

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR DE  
ENSENADA.



DIVISIÓN DE OCEANOLOGÍA  
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA

“Análisis de las corrientes de marea y series de  
temperatura en la parte norte del Golfo de California”

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

ALEJANDRO JIMÉNEZ LAGUNES

Ensenada, Baja California, México. Marzo del 2003.  
TESIS DEFENDIDA POR

*ALEJANDRO JIMÉNEZ LAGUNES*  
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITÉ

---

Dr. J. Manuel López Mariscal

Director del comité

---

Dr. Raúl Castro Escamilla

*Miembro del comité*

---

Dr. Julio Candela Pérez

*Miembro del comité*

---

Dr. Miguel F. Lavín Peregrina

Miembro del comité

---

Dr. Edgar Pavía López

*Jefe del Departamento*

Oceanografía Física

---

Dr. Luis Alberto Delgado Argote

*Director de Estudios*

de Posgrado

26 de marzo del 2003

RESUMEN de la tesis de Alejandro Jiménez Lagunes, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en OCEANOGRAFÍA FÍSICA. Ensenada, Baja California, México, marzo de 2003.

ANÁLISIS DE LAS CORRIENTES DE MAREA Y SERIES DE TEMPERATURA EN LA PARTE NORTE DEL GOLFO DE CALIFORNIA.

Resumen aprobado por:

Dr. Juan Manuel López Mariscal

Director de tesis

Los datos de corrientes y de temperatura, obtenidos de tres anclajes situados en la parte norte del Golfo de California desde junio de 1997 a marzo de 1998, son examinados mediante las técnicas de análisis armónico, de admitancia y demodulación compleja. El estudio se hace en las bandas de frecuencias de marea con el objetivo de establecer la estructura vertical de las corrientes de marea, así como de las fluctuaciones de temperatura. Los resultados de los análisis armónico y de admitancia muestran que la componente de marea  $M_2$  es la más energética. Los valores máximos del eje mayor de la  $M_2$  son ligeramente mayores en verano-otoño, alcanzando los 35 cm/s cerca de la superficie. La variación vertical de este eje también es máxima durante este periodo y alcanza hasta un 43% del valor máximo. El eje menor de las elipses semidiurnas alcanza amplitudes máximas de 6 cm/s y el sentido de rotación sugiere un comportamiento baroclínico de las corrientes. Las componentes diurnas muestran amplitudes máximas que oscilan entre 4 y 6 cm/s, con grandes variaciones en la vertical. Estas componentes están afectadas por oscilaciones inerciales sobre todo durante el paso del huracán Nora en septiembre de 1997. El análisis de admitancia parece ser una mejor herramienta para la extracción de los parámetros de las elipses de marea en la banda diurna. Las corrientes baroclínicas representan hasta un 40% de las corrientes totales en la banda semidiurna y están reforzando (suma constructiva) a la corriente barotrópica cerca de la superficie, y disminuyéndola cerca del fondo. Las elipses de marea baroclínicas se acercan al valor teórico de una onda de Poincaré. La inclinación de estas elipses sugiere que la onda se propaga en la dirección este-oeste. La demodulación compleja reveló que existe una modulación de las corrientes de marea semidiurna por una corriente intensa de baja frecuencia cerca del fondo. La relación es tal que la amplitud de la  $M_2$  de las corrientes totales (baroclínicas) aumenta (disminuye) conforme se intensifica la corriente de baja frecuencia. Finalmente, se encontró que los desplazamientos verticales de las isotermas en la banda semidiurna, son mínimos (~5 m) en superficie y máximos (~15 m) cerca del fondo desde el verano hasta el invierno.

*Palabras claves: Golfo de California, corrientes de marea y marea interna.*



ABSTRACT of the thesis of Alejandro Jiménez Lagunes, presented as partial requirement to obtain the degree of MASTER OF SCIENCE in PHYSICAL OCEANOGRAPHY.

Ensenada, Baja California, México, marzo de 2003.

Currents and temperature data from three moorings located in the northern Gulf of California, are examined using harmonic analysis, the admittance function and complex demodulation. The moorings span a nine-month period from summer 1997 to winter 1998. This work focuses on the tidal frequency band in order to study the vertical structure of tidal currents and temperature fluctuations. The results of the harmonic analysis and the admittance function show that the  $M_2$  component is the most energetic. The maximum values of the  $M_2$  semimajor axis are slightly greater in summer-autumn, reaching about 35 cm/s near the surface, than in winter. The vertical variation of the semimajor axis is also greatest during summer-autumn reaching 43% of the maximum value. The maximum amplitude of the semiminor axis is 6 cm/s and the sense of rotation suggests a baroclinic behavior of the currents. The maximum amplitude of the diurnal components lies between 4 and 6 cm/s, with strong vertical variations. These components are affected by inertial oscillations, mainly during passage of hurricane Nora in September 1997. The admittance function appears to extract better the parameters of the tidal ellipses of the diurnal currents. Baroclinic currents represent a maximum of 40% of the total currents in the semidiurnal band, and are reinforcing (constructive superposition) the barotropic tide near the surface, and weakening it near the bottom. The baroclinic ellipses approach the theoretical value of a Poincaré wave in the semidiurnal band. The orientation of these ellipses suggests that the baroclinic tide propagates in the east-west direction. Complex demodulation revealed a modulation of the  $M_2$  tidal currents by an intense, near-bottom, low-frequency current. The relation is such that the amplitude of the total (baroclinic) currents increases (decreases) with the intensification of the low-frequency current. Finally, it is found that the vertical displacements of the isotherms in the semidiurnal band are minimum (~5 m) near the surface and maximum (~15 m) near the bottom in all the period analyzed.

*Key words: Gulf of California, tidal currents and internal tides.*

## **Dedicatoria**

### **A mi maravillosa mamá**

*Mamá, quisiera decirte mil cosas que te hicieran saber cuanto te quiero, pero sobre todo quisiera que supieras cuanto agradezco, tu ejemplo, dedicación, confianza y tu inmenso amor que en mis momentos de desmayo me hicieron salir adelante. Mamá muchísimas gracias por ser tan especial y única. Todo lo que soy ha sido por tu enorme esfuerzo.*

### **A mis geniales hermanos**

*Laura, hermanita mía, tu gran cariño y apoyo han sido fundamentales en mi vida, te quiero muchísimo nenita. Tony, eres un tipo genial, gracias por hacerme saber cuanto*

*me quieres, por tu admiración que espero nunca defraudar, te quiero muchísimo, ustedes son vitales en mi vida, los amo con todo el corazón.*

A esa linda mujer, Alejandra

*Niña linda, eres la mujer que siempre soñé, Alejandra, eres única princesita linda, doy gracias a la vida por permitirme contar contigo, mi hermosa muñequita, y aunque hoy la vida me tiene lejos de ti, quiero decirte que te adoro nena hermosa y que espero y deseo que muy pronto estemos juntos.*

A mis amigos

A Dios por su inmensa ayuda y consuelo

A todos aquellos que contribuyeron a este sueño

## Agradecimientos

Al Dr. Manuel López, por su gran asesoría, su paciencia y su gran disposición en la elaboración de la tesis, sin tu ayuda no lo hubiese logrado.

A los miembros de mi comité de tesis: Dr. Miguel Lavín, Dr. Julio Candela y Dr. Raúl Castro, quienes con sus valiosos comentarios y sugerencias enriquecieron este trabajo.

A mis maestros en el transcurso de mis estudios, muy en especial al Dr. Adalberto Tejeda, al Dr. Alejandro Parés, Al Dr. Luis Zavala, a la Dra. Tere Cavazos y al Dr. Guido Marinone, por su enorme disposición, por su gran calidad a la hora de enseñar, por ser tan buenos maestros, reciban aparte de mi inmensa gratitud, una profunda admiración.

A dos personajes extraordinarios, Dr. Guido Marinone y Dr. Adalberto Tejeda, quienes han marcado mi vida académica, por su infinito apoyo y su gran confianza en que podía lograr este objetivo, señores les debo muchas cosas, las palabras para agradecerles se quedan cortas, así que mi única forma de agradecerles es este trabajo. Muchísimas gracias por todo, por jugársela por mí, espero eternamente corresponder a su confianza y contar siempre con su bella amistad.

A mis compañeros y amigos: Roberto (Chamán), Omar, Ana, Fátima, Marianita, Gilberto, David, Julio León, Ana Laura, Gaby Athié, Antonio Almazán, Adrián, Luis Siero, Julio Figueroa, Andrés, Edgar, Ángel, Lorena, Paulina y Ruth, por hacer de mi estancia en CICESE (en diferentes etapas) algo muy bello.

A mis compañeros y amigos de juego: Héctor (Pollo), Memo, Roberto, Piky, pero sobre todo al buen Mario, gracias por todos esos momentos compartidos.

De forma muy especial quiero agradecer la oportunidad de contar con la gran amistad de María Eugenia (Maru), eres genial niña, muchísimas gracias por estar siempre ahí en el momento justo.

Igualmente quiero agradecerte Richie, todo tu apoyo y las veces que has tenido que aguantarme escuchando mis penas, gracias de verdad.

Lucho, hermano, no sabes como agradezco la oportunidad de convivir contigo, sin lugar a dudas conocerte fue una de las cosas más chidas de mi vida, gracias por tu inmenso apoyo, por tu poca paciencia (jajajaja) y por todas esas veces que hemos discutido, pero sobre todo por el gran cariño que siempre me has demostrado, de verdad muchísimas gracias Lucho, Dios me permita siempre contar contigo. No tengo como agradecerte todos los momentos que has estado ahí, solo diciéndote que te quiero y aprecio mucho, gracias una vez más Lucho. Asimismo, agradezco la oportunidad que me brindaste al dejarme conocer a tu familia, gente extraordinaria, Pía, Jazmina y Claudio de quienes siempre recibí un gran cariño.

A Lina, esa mujer extraordinaria, que con su gran dedicación al trabajo me ayudó a solucionar mis problemas de trámites y demás, pero sobre todo quisiera agradecer su gran cariño y apoyo.

A Roberto Soto, ese tipo genial de cómputo, gracias por tu disposición en ayudarme a solucionar los problemas de las máquinas y también por tu gran amistad.

A Jorge Reyes, por que siempre que le pregunté algo se tomó el tiempo de explicarme de la mejor manera, gracias sinceramente, George.

A Ivonne Best, esa mujer excepcional que pone todo en su trabajo, disposición y una gran ayuda para todos los estudiantes, muchísimas gracias Ivonne.

A Lupita Rodríguez, quien siempre está dispuesta a ayudar a quien se lo pide, muchas gracias por ser tan profesional en tu trabajo.

A esas lindas mujeres de biblioteca que siempre me soportaron, Ceci y Dolores, muchas gracias por su inmensa ayuda con la bibliografía.

Al CICESE, por todo el apoyo brindado.

Al CONACyT, por su apoyo económico mediante la beca-crédito de maestría.

A los proyectos financiados por CONACyT, de donde se desprenden los datos necesarios para la elaboración de esta tesis.

- 1) “Mediciones ancladas de Corrientes, Temperatura y Salinidad en la parte norte del Golfo de California durante 1997-1998”. Clave # 225080-5-1889PT.
- 2) “Umbrales: Intercambio de Propiedades Físicas y Químicas en la parte Norte del Golfo de California”. Clave # 633464-T.

## Índice

Página

**Resumen**

Lista de figuras

Lista de tablas

**I. Introducción**

1

**II. Descripción del área de estudio y de los datos**

4

**III. Métodos de análisis**

10

**Análisis armónico (AA)**

10

**Análisis de admitancia (AD)**

12

**I.1.1 Función de admitancia**

12

**I.1.2 Función de coherencia**

13

**Demodulación compleja**

15

**IV. Resultados**

17

**Estadísticas básicas****Análisis armónico de las corrientes**

21

I.1.3 Varianza y razón señal a ruido (RSR)  
28

I.1.3.1 Varianza  
29

I.1.3.2 Valor de la razón señal a ruido (RSR)  
31

**Coherencia y análisis de admitancia**

34

I.1.4 Coherencia  
34

I.1.4.1 Coherencias del anclaje Delfín  
35

I.1.4.2 Coherencias del anclaje Sonora  
37

I.1.5 Análisis de admitancia  
39

**Análisis Armónico de las corrientes baroclínicas**

41

**Análisis de los datos de temperatura**

48

**El huracán Nora: Un caso de estudio**

53

I.1.6 Espectros  
55

rotacionales

## **Demodulación**

**Compleja**

58

I.1.7 Demodulación compleja de las corrientes barotrópicas  
59

I.1.8 Efectos del viento sobre la banda diurna  
62

I.1.9 Efectos de la corriente media del fondo, sobre las mareas semidiurnas

63

## **v. Discusión de Resultados**

67

**Corrientes de marea diurnas**

67

**Corrientes de marea semidiurnas**

69

**Desplazamientos verticales de las isotermas**

71

**Comentarios finales**

73

## **VI. Conclusiones**

76

	15
Referencias	75
Apéndice	80

## LISTA DE FIGURAS

### Página

Fig. 1. Área de estudio y localización geográfica de los anclajes Delfín (1), Tiburón (2) y Sonora (3). Los números (4) y (5) corresponden a la estación de donde se adquirieron los datos de PSS (presión subsuperficial) y a la estación meteorológica de donde se obtuvieron los datos de viento, respectivamente. Se muestran también algunos detalles de la batimetría. El corte transversal al umbral señalado por la línea que pasa cerca de los anclajes 1 y 2, se ve con detalle en la figura 2.

4

Fig. 2. Corte transversal del umbral que conecta la cuenca Delfín con la cuenca Tiburón. Se muestra también la ubicación del anclaje Delfín. El correntímetro Aanderaa es señalado por el cuadro en azul. Las cruces indican cada una de las observaciones del ADCP.

5

Fig. 3. Series de datos para las componentes de la velocidad ( $u$  y  $v$ ) y de temperatura. En los tres paneles superiores se muestran las series del ADCP y del termistor a 63 m de profundidad para el primer periodo. En los tres paneles inferiores las series del correntímetro Aanderaa a 317 m de profundidad durante el segundo periodo. Las componentes  $u$  y  $v$  de las corrientes se encuentran rotadas a ejes principales, a  $148^\circ$  y  $238^\circ$  del E, respectivamente.

Fig. 4. Parámetros de la elipse de marea: semieje mayor ( $M$ ), semieje menor ( $m$ ), ángulo de orientación del semieje mayor con respecto al eje  $x$  ( $\theta$ ). El tiempo  $t$ , da el tiempo en que el vector de la corriente se encuentra sobre el semieje mayor. Este tiempo está dado por la razón  $\phi/\sigma$ , donde  $\phi$  es la fase y  $\sigma$  la frecuencia.

11

Fig. 5. Corrientes medias de los anclajes Delfín y Sonora durante los dos periodos de observación.

19

Fig. 6. Desviación estándar a lo largo de los ejes principales (en rojo y azul, eje mayor y menor, respectivamente) y ángulo del eje mayor con respecto al este. Los asteriscos corresponden al anclaje Sonora y los círculos al anclaje Delfín. Los recuadros superiores corresponden al primer periodo y los inferiores al segundo periodo.

20

Fig. 7. Parámetros de la elipse de marea para las componentes  $O_1$ ,  $K_1$ .  $D1$  y  $D2$  corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín y  $S1$  y  $S2$  al anclaje Sonora. La  $b$  adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.

25

Fig. 8. Parámetros de la elipse de marea para las componentes  $M_2$ ,  $S_2$ .  $D1$  y  $D2$  corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín y  $S1$  y  $S2$  al anclaje Sonora. La  $b$  adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.

26

Fig. 9. Parámetros de la elipse de marea para las componentes  $N_2$ ,  $M_4$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín y S1 y S2 al anclaje Sonora. La b adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.

27

Fig. 10. Porcentaje de varianza explicada por el AA, para cada anclaje y periodo en función de la profundidad. D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín y S1 y S2 al anclaje Sonora. La b adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.

30

Fig. 11. Coherencias entre la presión subsuperficial y las corrientes para los dos periodos del anclaje Delfín, en las bandas diurna y semidiurna. Las gráficas superiores e inferiores corresponden a D1 y D2, respectivamente. La línea vertical en las gráficas denota la coherencia significativamente distinta de cero a un 95% de confianza.

36

Fig. 12. Coherencias entre la presión subsuperficial y las corrientes para los dos periodos del anclaje Sonora, en las bandas diurna y semidiurna. Las gráficas superiores y inferiores corresponden a S1 y S2, respectivamente. La línea vertical en las graficas de coherencia denota la coherencia significativamente distinta de cero a un 95% de confianza.

38

Fig. 13. Comparación de las elipses componentes obtenidas mediante las técnicas de análisis armónico y análisis de admitancia, para las frecuencias de marea  $O_1$  y  $M_2$  (segundo periodo, ambos anclajes).

40

Fig. 14. Parámetros de las elipses de marea de las corrientes baroclínicas a las frecuencias  $O_1$  y  $K_1$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín, S1 y S2 al anclaje Sonora.

43

## Página

Fig. 15. Parámetros de las elipses de marea de las corrientes baroclínicas a las frecuencias  $M_2$  y  $S_2$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín, S1 y S2 al anclaje Sonora.

44

Fig. 16. Razón del eje menor al eje mayor de las corrientes baroclínicas a las frecuencias de marea  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$  y  $S_2$ , duran el primer periodo de observación. Los asteriscos corresponden al anclaje Sonora y los círculos al anclaje Delfín. La línea vertical representa el valor teórico de  $|f/\sigma|$ .

46

Fig. 17. Razón entre el eje mayor de las corrientes baroclínicas y el eje mayor de la corriente barotrópica a las frecuencias de marea  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$  y  $S_2$  durante el segundo periodo de observación. Los asteriscos corresponden al anclaje Sonora y los círculos al anclaje Delfín.

47

Fig. 18. Perfil Vertical y gradiente vertical medio de Temperatura para ambos periodos del anclaje Tiburón.

49

Fig. 19. Amplitudes y fases de los desplazamientos verticales de las isothermas para las frecuencias de marea  $M_2$  y  $S_2$ , para ambos periodos del anclaje Tiburón.

52

Fig. 20. Parámetros de las elipses de marea para las frecuencias  $M_2$  y  $K_1$ , durante el paso del huracán Nora (HN) y sin el paso del huracán (NN).

54

Fig. 21. Espectros rotacionales (panel superior) previo al huracán Nora (AN) y durante el huracán (HN). EN y EP hacen alusión al espectro negativo y positivo, respectivamente. En el panel inferior se muestran los autoespectros de los desplazamientos verticales para los periodos ya mencionados.

57

Fig. 22. Demodulación compleja de las componentes de velocidad (u,v) de las corrientes barotrópicas en las bandas diurna y semidiurna. La componente u está rotada a  $139^\circ$  del E y v a  $229^\circ$  del E.

61

Fig. 23. Series de tiempo de la demodulación compleja del eje mayor ( $O_1$ ) de la corriente a 33 m de profundidad (línea roja discontinua) y la rapidez del viento cerca de Bahía de los Ángeles (línea azul continua). La flecha a finales de septiembre indica la ocurrencia del huracán Nora.

63

Página

Fig. 24. Series de tiempo de la demodulación compleja del eje mayor (recuadro superior), de la inclinación del eje mayor (recuadro intermedio) y fase (recuadro inferior) de la

corriente a 317 m de profundidad para la frecuencia  $M_2$ . En todos los recuadros se ha sobrepuesto la corriente de baja frecuencia (línea azul continua).

65

Fig. 25. Series de tiempo de la demodulación compleja del eje mayor ( $M_2$ ) de la corriente baroclínica a 317 m de profundidad (línea roja discontinua) y la corriente de baja frecuencia (línea azul continua).

66

Fig. 26. Perfil vertical de la frecuencia de Brünt-Väisälä calculado con los datos hidrográficos obtenidos en las fechas de recuperación de los anclajes. En rojo (3-Nov-97) y azul (27-Mar-98).

72

## Lista de tablas

Página

Tabla I. Instrumentos y datos correspondientes a cada anclaje.

6

Tabla II. Valores de RSR, correspondientes a los armónicos de interés, durante cada periodo, tanto para las velocidades totales, como para las barótropicas y baroclínicas.

33

Tabla III. Valores de RSR, correspondientes a los armónicos de interés, antes y después del paso del huracán Nora. Los periodos del análisis armónico son de 21 días.

55

Tabla IV. Amplitudes de las corrientes medidas a las diferentes frecuencias de marea. Los cálculos son derivados del AA con u y v rotadas a  $139^\circ$  y  $229^\circ$ , respectivamente.

60

Tabla V. Coeficientes de correlación entre la corriente de baja frecuencia y los parámetros de la elipse de la demodulación compleja de las corrientes totales y baroclínicas a la frecuencia  $M_2$ .

66



## Introducción

La marea que comúnmente conocemos recibe el nombre de marea barotrópica o marea superficial y es el cambio continuo del nivel del mar y de corrientes con periodos principalmente diurnos y semidiurnos (Marinone y Lavín, 1997). Además de la marea barotrópica existe lo que se conoce como marea baroclínica o marea interna asociada a la elevación o hundimiento de las isotermas o isopicnas, y a pesar de que estas oscilaciones pueden alcanzar varias decenas de metros, su señal en la superficie es de sólo unos cuantos centímetros (Kantha y Tierney, 1997). La marea baroclínica es generada cuando las corrientes barotrópicas de marea en un océano estratificado pasan sobre cambios abruptos de topografía, provocando el desplazamiento vertical de las isopicnas.

El comportamiento de la marea barotrópica en el Golfo de California (GC) ha sido estudiado principalmente a través de modelos analíticos sencillos (v. gr., Hendershott y Speranza, 1971; Ripa y Velásquez, 1993) y mediante modelos numéricos (Marinone, 1997; Marinone, 2000; García-Silva y Marinone, 2000). De los diversos estudios realizados se ha encontrado que la marea barotrópica dentro del GC es producida básicamente por cooscilación con la marea del Océano Pacífico (Hendershott y Speranza, 1971). La marea se amplifica considerablemente de la boca hacia la cabeza del golfo, es de tipo mixto, principalmente semidiurno, excepto en la región central donde es principalmente de carácter diurno (Lavín y Marinone, 1997). Es claro que la marea barotrópica en el GC ha sido registrada y estudiada ampliamente por varios años. Como resultado de estos estudios se sabe que la amplitud de la marea semidiurna es relativamente alta en el GC, sobre todo en la parte norte donde la componente  $M_2$  alcanza amplitudes cercanas a los 2 m (Morales

y Gutiérrez, 1989). Asimismo, se ha encontrado que las corrientes de marea son fuertes, sobre todo en la zona de las islas centrales donde la sección transversal se reduce significativamente por la presencia de las islas y la disminución de la profundidad del golfo (Badán-Dangon *et al.*, 1991).

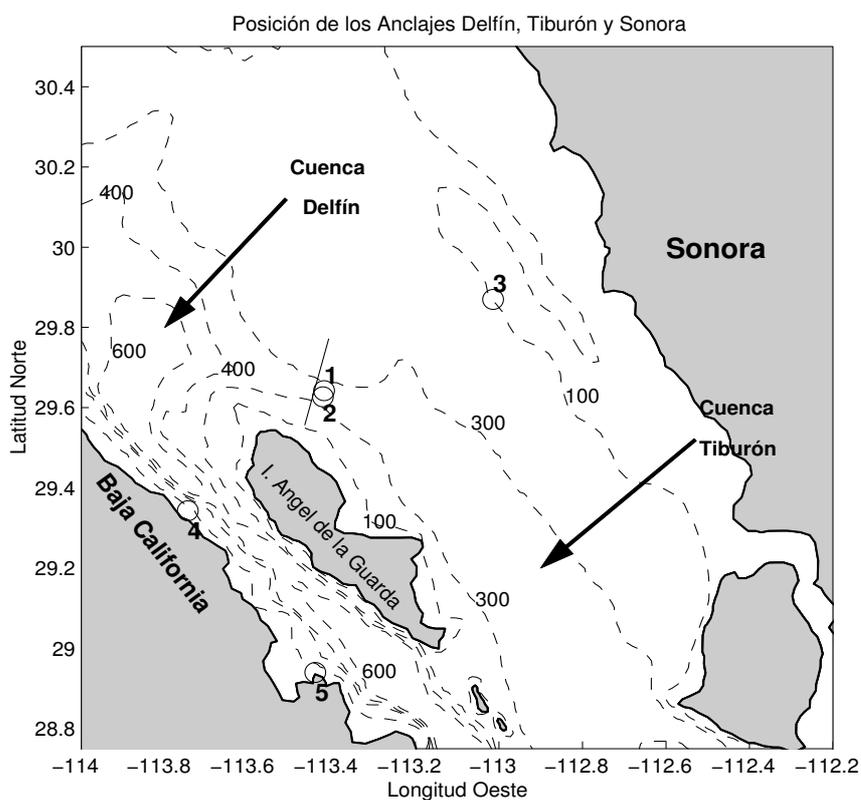
A diferencia de la marea barotrópica, el conocimiento de la marea interna dentro del GC es muy limitado, debido principalmente a la dificultad que se tiene para medirla o modelarla. No obstante, algunos autores han reportado la presencia de marea interna en la zona, basándose principalmente en el análisis de los registros de correntímetros (Turrent-Thompson, 1996; Ramírez-Manguilar, 2000) y de ADCPs montados en los barcos. Badán-Dangon *et al.* (1991) detectaron la presencia de solitones internos que aunque no son a frecuencias de marea, son producidos por las intensas corrientes de marea en la zona de las islas centrales y los efectos no lineales que acompañan a las mareas internas generadas por estas corrientes (Fu y Holt, 1984). Por otro lado, Gaxiola-Castro *et al.* (2002) destacaron la influencia que tiene la marea interna sobre la biología del GC, ya que ésta es en parte responsable del aporte de nutrientes a la superficie. Beier (1999) mediante un modelo de dos capas simuló la circulación de la marea interna en la zona. Sin embargo, es hasta el estudio de Filonov y Lavín (2003) en donde se hace la primera caracterización de la marea baroclínica en el golfo, determinando que ésta es principalmente de carácter semidiurno y con desplazamientos verticales de hasta 4 m para esta banda. Un resultado adicional de este último trabajo es que la energía de la marea interna representa un 45% de la marea barotrópica. Este porcentaje revela la fuerte influencia de la marea interna en la parte norte del golfo.

La relevancia de un estudio de mareas es que éstas juegan un papel muy importante en la dinámica de los océanos. Las mareas pueden ser la fuente dominante de energía mecánica de los fuertes movimientos que dan origen al mezclado de los océanos, a través de ondas internas y fricción en el fondo. Los estudios de marea han sido encaminados principalmente a cuantificar la razón de disipación de energía y la conversión de marea barotrópica en marea baroclínica (Lueck y Mudge, 1997; Ledwell *et al.*, 2000; Lien y Gregg, 2001; Egbert y Ray, 2000).

