CP) de manera que sus polarizaciones sean lineales y ortogonales entre sí. Adicionalmente, el divisor de haz sensible a la polarización (PBS), colocado a la salida del sistema, se ajusta de forma que el pulso de señal se transmita hacia los puertos de salida y que el de control sea reflejado en dirección ortogonal.

Si el puerto de salida de interés es el puerto 1, entonces puede notarse que el *TOAD* es una puerta AND, donde solo habrá potencia en el puerto 1 cuando ambos pulsos (de control y de entrada) estén presentes. Así, se puede sintetizar una puerta AND basada en el *TOAD*, como se muestra en la figura 4.a.



**Figura 4. Diagrama a bloques de la puerta AND (a) y del medio sumador (b) reportado por Gayen et al., 2010. BC: combinador de haz (*Beam Combiner*), EDFA: amplificador de fibra dopada con erbio (*Erbium Doped Fiber Amplifier*), PCO: convertidor de polarización (*Polarization Converter*).**

Sabiendo que solo se tiene potencia en el puerto 1 de salida (puerto superior del *TOAD*) cuando ambos haces están presentes, y que se tiene potencia en el puerto 2 de salida solo cuando el haz de entrada está presente, se agregan algunos elementos al *TOAD* para formar un medio sumador, como se muestra en la figura 4.b. Para extender el funcionamiento de los *TOADs*, se agregan convertidores de polarización (PCO) para



que haya potencia en el puerto 2 de salida cuando solo esté presente cualquiera de los dos pulsos que se introducen al *TOAD* (pulso de control y pulso de entrada). De esta manera, la señal de entrada  $A$  ( $B$ ) es el pulso de entrada (control) para un *TOAD* y el pulso de control (entrada) para el otro *TOAD*. Al igual que en el medio sumador reportado por Mandal et al., 2014, se puede notar que se cumple que  $S = A \oplus B$  y que  $C = AB$ .

La multiplicación se realiza con dos medios sumadores y cuatro puertas lógicas *AND*. Como se mostró en la figura 4, la puerta *AND* se compone por un *TOAD*, mientras que los medios sumadores se componen por dos *TOADs* y otros elementos. Así, para multiplicar dos palabras de dos bits se requieren 8 AOSs, cuatro de las puertas *AND* y dos por cada medio sumador.

Note que si se deseara aumentar el número de bits en las palabras por multiplicar, se requerirían más puertas *AND* y más medios sumadores. Por ejemplo, si se multiplicaran dos palabras de tres bits, se requerirían nueve puertas *AND* y ocho medios sumadores, lo cual requeriría de 25 AOSs.

Otro multiplicador fue propuesto por Ghosh (Ghosh et al., 2010). Este multiplicador es dos palabras de tres bits y utiliza nueve puertas *AND*, un medio sumador y tres sumadores completos. En este caso se explota el efecto Kerr para obtener las puertas *AND* y los sumadores. Lo anterior se logra haciendo incidir los bits (fotónicos) que se desean multiplicar o sumar, sobre un bloque con materiales lineal y no lineal, e identificando la dirección de los haces cuando estos atraviesan los materiales. Por ejemplo, la puerta *AND*, o la multiplicación de dos bits, se logra de la manera siguiente: cuando solo uno de los dos haces por multiplicar está presente, el haz que atraviesa los materiales sigue cierta dirección; cuando los dos haces están presentes, hay mayor intensidad y los dos haces combinados siguen otra dirección, por el efecto Kerr y la ley de Snell. De esta manera, este multiplicador requiere 13 bloques de material lineal y no lineal, entre otros elementos, para multiplicar dos palabras de tres bits. Un aspecto importante a notar es que este multiplicador utiliza el espacio libre como medio de propagación, lo cual dificulta su acoplamiento con los sistemas de telecomunicaciones por fibra óptica.

De manera general, la multiplicación digital binaria se puede efectuar a partir de puer-

tas AND y medios sumadores o sumadores completos. En los trabajos presentados recientemente, las puertas AND y los medios sumadores o sumadores completos totalmente ópticos, se obtienen explotando algún fenómeno no lineal, ya sea en un AOS o en otro material no lineal. En el caso del multiplicador reportado por Mandal et al., 2014, se utiliza la modulación cruzada de la polarización, dentro de un AOS, para realizar la conmutación de la polarización, la cual es la base para la formación de las puertas AND y los medios sumadores utilizados. En el multiplicador propuesto por Gayen et al., 2010, se utiliza un AOS dentro de un interferómetro de Sagnac para producir cambios de ganancia y de fase en la señal que se introduce, lo cual forma el bloque elemental para formar las puertas AND y los medios sumadores. En el multiplicador propuesto por Ghosh et al., 2010, se explota el efecto Kerr en bloques de materiales lineal y no lineal para obtener las puertas AND, el medio sumador y los sumadores completos.

De manera figurada, el esquema que se propone en este trabajo de tesis, es el corazón de un sistema que permitirá realizar la multiplicación digital en el dominio óptico, explotando el fenómeno de la mezcla de cuatro ondas (*FWM*, por sus siglas en inglés) en un amplificador óptico de semiconductor. Estrictamente, dicho esquema se propuso como un preámbulo para multiplicar dos palabras de dos bits, así como dos de tres bits. En efecto, el esquema propuesto, más que un multiplicador, es una plataforma digital multiplicadora que, con ciertos bloques adicionales, permitirá la multiplicación digital totalmente óptica de cualquier pareja de palabras de dos o tres bits, proporcionando el resultado en forma binaria. No obstante, la plataforma propuesta es capaz de multiplicar correctamente, sin ningún bloque adicional, cualquier pareja de palabras de dos bits, proporcionando el resultado en una codificación digital particular. La forma en la que la plataforma multiplica presenta algunas ventajas con respecto a los multiplicadores mencionados anteriormente, por ejemplo:

- El producto de la multiplicación se obtiene en un solo paso. Es decir, no se requieren bloques o etapas adicionales que realicen las operaciones que proporcionan el resultado.
- Solamente se requiere un AOS para multiplicar dos palabras de dos o de tres bits.

- Si se aumenta (hasta un cierto límite) el número de bits de las palabras por multiplicar, no se requiere incrementar el número de amplificadores ópticos de semiconductor.
- Los elementos utilizados son compatibles con óptica integrada, es decir, el esquema puede ser implementado en un chip.

Sin embargo, es importante mencionar que el escenario anterior no se repite con la multiplicación de dos palabras de tres bits, donde la plataforma arroja algunos resultados incorrectos, debido a la manera en la que esta opera, lo cual se expone en la sección 3.2. En este caso, algunos bloques correctivos adicionales son necesarios. Sin embargo, la implementación de dichos bloques correctivos escapa de los alcances de esta tesis.

Para finalizar esta sección, se hace notar que el principio de operación de la plataforma multiplicadora propuesta, representa una nueva técnica para efectuar la multiplicación de dos palabras de dos bits, puesto que las puertas AND y los medios sumadores están implícitos en el fenómeno no lineal de la *FWM*. En otras palabras, a diferencia de los multiplicadores presentados recientemente, en este trabajo la multiplicación se lleva a cabo en el AOS, mientras que en los otros, el elemento no lineal es una parte de un bloque elemental para la formación de las puertas AND y los medios sumadores.

### **1.3 Objetivo de la tesis**

El objetivo general de este trabajo de tesis es diseñar e instrumentar una plataforma que permita multiplicar de manera totalmente óptica, dos palabras de hasta tres bits, cada uno con tasas de datos de hasta 12.5 Gb/s.

Entre los objetivos particulares de este trabajo de tesis se encuentran:

- Diseñar e instrumentar un banco experimental para multiplicar dos palabras de dos y tres bits en estado estático.
- Diseñar e instrumentar un banco experimental para multiplicar dos palabras de dos y tres bits en estado dinámico, a diferentes tasas de datos.

- Desarrollar un modelo teórico que calcule la potencia de los bits de la palabra de salida, o del resultado, que arroja la plataforma propuesta.
- Realizar un estudio teórico sobre las posibles soluciones a los casos de salida errónea de la plataforma multiplicadora totalmente óptica.

## 1.4 Organización del manuscrito

El presente escrito se divide en seis capítulos. En el capítulo actual se plantea el problema que se pretende resolver y se analizan brevemente algunos trabajos relacionados propuestos recientemente.

En el Capítulo 2 se presentan algunos conceptos generales, los cuales se consideran convenientes para una mejor comprensión del trabajo. En dicho capítulo se revisan el amplificador óptico de semiconductor y algunos de los fenómenos que se pueden suscitar en él. Además se revisa la multiplicación binaria, la cual es la operación matemática que la plataforma propuesta pretende efectuar.

En el Capítulo 3 se da una explicación detallada de los mecanismos que permiten que la *FWM* se manifieste dentro de un AOS, y que serán considerados para la realización del modelo teórico. Finalmente, se presentan los esquemas propuestos, basados en la *FWM* dentro de un AOS, para la multiplicación de dos palabras de dos y de tres bits, tanto en estado estático como en estado dinámico.

El modelo teórico para conocer la potencia de los bits de la palabra de salida se presenta en el Capítulo 4. En particular, el modelo parte del formalismo de la matriz de densidad, el cual a posteriori permite calcular la densidad de portadores y la de la energía de los mismos. Con lo anterior se calculan las susceptibilidades no lineales de tercer orden que rigen las polarizaciones inducidas que dan nacimiento a los campos eléctricos de los bits de la palabra resultado de salida.

En el Capítulo 5 se presentan y se analizan los resultados experimentales obtenidos con los esquemas explorados. El capítulo finaliza con la proposición de dos posibles soluciones a los casos de salida errónea de la plataforma propuesta.

Finalmente, las conclusiones se exponen en el Capítulo 6.

## Capítulo 2

### Conceptos generales

En este capítulo se tratarán algunos conceptos básicos que se consideran necesarios para comprender mejor el funcionamiento de la plataforma multiplicadora. Se revisará la arquitectura básica de un amplificador óptico de semiconductor masivo, la cual es similar a la del amplificador utilizado en este trabajo de tesis. Asimismo, se presentan algunos mecanismos de recombinaciones radiativas y no radiativas de portadores, en las bandas del semiconductor, que influyen directamente en el valor de la densidad de portadores. También se estudia los momentos dipolares que crea la nube de electrones libres dentro de un semiconductor, cuando este es perturbado por un campo eléctrico y la capacidad del medio para permitirlo, lo cual se conoce como polarización atómica y susceptibilidad eléctrica, respectivamente.

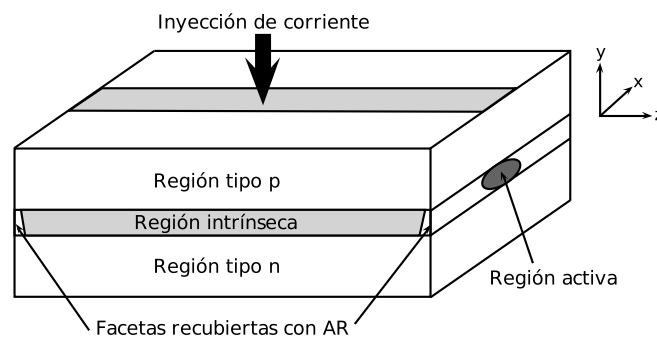
Finalmente, se exponen brevemente algunos de los fenómenos no lineales que se explotan en los AOSs para realizar funciones completamente ópticas. Dado que la multiplicación binaria es la operación que se realiza en este trabajo, se revisa esta operación en la sección 2.2.

#### 2.1 Amplificador óptico de semiconductor

La estructura y el funcionamiento de los amplificadores óptico de semiconductor (AOSs) son similares a los de los diodos láseres tipo Fabry-Perot, donde el medio amplificador se encuentra justamente dentro de una cavidad resonante del tipo Fabry-Perot. Dicha estructura se conforma, de manera general, por una doble heterounión de material tipo  $p$  con material intrínseco y de este con material tipo  $n$ . Por medio de la inyección de corriente eléctrica se puede lograr una inversión de población, la cual genera una ganancia y un cambio de índice de refracción en el material intrínseco.

Al igual que en los láseres, el apilamiento de los materiales que forman la doble heteroestructura produce un doble salto de índice de refracción en el eje vertical. Asimismo, en el eje horizontal, se forma un doble salto de índice debido al ancho de la inversión de población en el material intrínseco. Efectivamente, el electrodo superior (microcinta) y la distancia de difusión<sup>1</sup> de los portadores, acotan el ancho de la inversión de población a una porción reducida del eje horizontal. Esta doble pareja de saltos de índice de refracción sintetiza una guía de onda que presenta ganancia, razón por la cual, a su núcleo se le conoce como región activa del amplificador.

A diferencia de los láseres, en los amplificadores ópticos de semiconductor se busca eliminar la auto-oscilación o los modos de resonancia, por lo que se agregan películas antirreflejantes (AR) en las facetas del chip. Con el mismo propósito de evitar reflexiones en la cavidad, la región activa de los AOSs se termina antes de llegar a las facetas que acotan al chip y se inclina ligeramente con respecto a estas. El diagrama esquemático de un amplificador óptico de semiconductor se muestra en la figura 5.



**Figura 5. Bosquejo general de un AOS.**

Entre las ventajas de los AOSs, con respecto a otros dispositivos no lineales, se puede mencionar que presentan una alta no linealidad, la posibilidad de integración monolítica con otros dispositivos ópticos, un volumen reducido, pueden operar en las bandas S, C y L y además que el bombeo es eléctrico (Rostami et al., 2011). No obstante, su principal desventaja es su relativamente largo tiempo de respuesta, gobernado por el tiempo de vida de los portadores ( $\sim 100$  ps). Es importante mencionar que, paradójicamente, una desventaja que los AOSs presentan, con respecto a otros amplificadores de luz, es su

<sup>1</sup>La longitud promedio que recorre el portador en el proceso de recombinación.

alta no linealidad que produce diafonía en los canales amplificadores.

Como ya se mencionó, el bombeo del AOS es eléctrico y dependiendo de la magnitud del bombeo se pueden tener una manifestación preponderante de diferentes mecanismos de recombinación de portadores, los cuales se presentan en la siguiente sección.

### 2.1.1 Mecanismos de recombinación de portadores

Como es bien sabido, dentro de un semiconductor, los electrones solamente pueden poseer ciertas energías, cuyos valores se encuentran representados ya sea en la banda de conducción o en la banda de valencia. Los valores de energía que no pueden poseer los electrones, se encuentran representados en lo que se conoce como la banda prohibida, que es la gama de energías que separa a las bandas de conducción y de valencia. La diferencia de energía que existe entre las mínimas energías posibles de las bandas de conducción y de valencia se le denomina energía de la banda prohibida o, por adopción del idioma inglés, energía del gap. La energía que poseen los electrones dentro del semiconductor puede cambiar por distintos mecanismos. Por ejemplo, los electrones pueden ganar o perder energía cuando ellos interactúan con la red cristalina, entre sí, o con fotones, entre otros entes. El hecho de que la energía de un electrón cambie, implica que este ocupará un nuevo estado de energía, que un instante anterior estaba libre. A esta acción, en la que un electrón cambia de energía y ocupa un estado nuevo en alguna de las bandas de energía, se le llama coloquialmente recombinación. Cuando la recombinación se suscita porque un electrón pierde o gana una cierta porción de energía, liberando o absorbiendo energía a un fotón, se dice que se tiene una recombinación radiativa. Cuando en la recombinación no intervienen fotones, se dice que esta es no radiativa. Ahora bien, dependiendo de la inyección de corriente a la que se someta a un semiconductor intrínseco directo<sup>2</sup>, se pueden identificar tres regímenes de comportamiento: absorción, transparencia y ganancia. En cada uno de estos regímenes, los mecanismos de recombinación se pueden manifestar con una preponderancia diferente.

Específicamente, cuando el bombeo eléctrico es tal que la probabilidad de ocupación de estados cuánticos, para los electrones, en la banda de valencia es mayor que la de la

---

<sup>2</sup>El valor mínimo de energía en la banda de conducción coincide con el máximo de energía de la banda de valencia en el vector de onda  $k = 0$ .



banda de conducción, se dice que el semiconductor está en absorción. Si se aumenta el bombeo eléctrico de tal manera que la probabilidad de ocupación de estados cuánticos, para los electrones, sea la misma para la banda de conducción y para la de valencia, se dice que el material está en transparencia. Ahora bien, si se aumenta aun más el bombeo eléctrico, tal que la probabilidad de ocupación de estados cuánticos, para los electrones, en la banda de conducción sea mayor que la de la banda de valencia, se tiene una inversión de población y por tanto el régimen de ganancia.

Los tres regímenes antes mencionados pueden dar lugar a recombinaciones radiativas y no radiativas. Entre las recombinaciones radiativas más destacadas se encuentran la absorción, la emisión espontánea y la emisión estimulada. La recombinación por defectos de la red cristalina, la recombinación en la superficie cristalina y la recombinación Auger son las principales recombinaciones no radiativas (Agrawal, 1997).

### 2.1.1.1 Recombinaciones radiativas

La absorción de un fotón (ver figura 6) ocurre cuando este cede su energía a un electrón cuya energía ( $E_1$ ) se encuentra representada en la banda de valencia. Ante tal situación, la nueva energía del electrón ( $E_2$ ) es ahora representada en la banda de conducción. Para que esto ocurra, la energía del fotón ( $E = h\nu$ ) debe ser igual a la diferencia de energía que existe entre la del estado que ocupaba el electrón, en la banda de valencia, y la del nuevo estado, en la banda de conducción. Esta diferencia de energía es también informalmente llamada energía de transición del electrón en cuestión. Visto de otra manera, al ser el fotón absorbido por el electrón, este deja un estado libre (hueco) en la banda de valencia y ocupa uno en la banda de conducción, lo que corrientemente se conoce como la generación de un par electrón-hueco.

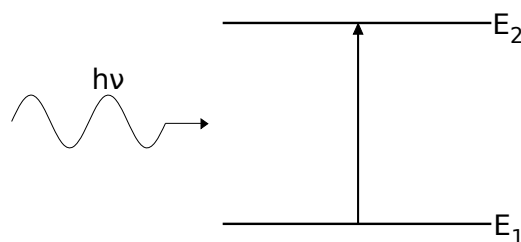
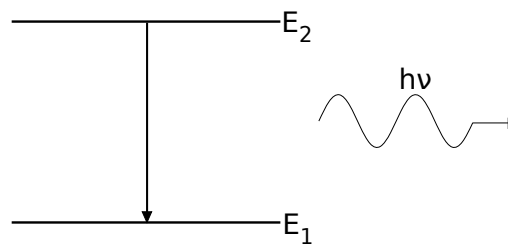


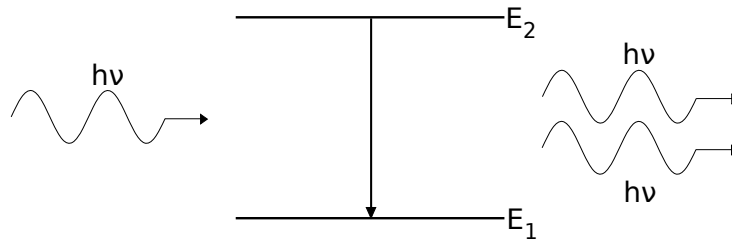
Figura 6. Representación de la absorción de un fotón.

Sin presencia de fotones dentro del semiconductor, un electrón excitado, cuya energía ( $E_2$ ) se encuentra representada en la banda de conducción, naturalmente liberará parte de esta después de un lapso  $\tau_s$ , conocido como tiempo de vida de los portadores. La nueva energía del electrón ( $E_1$ ) será representada en la banda de valencia y la energía disipada será liberada en forma de un fotón, después del tiempo de vida de los portadores  $\tau_s$ , cuya energía es igual a la de transición del electrón involucrado. La polarización, dirección y fase de la onda asociada al fotón generado, son aleatorias. Al hecho de que un electrón libere naturalmente parte de su energía y que esta, de ser representada en la banda de conducción ahora lo sea en la banda de valencia, se le conoce comúnmente como relajación del electrón. Como todos los electrones excitados tienen una energía de transición diferente y como cada uno de ellos, después del tiempo de vida, se relaja a la banda de valencia, este mecanismo libera fotones de diferentes energías y/o momentos. Por esta razón, a este proceso que genera ondas con fases, polarizaciones y direcciones aleatorias, provenientes de fotones con energías y/o momentos lineales azarosos, se le considera como una especie de ruido, y es conocido como emisión espontánea. Una representación gráfica de esta emisión se encuentra en la figura 7.



**Figura 7. Representación de la emisión espontánea.**

Por otra parte, la emisión estimulada (ver figura 8) ocurre cuando un fotón que incide sobre el semiconductor incita a un electrón en la banda de conducción ( $E_2$ ) para que este se relaje a la banda de valencia ( $E_1$ ) emitiendo un fotón. Para que esto pueda suceder, el fotón incidente debe poseer una energía idéntica a la energía de transición del electrón afectado. En consecuencia, el fotón emitido tendrá la misma energía que el fotón incidente. Además, la dirección, la polarización y la fase de la onda asociada al fotón emitido, así como el momento lineal de este, resultan ser idénticos a los vinculados con el fotón incidente.



**Figura 8. Representación de la emisión estimulada.**

Si la región del semiconductor donde se establece la inversión de población es lo suficientemente larga, los fotones de la emisión espontánea se encontrarán aún dentro de esta, cuando los estados de la banda de conducción, que desocuparon los electrones que les dieron nacimiento, se vuelven a ocupar. Los mecanismos para tal efecto son diversos y se llevan a cabo en diferentes tiempos. Por ejemplo, las colisiones de electrones (colisión portador-portador), colisiones de electrones con la red cristalina (colisión portador-fonón), la inyección de portadores por corriente, etc. Estos mecanismos serán tratados más adelante. Por el momento, lo importante a resaltar es que bajo este escenario, los fotones que constituyen a la emisión espontánea, pueden convertirse en los fotones que incitan al proceso de emisión estimulada. Visto desde otro ángulo, la emisión espontánea puede ser amplificada por emisión estimulada. A este proceso se le conoce como emisión espontánea amplificada o *ASE*, por sus siglas en inglés (Yariv and Yeh, 2007; Milonni and Eberly, 1988).

Es claro que para que los procesos antes descritos tengan lugar, la energía del fotón incidente debe tener una energía mayor a la de la banda prohibida, puesto que la energía de transición de los portadores es mayor que la de la banda prohibida. Si la energía de los fotones incidentes es menor a la energía de la banda prohibida, se necesitarían dos fotones o más para que se dé el caso de absorción. A este fenómeno se le conoce como absorción no lineal.

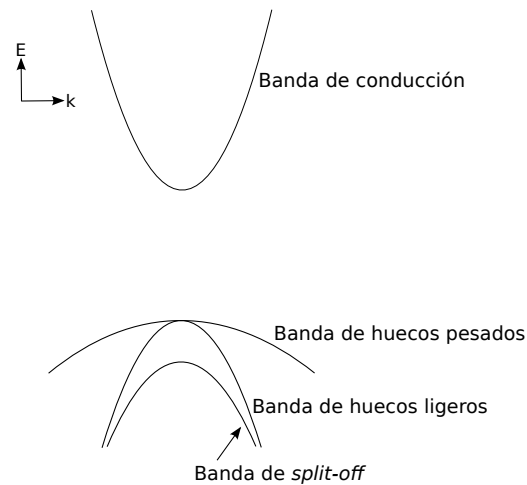
Hay que aclarar que aunque el semiconductor se encuentre en inversión de población, sigue habiendo absorción de fotones (cuando hay bombeo óptico), pero el mecanismo que domina, por ser más probable, es la emisión estimulada.

### 2.1.1.2 Recombinaciones no radiativas

Los electrones en un semiconductor también pueden cambiar de energía de manera no radiativa, es decir, sin la emisión o absorción de fotones. Como ya se mencionó, las principales recombinaciones no radiativas incluyen la recombinación por defectos, la recombinación superficial y la recombinación Auger, siendo generalmente esta última, la predominante (Agrawal and Dutta, 1986).

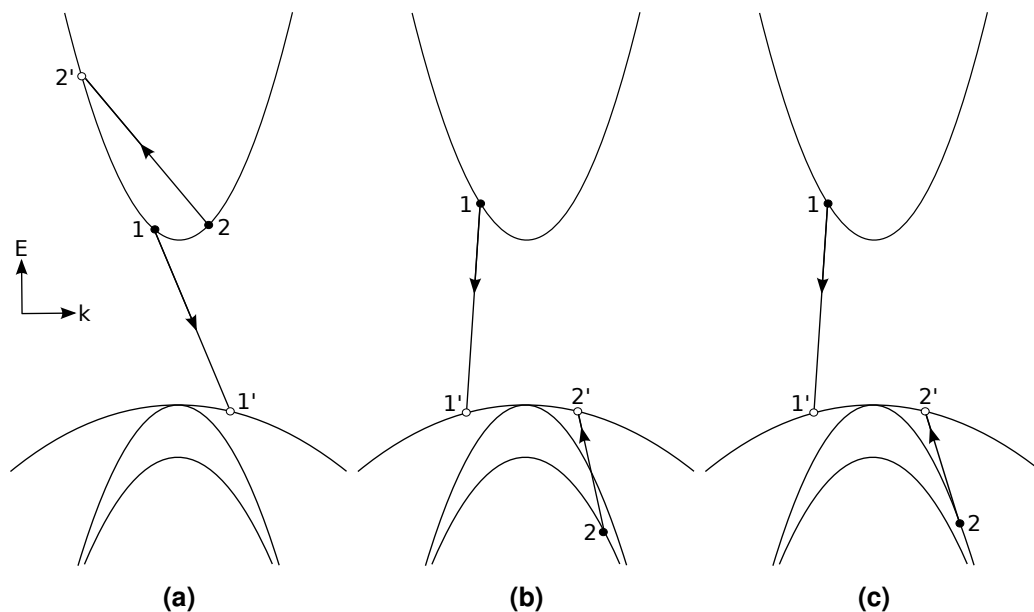
La recombinación Auger involucra cuatro portadores. De manera general, la energía que libera un electrón en la transición de una banda de energía a otra se transfiere a otro portador, por ejemplo de la misma banda, el cual se excita a un estado de energía más alto. Cuando el portador se relaja, para conseguir el cuasi-equilibrio térmico, pierde su energía liberándola en forma de vibraciones en la red o fonones. Los tres principales tipos de recombinaciones Auger son del tipo banda a banda, asistidos por fonones y asistidos por trampas. Para esta sección en particular, y para una mejor comprensión de las recombinaciones no radiativas, se tomará en cuenta la forma en la que los electrones se mueven en la estructura cristalina tridimensional del semiconductor en cuestión, cuando un campo electromagnético es aplicado. Asimismo, se considerará el efecto del espín de los electrones sobre el momento angular total. Dicho de otra manera, se tomarán en cuenta las diferentes masas efectivas que pueden tener los electrones dentro del semiconductor al moverse por el efecto de un campo electromagnético aplicado, lo cual deriva en un modelo de bandas de energía con una de conducción y dos de valencia, una para los huecos ligeros y la otra para los pesados. Respecto a la interacción del espín de los electrones con el momento magnético producido por su movimiento orbital, el modelo de bandas utilizado, la representa con una tercera banda de corrimiento de energía llamada *split-off*, por adopción del idioma inglés, como se puede apreciar en la figura 9.

Los procesos Auger de banda a banda se denotarán como CHCC, CHSH y CHLH y se explicarán en breve. Bajo esta notación, C denota la banda de conducción, H denota la banda de huecos pesados (*heavy hole band*), L denota la banda de huecos ligeros (*light hole band*) y S denota la banda de huecos con energía recorrida (*split-off band*). El proceso CHCC involucra tres electrones y un hueco pesado; el proceso CHSH involucra un electrón, dos huecos pesados y un hueco con energía recorrida, mientras que el proceso



**Figura 9. Estructura de bandas en un semiconductor directo.**

CHLH involucra un electrón, dos huecos pesados y un hueco ligero (Agrawal and Dutta, 1986; Rogalski et al., 2000). Estos tres procesos se ilustran en la figura 10.

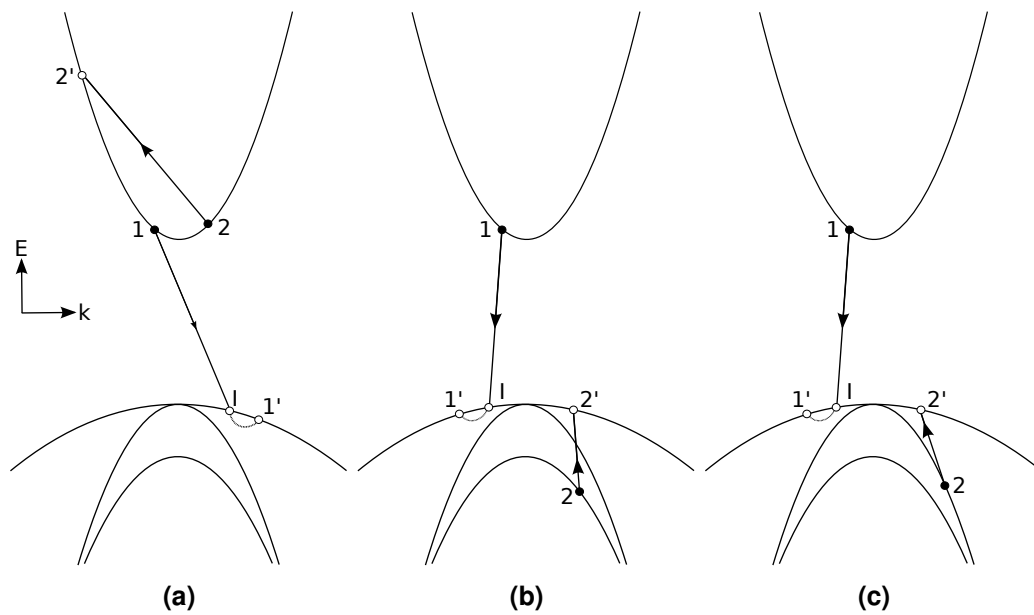


**Figura 10. Procesos Auger de banda a banda. (a) CHCC, (b) CHSH y (c) CHLH. El símbolo • denota un estado ocupado, ◦ denota un estado desocupado, las flechas indican las transiciones.**

En el caso del proceso CHCC (ver figura 10.a), el electrón 1 hace una transición de la banda de conducción al estado vacío 1' dentro de la banda de huecos pesados. El exceso de energía de esta transición se transfiere al electrón 2, ubicado dentro de la banda de conducción, el cual se excita al estado 2' dentro de la misma banda. Cuando el electrón 2' se relaja hacia el equilibrio térmico, pierde su energía en forma de un fonón, el cual produce que los átomos vecinos de la red cristalina, que sienten su efecto, se

muevan fuera de fase, lo cual se conoce como fonón óptico, ya que en cristales iónicos ellos son excitados por radiación infrarroja. Se puede seguir esta misma secuencia para explicar los procesos CHSH y CHLH. Cabe resaltar que para semiconductores tipo  $n$ , el proceso que domina es el CHCC, mientras que en semiconductores tipo  $p$  dominan los procesos CHSH y CHLH. Sin embargo, bajo altas corrientes de inyección, se deben tomar en cuenta los tres procesos (Agrawal and Dutta, 1986).

De manera similar a los procesos Auger de banda a banda, los procesos Auger asistidos por fonones se denotarán como CPHCC, CPHSH y CPHLH, donde P denota la emisión o absorción de un fonón (*phonon*) y se muestran en la figura 11.



**Figura 11. Procesos Auger asistidos por fonones. (a) CPHCC, (b) CPHSH y (c) CPHLH. El símbolo • denota un estado ocupado, ◦ denota un estado desocupado, las flechas indican las transiciones y las curvas discontinuas indican la emisión o absorción de un fonón.**

Los procesos asistidos por fonones son similares a los procesos de banda a banda, la diferencia es que se produce un estado intermedio I (ver figura 11.a, por ejemplo) tras la relajación del electrón 1. En ese estado intermedio I hay una interacción con un fonón para que finalmente se alcance el estado 1'. Todas las interacciones con fonones ocurren en la banda de los huecos pesados porque la interacción entre fonones y huecos pesados es más fuerte que con electrones o huecos ligeros (Agrawal and Dutta, 1986).

Las impurezas o defectos en los materiales pueden resultar en trampas o niveles de energía permitidos dentro de la banda prohibida. Así, un electrón libre en el borde de

la banda de conducción puede perder energía, por alguna razón, y puede ser capturado por una trampa dentro de la banda prohibida donde, eventualmente, se relajará hacia la banda de valencia. El exceso de energía que se libera durante la recombinación es disipado por fonones. Note que este proceso puede verse como una recombinación en dos pasos: primero cuando el electrón se relaja hacia la trampa y segundo cuando el electrón se relaja hacia la banda de valencia (Lee, 2010; Mueller, 2009).

Los defectos en la región activa se pueden formar durante la epitaxia<sup>3</sup> del semiconductor o durante la prueba de estrés y envejecimiento. Dichos defectos producen un continuo de estados en una cierta región. Los portadores que estén a una longitud de difusión del borde del defecto, se pueden recombinar de manera no radiativa, quedando su energía final representada dentro del continuo de estados (Agrawal and Dutta, 1986).

### 2.1.2 Polarización atómica

En un dieléctrico, la nube de electrones de cada uno de sus átomos tiene carga negativa, mientras que el núcleo del átomo en cuestión tiene carga positiva. De esta manera, el núcleo ejerce una fuerza de atracción sobre cada uno de los electrones dependiendo de la separación relativa  $\vec{r}_{en} = \vec{r}_e - \vec{r}_n$ , donde  $\vec{r}_e$  y  $\vec{r}_n$  son los vectores de posición del electrón concernido y del núcleo, respectivamente, medidos desde algún origen. Asimismo, de acuerdo con la tercera Ley de Newton, el electrón involucrado ejerce una fuerza de atracción (de signo opuesto) sobre el núcleo.

Ahora bien, la interacción de un campo electromagnético con cargas se determina principalmente por la aceleración de las mismas. Sin embargo, dado que la masa de los núcleos es mucho mayor que la de los electrones, se considera que los núcleos no son desplazados cuando se aplica un campo electromagnético al material (Milonni and Eberly, 2010). De hecho, se considera que de todos los electrones, solo los de valencia son desplazados, dado que la fuerza de atracción con su respectivo núcleo es la menor por estar más alejados de él. Dicho desplazamiento de los electrones de valencia crea dipolos que oscilan en la misma dirección y con la misma fase, dando lugar así a una polarización eléctrica. Cabe señalar que cuando la frecuencia del campo incidente concuerda con la

---

<sup>3</sup>El proceso de crecimiento por capas de un cristal.

de resonancia de alguno de los electrones de valencia de cada átomo perturbado por el campo incidente, el desplazamiento de estos se exagera y con ello la magnitud de la polarización eléctrica.

Los electrones pueden moverse linealmente con el campo eléctrico si este es más débil que la fuerza de atadura. Sin embargo, cuando el campo incidente es tan intenso que se aproxima a la fuerza de atadura, los electrones no siguen linealmente dicho campo. De esta manera se puede hablar de polarización lineal y de polarización no lineal.

El conjunto de los dipolos que se forman en un material al ser perturbado por un campo eléctrico da lugar a la polarización macroscópica, la cual se define como el momento dipolar por unidad de volumen (Ohtsubo, 2008; Uskov et al., 1994; Agrawal and Dutta, 1986; Shimoda, 1986).

Ahora bien, un semiconductor, a temperatura ambiente, puede ser considerado como un conjunto de partículas cargadas más o menos ligadas a la red cristalina. Específicamente, estas partículas pueden ser iones, electrones ligados y portadores libres. Los núcleos de los iones son muy pesados para presentar un desplazamiento significativo bajo la acción de un campo electromagnético. Asimismo, la mayoría de los electrones presentan una fuerza de atadura muy alta, y al igual que en los aisladores, solo los electrones de valencia pueden presentar un desplazamiento preponderante con la aplicación de un campo. No obstante, los electrones libres que han dejado a sus átomos son, en presencia de un campo electromagnético, desplazados muy fácilmente. Estos electrones forman un gas o un plasma de electrones y sus átomos de proveniencia se convierten en iones positivos, que de alguna manera ejercen una especie de muy débil fuerza de atadura, la cual no es puntual de un núcleo sobre un electrón sino todo lo contrario. Efectivamente, varios iones pueden ejercer “fuerzas de atadura” o atracción coulombiana sobre diversos electrones. El campo aplicado distorsiona la nube de electrones libres alrededor de los iones positivos en una dirección opuesta al campo, produciéndose una fuerte polarización eléctrica. Dado que la fuerza coulombiana que actúa sobre los electrones libres es muy débil, estos no siguen linealmente al campo incidente, a menos que este sea de muy baja intensidad. Lo anterior provoca que se genere con gran facilidad una polarización no lineal.



### 2.1.3 Susceptibilidad no lineal

La susceptibilidad del medio  $\chi$  es el parámetro que describe cómo responde el medio ante la aplicación de un campo eléctrico. Como ya se explicó, cuando se hace incidir un campo eléctrico sobre un material, se induce una polarización  $P(t)$ . Cuando se habla de fenómenos lineales, dicha polarización varía linealmente con la intensidad del campo eléctrico  $E(t)$ . Lo anterior se puede expresar como

$$P(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) \quad (1)$$

donde  $\epsilon_0$  es la permitividad del vacío y  $\chi^{(1)}$  es la susceptibilidad lineal.

La polarización inducida, cuando se suscitan fenómenos no lineales, se puede expresar expandiendo la ecuación 1 en series de potencias de la siguiente manera

$$P(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) + \epsilon_0 \chi^{(2)} E^2(t) + \epsilon_0 \chi^{(3)} E^3(t) + \dots \quad (2)$$

donde  $\chi^{(2)}$  y  $\chi^{(3)}$  son la susceptibilidad de segundo y de tercer orden, respectivamente (Boyd, 2008; Sauter, 1996; Agrawal, 2007).

La principal contribución a la polarización está representada por la susceptibilidad lineal. La susceptibilidad de segundo orden es responsable de fenómenos como la conversión de frecuencia, la generación de segundo armónico, la mezcla de tres ondas, la amplificación paramétrica, entre otras. Este tipo de interacciones debidas a la susceptibilidad de segundo orden solo pueden ocurrir en materiales no centrosimétricos, es decir, en materiales que carecen de simetría de inversión. Por otro lado, la generación de tercer armónico, la conjugación de la fase, la auto-modulación de la fase, la mezcla de cuatro ondas, la refracción no lineal, la absorción de dos fotones, entre otros fenómenos, puede ocurrir, tanto en materiales centrosimétricos, como en materiales no centrosimétricos y pueden ser descritos por la susceptibilidad de tercer orden (Boyd, 2008; Agrawal, 2007; Maldonado Basilio, 1999; Trager, 2012).

La región activa de los AOSs está conformada por materiales centrosimétricos, por lo que la susceptibilidad de segundo orden es despreciable. De esta manera, solo se

considerará la susceptibilidad de tercer orden dado que es la responsable del fenómeno de la mezcla de cuatro ondas, el cual se explota en este trabajo de tesis. Lo anterior permite expresar la polarización inducida como la suma de una polarización lineal y una polarización no lineal de tercer orden como  $P(t) = \epsilon_0\chi^{(1)}E(t) + \epsilon_0\chi^{(3)}E^3(t)$ .

La susceptibilidad es una cantidad compleja y sus partes real e imaginaria están ligadas una con la otra mediante la relación de Kramers-Kronig. Además, estas partes real e imaginaria son proporcionales al índice de refracción y a la absorción del medio, respectivamente. En el caso particular de las no linealidades del tipo Kerr que se presentan en las regiones activas de los AOSs, el índice de refracción  $n$  y la absorción del medio  $\alpha$  se pueden expresar en función de la intensidad óptica del campo incidente  $I$  como

$$n = n_0 + n_2I \quad (3)$$

$$\alpha = \alpha_0 + \beta I \quad (4)$$

donde  $n_0$  y  $\alpha_0$  son el índice de refracción lineal y el coeficiente de absorción lineal, respectivamente,  $n_2$  es el índice de refracción no lineal y  $\beta$  es el coeficiente de absorción no lineal.

La susceptibilidades lineal y no lineal de tercer orden, además de dar lugar a la mezcla de cuatro ondas dentro de un AOS, también son las responsables de la manifestación de otros fenómenos no lineales que convenientemente se han explotado para el desarrollo de funciones completamente ópticas. Algunos de estos fenómenos se presentan en la sección 2.1.4.

#### **2.1.4 Principales fenómenos no lineales que se suscitan en los AOS**

Entre los principales fenómenos no lineales que se suscitan en los AOSs y que se han explotado para el desarrollo de funciones completamente ópticas destacan la modulación cruzada de la ganancia, la modulación cruzada de la fase, la mezcla de cuatro ondas y la modulación cruzada de la polarización (Rostami et al., 2011).

Para explicar estos cuatro fenómenos no lineales de manera muy general, se considerará un experimento donde se introducen dos haces dentro de un AOS sometido a

bombeo eléctrico, uno llamado de bomba o control y otro llamado de sonda. El haz de control tiene una potencia tal que modifica algunos parámetros del AOS, mientras que el haz de sonda tiene una potencia mucho menor que la del haz de control de tal manera que no modifica significativamente los parámetros del medio.

Así, cuando el haz de control se propague por la región activa del AOS, dicho haz se amplificará progresivamente (por emisión estimulada), resultando en un consumo gradual, cada vez mayor, de portadores libres. En efecto, la densidad de portadores no es homogénea a lo largo de la región activa. Suponga además que la intensidad del haz de control está modulada como señal cuadrada. Cuando la señal de control es máxima, el consumo de portadores es alto y, por lo tanto, la densidad de portadores disminuye. De manera inversa, cuando la señal de control es mínima, el consumo de portadores es bajo y la densidad de portadores tiende a recuperarse. Dado que la ganancia del medio es proporcional a la densidad de portadores (Durhuus et al., 1992; Agrawal and Dutta, 1986; Milonni and Eberly, 2010; Rostami et al., 2011), cuando haya menos portadores disponibles habrá menos ganancia y viceversa. De esta manera, al introducir el haz de sonda de potencia constante, este experimentará un medio con poca ganancia cuando la señal de control alcance su máximo y un medio con alta ganancia cuando la señal de control sea mínima. El resultado es que a la salida del AOS, la potencia de la señal de sonda presentará una modulación similar a la de la señal de bomba, pero invertida, o bien, desfasada  $180^\circ$ . Este fenómeno es conocido como modulación cruzada de la ganancia o *XGM*, por sus siglas en inglés.

Asimismo, el índice de refracción se ve afectado cuando un haz de alta potencia incide sobre la región activa del AOS, puesto que este parámetro es una función de la intensidad óptica (ver ecuación 3) y por lo tanto de la densidad de portadores (Durhuus et al., 1992; Agrawal and Dutta, 1986). Considerando que el haz de control está modulado, cuando la señal de control alcanza su máximo, hay un gran consumo de portadores y el índice de refracción es mayor (en el caso general para los AOSs donde  $n_2$  es positivo). Ahora bien, si la señal de control es mínima (máxima), la densidad de portadores tiende a recuperarse (colapsarse) y el índice de refracción es menor (mayor). Lo anterior da lugar a un adelanto y a un retraso de la fase del campo electromagnético de la señal de sonda, cuando la

señal de control es mínima y máxima, respectivamente. A este fenómeno se le conoce como modulación cruzada de la fase o *XPM*, por sus siglas en inglés, y en general, la potencia de la señal de bomba es tal que no produce una fuerte *XGM*.

La mezcla de cuatro ondas o *FWM*, por sus siglas en inglés, consiste en la generación de armónicos de modulación o nuevas señales, producto del batimiento de dos o más señales, que se introducen en conjunto con este dentro de un AOS. Dicho batimiento hace que se module la densidad de energía de los portadores, así como la densidad de estos, y por lo tanto, produce que se modulen tanto la ganancia como el índice de refracción de la región activa del AOS. Estas últimas modulaciones actúan sobre los campos electromagnéticos de las señales que batieron, modulando su amplitud y su fase, lo que da lugar a la generación de armónicos de modulación a los lados de estas señales. Este fenómeno se discutirá con más detalle en la sección 3.1.

La modulación cruzada de la polarización o *XPolM*, por sus siglas en inglés, consiste en modificar el estado de la polarización de un haz (prueba) mediante la modificación de algunos parámetros en la región activa del AOS por el efecto de otro haz (control). Este fenómeno no lineal es considerado el resultado de varios fenómenos que ocurren simultáneamente en un AOS. Entre estos fenómenos se encuentra la birrefringencia inducida, la perturbación de las ganancias modales, la perturbación de los ejes propios de la guía de onda, entre otros (Maldonado et al., 2008). Este fenómeno se explicará con más detalle que la *XPM* y la *XGM* debido a que una de las posibles soluciones a los casos de salida errónea de la plataforma multiplicadora involucra a este fenómeno.

Los AOS exhiben una birrefringencia inherente a su estructura, llamada birrefringencia estructural. Esto se debe a que la sección transversal de los AOSs no es simétrica en el eje  $x$  con respecto al eje  $y$ , tanto en dimensiones como en composición de materiales. De hecho, en AOSs masivos, con estructura de risco (ver figura 5), la región activa, o núcleo de la guía de onda del amplificador, se encuentra en medio de un apilamiento de diferentes materiales de distinto índice de refracción. Así, sobre el eje  $y$ , hacia arriba y hacia abajo de la región activa se tienen saltos físicos de índice de refracción, mientras que a lo largo del eje  $x$ , hacia la izquierda o derecha de la región activa, no los hay. Lo anterior genera una guía de onda, que en el caso general es monomodo, y que presenta

índices de refracción efectivos diferentes para los modos de propagación fundamentales transversos eléctrico y magnético. Es decir, que cuando por la guía de onda del AOS se propaga un campo eléctrico compuesto por dos componentes vectoriales, esta presenta entonces dos índices efectivos diferentes, uno para la componente  $E_x$  y otro para la componente  $E_y$ . Estos índices efectivos dependen de las dimensiones y de los índices de refracción de todos los materiales sobre los cuales se extiende el perfil de intensidad del modo de propagación. El perfil de intensidad del modo, generalmente está centrado en la región activa del amplificador, por lo que un cambio en el índice de esta, provoca un cambio en los índices efectivos para las componentes  $E_x$  y  $E_y$ . Dado que sobre el eje  $x$  y sobre el  $y$ , tanto los materiales como las dimensiones de estos son diferentes, un cambio en el índice de refracción local de la región activa, produce un cambio desigual en los índices efectivos para las componentes  $E_x$  o  $E_y$ . En otras palabras, un cambio local del índice de refracción de la región activa, provocado por un cambio en la densidad de portadores, induce una birrefringencia en la guía de onda del amplificador. Por esta razón, un fuerte haz de control que reduzca drásticamente a la densidad de portadores, por emisión estimulada, inducirá una severa birrefringencia dentro de la guía de onda del AOS. Esta birrefringencia inducida modificará, a la salida del AOS, la polarización de un haz de prueba, insertado dentro del amplificador con una polarización lineal inclinada a  $45^\circ$  con respecto al eje  $x$ , en función de la potencia del haz de control.

Se ha demostrado que la birrefringencia inducida es el efecto responsable principal de la *XPoIM* cuando los estados de polarización de los haces de control y de prueba son lineales horizontal (TE) e inclinado a  $45^\circ$ , respectivamente (Maldonado et al., 2008; Manning et al., 2001). No obstante lo anterior, a continuación se describirán brevemente los otros fenómenos responsables de la *XPoIM*.

La ganancia modal o ganancia de simple paso es una función, entre otras variables, de la ganancia material y del factor de confinamiento. En palabras sencillas, la ganancia material es una medida de la capacidad de un material para producir emisión estimulada por unidad de longitud, bajo bombeo eléctrico y óptico, y depende de la densidad de portadores y de la frecuencia del campo que incide sobre el material, entre otros parámetros. Por otro lado, el factor de confinamiento para un modo guiado dentro de la guía de onda

del AOS, representa la fracción de la energía total del modo contenida en la región activa. Para una guía monomodo, como la de los AOSs, habrá entonces dos factores de confinamiento ( $\Gamma_{TE00}$  y  $\Gamma_{TM00}$ ), uno para el modo fundamental eléctrico ( $TE_{00}$ ) y otro para el fundamental magnético ( $TM_{00}$ ), los cuales en el caso general son diferentes. Así, cuando dentro de la guía de onda del amplificador se inserta un haz de luz, con un campo eléctrico compuesto por dos componentes ( $E_x$  y  $E_y$ ), cada una de ellas será afectada por un factor de confinamiento diferente. En particular, la componente  $E_x$ , que apunta en la misma dirección en la que apunta el vector de campo eléctrico del modo  $TE_{00}$ , es afectada por el factor de confinamiento  $\Gamma_{TE00}$ . A su vez, la componente  $E_y$ , que apunta en la misma dirección en la que apunta el vector de campo magnético del modo  $TM_{00}$  y que por tanto, se confina dentro de la guía de onda de manera equivalente a como lo hace este modo, es afectada por el factor de confinamiento  $\Gamma_{TM00}$ . Estos factores de confinamiento, que por simplicidad de notación, de ahora en adelante se les denominará simplemente  $\Gamma_{TE}$  y  $\Gamma_{TM}$ , dado que en este caso la guía de onda es monomodo y no hay confusión con modos de orden superior, se pueden definir en una primera aproximación como (Agrawal, 1997; Botez, 1981)

$$\Gamma_{TE} \cong \frac{W^2}{2 + W^2} \quad (5)$$

$$\Gamma_{TM} \cong \frac{D^2}{2 + D^2} \quad (6)$$

donde  $W$  y  $D$  son el ancho y el espesor de la región activa, respectivamente.

Debido a que  $W$  y  $D$ , en la mayoría de los AOSs son diferentes, en el caso general, como ya se estableció, se tiene que  $\Gamma_{TE00} \neq \Gamma_{TM00}$ .

Un parámetro de suma importancia dentro de los AOSs es la ganancia de simple paso, es decir, la ganancia neta que observa la potencia del haz que se inserta dentro del amplificador a la salida de este. Este parámetro depende de la ganancia material, de las pérdidas dentro de la guía de onda, de la longitud de esta y por supuesto, de la cantidad de potencia que se transporta dentro de la región activa del AOS, donde se lleva a cabo el proceso de amplificación por emisión estimulada. Esto último significa que la ganancia material depende del factor de confinamiento, que afecta al campo eléctrico del modo que se propaga dentro de la guía de onda, y por tanto, dependerá de la polarización del haz

incidente, ya que en el caso general  $\Gamma_{TE} \neq \Gamma_{TM}$ . Comúnmente, la ganancia de simple paso ( $G_{TE}$  y  $G_{TM}$ ) para las componentes  $E_x$  y  $E_y$  del campo eléctrico que se propaga dentro del AOS es aproximada como (Durhuus et al., 1992)

$$G_{Tj}(N, \omega) = \exp[(\Gamma_{Tj} \cdot g(N, \omega) - \alpha)L] \quad (7)$$

donde  $j = E, M$ ,  $g$  es la ganancia material,  $\alpha$  son las pérdidas en la guía de onda y  $L$  es la longitud de la región activa. De la expresión anterior se puede observar que si  $\Gamma_{TE} \neq \Gamma_{TM}$  entonces  $G_{TE} \neq G_{TM}$ , lo cual se conoce como anisotropía de la ganancia.

Las aproximaciones para  $\Gamma_{TE}$  y  $\Gamma_{TM}$  dadas por las expresiones 5 y 6 permiten un cálculo simple de estos parámetros, no obstante no muestran la dependencia de estos con el índice de refracción del núcleo (región activa) de la guía de onda del amplificador. En efecto, entre más alto sea el valor del índice de refracción de la región activa, más fuerte será el confinamiento del modo que soporta la guía de onda. Es decir, en realidad los factores de confinamiento  $\Gamma_{TE}$  y  $\Gamma_{TM}$  deben ser escritos como  $\Gamma_{TE}(N)$  y  $\Gamma_{TM}(N)$ , donde  $N$  es la densidad de portadores de la región activa, responsable del valor del índice de refracción local de esta, como ya se estableció. De hecho, estrictamente, los factores de confinamiento dependen del índice de refracción del núcleo de la guía de onda, pero también de los índices efectivos que generan los materiales que se encuentran cubriendo a este, tanto en la dirección  $x$  como en la  $y$ . Dado que estos índices efectivos son diferentes, tanto en la dirección  $x$  como en la  $y$ , por la estructura asimétrica del AOS, un cambio local del índice de refracción de la región activa produce variaciones diferentes en los factores de confinamiento  $\Gamma_{TE}$  y  $\Gamma_{TM}$ . Por este motivo, cuando un haz de control es insertado dentro de un AOS, este consume portadores y perturba entonces de manera diferente a los factores  $\Gamma_{TE}$  y  $\Gamma_{TM}$ . En consecuencia, las componentes  $E_x$  y  $E_y$  de un campo de prueba, que se introduzca dentro del amplificador (con  $E_x$  y  $E_y \neq 0$ ), se amplifican de manera diferente, de acuerdo a la ecuación 7, lo cual modifica su polarización a la salida del AOS, en función de la potencia del haz de control. Es decir, en función de su potencia, el haz de control induce una anisotropía de la ganancia de simple paso que cambia la polarización de salida del haz de prueba.

