

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN  
SUPERIOR DE ENSENADA, BAJA CALIFORNIA**



---

**PROGRAMA DE POSGRADO EN CIENCIAS  
EN ELECTRÓNICA Y TELECOMINUCACIONES**

---

**La función coherencia como criterio de optimización en  
separación ciega de fuentes**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Doctor en Ciencias

Presenta:

**Jesús Rigoberto Villavicencio Navarro**

Ensenada, Baja California, México

2014

Tesis defendida por

## **Jesús Rigoberto Villavicencio Navarro**

y aprobada por el siguiente comité

---

Dr. Luis Alejandro Márquez Martínez

*Codirector del Comité*

---

Dr. Joaquín Álvarez Gallegos

*Codirector del Comité*

---

Dr. Enrique Mitrani Abenchuchan

Miembro del Comité

---

Dr. Vitali Kober

Miembro del Comité

---

Dr. Julio César Rolón Garrido

Miembro del Comité

---

Dra. Sonia Charleston Villalobos

Miembro del Comité

---

Dr. Salvador Martínez Cabrera

Miembro del Comité

---

Dr. César Cruz Hernández  
Coordinador del Programa de

Posgrado en Electrónica y Telecomunicaciones

---

Dr. Jesús Favela Vara  
*Director de Estudios de Posgrado*

Diciembre, 2014

Resumen de la tesis que presenta Jesús Rigoberto Villavicencio Navarro como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones.

## **La función coherencia como criterio de optimización en separación ciega de fuentes**

Resumen elaborado por:

---

Jesús Rigoberto Villavicencio Navarro

La habilidad para describir y analizar la información contenida en las señales resultantes de fenómenos físicos es una tarea que resulta retadora y atractiva para diferentes áreas de la ciencia. Uno de los enfoques, que ha sido bastante estudiado y de gran interés durante las últimas décadas, es la separación ciega de fuentes (BSS, por sus siglas en inglés: Blind Source Separation), la cual pretende, mediante observaciones múltiples, describir los fenómenos físicos al analizar solamente las señales provenientes de éstos. El problema de la BSS consiste en recuperar los componentes principales o fuentes originales de señales a partir de observaciones que contienen mezclas de ellas, cuando no se tiene información sobre las fuentes ni del proceso de mezclado, usando solamente información estadística. En este trabajo se presentan cuatro algoritmos que se basan en la función coherencia como función de costo para resolver el problema en varios escenarios de la BSS: BSS de mezclas instantáneas lineales, BSS de mezclas instantáneas con ruido, BSS para señales gaussianas independientes e idénticamente distribuidas y BSS de mezclas convolutivas. Se realizan comparaciones con algoritmos en el estado del arte y se confirma el desempeño satisfactorio de nuestro trabajo.

Palabras Clave: **Separación ciega de fuentes, función coherencia, recocido simulado, búsqueda en la sección dorada.**

Abstract of the thesis presented by Jesús Rigoberto Villavicencio Navarro as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Doctor in Sciences in Electronics and Telecommunications.

## **The Coherence Function as an Optimization Criteria in Blind Source Separation**

Abstract by:

---

Jesús Rigoberto Villavicencio Navarro

The ability to describe and to analyze the information contained in signals produced by physical phenomena is a challenging and attractive task for different areas of science and technology. One of the approaches that has been extensively studied, that is of great interest in recent decades, is the blind source separation (BSS), which aims, through multiple observations, to describe a physical phenomena by analyzing only the signals observed from these phenomena. The problem of BSS consists in recovering the independent components or sources from a mixture of the signals containing them using only statistical information. In this case, no information about the sources or the mixing process is utilized. In this work, four algorithms based on the coherence function as a cost function are proposed to solve the problem for several BSS scenarios: BSS linear instantaneous mixtures, instant mixes with BSS noise, BSS for independent and identically distributed Gaussian signals, and BSS of convolutive mixtures. Comparison against the state of the art algorithms is performed, and the satisfactory performance of our proposal is confirmed.

**Keywords:** **Blind source separation, coherence function, simulated annealing, golden section search.**

# **Dedicatoria**

***A los que amo***

## Agradecimientos

A Dios por permitirme concluir mis estudios.

A mi esposa Cynthia Beatriz Pérez Castro por darme su apoyo durante esta etapa de nuestras vidas. A mi madre Silvia Navarro Aguilar por contar siempre con su apoyo incondicional. A mis hijos Paulina y Jesús Rodolfo por la felicidad que me dan. A mis suegros Rodolfo Pérez Rodríguez y Ruth Beatriz Castro Angulo por el apoyo brindado a mi y mi familia.

A mis directores de tesis Dr. Luis Alejandro Márquez Martínez y Dr. Joaquín Álvarez Gallegos por compartirme su experiencia y sabiduría.

Al comité de tesis Dr. Enrique Mitrani Abenchuchan, Dr. Vitali Kober, Dr. Julio Rolón, Dra. Sonia Charleston Villalobos, Dr. Salvador Martínez por sus comentarios y tiempo brindado en el desarrollo de este trabajo de investigación.

A todos mis amigos y en especial a Ana Lilia Gonzalez, Raúl Rascón Carmona, José Guadalupe Castro por brindarme un tiempo tan ameno durante mis estudios.

Al pueblo de México, por su apoyo financiero a través del CONACyT.

# Contenido

	Página
<b>Resumen en español</b>	<b>iii</b>
<b>Resumen en inglés</b>	<b>iv</b>
<b>Dedicatoria</b>	<b>v</b>
<b>Agradecimientos</b>	<b>vi</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>ix</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>xi</b>
<b>1.. Introducción</b>	<b>1</b>
1.1. Motivación . . . . .	3
<b>2.. La función coherencia en separación ciega de fuentes de mezclas instantáneas lineales</b>	<b>5</b>
2.1. Introducción . . . . .	5
2.1.1. Pre-procesamiento . . . . .	7
2.1.1.1. Pre-blanqueo . . . . .	8
2.1.2. Factor de rotación . . . . .	9
2.2. Método Propuesto . . . . .	11
2.2.1. La coherencia en el modelo de fuentes ciegas . . . . .	11
2.2.2. La coherencia en el sistema global . . . . .	12
2.2.3. Función de costo . . . . .	14
2.2.3.1. Superficie de optimización . . . . .	15
2.2.4. Heurística de optimización . . . . .	15
2.3. Experimentos, resultados y discusión . . . . .	18
2.3.1. Criterio de desempeño . . . . .	18
2.3.2. Separación de procesos estacionarios Gaussianos coloreados . . . . .	20
2.3.3. Separación de señales no estacionarias . . . . .	21
2.3.4. Un ejemplo real de separación de fECG . . . . .	22
<b>3.. La función coherencia en separación de señales gaussianas independientes e idénticamente distribuidas</b>	<b>26</b>
3.1. Método Propuesto . . . . .	26
3.2. Experimentos y resultados . . . . .	27
3.3. Conclusiones . . . . .	28
<b>4.. La función coherencia en separación ciega de fuentes de mezclas instantáneas lineales con ruido blanco</b>	<b>30</b>
4.1. Introducción . . . . .	30
4.2. Suposiciones . . . . .	33
4.3. La MSC en el modelo de BSS con ruido blanco . . . . .	33
4.4. Método Propuesto . . . . .	35
4.4.1. Umbral de detección de potencia de señal y función de selección de ancho de banda . . . . .	35
4.4.2. Criterio de optimización . . . . .	36

# Contenido (continuación)

	Página
4.5. Experimentos y resultados . . . . .	36
4.6. Discusión y trabajo futuro . . . . .	39
4.7. Conclusiones . . . . .	40
<b>5.. La función coherencia en separación ciega de fuentes de mezclas convolu- tivas</b>	<b>42</b>
5.1. Introducción . . . . .	42
5.2. Método propuesto . . . . .	44
5.2.1. Criterio de separación . . . . .	46
5.2.1.1. Separación por ancho de banda a priori . . . . .	46
5.2.2. Algoritmo de separación basado en MSC . . . . .	47
5.3. Experimentos . . . . .	47
5.3.1. Simulación . . . . .	48
5.4. Resultados y discusión . . . . .	49
5.5. Conclusiones . . . . .	54
<b>6.. Conclusiones</b>	<b>56</b>
<b>Lista de referencias</b>	<b>58</b>



## Lista de Figuras

Figura		Página
1.	Esquema general de la separación ciega de fuentes . . . . .	6
2.	Distribución conjunta de dos componentes independientes con distribuciones uniforme, $s_1(t)$ y $s_2(t)$ . . . . .	9
3.	Distribución conjunta de las observaciones $x_1(t)$ y $x_2(t)$ . . . . .	9
4.	Distribución conjunta de las mezclas pre-blanqueadas $y_1(t)$ y $y_2(t)$ . . . . .	10
5.	Esquema general de la separación ciega de fuentes basado en rotaciones. . . . .	10
6.	Esquema general de la separación ciega de fuentes para mezclas instantáneas usando la coherencia como criterio de optimización. . . . .	12
7.	Diagrama de bloques del sistema global de mezclas instantáneas para $m = 2$ . . . . .	13
8.	Función de costo de fuentes Gaussianas coloreadas. $m = 2$ . . . . .	15
9.	Superficie del costo $J$ para las fuentes gaussianas coloreadas. . . . .	16
10.	Superficie del costo $J$ para las fuentes Speech4.mat (ICALAB web page). $m = 3$ . $\theta_3 = 0$ . . . . .	16
11.	a) Sonido cardiaco $s_1$ . b) $P_{s_1s_1}$ densidad espectral de potencia del sonido cardiaco. c) Sonido respiratorio normal $s_2$ . d) $P_{s_2s_2}$ densidad espectral de potencia del sonido respiratorio. . . . .	21
12.	Cuatro canales del ECG materno. . . . .	24
13.	Fuentes estimadas con el algoritmo propuesto 2 y fECG directo tomado de la cabeza del feto (señal inferior). La señal fetal directa se muestra con fines de comparación con la fECG estimada. . . . .	25
14.	La superficie $J$ para dos fuentes gaussianas iid. Cada curva es generada a partir del estimado de la coherencia usando un número determinado de bloques promediados, $n_d$ tal como se indica en la leyenda. La razón de varianza entre ambas fuentes es 4. . . . .	28
15.	Desempeño de separación de fuentes gaussianas iid usando la metodología basada en la razón de varianza. Se muestra diferentes desempeños utilizando distintos segmentos de promediación. Al incrementarse la razón entre las varianzas incrementa el desempeño. . . . .	29
16.	a) Estimación de $s_1$ . b) Estimación de $s_2$ . c) Coherencia. La coherencia entre las fuentes estimadas muestra una diafonía evidente. . . . .	31
17.	Comparación de rendimiento de varios algoritmos BSS obtenido de ICALAB toolbox. El algoritmo propuesto muestra una distribución semejante a una gaussiana, mientras que los otros algoritmos muestran una distribución dispereja. . . . .	41
18.	Sistema convolutivo mezclador separador. . . . .	43

## Lista de Figuras (continuación)

Figura	Página
19. Sistema mezclador-separador para 2 fuentes. . . . .	45
20. Fuentes usadas en el experimento. a) Sonido respiratorio normal. b) Densidad espectral de potencia del sonido respiratorio. c) Sonido cardiaco normal. d) Densidad espectral de potencia del sonido cardiaco. . . . .	49
21. Estimación de la magnitud de MSC cuadrada entre las fuentes $s_1(n)$ y $s_2(n)$ . . . . .	50
22. Señales capturadas en los sensores. a) Observación en el sensor $x_1$ . b) Densidad espectral de potencia de la señal $x_1$ . c) Observación en el sensor $x_2$ . d) Densidad espectral de potencia de la señal $x_2$ . . . . .	50
23. Coherencia entre las señales observadas, $x_1(n)$ y $x_2(n)$ . . . . .	51
24. Filtro separador estimado $B(n)$ para el Algoritmo MSC-Convolutivo. . . . .	51
25. Filtro mezclador-separador $G(n)$ para el Algoritmo MSC-Convolutivo. . . . .	52
26. a) Contribuciones de la fuente $s_1$ en el vector de observación $x_2$ . b) Contribuciones de la fuente $s_1$ en el vector de observación $x_1$ . c) PSD de la fuente $s_1$ en el vector de observación $x_2$ . d) PSD de la fuente $s_2$ en el vector de observación $x_1$ . . . . .	52
27. a) Contribuciones de la fuente $s_2$ en el vector de observación $x_2$ . b) Contribuciones de la fuente $s_2$ en el vector de observación $x_1$ . c) PSD de la fuente $s_2$ en el vector de observación $x_2$ . d) PSD de la fuente $s_2$ en el vector de observación $x_1$ . . . . .	53
28. Resultados del recocido simulado. . . . .	53
29. Coherencia entre los componentes recuperados $\tilde{s}(n)$ . . . . .	54

## Lista de Tablas

Tabla		Página
1.	Resultados del análisis Montecarlo para fuentes gaussianas coloreadas. $\mu$ y $\sigma$ son la media y desviación estándar del SIR. $n_d$ es el número de segmentos o promediaciones utilizados en la estimación de la coherencia.	20
2.	Resultado de la prueba Montecarlo usando dos fuentes no estacionarias. $\mu$ y $\sigma$ son la media y desviación estándar SIR. . . . .	22
3.	Resultados del experimento 1. . . . .	39
4.	Resultados del experimento 2. . . . .	39

## Capítulo 1. Introducción

El problema de la separación ciega de fuentes (BSS, por sus siglas en inglés: Blind Source Separation) consiste en recuperar los componentes principales o fuentes originales de señales a partir de observaciones que contienen mezclas de ellas, usando solamente información estadística. Este no es un problema sencillo debido a que no se tiene información sobre las fuentes ni del proceso de mezclado.

El problema de BSS aparece en muchos sistemas multi-sensores, que van desde el procesamiento de señales biomédicas (James (2004); Pourazad *et al.* (2005); Hesse (2008); Crespo-Garcia *et al.* (2008); Romo Vázquez *et al.* (2012)) hasta las finanzas (Hyvärinen y Oja (2000); (Comon y Jutten, 2010)).

La gran variedad de posibles aplicaciones hacen de la BSS un problema de gran interés. Un ejemplo de ello, entre muchas otras aplicaciones, lo encontramos en la extracción de electrocardiograma fetal, el cual se utiliza con propósitos de diagnóstico. Esta técnica no invasiva usa electrodos que recogen el electrocardiograma materno (mECG, por sus siglas en inglés: maternal Electrocardiogram) y en menor amplitud el electrocardiograma fetal (fECG, por sus siglas en inglés: fetal Electrocardiogram). Los electrodos pueden capturar muchas otras señales, como los potenciales de la piel, electromiogramas, y la interferencia de 50 Hz de la red de alimentación eléctrica, que proporcionan una señal compleja asociada a una mezcla de muchas fuentes. Debido a esto, puede ser difícil obtener un diagnóstico confiable a partir del análisis de ésta señal compleja. A pesar de que la teoría de conducción de volumen (*volume conduction theory*) presume que todo el cuerpo es un conductor heterogéneo, se piensa que los potenciales creados por el corazón del feto son transmitidos a la superficie materna principalmente mediante la ruta placenta-cordón umbilical. Debido a ésta particularidad, la grabación de la forma de onda fECG no cambia cuando se cambia la posición de los electrodos en la superficie del abdomen de la madre, sólo la amplitud de la señal eléctrica puede cambiar (Vigneron *et al.* (2003)). La BSS proporciona los medios para separar la señal de baja amplitud que viene del corazón fetal de otros ruidos o señales indeseables, en una forma no invasiva y útil en el diagnóstico temprano de cardiopatías.

En este escenario, como en muchos otros, el modelo BSS de mezclas instantáneas

lineales se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t), \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

en donde  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector que contiene los datos observados,  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de las fuentes desconocidas ( $n \geq m$ ),  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es una matriz desconocida de rango pleno que modela el proceso de mezclado de las fuentes, y  $t$  es el índice del tiempo. El problema de separación ciega de fuentes consiste en identificar la matriz  $\mathbf{A}$ , o su pseudo-inversa  $\mathbf{W} = \mathbf{A}^+$ , de tal manera que se puedan estimar las señales originales, usando solamente la información estadística contenida en las observaciones  $\mathbf{x}(t)$ . Sin embargo, la amplitud original de las fuentes y el orden de las mismas no podrán identificarse (no se podrá identificar a priori qué señal corresponde a qué fuente). Por lo tanto, la matriz  $\mathbf{W}$  tiene la forma  $\mathbf{W} = \mathbf{DPA}^{-1}$ , donde  $\mathbf{P}$  es una matriz de permutación, y  $\mathbf{D}$  es una matriz diagonal.

La matriz  $\mathbf{W}$  puede estimarse, si existe, si consideramos la suposición de que las fuentes son procesos o fenómenos físicos que producen señales estadística y mutuamente independientes o mutuamente descorrelacionadas. Las técnicas principales para encontrar la matriz inversa se basan en estadísticas de alto orden (HOS, por sus siglas en inglés: Higher-order Statistics) o estadísticas de segundo orden (SOS, por sus siglas en inglés: Second-order Statistics). La técnica llamada Análisis de Componentes Independientes (Independent Component Analysis (ICA), por sus siglas en inglés: Independent Component Analysis) corresponde a las metodologías que utilizan Higher-order Statistics (HOS). Algunos ejemplos de las metodologías HOS los encontramos en Hyvarinen (1999); Cardoso y Souloumiac (1993); Bell y Sejnowski (1995). Los métodos de Second-order Statistics (SOS) utilizan la estructura en el tiempo, que puede caracterizarse por matrices de covarianzas, lo que permite utilizar métodos basados en descomposición de eigenvalores para lograr la separación. Como ejemplo podemos mencionar el algoritmo AMUSE (Tong *et al.* (1991)). Otras metodologías utilizan el promedio de la eigen-estructura al realizar combinaciones lineales de varias matrices de covarianza con retardo. Este es el caso de SOBI (Belouchrani *et al.* (1997)) y el SONS (Choi y Cichocki (2000)). El problema de BSS se torna aún más difícil cuando las observaciones están con-

taminadas con ruido aditivo. Algunos trabajos relacionados para resolver esta cuestión se reportan en Choi y Cichocki (2000), Cardoso y Pham (2004), Douglas *et al.* (1998), Vorobyov y Cichocki (2002). Varias aplicaciones recientes de este problema, en el análisis de señales biomédicas, se muestran en Hesse (2008); Romo Vázquez *et al.* (2012); Crespo-Garcia *et al.* (2008).

En la realidad, la matriz de mezclado y las fuentes son completamente desconocidas. Sin embargo, si se tiene conocimiento a priori del problema sabiendo con seguridad que las fuentes son estadísticamente independientes, se puede realizar cualquier prueba de independencia para comprobar si los componentes estimados son realmente independientes entre sí, ya que las metodologías pueden converger a mínimos locales, en especial aquellas que no utilizan la operación de pre-blanqueo. De manera similar, podemos comprobar si las fuentes estimadas son espacio-temporal descorrelacionados o si las fuentes son suficientemente esparcidas. Finalmente, en ocasiones tampoco es conocido si las fuentes son componentes independientes, lo que nos motiva al uso de la coherencia en el problema de BSS.

## 1.1. Motivación

En este trabajo utilizamos la función coherencia para comprobar que realmente los componentes estimados están descorrelacionados en el dominio de la frecuencia, en donde se pueden observar los anchos de banda de las fuentes estimadas que todavía están correlacionadas.

La coherencia ha sido utilizada anteriormente en el problema de BSS de mezclas convolutivas (Fancourt y Parra (2001)), y en el problema no-lineal de BSS (Oku y Sano (2003)). Por un lado, en Fancourt y Parra (2001) se usó la coherencia como función de optimización, combinada con un algoritmo tipo gradiente, para la recuperación de las fuentes, presentando experimentos sólo para dos fuentes. Por otro lado, en Oku y Sano (2003) se usó la coherencia solamente para compensar la distorsión en los componentes recuperados. Sin embargo, la coherencia no ha sido utilizada en el contexto que nosotros proponemos en este trabajo.

En el segundo capítulo presentamos un algoritmo para resolver el caso de BSS de mezclas instantáneas mediante el uso de la función coherencia como criterio de optimización. Es conocido que, para fuentes gaussianas independientes e idénticamente distribuidas (Independent and identically distributed (iid), por sus siglas en inglés: Independent and identically distributed), el problema de BSS no tiene solución (Darmois (1953), Cardoso *et al.* (2002), Yeredor (2011)). Sin embargo, como segunda contribución proponemos, en el tercer capítulo, un segundo algoritmo en el que maximizamos la varianza de las observaciones para recuperar los componentes independientes gaussianos iid. En el cuarto capítulo, presentamos un algoritmo basado en la función coherencia para resolver el problema de BSS con ruido. En el último capítulo, presentamos unos avances del problema de BSS convolutivo. Finalmente concluimos con resultados, discusión, y conclusión por cada capítulo.

## Capítulo 2. La función coherencia en separación ciega de fuentes de mezclas instantáneas lineales

En este capítulo proponemos varios algoritmos que minimizan una función de costo, basada en la coherencia, para resolver los problemas de BSS de mezclas instantáneas, de mezclas instantáneas gaussianas iid y de mezclas instantáneas con ruido.