El objetivo principal en este trabajo radica en hacer un estudio de la estructura espacial (vertical y transversal al GC) de las corrientes de marea barotrópica y baroclínica. Además se estudiarán las posibles variaciones temporales de la marea baroclínica debidas a las variaciones estacionales de la estratificación. Para este estudio se cuenta con una base bastante completa de datos que tiene una muy buena resolución en la vertical, lo que permitirá lograr los objetivos antes mencionados proporcionando un mejor conocimiento de la variación espacial y estacional de la marea en el norte del GC. Asimismo, el estudio sobre marea interna permitirá ampliar el panorama de las variaciones verticales de las corrientes y de temperatura a las frecuencias de marea.

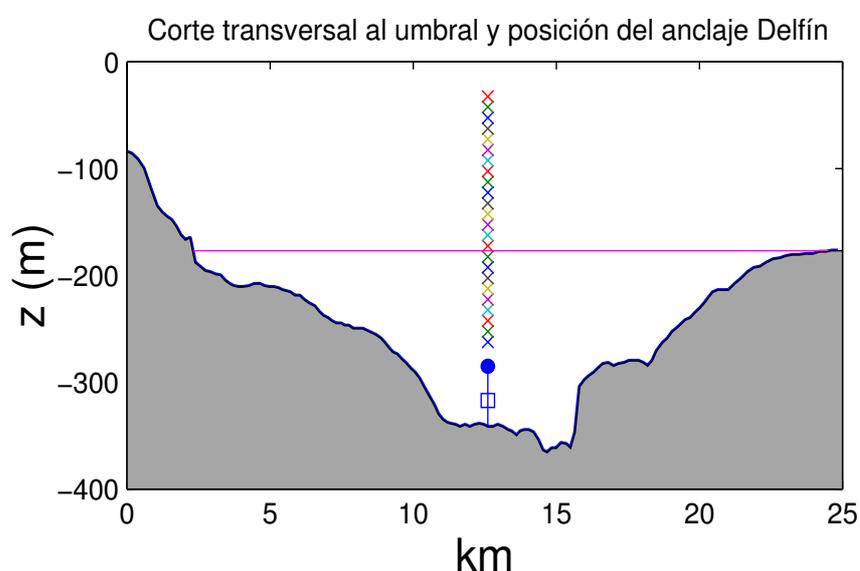
## II Descripción del área de estudio y de los datos

Para el desarrollo de este trabajo se dispone de los datos obtenidos en tres anclajes durante dos campañas de mediciones llevadas a cabo en la región norte del GC (Fig. 1). El anclaje Sonora se situó sobre la isóbata de los 100 m, cerca las costas de Sonora. Este anclaje, en sus dos periodos de observación, contó con dos correntímetros de la marca General Oceanics que registraron velocidad y temperatura a las profundidades aproximadas de 25 y 75 m.



**Fig. 1.** Área de estudio y localización geográfica de los anclajes Delfín (1), Tiburón (2) y Sonora (3). Los números (4) y (5) corresponden a la estación de donde se adquirieron los datos de PSS (presión subsuperficial) y a la estación meteorológica de donde se obtuvieron los datos de viento, respectivamente. Se muestran también algunos detalles de la batimetría. El corte transversal al umbral señalado por la línea que pasa cerca de los anclajes 1 y 2 se ve con detalle en la figura 2.

El anclaje Delfín se localizó a 340 m de profundidad cerca de la costa de la Isla Ángel de la Guarda, en un umbral que conecta a la cuenca Delfín (profundidades máximas de unos 800 m) con la cuenca Tiburón (profundidades máximas de unos 400 m) entre la isla y las costas de Sonora. En la figura (2) se muestra el corte transversal al umbral y la ubicación del anclaje Delfín. En su primera fase, este anclaje contó con un correntímetro ADCP (por sus siglas en inglés, Acoustic Doppler Current Profiler) localizado a una profundidad nominal de 283 m. Este instrumento permitió obtener datos de velocidad en la columna de agua por arriba de los 260 m (24 series) y datos de temperatura a la profundidad mencionada. En su segunda fase, el anclaje fue complementado con un correntímetro marca Aanderaa que registró temperatura, y velocidad a 317 m (23 m arriba del fondo), mientras que el ADCP arrojó 24 series de velocidad por arriba de los 260 m de profundidad.



**Fig. 2. Corte transversal del umbral que conecta la cuenca Delfín con la cuenca Tiburón. Se muestra también la ubicación del anclaje Delfín. El correntímetro Aanderaa es señalado por el cuadro en azul. Las cruces indican cada una de las observaciones del ADCP.**

El anclaje Tiburón constó de dos dispositivos SEACAT, que registraron datos de temperatura y conductividad (para obtener datos de salinidad) a las profundidades de 49 y 260 m. Este mismo anclaje fue complementado con una cadena de termistores separados 20 m uno del otro, con lo cual se obtuvieron 11 series más de temperatura a profundidades entre los 60 y 260 m. En su segunda fase este anclaje contó con los mismos instrumentos, solo variaron ligeramente las profundidades. El intervalo final de muestreo de todos los datos procesados es de una hora. En la tabla 1 se resume a detalle el tipo de instrumento que se instaló en cada anclaje, así como una breve descripción de los datos obtenidos por periodo.

**Tabla I Instrumentos y datos correspondientes a cada anclaje.**

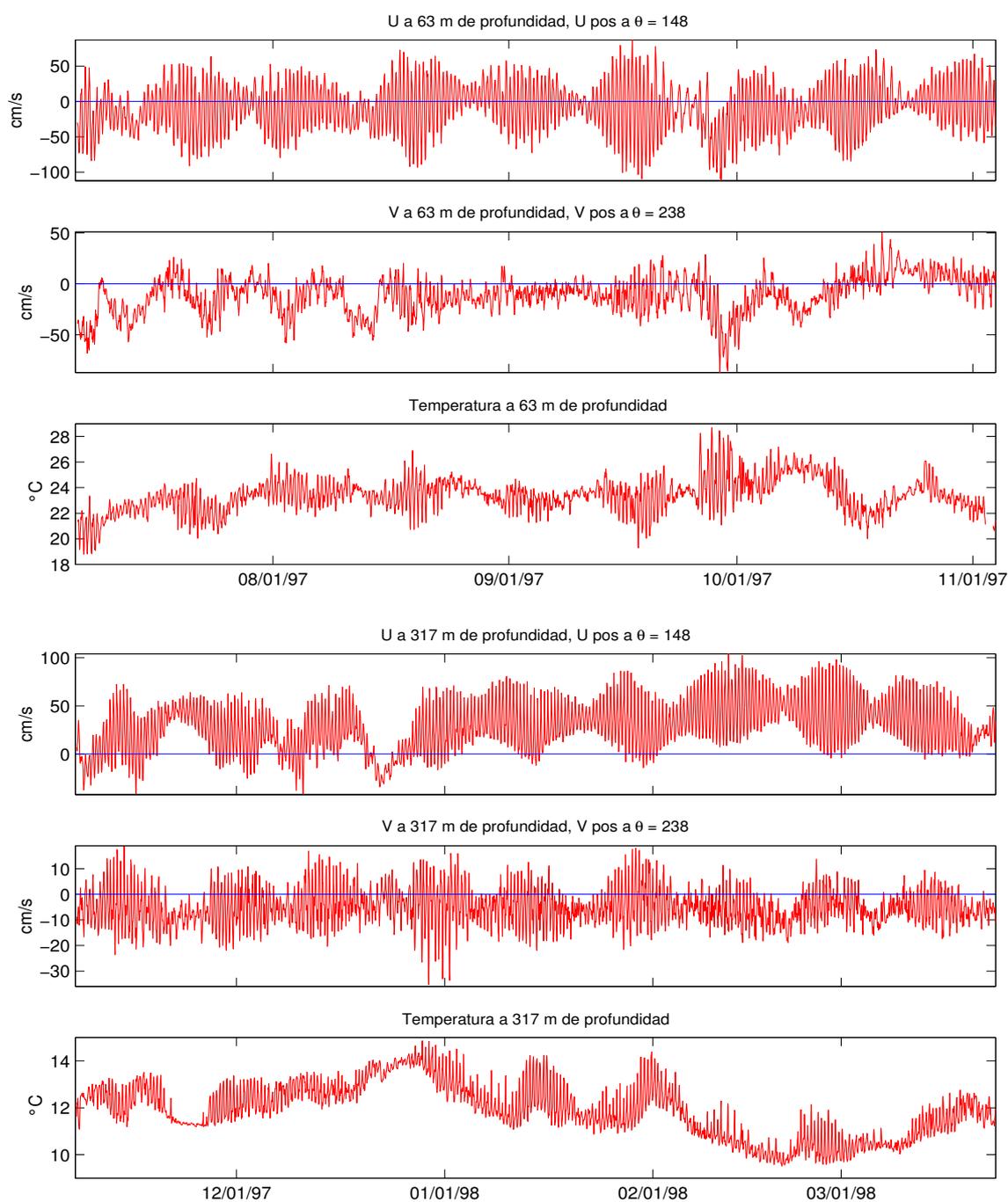
Anclaje	Instrumentos	Primer periodo (118 días) (06/07/97 al 31/10/97)	Segundo periodo (96 días) (07/11/97 al 11/02/98)
Sonora	Correntímetros (GO)	2 series de velocidad y 2 series de temperatura a 25 y 75m.	2 series de velocidad y 2 series de temperatura a 27 y 77 m.
Delfín	ADCP	24 series de vel. (283 m)	24 series de vel. (285 m)
	Aanderaa	-----	1 serie de vel. y 1 serie de temperatura a 317 m.
Tiburón	Dispositivos SEACAT	2 series de temperatura y 2 series de salinidad a 49 y 260 m.	2 series de temperatura y 2 series de salinidad a 52 y 263 m.
	Cadena de termistores	11 series de temperatura de 63 a 263 m (cada 20 m)	11 series de temperatura de 65 a 265 m (cada 20 m)

Es necesario aclarar que, a pesar de que se cuenta con series más largas que las mostradas en la tabla I, resulta necesario para efectos del análisis contar con series que

tengan periodos comunes, por lo que las series fueron ajustadas, dando como resultado, que las series de tiempo para el primer periodo sean de 118 días y 96 para el segundo. Adicionalmente se contó con los datos de presión subsuperficial (PSS), tomados por un sensor de presión Aanderaa localizado en el canal de Ballenas del lado de B.C. a unos 12 m de profundidad (ver Fig. 1). Estas mediciones proporcionaron un registro de las variaciones del nivel del mar durante un año. Adjuntamente se contó también con una serie de viento en una isla muy cercana a Bahía de los Ángeles (ver Fig. 1). Esta última serie se utilizó para compararla con las variaciones temporales de amplitud y fase de las frecuencias diurnas de marea.

En la figura (3), se muestran las series de tiempo para las componentes de la velocidad ( $u$ ,  $v$ ) y de temperatura para el primer periodo (segundo periodo) a 63 m (317 m) de profundidad. Las series de  $u$  y  $v$  se encuentran rotadas a  $148^\circ$  y  $238^\circ$  del este, respectivamente, estos ángulos corresponden a los ángulos de ejes principales. Claramente se observa que la componente  $u$  es la de mayor magnitud, con valores máximos que alcanzan los 100 cm/s para ambas series. A pesar de que las series corresponden a periodos y profundidades distintas, se observa en ambas series de  $u$  una modulación quincenal, que sin duda corresponde a los periodos de mareas vivas y mareas muertas. La componente  $v$  del fondo, también presenta un patrón quincenal, que contrasta con lo que se observa en la  $v$  a 63 m, donde no se puede establecer un patrón similar. Los valores de temperatura a 63 m, se mantienen más o menos entre los 22 y 24 °C, con máximos de hasta 28 °C hacia finales de septiembre. Por otro lado, la serie de temperatura del fondo tiene un rango entre los 10 y 15 °C, con los valores máximos a mitad del periodo (mes de enero). Esta serie

también presenta las mínimas variaciones de temperatura, hacia finales de noviembre, justo cuando se presentan también las mínimas variaciones de velocidad. En todas las series se aprecia también una componente importante de la baja frecuencia (periodos variables pero mayores a unos cuantos días). En particular, la componente  $u$  a 317 m, muestra una corriente media intensa hacia la cabeza del golfo (valores positivos) con oscilaciones de baja frecuencia sobrepuestas. La corriente media en esta dirección es lo suficientemente intensa como para que la corriente hacia la boca del golfo (valores negativos) sea ocasional durante el invierno. Nótese que la inversión de la corriente más significativa (hacia finales de diciembre), está acompañada de una supresión de las oscilaciones a las frecuencias de marea.



**Fig. 3.** Series de datos para las componentes de la velocidad (u,v) y de temperatura. En los tres paneles superiores se muestra las series del ADCP y del termistor a 63 m de profundidad para el primer periodo. En los tres paneles inferiores las series del correntímetro Aanderaa a 317 m de profundidad durante el segundo periodo. Las componentes u y v de las corrientes se encuentran rotadas a ejes principales, a  $148^\circ$  y  $238^\circ$  del E, respectivamente.

### III Métodos de análisis

La forma más común de obtener los parámetros (amplitud y fase) de las componentes de marea de una serie de corrientes, es mediante la técnica de análisis armónico (AA). La eficacia de esta técnica depende en gran medida de la longitud de la serie, y de la magnitud del ruido en la señal. El análisis de admitancia (AD) representa un método alternativo en la estimación de las componentes de marea de las corrientes que son coherentes con las variaciones del nivel del mar debidas a la marea.

#### III.1 Análisis armónico (AA)

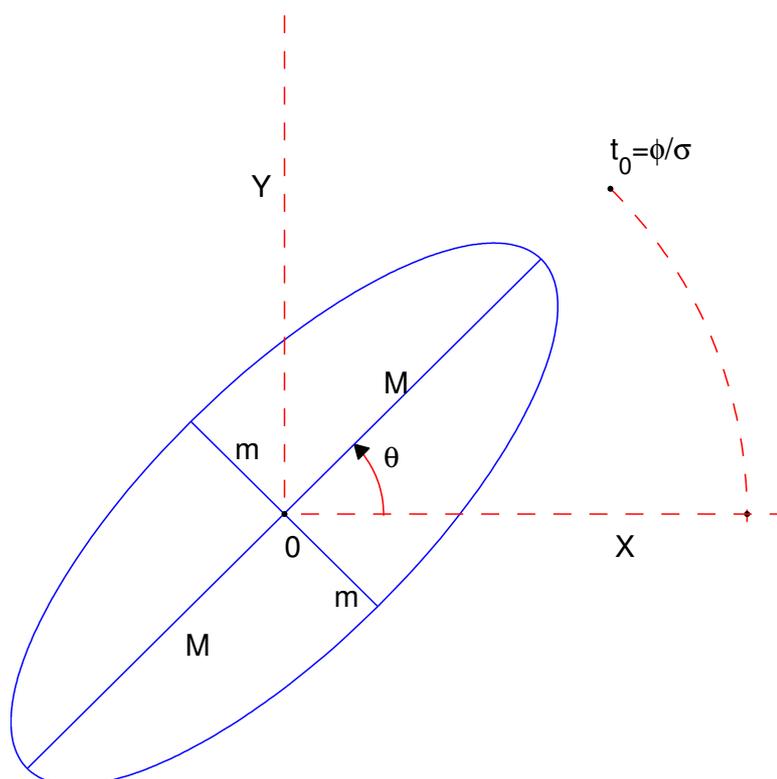
Esta técnica es un ajuste de cuadrados mínimos para determinar los coeficientes de funciones senoidales a frecuencias determinadas. En el caso de las mareas, las frecuencias de los forzamientos astronómicos son muy específicas y se puede aplicar dicha técnica para encontrar las amplitudes y fases de cada componente de marea. El método consiste básicamente en suponer que la serie temporal de corrientes se puede descomponer en una suma de funciones senoidales (Godin, 1972), asociando a cada una de ellas una frecuencia astronómica, de tal forma que una serie temporal de corrientes de  $2n$  datos, muestreada a intervalos de tiempo  $\Delta t$ , se puede expresar como:

$$W(t) = u(t) + iv(t) = a_0 + \sum_{j=1}^N a_j \cos(\omega_j t - c_j) + i \left[ b_0 + \sum_{j=1}^N b_j \cos(\omega_j t - d_j) \right] + E_u(t) + iE_v(t) \quad (1)$$

dónde  $u(t)$  y  $v(t)$  son las componentes norte-sur y este-oeste de la corriente, respectivamente,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $a_j$  y  $b_j$  son las amplitudes de las diferentes componentes de

marea,  $c_j$  y  $d_j$  son las fases respectivas,  $E_u(t)$  y  $E_v(t)$  son los residuos no explicados por el ajuste y  $N$  es el número de frecuencias de marea consideradas.

En el caso de una serie vectorial como la que se describe en (1), se puede mostrar que para cada componente de marea (i.e., cada término a una frecuencia fija), el vector de velocidad de la corriente describe una elipse (ver apéndice). De tal modo que hay una elipse para cada armónico. Dicha elipse queda definida por los parámetros: semieje mayor ( $M$ ), semieje menor ( $m$ ), ángulo de orientación del semieje mayor con respecto al eje  $x$  ( $\theta$ ); sentido de giro y fase temporal ( $\phi$ ) (Fig. 4).



**Fig. 4.** Parámetros de la elipse de marea: semieje mayor ( $M$ ), semieje menor ( $m$ ), ángulo de orientación del semieje mayor con respecto al eje  $x$  ( $\theta$ ). El tiempo  $t_0$ , da el tiempo en que el vector de la corriente se encuentra sobre el semieje mayor. Este tiempo está dado por la razón  $\phi/\sigma$ , donde  $\phi$  es la fase y  $\sigma$  la frecuencia.

## III.2 Análisis de Admitancia (AD)

### III.2.1 Función de admitancia

La función de admitancia, también conocida como la función de respuesta en frecuencia, está definida en base a los autoespectros y espectro cruzado de una serie de tiempo de entrada  $g(t)$  y una serie de salida  $h(t)$ . Si  $S_{gg}(\omega)$  y  $S_{hh}(\omega)$  son los autoespectros de  $g(t)$  y  $h(t)$ , respectivamente, y  $S_{gh}(\omega)$  el espectro cruzado entre ambas series, la función de admitancia  $Z_{gh}(\omega)$  se define como:

$$Z_{gh}(\omega) = \frac{S_{gh}(\omega)}{S_{gg}(\omega)} = |Z_{gh}(\omega)| \exp(i\varphi(\omega)) \quad (2)$$

De la fórmula se ve claramente que  $Z_{gh}(\omega)$ , es una función compleja, con amplitud  $|Z_{gh}(\omega)|$ , y fase  $\varphi(\omega)$ . Desde el punto de vista físico, la admitancia mide la relación espectral entre la serie de entrada y la de salida (Candela, 1982). En análisis de corrientes de marea la serie de entrada generalmente corresponde a las mediciones del nivel del mar o a una predicción de mareas, y la señal de salida es habitualmente una componente del vector velocidad de las corrientes (Godín, 1972), tal y como sucede en este trabajo. Siempre se debe buscar que la serie de entrada se localice lo más cerca posible a la serie de salida. Los cálculos de admitancia requieren de la evaluación de la función de coherencia entre las dos series (entrada y salida), puesto que el uso de la función de admitancia establece que la coherencia entre la señal de entrada y la de salida debe ser alta, generalmente superior a 0.8 (Candela, 1982).

### III.2.2 Función de coherencia

La función de coherencia es una medida de la correlación entre dos series temporales en el espacio de frecuencias (i.e., la correlación a cada banda de frecuencia considerada). Los valores de coherencia oscilan entre 0 y 1, de tal modo que entre más cerca se encuentre de uno, la correlación entre las series es más estrecha.

La función de coherencia se define como:

$$C_{gh}(\omega) = \frac{|S_{gh}(\omega)|}{[S_{gg}(\omega)S_{hh}(\omega)]^{1/2}} \quad (3)$$

donde  $|S_{gh}(\omega)|$  es la magnitud del espectro cruzado entre las series  $g(t)$  y  $h(t)$ .  $S_{gg}(\omega)$  y  $S_{hh}(\omega)$ , son los autoespectros de las series  $g(t)$  y  $h(t)$ , respectivamente.

Una vez evaluada esta función y comprobando que existe una estrecha relación entre las dos series, es decir; que se han obtenido valores satisfactorios de coherencia ( $\geq 0.8$ ), el proceso de inferencia mediante el análisis de admitancia es el siguiente. Utilizando la técnica de análisis armónico se determinan la amplitud ( $C$ ) y fase ( $\phi$ ) de la serie correspondiente al nivel del mar (serie de entrada) a las frecuencias de marea  $\sigma_k$ . Entonces la componente  $u$  de la corriente a la frecuencia de marea  $\sigma_k$  tendrá una amplitud dada por:

$$u(\sigma_k) = C(\sigma_k) |Z_{nu}(\sigma)| \quad (4)$$

y una fase dada por

$$\phi_u(\sigma_k) = \phi_n(\sigma_k) - \phi_u(\sigma) \quad (5)$$

donde  $\sigma$  es la frecuencia de Fourier de la función de admitancia, el subíndice  $n$  se refiere al nivel del mar, y  $Z_{nu}$  es la admitancia entre el nivel del mar y la componente  $u$  de la corriente,  $\phi_u(\sigma)$  es la fase de  $Z_{nu}$ . Generalmente la función de admitancia se calcula con una resolución de 1 ciclo por día (cpd) y la frecuencia  $\sigma$  en (4) y (5) debe corresponder a la banda de frecuencia de marea  $\sigma_k$  que se está extrayendo. Por ejemplo, para extraer los parámetros de las frecuencias diurnas de marea se utiliza la frecuencia espectral de 1 cpd (segunda banda), similarmente, para las frecuencias semidiurnas se utilizará la banda de 2 cpd (tercera banda). Los cálculos para la componente  $v$  del vector velocidad, son análogos a los descritos para  $u$ .

Con las fórmulas (4) y (5) se obtiene un conjunto de amplitudes y fases para cada frecuencia de marea ( $\sigma_k$ ) tanto para  $u$  como para  $v$ . Con estas amplitudes se calcula el eje mayor  $M$ , y el eje menor  $m$ , de acuerdo a las siguientes relaciones.

$$M = |w_k| + |w_{-k}| \quad \text{y} \quad m = |w_k| - |w_{-k}| \quad (6)$$

donde:

$$w_k = \frac{1}{2}[u_k \exp(ib_k) + iv_k \exp(-ic_k)] \quad \text{y} \quad w_{-k} = \frac{1}{2}[u_k \exp(ib_k) + iv_k \exp(ic_k)]$$

$b_k$  y  $c_k$  son las fases para  $u$  y  $v$ , correspondientes a cada frecuencia de marea, con amplitudes  $u_k$  y  $v_k$  (ver ec. 1). La inclinación del eje mayor  $\theta$  y la fase  $\phi$  están dadas por:

$$\theta = \frac{(\alpha_k + \alpha_{-k})}{2} \quad \text{y} \quad \phi = \frac{(\alpha_{-k} - \alpha_k)}{2} \quad (7)$$

donde  $\alpha_k$  y  $\alpha_{-k}$  son las fases de  $w_k$  y  $w_{-k}$ , respectivamente. Los números complejos  $w_k$  y  $w_{-k}$  representan vectores de magnitud constante que rotan positiva y negativamente a la frecuencia  $\sigma_k$  (ver apéndice).

### III.3 Demodulación compleja

La técnica de demodulación compleja es utilizada para determinar la variación de una señal en el tiempo y en este trabajo se entenderá como la anomalía de la señal de marea (Candela, 2002). El método utiliza la admitancia entre la predicción de la corriente de marea (serie de entrada) y la corriente medida (serie de salida). La admitancia se realiza para periodos consecutivos de las series (en este caso la longitud de los periodos es de 15 días). De tal modo que se puede obtener la variación de la señal de marea en el tiempo. Las salidas que se obtienen de la demodulación compleja son la razón de amplitudes y la diferencia de fases entre las series de salida y de entrada. Al tomar como serie de entrada la predicción de la corriente de marea, se está comparando la amplitud y fase de las corrientes de marea durante el periodo considerado (15 días), con la amplitud y fase promedio durante todo el registro de la serie de tiempo. Estas amplitudes y fases promedio son las contenidas en la predicción de marea y que se obtuvieron mediante el análisis armónico de *toda la serie de tiempo*. El significado de los parámetros de la demodulación compleja es que si la razón de amplitud es uno y la diferencia de fases es cero permaneciendo constantes en el tiempo, la señal de marea no presenta anomalías. En el caso en que estos parámetros presenten una anomalía en el tiempo se debe buscar asociar dicha anomalía con algún proceso físico el cual puede ser de origen atmosférico u oceánico. Por ejemplo, si existe

una anomalía en las corrientes superficiales se podría buscar la asociación con la rapidez del viento y en el caso de las corrientes del fondo con la corriente de baja frecuencia.