En otro orden de ideas, el eje propio de polarización lineal de una guía de onda se

entiende como el eje, orientado paralelamente, al estado de polarización lineal de entrada que se mantiene invariante conforme el modo de propagación se transporta dentro de la guía de onda. En general, la guía de onda de los AOSs tiene dos ejes propios, uno para una polarización lineal horizontal, llamado eje TE, y otro para una polarización lineal vertical, denominado eje TM. Estos ejes propios, en algunos AOSs, pueden ser perdidos o modificados por el efecto de un potente haz de control, lo cual produce que la polarización lineal, horizontal o vertical, de entrada de un haz de prueba cambie a la salida del amplificador. El fenómeno de la modificación de los ejes propios de la guía de onda de los AOSs puede ser interpretado de la manera siguiente. Cuando un haz de control de alta potencia es introducido dentro de un amplificador, se genera un muy fuerte consumo de portadores, por emisión estimulada, que produce un incremento sustancial en el índice de refracción de la región activa, notablemente en la parte final del AOS bajo estudio. Lo anterior provoca que en algunas estructuras de risco con región activa inclinada, como la del AOS utilizado en este trabajo, la guía de onda se vuelva multimodo. Es decir, que modos de orden superior puedan ser afectados por factores de confinamiento y ganancia que permitan su guiado. Dependiendo de la potencia del haz de control, el comportamiento multimodo de la guía de onda del AOS en cuestión se puede presentar desde la entrada hasta la salida del amplificador. Ahora bien, en general, la región activa de los AOSs está inclinada del orden de  $7^\circ$  a  $10^\circ$  con respecto a la faceta de entrada (salida), para evitar que se acoplen reflexiones dentro del sistema de inyección (recuperación). Esta inclinación provoca que el ángulo de incidencia de la luz, en la guía de onda de los AOSs, se incremente, lo cual excita modos de alto orden. Cada uno de los modos excitados, que puede ser soportado por la guía de onda del AOS bajo análisis, observa una constante de propagación diferente y es guiado, dentro del amplificador, con una velocidad distinta. El resto de los modos excitados son rápidamente perdidos. Los modos de orden superior, excitados y guiados, interfieren entre sí, y al poseer constantes de propagación diferentes, producen un patrón de interferencia que evoluciona en el tiempo. Efectivamente, si un observador fuera montado sobre los modos guiados, viendo hacia la sección transversal de la guía de onda, percibiría que en ciertos momentos hay, en determinadas partes de esta sección, mayor o menor intensidad de la que se tendrá un instante después. De hecho, en la referencia (Soto et al., 2004) se



establece que la interferencia de estos modos produce una distribución transversal no homogénea del campo eléctrico total, cuyo valor máximo de intensidad se propaga a lo largo de la guía de onda reportada en forma de “tirabuzón”. Es decir, el máximo de intensidad, del campo eléctrico total, se va desplazando de posición dentro de la región activa del AOS estudiado, a medida que los modos se propagan dentro de su guía de onda hacia la salida del amplificador. Específicamente, el máximo de intensidad del campo eléctrico total, va girando dentro de la región activa, a medida que los modos se propagan dentro de la guía de onda. Dada la asimetría, en las dimensiones transversales de la región activa, este giro, más que describir a un tirabuzón perfecto de sección transversal circular, describe una trayectoria cuasi helicoidal. Lo anterior produce un camino cuasi helicoidal de fuerte consumo de portadores, lo que a su vez genera un sendero cuasi helicoidal de alto índice de refracción embebido dentro de la región activa del amplificador. Esto actúa como una segunda guía de onda por donde los modos que esta soporta se guían helicoidalmente, con el consecuente giro progresivo de su respectivo campo eléctrico, produciéndose una especie de actividad óptica. La adición coherente de todos los modos soportados por “las dos guías de onda” produce que a la salida del amplificador se tenga un cambio en la polarización del haz de salida. Es decir, se tiene una guía de onda efectiva desprovista de ejes propios de polarización lineal, resultando en lo que podría interpretarse como un acoplamiento de potencia entre los componentes  $E_x$  y  $E_y$ . La guía de onda embebida presenta factores de confinamiento muy débiles, por lo que solo una muy pequeña parte del campo eléctrico total, que se encuentra dentro del amplificador, se acopla a ella. Razón por la cual el efecto de acoplamiento es muy débil y el cambio en la polarización, si bien existe, es muy modesto. Asimismo, es importante notar que si la potencia del haz de control es aumentada progresivamente, el efecto de la modificación de los ejes propios de la guía de onda del amplificador concernido se va acentuando. Sin embargo, si la potencia del haz de control es incrementada muy por arriba de la potencia de saturación del amplificador, todos los portadores de la región activa serán consumidos y no se formará una guía de onda virtual helicoidal. Por estas razones, el cambio en el estado de polarización que produce la modificación de los ejes propios de la guía de onda de los AOSs, sobre un haz de prueba, al variar la potencia de un haz de control es, en general, moderado.

## 2.2 Multiplicación binaria

Es pertinente recordar que cada bit de un número binario de  $N$  bits, tiene una ponderación de  $2^n$ , donde  $n$  es la posición de dicho dígito. El bit que está más a la derecha pertenece a la posición cero y, por lo tanto, tiene un peso de  $2^0 = 1$ . A este bit se le conoce como el bit menos significativo (*LSB*, por sus siglas en inglés). El bit que está a la izquierda del *LSB* tiene un peso de  $2^1 = 2$ , el que está a la izquierda de este tiene un peso de  $2^2 = 4$ , y así sucesivamente. El bit que ocupa la posición  $N - 1$  recibe el nombre de bit más significativo (*MSB*, por sus siglas en inglés). También hay que recordar que con  $N$  bits, el número mayor que se puede representar es  $2^N - 1$ . Por ejemplo, con cuatro bits, el número mayor que se puede representar es el 15 ( $2^4 - 1$ ).

Ahora bien, el procedimiento para la multiplicación binaria es similar a la multiplicación decimal. Se multiplica el primer bit del multiplicador por cada bit del multiplicando y se escribe este producto parcial. Enseguida se multiplica el segundo bit del multiplicador por cada bit del multiplicando y se escribe el producto parcial desplazado una posición a la izquierda con respecto al producto parcial anterior. Lo anterior se repite tantas veces como bits tenga el multiplicador. Finalmente se realiza la suma binaria (con acarreo) de los productos parciales para obtener el producto de dichos números.

A diferencia de la multiplicación decimal, cuando se multiplica un bit del multiplicador por los bits del multiplicando, nunca se generan acarros. Lo anterior se debe a que el producto de las multiplicaciones, en el sistema binario, solo será entre ceros y unos. No obstante, en el caso de la suma binaria, sí habrá acarreo cuando se sume un uno más otro uno, cuyo resultado en binario es 10.

Con el fin de dejar más clara esta operación, se analizará un par de ejemplos. Suponga que se desea multiplicar tres por dos, cuya representación en binario es 11 y 10, respectivamente. El primer producto parcial es 00 (el primer dígito del multiplicador por cada dígito del multiplicando). El segundo producto parcial es 11 (el segundo dígito del multiplicador por cada dígito del multiplicando). Al sumar los productos parciales se obtiene 110 (seis).

Ahora suponga que se desea multiplicar tres por tres (11 por 11, en binario). Tanto el primer como el segundo producto parcial es 11. Al sumar ambos productos parciales se obtiene 1001 (nueve).

Hay que notar que para el primer caso (tres por dos), el producto se representa con tres bits, mientras que el producto del segundo caso (tres por tres) se representa con cuatro bits.

Una vez que se han estudiado algunos de los conceptos generales que se consideran pertinentes revisar, se procederá a exponer el principio de operación de la plataforma en el capítulo siguiente.

## Capítulo 3

### Principio de operación de la plataforma multiplicadora

Como se mencionó anteriormente, en la plataforma multiplicadora se explota el fenómeno no lineal de la mezcla de cuatro ondas para realizar la multiplicación binaria o bien la operación booleana AND. Este fenómeno se describirá en la siguiente sección, así como los principales mecanismos involucrados en él. Una vez explicado el fenómeno, se presenta en la sección 3.2 el esquema propuesto para multiplicar dos palabras binarias de dos y tres bits.

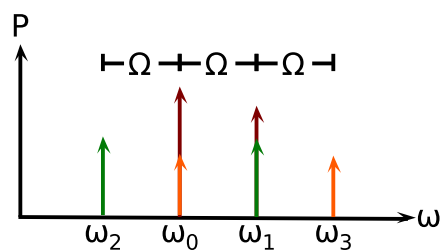
#### 3.1 Mezcla de cuatro ondas (*FWM*)

En la mezcla de cuatro ondas participan cuatro campos eléctricos. Como se mencionó en la sección 2.1.3, la *FWM* se describe a través de la susceptibilidad no lineal de tercer orden, la cual está en función de la frecuencia de cada uno de los cuatro campos eléctricos involucrados. En este fenómeno se crea una nueva onda, llamada señal conjugada, a la frecuencia  $\omega_F = \omega_i + \omega_j - \omega_k$ , donde  $\omega_i$ ,  $\omega_j$  y  $\omega_k$  son las frecuencias angulares de los campos involucrados en la generación de la señal conjugada (Sauter, 1996; Agrawal, 2001; Trager, 2012).

En el caso general, al introducir un campo óptico potente llamado bomba, con frecuencia angular  $\omega_0$ , y un campo óptico, usualmente más débil, pero de la misma polarización llamado sonda, con frecuencia angular  $\omega_1$ , se crea la señal conjugada en  $\omega_2 = 2\omega_0 - \omega_1$ . De hecho, cuando dos campos ópticos se copropagan por el mismo medio con la misma polarización, estos interfieren entre sí y generan un batimiento a la llamada frecuencia de desacuerdo  $\Omega$ , cuyo valor es igual a la diferencia que existe entre las frecuencias ópticas de los campos en cuestión. Así, al introducir simultáneamente dentro de un AOS las señales de bomba y de sonda copolarizadas, se genera un batimiento a la frecuencia

$\Omega = \omega_1 - \omega_0$ , el cual modula la ganancia y el índice de refracción de la región activa del mismo. Dichas modulaciones de la ganancia y del índice de refracción conllevan a una modulación en la amplitud y en la fase, respectivamente, de los campos de entrada, por lo que se generan armónicos de modulación separados espectralmente de estos, en forma simétrica, por múltiplos enteros de la frecuencia de desacuerdo.

Como ya se mencionó, el armónico que se genera en  $\omega_2 = 2\omega_0 - \omega_1 = \omega_0 - \Omega$  es conocido como señal conjugada, debido a que es proporcional al complejo conjugado de la señal de sonda. Además, se genera otro armónico en  $\omega_0 + \Omega$ , sin embargo, este armónico coincide con la frecuencia de la señal de sonda y, por lo tanto, no es observable. Asimismo se generan armónicos alrededor de la señal de sonda; uno de ellos se genera en  $\omega_1 - \Omega$ , el cual tampoco es observable puesto que coincide con la frecuencia de la señal de bomba, y el otro armónico se genera en  $\omega_3 = \omega_1 + \Omega$ , conocido como señal engendrada. En la figura 12 se representan las señales de bomba y de sonda, así como los armónicos generados alrededor de estas.



**Figura 12. Señales de entrada y armónicos generados por la mezcla de cuatro ondas.**

Cuando se introducen tres o más señales dentro de un AOS, cada una de ellas bate con todas las demás y al mismo tiempo experimenta los efectos producidos por los batimientos generados por la interacción de las otras señales. Por ejemplo, si se introducen tres señales con frecuencia angular  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  y  $\omega_2$ , la señal en  $\omega_0$  generará un batimiento con la señal en  $\omega_1$  y otro batimiento con la señal en  $\omega_2$ , además experimentará el batimiento producido por la interacción entre las señales en  $\omega_1$  y  $\omega_2$ . Como resultado, se generarán armónicos alrededor de la señal con frecuencia  $\omega_0$  en  $\omega_0 \pm (\omega_0 - \omega_1)$ , en  $\omega_0 \pm (\omega_0 - \omega_2)$  y en  $\omega_0 \pm (\omega_1 - \omega_2)$ .

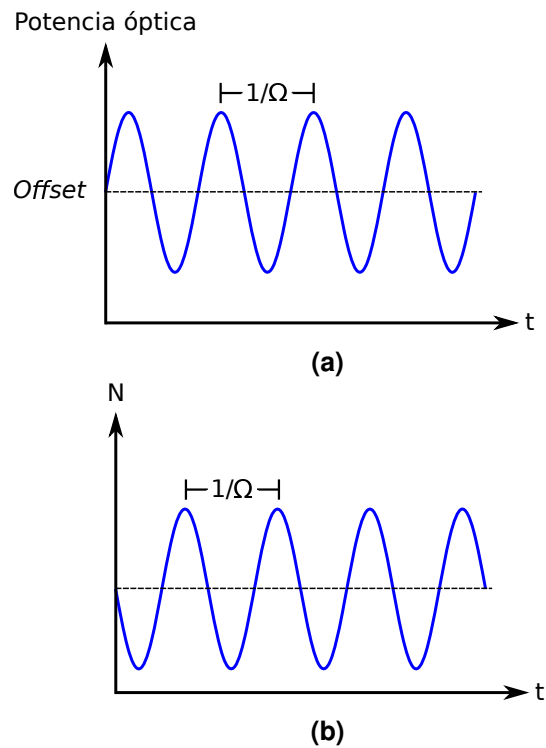
Se conocen dos tipos de mecanismos como responsables principales de la mezcla de

cuatro ondas en un AOS. Estos mecanismos se clasifican como mecanismos interbanda e intrabanda. Los primeros involucran transiciones entre banda, es decir, transiciones entre la banda de conducción y las de valencia, y modifican la densidad de portadores en la región activa. Los mecanismos intrabanda involucran interacciones dentro de la misma banda y modifican la densidad de energía.

El mecanismo interbanda más popular, involucrado en la *FWM*, es conocido como la pulsación de la densidad de portadores (*CDP*, por sus siglas en inglés), mientras que los mecanismos de la formación de un hoyo espectral (*SHB*, por sus siglas en inglés) y del calentamiento de portadores (*CH*, por sus siglas en inglés) son los mecanismos intrabanda primordiales. La eficiencia de estos mecanismos está ligada a sus constantes de tiempo. En el caso de la *CDP*, su eficiencia se rige por el tiempo de vida promedio de los electrones (huecos) en la(s) banda(s) de conducción (valencia)  $\tau_s$ , el cual es de alrededor de 100 ps. Asimismo, la eficiencia de la *SHB* se rige por el tiempo promedio que duran las colisiones portador-portador  $\tau_1$ , el cual es de aproximadamente 50 fs. Finalmente, las colisiones portador-fonón rigen la eficiencia del *CH* con un tiempo característico  $\tau_h$  de 650 fs (Uskov et al., 1994).

### 3.1.1 Pulsación de la densidad de portadores (*CDP*)

Al introducir dos campos ópticos (o más) a un AOS, dichos campos se amplifican progresivamente conforme se propagan por la región activa; esto implica que la densidad de portadores se merma conforme los campos se amplifican. Además, al copropagarse dichos campos, interfieren entre sí, lo que produce un campo total cuya intensidad está compuesta por un batimiento, que varía de manera sinusoidal a la frecuencia de desacuerdo, montado sobre un nivel de CD (*Offset*, por adopción del inglés), que depende de las potencias de los haces involucrados. Como resultado, se tiene un consumo de portadores progresivo provocado por la potencia *offset* de los campos de entrada, y un consumo de estos variante en el tiempo debido al batimiento de los campos. A esta variación temporal de la densidad de portadores se le conoce como la pulsación de la densidad de portadores. Retomando el experimento de bomba y sonda, en la figura 13 se esquematiza la *CDP* provocada por el batimiento entre las señales de bomba y de sonda.



**Figura 13. Representación de la CDP. (a) Potencia óptica en la región activa del AOS, (b) densidad de portadores relativa a la potencia óptica.**

Dado que este mecanismo está relacionado con el tiempo de vida de los electrones en la banda de conducción, el consumo de portadores asociado (ver figura 13.b) sigue un comportamiento sinusoidal, cuya amplitud decrece paulatinamente, de la mitad a valores más pequeños, si la frecuencia de desacuerdo excede los 10 GHz ( $1/\tau_s$ ).

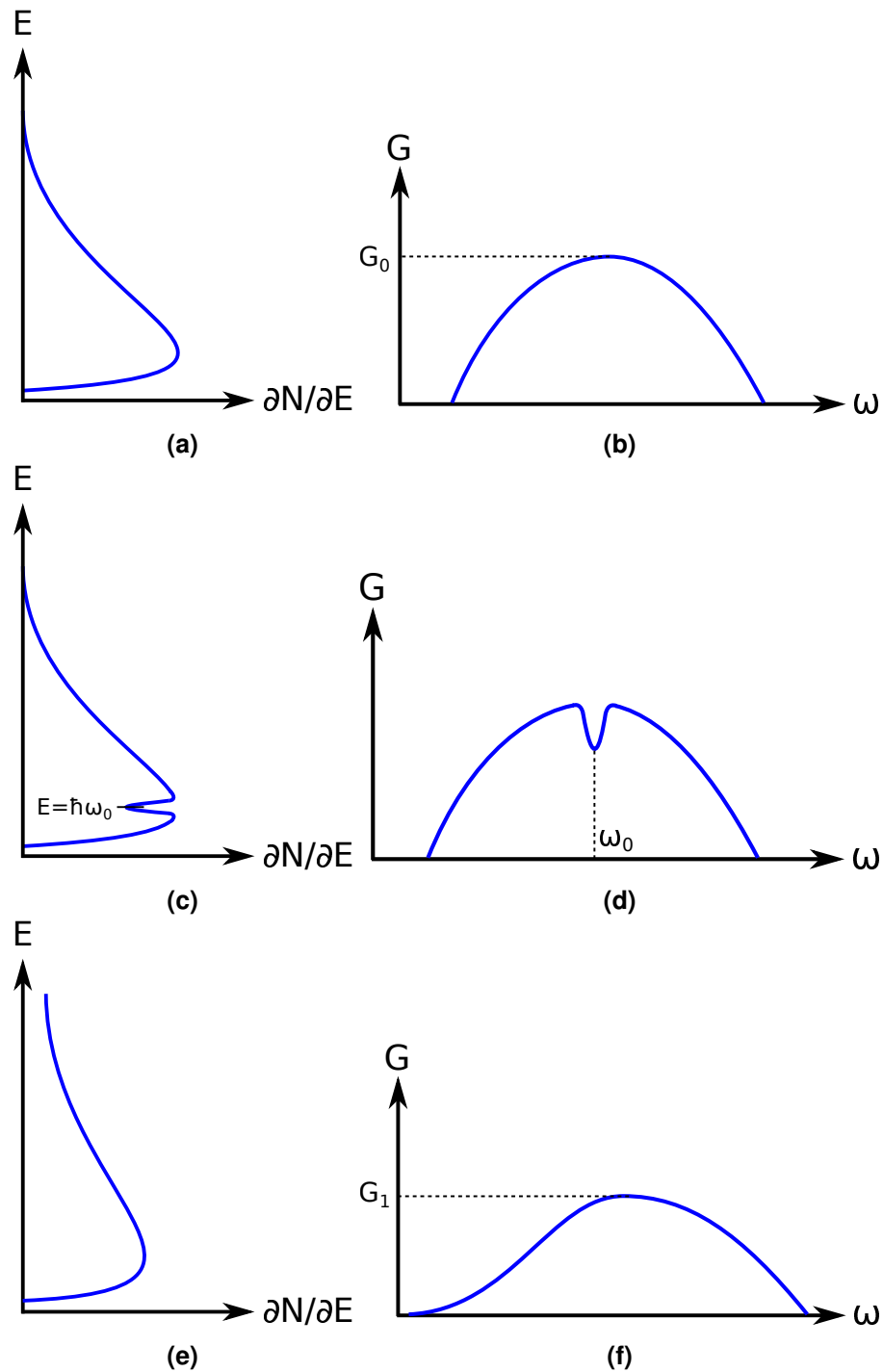
### 3.1.2 Mecanismo de la formación de un hoyo espectral (SHB)

Cuando se introduce un campo óptico potente monocromático (señal de bomba) dentro de un AOS en inversión de población, este provoca una gran cantidad de emisión estimulada de energía de fotón  $\hbar\omega_0$ . Entre más alta es la potencia del haz de bomba, mayor es el número de fotones por segundo que entran al amplificador, por lo que el tiempo que hay entre los fotones que arriban al AOS en cuestión es menor. Esto provoca un gran consumo de portadores de energía de transición  $\hbar\omega_0$  en un tiempo muy inferior al que le toma a la corriente de inyección introducir un nuevo electrón en la banda de conducción. Es decir, la tasa de consumo de electrones, de energía de transición  $\hbar\omega_0$ , por emisión estimulada, es mayor que la de inyección total de electrones por corriente. El resultado es la formación de una discontinuidad, conocida como hoyo espectral, en la

distribución de energía de los portadores y, por tanto, en los espectros de ganancia y de índice de refracción del medio. Por cuestiones de simplicidad, para esquematizar este y los mecanismos no lineales posteriores, solo se muestra la distribución de energía y el espectro de ganancia del medio. Sin embargo, no se debe perder de vista que también el espectro de índice de refracción se ve afectado por dichos mecanismos. De esta manera, la formación del hoyo espectral en la distribución de energía y en el espectro de ganancia del medio, se representa en las figuras 14.c y 14.d, respectivamente.

Los electrones libres (gas de electrones) cuya energía se encuentra representada en la banda de conducción, donde se formó el hoyo espectral por emisión estimulada, están constantemente colisionando entre sí, ganando y perdiendo energía. Como el hoyo espectral produce estados cuánticos desocupados en la banda de conducción, estos están disponibles para ser ocupados por los electrones. En efecto, los electrones libres, eventualmente ocupan a los estados cuánticos desocupados después de cambiar su energía mediante una colisión portador-portador. Es decir, gracias a las colisiones portador-portador, la profundidad del hoyo espectral disminuye. Es interesante notar que si el haz de control fuera un pulso infinitamente breve, las colisiones portador-portador “taparían” completamente al hoyo espectral en un tiempo característico de 50 fs ( $\tau_1$ ), el cual es el tiempo promedio de duración de estos eventos. Evidentemente, el llenado del hoyo espectral conllevaría una redistribución de la energía de los electrones en la banda de conducción. En particular, si el haz de control posee una energía de fotón que coincide con la energía de transición de electrones que ocupan los estados bajos de la banda de conducción, las colisiones portador-portador provocarían que haya más electrones con energías elevadas y menos con energías bajas, con respecto a la distribución inicial (ver figuras 14.a y 14.e). La repercusión de este fenómeno es que la curva de ganancia se ensancha espectralmente y al mismo tiempo disminuye su magnitud para energías bajas de fotón (ver figura 14.f). Inversamente, el espectro del índice de refracción se angosta y aumenta su valor para energías bajas de fotón.





**Figura 14. Representación de la SHB. (a) Distribución inicial de energía de los portadores, (b) espectro de ganancia inicial del medio, (c) formación del hoyo espectral en la distribución de energía, (d) formación del hoyo espectral en la ganancia, (e) distribución “caliente” por las colisiones portador-portador, (f) reducción de la ganancia por las colisiones portador-portador.**

Ahora bien, si la potencia del haz de control está fluctuando, como es el caso cuando hay un haz de sonda con el que está batiendo, el hoyo espectral fluctúa en profundidad, dado que el consumo de portadores de energía de transición  $\hbar\omega_0$  está variando en

el tiempo. Al mismo tiempo, la tasa en la que las colisiones portador-portador “meten” electrones en los estados cuánticos desocupados, fluctúa en el tiempo y, por tanto, la distribución de la energía de los electrones se vuelve dinámica. Lo anterior repercute en espectros de ganancia e índice cuya forma varía en el tiempo con una velocidad máxima del inverso del tiempo de duración de las colisiones portador-portador ( $1/\tau_1 = 1/50 \text{ fs} = 20 \text{ THz}$ ). Esto explica por qué la mezcla de cuatro ondas se puede presentar en frecuencias de desacuerdo de hasta 20 THz y por qué un tercer haz experimenta el efecto del batimiento de otros dos haces, separados espectralmente la frecuencia máxima antes mencionada. A este mecanismo se le conoce como la formación dinámica de un hoyo espectral (*DSHB*, por sus siglas en inglés) y, como ya se mencionó, es el responsable de que la *FWM* se manifieste en AOSs en frecuencia de desacuerdo de hasta 20 THz.

### 3.1.3 Mecanismo del calentamiento de portadores (*CH*)

Al hecho de que las colisiones portador-portador, en el caso específico anterior, aumenten el número de electrones de alta energía y disminuya el de baja energía, se le conoce como calentamiento de portadores debido a que este fenómeno se puede emular incrementando la temperatura de la distribución de Fermi-Dirac. Una vez que se tiene una distribución “caliente” (ver figura 14.a), los portadores de alta energía tienden a regresar al cuasi-equilibrio térmico mediante colisiones portador-fonón. Es decir que los portadores de alta energía, antes de que sufran una transición a la banda de valencia, liberan parte de su energía en forma de fonones, colisionando con la red cristalina. Estas colisiones llamadas portador-fonón provocan que la distribución de energía de los electrones tienda a una distribución de cuasi-equilibrio (ver figura 15.c), donde el número de portadores de baja energía aumenta (y el número de portadores de alta energía se reduce) con respecto a la distribución caliente. Lo anterior se puede entender como un “enfriamiento” de la distribución de portadores. Asimismo, los espectros de ganancia e índice tienden a recuperarse o a adquirir una forma de cuasi-equilibrio, sin que esta sea, por supuesto, igual a la que tenían antes de que el AOS fuera perturbado con el haz de control (ver figura 15.d).

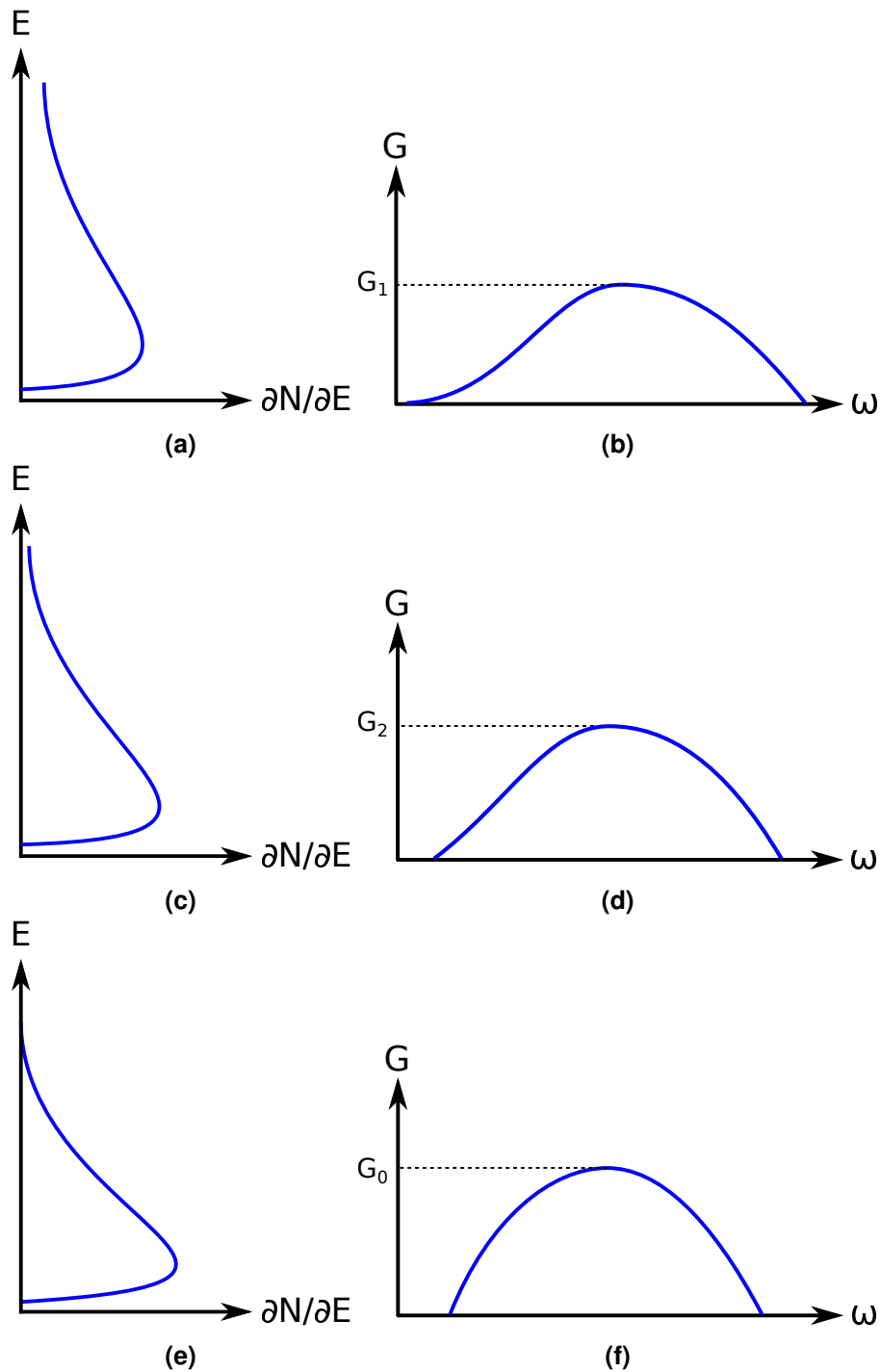


Figura 15. Representación del CH. (a) Distribución "caliente" de energía, (b) espectro de ganancia ensanchado y reducido en magnitud, (c) "enfriamiento" de portadores, (d) recuperación de la ganancia hacia la distribución inicial, (e) distribución inicial de energía, (f) espectro de ganancia inicial.

Es claro que si el poderoso haz de control posee una potencia constante, el hoyo espectral estará presente de manera permanente, pero las colisiones portador-fonón, también ayudarán a disminuir su profundidad, además de modificar las proporciones de

toda la distribución de energía de los electrones. Similar al caso anterior, si la potencia del haz de control fluctúa en el tiempo, la profundidad del hoyo espectral lo hace al igual que el calentamiento y enfriamiento de portadores. A este fenómeno se le conoce como calentamiento dinámico de portadores (*DCH*, por sus siglas en inglés) y, claramente, también contribuye a modificar los espectros de ganancia e índice. La contribución del *DCH* es más lenta que la del *DSHB*, dado que el tiempo que se necesita para liberar un fonón después de haber colisionado un electrón con la red cristalina es del orden de 650 fs ( $\tau_h$ ). Así, el *DCH* colabora con la manifestación de la *FWM* en AOSs para haces con frecuencia de desacuerdo inferiores a  $1/\tau_h=1/650$  fs=1.53 THz.

### 3.1.3.1 Absorción de portadores libres (*FCA*)

Un mecanismo que contribuye al calentamiento de portadores es la absorción de portadores libres (*FCA*, por sus siglas en inglés). En este caso, en lugar de que un fotón incidente estimule a un electrón en la banda de conducción, para que este se relaje hacia la banda de valencia emitiendo un fotón, el electrón absorbe una parte de la energía del fotón, aumentando así su energía. El resto de la energía es liberada en forma de fonón.

Es claro que la *FCA* “calienta” la distribución de energía de los portadores, puesto que los electrones aumentan su energía al absorber la energía del fotón en cuestión. Es importante notar que este mecanismo cae dentro de los mecanismos intrabanda debido a que solamente se redistribuye la energía de los portadores (en la misma banda) y no se modifica la densidad de portadores.

Una vez explicado el fenómeno de la mezcla de cuatro ondas, se procederá a presentar el esquema propuesto para realizar la multiplicación digital de la plataforma.

## 3.2 Esquema propuesto

Se plantea un esquema donde se introducen en copolarización y copropagación, dentro de un AOS, dos conjuntos de haces a multiplicar, llamados palabras binarias *A* y *B*. Específicamente, todos los haces (bits) de las palabras *A* y *B*, son introducidos dentro del AOS con frecuencias ópticas diferentes, por lo que se producirán armónicos a distintas frecuencias de desacuerdo, cuyo valor dependerá de la separación espectral de los bits

y representarán el producto de la multiplicación. En particular, tanto los bits de la palabra  $A$  como los de la palabra  $B$  poseen la misma potencia óptica y están separados entre sí la misma distancia espectral. No obstante, la palabra  $A$  se introduce lo suficientemente separada de la palabra  $B$  para evitar que los armónicos que se suscitan, por batimientos cruzados entre los bits de estas palabras, se superpongan con aquellos que se generan por los batimientos directos de los bits de cada palabra. Los haces del conjunto  $A$  tienen la mayor longitud de onda (la menor frecuencia óptica), seguidos por los haces de  $B$ . Tanto los haces de  $A$  como los de  $B$  están ponderados en base dos ( $2^0$ ,  $2^1$ ,  $2^2$ , etc.), por lo que también se les puede llamar “bits de entrada” a dichos haces. Los bits de la palabra  $A$  (o de  $B$ ) deben estar espectralmente en “espejo” con respecto a los bits de la palabra  $B$  (o de  $A$ ). Es decir, si el  $MSB$  de  $B$  es el que está espectralmente más a la derecha, el  $MSB$  de  $A$  debe ser el que esté más a la izquierda.

Asimismo, se introduce, dentro del AOS, otro haz en copolarización y copropagación con los bits de las palabras  $A$  y  $B$ , llamado  $CW$ . Este haz tiene la función de generar los bits de la palabra  $C$  de salida, o bien, del resultado de multiplicar la palabra  $A$  por la  $B$ . Efectivamente, el haz  $CW$ , al ser introducido dentro del amplificador, experimentará los efectos de todos los batimientos directos y cruzados que generan los bits de las palabras  $A$  y  $B$ . Es decir, que alrededor del haz  $CW$  se crearán una gran cantidad de armónicos, sin embargo, solo aquellos provenientes de los batimientos cruzados son los de interés para este trabajo, ya que representan el resultado de las multiplicaciones parciales de los bits de las palabras  $A$  y  $B$ . Es importante notar que el haz  $CW$  también generará batimientos con cada uno de los bits de las palabras  $A$  y  $B$ . Sin embargo, el haz  $CW$  se introduce espectralmente, lo suficientemente alejado de los bits de las palabras  $A$  y  $B$ , para que al batir con ellos se generen armónicos “espurios” de amplitud despreciable. Asimismo, la posición espectral del haz  $CW$ , alejada de la de los bits de las palabras  $A$  y  $B$ , permite que los armónicos útiles (bits de salida) no se traslapen con ningún otro proveniente de cualquier batimiento, ya sea directo, cruzado o espurio.

En general, el experimento se lleva a cabo en dos modalidades: en estado estático y en estado dinámico. Se entiende por estado estático y dinámico, a los casos en los que los bits de las palabras de entrada se introducen, dentro del amplificador, con una

amplitud constante y modulada en el tiempo, respectivamente.

El experimento se plantea para multiplicar dos palabras de dos y tres bits, tanto para en estado estático como para en estado dinámico. Específicamente, en estado estático, los láseres que generan a los bits de las palabras de entrada  $A$  y  $B$ , se encienden y se apagan manualmente, para producir los valores, invariantes en el tiempo, de uno o cero lógicos de las palabras por multiplicar. En contraste, en estado dinámico, los bits de las palabras por multiplicar son sintetizados por moduladores electro-ópticos, manejados por un generador de patrones pseudo-aleatorios (GPP) y alimentados por láseres permanentemente encendidos. En este caso, la trama de “bits ópticos” que arrojan los moduladores es de  $2^4$  símbolos con tasas de bits de 5 a 20 Gb/s, cuando la palabra es de dos bits, y de  $2^6$  símbolos con una tasa de bit de 12.5 Gb/s, cuando la palabra es de tres bits.

En las siguientes secciones se explicarán los detalles de los esquemas propuestos en estado estático y en estado dinámico.

### 3.2.1 Experimento en estado estático para la multiplicación de dos palabras de dos bits

Para este caso, las palabras binarias  $A$  y  $B$  se componen de los bits  $a_0$  y  $a_1$  y de  $b_0$  y  $b_1$ , respectivamente, siendo los bits con subíndice cero los *LSBs*.

Como ya se estableció anteriormente, los bits de las palabras  $A$  y  $B$  son espectralmente introducidos al AOS utilizado en el experimento, en espejo. Asimismo, la frecuencia de desacuerdo ( $\Omega$ ) que hay entre las frecuencias de los campos eléctricos de los bits  $a_0$  y  $a_1$  ( $f_{a_0}$  y  $f_{a_1}$ ), se escoge igual a la que hay entre las de los bits  $b_0$  y  $b_1$  ( $f_{b_0}$  y  $f_{b_1}$ ). Es decir  $\Omega = f_{a_0} - f_{a_1} = f_{b_1} - f_{b_0}$ . Por otra parte, entre  $a_0$  y  $b_0$  se deja una separación espectral de  $3\Omega$  para evitar que los armónicos de primer orden producidos por el batimiento directo de los bits  $a_0$  y  $a_1$ , y  $b_0$  y  $b_1$ , se traslapen con cualquiera de estos bits. Finalmente, se introduce un haz *CW* alejado  $9\Omega$  de la posición espectral del *MSB* de la palabra  $B$ . En la figura 16 se representan espectralmente los bits de las palabras de entrada  $A$  y  $B$  y el haz *CW*.

Para simplificar el análisis, solo se van a considerar los armónicos visibles que se



Figura 16. Espectro de entrada para multiplicar dos palabras de dos bits.

generen en el lado derecho de los haces antes mencionados (frecuencia mayor a la del haz en cuestión). De esta manera, cuando los bits  $a_0$  y  $b_0$  (los *LSB* de entrada) estén en un nivel alto, lo cual representa la multiplicación uno por uno, habrá un batimiento entre estos a  $3\Omega$  y se generará un armónico en  $f_{b_0} + 3\Omega$  y otro alrededor del haz *CW* a esta misma frecuencia de desacuerdo ( $f_{CW} + 3\Omega$ ), el cual representaría el *LSB* de salida  $c_0$  (con un peso de  $2^0$ ).

Si ahora los bits  $a_0$  y  $b_1$  (o  $a_1$  y  $b_0$ ) están en nivel alto, lo cual representaría la multiplicación uno por dos (o dos por uno) el batimiento será a  $4\Omega$  por lo que se generará un armónico de modulación en  $f_{b_1} + 4\Omega$  (o en  $f_{b_0} + 4\Omega$ ) y otro alrededor del haz *CW* en  $f_{CW} + 4\Omega$ , representando al bit de salida  $c_1$  (con un peso de  $2^1$ ).

Cuando los *MSB* de entrada ( $a_1$  y  $b_1$ ) estén en nivel alto, el batimiento será a  $5\Omega$  y se generará un armónico en  $f_{b_1} + 5\Omega$  y en  $f_{CW} + 5\Omega$ ; este último representará al *MSB* de salida  $c_2$ . Así, se tienen tres batimientos útiles de interés, por lo que también se tienen tres armónicos de interés alrededor del haz *CW*, los cuales conforman a la palabra *C* de salida. En la tabla 1 se enlistan las frecuencias y las longitudes de onda de los haces (bits) que conforman las palabras de entrada, y las que se espera que tengan los bits de la palabra *C* de salida.

Para introducir los haces de las palabras de entrada, así como el haz *CW*, dentro del AOS utilizado, se emplea un multicanalizador (MUX), cuyas frecuencias de los canales concuerdan con la tabla de la *ITU*. Además, después de multicanalizar los haces de entrada, estos son magnificados por un amplificador de fibra dopada con erbio (AFDE). Así, la elección de la longitud de onda de los haces de entrada se hizo en base a los canales disponibles del multicanalizador utilizado y a los espectros de amplificación del AOS y del AFDE empleados.

**Tabla 1. Frecuencia y longitud de onda de los bits de las palabras de entrada y de los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits.**

Haz	Frecuencia (THz)	Longitud de onda (nm)
$a_1$	192.1	1560.61
$a_0$	192.3	1558.98
$b_0$	192.9	1554.13
$b_1$	193.1	1552.52
<i>CW</i>	194.9	1538.19
$c_0$	195.5	1533.47
$c_1$	195.7	1531.90
$c_2$	195.9	1530.33

Las características del MUX también determinan la separación espectral que pueden tener los bits de las palabras de entrada ( $A$  y  $B$ ), la cual se traduce como la frecuencia de desacuerdo  $\Omega$  y en este caso fue de 200 GHz.

En la figura 17 se muestran las frecuencias de desacuerdo que se fijaron para los bits de las palabras de entrada, así como las resultantes para los bits de la palabra de salida.



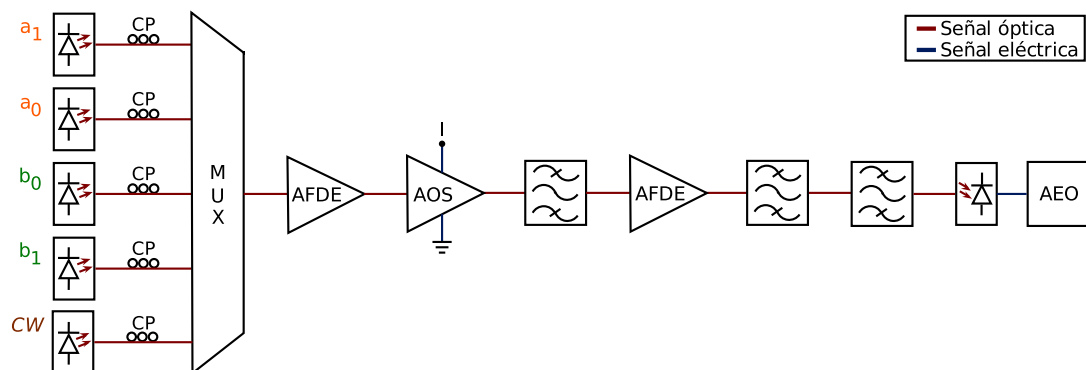
**Figura 17. Frecuencias de desacuerdo entre los bits de las palabras de entrada y los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits.**

Se puede notar en la figura 17, que cuando todos los bits de entrada estén en un nivel alto, lo cual representaría la multiplicación tres por tres, el producto en binario será 111 (siete). Claramente esto es un error aritmético; sin embargo, debido a que este resultado es único, es decir, no hay otra multiplicación que dé siete como producto, este valor puede interpretarse como una codificación. En otras palabras, se podría decir que si el producto da como valor siete, en realidad el resultado es nueve.

Para multiplicar dos palabras binarias de dos bits en estado estático, se propone el esquema experimental mostrado en la figura 18. Los dos bits de cada palabra de en-



trada y el haz  $CW$  son introducidos a un multicanalizador (MUX). El estado de polarización de cada uno de estos haces se ajusta mediante los controladores de polarización (CP). Cuando los cinco haces son multicanalizados, se genera el batimiento entre estos. Los haces multicanalizados se amplifican con un amplificador de fibra dopada con erbio (AFDE), para enseguida ser introducidos dentro de un amplificador óptico de semiconductor (AOS). A la salida del AOS se podrá entonces observar los armónicos que representan a los bits de la palabra  $C$  de salida, así como los correspondientes a los batimientos que generan y experimentan los cinco haces de entrada. Si se desea observar individualmente cada bit de la palabra  $C$  de salida, se filtra el armónico deseado a la salida del AOS, para enseguida amplificarlo con otro AFDE. Hay que notar que además de amplificar al armónico de salida en cuestión, el AFDE produce ASE, cuyo ancho espectral se trata de reducir al máximo posible mediante un filtrado pasa-banda estrecho. Para tal efecto, se colocan en cascada dos filtros con ventanas de paso, presentando flancos abruptos (semejantes a rectángulos). Así, al recorrer el centrado de la ventana de paso de uno de los filtros, se logra un sistema de filtrado cuya banda pasante es cada vez más angosta. Como en la práctica los flancos de la ventana de pasada de los filtros tienen una pendiente finita, la banda pasante total solo se puede reducir hasta un cierto límite. Finalmente, el armónico filtrado es observado en un analizador de espectros ópticos (AEO).



**Figura 18. Esquema experimental para multiplicar dos palabras de dos bits en estado estático.**

En el Capítulo 5 se mostrarán y discutirán los resultados obtenidos para los esquemas experimentales propuestos.

### 3.2.2 Experimento en estado estático para la multiplicación de dos palabras de tres bits

El principio de operación es el mismo que para el caso anterior, pero ahora las palabras de entrada  $A$  y  $B$  están compuestas de los bits  $a_0, a_1$  y  $a_2$ , y de  $b_0, b_1$  y  $b_2$ , respectivamente. Con estos seis bits de entrada habrá cinco batimientos útiles de interés, resultando en cinco armónicos de interés alrededor del haz  $CW$ , los cuales formarán la palabra  $C$  de salida compuesta por los bits  $c_0, c_1, c_2, c_3$  y  $c_4$ . Entre  $a_0$  y  $b_0$  se deja una separación de  $5\Omega$  para asegurar que los armónicos generados por los batimientos cruzados, alrededor de los bits que componen a las palabras  $A$  y  $B$ , no se traslapen con los propios bits de estas palabras. Así, cuando se multiplique uno por uno, se generará un armónico en  $f_{b_0} + 5\Omega$  y otro en  $f_{CW} + 5\Omega$ , este último representando al bit  $c_0$ .

Si se desea multiplicar uno por dos (o dos por uno), el batimiento será a  $6\Omega$ , resultando en un armónico en  $f_{b_1} + 6\Omega$  (o en  $f_{b_0} + 6\Omega$ ) y otro en  $f_{CW} + 6\Omega$ , dando por resultado el bit de salida  $c_1$ . Cuando se quiera multiplicar uno por cuatro (o cuatro por uno o dos por dos), se generará un armónico en  $f_{b_2} + 7\Omega$  (o en  $f_{b_0} + 7\Omega$  o en  $f_{b_1} + 7\Omega$ ) y un armónico en  $f_{CW} + 7\Omega$ , el cual representará al bit de salida  $c_2$ . Asimismo, si se multiplica dos por cuatro (o cuatro por dos), se generará un armónico de modulación en  $f_{b_2} + 8\Omega$  (o en  $f_{b_1} + 8\Omega$ ) y en  $f_{CW} + 8\Omega$ , resultando en el bit de salida  $c_3$ . Finalmente, si se multiplican los *MSB* de entrada ( $a_2$  por  $b_2$ ), el batimiento en  $9\Omega$  generará el *MSB* de salida  $c_4$  en  $f_{CW} + 9\Omega$ , así como el armónico en  $f_{b_2} + 9\Omega$ .

En la figura 19 se muestran las frecuencias de desacuerdo que se fijaron entre los bits de las palabras de entrada, así como las resultantes para los bits de la palabra de salida. Asimismo, en la tabla 2 se enlistan los haces de entrada y los armónicos de salida con sus respectivas frecuencias y longitudes de onda.

El esquema experimental planteado para multiplicar dos palabras de tres bits en estado estático se muestra en la figura 20. La diferencia de este esquema con el esquema para multiplicar dos palabras de dos bits, además del número de bits de entrada, es que el haz  $CW$  no se introduce a través del MUX, sino que se inserta por medio de un acoplador 90/10 situado entre la salida del primer AFDE y la entrada del AOS. Esto se debe a que se

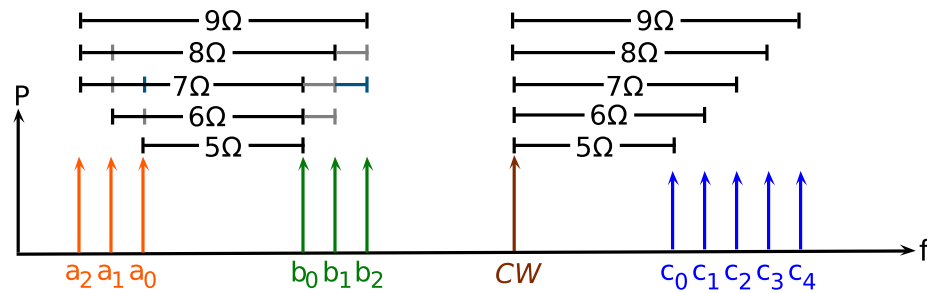


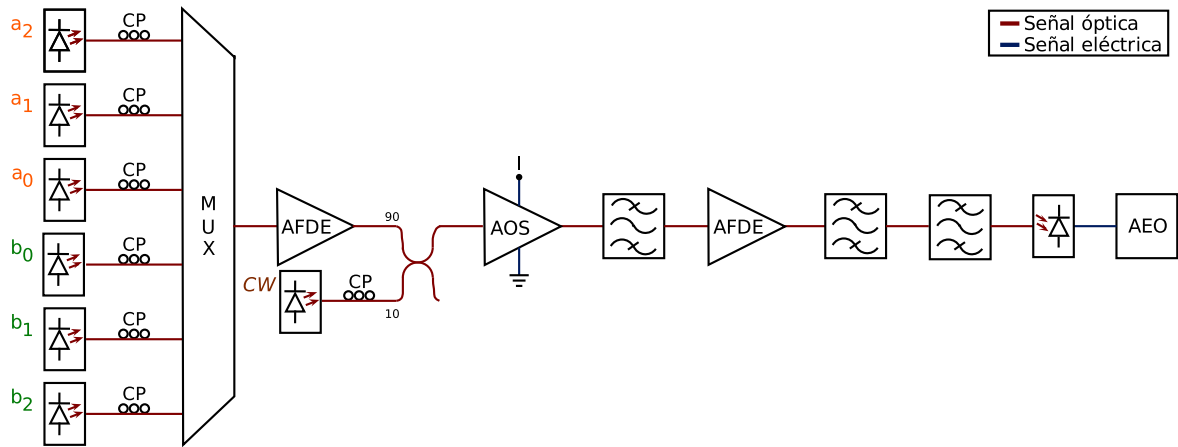
Figura 19. Frecuencias de desacuerdo entre los bits de la palabras de entrada y los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits.

Tabla 2. Frecuencia y longitud de onda de los bits de las palabras de entrada y de los bits de la palabra de salida para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits.

Bit	Frecuencia (THz)	Longitud de onda (nm)
$a_2$	192.1	1560.61
$a_1$	192.3	1558.98
$a_0$	192.5	1557.36
$b_0$	193.5	1549.32
$b_1$	193.7	1547.72
$b_2$	193.9	1546.12
$CW$	194.9	1538.19
$c_0$	195.9	1530.33
$c_1$	196.1	1528.77
$c_2$	196.3	1527.22
$c_3$	196.5	1525.66
$c_4$	196.7	1524.11

generarán armónicos de modulación en  $f_{CW} + 5\Omega$ ,  $f_{CW} + 6\Omega$  y en  $f_{CW} + 7\Omega$ , aun cuando los bits de la palabra  $A$  estén en nivel bajo, dado que la diferencia espectral que hay entre el haz  $CW$  y los bits  $b_2$ ,  $b_1$  y  $b_0$  es de  $5\Omega$ ,  $6\Omega$  y  $7\Omega$ , respectivamente. Para reducir el efecto del batimiento entre el haz  $CW$  y los bits de la palabra  $B$ , se introduce el haz  $CW$  por el puerto del acoplador que atenúa el 90 % la potencia de entrada. De esta manera, se asegura que los armónicos generados alrededor del haz  $CW$  corresponden a los batimientos útiles de interés entre los bits de las palabras de entrada.

Al igual que en el caso anterior, al multiplicar tres por tres, el resultado esperado será nueve, pero se tendría siete. En este caso, no se puede hablar de una codificación en la palabra de salida, ya que ahora es posible la multiplicación de uno por siete, cuyo producto se confundiría con el resultado erróneo antes mencionado. Además del caso donde se multiplica tres por tres, también se espera un resultado matemáticamente incorrecto



**Figura 20. Esquema experimental para multiplicar dos palabras de tres bits en estado estático.**

cuando se multiplique tres por seis, tres por siete, cinco por cinco, cinco por siete, seis por seis, seis por siete y siete por siete. Para visualizar mejor los resultados que se esperan, en la tabla 3 se muestran en azul los resultados matemáticamente correctos y en rojo los resultados incorrectos para la multiplicación de dos palabras de tres bits.

**Tabla 3. Resultados esperados para la multiplicación de dos palabras de tres bits.**

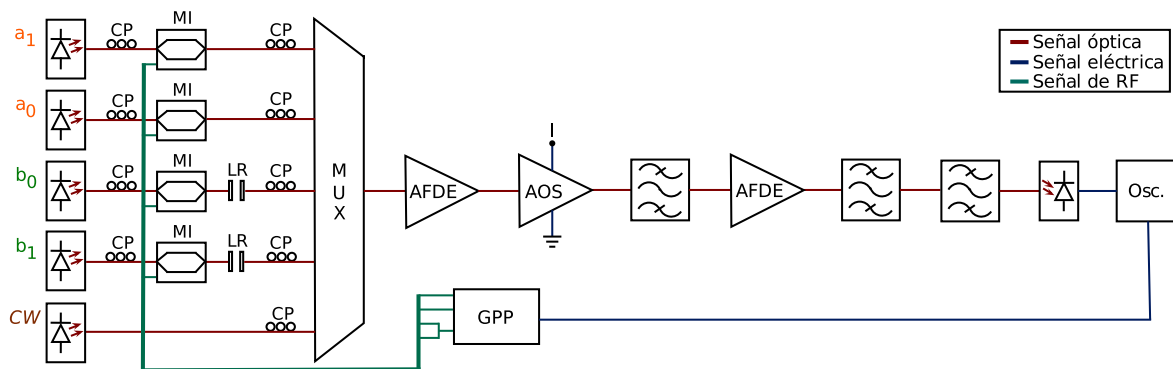
$A \times B$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7
2	0	2	4	6	8	10	12	14
3	0	3	6	7	12	15	14	15
4	0	4	8	12	16	20	24	28
5	0	5	10	15	20	21	30	31
6	0	6	12	14	24	30	28	30
7	0	7	14	15	28	31	30	31

### 3.2.3 Experimento en estado dinámico para la multiplicación de dos palabras de dos bits

El principio de operación es el mismo que para el caso en estado estático. La diferencia es que ahora los haces de los bits de entrada se modulan externamente a través de moduladores de intensidad (MI) tipo Mach-Zehnder. Se genera una secuencia de bits, us-

ando un generador de patrones de pulsos pseudoaleatorios (GPP), tal que al sincronizar de manera adecuada los haces de entrada, se tengan todas las combinaciones posibles para la multiplicación de dos palabras de dos y tres bits.

El espectro de entrada para multiplicar dos palabras de dos bits, en estado dinámico, es similar al del caso estático; sin embargo, ahora se generan armónicos laterales correspondientes a la frecuencia de modulación. Es importante notar que como la frecuencia de modulación es mucho menor que la de la portadora óptica, y como el AEO utilizado tiene una resolución calibrada de 0.08 nm, entonces no es posible observar, en este instrumento, los armónicos correspondientes a la modulación en intensidad. Por estas razones y por cuestiones prácticas, se va a considerar que el espectro que generan todas las señales de entrada al AOS es como el que se muestra en la figura 16. En particular, el esquema experimental propuesto para multiplicar dos palabras de dos bits en estado dinámico se muestra en la figura 21.