### 2.1. Introducción

El problema de la Blind Source Separation (BSS) hace referencia al problema de la "fiesta de cocteles". El escenario de la fiesta de cocteles consiste en una conversación entre dos personas dentro de un cuarto, el cual cuenta con dos micrófonos, situados en diferentes ubicaciones, que graban simultáneamente la conversación. De esta manera los micrófonos proveen dos señales de tiempo que llamaremos  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$ , en la cual cada una de estas señales capturadas es una suma ponderada de las fuentes o voces de los locutores,  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ . Este fenómeno puede expresarse mediante la siguiente ecuación lineal:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= as_1(t) + bs_2(t), \\ x_2(t) &= cs_1(t) + ds_2(t), \end{aligned} \tag{2}$$

en donde  $a, b, c,$  y  $d$  son parámetros de atenuación de la señal que dependen de la distancia que hay entre los micrófonos y los locutores. El objetivo es centrar nuestra atención en lo que dice un locutor o bien, desde otro punto de vista, recuperar la conversación de cada individuo o fuente,  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ , utilizando solamente las grabaciones adquiridas,  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$ . Por simplicidad de análisis en el modelo (2) omitiremos cualquier retardo u otro factor. Este esquema se llama modelo de mezclas instantáneas y puede representarse por la siguiente ecuación matricial:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t), \quad t = 1, 2, \dots, \tag{3}$$

en donde  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector que contiene los datos observados,  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de las fuentes desconocidas ( $n \geq m$ ),  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es una matriz desconocida de rango pleno que modela el proceso de mezclado de las fuentes, y  $t$  es el índice del tiempo. El



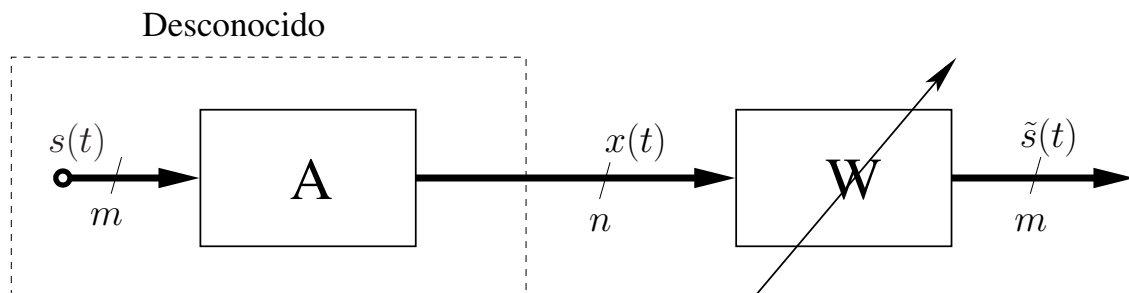
problema de separación ciega de fuentes consiste en identificar la matriz  $A$ , o su pseudo-inversa  $W = A^+$ , de tal manera que se puedan estimar las señales originales, usando solamente la información estadística contenida en las observaciones  $x(t)$ .

En el análisis de la separación ciega de fuentes es necesario realizar algunas suposiciones sobre las fuentes y sobre el sistema de mezclado. Durante todo el capítulo se utilizarán las siguientes suposiciones:

1. La matriz  $A$  es de rango pleno  $m$ .
2. Las fuentes  $s(t)$  son señales estacionarias con media cero.
3. Las fuentes  $s(t)$  son señales mutuamente descorrelacionadas.

donde  $s(t) = (s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t))^T$ . El primer punto hace referencia a que el sistema mezclador tiene un número  $m$  de fuentes. Por simplicidad de análisis, en nuestro trabajo el número de sensores y de fuentes es igual,  $n = m$ . El punto dos y tres nos indican las propiedades estadísticas de las fuentes.

Para resolver el problema de la separación ciega de fuentes es necesario estimar la matriz pseudo-inversa  $W$ , para posteriormente calcular su inversa  $A$ . La estimación de las fuentes se obtiene al aplicar la transformación lineal  $s = Wx$ .



**Figura 1: Esquema general de la separación ciega de fuentes**

Los componentes recuperados tendrán algunas ambigüedades, de las cuales una está asociada a la varianza o la energía de las fuentes. Es decir, no se podrá conocer el valor real de la amplitud de la señal proveniente de las fuentes. Otra ambigüedad está relacionada con el orden en el cual se recuperan las fuentes: no es posible conocer cuál

señal se recuperará en un canal. Un ejemplo claro sería que en el problema de la separación de los dos locutores, el locutor  $s_1$  aparezca en el canal  $\tilde{s}_2$  y el locutor  $s_2$  aparezca en el canal recuperado  $\tilde{s}_1$ . Sin embargo, si es posible conocer a priori las características de la distribución de las fuentes, entonces se puede realizar una selección posterior con base en ello. La última ambigüedad se relaciona con el signo con el que las fuentes son recuperadas. En este caso es posible que la señal esté invertida, en el sentido de que sea negativa con respecto a la fuente original; es decir,  $\tilde{s}_1 = -s_1$ . De esta manera  $s(t)$  y el estimado  $\tilde{s}(t)$  mantienen una relación de preservación de forma de onda (Tong *et al.* (1991)), como se muestra en la siguiente ecuación:

$$\tilde{s}(t) = \varepsilon \Lambda \mathbf{P} s(t), \quad (4)$$

donde  $\Lambda$  es una matriz diagonal no-singular,  $\mathbf{P}$  es una matriz de permutación y  $\varepsilon$  es una matriz diagonal con valores  $\pm 1$  a lo largo de su diagonal.

Tener este tipo de ambigüedades es aceptable, ya que ello no supone una pérdida de información en la metodología de separación ciega de fuentes, debido a que en la mayoría de las aplicaciones, la información de las fuentes está contenida en la forma de onda de las señales. Aún más, es por eso que de esta manera es fácilmente permitido suponer que las varianzas de las fuentes son unitarias ya que, en principio, no supone pérdida de información. Sin embargo, como lo veremos más adelante, cuando no hay información de correlación temporal o información de gaussianidad que aporte a la separación de las metodologías, veremos que la información de la varianza proporcionada por la matriz de mezclado puede aportar la información necesaria para recuperar las fuentes.

### 2.1.1. Pre-procesamiento

En BSS existen dos operaciones de pre-procesamiento que facilitan encontrar el sistema inverso. Estas operaciones son el centrado y el pre-blanqueo (Cichocki y Amari (2002)). Dado que se requieren señales con media cero, sin perder generalidad de resultados, se puede remover la media de las observaciones. A esta operación se le llama comúnmente centrado y se realiza al remover la media del vector de observación,  $\bar{\mathbf{x}} = E\{\mathbf{x}\}$ , de manera que  $\mathbf{x}$  sea una variable con media cero (p. 130).

### 2.1.1.1. Pre-blanqueo

La matriz inversa,  $\mathbf{W}$ , podría encontrarse realizando una búsqueda exhaustiva, en la cual se necesitan estimar  $m^2$  parámetros. Sin embargo, es posible reducir el problema considerablemente si se aplica una transformación de pre-blanqueo a los datos observados. La operación de pre-blanqueo siempre es realizable dado que, por hipótesis, la matriz  $\mathbf{A}$  es de rango pleno. Entonces, siempre es posible aplicar una transformación lineal al vector  $\mathbf{x}(t)$  de tal manera que el nuevo vector obtenido sea blanco desde el punto de vista de las propiedades estadísticas del nuevo vector obtenido. Los nuevos componentes están descorrelacionados y sus varianzas son igual a la unidad. En otras palabras, la matriz de covarianza del nuevo vector,  $\mathbf{y}(t)$ , es igual a la matriz identidad:

$$E\{\mathbf{y}\mathbf{y}^T\} = \mathbf{I}, \quad (5)$$

Finalmente, la transformación se obtiene de la siguiente manera:

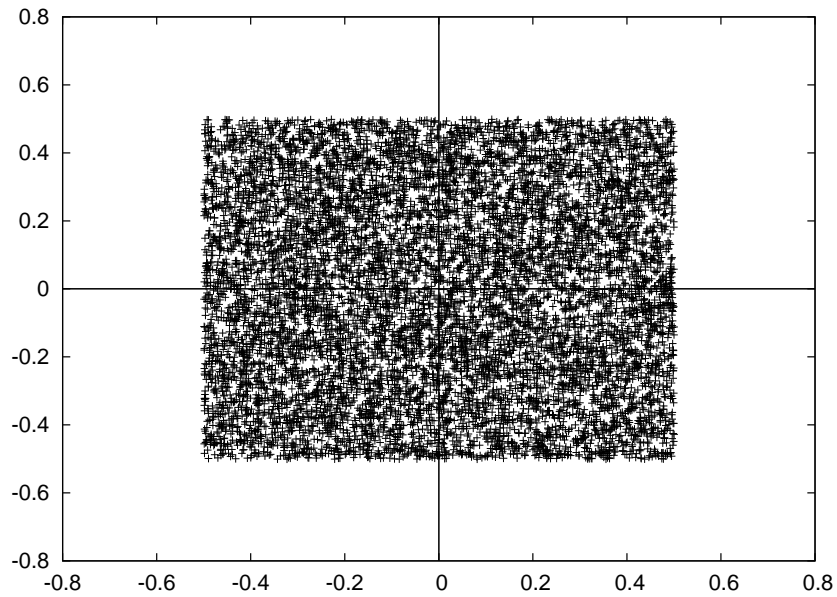
$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{V}\mathbf{x}(t), \quad (6)$$

donde la matriz  $\mathbf{V} = \mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{E}^T$ .  $\mathbf{E}$  se obtiene mediante la descomposición de eigenvectores de la matriz de covarianza de las observaciones  $\mathbf{C}_x = E\{\mathbf{x}\mathbf{x}^T\}$ , y  $\mathbf{D} = \text{diag}(d_1..d_m)$  es una matriz diagonal formada con los eigen-valores de  $\mathbf{C}_x$ .

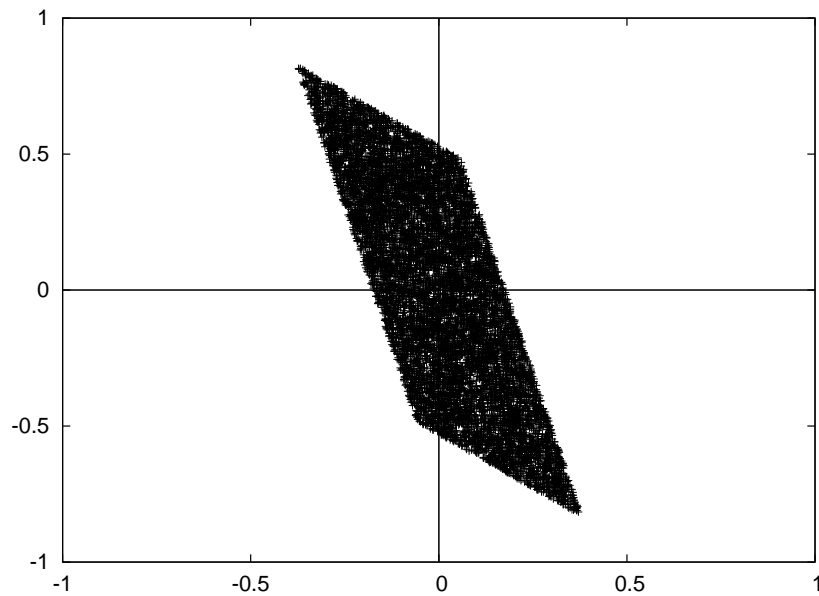
Al sustituir(3) en (6) tenemos

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{V}\mathbf{A}\mathbf{s}(t). \quad (7)$$

La importancia del pre-blanqueo reside en que la nueva matriz de mezclado,  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{V}\mathbf{A}$ , es ortogonal. Debido a que una matriz ortogonal tiene  $m(m-1)/2$  grados de libertad, el pre-blanqueo reduce el número de incógnitas por encontrar a  $m(m-1)/2$ . En la Figura 2 se muestra una distribución de dos componentes independientes con distribuciones uniformes. En la Figura 3 se observa la distribución de la mezcla de las fuentes. La distribución de los datos pre-blanqueados se muestra en la Figura 4. Se observa que la Figura 4 está rotada con respecto a la Figura 2.



**Figura 2:** Distribución conjunta de dos componentes independientes con distribuciones uniforme,  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ .



**Figura 3:** Distribución conjunta de las observaciones  $x_1(t)$  y  $x_2(t)$ .

### 2.1.2. Factor de rotación

El pre-blanqueo no es una condición suficiente para recuperar las fuentes. Aun queda un factor de rotación ortogonal para recuperar los componentes. Finalmente, el problema de separación ciega se reduce al problema de encontrar una matriz de rotación ortogonal

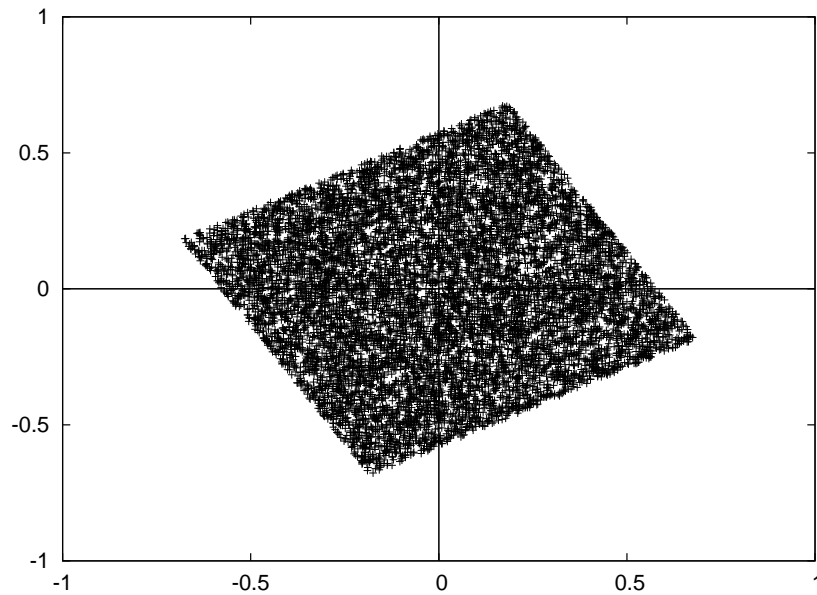


Figura 4: Distribución conjunta de las mezclas pre-blanqueadas  $y_1(t)$  y  $y_2(t)$ .

R. El vector con los componentes estimados por consiguiente es

$$\tilde{s}(t) = \mathbf{R}\mathbf{V}\mathbf{A}s(t), \quad (8)$$

donde  $\mathbf{R}\mathbf{V} = \mathbf{W}$ , y  $\tilde{s}(t)$  es el estimado de  $s(t)$ ,

$$\tilde{s}(t) = \mathbf{R}\mathbf{V}\mathbf{x}(t). \quad (9)$$

El esquema general de la separación ciega de fuentes basado en rotaciones se muestra en la Figura 5.

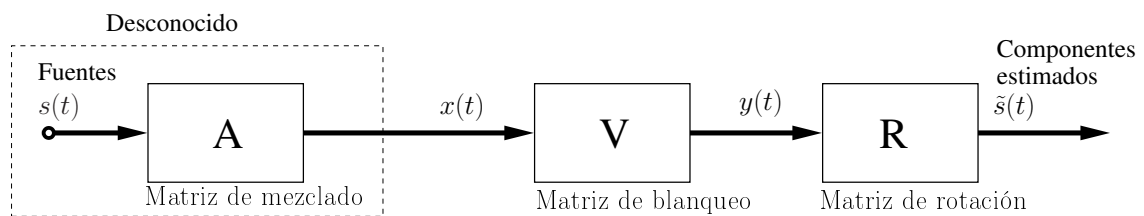


Figura 5: Esquema general de la separación ciega de fuentes basado en rotaciones.

La matriz ortogonal  $\mathbf{R}$ , o matriz de rotación, puede componerse del producto de varias matrices Givens  $R(i, j, \theta_{ij}) \in \mathbb{R}^{m \times m}$ , definida para  $i < j$ ,

$$R(i, j, \theta_{ij}) = \begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \cos & \cdots & \text{sen} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & -\text{sen} & \cdots & \cos & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix} \begin{matrix} \\ \\ i \\ \\ j \\ \\ \end{matrix} \quad (10)$$

$i \qquad j$

donde  $\cos = \cos(\theta_{ij})$  y  $\text{sen} = \text{sen}(\theta_{ij})$  aparecen en la intersección de las  $i$ -ésima y  $j$ -ésima fila y columna (Anderson (2000)). Ésto representa que se ha dado una rotación de  $\theta_{ij}$  radianes en el plano  $(i, j)$ . Existe una rotación para cada par  $(i, j)$ , bajo la consideración de que  $1 \leq i < j \leq m$ . El número de ángulos de rotación en un sistema  $\mathbb{R}^{m \times m}$  es  $M = m(m - 1)/2$ . De esta manera podemos observar que los componentes estimados son dependientes del vector de ángulos de rotación  $\theta$  de la siguiente manera:

$$\tilde{\mathbf{s}}(\theta) = \mathbf{R}(\theta) \mathbf{V}_{\mathbf{x}}(t), \quad (11)$$

$$\tilde{\mathbf{s}}(\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M) = R_1(\theta_1) R_2(\theta_2) \dots R_M(\theta_M) \mathbf{V}_{\mathbf{x}}(t), \quad (12)$$

donde  $\theta = [\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M]$  y  $\mathbf{R}(\theta) = R_1(\theta_1) R_2(\theta_2) \dots R_M(\theta_M)$ . De esta manera se aplican rotaciones en las diferentes direcciones  $(i, j)$  hasta que la función de costo seleccionada haya sido minimizada.

## 2.2. Método Propuesto

### 2.2.1. La coherencia en el modelo de fuentes ciegas

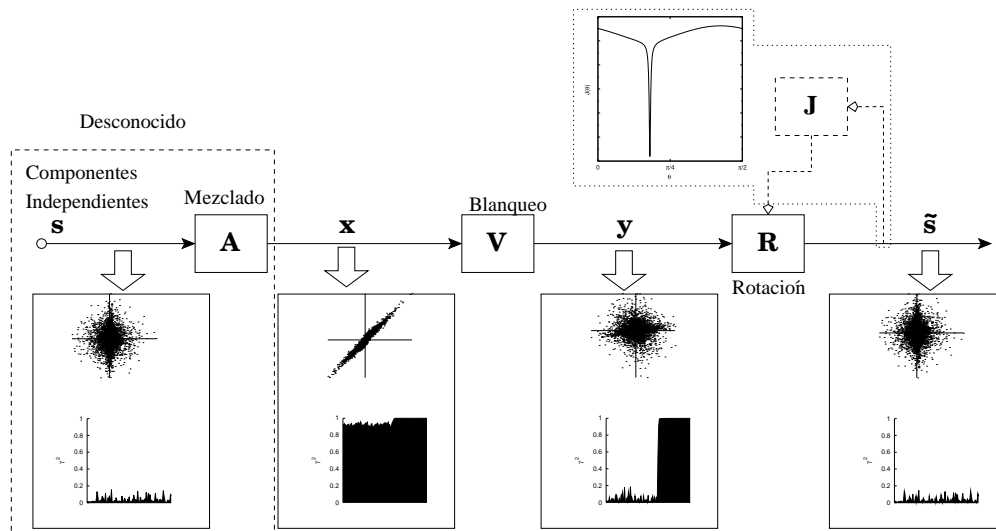
El resultado encontrado en el trabajo de Carter (1972) nos indica que la coherencia entre dos procesos que son independientes o descorrelacionados con media cero es cero.

Este resultado implica que podremos estimar las fuentes originales aplicando rotaciones,  $R$ , hasta que la coherencia entre los componentes recuperados sea mínima o cero.

La coherencia está dada por

$$|\gamma_{xy}(f)|^2 = \frac{|P_{xy}(f)|^2}{P_{xx}(f)P_{yy}(f)}, \quad (13)$$

donde  $x(t)$  y  $y(t)$  son dos series de tiempo estacionarias con espectros de potencia  $P_{xx}(f)$  y  $P_{yy}(f)$  respectivamente, y con espectro cruzado de potencia  $P_{xy}(f)$ . El esquema general de la metodología propuesta se muestra en la Figura 6. En ella se ilustra el flujo de los datos y las transformaciones pertinentes para recuperar las fuentes. También se muestra la coherencia y las distribuciones bidimensionales para cada serie de datos en cada paso de la estimación de los componentes independientes.



**Figura 6:** Esquema general de la separación ciega de fuentes para mezclas instantáneas usando la coherencia como criterio de optimización.

## 2.2.2. La coherencia en el sistema global

La matriz del sistema global es la transformación que combina a los sistemas separador y mezclador,  $G = WA = RVA$ . La matriz global será una matriz identidad con las posibles ambigüedades de permutación, amplitud y signo. El sistema global, el cual se representa en la Figura 7 para  $m = 2$ , puede representarse por el siguiente sistema de

ecuaciones:

$$\begin{aligned}\tilde{s}_1(t) &= g_{11}s_1(t) + g_{12}s_2(t), \\ \tilde{s}_2(t) &= g_{21}s_1(t) + g_{22}s_2(t),\end{aligned}\quad (14)$$

La coherencia de las señales a la salida del sistema global la podemos analizar mediante

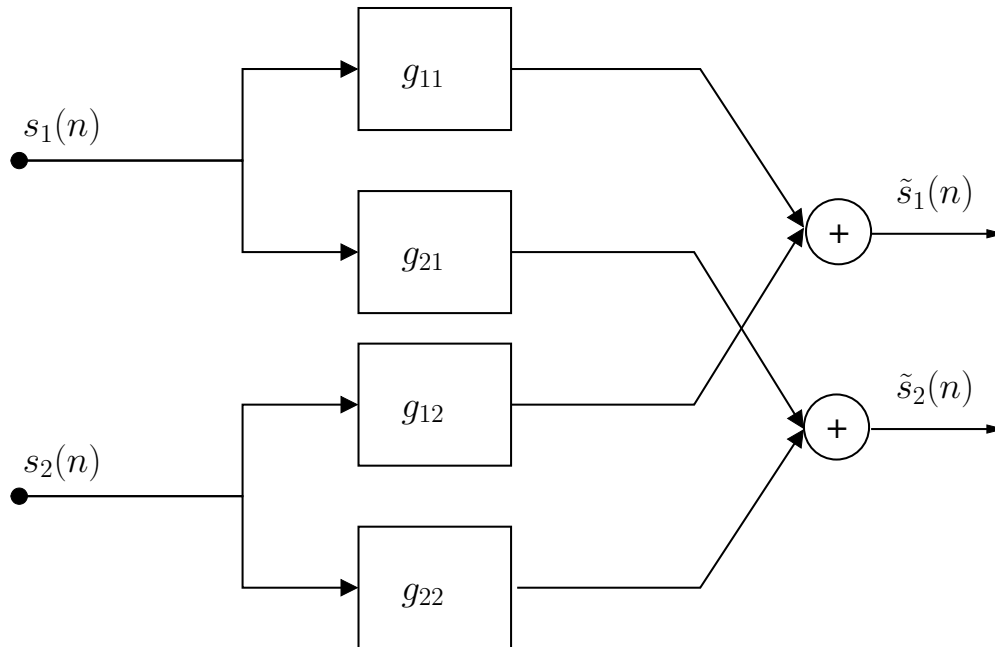


Figura 7: Diagrama de bloques del sistema global de mezclas instantáneas para  $m = 2$ .

las siguientes ecuaciones

$$P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_1}(f) = |g_{11}|^2 P_{s_1s_1}(f) + |g_{12}|^2 P_{s_2s_2}(f), \quad (15)$$

$$P_{\tilde{s}_2\tilde{s}_2}(f) = |g_{21}|^2 P_{s_1s_1}(f) + |g_{22}|^2 P_{s_2s_2}(f), \quad (16)$$

$$P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_2}(f) = g_{11}g_{21}P_{s_1s_1}(f) + g_{22}g_{12}P_{s_2s_2}(f), \quad (17)$$

sustituyendo (15), (16), (17) en (13) tenemos

$$|\gamma_{\tilde{s}_1\tilde{s}_2}(f)|^2 = \frac{(g_{11}g_{21})^2 P_{s_1s_1}^2(f) + (g_{22}g_{12})^2 P_{s_2s_2}^2(f)}{[g_{11}^2 P_{s_1s_1}(f) + g_{21}^2 P_{s_2s_2}(f)][g_{22}^2 P_{s_1s_1}(f) + g_{12}^2 P_{s_2s_2}(f)]}. \quad (18)$$

Analizando la ecuación anterior podemos observar que la estimación de la coherencia depende de la relación implícita que existe entre las fuentes originales. Debido a que por definición  $G$  es una matriz diagonal, el numerador de la ecuación (18) es cero e implica



que la coherencia es cero.

