Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California

---

Doctorado en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones con orientación en Instrumentación y Control

---

Control de enjambres robóticos

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de

Doctor en Ciencias

Presenta:

Rigoberto Martínez Clark

Ensenada, Baja California, México

2019

Tesis defendida por

Rigoberto Martínez Clark

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. César Cruz Hernández
Director de tesis

Dr. Martín Velasco Villa

Dr. Rafael de Jesús Kelly Martínez

Dr. Adrian Arellano Delgado

Dr. Vassili Spirine

Dr. Daniel Sauceda Carvajal
Coordinador del Posgrado en Electrónica y Telecomunicaciones

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Rigoberto Martínez Clark © 2019

Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis

Resumen de la tesis que presenta Rigoberto Martínez Clark como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Electrónica y Telecomunicaciones con orientación en Instrumentación y Control.

Control de enjambres robóticos

Resumen aprobado por:

Dr. César Cruz Hernández
Director de tesis

La solución de tareas colectivas es bastante recurrida entre los organismos sociales. La evolución ha permitido el perfeccionamiento de los mecanismos empleados con tal fin y en la literatura se encuentran documentados un importante número de ellos. La robótica de enjambres es un enfoque de los sistemas multirobots que trata de imitar dichos comportamientos para aprovecharlos en sistemas ingenieriles. En este trabajo de tesis doctoral se proponen algunos algoritmos para la emergencia de cuatro comportamientos colectivos en enjambres robóticos: agregación, movimiento coordinado, cita y búsqueda caótica. Dichos algoritmos tienen dos particularidades relevantes: i) en todos los casos, se emplea una ley de control para regulación de postura de los robots móviles tratada en coordenadas polares; de tal manera que, solamente es necesario la medicón de distancias y orientaciones con respecto a distintos objetivos, con el fin de facilitar la implementación debido a la gran cantidad de sensores existentes en el mercado con tal fin. ii) Los algoritmos se propusieron siguiendo la filosofía de la auto-organización, un aspecto clave en las interacciones de los organismos sociales pues, se basa en la organización de los individuos mediante interacciones locales y sin la influencia directa de un líder. Para evaluar el desempeño de los algoritmos propuestos, se presentan los resultados de simulaciones numéricas con enjambres formados con hasta 100 robots móviles, así como resultados experimentales utilizando enjambres con hasta cuatro robots móviles con tracción diferencial.

Palabras clave: Enjambres robóticos, auto-organización, agregación, movimiento coordinado, cita, búsqueda caótica

Abstract of the thesis presented by Rigoberto Martínez Clark as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Electronics and Telecommunications with orientation in Instrumentation and Control.

Control of robotic swarms

Abstract approved by:

Dr. César Cruz Hernández
Thesis Director

The solution of tasks in a collective fashion is widely employed among social organisms. Evolution has perfected the mechanisms of the organisms for the emergence of collective behaviors. An important number of different collective behaviors is present in literature. Swarm robotics is an approach of multi-robot systems which tries to exploit the benefits of collective behaviors in engineering systems. In this work, four algorithms are presented for the emergence of collective behaviors in robotic swarms: aggregation, flocking, rendezvous and chaotic search. The aforementioned control algorithms has two key features: i) in all cases, a posture regulation control law in polar coordinates is employed; in such way that, only distance and bearing to different targets measurements are needed, with the purpose of ease the implementation by means of the myriad of bearing and distance sensors available in the market. ii) The proposed control algorithms are based on the self-organization philosophy, present on the interactions of social organisms. This philosophy rest on the organization of the individuals by means of local interactions without the direct influence of a leader. To assess the performance of the proposed algorithms, the results of numerical simulations with up to 100 wheeled mobile robots as the implementations on swarms with up to four differential-drive wheeled mobile robots are presented.

Keywords: Robotic Swarms, Self-organization, Aggregation, Flocking, Rendezvous, Chaotic search

Dedicatoria

Al amor de mi vida ...

Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada por el apoyo brindado en materia de uso de instalaciones y equipo de experimentación.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de doctorado a través del programa de becas nacionales con número de becario 275756.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por el apoyo económico brindado a través de los proyectos de ciencia básica entre instituciones de investigación No. 166654 y A1-S-31628 (continuación 2019-2021).