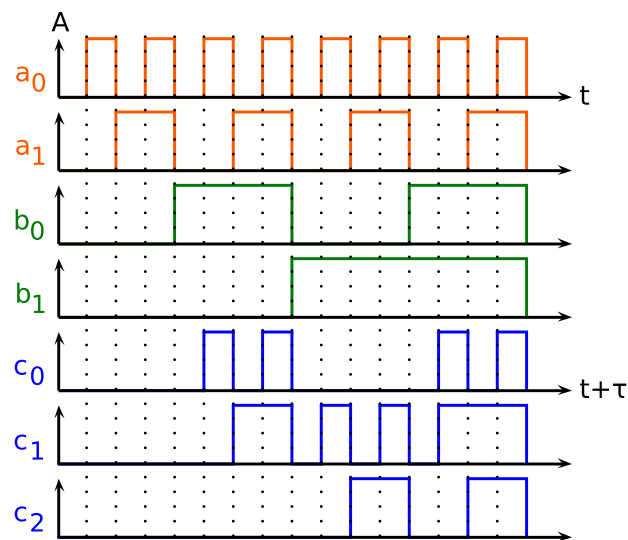


**Figura 21. Esquema experimental para multiplicar dos palabras de dos bits en estado dinámico.**

Las señales de radiofrecuencia (RF) que se introducen a los moduladores de intensidad (MI) provienen del GPP. Es necesario colocar un controlador de polarización (CP) en la entrada óptica de cada MI debido a que las guías de onda de estos están optimizadas para vehicular el modo transversal eléctrico. En la trayectoria óptica de  $b_0$  y de  $b_1$  se coloca una línea de retardo (LR), después del respectivo MI, para sincronizar las cuatro señales de entrada como se muestra en la figura 22. Al igual que en el caso estático, cada bit de las palabras de entrada y el haz  $CW$  son controlados en polarización y multicanalizados en una sola fibra óptica por un MUX, para después ser amplificados por un AFDE e introducidos dentro del AOS empleado. Los armónicos de interés, a la salida del AOS, se

filtran, se amplifican con un segundo AFDE y se vuelven a filtrar para reducir la ASE de este amplificador, para finalmente observarlos en el osciloscopio (Osc.). Para tal efecto, es pertinente recordar que todos los filtros son pasabanda y sintonizables, por lo que su frecuencia central es desplazada, con el fin de visualizar en el osciloscopio a cada bit de salida por separado.

Para sincronizar los flancos de subida de los bits de las palabras de entrada  $A$  y  $B$ , se toma como referencia el bit  $a_1$ , entonces se ajusta el retardo eléctrico de la señal del GPP que genera al bit  $a_0$ , a través de su respectivo MI. Por su parte, los flancos de subida de los bits  $b_0$  y  $b_1$  se retardan en el dominio óptico para que finalmente las cuatro señales de entrada estén sincronizadas como se muestra en la figura 22. De esta manera, los bits, además de sincronizarse entre sí, generan todas las combinaciones binarias posibles de entrada, para realizar cualquier multiplicación que se pueda hacer con dos palabras de dos bits.



**Figura 22. Bits de las palabras de entrada y salida para la multiplicación de dos palabras binarias de dos bits en estado dinámico.**

Con las señales de entrada sincronizadas, y sabiendo cómo opera la plataforma multiplicadora, se espera que los bits  $c_0$ ,  $c_1$  y  $c_2$  tengan las formas de onda mostradas en la figura 22. Hay que notar que el producto de la multiplicación no ocurre instantáneamente, sino que se obtiene después de un cierto retardo  $\tau$ , el tiempo que le lleva a las palabras  $A$  y  $B$  hacer la mezcla de cuatro ondas. Además, existe una trayectoria óptica de la salida del AOS al equipo de medición, lo cual genera un retardo adicional de la palabra  $C$  de

salida, con respecto a las palabras  $A$  y  $B$ .

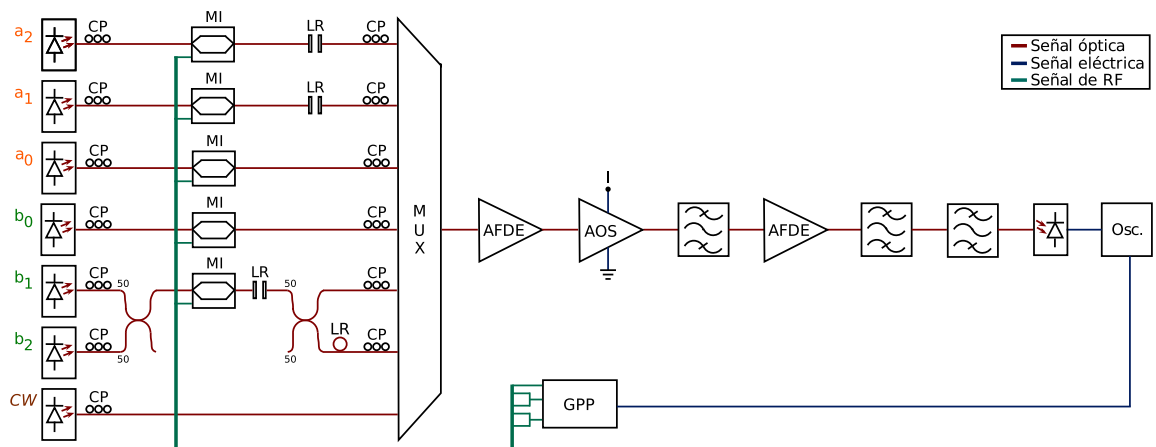
Para facilitar la lectura de la figura 22, en la tabla 4 se muestran los resultados esperados para la multiplicación de dos palabras de dos bits. Al igual que en la tabla 3, en rojo se muestra el resultado matemáticamente incorrecto.

**Tabla 4. Resultados esperados para la multiplicación de dos palabras de dos bits.**

$A \times B$	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	1	2	3
2	0	2	4	6
3	0	3	6	7

### 3.2.4 Experimento en estado dinámico para la multiplicación de dos palabras de tres bits

Para este caso, se va a considerar que el espectro a la salida del AOS contiene solamente los bits de las palabras de entrada y los de la palabra de salida, como el que se ilustra en la figura 19. Asimismo, en la figura 23 se muestra el primer esquema experimental que se exploró para multiplicar dos palabras de tres bits.



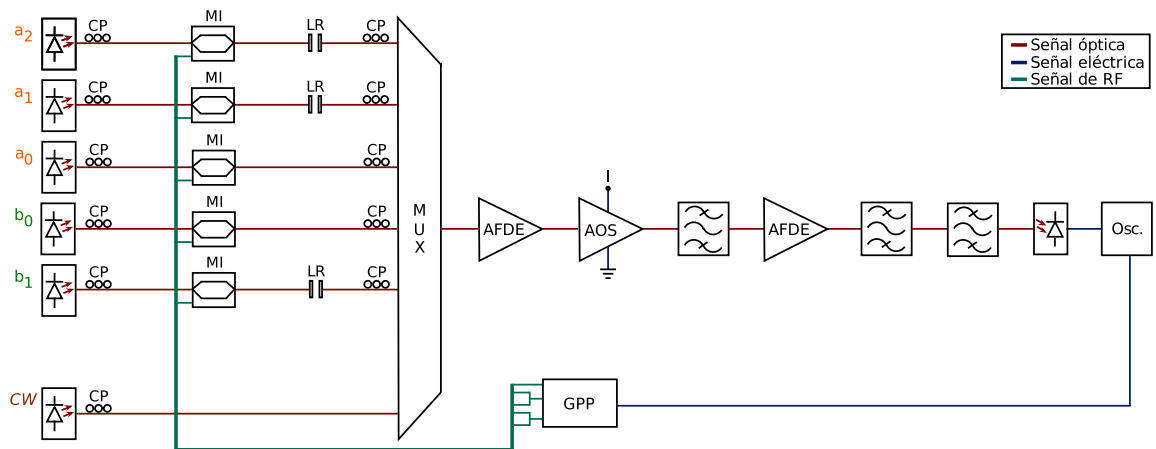
**Figura 23. Esquema experimental para multiplicar dos palabras de tres bits en estado dinámico.**

Hay que notar que los bits  $b_1$  y  $b_2$  comparten el mismo modulador de intensidad (MI) debido a que en el laboratorio solamente se cuenta con cinco moduladores. Con este

esquema no se pudo obtener una potencia suficiente en los bits de la palabra de salida para que estos pudieran ser observados en un osciloscopio. Además de este esquema, se propusieron otras combinaciones de bits de entrada dentro de un MI, pero el resultado fue el mismo. Por esta razón, se decidió hacer la multiplicación de dos palabras de tres bits en dos etapas. Primeramente se multiplicó la palabra de entrada  $A$  por la palabra  $B$ , considerando que el bit  $b_2$  de esta última valía cero todo el tiempo. Posteriormente, se repitió la multiplicación, pero esta vez el bit  $b_1$  fue al que se le asignó un valor de cero permanente. Evidentemente, para lograr lo anterior, el MI que genera a  $b_1$  en el primer escenario es cambiado físicamente de posición para que genere a  $b_2$  en el segundo caso. Asimismo, en el primer y segundo escenarios, los láseres que producen a los bits  $b_2$  y  $b_1$  son apagados, respectivamente.

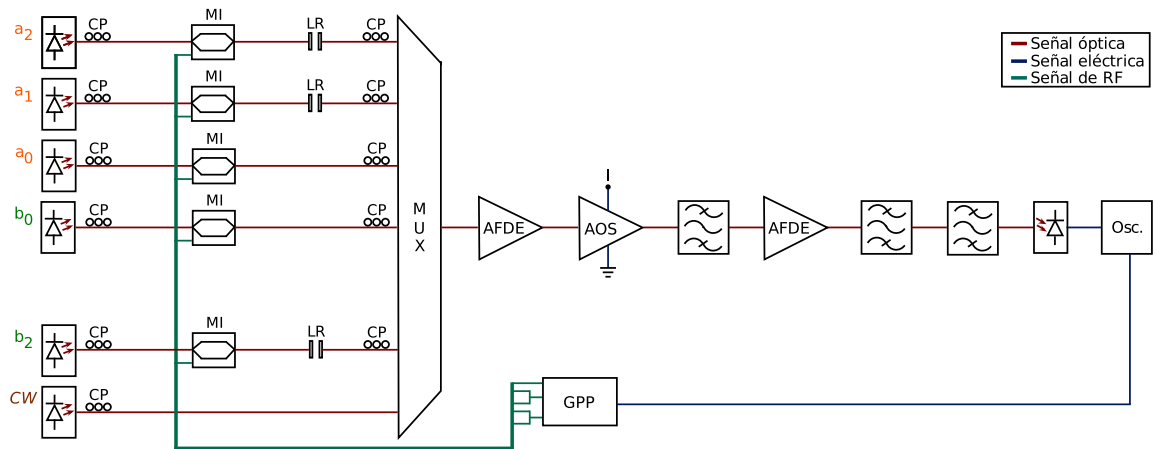
Es oportuno aclarar que los moduladores de intensidad no son parte de la plataforma multiplicadora. En efecto, estos son una herramienta que se utiliza para generar los bits de las palabras por multiplicar dentro de la plataforma.

En las figuras 24 y 25 se muestran los dos esquemas experimentales propuestos para multiplicar las palabras de entrada  $A$  y  $B$  en los escenarios antes descritos.



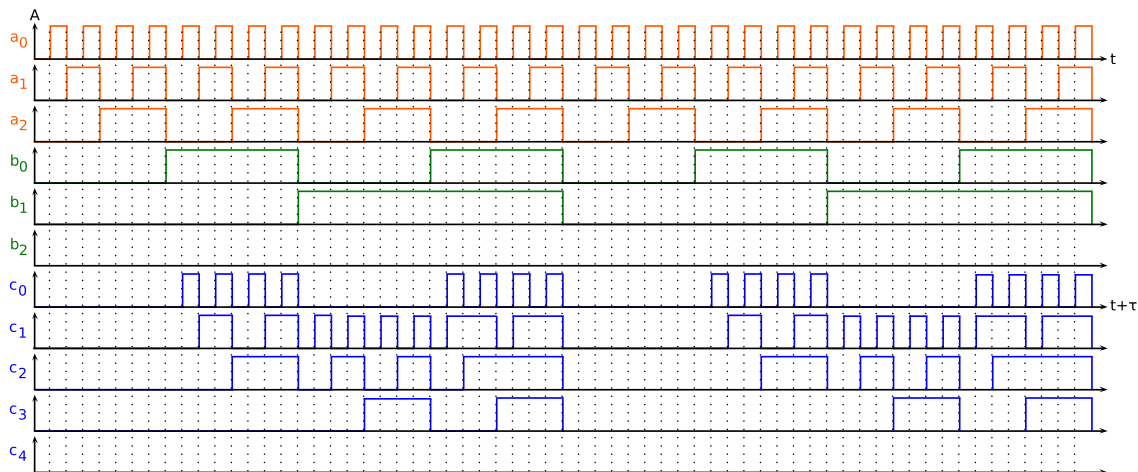
**Figura 24.** Esquema experimental para multiplicar la palabra  $A$  por la  $B$  con  $b_2 = 0$  en estado dinámico.





**Figura 25.** Esquema experimental para multiplicar la palabra  $A$  por la  $B$  con  $b_1 = 0$  en estado dinámico.

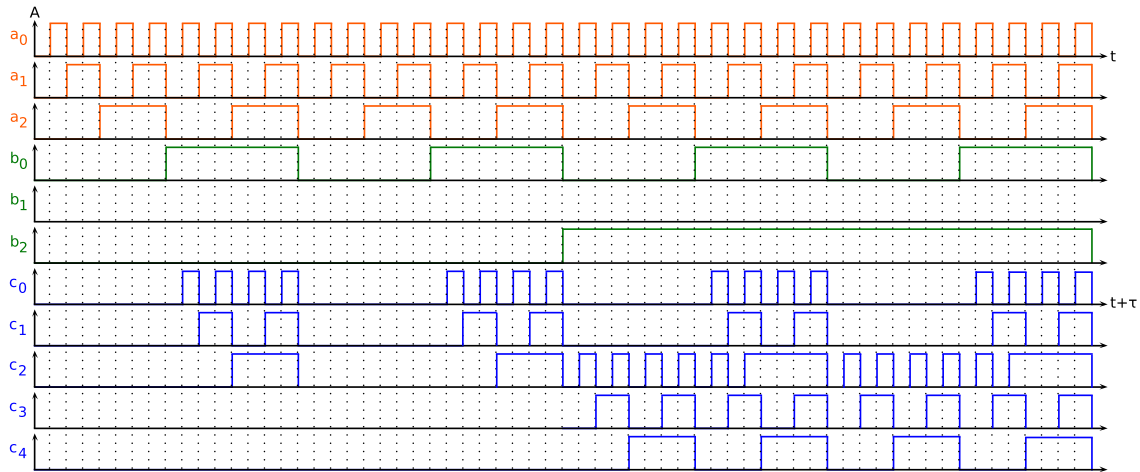
En el caso de la multiplicación de la palabra  $A$  por  $B$  con  $b_2 = 0$ , las combinaciones posibles son  $A$  por cero, uno, dos y tres. En el otro caso ( $A$  por  $B$  con  $b_1 = 0$ ) las combinaciones posibles son  $A$  por cero, uno, cuatro y cinco. Las formas de onda, tanto de los bits de las palabras de entrada, como las de los bits de la palabra  $C$  de salida, para el primer y segundo casos, se muestran en las figuras 26 y 27, respectivamente.



**Figura 26.** Formas de onda de los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación, en estado dinámico, de las palabras  $A$  y  $B$  de tres bits, cuando  $b_2$  vale cero permanentemente.

Para efectos de sincronización de los bits, en ambos casos se toma como referencia la señal del bit  $b_0$ ,  $a_0$  se retarda en el dominio eléctrico y el resto de las señales se retarda en el dominio óptico.

De esta manera, con los esquemas antes descritos, se puede sintetizar el 75 % de



**Figura 27. Formas de onda de los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación, en estado dinámico, de las palabras  $A$  y  $B$  de tres bits, cuando  $b_1$  vale cero permanentemente.**

las combinaciones binarias posibles para la multiplicación de dos palabras de tres bits, faltando la multiplicación por seis y por siete. La multiplicación por seis se puede obtener, siguiendo esta misma estrategia, haciendo que  $b_0$  valga cero permanentemente. Así, sería posible sintetizar el 87.5 % (siete octavas partes) de las combinaciones binarias posibles para la multiplicación de dos palabras de tres bits. Infortunadamente, por omisión involuntaria, esta multiplicación no se realizó. No obstante, los esquemas anteriormente propuestos representan una buena emulación de la multiplicación de dos palabras de tres bits, al obtener el 75 % de todas las combinaciones binarias posibles.

Así como en el caso anterior, el resultado ocurre después de un cierto retardo  $\tau$ . Por una parte, existe un retardo muy corto debido a la propia *FWM*, por otra, el retardo que hay, por la trayectoria óptica, entre el AOS y el equipo de medición.

En la tabla 5 se muestran los resultados esperados para las multiplicaciones posibles con los esquemas antes descritos. Al igual que en las tablas 3 y 4, en rojo se muestran los resultados matemáticamente incorrectos.

**Tabla 5. Resultados esperados para la multiplicación de dos palabras de tres bits con  $b_2 = 0$  y luego con  $b_1 = 0$ .**

$A \times B$	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	6	8	10
3	0	3	6	7	12	15
4	0	4	8	12	16	20
5	0	5	10	15	20	21
6	0	6	12	14	24	30
7	0	7	14	15	28	31

Una vez que se han presentado los esquemas propuestos para efectuar la multiplicación de dos palabras de dos y tres bits, en el capítulo siguiente se expone un modelo teórico para calcular la potencia de los bits de la palabra  $C$  de salida.

## Capítulo 4

### Modelo teórico para obtener la potencia de los armónicos de la palabra de salida

En este capítulo se plantea el modelo teórico para obtener la potencia de los bits de la palabra de salida de la plataforma multiplicadora. Para tal efecto, se utiliza un procedimiento matemático que permite calcular los campos electromagnéticos que el AOS utilizado emana, cuando dentro de este se desarrollan múltiples procesos de mezcla de cuatro ondas. En particular, este modelo se plantea para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits. En dicho modelo, se parte del formalismo de la matriz de densidad, considerando los mecanismos de la *CDP*, del *CH* y de la *SHB*, que desatan los batimientos de los bits de las palabras de entrada y que actúan sobre el haz *CW*. Después se obtienen las ecuaciones de evolución tanto para la densidad de portadores como para la densidad de energía de los portadores. Esto es debido a que la *CDP* (mecanismo interbanda) modifica la densidad de portadores, mientras que la *SHB* y el *CH* (mecanismos intrabanda) modifican la densidad de energía de los portadores. Sabiendo la evolución de estas densidades, se calcula su efecto sobre el índice de refracción y la ganancia del medio. Dicho de otra manera, se determinan las susceptibilidades lineal y de tercer orden que rigen, tanto a la ganancia como al índice de refracción, que actúan sobre cada uno de los haces de entrada y engendrados dentro del AOS. Lo anterior permite obtener las polarizaciones que inducen en la región activa del AOS, así como la evolución de los campos eléctricos que estas radían, y en particular, la de los bits de la palabra de salida.

El modelo que se describe a continuación parte de un formalismo, que describe un solo proceso de *FWM*, propuesto por Uskov (Uskov et al., 1994). En efecto, este formalismo es únicamente capaz de predecir la amplitud y la fase del campo eléctrico de la señal conjugada que genera un simple proceso de *FWM*, inducido por un solo haz de

bomba y uno de prueba. No obstante, en el modelo presente, se describen los múltiples procesos de *FWM* que desencadenan los cuatro bits de las palabras de entrada ( $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  y  $b_1$ ), los cuales, al actuar sobre el haz *CW*, generan los armónicos que representan a los bits de la palabra de salida. Para tal fin, se describen por separado los procesos de *FWM* que producen las parejas de bits de las palabras de entrada ( $a_0$  y  $b_0$ ,  $a_0$  y  $b_1$ ,  $a_1$  y  $b_0$  y  $a_1$  y  $b_1$ ) y el efecto de cada uno de estos sobre el haz *CW*. Además, la región activa del AOS se secciona virtualmente para poder considerar la distribución no homogénea de las densidades de portadores y de energía de estos a los largo del amplificador. Para tal fin, en cada sección, se considera que las densidades antes mencionadas son homogéneas, lo cual simplifica fuertemente su análisis, dado que en este caso, ningún parámetro depende de la distancia  $z$ . Asimismo, en cada sección se establecen ecuaciones de frontera para los campos eléctricos que salen de una y entran a la contigua, cuyas densidades homogéneas de portadores y de energía de estos podrán adquirir valores diferentes a los observados en las secciones que la acotan. Es importante notar que, de acuerdo a lo descrito anteriormente, aparentemente, entre mayor sea el número de secciones que se utilicen para el análisis, el resultado es más preciso. Sin embargo, se ha reportado que para un seccionamiento de entre 10 y 20 partes, para AOSs de longitudes de hasta 1.5 mm, es suficiente para tener errores, en la determinación de la amplitud y la fase de los campos calculados, inferiores a una décima en la unidad correspondiente.

#### 4.1 Ecuaciones de la matriz de densidad

Para simplificar el análisis de la interacción entre la luz y un conjunto de átomos, se podría pensar en determinar los estados cuánticos de cada átomo del sistema y posteriormente calcular el ensamble promedio de estos. Sin embargo, esto es una tarea extremadamente complicada, porque los estados cuánticos de cada átomo adquieren características ligeramente diferentes a los de todos los demás, cuando los átomos se encuentran dentro de una colectividad. Dicho de otra manera, los estados cuánticos de los átomos son idénticos cuando están aislados, pero adquieren características únicas cuando están dentro de una colectividad, las cuales pueden variar en el tiempo. Por tal motivo, una alternativa es calcular el ensamble estadístico que producen los estados cuánticos de la colectividad de átomos. A este procedimiento se le conoce como

el formalismo de la matriz de densidad, dado que en una sola matriz se resume todo el ensamble posible o probable de estados cuánticos de un sistema físico dado en un instante determinado. En otras palabras, el formalismo de la matriz de densidad describe la distribución estadística de los estados cuánticos de un sistema.

De manera general, en un sistema de  $n$  niveles, la ocupación de uno de estos por un electrón, con una amplitud de probabilidad  $a_n$ , puede ser descrita mediante la función de onda  $\psi_n(\vec{r}, t)$ . Además, la energía de cada uno de estos niveles puede ser denotada como  $E_n$ , con  $E_{n+1} > E_n$ . De esta manera, el sistema puede ser expresado mediante la función de onda total  $\psi(\vec{r}, t)$  como (Shimoda, 1986)

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n a_n(t) \psi_n(\vec{r}, t) \quad (8)$$

Ahora bien, la función de onda temporal  $\psi_n(\vec{r}, t)$  puede ser reemplazada por la función de onda espacial  $\phi_n(\vec{r})$

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_n c_n(t) \phi_n(\vec{r}) \quad (9)$$

donde el término  $c_n(t) = a_n(t) \exp[-i(E_n/\hbar)t]$ , siendo  $i$  la unidad imaginaria  $\sqrt{-1}$  y  $\hbar$  la constante reducida de Planck, satisface la solución a la ecuación de Schrödinger. Con los elementos  $c_n$  se definen los elementos  $\rho$  de la matriz de densidad como  $\rho_{nm} = c_n c_m^*$ , donde "\*" denota el complejo conjugado.

Para este trabajo, se modelará el AOS como un conjunto de sistemas de dos niveles, por lo que la matriz de densidad es expresada como una matriz de dos por dos como se expresa a continuación (Milonni and Eberly, 1988; Sargent III et al., 1974; Shimoda, 1986)

$$\rho = \begin{bmatrix} c_1 c_1^* & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & c_2 c_2^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{21} & \rho_{22} \end{bmatrix} \quad (10)$$

donde  $\rho_{11}$  y  $\rho_{22}$  denotan la probabilidad de ocupación del electrón en el nivel 1 y 2, respectivamente, y la interpretación física de  $\rho_{12}$  y  $\rho_{21}$  se relaciona a la amplitud compleja del desplazamiento del electrón.

Para obtener la variación temporal de los elementos de la matriz de densidad, se

derivan estos de tal manera que se tenga

$$\dot{\rho}_{nm} = \frac{d\rho_{nm}}{dt} = \frac{dc_n}{dt}c_m^* + c_n \frac{dc_m^*}{dt} \quad (11)$$

y se sustituye la ecuación 9 en la ecuación de Schrödinger; el resultado y su complejo conjugado se sustituyen en la ecuación 11 para finalmente obtener las ecuaciones de movimiento de la matriz de densidad.

En un conjunto de átomos de dos niveles, no solo existen interacciones coherentes como la emisión estimulada, sino que también se suscitan interacciones incoherentes como la emisión espontánea y los mecanismos de recombinación no radiativos. Debido a que dichas interacciones incoherentes no tienen relación de fase con la onda que incide, es imposible seguir la variación de la función de onda de cada átomo con las ecuaciones presentadas. Sin embargo, es posible incluir en la matriz de densidad estas interacciones incoherentes de manera fenomenológica (Shimoda, 1986).

Como ya se había establecido, el AOS se modelará como un conjunto de sistemas de dos niveles, en donde el nivel 1 es un nivel de la banda de conducción y el nivel 2 es el correspondiente de la banda de valencia en una transición vertical. De esta manera, se usará la notación  $\rho_c(t) = \rho_{11}(t)$ ,  $\rho_{cv}(t) = \rho_{12}(t)$ ,  $\rho_{vc}(t) = \rho_{21}(t)$  y  $\rho_v(t) = \rho_{22}(t)$ . Así, los elementos que componen la matriz de densidad para cada vector de onda  $k$  están dados por (Uskov et al., 1994; Ogasawara and Ito, 1988)

$$\dot{\rho}_{c,k}(t) = -\frac{\rho_{c,k}(t) - f_{c,k}(t)}{\tau_{1c}} - \frac{\rho_{c,k}(t) - f_{c,k}^L(t)}{\tau_{hc}} - \frac{\rho_{c,k}(t) - f_{c,k}^{eq}}{\tau_s} - \frac{i}{\hbar} [d_k^* \rho_{cv,k}(t) - d_k \rho_{vc,k}(t)] E(z, t) + \Lambda_{c,k} \quad (12)$$

$$\dot{\rho}_{cv,k}(t) = \left( -i\omega_k - \frac{1}{\tau_2} \right) \rho_{cv,k}(t) - \frac{i}{\hbar} d_k (\rho_{c,k}(t) + \rho_{v,k}(t) - 1) E(z, t) \quad (13)$$

$$\rho_{vc,k} = \rho_{cv,k}^* \quad (14)$$

$$\dot{\rho}_{v,k}(t) = -\frac{\rho_{v,k}(t) - f_{v,k}(t)}{\tau_{1v}} - \frac{\rho_{v,k}(t) - f_{v,k}^L(t)}{\tau_{hv}} - \frac{\rho_{v,k}(t) - f_{v,k}^{eq}}{\tau_s} - \frac{\imath}{\hbar} [d_k^* \rho_{cv,k}(t) - d_k \rho_{vc,k}(t)] E(z, t) + \Lambda_{v,k} \quad (15)$$

donde  $\dot{\rho}_{c,k}(t)$  y  $\dot{\rho}_{v,k}(t)$  denotan la probabilidad de ocupación de un electrón en la banda de conducción con vector de onda  $k$  y la probabilidad de ocupación de un hueco en la banda de valencia con vector de onda  $k$ , respectivamente.  $\dot{\rho}_{cv,k}(t)$  está relacionado con la polarización atómica, o bien, con la amplitud de probabilidad de que ocurra una transición de un electrón de la banda de conducción a la banda de valencia.

El primer término en el lado derecho de las ecuaciones 12 y 15, describe la relajación de la función de distribución de portadores  $\rho_{x,k}(t)$  hacia una función de distribución de Fermi-Dirac  $f_{x,k}$  (ecuación 16), debido a las colisiones intrabanda portador-portador con una constante de tiempo característica  $\tau_{1x}$ . En otras palabras, este término toma en cuenta el mecanismo de la *SHB*.

$$f_{x,k} = \frac{1}{1 + \exp[(\varepsilon_{x,k} - \varepsilon_{f,x})/(k_B T_x)]} \quad (16)$$

En la ecuación 16,  $x = c$  o  $v$  denotan la banda de conducción o la banda de valencia, respectivamente,  $k_B$  es la constante de Boltzmann,  $T_x$  es la temperatura de los portadores,  $\varepsilon_{x,k}$  es la energía de los portadores y  $\varepsilon_{f,x}$  es el cuasi-nivel de Fermi, el cual se puede obtener mediante la aproximación de Joyce y Dixon dado por (Agrawal and Dutta, 1986; Joyce and Dixon, 1977)

$$\frac{\varepsilon_{f,x}}{k_B T_x} = \log \left( \frac{N}{N_{eff,x}} \right) + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \left( \frac{N}{N_{eff,x}} \right)^i \quad (17)$$

donde  $N_{eff,c} = 2(2\pi m_c k_B T_c / h^2)^{3/2}$  y  $N_{eff,v} = 2(2\pi k_B T_v / h^2)^{3/2} (m_{lh}^{3/2} + m_{hh}^{3/2})$  son las densidades efectivas de estados en la banda de conducción y en la banda de valencia, respectivamente,  $N$  es la densidad de portadores,  $h$  es la constante de Planck y  $m_c$ ,  $m_{lh}$  y  $m_{hh}$  son las masas del electrón en la banda de conducción, la masa de los huecos ligeros y la masa de los huecos pesados, respectivamente.

El segundo término en el lado derecho de las ecuaciones 12 y 15, describe el equilibrio



de la temperatura de los portadores hacia la temperatura de la red  $T_L$  debido a las colisiones electrón-fonón con una constante de tiempo característica  $\tau_{hx}$ . En otras palabras, este término toma en cuenta el mecanismo del *CH*.

El tercer término en el lado derecho de las ecuaciones 12 y 15, toma en cuenta la relajación de los portadores hacia una distribución en equilibrio térmico  $f_{x,k}^{eq}$ , la cual se obtendrá en la ausencia de bombeo óptico en un tiempo característico  $\tau_s$ , el cual es el tiempo de vida de los portadores. Es decir, este término considera el mecanismo de la *CDP*.

Finalmente, en el lado derecho en las ecuaciones 12 y 15, el cuarto y el quinto término denotan la emisión estimulada y/o absorción debida al campo eléctrico  $E(z, t)$  y el bombeo eléctrico debido a la inyección de corriente, respectivamente.

En la ecuación 13,  $\omega_k = (\varepsilon_g + \varepsilon_{c,k} + \varepsilon_{v,k})/\hbar$  es la frecuencia de transición, donde  $\varepsilon_g$  es la energía de la banda prohibida. Además,  $\tau_2 \approx 50$  fs es el tiempo de relajación del dipolo y  $d_k$  es el momento dipolar de la transición y está dado por (Asada et al., 1984; Uskov et al., 1994)

$$|d_k|^2 = \frac{q^2}{6m_0\omega_k^2} \left( \frac{m_0}{m_c} - 1 \right) \frac{\varepsilon_g(\varepsilon_g + \Delta_0)}{(\varepsilon_g + 2\Delta_0/3)} \quad (18)$$

donde  $q$  es la carga del electrón,  $m_0$  es la masa del electrón libre y  $\Delta_0$  es la separación espín-órbita.

El término  $|d_k|^2$  es proporcional a la probabilidad de transición de los electrones, y en el análisis presente se considera que  $d_k^* = d_k$ . Es decir, que la amplitud de probabilidad de transición de un electrón de la banda de conducción a la banda de valencia es igual a la amplitud de probabilidad de transición de un electrón de la banda de valencia a la banda de conducción, debido a que el AOS utilizado es un semiconductor directo. Esta consideración permite escribir la polarización macroscópica como

$$P(t) = \frac{1}{V} \sum_k d_k (\rho_{cv,k} + \rho_{vc,k}) \quad (19)$$

donde  $V$  es el volumen de la región activa.

## 4.2 Ecuación de evolución de la densidad de portadores

La densidad de portadores se define como el número de electrones (o huecos) cuya energía se representa en la banda de conducción (o de valencia) entre el volumen de la región activa, lo cual se puede expresar como

$$N(t) = \frac{1}{V} \sum_k \rho_{x,k}(t) \quad (20)$$

Sumando la ecuación 12 (o 15) sobre  $k$  y usando la expresión 20 se obtiene la ecuación de tasa para la densidad de portadores. Se puede prescindir de los primeros dos términos de la ecuación 12 (o 15) debido a que estos no cambian la densidad de portadores, sino que cambian la distribución de energía. Así, la ecuación de tasa de la densidad de portadores queda de la siguiente manera

$$\frac{dN}{dt} = \frac{I}{qV} - \frac{N}{\tau_s} - \frac{\nu}{\hbar} \frac{1}{V} \cdot \sum_k d_k [\rho_{cv,k}(t) - \rho_{vc,k}(t)] E(z, t) \quad (21)$$

donde se introdujo la corriente de bombeo  $I = q \sum_k \Lambda_{x,k}$  y se consideró que, en el equilibrio térmico, la densidad de portadores es igual a cero.

El primer término en el lado derecho de la ecuación 21, hace referencia al número de portadores que se inyectan por corriente. El segundo término representa el consumo de portadores debido a la emisión espontánea y el tercer término toma en cuenta los portadores que se pierden o se ganan por emisión estimulada o por absorción, respectivamente.

## 4.3 Modelo del AOS por secciones virtuales

Una característica importante de los amplificadores ópticos de semiconductor, es que la densidad de portadores no es homogénea a lo largo de la región activa. En efecto, el campo eléctrico que se introduce al AOS se amplifica de manera progresiva, por emisión estimulada, conforme este se vehicula por la región activa, por lo que la densidad de portadores disminuye gradualmente conforme el campo eléctrico se propaga. Para tomar

en cuenta este efecto, la región activa del AOS se divide virtualmente en  $n$  secciones de igual tamaño (ver figura 28), donde se asume que la densidad y energía de portadores, es constante (Durhuus et al., 1992). De esta manera, el campo eléctrico al final de la sección  $m - 1$  es la condición inicial para la sección  $m$ , excepto para cuando  $m = 1$  o  $m = n$ , donde lo que antecede y precede, respectivamente, a la sección en cuestión, son los campos de entrada y salida del AOS.

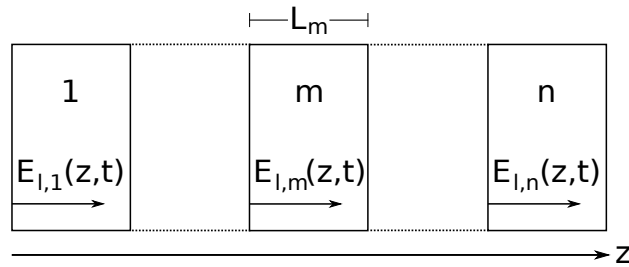


Figura 28. Diagrama esquemático de un AOS dividido en  $n$  secciones virtuales.

Bajo estas consideraciones, la ecuación 21 puede ser reescrita como

$$\frac{dN_m}{dt} = \frac{I_m}{qV_m} - \frac{N_m}{\tau_s} - \frac{\nu}{\hbar} \frac{1}{V_m} \sum_k d_k [\rho_{cv,k}(t) - \rho_{vc,k}(t)] E_m(z, t) \quad (22)$$

Cabe mencionar que, de manera más general, el término proporcional al consumo de portadores por la emisión espontánea ( $N_m/\tau_s$ ) puede ser reemplazado por la tasa de recombinación  $R(N_m) = c_1 N_m + c_2 N_m^2 + c_3 N_m^3$  (Olshansky et al., 1984). Esta tasa toma en cuenta las impurezas del material que pueden producir procesos de recombinación no radiativos liberando fonones, la misma emisión espontánea, y las recombinaciones Auger mediante el primer, segundo y tercer término del lado derecho de la última ecuación. Sin embargo, la introducción de dicha tasa dificultaría fuertemente la solución analítica de la ecuación 22, por lo que esta no será considerada en el presente análisis.

#### 4.4 Ecuación de tasa de la densidad de energía de los portadores

Ahora bien, la densidad de energía se puede definir como la suma de la energía de todos los electrones en la banda de conducción, con vector de onda  $k$ , dividida entre el volumen de la región activa, y puede ser expresada de la siguiente manera para la

enésima sección

$$U_{x,m}(t) = \frac{1}{V_m} \sum_k \varepsilon_{x,k} \rho_{x,k}(t) \quad (23)$$

Multiplicando las ecuaciones 12 y 15 por la energía de los portadores  $\varepsilon_{x,k}$  y sumando sobre  $k$  se obtiene la ecuación de tasa de la densidad de energía para la enésima sección (ecuación 24). En el análisis se prescinde del primer término del lado derecho de las ecuaciones 12 y 15 debido a que se considera que las colisiones portador-portador son elásticas y no cambian la densidad de energía total. En efecto, en las colisiones (elásticas) portador-portador, un portador gana energía mientras que otro la pierde, resultando en promedio, la misma densidad de energía. Esto permite expresar  $U_{x,m}(t)$  mediante los factores de Fermi  $f_{x,k}(t)$  de tal manera que la ecuación 23 también se puede expresar como  $U_{x,m}(t) = \frac{1}{V_m} \sum_k \varepsilon_{x,k} \rho_{x,k}(t) = \frac{1}{V_m} \sum_k \varepsilon_{x,k} f_{x,k}(t)$ .

De manera similar a la de la densidad de portadores, la ecuación de evolución de la densidad de energía puede ser dada por

$$\begin{aligned} \frac{dU_{x,m}}{dt} = & \langle \varepsilon_x^p \rangle_m \frac{I_m}{qV_m} - \frac{U_{x,m}}{\tau_s} - \frac{U_{x,m} - U_{x,m}^L}{\tau_{hx}} + K_{x,m} \langle |E_m(z,t)|^2 \rangle \\ & - \frac{\nu}{\hbar} \frac{1}{V_m} \sum_k \varepsilon_{x,k} d_k [\rho_{cv,k}(t) - \rho_{vc,k}(t)] E_m(z,t) \quad (24) \end{aligned}$$

donde se introdujo la energía promedio de los portadores inyectados mediante el término  $\langle \varepsilon_x^p \rangle_m = \left( \frac{q}{I_m} \right) \sum_k \varepsilon_{x,k} \Lambda_{x,k}$  y se consideró que la densidad de energía de los portadores en el equilibrio térmico es igual a cero. Además se definió la densidad de energía a la temperatura de la red como  $U_{x,m}^L(t) = \frac{1}{V_m} \sum_k \varepsilon_{x,k} f_{x,k}^L(t)$ .

La ecuación 24 toma en cuenta el calentamiento (o enfriamiento) de portadores debido al bombeo eléctrico, la emisión espontánea, las colisiones portador-fonón y la emisión estimulada mediante el primer, segundo, tercer y quinto términos, respectivamente. El cuarto término describe, de manera fenomenológica, el calentamiento de portadores inducido por la absorción de portadores libres, por medio de  $K_{x,m} = \epsilon_0 \eta \eta_g \nu_g \sigma_{x,m} N_m$ , donde  $\epsilon_0$  es la permitividad en el vacío,  $\eta$  es el índice de refracción modal,  $\eta_g$  es el índice de refracción de grupo,  $\nu_g$  es la velocidad de grupo y  $\sigma_{x,m}$  es la sección transversal<sup>1</sup>. Asimismo,

<sup>1</sup>Área donde hay probabilidad de que ocurra un evento de absorción.

en este término,  $\langle \rangle$  denota el promedio en el tiempo.

## 4.5 Campo eléctrico y polarización

Como se mencionó anteriormente, el modelo se planteará para cada proceso de *FWM* que desencadenan las parejas de los bits de las palabras de entrada ( $a_0-b_0$ ,  $a_0-b_1$ ,  $a_1-b_0$  y  $a_1-b_1$ ). Para simplificar el análisis se van a desprestigiar los armónicos generados por el batimiento entre el haz *CW* y los bits de entrada, debido a que estos, además de ser de baja potencia, no son de utilidad para este trabajo. De esta manera, se consideran solamente cinco campos eléctricos propagándose por la región activa del AOS: los dos bits que desencadenan el proceso correspondiente de *FWM* ( $E_0$  y  $E_1$ ), la señal conjugada producida por el batimiento entre los bits de entrada ( $E_2$ ), el haz *CW* ( $E_3$ ) y el armónico de primer orden que se genera a una frecuencia mayor del haz *CW* ( $E_4$ ), como se muestra en la figura 29. El armónico de primer orden y todos aquellos de orden superior, que se genera a una frecuencia menor de la del haz *CW* y alrededor de este, respectivamente, no se consideran en el análisis, por su baja potencia. Así, el campo eléctrico total que se va a considerar se puede expresar como

$$E_m(z, t) = \sum_{l=0}^4 E_{l,m}(z) \exp(-i\omega_l t) + c.c. \quad (25)$$

donde *c.c.* denota el complejo conjugado.

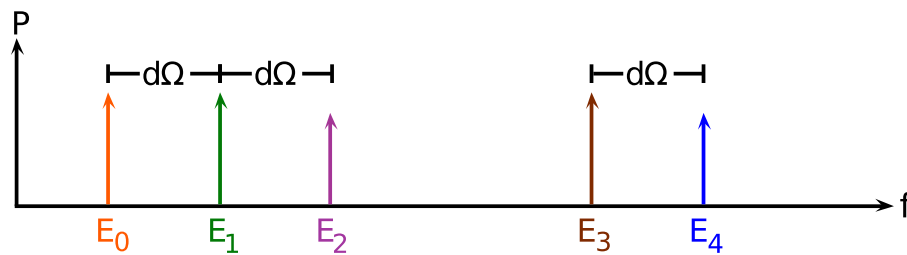


Figura 29. Campos eléctricos y batimientos que se consideran en el modelo teórico.

Cada campo  $E_m(z, t)$  induce una polarización  $P_m(z, t)$  que puede ser escrita como

$$P_m(z, t) = \sum_{l=0}^4 P_{l,m}(z) \exp(-i\omega_l t) + c.c. \quad (26)$$

Ahora bien, para encontrar la polarización macroscópica, dada por la ecuación 19, es necesario determinar los elementos  $\rho_{cv,k}$  y  $\rho_{vc,k}$ , los cuales deben estar relacionados al campo eléctrico bajo consideración, por lo que  $\rho_{cv,k}$  y  $\rho_{vc,k}$  deben ser de la forma siguiente

$$\rho_{cv,k} = \sum_{l=0}^4 \xi_{k,l} \exp(-i\omega_l t) \quad (27)$$

donde  $\xi_{k,l}$  son elementos que se definen abajo. Asimismo, dado que se requiere encontrar los elementos  $\rho_{c,k}$  y  $\rho_{v,k}$ , se plantea que estos estén compuestos por una parte constante, la cual proviene del punto de operación fijado por la corriente de inyección y la potencia óptica promedio de los haces de entrada, denotada como  $\bar{\rho}_{x,k}$ , y una parte variante en el tiempo, regida por la variación que produce el batimiento de los haces de entrada, denotada como  $\tilde{\rho}_{x,k}$

$$\rho_{x,k} = \bar{\rho}_{x,k} + \tilde{\rho}_{x,k} \exp(-i d \Omega t) + \tilde{\rho}_{x,k}^* \exp(i d \Omega t) \quad (28)$$

donde  $\Omega = f_{a_0} - f_{a_1}$  es la frecuencia de desacuerdo y  $d = 3, 4, 5$  depende del par de bits que interactúan (ver figura 17).

Ahora, por considerar que la potencia de cada uno de los campos  $E_0$ ,  $E_1$  y  $E_3$  satura al medio, sustituir las ecuaciones 25, 27 y 28 en la 13, agrupar términos semejantes e ignorar a aquellos que son de frecuencia diferente a la que se está buscando, es posible determinar a los elementos  $\xi_{k,l}$ , los cuales se expresan en las ecuaciones 29-33

$$\xi_{k,0} = \frac{d_k}{\hbar} \hat{\delta}_k(\omega_0) (\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) E_{0,m}(z) \quad (29)$$

$$\xi_{k,1} = \frac{d_k}{\hbar} \hat{\delta}_k(\omega_1) (\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) E_{1,m}(z) \quad (30)$$

$$\xi_{k,2} = \frac{d_k}{\hbar} \hat{\delta}_k(\omega_2) [(\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) E_{2,m}(z) + (\tilde{\rho}_{c,k} + \tilde{\rho}_{v,k}) E_{1,m}(z)] \quad (31)$$

$$\xi_{k,3} = \frac{d_k}{\hbar} \hat{\delta}_k(\omega_3) (\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) E_{3,m}(z) \quad (32)$$

$$\xi_{k,4} = \frac{d_k}{\hbar} \hat{\delta}_k(\omega_4) [(\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) E_{4,m}(z) + (\tilde{\rho}_{c,k} + \tilde{\rho}_{v,k}) E_{3,m}(z)] \quad (33)$$

donde  $\hat{\delta}_k(\omega_l) = (\omega_l - \omega_k + i/\tau_2)^{-1}$ , es un término que representa la forma del hoyo espectral.

Usando las ecuaciones 27 y 29-33 en la 19, se obtiene la polarización macroscópica para cada campo eléctrico de frecuencia angular  $\omega_l$  (con  $l = 0, 1, \dots, 4$ )

$$P_{l,m}(z) = \frac{1}{V_m} \sum_k d_k \xi_{k,l} \quad (34)$$

De esta manera, el problema se reduce a encontrar el factor de inversión de población estacionario ( $\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1$ ), dado por el punto de operación del AOS, y el factor de inversión de población oscilatorio ( $\tilde{\rho}_{c,k} + \tilde{\rho}_{v,k}$ ), gobernado por el batimiento de los haces. Como se explicó anteriormente, de acuerdo a como se plantea el modelo presente, estos factores pueden expresarse, de manera equivalente, mediante la función de Fermi-Dirac a la temperatura de los portadores y también a la temperatura de la red cristalina. Ahora bien, el batimiento entre los bits de las palabras de entrada, provoca que la función de distribución de energía de los portadores se perturbe y oscile en el tiempo. En otras palabras, esta distribución es dinámica alrededor de un valor estacionario, debido al batimiento entre los haces. En particular, se asume que el batimiento modifica levemente el valor estacionario de la distribución de energía, por lo que es posible representarla mediante una expansión de Taylor de primer orden con respecto a la densidad y temperatura de los portadores, como se expresa en las siguientes ecuaciones

$$f_{x,k}(t) = \bar{f}_{x,k} + \frac{\partial f_{x,k}}{\partial N_m} \left( \Delta \tilde{N}_m \exp(-i d \Omega t) + c.c. \right) + \frac{\partial f_{x,k}}{\partial T_{x,m}} \left( \Delta \tilde{T}_{x,m} \exp(-i d \Omega t) + c.c. \right) \quad (35)$$

$$f_{x,k}^L(t) = \bar{f}_{x,k}^L + \frac{\partial f_{x,k}^L}{\partial N_m} \left( \Delta \tilde{N}_m \exp(-i d \Omega t) + c.c. \right) \quad (36)$$

Así, usando las ecuaciones 14, 25, 27-33, 35 y 36 en las ecuaciones 12 y 15 se obtienen los factores de inversión de población estacionaria y oscilatoria

$$\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1 = (\bar{f}_{c,k} + \bar{f}_{v,k} - 1) \left\{ 1 - 2i\tau_1 \frac{d_k^2}{\hbar^2} \left( \left[ \hat{\delta}_k(\omega_0) - \hat{\delta}_k^*(\omega_0) \right] |E_{0,m}(z)|^2 + \left[ \hat{\delta}_k(\omega_1) - \hat{\delta}_k^*(\omega_1) \right] |E_{1,m}(z)|^2 + \left[ \hat{\delta}_k(\omega_3) - \hat{\delta}_k^*(\omega_3) \right] |E_{3,m}(z)|^2 \right) \right\} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\rho}_{c,k} + \tilde{\rho}_{v,k} = \frac{1}{1 - id\Omega\tau_1} \left\{ \left( \frac{\partial f_{c,k}}{\partial N_m} + \frac{\partial f_{v,k}}{\partial N_m} \right) \Delta \tilde{N}_m + \frac{\partial f_{c,k}}{\partial T_{c,m}} \Delta \tilde{T}_{c,m} + \frac{\partial f_{v,k}}{\partial T_{v,m}} \Delta \tilde{T}_{v,m} \right. \\ \left. - 2i\tau_1 \frac{d_k^2}{\hbar^2} (\bar{f}_{c,k} + \bar{f}_{v,k} - 1) \left( [\hat{\delta}_k(\omega_1) - \hat{\delta}_k^*(\omega_0)] E_{0,m}^*(z) E_{1,m}(z) \right. \right. \\ \left. \left. + [\hat{\delta}_k(\omega_2) - \hat{\delta}_k^*(\omega_1)] E_{1,m}^*(z) E_{2,m}(z) + [\hat{\delta}_k(\omega_4) - \hat{\delta}_k^*(\omega_3)] E_{3,m}^*(z) E_{4,m}(z) \right) \right\} \quad (38) \end{aligned}$$

donde se consideró que  $\tau_{1c} = \tau_{1v} = \tau_1 \ll \tau_s, \tau_{hx}$ . En efecto, como ya se había establecido, el tiempo promedio que duran las colisiones portador-portador  $\tau_1$  es de aproximadamente 50 fs, mientras que el tiempo de vida de los portadores en la banda de conducción (o de valencia)  $\tau_s$  y el tiempo característico de las colisiones portador-fonón  $\tau_{hx}$ , es de 100 ps y 650 fs, respectivamente.

#### 4.6 Solución a las ecuaciones de evolución y susceptibilidad de tercer orden

Para determinar la densidad de portadores, se asume que la solución a la ecuación 22 es de la forma

$$N_m = \bar{N}_m + \Delta \tilde{N}_m \exp(-id\Omega t) + \Delta \tilde{N}_m^* \exp(id\Omega t) \quad (39)$$

Efectivamente, de manera análoga con la expresión 28, se supone que la solución expresada en la ecuación 39, está compuesta por dos partes: una constante y una variante en el tiempo por efecto del batimiento.

De esta forma, al sustituir las ecuaciones 25, 27, 29-33 y 39 en la 22, se pueden encontrar los términos  $\bar{N}_m$  y  $\Delta \tilde{N}_m$  expresados en las ecuaciones 40 y 41, respectivamente.

$$\begin{aligned} \bar{N}_m = \frac{I_m \tau_s}{qV_m} - \frac{i\tau_s}{\hbar^2 V_m} \sum_k d_k^2 (\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) \left[ \hat{\delta}_k(\omega_l) - \hat{\delta}_k^*(\omega_l) \right] \\ \cdot (|E_{0,m}(z)|^2 + |E_{1,m}(z)|^2 + |E_{3,m}(z)|^2) \quad (40) \end{aligned}$$



$$\Delta\tilde{N}_m = \frac{-\tau_R}{1 - id\Omega\tau_R} \frac{2\epsilon_0 c\eta}{\hbar\omega_l} g_m(\omega_l) \left[ E_{0,m}^*(z)E_{1,m}(z) + E_{1,m}^*(z)E_{2,m}(z) \right. \\ \left. + E_{3,m}^*(z)E_{4,m}(z) \right] \quad (41)$$

donde  $\tau_R = (\tau_s^{-1} + \nu_g(\partial g_m/\partial N_m)S_{013,m})^{-1}$  es el tiempo de vida efectivo de los portadores considerando los efectos de la emisión estimulada, el cual es importante de considerar en lugar de  $\tau_s$  cuando hay haces de bomba potentes (Uskov et al., 1994). Asimismo,  $\partial g_m/\partial N_m$  es la ganancia diferencial y  $S_{m,013}$  es la densidad de fotones debida a los campos  $E_0$ ,  $E_1$  y  $E_3$ , la cual se definirá más adelante. Además se consideró que  $\hat{\delta}_k(\omega_2) \simeq \hat{\delta}_k(\omega_4) \simeq \hat{\delta}_k(\omega_0) \simeq \hat{\delta}_k(\omega_1) \simeq \hat{\delta}_k(\omega_3)$  debido a que  $|d\Omega| < \tau_2^{-1}$  (Ogasawara and Ito, 1988). En otras palabras, se puede asumir que las frecuencias angulares de los campos involucrados son tan cercanas, unas de tras, que para simplificar el análisis,  $\omega_l = \omega_0 \approx \omega_1 \approx \omega_2 \approx \omega_3 \approx \omega_4$ .

Es importante señalar que en la ecuación 41 se introdujo la ganancia material, la cual se obtiene a partir de la susceptibilidad lineal del medio definida como

$$\chi_m^{(1)}(\omega_l) = \frac{1}{\epsilon_0 \hbar V_m} \sum_k d_k^2 \hat{\delta}_k(\omega_l) (\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) \quad (42)$$

Ahora bien, la ganancia material y el índice de refracción están relacionadas con la susceptibilidad lineal como se muestra en las ecuaciones 43 y 44

$$g_m(\omega_l) = -\frac{\omega_l}{c\eta} \Im [\chi_m^{(1)}(\omega_l)] \\ = -\frac{\omega_l}{c\eta\epsilon_0\hbar V_m} \sum_k d_k^2 (\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) \frac{-i}{2} [\hat{\delta}_k(\omega_l) - \hat{\delta}_k^*(\omega_l)] \quad (43)$$

$$\bar{\eta}_m(\omega_l) = \eta_0 - \frac{\Re [\chi_m^{(1)}(\omega_l)]}{2\eta_0} \quad (44)$$

donde  $\Re$  y  $\Im$  denotan la parte real y la parte imaginaria, respectivamente y  $\eta_0$  es el índice de refracción no perturbado.