### 2.2.3. Función de costo

La función de costo que proponemos en ésta sección es el promedio de la coherencia entre todos los pares de vectores  $(l, k)$  de  $\tilde{s}$ , básicamente la misma propuesta por Fancourt y Parra (2001) a excepción de unos coeficientes que agregamos para mantener la función de costo acotada entre  $[0, 1]$ . Podemos definir a  $\Gamma_{\tilde{s}}$  como la matriz de la coherencia promedio entre todos los pares de vectores de  $\tilde{s}$  de la siguiente manera

$$\Gamma_{\tilde{s}} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f_K} \sum |\gamma_{\tilde{s}_1 \tilde{s}_1}(f)|^2 & \frac{1}{f_K} \sum |\gamma_{\tilde{s}_1 \tilde{s}_2}(f)|^2 & \cdots & \frac{1}{f_K} \sum |\gamma_{\tilde{s}_1 \tilde{s}_m}(f)|^2 \\ \frac{1}{f_K} \sum |\gamma_{\tilde{s}_2 \tilde{s}_1}(f)|^2 & \frac{1}{f_K} \sum |\gamma_{\tilde{s}_2 \tilde{s}_2}(f)|^2 & \cdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{1}{f_K} \sum |\gamma_{\tilde{s}_m \tilde{s}_1}(f)|^2 & \cdots & \cdots & \frac{1}{f_K} \sum |\gamma_{\tilde{s}_m \tilde{s}_m}(f)|^2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

donde  $f_k$  es el número de frecuencias (tamaño) de la coherencia.

De acuerdo a las propiedades de la coherencia, tenemos que  $|\gamma_{\tilde{s}_l \tilde{s}_k}(f)|^2 = |\gamma_{\tilde{s}_k \tilde{s}_l}(f)|^2$  para  $1 \leq l < k \leq m$ , por lo que es irrelevante volver a calcular el término en donde los subíndices  $(l, k)$  están cambiados. Además, la coherencia de una señal consigo misma siempre es uno,  $|\gamma_{\tilde{s}_l \tilde{s}_k}(f)|^2 = 1$  para toda  $l = k$ ,  $f = 1, 2, \dots, f_K$ . En este caso, ésto no aporta información para encontrar  $\mathbf{W}$  y por lo tanto no es necesario agregar este término en la función de costo. De esta manera encontramos que  $\Gamma_{\tilde{s}}$  es una matriz simétrica y además, la independencia mutua entre las fuentes implica que  $\Gamma_{\tilde{s}}$  es una matriz diagonal. Finalmente, buscaremos minimizar los términos de la matriz triangular superior o inferior de  $\Gamma_{\tilde{s}}$ . La función de costo queda de la siguiente manera:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{M} \sum_{l,k} \sum_{f=0}^{f_k} \frac{1}{f_k} |\gamma_{\tilde{s}_l \tilde{s}_k}(f)|^2, \quad (20)$$

para  $1 \leq l < k \leq m$ , donde  $f_k$  es la longitud del espectro de potencia de los vectores de  $\tilde{s}$  y  $M$  es el número de ángulos de rotación.  $1/M$  y  $1/f_k$  se agregan a la función de costo para normalizarla, estando así contenida entre  $[0, 1]$ .

### 2.2.3.1. Superficie de optimización

La acción de pre-blanqueo nos permitirá, mediante rotaciones, buscar el mínimo en una superficie  $J$  limitada en un espacio de  $\frac{\pi}{2}$  radianes. A continuación mostramos unos ejemplos. Para  $m = 2$  vemos que  $J$  forma una función con un solo mínimo (cf. Figura 8). Para  $m = 3$  se muestran dos ejemplos, Figuras 9 y 10, en donde el número de variables a optimizar es 3, es decir  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ . Sin embargo, para poder visualizar hemos reducido su dimensión al hacer  $\theta_3 = 0$ . De esta manera, se puede observar una superficie de búsqueda con un mínimo. La acción de blanqueo nos permitirá realizar una búsqueda

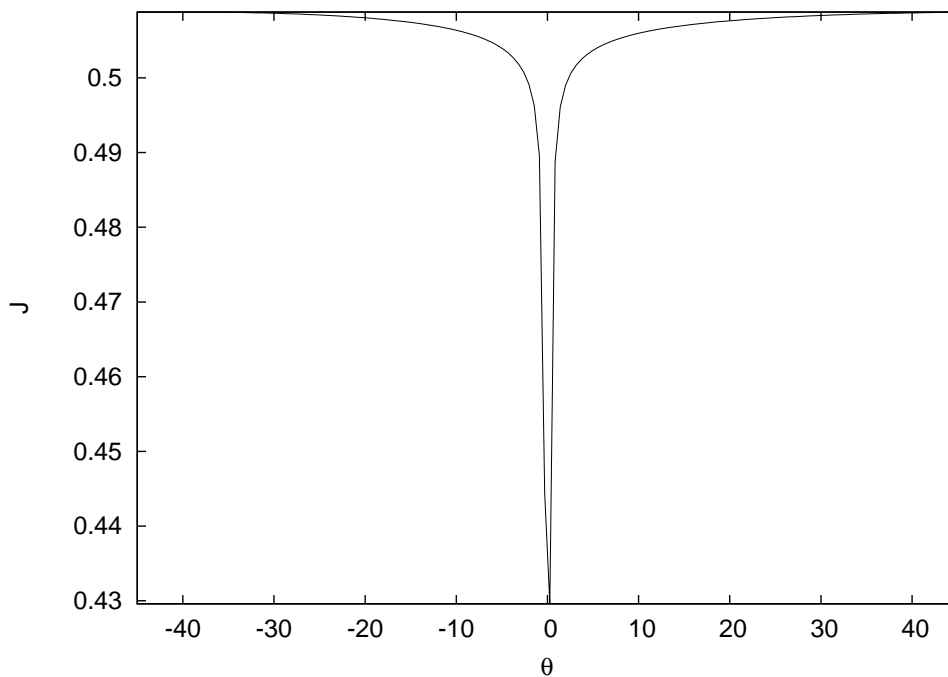


Figura 8: Función de costo de fuentes Gaussianas coloreadas.  $m = 2$ .

en la que nos encontraremos con una función de dimensión  $m + 1$  en el que contiene un mínimo global.

### 2.2.4. Heurística de optimización

El Algoritmo 1 muestra el pseudo-código de nuestro algoritmo de separación ciega basado en la coherencia con la heurística de optimización de recocido simulado (Kirkpatrick *et al.* (1983)) donde  $\mathbf{x}$  es el vector de observación;  $E$  es la esperanza; y

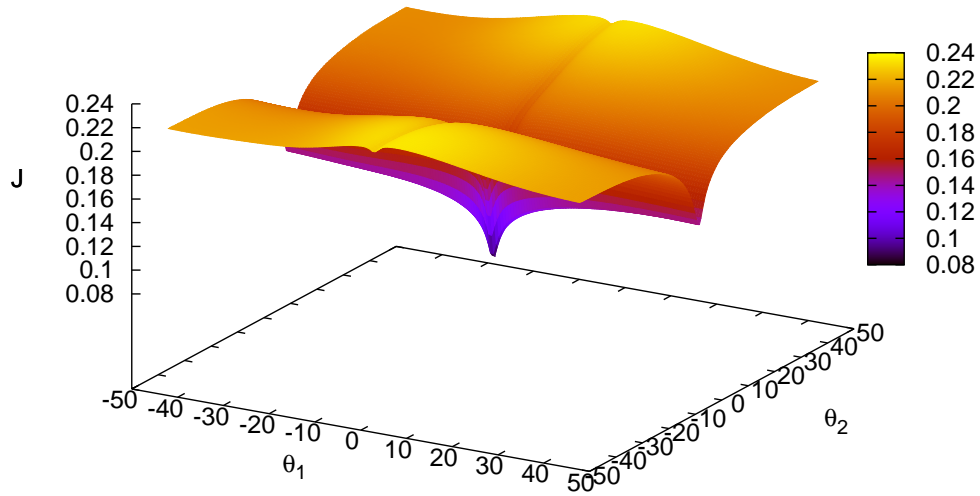


Figura 9: Superficie del costo  $J$  para las fuentes gaussianas coloreadas.

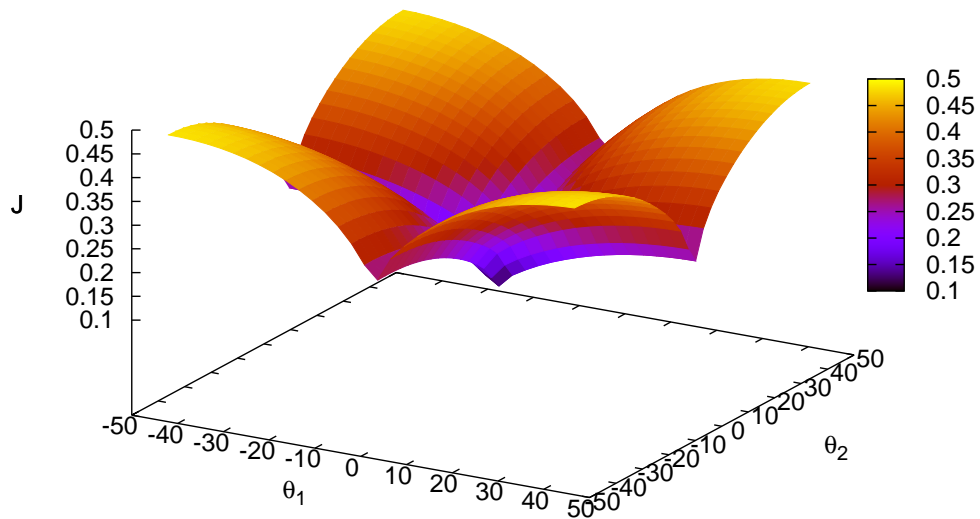


Figura 10: Superficie del costo  $J$  para las fuentes Speech4.mat (ICALAB web page).  $m = 3$ .  $\theta_3 = 0$ .

es el vector preblanqueado;  $V$  es la matriz de pre-blanqueo;  $\theta_0 = (\theta_1, \dots, \theta_M)$  es una solución inicial propuesta;  $MaxIter$  es el número máximo de iteraciones;  $IniTem$  es el

valor inicial de temperatura; *ReannealInterval* es el intervalo de recocido; *TemFcn* es la función utilizada para actualizar el calendario de temperatura; *fitness* es la función de costo (20); *simulannealbnd* es la función de recocido simulado de Matlab que evalúa la función de costo con los parámetros pertinentes al método recocido simulado;  $\theta^*$  es la solución óptima encontrada;  $J$  es el valor del costo; y  $\tilde{s}$  son los componentes independientes recuperados. Aunque el espacio de búsqueda es de magnitud  $\frac{\pi}{2}$ , hay que tomar

---

**Algorithm 1** Algoritmo de BSS basado en la coherencia con recocido simulado

---

**Entrada:** vector de mediciones  $\mathbf{x}$

**Salida:** vector estimado  $\tilde{s}$

1:  $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$

2:  $\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{V}\mathbf{x}$

3:  $\theta \leftarrow \theta_0$

4: **mientras**  $Iter \leq MaxIter$  **hacer**

5:      $[\theta^*, J] \leftarrow simulannealbnd(fitness, \mathbf{y}, \theta, IniTem, ReannealInterval, TemFcn)$

6: **fin mientras**

7: **devolver**  $\theta^*$

8:  $\tilde{s} \leftarrow \mathbf{R}(\theta^*)\mathbf{V}\mathbf{x}$

---

en consideración que es posible que limitar los espacios de búsqueda entre  $[0, \frac{\pi}{2}]$  podría no llevar a la solución óptima. Un ejemplo claro es el caso en que el mínimo se encuentra en el ángulo  $-\frac{\pi}{16}$ . La ventaja de los métodos de optimización heurísticos, de tener la probabilidad de salirse de mínimos locales, está en compromiso con la desventaja de su largo tiempo de procesamiento que requiere para llegar a una solución. Es por ésto que, para agilizar los resultados, hemos desarrollado otro algoritmo basándonos en el método de la sección dorada (Vajda (2007)) adaptado para el caso multi-variable, el cual reduce el tiempo de procesamiento considerablemente. Cabe notar que ésto es posible dado que el pre-blanqueo de los datos genera una superficie con un mínimo. El pseudo-algoritmo de esta metodología se muestra en el Algoritmo 2, donde  $\theta_{min}$  y  $\theta_{max}$  son los límites inferior y superior del espacio de búsqueda del algoritmo;  $\mathbf{I}$  es la matriz identidad;  $\mathbf{R}$  es la matriz de rotación en la dirección  $(i, j)$ ;  $\mathbf{R}_{old}$  es la matriz de rotación actualizada;  $a_0$  y  $b_0$  son los nuevos límites de la iteración;  $a_1$  y  $b_1$  son las nuevas secciones (nuevos ángulos);  $J_{eval}$  es la función de costo que evalúa la coherencia entre los vectores  $i$  y  $j$  en los nuevos puntos  $a_1$  o  $b_1$  con resolución espectral  $a$ .  $tol$  es la longitud de la mínima sección de búsqueda en radianes;  $J_{a_1}$  y  $J_{b_1}$  son el costo obtenido de evaluar en los puntos (grados)  $a_1$  y  $b_1$  respectivamente;  $\rho$  es el número de oro;  $\mathbf{W}$  es el sistema inverso; y  $\tilde{s}$  son los componentes

independientes recuperados.

---

**Algorithm 2** Algoritmo de BSS basado en la coherencia con método de sección dorada multivariable

---

**Entrada:** vector de mediciones  $\mathbf{x}$

**Salida:** vector estimado  $\tilde{\mathbf{s}}$

```

1:  $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x} - E(\mathbf{x})$ 
2:  $\mathbf{y} \leftarrow \mathbf{V}\mathbf{x}$ 
3:  $a_0 \leftarrow \theta_{min} \leftarrow -\pi/4; b_0 \leftarrow \theta_{max} \leftarrow \pi/4$ 
4:  $\mathbf{R}_{old} \leftarrow \mathbf{R} \leftarrow \mathbf{I}$ 
5: para  $kk = 1 : MaxIter$  hacer
6:   para  $i = 1 : m - 1$  hacer
7:     para  $j = i + 1 : m - 1$  hacer
8:        $a_1 \leftarrow a_0 + \rho(b_0 - a_0)$ 
9:        $b_1 \leftarrow a_0 + (1 - \rho)(b_0 - a_0)$ 
10:       $[\mathbf{y}_{a_1}, J_{a_1}] \leftarrow J_{eval}(a_1, \mathbf{y}, i, j, a)$ 
11:       $[\mathbf{y}_{b_1}, J_{b_1}] \leftarrow J_{eval}(b_1, \mathbf{y}, i, j, a)$ 
12:       $\theta_{dif} \leftarrow |a_1 - b_1|$ 
13:      mientras  $\theta_{dif} \geq tol$  hacer
14:         $Eval \leftarrow Eval + 1$ 
15:        si  $J_{a_1} < J_{b_1}$  entonces
16:           $b_0 \leftarrow b_1; b_1 \leftarrow a_1; J_{b_1} \leftarrow J_{a_1}$ 
17:           $a_1 \leftarrow a_0 + \rho(b_0 - a_0)$ 
18:           $[\mathbf{y}_{a_1}, J_{a_1}] \leftarrow J_{eval}(a_1, \mathbf{y}, i, j, a)$ 
19:        si no

```

▷ Continua en la siguiente página

---

## 2.3. Experimentos, resultados y discusión

### 2.3.1. Criterio de desempeño

El desempeño en la separación de los componentes estimados puede medirse usando la medida razón señal-a-interferencia (SIR, por sus siglas en inglés: Signal-to-interference ratio) Cichocki y Amari (2002). Esta medida nos da la relación en decibelios de la razón de la magnitud de la señal con respecto a la del ruido de los componentes recuperados. Para realizar este cálculo se utilizan la matriz inversa estimada  $\mathbf{W}$  y la matriz  $\mathbf{A}$ . Se calcula la matriz global del sistema  $\mathbf{G}$  y se compara la cercanía con la matriz identidad  $\mathbf{I}$  (p. 161). Teóricamente, si la separación de los componentes es perfecta, la matriz  $\mathbf{G}$  es siempre una matriz identidad. Sin embargo, debido a las ambigüedades que son inherentes a la metodología de la separación ciega de fuentes, la matriz  $\mathbf{G}$  suele ser una matriz diagonal. La matriz  $\mathbf{G}$  se normaliza resolviendo las ambigüedades de escalamiento, permutación y

---

```

20:           $a_0 \leftarrow a_1; a_1 \leftarrow b_1; J_{a_1} \leftarrow J_{b_1}$ 
21:           $b_1 \leftarrow a_0 + (1 - \rho)(b_0 - a_0)$ 
22:           $[y_{b_1} J_{b_1}] \leftarrow J_{eval}(b_1, \mathbf{y}, i, j, a)$ 
23:      fin si
24:           $\theta_{dif} \leftarrow |a_1 - b_1|$ 
25:      fin mientras
26:      si  $J_{a_1} < J_{b_1}$  entonces
27:           $J \leftarrow J_{a_1}; \theta \leftarrow a_1; \mathbf{y} \leftarrow \mathbf{y}_{a_1}$ 
28:      si no
29:           $J \leftarrow J_{b_1}; \theta \leftarrow b_1; \mathbf{y} \leftarrow \mathbf{y}_{b_1}$ 
30:      fin si
31:           $R(i, i) = \cos(\theta)$ 
32:           $R(j, j) = \cos(\theta)$ 
33:           $R(i, j) = \sin(\theta)$ 
34:           $R(j, i) = -\sin(\theta)$ 
35:           $\mathbf{R} \leftarrow \mathbf{R} \times \mathbf{R}_{old}$ 
36:           $\mathbf{R}_{old} \leftarrow \mathbf{R}$ 
37:           $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ 
38:           $a_0 \leftarrow \theta_{min}; b_0 \leftarrow \theta_{max}$ 
39:      fin para
40:  fin para
41: fin para
42: devolver  $\mathbf{W} \leftarrow \mathbf{R}_{old}$ 
43:  $\tilde{\mathbf{s}} \leftarrow \mathbf{W}\mathbf{x}$ 

```

---

signo, el cual se puede realizar sencillamente a posteriori. De esta manera, el desempeño se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$SIR_A = -20 \log_{10} (\|g_i - u_i\|_2), \quad (21)$$

donde  $g_i$  es el  $i$ -ésimo renglón de la matriz global normalizada  $G$ , y  $u_i$  es el  $i$ -ésimo renglón de la matriz identidad  $I$ . En la literatura se encuentra que una separación satisfactoria se obtiene a partir de  $16_{dB}$ .

### 2.3.2. Separación de procesos estacionarios Gaussianos coloreados

Para comprobar el desempeño del algoritmo propuesto se realizó una comparación de la metodología propuesta contra otra metodología SOS (Second Order Blind Identification (SOBI)). El algoritmo propuesto fue programado en una rutina de Matlab e implementado en el toolbox ICALAB Cichocki *et al.* (2007). Se realizaron experimentos para dos y tres fuentes. Las fuentes  $s_1$ ,  $s_2$  y  $s_3$  se generaron al pasar ruido blanco gaussiano por un proceso Autoregressive–moving-average (ARMA) (butterworth de cuarto orden) con frecuencias de corte normalizadas de 0.4, 0.7 y 0.9, respectivamente. Las fuentes son procesos mutuamente descorrelacionados.