## IV Resultados

### IV.1 Estadísticas básicas

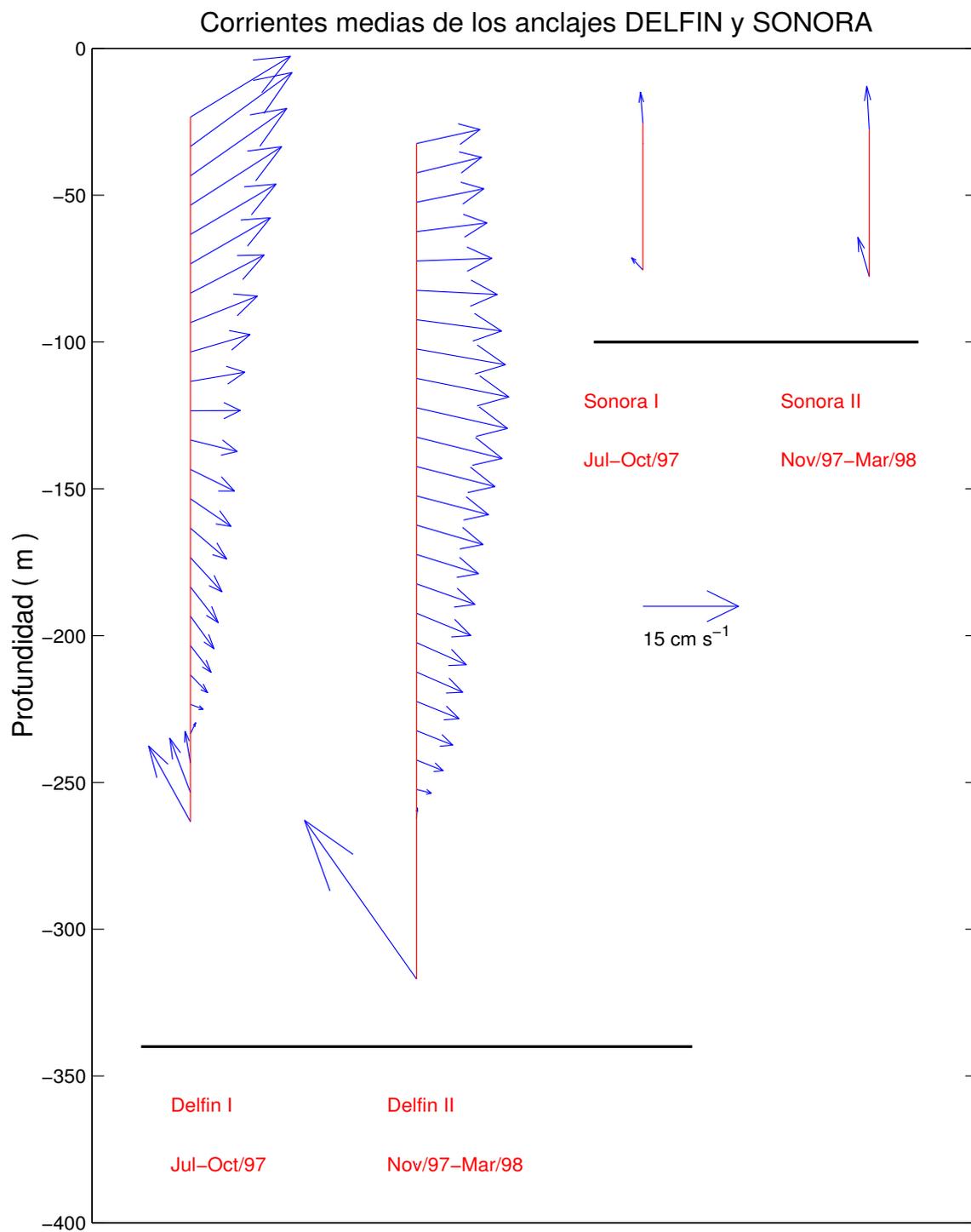
En la figura 5, se muestran las corrientes medias de los anclajes en los dos periodos de observación. En el caso de Delfín I, la media cerca de la superficie es hacia el NE y gira anticiclónicamente (hacia el SW) con la profundidad. Acompañado a este giro hay una disminución de la magnitud. En las cuatro series más profundas se observa un giro abrupto de la corriente media al NW (hacia la cabeza del golfo), acompañado de un aumento de la magnitud. Durante Delfín II, la corriente se encuentra orientada al E en casi toda la columna de agua, con muy poca variación de la magnitud por arriba de los 200 m. Durante este periodo el giro de la corriente hacia el NW en la serie más profunda es más evidente (observaciones del correntímetro Aanderaa a 317 m de profundidad), con una intensificación que alcanza los 24 cm/s. Las corrientes medias en S1 son alrededor del 50% de las que se observan en S2. Estas corrientes se encuentran orientadas al N en superficie y hacia el NW cerca del fondo en ambos periodos.

La figura 6 muestra la desviación estándar a lo largo de ejes principales y el ángulo del eje mayor respecto del este. La desviación estándar a lo largo del eje mayor durante el primer periodo de observación tiene valores que se encuentran entre los 20 y 35 cm/s, con valores máximos en superficie para ambos anclajes. En el caso de Delfín I, estos valores disminuyen con la profundidad, hasta media columna (22 cm/s) en donde se vuelven a incrementar hasta alcanzar los 32 cm/s en el fondo. Durante el segundo periodo de Delfín, los valores pasan de 30 cm/s en superficie, a 25 cm/s en el fondo, con el mínimo (21 cm) a

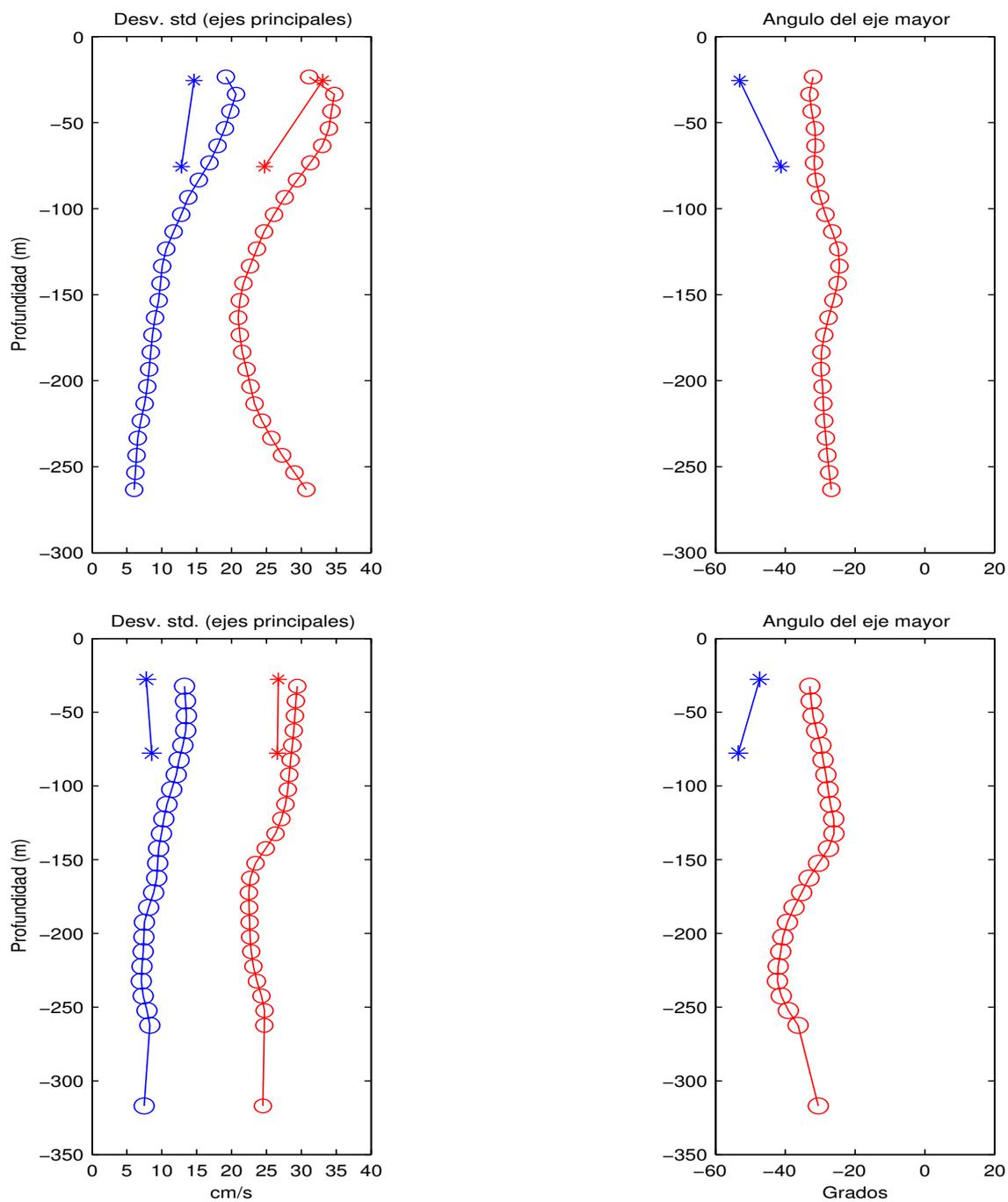
media columna. En el caso de S2, los valores en superficie (27 cm/s) y fondo (26 cm/s), son esencialmente los mismos.

La estructura de la desviación estándar a lo largo del eje menor para Delfín muestra que éste disminuye gradualmente con la profundidad en ambos periodos. Los valores máximos son en superficie en donde se alcanzan 20 y 15 cm/s para el primer y segundo periodo, respectivamente. Los valores mínimos se dan en el fondo con valores que oscilan alrededor de los 5 cm/s en ambos periodos. En el caso de Sonora, la distribución de esta variable se invierte con la profundidad entre un periodo y otro con valores que son mayores en un 50% durante Sonora I.

La distribución del ángulo del eje mayor, en el anclaje Delfín es bastante homogénea y muy similar en ambos periodos manteniendo una variación alrededor de 20° en toda la columna. Esta distribución sugiere que las fluctuaciones más energéticas se encuentran orientadas de manera muy similar en ambos periodos y aproximadamente a lo largo del eje longitudinal del golfo. En el caso de Sonora el ángulo de orientación se invierte con la profundidad de un periodo a otro, con una variación de unos 20° aproximadamente entre el fondo y la superficie.



**Fig. 5. Corrientes medias de los anclajes Delfin y Sonora durante los dos periodos de observación.**



**Fig. 6.** Desviación estándar a lo largo de los ejes principales (en rojo y azul, eje mayor y menor, respectivamente) y ángulo del eje mayor con respecto al este. Los asteriscos corresponden al anclaje Sonora y los círculos al anclaje Delfín. Los recuadros superiores corresponden al primer periodo y los inferiores al segundo periodo.

## IV.2 Análisis armónico de las corrientes

Los elementos de la elipse de marea se obtuvieron mediante análisis armónico y análisis de admitancia. Dichos análisis se realizaron para todas las series de tiempo. Para efectos del primer análisis se hace uso del programa `t_tide` que es una versión hecha para matlab (ver `t_tide` en <http://sea-mat.who.edu>) del programa original de Foreman (1978) escrito en FORTRAN. La longitud de los registros permitió resolver 35 componentes de marea para cada una de las series de corrientes, pero en este trabajo sólo se analizarán con detalle dos componentes diurnas ( $O_1$ ,  $K_1$ ), tres semidiurnas ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ) y una cuartidiurna ( $M_4$ ).

En forma análoga, se calcularon las amplitudes y fases para los datos de presión subsuperficial a cada frecuencia de marea. El análisis también se hizo para las corrientes barotrópicas y las corrientes baroclínicas. Para obtener la corriente promedio o barotrópica, los datos de las series fueron integrados en la vertical mediante la regla trapezoidal. Dicha corriente promedio fue restada a las corrientes totales (datos de las corrientes medidas) en cada profundidad obteniendo de esta manera las corrientes baroclínicas (Holloway, 1984).

En el texto y las figuras subsecuentes S1 corresponde al análisis de los datos para el primer periodo (6-jul-97 al 31-oct-97) de Sonora, S2 al segundo periodo (7-nov-97 al 11-feb-98) para ese mismo anclaje y de igual forma en el anclaje Delfín, D1 y D2 indican el periodo correspondiente. Además, se hace notar que la *b* y *bc* que anteceden o siguen a estas siglas, indican corriente barotrópica y corriente baroclínica, respectivamente. Asimismo, en ocasiones se utilizan los términos “lado profundo”, para aludir al anclaje Delfín y “lado somero” para el anclaje Sonora, recordando que el anclaje Delfín estuvo a 340 m de profundidad y el anclaje Sonora a 100 m. En las figuras 7 a 9, se muestran los

parámetros de las elipses para ambos periodos y anclajes a las frecuencias de marea  $O_1$ ,  $K_1$  (Fig. 7),  $M_2$ ,  $S_2$  (Fig. 8),  $N_2$ ,  $M_4$  (Fig. 9), tanto para las corrientes originales como para las corrientes barotrópicas (promedio vertical).

Los parámetros de la elipse en la componente  $O_1$  (Fig. 7) muestran una variación considerable con la vertical para ambos periodos. Por ejemplo, las amplitudes máximas del eje mayor del lado profundo se observan entre los 125 y 200 m, siendo ligeramente más intensas durante el segundo periodo, en donde se alcanzan casi los 6 cm/s, estos valores son más del doble de los que se observan en superficie y fondo. Del lado somero estas amplitudes son más intensas en el verano, alcanzado el doble de amplitud con respecto al invierno. Los valores del eje menor en ambos anclajes, indican que las elipses se encuentran rotando anticiclónicamente, excepto en las profundidades que coinciden con los mínimos del eje mayor.

La mayor variación en la estructura del ángulo del eje mayor (AEM) se da durante D2, en donde se observan saltos de  $120^\circ$  y  $90^\circ$  justo en las profundidades donde los valores del eje menor son cercanos a cero. Al igual que en D2, durante D1 el ángulo del eje mayor aumenta con la profundidad teniendo un salto de  $90^\circ$  justo donde el eje menor se hace cero y después de esto, la variación del AEM en la columna de agua es menor a los  $15^\circ$ , manteniéndose constante alrededor de los  $150^\circ$ . Para Sonora los valores en superficie no difieren más allá de  $20^\circ$  entre un periodo y otro, pero en el fondo la diferencia es de  $90^\circ$  entre ambos periodos. La orientación de las corrientes barotrópicas en el anclaje Delfín es

de  $150^\circ$  en ambos periodos. En el caso de Sonora la orientación de estas corrientes es de  $118^\circ$  y  $169^\circ$  para el primer y segundo periodo, respectivamente.

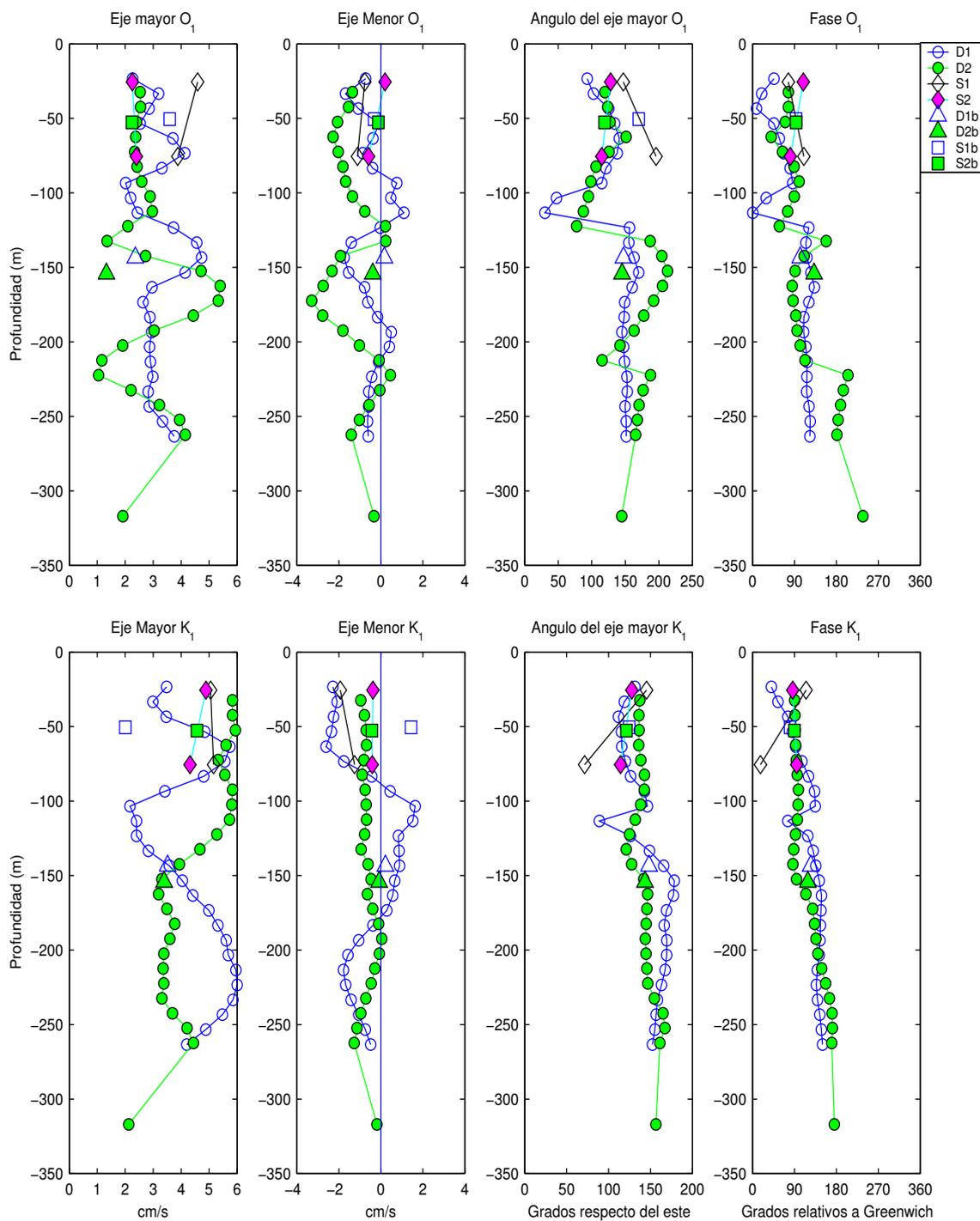
La estructura vertical de la fase de la frecuencia  $O_1$ , indica que la ocurrencia de las corrientes máximas depende de la profundidad. Para Delfín, hay una disminución en la fase en los primeros 60 m, para posteriormente aumentar con la profundidad, con varios saltos en D2. Del lado somero el comportamiento se invierte dependiendo del periodo. En el caso de las corrientes barotrópicas el desfase es tal que las corrientes del lado somero ocurren antes que del lado profundo. La gran variación vertical de los parámetros de la elipse en la componente  $O_1$ , podría estar indicando un comportamiento baroclínico de la corriente a esta frecuencia y/o la contaminación por oscilaciones inerciales que a ésta latitud ( $29^\circ 39.75' N$ ), tienen una frecuencia muy cercana a la de un ciclo por día.

La componente  $K_1$  (Fig. 7), muestra los máximos de amplitud del eje mayor a las profundidades de 75 y 225 m, durante D1, mientras que para D2 los máximos de amplitud son en los 120 m iniciales, disminuyendo gradualmente hacia el fondo. Estas amplitudes del lado de Sonora son ligeramente menores en un 1 cm/s en promedio. La rotación de la corriente indica una estructura complicada para D1, mientras que para D2 la rotación es negativa (anticiclónica) en toda la columna de agua. La fase del anclaje Delfín tiende a aumentar con la profundidad siendo más evidente para D2. La amplitud de las corrientes barotrópicas varía bastante del lado somero para ambos periodos, pero es bastante uniforme del lado profundo. Al igual que para el caso de  $O_1$ , las corrientes barotrópicas ocurren antes del lado somero.

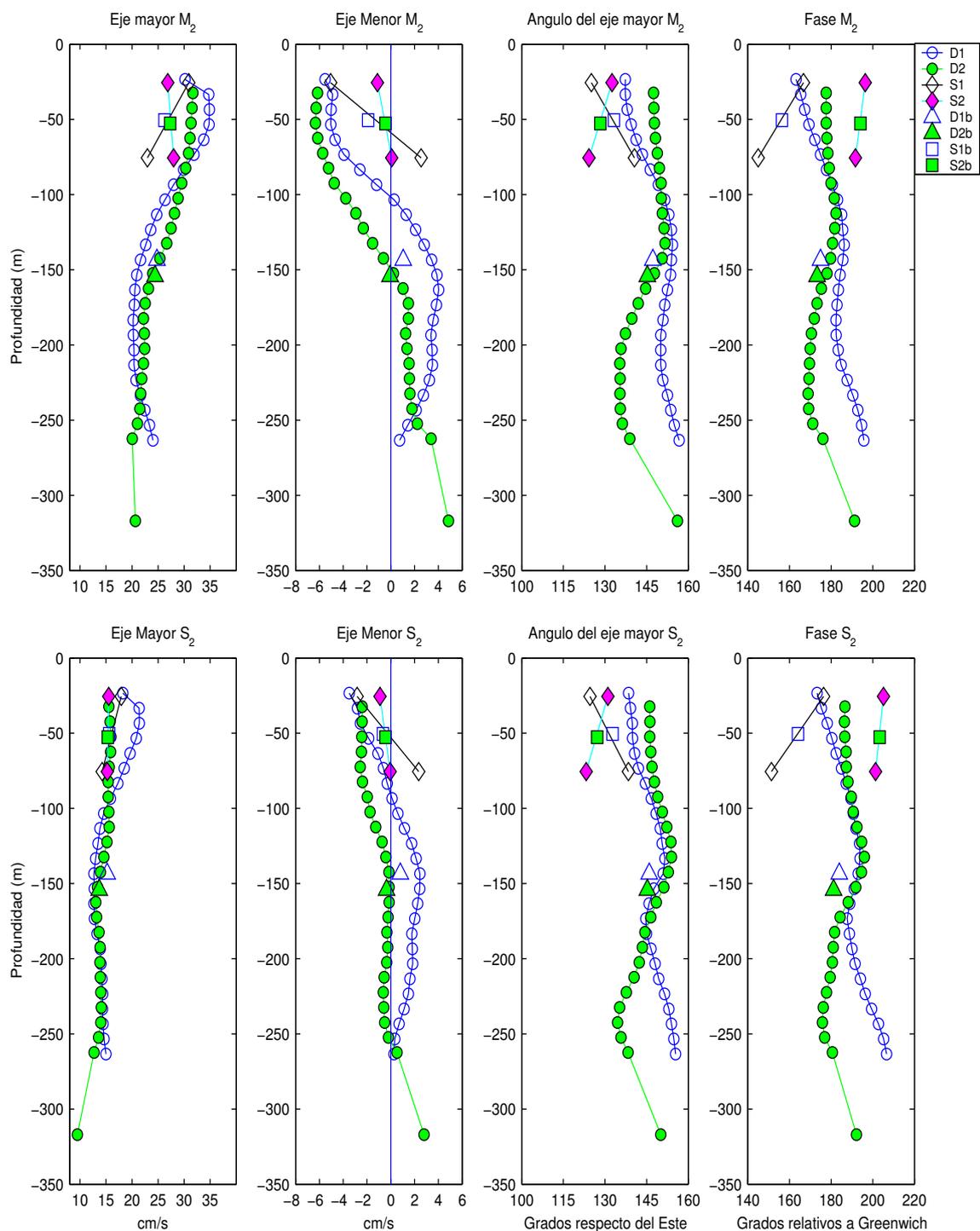
La componente principal semidiurna  $M_2$  (Fig. 8), de las corrientes se encuentra casi orientada a lo largo del golfo (la orientación del golfo son como  $125^\circ$ ) con amplitudes máximas en el eje mayor que oscilan entre los 30 y 35 cm/s en los primeros 100 m, siendo casi el doble de los valores que se observan en el fondo para D1. Las amplitudes del eje menor máximas durante el primer periodo son alrededor de 6 y 4 cm/s en D1 y S1, respectivamente. Para D2, estos valores son similares, con la diferencia de que estos aumentan cerca del fondo, caso contrario a lo que se observa en D1. Durante S2, la amplitud del eje menor está muy cercana a cero, indicando el dominio de la componente longitudinal durante este periodo.

En todos los casos el sentido de rotación de las corrientes (signo del eje menor) se invierte, pasando de negativo (superficie) a positivo (fondo). En ambos periodos del anclaje Delfín, la estructura vertical en el ángulo de inclinación es muy homogénea con variaciones máximas de unos  $20^\circ$  y con un aumento hacia el fondo. La estructura de la fase indica que se mantiene casi constante en toda la columna de agua pero con una tendencia a aumentar hacia el fondo. Las corrientes barotrópicas tienen una estructura muy similar para ambos periodos, con excepción de la fase para el anclaje Sonora, donde las corrientes ocurren antes que el lado profundo durante S1, pero después durante S2.

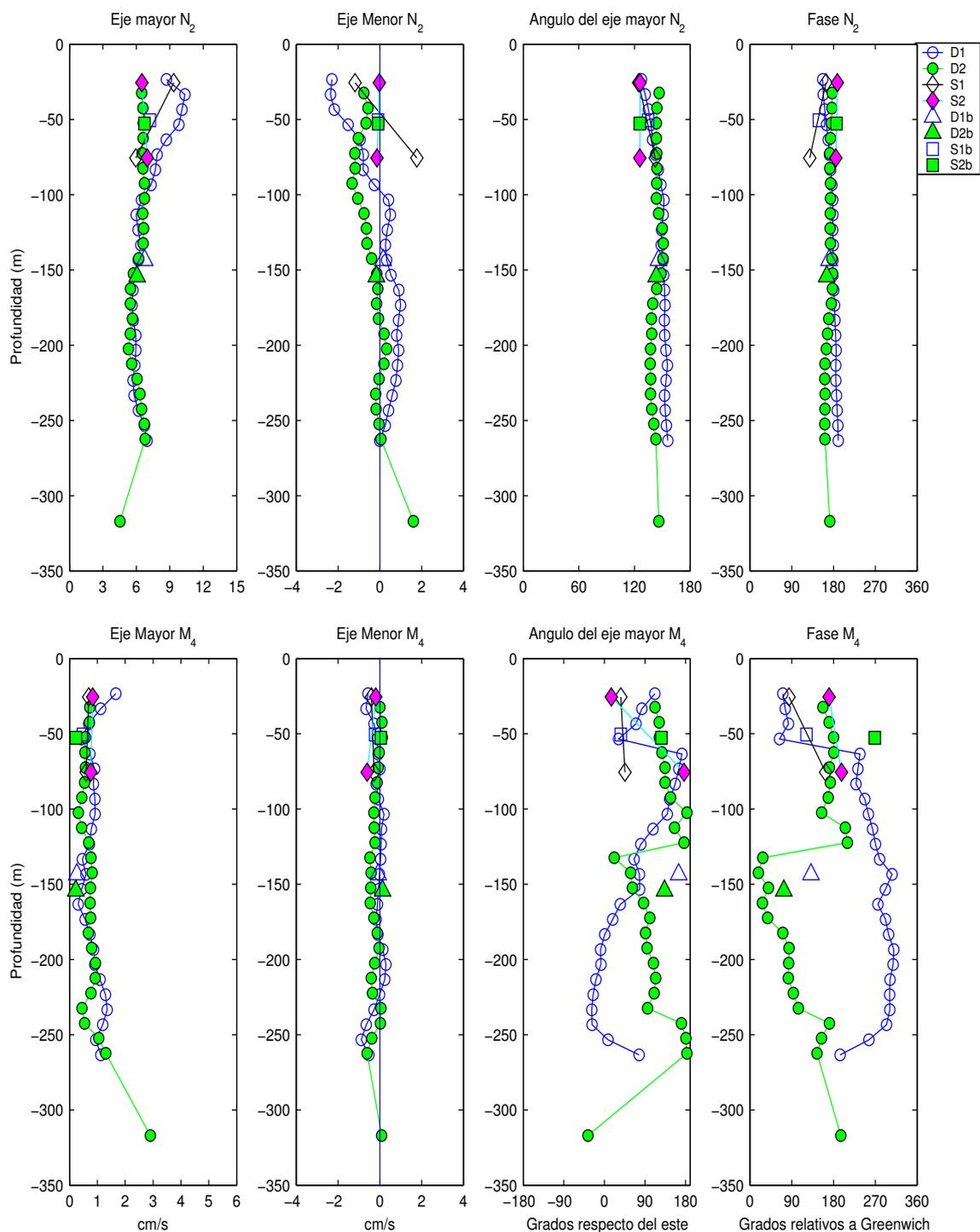
Las componentes  $S_2$  (Fig. 8) y  $N_2$  (Fig. 9) muestran un comportamiento muy similar a la  $M_2$ , con amplitudes menores que son aproximadamente un 50% ( $S_2$ ) y 25% ( $N_2$ ) de la amplitud de la  $M_2$ . Las amplitudes del eje mayor para  $M_4$  (Fig. 9) son casi constantes en toda la columna de agua, pero muy pequeñas, alcanzando apenas 1 cm/s. Por otra parte tanto la inclinación del eje mayor como la fase muestran una estructura complicada.