El batimiento entre los haces no solamente perturba la densidad y la función de distribución de energía de los portadores, sino que también hace que la densidad de energía

de los portadores fluctúe periódicamente, y de manera moderada, alrededor de un valor promedio (constante). De forma similar al caso de la densidad de portadores, lo anterior permite expresar la densidad de energía de los portadores a la temperatura ambiente y a la de la red cristalina de la manera siguiente:

$$U_{x,m}(t) = \bar{U}_{x,m} + \frac{\partial U_{x,m}}{\partial N_m} \left( \Delta \tilde{N}_m \exp(-i d \Omega t) + c.c. \right) + \frac{\partial U_{x,m}}{\partial T_{x,m}} \left( \Delta \tilde{T}_{x,m} \exp(-i d \Omega t) + c.c. \right) \quad (45)$$

$$U_{x,m}^L(t) = \bar{U}_{x,m}^L + \frac{\partial U_{x,m}}{\partial N_m} \left( \Delta \tilde{N}_m \exp(-i d \Omega t) + c.c. \right) \quad (46)$$

La aseveración anterior implica que la temperatura de los portadores también oscila alrededor de un valor promedio, por lo que este parámetro se expresa como:

$$T_{x,m} = \bar{T}_{x,m} + \Delta \tilde{T}_{x,m} \exp(-i d \Omega t) + \Delta \tilde{T}_{x,m}^* \exp(i d \Omega t) \quad (47)$$

Ahora, sustituyendo las ecuaciones 25, 45 y 46 en la 24, y agrupando términos, se obtiene la densidad de energía de los portadores promedio, así como la temperatura no estacionaria de estos

$$\begin{aligned} \bar{U}_{x,m} = \frac{\tau_s \tau_{hx}}{\tau_{hx} + \tau_s} \left\{ \langle \varepsilon_x^p \rangle_m \frac{I_m}{q V_m} + \frac{\bar{U}_{x,m}^L}{\tau_{hx}} + 2K_{x,m} (|E_{0,m}(z)|^2 + |E_{1,m}(z)|^2 \right. \\ \left. + |E_{3,m}(z)|^2) - \frac{i}{\hbar^2 V_m} \sum_k \varepsilon_{x,k} d_k^2 (\bar{\rho}_{c,k} + \bar{\rho}_{v,k} - 1) \left[ \hat{\delta}_k(\omega_l) - \hat{\delta}_k^*(\omega_l) \right] \right. \\ \left. \cdot (|E_{0,m}(z)|^2 + |E_{1,m}(z)|^2 + |E_{3,m}(z)|^2) \right\} \quad (48) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Delta \tilde{T}_{x,m} = \frac{-\tau_{hx}}{1 - i d \Omega \tau_{hx}} \left( \frac{\partial T_{x,m}}{\partial U_{x,m}} \right) \frac{2\varepsilon_0 c \eta}{\hbar \omega_l} \left[ g_m(\omega_l) \left( \varepsilon_{x,013} - \frac{\partial U_{x,m}}{\partial N_m} \right) - \sigma_{x,m} \bar{N}_m \hbar \omega_l \right] \\ \cdot (E_{0,m}^*(z) E_{1,m}(z) + E_{1,m}^*(z) E_{2,m}(z) + E_{3,m}^*(z) E_{4,m}(z)) \quad (49) \end{aligned}$$

En la ecuación 49 se consideró que  $\tau_{h,x} \ll \tau_s$ , además se reemplazó el término  $(\varepsilon_{x,k} - \partial U_{x,m} / \partial N_m)$  por  $(\varepsilon_{x,013} - \partial U_{x,m} / \partial N_m)$  dado que se espera que las principales con-

tribuciones a las transiciones interbanda provengan de los campos con frecuencia angular  $\omega_0$ ,  $\omega_1$  y  $\omega_3$ . Por cuestiones de simplicidad, se consideró que todas las transiciones interbanda se producen a  $\omega_3$ , recordando que  $\omega_0 \approx \omega_1 \approx \omega_3$ .

En el análisis, se consideró que la susceptibilidad del medio está compuesta por una parte lineal y una no lineal. Específicamente, la parte lineal, denotada como  $\chi^{(1)}$ , está regida por los campos  $E_0$ ,  $E_1$  y  $E_3$  que saturan al medio. Mientras que la parte no lineal de tercer orden, denotada como  $\chi^{(3)}$ , está constituida por contribuciones de la *CDP*, el *CH* y la *SHB*. Así, de manera general, se puede expresar la susceptibilidad como

$$\chi = \chi^{(1)} + \chi^{(3)} \quad (50)$$

donde

$$\chi^{(3)} = \chi_{CDP}^{(3)} + \chi_{CH}^{(3)} + \chi_{SHB}^{(3)} \quad (51)$$

y a su vez

$$\chi_{CH}^{(3)} = \chi_{T_c}^{(3)} + \chi_{T_v}^{(3)} \quad (52)$$

En función de lo anterior, la polarización macroscópica para cada campo eléctrico se puede obtener usando las ecuaciones 29-33, 37, 38, 41-43 y 49 en la 34:

$$P_{0,m}(z) = \epsilon_0 \chi_m^{(1)}(\omega_0) E_{0,m}(z) \quad (53)$$

$$P_{1,m}(z) = \epsilon_0 \chi_m^{(1)}(\omega_1) E_{1,m}(z) \quad (54)$$

$$P_{2,m}(z) = \epsilon_0 \chi_m^{(1)}(\omega_2) E_{2,m}(z) + \epsilon_0 \chi_m^{(3)}(\omega_2, \omega_0, \omega_1, \omega_1) \frac{E_{0,m}^*(z) E_{1,m}^2(z)}{|E_{013,m}(z)|^2} \quad (55)$$

$$P_{3,m}(z) = \epsilon_0 \chi_m^{(1)}(\omega_3) E_{3,m}(z) \quad (56)$$

$$P_{4,m}(z) = \epsilon_0 \chi_m^{(1)}(\omega_4) E_{4,m}(z) + \epsilon_0 \chi_m^{(3)}(\omega_4, \omega_0, \omega_1, \omega_3) \frac{E_{0,m}^*(z) E_{1,m}(z) E_{3,m}(z)}{|E_{013,m}(z)|^2} \quad (57)$$

donde las contribuciones de la *CDP*, el *CH* y la *SHB* a la susceptibilidad no lineal de

tercer orden  $\chi^{(3)}$  se definen como

$$\chi_{CDP,m}^{(3)}(\omega_l, \omega_i, \omega_j, \omega_h) = \frac{S_{013,m}}{\varphi_l^{N_m}} \left( \frac{1}{1 + id(\omega_i - \omega_j)\tau_1} \right) \frac{c\eta}{\omega_l} g_m(\omega_l) \cdot (\alpha_{N_m}(\omega_l) + i) \cdot \left( \frac{1}{1 + id(\omega_i - \omega_j)\tau_s + S_{013,m}/\varphi_l^{N_m}} \right) \quad (58)$$

$$\chi_{Tx,m}^{(3)}(\omega_l, \omega_i, \omega_j, \omega_h) = \frac{S_{013,m}}{\varphi_l^{T_{x,m}}} \left( \frac{1}{1 + id(\omega_i - \omega_j)\tau_1} \right) \left( \frac{1}{1 + id(\omega_i - \omega_j)\tau_{hx}} \right) \cdot \frac{c\eta}{\omega_l} (\alpha_{T_{x,m}}(\omega_l) + i) \left[ g_m(\omega_l) - \frac{\sigma_{x,m}\bar{N}_m\hbar\omega_l}{\left( \varepsilon_{x,013} - \frac{\partial U_{x,m}}{\partial N_m} \right)} \right] \quad (59)$$

$$\chi_{SHB,m}^{(3)}(\omega_l, \omega_i, \omega_j, \omega_h) = \frac{S_{013,m}}{\varphi^{SHB}} \left( \frac{1}{1 + id(\omega_i - \omega_j)\tau_1} \right) \cdot \frac{-i}{\varepsilon_0\hbar V_m d_{013}^2 \tau_2} \sum_k d_k^4 \hat{\delta}_k(\omega_l) (\bar{f}_{c,k} + \bar{f}_{v,k} - 1) \left[ \hat{\delta}_k(\omega_j) - \hat{\delta}_k^*(\omega_i) \right] \quad (60)$$

donde

$$S_{013,m} = \frac{2\varepsilon_0\eta\eta_g}{\hbar\omega_3} |E_{013,m}|^2 \quad (61)$$

es la densidad de fotones, con  $|E_{013,m}|^2 = |E_{0,m}|^2 + |E_{1,m}|^2 + |E_{3,m}|^2$ . Es importante notar que las susceptibilidades de tercer orden, definidas en las expresiones 58-60, están afectadas por la suma del valor absoluto de los campos que saturan al medio ( $|E_{013,m}|^2$ ). Además, bajo la notación utilizada en las ecuaciones 58-60, las frecuencias angulares  $\omega_l$ ,  $\omega_i$ ,  $\omega_j$  y  $\omega_h$  son las relacionadas a los campos que contribuyen a la susceptibilidad de tercer orden. Así, aunque el término  $\omega_h$  no aparezca explícitamente en dichas ecuaciones, este representa a la frecuencia angular del campo que multiplica al factor de inversión de población oscilatorio en las ecuaciones 31 y 33 y aparece explícitamente en las expresiones de la polarización no lineal inducida (ecuaciones 55 y 57).

Además, en las ecuaciones 58 y 59 se introdujeron los factores alfa, o factores de Henry (Henry, 1982), debidos a los cambios en la densidad de portadores y a los cambios

en la temperatura de los mismos, los cuales se definen, respectivamente, como

$$\alpha_{N_m}(\omega_l) = \frac{\left(\frac{\partial \Re[\chi^{(1)}(\omega_l)]}{\partial N_m}\right)}{\left(\frac{\partial \Im[\chi^{(1)}(\omega_l)]}{\partial N_m}\right)} \quad (62)$$

$$\alpha_{T_{x,m}}(\omega_l) = \frac{\left(\frac{\partial \Re[\chi^{(1)}(\omega_l)]}{\partial T_{x,m}}\right)}{\left(\frac{\partial \Im[\chi^{(1)}(\omega_l)]}{\partial T_{x,m}}\right)} \quad (63)$$

Asimismo, en las expresiones 58-60 se introdujeron las densidades de saturación de fotones

$$\frac{1}{\varphi_l^{N_m}} = \nu_g \tau_s \frac{\partial \bar{g}_m(\omega_l)}{\partial N_m} \quad (64)$$

$$\frac{1}{\varphi_l^{T_{x,m}}} = \nu_g \tau_{hx} \frac{\partial \bar{g}_m(\omega_l)}{\partial T_{x,m}} \left(\frac{\partial T_{x,m}}{\partial U_{x,m}}\right) \left(\varepsilon_{x,013} - \frac{\partial U_{x,m}}{\partial N_m}\right) \quad (65)$$

$$\frac{1}{\varphi^{SHB}} = \frac{\tau_1 \tau_2 \omega_3 d_{013}^2}{\epsilon_0 \eta \eta_g \hbar} \quad (66)$$

donde  $d_{013}^2$  es el momento dipolar correspondiente a la frecuencia de transición  $\omega_k = \omega_3$ , recordando que  $\omega_0 \approx \omega_1 \approx \omega_3$ .

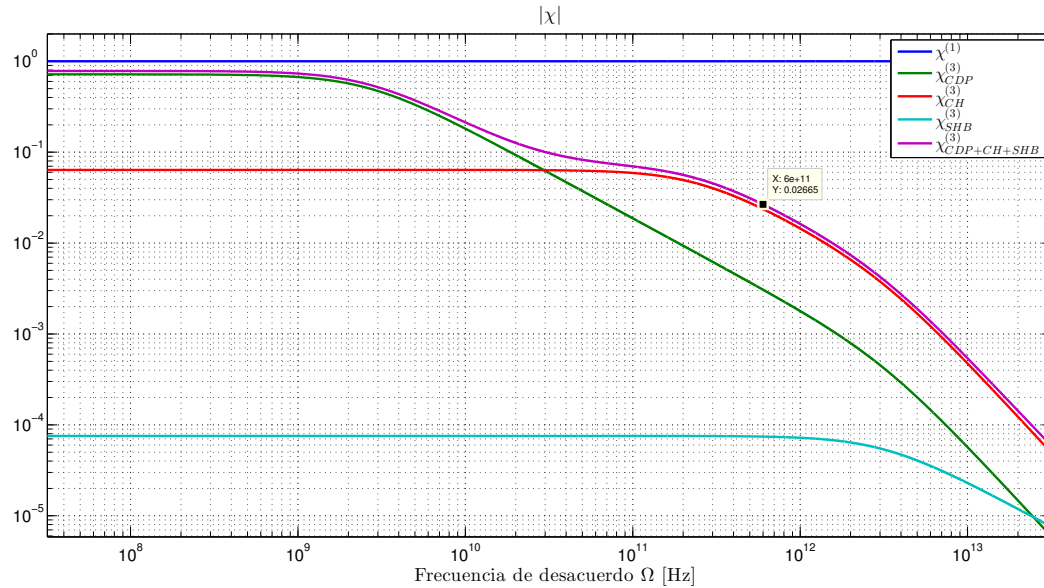
Además, en las expresiones 58 y 59 se utilizaron las siguientes igualdades

$$\frac{1}{\hbar V_m} \sum_k d_k^2 \hat{\delta}_k(\omega_l) \left(\frac{\partial f_{c,k}}{\partial N_m} + \frac{\partial f_{v,k}}{\partial N_m}\right) = -\frac{\epsilon_0 c \eta}{\omega_l} \frac{\partial \bar{g}_m(\omega_l)}{\partial N_m} (\alpha_{N_m}(\omega_l) + \iota) \quad (67)$$

$$\frac{1}{\hbar V_m} \sum_k d_k^2 \hat{\delta}_k(\omega_l) \frac{\partial f_{x,k}}{\partial T_{x,m}} = -\frac{\epsilon_0 c \eta}{\omega_l} \frac{\partial \bar{g}_m(\omega_l)}{\partial T_{x,m}} (\alpha_{T_{x,m}}(\omega_l) + \iota) \quad (68)$$

Es importante mencionar que en las ecuaciones 55 y 57 solo se consideraron los términos cuya susceptibilidad de tercer orden está multiplicada por los campos intensos  $E_0$ ,  $E_1$  y  $E_3$ . Los términos multiplicados por la señal conjugada ( $E_2$  y/o por el bit de la palabra de salida ( $E_4$ )) tienen una menor contribución, por lo que estos se despreciaron. Lo anterior se validó realizando una simulación de la susceptibilidad del modelo aquí presentado. En la figura 30 se muestra el valor absoluto de las contribuciones a la sus-

ceptibilidad de tercer orden debidas a la *CDP*, el *CH* y la *SHB*, normalizadas con respecto a la susceptibilidad lineal.



**Figura 30. Valor absoluto de las susceptibilidades de primer y tercer orden, con sus contribuciones, en función de la frecuencia de desacuerdo. Susceptibilidad lineal (azul), contribución a la susceptibilidad no lineal debida a la *CDP* (verde), contribución a la susceptibilidad no lineal debida al *CH* (rojo), contribución a la susceptibilidad no lineal debida a la *SHB* (cian), susceptibilidad de tercer orden (violeta). El marcador está situado en 600 GHz, la cual es la menor frecuencia de desacuerdo de interés para este trabajo.**

Dado que  $\Omega=200$  GHz, y que la mínima frecuencia de desacuerdo de interés es de  $3\Omega$ , correspondiente a la interacción de los bits de entrada  $a_0$  y  $b_0$ , se puede notar en la figura 30 que la susceptibilidad de tercer orden es casi dos órdenes de magnitud menor que la susceptibilidad lineal. Tomando en cuenta lo anterior y sabiendo que  $E_2$  y  $E_4$  son menores que  $E_0$ ,  $E_1$  y  $E_3$ , se validan las consideraciones hechas en la derivación de las ecuaciones 55 y 57. Asimismo, se puede apreciar que las contribuciones de los mecanismos no lineales considerados, a la susceptibilidad de tercer orden, son constantes hasta su frecuencia de corte, dada por el inverso de su tiempo característico. Es decir, la contribución de la *CDP* es constante hasta que la frecuencia de desacuerdo es de aproximadamente 10 GHz, lo cual es similar al inverso del tiempo de vida de los portadores en la banda de conducción ( $\tau_s$ ). Por otro lado, la contribución del *CH* permanece constante hasta que la frecuencia de desacuerdo alcanza el inverso del tiempo característico de las colisiones portador-fonón ( $\tau_h^{-1} = 1.53$  THz). Por último, la contribución de la *SHB* permanece constante hasta llegar a una frecuencia de desacuerdo de aproximadamente 20 THz, la cual

corresponde al inverso del tiempo característico de las colisiones portador-portador ( $\tau_1$ ).

No obstante, al alcanzar el inverso del tiempo característico de cada mecanismo no lineal, tanto la contribución de la *CDP* como la del *CH* disminuyen de manera proporcional al inverso del cuadrado de la frecuencia de desacuerdo, como se puede apreciar en las ecuaciones 58 y 59, respectivamente, mientras que la de la *SHB* disminuye de manera proporcional al inverso de la frecuencia de desacuerdo, como se expresa en la ecuación 60. Otra observación en la figura 30 es que, tanto la contribución de la *CDP* como la del *CH*, presentan un cambio de pendiente al alcanzar una frecuencia de desacuerdo proporcional al inverso del tiempo característico de las colisiones portador-portador, lo cual se puede justificar al observar las ecuaciones 58 y 59. No obstante, la contribución de la *SHB* (ecuación 60) no presenta este cambio de pendiente, ya que en este trabajo  $\tau_1$  posee el mismo valor de  $\tau_2$ .

#### 4.7 Evolución del campo eléctrico

Para determinar la evolución de los campos eléctricos de interés dentro del AOS, se recurre a la ecuación de onda que relaciona el campo eléctrico con la polarización macroscópica y se utiliza la aproximación de la envolvente, del campo en cuestión, que varía lentamente en el tiempo, descrita por la relación siguiente:

$$A_{l,m}(z) = \exp(-ik_l z) E_{l,m}(z) \quad (69)$$

la cual satisface a la ecuación de propagación siguiente con  $k_l = (\eta\omega_l)/c$ :

$$\frac{d}{dz} A_{l,m}(z) = \frac{i\omega_l \Gamma}{2\epsilon_0 c \eta} P_{l,m} \exp(-ik_l z) \quad (70)$$

donde  $\Gamma$  es el factor de confinamiento.

Así, para encontrar los valores de  $A_{l,m}(z, t)$  se sustituyen las expresiones 53 a 57 en la ecuación 70, y usando la relación descrita en 69 se obtienen las ecuaciones diferenciales siguientes:

$$\frac{d}{dz} A_{0,m}(z) = \frac{i\omega_0 \Gamma}{2c\eta} \chi_m^{(1)}(\omega_0) A_{0,m}(z) \quad (71)$$

$$\frac{d}{dz}A_{1,m}(z) = \frac{i\omega_1\Gamma}{2c\eta}\chi_m^{(1)}(\omega_1)A_{1,m}(z) \quad (72)$$

$$\frac{d}{dz}A_{2,m}(z) = \frac{i\omega_2\Gamma}{2c\eta}\left(\chi_m^{(1)}(\omega_2)A_{2,m}(z) + \chi_m^{(3)}(\omega_2, \omega_0, \omega_1, \omega_1)\frac{A_{0,m}^*(z)A_{1,m}^2(z)}{|A_{013,m}(z)|^2}\right) \quad (73)$$

$$\frac{d}{dz}A_{3,m}(z) = \frac{i\omega_3\Gamma}{2c\eta}\chi_m^{(1)}(\omega_3)A_{3,m}(z) \quad (74)$$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dz}A_{4,m}(z) = \frac{i\omega_4\Gamma}{2c\eta}\left(\chi_m^{(1)}(\omega_4)A_{4,m}(z) \right. \\ \left. + \chi_m^{(3)}(\omega_4, \omega_0, \omega_1, \omega_3)\frac{A_{0,m}^*(z)A_{1,m}(z)A_{3,m}(z)}{|A_{013,m}(z)|^2}\right) \end{aligned} \quad (75)$$

cuyas soluciones están dadas por

$$A_{0,m}(z) = A_{0,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_0\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_0)}{2c\eta}L_m\right) \quad (76)$$

$$A_{1,m}(z) = A_{1,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_1\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_1)}{2c\eta}L_m\right) \quad (77)$$

$$A_{2,m}(z) = A_{2,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_2\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_2)}{2c\eta}L_m\right) - \frac{\chi_m^{(3)}(\omega_2, \omega_0, \omega_1, \omega_1)A_{0,m}^*(z)A_{1,m}^2(z)}{\chi_m^{(1)}(\omega_2)|A_{013,m}(z)|^2} \quad (78)$$

$$A_{3,m}(z) = A_{3,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_3\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_3)}{2c\eta}L_m\right) \quad (79)$$

$$\begin{aligned} A_{4,m}(z) = A_{4,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_4\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_4)}{2c\eta}L_m\right) \\ - \frac{\chi_m^{(3)}(\omega_4, \omega_0, \omega_1, \omega_3)A_{0,m}^*(z)A_{1,m}(z)A_{3,m}(z)}{\chi_m^{(1)}(\omega_4)|A_{013,m}(z)|^2} \end{aligned} \quad (80)$$

donde  $|A_{013,m}(z)|^2 = |A_{0,m}(z)|^2 + |A_{1,m}(z)|^2 + |A_{3,m}(z)|^2$ .

Conociendo las envolventes de los campos eléctricos, se puede entonces obtener la potencia de cada señal usando la expresión siguiente (Durhuus et al., 1992)

$$Pot_{l,m}(z) = \frac{|A_{l,m}(z)|^2 W d}{2\zeta\Gamma} \quad (81)$$



donde  $W$  y  $d$  es el ancho y el espesor de la región activa del AOS en cuestión, respectivamente y  $\zeta$  es la impedancia de la onda.

Hasta ahora, las expresiones que se han presentado son generales. Para obtener las expresiones particulares para cada bit de la palabra de salida basta con sustituir el subíndice 4, en la ecuación 80, por el bit de la palabra de salida deseado y calcular las expresiones 76 a 80, utilizando las envolventes de todos los campos de entrada a la sección correspondiente. Así, las expresiones de las envolventes de los campos eléctricos para cada bit de la palabra de salida quedan definidas de la manera siguiente:

$$A_{c_0,m}(z) = A_{c_0,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_{c_0}\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_{c_0})L_m}{2c\eta}\right) - \frac{\chi_m^{(3)}(\omega_{c_0}, \omega_{a_0}, \omega_{b_0}, \omega_{CW})A_{a_0,m}^*(z)A_{b_0,m}(z)A_{CW,m}(z)}{\chi_m^{(1)}(\omega_{c_0})|A_{a_0b_0CW,m}(z)|^2} \quad (82)$$

$$A_{c_1,m}(z) = A_{c_1,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_{c_1}\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_{c_1})L_m}{2c\eta}\right) - \frac{\chi_m^{(3)}(\omega_{c_1}, \omega_{a_0}, \omega_{b_1}, \omega_{CW})A_{a_0,m}^*(z)A_{b_1,m}(z)A_{CW,m}(z)}{\chi_m^{(1)}(\omega_{c_1})|A_{a_0b_1CW,m}(z)|^2} \quad (83)$$

O bien

$$A_{c_1,m}(z) = A_{c_1,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_{c_1}\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_{c_1})L_m}{2c\eta}\right) - \frac{\chi_m^{(3)}(\omega_{c_1}, \omega_{a_1}, \omega_{b_0}, \omega_{CW})A_{a_1,m}^*(z)A_{b_0,m}(z)A_{CW,m}(z)}{\chi_m^{(1)}(\omega_{c_1})|A_{a_1b_0CW,m}(z)|^2} \quad (84)$$

$$A_{c_2,m}(z) = A_{c_2,m-1}(z) \exp\left(\frac{i\omega_{c_2}\Gamma\chi_m^{(1)}(\omega_{c_2})L_m}{2c\eta}\right) - \frac{\chi_m^{(3)}(\omega_{c_2}, \omega_{a_1}, \omega_{b_1}, \omega_{CW})A_{a_1,m}^*(z)A_{b_1,m}(z)A_{CW,m}(z)}{\chi_m^{(1)}(\omega_{c_2})|A_{a_1b_1CW,m}(z)|^2} \quad (85)$$

donde  $|A_{a_xb_xCW,m}(z)|^2 = |A_{a_x,m}(z)|^2 + |A_{b_x,m}(z)|^2 + |A_{CW,m}(z)|^2$ .

Como se observa en la expresión 82, la envolvente del campo eléctrico del bit  $c_0$  de salida, depende las envolventes de los campos eléctricos relacionados a los bits de entrada  $a_0$  y  $b_0$  y al haz  $CW$ . Ahora bien, de acuerdo con la expresión 81, la envolvente de cada campo eléctrico está relacionada a una potencia óptica. Así, de manera general, se puede decir que la potencia del *LSB* de salida ( $c_0$ ), está en función de la potencia del par de bits de entrada que lo generan ( $a_0$  y  $b_0$ ) y del haz  $CW$ .

Ahora bien, de acuerdo con las expresiones 83 y 84, la potencia del bit de salida  $c_1$  está en función de la potencia de los bits que desencadenan la *FWM* que lo generan, ya sea  $a_0$  y  $b_1$  o  $a_1$  y  $b_0$ , y del haz  $CW$ . Finalmente, la potencia del *MSB* está en función de la potencia de los *MSBs* de las palabras de entrada ( $a_1$  y  $b_1$ ) y del haz  $CW$ .

Es claro que si la potencia de los bits de la palabras de entrada, así como la del haz  $CW$  es alta, la potencia del bit de salida también será relativamente alta. Sin embargo, estas señales de alta potencia provocarán una disminución considerable de la densidad de portadores, lo cual implica una saturación de la ganancia material. A su vez, dicha reducción de la ganancia material se traduce en una disminución de la ganancia modal, de acuerdo con la ecuación 7.

Finalmente, para obtener las expresiones de la potencia de cada bit de la palabra de salida, se sustituyen las expresiones 82 a 85 en la ecuación 81.

En el capítulo siguiente, se muestran y se discuten los resultados experimentales obtenidos con los esquemas propuestos en el Capítulo 3.

## Capítulo 5

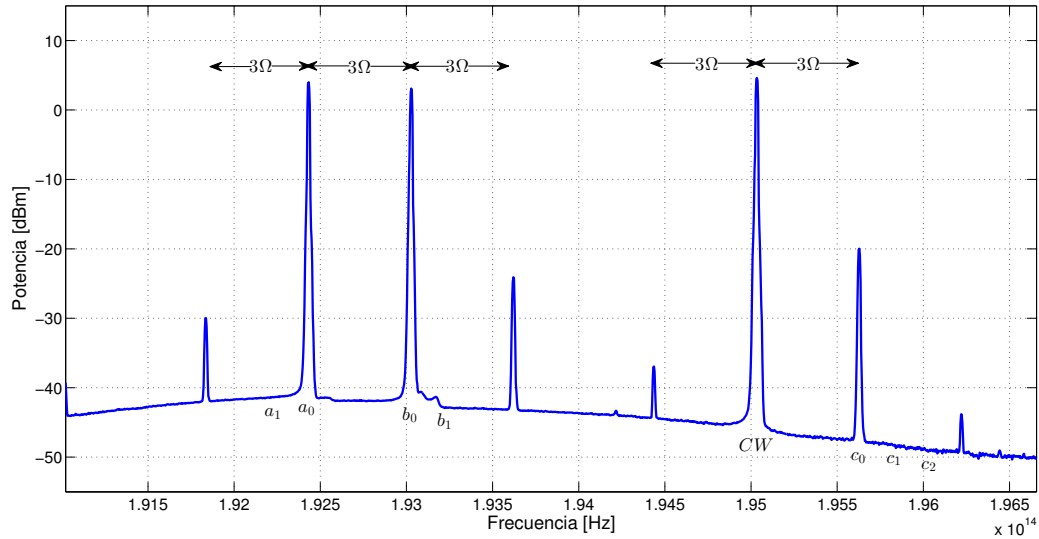
### Resultados experimentales y discusión

En este capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos para la multiplicación de dos palabras de dos y tres bits, tanto en estado estático como en estado dinámico. En el caso del estado estático, solo se muestran algunos resultados (espectros en frecuencia) que el autor considera de mayor relevancia, puesto que se tienen 16 combinaciones diferentes para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits y 64 para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits. Para los resultados en estado dinámico, se muestran los diagramas de tiempo de los bits de las palabras de entrada y de salida, a diferentes tasas de datos. En particular, para la multiplicación de dos palabras de dos bits, los resultados se muestran para tasas de bit de 5, 10, 12.5, 15 y 20 Gb/s, mientras que para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits, estos se presentan para tasas de bit de 12.5 Gb/s.

#### 5.1 Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático

Para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits, se tienen  $2^2 \cdot 2^2 = 16$  combinaciones posibles que pueden generar las palabras de entrada. Por lo tanto, se pueden generar 16 espectros diferentes a la salida del AOS. No obstante, en la presente sección solo se mostrarán y discutirán, por simplicidad, los espectros resultantes de multiplicar: uno por uno, uno por tres y tres por tres. Los espectros restantes son mostrados en el Apéndice A.

El espectro mostrado en la figura 31 corresponde a la multiplicación de  $A=1$  por  $B=1$ , donde se tiene que  $a_0=1$ ,  $a_1=0$ ,  $b_0=1$  y  $b_1=0$ . En este caso, solo hay batimientos a  $3\Omega$ .

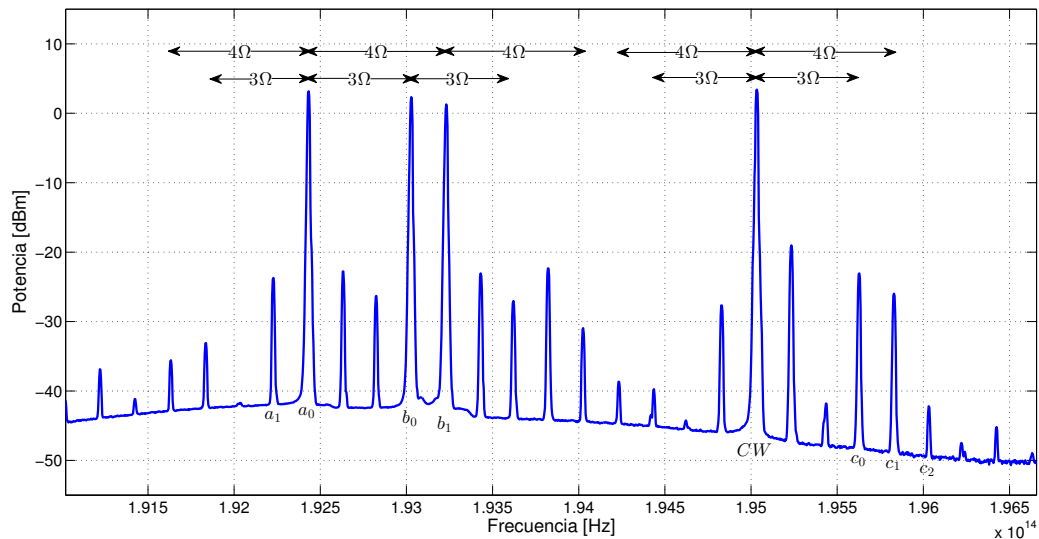


**Figura 31. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático cuando  $a_0$  y  $b_0$  están en nivel alto.**

Se observa un armónico de modulación, por el batimiento entre los bits  $a_0$  y  $b_0$ , en  $f_{b_0} + 3\Omega$ . Asimismo, se aprecia el armónico de la palabra de salida en  $f_{CW} + 3\Omega$ , el cual representa al bit  $c_0$ . Además, se observa la señal engendrada, por el batimiento de los bits de entrada antes mencionados, en  $f_{a_0} - 3\Omega$  y un armónico de modulación en  $f_{CW} - 3\Omega$ . También se observa un armónico de pequeña magnitud en  $f_{c_0} + 3\Omega$ . Este último se debe a que la potencia del haz  $CW$  es tan alta, que genera también armónicos de segundo orden. Además, se pueden notar indicios de un armónico en  $f_{b_0} + 6\Omega$ , el cual también es un armónico de segundo orden, generado por el batimiento entre los bits de entrada  $a_0$  y  $b_0$ . Como ya se ha mencionado, los batimientos del haz  $CW$  con los bits de las palabras de entrada se desprecian, puesto que los armónicos que se generan por estos batimientos, no representan información útil para el proceso de multiplicación. Sin embargo, es claro que estos batimientos siempre están presentes dentro del AOS. Esto se puede notar en el armónico generado en  $f_{b_0} - 10\Omega$ , el cual corresponde al batimiento entre el haz  $CW$  y el bit de entrada  $b_0$ .

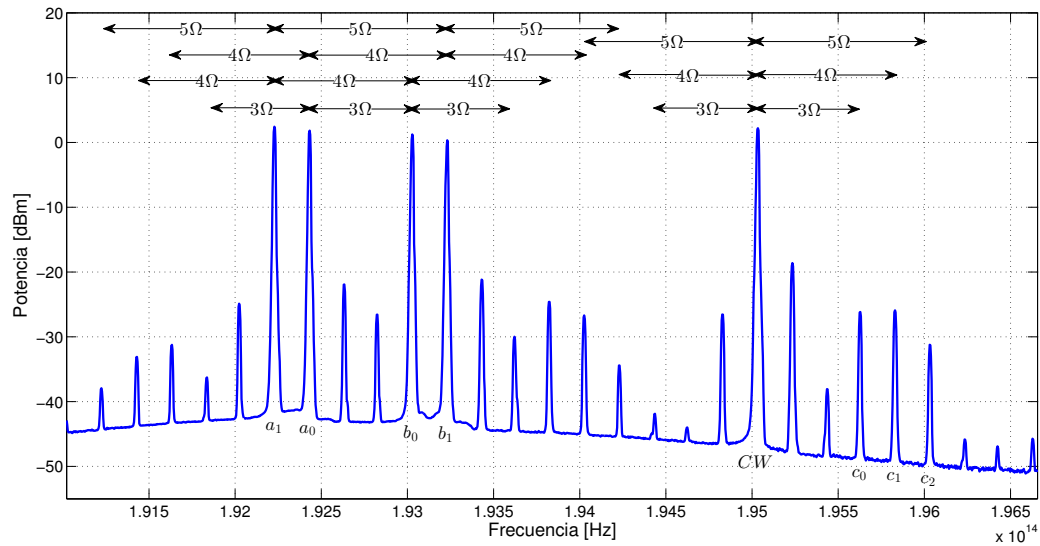
Ahora se analizará el caso cuando se multiplica  $A=1$  por  $B=3$ , donde se tiene que  $a_0=1$ ,  $a_1=0$ ,  $b_0=1$  y  $b_1=1$ , cuyo espectro de salida se muestra en la figura 32. En este caso, los batimientos útiles son a  $3\Omega$  y  $4\Omega$ . Adicionalmente, hay otro batimiento a  $\Omega$ , la cual es la separación espectral entre los bits  $b_0$  y  $b_1$  (y entre  $a_0$  y  $a_1$ ). Se observan los armónicos

de la palabra de salida, correspondientes al batimiento entre los bits de entrada  $a_0$  y  $b_0$  y entre  $a_0$  y  $b_1$ , en  $f_{CW} + 3\Omega$  y en  $f_{CW} + 4\Omega$ , los cuales representan a los bits  $c_0$  y  $c_1$ , respectivamente. Asimismo, se observan los armónicos correspondientes al batimiento entre los bits  $b_0$  y  $b_1$  en  $f_{CW} \pm \Omega$ , en  $f_{a_0} \pm \Omega$ , en  $f_{b_0} - \Omega$  y en  $f_{b_1} + \Omega$ . El armónico generado en  $f_{b_0} + 3\Omega$ , corresponde al batimiento entre los bits  $a_0$  y  $b_0$ , a  $3\Omega$ . El haz  $CW$ , así como los bits  $a_0$  y  $b_1$ , también experimentan este batimiento a  $3\Omega$ , por lo que generan un armónico en  $f_{CW} - 3\Omega$ , en  $f_{a_0} - 3\Omega$  y en  $f_{b_1} + 3\Omega$ , respectivamente. La frecuencia de este último, coincide con la frecuencia del armónico que genera el bit  $b_0$  debido al batimiento entre los bits  $a_0$  y  $b_1$ , a  $4\Omega$ . El batimiento a  $4\Omega$  por, producido por los bits  $a_0$  y  $b_1$ , provoca la generación de armónicos en  $f_{CW} - 4\Omega$ ,  $f_{b_1} + 4\Omega$  y en  $f_{a_0} - 4\Omega$ . Asimismo, se pueden apreciar armónicos, o indicios de armónicos, de segundo orden en  $f_{CW} \pm 2\Omega$  y en  $f_{a_0} - 2\Omega$ .



**Figura 32. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático cuando  $a_0$ ,  $b_0$  y  $b_1$  están en nivel alto.**

Para finalizar esta sección, se analizará el caso de la multiplicación de  $A=3$  por  $B=3$ , donde se tiene que  $a_0=1$ ,  $a_1=1$ ,  $b_0=1$  y  $b_1=1$ . El espectro correspondiente se muestra en la figura 33.



**Figura 33. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático cuando todos los bits están en nivel alto.**

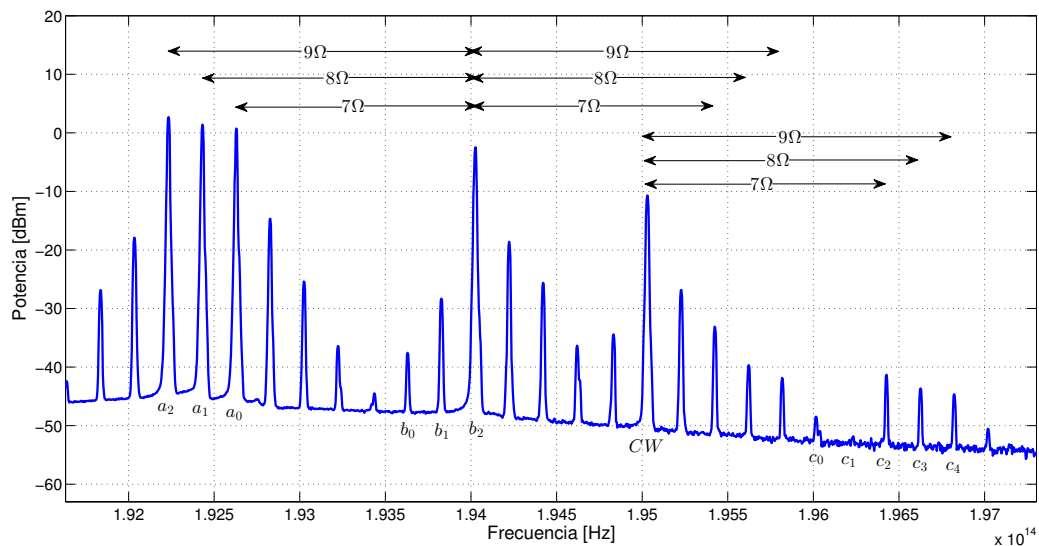
En este caso hay batimientos a  $\Omega$ ,  $3\Omega$ ,  $4\Omega$  y a  $5\Omega$ , pero los batimientos útiles para los armónicos de la palabra de salida son a  $d\Omega$ , con  $d=3, 4$  y  $5$ . Se observan los armónicos de la palabra de salida en  $f_{CW} + 3\Omega$ ,  $f_{CW} + 4\Omega$  y  $f_{CW} + 5\Omega$ , los cuales corresponden a los bits  $c_0$ ,  $c_1$  y  $c_2$ , respectivamente. Tal como se esperaba en la sección 3.2, al hacer esta multiplicación se obtiene siete como resultado. Así como en el caso anterior, se generan armónicos por los batimientos entre los bits de entrada y por los batimientos que a su vez estos experimentan. Algunos de estos armónicos coinciden con la frecuencia de otros y también con la frecuencia de los bits de las palabras de entrada, como se explicó en el caso anterior. Asimismo, de manera similar a los dos casos anteriores, se pueden notar armónicos de segundo orden en  $f_{CW} \pm 2\Omega$ ,  $f_{CW} + 6\Omega$ ,  $f_{CW} + 7\Omega$  y en  $f_{CW} + 8\Omega$ .

Los resultados obtenidos en el experimento en estado estático para la multiplicación de dos palabras de dos bits, concuerdan con los resultados que se esperaban y que se exponen en la tabla 4.

## 5.2 Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático

Para este caso se tienen  $2^3 \cdot 2^3 = 64$  espectros diferentes a la salida del AOS. Considerando que el principio de operación es el mismo que para el caso anterior, se analizarán solamente dos casos. Primeramente, cuando se multiplica siete por cuatro, o bien la palabra  $A$  por  $b_2$  y, posteriormente, cuando se multiplica siete por siete, es decir, la palabra  $A$  por la  $B$ . El resto de los espectros obtenidos se muestran en el Apéndice B.

El espectro mostrado en la figura 34 corresponde a la multiplicación de  $A$  por  $b_2$  (siete por cuatro). En este caso los batimientos son a  $\Omega$ ,  $2\Omega$ ,  $7\Omega$ ,  $8\Omega$  y  $9\Omega$ .



**Figura 34.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático cuando  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$  y  $b_2$  están en nivel alto.

Para esta multiplicación, los batimientos útiles de interés son a  $7\Omega$ ,  $8\Omega$  y  $9\Omega$ . Se observan los armónicos de la palabra de salida en  $f_{CW} + 7\Omega$ ,  $f_{CW} + 8\Omega$  y en  $f_{CW} + 9\Omega$ , los cuales representan los bits  $c_2$ ,  $c_3$  y  $c_4$ , respectivamente, dando 28 como resultado. Alrededor del haz  $CW$  y del bit  $b_2$  se forman los armónicos correspondientes al batimiento entre los bits  $a_0$  y  $a_1$  y entre  $a_0$  y  $a_2$ , en  $f_{CW} \pm \Omega$  y  $f_{CW} \pm 2\Omega$  y en  $f_{b_2} \pm \Omega$  y  $f_{b_2} \pm 2\Omega$ , respectivamente. Además, se observan armónicos de modulación en  $f_{b_2} + 7\Omega = f_{CW} + 2\Omega$ ,  $f_{b_2} + 8\Omega = f_{CW} + 3\Omega$  y en  $f_{b_2} + 9\Omega = f_{CW} + 4\Omega$ , debido al batimiento entre el bit  $b_2$  y los bits de la palabra

A. En este caso, el armónico generado en  $f_{b_2} + 7\Omega$ , se traslapa con el armónico generado en  $f_{CW} + 2\Omega$  por el batimiento entre los bits  $a_0$  y  $a_2$ . Algo similar ocurre alrededor de los bits de la palabra  $A$ , donde se generan armónicos por los batimientos entre ellos mismos. Algunos de estos armónicos se traslapan con otros bits de la palabra  $A$ . Por ejemplo, el batimiento entre los bits  $a_1$  y  $a_2$  genera un armónico de modulación en  $f_{a_1} + \Omega$ , cuya frecuencia coincide con la del bit  $a_0$ . El armónico que se observa en  $f_{b_2} - 3\Omega = f_{CW} - 8\Omega$ , es generado por el haz  $CW$ , por el batimiento que experimenta entre los bits  $b_2$  y  $a_1$ .

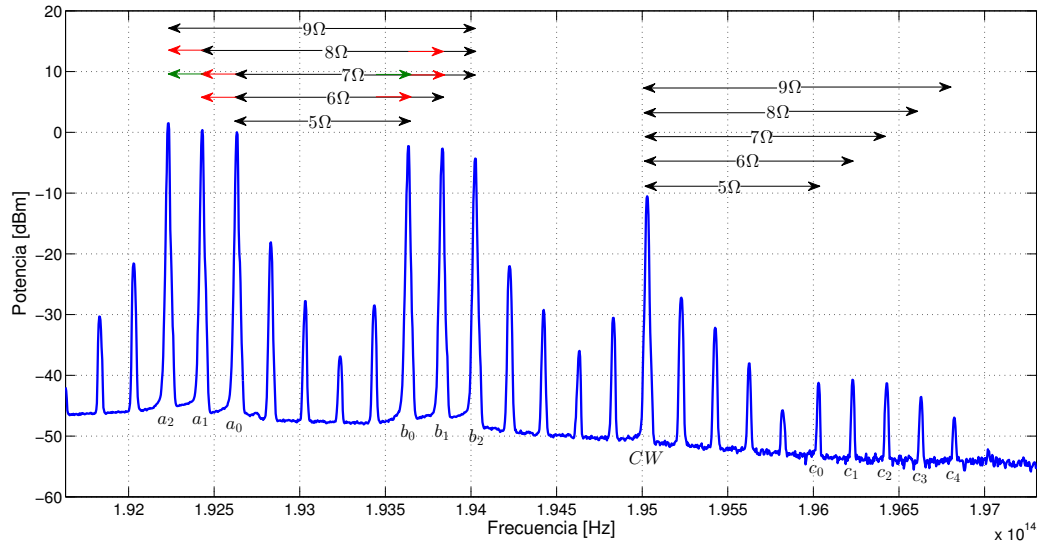
A pesar de que se adoptó un esquema donde se pretende reducir al máximo la interacción o el batimiento entre el haz  $CW$  y los bits de la palabra  $B$ , reduciendo la potencia del primero, se puede notar un armónico, aunque de magnitud pequeña, en  $f_{CW} + 5\Omega = f_{c_0}$ , por el batimiento entre el haz  $CW$  y el bit  $b_2$ . Sin embargo, definiendo los umbrales apropiados, este armónico espurio puede ser descartado con facilidad. Lo anterior no solamente ocurre para esa multiplicación en particular, sino en cualquier otro caso donde alguno de los bits de la palabra  $B$  esté en nivel alto y no haya batimientos cruzados entre las palabras de entrada a 5, 6 y/o  $7\Omega$ .

Otra manera de contrarrestar los batimientos entre el haz  $CW$  y los bits de la palabra  $B$ , es introducir el haz  $CW$  por el multicanalizador, como en el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático, y ajustar las polarizaciones de los bits de la palabra  $B$  y del haz  $CW$  de tal manera que la polarización de este, sea ortogonal con respecto a las polarizaciones de los bits de  $B$ . Con esto se asegura que los armónicos generados en  $f_{CW} + n\Omega$ , con  $n = 5, 6$  y  $7$ , corresponden al batimiento entre los bits correspondientes de las palabras de entrada. Sin embargo, por omisión involuntaria, esta estrategia no se exploró para este experimento. No obstante, esta estrategia se exploró para el caso en estado dinámico.

Para finalizar esta sección, en la figura 35 se muestra el espectro a la salida del AOS cuando se multiplican las palabras  $A$  por  $B$  (siete por siete).

Para este caso, los batimientos útiles de interés son a  $5\Omega, 6\Omega, 7\Omega, 8\Omega$  y a  $9\Omega$ . Con estos batimientos, se generan cinco armónicos de interés alrededor del haz  $CW$  en  $f_{CW} + n\Omega$ , con  $n = 5, 6, 7, 8$  y  $9$ , los cuales representan a todos los bits de la palabra  $C$  de salida.





**Figura 35. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático cuando todos los bits están en nivel alto.**

Adicionalmente, hay otros batimientos a  $\Omega$  y  $2\Omega$ , por la interacción entre los bits de una misma palabra. Así como en los casos anteriores, algunos de los armónicos que se generan, coinciden con la frecuencia de otros armónicos y/o con la de los haces que se introducen. Por ejemplo, el bit  $b_2$  experimenta el batimiento a  $5\Omega$  por los bits  $a_0$  y  $b_0$ , por lo que genera los armónicos correspondientes en  $f_{b_2} \pm 5\Omega$ , pero la frecuencia del armónico generado en  $f_{b_2} + 5\Omega$  coincide con la frecuencia del haz  $CW$ , por lo que dicho armónico no puede observarse.

Los resultados obtenidos para la multiplicación de dos palabras de tres bits, en estado estático, corresponden a los resultados esperados, los cuales se muestran en la tabla 3. Como se esperaba, la multiplicación de siete por siete da un resultado matemáticamente incorrecto. Este y otros detalles se discutirá más adelante en la sección 5.5.

### 5.3 Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado dinámico

Como se mencionó en la sección 3.2, las guías de onda de los moduladores electro-ópticos utilizados, están optimizadas para vehicular el modo transversal eléctrico. Con el fin de obtener la mayor potencia posible en los armónicos generados, se ajusta el estado

de polarización de cada bit a la entrada de su respectivo modulador de intensidad, de tal manera que a la salida del multicanalizador se tenga la mayor potencia posible de los bits de entrada. Enseguida, se ajusta el estado de polarización de cada bit modulado a la entrada del multicanalizador, de tal manera que los armónicos observados a la salida del AOS, sean de la mayor potencia posible.

Para los experimentos realizados en estado dinámico, no se discute la formación de los armónicos, puesto que, como se estableció en la sección 3.2, se considera que el espectro es el mismo que en el caso estático. En su lugar, se discuten las formas de onda obtenidas para los bits de la palabra  $C$  de salida, en función de los bits de las palabras de entrada  $A$  y  $B$  por multiplicar.

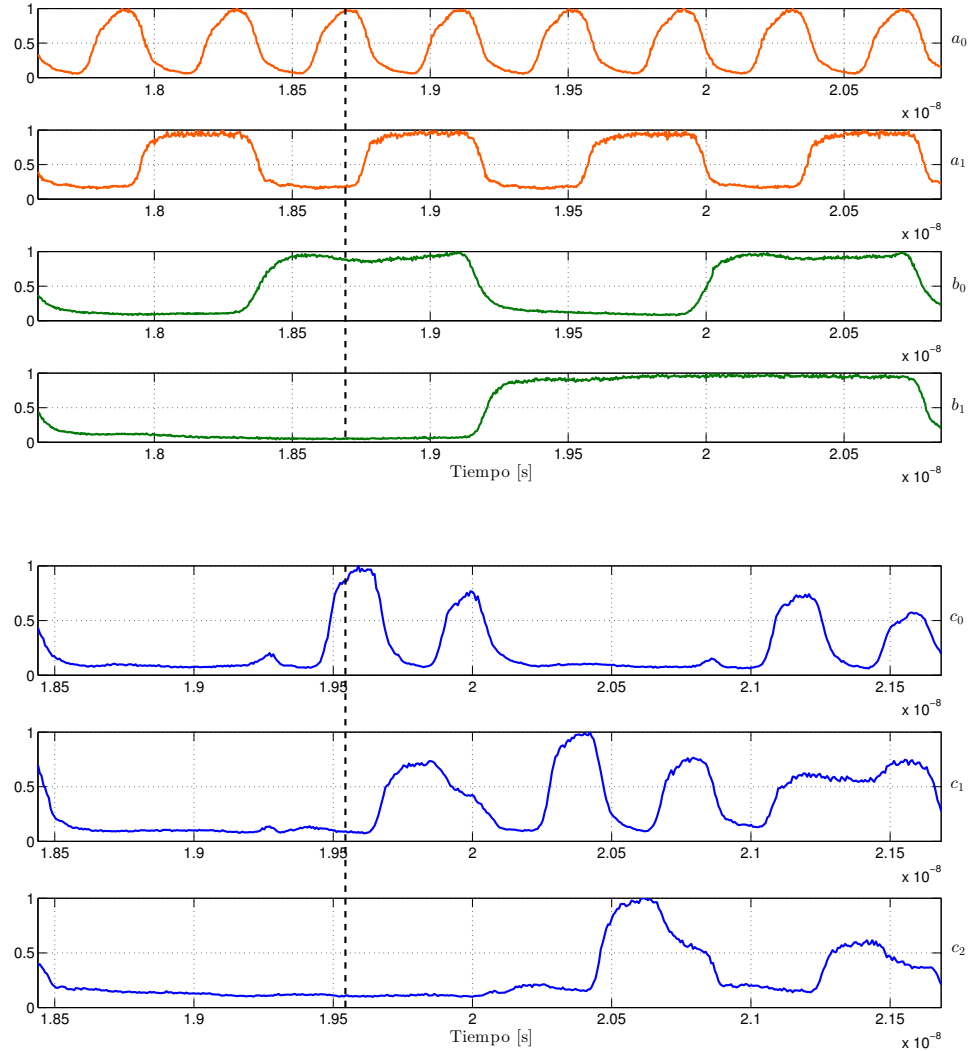
En particular, este experimento se realizó para palabras por multiplicar con bits fluctuando a tasas de datos de 5, 10, 12.5, 15 y 20 Gb/s. En la figura 36 se muestra el diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida, para una tasa de datos de 5 Gb/s.

Como se explicó en la sección 3.2.3, los bits modulados se sincronizan de tal manera que se tengan todas las combinaciones posibles de entrada. El nivel alto de cada bit, ya sea de las palabras de entrada o de la de salida, se toma a la mitad de la duración de este, como se muestra en el diagrama de tiempos experimental de la figura 36. En esta figura se señala, con líneas discontinuas, el momento en el que se suscita la multiplicación de  $A=1$  por  $B=1$ , donde los bits  $a_0$  y  $b_0$  están en nivel alto y los bits  $a_1$  y  $b_1$  se encuentran en nivel bajo, lo que da como resultado que el bit  $c_0$  esté en nivel alto y que los bits  $c_1$  y  $c_2$  estén en nivel bajo, arrojando uno como resultado.

El resto de las combinaciones se da, al igual que en el ejemplo anterior, por los cambios de intensidad de las señales de entrada. Por ejemplo, al final de la trama mostrada en la figura 36, se tiene la multiplicación de  $A=3$  por  $B=3$ , puesto que todos los bits de las palabras de entrada están en nivel alto. Esto da como resultado un nivel alto en todos los bits de salida, lo cual representa un siete.