Metodología	Procesos Gaussianos coloreados- $SIR_{dB}$				
	2-fuentes			3-fuentes	
	$n_d$	$\mu$	$\sigma$	$\mu$	$\sigma$
SOBI		48.9	$3.9 \times 10^{-9}$	41.01	0.01
MSC-BSS	8	71.91	5.53	36.13	11.78
MSC-BSS	16	71.84	4.58	39.6	10.95
MSC-BSS	32	71.28	3.73	39.04	10.12

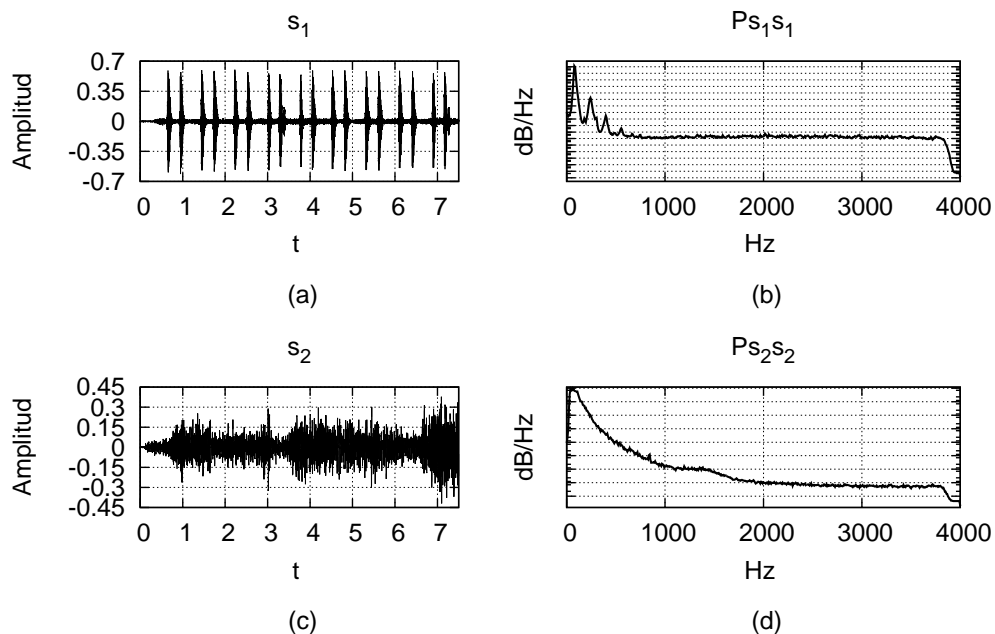
**Tabla 1: Resultados del análisis Montecarlo para fuentes gaussianas coloreadas.  $\mu$  y  $\sigma$  son la media y desviación estándar del SIR.  $n_d$  es el número de segmentos o promediaciones utilizados en la estimación de la coherencia.**

En la Tabla 1 se muestran los resultados para 50 simulaciones. En cada prueba se generó la matriz  $A$  con una distribución uniforme. La matriz  $W$  fue estimada usando el Algoritmo 1 y el desempeño de separación se obtuvo usando el índice SIR.

El desempeño del algoritmo propuesto es satisfactorio a pesar de que las fuentes son no estacionarias. Sin embargo, al aumentar a tres el número de fuentes se reduce el desempeño del algoritmo propuesto mientras que el desempeño del SOBI es mejor.

### 2.3.3. Separación de señales no estacionarias

En esta sección se muestra un ejemplo de mezclas de sonidos respiratorios y cardiacos. El propósito de esta sección es comprobar el desempeño del algoritmo cuando se utilizan señales no estacionarias. Sin embargo, no refleja una situación de un caso real. Las observaciones fueron tomadas de Gibbs (2000) y Lehrer (2002). Cada señal consta de 60,000 muestras capturadas a  $8000\text{Hz}$ . La Figura 11 muestra la serie de tiempo y densidad espectral de las fuentes.



**Figura 11:** a) Sonido cardiaco  $s_1$ . b)  $P_{s_1 s_1}$  densidad espectral de potencia del sonido cardiaco. c) Sonido respiratorio normal  $s_2$ . d)  $P_{s_2 s_2}$  densidad espectral de potencia del sonido respiratorio.

La Tabla 2 muestra el resultado para 50 experimentos. En cada experimento la matriz  $A$  fue generada aleatoriamente con una distribución uniforme. La matriz  $W$  fue estimada usando el algoritmo 1 y se obtuvo el índice de desempeño SIR. El desempeño del algoritmo propuesto es satisfactorio a pesar de que las fuentes son no estacionarias.



Metodología	$SIR_{dB}$		
	$n_d$	$\mu$	$\sigma$
SOBI		6.96954	5.1882
MSC-BSS	8	37.6332	0.013168
MSC-BSS	16	38.3169	0.017407
MSC-BSS	32	38.5438	0.018006

**Tabla 2: Resultado de la prueba Montecarlo usando dos fuentes no estacionarias.  $\mu$  y  $\sigma$  son la media y desviación estándar SIR.**

### 2.3.4. Un ejemplo real de separación de fECG

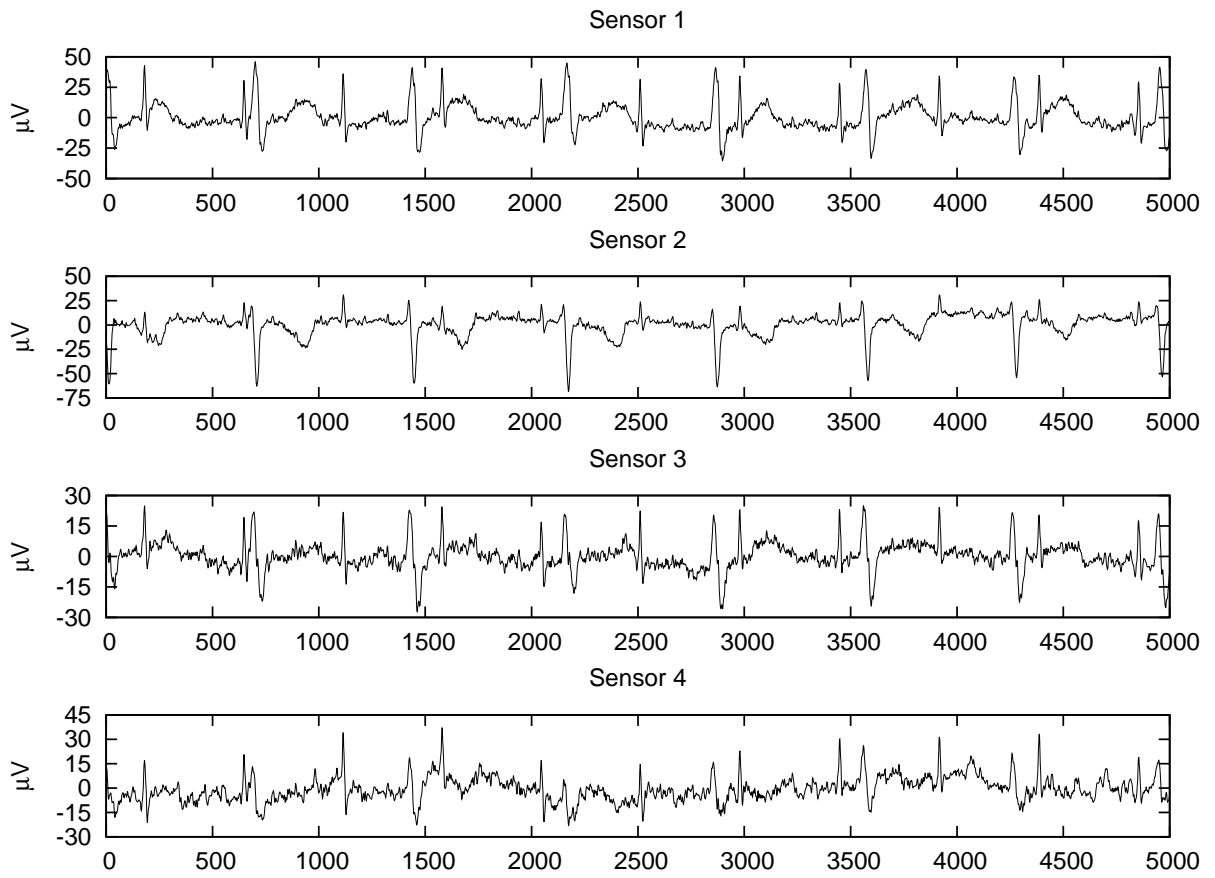
En esta sección mostramos la separación de fECG con datos reales, por medio del algoritmo propuesto 2. Los datos se obtuvieron de la base de datos *Abdominal and Direct Fetal Electrocardiogram Database*, que contiene grabaciones multicanal de electrocardiogramas fetales(fECG) Jezewski *et al.* (2012). Cada grabación se compone de cuatro señales diferenciales adquiridas del abdomen de la madre y además cuenta con el electrocardiograma fetal directo usado como referencia obtenido directamente de la cabeza del feto.

Información adicional sobre la adquisición y pre-procesamiento de las señales (Goldberger *et al.* (2000)):

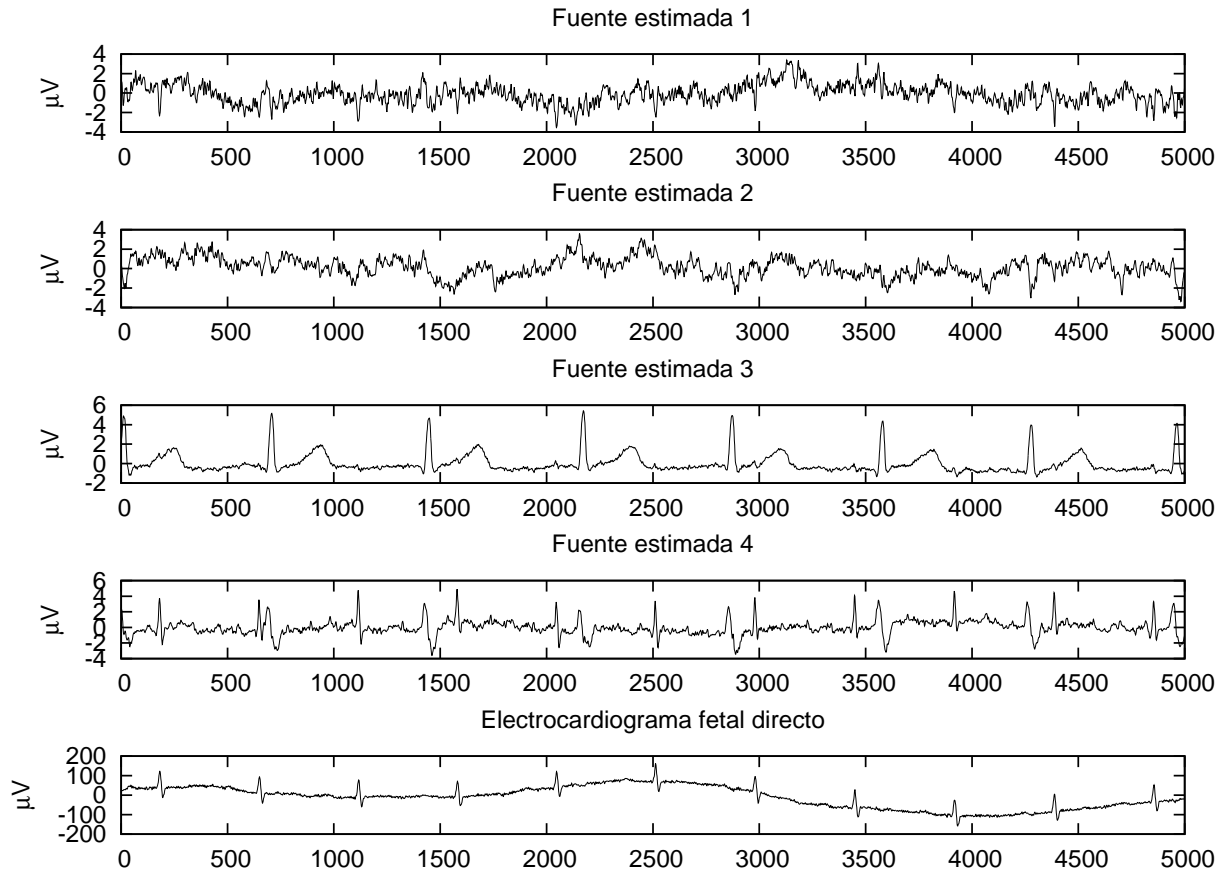
- Las señales fueron registradas durante el parto, entre 38 y 41 semanas de gestación.
- Cuatro señales adquiridas del abdomen materno.
- Electrocardiograma directo grabado simultáneamente desde la cabeza fetal.
- El posicionamiento de los electrodos fue constante durante todas las grabaciones.
- Los electrodos fueron de Ag-AgCl (3M Red Dot 2271).
- Se utilizó material abrasivo para mejorar la conductancia cutánea (3M Red Dot rasstro Prep 2236).
- El ancho de banda fue de 1 Hz - 150 Hz con un muestreo sincrónico de todas las señales.

- Se realizó un filtrado digital adicional para la eliminación de interferencias de la línea eléctrica (50 Hz) y deriva de referencia.
- Se utilizó una frecuencia de muestreo de 1 kHz.
- Resolución de 16 Bits.

La Figura 12 muestra 5000 muestras de los cuatro canales. Cada sensor proporciona una señal en la que el fECG y mECG están mezclados junto con otras señales indeseables. La Figura 13 muestra la salida del algoritmo propuesto 2. El electrocardiograma fetal directo se muestra para fines de comparación con la señal de fECG extraído. El estimado de la fuente 3 muestra la mECG mejorada y sin ruido. Las fuentes estimadas 1 y 2 muestran ruido de fondo o señales no deseadas. La fuente estimada 4 muestra en mayor medida la fECG pero todavía mezclada con el maternal Electrocardiogram (mECG). Debido a esto, se realiza un post-procesamiento basado en ondeletas para acondicionar la señal fetal Electrocardiogram (fECG) y eliminar la señal espuria mECG, tal como se muestra en Vigneron *et al.* (2003). Sin embargo, la BSS representa un primer paso muy importante en la mejora de las señales de fECG.



**Figura 12: Cuatro canales del ECG materno.**



**Figura 13:** Fuentes estimadas con el algoritmo propuesto 2 y fECG directo tomado de la cabeza del feto (señal inferior). La señal fetal directa se muestra con fines de comparación con la fECG estimada.

## Capítulo 3. La función coherencia en separación de señales gaussianas independientes e idénticamente distribuidas

En Darmois (1953) se determinó que el problema de separación de señales gaussianas iid no tiene solución. En este tipo de señales no existe información de gaussianidad, estacionalidad o correlación temporal que permita a las diferentes metodologías de HOS o SOS recuperar los componentes. Sin embargo, el recurso de la varianza es el único que podemos utilizar para realizar una separación.

Las señales gaussianas iid tienen la misma forma de densidad espectral de potencia,  $P_{s_1 s_1}(f) = P_{s_2 s_2}(f)$ . Por lo tanto, la ecuación (18) se reduce a la siguiente expresión

$$|\gamma_{\bar{s}_1 \bar{s}_2}(f)|^2 = \frac{(g_{11}g_{21})^2 + (g_{22}g_{12})^2}{[g_{11}^2 + g_{21}^2][g_{22}^2 + g_{12}^2]}. \quad (22)$$

Bajo la suposición de que la varianza sea unitaria en las fuentes, la ecuación (22) no se verá afectada por el factor de rotación que provee la matriz  $\mathbf{R}$ , haciendo que sea imposible recuperar los componentes independientes. En otras palabras, bajo esas condiciones la función (22) no tiene un mínimo. Sin embargo, las varianzas de las fuentes son modificadas al pasar por el sistema de mezclado. Esta modificación en la varianza puede agregar información que puede ser utilizada para recuperar las fuentes. De cierto modo se puede ver que si la varianza de una de las fuentes es muy grande con respecto a la otra, la relación señal a ruido será relativamente grande. Entonces, si la transformación de blanqueo es evitada, es posible utilizar las razones de varianza que proporciona la matriz de mezclado para lograr la separación, ésto se puede ver en la ecuación (22). La información de la varianza que usamos para encontrar los componentes principales tiene similitud con la metodología Análisis de Componentes Principales (Principal Component Analysis (PCA), por sus siglas en inglés: Principal Component Analysis).

### 3.1. Método Propuesto

En la separación de fuentes gaussianas iid se harán las siguientes suposiciones:

- $\mathbf{A}$  es de rango pleno  $m$  y es ortogonal.
- $s(t)$  son fuentes gaussianas iid.

Como se encontró en (22), para mezclas de fuentes gaussianas iid, el estimado de la coherencia depende únicamente de la potencia de las observaciones. Por lo tanto, la razón de varianzas entre las fuentes puede usarse para encontrar una transformación en donde la coherencia es mínima. En la Figura 14 se muestra un ejemplo para dos fuentes gaussianas iid mezcladas ortogonalmente con una razón de varianzas de  $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = 4$ , y con  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . La Figura 14 se obtiene al aplicar rotaciones  $\mathbf{R}$  en el espacio  $[-\pi/4, \pi/4]$ . El mínimo de la función se encuentra cuando  $\mathbf{R} = \mathbf{I}$ . Hay que señalar que la polarización en la estimación de la coherencia, que es reducido al aumentar el número de promediaciones (Carter, 1993), no influye en la posición del mínimo de la función  $\mathbf{J}$ . El método se describe en el Algoritmo 3 y sólo difiere del Algoritmo 1 en que se omite la operación de pre-blanqueo.

---

**Algorithm 3** Algoritmo de BSS basado en la coherencia con recocido simulado para fuentes gaussianas iid

---

**Entrada:** vector de mediciones  $\mathbf{x}$

**Salida:** vector estimado  $\tilde{\mathbf{s}}$

- 1:  $\mathbf{x} \leftarrow \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$
  - 2:  $\theta \leftarrow \theta_0$
  - 3: **mientras**  $Iter \leq MaxIter$  **hacer**
  - 4:      $[\theta^*, J] \leftarrow \text{simulannealbnd}(\text{fitness}, \mathbf{x}, \theta, IniTem, ReannealInterval, TemFcn)$
  - 5: **fin mientras**
  - 6: **devolver**  $\theta^*$
  - 7:  $\tilde{\mathbf{s}} \leftarrow \mathbf{R}(\theta^*)\mathbf{x}$
- 

## 3.2. Experimentos y resultados

Consideramos una comparación para la extracción de fuentes gaussianas iid para fuentes con diferentes razones de varianzas. Se usaron dos procesos Gaussianos iid con media cero para los experimentos,  $s_1(t)$  y  $s_2(t)$ , donde  $P_{s_1 s_1}(f) = \sigma_1^2$  y  $P_{s_2 s_2}(f) = \sigma_2^2 = 1$ .  $\sigma_1^2$  fue variado para tener una razón de varianzas de 1 a 16 en incrementos de 0.1. Se realizaron 50 experimentos para cada razón de varianzas.

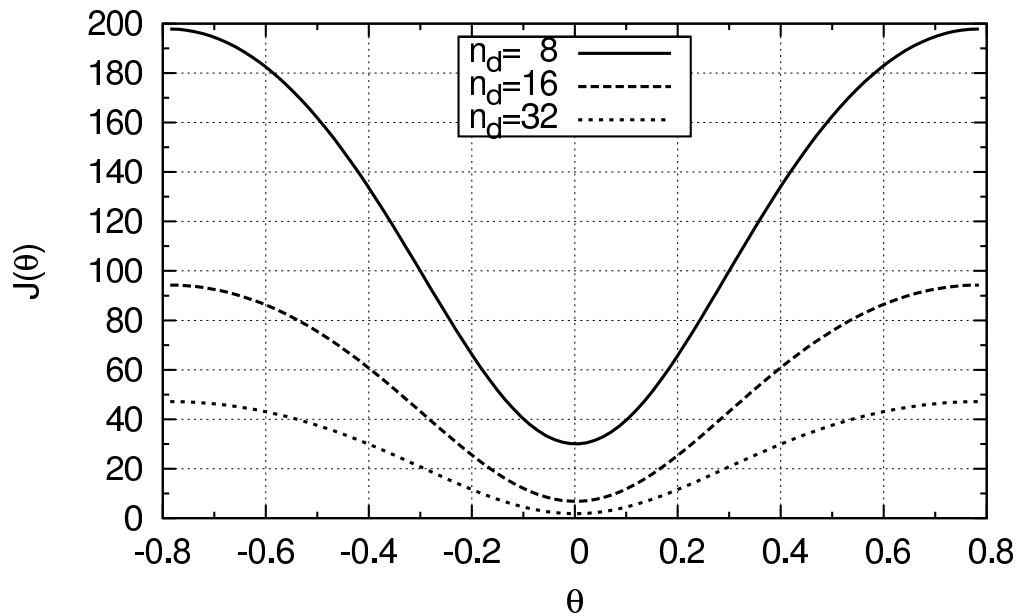


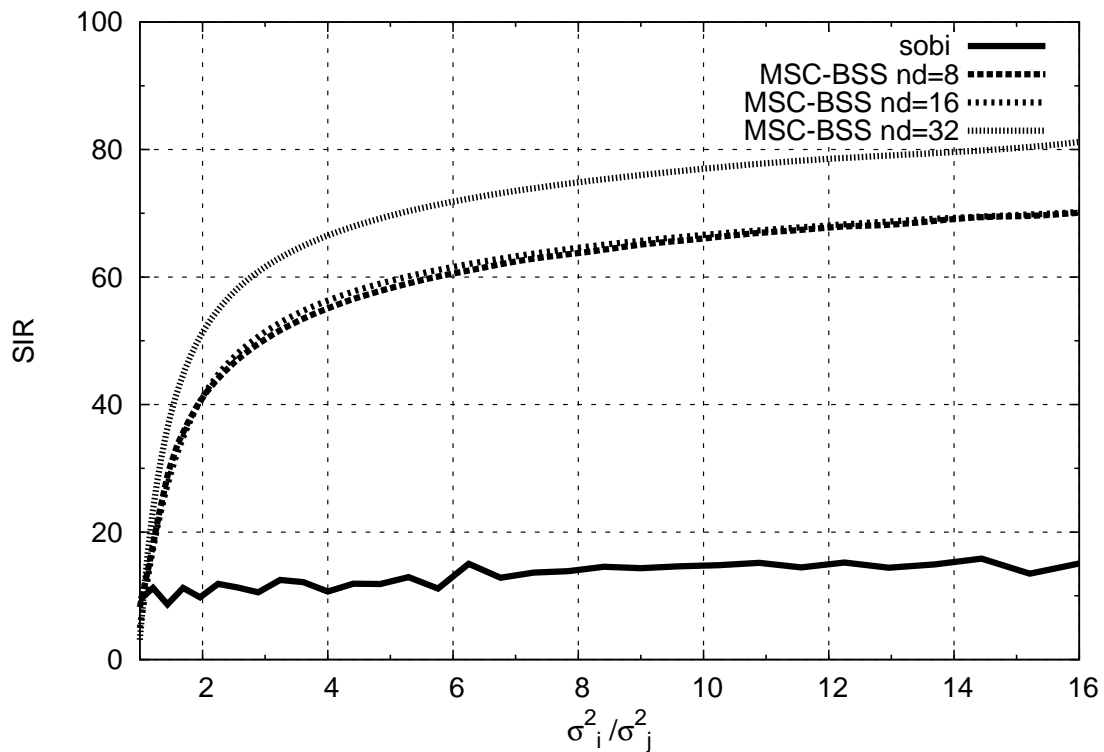
Figura 14: La superficie  $J$  para dos fuentes gaussianas iid. Cada curva es generada a partir del estimado de la coherencia usando un número determinado de bloques promediados,  $n_d$  tal como se indica en la leyenda. La razón de varianzas entre ambas fuentes es 4.