Al doctor César Cruz Hernández, por todo su apoyo y consejos durante estos años, así como por inculcarme la pasión por la investigación.

A los doctores, Adrian Arellano, Martín Velasco, Rafael Kelly y Vassili Spirine, por su invaluable aporte de experiencia para enriquecer este trabajo.

A mis compañeros y amigos del grupo de sincronización y sistemas complejos por todos los momentos compartidos a su lado, sin duda de todos ustedes he aprendido bastante.

Por último, a mi hermosa Perla, por acompañarme y apoyarme incondicionalmente durante este trayecto.

Tabla de contenido

Página

Resumen en español ii

Resumen en inglés iii

Dedicatoria iv

Agradecimientos v

Lista de figuras viii

Lista de tablas x

Capítulo 1. Introducción

1.1. Enjambres robóticos 9
1.2. Justificación 16
1.3. Objetivos 17

Capítulo 2. Generación de comportamientos colectivos en enjambres robóticos

2.1. Modelo matemático del robot móvil terrestre tipo uniciclo 19
2.2. Control del regulación del RMR tipo uniciclo 22
2.3. Algoritmos de control para la generación de comportamientos colectivos auto-organizados 24
2.3.1. Comportamiento de agregación 25
2.3.2. Comportamiento de movimiento coordinado 27
2.3.3. Comportamiento de cita 32
2.3.4. Comportamiento de búsqueda caótica 35
2.4. Conclusiones del capítulo 35

Capítulo 3. Resultados numéricos

3.1. Comportamiento de enjambres en agregación 38
3.2. Comportamiento de enjambres en movimiento coordinado 44
3.3. Comportamiendo de enjambres en cita 47
3.4. Comportamiento de enjambres en búsqueda caótica 48
3.5. Conclusiones del capítulo 51

Capítulo 4. Resultados experimentales

4.1. Comportamiento de enjambres en agregación 56
4.2. Comportamiento de enjambres en movimiento coordinado 59
4.3. Comportamiento de enjambres en cita 63
4.4. Conclusiones del capítulo 68

Tabla de contenido (continuación)

Capítulo 5. Discusión

Capítulo 6. Conclusiones y trabajo futuro

Literatura citada 73

Lista de figuras

Figura Página

1. Ejemplos de organismos que se benefician de vivir en grupo. 2
2. Ejemplos de agregación en la naturaleza. 5
3. Ejemplos de movimiento coordinado en la naturaleza. 6
4. La cita en los animales sociales. A la izquierda, se muestra un lobo con sus crías, mientras que a la derecha se muestra un enjambre de abejas reunido. 7
5. Ejemplos de insectos que se desplázan aleatoriamente. 8
6. Ejemplos de enjambres robóticos. 11
7. Representación del RMR tipo uniciclo. 20
8. Representación de un RMR en coordenadas polares. 21
9. Navegación del RMR entre puntos de referencia. 23
10. RMR con tracción diferencial. 24
11. Comportamiento de agregación de un enjambre robótico. 25
12. Centroide del polígono formado en el algoritmo de agregación. 26
13. Movimiento coordinado en $n-$tráiler. 28
14. Estructura de $n-$tráiler 29
15. Punto de acoplamiento para el $n-$tráiler 30
16. Cita de un ejambre robótico. 33
17. simulación numérica del algoritmo de agregación para enjambres de RMRs. 39
18. TEG para los diferentes enjambres simulados. 40
19. Distancias totales iniciales y finales para los diferentes tamaños de enjambres agregados. 41
20. Porcentaje de robots móviles en el agregado principal. 42
21. Posiciones de los robots después de ejecutar el algoritmo para agregación. 43
22. Distancia media de los robots en un enjambre formado por 10 RMRs. 44
23. Simulación de movimiento coordinado de un enjambre formado por 5 RMRs. 45
24. Simulación de movimiento coordinado de un pelotón de 10 RMRs. 46
25. Trayectorias de los RMRs en los diferentes escenarios de movimiento coordinado. . 47
26. Tiempo de cita para diferentes tamaõs de enjambres robóticos. 48
27. Comportamiento de los robots móviles alrededor de la zona de cita. 49
28. Posturas iniciales de los 100 RMRs en la simulación para la emergencia de cita. . . 50
29. Distancia de los 100 robots móviles del enjambre con el punto de cita. 50