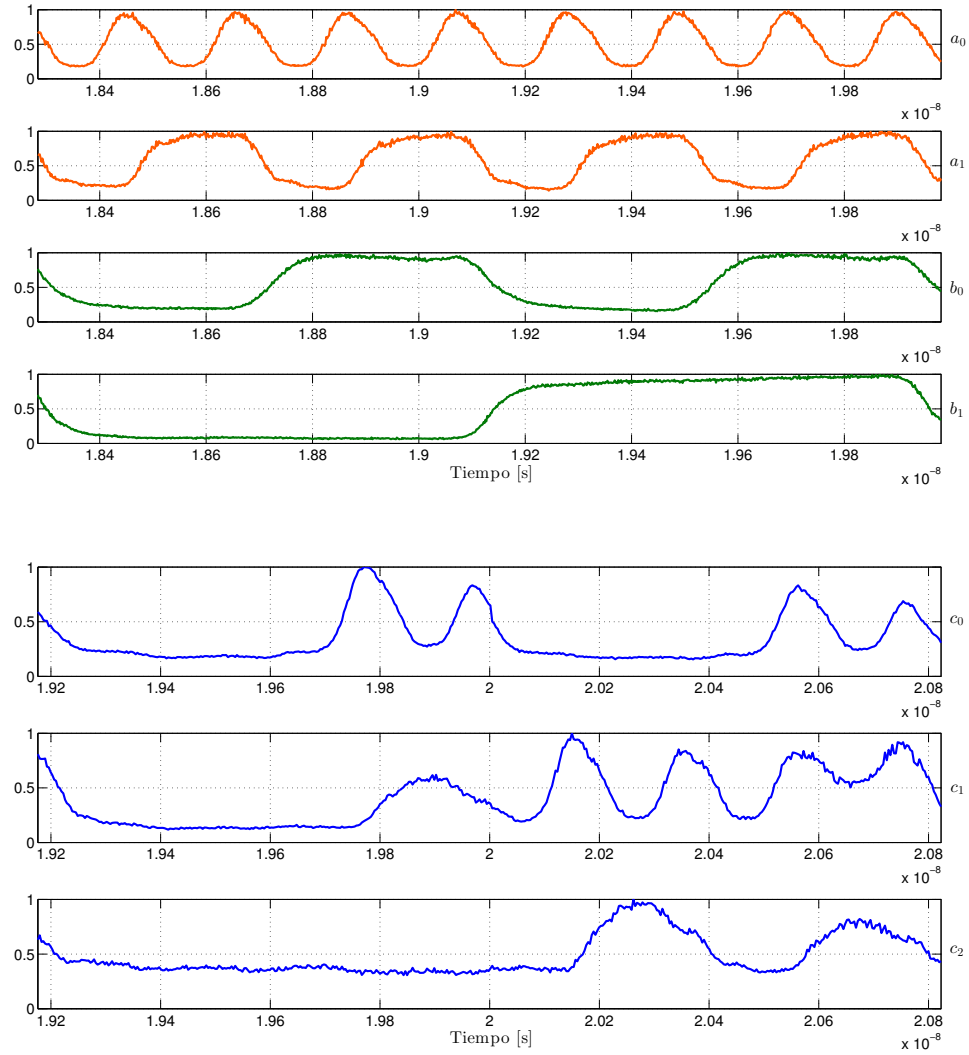
Como se puede apreciar en esta figura, los niveles de las formas de onda de los bits de la palabra  $C$  de salida, no son uniformes. Las discusiones referentes a esto y a los

resultados experimentales siguientes, se presentan en la sección 5.5.

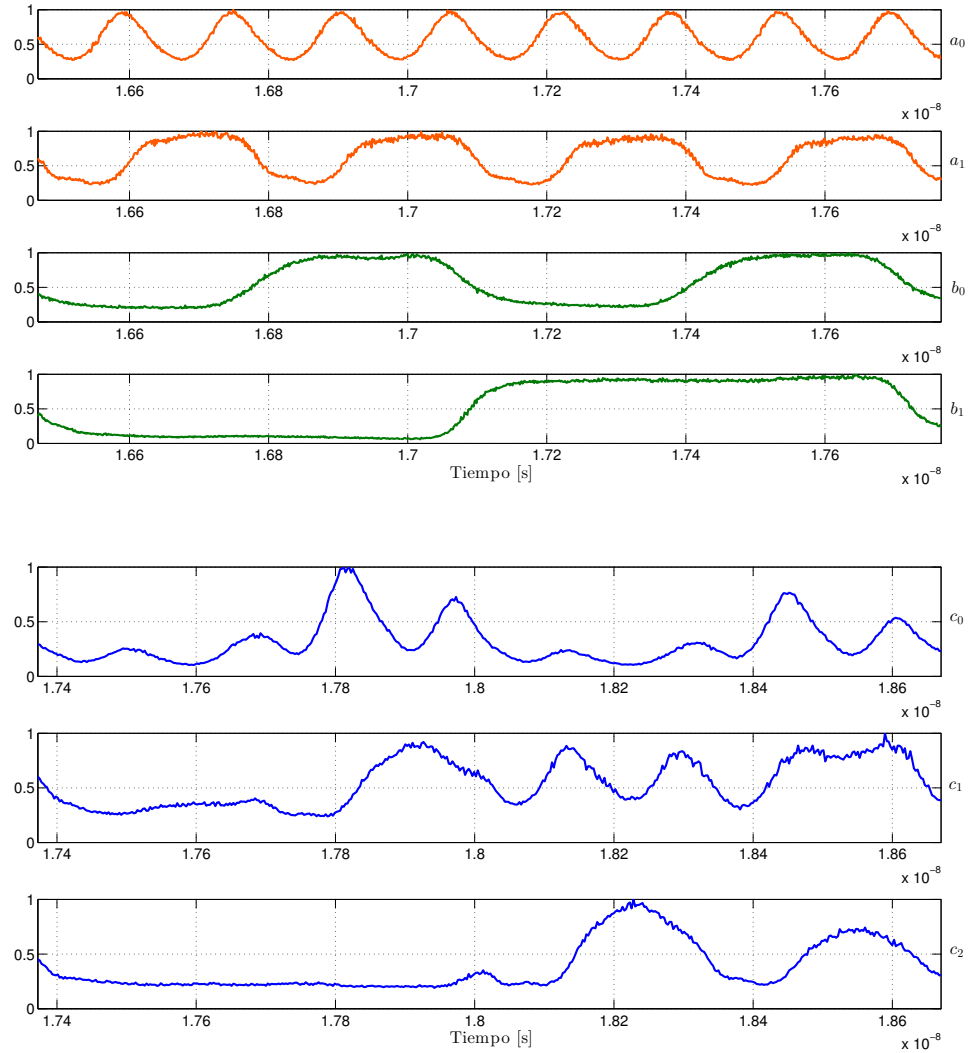


**Figura 36.** Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 5 Gb/s. Las primeras cuatro formas de onda corresponden a los bits  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $b_0$  y  $b_1$ , respectivamente, mientras que las formas de onda en azul corresponden a los bits  $c_0$ ,  $c_1$  y  $c_2$ . Las líneas discontinuas señalan el momento en el que se suscita la multiplicación de  $A=1$  por  $B=1$  ( $a_0$  y  $b_0$  en nivel alto y  $a_1$  y  $b_1$  en bajo).

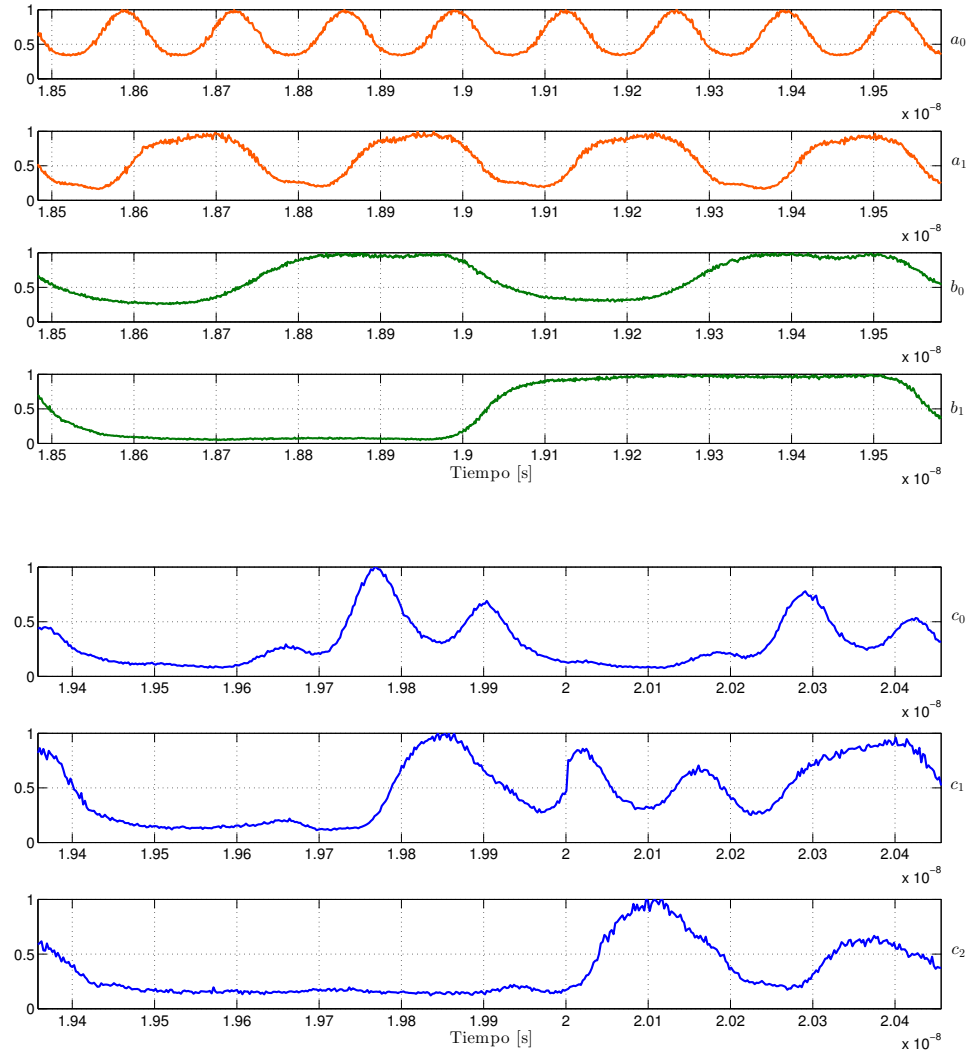
Es pertinente señalar que, aunque la hoja de datos de los moduladores de intensidad utilizados, indican 12.5 Gb/s como máxima tasa de datos, y que el objetivo de este trabajo era alcanzar esta tasa, se hicieron experimentos con tasas de datos más altas. En las figura 37, 38, 39 y 40 se muestran las formas de onda de los bits de las palabras de entrada y de salida para una tasa de datos de 10, 12.5, 15 y 20 Gb/s, respectivamente.



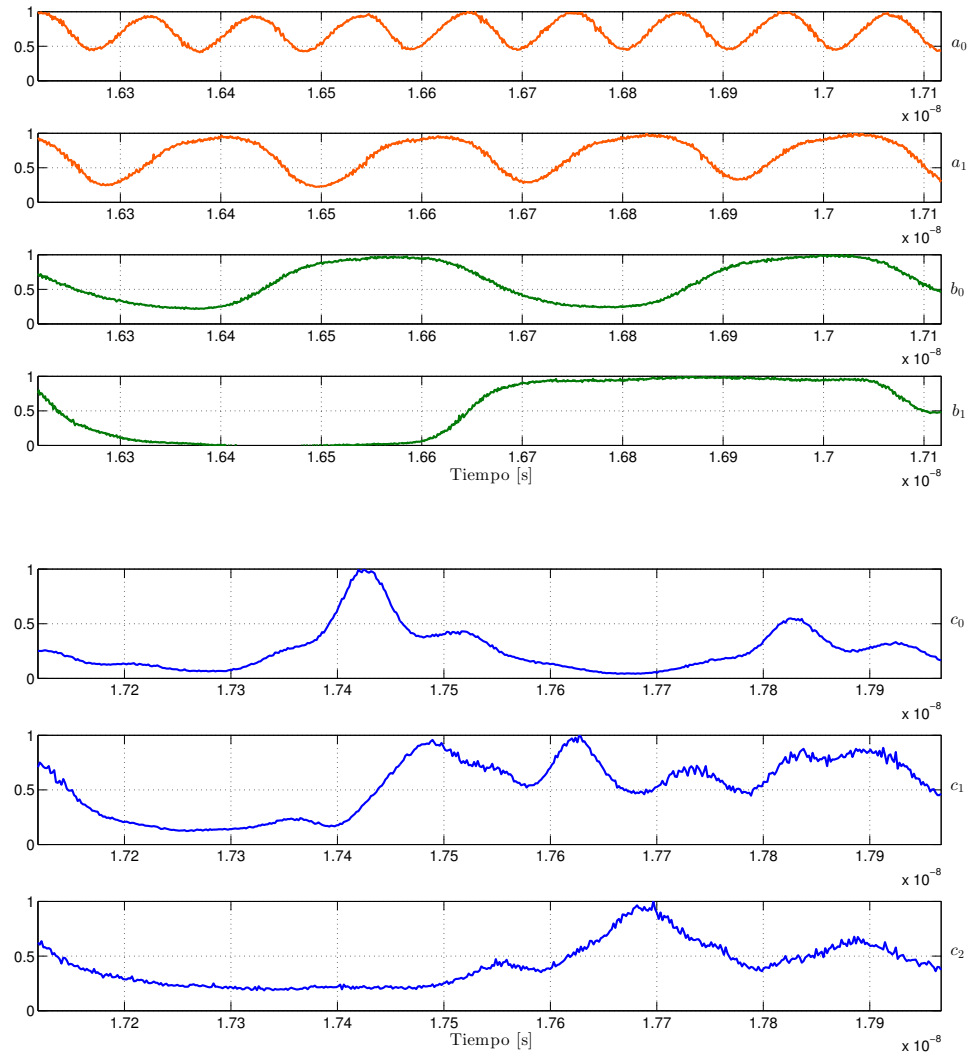
**Figura 37. Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 10 Gb/s.**



**Figura 38. Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 12.5 Gb/s.**



**Figura 39. Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 15 Gb/s.**

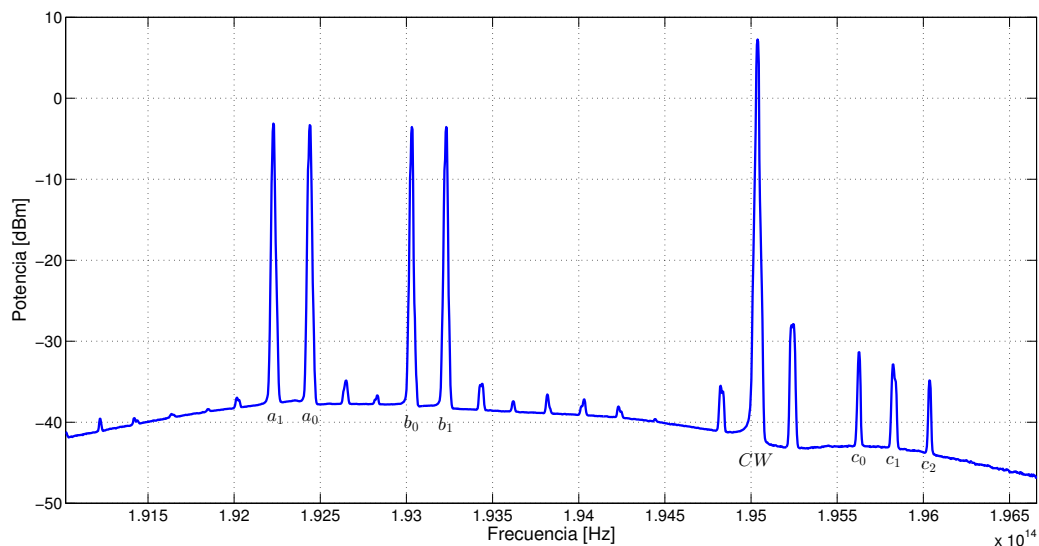


**Figura 40. Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de dos bits a 20 Gb/s.**

Se puede notar que para una tasa de datos de 20 Gb/s, las formas de onda de salida no son tan “legibles” como en los casos anteriores. En otras palabras, con esta tasa de datos es muy difícil discernir entre un nivel alto y un nivel bajo. Puede notarse que conforme se aumenta la tasa de datos, los tiempos de duración de los flancos de subida y bajada de los bits de las señales de entrada se mantienen constantes, lo cual acorta la duración y la tasa de extinción de estos, con la consecuente degradación en el proceso de multiplicación y su resultado. Lo anterior es debido a los moduladores utilizados, cuya frecuencia de corte es no mayor a 12.5 GHz, lo cual transforma a los flancos abruptos de subida y de bajada, de los bits eléctricos, en transiciones ópticas de mayor pendiente. Es

decir, la pérdida en la forma de los bits de salida, en tasas de datos de 15 y 20 Gb/s, no es propiamente atribuible al proceso de multiplicación propuesto en este trabajo. En efecto, se trata de una limitación del laboratorio, la cual no permite generar señales ópticas con flancos de subida y bajada lo suficientemente abruptos para distinguir correctamente a los bits de las señales de entrada.

Como un análisis adicional a los resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado dinámico, en la figura 41 se muestra el espectro a la salida del AOS cuando los bits de las palabras de entrada son modulados usando una tasa de 12.5 Gb/s.



**Figura 41. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado dinámico usando una tasa de datos de 12.5 Gb/s.**

Comparando los espectros obtenidos para el caso dinámico a 12.5 Gb/s, y para el caso estático de la multiplicación de dos palabras de dos bits (figuras 41 y 33, respectivamente), se puede notar que la potencia de los bits de las palabras de entrada, es menor para el caso dinámico que para el caso estático. Esto hace que los armónicos de modulación, generados alrededor de los bits de las palabras de entrada y el haz *CW*, para el caso dinámico, también sean de menor magnitud. Sin embargo, los armónicos alrededor del haz *CW*, es decir, los bits de la palabra *C* de salida, tienen la potencia suficiente para poder ser observados en el osciloscopio.



## 5.4 Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado dinámico

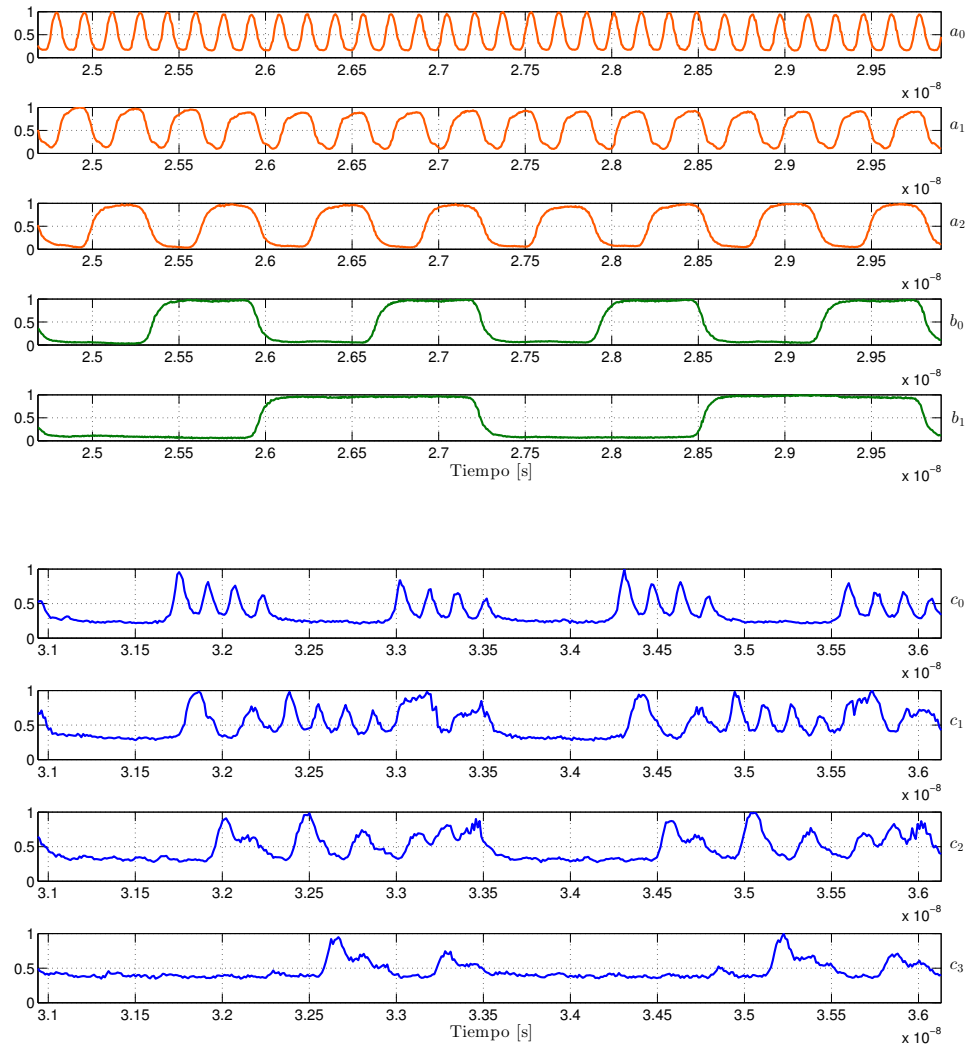
Como se mencionó en la sección 3.2.4, con el esquema propuesto para multiplicar dos palabras de tres bits en estado dinámico, no se consiguió tener una potencia suficiente en los armónicos de salida para observar los resultados en el osciloscopio. Debido a esto, se decidió realizar la multiplicación de dos palabras de tres bits en dos etapas. Primeramente, multiplicando la palabra de entrada  $A$  por la palabra  $B$  con el bit  $b_2=0$ . Posteriormente, se repitió esta multiplicación, pero ahora con el bit  $b_1$  en nivel bajo todo el tiempo. Con esto, se logra sintetizar 48 combinaciones posibles de entrada, de las 64 posibles, con dos palabras de tres bits. Por razones de tiempo, este experimento solo se realizó usando una tasa de datos de 12.5 Gb/s.

En la figura 42 se muestran los diagramas de tiempos experimentales de los bits de las palabras de entrada y de salida, cuando se multiplica  $A$  por  $B$  con  $b_2 = 0$ . Para este caso, hay cuatro batimientos útiles entre los bits de las palabras de entrada, por lo que se tienen cuatro bits en la palabra  $C$  de salida. En particular, estos bits son los primeros cuatro de la palabra de salida, es decir,  $c_0, c_1, c_2$  y  $c_3$ .

Al igual que en el caso anterior, la referencia para discernir entre un nivel alto y uno bajo, es la mitad de la duración de los bits.

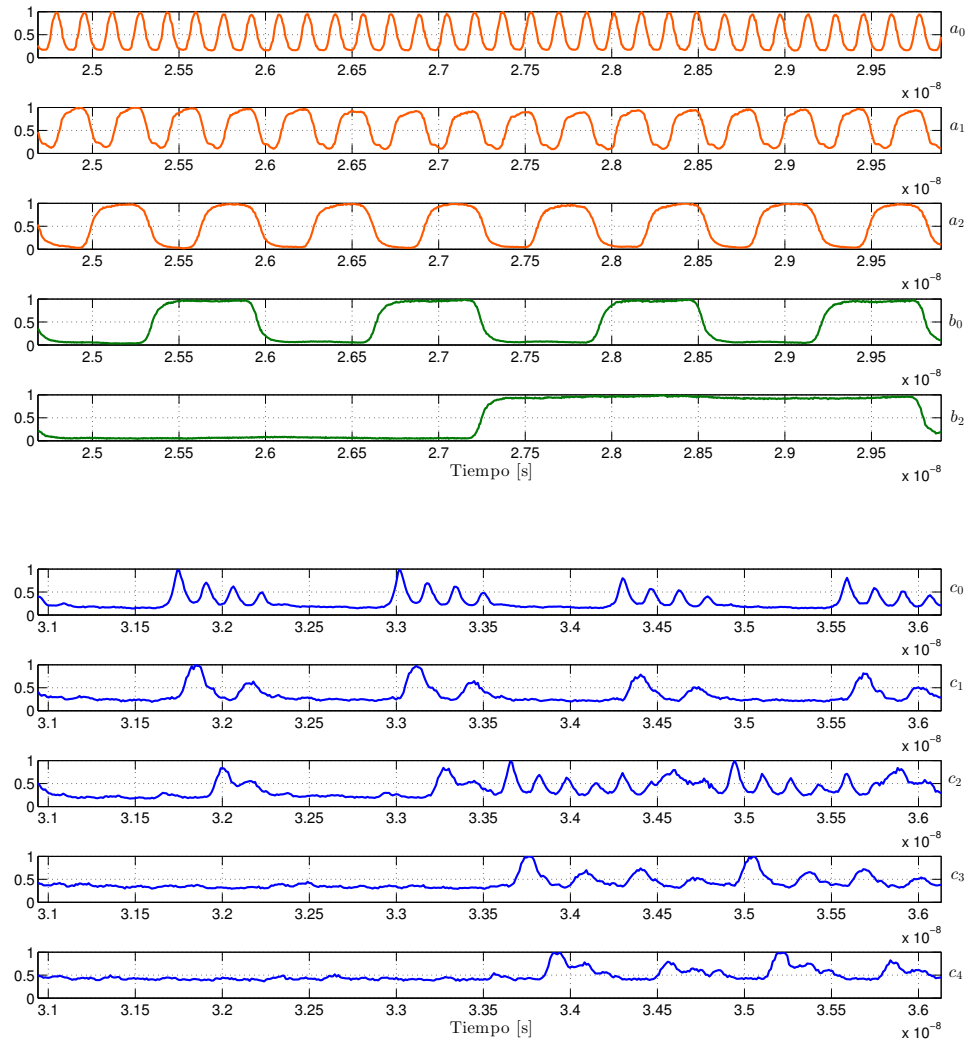
Se puede apreciar en la figura 42 que el nivel de CD de las formas de onda de los bits de la palabra de salida, es mayor que el de los bits de las palabras de entrada. Sin embargo, definiendo los umbrales apropiados para cada bit de la palabra de salida, se puede apreciar que los resultados obtenidos concuerdan con las formas de onda esperadas de la figura 26. El análisis del espectro obtenido para este proceso de multiplicación se hará en breve.

El diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de  $A$  por  $B$  con  $b_1 = 0$ , se muestra en la figura 43.



**Figura 42.** Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de tres bits con  $b_2 = 0$ . Las primeras cinco formas de onda corresponden a los bits  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$  y  $b_1$ , respectivamente, mientras que las formas de onda en azul corresponden a los bits  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$ .

Para este proceso de multiplicación ( $A$  por  $B$  con  $b_1 = 0$ ), se tienen cinco batimientos útiles, y por lo tanto, el mismo número de bits en la palabra  $C$  de salida.

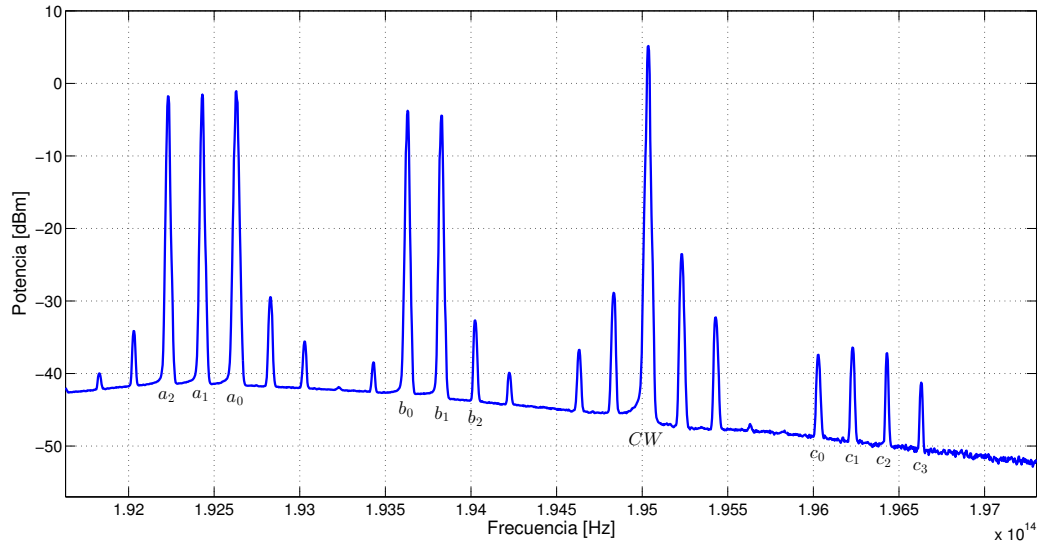


**Figura 43.** Diagrama de tiempos para los bits de las palabras de entrada y de salida para la multiplicación de dos palabras de tres bits con  $b_1 = 0$ . Las primeras cinco formas de onda corresponden a los bits  $a_0$ ,  $a_1$ ,  $a_2$ ,  $b_0$  y  $b_2$ , respectivamente, mientras que las formas de onda en azul corresponden a los bits  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$ ,  $c_3$  y  $c_4$ .

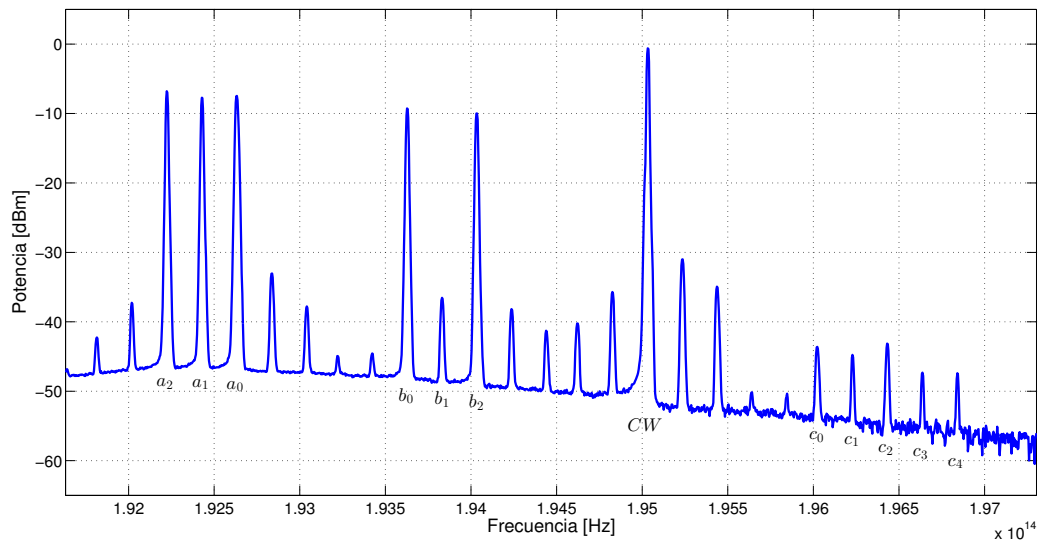
Al igual que en el caso anterior, el nivel de CD de los bits de la palabra de salida es mayor que el de los bits de las palabras de entrada. Asimismo, definiendo los umbrales apropiados para cada bit de la palabra de salida, se puede notar que las formas de onda obtenidas concuerdan con las esperadas de la figura 27.

Ahora bien, se hace un análisis de los espectros obtenidos a la salida del AOS utilizado, para la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado dinámico. En las figuras 44 y 45 se muestran los espectros a la salida del AOS correspondientes a la

multiplicación de  $A$  por  $b_0$  y  $b_1$  y de  $A$  por  $b_0$  y  $b_2$ , respectivamente.



**Figura 44.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado dinámico con  $b_2 = 0$ .



**Figura 45.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado dinámico con  $b_1 = 0$ .

Se puede notar que la potencia de los bits de la palabra  $C$  de salida, en el caso de la multiplicación de  $A$  por  $B$  con  $b_1 = 0$  (figura 45), es menor que para el caso de la multiplicación de  $A$  por  $B$  con  $b_2 = 0$  (figura 44). Esto se debe a que, aunque la potencia de los bits de entrada fuera aproximadamente la misma, así como el número de

portadores que se inyectan por corriente, al haber un batimiento más (en comparación con el caso de  $A$  por  $B$  con  $b_2 = 0$ ), se generan otros armónicos correspondientes a este batimiento. Esto resulta en un consumo de portadores, que satura al medio más profundamente y satura su ganancia, por lo que los armónicos que se generan por este y por los otros batimientos, son de menor potencia que en el caso de  $A$  por  $B$  con  $b_2 = 0$ . Lo anterior se puede apreciar también notando que el piso del ruido, en la multiplicación donde hay cinco batimientos útiles de interés, es menor que para el otro caso donde solo hay cuatro batimientos de interés.

## 5.5 Discusiones finales

Comparando el espectro obtenido para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático (figura 33) con el obtenido para la multiplicación de dos palabras de tres bits en este mismo estado (figura 35), se puede notar que la potencia de los bits de la palabra  $C$  de salida en el primer caso, es mayor que para el segundo caso. También puede observarse que el “piso” o el nivel de la  $ASE$  efectiva que resulta de la  $ASE$  del AFDE y del AOS, es mayor en el primer caso que en el segundo. Lo anterior se debe a que, en el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits, al haber más bits de entrada, se consumen más portadores en la banda de conducción de la región activa del AOS, mermando así la eficiencia de la generación de armónicos por los batimientos presentes. Además, hay que recordar que en el esquema utilizado en la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático, se atenúa la potencia del haz  $CW$  para así reducir la interacción de este con los bits de la palabra  $B$ , por lo que la potencia de los bits de la palabra  $C$  de salida también se reduce. Lo anterior también puede notarse en las expresiones 82 a 85, donde se puede apreciar que las susceptibilidades no lineales de tercer orden, están en función de las envolventes de los campos eléctricos correspondientes a la pareja de bits que desencadena el proceso de la  $FWM$  y al haz  $CW$ . En otras palabras, la potencia correspondiente a la envolvente del campo eléctrico de cada bit de salida, no solamente depende de la potencia de los bits de las palabras de entrada, sino también de la potencia del haz  $CW$ .

Otro aspecto importante a notar es la dependencia de la frecuencia de desacuerdo

para la eficiencia de la generación de los armónicos, tal como se había explicado en la sección 3.1 y como se observa en la figura 30. Esto se puede notar también en las figuras 34 y 35, donde los armónicos que se generan justo a los lados de los bits de las palabras de entrada, los cuales corresponden al batimiento a  $\Omega$ , tienen una potencia mayor que la de los otros armónicos generados por batimientos a mayor frecuencia de desacuerdo. Asimismo, lo anterior puede apreciarse en las ecuaciones 58 a 60, donde se puede observar que las contribuciones a la susceptibilidad de tercer orden, son inversamente proporcionales a la frecuencia de desacuerdo, expresada en este caso como  $\omega_i - \omega_j$ .

Es más claro notar en la figura 35 que los armónicos correspondientes al batimiento a  $5\Omega$  son de menor amplitud que los que se generan a  $4\Omega$  o  $3\Omega$ . Sin embargo, hay que recordar que para algunos bits de la palabra de salida, existen diferentes combinaciones de los bits de las palabras de entrada que pueden generarlos. Por ejemplo, el bit  $c_1$ , en el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits, se puede generar de dos maneras, por la interacción de  $a_0$  y  $b_1$  o por aquella de  $a_1$  y  $b_0$ .

Asimismo, en el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits, hay dos maneras de generar tanto el bit de la palabra de salida  $c_1$  como el bit  $c_3$ , mientras que para el bit  $c_2$  hay tres maneras de generarlo. Lo anterior implica que, aunque la eficiencia de los armónicos generados dependa de la frecuencia de desacuerdo, algunos bits de salida pueden ser generados de manera simultánea, por batimientos distintos, resultando en un aumento en su potencia. Lo anterior se puede apreciar en la figura 35, donde la potencia del bit  $c_2$  es comparable con la del bit  $c_0$ .

En los resultados en estado dinámico puede notarse que la amplitud de las formas de onda de los bits de salida no es uniforme para las diferentes combinaciones. Se puede notar en la forma de onda del bit  $c_0$ , en el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits (figura 36), que cuando hay tres o cuatro señales de entrada en nivel alto, su amplitud disminuye con respecto a la que posee cuando solo hay dos señales de entrada en nivel alto. Esta misma situación se puede apreciar en el bit  $c_2$ . Sin embargo, en el bit  $c_1$  no se respeta lo anterior debido a que, como ya se había establecido, este puede ser generado ya sea por la interacción de  $a_0$  y  $b_1$  o por la de  $a_1$  y  $b_0$ , lo cual se traduce a un traslape de

potencias para este bit.

Es importante mencionar que para todos los experimentos realizados, la corriente de alimentación y la temperatura del AOS fue de 400 mA y 25 °C, respectivamente. Para el caso estático, la potencia de cada bit, a la entrada del AOS, es de aproximadamente 0 dBm y -1 dBm, para la multiplicación de dos palabras de dos y tres bits, respectivamente. En el caso dinámico no se obtuvieron estas mismas potencias, debido a las pérdidas en los moduladores de intensidad y los otros elementos que se agregaron, con respecto al estado estático. No obstante, se espera que los resultados en estado dinámico mejoren si se alcanzan las potencias establecidas para el experimento en estado estático.

## 5.6 Posibles soluciones a los casos de salida errónea

En las secciones anteriores de este capítulo se ha demostrado que los resultados esperados concuerdan con los resultados experimentales. Como se explicó en la sección 3.2, los resultados matemáticamente incorrectos son inherentes al funcionamiento de la plataforma multiplicadora.

Anteriormente se mencionó que una de las ventajas de la plataforma multiplicadora es que da el resultado en un solo paso. Es decir, las multiplicaciones parciales (operación AND) y la suma de “traslape” de los productos parciales (operación OR) están implícitas en el resultado. En efecto, el funcionamiento de la plataforma indica que cuando se realiza la suma de los productos parciales, esta se hace sin acarreo, es decir, se hace una simple operación OR y no una XOR con acarreo. Esto también se puede inferir de la tabla 3, notando que cuando se multiplica por uno, por dos o por cuatro, es decir, por un solo bit, se obtienen resultados matemáticamente correctos, puesto que no se requieren ni operaciones XOR ni acarreo al hacer la suma de los productos parciales.

Para comprender mejor el problema que presenta la plataforma, se utilizará el ejemplo de la multiplicación de tres por tres, la cual se muestra en la tabla 6 comparando el resultado que arroja la plataforma y el que se espera.

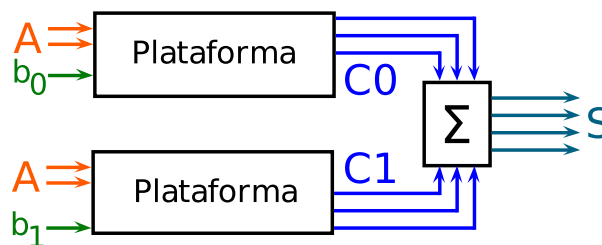
Como se puede apreciar, la suma con OR, sin acarreo, de los productos parciales (izquierda), da como resultado un número de tres bits (siete), mientras que en el otro

**Tabla 6. Comparación de la multiplicación de tres por tres con operación OR, denotada como +, (izquierda) y con operación XOR, denotada como  $\oplus$ , con acarreo (derecha).**

Resultado de la plataforma	Resultado esperado
$\begin{array}{r} 11 \\ \times 11 \\ \hline 11 \\ +11 \\ \hline 111 \end{array}$	$\begin{array}{r} 11 \\ \times 11 \\ \hline 11 \\ \oplus 11 \\ \hline 1001 \end{array}$

caso, con operación XOR y con acarreo (derecha), se obtiene un número de cuatro bits (nueve). Además de la falta de un cuarto bit para el primer caso, el segundo bit y el *MSB* tienen un valor incorrecto.

Conociendo el problema que presenta la plataforma multiplicadora, se plantearon dos posibles soluciones para que esta proporcione resultados matemáticamente correctos. Para simplificar la descripción, las soluciones se presentarán para la multiplicación de dos palabras de dos bits. Así, la primera solución consiste en multiplicar por separado la palabra  $A$  por el bit  $b_0$  de la palabra  $B$ , después, en otra plataforma, la misma palabra  $A$  por el bit  $b_1$  de  $B$ . Enseguida, adicionar los dos productos parciales en un medio sumador, ajeno a la plataforma, para finalmente obtener el producto de la multiplicación. Esta suma implica que el sumador debe ser de cuatro entradas, puesto que cada producto parcial es de dos bits. Bajo este contexto, al multiplicar solamente por un bit, la plataforma solo realizaría la operación AND. El diagrama a bloques de esta posible solución se ilustra en la figura 46.



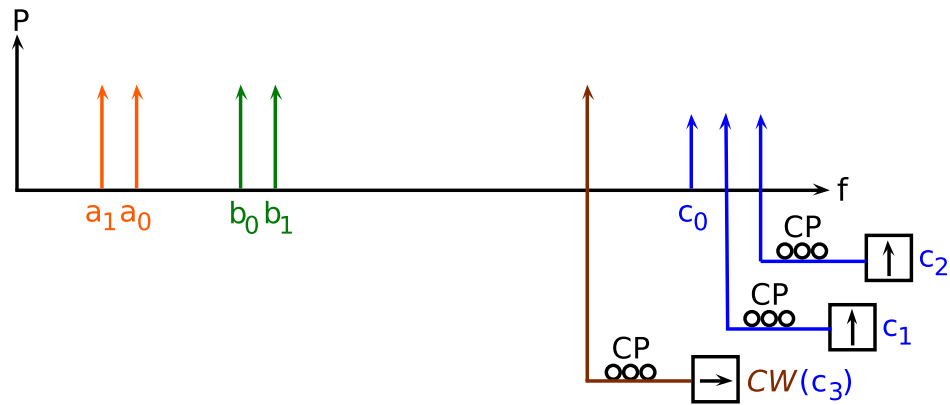
**Figura 46. Diagrama a bloques de una posible solución a los casos de salida errónea usando un sumador de cuatro entradas. C0 y C1 denotan el conjunto de bits del primer y segundo producto parcial, respectivamente. S denota el producto final.**

Note que aunque este esquema garantiza el producto correcto para cualquier combinación de los bits de las palabras de entrada, el sistema se vuelve más complejo al usar



dos plataformas en paralelo y usar un sumador de cuatro entradas. Sin embargo, aun así, resultaría en un esquema que necesita menos elementos activos (AOSs) en comparación con los reportados en las referencias (Mandal et al., 2014; Gayen et al., 2010).

La otra posible solución que se plantea, es más elegante y explota el fenómeno de la *XPolIM*. Se notó que en los espectros obtenidos a la salida del AOS, para el experimento en estado estático, algunos de los armónicos solo se generan bajo ciertas condiciones o aparecen con diferente potencia, dependiendo de la combinación que se presenta en los bits de las palabras de entrada. En particular, interesa el armónico que se genera en  $f_{a_0} + \Omega$ . Cuando todos los bits de las palabras de entrada están en un nivel alto (multiplicación de tres por tres), la potencia total, en la región activa del AOS, es diferente que si solo están encendidos tres o dos bits de las palabras de entrada. Lo anterior significa que cuando todos los bits de entrada se encuentran en uno lógico, se tiene la mayor potencia dentro del AOS y, por tanto, la mayor birrefringencia inducida. De esta manera, si el haz *CW* se introduce dentro del AOS con una polarización lineal inclinada a  $45^\circ$ , los armónicos que se generen alrededor de este haz también, al nacer, tendrán esta polarización, la cual se verá afectada por el valor de la birrefringencia inducida. Es decir, la potencia de los bits de las palabras de entrada controlarán la polarización de salida, tanto del haz *CW*, como de los bits de la palabra de salida. Así, por filtrar el armónico en  $f_{a_0} + \Omega$ , a la salida del AOS, y por hacer lineal su polarización con un controlador de polarización, se puede posicionar un polarizador, de tal manera que deje pasar a este armónico solo cuando todos los bits de entrada estén en un nivel alto. Asimismo, el ajuste en la posición del polarizador debe ser tal, que también el armónico que le incide sea rechazado cuando, al menos uno de los bits de las palabras de entrada esté en un nivel bajo. Este principio se podría aplicar para componer a la plataforma multiplicadora. Así, por ejemplo, cuando se multiplique  $A=3$  con  $B=3$ , los bits  $c_1$  y  $c_2$  de la palabra de salida serían rechazados por un polarizador, y cuando al menos uno de los bits de entrada esté en un nivel bajo, dichos bits lo cruzarían. Simultáneamente, el haz *CW*, a la salida del AOS, sería también filtrado y controlado en polarización para que otro polarizador lo dejara pasar únicamente cuando todos los bits de entrada estuvieran en uno lógico, lo cual generaría la operación de acarreo, o bien, el bit  $c_3$  de la palabra de salida. El esquema explicado se muestra en la figura 47.



**Figura 47. Esquematización de una posible solución a los casos de salida errónea usando la XPoIM. Los bits  $c_1$  y  $c_2$ , así como el haz  $CW$ , previamente filtrados, son controlados en polarización con un CP e introducidos a un polarizador. La posición de los polarizadores es tal que cuando todos los bits de entrada estén en un nivel alto ( $A=3$  y  $B=3$ ), el haz  $CW$  atraviese a su respectivo polarizador, para ahora representar al bit de salida  $c_3$ , y los bits  $c_1$  y  $c_2$  sean rechazados.**

En el mejor de los casos, esta implementación no requeriría de AOSs adicionales al de la plataforma. Sin embargo, en el peor de los casos, esta implementación requeriría dos AOSs adicionales.

Cabe mencionar que la segunda posible solución se ha planteado para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits, pero se podría utilizar el mismo principio explicado anteriormente, para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits. Además, es pertinente recordar que la implementación de las posibles soluciones aquí expuestas, no está dentro de los alcances de este trabajo de tesis, sino solamente la proposición de las mismas.

## Capítulo 6

### Conclusiones

En este trabajo se estudió y se explotó el fenómeno no lineal de la mezcla de cuatro ondas (*FWM*), que se suscitan dentro de un amplificador óptico de semiconductor (AOS), para diseñar y construir una plataforma multiplicadora totalmente óptica, que permite efectuar la multiplicación de dos palabras de dos y tres bits.

Con el fin de comprender las dinámicas involucradas en la *FWM*, se estudiaron los principales mecanismos no lineales que intervienen en dicho fenómeno, los cuales son la pulsación de la densidad de portadores (*CDP*), la formación de un hoyo espectral (*SHB*) y el calentamiento de portadores (*CH*). Asimismo, con el propósito de estudiar con más detalle las interacciones involucradas en la *FWM* múltiple explotada en este trabajo, se desarrolló un modelo matemático semi-clásico que permite calcular la potencia de los bits de la palabra de salida, es decir, de los bits que representan el producto de la multiplicación.

El modelo matemático desarrollado parte de la ecuación de Schrödinger y del formalismo de la matriz de densidad, donde se incluyeron fenomenológicamente los mecanismos de la *SHB* y del *CH*. A partir de las ecuaciones de la matriz de densidad se obtuvieron las ecuaciones de evolución de la densidad y energía de los portadores, cuyas soluciones permitieron calcular las susceptibilidades no lineales de tercer orden, que rigen la manifestación de las *FWMs* que se suscitan dentro de un AOS. Dichas susceptibilidades fueron expresadas como la suma de contribuciones generadas por los mecanismos no lineales de la *CDP*, la *SHB* y el *CH*. Encontrando estas susceptibilidades, fue entonces posible calcular las polarizaciones inducidas en el medio, así como los campos eléctricos radiados que dan origen a los armónicos de modulación que representan a los bits de la palabra de salida.

Algunas de las contribuciones del modelo aquí desarrollado, en comparación a los modelos tradicionales que describen a la *FWM* (Uskov et al., 1994), fueron la consideración de cuatro *FWMs* y su acción sobre un haz *CW*, y la consideración de una distribución longitudinal no homogénea de la densidad de portadores, lo que derivó en un seccionamiento virtual de la región activa del AOS.

Con el fin de demostrar el funcionamiento de la plataforma multiplicadora, tanto en estado estático como en estado dinámico, se diseñaron y se construyeron cuatro esquemas experimentales. En el caso estático, los valores de los bits de las palabras de entrada fueron cambiados manualmente. Para este caso, el experimento se desarrolló para la multiplicación de dos palabras de dos y tres bits, siendo los resultados presentados en forma de espectros tomados a la salida del AOS utilizado. En el caso dinámico, los haces que representan a los bits de la palabra de entrada fueron modulados externamente a través de moduladores de intensidad tipo Mach-Zehnder. Para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado dinámico, el experimento se desarrolló utilizando una tasa de datos de 5, 10, 12.5, 15 y 20 Gb/s. Los resultados fueron presentados en diagramas de tiempos para los bits de las palabras de entrada y salida. Debido a que no se obtuvo una buena respuesta para la multiplicación de dos palabras de tres bits, con los cinco moduladores disponibles en el laboratorio, se decidió hacer esta multiplicación en dos etapas, primero multiplicando la palabra  $A$  por  $B$ , con  $b_2 = 0$  y luego con  $b_1 = 0$ . De esta manera, se obtuvieron 48 combinaciones de las 64 posibles con dos palabras de tres bits. Cabe señalar que por cuestiones de tiempo, este último experimento solo se pudo realizar usando una tasa de datos de 12.5 Gb/s y, por omisión involuntaria, no se hizo el experimento de la multiplicación de  $A$  por  $B$  con  $b_0=0$ .

Se observó que la mayor potencia en los bits de la palabra de salida, se presenta en el caso estático para la multiplicación de dos palabras de dos bits. Esto se debe a que, al haber menos bits de entrada, con respecto al caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits, hay menos batimientos y con esto más portadores disponibles para la generación de los armónicos. Además, en el caso donde la longitud de las palabras de entrada es de dos bits, la mínima frecuencia de desacuerdo que genera batimientos de interés es de  $3\Omega$ , mientras que para el caso donde la longitud de las palabras de entrada

es de tres bits, es de  $5\Omega$ , lo cual implica que la eficiencia para la generación de armónicos es menor en el segundo caso.

Los resultados obtenidos en todos los experimentos concuerdan con los resultados esperados. Así como se había anticipado, algunas multiplicaciones generan resultados matemáticamente erróneos, los cuales se deben a que la suma de los productos parciales se realiza con operaciones OR y sin acarreo, en lugar de operaciones XOR con acarreo. En el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits, solo hay una combinación en los bits de entrada que da un resultado matemáticamente erróneo. Además, el valor de este resultado no puede ser obtenido por ninguna otra combinación en los bits de las palabras por multiplicar, por lo que se podría hablar de una “codificación”. Es decir, ese resultado se podría interpretar como un resultado correcto dado que no hay redundancia. Para el caso de la multiplicación de dos palabras de tres bits, ya no se puede hablar de una “codificación”, puesto que ya hay redundancia en algunos de los resultados.

Por otro lado, se plantearon dos posibles soluciones a los casos de salida errónea. La que se presume es la posible solución más elegante es aquella que explota el fenómeno de la modulación cruzada de la polarización (*XPoIM*). Aunque dicha posible solución solo se planteó para el caso de la multiplicación de dos palabras de dos bits, podría utilizarse el mismo principio para el caso donde la longitud de las palabras de entrada es de tres bits. De esta manera, en el caso ideal, se podría tener un multiplicador totalmente óptico (sin errores) utilizando solamente un AOS. En el peor de los casos, se necesitarían tres AOS para tener un multiplicador totalmente óptico que permita multiplicar dos palabras de dos bits, lo cual representa una gran reducción del número de AOS utilizados con respecto a los reportados recientemente.

Como trabajo a futuro se propone la implementación de la posible solución, para la multiplicación de dos palabras de dos bits, usando la *XPoIM* y la simulación numérica del modelo aquí presentado. Asimismo, se propone realizar el experimento en estado dinámico para la multiplicación de dos palabras de tres bits y adaptar el modelo matemático aquí desarrollado para la multiplicación de dos palabras de tres bits. Adicionalmente, se propone modificar el modelo matemático para considerar de manera simultánea todos los bits de las palabras de entrada.

## Lista de referencias

- Agrawal, G. P. (1997). *Fiber-Optic Communication Systems*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY, 2a. ed.
- Agrawal, G. P. (2001). *Applications of Nonlinear Fiber Optics*. Academic Press, San Diego, CA.
- Agrawal, G. P. (2007). *Nonlinear Fiber Optics*. Elsevier, Rochester, NY, 4a. ed.
- Agrawal, G. P. (2010). *Fiber-Optic Communication Systems*. John Wiley & Sons, Inc.
- Agrawal, G. P. and Dutta, N. K. (1986). *Long wavelength semiconductor lasers*. Van Nostrand Reinhold Company, New York, NY.
- Asada, M., Kameyama, A., and Suematsu, Y. (1984). Gain and intervalence band absorption in quantum-well lasers. *Quantum Electronics, IEEE Journal of*, 20(7):745–753.
- Bandyopadhyay, S., Datta, A. K., Bawa, S. S., Biradar, A. M., and Chandra, S. (1995). Realization of digital optical matrix-vector multiplication. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 28(1):7–11.
- Botez, D. (1981). Ingaasp/inp double heterostructure lasers: Simple expressions for wave confinement, beamwidth, and threshold current over wide ranges in wavelength (1.1-1.65  $\mu\text{m}$ ). *IEEE Journal of Quantum Electronics*, QE-17(2):178–186.
- Boyd, R. W. (2008). *Nonlinear Optics*. Elsevier, Boston, MA, 3a. ed.
- Calabretta, N., Contestabile, G., D'Errico, A., and Ciaramella, E. (2006). All-optical label processing techniques for pure dpsk optical packets. *IEEE Journal Sel. Topics Quantum Electronics*, 12(4):686–696.
- Chandran, V. (1985). *Techniques for optical binary multiplication*. Tesis de maestría en ciencias. Texas Tech University. 61 p.
- Das, A. K. and Mukhopadhyay, S. (2005). An all-optical matrix multiplication scheme with non-linear material based switching system. *Chinese Optics Letters*, 3(3):172–175.
- Dorren, H. J. S., Lenstra, D., Liu, Y., Hill, M. T., and Khoe, G. D. (2009). Nonlinear polarization rotation in semiconductor optical amplifiers: theory and application to all-optical flip-flop memories. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 39(1):141–148.

- Durhuus, T., Mikkelsen, B., and Stubkjaer, K. E. (1992). Detailed dynamic model for semiconductor optical amplifiers and their crosstalk and intermodulation distortion. *Journal of Lightwave Technology*, 10(8):1056–1065.
- Gayen, D. K., Chattopadhyay, T., Pal, R. K., and Roy, J. N. (2010). All-optical multiplication with the help of semiconductor optical amplifier–assisted sagnac switch. *Journal of computational electronics*, 9(2):57–67.
- Ghosh, B., Pal, R. R., and Mukhopadhyay, S. (2010). An all-optical method of binary data multiplication with use of the kerr nonlinearity. *The IUP Journal of Physics*, 3(2):29–35.
- Habiby, S. F. and Collins, S. A. J. (1987). Implementation of a fast digital optical matrix-vector multiplier using a holographic look-up table and residue arithmetic. *Applied Optics*, 26(21):4639–4652.
- Henry, C. H. (1982). Thoery of the linewidth of semiconductor lasers. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, QE-18(2):259–264.
- Hwang, K. and Louri, A. (1989). Optical multiplication and division using modified-signed-digit symbolic substitution. *Optical Engineering*, 28(4):364–372.
- Jin, Y., Wang, X., Peng, J., Li, M., Shen, Z. Y., and Ouyang, S. (2010). Vector-matrix multiplication in ternary optical computers. *International Journal of Numerical Analysis and Modeling*, 9(2):401–409.
- Joyce, W. B. and Dixon, R. W. (1977). Analytic approximations for the fermi energy of an ideal fermi gas. *Applied Physics Letters*, 31(5):354–356.
- Lee, H. S. (2010). *Thermal Design: Heat Sinks, Thermoelectrics, Heat Pipes, Compact Heat Exchangers, and Solar Cells*. John Wiley & Sons, Inc., NJ.
- Maldonado, R., Soto, H., and Solís, K. (2008). Simplified model for estimating the cross polarization modulation in a bulk semiconductor optical amplifier. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 44(9):850–857.
- Maldonado Basilio, R. G. (1999). *Estudio de la eficacia de conversión de un proceso de mezcla de cuatro ondas dentro de un amplificador óptico de semiconductor*. Tesis de maestría en ciencias. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada. 108 p.
- Mandal, D., Mandal, S., and Garai, S. K. (2014). A new approach of developing all-optical two-bit-binary data multiplier. *Optics & Laser Technology*, 64:292–301.
- Manning, R. J., Antonopoulos, R. L. R., and Kelly, A. E. (2001). Experimental measurement of nonlinear polarisation rotation in semiconductor optical amplifiers. *Electronics Letters*, 37(4):229–231.
- Milonni, P. W. and Eberly, J. H. (1988). *Lasers*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY.
- Milonni, P. W. and Eberly, J. H. (2010). *Laser Physics*. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, NJ.

