

**CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN SUPERIOR  
DE ENSENADA**



---

**DIVISIÓN DE FÍSICA APLICADA  
DEPARTAMENTO DE ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES**

---

**ANÁLISIS DE LA POLARIZACIÓN EN CAMPOS ÓPTICOS ESTOCÁSTICOS  
COMBINADOS COHERENTEMENTE EN SISTEMAS DE DETECCIÓN ÓPTICA.**

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
DOCTOR EN CIENCIAS

Presenta:

JUAN PÉREZ TÉLLEZ

Ensenada, Baja California, México. Enero del 2004.

**RESUMEN** de la tesis de **Juan Pérez Téllez**, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de DOCTOR EN CIENCIAS en ELECTRÓNICA Y TELECOMUNICACIONES. Ensenada, Baja California. Enero 2004.

**ANÁLISIS DE LA POLARIZACIÓN EN CAMPOS OPTICOS ESTOCÁSTICOS  
COMBINADOS COHERENTEMENTE EN SISTEMAS DE DETECCIÓN OPTICA.**

Resumen aprobado por:

---

Dr. Francisco Javier Mendieta Jiménez  
Director de Tesis

En este trabajo se presenta el estudio teórico y experimental de las repercusiones de las propiedades de polarización de campos ópticos parcialmente polarizados sobre: a) la resultante de la superposición de dichos campos y b) el proceso de la fotocorriente producida por la recepción coherente de dichas ondas, con énfasis en la detección heterodina, se hace uso de la formulación en términos de las matrices de coherencia y de los parámetros de Stokes.

Primero se efectúa el análisis para la superposición de dos campos láser parcialmente polarizados y estadísticamente independientes: la señal óptica recibida y el oscilador local en un sistema de comunicaciones, y se relacionan sus propiedades de polarización individuales a las del campo resultante, obteniendo expresiones en forma cerrada para el grado de polarización y para la potencia heterodina disponible, para campos de cualquier estadística, en función de los grados de polarización individuales y de la geometría en la esfera de Poincaré.

A continuación se hace el análisis para el caso particular de la superposición de campos láser estabilizados en amplitud y con fluctuaciones estocásticas de sus fases instantáneas, frecuentemente encontrados en sistemas de comunicaciones y sensores ópticos, obteniendo también expresiones en forma cerrada para el grado de polarización y la potencia heterodina disponible. Usando funciones de correlación de segundo orden, se encuentra la densidad espectral de potencia de la fotocorriente generada por el batimiento heterodino de dichos campos.

Para verificar los resultados se implementó un arreglo experimental basado en un interferómetro heterodino con estados de polarización de estadística controlable, a través de la modulación electroóptica de la fase de una de las componentes; se observaron las representaciones en la esfera de Poincaré y se efectuaron mediciones del grado de polarización del campo resultante. También se desarrolló un sistema de detección heterodina y se efectuaron mediciones de la densidad espectral de la fotocorriente resultante del batimiento de los campos ópticos.

**Palabras clave:** Detección coherente, Polarización parcial, Comunicaciones ópticas coherentes, Recepción heterodina.

**ABSTRACT** of the thesis presented by **Juan Pérez Téllez** as a partial requirement to obtain the degree of DOCTOR OF SCIENCE in ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS. Ensenada, Baja California. January 2004.

## **POLARIZATION ANALYSIS IN STOCHASTIC OPTICAL FIELDS COMBINED COHERENTLY IN OPTICAL DETECTION SYSTEMS.**

In this work we present the theoretical and experimental study of the repercussions of the properties of polarization of partially polarized optical fields on: a) the resultant of the superposition of the fields and b) the photocurrent process generated by the coherent reception of these waves, with emphasis on heterodyne detection. This formulation is made in terms of the coherence matrices and the Stokes parameters.

First the analysis is made for the superposition of two partially polarized and statistically independent laser fields: the received optical signal and the local oscillator in a communications system, and their individual polarization properties are related to those of the resulting field, obtaining expressions in closed form for the degree of polarization and for the available heterodyne power, for fields with general statistics as a function of the individual degrees of polarization and of the geometry on the Poincaré sphere.

Next the analysis is made for the particular case of the superposition of amplitude stabilized laser fields with stochastic fluctuations in their instantaneous phases, frequently occurring in communication systems and optical sensors, also obtaining closed form expressions for the degree of polarization and the available heterodyne power. Using second order correlation functions, we obtain the power spectral density of the photocurrent generated by the heterodyne beating of these fields.

In order to verify the results an experimental arrangement was implemented, based on a heterodyne interferometer with states of polarization of controllable statistics, using electrooptical phase modulation on one of the components; representations on the Poincaré sphere were observed and measurements of the degree of polarization of the resultant field were made. An experimental setup for the heterodyne detection was also developed and measurements of the photocurrent spectral density were made.

**Keywords:** Coherent detection, Partial polarization, Coherent optical communications, Heterodyne reception.

## DEDICATORIA

A mi esposa **Maria del Carmen Alanis Betancourt** por la comprensión y apoyo que me dio en cada momento.

Con todo mi amor a mis hijos **Carlitos y Carmelita** por el gran cariño que siempre me han dado.

A mi madre **Sara Pérez Téllez** por el gran apoyo que siempre me ha dado a través de su lucha y superación.

A **Don Victor †** y **Doña Juanita** por su comprensión.

Muy especialmente a mi abuelos **Carlos †** y **Cata †**.

A mis hermanas **Lety, Silvia y Aida** por su apoyo.

A mis cuñados, especialmente al **güero y Lupe** por su apoyo.

A mis tíos, primos y sobrinos.

## AGRADECIMIENTOS

A mi director de tesis **Dr. Francisco Javier Mendieta Jiménez** por sus valiosos consejos y su apoyo para la realización de este trabajo.

A los miembros del comité de tesis: Dr. Horacio Soto Ortiz, Dr. Roberto Machorro Mejía, Dr. Alfonso García Weidner por sus valiosos comentarios y observaciones en la realización de este trabajo.

Al Dr. Arturo Arvizu , Ing. Ramón Muraoka y al M. En C. Enrique Pacheco por sus apoyos y sus muestras de ánimo en el desarrollo de este trabajo.

A todos mis profesores, amigos y compañeros durante mi estancia en el CICESE.

A las secretarias del DET y de la División de Física Aplicada del CICESE, muy especialmente a la Sra. Eva Robles, por todo su apoyo durante la realización de este trabajo.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada y al Departamento de Electrónica y Telecomunicaciones de la División de Física Aplicada.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca proporcionada para la realización de este trabajo

A la Universidad Veracruzana por el apoyo proporcionado para mis estudios.

# ANÁLISIS DE LA POLARIZACIÓN EN CAMPOS OPTICOS ESTOCÁSTICOS COMBINADOS COHERENTEMENTE EN SISTEMAS DE DETECCIÓN OPTICA.

## CONTENIDO

	Página
<b>I. INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>1</b>
<i>I.1. La detección coherente.....</i>	<i>1</i>
<i>I.2. Repercusión de la polarización en la detección coherente.....</i>	<i>4</i>
<i>I.3. Trabajos previos.....</i>	<i>6</i>
<i>I.4. Objetivo y organización del trabajo.....</i>	<i>7</i>
<b>II. DETECCIÓN COHERENTE CON CAMPOS COMPLETAMENTE POLARIZADOS.....</b>	<b>10</b>
<i>II.1. Polarización en la detección coherente de campos completamente polarizados.....</i>	<i>10</i>
II.1.1. La elipse de polarización.....	10
II.1.2. El vector de Jones y la matriz de coherencia.....	12
II.1.3. Los parámetros de Stokes y el grado de polarización	14
<i>II.2. Polarización en la superposición coherente de campos completamente polarizados.....</i>	<i>16</i>
II.2.1. Parámetros de Stokes.....	16
II.2.2. Estados de Polarización para la superposición coherente de campos totalmente polarizados.....	19
II.2.3. Trayectorias de los parámetros de Stokes normalizados.....	22
<b>III. POLARIZACIÓN PARCIAL EN LA DETECCIÓN COHERENTE.....</b>	<b>33</b>
<i>III.1. Grado de polarización para la superposición de campos ópticos.....</i>	<i>33</i>
<i>III.2. Modulación de fase en el campo recibido.....</i>	<i>38</i>
<b>IV. CARACTERÍSTICAS ESPECTRALES DE LA FOTOCORRIENTE HETERODINA.....</b>	<b>45</b>
<i>IV.1. Potencia heterodina disponible.....</i>	<i>45</i>
<i>IV.2. Campos estabilizados en amplitud.....</i>	<i>48</i>
<i>IV.3. Densidad espectral de la fotocorriente heterodina.....</i>	<i>53</i>
<b>V. RESULTADOS Y DISCUSION.....</b>	<b>58</b>
<i>V.1. Detección coherente con campos completamente polarizados.....</i>	<i>59</i>
<i>V.2. Detección coherente con campo modulado.....</i>	<i>69</i>
<i>V.3. Mediciones del grado de polarización y potencia heterodina.....</i>	<i>74</i>
<b>VI. CONCLUSION.....</b>	<b>78</b>
<b>LITERATURA CITADA.....</b>	<b>81</b>

## CONTENIDO (continuación)

	<b>Página</b>
<b>APÉNDICES</b> .....	<b>83</b>
Apéndice A1. Grado de Polarización para Superposición de Campos de Cualquier Estadística.....	83
Apéndice A2. Grado de Polarización para Superposición de Campos Estabilizados en Amplitud.....	84
Apéndice A3. Potencia Heterodina Disponible para Superposición de Campos de Cualquier Estadística .....	85
Apéndice A4. Potencia Heterodina Disponible para Superposición de Campos Estabilizados en Amplitud.....	88
Apéndice A5. Densidad Espectral de la Fotocorriente Heterodina con Campos Estabilizados en Amplitud.....	89

## *LISTA DE FIGURAS*

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
1	Diagrama general de un receptor óptico coherente usando como combinador: a) un elemento en óptica masiva, (b) un acoplador de fibra óptica.....	1
2	Parámetros que describen la geometría de la elipse de polarización instantánea. $\chi$ es el ángulo de elipticidad, $\psi$ es el ángulo de azimut y $\alpha$ es un ángulo auxiliar tal que $\tan(\alpha) = a_2 / a_1$	11
3	Representación sobre la esfera de Poincaré de los estados posibles de polarización de una onda óptica.....	15
4	Esquema óptico coherente heterodino para la superposición de campos sin modulación.....	17
5	Trayectorias de los parámetros de Stokes normalizados del haz señal.....	22
6	Parámetros de Stokes teóricos del haz señal y del haz resultante, en la trayectoria del ecuador.....	25
7	Estados de polarización de los campos: señal ( $\times$ ) y haz resultante ( $\bullet$ ).....	25
8	Parámetros de Stokes teóricos del haz señal y del haz resultante.....	27
9	Estados de polarización estática del campo de la señal ( $\times$ ) y del haz resultante ( $\bullet$ ).....	28
10	Parámetros de Stokes teóricos del campo de la señal y del haz resultante.....	30
11	Estados de polarización de la señal ( $\times$ ) y del haz resultante ( $\bullet$ ).....	30
12	DOP del haz resultante, cuando el SOP de la señal varia sobre el ecuador de la esfera de Poincaré.....	31
13	DOP del haz resultante, cuando el SOP de la señal varia a lo largo del meridiano descrito por las polarizaciones PCI, PCD y $PL\pm 45^\circ$ .....	32
14	DOP del haz resultante, cuando el SOP de la señal varia a lo largo del meridiano descrito por las polarizaciones PCI, PCD, PLV y PLH.....	32