Lista de figuras (continuación)

Figura Página

30. Resultado de la dispersión y rescalamiento de las salidas del mapa de Hénon. . . . 52
31. Trayectorias de los robots en la simulación de búsqueda caótica. 53
32. Configuración del sistema utilizado para la experimentación 56
33. Posturas: (a) iniciales y (b) finales de los *RMRs* correspondientes al primer experimento de agregación. 58
34. Distancias promedio entre robots correspondiente al primer experimento de agregación. 59
35. Posturas: (a) iniciales y (b) finales de los *RMRs* correspondientes al segundo experimento de agregación. 60
36. Distancias promedio entre robots correspondiente al segundo experimento de agregación. 61
37. Movimiento coordinado de un enjambre formado por 3 RMRs Khepera III. 62
38. Trayectorias de los 3 robots móviles Khepera III en el experimento de movimiento coordinado. 63
39. Movimiento coordinado de un enjambre formado por 4 RMRs Khepera III. 64
40. Trayectorias de los 4 robots móviles Khepera III en el experimento de movimiento coordinado. 65
41. Distancia de los 3 *RMRs* Khepera III con respecto al punto de cita 66
42. Posturas de los 3 *RMRs* Khepera III al momento de la emergencia de cita. 66
43. Distancia de los robots móviles con respecto al punto de cita en el enjambre formado por 4 RMRs Khepera III 67
44. Posturas de los 4 RMRs a los 10.68 segundos. 67

Lista de tablas

Tabla Página

1. Características principales del robot Khepera III. 55
2. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III en el primer experimento de emergencia de agregación. 57
3. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III en el segundo experimento de emergencia de agregación. 59
4. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III correspondientes al primer experimento de movimiento coordinado. 61
5. Posturas iniciales de los 4 robots móviles Khepera III en el experimento de emergencia de movimiento coordinado. 63
6. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III en el experimento de emergencia de cita. 65
7. Posturas iniciales de los 4 robots móviles Khepera III en el experimento de emergencia de cita. 67