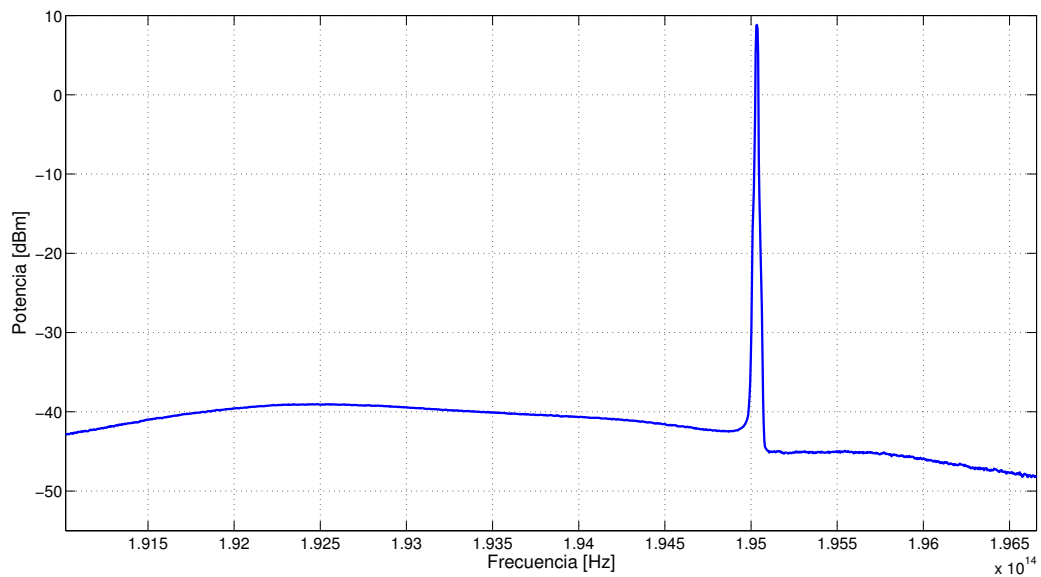
- Mueller, T. (2009). *Heterojunction Solar Cells (a-Si/c-Si)*. Tesis de doctorado en ciencias. University of Hagen. 204 p.
- Ogasawara, N. and Ito, R. (1988). Longitudinal mode competition and asymmetric gain saturation in semiconductor injection lasers. ii theory. *Japanese Journal of Applied Physics*, 27:615–626.
- Ohtsubo, J. (2008). *Semiconductor Lasers*. Springer, New York, NY.
- Olshansky, R., Su, C. B., Manning, J., and Powazinik, W. (1984). Measurement of radiative and non radiative recombination rates in ingaasp and algaas light sources. *IEEE J. Quantum Electronics*, QE-20:838–854.
- Rogalski, A., Adamiec, K., and Rutkowski, J. (2000). *Narrow-Gap Semiconductor Photodiodes*. The Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers., WA.
- Rostami, A., Baghban, H., and Maram, R. (2011). *Nanostructure Semiconductor Optical Amplifiers*. Springer, New York, NY.
- Sargent III, M., Scully, M. O., and Lamb Jr., W. E. (1974). *Laser Physics*. Addison-Wesley Publishing Company, New York, NY.
- Sauter, E. G. (1996). *Nonlinear Optics*. John Wiley & Sons, Inc., New York, NY.
- Shcherbacov, A. S. and Aguirre Lopez, A. (2007). Experimental modeling of algorithms and components for all-optical high-bit-rate digital processors-multipliers using light bullets. *Revista mexicana de física*, 53(2):96–104.
- Shimoda, K. (1986). *Introduction to Laser Physics*. Springer-Verlag, New York, NY, 2a. ed.
- Soto, H., Álvarez, E., Díaz, C. A., Topomondzo, J., Erasme, D., Schares, L., Occhi, L., Guekos, G., and Castro, M. (2004). Design of an all-optical not xor gate based on cross-polarization modulation in a semiconductor optical amplifier. *Optics Communications*, 237:121–131.
- Trager, F. E. (2012). *Springer Handbook of Lasers and Optics*. Springer, New York, NY.
- Uskov, A., Mork, J., and Mark, J. (1994). Wave mixing in semiconductor laser amplifiers due to carrier heating and spectral hole burning. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 30(8):1769–1781.
- Yariv, A. and Yeh, P. (2007). *Photonics*. Oxford University Press, New York, NY, 6a. ed.
- Zhang, J., Wu, J., Feng, C., Xu, K., and Lin, J. (2009). All-optical logic or gate exploiting nonlinear polarization rotation in an soa and red-shifted sideband filtering. *IEEE Photonics Technol. Lett.*, 19(1):33–35.



## Apéndice A

### Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático

En el apéndice presente, se muestran todos los espectros en frecuencia obtenidos a la salida del AOS, para cada multiplicación posible con dos palabras de dos bits en estado estático. Es decir, se obtuvieron  $2^2 \cdot 2^2 = 16$  espectros a la salida del AOS.



**Figura A.1. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=0, C=0$ .**

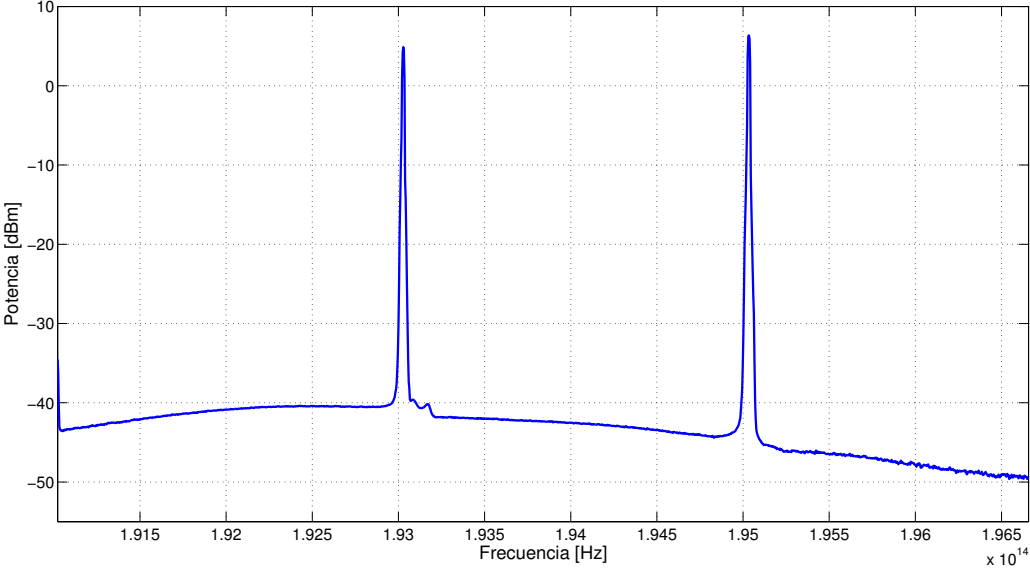


Figura A.2. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=1, C=0$ .

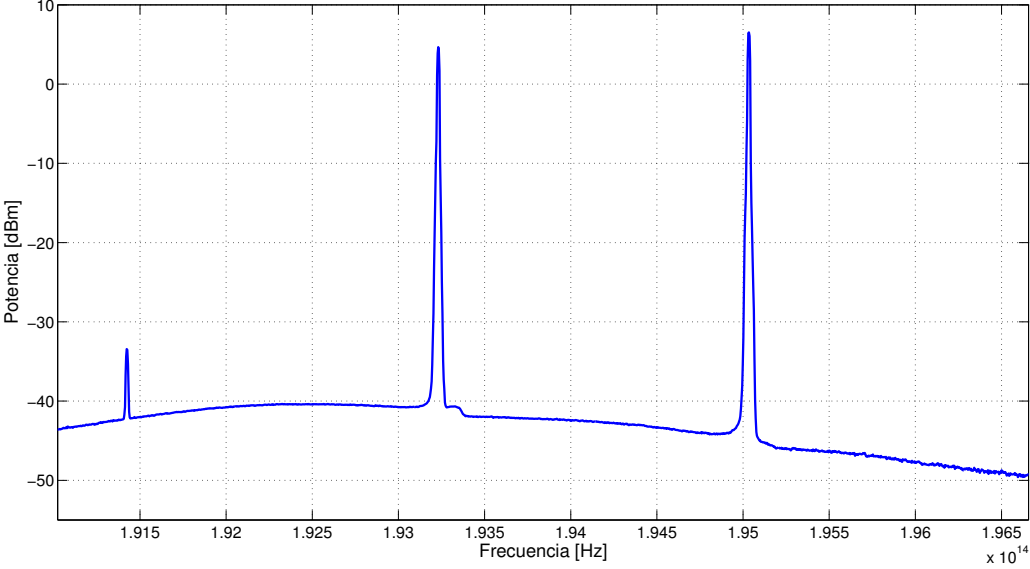


Figura A.3. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=2, C=0$ .

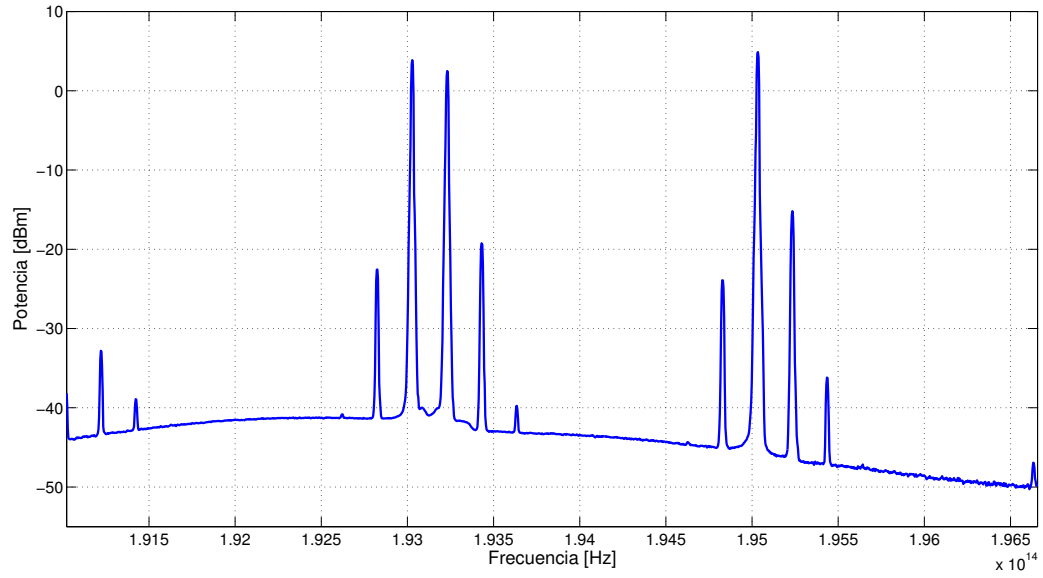


Figura A.4. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=3$ ,  $C=0$ .

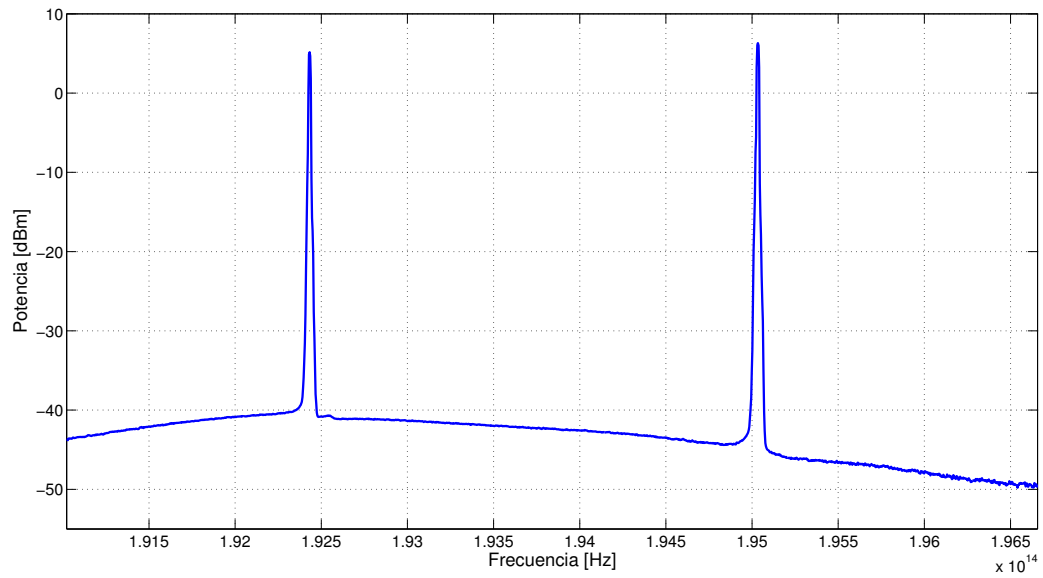


Figura A.5. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .

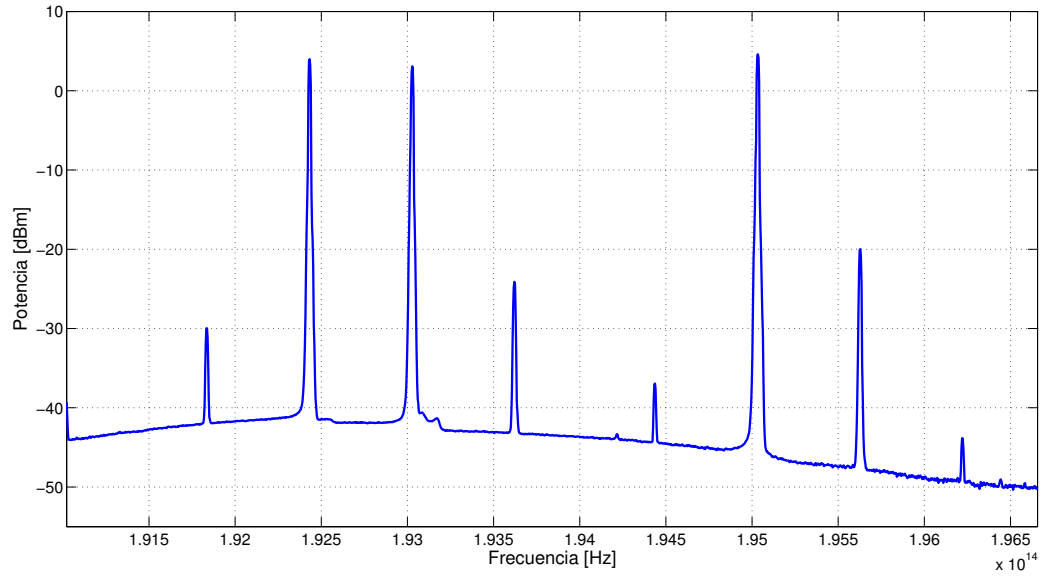


Figura A.6. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=1$ ,  $C=1$ .

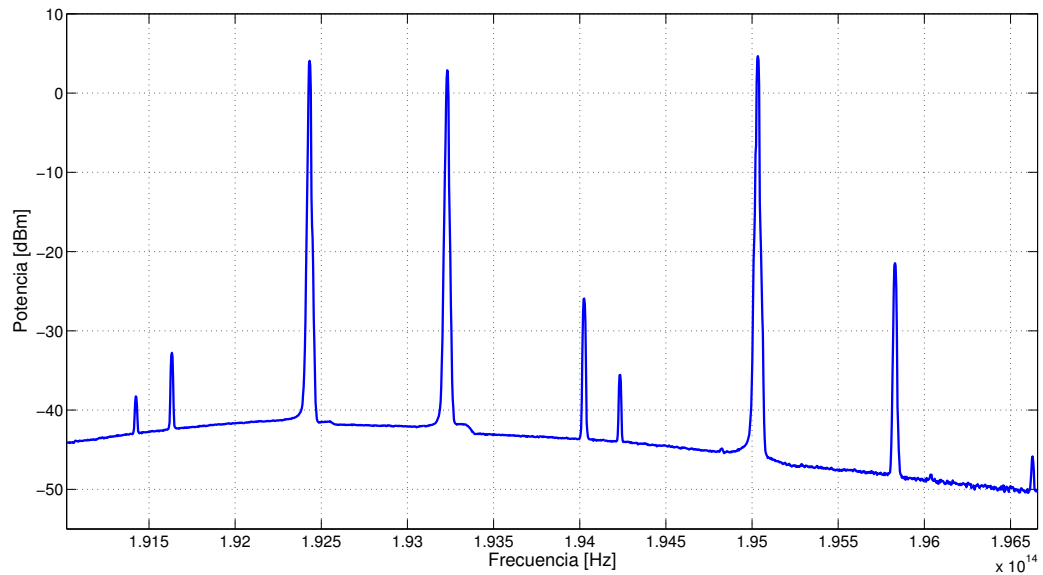


Figura A.7. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=2$ ,  $C=2$ .

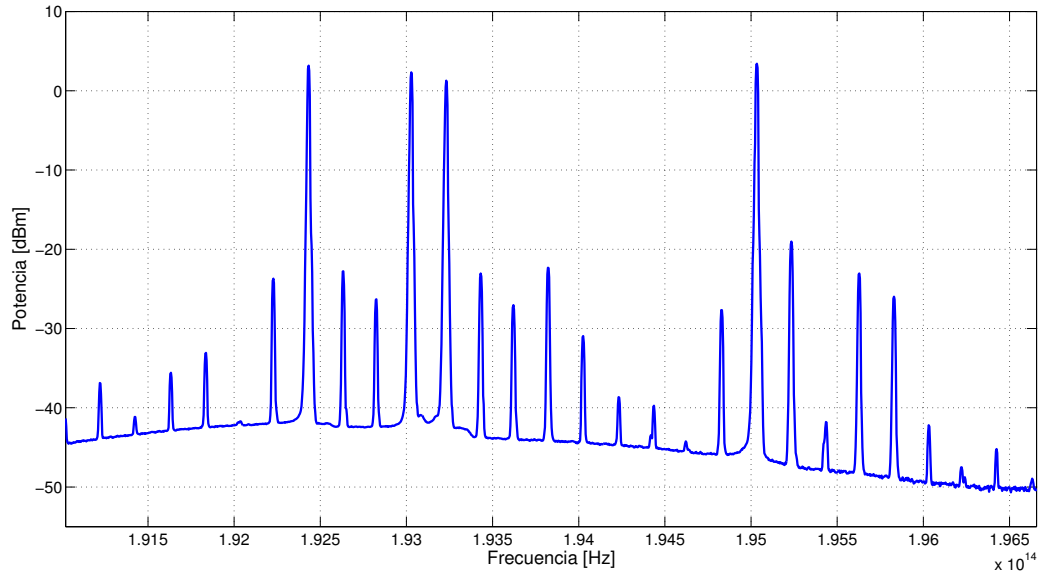


Figura A.8. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=3$ ,  $C=3$ .

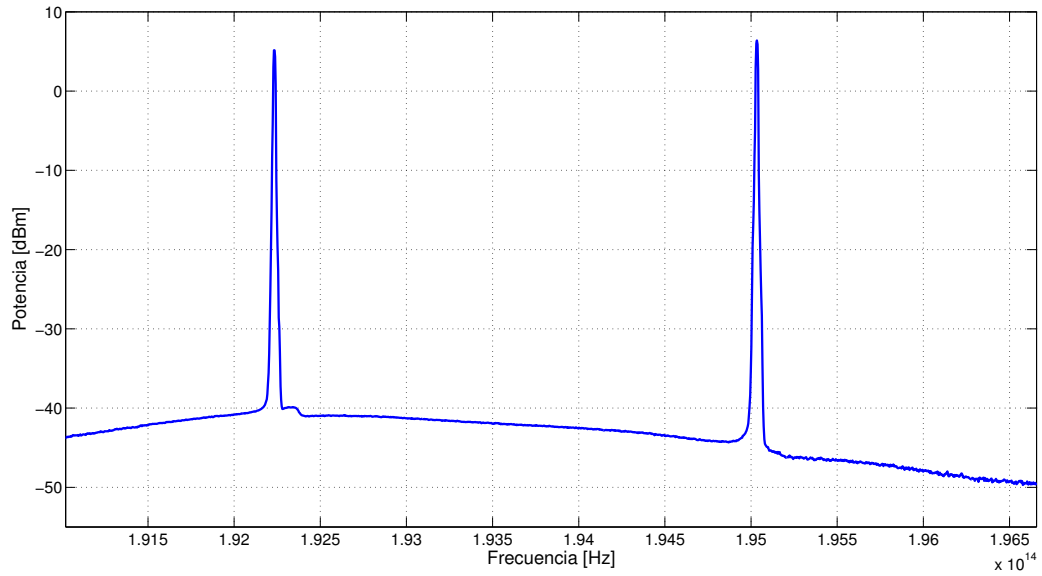


Figura A.9. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .

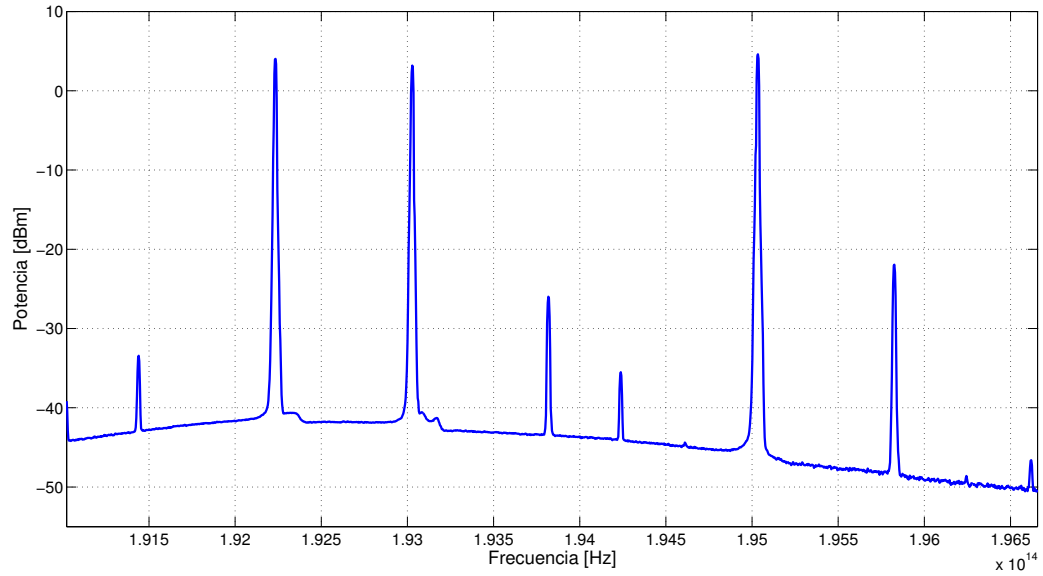


Figura A.10. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=1$ ,  $C=2$ .

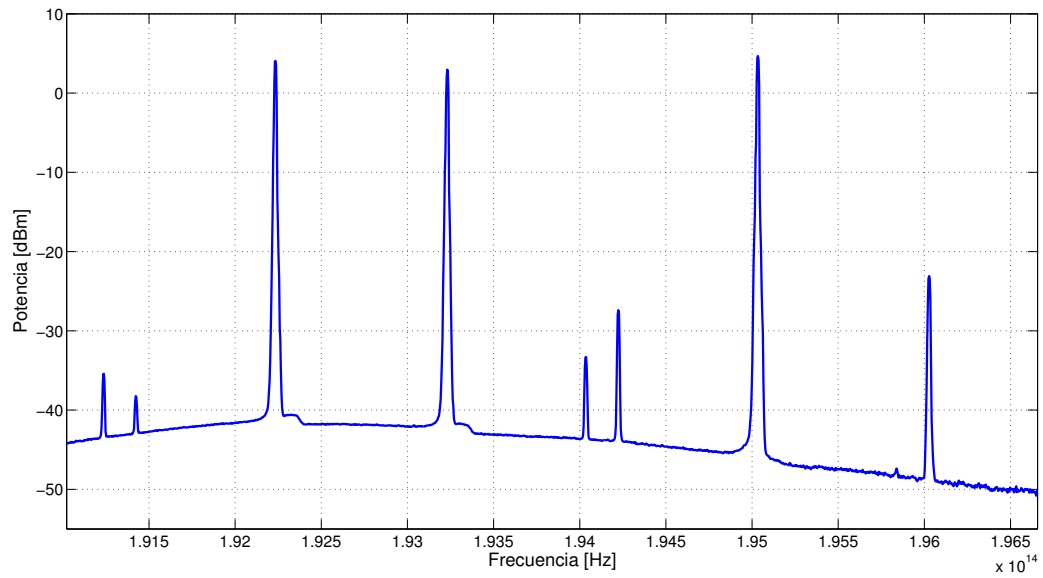


Figura A.11. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=2$ ,  $C=4$ .

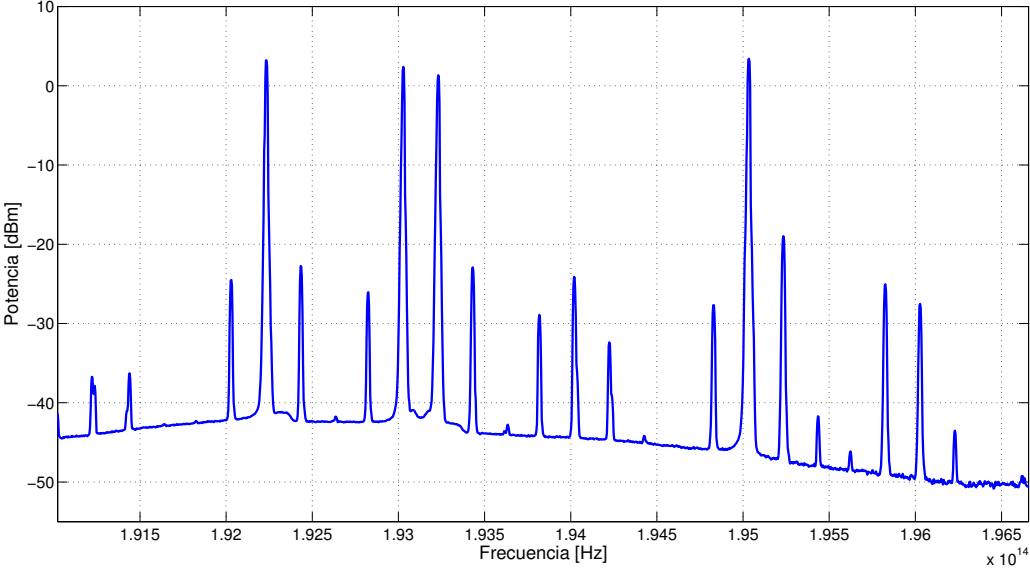


Figura A.12. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=3, C=6$ .

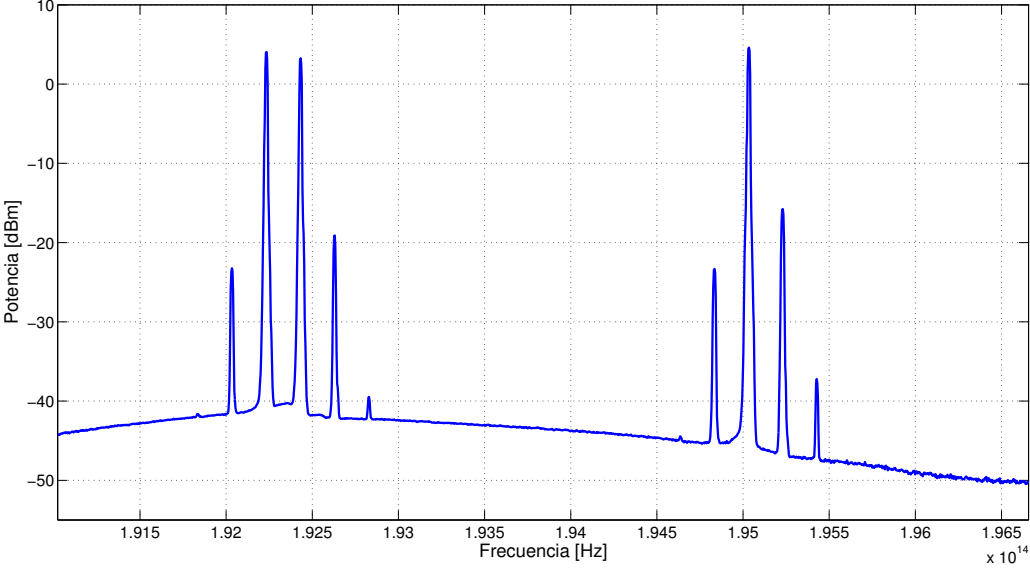


Figura A.13. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=0, C=0$ .

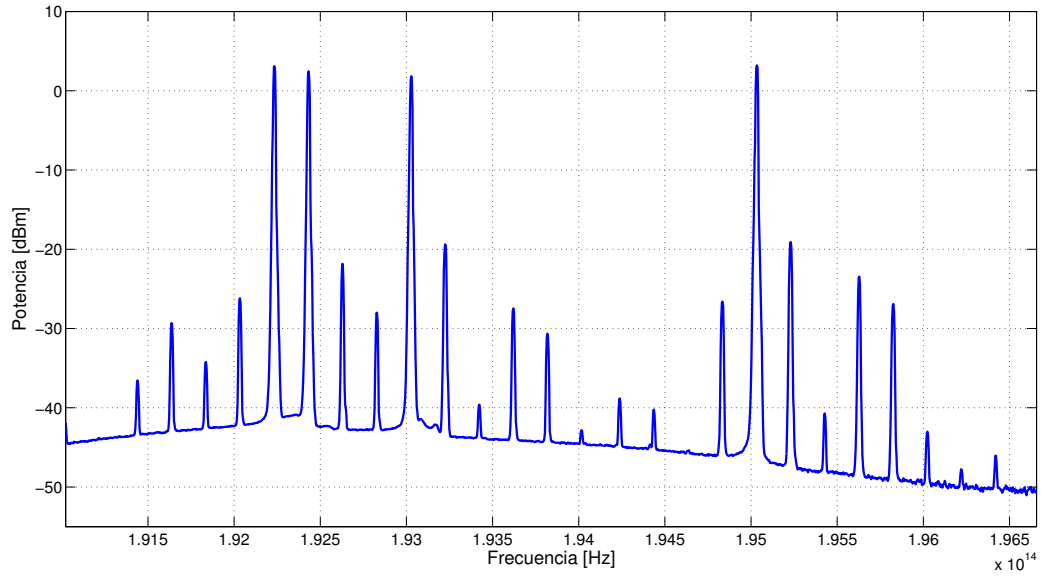


Figura A.14. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=1$ ,  $C=3$ .

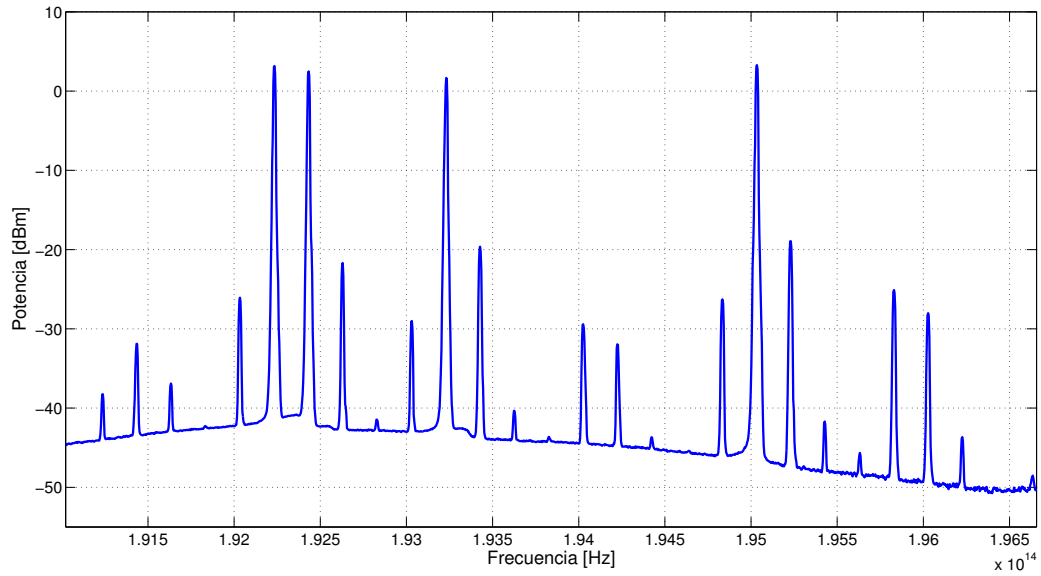
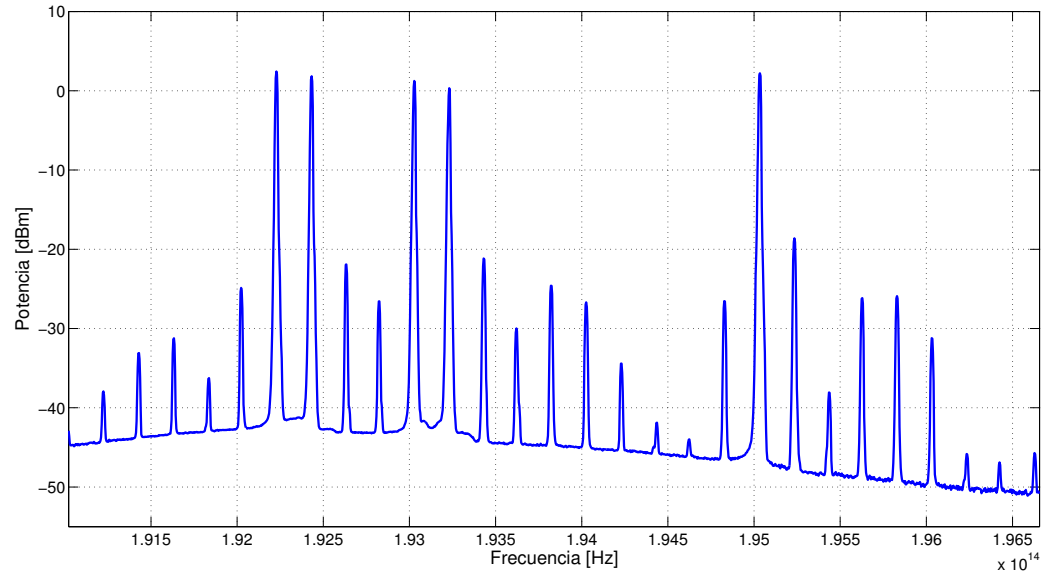


Figura A.15. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=2$ ,  $C=6$ .



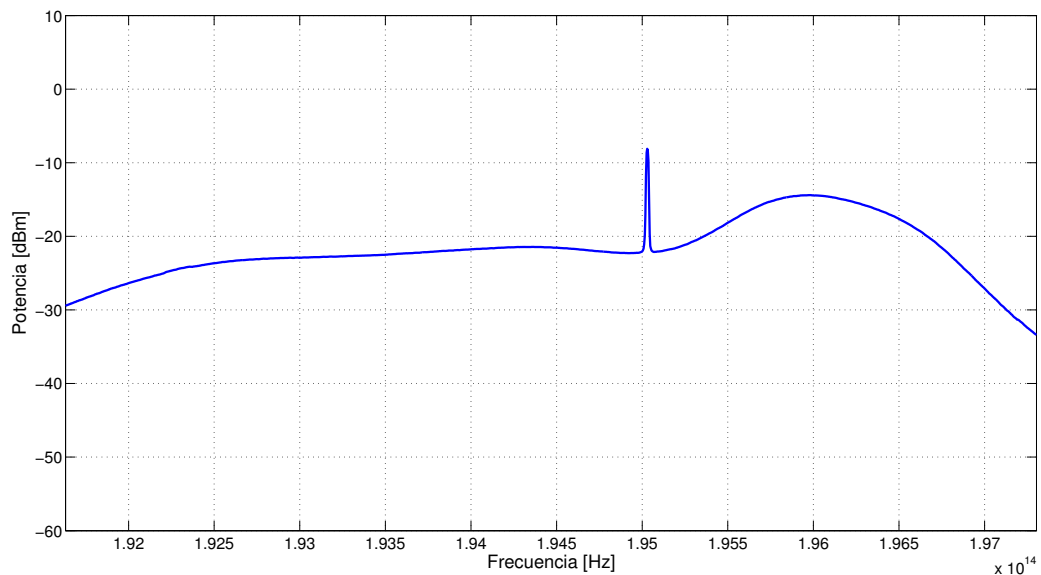


**Figura A.16. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de dos bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=3, C=7$ .**

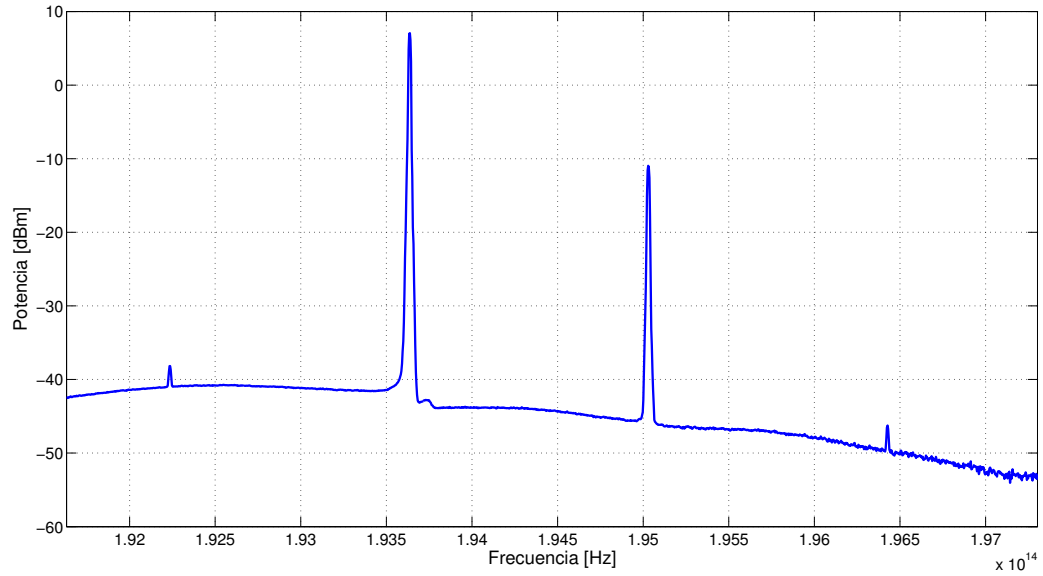
## Apéndice B

### Resultados experimentales para la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático

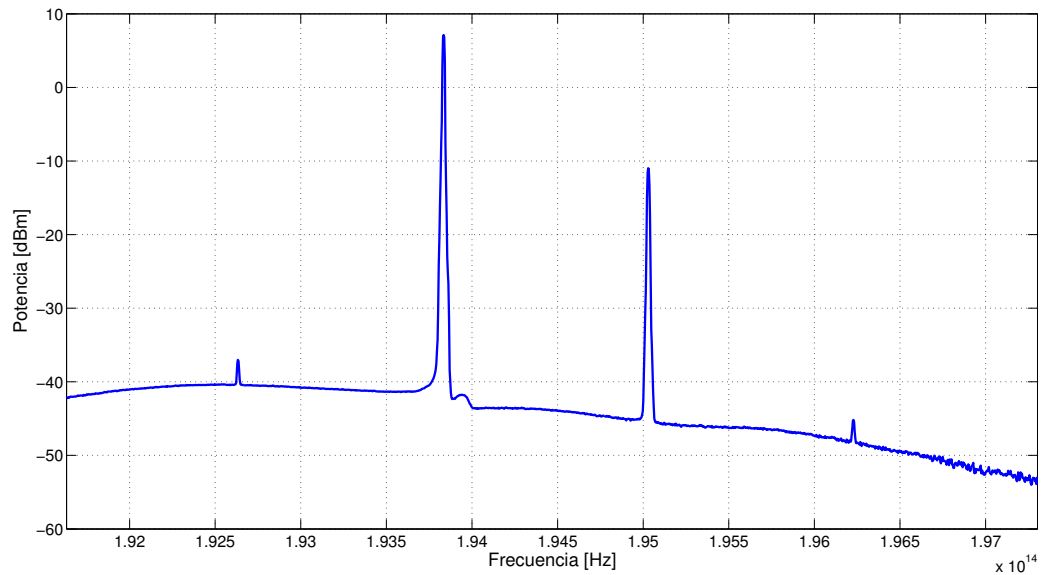
En el apéndice presente, se muestran todos los espectros en frecuencia obtenidos a la salida del AOS, para cada multiplicación posible con dos palabras de tres bits en estado estático. Es decir, se obtuvieron  $2^3 \cdot 2^3 = 64$  espectros a la salida del AOS.



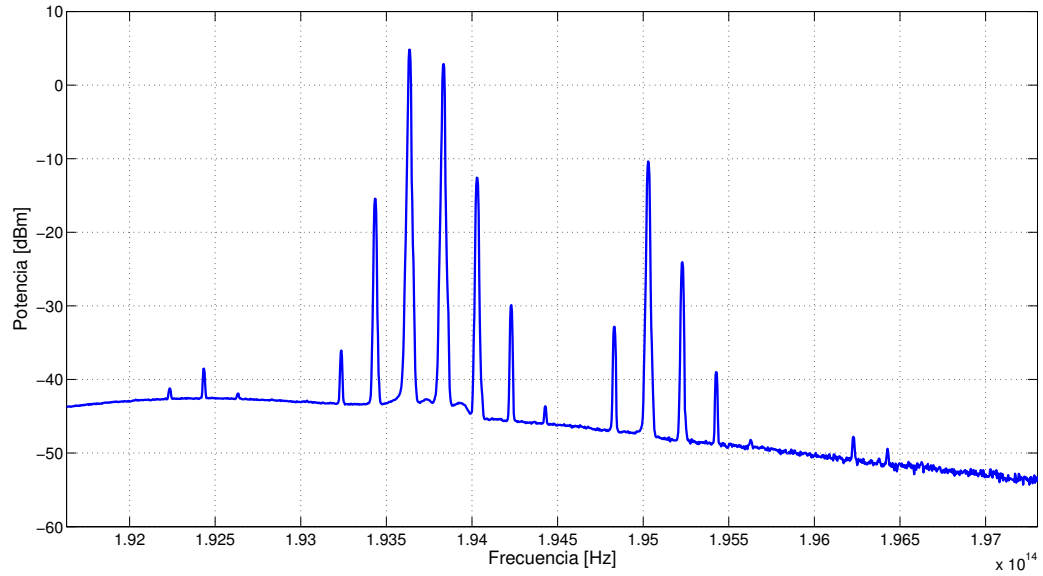
**Figura B.1. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=0, C=0$ .**



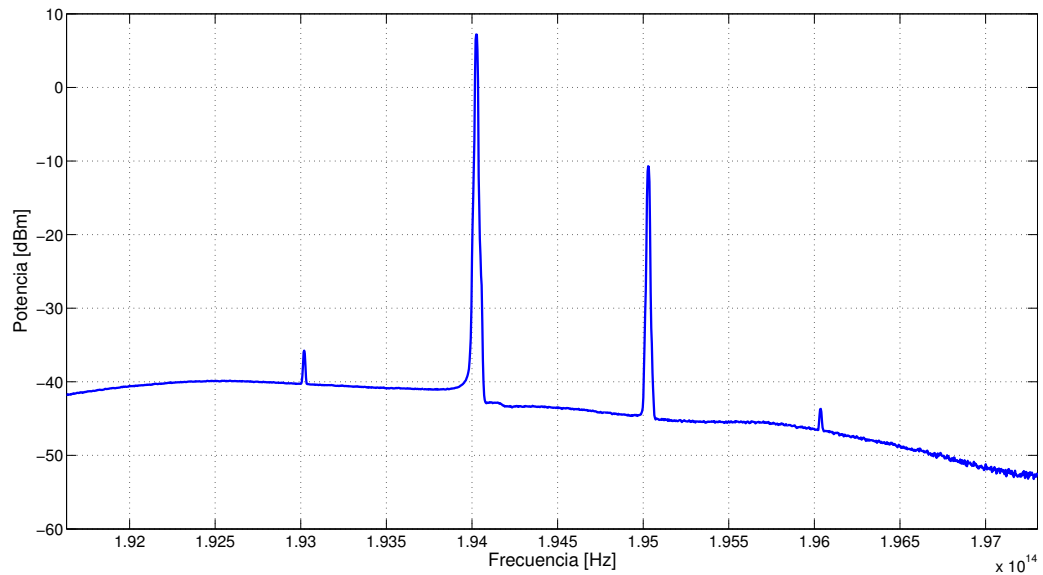
**Figura B.2.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=1$ ,  $C=0$ .



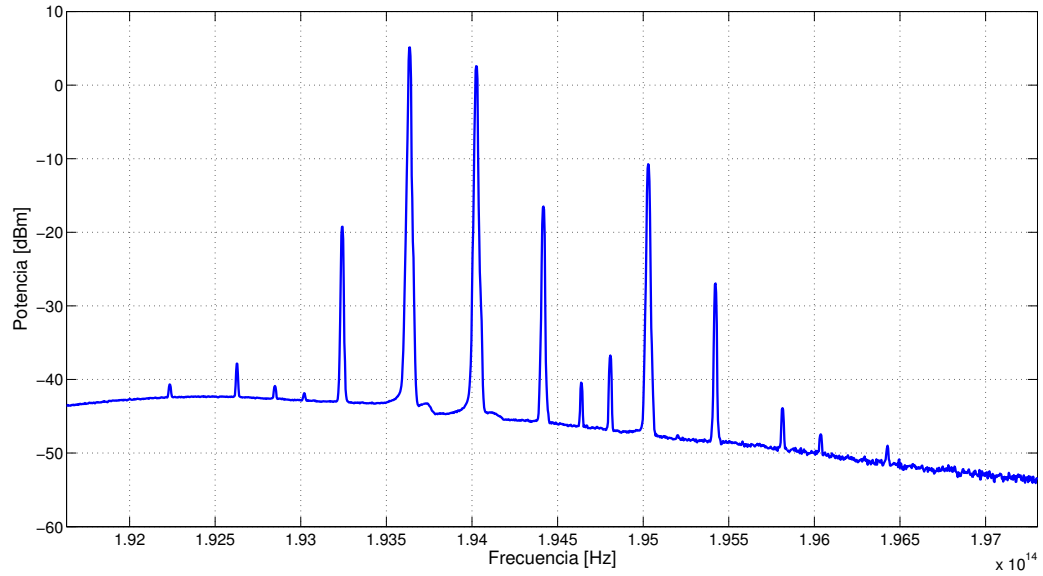
**Figura B.3.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=2$ ,  $C=0$ .



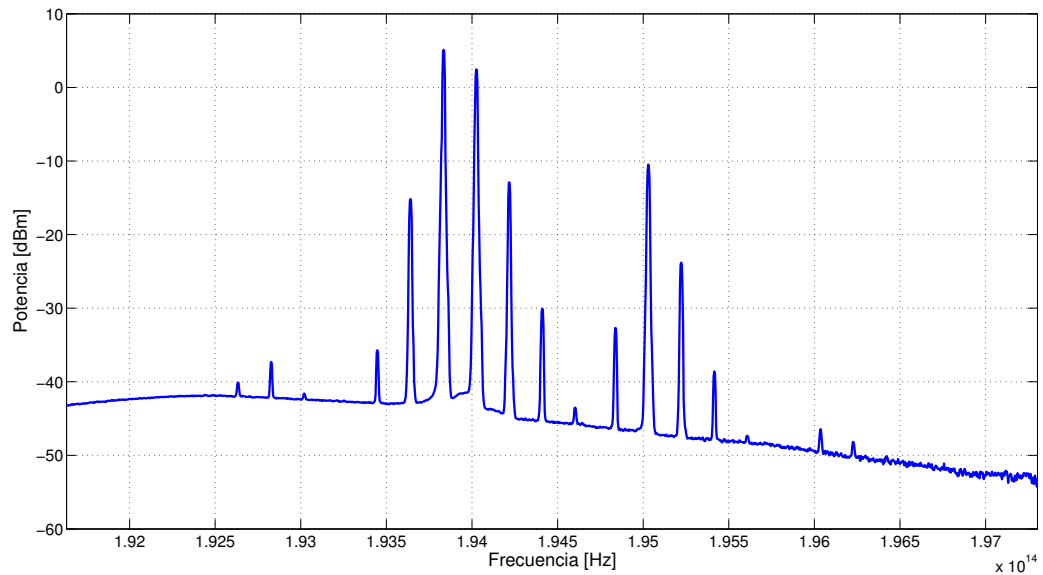
**Figura B.4.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=3$ ,  $C=0$ .



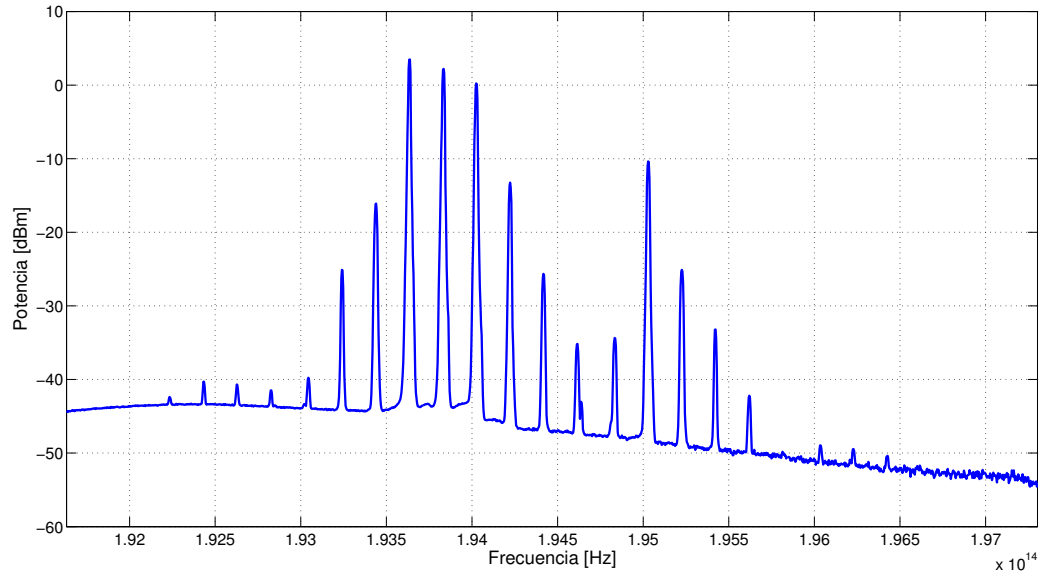
**Figura B.5.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=4$ ,  $C=0$ .



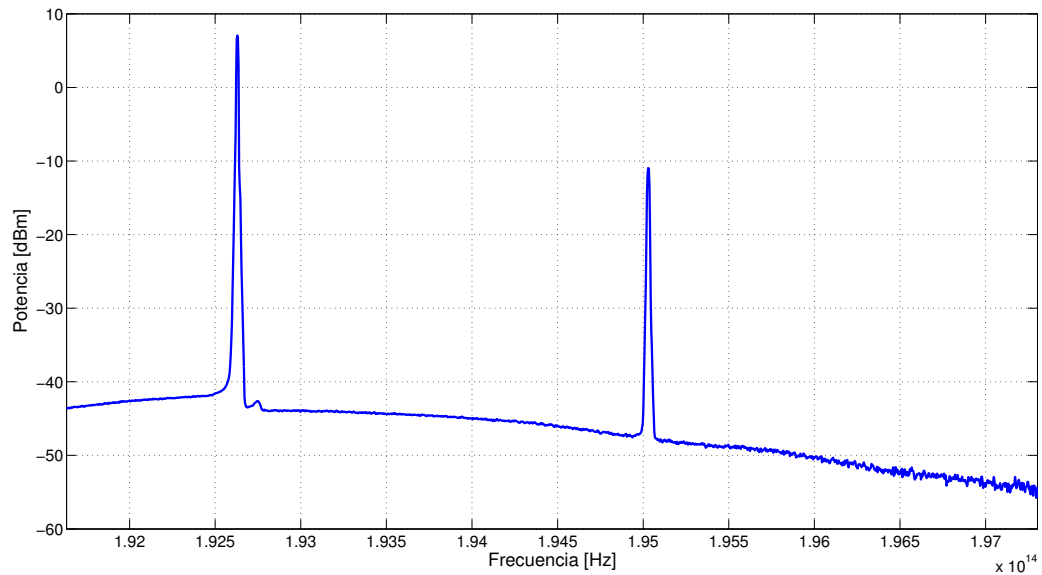
**Figura B.6. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=5$ ,  $C=0$ .**



**Figura B.7. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=6$ ,  $C=0$ .**



**Figura B.8.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=0$  y  $B=7$ ,  $C=0$ .



**Figura B.9.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .

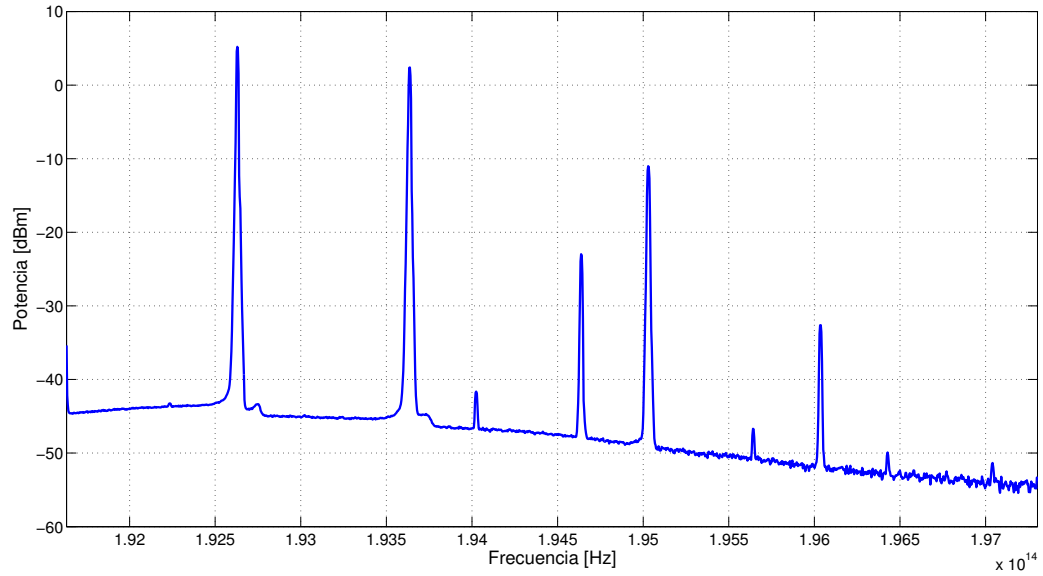


Figura B.10. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=1$ ,  $C=1$ .