**Fig. 7. Parámetros de la elipse de marea para las componentes  $O_1$  y  $K_1$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín y S1 y S2 al anclaje Sonora. La b adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.**



**Fig. 8.** Parámetros de la elipse de marea para las componentes  $M_2$  y  $S_2$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín y S1 y S2 al anclaje Sonora. La b adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.



**Fig. 9.** Parámetros de la elipse de marea para las componentes  $N_2$ ,  $M_4$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín y S1 y S2 al anclaje Sonora. La b adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.

En resumen, se establece que la componente longitudinal al Golfo es la dominante, y que la banda semidiurna es la más importante en la zona de estudio. Dicha banda tiene como componente más energética a la  $M_2$ , y es bastante similar en ambos periodos de observación. Durante el verano las corrientes son más intensas en superficie disminuyendo gradualmente con la profundidad. La inversión del sentido de rotación en las frecuencias semidiurnas parece estar indicando un comportamiento baroclínico de la corriente. Lo anterior se debe a que cuando el vector de velocidad se encuentra sobre el eje menor, se encuentra apuntando en direcciones aproximadamente opuestas, si los sentidos de rotación son contrarios y la fase y ángulo de inclinación son aproximadamente iguales. Las componentes con mayor variabilidad y por lo tanto más difíciles de describir son la  $O_1$  y  $M_4$ . Quizás esto se deba a la presencia de ondas internas y/o a oscilaciones inerciales.

Como era de esperarse, la componente barotrópica es muy similar durante ambos periodos de observación para las seis frecuencias de marea consideradas. La corriente barotrópica es esencialmente rectilínea (eje menor casi nulo) y muy alineada con el eje longitudinal del golfo, con lo que se confirma que la componente de la velocidad dominante se encuentra en esta dirección.

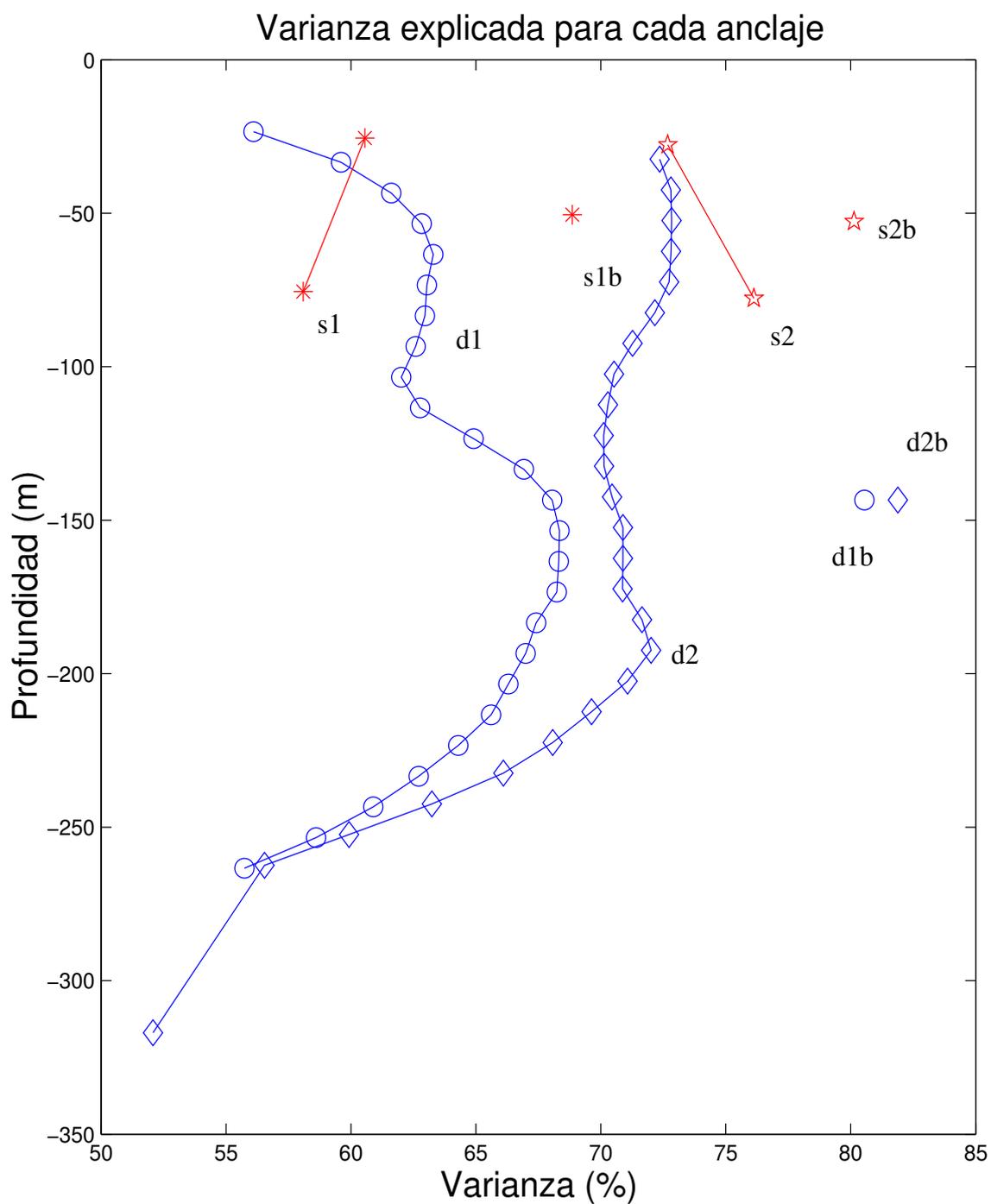
#### **IV.2.1 Varianza y razón señal a ruido (RSR)**

Dos resultados adicionales del AA, son el porcentaje de varianza total explicada por dicho análisis y la razón señal a ruido (RSR). Estos valores son calculados para cada componente de marea. En las dos subsecciones siguientes se analizan los valores de estos parámetros.

#### **IV.2.1.1 Varianza**

En la figura 10, se muestra el porcentaje de varianza total explicada por el AA para anclaje y periodo como una función de la profundidad. Lo que se observa claramente es que el porcentaje de varianza explicada es mayor durante el invierno. En el caso de D1, los porcentajes mínimos son en superficie (56%) y fondo (55%) con máximos a media columna (68%). Para D2, el porcentaje de varianza por arriba de los 220 m es superior al 70%, y por abajo de este nivel disminuye considerablemente hasta encontrar el mínimo de 52% en el fondo. En el anclaje Sonora, el porcentaje de varianza explicada también es mayor en el segundo periodo y opuesto a lo que pasa en S1, donde el valor máximo es cerca de la superficie (62%) y mínimo a 75 m de profundidad (55%).

Un hecho también interesante es que, tal y como se esperaba, la varianza explicada en las corrientes barotrópicas es mayor que cuando se toman corrientes individuales, aunque no deja de extrañar que para S1, el porcentaje sea menor (66%) en comparación con los de los otros periodos en donde la varianza explicada es mayor al 80%.



**Fig. 10.** Porcentaje de varianza explicada por el AA, para cada anclaje y periodo en función de la profundidad. D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfin y S1 y S2 al anclaje Sonora. La b adicional se refiere a los cálculos de las corrientes barotrópicas.

#### IV.2.1.2 Valor de la razón señal a ruido (RSR)

Este valor es una medida de la razón de la señal al ruido para cada componente de marea.

El RSR es estimado mediante el AA y se define como:

$$RSR = \frac{(\text{valor estimado})^2}{(\text{Error del valor estimado})^2} \quad (9)$$

La interpretación de este valor es la siguiente: si el RSR es pequeño (cercano a uno o menor), significa que el error en la estimación de los parámetros de la elipse es bastante grande y que por lo tanto los resultados obtenidos no se pueden considerar confiables. Por el contrario, si el RSR es grande (valores mucho mayores a la unidad) implica que los resultados obtenidos para los parámetros de la elipse se encuentran bien determinados y por lo tanto los resultados mostrados son confiables.

En el caso particular de las corrientes el programa `t_tide`, calcula el valor de RSR, utilizando como *valor estimado* la amplitud del eje mayor para cada componente armónica, y la estimación del *error del valor estimado*, para evaluar qué tan bien se encuentra determinado el armónico en cuestión. En la tabla 2 se muestran los valores promedio, máximos y mínimos de RSR, así como la profundidad a la cual fueron ubicados.

Los valores en la tabla 2, indican que los valores promedio más grandes son para las componentes semidiurnas ( $M_2$ ,  $S_2$ ,  $N_2$ ), estos valores son aún mayores para las corrientes barotrópicas y disminuyen considerablemente en las corrientes baroclínicas.

A pesar de que hay una disminución bastante considerable en los valores de RSR para las componentes diurnas ( $O_1$ ,  $K_1$ ), el RSR promedio en la mayoría de los casos es superior a 7, excepto para la  $O_1$  de las corrientes baroclínicas en donde los valores promedio más altos apenas superan las 3 unidades. Este hecho indica que el valor reportado para  $O_1$  es apenas tres veces mayor que su error y en algunos casos de la misma magnitud cuando este es igual a 1 como en el caso de  $O_1$  baroclínica en S2.

El análisis de los valores máximos y mínimos de RSR de Delfín, muestran que la señal de marea en las corrientes totales (datos medidos) se encuentra mejor determinada a media columna, bajando su confiabilidad cerca del fondo con excepción de la componente  $M_4$  en donde pasa lo contrario. Estos valores máximos en todos los armónicos son superiores a 15 unidades. Los valores mínimos de RSR se presentan en las componentes  $O_1$  y  $M_4$  y en el caso de esta última el valor es inferior a la unidad en ambos periodos. En el caso de las corrientes baroclínicas los valores máximos de RSR son superiores a las 11 unidades excepto para la componente  $N_2$  (2.1) de D2. Cabe resaltar que los valores mínimos de RSR para las corrientes baroclínicas son inferiores a la unidad en casi todos los casos (excepto para la  $M_2$ ), lo que indica que a esas profundidades donde se encuentran estos valores la señal de marea no puede ser determinada con mucha confiabilidad. Es interesante hacer notar que las corrientes baroclínicas de  $M_2$ , el máximo de RSR se localiza cerca del fondo o de la superficie, contrario a lo que sucede en las corrientes totales. En resumen, la componente con menor confiabilidad de acuerdo con los valores de RSR reportados en la tabla 2, es la  $M_4$  que en la mayoría de los casos analizados muestran los valores promedio mínimos que oscilan entre las 2 y 5 unidades. Asimismo, los valores tan

altos de  $M_2$  y  $S_2$  confirman el dominio de la señal semidiurna. A pesar de que estas razones disminuyen considerablemente en las corrientes baroclínicas la señal semidiurna sigue mostrando los valores más altos.

**Tabla II** Valores de RSR, correspondientes a los armónicos de interés, durante cada periodo, tanto para las velocidades totales, como para las barotrópicas y baroclínicas.

Delfín 1							Delfín 2					
Frecuencias	O1	K1	N2	M2	S2	M4	O1	K1	N2	M2	S2	M4
Promedio	11.5	21.3	53.1	689.6	263.4	5.6	13.3	31.4	25.3	422.8	135.0	2.7
Max	38.4	50.3	83.2	995.0	376.6	16.9	35.8	65.8	41.5	675.8	207.5	15.6
Zmax	-143.4	-233.4	-33.4	-153.4	-153.4	-233.4	-172.4	-52.4	-132.4	-132.4	-142.4	-317.0
Min	2.3	3.0	32.8	408.8	160.5	0.6	1.2	9.0	11.8	249.2	52.6	0.2
Zmin	-93.4	-33.4	-243.4	-253.4	-253.4	-53.4	-212.4	-152.4	-317.0	-317.0	-317.0	-102.4
Vel. Baroclínica Delfín 1							Vel. Baroclínica Delfín 2					
Promedio	3.9	7.0	4.7	56.0	17.3	5.0	12.1	11.4	0.8	17.3	4.1	2.5
Max	11.4	17.2	21.6	163.7	60.2	14.2	29.6	35.8	2.1	38.2	12.9	16.1
Zmax	-43.4	-23.4	-33.4	-33.4	-33.4	-233.4	-172.4	-317.0	-317.0	-317.0	-317.0	-317.0
Min	0.3	0.2	0.6	7.6	0.7	0.5	0.6	0.4	0.3	1.6	0.5	0.9
Zmin	-183.4	-93.4	-93.4	-103.4	-93.4	-163.4	-212.4	-172.4	-52.4	-152.4	-172.4	-232.4
Vel. Barotrópica Delfín 1							Vel. Barotrópica Delfín 2					
	63.7	141	163.3	2172.4	830.6	4.7	32.4	208.6	180.9	2915.2	918.3	1.9
Sonora 1							Sonora2					
Promedio	8.6	10.7	49.1	580.0	203.2	2.0	9.1	36.9	70.3	1189	377	4.4
Max	10.7	13.0	75.5	825.6	277.7	3.2	10.6	49.5	74.8	1313	436.3	4.7
Zmax	-25.5	-25.5	-25.5	-25.5	-25.5	-25.5	-27.7	-27.7	-27.7	-27.7	-27.7	-27.7
Min	6.5	8.4	22.6	334.5	128.7	0.9	7.5	24.3	65.8	1065	317.7	4.2
Zmin	-75.5	-75.5	-75.5	-75.5	-75.5	-75.5	-77.7	-77.7	-77.7	-77.7	-77.7	-77.7
Vel. Baroclínica Sonora 1							Vel. Baroclínica Sonora2					
Promedio	2.3	7.6	12.6	69.1	26.6	0.9	1.1	0.9	0.4	22.1	4.5	7.9
Vel. Barotrópica Sonora 1							Vel. Barotrópica Sonora 2					
	21.5	12.8	118.2	1471	509.9	4.9	31.4	138.1	114.2	1952.5	622.8	1.3

### IV.3 Coherencia y análisis de admitancia

Al inicio de la sección anterior, se mencionó que la obtención de las elipses componentes se puede hacer también mediante el análisis de admitancia (AD). En la descripción de dicho análisis (Cap. III), se hizo énfasis en el cálculo de las coherencias. Dicho cálculo es indispensable para hacer uso del AD. Los resultados de la evaluación de la función de coherencia se muestran a continuación.

#### IV.3.1 Coherencia

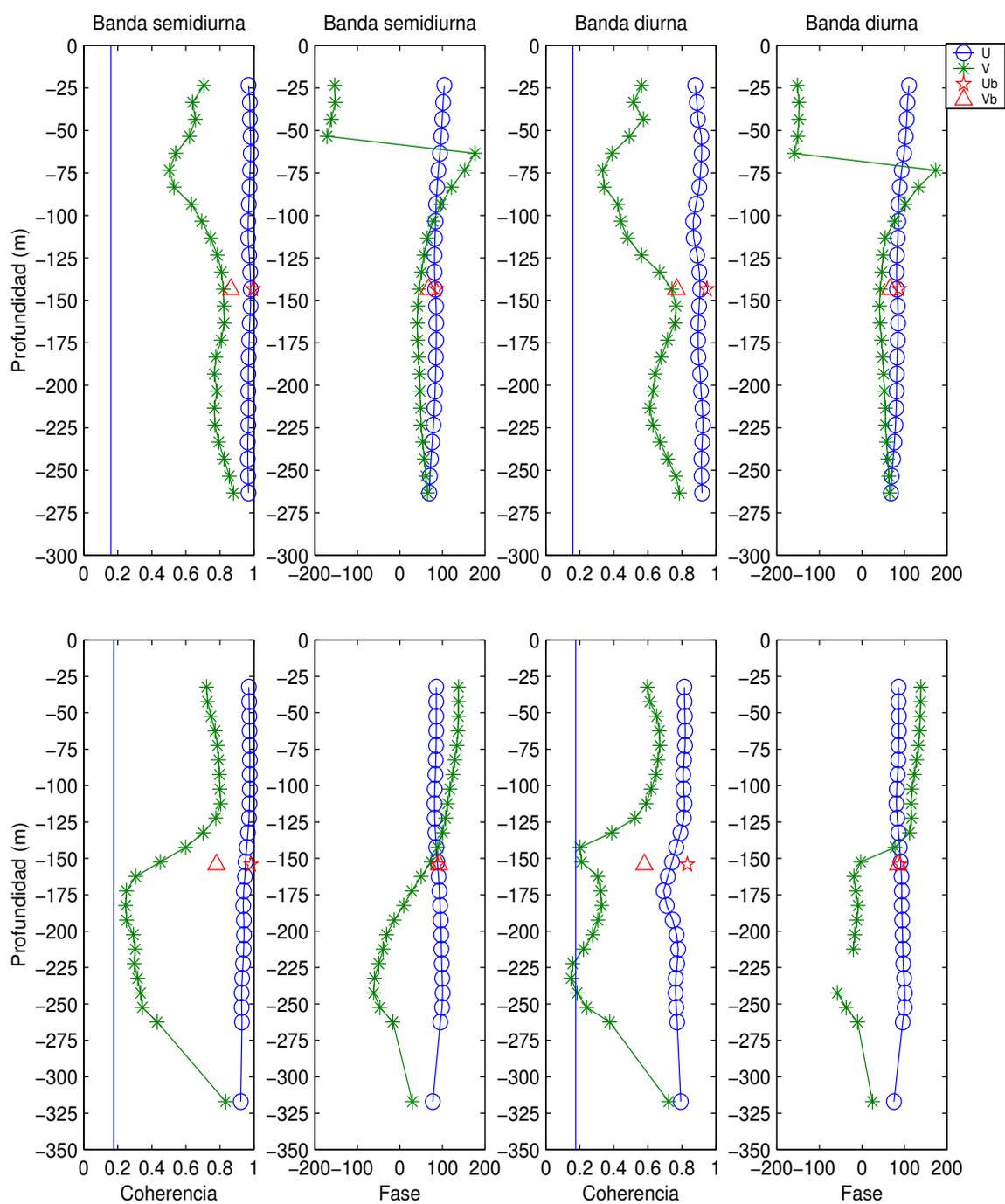
La coherencia en este trabajo se calculó utilizando los datos de presión subsuperficial (PSS) y las observaciones de las corrientes. Se consideró a las componentes de la velocidad,  $u(t)$  y  $v(t)$  por separado, obteniendo de esta manera estimaciones para cada componente del vector velocidad.

Es importante hacer notar que las coherencias dependen del sistema coordenado que se utilice, y en este trabajo los cálculos fueron hechos con las componentes  $u$  y  $v$  rotadas a  $139^\circ$  y  $229^\circ$  del E, respectivamente. Este ángulo corresponde al ángulo promedio de la  $M_2$  que, como ya se mencionó anteriormente, es la componente más energética dentro del GC. Puesto que las mareas se concentran principalmente en la banda semidiurna y diurna, se eligió un ancho de banda de 1 cpd, concentrando así todas las componentes de marea diurnas en la banda diurna y todas las componentes semidiurnas en la banda semidiurna. Las figuras 11 y 12 muestran las coherencias por anclaje, periodo y componente de la velocidad para cada banda.

#### IV.3.1.1 Coherencias del anclaje Delfín

La coherencia de la componente longitudinal (u) al Golfo es superior a 0.8 en los dos periodos, con valores muy cercanos a 1 para la banda semidiurna (Fig. 11). Los valores en la componente transversal al Golfo, muestran grandes variaciones en la vertical, siendo más evidente para D2, en donde los valores mínimos de (0.2) son a media columna para ambas bandas. La estructura de las fases para u muestran un desfase cercano  $90^\circ$  entre las corrientes y el nivel del mar, con las corrientes hacia la cabeza del golfo antecediendo al nivel del mar. Este desfase es consistente con una onda estacionaria tal y como se considera que se propaga la marea en el golfo (Hendershott y Speranza, 1971).

La fase de la componente transversal al golfo muestra una estructura vertical complicada en ambos periodos de observación. Durante el primer periodo las corrientes superficiales (positivas hacia Baja California) están prácticamente  $180^\circ$  fuera de fase con el nivel del mar, pero las corrientes profundas anteceden al nivel del mar en aproximadamente  $90^\circ$ . Para D2, las corrientes transversales anteceden en más de  $100^\circ$  al nivel del mar pero el desfase se reduce con la profundidad. Los valores de las coherencias de las corrientes barotrópicas, son ligeramente mayores y las fases muestran un desfase de  $90^\circ$  con el nivel del mar.

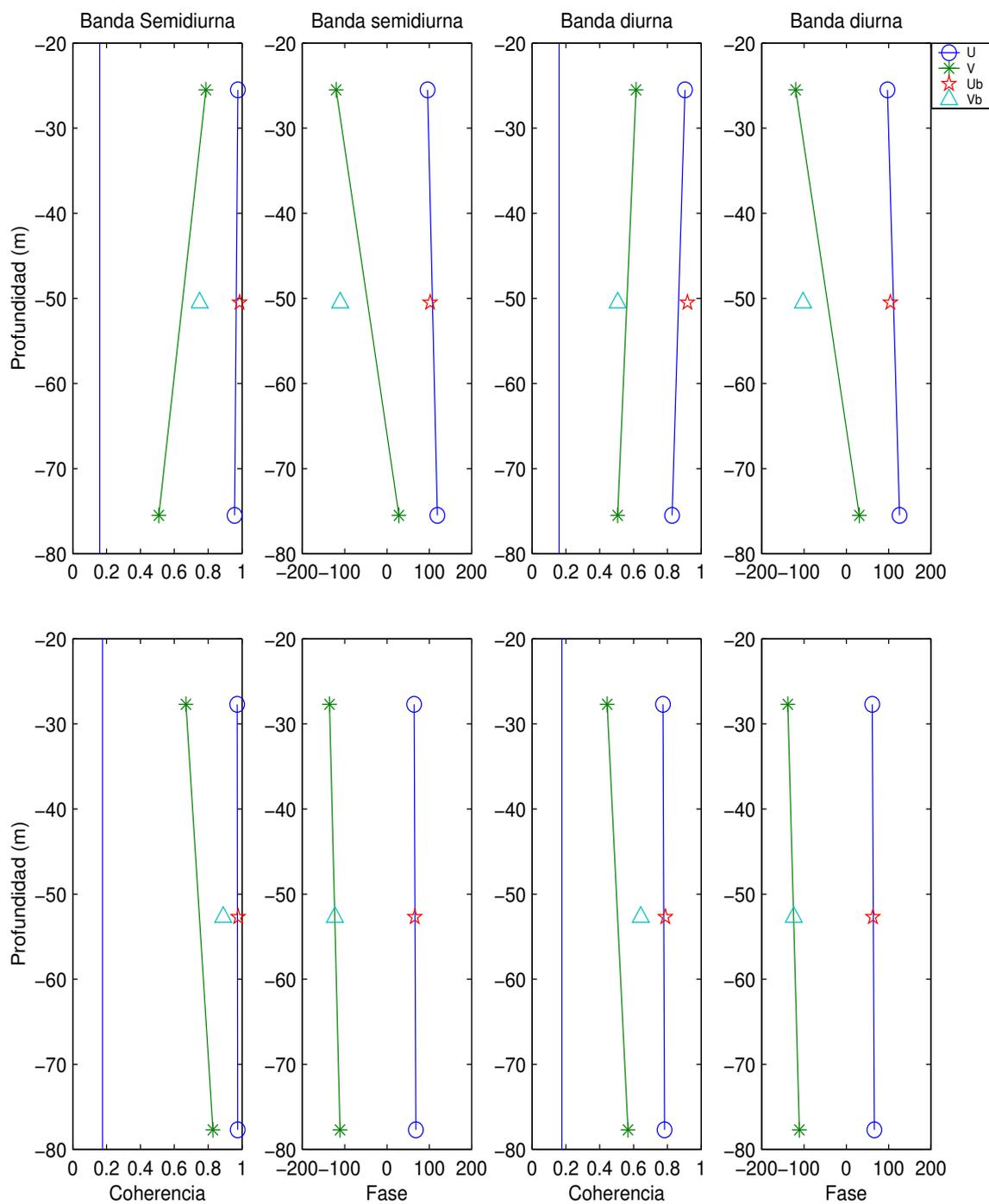


**Fig. 11. Coherencias entre la presión subsuperficial y las corrientes para los dos periodos del anclaje Delfín, en las bandas diurna y semidiurna. Las gráficas superiores e inferiores corresponden a D1 y D2, respectivamente. La línea vertical en las gráficas denota la coherencia significativamente distinta de cero a un 95% de confianza.**

### IV.3.1.2 Coherencias del anclaje Sonora

Las coherencias de la componente  $u$  son superiores a 0.8 para ambas bandas (Fig. 12), durante los dos periodos. El valor mínimo (0.82) se alcanza en S1, a la profundidad de 75 m en la banda diurna. Para la componente  $v$ , existe un mínimo de 0.5 en el fondo en ambas bandas, pero en algunos casos llegan a ser del orden de 0.8. Es importante destacar el comportamiento contrario que se muestra entre ambos periodos para  $u$  y  $v$ , puesto que en S1 los valores de coherencia son más altos en superficie comparados con los del fondo, opuesto a lo que se ve en S2.

La estructura de la fase para  $u$  muestra un desfase con el nivel del mar cercano a  $90^\circ$ , en ambas bandas. En el caso de  $v$ , para S1 hay un cambio de signo en la fase, indicando que las corrientes del fondo anteceden a las de la superficie, esto no pasa en S2, donde se ve que existe un desfase con el nivel del mar de  $-100^\circ$  aproximadamente, lo que indica que en esta dirección el nivel del mar antecede a la corriente. Al igual de lo que pasa en Delfín los valores de las coherencias de las corrientes barotrópicas son ligeramente mayores y las fases muestran un desfase mayor a  $100^\circ$  para S1 con el nivel del mar. Para S2 este desfase es menor a  $90^\circ$ . La estructura de la fase permite determinar que en el caso de  $u$ , las corrientes anteceden al nivel del mar, sucediendo lo opuesto para  $v$ . Es decir que tanto para Delfín como para Sonora la corriente a lo largo del Golfo antecede al nivel del mar en aproximadamente  $90^\circ$ .