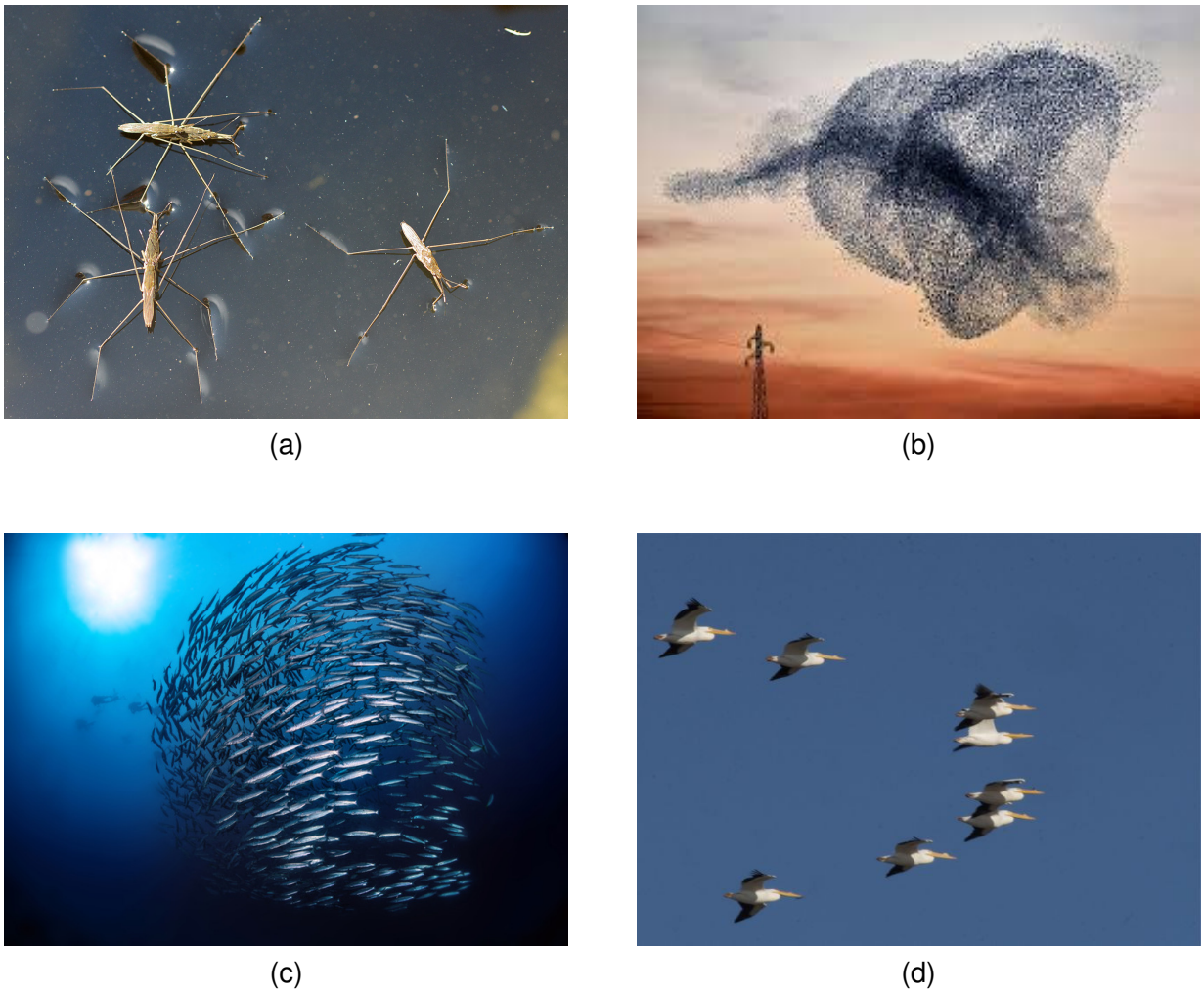
Capítulo 1. Introducción

La tendencia actual, inspirada en la observación de la interacción entre los organismos sociales como abejas, hormigas y peces, corresponde a la implementación de grupos para realizar tareas de manera colectiva. Se han reportado en la literatura especializada algunos beneficios derivados del enfoque de trabajo colaborativo en sistemas robóticos. Anderson Franks (2003) enuncian las principales ventajas de trabajar en grupos, en vez de hacerlo de manera aislada:

- **Habilidad/capacidad**. Un individuo puede presentar capacidades limitadas o insuficientes a la hora de realizar tareas de manera aislada, especialmente, si dichas tareas se componen de tareas complejas o esparcidas en el espacio de trabajo. Por ejemplo, levantamiento de objetos pesados o trabajo simultáneo en distintos espacios.
- **Eficiencia**. El trabajo colectivo permite cumplir tareas más rápido, eficiente y de manera efectiva, particularmente si las tareas involucran desplazamiento constante en el espacio.
- **Redundancia y tolerancia a fallos**. Se conoce como redundancia a la habilidad de un grupo de cumplir (total o parcialmente) las tareas asignadas a un miembro del grupo, considerando que dicho miembro no pueda realizarlas. Esta característica permite al grupo continuar trabajando aún en la pérdida de algunos miembros debido a fallas internas o por fuerzas externas.
- **Costo**. Debido a la división de tareas, es posible construir cada miembro del grupo de manera más austera y simple, debido a las características mínimas que debe tener para cumplir con su tarea, al contrario de un individuo que debe poseer prestaciones superiores si quisiera realizar la misma tarea de manera aislada.