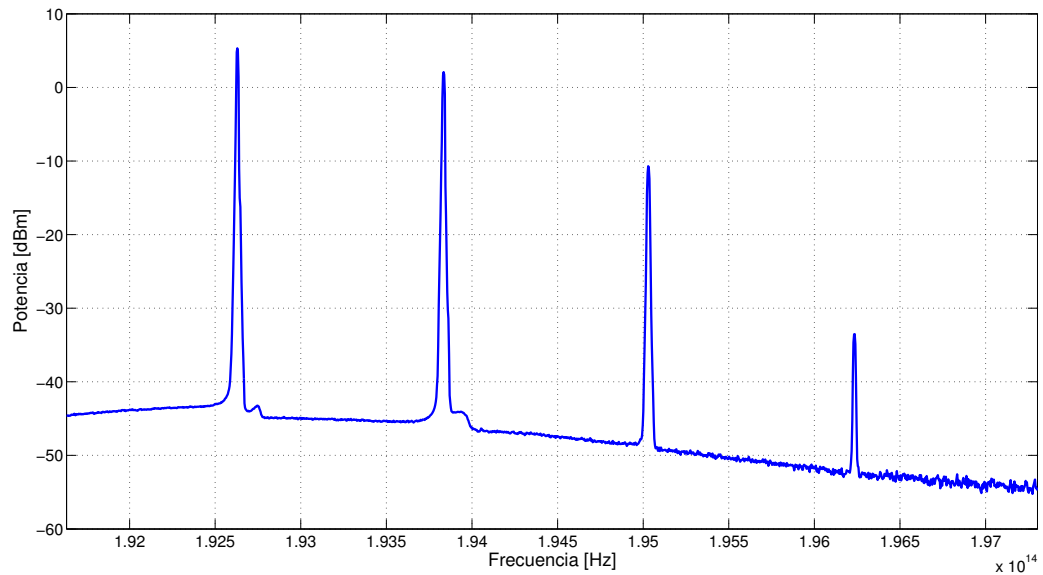


Figura B.11. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=2$ ,  $C=2$ .

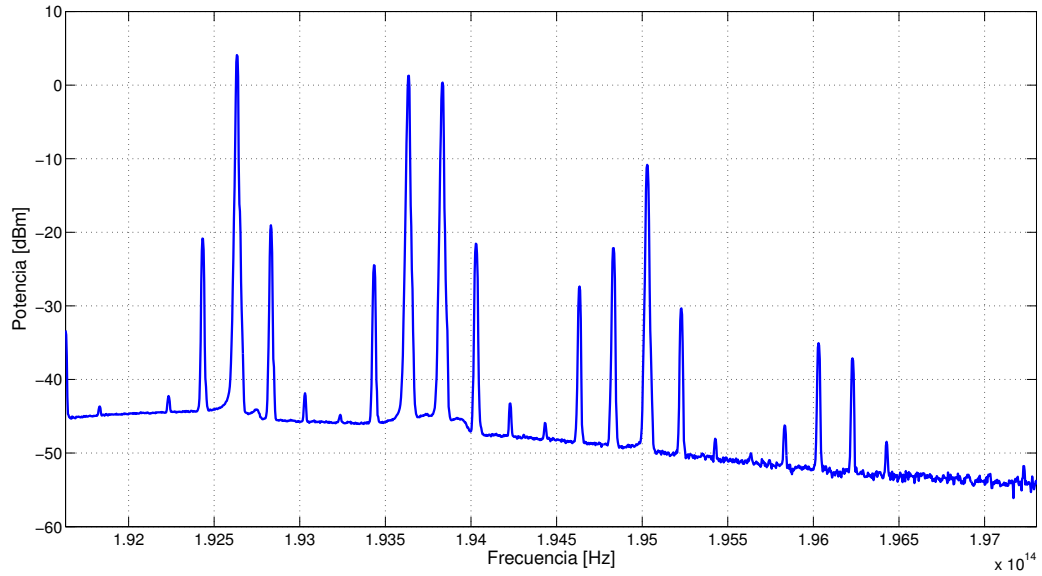


Figura B.12. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=3$ ,  $C=3$ .

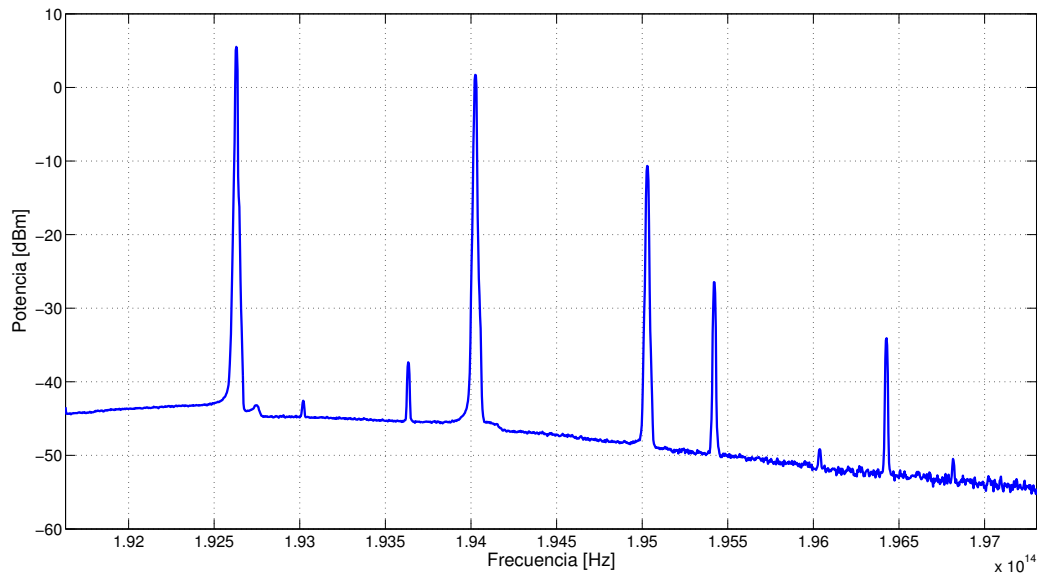


Figura B.13. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=4$ ,  $C=4$ .



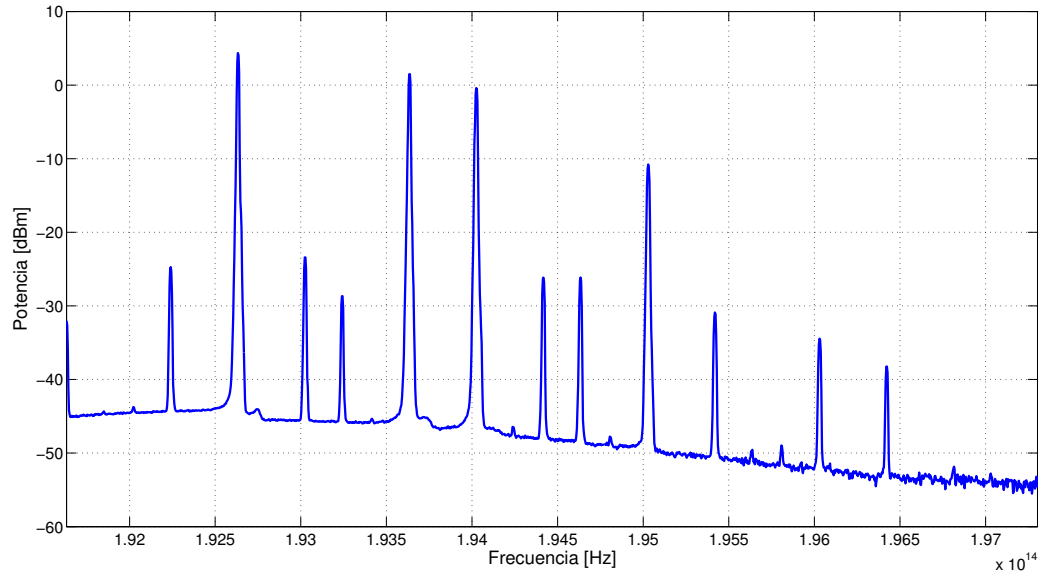


Figura B.14. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=5$ ,  $C=5$ .

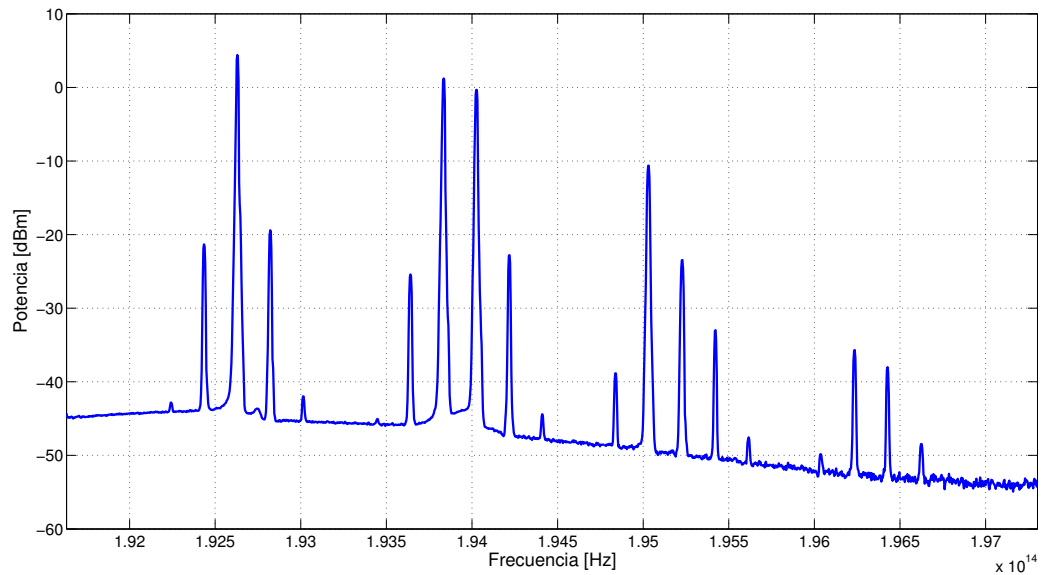


Figura B.15. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=6$ ,  $C=6$ .

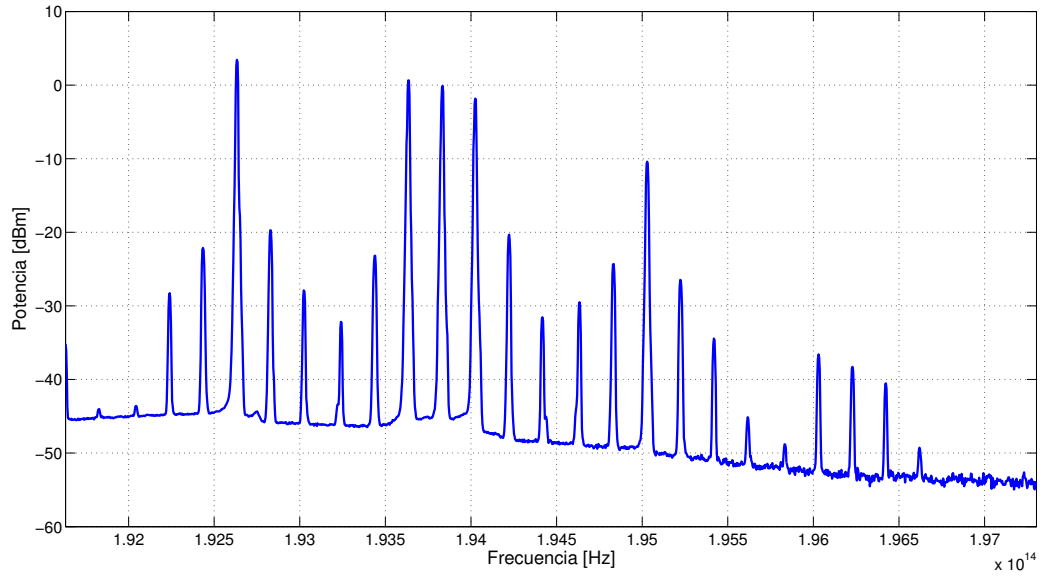


Figura B.16. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=1$  y  $B=7$ ,  $C=7$ .

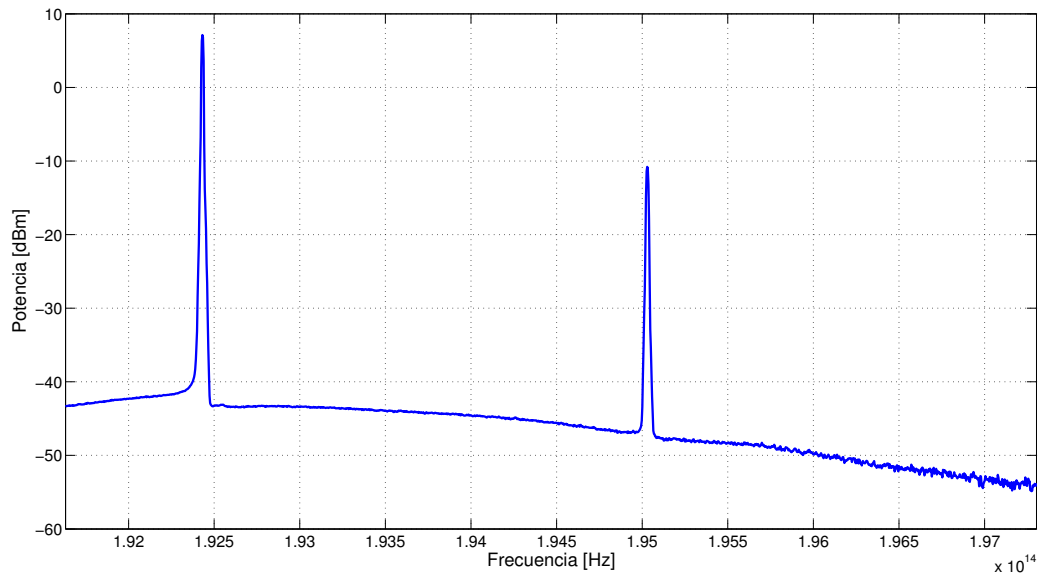


Figura B.17. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .

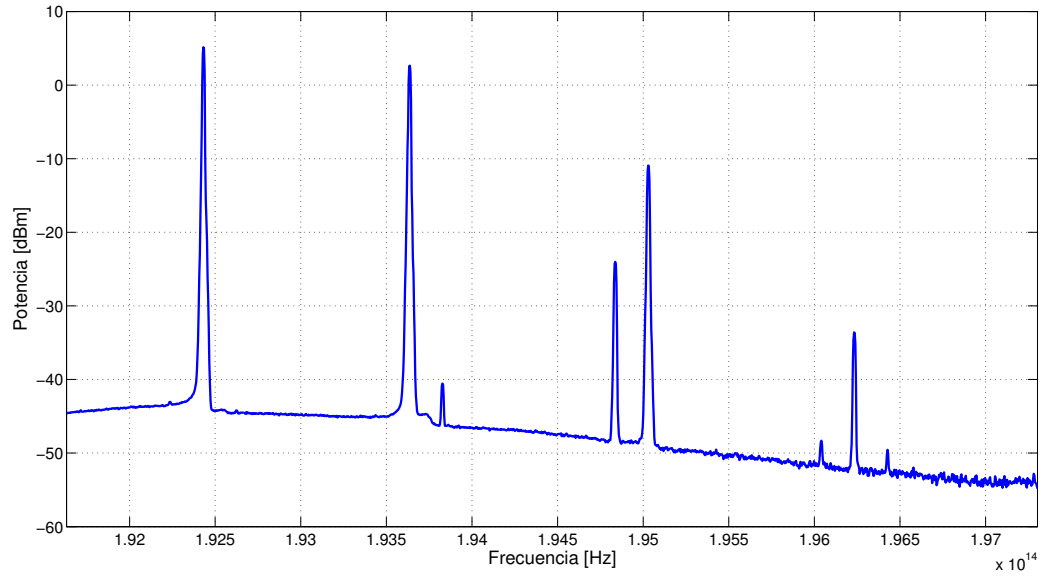


Figura B.18. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=1$ ,  $C=2$ .

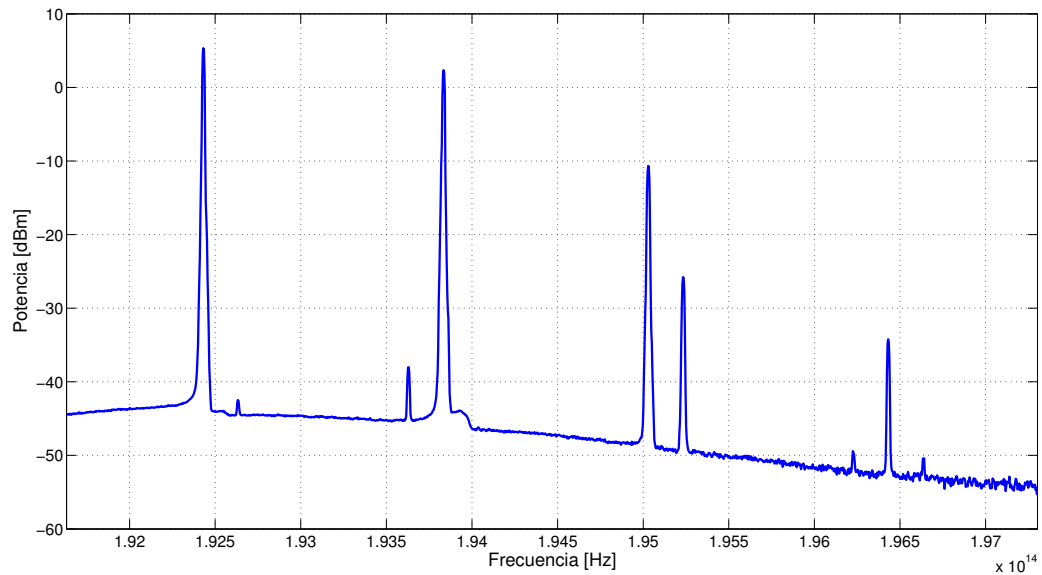


Figura B.19. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=2$ ,  $C=4$ .

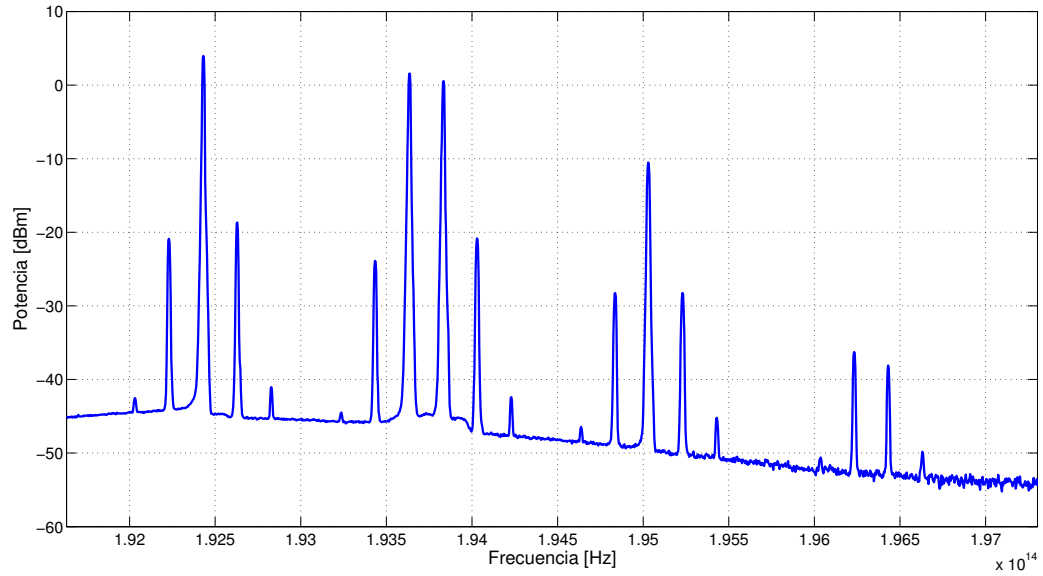


Figura B.20. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=3$ ,  $C=6$ .

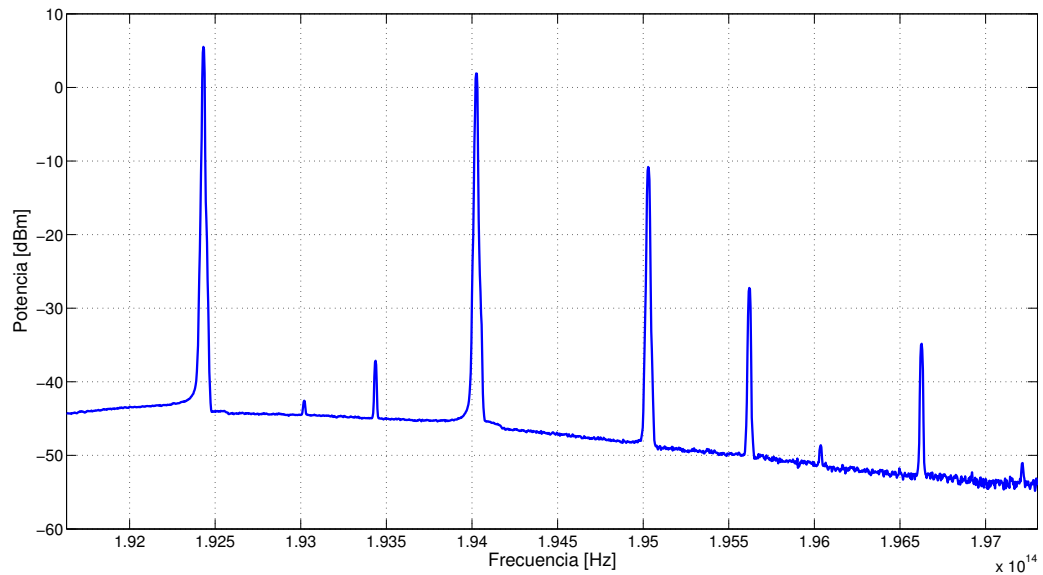
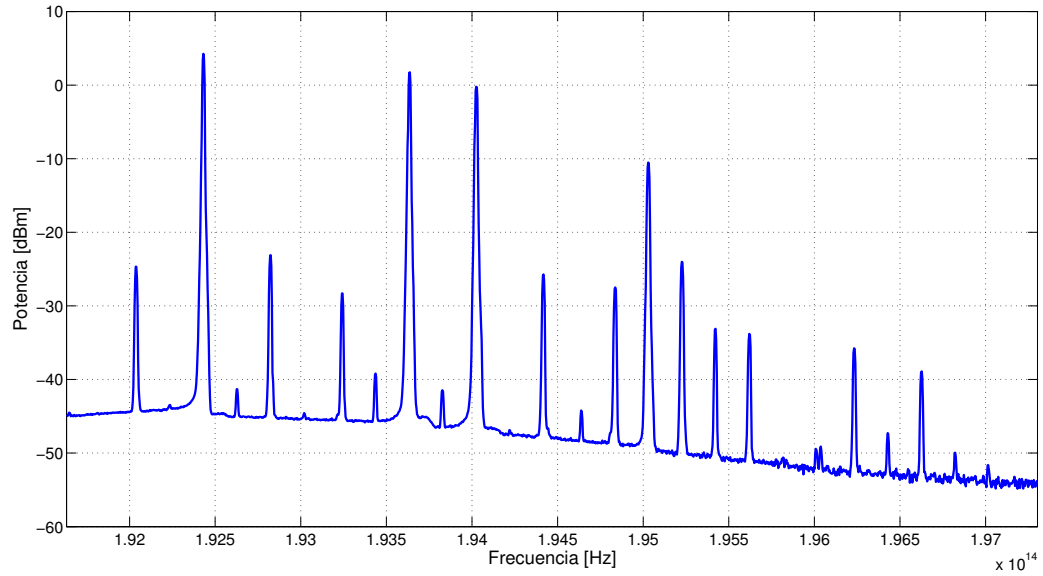
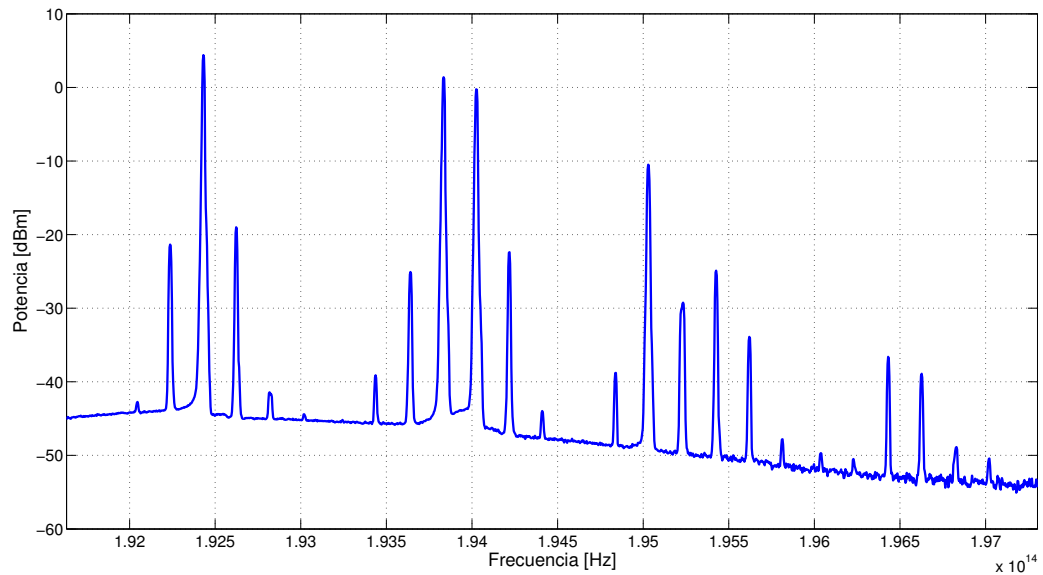


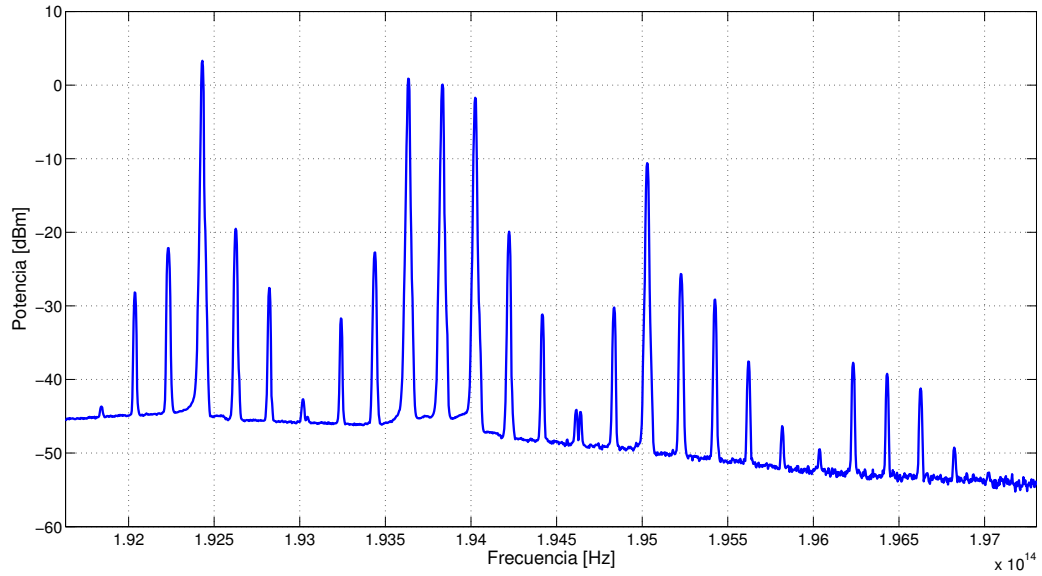
Figura B.21. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=4$ ,  $C=8$ .



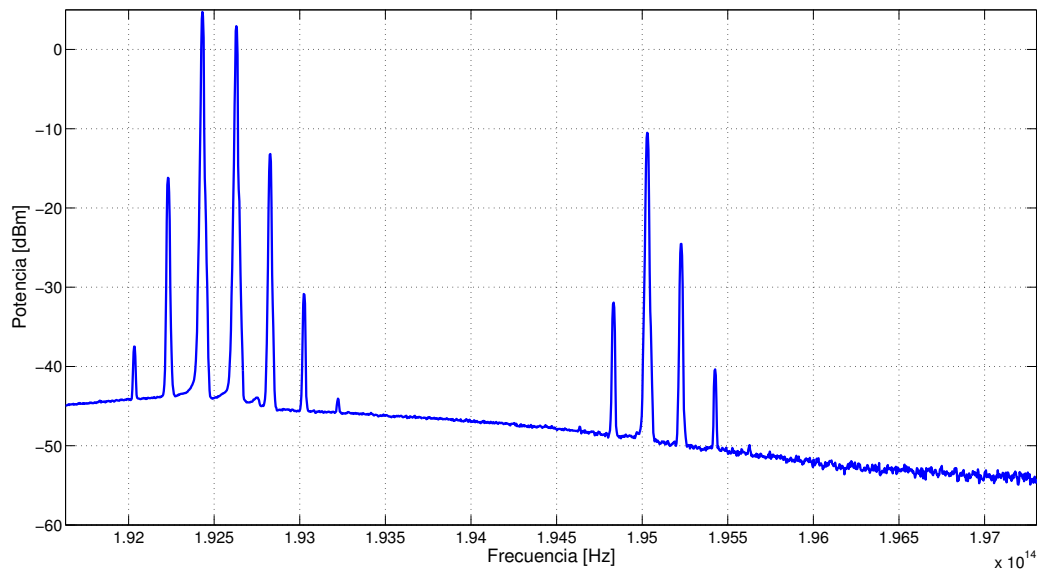
**Figura B.22.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=5$ ,  $C=10$ .



**Figura B.23.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=6$ ,  $C=12$ .



**Figura B.24. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=2$  y  $B=7$ ,  $C=14$ .**



**Figura B.25. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .**

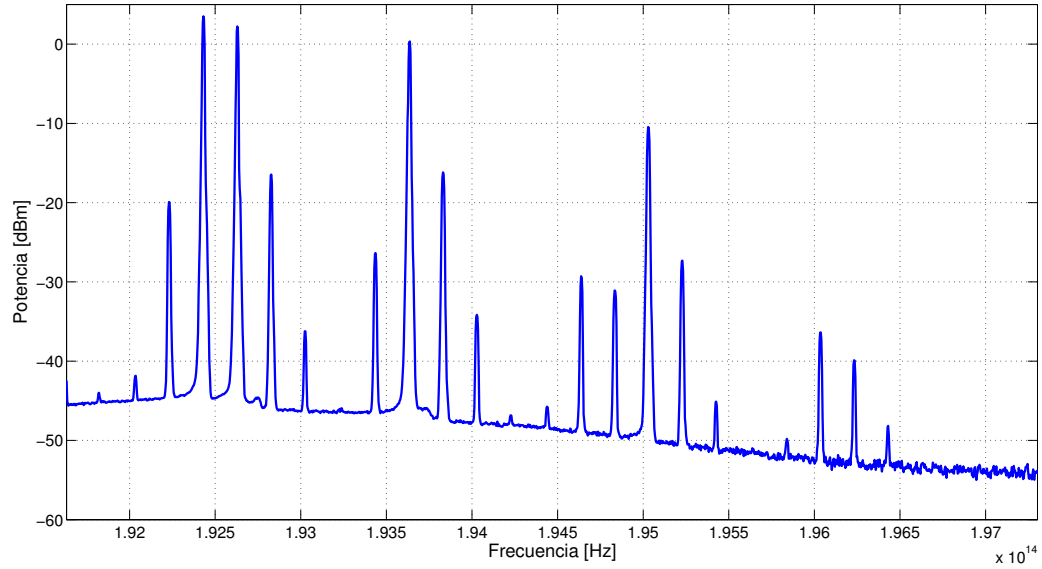


Figura B.26. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=1$ ,  $C=3$ .

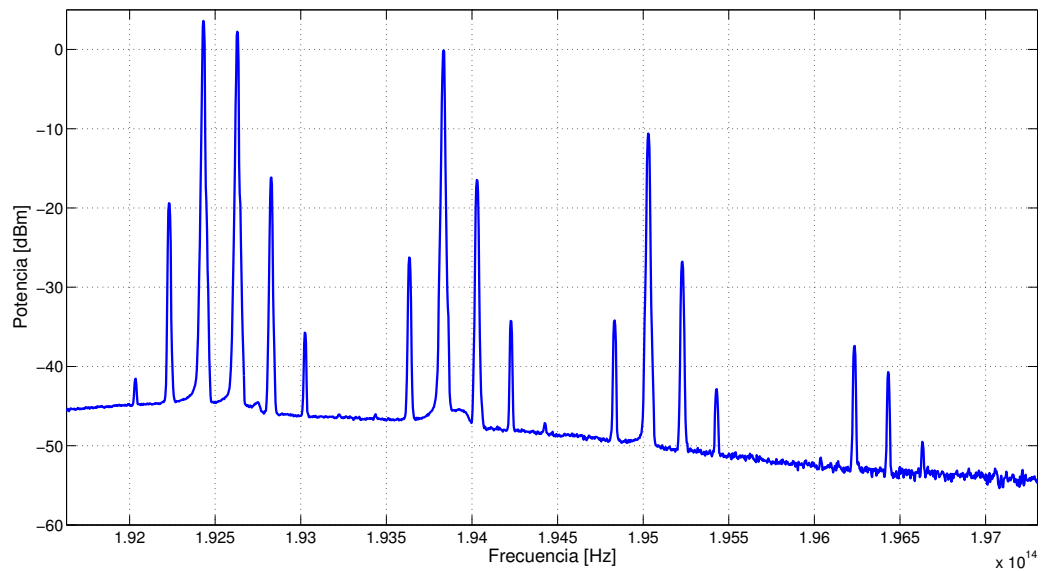
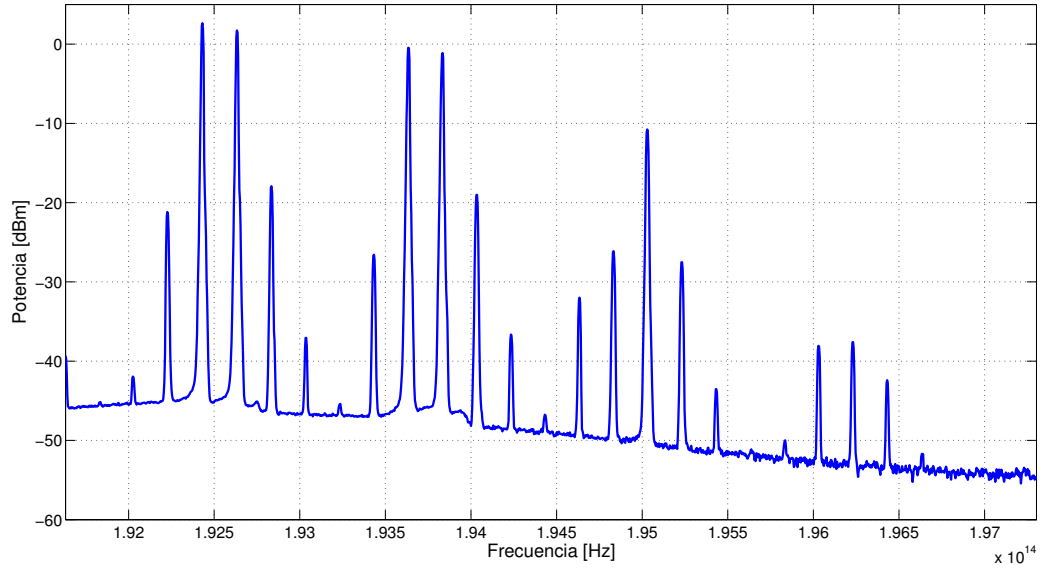
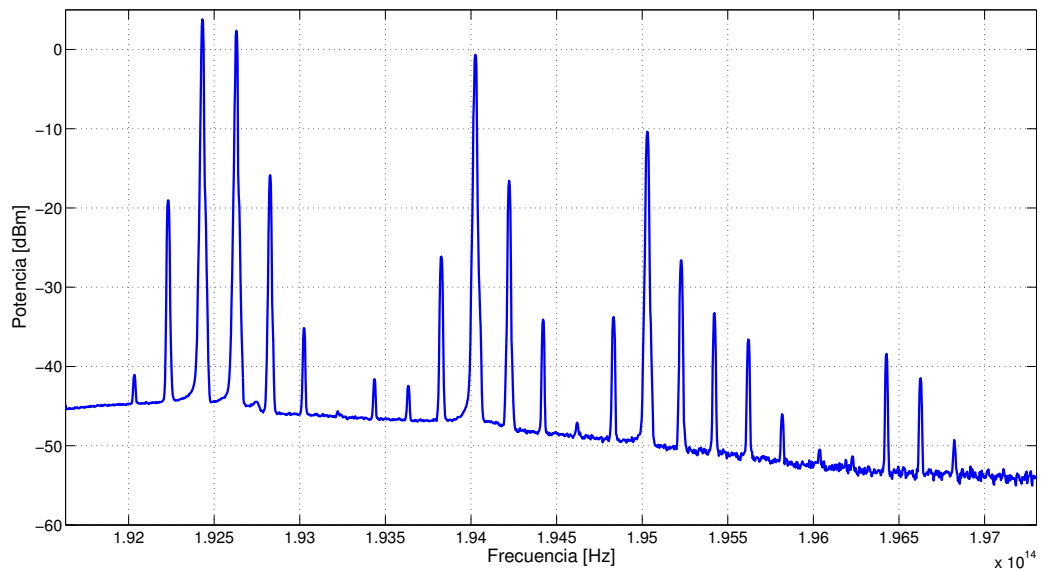


Figura B.27. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=2$ ,  $C=6$ .

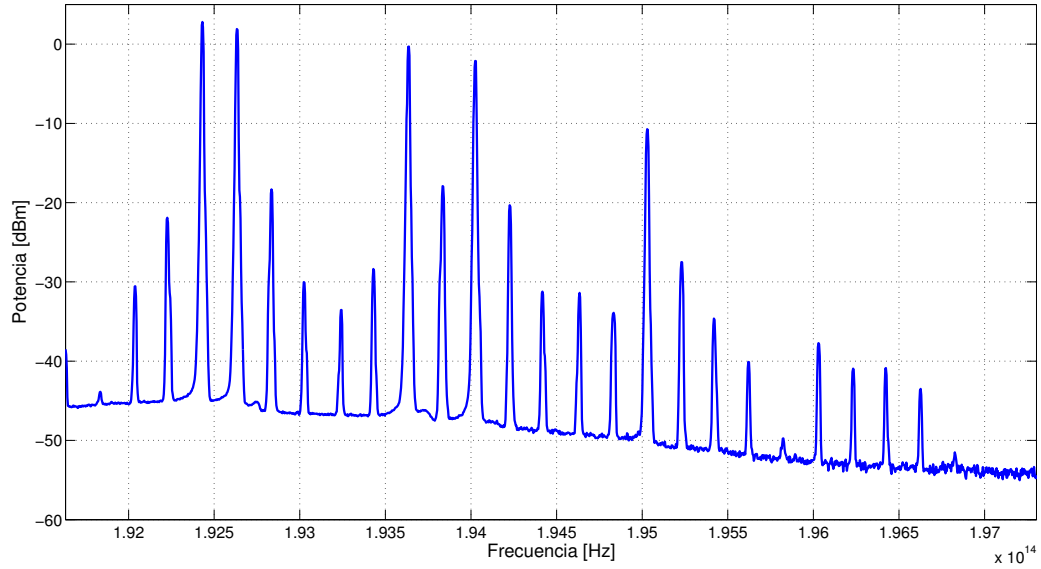


**Figura B.28.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=3$ ,  $C=7$ .

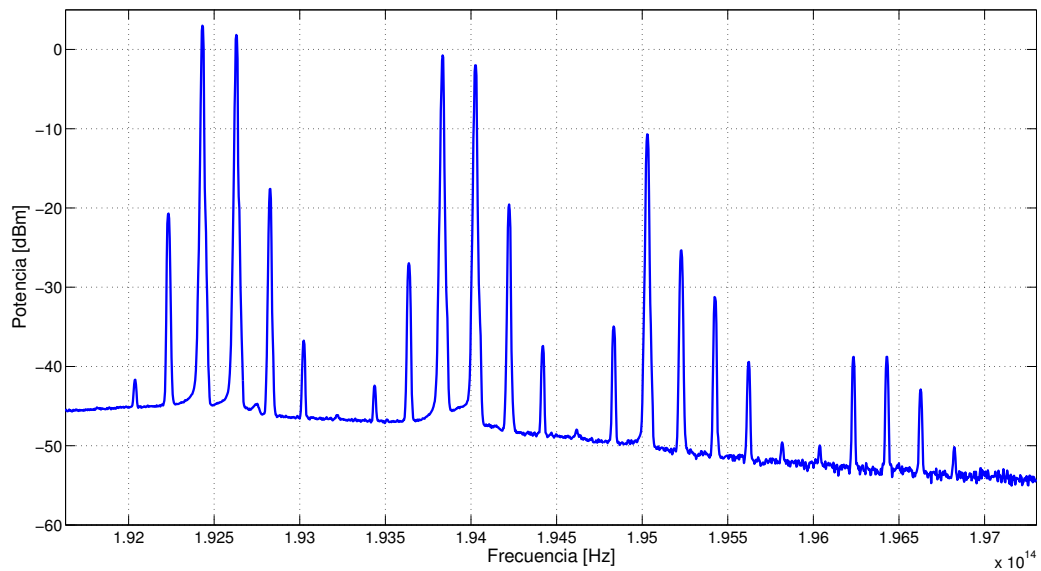


**Figura B.29.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=4$ ,  $C=12$ .

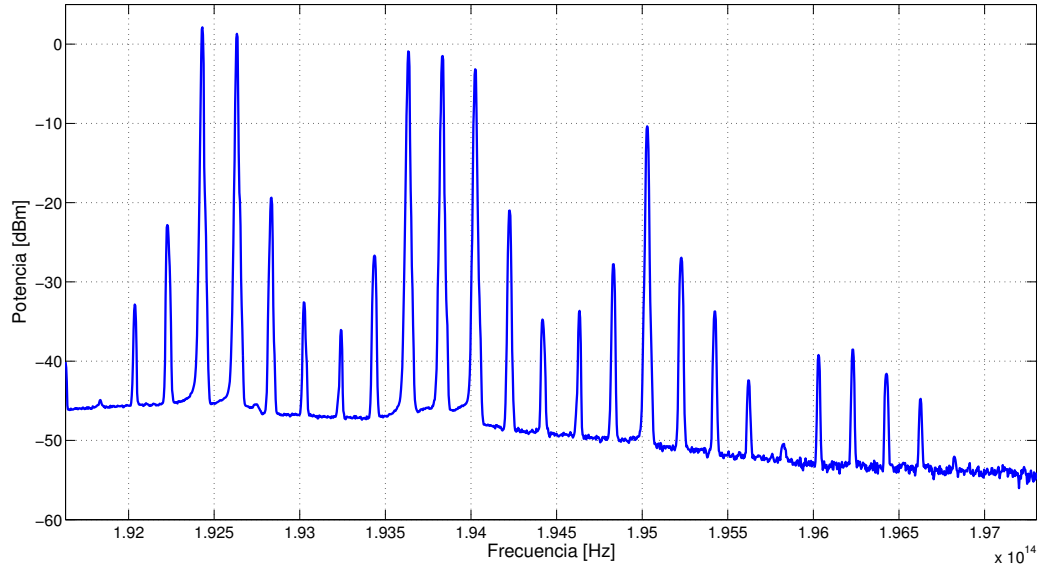




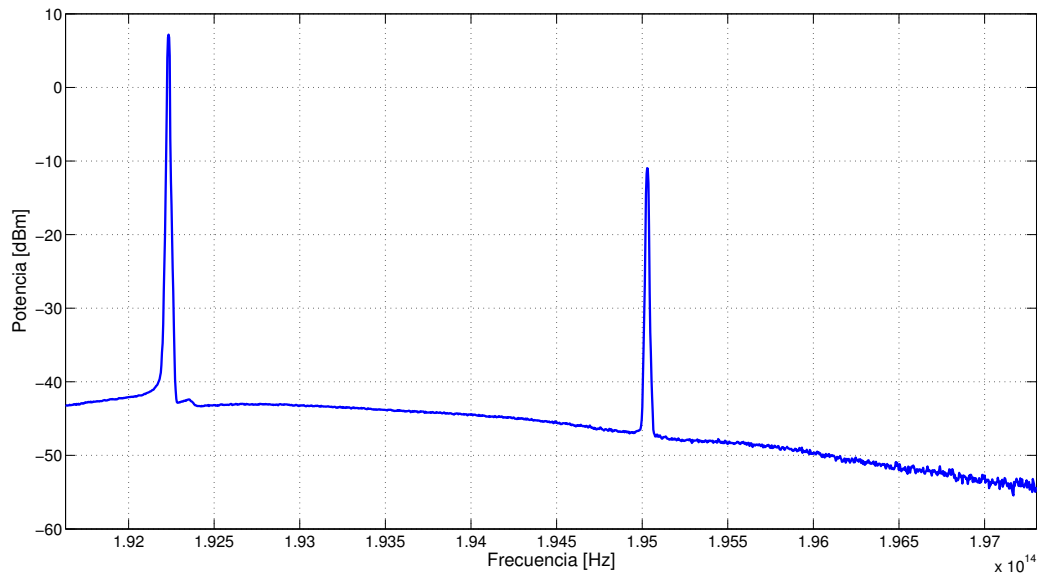
**Figura B.30.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=5$ ,  $C=15$ .



**Figura B.31.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=6$ ,  $C=14$ .



**Figura B.32.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=3$  y  $B=7$ ,  $C=15$ .



**Figura B.33.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .

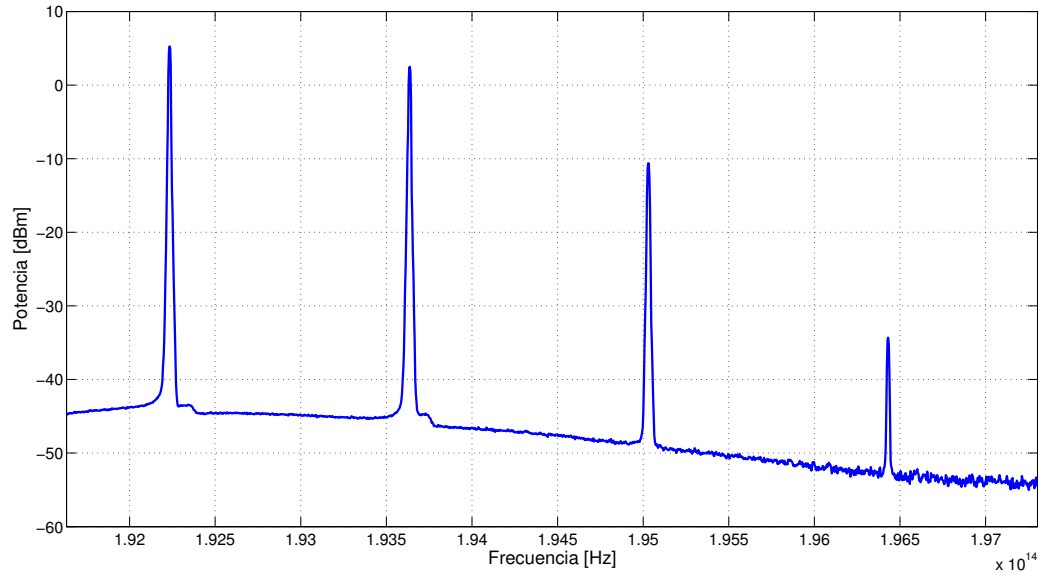


Figura B.34. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=1$ ,  $C=4$ .

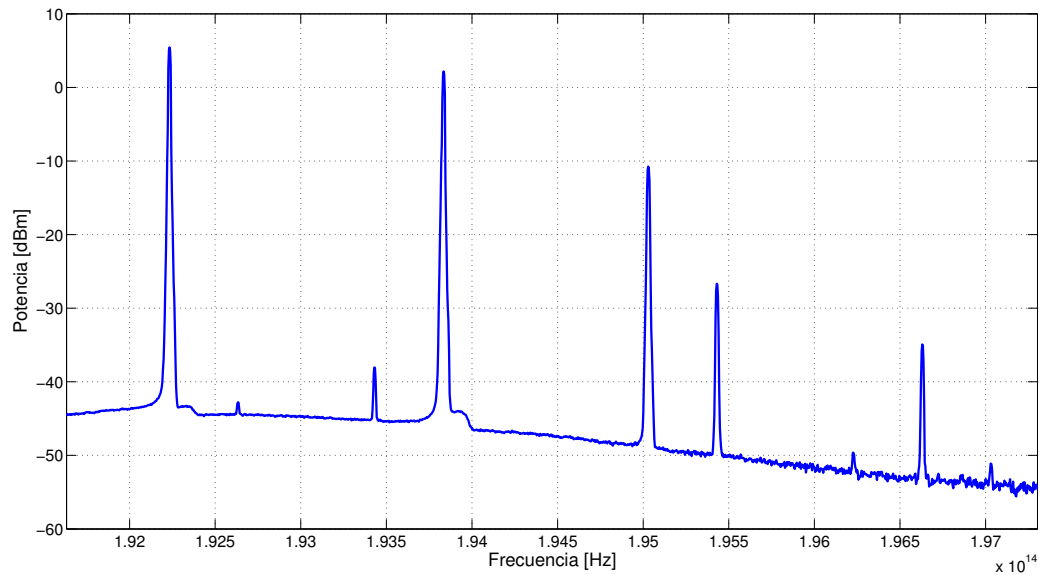
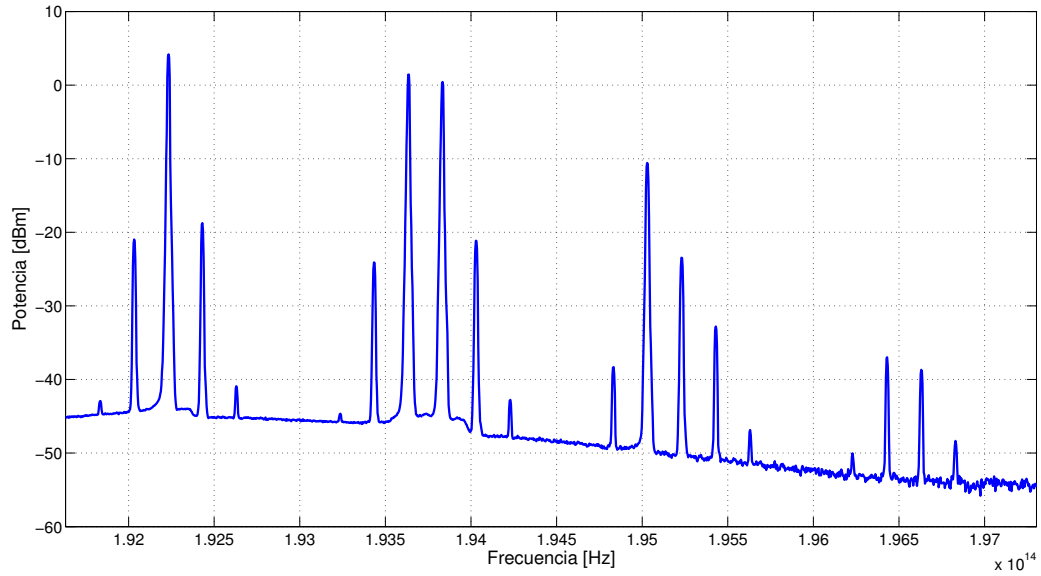
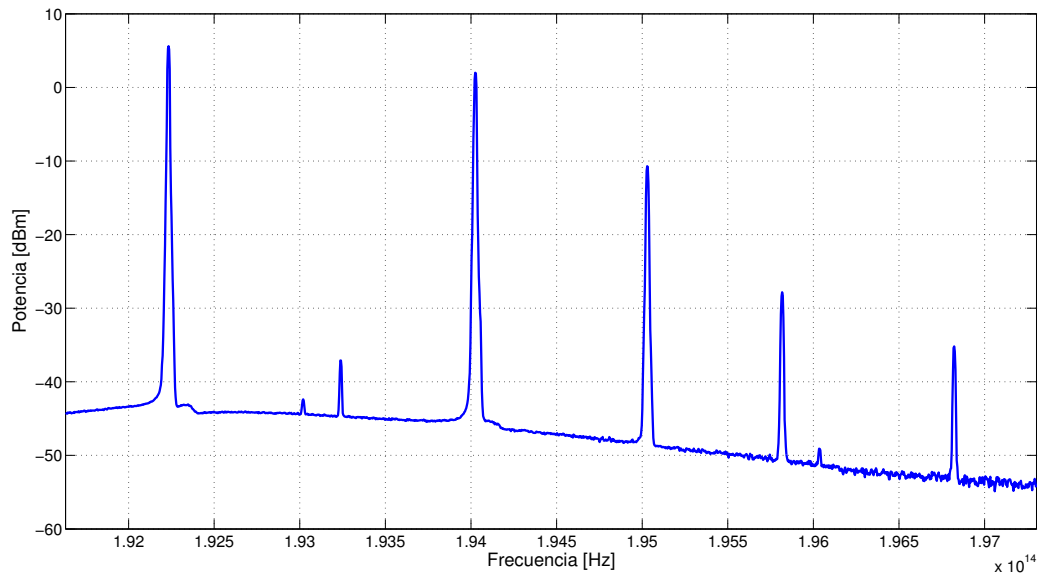


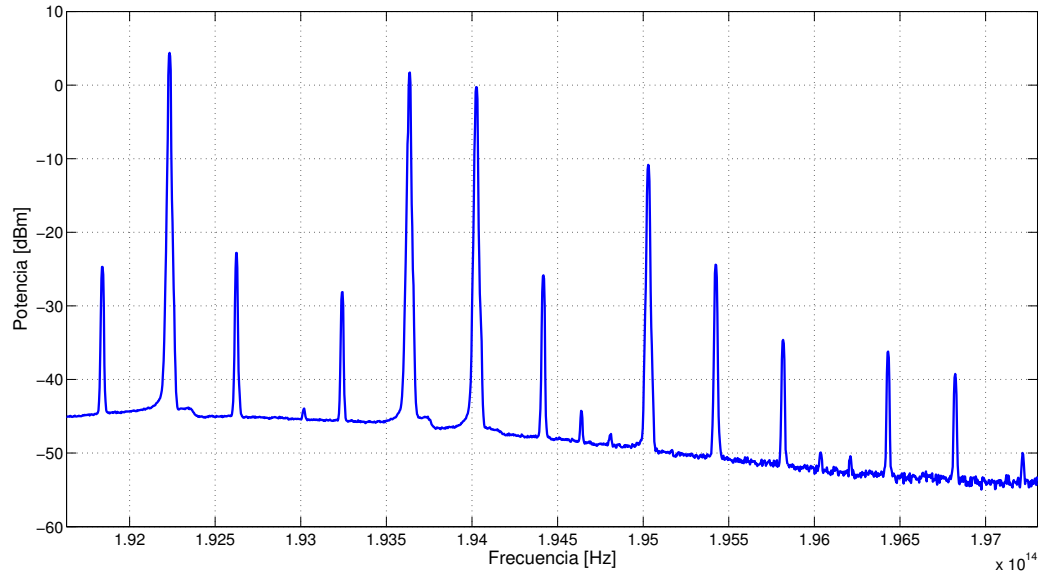
Figura B.35. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=2$ ,  $C=8$ .