**LISTA DE FIGURAS (continuación)**

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
15	Representación sobre la esfera de Poincaré de los SOP's de la señal $M_S$ y del oscilador local $M_L$ .....	37
16	$DOP$ en función de $DOP_S$ y $DOP_L$ para $0^\circ \leq \vartheta \leq 180^\circ$ , ( $r_S = r_L = 0.5$ ).....	37
17	$DOP$ del campo resultante para ondas con intensidades y SOP's iguales respectivamente.....	38
18	Fluctuación del estado de polarización de los campos señal y resultante de la superposición para una modulación de fase senoidal en el campo de la señal.....	42
19	Grado de polarización de los campos señal y resultante para una modulación de fase senoidal en el campo de la señal.....	43
20	Estado de polarización de los campos señal y resultante de la superposición para una modulación de fase aleatoria en el campo de la señal.....	44
21	Potencia heterodina disponible en función de $DOP_S$ y $DOP_L$ , para diferentes valores de $\vartheta$ sobre la esfera de Poincaré.....	47
22	Potencia heterodina disponible con ondas con grados de polarización idénticos, ( $DOP_S = DOP_L = 1$ ), para diferentes estados de acoplamiento de los SOP's individuales.....	48
23	$DOP$ en función de la diferencia de fase relativa ( $\delta$ ).....	52
24	Potencia heterodina disponible en función de la diferencia de fase relativa ( $\delta$ ).....	53
25	Arreglo experimental. OL-oscilador local, PLV-polarización lineal vertical, PL+45°-polarización lineal a +45°.....	59
26	Estados de polarización del campo de la señal calculados teóricamente en diferentes trayectorias.....	60
27	Estados de polarización del campo de la señal obtenidos experimentalmente en diferentes trayectorias.....	61
28	Estados de polarización del haz resultante de la superposición de los campos de la señal y oscilador local calculados teóricamente..	62
29	Estados de polarización del haz resultante de la superposición de los campos de la señal y oscilador local, obtenidos experimentalmente.....	62

**LISTA DE FIGURAS (continuación)**

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
30	Parámetros de Stokes teóricos y experimentales del campo de la señal en la trayectoria, PLV-PL-45-PLH-PL+45-PLV.....	63
31	Parámetros de Stokes teóricos y experimentales del haz resultante de la superposición de los campos, con la señal en la trayectoria, PLV-PL-45-PLH-PL+45-PLV y el campo del oscilador local con PLV.....	64
32	Grado de polarización teórico y experimental para cada una de las trayectorias correspondientes a las variaciones del SOP de la señal en: (a) PLV-PL-45-PLH-PL+45-PLV, (b) PLV-PCI-PLH-PCD-PLV y (c) PL-45-PCI-PL+45-PCD-PL-45°.....	65
33	Potencia heterodina disponible teórica y experimental del haz resultante, para cada trayectoria de variación de los SOP's del campo de la señal. (a) PLV-PL-45-PLH-PL+45-PLV, (b) PLV-PCI-PLH-PCD-PLV y (c) PL-45-PCI-PL+45-PCD-PL-45°.....	66
34	Grado de polarización y potencia disponible en el haz resultante, para la trayectoria PLV-PL-45-PLH-PL +45-PLV.....	67
35	Grado de polarización y potencia disponible en el haz resultante, para la trayectoria PCD-PLV-PCI-PLH-PCD.....	68
36	Grado de polarización y potencia disponible en el haz resultante, para la trayectoria PCD-PL+45-PCI-PL-45-PCD.....	68
37	Variación angular correspondiente a los estados de polarización antes y después de la modulación del campo de la señal.....	69
38	Estado de polarización de los campos de la señal ( <b>S</b> ) y del haz resultante ( <b>LS</b> ) para una modulación de fase senoidal a una frecuencia de 500 Hz.....	70
39	Estado de polarización de los campos de la señal ( <b>S</b> ) y del haz resultante ( <b>LS</b> ) para una modulación de fase senoidal a una frecuencia de 500 Hz. La traza recta corresponde a los valores teóricos.....	71
40	Representación sobre la esfera de Poincaré de la señal ( <b>S</b> ) con modulación de fase Gaussiana y del haz resultante ( <b>LS</b> ) de la superposición del OL con la señal.....	72
41	Grado de polarización de la señal con modulación de fase Gaussiana y del oscilador local con polarización lineal vertical. Traza recta datos teóricos.....	73

**LISTA DE FIGURAS (continuación)**

<b>Figura</b>		<b>Página</b>
42	Espectro de la fotocorriente heterodina para modulación Gaussiana, correspondiente a las condiciones de la figura 40.....	74
43	DOP en función de la diferencia de fase relativa.....	75
44	Potencia $W$ del haz resultante de la superposición de dos campos no modulados (potencias idénticas).....	76
45	Potencia (eléctrica) heterodina en función de la diferencia de fase relativa.....	77

# CAPÍTULO I

## INTRODUCCIÓN

### I.1 La Detección Coherente

La detección coherente en comunicaciones ópticas consiste en general en la superposición espacial de un campo generado localmente (oscilador local) al campo recibido (señal), sobre la superficie de un fotodetector, con ayuda de un combinador en óptica masiva, un acoplador de fibra óptica u otro dispositivo, como se muestra en la figura 1.

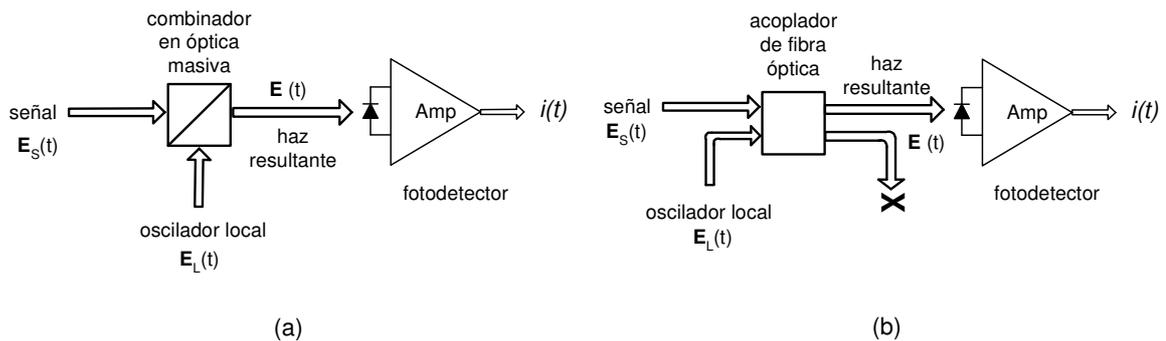


Figura 1.- Diagrama general de un receptor óptico coherente usando como combinador: a) un elemento en óptica masiva, (b) un acoplador de fibra óptica

En un análisis escalar, y suponiendo que los dos campos tienen estados de polarización idénticos, las amplitudes de los campos eléctricos instantáneos asociados con la señal óptica recibida,  $E_s(t)$  (modulada en amplitud, frecuencia o fase por la señal de información) y con el oscilador local,  $E_L(t)$  se pueden expresar como:

$$E_s(t) = A_s(t) \exp\{i[\omega_s t + \phi_s(t)]\} \quad (1)$$

$$E_L(t) = A_L(t) \exp\{i[\omega_L t + \phi_L(t)]\} \quad (2)$$

donde  $A_S$ ,  $\omega_S$  y  $\phi_S(t)$  representan la amplitud de la señal recibida, la frecuencia angular y la fase instantánea de la señal recibida, respectivamente, ésta última pudiendo contener modulación;  $A_L$ ,  $\omega_L$  y  $\phi_L(t)$  son los parámetros correspondientes al oscilador local

La corriente producida por el fotodetector  $I(t)$  es proporcional a la potencia óptica del campo resultante, ésta a su vez proporcional al cuadrado del campo óptico superpuesto  $E(t) = E_S(t) + E_L(t)$ , y su valor promediado en el tiempo de resolución del fotodetector se escribe como:

$$\langle I(t) \rangle \propto A_S^2(t) + A_L^2(t) + 2A_S(t)A_L(t) \exp\{i[\omega_i t + \phi_S(t) - \phi_L(t)]\} + I_n(t) \quad (3)$$

donde,  $\omega_i = |\omega_S - \omega_L|$  es la frecuencia angular intermedia: si  $\omega_i \neq 0$  se tiene recepción heterodina y si  $\omega_i = 0$  se tiene recepción homodina.

Los dos primeros términos representan las componentes de las fotocorrientes resultantes de la detección del campo señal y local separadamente (detección incoherente) que, para fuentes estabilizadas en amplitud y no moduladas, corresponden a términos de corriente directa; el tercer término representa el batimiento entre el campo señal y el oscilador local, correspondiente a una señal en frecuencia intermedia (f. i.), con amplitud proporcional al producto de los campos eléctricos interactuantes; el término  $I_n(t)$  representa el ruido aditivo por contribuciones de: a) las fluctuaciones cuánticas en los campos detectados, b) la corriente de oscuridad del fotodiodo, c) el ruido térmico en su circuito de carga, d) el ruido de multiplicación de avalancha, etc.

Del tercer término de la ecuación (3) se observa que la detección coherente presenta diversas ventajas en comparación con la detección directa o incoherente:

- a) en general se emplea un oscilador local de alta potencia, por lo que la gran amplitud de  $E_L(t)$  multiplica a la de  $E_S(t)$ , obteniéndose una “ganancia de conversión”; asimismo en presencia de un oscilador local potente el ruido cuántico que éste genera domina sobre las otras fuentes de ruido, obteniéndose las llamadas condiciones del “límite cuántico”, con las que se maximiza la relación señal / ruido, lográndose así enlaces de mayor distancia en las aplicaciones en telecomunicaciones;
- b) a diferencia de los sistemas incoherentes donde la fotocorriente es función cuadrática de la señal de información, en los sistemas coherentes la fotocorriente es lineal en el campo óptico recibido, lo que permite el uso de modulaciones de amplitud, frecuencia, fase e incluso polarización; éstas tres últimas menos sensibles al ruido aditivo del canal óptico; además en la teoría estadística de las comunicaciones se ha desarrollado una gran cantidad de herramientas para la recepción lineal en presencia de ruido aditivo, que pueden capitalizarse en la detección coherente;
- c) en los sistemas multicanal (sistemas DWDM presentes y futuros) se logra una alta selectividad espectral puesto que el filtraje se realiza electrónicamente en la frecuencia intermedia; además de una relativamente fácil sintonización de canal variando la frecuencia del oscilador local.