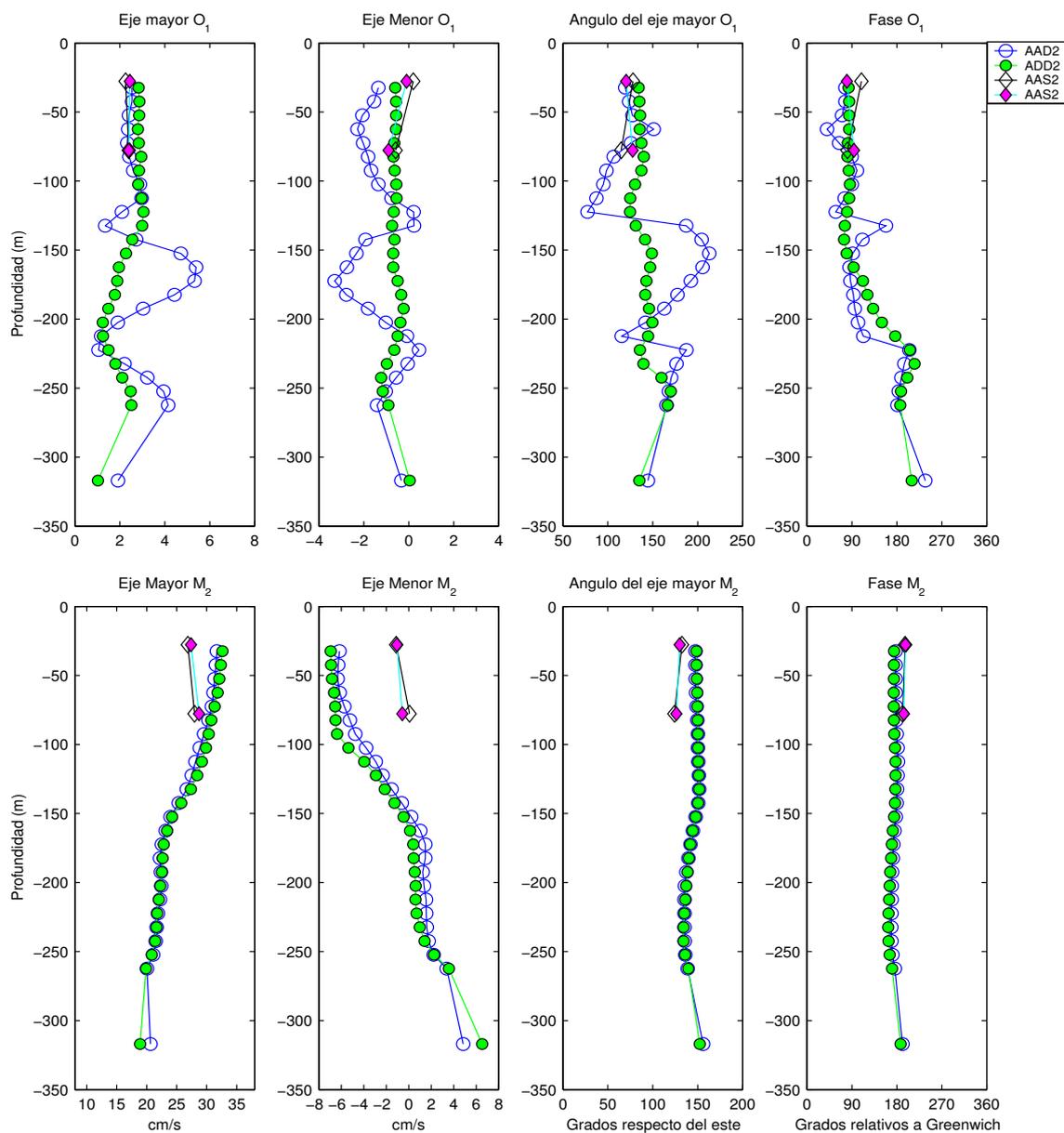
**Fig. 12. Coherencias entre la presión subsuperficial y las corrientes para los dos periodos del anclaje Sonora, en las bandas diurna y semidiurna. Las gráficas superiores e inferiores corresponden a S1 y S2, respectivamente. La línea vertical en las gráficas denota la coherencia significativamente distinta de cero a un 95% de confianza.**

### IV.3.2 Análisis de admitancia

Las altas coherencias en la componente  $u$  (superiores en algunos casos a 0.9) sugieren una relación estrecha entre las corrientes de marea y la marea vertical. Además, esta componente de la velocidad es la dominante en el Golfo. Tal y como lo indica Candela (1982), si la coherencia es mayor a 0.9 en una o mejor aún en las dos componentes de la velocidad, la función de admitancia, puede ser utilizada para la inferencia de las componentes de las elipses de marea en la corriente. De tal modo que la reconstrucción consiste en el cálculo de un conjunto de amplitudes y fases de las corrientes, haciendo uso de los resultados obtenidos del análisis armónico para el nivel del mar y de los propios resultados de admitancia (ver la descripción del análisis de admitancia). Con este conjunto de amplitudes y fases se calcularon los parámetros de la elipse a cada frecuencia de marea: eje mayor ( $M$ ), eje menor ( $m$ ), inclinación del eje mayor ( $\theta$ ) y la fase ( $\phi$ ), con las fórmulas descritas anteriormente.

En la figura 13, se hace la comparación del análisis de admitancia con el análisis armónico para dos frecuencias de marea durante el invierno. Estos dos casos contrastan en su comparación con el AA. Por un lado, para la componente  $O_1$ , el AA y AD difieren significativamente y este último tiende a producir perfiles verticales más suaves en las componentes de las elipses de marea. Por el contrario, para la frecuencia  $M_2$ , ambos análisis arrojan esencialmente los mismos resultados. Esto último sirve para verificar y dar confiabilidad a los resultados del análisis armónico, dando seguridad de que se está extrayendo apropiadamente la señal de marea. Sin embargo, es interesante notar que el AD también arroja una variación gradual y cambio de signo del eje menor. Sí en realidad esto

se debe a un comportamiento baroclínico de la marea, entonces el AD no nada más está extrayendo la parte barotrópica de la corriente de marea.



**Fig. 13. Comparación de las elipses componentes obtenidas mediante las técnicas de análisis armónico y análisis de admitancia, para las frecuencias de marea  $O_1$  y  $M_2$  (segundo periodo, ambos anclajes).**

#### IV.4 Análisis armónico de las corrientes baroclínicas

Las series de tiempo de las corrientes baroclínicas se calculan mediante la resta de la corriente promedio (barotrópica) a las corrientes medidas a cada profundidad (Holloway, 1984). Las corrientes baroclínicas se analizan armónicamente y los resultados para las frecuencias diurnas ( $O_1$  y  $K_1$ ) y semidiurnas ( $M_2$  y  $S_2$ ) se presentan en las figuras 14 y 15, respectivamente.

La gráfica de las frecuencias  $O_1$  y  $K_1$  (Fig. 14) muestran una fuerte variabilidad con la profundidad. La amplitud del eje menor representa alrededor del 50% del eje mayor para  $O_1$  en ambos periodos. Esto mismo ocurre para  $K_1$  solo durante el primer periodo. Las amplitudes máximas de ambos ejes para  $O_1$  se encuentran cerca de la superficie durante D1. En D2 estos máximos se encuentran entre los 150 y 200 m. Nótese la similitud con el perfil correspondiente a las corrientes totales (ver Fig. 7). Esta similitud podría estar indicando el carácter esencialmente baroclínico para la frecuencia  $O_1$  durante este periodo. En el caso del anclaje Sonora, las amplitudes de los ejes durante el segundo periodo son alrededor del 50% de los valores que se observan en S1. Las amplitudes mínimas de los ejes (mayor y menor) para  $K_1$ , se encuentran entre los 100 y 150 m en el verano y entre los 150 y 200 m durante el invierno. Estos valores mínimos son muy cercanos a cero en ambos periodos, sobre todo en el eje menor.

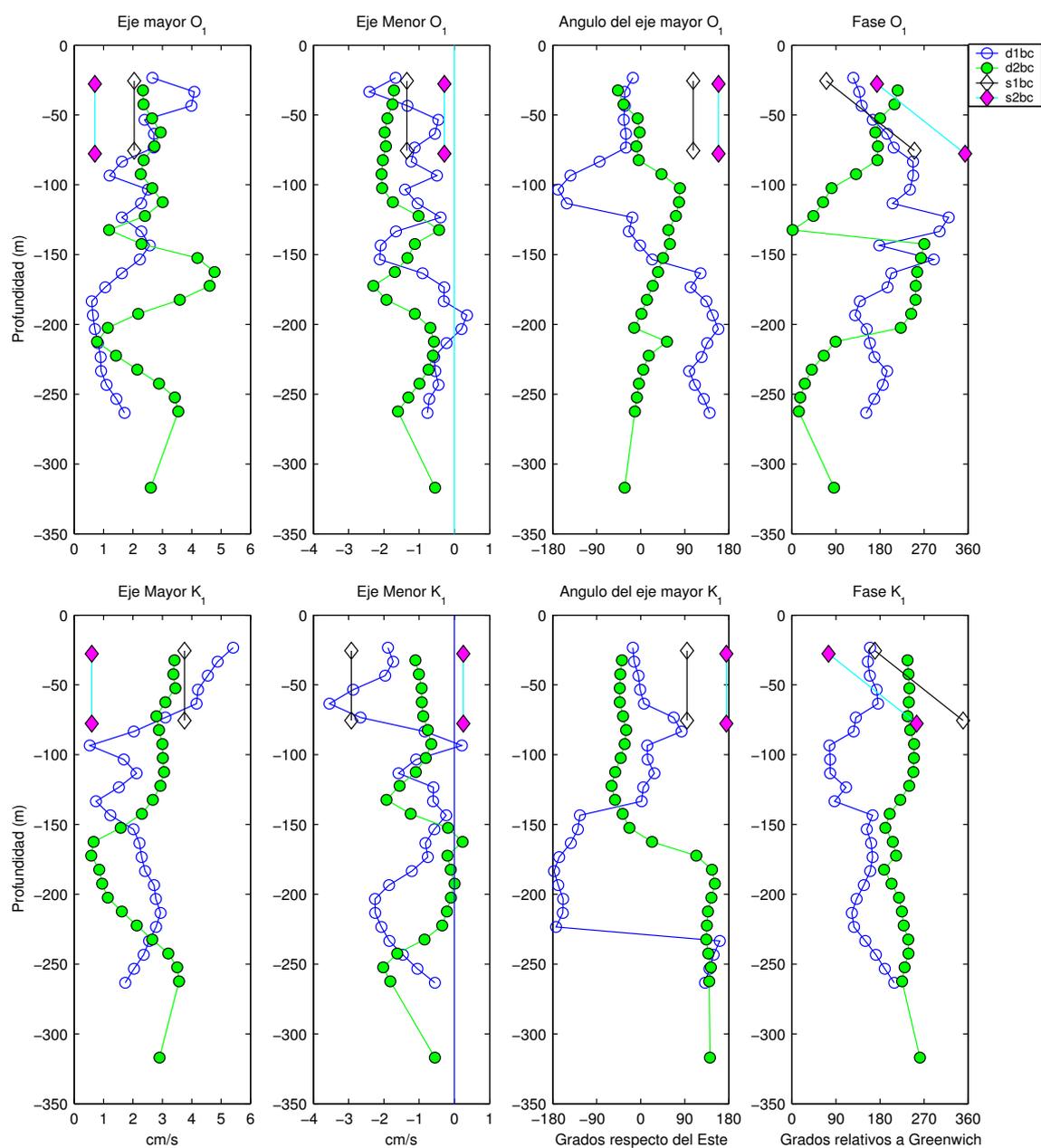
La estructura del ángulo de inclinación del eje mayor (AEM) en ambas componentes ( $O_1$  y  $K_1$ ) es más homogénea durante el segundo periodo, sobre todo para la  $K_1$  en donde se mantiene más o menos alrededor de los  $-45^\circ$  por arriba de los 200 m y en

135° por debajo de esta profundidad (cambio aprox. de 180°). La fase de  $O_1$  tiene una fuerte variabilidad con la profundidad, lo que es más evidente en D2. En el caso de la fase de  $K_1$ , ésta tiene una variación de unos 90° durante D1 e inferior a este valor para D2.

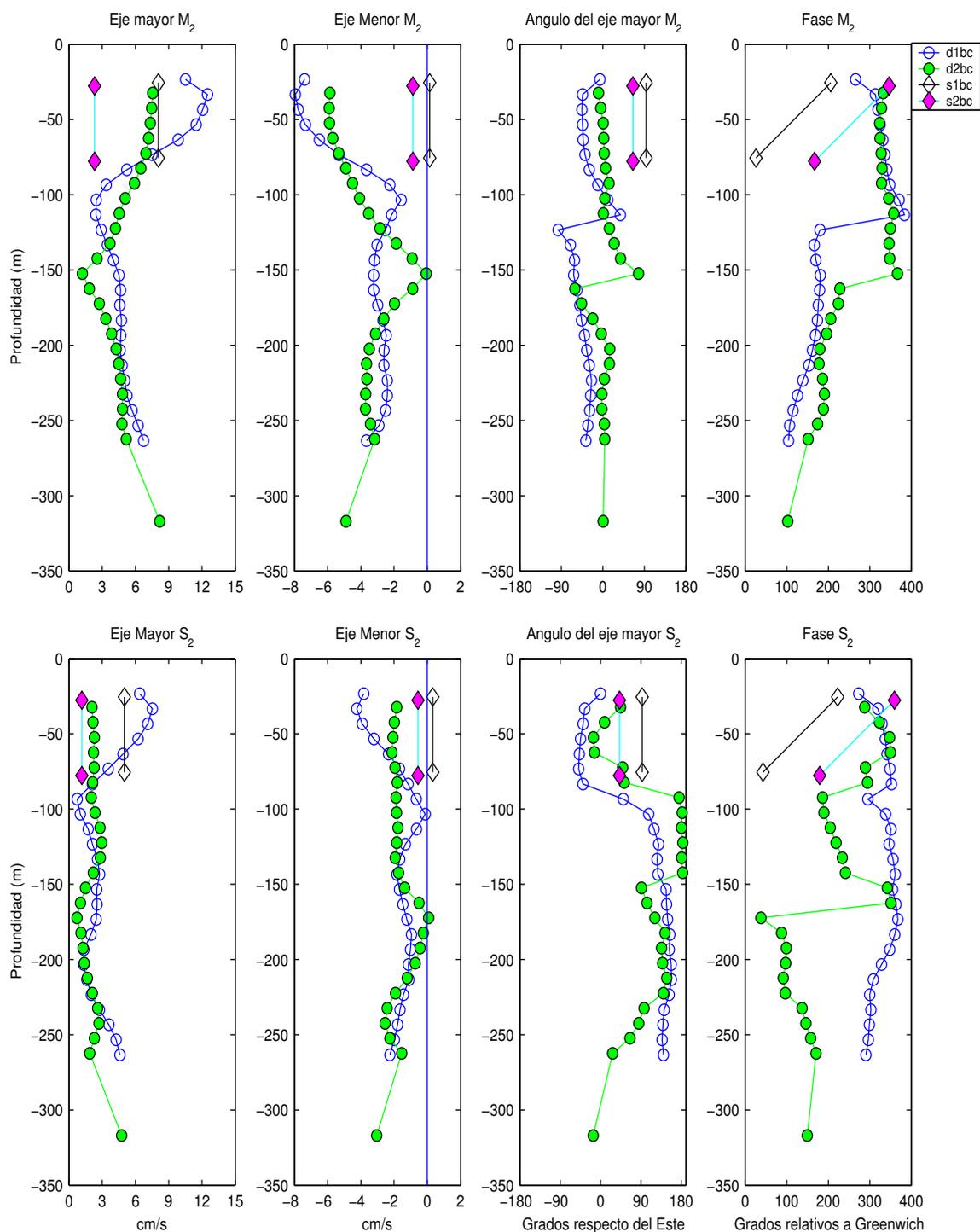
La gráfica de las elipses componentes de la banda semidiurna (Fig. 15) muestran que las amplitudes de los ejes (mayor y menor) para la  $M_2$  y  $S_2$  son muy cercanas a cero alrededor de los 100 y 150 m para el primer y segundo periodo, respectivamente. Después de los mínimos, las amplitudes aumentan gradualmente hacia la superficie y fondo, sobre todo en la frecuencia  $M_2$ . La estructura del AEM y de la fase de la  $M_2$  es similar en ambos periodos. La orientación de las corrientes a esta frecuencia ( $M_2$ ) se mantiene muy cercana de los 0° con un salto aproximado de 180° justo en la profundidad donde las corrientes tienen su mínima amplitud para ambos periodos. El análisis de la fase indica que las corrientes por debajo del mínimo de amplitud (aproximadamente a 100 y 150 m para el primer y segundo periodo, respectivamente) se encuentran antecediendo a las corrientes por arriba de esta profundidad. El desfase mostrado es de casi 180° y al igual que en la estructura del AEM el salto coincide con el valor mínimo de los ejes. Este comportamiento es menos apreciable en la componente  $S_2$ , ya que esta tiene una mayor variabilidad, pero los saltos que se ven coinciden con las profundidades donde los ejes tienen sus valores mínimos.

Un resultado adicional e interesante es que en las 4 componentes de marea mostradas en las figuras 14 y 15, el signo del eje menor está indicando que las elipses de

marea para casi todas las profundidades, se encuentran rotando anticiclónicamente. Esto es consistente con una onda de Poincaré (Gill, 1982).



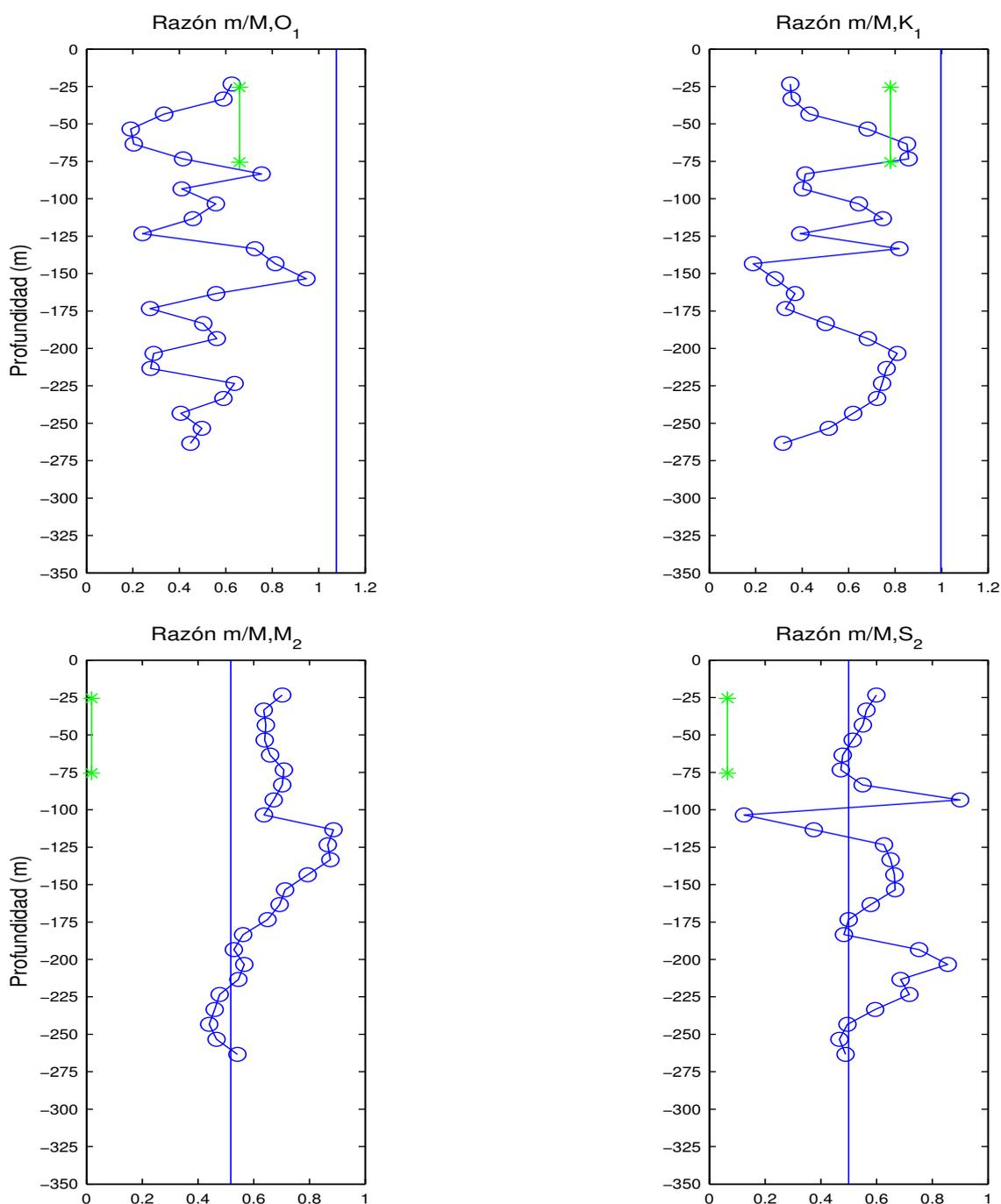
**Fig. 14.** Parámetros de las elipses de marea de las corrientes baroclínicas a las frecuencias  $O_1$  y  $K_1$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfín, S1 y S2 al anclaje Sonora.



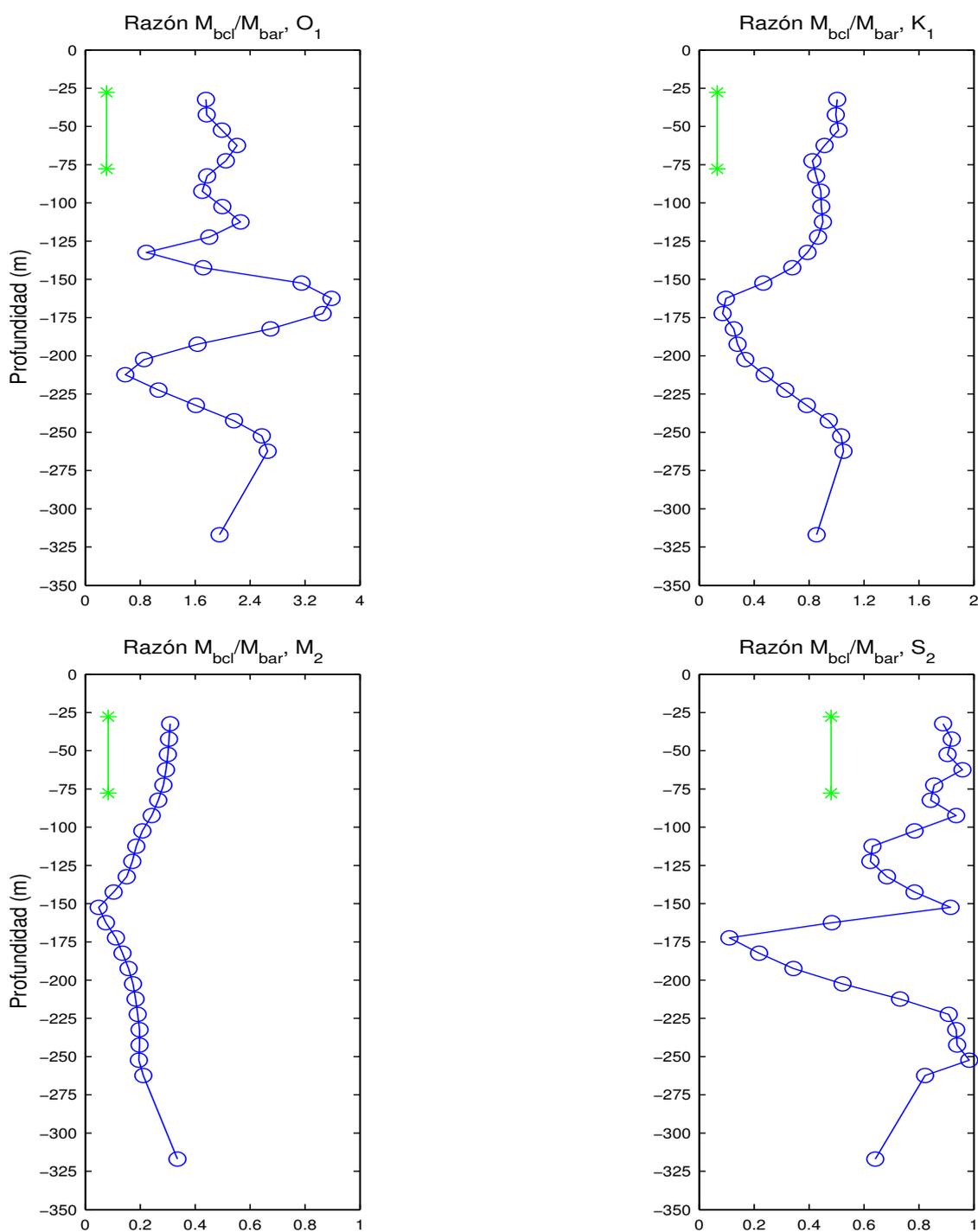
**Fig. 15. Parámetros de las elipses de marea de las corrientes baroclínicas a las frecuencias  $M_2$  y  $S_2$ . D1 y D2 corresponden a los dos periodos de observación para el anclaje Delfin, S1 y S2 al anclaje Sonora.**

Una característica adicional de las ondas de Poincaré es que la razón del eje menor al eje mayor es igual a  $|f/\sigma|$ . La razón del eje menor al eje mayor de las corrientes baroclínicas para las frecuencias  $K_1$ ,  $O_1$ ,  $M_2$  y  $S_2$  durante el primer periodo se muestran en la figura 16, junto con el valor teórico de  $|f/\sigma|$  donde  $f$  es el parámetro de Coriolis y  $\sigma$  la frecuencia de marea. En esta figura se observa que en varias profundidades, la razón de ejes en las frecuencias semidiurnas ( $M_2$  y  $S_2$ ) coincide con el valor teórico de  $|f/\sigma|$ , siendo más evidente para la  $S_2$ . Por otro lado en las componentes diurnas, la razón de ejes y el valor teórico no es coincidente en ninguna profundidad.

Con la finalidad de comparar las amplitudes de las corrientes baroclínicas y barotrópicas, se calcularon las razones de amplitud entre el eje mayor de las corrientes baroclínicas y el eje mayor de las corrientes barotrópicas. Los resultados para el segundo periodo se presentan en la figura 17. Se puede apreciar claramente que la amplitud de las corrientes baroclínicas en las frecuencias diurnas es equiparable en magnitud con la amplitud de la corriente barotrópica y en varias profundidades es mucho mayor que ésta última. Sin lugar a dudas, esto es más evidente en la frecuencia  $O_1$  en donde incluso a media columna la amplitud baroclínica es hasta 3 veces mayor que la barotrópica. Para la frecuencia  $M_2$  la amplitud baroclínica representa un 40% de la amplitud barotrópica en superficie y fondo y es aproximadamente cero a media columna, indicando que la corriente en esta profundidad es esencialmente barotrópica. En la frecuencia  $S_2$  la razón de los ejes es muy cercana a uno en varias profundidades indicando que a esta frecuencia las corrientes baroclínicas y barotrópica son aproximadamente de la misma magnitud.