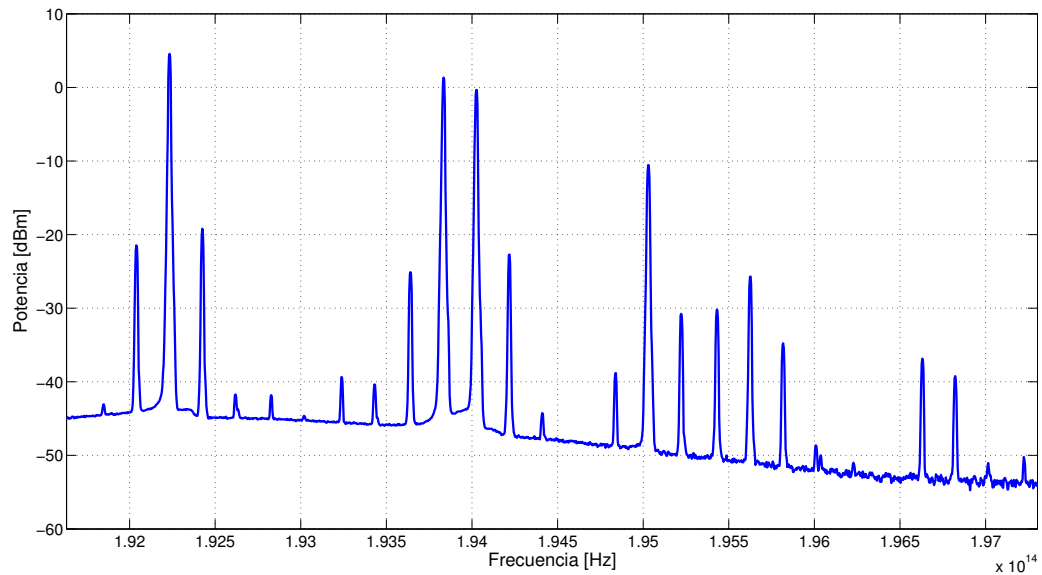
**Figura B.36.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=3$ ,  $C=12$ .



**Figura B.37.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=4$ ,  $C=16$ .



**Figura B.38.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=5$ ,  $C=20$ .



**Figura B.39.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=6$ ,  $C=24$ .

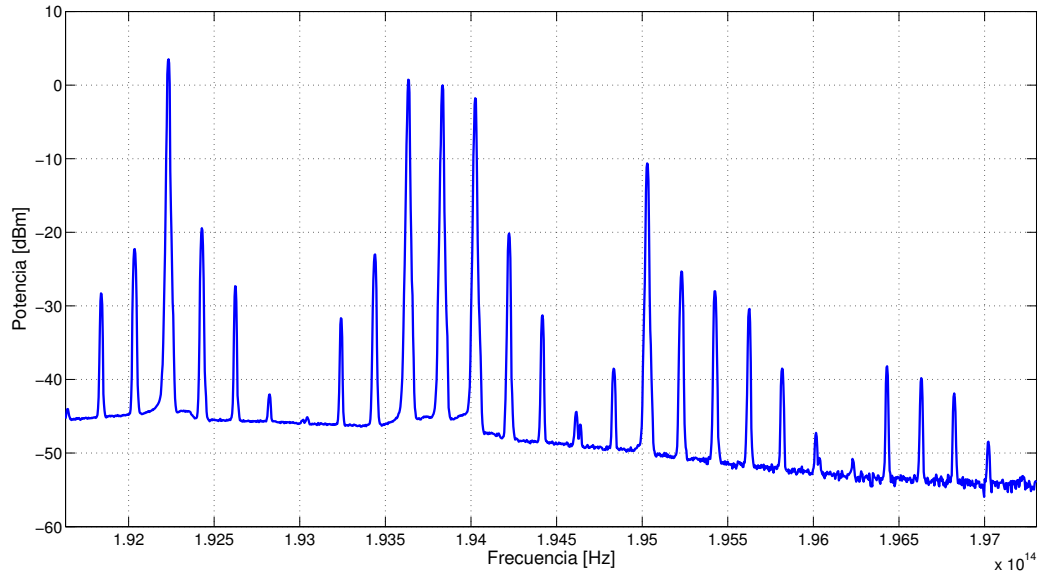


Figura B.40. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=4$  y  $B=7$ ,  $C=28$ .

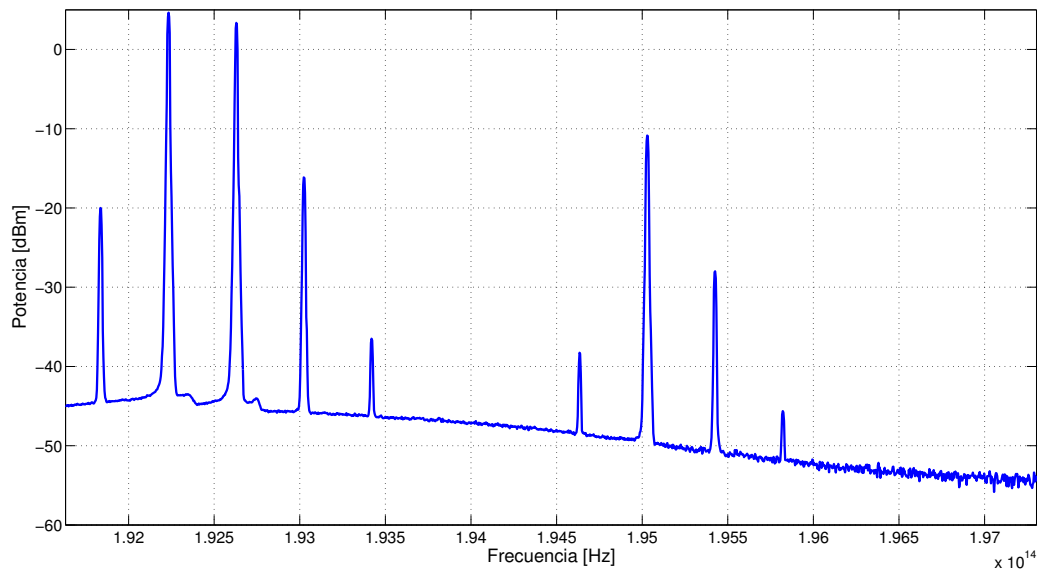


Figura B.41. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .

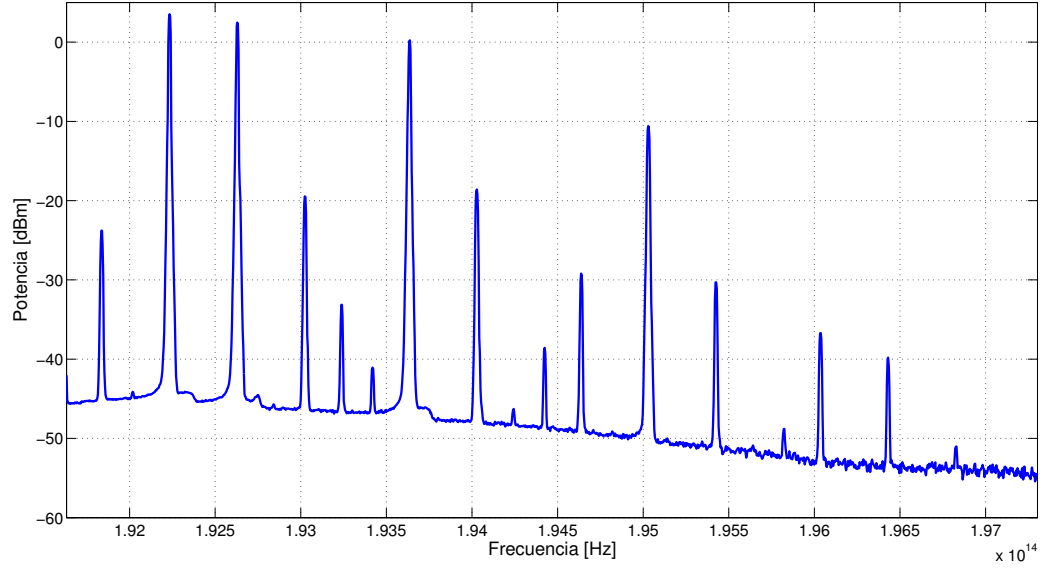


Figura B.42. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=1$ ,  $C=5$ .

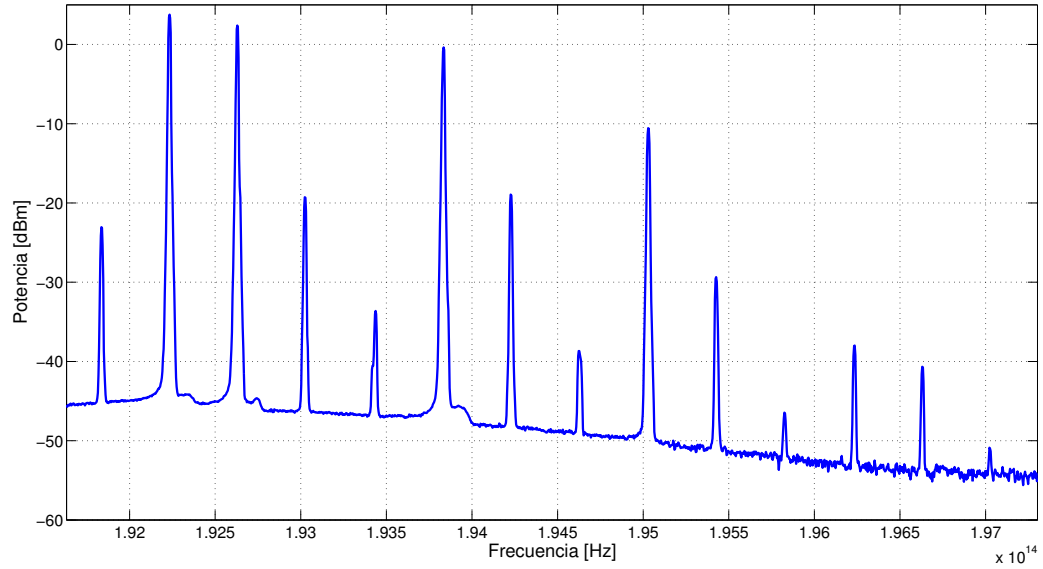


Figura B.43. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=2$ ,  $C=10$ .

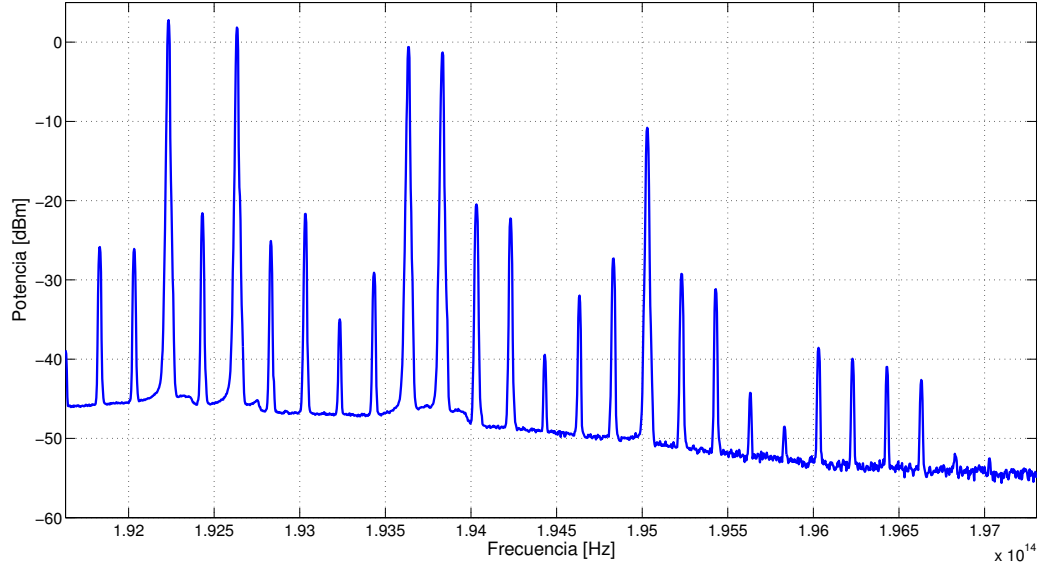


Figura B.44. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=3$ ,  $C=15$ .

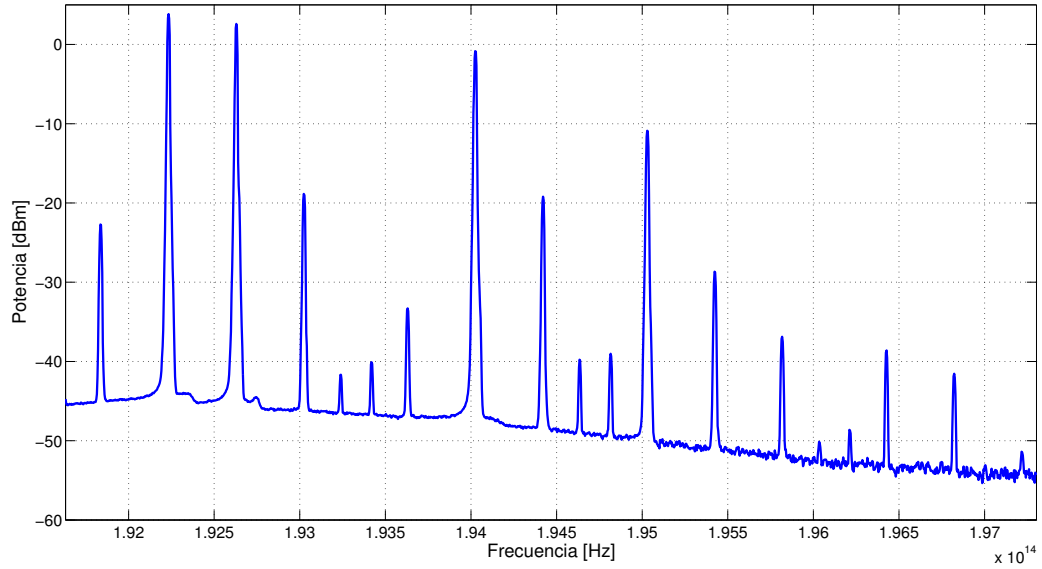
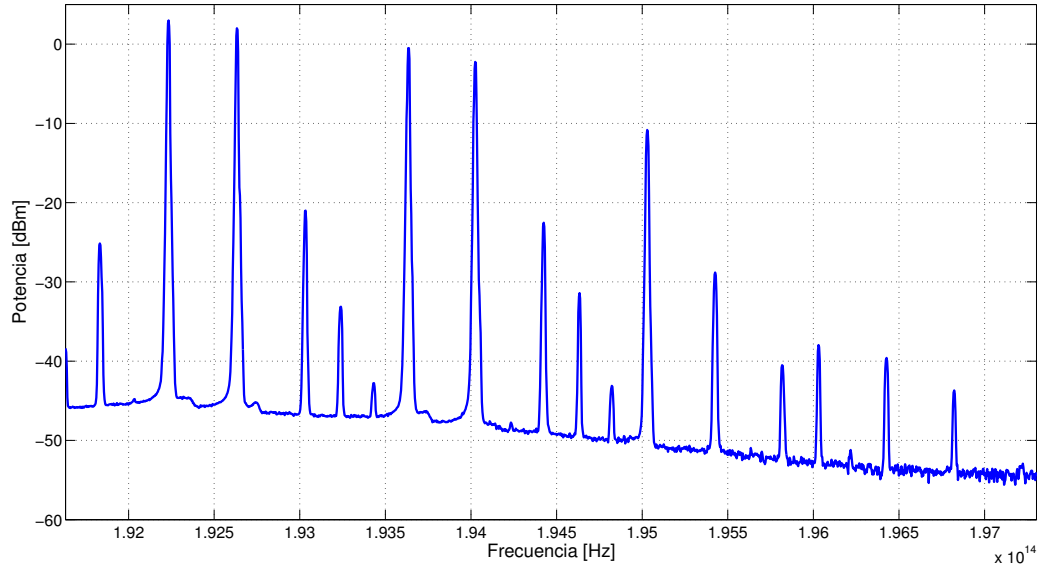
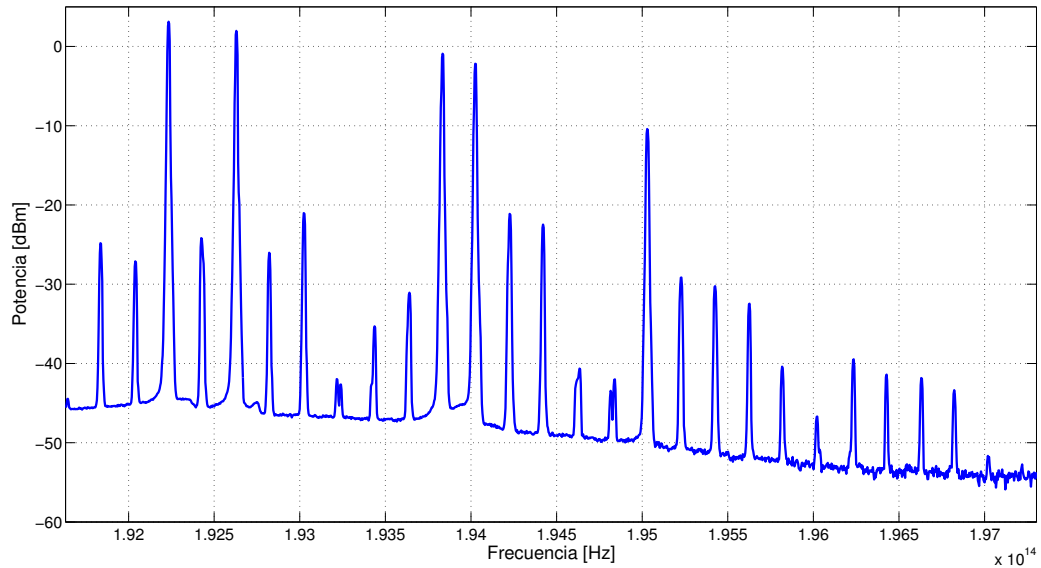


Figura B.45. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=4$ ,  $C=20$ .

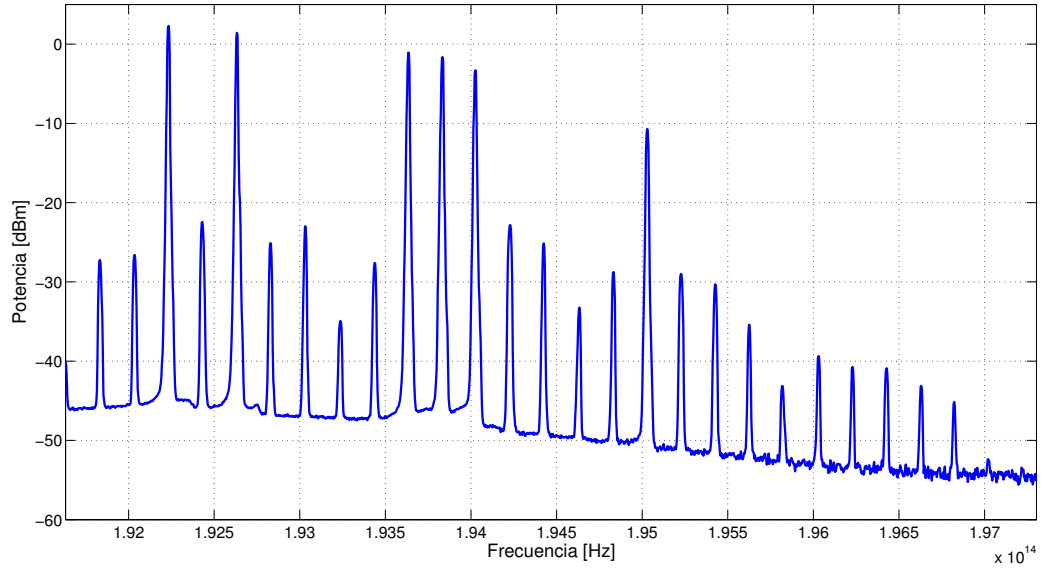




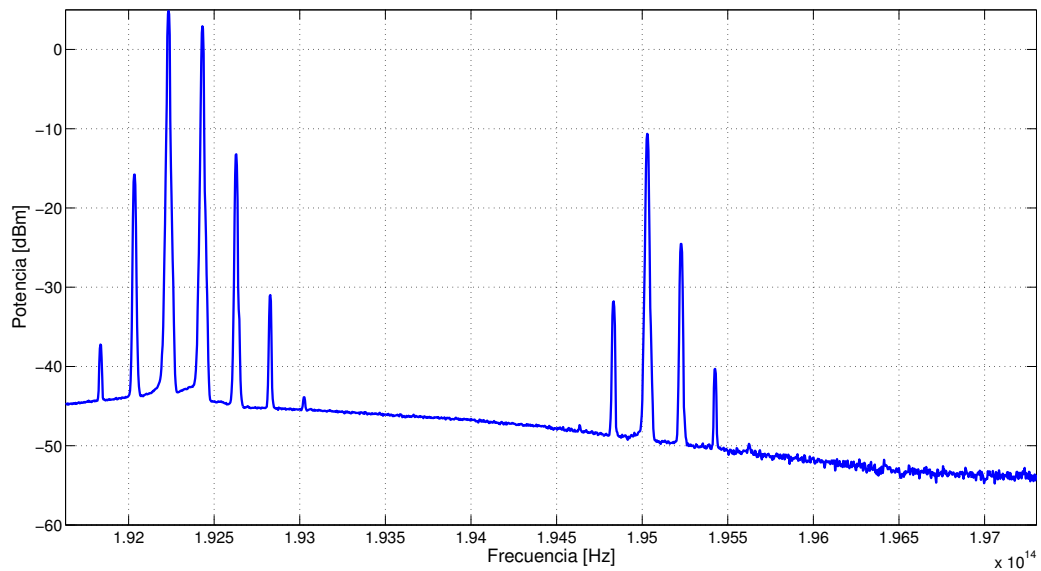
**Figura B.46.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=5$ ,  $C=21$ .



**Figura B.47.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=6$ ,  $C=30$ .



**Figura B.48.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=5$  y  $B=7$ ,  $C=31$ .



**Figura B.49.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .

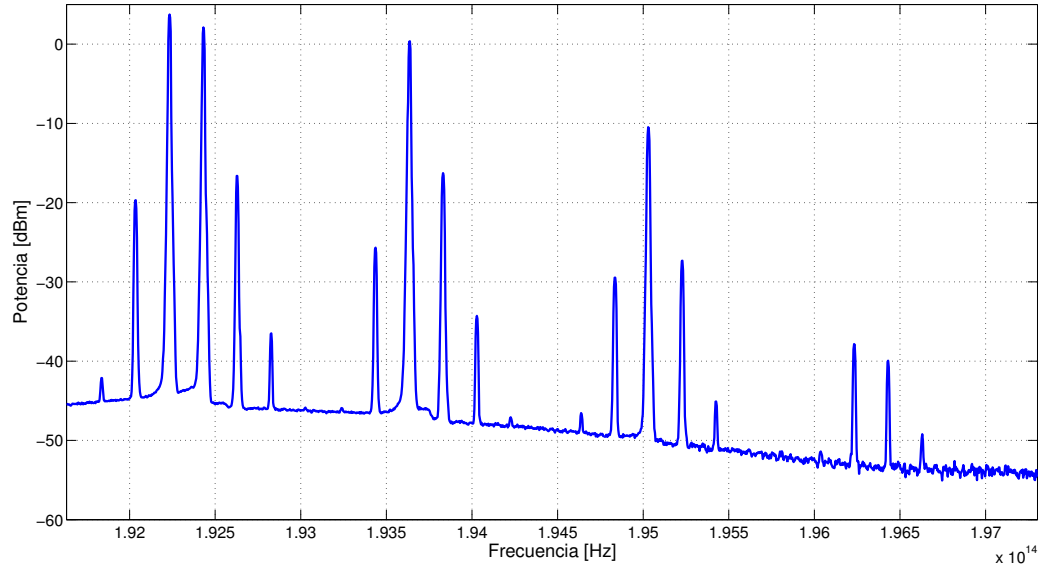


Figura B.50. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=1$ ,  $C=6$ .

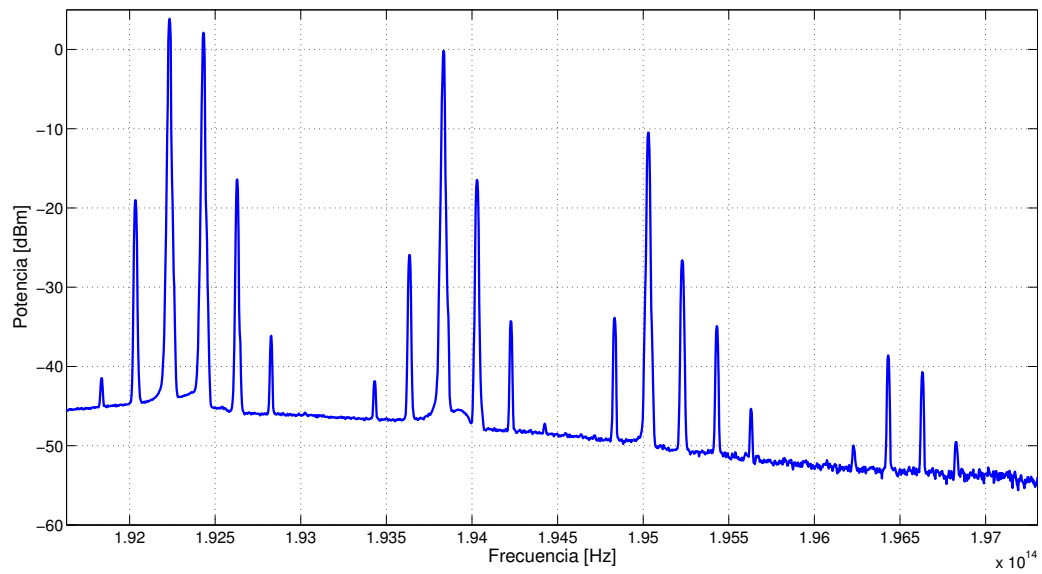


Figura B.51. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=2$ ,  $C=12$ .

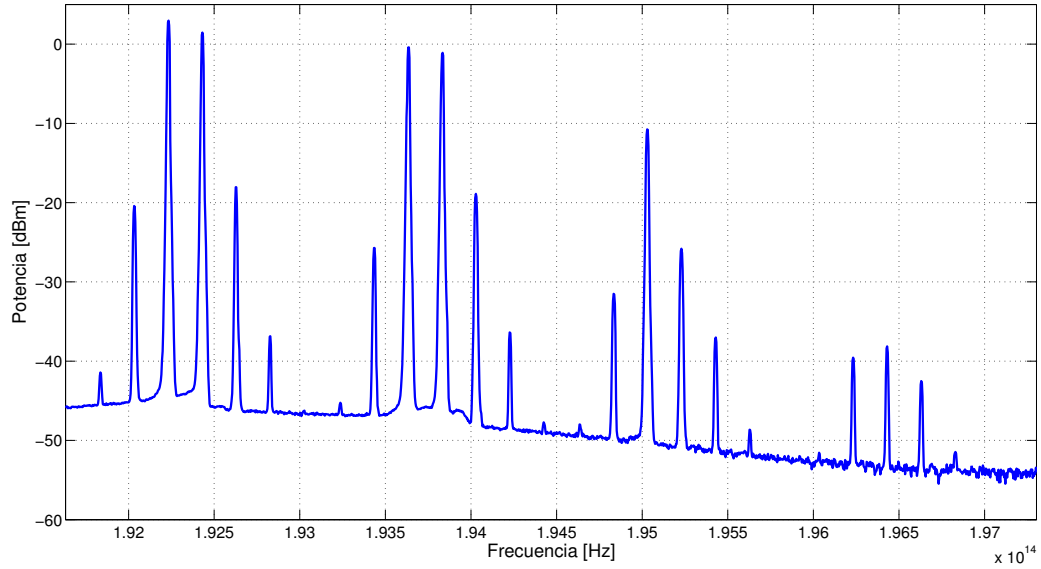


Figura B.52. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=3$ ,  $C=14$ .

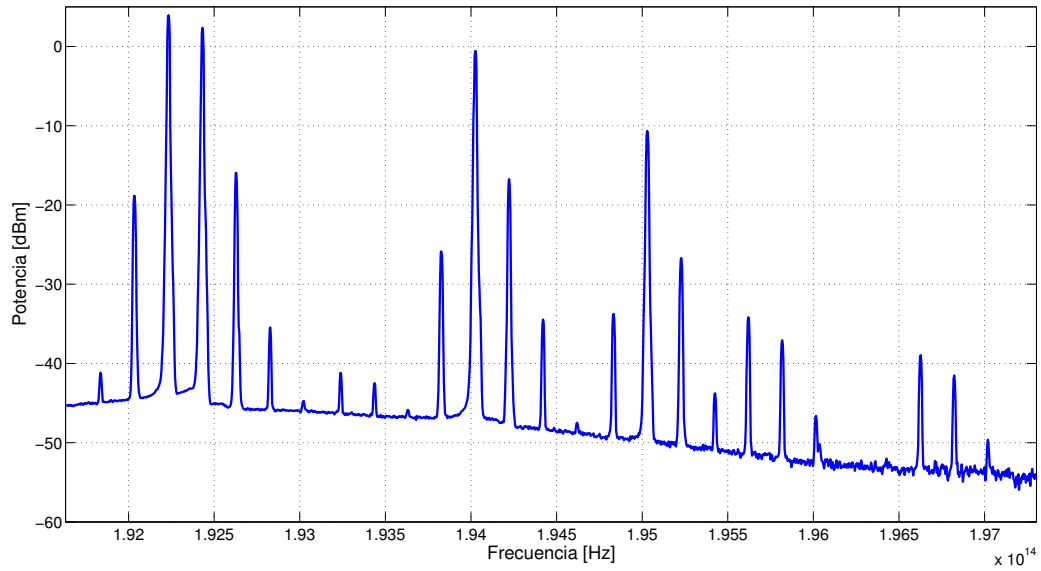
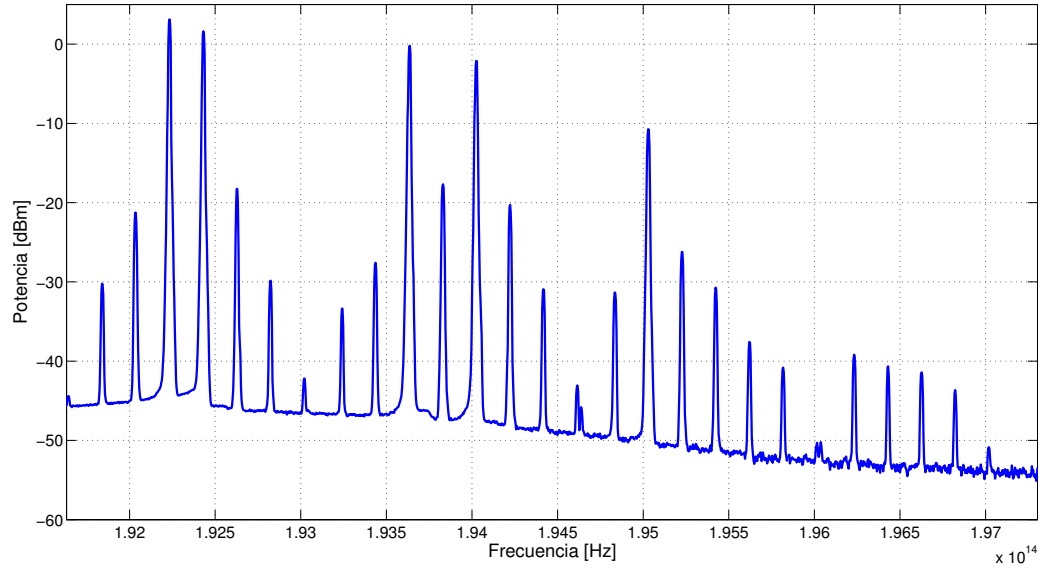
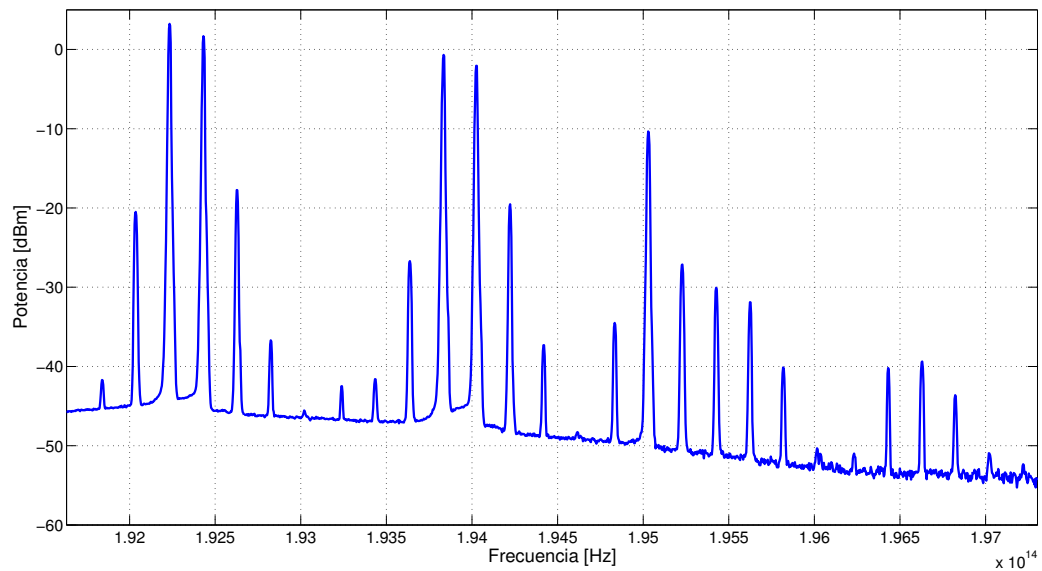


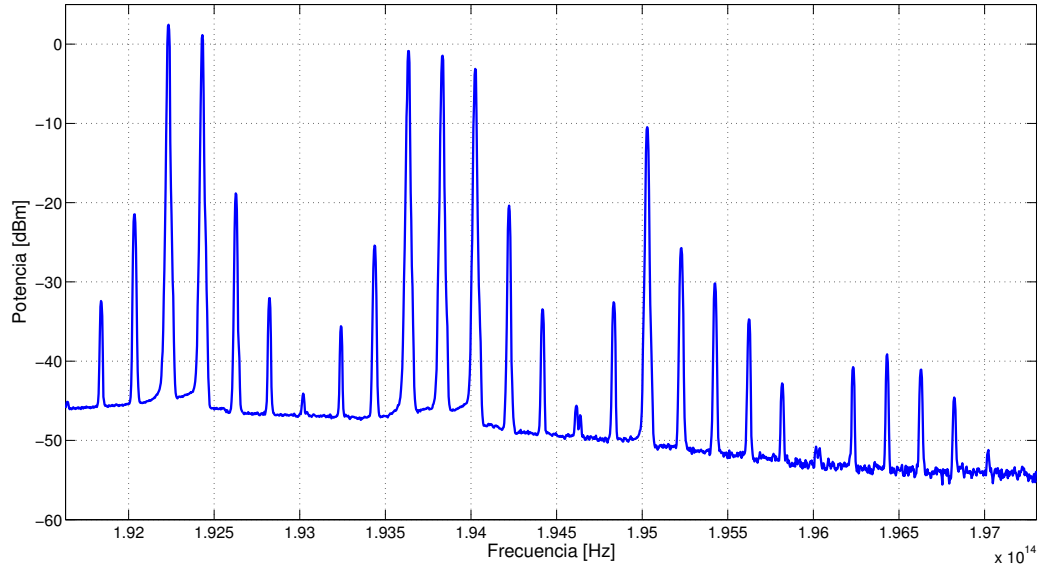
Figura B.53. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=4$ ,  $C=24$ .



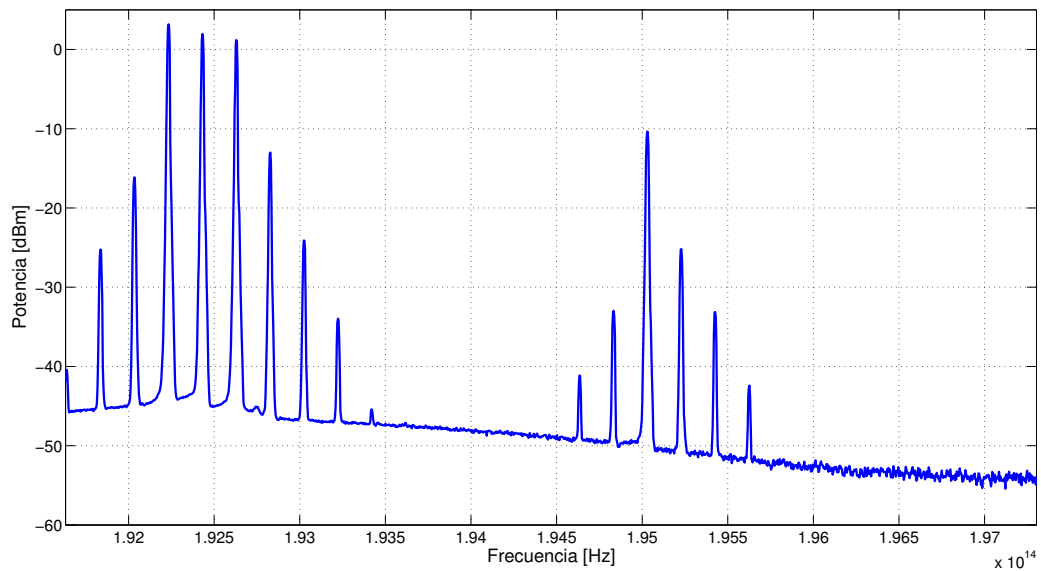
**Figura B.54.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=5$ ,  $C=30$ .



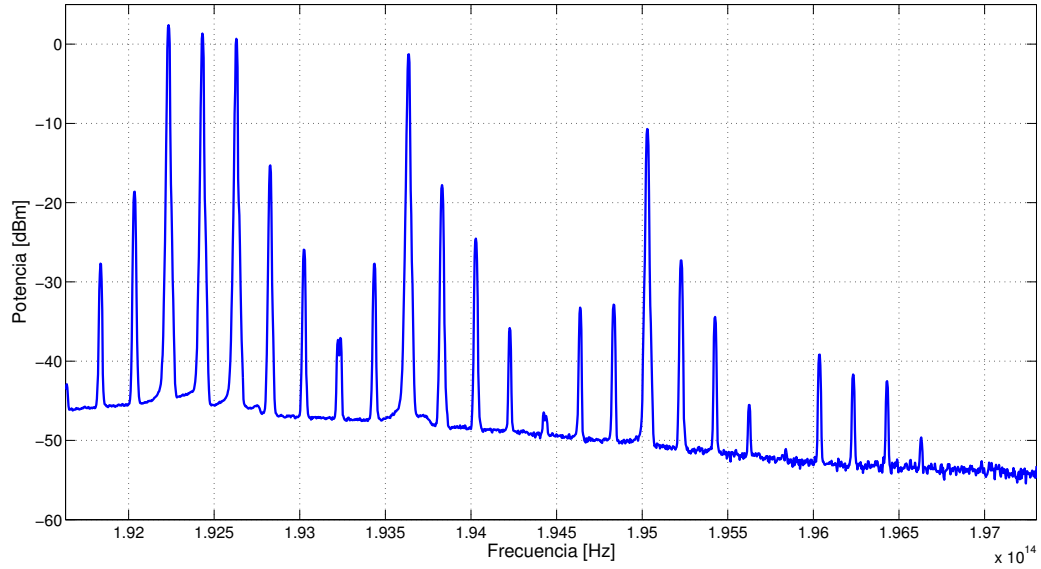
**Figura B.55.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=6$ ,  $C=28$ .



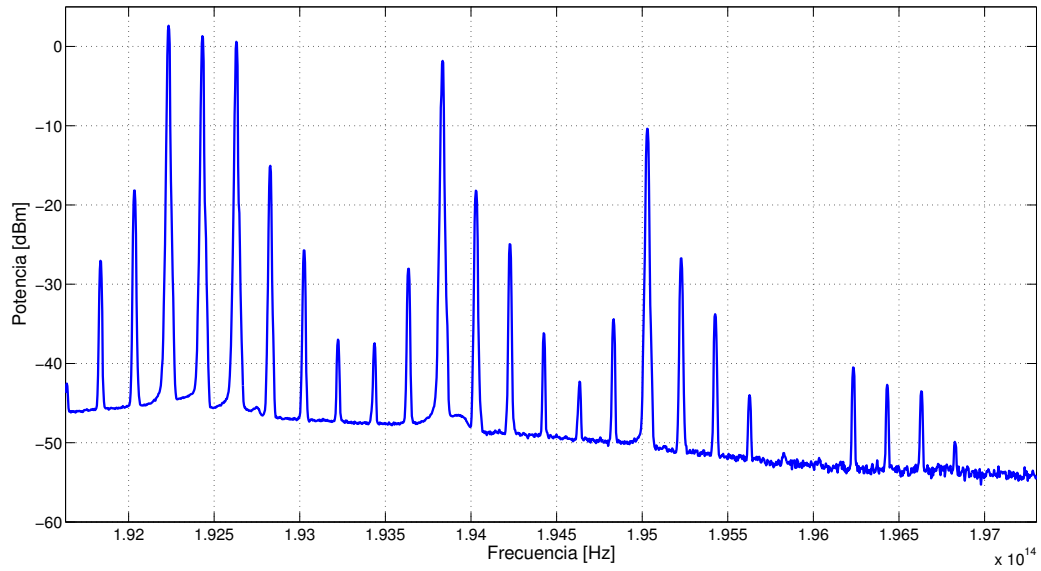
**Figura B.56.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=6$  y  $B=7$ ,  $C=30$ .



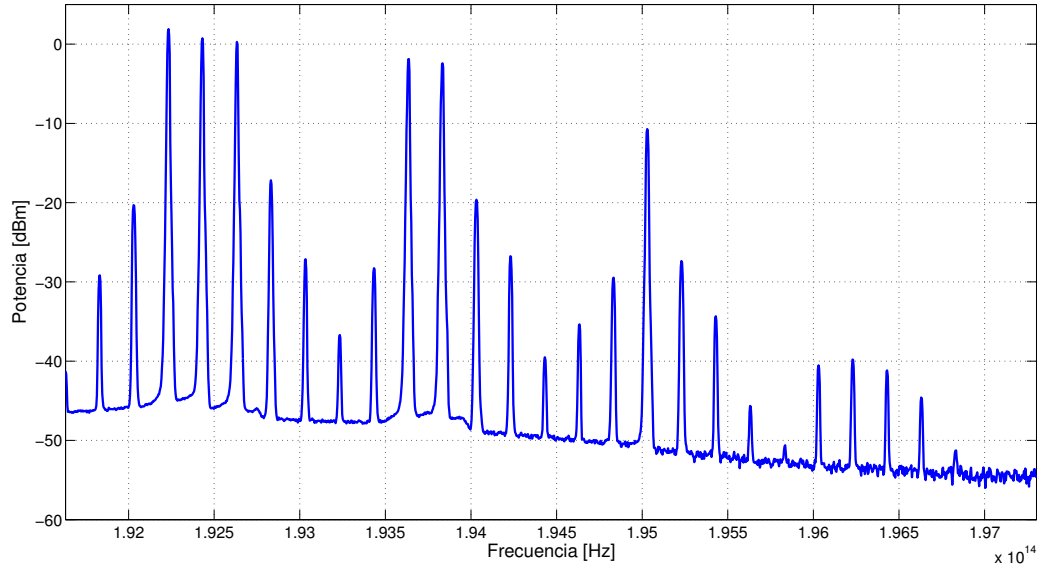
**Figura B.57.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=0$ ,  $C=0$ .



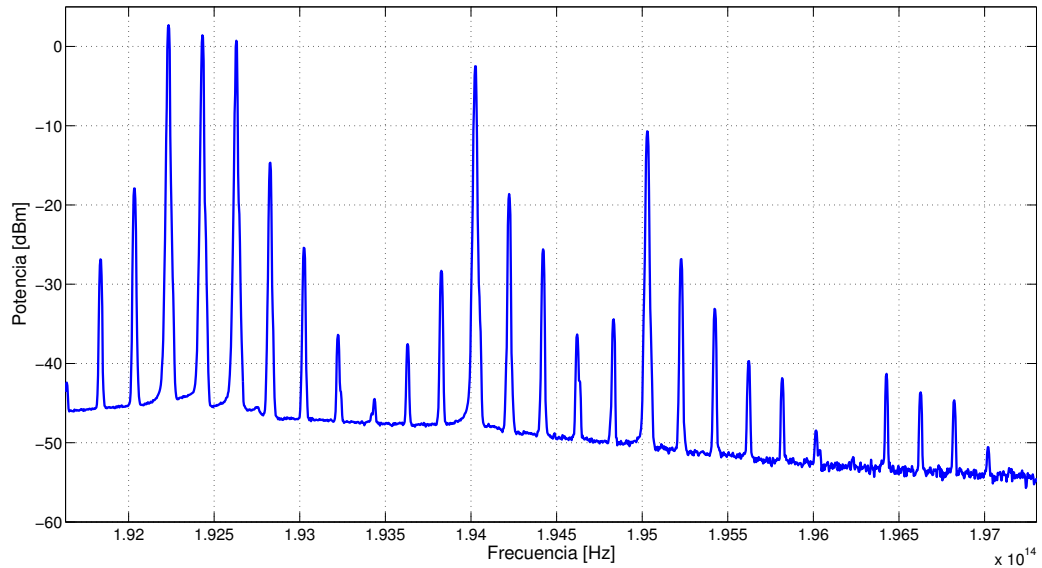
**Figura B.58.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=1$ ,  $C=7$ .



**Figura B.59.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=2$ ,  $C=14$ .

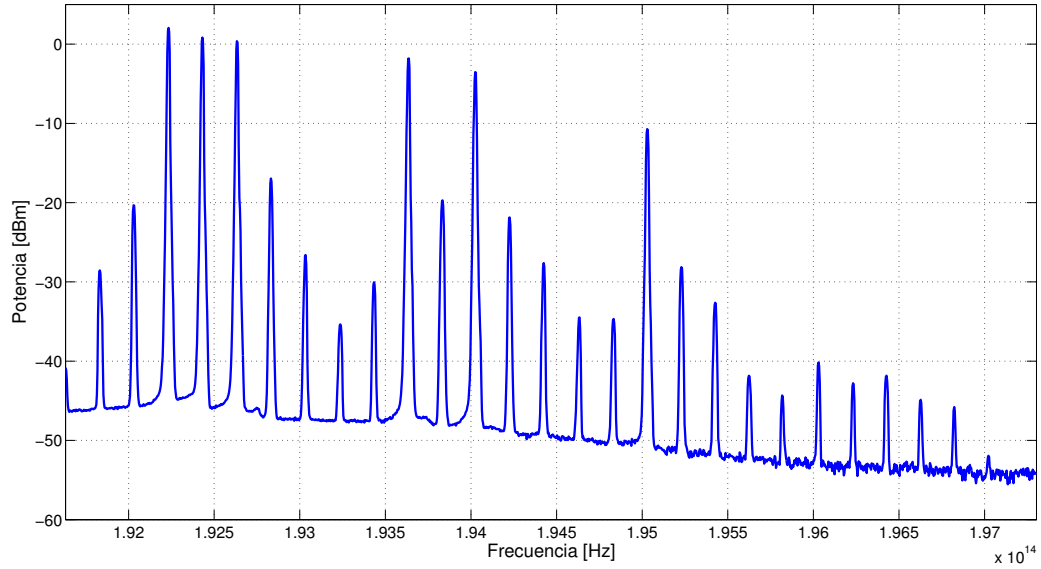


**Figura B.60.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=3$ ,  $C=15$ .

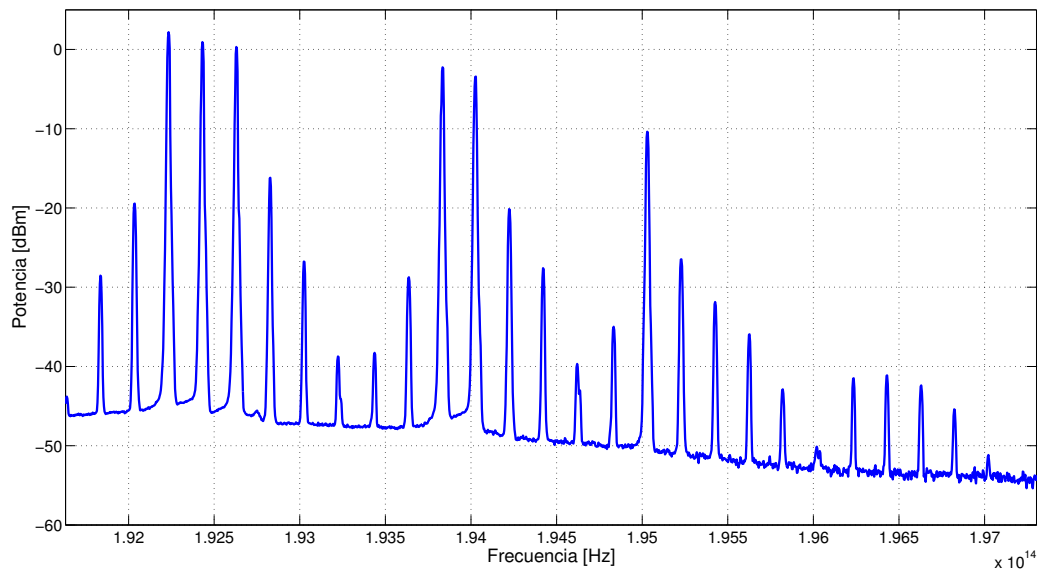


**Figura B.61.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=4$ ,  $C=28$ .

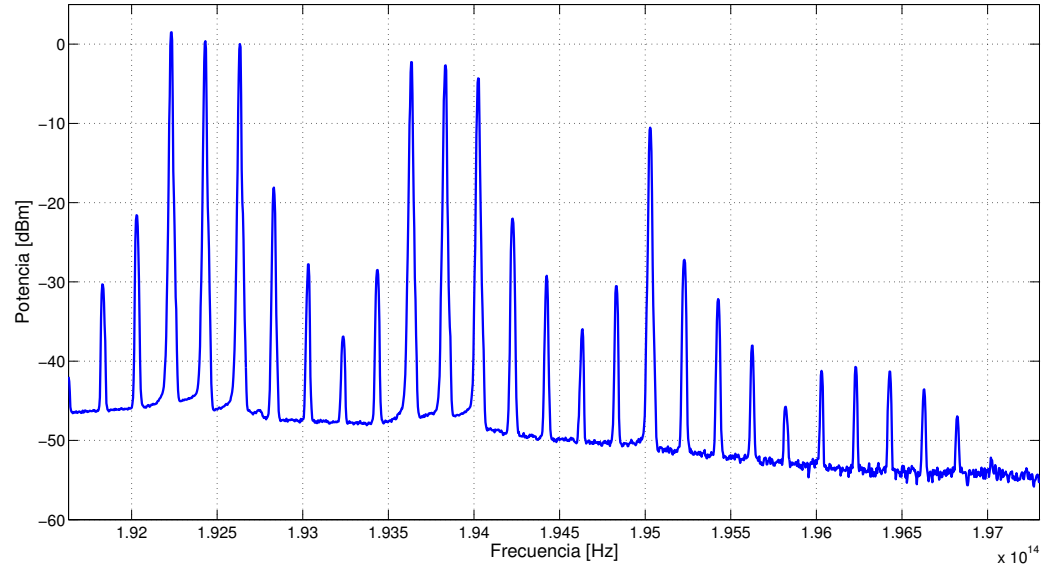




**Figura B.62.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=5$ ,  $C=31$ .



**Figura B.63.** Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=6$ ,  $C=30$ .



**Figura B.64. Espectro correspondiente a la multiplicación de dos palabras de tres bits en estado estático con  $A=7$  y  $B=7$ ,  $C=31$ .**