Sin embargo en el desarrollo de los sistemas coherentes se tienen se tienen dificultades en su implantación, tales como:

- a) necesidad de adecuación del modo espacial del oscilador local al de la señal recibida, lo que exige un diseño cuidadoso del elemento combinador, particularmente para los sistemas en el espacio libre;
- b) a pesar del acelerado avance en la tecnología del láser de semiconductor, su anchura espectral finita produce un ruido de fase en los dos campos, afectando a  $\phi_S(t)$  y  $\phi_L(t)$  que degrada la relación señal / ruido, especialmente en las modulaciones de fase; diversas estructuras de láser de semiconductor han sido desarrolladas para obtener una anchura de línea pequeña, así como las características de estabilidad en frecuencia, modulación y sintonía requeridas en los sistemas coherentes, algunas incluyendo elementos ópticos adicionales tales como en los láseres de cavidad externa;
- c) si bien los efectos de la polarización en la detección directa o incoherente no son determinantes, pues sólo son sensibles a la potencia óptica y no a la fase; sin embargo para los sistemas coherentes los efectos del desacoplamiento entre los modos de polarización de los campos que intervienen en la detección son determinantes; éste es el motivo central de este trabajo, que se bosqueja en la siguiente subsección.

## **I.2 Repercusión de la Polarización en la Detección Coherente**

Un fotodetector mapea una cantidad vectorial (el campo óptico total incidente) en una cantidad escalar (la fotocorriente); cuando los estados de polarización de los campos señal y oscilador local no son idénticos, entonces la aproximación escalar ya no es válida, y para el término de batimiento (heterodino u homodino) se tiene entonces un producto interno de los vectores representando a la señal y al oscilador local:

$$E_S(t) = \begin{bmatrix} E_{Sx}(t) \\ E_{Sy}(t) \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$E_L(t) = \begin{bmatrix} E_{Lx}(t) \\ E_{Ly}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

Entonces, las propiedades de polarización parcial en campos detectados tienen repercusiones importantes en los sistemas ópticos coherentes (heterodino y homodino), tanto en sus aplicaciones en telecomunicaciones y en sensores ópticos, con propagación en fibra y en el espacio libre; también tienen gran importancia en otros sistemas sensitivos a la fase tales como las redes ópticas multipuerto y los sistemas reflectométricos:

- a) En propagación por fibra, el acoplamiento de los modos de polarización aleatorios en fibras estándar para telecomunicaciones causa un deterioro en el grado de polarización (DOP) en el campo de la señal recibida que se mezcla con el oscilador local (Shangyuan et al., 1986, Sakai, 1984);
- b) En propagación en el espacio libre, las fluctuaciones de la polarización debido a la propagación en la atmósfera, también se produce un deterioro del DOP (Kostinski et al., 1988);

En la literatura se han propuesto diversas configuraciones de receptor para compensar los efectos de las fluctuaciones de la polarización, basados tanto en el seguimiento automático del estado de polarización (SOP) de la señal (Noe et al.), como en esquemas con diversidad de polarización (Betti et al., 1995, Betti et al., 1990); sin embargo la implementación de sistemas de recepción óptimas requiere una descripción mas detallada de las estadísticas de los SOP's de los campos interactuantes.

- c) En redes ópticas multipuerto con luz propagándose en líneas de retardo de fibra y en otras estructuras guiadas, la detección coherente de la superposición de dos o más ondas ópticas es también afectada por las propiedades de la polarización parcial de los campos interactuantes en sus configuraciones homodina (Weissman, 1992, Weissman, 1990) o heterodina (Freitas et al., 1995), por eso se requiere un conocimiento detallado de las estadísticas de los estados de polarización de los campos combinados para efectuar un diseño óptimo de estas redes.
- d) En sistemas reflectométricos ópticos coherentes, la estadística del estado de polarización del campo recibido tiene repercusiones importantes en el diseño del receptor coherente en sistemas con fibra en configuraciones en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia (Huttner et al., 1998), así como para sistemas en el espacio libre (Weissman, 1992).

### **I.3 Trabajos Previos**

Los primeros estudios sobre el SOP de campos ópticos cuasi-monocromáticos parcialmente polarizados fueron desarrollados a través de técnicas de óptica estadística por Born y Wolf (1975) y O'Neil (1966) utilizando las nociones de la matriz de coherencia y los parámetros de Stokes.

Los primeros análisis de los efectos de la polarización en la recepción de campos fueron realizados para ondas radioeléctricas totalmente polarizadas (Deschamps et al., 1973, Stutzman, 1993) utilizando asimismo los métodos de la matriz de coherencia y los parámetros de Stokes, obteniendo resultados para la potencia heterodina disponible.

Barakat (1985, 1987) estudió teóricamente la estadística de los parámetros de Stokes para diferentes distribuciones de campos ópticos; mientras que Bohren (1987) obtuvo resultados para el grado de polarización de la resultante de dos ondas parcialmente polarizadas.

Kostinski et al. (1988) desarrolló la teoría de la polarización parcial aplicada a la recepción óptima de campos ópticos con aplicaciones en propagación en el espacio libre. Betti et al. (1990) desarrolló la teoría y experimentación sobre la detección coherente de parámetros de Stokes con aplicaciones en sistemas de fibra óptica. Freitas y Player (1995) analizaron los efectos de la polarización en sistemas interferométricos heterodinos, utilizando la noción de la matriz de coherencia cruzada.

Brosseau (1998) desarrolló una teoría estadística de la polarización parcial, introduciendo el principio de equivalencia óptico; mientras que Ratjinski et al. (1999) analizó la interferencia de ondas polarizadas elípticamente.

Las propiedades de coherencia de pares de campos ópticos correlacionados fueron analizadas por Dogariu et al. (2003).

#### **I.4 Objetivo y Organización del Trabajo**

El propósito específico de este trabajo es el estudio teórico y experimental de las repercusiones de las propiedades de polarización de la combinación de campos ópticos parcialmente polarizados sobre el proceso de la fotocorriente resultante de la recepción coherente, con énfasis en la detección heterodina.

Primero se efectúa el análisis para la superposición de dos campos láser estadísticamente independientes: la señal óptica recibida y el oscilador local en un sistema de

comunicaciones, y se relacionan sus propiedades de polarización individuales a las del campo resultante y a las del proceso de la fotocorriente generada, obteniendo expresiones en forma cerrada para el grado de polarización, para la potencia heterodina disponible, para campos de cualquier estadística; asimismo se obtienen expresiones en forma cerrada para la densidad espectral de la fotocorriente producida por la detección heterodina de campos estabilizados en amplitud.

Para verificar los resultados, se implementó un arreglo experimental basado en un interferómetro heterodino con estados de polarización de estadística controlable, y se efectuaron mediciones de las propiedades de la polarización parcial del campo resultante y de la densidad espectral de la fotocorriente heterodina.

El contenido de este trabajo está organizado de la siguiente manera:

El capítulo II “**DETECCIÓN COHERENTE CON CAMPOS COMPLETAMENTE POLARIZADOS**” presenta el análisis del estado polarización del campo resultante de la superposición de ondas completamente polarizadas, a través de la matriz de coherencia y de los parámetros de Stokes, obteniendo las trayectorias de los parámetros de Stokes y el grado de polarización del campo resultante.

El capítulo III “**POLARIZACIÓN PARCIAL EN LA DETECCIÓN COHERENTE**” presenta el análisis del estado polarización del campo resultante de la superposición de ondas parcialmente polarizadas, a través de la matriz de coherencia y de los parámetros de Stokes, obteniendo el grado de polarización para ondas de cualquier estadística. Se analizan los efectos de las fluctuaciones producidas tanto por una modulación determinística del estado de polarización, como por una modulación Gaussiana del estado de polarización.

El capítulo IV “**CARACTERISTICAS ESPECTRALES DE LA FOTOCORRIENTE HETERODINA**” se obtiene la potencia heterodina disponible de la detección de ondas estadísticamente independientes; utilizando la teoría de funciones de coherencia de segundo orden, se presenta un análisis de las propiedades espectrales de la fotocorriente heterodina resultante del batimiento de las ondas con el modelo de amplitud estabilizada, y su relación con los resultados de potencia heterodina disponible.

El capítulo V “**RESULTADOS Y DISCUSION**” Presenta las actividades experimentales realizadas, basadas en un montaje interferométrico auto-heterodino, con campos de estadística controlada en su estado de polarización a través de la modulación electro-óptica. Se presentan mediciones sobre el grado de polarización del campo resultante y sobre las características espectrales de la fotocorriente heterodina.

El capítulo VI “**CONCLUSION**” presenta las conclusiones y aportaciones de este trabajo.

## CAPITULO II

### DETECCION COHERENTE CON CAMPOS COMPLETAMENTE POLARIZADOS

En este capítulo se presenta el análisis del estado polarización del campo resultante de la superposición de ondas completamente polarizadas, a través de la matriz de coherencia y de los parámetros de Stokes, obteniéndose las trayectorias de los parámetros de Stokes y el grado de polarización del campo resultante.

#### II.1 Polarización en la Detección Coherente de Campos Completamente Polarizados

##### II.1.1 La Elipse de Polarización

Para una señal óptica que se propaga en el espacio libre la polarización se define en términos del patrón trazado por el vector de campo eléctrico en el plano transversal a la dirección de propagación en función del tiempo; para una onda completamente polarizada se describe una elipse, llamada elipse de polarización.

Una onda cuasimonocromática puede describirse por las siguientes expresiones para las componentes ortogonales del campo eléctrico instantáneo:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= A_x(t) \cos[\omega t + \delta_x(t)] \\ E_y(t) &= A_y(t) \cos[\omega t + \delta_y(t)] \end{aligned} \tag{6}$$

Donde  $A_x(t)$  y  $A_y(t)$  son las amplitudes instantáneas de cada componente,  $\omega$  es la frecuencia angular instantánea,  $\delta_x(t)$  y  $\delta_y(t)$  son las fases instantáneas de cada componente.

Al propagarse, el extremo del vector resultante de la ecuación (6) describe la figura geométrica en el plano transversal, dada por la siguiente ecuación:

$$\frac{\langle E_x^2(t) \rangle}{\langle A_x^2(t) \rangle} + \frac{\langle E_y^2(t) \rangle}{\langle A_y^2(t) \rangle} - 2 \frac{\langle E_x(t) E_y(t) \rangle}{\langle A_x(t) A_y(t) \rangle} \langle \cos \delta(t) \rangle = \langle \sin^2 \delta(t) \rangle \quad (7)$$

donde  $\langle \cdot \rangle$  representa promedio temporal infinito y  $\delta(t) = \delta_y(t) - \delta_x(t)$  es la diferencia de fase entre las componentes del campo.