El vector de observación fue generado mediante  $\tilde{s} = \mathbf{R}(\theta)s(t)$ , donde  $\mathbf{R}(\theta)$  es una matriz de rotación y  $\theta$  es el ángulo de rotación, el cual ha sido generado aleatoriamente en el intervalo  $[0, \pi/2]$ . El algoritmo propuesto y el algoritmo SOBI fueron usados para estimar la matriz  $\mathbf{W}$  a partir de las observaciones; la operación de pre-blanqueo no se realiza en esta sección.

De la Figura 15 se observa que el desempeño de separación de la fuentes gaussianas iid mejora conforme aumenta la razón entre las varianzas de las señales. Para una relación de 2 a 1 se empieza a tener un buen desempeño de separación. Por otro lado, se observa que el algoritmo SOBI no logra separar las fuentes gaussianas iid, aunque sorprendentemente se observa una mejora en el desempeño de separación al aumentar las razón entre las varianzas de las señales.

### 3.3. Conclusiones

En esta sección presentamos dos algoritmos basados en la función de coherencia para resolver el problema de BSS de mezclas instantáneas lineales. En la primera metodología, Algoritmo 1, se busca minimizar la función de costo basado en la coherencia



**Figura 15: Desempeño de separación de fuentes gaussianas iid usando la metodología basada en la razón de varianzas. Se muestra diferentes desempeños utilizando distintos segmentos de promediación. Al incrementarse la razón entre las varianzas incrementa el desempeño.**

mediante un método heurístico, recocido simulado. Los resultados muestran un rendimiento satisfactorio en comparación con un método del estado del arte. En la segunda metodología, Algoritmo 2, se cambia el método de optimización. Al cambiar el método de recocido simulado por la sección dorada se disminuye considerablemente el tiempo de procesamiento en la estimación de las fuentes originales. Finalmente presentamos experimentos con datos reales relacionados con la extracción de señales Electrocardiogram (ECG), la cual muestra los alcances de la metodología propuesta en el acondicionamiento de señales.



## Capítulo 4. La función coherencia en separación ciega de fuentes de mezclas instantáneas lineales con ruido blanco

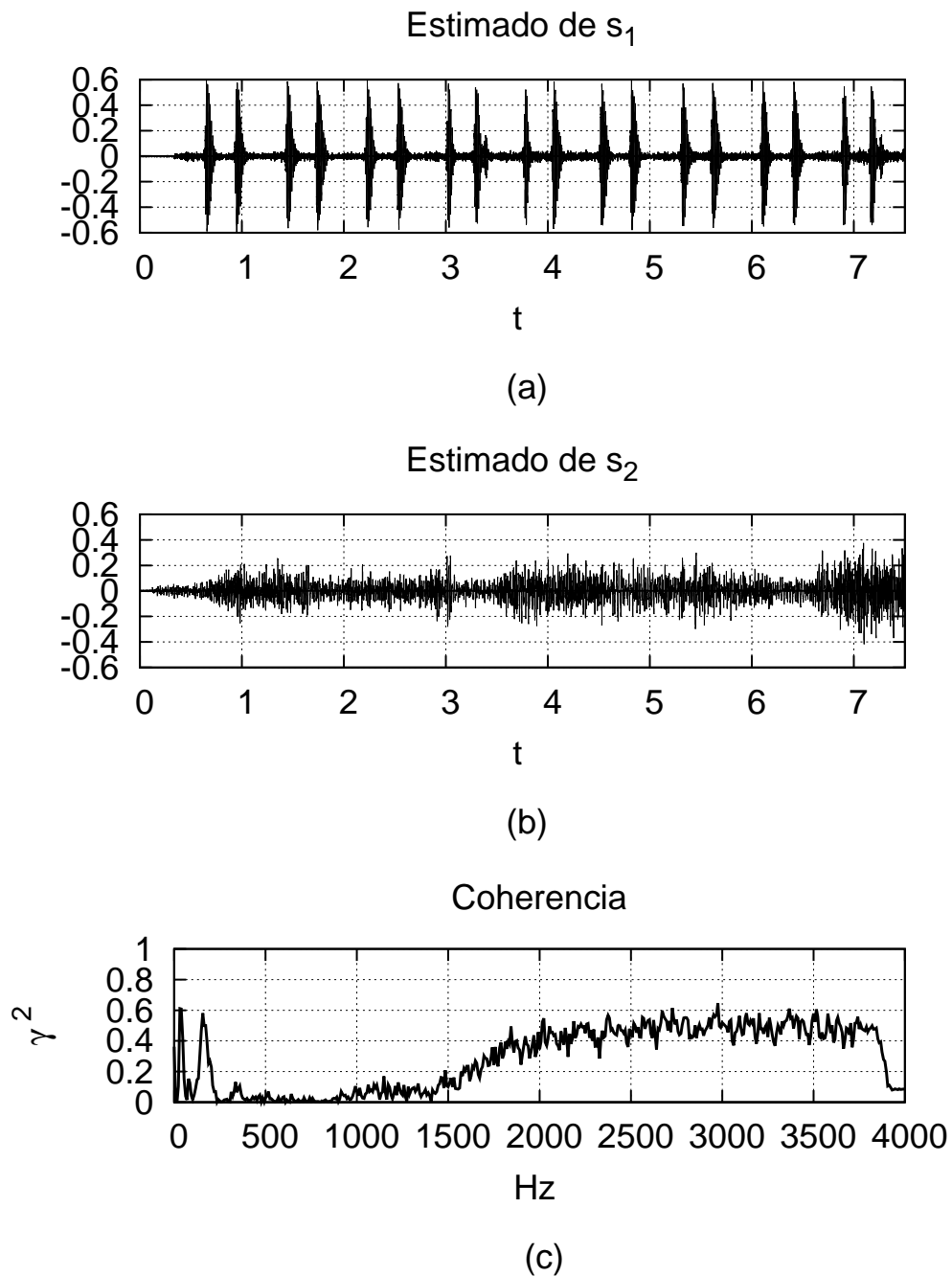
En este capítulo se presenta un algoritmo que nos permite resolver el problema de BSS de mezclas instantáneas con ruido. El algoritmo propuesto se basa en la suma de la Magnitude-squared coherence (MSC), y una regla de umbral. El MSC se calcula utilizando el método de Welch (1967), que utiliza los promedios de las densidades espectrales de potencia del vector de observación. Dado que el efecto de la promediación es fuerte en ruido blanco, proponemos una regla de umbral para detectar la concentración de potencia de las señales no estacionarias. Mediante la selección de una banda donde el Signal-to-noise ratio (SNR) es alto, y por lo tanto el ruido pequeño, se logra estimar la matriz de mezclado al minimizar la función de costo propuesta.

### 4.1. Introducción

En aplicaciones reales, debido a la naturaleza del problema de separación ciega de fuentes, no es posible evaluar realmente el desempeño obtenido. En el caso de que las suposiciones sobre el modelado y/o sobre las señales no sean totalmente satisfechas, la matriz  $W$  tendrá polarización, lo cual propiciará que las señales estimadas sigan estando correlacionadas entre ellas, teniendo como consecuencia una degradación en el desempeño de separación, sobre todo para los métodos diseñados a partir de la operación de pre-blanqueo.

Algunas técnicas para determinar si el algoritmo fue capaz de recuperar los componentes independientes es verificar si los componentes estimados son mutuamente independientes, o si las fuentes están descorrelacionadas entre ellas. Es importante señalar que la MSC aporta esa característica visual que permite verificar si las fuentes estimadas están descorrelacionadas temporalmente. En la Figura 16 se muestra un ejemplo arbitrario de la separación ciega de fuentes en donde el modelo estimado presenta polarización. En esta ocasión, la coherencia muestra diafonía en los componentes estimados. En la coherencia de la Figura 16 se observan que ciertas armónicas ( $(0 - 500Hz)$ ), que

corresponden al sonido cardiaco, están todavía correlacionadas en ambos vectores,  $s_1$  y  $s_2$ . También se observa que entre el ancho de banda (2000 – 3800Hz) hay ruido blanco correlacionado. Esta información ofrecida por la coherencia suele representar una herramienta muy útil en el problema de separación ciega de fuentes.



**Figura 16:** a) Estimación de  $s_1$ . b) Estimación de  $s_2$ . c) Coherencia. La coherencia entre las fuentes estimadas muestra una diafonía evidente.

El problema de separación ciega de fuentes se torna más difícil cuando las observaciones están contaminadas por ruido blanco adherido. Algunos trabajos relacionados para resolver este problema se muestran en Choi y Cichocki (2000), Cardoso y Pham (2004), Douglas *et al.* (1998), Vorobyov y Cichocki (2002). Varias aplicaciones recientes de este problema, dentro del análisis de señales biomédicas, se muestran en Hesse (2008); Romo Vázquez *et al.* (2012); Crespo-Garcia *et al.* (2008). El nuevo modelo puede representarse mediante la siguiente expresión:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t), \quad t = 1, 2, \dots, \quad (23)$$

donde  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^n$  es el vector de observación,  $\mathbf{s}(t) \in \mathbb{R}^m$  es el vector de fuentes desconocidas,  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  es la matriz que modela el proceso de mezclado,  $\mathbf{n}(t)$  es ruido blanco gaussiano y  $t$  es el índice de tiempo. En este capítulo se suponen igual número de fuentes y sensores ( $n = m$ ). El objetivo de BSS con ruido es el de encontrar una transformación lineal  $\mathbf{W}$  a partir de las observaciones sin la influencia del ruido adherido:

$$\tilde{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{W}\mathbf{n}(t), \quad t = 1, 2, \dots \quad (24)$$

donde  $\tilde{\mathbf{s}} \in \mathbb{R}^m$  es el estimado ruidoso de las fuentes  $\mathbf{s}$ , y  $\mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1}$ . La matriz de separación  $\mathbf{W}$  estará dada por  $\mathbf{W} = \mathbf{D}\mathbf{P}\mathbf{A}^{-1}$ , donde  $\mathbf{P}$  es una matriz de permutación y  $\mathbf{D}$  es una matriz diagonal.  $\mathbf{P}$  y  $\mathbf{D}$  se introducen para tomar en cuenta las ambigüedades de escalamiento, signo y permutación de BSS.

El algoritmo propuesto se basa en la MSC y una regla de umbral. La MSC se calcula usando el método de Welch (1967), el cual promedia las densidades espectrales de potencia del vector de observación. El efecto de realizar promediaciones sobre ruido blanco es el de uniformar su densidad espectral de potencia (Power Spectral Density (PSD), por sus siglas en inglés: Power Spectral Density), mientras que por el contrario resalta las señales periódicas. De esta manera podemos agregar una regla para identificar la concentración de potencia de las observaciones de las señales no estacionarias. La estimación de la matriz de mezclado se realiza mediante la minimización de la función de costo propuesta mediante la selección del ancho de banda donde la SNR es alta, y por

consiguiente la polarización causada por el ruido es reducida.

## 4.2. Suposiciones

En el análisis de este capítulo consideraremos las siguientes suposiciones:

1.  $\mathbf{A}$  es de rango pleno  $m$ .
2.  $s(t)$  se suponen mutuamente descorrelacionadas pero temporalmente correlacionadas.
3.  $\mathbf{n}(t)$  es ruido aditivo con media cero e independiente de las fuentes originales.

## 4.3. La MSC en el modelo de BSS con ruido blanco

Para recuperar los componentes en el modelo BSS con ruido blanco tenemos que encontrar una transformación  $\mathbf{W}$ , la cual hará a  $\mathbf{WA}$  una matriz diagonal, mientras que la estimación de la MSC entre el vector de las fuentes estimadas,  $\tilde{\mathbf{s}}$ , es cero. La ecuación (24), la cual es la solución propuesta para el problema de BSS con ruido, puede reescribirse de la siguiente forma:

$$\tilde{\mathbf{s}}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) = \mathbf{G}\mathbf{s}(t) + \mathbf{W}\mathbf{n}(t), \quad t = 1, 2, \dots, \quad (25)$$

donde  $\mathbf{G} = \mathbf{WA}$  es la matriz diagonal global, la cual combina al modelo mezclador y separador. Analizando la MSC entre las fuentes estimadas ( $m = 2$ ), dada por

$$\begin{aligned} \tilde{s}_1(t) &= g_{11}s_1(t) + g_{12}s_2(t) + w_{11}n_1(t) + w_{12}n_2(t), \\ \tilde{s}_2(t) &= g_{21}s_1(t) + g_{22}s_2(t) + w_{21}n_1(t) + w_{22}n_2(t), \end{aligned} \quad (26)$$

donde  $n_1(t)$  y  $n_2(t)$  son el ruido adherido,  $g_{ij}$  y  $w_{ij}$  son los  $(i, j)$ -ésimos elementos de  $\mathbf{G}$  y  $\mathbf{W}$ , respectivamente. Por consiguiente, mediante el cálculo de  $P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_1}(f)$ ,  $P_{\tilde{s}_2\tilde{s}_2}(f)$ ,  $P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_2}(f)$  y sustituyendo en la ecuación (13), y tomando en cuenta que las PSD's del ruido blanco

son iguales ( $P_{n_1 n_1} = P_{n_2 n_2} = P_{nn}$ ), la MSC nos da la siguiente ecuación:

$$|\gamma_{\bar{s}_1 \bar{s}_2}(f)|^2 = \frac{(g_{11}g_{21})^2 P_{s_1 s_1}^2(f) + (g_{12}g_{22})^2 P_{s_2 s_2}^2(f) + [w_{11}w_{21} + w_{12}w_{22}]^2 P_{nn}^2(f)}{[g_{11}^2 P_{s_1 s_1}(f) + g_{12}^2 P_{s_2 s_2}(f) + [w_{11}^2 + w_{12}^2] P_{nn}(f)][g_{21}^2 P_{s_1 s_1}(f) + g_{22}^2 P_{s_2 s_2}(f) + [w_{21}^2 + w_{22}^2] P_{nn}(f)]}. \quad (27)$$

La ecuación (27) implica que no se puede realizar una función de costo para recuperar las fuentes, aun si  $G$  es diagonal, porque el estimado de la MSC no es cero. El término, en el numerador de la ecuación, que contiene una señal proporcional a la amplitud del ruido, no permite encontrar un mínimo en el cual  $G$  es diagonal. Por otro lado, en un escenario donde la SNR es grande,  $P_{s_1 s_1}(f), P_{s_2 s_2}(f) \gg P_{nn}(f)$ , la ecuación (27) se reduce a la MSC entre señales del modelo sin ruido

$$|\gamma_{\bar{s}_1 \bar{s}_2}(f)|^2 \approx \frac{(g_{11}g_{21})^2 P_{s_1 s_1}^2(f) + (g_{12}g_{22})^2 P_{s_2 s_2}^2(f)}{[g_{11}^2 P_{s_1 s_1}(f) + g_{12}^2 P_{s_2 s_2}(f)][g_{21}^2 P_{s_1 s_1}(f) + g_{22}^2 P_{s_2 s_2}(f)]}, \quad (28)$$

donde se puede minimizar la coherencia y recuperar las fuentes originales al hacer cero el numerador ( $G$  es diagonal), lo cual implica encontrar  $W$ . Por el contrario, en un escenario con SNR bajo,  $P_{nn}(f) \gg P_{s_1 s_1}(f), P_{s_2 s_2}(f)$ , la ecuación (27) nos lleva a la siguiente aproximación

$$|\gamma_{\bar{s}_1 \bar{s}_2}(f)|^2 \approx \frac{[w_{11}w_{21} + w_{12}w_{22}]^2 P_{nn}^2(f)}{[w_{11}^2 + w_{12}^2] P_{nn}(f)[w_{21}^2 + w_{22}^2] P_{nn}(f)}. \quad (29)$$

Esta función permanece constante y no puede minimizarse, por lo tanto  $W$  no se puede obtener por la falta de información espectral. Considerando los escenarios posibles antes mencionados, la idea principal del método propuesto es considerar solamente aquellas frecuencias ( $f$ ) de la MSC en donde el SNR es lo suficientemente grande como para lograr la estimación de  $W$ . De esta manera, el estimado de la MSC está dado por la ecuación (28), logrando la separación de las fuentes originales.

## 4.4. Método Propuesto

### 4.4.1. Umbral de detección de potencia de señal y función de selección de ancho de banda

El algoritmo propuesto está basado en la suma de la MSC y una función semejante a un filtro pasabanda. La función pasabanda se obtiene en el dominio de la frecuencia mediante una metodología de umbral propuesta que selecciona varias frecuencias, de acuerdo en donde esté concentrada la potencia de las señales no estacionarias. El ancho de banda de la función pasabanda se obtiene al seleccionar las frecuencias con mayor potencia de la PSD del vector de observación, el cual es calculado mediante el método de Welch. El ancho de banda se selecciona de acuerdo a cierto nivel de umbral (treshold), el cual es calculado por

$$threshold = \mu_{P_{xx}} + 2\sigma_{P_{xx}}, \quad (30)$$

donde  $\mu_{P_{xx}}$  y  $\sigma_{P_{xx}}$  son la media y desviación estándar de las PSDs promediadas del vector de observación, respectivamente. El efecto de las promediaciones sobre el ruido blanco hace que su espectro de potencia tenga una distribución uniforme, lo que implica tener una potencia promedio constante en todas las frecuencias. Entonces, se supone que cualquier señal que exceda ese umbral de potencia, pertenecerá a la potencia de las señales no estacionarias. El pasabanda seleccionado tendrá una SNR grande; de esta manera, la polarización introducida por el vector de ruido es despreciable. El Algoritmo 4 muestra los pasos básicos para obtener la función pasabanda,  $BW(f)$ , la cual seleccionará las frecuencias con mayor potencia. Seleccionando  $threshold$  con un valor bajo,  $threshold < \mu_{P_{xx}}$ , nos conducirá a la recuperación de una matriz de mezclado con polarización a causa de la influencia del ruido. El tener un umbral demasiado alto puede omitir información útil de alguna de las fuentes originales, específicamente en situaciones con altos niveles de ruido, lo cual conduciría a separar solamente las fuentes de potencia mayor. El menor umbral posible es cero y solamente se aplica para el modelo de BSS sin ruido. Empíricamente hemos encontrado, de nuestra sección de resultados, que un buen desempeño de separación puede obtenerse con el umbral de la ecuación (30).

---

**Algorithm 4** Selección de banda  $BW(f)$ 


---

**Entrada:** vector de mediciones  $\mathbf{x}$

**Salida:** función  $BW(f)$

- 1: Calcula la PSD,  $P_{xx}(f)$ , del vector de observación  $\mathbf{x}(t)$  mediante el método de Welch.
  - 2: Calcula la media y la desviación estándar de  $P_{xx}(f)$ ,  $\mu_{P_{xx}}$  y  $\sigma_{P_{xx}}$  respectivamente.
  - 3: Calcula  $threshold$ , mediante la ecuación (30).
  - 4: **para todo**  $f$  **hacer**
  - 5:     **si**  $P_{xx}(f) \geq threshold$  **entonces**
  - 6:          $BW(f) = 1$
  - 7:     **si no**
  - 8:          $BW(f) = 0$
  - 9:     **fin si**
  - 10: **fin para**
  - 11:  $BW(f)$  selecciona el ancho de banda con la mayor SNR.
- 

#### 4.4.2. Criterio de optimización

Como se mostró en Fancourt y Parra (2001), una función de costo para más de 2 fuentes puede obtenerse si usamos la suma de la MSC entre los  $m(m-1)/2$  pares de vectores  $(l, k)$  de  $\tilde{\mathbf{s}}$ , donde  $1 \leq l < k \leq m$  y  $m$  es el número de fuentes. Como la MSC es una operación simétrica  $|\gamma_{\tilde{\mathbf{s}}_l \tilde{\mathbf{s}}_k}(f)|^2 = |\gamma_{\tilde{\mathbf{s}}_k \tilde{\mathbf{s}}_l}(f)|^2$ , es suficiente con calcular la MSC entre los pares de vectores  $(l, k)$ . Por otro lado, la MSC entre vectores linealmente dependientes siempre es uno,  $|\gamma_{\tilde{\mathbf{s}}_l \tilde{\mathbf{s}}_k}(f)|^2 = 1$  para toda  $f$  cuando  $l = k$ , por lo tanto, es irrelevante incluirlo en el criterio, evitando redundancia de cálculo. La función de costo propuesta es la siguiente:

$$\mathbf{J} = \sum_{l,k} \sum_{f=0} |\gamma_{\tilde{\mathbf{s}}_l \tilde{\mathbf{s}}_k}(f)|^2 (BW(f)). \quad (31)$$

La ecuación (31) es minimizada mediante el enfoque de optimización heurístico recocido simulado <sup>1</sup>. Los pasos de la metodología propuesta se muestran en el Algoritmo 5.

## 4.5. Experimentos y resultados

En esta sección se presenta una comparación del algoritmo propuesto con algunos algoritmos BSS. Se presentan experimentos para dos fuentes ( $m = 2$ ,  $l = 1$  y  $k = 2$ ), para

---

<sup>1</sup>Parámetros del toolbox de optimización de Matlab (simulannealbnd): AnnealingFcn: @annealingfast; TemperatureFcn: @temperatureboltz; AcceptanceFcn: @acceptancesa; MaxIter: m\*300; InitialTemperature: 0.1; ReannealInterval: 400.