La naturaleza ofrece excelentes ejemplos de trabajo colaborativo. La evolución ha derivado a que muchas especies se desenvuelvan diariamente en grupos, desde pocos individuos hasta colonias de miles de los mismos. Tal como comenta Sumpter (2010), existen diferentes beneficios que recibe un individuo al pertenecer a un grupo. Por ejemplo, el movimiento de los insectos conocidos como patinadores de agua (de la familia *Guerridae*) al escapar de sus depredadores, alerta a los demás patinadores de su presencia; Un estornino que pertenece a una parvada puede aprovechar mejor su tiempo para buscar comida, pues no necesita revisar constantemente la presencia de depredadores; Un pez dentro de un banco tiene menos probabilidad de ser devorado

que uno que se encuentre aislado. Los pelicanos que vuelan al final de la característica forma de "*v*", ahorran energía gracias al empuje recibido por los demás. La figura 1 ilustra los comportamientos colectivos exhibidos por distintos organismos: patinadores de agua, estorninos, peces y pelicanos.



(a) (b)

(c) (d)

Figura 1. Ejemplos de organismos que se benefician de vivir en grupo. (a) Patinadores de agua deslizándose sobre un lago. (b) Parvada de estorninos en murmullo. (c) Banco de peces y (d) Parvada de pelicanos blancos (*Pelecanus onocrotalus*) volando en formación.

En la mayoría de los casos, los comportamientos colectivos en las especies sociales emergen debido a la *auto-organización*, fenómeno encontrado frecuentemente en la naturaleza, en la que los organismos logran comportamientos comunes sin la intervención de fuerzas externas o sin la influencia directa de un líder (Dorigo *et al.*, 2004). Como mencionan Ferrante *et al.* (2015), algunos ejemplos de comportamientos colectivos auto-organizados en la naturaleza, incluyen la

formación de tejidos mediante la unión de distintas células, la formación de patrones en las dunas de los desiertos (Camazine, 2003) y la división de labores en algunos insectos sociales tal como hormigas, abejas y termitas, por mencionar algunos.

Bonabeau *et al.* (1997) definen la auto-organización como un conjunto de mecanismos dinámicos donde aparecen estructuras o comportamientos a nivel global, debido a las interacciones entre los componentes de bajo nivel que forman el grupo. Por tanto, las reglas que dictan las interacciones entre miembros de los grupos se ejecutan basándose solamente en información local (es decir, entre vecinos cercanos solamente), sin referencias globales del grupo. De tal forma, para que emerja este tipo de coordinación es necesario:

- **Retroalimentación positiva (amplificación)**. Son simples comportamientos que promueven la creación de estructuras. Por ejemplo, el reclutamiento en las abejas recolectoras o el refuerzo en los caminos de feromonas de las hormigas.
- **Retroalimentación negativa**. Contrarresta la retroalimentación positiva para ayudar a estabilizar el comportamiento colectivo. Algunos ejemplos incluyen la saturación o agotamiento en fuentes de alimento, las disputas entre miembros que terminan diezmando la población, entre otros.
- **Fluctuaciones**. La auto-organización depende de variaciones en los comportamientos de los individuos, ya que estas pueden servir como semillas para crear nuevas soluciones con el fin de aumentar y mejorar las estructuras sociales. Algunos ejemplos incluyen, caminatas aleatorias, cambio de tareas, búsqueda de rutas mas eficientes, entre otras.
- **interacciones múltiples**. La auto-organización requiere una densidad mínima de individuos mutuamente tolerables. Estos individuos deben ser capaces no solo de aprovechar sus acciones, sino también las de los otros individuos. Por ejemplo, las hormigas necesitan percibir las feromónas de otras hormigas para seguir el camino hacia la fuente de alimento o hacia su nido.

En la literatura se pueden encontrar distintos ejemplos de comportamientos colectivos observados en la naturaleza, dentro de los cuales se pueden destacar:

- Agregación auto-organizada en colonias de larvas de la cucaracha *Blattella germanica*. (Jeanson *et al.*, 2005)

- Movimiento coordinado auto-organizado de bancos de peces y parvadas de aves (Hemelrijk Hildenbrandt, 2012)
- Cita entre crías y padres en colonias de pingüinos Macaroni *Eudyptes chrysolophus* (Dobson Jouventin, 2003).
- Búsqueda aleatoria de distintas hormigas del desierto del género *Cataglyphis* (Wehner Srinivasan, 1981).
- Sincronización entre colonias de distintas especies de luciérnagas del lejano este tropical, con fines reproductivos (Buck Buck, 1978; Otte, 1980).
- Forrajeo auto-organizado en colonias de hasta 2 000 hormigas *Lasius niger* (Portha *et al.*, 2002).
- Consenso en bancos de peces, parvadas de aves y grupos de mamíferos (Conradt Roper, 2005).