Ahora, para el caso particular de radiación monocromática, las amplitudes y fases son constantes por lo que la ecuación (7) se reduce a:

$$\frac{\langle E_x^2(t) \rangle}{A_x^2} + \frac{\langle E_y^2(t) \rangle}{A_y^2} - 2 \frac{\langle E_x(t) E_y(t) \rangle}{A_x A_y} \cos \delta = \sin^2 \delta \quad (8)$$

La ecuación (8) representa la ecuación de la elipse de polarización, como se ilustra en la figura 2.

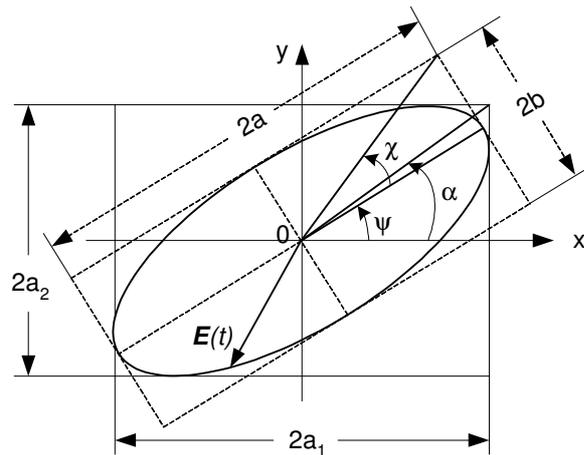


Figura 2.- Parámetros que describen la geometría de la elipse de polarización instantánea.  $\chi$  es el ángulo de elipticidad,  $\psi$  es el ángulo de azimut y  $\alpha$  es un ángulo auxiliar tal que  $\tan(\alpha) = a_2 / a_1$ .

Se requieren entonces cuatro parámetros para caracterizar completamente la elipse: (1) la intensidad, que define el tamaño de la elipse; (2) el ángulo de elipticidad  $\chi$ , definido por el arco tangente de la razón de la longitud del semieje menor (b) a la longitud del semieje mayor (a); (3) el ángulo de azimut  $\psi$  que subtiende el semieje mayor con el eje-x positivo; y (4) el sentido de rotación del vector de campo eléctrico.

Las siguientes expresiones relacionan el ángulo de orientación  $\psi$  y el ángulo de elipticidad  $\chi$  con la diferencia de fase absoluta y con las amplitudes de las componentes del campo, (Ko, 1962)

$$\begin{aligned}
 \tan(2\psi) &= \tan(2\alpha) \cos(\delta) & 0 \leq \psi < \pi \\
 \text{sen}(2\chi) &= \text{sen}(2\alpha) \text{sen}(\delta) & -\frac{\pi}{4} < \chi \leq \frac{\pi}{4} \\
 \cos(2\alpha) &= \cos(2\chi) \cos(2\psi) \\
 \tan(\delta) &= \tan(2\chi) / \text{sen}(2\psi)
 \end{aligned} \tag{9}$$

### II.1.2 El Vector de Jones y la Matriz de Coherencia

La descripción con la elipse de polarización es muy útil porque permite describir diferentes estados de luz polarizada por medio de una sola ecuación; sin embargo esta representación presenta limitaciones por dos razones: a) el intervalo de tiempo necesario para describir la elipse instantánea es demasiado corto (un periodo óptico), b) la noción de la elipse de polarización se aplica solamente a luz completamente polarizada. Por ello, para el estudio de luz natural despolarizada o parcialmente polarizada se introdujeron las nociones de matriz de coherencia y parámetros de Stokes, que se basan en cantidades promediadas en el tiempo.

Para este desarrollo primero se expresan las componentes cartesianas del vector de campo eléctrico en términos de las señales analíticas complejas:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= A_x(t) e^{i[\omega t + \delta_x(t)]} \\ E_y(t) &= A_y(t) e^{i[\omega t + \delta_y(t)]} \end{aligned} \quad (10)$$

y agrupándolas en la forma de un vector columna, llamado vector de Jones:

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} \langle E_x(t) \rangle \\ \langle E_y(t) \rangle \end{bmatrix} \quad (11)$$

el que, para una onda plana uniforme, contiene información completa de las amplitudes y fases de las componentes del campo y por lo tanto de la polarización de la onda.

Con el vector de Jones, las propiedades de segundo orden del campo pueden ser expresadas por la matriz de coherencia definida por (Born y Wolf, 1975, Beran y Parrent, 1964)

$$\begin{aligned} \mathbf{J} &= \langle E(t) \times E^\dagger(t) \rangle \\ &= \begin{pmatrix} \langle E_x E_x^* \rangle & \langle E_x E_y^* \rangle \\ \langle E_y E_x^* \rangle & \langle E_y E_y^* \rangle \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} J_{xx} & J_{xy} \\ J_{yx} & J_{yy} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (12)$$

donde,  $\times$  indica un producto directo de matrices y  $\dagger \equiv (*)^T$  representa el conjugado Hermítico.

Los elementos diagonales  $J_{xx}$  y  $J_{yy}$  de la matriz de coherencia  $\mathbf{J}$  son reales y representan las intensidades de las componentes linealmente polarizadas de la onda, por lo que la intensidad total es expresada por la traza de  $\mathbf{J}$  en la forma

$$\begin{aligned}
I &= \langle E_x E_x^* \rangle + \langle E_y E_y^* \rangle = J_{xx} + J_{yy} \\
&= \text{Tr}[\mathbf{J}]
\end{aligned}
\tag{13}$$

Los elementos fuera de la diagonal  $J_{xy}$  y  $J_{yx}$  definen la correlación que existe entre los componentes  $x$  y  $y$  del vector de campo eléctrico.

### II.1.3 Los Parámetros de Stokes y el Grado de Polarización

Los diferentes estados de polarización asociados a una onda cuasi-monocromática se pueden representar por un conjunto de cuatro cantidades reales llamadas parámetros de Stokes, con dimensiones de intensidad:

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle E_x E_x^* \rangle - \langle E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_x^* \rangle - \langle E_y E_y^* \rangle \\ \langle E_x E_y^* \rangle + \langle E_y E_x^* \rangle \\ -i(\langle E_x E_y^* \rangle - \langle E_y E_x^* \rangle) \end{bmatrix}
\tag{14}$$

El primer término,  $S_0$  expresa la intensidad total del campo óptico, mientras que los tres parámetros restantes describen el estado de polarización (SOP) de la onda óptica:  $S_1$  representa la diferencia entre la cantidad de luz polarizada verticalmente y la polarizada horizontalmente;  $S_2$  indica la diferencia entre la intensidad de la luz con polarización lineal a  $+45^\circ$  y la de la luz con polarización lineal a  $-45^\circ$ ;  $S_3$  representa la diferencia entre la cantidad de luz con polarización circular derecha y aquella con polarización circular izquierda.

La esfera de Poincaré es una representación que permite visualizar todos los estados de polarización posibles de una señal óptica; cada punto sobre la esfera corresponde a un estado de polarización. Los puntos sobre el ecuador representan estados de polarización

lineal definidos por un ángulo de elipticidad  $\chi = 0^\circ$  y un ángulo de azimut entre  $0^\circ$  y  $\pm 90^\circ$ ; los polos representan estados de polarización circular derecha e izquierda, definidos por un ángulo de elipticidad  $\chi = \pm 45^\circ$ ; otros puntos sobre la esfera representan estados de polarización elípticos.

Cada punto sobre la esfera tiene entonces un conjunto único de coordenadas definidas por los ejes tridimensionales de la esfera:  $s_1$ ,  $s_2$  y  $s_3$ , que son los parámetros de Stokes normalizados, como se indica en la figura 3.

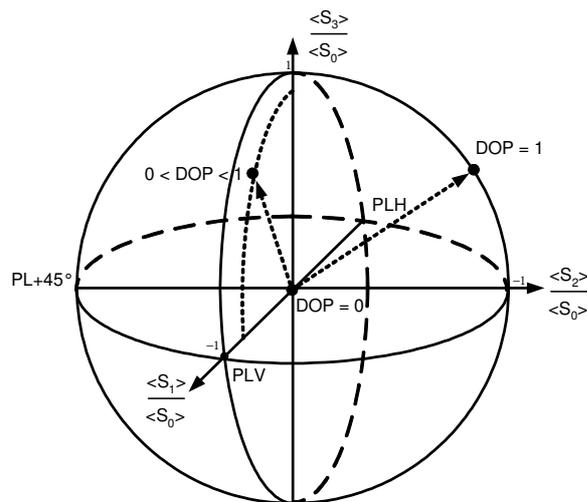


Figura 3.- Representación sobre la esfera de Poincaré de los estados posibles de polarización de una onda óptica.

Los parámetros de Stokes y los elementos de la matriz de coherencia están relacionados de la siguiente manera (Born y Wolf, 1975):

$$\begin{aligned}
S_0 &= J_{xx} + J_{yy} \\
S_1 &= J_{xx} - J_{yy} \\
S_2 &= J_{xy} + J_{yx} \\
S_3 &= -i(J_{xy} - J_{yx})
\end{aligned}
\tag{15}$$

Una cantidad importante en la descripción de la polarización de la luz es el grado de polarización (*DOP*) definido como la razón de la intensidad de la componente totalmente polarizada a la intensidad total de la onda; en términos de los parámetros de Stokes se escribe:

$$DOP = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0}
\tag{16}$$

y en términos de los elementos de la matriz de coherencia  $\mathbf{J}$  el *DOP* se expresa como (Born y Wolf 1975, O'Neill, 1963):

$$DOP = \sqrt{1 - 4 \det(\mathbf{J}) / \text{Tr}^2(\mathbf{J})}
\tag{17}$$

y es un invariante rotacional. En la esfera de Poincaré, campos completamente polarizados, llamados también “estados puros”, para los que  $DOP = 1$ , se representan sobre la superficie de la esfera, mientras que campos parcialmente polarizados, para los que  $0 < DOP < 1$ , se representan por puntos en el interior de la esfera. El centro corresponde a luz totalmente despolarizada,  $DOP = 0$ .

## **II.2 Polarización en la Superposición Coherente de Campos Completamente Polarizados**

### **II.2.1 Parámetros de Stokes**

En un sistema óptico coherente como el de la figura 4 intervienen dos haces, cada uno representado por su propio conjunto de parámetros de Stokes,  $S_S$  (haz señal) y  $S_L$  (haz oscilador local), que se superponen coherentemente y generan el haz resultante  $S$ .