**Fig. 16.** Razón del eje menor al eje mayor de las corrientes baroclínicas a las frecuencias de marea  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$  y  $S_2$ , durante el primer periodo de observación. Los asteriscos corresponden al anclaje Sonora y los círculos al anclaje Delfín. La línea vertical representa el valor teórico de  $|f/\sigma|$ .



**Fig. 17.** Razón entre el eje mayor de las corrientes baroclínicas y el eje mayor de la corriente barotrópica a las frecuencias de marea  $O_1$ ,  $K_1$ ,  $M_2$  y  $S_2$ , durante el segundo periodo de observación. Los asteriscos corresponden al anclaje Sonora y los círculos al anclaje Delfín.

## IV.5 Análisis de los datos de temperatura

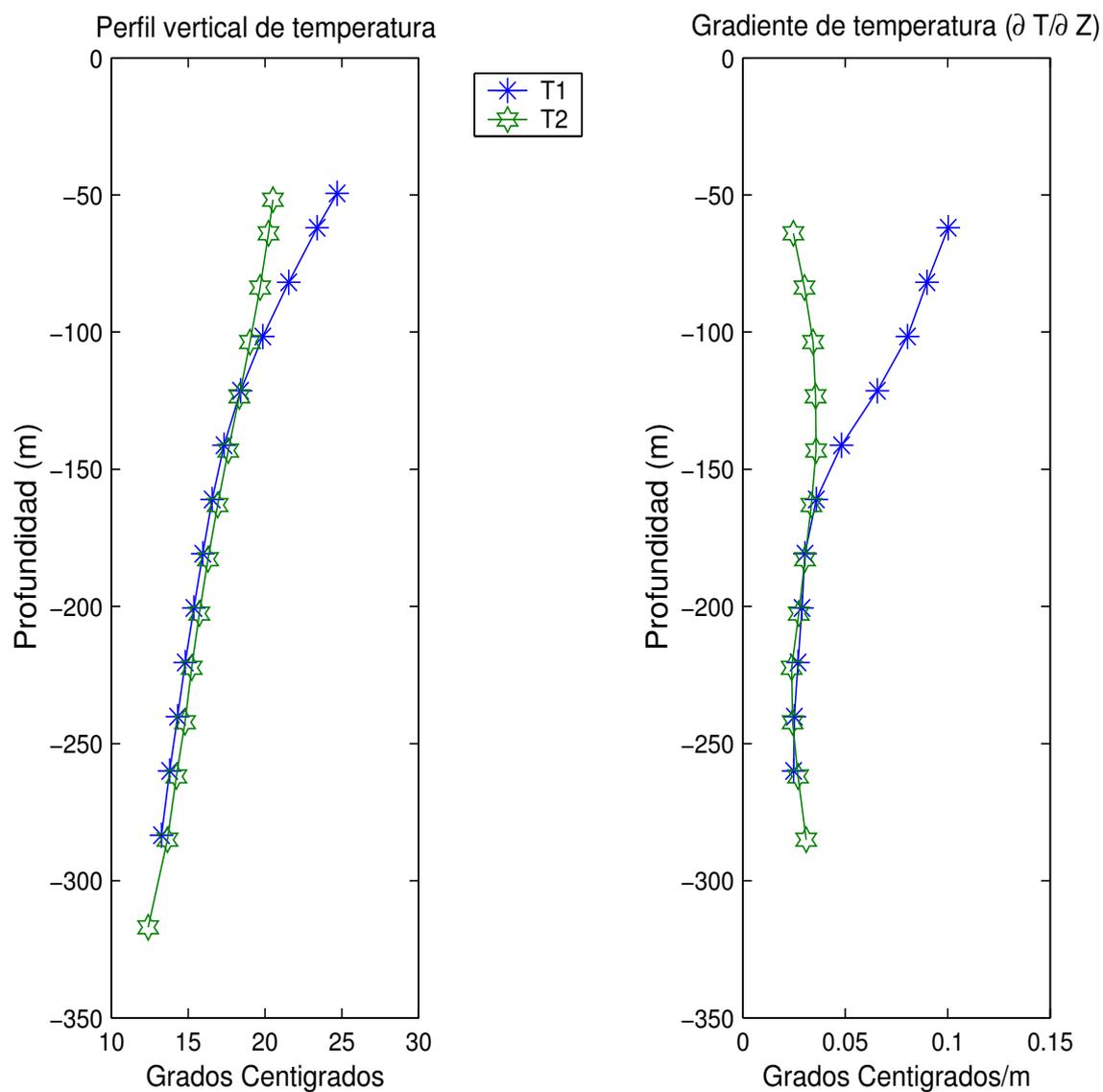
Con la finalidad de estudiar aún más la estructura de la marea interna, se calcularon las series de tiempo de velocidad vertical en toda la columna de agua en donde se cuenta con datos de temperatura. La velocidad vertical ( $w$ ) se puede estimar de la ecuación lineal de conservación de temperatura, que en ausencia de mezcla y flujos de calor queda definida como:

$$w = - \frac{\partial T / \partial t}{\overline{\partial T / \partial z}} \quad (8)$$

donde  $T$  es la temperatura como una función de la posición vertical ( $z$ ) y del tiempo ( $t$ ), y  $\overline{T}$  es la temperatura promedio durante el periodo considerado. Por lo tanto, el denominador de (8) es el gradiente vertical promedio de temperatura.

Los términos de la ecuación (8) se calcularon usando diferencias finitas. Para el cálculo de  $\partial T / \partial t$ , el paso de tiempo utilizado fue de 2 horas, (diferencias centradas). Para el cálculo de  $\overline{\partial T / \partial z}$ , la derivada espacial se calculó a las profundidades intermedias de donde se encontraban localizadas las series de temperatura y después se interpoló a las profundidades originales de las mismas series. En la figura 18 se muestra el perfil vertical promedio de temperatura, y el gradiente vertical promedio de temperatura. El análisis se hizo sobre los mismos periodos de tiempo que se utilizaron para el análisis de las corrientes (ver tabla1). Los datos de temperatura que se utilizaron fueron los obtenidos por el SEACAT de superficie (51.7 m), los de la cadena de termistores y los del ADCP, en el caso de del primer periodo (T1, debido a que la mayoría de las series provienen del anclaje

Tiburón). Para el segundo periodo (T2) se contó adicionalmente con la serie de tiempo proporcionada por el correntímetro Aanderaa ubicado a 317 m de profundidad.



**Fig. 18. Perfil Vertical y gradiente vertical medio de Temperatura para ambos periodos del anclaje Tiburón.**

En la figura 18 se observa que los valores del perfil vertical de temperatura (panel de la izquierda) en superficie son el doble de los que se observan en el fondo. Asimismo se

advierde que el gradiente medio de temperatura (panel de la derecha) después de media columna es prácticamente el mismo para ambos periodos.

Una vez que se obtuvieron los gradientes de temperatura en tiempo y espacio el cálculo de las series de velocidad vertical se infirieron de la ecuación (8). Éstas series fueron analizadas armónicamente para encontrar las amplitudes y fases a las frecuencias de marea de interés. Con este conjunto de datos se procedió a calcular las amplitudes del desplazamiento vertical mediante la relación  $w = \frac{\partial \zeta}{\partial t}$  donde  $\zeta$  es el desplazamiento vertical de las isotermas. Para una componente armónica de la marea la relación anterior se reduce a:

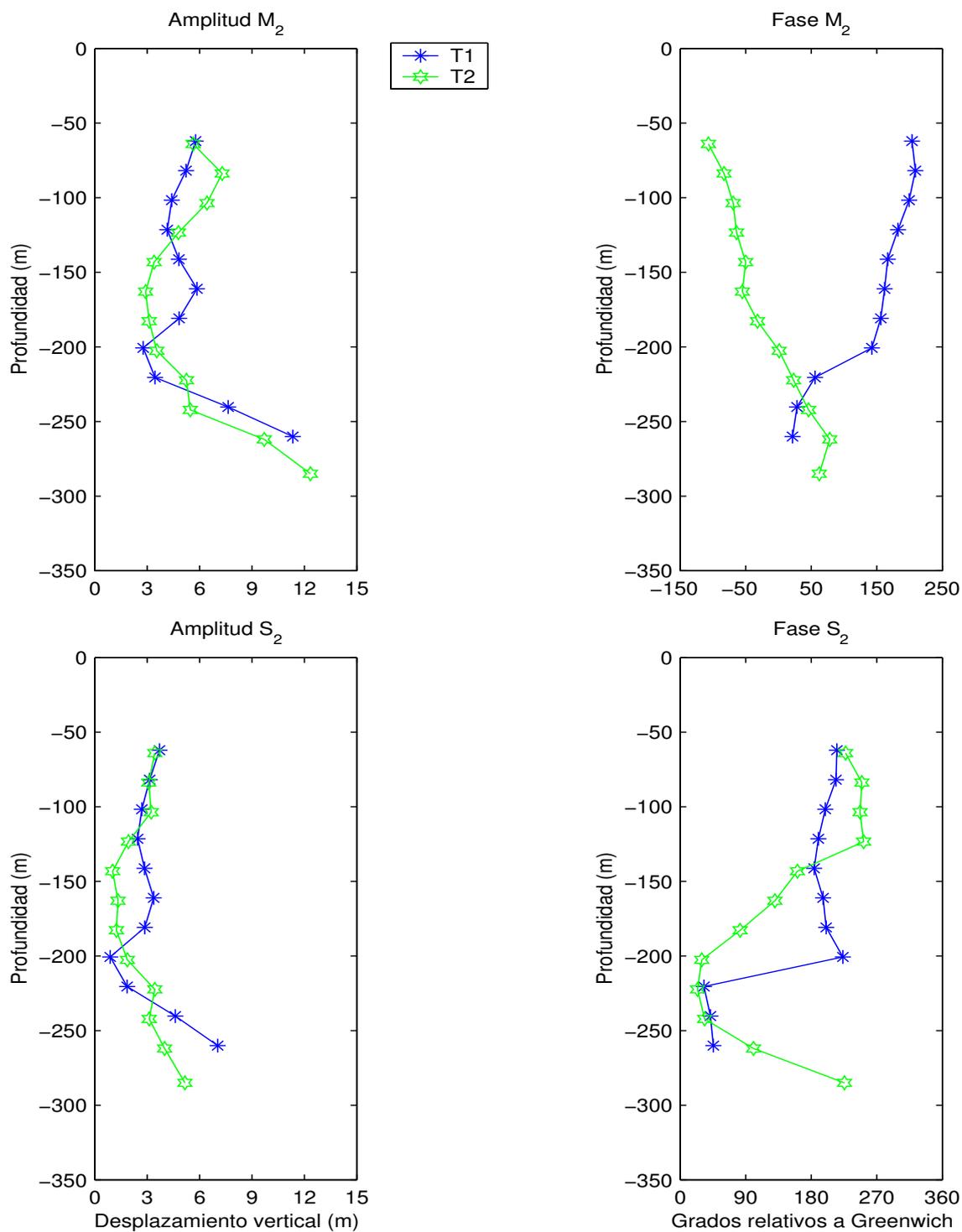
$$\zeta = \frac{iw}{\sigma} \quad (9)$$

donde  $\sigma$  es la frecuencia de marea (Holloway, 1984). Por lo que las amplitudes de desplazamiento  $\zeta$  se obtienen dividiendo las amplitudes de  $w$  entre las frecuencias de marea correspondiente. Por otro lado, las fases de desplazamiento vertical son obtenidas sumando  $90^\circ$  a las fases que se obtuvieron con el análisis armónico de las velocidades verticales para cada armónico.

Las amplitudes y fases de los desplazamientos verticales de las componentes de marea  $M_2$  y  $S_2$  se muestran en la figura 19. Se nota claramente que los desplazamientos verticales son una función de la profundidad. En ambas frecuencias la estructura vertical de las amplitudes de los desplazamientos es sumamente parecida para los dos periodos de observación. Dicha amplitud en la frecuencia  $M_2$  es relativamente pequeña ( $\sim 5$  m) y se

mantiene más o menos uniforme por arriba de los 200 m de profundidad. Después de este nivel existe una tendencia a aumentar, de tal manera que los máximos (~15 m) se alcanzan cerca del fondo. La fase en  $M_2$  exhibe una variación gradual con la profundidad disminuyendo (aumentando) durante el primer periodo (segundo periodo). Durante el primer periodo a los 200 m de profundidad se presenta un salto de unos  $90^\circ$  aproximadamente. Después de este salto la tendencia antes descrita continúa. Asimismo se hace notar que el salto de la fase coincide con el aumento en la amplitud de los desplazamientos. La frecuencia  $S_2$ , tiene el mismo comportamiento de  $M_2$ , con valores que representan un 75% de los mostrados por  $M_2$  por arriba de los 200 m y un 50% por debajo del nivel mencionado. La estructura de la fase para  $S_2$  también muestra un salto en la misma profundidad de  $M_2$ , pero este salto es de  $180^\circ$  aproximadamente.

Los desplazamientos para las otras frecuencias de marea son mínimos (~ 1 m) en superficie y máximos (~4) en el fondo.



**Fig. 19.** Amplitudes y fases de los desplazamientos verticales de las isotermas para las frecuencias de marea  $M_2$  y  $S_2$ , para ambos periodos del anclaje Tiburón.

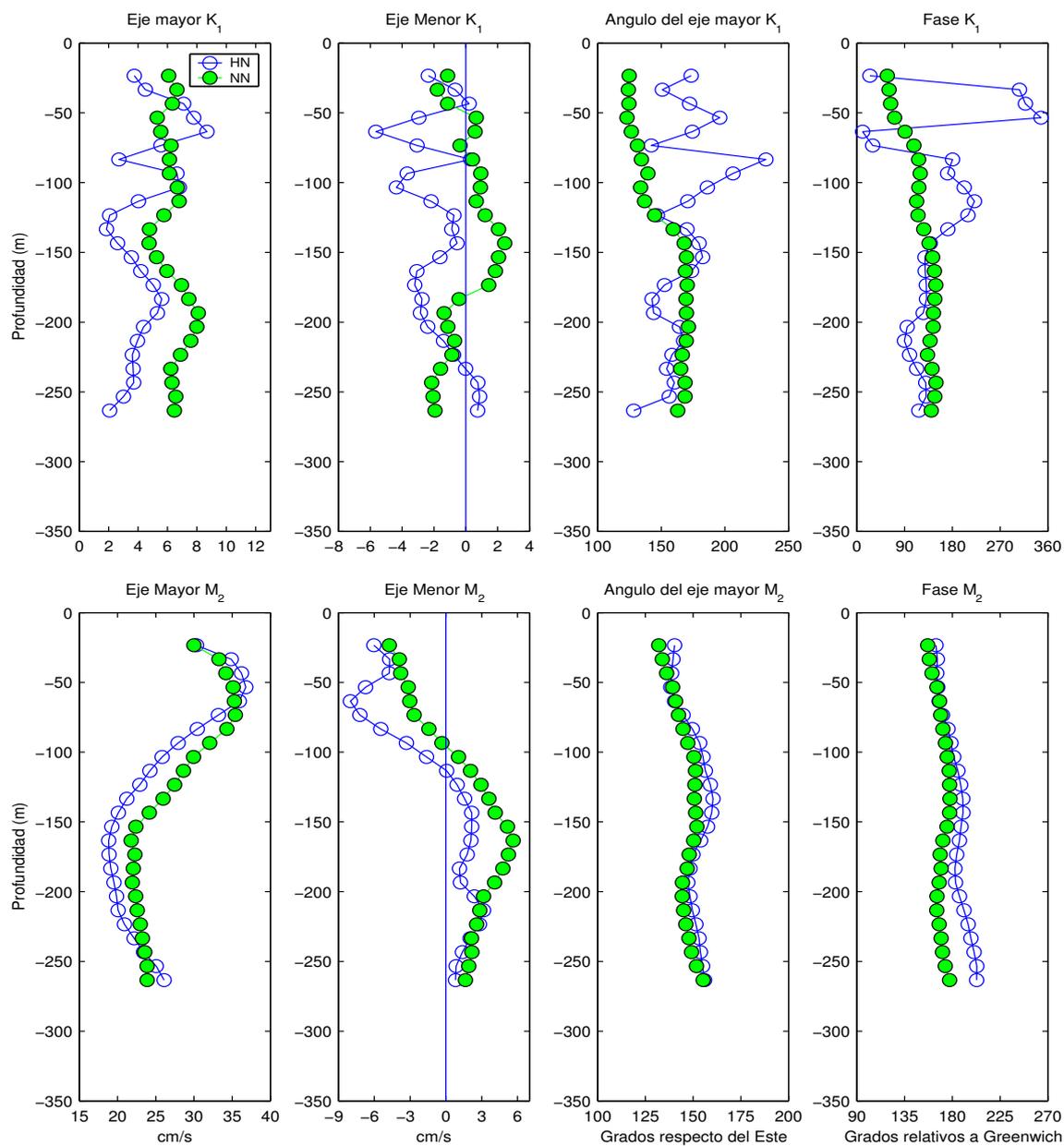
## IV.6 El huracán Nora: Un caso de estudio

Como se mencionó anteriormente las variaciones en las elipses componentes de la banda diurna pueden ser ocasionadas por ondas internas o por oscilaciones inerciales. Estas últimas, en general, ocurren como una respuesta al esfuerzo del viento (Pollard y Millard, 1970). Durante D1, hubo un evento de viento relativamente fuerte debido a que la trayectoria del huracán Nora (HN) pasó cerca del anclaje Delfín. Para estudiar el efecto de este evento sobre el AA de las corrientes de marea, se realizó dicho análisis en 2 periodos de 21 días. Uno de estos periodos fue centrado en la fecha de mayor acercamiento del huracán (25-Sep-97) y el otro corresponde a los 21 días anteriores al periodo del huracán. La Fig. 20 muestra el análisis únicamente para las componentes  $K_1$  y  $M_2$ .

La comparación de los resultados del AA para cada serie ponen de manifiesto que en la banda semidiurna no hay cambios significativos. En la figura se puede apreciar que la estructura vertical de las elipses componentes es similar en ambos periodos. La única diferencia apreciable es que la magnitud del eje mayor tiende a ser ligeramente mayor previo al paso del huracán.

En la componente  $K_1$ , durante el periodo sin Nora (NN) la amplitud del eje mayor es bastante homogénea en toda la columna, oscilando alrededor de 6 cm/s. Por otro lado, durante el paso del huracán Nora la amplitud del eje mayor tiene una mayor variación en la vertical, esencialmente en los primeros 150 m. Estas mismas variaciones también se observan en los parámetros restantes, aunque cabe mencionar que después de los 150 m, la variación de un periodo a otro no es tan marcada como por arriba de esta profundidad. La gran variación en la estructura de las elipses componentes en los primeros metros,

seguramente se debe a que las capas someras son las más afectadas ante un evento como el huracán Nora.



**Fig. 20. Parámetros de las elipses de marea para las frecuencias  $M_2$  y  $K_1$ , durante el paso del huracán Nora (HN) y sin el paso del huracán (NN).**

Los valores de RSR que se muestran en la tabla 3, apoyan lo que se observa en la figura 20. El paso del huracán afecta considerablemente el análisis armónico de la banda diurna sobre todo en las primeras capas. Por lo que es de esperar que la confiabilidad en determinar las componentes diurnas disminuya ante un evento como el huracán Nora. Esto se debe a que las mareas diurnas se ven contaminadas por las oscilaciones inerciales provocadas por el viento ya que a la latitud de los anclajes éstas últimas tienen un periodo diurno.

**Tabla III** Valores de RSR, correspondientes a los armónicos de interés, antes y después del paso del huracán Nora. Los periodos del análisis armónicos son de 21 días.

Frecuencias	O1	K1	M2	S2	M4	O1	K1	M2	S2	M4
	Huracán Nora					No Nora				
Promedio	3.7	2.7	68.2	38.6	6.8	9.0	17.8	72.3	14.4	4.1
Max	15.7	8.1	120.1	77.7	35.0	26.3	48.6	111.6	27.4	14.0
Zmax	-173.4	-173.4	-233.4	-223.4	-233.4	-253.4	-193.4	-43.4	-263.4	-23.4
Min	0.1	0.3	34.6	13.8	1.0	0.6	2.3	42.2	6.6	0.2
Zmin	-73.4	-23.4	-263.4	-263.4	-173.4	-43.4	-53.4	-163.4	-133.4	-163.4

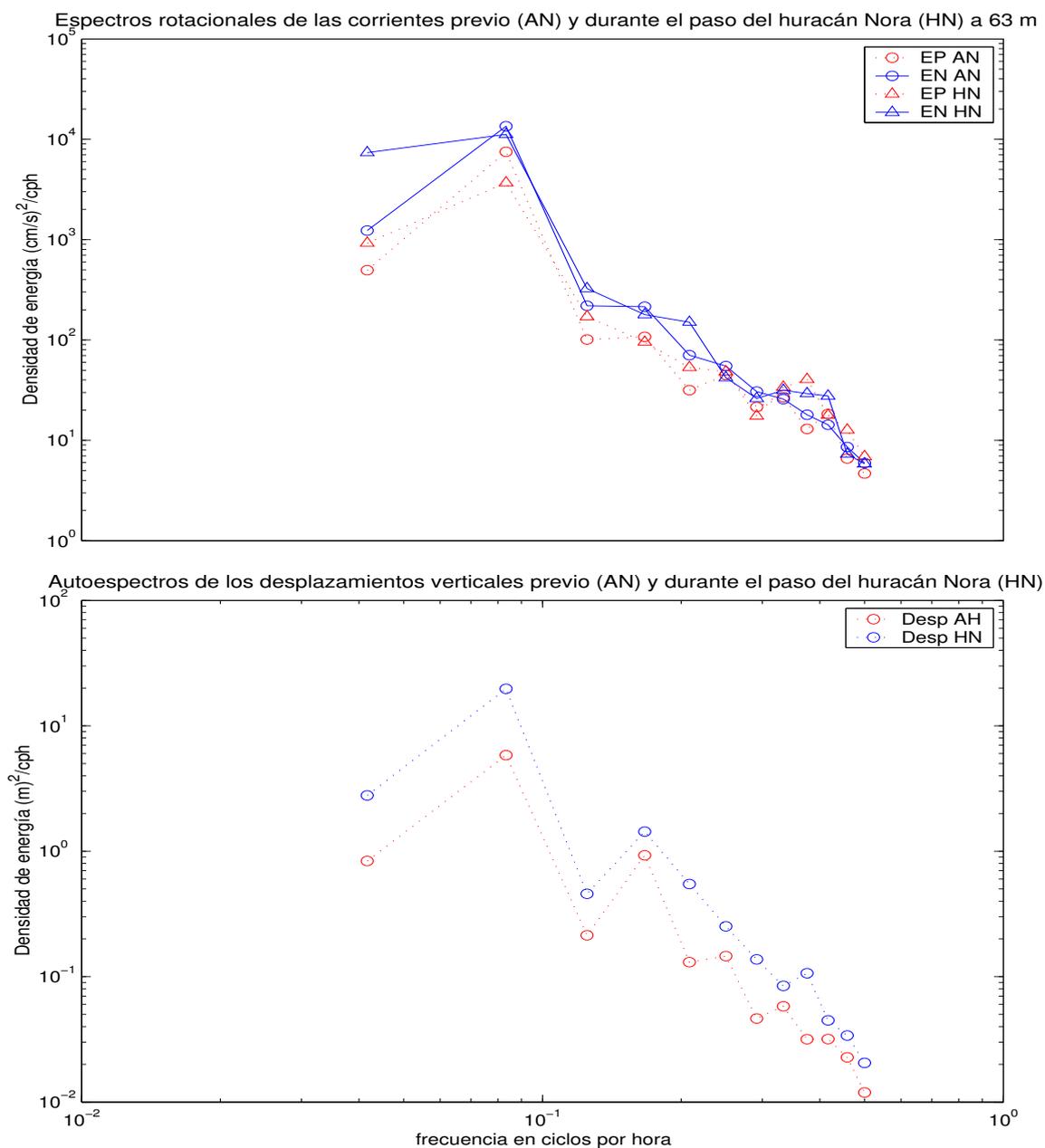
#### IV.6.1 Espectros rotacionales

Las oscilaciones inerciales se caracterizan por ser movimientos casi circulares con frecuencia inercial ( $f$ ) y con su vector velocidad rotando en el sentido de las manecillas del reloj (movimiento anticiclónico) en el hemisferio norte. Con el fin de aportar más evidencia sobre las oscilaciones inerciales se calcularon los espectros rotacionales de las corrientes durante el periodo del huracán Nora (HN) y para todo el registro anterior a dicho periodo (AN). Asimismo se muestra el autoespectro de los desplazamientos verticales para los periodos ya mencionados (Fig 21). Estos cálculos corresponden a una profundidad de 63 m.

Los espectros rotacionales descomponen la serie de tiempo vectorial en dos componentes rotacionales para cada frecuencia analizada (Gonella, 1972). La componente negativa (espectro rotacional negativo), determina el círculo que describe la punta del vector velocidad de las corrientes en el sentido de las manecillas del reloj. Análogamente el espectro positivo describe el movimiento en el sentido anti-horario. La comparación entre ambos espectros determina las características del movimiento rotacional del vector. De tal modo que el dominio de uno de los espectros en una frecuencia dada, proporcionará el sentido de rotación del vector velocidad de las corrientes. La diferencia entre el espectro negativo (EN) y el espectro positivo (EP) proporciona una medida de la excentricidad de la elipse de marea. Así sí los dos espectros son del mismo orden el movimiento es en una sola dirección. Por el contrario, si uno de los espectros es cero el movimiento será circular.

Lo que se observa en la figura 21, es que para ambos periodos existe el dominio del EN. Este dominio se ve acentuado en la banda diurna durante el periodo centrado en el HN, siendo un orden de magnitud mayor que previo al huracán. Esto último confirma la amplitud significativamente mayor de las oscilaciones inerciales durante el paso del huracán. También es posible apreciar que los desplazamientos verticales ( $\zeta$ ) durante el HN son mayores que antes del huracán. Este hecho no es consistente con la ausencia de movimientos verticales en presencia de oscilaciones inerciales. Por otro lado el hecho de que los desplazamientos verticales son mayores en todas las frecuencias pone en evidencia la falta de fundamentos para descartar la presencia de oscilaciones inerciales, ya que es posible pensar que los desplazamientos mayores durante el HN, se deban a la menor estratificación que ocasiona el paso del huracán. De cualquier manera, lo que parece

evidente es que la separación de la marea interna diurna de las oscilaciones inerciales en (o muy cerca de) la latitud crítica ( $30^{\circ}\text{N}$ ) es complicado (Konyaev and Sabinin, 1992).



**Fig. 21.** Espectros rotacionales (panel superior) previo al huracán Nora (AN) y durante el huracán (HN). EN y EP hacen alusión al espectro negativo y positivo, respectivamente. En el panel inferior se muestran los autoespectros de los desplazamientos verticales para los periodos ya mencionados.