---

**Algorithm 5** Algoritmo nMSC-BSS
 

---

**Entrada:** vector de mediciones  $x$

**Salida:** vector estimado  $\tilde{s}$

- 1: Remueve la media de las observaciones.
  - 2: Normaliza el vector de observación.
  - 3: Calcula  $BW(f)$  (Algoritmo 4).
  - 4: **procedimiento** Recocido simulado
  - 5: **mientras** mientras el número máximo de iteraciones no se alcance **hacer**
  - 6:    Genera una solución aleatoria,  $W$  (matriz normalizada), de acuerdo a un calendario de temperatura.
  - 7:    Genera  $\tilde{s}$ , ecuación (24).
  - 8:    Calcula el costo  $J$ , ecuación (31).
  - 9:    La solución es aceptada o rechazada de acuerdo a un calendario de temperatura.
  - 10: **fin mientras**
  - 11: **fin procedimiento**
  - 12:  $W^*$  es la mejor solución encontrada.
- 

un número relativo bajo y para uno alto de muestras, y para varios niveles de umbral. Se utilizaron sonidos cardiacos y pulmonares como fuentes, y fueron mezcladas mediante la matriz  $A$ ; sin embargo, sus mezclas no representan el ambiente real, ya que el medio donde se generan y mezclan estas señales en la realidad es un sistema mucho más complejo el cual sigue siendo objeto de estudio.

La metodología propuesta nMSC-BSS se implementó en el toolbox ICALAB Cichocki *et al.* (2007) y se comparó con otros métodos SOS como el SOBI Belouchrani *et al.* (1997), SOBI-RO Choi y Cichocki (2000). El índice de desempeño SIR se usó con fines de comparación. Un SIR mayor a  $16dB$  indica que se obtuvo un buen desempeño. La MSC se calcula mediante el método de Welch con 50% de traslape entre segmentos, y los segmentos son modificados por una ventana Hamming. Se realizaron experimentos con diferentes números de segmentos  $n_d = 8, 16, 32$ , para el cálculo de la MSC. También se usó  $n_d$  como número de segmentos promediados en la estimación de  $P_{xx}(f)$  mediante el método de Welch. La longitud de los segmentos es  $p = 2^\alpha$ , donde  $\alpha = \text{floor}(\log_2(\beta))$  y  $\beta = \text{Length}(x(t))/n_d$ . Se agregó ruido blanco a las observaciones a razones de 0, 10 y 20 dB. El nivel de ruido se define como

$$SNR_i = 10 \log_{10} \frac{\text{var}(x_i)}{\text{var}(n_i)}, \quad (32)$$



donde  $\text{var}(x_i)$  es la varianza de la señal sin ruido aditivo proporcionada por el  $i$ -ésimo sensor y  $\text{var}(n_i)$  es la varianza del ruido en el  $i$ -ésimo sensor, en estos experimentos  $i = 1, 2$ . El Algoritmo 5 se implementó en el toolbox ICALAB. La media y desviación estándar del SIR de la comparación entre las metodologías se muestran en las tablas 3 y 4. Los sonidos cardiacos se obtuvieron de Lehrer (2002). Los sonidos pulmonares se obtuvieron de Gibbs (2000).

Experimento 1. El primer experimento consiste de fuentes con un número relativo grande de muestras. 4.08 segundos de muestras de sonidos cardiacos y pulmonares muestreados a una razón de 44.1KHz fueron mezclados por matrices  $\mathbf{A}^{2 \times 2}$ . 50 pruebas se realizaron en este experimento en el cual cada matriz  $\mathbf{A}^{2 \times 2}$  se genera mediante una función con distribución uniforme. La Tabla 3 muestra los resultados obtenidos de la comparación. De ahí podemos observar que el método propuesto muestra los mejores resultados a 0dB y 10dB para  $threshold = \mu_{P_{xx}} + 2\sigma_{P_{xx}}$  y  $n_d = 8$ , mientras que, para 20dB SNR  $threshold = \mu_{P_{xx}}$  y  $n_d = 32$  se obtuvo el mejor desempeño dado que se obtuvo el SIR más alto. En la Figura 17 se muestran los resultados obtenidos del toolbox ICALAB para un  $SNR = 0dB$ . Se observa que la metodología propuesta presenta una distribución semejante a una gaussiana.

Experimento 2. El segundo experimento consiste de fuentes con un número relativamente bajo de muestras. 4.08 segundos de mezclas de sonidos cardiacos y pulmonares muestreados a una razón de 8KHz fueron mezclados por una matriz  $\mathbf{A}^{2 \times 2}$ . 50 pruebas se realizaron en este experimento en el cual cada matriz  $\mathbf{A}^{2 \times 2}$  es generada aleatoriamente mediante una función de distribución uniforme. La Tabla 4 muestra los resultados de la comparación. A partir de los resultados podemos ver que el método Robust Second Order Blind Identification (SOBI-RO) es un poco mejor que el Algoritmo 5 con respecto al SIR obtenido, sin embargo la desviación estándar del SIR de nuestro algoritmo es mejor.

Las Tablas 3 y 4 muestran los resultados de los experimentos 1 y 2, respectivamente. En ambos casos: a) Algoritmo propuesto con umbral  $threshold = \mu_{P_{xx}} + 2\sigma_{P_{xx}}$ . b) Algoritmo propuesto con umbral  $threshold = \mu_{P_{xx}}$ . Los valores mostrados son la media y desviación estándar (entre paréntesis) del SIR para 50 pruebas.

Tabla 3: Resultados del experimento 1.

Algoritmo	0dB	10dB	20dB
SOBI	7.06 (4.16)	6.99(4.52)	6.82(3.48)
SOBI-RO	12.98 (9.10)	26.19(11.69)	32.91(10.60)
a)			
nMSC-BSS 8	<b>30.81</b> (12.64)	<b>37.76</b> (12.54)	43.92(9.96)
nMSC-BSS 16	25.92( <b>8.62</b> )	33.81( <b>10.36</b> )	38.56( <b>7.74</b> )
nMSC-BSS 32	27.42(10.28)	36.03(10.39)	43.67(8.40)
b)			
nMSC-BSS 8	15.76(9.39)	27.28(11.77)	40.00(11.39)
nMSC-BSS 16	21.73(10.88)	33.01(13.70)	42.28(11.69)
nMSC-BSS 32	21.51(10.19)	33.92(15.13)	<b>45.38</b> (14.03)

Tabla 4: Resultados del experimento 2.

Algoritmo	0dB	10dB	20dB
SOBI	6.1 (3.32)	6.25(3.62)	7.39 (4.50)
SOBI-RO	<b>23.89</b> (12.56)	<b>36.86</b> (9.76)	42.20(6.84)
a)			
nMSC-BSS 8	23.04 ( <b>7.34</b> )	31.98(10.54)	38.75(8.01)
nMSC-BSS 16	23.84 (7.82)	34.27(9.62)	<b>42.30</b> (8.68)
nMSC-BSS 32	22.95 (7.63)	31.21( <b>6.79</b> )	33.27( <b>4.03</b> )
b)			
nMSC-BSS 8	18.46 (9.29)	29.10(9.43)	37.31(7.63)
nMSC-BSS 16	18.96 (10.15)	30.78(11.02)	38.19(7.85)
nMSC-BSS 32	17.47 (9.26)	26.57(8.90)	36.08(8.88)

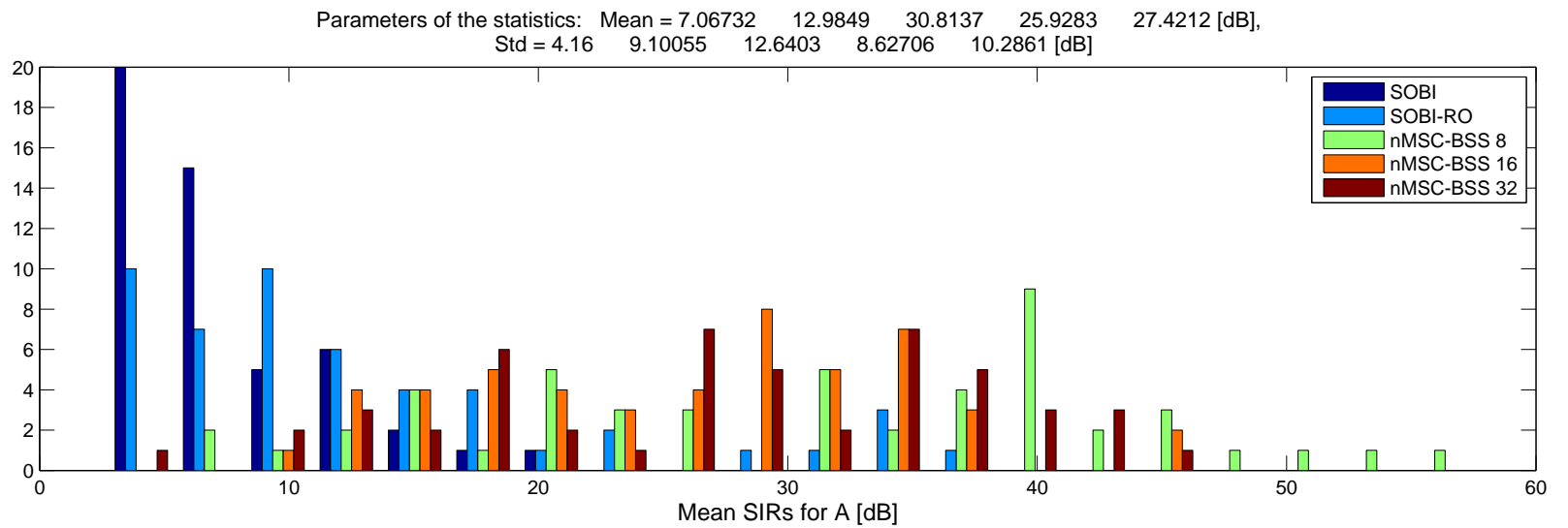
## 4.6. Discusión y trabajo futuro

Es bien conocido que el método de Welch reduce la resolución en frecuencia de la PSD de cualquier señal. Se da por entendido que cuando el número de muestras aumenta también lo hace la resolución de la PSD del vector de observación, de esta manera aumentando la información espectral que puede usarse para lograr la separación, tal como se observa en los experimentos. De los resultados podemos observar que, en el Experimento 1, el método propuesto es superior comparado con otros métodos SOS. Sin embargo, el desempeño de ambos, el propuesto y SOBI-RO, son bastante aceptables. Por otro lado, la media del SIR de SOBI-RO es apenas mejor que el del algoritmo propuesto a 0dB y 10dB de SNR durante el Experimento 2. Sin embargo, a un SNR más bajo, el SOBIRO tiene una desviación estándar más grande y en sus resultados muestran una distribución disparsa. La desviación estándar en los resultados del algoritmo propuesto es

menor y con una distribución semejante a una gaussiana, lo que indica que la metodología propuesta presenta un mejor intervalo de confianza. En una aplicación real significaría tener una mejor posibilidad de obtener un buen desempeño de separación. Los SIR obtenidos en los experimentos con el método SOBI no son satisfactorios y por ésta razón, la comparación de su desviación estándar con los otros métodos, no se considera válida.

## **4.7. Conclusiones**

En este capítulo hemos propuesto un algoritmo muy simple y eficaz para el caso de separación ciega de fuentes con ruido que se basa en la función de coherencia y una regla de umbral. Mostramos una comparación con los algoritmos existentes y encontramos un desempeño superior de nuestro algoritmo. También, hemos encontrado que nuestros resultados muestran una mejor intervalo de confianza en el rendimiento de la separación.



**Figura 17: Comparación de rendimiento de varios algoritmos BSS obtenido de ICALAB toolbox. El algoritmo propuesto muestra una distribución semejante a una gaussiana, mientras que los otros algoritmos muestran una distribución dispereja.**

## Capítulo 5. La función coherencia en separación ciega de fuentes de mezclas convolutivas

### 5.1. Introducción

El modelo de mezclas convolutivas toma en consideración que las señales, estadística y mutuamente independientes, viajan por un medio en donde son mezcladas, filtradas y adquieren retardo. Algunas de las aplicaciones en donde podemos encontrar este tipo de mezclas son los reportados en Fancourt y Parra (2001), Parra y Spence (2000), Zheng *et al.* (2009) y Osterwise y Grant (2011).

El vector de las fuentes desconocidas mutua y estadísticamente independientes, y el vector de observación, siguen siendo representados por  $\mathbf{s}(n) = (s_1(n), \dots, s_N(n))^T$  y  $\mathbf{x}(n) = (x_1(n), \dots, x_N(n))^T$ , respectivamente. En el modelo convolutivo, a diferencia del modelo de mezclas instantáneas lineales, la matriz de mezclado es remplazada por un sistema lineal invariante en el tiempo (Linear Time-Invariant (LTI), por sus siglas en inglés: Linear Time-Invariant) de múltiple entrada/múltiple salida (Multiple-input Multiple-output (MIMO), por sus siglas en inglés: Multiple-input Multiple-output) en donde su respuesta el impulso está definida por  $(\mathbf{A}(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ . Por lo tanto, las observaciones están determinadas mediante el siguiente modelo convolutivo multicanal:

$$\mathbf{x}(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{A}(k) \mathbf{s}(n - k) \quad \forall n \in \mathbb{Z}. \quad (33)$$

El sistema MIMO-LTI  $(\mathbf{A}(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ , dado que sea posible, tiene su sistema inverso MIMO-LTI comúnmente llamado separador. Encontrar el sistema separador equivale a encontrar las fuentes originales y por consiguiente resolver el problema de BSS de mezclas convolutivas. Su respuesta al impulso está denotada por  $(\mathbf{B}(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ , en donde las salidas separadas están dadas por:

$$\tilde{\mathbf{s}}(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{B}(k) \mathbf{x}(n - k) \quad \forall n \in \mathbb{Z}. \quad (34)$$

El sistema mezclador y separador, con respectivas respuestas al impulso  $(\mathbf{A}(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  y

$(\mathbf{B}(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ , están definidas en el dominio de la transformada  $z$  de la siguiente manera:

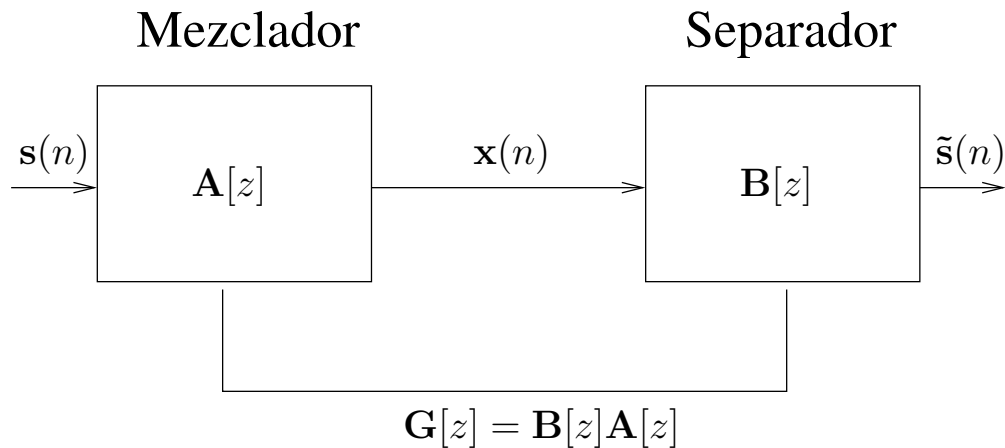
$$\mathbf{A}[z] \triangleq \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{A}(k)z^{-k} \quad y \quad \mathbf{B}[z] \triangleq \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{B}(k)z^{-k}. \quad (35)$$

La salida global del sistema combinado mezclador-separador está dada por:

$$\tilde{s}(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{G}(k)s(n-k) \quad \forall n \in \mathbb{Z}, \quad (36)$$

donde la respuesta al impulso y la transformada- $z$  del sistema global  $(\mathbf{G}(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  están dadas respectivamente por las ecuaciones:

$$\mathbf{G}(n) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \mathbf{B}(n-k)\mathbf{A}(k) \quad y \quad \mathbf{G}[z] = \mathbf{B}[z]\mathbf{A}[z]. \quad (37)$$



**Figura 18: Sistema convolutivo mezclador separador.**

El contexto ciego no nos permitirá diferenciar entre si el sistema mezclador-separador obtenido es  $\mathbf{B}[z]\mathbf{A}[z] = \mathbf{I}_N$ , o si bien  $\mathbf{B}[z]\mathbf{A}[z]$  es una matriz diagonal con filtros distintos de  $\mathbf{I}$  sobre su diagonal. De hecho, la suposición de independencia mutua no es suficiente para obtener una copia exacta de  $(s(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  solamente por medio de las observaciones  $(x(n))_{n \in \mathbb{Z}}$ . Como máximo, la independencia mutua nos permite recuperar las fuentes hasta las siguientes ambigüedades:

- El orden de las fuentes.
- Escalamiento.
- Una ambigüedad de filtrado.

La primera y segunda ambigüedad también se encuentran en el caso de mezclas instantáneas. Por el contrario, la tercera ambigüedad es típica solamente del contexto convolutivo. Por lo tanto, la separación es exitosa cuando se hayan recuperado las fuentes hasta las indeterminaciones mencionadas previamente. Dicho de otra manera, la separación es exitosa cuando el filtro global  $(\mathbf{G}(n))_{n \in \mathbb{Z}}$  realiza un filtrado y escalamiento a las fuentes seguido de una permutación,

$$\mathbf{G}[z] = \mathbf{P}\mathbf{A}[z] = \mathbf{P} \text{Diag}(\lambda_1[z], \dots, \lambda_N[z]). \quad (38)$$

El filtro separador  $\mathbf{B}[z]$  puede ser de respuesta infinita al impulso (Infinite Impulse Response (IIR), por sus siglas en inglés: Infinite Impulse Response) o de respuesta finita al impulso (Finite Impulse Response (FIR), por sus siglas en inglés: Finite Impulse Response). Los filtros IIR son más eficientes y ofrecen algunas ventajas con respecto de los sistemas FIR. Para un sistema FIR de orden  $K$ -ésimo, la región de soporte de la respuesta al impulso y el número de parámetros está relacionada con los  $K$  parámetros. Para un filtro IIR, la longitud de la respuesta al impulso está desacoplada del número de parámetros del filtro. Sin embargo en el procesamiento adaptativo de señales se prefiere el uso de filtros FIR debido a la dificultad para asegurar la estabilidad del sistema IIR durante el proceso de adaptación. Por facilidad de implementación y estabilidad usaremos filtros FIR. Otras arquitecturas IIR que resuelven el problema de estabilidad se presentan en Principe *et al.* (1993).

## 5.2. Método propuesto

El sistema mezclador-separador para dos fuentes puede representarse por el sistema de la Figura 19. Este equivale al sistema total de la Figura 18, en donde se ha encontrado el sistema inverso  $\mathbf{B}[z]$ .

Si obtenemos la MSC entre las salidas,  $\tilde{s}_1(n)$  y  $\tilde{s}_2(n)$ , del sistema de la Figura 19

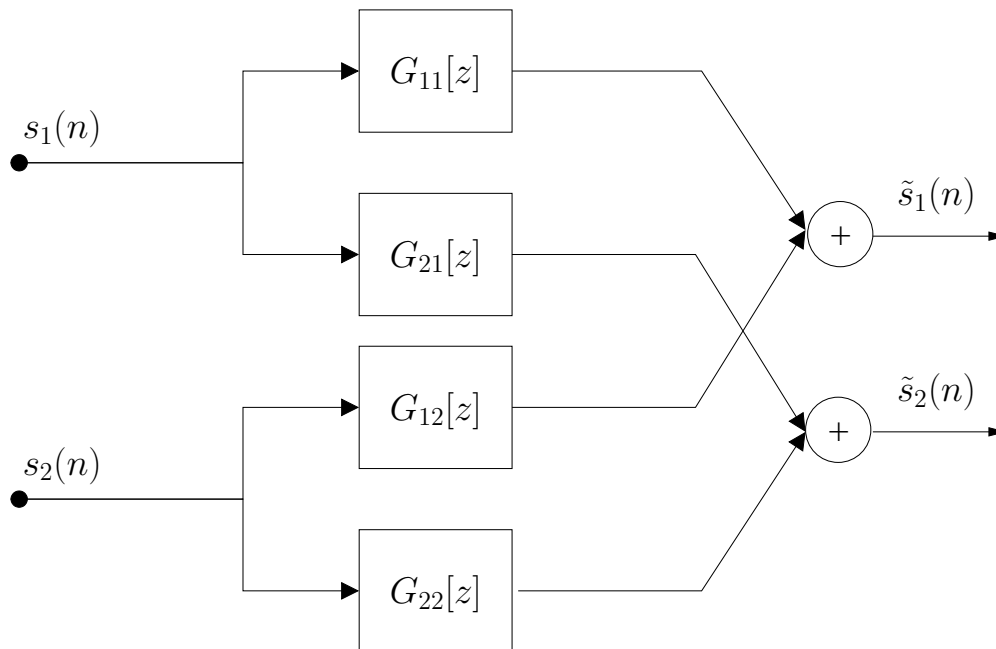


Figura 19: Sistema mezclador-separador para 2 fuentes.

donde

$$|\gamma_{\tilde{s}_1\tilde{s}_2}(f)|^2 = \frac{|P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_2}(f)|^2}{P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_1}(f)P_{\tilde{s}_2\tilde{s}_2}(f)}, \quad (39)$$

$$P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_1} = |G_{11}(f)|^2 P_{s_1s_1}(f) + |G_{12}(f)|^2 P_{s_2s_2}(f), \quad (40)$$

$$P_{\tilde{s}_2\tilde{s}_2} = |G_{21}(f)|^2 P_{s_1s_1}(f) + |G_{22}(f)|^2 P_{s_2s_2}(f), \quad (41)$$

$$P_{\tilde{s}_1\tilde{s}_2} = G_{11}(f)G_{21}^*(f)P_{s_1s_1}(f) + G_{12}(f)G_{22}^*(f)P_{s_2s_2}(f), \quad (42)$$

entonces obtenemos:

$$|\gamma_{\hat{s}_1\hat{s}_2}(f)|^2 = \frac{|G_{11}(f)G_{21}(f)^*|^2 P_{s_1s_1}^2(f) + |G_{12}(f)G_{22}(f)^*|^2 P_{s_2s_2}^2(f)}{[|G_{11}(f)|^2 P_{s_1s_1}(f) + |G_{12}(f)|^2 P_{s_2s_2}(f)][|G_{21}(f)|^2 P_{s_1s_1}(f) + |G_{22}(f)|^2 P_{s_2s_2}(f)]}. \quad (43)$$

Dado que el sistema mezclador-separador  $G[z]$  es una matriz diagonal, i.e.,  $G_{12}[z] = G_{21}[z] = 0$ , podemos observar que el numerador de la ecuación (43) es cero, y por tanto la MSC es cero. El minimizar la ecuación (43) será idéntico a encontrar el filtro inverso  $B[z]$  y, por consiguiente, a recuperar las fuentes originales. En este escenario se pueden



recuperar los componentes independientes hasta las ambigüedades de filtrado y escalamiento mencionadas anteriormente. Como se observa en la ecuación (43), el factor de escalamiento no es distinguible en la función de costo, es decir, la función de coherencia no es sensible a los valores de la diagonal del filtro mezclador-separador  $G[z]$ . Por lo tanto, los componentes recuperados serán una versión filtrada de los componentes originales.