A partir de la ecuación (14), podemos asociar a cada haz en el sistema un conjunto de parámetros de Stokes. Para el haz señal se tiene:

$$\begin{aligned} S_{0S} &= E_{Sx}E_{Sx}^* + E_{Sy}E_{Sy}^* \\ S_{1S} &= E_{Sx}E_{Sx}^* - E_{Sy}E_{Sy}^* \\ S_{2S} &= E_{Sx}E_{Sy}^* + E_{Sy}E_{Sx}^* \\ S_{3S} &= i(E_{Sx}E_{Sy}^* - E_{Sy}E_{Sx}^*) \end{aligned} \quad (18)$$

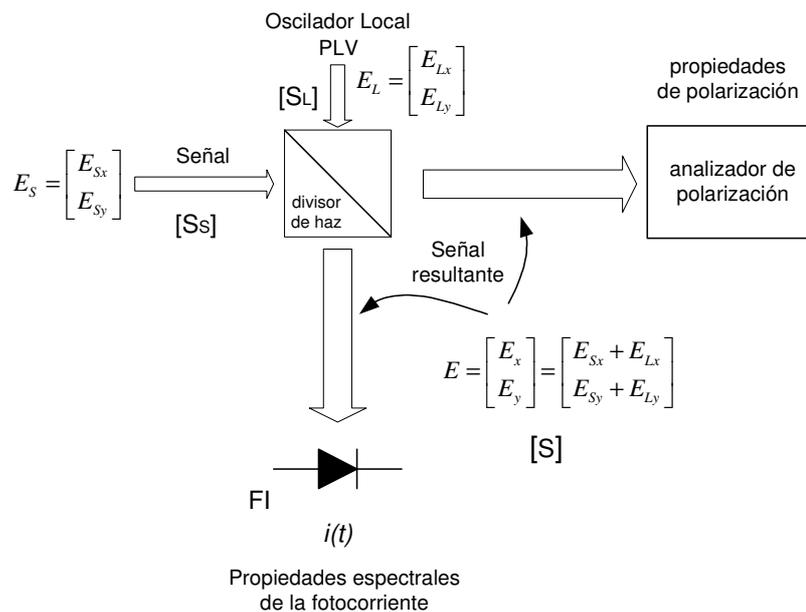


Figura 4.- Esquema óptico coherente heterodino para la superposición de campos sin modulación

En el caso del haz del oscilador local, los parámetros de Stokes se expresan como

$$\begin{aligned}
S_{0L} &= E_{Lx}E_{Lx}^* + E_{Ly}E_{Ly}^* \\
S_{1L} &= E_{Lx}E_{Lx}^* - E_{Ly}E_{Ly}^* \\
S_{2L} &= E_{Lx}E_{Ly}^* + E_{Ly}E_{Lx}^* \\
S_{3L} &= i(E_{Lx}E_{Ly}^* - E_{Ly}E_{Lx}^*)
\end{aligned} \tag{19}$$

Para las componentes del campo total resultante de la superposición coherente de la señal y del oscilador local, se tiene

$$\begin{aligned}
E_x &= E_{Sx} + E_{Lx} \\
E_y &= E_{Sy} + E_{Ly}
\end{aligned} \tag{20}$$

Desarrollando los elementos de la matriz de coherencia del haz resultante, de acuerdo con la ecuación (14), se obtiene:

$$\begin{aligned}
E_x E_x^* &= (E_{Sx} + E_{Lx})(E_{Sx} + E_{Lx})^* = E_{Sx}E_{Sx}^* + E_{Sx}E_{Lx}^* + E_{Lx}E_{Sx}^* + E_{Lx}E_{Lx}^* \\
E_y E_y^* &= (E_{Sy} + E_{Ly})(E_{Sy} + E_{Ly})^* = E_{Sy}E_{Sy}^* + E_{Sy}E_{Ly}^* + E_{Ly}E_{Sy}^* + E_{Ly}E_{Ly}^* \\
E_x E_y^* &= (E_{Sx} + E_{Lx})(E_{Sy} + E_{Ly})^* = E_{Sx}E_{Sy}^* + E_{Sx}E_{Ly}^* + E_{Lx}E_{Sy}^* + E_{Lx}E_{Ly}^* \\
E_y E_x^* &= E_{Sy}E_{Sx}^* + E_{Ly}E_{Sx}^* + E_{Sy}E_{Lx}^* + E_{Ly}E_{Lx}^*
\end{aligned} \tag{21}$$

En el análisis para el campo total  $\mathbf{E}(t) = \mathbf{E}_S(t) + \mathbf{E}_L(t)$  se supone que los campos de la señal y del oscilador local son estadísticamente independientes. En este caso, los parámetros de Stokes para el campo total  $\mathbf{E}(t)$  se expresan como la suma de los parámetros de Stokes individuales (Bohren, 1987)

$$\begin{aligned}
S_0 &= E_x E_x^* + E_y E_y^* = (E_{Sx}E_{Sx}^* + E_{Sy}E_{Sy}^*) + (E_{Lx}E_{Lx}^* + E_{Ly}E_{Ly}^*) \\
S_1 &= E_x E_x^* - E_y E_y^* = (E_{Sx}E_{Sx}^* - E_{Sy}E_{Sy}^*) + (E_{Lx}E_{Lx}^* - E_{Ly}E_{Ly}^*) \\
S_2 &= E_x E_y^* + E_y E_x^* = (E_{Sx}E_{Sy}^* + E_{Sy}E_{Sx}^*) + (E_{Lx}E_{Ly}^* + E_{Ly}E_{Lx}^*) \\
S_3 &= i(E_x E_y^* - E_y E_x^*) = i(E_{Sx}E_{Sy}^* - E_{Sy}E_{Sx}^*) + i(E_{Lx}E_{Ly}^* - E_{Ly}E_{Lx}^*)
\end{aligned} \tag{22}$$

Entonces los parámetros de Stokes del haz resultante se pueden expresar como una combinación lineal de los parámetros de Stokes correspondientes al haz señal y al oscilador local, de la siguiente forma (Born y Wolf, 1975, Bohren, 1987)

$$\begin{aligned}
 S_0 &= S_{0S} + S_{0L} \\
 S_1 &= S_{1S} + S_{1L} \\
 S_2 &= S_{2S} + S_{2L} \\
 S_3 &= S_{3S} + S_{3L}
 \end{aligned} \tag{23}$$

o también se pueden escribir los vectores:

$$S = S_S + S_L \quad (21)$$

### II.2.2 Estado de Polarización para la Superposición Coherente de Campos Totalmente Polarizados

A partir de las ecuaciones (6) y (10), se pueden expresar en términos de las funciones analíticas con envolventes complejos, las componentes del campo eléctrico de la señal con una frecuencia central  $\omega_s$ , del oscilador local con una frecuencia central  $\omega_L$  y del campo resultante de la superposición de ambos. Para la señal, se tiene

$$\begin{aligned}
 E_{Sx}(t) &= A_{Sx}(t) e^{i[\omega_s t + \delta_{Sx}(t)]} \\
 E_{Sy}(t) &= A_{Sy}(t) e^{i[\omega_s t + \delta_{Sy}(t)]}
 \end{aligned} \tag{24}$$

de la misma forma, para el oscilador local se tiene

$$\begin{aligned}
 E_{Lx}(t) &= A_{Lx}(t) e^{i[\omega_L t + \delta_{Lx}(t)]} \\
 E_{Ly}(t) &= A_{Ly}(t) e^{i[\omega_L t + \delta_{Ly}(t)]}
 \end{aligned} \tag{25}$$

mientras que para el haz resultante de la superposición de la señal y del oscilador local, de acuerdo con la ecuación (20), se tienen las siguientes componentes del campo

$$\begin{aligned}
E_x(t) &= A_{Sx}(t)e^{i[\omega_S t + \delta_{Sx}(t)]} + A_{Lx}(t)e^{i[\omega_L t + \delta_{Lx}(t)]} \\
E_y(t) &= A_{Sy}(t)e^{i[\omega_S t + \delta_{Sy}(t)]} + A_{Ly}(t)e^{i[\omega_L t + \delta_{Ly}(t)]}
\end{aligned}
\tag{26}$$

Los parámetros de Stokes para la señal y el oscilador local tienen la misma estructura general en el caso de campos totalmente polarizados y están definidos por las ecuaciones (18) y (19). En el análisis se consideran campos ópticos estabilizados en amplitud y totalmente polarizados; debido a esto la dependencia temporal de las amplitudes y fases es eliminada y los parámetros de Stokes correspondientes al haz señal se simplifican a:

$$\begin{aligned}
S_{0S} &= A_{Sx}^2 + A_{Sy}^2 \\
S_{1S} &= A_{Sx}^2 - A_{Sy}^2 \\
S_{2S} &= 2A_{Sx}A_{Sy} \cos \delta_S \\
S_{3S} &= 2A_{Sy}A_{Sx} \text{sen} \delta_S
\end{aligned}
\tag{27}$$

donde,  $\delta_S = \delta_{Sx} - \delta_{Sy}$ .

mientras que en el caso del oscilador local los parámetros de Stokes correspondientes están dados por:

$$\begin{aligned}
S_{0L} &= A_{Lx}^2 + A_{Ly}^2 \\
S_{1L} &= A_{Lx}^2 - A_{Ly}^2 \\
S_{2L} &= 2A_{Lx}A_{Ly} \cos \delta_L \\
S_{3L} &= 2A_{Ly}A_{Lx} \text{sen} \delta_L
\end{aligned}
\tag{28}$$

donde,  $\delta_L = \delta_{Lx} - \delta_{Ly}$ .

De las ecuaciones (20), (22) y (26), se obtienen los parámetros de Stokes para el haz resultante de la superposición de los haces señal y oscilador local de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}
S_0 &= A_{Sx}^2 + A_{Sy}^2 + A_{Lx}^2 + A_{Ly}^2 + 2A_{Lx}A_{Sx} \cos \delta_{LSx} + 2A_{Ly}A_{Sy} \cos \delta_{LSy} \\
S_1 &= A_{Sx}^2 + A_{Lx}^2 - A_{Sy}^2 - A_{Ly}^2 + 2A_{Lx}A_{Sx} \cos \delta_{LSx} - 2A_{Ly}A_{Sy} \cos \delta_{LSy} \\
S_2 &= 2A_{Sx}A_{Sy} \cos \delta_S + 2A_{Lx}A_{Ly} \cos \delta_L + 2A_{Lx}A_{Sy} \cos(\delta_{Lx} - \delta_{Sy}) + 2A_{Ly}A_{Sx} \cos(\delta_{Ly} - \delta_{Sx}) \\
S_3 &= 2A_{Sx}A_{Sy} \sin \delta_S + 2A_{Lx}A_{Ly} \sin \delta_L + 2A_{Lx}A_{Sy} \sin(\delta_{Lx} - \delta_{Sy}) + 2A_{Ly}A_{Sx} \sin(\delta_{Ly} - \delta_{Sx})
\end{aligned} \tag{29}$$

donde  $\delta_{LSx} = \delta_{Lx} - \delta_{Sx}$  y  $\delta_{LSy} = \delta_{Ly} - \delta_{Sy}$

Para el caso particular de un oscilador local con polarización lineal vertical (PLV) la ecuación (25) se reduce a:

$$\begin{aligned}
E_{Lx}(t) &= 0 \\
E_{Ly}(t) &= A_{Ly} e^{i[\omega_L t + \delta_{Ly}]}
\end{aligned} \tag{30}$$

y los parámetros de Stokes del oscilador local se reducen a:

$$\begin{aligned}
S_{0L} &= A_{Ly}^2 \\
S_{1L} &= -A_{Ly}^2 \\
S_{2L} &= 0 \\
S_{3L} &= 0
\end{aligned} \tag{31}$$

Por otro lado, aprovechando la independencia estadística de los campos, y de las ecuaciones (22) y (23) se obtiene para el haz resultante los siguientes parámetros de Stokes

$$\begin{aligned}
S_0 &= A_{Sx}^2 + A_{Sy}^2 + A_{Ly}^2 \\
S_1 &= A_{Sx}^2 - A_{Sy}^2 - A_{Ly}^2 \\
S_2 &= 2A_{Sx}A_{Sy} \cos \delta_S \\
S_3 &= 2A_{Sx}A_{Sy} \sin \delta_S
\end{aligned} \tag{32}$$

### II.2.3 Trayectorias de los Parámetros de Stokes Normalizados

En esta sección se analizan las trayectorias de los parámetros de Stokes definidos por las ecuaciones (27), (31) y (32) sobre la esfera de Poincaré, y que serán verificadas experimentalmente en el capítulo V. Se consideraron intensidades idénticas en la señal y en el oscilador local.