En particular, en este trabajo de tesis son de especial interés los primeros cuatro comportamientos colectivos, debido a sus posibles aplicaciones en el campo de los sistemas robóticos. De tal manera, se pretende reproducir en el laboratior, empleando robots móviles comerciales Khepera III dichos comportamientos colectivos, aunado a la realización de algunas aplicaciones ingenieriles como búsqueda de objetivos. A continuación se describirán brevemente las principales características de dichos comportamientos.

Agregación

La *agregación* es un comporatmiento colectivo observado frecuentemente en organismos naturales, desde bacterias hasta insectos sociales como abejas, termitas y cucarachas así como en algunos mamíferos (Sahin *et al.*, 2008). La agregación permite a los organismos evadir depredadores, soportar inclemencias del ambiente y estimula la reproducción (Soysal *et al.*, 2007) (ver figura 2).

Este comportamiento colectivo emerge de dos maneras distintas. Primero, puede ser guiado por las condiciones ambientales; por ejemplo, algunos organismos se reunen en zonas del ambiente con características propicias para ellos, como temperatura, humedad o disponibilidad de recursos. Segundo, también puede emerger en ambientes homogéneos, donde no se pueden

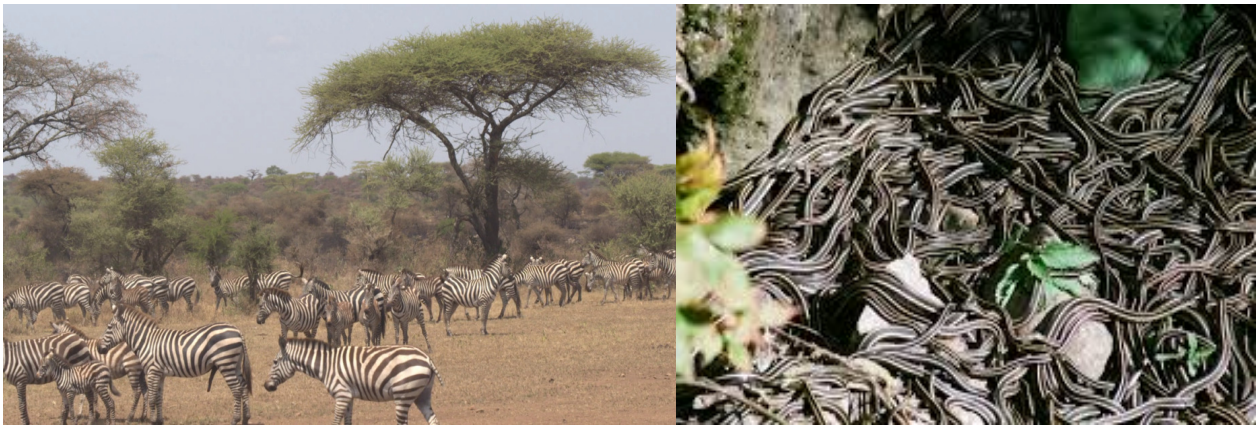


Figura 2. Ejemplos de agregación en la naturaleza. (izquierda) Un grupo de cebras se reúnen para evadir depredadores mientras que (derecha) los grupos de serpientes aprovechan este comportamiento con fines reproductivos.

identificar zonas con características especiales, en este caso, la agregación es producto de las interacciones entre los miembros del grupo (Gauci *et al.*, 2014).