### 5.2.1. Criterio de separación

Basándonos en la ecuación (43), podemos construir una función de costo para separar los componentes independientes de las mezclas convolutivas. El criterio es idéntico que en el caso de mezclas instantáneas. El criterio adoptado es la suma de la MSC tal como se realizó en Fancourt y Parra (2001),

$$\mathbf{J} = \frac{1}{f_k} \sum_{i,j} \sum_{f=0}^{f_k} \left| \gamma_{\tilde{s}_i \tilde{s}_j}(f) \right|. \quad (44)$$

La MSC es una función *normalizada* que mide la correlación entre dos señales en el dominio de la frecuencia. De esta manera, en el cálculo de la MSC, es irrelevante si la energía de las señales está centrada en un ancho de banda específico, pues solo mide la relación que tiene la energía de la señal con respecto al ruido en el mismo ancho de banda.

Tener conocimiento a priori del ancho de banda de las señales no impide tomarse el problema de separación como un problema BSS. Si el ancho de banda de las señales no es conocido, éste puede calcularse mediante las observaciones realizadas. Tomando esta consideración, hemos realizado la separación de fuentes en base a la selección por ancho de banda.

#### 5.2.1.1. Separación por ancho de banda a priori

En muchas de las aplicaciones es posible conocer a priori el ancho de banda de las fuentes por separar. Es por eso que, sin dejar de ser un problema BSS, la función de costo puede diseñarse para que considere el ancho de banda donde se encuentra la energía

---

**Algorithm 6** Algoritmo MSC-Convolutivo
 

---

**Entrada:** vector de mediciones  $\mathbf{x}$

**Salida:** componentes estimados  $\tilde{\mathbf{s}}$

- 1: Remove la media de las observaciones.
  - 2: Genera una solución inicial FIR,  $B(k) = \text{Diag}(\delta(k), \dots, \delta(k))$ .
  - 3: Calcula los componentes estimados  $\tilde{\mathbf{s}}(n) = \mathbf{B}(n) * \mathbf{x}(n)$ .
  - 4: Calcula la función de costo con selección de ancho de banda deseado  $\mathbf{J}$ .
  - 5: **procedimiento** Recocido simulado
  - 6: **mientras** el máximo número de iteraciones no se alcanza realiza **hacer**
  - 7:     Genera una solución (filtro inverso) de manera aleatoria  $\mathbf{B}(k)$ , siguiendo los parámetros del recocido simulado.
  - 8:     Calcula los nuevos componentes estimados  $\tilde{\mathbf{s}}(n) = \mathbf{B}(n) * \mathbf{x}(n)$ .
  - 9:     Calcula la función de costo con selección de ancho de banda deseado  $\mathbf{J}$ .
  - 10:     Compara el costo nuevo con el viejo costo de la iteración anterior.
  - 11:     Acepta o rechaza la solución (filtro inverso  $B$ ) de acuerdo al calendario de temperatura del recocido simulado.
  - 12: **fin mientras**
  - 13: **fin procedimiento**
  - 14:  $B^0$  es la mejor solución encontrado por el recocido simulado.
- 

de las señales originales,

$$\mathbf{J}_{BW} = \frac{1}{(f_{max} - f_{min})} \sum_{i,j} \sum_{f=f_{min}}^{f_{max}} \left| \gamma_{\tilde{s}_i \tilde{s}_j}(f) \right|^2. \quad (45)$$

### 5.2.2. Algoritmo de separación basado en MSC

No se cuenta con un procedimiento práctico de preblanqueo de mezclas convolutivas (Comon y Jutten (2010), p. 292). Sin embargo, este procedimiento no es necesario en el uso de la MSC como función de costo. El método desarrollado para la separación de mezclas convolutivas se muestra en el Algoritmo 6.

## 5.3. Experimentos

En esta sección se muestran experimentos del método propuesto para dos fuentes.

### 5.3.1. Simulación

Dos señales estadísticamente independientes  $s_1(n)$  y  $s_2(n)$ , Figura 20, han sido mezcladas por el modelo convolutivo (46) generando el vector  $x_1(n)$  y  $x_2(n)$ . El modelo convolutivo está dado por

$$x_i(n) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^{M-1} a_{ij}(k) s_j(n-k), \quad (46)$$

donde  $N$  es el número de fuentes y sensores,  $M$  es la longitud del filtro mezclador, y  $D_{ij}$  es el retardo entre la  $j$ -ésima fuente y el  $i$ -ésimo sensor. En este caso  $N = 2$ ,  $M = 75$ ,  $D_{11} = 0$ ,  $D_{12} = 34$ ,  $D_{21} = 22$ ,  $D_{22} = 0$ .  $a_{11} = \delta(n)$ ,  $a_{12} = \frac{1}{4}\delta(n-34)$ ,  $a_{21} = \frac{1}{3}\delta(n-22)$ ,  $a_{22} = \frac{1}{2}\delta(n)$ . En notación de transformada  $z$ , el sistema queda de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} A_{11}[z] &= 1 \\ A_{12}[z] &= 0.25z^{-34} \\ A_{21}[z] &= 0.3333z^{-22} \\ A_{22}[z] &= 0.5 \end{aligned} \quad (47)$$

Las señales capturadas se muestran en la Figura 22. En la Figura 21 vemos la MSC entre las fuentes. Su distribución es cercana a cero e indica que dichas señales están descorrelacionadas entre sí. En la Figura 23 se muestra la MSC entre las observaciones. Se observa que existe un alto grado de correlación entre ambas señales, tal como se observa en ciertos anchos de banda en donde la magnitud es cercana a uno.

La metodología propuesta para encontrar el sistema inverso es de pre-alimentación (feedforward). Esta arquitectura es aplicada en el Algoritmo 6. En este experimento el Algoritmo 6 se ha especificado con selección de ancho de banda a priori  $f_{BW} = [0Hz, 500Hz]$ ,

$$\tilde{s}_i(n) = \sum_{j=1}^N \sum_{k=0}^{M-1} B_{ij}(k) x_j(n-k). \quad (48)$$

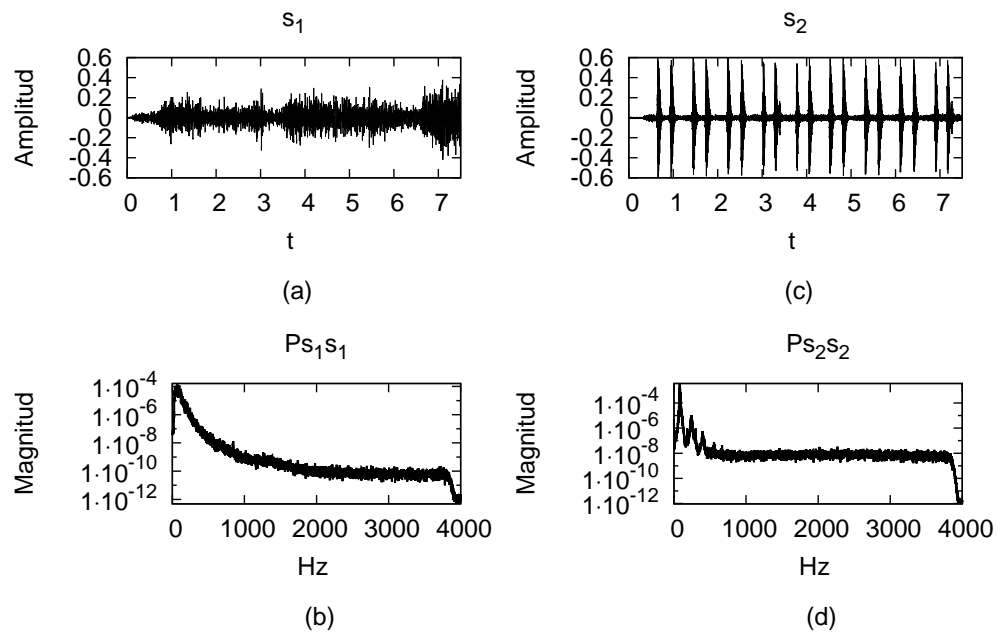


Figura 20: Fuentes usadas en el experimento. a) Sonido respiratorio normal. b) Densidad espectral de potencia del sonido respiratorio. c) Sonido cardiaco normal. d) Densidad espectral de potencia del sonido cardiaco.

## 5.4. Resultados y discusión

Después de 10,000 iteraciones, el algoritmo MSC-deconvolutivo converge al sistema separador  $B(n)$ , el cual se muestra en la Figura 24. Al correlacionar el filtro  $B(n)$  con el filtro  $A(n)$ , tenemos el filtro mezclador-separador global  $G(n)$ , el cual se muestra en la Figura 25. Se observan los impulsos en el retardo proporcionado por el sistema. Recordemos que en este experimento la función de costo optimizó en un ancho de banda especificado y no sobre todo el ancho de banda. El ancho de banda de optimización es  $f_{BW} = [0Hz, 500Hz]$ . Esto se puede corroborar en la Figura 29. Aquí se muestra la MSC entre las señales recuperadas y se observa cómo disminuye la MSC en el ancho de banda  $f_{BW}$ , aunque quedan algunos componentes frecuenciales altamente correlacionados.

Después de calcular los componentes independientes  $\tilde{s}$  se realiza un procedimiento de extracción de las contribuciones de cada fuente a las señales capturadas  $x(n)$ , Figuras 26 y 27. La gráfica del recocido se muestra en la Figura 28.

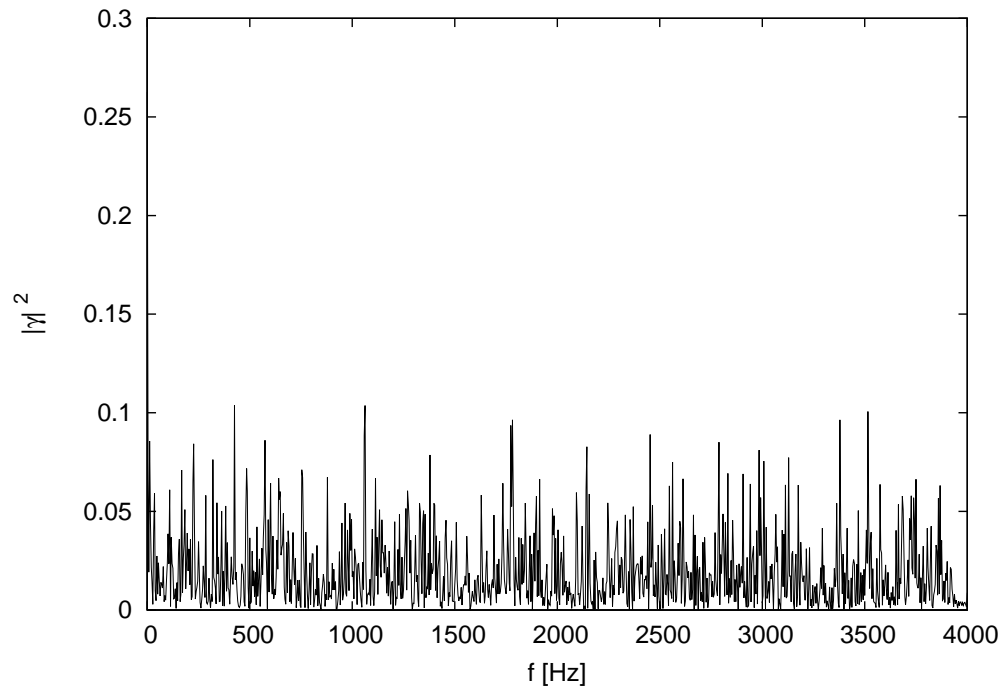


Figura 21: Estimación de la magnitud de MSC cuadrada entre las fuentes  $s_1(n)$  y  $s_2(n)$ .

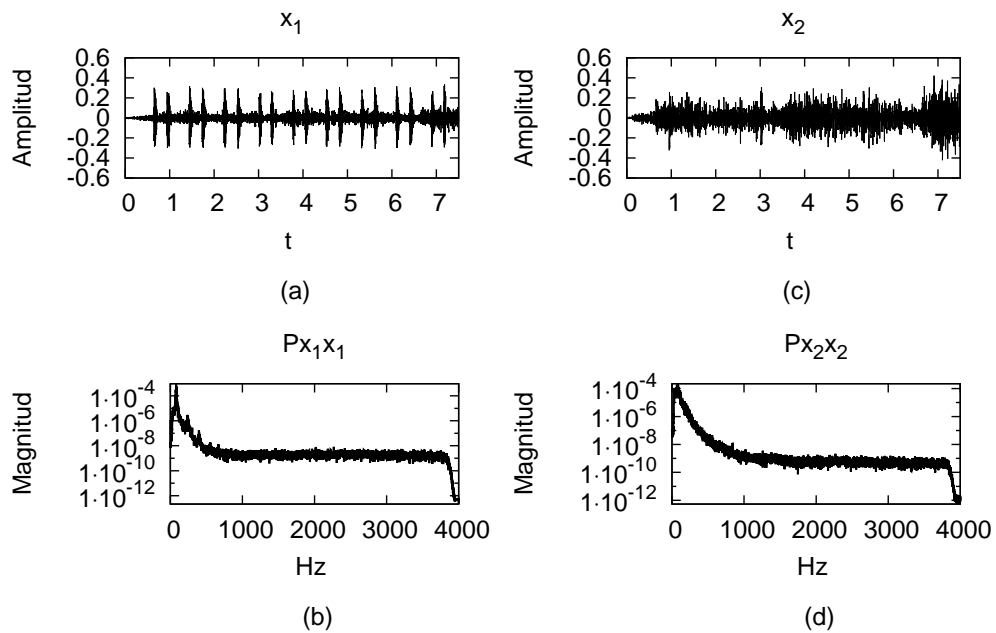


Figura 22: Señales capturadas en los sensores. a) Observación en el sensor  $x_1$ . b) Densidad espectral de potencia de la señal  $x_1$ . c) Observación en el sensor  $x_2$ . d) Densidad espectral de potencia de la señal  $x_2$ .

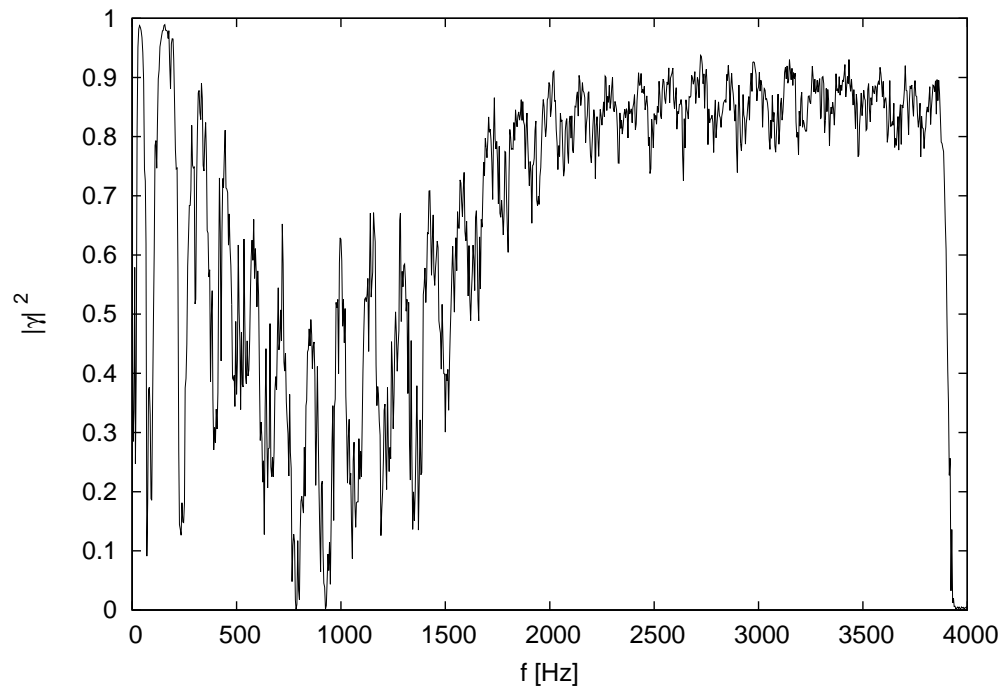


Figura 23: Coherencia entre las señales observadas,  $x_1(n)$  y  $x_2(n)$ .

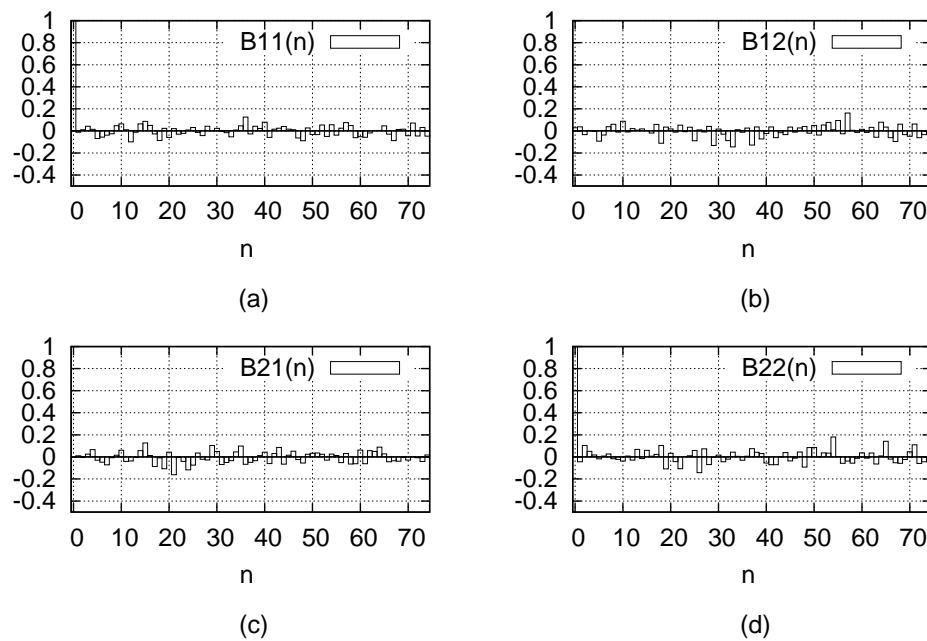


Figura 24: Filtro separador estimado  $B(n)$  para el Algoritmo MSC-Convolutivo.

El método presentado puede ser tardado porque la optimización se lleva a cabo mediante el recocido simulado el cual necesita un número grande de iteraciones para llegar

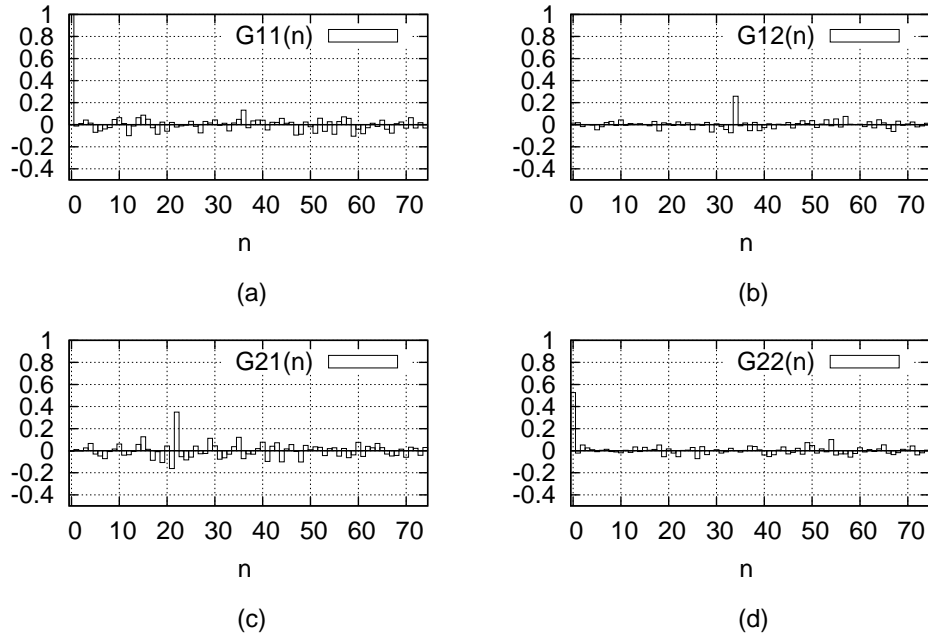


Figura 25: Filtro mezclador-separador  $G(n)$  para el Algoritmo MSC-Convolutivo.