Las trayectorias (arbitrarias) seleccionadas se muestran en la figura 5 y corresponden al ecuador y dos meridianos sobre la esfera de Poincaré, las cuales definen los planos ortogonales del espacio de Stokes definido por los parámetros normalizados  $s_1$ ,  $s_2$  y  $s_3$ ; estas trayectorias son:

- Trayectoria PLV - PL-45 - PLH - PL+45 - PLV
- Trayectoria PCD - PLV - PCI - PLH - PCD
- Trayectoria PCD - PL+45 - PCI - PL-45 - PCD

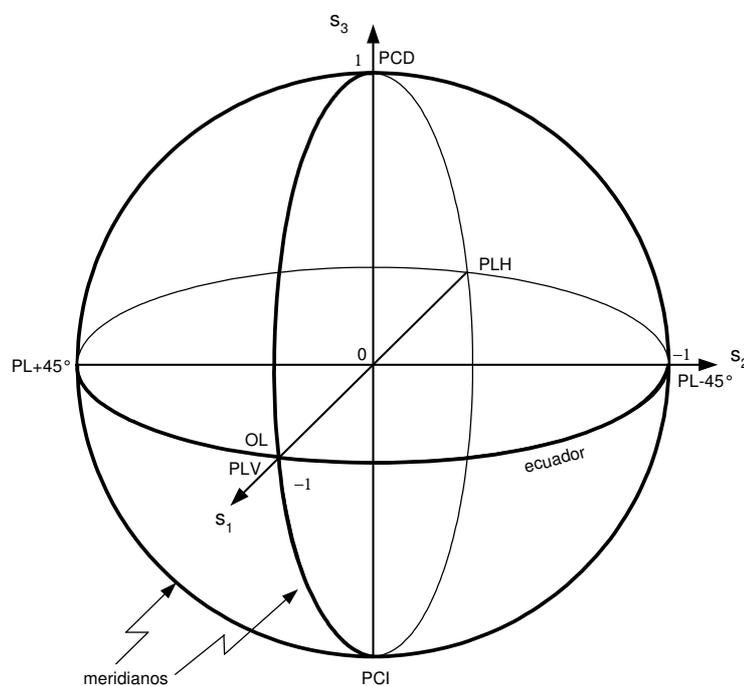


Figura 5.- Trayectorias de los parámetros de Stokes normalizados del haz señal.

Al campo del oscilador local en todos los casos se le asignó una polarización lineal vertical definida por las ecuaciones (30) y (31), y con los parámetros de Stokes normalizados siguientes:

$$\begin{aligned} s_{0Ln} &= 1 \\ s_{1Ln} &= -1 \\ s_{2L} &= 0 \\ s_{3L} &= 0 \end{aligned} \quad (33)$$

a. Trayectoria PLV - PL-45 – PLH – PL+45 - PLV

Los estados de polarización se encuentran localizados en el ecuador sobre la esfera de Poincaré como se muestra en la figura 5, y corresponden a estados de polarización lineales definidos por las siguientes relaciones entre las amplitudes y fases:

$$\begin{aligned} A_{Ly}^2 &= A_{Sx}^2 + A_{Sy}^2 \\ \delta_s &= \delta_{Sx} - \delta_{Sy} = 0^\circ, \pm 180^\circ \end{aligned} \quad (34)$$

de la ecuación (27) los parámetros de Stokes normalizados de la señal sujetos a las condiciones anteriores, y después de un desarrollo algebraico, se reducen a

$$\begin{aligned} s_{0Sn} &= 1 \\ s_{1Sn} &= \frac{r_{As}^2 - 1}{r_{As}^2 + 1} \\ s_{2Sn} &= \frac{-2r_{As}}{r_{As}^2 + 1} \\ s_{3Sn} &= 0 \end{aligned} \quad (35)$$

donde, se define la razón de amplitudes  $r_{As}$ , de la siguiente forma

$$r_{A_s} = \frac{A_{S_x}}{A_{S_y}} \quad (36)$$

el estado de polarización del haz señal es arbitrario pero en la trayectoria ya señalada; se utiliza el parámetro  $s_{2S_n}$  como variable conocida y a partir de este valor se determinan los parámetros de Stokes restantes con la ayuda de la relación:

$$r_{A_s} = \begin{cases} \frac{-1 \pm \sqrt{1 - s_{2S_n}^2}}{s_{2S_n}} & \text{para } s_{2S_n} \leq 0 \\ \frac{1 \pm \sqrt{1 - s_{2S_n}^2}}{s_{2S_n}} & \text{para } s_{2S_n} \geq 0 \end{cases} \quad (37)$$

Los parámetros de Stokes del haz resultante de la superposición de la señal y del oscilador local se obtienen haciendo uso de la ecuación (32) y, después de un desarrollo algebraico, se llega a las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} s_{0n} &= 1 \\ s_{1n} &= \frac{-1}{r_{A_s}^2 + 1} \\ s_{2n} &= \frac{-r_{A_s}}{r_{A_s}^2 + 1} = s_{2S_n} \\ s_{3n} &= 0 \end{aligned} \quad (38)$$

En las figuras 6 y 7 se muestran los resultados teóricos obtenidos para los parámetros de Stokes y los estados de polarización (estática) del haz señal y del haz resultante de la superposición de ambos.

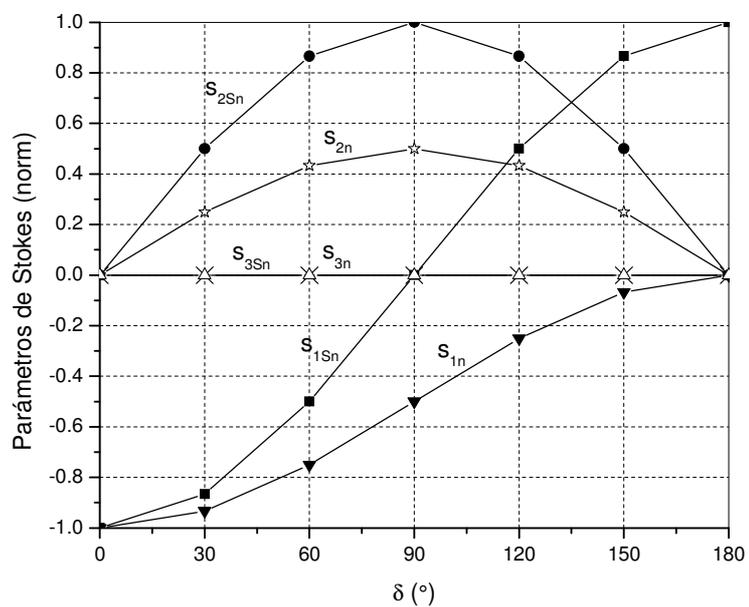


Figura 6.- Parámetros de Stokes teóricos del haz señal y del haz resultante, en la trayectoria del ecuador.

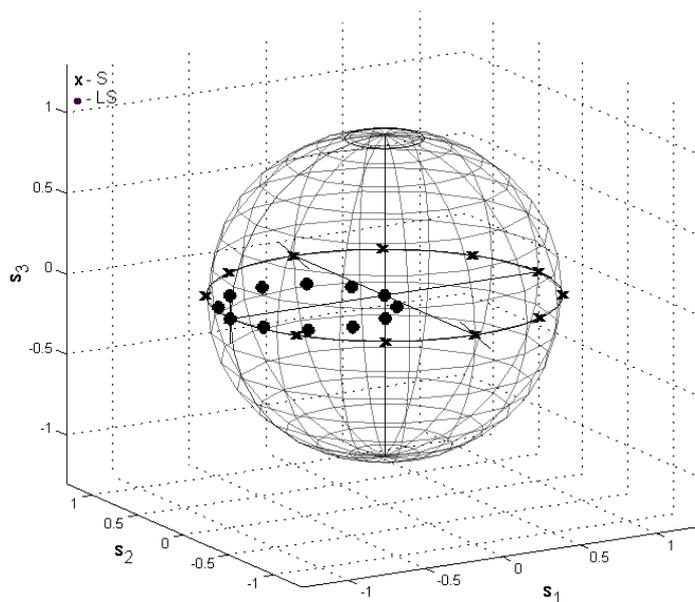


Figura 7.- Estados de polarización de los campos: señal ( $\times$ ) y haz resultante ( $\bullet$ )

b. Trayectoria PCD - PLV – PCI – PLH - PCD

Para este caso los estados de polarización de la señal se encuentran localizados sobre uno de los meridianos en la esfera de Poincaré como se muestra en la figura 5, y corresponden a estados de polarización definidos por las siguientes relaciones entre las amplitudes y fases:

$$\begin{aligned} A_{L_y}^2 &= A_{S_x}^2 + A_{S_y}^2 \\ \delta_S &= \delta_{S_x} - \delta_{S_y} = \pm 90^\circ \end{aligned} \quad (39)$$

de la ecuación (27), los parámetros de Stokes normalizados de la señal sujetos a las condiciones anteriores, y después de un desarrollo algebraico, se reducen a

$$\begin{aligned} s_{0S_n} &= 1 \\ s_{1S_n} &= \frac{r_{A_S}^2 - 1}{r_{A_S}^2 + 1} \\ s_{2S_n} &= 0 \\ s_{3S_n} &= \frac{2r_{A_S}}{r_{A_S}^2 + 1} \end{aligned} \quad (40)$$

donde, la razón de amplitudes  $r_{A_S}$ , esta definida por la ecuación (36).