## IV.7 Demodulación Compleja

De acuerdo con los resultados de RSR mostrados en la sección anterior (tabla 3) y al análisis armónico de las componentes diurnas, es factible suponer que estas componentes estén afectadas por oscilaciones inerciales provocadas por el viento ya que éstas últimas tienen una frecuencia esencialmente diurna a la latitud donde se ubicaron los anclajes. Además, el anclaje Delfín presenta una intensa corriente de baja frecuencia (frecuencia menor a las mareas) cerca del fondo (ver Fig. 3 y López y García, 2003). La corriente media tiene una magnitud cercana a 30 cm/s (noviembre de 1997 a marzo de 1998) y por lo tanto una amplitud mayor que la amplitud de marea  $M_2$  cerca del fondo (del orden de unos 20 cm/s, ver Fig. 8). Dado que la longitud de onda de la marea barotrópica es del orden de 4000 km (para una profundidad promedio de 1000 m), la corriente media no debe tener ningún efecto sobre ella. Sin embargo, la marea baroclínica tiene una longitud de onda de unas decenas de km (Filonov y Lavín, 2003), y por lo tanto su propagación podría estar siendo afectada por la corriente media (Wunsch, 1975; Petrie, 1975).

Con el fin de analizar si las corrientes de marea están siendo afectadas por los fenómenos antes mencionados (oscilaciones inerciales y corriente de baja frecuencia) produciendo variaciones en su amplitud y fase, se realizó la demodulación compleja (anomalía de la señal de marea, ver cap. III) de las series superficiales durante el primer periodo y de las series del fondo durante el segundo periodo.

Antes de presentar este análisis se presenta la demodulación compleja de las corrientes barotrópicas para dar confiabilidad al método y tener una idea de las variaciones en la estimación de la marea barotrópica.

#### IV.7.1 Demodulación compleja de las corrientes barotrópicas

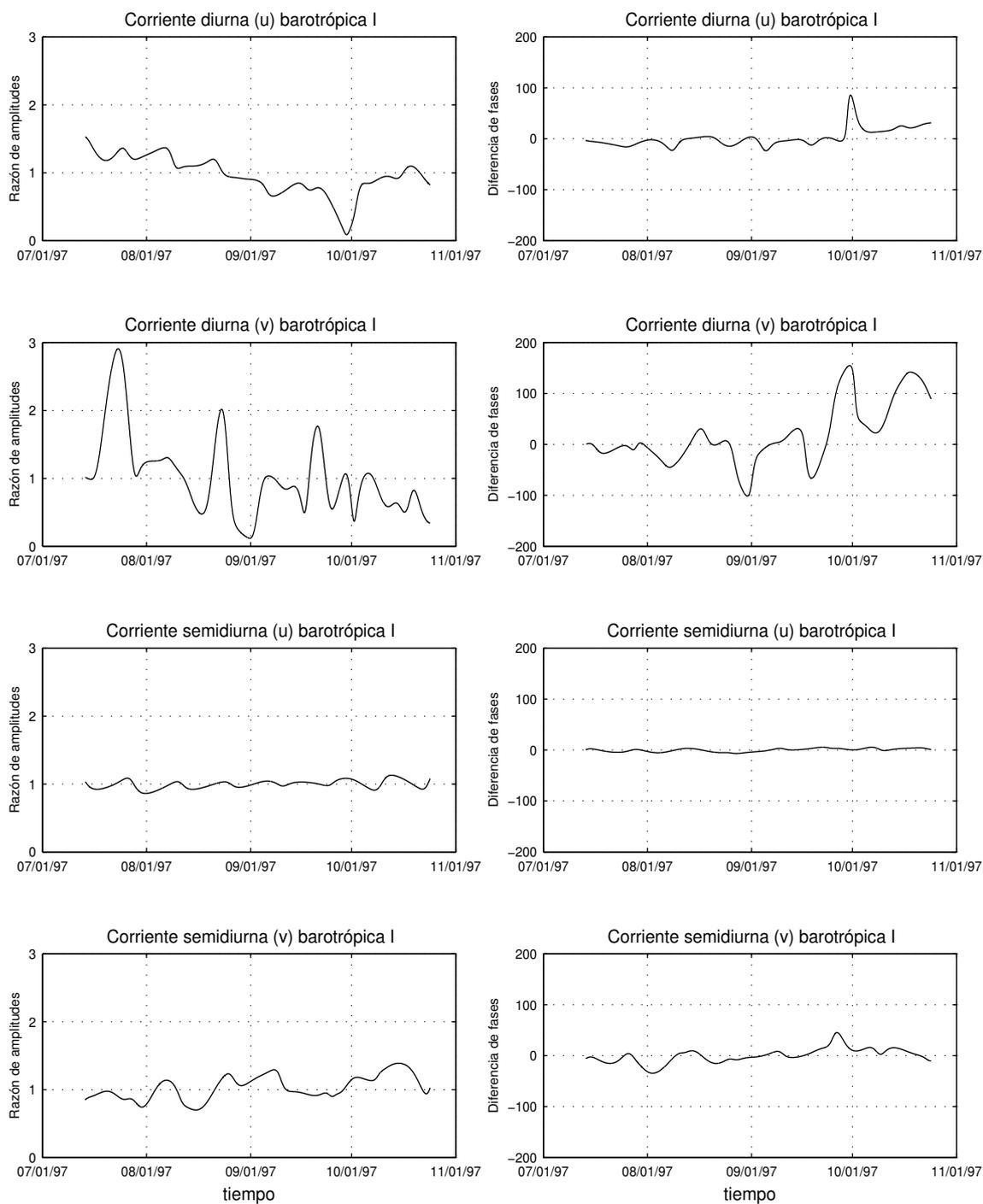
La figura 22, muestra la demodulación compleja de las corrientes barotrópicas en las bandas diurnas y semidiurnas para ambas componentes de la velocidad (el análisis fue hecho en los dos periodos de observación, pero sólo se presenta el del primer periodo) al igual que en el caso de la coherencia se utilizan las corrientes rotadas, donde la componente  $u$  es positiva a  $139^\circ$  del este y  $v$  positiva a  $229^\circ$  del este. En la figura (21) se puede apreciar que la razón de amplitud para la componente  $u$  en la banda semidiurna se mantiene durante todo el periodo con un valor alrededor de uno y con una diferencia de fases cercana a cero. Por otro lado esta misma componente  $u$  pero de la banda diurna exhibe en la razón de amplitudes, valores que cambian de 1.5 hasta cero unidades, con diferencias de fases entre los  $0$  y  $100^\circ$ . La componente  $v$  de ambas bandas presenta variaciones de amplitud y fase durante todo el periodo. Estas transiciones son mayores en la banda diurna donde los valores de amplitud alcanzan hasta las tres unidades y la fase presenta variaciones de hasta  $150^\circ$ .

Los resultados derivados de la demodulación compleja de las corrientes barotrópicas presentan la existencia de una anomalía de la señal de marea en la banda diurna, ésta es más evidente en la componente transversal al golfo. Asimismo, las mayores variaciones de amplitud para  $u$  y fase para  $v$  en la banda diurna coinciden justo cuando el huracán Nora tuvo mayor acercamiento al anclaje Delfín (finales de septiembre). Aunque las variaciones en la razón de amplitud para la banda diurna son relativamente grandes, involucran a amplitudes relativamente pequeñas, tal y como se muestra en la tabla 4,

donde se muestran las amplitudes de las componentes de la corriente a las diferentes frecuencias de marea.

*Tabla IV Amplitudes de las corrientes barotrópicas a las diferentes frecuencias de marea. Los cálculos son derivados del AA con  $u$  y  $v$  rotadas a  $139^\circ$  y  $229^\circ$ , respectivamente.*

Frecuencia	Amplitud (cm/s)	
	$u$	$v$
O1	2.3	0.4
K1	3.5	0.6
M2	24.5	3.7
S2	15.1	2.0

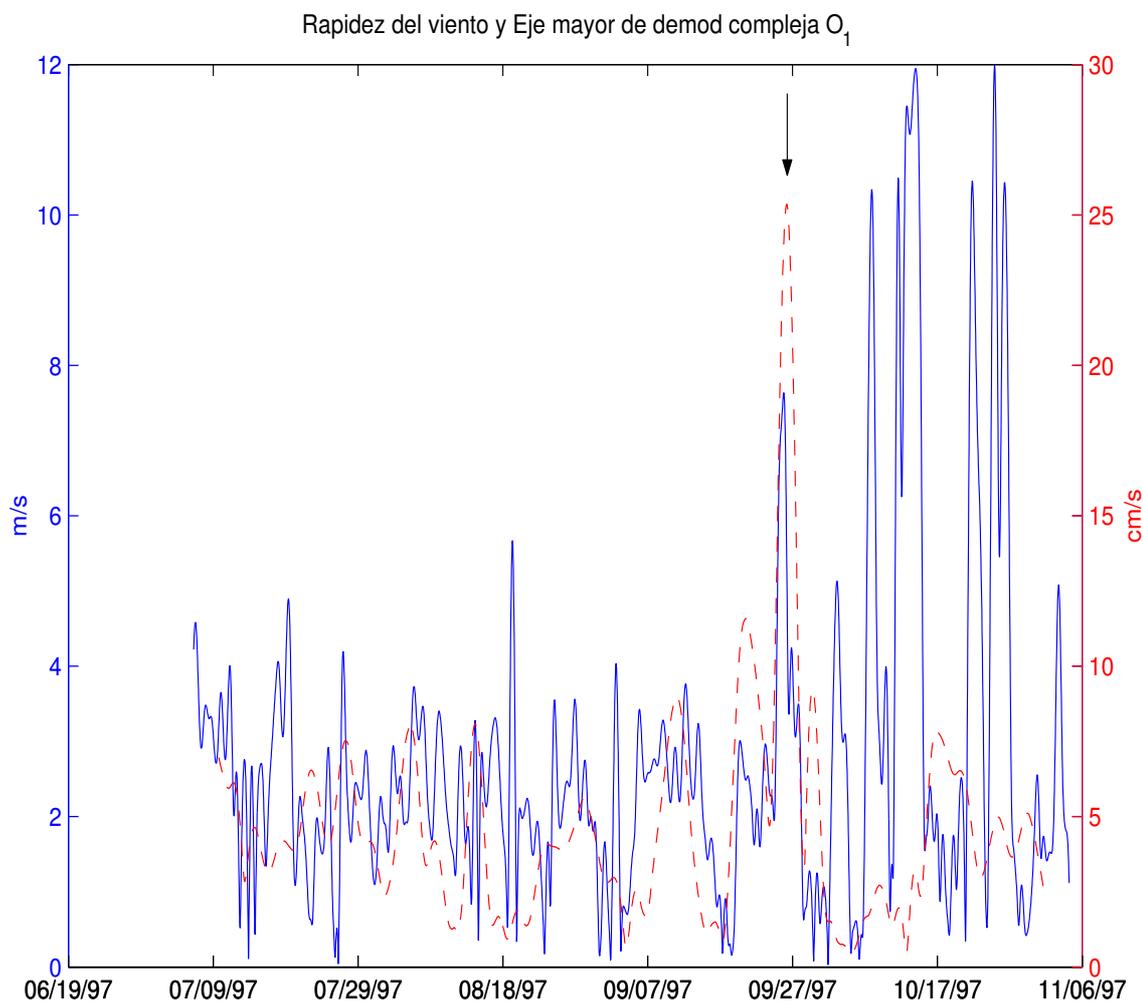


**Fig. 22. Demodulación compleja de las componentes de velocidad (u,v) de las corrientes barotrópicas en las bandas diurna y semidiurna. La componente u está rotada a  $139^\circ$  del E y v a  $229^\circ$  del E.**

#### **IV.7.2 Efectos del viento sobre la banda diurna**

Con el fin de analizar los efectos del viento sobre la banda diurna, se realizó la DC de la corriente a 33 m de profundidad durante el primer periodo de observación para el anclaje Delfín. Los resultados de la DC se presentan como las variaciones en los parámetros de la elipse de marea (ejes mayor y menor, inclinación y fase) para una frecuencia determinada. La obtención de los parámetros de la elipse se hace en forma análoga a como se hace con el análisis de admitancia (ver ecs. 4 - 7).

En la figura 23 se presenta la variación temporal del eje mayor para la frecuencia  $O_1$ , obtenida a través de la DC junto con la rapidez del viento adquirida de una estación meteorológica cerca de Bahía de los Ángeles (ver Fig. 1). Claramente se observa que no hay una relación consistente entre el viento y las variaciones del eje mayor de  $O_1$ . Sin embargo es posible observar que el mayor aumento en la amplitud del eje mayor puede ser asociado con los vientos relativamente fuertes provocados por el paso del huracán Nora cerca del anclaje Delfín hacia finales de septiembre. También se observa que en octubre hay eventos de viento más fuertes que los registrados para el huracán Nora, los cuales no repercuten en la amplitud del eje mayor. No obstante, no es claro que estos vientos sean locales o tengan una escala lo suficientemente grande como para estar afectando la zona del anclaje.



**Fig. 23.** Series de tiempo de la demodulación compleja del eje mayor ( $O_1$ ) de la corriente a 33 m de profundidad (línea roja discontinua) y la rapidez del viento cerca de Bahía de los Ángeles (línea azul continua). La flecha a finales de septiembre indica la ocurrencia del huracán Nora.

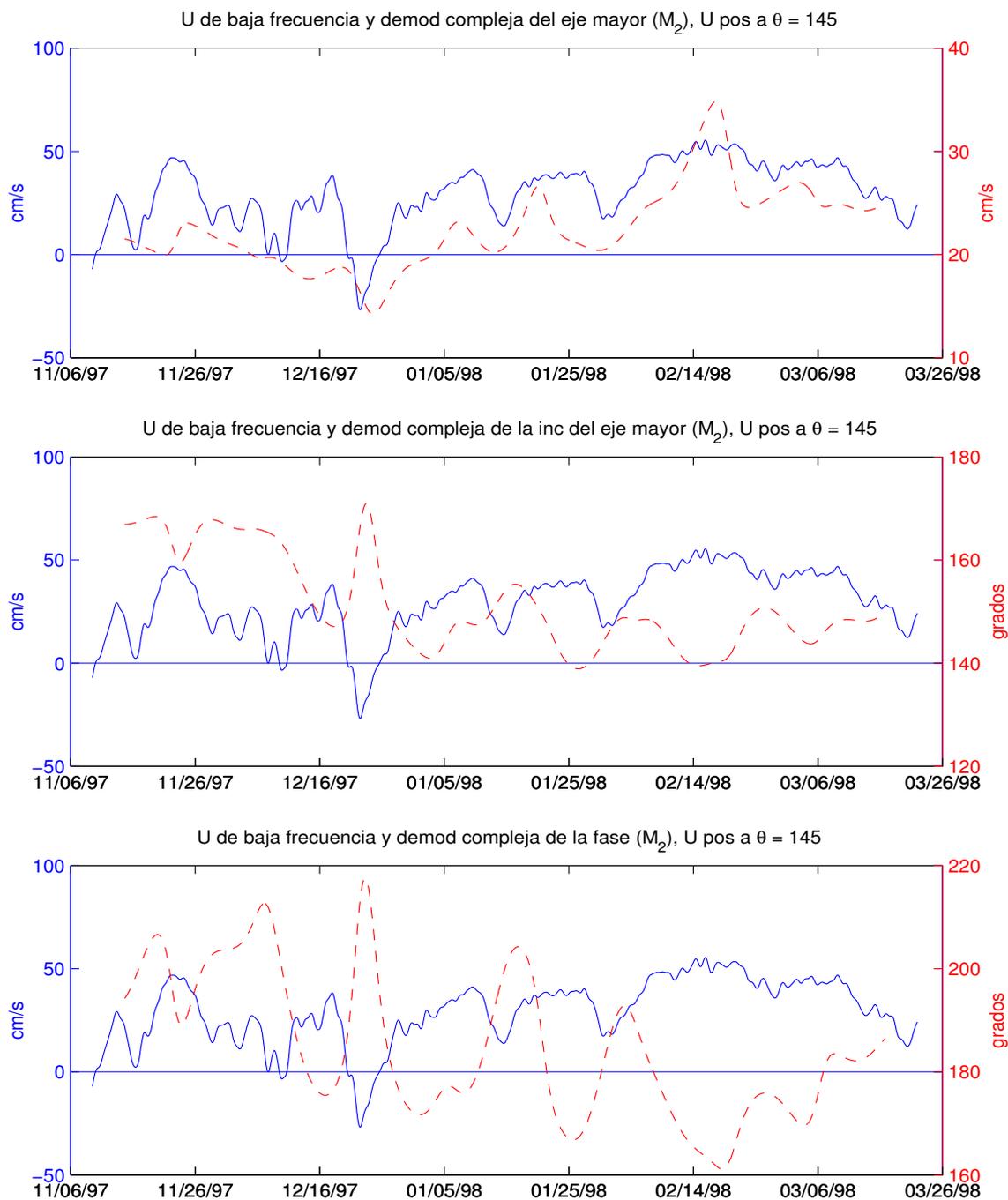
#### IV.7.3 Efectos de la corriente media del fondo, sobre las mareas semidiurnas

Anteriormente se mencionó que las corrientes de marea del fondo podrían estar siendo afectadas por la corriente de baja frecuencia (CBF), por lo que al igual que en la sección

precedente se buscó si existía alguna relación entre la demodulación compleja de las corrientes de marea en el fondo con el flujo de baja frecuencia presente en la zona de estudio (López y García, 2003).

En la figura 24 se presentan las series de tiempo de la DC del eje mayor, de la inclinación y de la fase para la frecuencia  $M_2$  de la corriente a 317 m de profundidad. En todas estas gráficas se ha sobrepuesto la corriente de baja frecuencia (i.e, las mareas han sido removidas de ésta serie) la cual se encuentra orientada hacia el NW ( $145^\circ$  del este). La correlación entre las series de los parámetros de la elipse y la corriente de baja frecuencia del fondo es relativamente alta (ver tabla 5) mostrando que conforme la corriente del fondo se intensifica, hay un aumento en la amplitud de la  $M_2$  (correlación positiva). Asimismo, se observa que tanto la inclinación como la fase tienden a disminuir conforme se acelera la corriente hacia el NW (correlación negativa). Es decir, las corrientes semidiurnas cerca del fondo tienden a fluir un poco más hacia el norte y ocurrirán más temprano conforme la CBF del fondo se intensifica.

Teóricamente la CBF del fondo debe estar afectando exclusivamente a las corrientes baroclínicas. Este hecho llevó a realizar la DC de dichas corrientes. La serie de tiempo del eje mayor de la DC a la frecuencia  $M_2$ , junto con la corriente baroclínica de fondo se muestran en la Fig. 25. Las correlaciones de los parámetros de la elipse de las corrientes baroclínicas a la frecuencia  $M_2$  y la CBF se muestran en la tabla 5. La correlación con el eje mayor permanece relativamente alta (-0.69) pero ahora es negativa. De tal forma que cuando la CBF del fondo se intensifica, la corriente baroclínica se debilita.

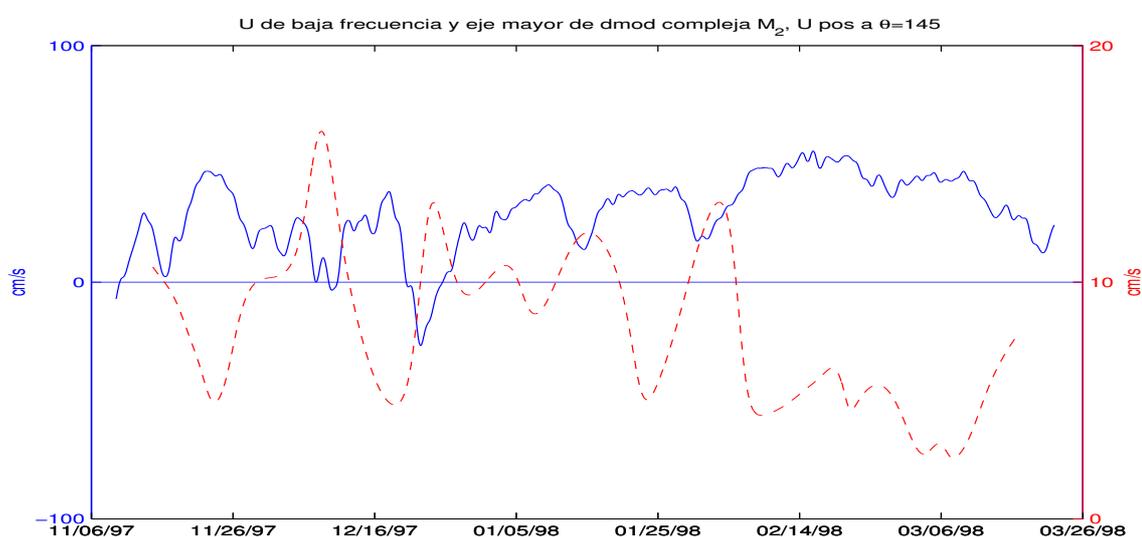


**Fig. 24.** Series de tiempo de la demodulación compleja del eje mayor (recuadro superior), de la inclinación del eje mayor (recuadro intermedio) y fase (recuadro inferior) de la corriente a 317 m de profundidad para la frecuencia  $M_2$ . En todos los recuadros se ha sobrepuesto la corriente de baja frecuencia (línea azul continua).

**Tabla V** Coeficientes de correlación entre la corriente de baja frecuencia y los parámetros de la elipse de la demodulación compleja de las corrientes totales y baroclínicas a la frecuencia  $M_2$ .

<i>Corrientes Totales</i>	<i>Corriente de baja frecuencia</i>
<b>Eje Mayor</b>	<b>0.76</b>
<b>Eje Menor</b>	<b>-0.82</b>
<b>Ángulo de inclinación (EM)</b>	<b>-0.58</b>
<b>Fase</b>	<b>-0.67</b>
<i>Corrientes Baroclínicas</i>	
<b>Eje Mayor</b>	<b>-0.69</b>
<b>Eje Menor</b>	<b>0.74</b>
<b>Ángulo de inclinación (EM)</b>	<b>0.54</b>
<b>Fase</b>	<b>-0.36</b>

Por otro lado la correlación con la fase de la corriente baroclínica disminuye significativamente en relación con la correlación de las corrientes totales (ver tabla 5). Esto último podría deberse a que la fase de las corrientes baroclínicas es una señal más ruidosa, comparada con la fase de las corrientes totales.



**Fig. 25.** Series de tiempo de la demodulación compleja del eje mayor ( $M_2$ ) de la corriente baroclínica a 317 m de profundidad (línea roja discontinua) y la corriente de baja frecuencia (línea azul continua).

## V Discusión

Varios son los factores que intervienen en la formación de las corrientes en los océanos y mares, tales como los gradientes de presión asociados a la circulación oceánica general que dan lugar a corrientes relativamente estables. Asimismo, el forzamiento atmosférico origina corrientes que varían de manera irregular en la zona costera, el oleaje provoca corrientes normales y paralelas a la playa. También la atracción gravitatoria y los movimientos orbitales de los cuerpos celestes dan lugar a las corrientes de marea. Todas estas corrientes se combinan entre sí para formar la corriente total instantánea. Las corrientes de marea constituyen una parte importante de la corriente total de los océanos, debido a su periodicidad. En esta tesis el objetivo fue hacer una descripción de la estructura vertical de las corrientes de marea y de la marea interna en la parte norte del Golfo de California, en donde se sabe que las mareas son particularmente energéticas.

### V.1 Corrientes de marea diurnas

El análisis armónico de las corrientes totales reveló que las amplitudes promedio de las componentes diurnas  $O_1$  y  $K_1$  son de 4 y 6 cm/s, respectivamente. La orientación de las corrientes después de los 200 m, es más o menos paralela a las isóbatas locales ( $\sim 155^\circ$  del este). Las elipses se encuentran rotando negativamente, su excentricidad varía entre niveles en ambas componentes, pero es mayor hacia la superficie. Resultados similares fueron encontrados por Filonov y Lavín (2003) en una zona a  $\sim 60$  km al sureste del anclaje Delfín.

La forma más elíptica de las elipses y la rotación negativa en niveles superiores permiten especular sobre la presencia de oscilaciones inerciales (que a la latitud de los

anclajes tienen un periodo cercano a un ciclo por día) como respuesta a los esfuerzos del viento (Pollard y Millard, 1970; Simpson, et al, 2002). Este hecho parece reforzarse con los resultados del AA durante el periodo que incluye el paso del huracán Nora (HN) y el dominio del espectro negativo en la banda diurna durante este mismo periodo. Un análisis más detallado de las corrientes durante el paso del huracán se podría hacer aplicando el modelo de Pollard y Millard (1970) y un análisis espectral de corrientes como sugiere Gonella (1972), pueden ser las opciones para tratar de discernir esta interrogante.

Por otro lado, la demodulación compleja de las corrientes superficiales demostró que a excepción del caso ya mencionado (HN), no hay relación de las corrientes con otros eventos de viento medidos cerca de Bahía de los Ángeles (Fig. 22). Esto último podría deberse a que a diferencia del huracán Nora, los otros eventos de viento sean de escala local y por lo tanto no representativos de todo el golfo Norte. Los resultados mostrados para el HN deberán ser tomados con precaución pues la repercusión dinámica que el HN pueda tener sobre las corrientes de marea no es fácil de explicar. Sobre todo por el hecho de su paso tan rápido por la zona (López y García, 2003), además de la inyección tan grande de momentum al océano que se origina ante un evento como el HN.

El AA de las corrientes totales y el correspondiente a las corrientes baroclínicas, en las frecuencias diurnas son sumamente parecidos indicando la existencia de una componente baroclínica dominante (con mayor evidencia en  $O_1$ ). La amplitud baroclínica de  $O_1$  es 1.5 veces mayor en casi toda la columna y en algunas profundidades es hasta 3 veces superior a la amplitud barotrópica. La gran variabilidad en la vertical mostrada en las elipses componentes por el AA se ve suavizada por el análisis de admitancia (AD). Esto

último se debe a que en principio el AD extrae sólo la parte de las corrientes que es coherente con el nivel del mar (Godin, 1988). En otras palabras para esta zona (norte del golfo de California) el AD parece ser más exitoso en extraer la señal de marea diurna.

## V.2 Corrientes de marea semidiurnas

Puesto que la componente de marea más energética de la marea dentro del GC es la  $M_2$ , era de esperarse que las amplitudes máximas de las corrientes de marea se presentaran a esta frecuencia. A pesar de esto se mostró que la amplitud de las corrientes en la frecuencia  $S_2$  ( $N_2$ ) también es importante representando aproximadamente el 50% (25%) de la  $M_2$ . Las amplitudes de  $M_2$  de las corrientes totales son ligeramente mayores durante el verano. La excentricidad  $\mathcal{E}$  aumenta hacia la superficie y el fondo. El valor promedio de  $\mathcal{E}$  ( $\approx 0.15$ ) indica que las fluctuaciones en todas las componentes semidiurnas son más rectilíneas que elipsoides, en acuerdo con lo encontrado por Filonov y Lavín (2003). La rotación de las elipses cambia de sentido a media columna. Este hecho indica que la componente transversal al golfo fluye en sentidos opuestos en superficie y fondo.