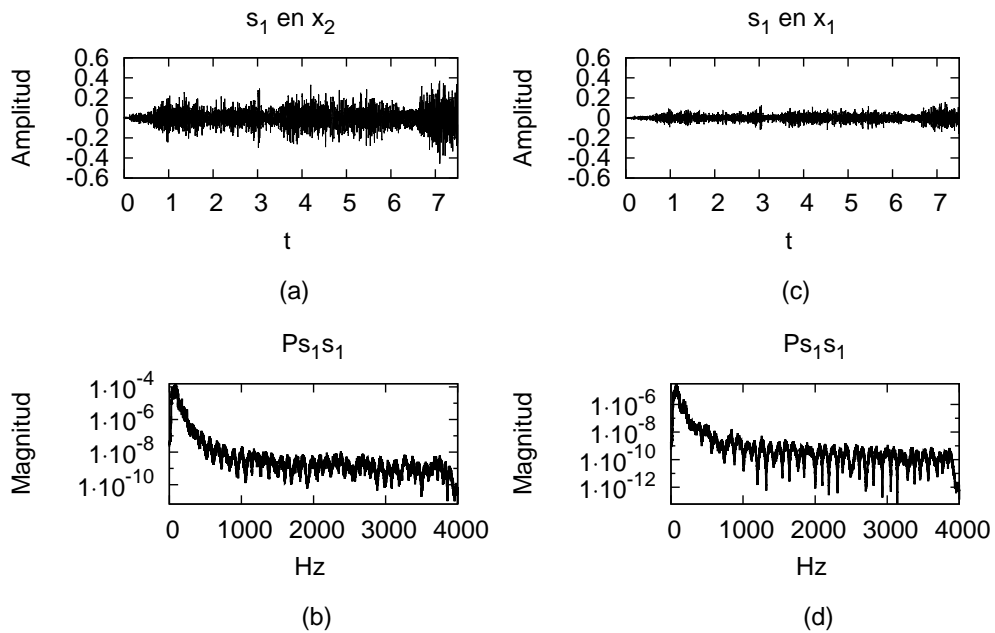
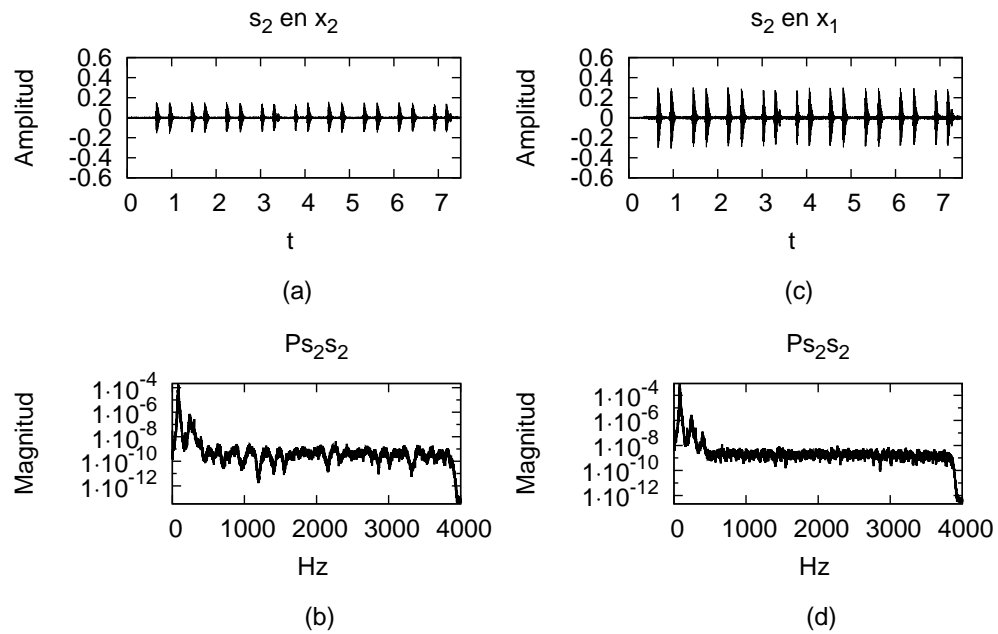
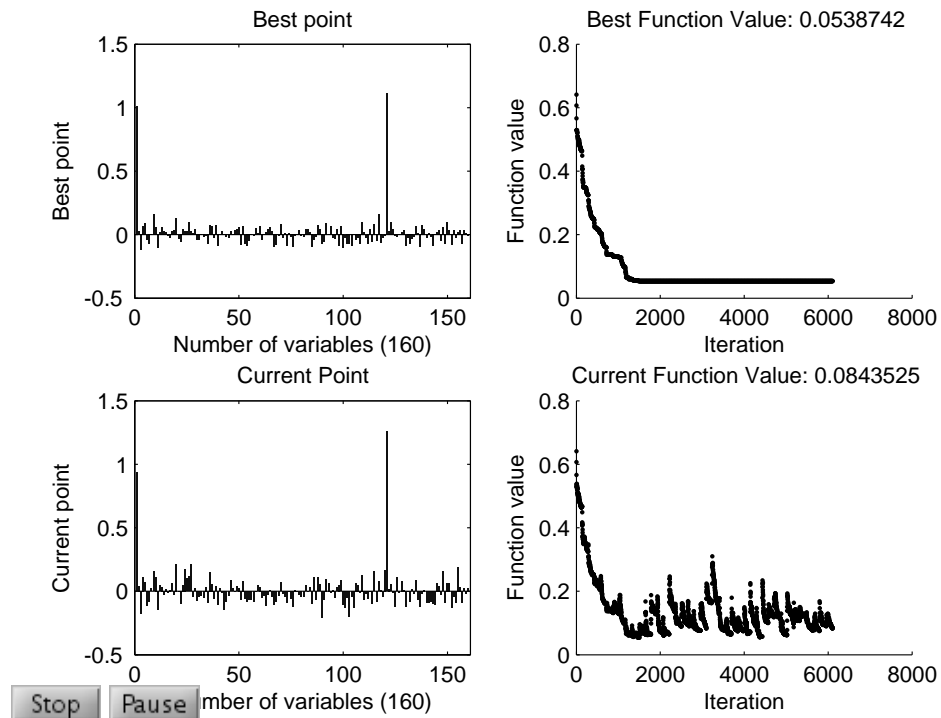


Figura 26: a) Contribuciones de la fuente  $s_1$  en el vector de observación  $x_2$ . b) Contribuciones de la fuente  $s_1$  en el vector de observación  $x_1$ . c) PSD de la fuente  $s_1$  en el vector de observación  $x_2$ . d) PSD de la fuente  $s_2$  en el vector de observación  $x_1$ .

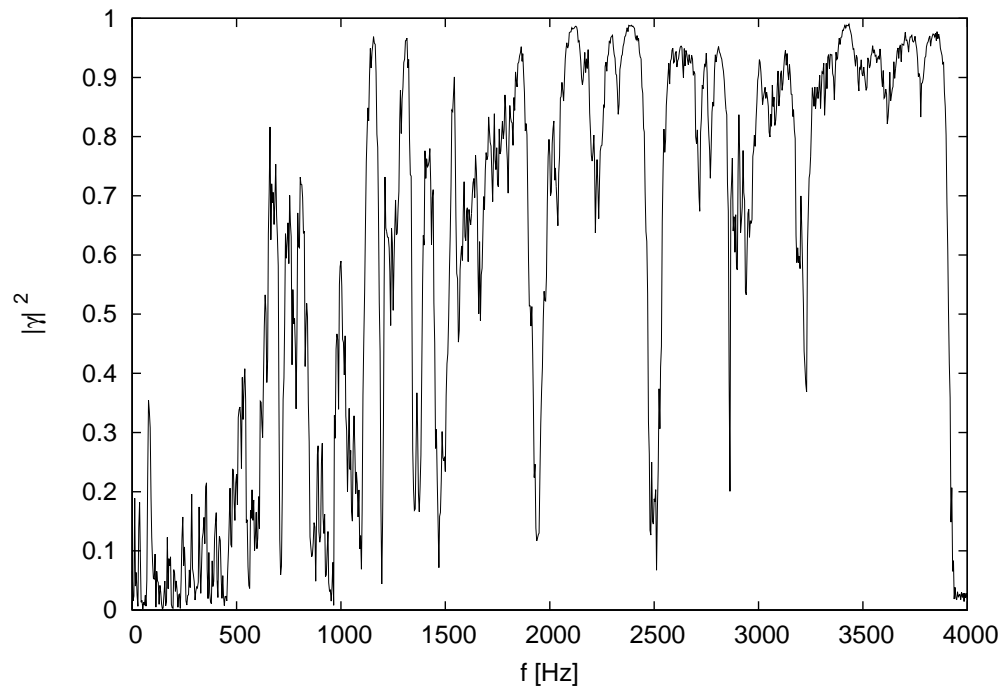


**Figura 27:** a) Contribuciones de la fuente  $s_2$  en el vector de observación  $x_2$ . b) Contribuciones de la fuente  $s_2$  en el vector de observación  $x_1$ . c) PSD de la fuente  $s_2$  en el vector de observación  $x_2$ . d) PSD de la fuente  $s_2$  en el vector de observación  $x_1$ .



**Figura 28:** Resultados del recocido simulado.





**Figura 29: Coherencia entre los componentes recuperados  $\tilde{s}(n)$ .**

a un resultado satisfactorio. Además, en este problema el número de variables a optimizar es elevado ya que se debe obtener filtros separadores de longitud  $M$ . Las variables son  $Mm^2$ . Por otro lado, al no existir el pre-blanqueo, el algoritmo puede converger a mínimos locales, al igual que cualquier método basado en gradientes. La función de costo puede ser la misma que la propuesta para el caso de mezclas instantáneas lineales con ruido. Los resultados se observan en el tiempo y la frecuencia, falta por implementarlo en todo el ancho de banda para poder calcular un SIR.

## 5.5. Conclusiones

En este capítulo se presentó la función coherencia como función de costo para resolver el problema de mezclas convolutivas. La función de costo puede ser la misma que en el caso de mezclas instantáneas lineales, salvo en esta ocasión se definió a priori el ancho de banda donde se concentraba la energía de las señales. Este enfoque representa un primer esfuerzo al tratar de resolver el problema de mezclas convolutivas, sin embargo, como trabajo futuro falta implementar el método para más de 2 fuentes, además de encontrar un método para descorrelacionar todo el ancho de banda de las señales

observadas.

## Capítulo 6. Conclusiones

En esta tesis se ha propuesto la función coherencia como criterio de optimización para el problema de BSS. Se abordó el problema de BSS de mezclas instantáneas. Se utilizó la suma de la MSC como función de costo y se utilizaron dos metodologías heurísticas como métodos de optimización para recuperar las fuentes originales. Los resultados experimentales muestran un desempeño satisfactorio a la par con los métodos del estado del arte. Al final del capítulo mostramos un ejemplo real de la extracción de fECG y mECG el cual muestra evidente mejora en el acondicionamiento de las señales y por consiguiente muestra la importancia de la metodología aquí presentada.

También se desarrollo un método basado en la suma de la MSC y un algoritmo heurístico para recuperar señales gaussianas iid cuando éstas se encuentran mezcladas mediante una matriz ortogonal. Los resultados experimentales muestran la superioridad del método propuesto frente a los del estado del arte.

Por otro lado, se trató el caso de mezclas instantáneas lineales con ruido. Se propuso un método basado en la suma de la MSC y una función de selección de umbral como función de costo. El algoritmo optimiza la función de costo mediante el recocido simulado para recuperar las fuentes originales. La aplicación de la heurística recocido simulado brinda la probabilidad de mejorar la estimación de los componentes debido a que tiene la probabilidad de salirse de mínimos locales, lo cual no es posible con metodologías basadas en gradientes. Los resultados experimentales muestran la superioridad de la metodologías en una parte de los experimentos, mientras que en otras, muestran un desempeño aproximado a las del estado del arte.

Finalmente, mostramos un primer intento por resolver el problema de BSS de mezclas convolutivas. Desarrollamos una función de costo basada en la suma de la MSC y una función que selecciona una banda de interés. Esta implementación, tomando al algoritmo recocido simulado como método de optimización, permite encontrar una solución aceptable tal como se muestra en la sección de experimentos. Queda por comparar su desempeño frente a otras metodologías del estado del arte.

En general, ningún método BSS es superior en todos los aspectos, o superior en

todas las situaciones posibles, es por esto que sigue siendo objeto de estudio. Si bien en la BSS de mezclas instantáneas no hay mucho por realizar, todavía quedan importantes interrogantes dentro de otras áreas de la BSS: mezclas instantáneas lineales con ruido, mezclas convolutivas, mezclas subdeterminadas, etc.

Por nuestro lado, se pretende mejorar los métodos que se propusieron en este trabajo mediante las siguientes ideas. Por un lado, en la BSS de mezclas instantáneas lineales con ruido sería interesante aplicar el preblanqueo robusto utilizado en Choi *et al.* (2002), para tratar de mejorar el desempeño de nuestro algoritmo. Este preblanqueo robusto puede ser especialmente útil cuando la matriz de mezclado está mal condicionada (determinante de la matriz de mezclado es casi cero) ya que una matriz con estas características en un ambiente ruidoso resulta difícil lograr una buena separación de las fuentes. Por otro lado, se debe de expandir la BSS de mezclas convolutivas al caso de tres fuentes o más. También, debido al tiempo de costo computacional alto, sería conveniente basar el problema en métodos de multiresolución, lo cual trataría de resolver el problema por bandas, lo que además evitaría el problema de permutación (Pourazad *et al.* (2005)).

Finalmente, el futuro de la BSS es promisorio. Con el continuo desarrollo de la BSS en unión con los avances tecnológicos veremos aplicaciones en la que, con analizar las señales provenientes de nuestro cerebro, podríamos controlar todo a nuestro alrededor.

## Lista de referencias

- Anderson, E. (2000). Discontinuous plane rotations and the symmetric eigenvalue problem. Reporte técnico, LAPACK Working Note 150, University of Tennessee, CS-00-454.
- Bell, A. J. y Sejnowski, T. J. (1995). Blind separation and blind deconvolution: an information-theoretic approach. *International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1995. ICASSP-95.*, **5**: 3415–3418.
- Belouchrani, A., Abed-Meraim, K., Cardoso, J.-F., y Moulines, E. (1997). A blind source separation technique using second-order statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **45**(2): 434–444.
- Cardoso, J. y Souloumiac, A. (1993). Blind beamforming for non-gaussian signals. *Radar and Signal Processing, IEE Proceedings F*, **140**(6): 362–370.
- Cardoso, J.-F. y Pham, D.-T. (2004). Optimization issues in noisy gaussian ica. *Independent component analysis and blind signal separation*, pp. 41-48.
- Cardoso, J.-F., Snoussi, H., Delabrouille, J., y Patanchon, G. (2002). Blind separation of noisy Gaussian stationary sources. Application to cosmic microwave background imaging. *ArXiv Astrophysics*. Recuperado de: [arXiv.org/pdf/astro-ph/0209466.pdf](http://arXiv.org/pdf/astro-ph/0209466.pdf).
- Carter, G. (1993). *Coherence and time delay estimation an applied tutorial for research, development, test, and evaluation engineers*. IEEE Press. 506 pp.
- Carter, G. C. (1972). Estimation of the magnitude-squared coherence function (spectrum). Reporte técnico AD0743945, NAVAL UNDERWATER SYSTEMS CENTER NEWPORT RI, New London, Conn. 107 pp.
- Choi, S. y Cichocki, A. (2000). Blind separation of nonstationary sources in noisy mixtures. *Electronics Letters*, **36**(9): 848–849.
- Choi, S., Cichocki, A., y Beloucharni, A. (2002). Second order nonstationary source separation. *Journal of VLSI signal processing systems for signal, image and video technology*, **32**(1-2): 93–104.
- Cichocki, A. y Amari, S.-i. (2002). *Adaptive blind signal and image processing: learning algorithms and applications*, Vol. 1. John Wiley & Sons. 586 pp.
- Cichocki, A., Amari, S.-i., Siwek, K., Tanaka, T., Phan, A. H., Zdunek, R., Cruces, S., Georgiev, P., Washizawa, Y., Leonowicz, Z., *et al.* (2007). ICALAB Toolboxes. Recuperado de <http://www.bsp.brain.riken.jp/ICALAB>.
- Comon, P. y Jutten, C. (2010). *Handbook of Blind Source Separation: Independent Component Analysis and Applications*. Academic Press. 831 pp.
- Crespo-Garcia, M., Atienza, M., y Cantero, J. L. (2008). Muscle artifact removal from human sleep eeg by using independent component analysis. *Annals of biomedical engineering*, **36**(3): 467–475.

- Darmois, G. (1953). Analyse générale des liaisons stochastiques: etude particulière de l'analyse factorielle linéaire. *Revue de l'Institut International de Statistique / Review of the International Statistical Institute*, **21**(1/2): 2–8.
- Douglas, S., Cichocki, A., y Amari, S. (1998). Bias removal technique for blind source separation with noisy measurements. *Electronics Letters*, **34**(14): 1379 –1380.
- Fancourt, C. L. y Parra, L. (2001). The coherence function in blind source separation of convolutive mixtures of non-stationary signals. *Proceedings of the 2001 IEEE Signal Processing Society Workshop Neural Networks for Signal Processing XI, 2001*, pp. 303-312.
- Gibbs, T. (2000). Auscultation skills: breath and heart sounds. *BMJ*, **320**(7229): 256.
- Goldberger, A. L., Amaral, L. A., Glass, L., Hausdorff, J. M., Ivanov, P. C., Mark, R. G., Mietus, J. E., Moody, G. B., Peng, C.-K., y Stanley, H. E. (2000). Physiobank, physio-toolkit, and physionet components of a new research resource for complex physiologic signals. *Circulation*, **101**(23): 215–220.
- Hesse, C. W. (2008). Model order estimation for blind source separation of multichannel magnetoencephalogram and electroencephalogram signals. *Engineering in Medicine and Biology Society, 2008. EMBS 2008. 30th Annual International Conference of the IEEE*, pp. 3348–3351.
- Hyvarinen, A. (1999). Fast and robust fixed-point algorithms for independent component analysis. *IEEE Transactions on Neural Networks*, **10**(3): 626–634.
- Hyvärinen, A. y Oja, E. (2000). Independent component analysis: algorithms and applications. *Neural Networks*, **13**(4-5): 411 – 430.
- James, C. (2004). Introduction and overview of the bss/ica problem - specifically when applied to biomedicine. *IEE Seminar on Blind Source Separation in Biomedicine*, p1.
- Jezewski, J., Matonia, A., Kupka, T., Roj, D., y Czabanski, R. (2012). Determination of fetal heart rate from abdominal signals: evaluation of beat-to-beat accuracy in relation to the direct fetal electrocardiogram. *Biomedizinische Technik/Biomedical Engineering*, **57**(5): 383–394.
- Kirkpatrick, S., Gelatt, C. D., y Vecchi, M. P. (1983). Optimization by simulated annealing. *Science*, **220**(4598): 671–680.
- Lehrer, S. (2002). *Understanding lung sounds*. audio CD. Saunders, Philadelphia.
- Oku, T. y Sano, A. (2003). Nonlinear blind source separation using coherence function. *SICE 2003 Annual Conference*, **3**: 2550 –2560.
- Osterwise, C. y Grant, S. (2011). A comparison of bss algorithms in harsh environments. *2011 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC)*, pp. 1-6.
- Parra, L. y Spence, C. (2000). Convolutive blind separation of non-stationary sources. *Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on*, **8**(3): 320–327.

- Pourazad, M., Moussavi, Z., Farahmand, F., y Ward, R. (2005). Heart sounds separation from lung sounds using independent component analysis. *27th Annual International Conference of the IEEE-EMBS, Engineering in Medicine and Biology Society*, pp. 2736-2739.
- Principe, J. C., De Vries, B., y De Oliveira, P. G. (1993). The gamma-filter-a new class of adaptive iir filters with restricted feedback. *IEEE Transactions on Signal Processing*, **41**(2): 649–656.
- Romo Vázquez, R., Vélez-Pérez, H., Ranta, R., Louis Dorr, V., Maquin, D., y Maillard, L. (2012). Blind source separation, wavelet denoising and discriminant analysis for eeg artefacts and noise cancelling. *Biomedical Signal Processing and Control*, **7**(4): 389–400.
- Tong, L., Liu, R.-w., Soon, V., y Huang, Y.-F. (1991). Indeterminacy and identifiability of blind identification. *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, **38**(5): 499–509.
- Vajda, S. (2007). *Fibonacci and Lucas numbers, and the golden section: theory and applications*. Courier Dover Publications. 192 pp.
- Vigneron, V., Paraschiv-Ionescu, A., Azancot, A., Sibony, O., y Jutten, C. (2003). Fetal electrocardiogram extraction based on non-stationary ica and wavelet denoising. *Seventh International Symposium on Signal Processing and Its Applications, 2003. Proceedings*, **2**: 69–72.
- Vorobyov, S. y Cichocki, A. (2002). Blind noise reduction for multisensory signals using ica and subspace filtering, with application to eeg analysis. *Biological Cybernetics*, **86**(4): 293–303.
- Welch, P. (1967). The use of fast fourier transform for the estimation of power spectra: a method based on time averaging over short, modified periodograms. *IEEE Transactions on Audio and Electroacoustics*, **15**(2): 70–73.
- Yeredor, A. (2011). Empirical weighting for blind source separation in a multiple-snapshots scenario. *2011 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP)*, pp. 3704 -3707.
- Zheng, Y., Reindl, K., y Kellermann, W. (2009). Bss for improved interference estimation for blind speech signal extraction with two microphones. *3rd IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, pp. 253-256.

## Acrónimos

**ARMA** Autoregressive–moving-average

**BSS** Blind Source Separation

**ECG** Electrocardiogram

**fECG** fetal Electrocardiogram

**FIR** Finite Impulse Response

**HOS** Higher-order Statistics

**ICA** Independent Component Analysis

**iid** Independent and identically distributed

**IIR** Infinite Impulse Response

**LTI** Linear Time-Invariant

**mECG** maternal Electrocardiogram

**MIMO** Multiple-input Multiple-output

**MSC** Magnitude-squared coherence

**PCA** Principal Component Analysis

**PSD** Power Spectral Density

**SNR** Signal-to-noise ratio

**SOBI** Second Order Blind Identification

**SOBI-RO** Robust Second Order Blind Identification

**SOS** Second-order Statistics