El estado de polarización del haz señal es arbitraria pero en la trayectoria ya señalada se utiliza el parámetro  $s_{3S_n}$  como nuestra variable conocida y a partir de este valor se determinan los parámetros de Stokes restantes con la ayuda de la relación:

$$r_{A_S} = \begin{cases} \frac{-1 \pm \sqrt{1 - s_{3S_n}^2}}{s_{3S_n}} & \text{para } s_{3S_n} \leq 0 \\ \frac{1 \pm \sqrt{1 - s_{3S_n}^2}}{s_{3S_n}} & \text{para } s_{3S_n} \geq 0 \end{cases} \quad (41)$$

Los parámetros de Stokes del haz resultante de la superposición de la señal y del oscilador local se obtienen de forma similar a la anterior, haciendo uso de la ecuación (32) y, después de un desarrollo algebraico, se llega a las siguientes expresiones

$$\begin{aligned}
 s_{0n} &= 1 \\
 s_{1n} &= \frac{-1}{r_{A_s}^2 + 1} \\
 s_{2n} &= 0 \\
 s_{3n} &= \frac{r_{A_s}}{r_{A_s}^2 + 1} \operatorname{sen} \delta_s = \frac{s_{3Sn}}{2}
 \end{aligned}
 \tag{42}$$

En las figuras 8 y 9 se muestran los resultados teóricos obtenidos para los parámetros de Stokes y los estados de polarización (estática) del campo de la señal y del haz resultante de la superposición de ambos.

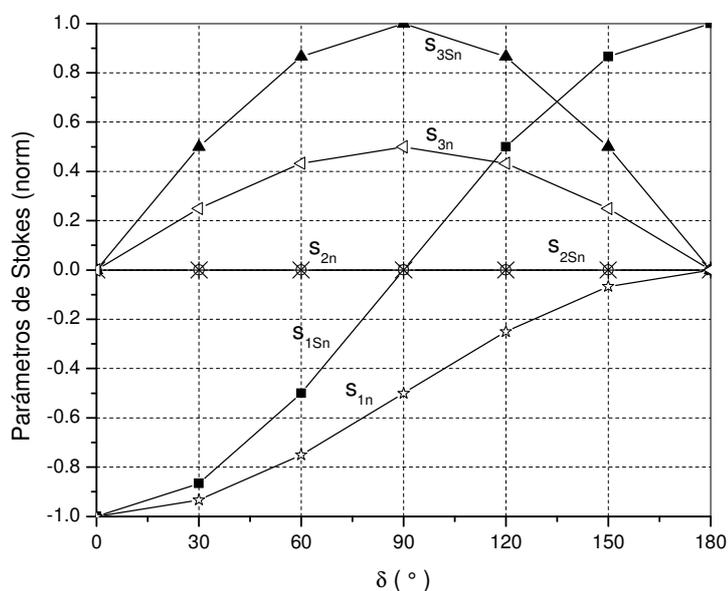


Figura 8.- Parámetros de Stokes teóricos del haz señal y del haz resultante.

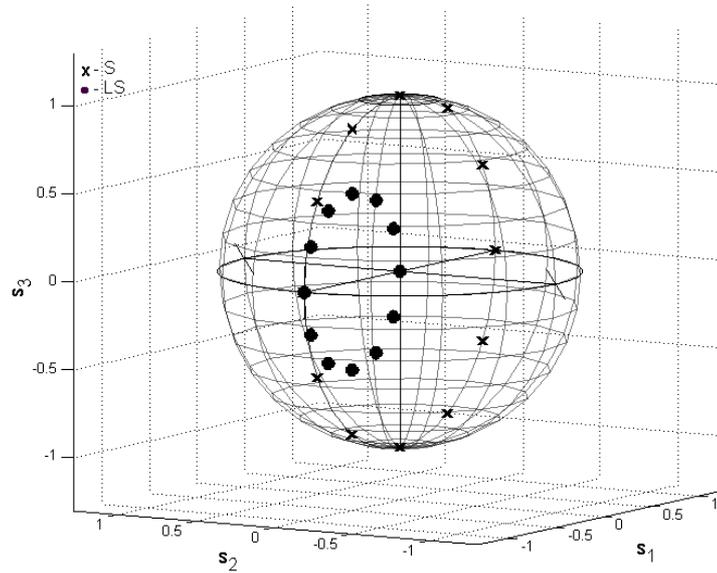


Figura 9.- Estados de polarización estática del campo de la señal (x) y del haz resultante (•).

c. Trayectoria PCD – PL+45 – PCI – PL-45 - PCD

En este caso los estados de polarización de la señal se encuentran localizados sobre uno de los meridianos en la esfera de Poincaré como se muestra en la figura 5, y corresponden a estados de polarización definidos por las siguientes relaciones entre las amplitudes y las fases:

$$\begin{aligned}
 A_{Sx} &= A_{Sy} \\
 A_{Ly}^2 &= A_{Sx}^2 + A_{Sy}^2 \\
 -180^\circ &\leq \delta_S = \delta_{Sx} - \delta_{Sy} \leq 180^\circ
 \end{aligned}
 \tag{43}$$

de la ecuación 27 los parámetros de Stokes normalizados de la señal sujetos a las condiciones anteriores, y después de un desarrollo algebraico, se reducen a:

$$\begin{aligned}
s_{0Sn} &= 1 \\
s_{1Sn} &= 0 \\
s_{2Sn} &= \frac{2r_{As}}{r_{As}^2 + 1} \cos \delta_S \\
s_{3Sn} &= \frac{2r_{As}}{r_{As}^2 + 1} \text{sen } \delta_S
\end{aligned} \tag{44}$$

donde la razón de amplitudes  $r_{As}$  está definida por la ecuación (36).

El estado de polarización del haz señal es arbitrario pero en la trayectoria ya señalada; se utiliza el parámetro  $s_{3Sn}$  como nuestra variable conocida y a partir de este valor se determinan los parámetros de Stokes restantes con la ayuda de la relación:

$$r_{As} = \frac{\text{sen } \delta_S \pm \sqrt{\text{sen}^2 \delta_S - s_{3Sn}^2}}{s_{3Sn}} \tag{45}$$

Los parámetros de Stokes del haz resultante de la superposición de la señal y del oscilador local se obtienen de forma similar a la anterior, también haciendo uso de la ecuación (32) y, después de un desarrollo algebraico, se llega a las expresiones siguientes:

$$\begin{aligned}
s_{0n} &= 1 \\
s_{1n} &= -\frac{1}{2} \\
s_{2n} &= \frac{1}{2} \cos \delta_S \\
s_{3n} &= \frac{1}{2} \text{sen } \delta_S
\end{aligned} \tag{46}$$

En las figuras 10 y 11 se muestran los resultados teóricos obtenidos para los parámetros de Stokes y los estados de polarización (estática) del campo de la señal y del haz resultante de la superposición.

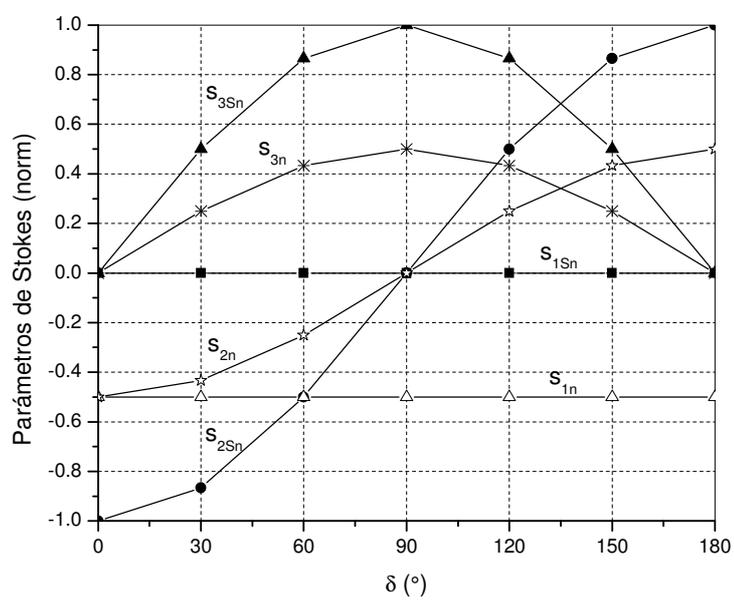


Figura 10.- Parámetros de Stokes teóricos del campo de la señal y del haz resultante.

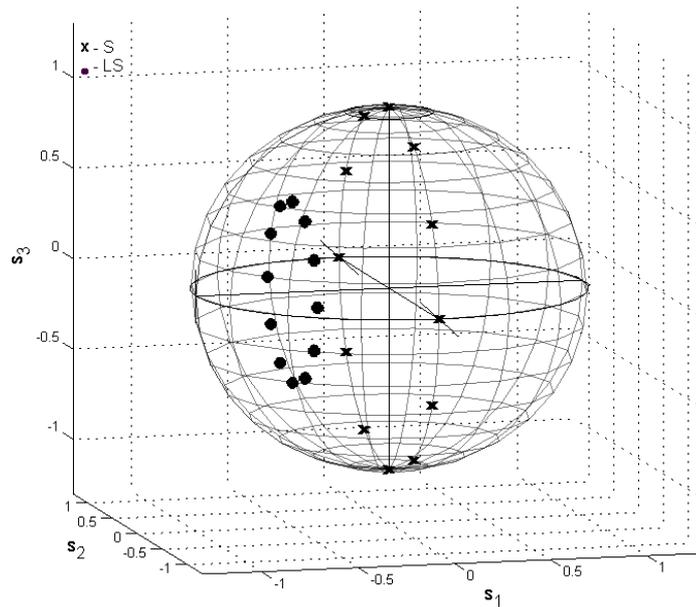


Figura 11.- Estados de polarización de la señal (x) y del haz resultante (•)

Para cada una de las trayectorias el grado de polarización ( $DOP$ ) del haz resultante se obtiene de la ecuación (16), con los parámetros de Stokes normalizados correspondientes, esto es:

$$DOP_s = \frac{\sqrt{s_{1Sn}^2 + s_{2Sn}^2 + s_{3Sn}^2}}{s_{0Sn}} \quad (47)$$

En las figuras 12, 13 y 14 se muestran las graficas del grado de polarización del haz resultante correspondientes a cada una de las trayectorias.

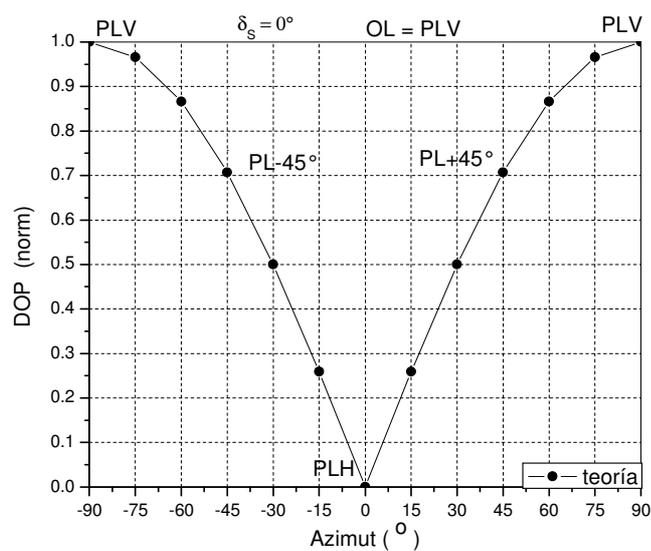


Figura 12.-  $DOP$  del haz resultante, cuando el SOP de la señal varía sobre el ecuador de la esfera de Poincaré.