La inclinación y fase muestran una tendencia a aumentar hacia el fondo. El aumento de la fase hacia el fondo es contrario al comportamiento de una capa de Ekman en presencia de mareas (Godin, 1988; Soulsby, 1990). El incremento de ambos parámetros hacia el fondo parece ser ocasionado por la presencia de la marea baroclínica que cerca del fondo representa un 40% de las corrientes totales. Las amplitudes de las corrientes baroclínicas (CBC) a la frecuencia  $M_2$  son máximas cerca de la superficie y fondo y representan hasta un 40% de la marea barotrópica (Fig. 17). Las amplitudes de las

corrientes totales cerca de la superficie (fondo) son mayores (menores) que la amplitud de la corriente barotrópica. Este último resultado parece indicar que las corrientes baroclínicas tienden a reducir la corriente ( $M_2$ ) barotrópica cerca del fondo, ocurriendo lo contrario cerca de la superficie. Las amplitudes de las corrientes baroclínicas cerca de la superficie son mayores durante el verano y otoño, pero hacia el fondo son similares desde el verano hasta el invierno. La estructura vertical de la amplitud parece estar dominada por el primer modo baroclínico y el vector velocidad rota en sentido negativo, consistente con una onda de Poincaré (Gill, 1982). La fase varía unos  $180^\circ$  en la vertical, también consistente con un comportamiento baroclínico (Godin, 1988). Sin embargo, también se nota una variación gradual de la fase en la parte inferior de la columna lo cual podría estar indicando la presencia de otros modos (Gill, 1982).

La inclinación de las elipses baroclínicas es casi de cero grados en casi toda la columna de agua. Filonov y Lavín (2003), obtuvieron inclinaciones similares para un anclaje situado a unos 60 km al sur del anclaje Delfín. En un fondo plano o con variaciones pequeñas de la topografía, la marea se propaga como una onda de Poincaré (Gill, 1982; Holloway, 1984). En este tipo de ondas la inclinación de la elipse indica la dirección de propagación de la onda con una ambigüedad de  $180^\circ$  (Holloway, 1984). Por lo tanto, si en esta zona la onda de marea se está propagando como una onda de Poincaré, entonces se está propagando en la dirección este-oeste, sin que hasta el momento se haya podido resolver la ambigüedad de los  $180^\circ$ .

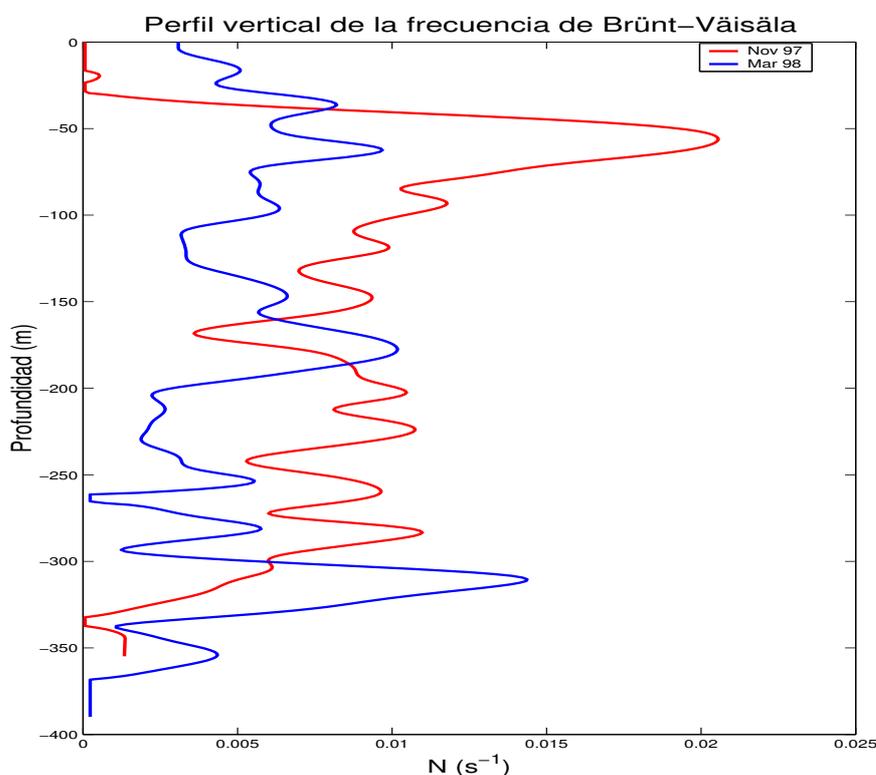
La demodulación compleja de las corrientes totales y baroclínicas cerca del fondo (317 m de profundidad), mostró que hay una fuerte relación entre las variaciones

temporales de los parámetros de la elipse y la intensidad de la corriente de baja frecuencia que se ubica cerca del fondo (López y García, 2003). Las relaciones son tales que la amplitud de las corrientes totales (baroclínicas) aumenta (disminuye) conforme se intensifica la corriente de baja frecuencia del fondo. Esto indica que la corriente de baja frecuencia (CBF) se encuentra modificando las corrientes totales vía las corrientes baroclínicas. En principio es posible suponer que la CBF afecte sólo a las corrientes baroclínicas y no a las corrientes barotrópicas debido a la gran diferencia en las longitudes de ondas (Wunsch, 1975; Petrie, 1975). Tomando valores promedio de la estratificación y una profundidad de 355 m la longitud de onda baroclínica es de ~55 km.

### **V.3 Desplazamientos verticales de las isotermas**

Las amplitudes de los desplazamientos (en todas las frecuencias analizadas) son mínimas en superficie y máximas cerca del fondo, lo cual se mantiene desde el verano hasta el invierno. En ningún caso la estructura vertical mostrada por los desplazamientos corresponde a un primer modo baroclínico, ya que éste debería presentar un máximo a media columna (Holloway, 1984). Este hecho, aunado a que la marea baroclínica se esté propagando en la dirección este-oeste y a que la zona en donde se ubicó el anclaje Delfín se encuentre en un umbral con variaciones topográficas significativas, podría indicar que el área de generación está cercana al punto del anclaje. Si éste fuese el caso, una descripción en términos de modos normales tal vez no sería posible (Filonov y Lavín, 2003). Llama la atención que la amplitud de los desplazamientos verticales (ADV) encontrados por Filonov y Lavín (2003) en la banda cuatidiurna con valores (~6 m) son equiparables a los de la banda semidiurna. Este resultado contrasta con los valores encontrados en este trabajo (no

mostrados) donde la ADV de la  $M_4$ , es 3 (2) veces menor que los de la frecuencia  $M_2$  ( $S_2$ ) pero equiparables a los valores encontrados para las componentes diurnas. El hecho de que las ADV sean máximas cerca del fondo parece deberse a la presencia de la intensa corriente de baja frecuencia y a la fuerte estratificación asociada a esta corriente que se observa cerca del fondo (Fig. 25). La intensificación de la corriente de baja frecuencia está asociada a un aumento de la estratificación cerca del fondo (López y García, 2003).



**Fig. 26.** Perfil vertical de la frecuencia de Brünt-Väisälä calculado con los datos hidrográficos obtenidos en las fechas de recuperación de los anclajes. En rojo (3-Nov-97) y azul (27-Mar-98).

Las fases de los desplazamientos varían gradualmente pero hay un desfase  $90^\circ$  ( $180^\circ$ ) en  $M_2$  ( $S_2$ ) entre superficie y fondo. Es interesante hacer notar que las fases se

invierten para los dos periodos analizados. Durante el verano y otoño los desplazamientos máximos ocurren primero en el fondo, mientras que para invierno ocurren primero cerca de la superficie. Esta variación podría estar indicando un cambio de sentido en la propagación vertical de la onda baroclínica de marea entre verano e invierno. Esto a su vez, significaría que la energía se propaga de fondo a superficie durante el invierno, y en sentido contrario durante el verano – otoño.

#### **V.4 Comentarios finales**

Los resultados aquí mostrados son un avance en el conocimiento de la estructura vertical de las corrientes de marea en la parte norte del GC. La importancia de este trabajo es que junto con el de Filonov y Lavín (2003) son los pioneros en la descripción de las corrientes de marea y marea interna en esta zona basándose en datos observados. Esta tesis generó algunas interrogantes sin poder esclarecerlas tal como: la explicación física de la forma en que la corriente de baja frecuencia afecta las corrientes baroclínicas; la contaminación de las componentes diurnas por oscilaciones inerciales y la propagación de la marea interna, por mencionar algunas. Con el fin de resolver tales interrogantes se recomienda hacer un ajuste de la estructura vertical de las corrientes de marea y del desplazamiento vertical de las isotermas a los modos verticales para un fondo plano. Si éste ajuste no resultará exitoso, se podría buscar ajustar las observaciones a algún modelo teórico que tome en cuenta las variaciones topográficas como el descrito por Baines (1973) para un fondo bidimensional.

## VI Conclusiones

- Las corrientes de marea a las frecuencias diurnas son relativamente débiles ( $\sim 5$  cm/s) y presentan una alta variabilidad en la vertical. Esta variabilidad parece estar relacionada a la marea baroclínica y a las oscilaciones inerciales provocadas por el huracán Nora.
- Las corrientes de marea a la frecuencia  $M_2$  presentan una contribución significativa (hasta el 40% de la amplitud) de las corrientes baroclínicas. Estas últimas tienden a intensificar (debilitar) a las corrientes barotrópicas cerca de la superficie (fondo).
- El desplazamiento vertical de las isotermas a las frecuencias semidiurnas presenta amplitudes máximas cerca del fondo. Esta estructura no es consistente con la de un primer modo baroclínico, pero podría estar asociada a la fuerte estratificación que se observa cerca del fondo.
- La fase de los desplazamientos verticales disminuye con la profundidad durante el verano, pasando lo contrario durante el invierno.
- Las elipses de las corrientes baroclínicas durante el invierno están orientadas este-oeste. Este hecho aunado a la estructura vertical de los desplazamientos (ver punto 3) y debido a que el anclaje se localizó en un umbral con variaciones topográficas significativas, hacen pensar que el anclaje Delfín se encontraba cerca del área de generación de las mareas baroclínicas.
- Las corrientes de marea a la frecuencia  $M_2$  cerca del fondo (anclaje Delfín) presentaron una fuerte modulación por la corriente de baja frecuencia. La corriente de baja frecuencia tiende a debilitar a las corrientes totales y a intensificar la

amplitud de las corrientes totales y a inhibir las corrientes baroclínicas. Esto último podría ser simplemente un reflejo de que las corrientes baroclínicas parecen inhibir a las corrientes barotrópicas cerca del fondo (segunda conclusión)

## Referencias

- Baines, P. G., 1973. The generation of internal tides by flat-bump topography. *Deep-Sea Res.*, 20, 179-205.
- Badan-Dangon, A., Hendershot, M.C., y Lavín, M.F., 1991. Underway Doppler current profiles in the Gulf of California. *EOS, Transactions, American Geophys. Union*, 72, 209,217-218.
- Beier, E., 1999. Estudio de la marea y la circulación estacional en el Golfo de California mediante un modelo de dos capas heterogéneas. *Tesis de doctorado. Depto. de Oceanografía Física. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada. 136 pp.*
- Candela, P. J., 1982. Corrientes en el Estrecho de Jhonstone, B.C., Canadá, durante la primavera y el verano de 1973. *Tesis de maestría. Depto. de Oceanografía Física. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada. 208 pp.*
- Candela, P. J., 2002. *Comunicación personal.*
- Egbert, G. D., y Ray, R., 2000. Significant dissipation of tidal energy in the deep ocean inferred from satellite altimeter data. *Nature.*, 405, 775-778.
- Filonov A., y Lavín, M. F., 2003. Internal Tides in the Northern Gulf of California. *J. Geophys. Res.*, *in press.*
- Foreman, M. G. G., 1978. Manual for tidal current analysis and prediction. *Pacific Marine Science, report 78-6. Institute of Ocean Sciences, Patricia Bay, Sidney, British Columbia, 57 pp.*

- Fu, L.-L. y Holt, B., 1984. Internal waves in the Gulf of California: Observations from a spaceborne radar. *J. Geophys. Res.* 89, 2053-2060.
- García, Silva G. y Marinone, S.G., 2000. Caracterización dinámica y energética de la marea en el Golfo de California. *Ciencias Marinas*, 26(2): 323-356.
- Gaxiola-Castro, G., S. Álvarez-Borrego, S. Nájera-Martínez y Zirino, A. R. 2002. Internal waves effect on the Gulf of California phytoplankton. *Ciencias Marinas*, 28, 297-309.
- Gill, A.E., 1982. Atmosphere-Ocean Dynamics. *Academic Press, Inc. University of Cambridge. Cambridge, England.* 662 pp.
- Godin, G., 1972. The analysis of tides. *University of Toronto press.* xxi+264pp.
- Godin, G., 1988. Tides. *Published by the Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE), Ensenada BC. México.* 290 pp.
- Gonella, J., 1972. A rotary-components method for analysis of meteorological and oceanographic vector time series. *Deep Sea Res.*, 19, 833-846.
- Hendershott, M. C. and Speranza, A., 1971. Cooscillating tides in long, narrow bays; The Taylor problem revisited. *Deep-sea Res.*, Vol. 18, pp. 959-980.
- Holloway, P. E., 1984. On the Semidiurnal Internal Tide at a Shelf-Break Region on the Australian North West Shelf. *J. Phys. Ocean.*, 14, 1787-632.
- Kantha, L. H. y Tierney, C. C., 1997. Global Baroclinic Tides from Satellite Altimetry. *J. Geophys. Res.*, 100, 283-325.

- Ledwell, J. R., Montgomery E.T., Polzin, K.L. St Laurent, L. C., Schmitt R.W. y Toole, J.M. 2000. Mixing over rough topography in the Brazil Basin. *Nature*, 403, 179-182.
- Lien, R. C., y Gregg., M. C., 2001. Observations of turbulence in a tidal beam and across a coastal ridge. *J. Geophys. Res.*, 106, 4575-4591.
- López, M., y García, J., 2003. Moored observations in the northern Gulf of California: A strong bottom current. *J. Geophys. Res*, 108 (c2), 3048-3063.
- Lueck, R. G. y Mudge, T.D., 1997. Topographically induced mixing around a shallow seamount. *Science*, 276, 1831-1833.
- Marinone, S. G. y Lavín, M.F., 1997. Mareas y corrientes residuales en el Golfo de California. *Contribuciones a la Oceanografía Física en México. Monografía No. 3, Unión Geofísica Mexicana.*
- Marinone, S. G., 1997. Tidal residual currents in the Gulf of California: Is the M<sub>2</sub> tidal constituent sufficient to induce them?. *J. Geophys. Res.* 102, 8611-8623.
- Marinone, S.G., 2000. Tidal currents in the Gulf of California: Intercomparisons among two and three-dimensional models with observations. *Ciencias Marinas* 26(2), 275-301.
- Morales, R. A. y Gutiérrez, G., 1989. Mareas en el Golfo de California. *Geofísica internacional*, 28, 25-46.
- Petrie, B., 1975. M<sub>2</sub> surface and internal tides on the Scotian shelf and slope. *J. of Marine Res.*, 33, 303-323 .

- Pollard, R.T y Millard, R. C., 1970. Comparison between observed and simulated wind-generated inertial oscillations. *Deep-Sea Res.*, 17, 813-821.
- Ramírez-Manguilar, A. M., 2000. Análisis armónico de datos de corrientes en la región norte del Golfo de California de noviembre de 1994 a febrero de 1996. *Tesis de licenciatura. Facultad de ciencias Marinas. Universidad Autónoma de Baja California. Ensenada, Baja California, México. 56 pp.*
- Ripa, P. y Velásquez, G. 1993. Modelo unidimensional de la marea en el Golfo de California. *Geofísica internacional*, 32, 41-56.
- Soulsby, R. A., 1990. Tidal-current boundary layers. *In The sea.,ed. Wiley-Interscience, New York*, 9, 523-566.
- Turrent-Thompson, C., 1996. Análisis estadístico de observaciones de corrientes y temperatura en la parte norte del Golfo de California. *Tesis de licenciatura. Facultad de ciencias Marinas. Universidad Autónoma de Baja California. Ensenada, Baja California, México. 67 pp.*
- Wunsch, C., 1975. Internal tides in the ocean. *Rev. Geophysics. And space Phys.*, 13, 167-82.

## Apéndice

Las corrientes asociadas directamente con el forzamiento astronómico son conocidas como corrientes de marea, éstas presentan las mismas características de la marea más algunas complicaciones debido a su carácter vectorial y a su mayor sensibilidad a las condiciones topográficas (Marinone y Lavín, 1997). Al igual que el nivel del mar, las corrientes de marea se pueden expresar como una suma de armónicos. Las relaciones A1 y A2 corresponden a la representación armónica de las componentes de velocidad ( $u, v$ ), cuando éstas son tratadas individualmente (i. e, son tratadas como series escalares).

$$u(t) = \sum_{k=1}^N u_k \cos(\sigma_k t - a_k) \quad (\text{A1})$$

$$v(t) = \sum_{k=1}^N v_k \cos(\sigma_k t - b_k) \quad (\text{A2})$$

$u(t)$  y  $v(t)$  representan las componentes norte-sur y este-oeste respectivamente,  $u_k$  y  $v_k$  son las amplitudes de las diferentes frecuencias de marea  $\sigma_k$  para ambas componentes de la velocidad,  $a_k$  y  $b_k$  son las fases respectivas y  $N$  es el número de frecuencias de marea consideradas. Sin embargo es posible, describir las relaciones anteriores como un número complejo que representa un vector bidimensional de la siguiente manera:

$$W(t) = u(t) + iv(t) = \sum_{k=1}^N [u_k \cos(\sigma_k t - a_k) + iv_k \cos(\sigma_k t - b_k)] \quad (\text{A3})$$

en donde  $i = \sqrt{-1}$ , por lo tanto  $W$ , es un número complejo con su parte real  $u$  y su parte imaginaria  $v$ . Si sustituimos el coseno en (A3), de acuerdo con la relación de Euler, se tiene:

$$W(t) = \sum_k^N \left[ \frac{u_k [e^{i(\sigma_k t - a_k)} + e^{-i(\sigma_k t - a_k)}]}{2} + \frac{iv_k [e^{i(\sigma_k t - b_k)} + e^{-i(\sigma_k t - b_k)}]}{2} \right], \quad (\text{A4})$$

Que se puede agrupar como:

$$W(t) = \sum_k^N \left[ \frac{(u_k e^{-ia_k} + iv_k e^{-ib_k}) e^{i\sigma_k t}}{2} + \frac{(u_k e^{ia_k} + iv_k e^{ib_k}) e^{-i\sigma_k t}}{2} \right] \quad (\text{A5})$$

Entonces (A5) se puede escribir como:

$$W(t) = \sum_{k=-N}^N w_k e^{i\sigma_k t} \quad (\text{A6})$$

En la relación anterior (A6),  $\sigma_{-k} = -\sigma_k$  ( $\sigma_k > 0$ ), con  $\sigma_0 = 0$  y  $w_0$  representa la corriente promedio,  $w_0 = 0$  si se removi6 la media. Asimismo  $w_k$  y  $w_{-k}$  se definen como:

$$w_k = \frac{1}{2} (u_k e^{-ia_k} + iv_k e^{-ib_k}) \quad \text{y} \quad w_{-k} = \frac{1}{2} (u_k e^{ia_k} + iv_k e^{ib_k}) \quad (\text{A7})$$

A las relaciones en (A7) se les conoce como la representación polarizada de las corrientes (Godin, 1988). Como  $w_k$  y  $w_{-k}$  son a su vez números complejos, estos se pueden representar de acuerdo a su amplitud y fase de la forma siguiente:

$$w_k = |w_k| e^{i\alpha_k} \quad \text{y} \quad w_{-k} = |w_{-k}| e^{i\alpha_{-k}} \quad (\text{A8})$$

por lo tanto  $W(t)$  estar6 dado por:

$$W(t) = \sum_{k=1}^N \left[ |w_k| e^{i\alpha_k} e^{i\sigma_k t} + |w_{-k}| e^{i\alpha_{-k}} e^{-i\sigma_k t} \right] \quad (\text{A9})$$

En la relación (A9), se observa que  $w_k$  y  $w_{-k}$  se encuentran afectados por los operadores  $(e^{i\sigma_k t})$  y  $(e^{-i\sigma_k t})$  que dependen del tiempo. En el plano complejo este producto implica rotar el vector  $w_k$  a un ángulo  $\sigma_k t$  y al vector  $w_{-k}$  al ángulo  $-\sigma_k t$  (ver Fig. 1a).

Los operadores antes mencionados harán que  $w_k$  gire en sentido positivo y  $w_{-k}$  en sentido negativo ( $\sigma_k t > 0$ ). Es decir, en la ecuación (A9) la corriente para cada frecuencia está descrita por la suma de dos vectores que se encuentran rotando a una frecuencia fija  $\sigma_k$ . De tal modo que para  $\sigma_k > 0$ , el vector gira en sentido contrario a las manecillas del reloj y para  $-\sigma_k < 0$  el vector gira en el sentido de las manecillas del reloj (ver fig. A1).

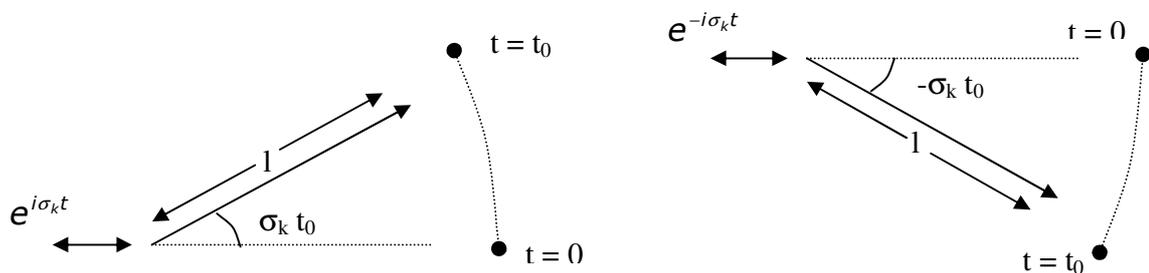


Fig. A1. Interpretación geométrica del operador rotacional  $e^{\pm i\sigma_k t}$  en el intervalo de tiempo desde  $t=0$  a  $t_0$ . La figura de la izquierda es para el vector que rota positivamente y la de la derecha para el vector que rota negativamente

De tal forma que si se toman tiempos sucesivos durante un periodo dado por  $T_k=2\pi/\sigma_k$  se tendrán a los vectores de A9 en rotación constante. Esta suma de vectores de  $W(t)$  describe una elipse, que en sus casos extremos es un círculo o una recta. Las componentes de la elipse son entonces: Eje Mayor (M), eje menor (m), inclinación del eje

mayor ( $\theta$ ) y la fase ( $\phi$ ). Estos parámetros se calculan fácilmente con las siguientes relaciones:

$$M_k = |w_k| + |w_{-k}| \quad \text{Eje mayor de la } k\text{-ésima componente.}$$

$$m_k = \left| |w_k| - |w_{-k}| \right| \quad \text{Eje menor de la } k\text{-ésima componente.}$$

$$\theta_k = \frac{\alpha_k - \alpha_{-k}}{2} \quad \text{Inclinación u orientación del eje mayor de la } k\text{-ésima componente.}$$

$$\phi_k = \frac{\alpha_{-k} - \alpha_k}{2} \quad \text{Fase o tiempo en que la } k\text{-ésima componente tiene su máximo.}$$

Para mostrar que cada término de (A9) describe una elipse, dicha relación se escribe como:

$$W(t) = \sum_{k=1}^N e^{\frac{i(\alpha_k + \alpha_{-k})}{2}} \left[ |w_k| e^{\frac{i(\alpha_k - \alpha_{-k})}{2}} e^{i\sigma_k t} + |w_{-k}| e^{\frac{-i(\alpha_k - \alpha_{-k})}{2}} e^{-i\sigma_k t} \right] \quad (\text{A10})$$

si agrupamos un poco más como:

$$W(t) = \sum_{k=1}^N e^{\frac{i(\alpha_k + \alpha_{-k})}{2}} \left[ |w_k| e^{i\left[\sigma_k t + \frac{(\alpha_k - \alpha_{-k})}{2}\right]} + |w_{-k}| e^{-i\left[\sigma_k t + \frac{(\alpha_k - \alpha_{-k})}{2}\right]} \right] \quad (\text{A11})$$

utilizando las relaciones de Euler para el seno y coseno, (A11) se puede describir como:

$$W(t) = \sum_{k=1}^N e^{i(\alpha_k + \alpha_{-k})/2} \left[ |w_k| \left\{ \cos(\sigma_k t - (\alpha_{-k} - \alpha_k)/2) + i \operatorname{sen}(\sigma_k t - (\alpha_{-k} - \alpha_k)/2) \right\} + \dots \right. \\ \left. + |w_{-k}| \left\{ \cos(\sigma_k t - (\alpha_{-k} - \alpha_k)/2) + i \operatorname{sen}(\sigma_k t - (\alpha_{-k} - \alpha_k)/2) \right\} \right]$$

agrupando la parte real y la parte imaginaria de la expresión entre paréntesis cuadrados, tenemos:

$$W(t) = \sum_{k=1}^N e^{i\theta_k} \left[ \left\{ |w_k| + |w_{-k}| \right\} \cos(\sigma_k t - \phi_k) + i \left\{ |w_k| - |w_{-k}| \right\} \text{sen}(\sigma_k t - \phi_k) \right]$$

donde  $\theta_k$  y  $\phi_k$  están definidos en términos  $\alpha_k$  y  $\alpha_{-k}$  por las fórmulas dadas anteriormente. En la ecuación anterior nótese que la expresión entre paréntesis cuadrados es una elipse con eje mayor  $M_k = |w_k| + |w_{-k}|$ , eje menor  $m_k = \left| |w_k| - |w_{-k}| \right|$  e inclinación del eje mayor con respecto al eje x dado por  $\theta_k$ . La fase nos da el tiempo en que el vector de la corriente se encuentra sobre el eje mayor a una inclinación  $\theta_k$  del eje x. Este tiempo está dado por  $t_0 = \phi_k / \sigma_k$ . Finalmente, nótese que el sentido de rotación del vector de velocidad está dado por el signo de  $|w_k| - |w_{-k}|$ . Si esta cantidad es positiva (negativa) el vector de velocidad rota positivamente (negativamente).