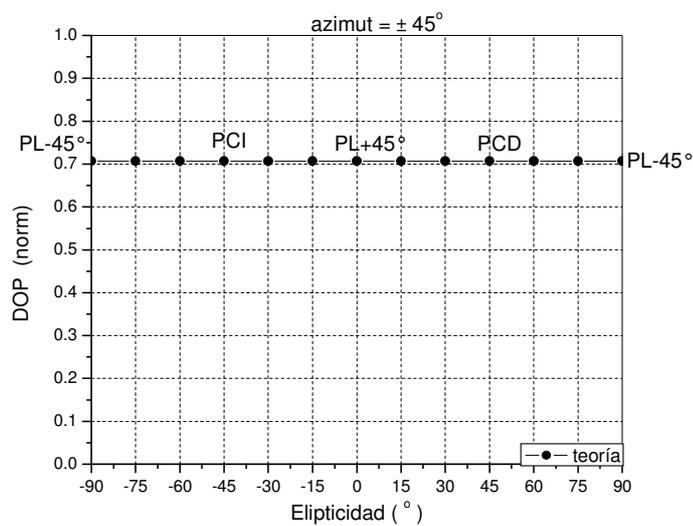


Figura 13.- *DOP* del haz resultante, cuando el SOP de la señal varía a lo largo del meridiano descrito por las polarizaciones PCI, PCD y  $PL\pm 45^\circ$ .

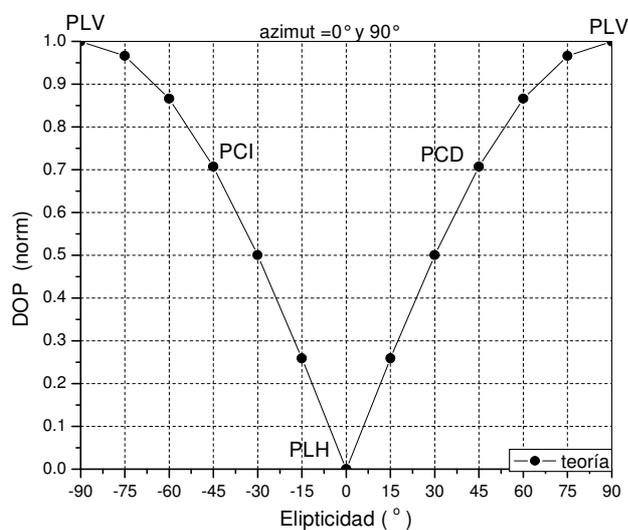


Figura 14.- *DOP* del haz resultante, cuando el SOP de la señal varía a lo largo del meridiano descrito por las polarizaciones PCI, PCD, PLV y PLH.

## CAPITULO III

### POLARIZACIÓN PARCIAL EN LA DETECCIÓN COHERENTE

Este capítulo presenta el análisis del estado polarización del campo resultante de la superposición de ondas parcialmente polarizadas, a través de la matriz de coherencia y de los parámetros de Stokes, obteniendo el grado de polarización para ondas de cualquier estadística. Se analizan los efectos de las fluctuaciones producidas tanto por una modulación determinística del estado de polarización, como por una modulación Gaussiana.

#### III.1 Grado de Polarización para la Superposición de Campos Ópticos.

En esta sección se desarrolla el cálculo del  $DOP$  del campo combinado en función de los grados de polarización de los haces señal ( $DOP_S$ ) y oscilador local ( $DOP_L$ ).

De la ecuación (17), el grado de polarización ( $DOP$ ) de la superposición de los campos se puede expresar en términos de la matriz de coherencia del campo total  $\mathbf{J}$  como (Born y Wolf, 1975):

$$DOP = \left[ 1 - 4 \frac{\det(\mathbf{J})}{tr^2(\mathbf{J})} \right]^{1/2} \quad (48)$$

donde  $\det(\mathbf{J})$  es el determinante de la matriz de coherencia y  $tr(\mathbf{J})$  es su traza.

Para el desarrollo del  $DOP$  se aplica el concepto de que una onda parcialmente polarizada puede ser considerada como una superposición de una onda completamente polarizada y una completamente despolarizada; esta descomposición es única (Brosseau, 1998,

McMaster, 1954), de tal manera que se puede expresar la matriz de coherencia como la suma de dos matrices, cada una representando una onda completamente polarizada y una onda totalmente despolarizada, respectivamente.

Primero se definen las siguientes razones de intensidad; para el campo señal:

$$r_s = \frac{|\mathbf{E}_s|^2}{|\mathbf{E}|^2} \leq 1 \quad (49)$$

y para el campo oscilador local:

$$r_L = \frac{|\mathbf{E}_L|^2}{|\mathbf{E}|^2} \leq 1 \quad (50)$$

con la siguiente relación:

$$r_s + r_L = 1 \quad (51)$$

De lo establecido arriba, se expresa la matriz de coherencia para el campo señal en la siguiente forma:

$$\mathbf{J}_s = \frac{1}{2}(1 - DOP_s)r_s|\mathbf{E}|^2\mathbf{I} + DOP_sr_s|\mathbf{E}|^2\mathbf{Q}_s \quad (52)$$

de igual forma, para el campo oscilador local, se expresa su matriz de coherencia como:

$$\mathbf{J}_L = \frac{1}{2}(1 - DOP_L)r_L|\mathbf{E}|^2\mathbf{I} + DOP_Lr_L|\mathbf{E}|^2\mathbf{Q}_L \quad (53)$$

donde  $\mathbf{I}$  es la matriz unitaria y las matrices  $\mathbf{Q}$  representan ondas completamente polarizadas, definidas como:

$$\mathbf{Q}_S = \begin{bmatrix} Q_{Sxx} & Q_{Sxy} \\ Q_{Syx} & Q_{Syy} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_L = \begin{bmatrix} Q_{Lxx} & Q_{Lxy} \\ Q_{Lyx} & Q_{Lyy} \end{bmatrix} \quad (54)$$

de tal manera que sus determinantes son cero, es decir:

$$Q_{Sxx}Q_{Syy} = Q_{Sxy}Q_{Syx}$$

$$Q_{Lxx}Q_{Lyy} = Q_{Lxy}Q_{Lyx} \quad (55)$$

Usando la representación geométrica de las elipses de polarización para los vectores de la señal y del oscilador local, figuras 2 y 15, se pueden expresar los elementos de las matrices  $\mathbf{Q}_S$  y  $\mathbf{Q}_L$  en términos de los ángulos azimutales  $\alpha_S$  y  $\alpha_L$ , como:

$$Q_{Sxx} = \cos^2(\alpha_S)$$

$$Q_{Syy} = \sin^2(\alpha_S) \quad (56)$$

$$Q_{Lxx} = \cos^2(\alpha_L)$$

$$Q_{Lyy} = \sin^2(\alpha_L) \quad (57)$$

y en función de los ángulos de elipticidad  $\delta_S$  y  $\delta_L$ , como:

$$Q_{Sxy} = \cos \alpha_S \sin \alpha_S \exp(i\delta_S)$$

$$Q_{Lxy} = \cos \alpha_L \sin \alpha_L \exp(i\delta_L) \quad (58)$$

donde  $\delta_S$  y  $\delta_L$  representan los ángulos de fase de los grados complejos de coherencia de  $\mathbf{E}_S(t)$  y  $\mathbf{E}_L(t)$ , respectivamente, expresados como (Born y Wolf, 1975):

$$\mu_S = \frac{\langle E_{Sx} E_{Sy}^* \rangle}{\left( \langle E_{Sx} E_{Sx}^* \rangle \langle E_{Sy} E_{Sy}^* \rangle \right)^{1/2}} = |\mu_S| \exp(i\delta_S) \quad (59)$$

$$\mu_L = \frac{\langle E_{Lx} E_{Ly}^* \rangle}{\left( \langle E_{Lx} E_{Lx}^* \rangle \langle E_{Ly} E_{Ly}^* \rangle \right)^{1/2}} = |\mu_L| \exp(i\delta_L) \quad (60)$$

de las ecuaciones (52) y (53), y junto con las expresiones (9), (10) y (11) se desarrolla la ecuación (48) para  $\mathbf{J} = \mathbf{J}_S + \mathbf{J}_L$ ; después de un desarrollo algebraico que se detalla en el apéndice A1 se obtiene el siguiente resultado para el  $DOP$  (al cuadrado):

$$DOP^2 = |r_S DOP_S - r_L DOP_L|^2 + 4r_S r_L DOP_S DOP_L \cos^2(\vartheta/2) \quad (61)$$

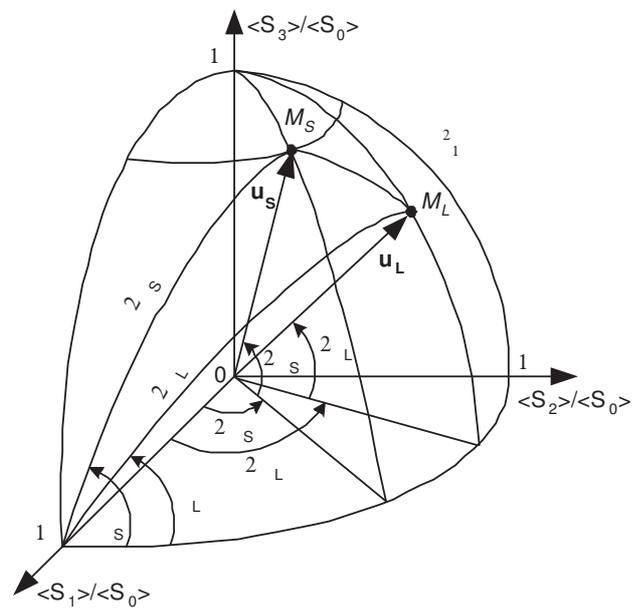
aquí se utilizó la siguiente formula de la trigonometría esférica:

$$\cos \vartheta = \cos(2\alpha_S) \cos(2\alpha_L) + \sin(2\alpha_S) \sin(2\alpha_L) \cos(\delta_S - \delta_L) \quad (62)$$

donde  $\vartheta$  es la distancia angular entre los puntos sobre la esfera de Poincaré representando las partes completamente polarizadas de los campos ópticos interactuantes, como se muestra en la figura 15.

El primer término en la ecuación (61) representa la parte aleatoriamente polarizada; el segundo término representa una expresión del tipo ley de Malus como una función del medio ángulo sobre la esfera de Poincaré entre los puntos correspondientes a las partes completamente polarizadas.

Para ilustrar la dependencia del grado de polarización del campo resultante en función de los de los campos individuales, en la figura 16 se muestra una grafica del  $DOP$  en función de  $DOP_S$  y  $DOP_L$  para valores de  $\vartheta$  entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ , y campos con potencias ópticas iguales ( $r_S = r_L = 1/2$ ).



ERROR: invalidrestore  
OFFENDING COMMAND: restore

STACK:

-savelevel-  
-savelevel-