Movimiento coordinado

El *movimiento coordinado* a menudo se presenta en la naturaleza (ver figura 3), por ejemplo en aves, peces y grupos de animales terrestres como las manadas. Desde hace algunas décadas, científicos de diferentes disciplinas, incluyendo estudios del comportamiento animal, física, ciencias sociales y computacionales, se han dedicado al estudio de la emergencia de este comportamiento colectivo (Olfati-Saber, 2006). El movimiento coordinado se caracteriza por un *movimiento fluido del grupo completo*, debido a las acciones individuales de cada miembro del grupo. Reynolds (1987) propuso un conjunto de reglas básicas para la interacción entre los elementos del grupo, con el propósito de generar la coordinación de sus movimientos; eventualmente, conocidas como las reglas de Reynolds (Oh *et al.*, 2015):

- *Cohesión*: los miembros del grupo deben permanecer juntos.
- *Alineación*: los individuos deben igualar sus velocidades.
- *Separación*: se deben evitar colisiones entre los elementos del grupo.

Cita

La reunión en un espacio determinado del entorno es inherente a cualquier grupo de individuos que interactúan entre sí (ver figura 4). Son varios los objetivos que persigue un grupo de

(a)

(b)

Figura 3. Ejemplos de movimiento coordinado en la naturaleza. (a) Banco de peces y (b) enjambre de langostas migrando.

organismos al reunirse, por ejemplo, las abejas utilizan el comportamiento de *cita* con efectos reproductivos de la siguiente manera; en enjambres con alta densidad de hembras la reunión sucede alrededor de las colmenas, mientras que en enjambres con colmenas dispersas o con baja densidad de hembras, las abejas macho activan mecanismos para buscar otros puntos de reunión propicios, como en flores o lugares con condiciones favorables para el apareamiento (Barrows, 1976; Paxton, 2005). Por su parte, Theuerkauf *et al.* (2003) observaron que los lobos seleccionan sitios de cita dentro de su territorio, en los cuales los lobos jóvenes permanecen por algunos días, mientras que los adultos los visitan regularmente, con el fin de mantener seguros a los individuos indefensos.

Figura 4. La cita en los animales sociales. A la izquierda, se muestra un lobo con sus crías, mientras que a la derecha se muestra un enjambre de abejas reunido.

Búsqueda aleatoria

Todos los individuos en general se desplazan a través de su entorno. Son distintas las razones por las que un organismo debe desplazarse: para migrar, con el fin de evitar depredadores, en búsqueda de alimento o de parejas entre otras. Estos desplazamientos son enmarcados por la *búsqueda aleatoria* (ver figura 5), la cual corresponde a una simplificación del comportamiento propio de desplazamiento en el que se considera que los individuos se desplazan mediante una serie discreta de tramos, con reorientaciones entre ellos (Bartumeus *et al.*, 2005). Un caso particular de búsqueda aletaoria corresponde a la de Lévy, en la que cada uno de los tramos se modela como un desplazamiento en línea recta (Reynolds Rhodes, 2009). Este comportamiento puede desplegarse por individuos aislados, pero como en la prática, la búsqueda aleatoria por lo general sucede como parte de comportamientos colectivos mas complejos como el forrajeo, es posible considerarlo como un comportamiento colectivo, pues emerge entre las sociedades de organismos.

Es difícil encontrar este comportamiento en la naturaleza, pues los organismos cambian su comportamiento de desplazamiento ante la presencia de distintos factores. Bartumeus *et al.* (2005) explican que el conocimiento previo de los recursos, la presencia de depredadores o de miembros del mismo grupo inciden en una transición entre comportamiento aleatorio y determinístico o viceversa.

(a)

(b)

Figura 5. Se ha observado que tanto las (a) mariposas como (b) hormigas, exhiben desplazamiento aleatorio cuando realizan búsquedas de alimento.

Los diferentes comportamientos colectivos exhibidos por los organismos sociales cuentan con características variadas, Camazine (2003) categoriza estos comportamientos según la ventaja que representa el agrupamiento de los individuos en:

- **Sociales y genéticas**. Algunos organismos como las serpientes abejas y luciérnagas, dependen de comportamientos colectivos para incentivar la reproducción de su especie.
- **Defensa a depredadores**. Los organismos que se agrupan tienden a aumentar su posibilidad de sobrevivir a los ataques de sus depredadores.
- **Optimización de la alimentación**. La organización y división de labores permite maximizar el gasto energético de los organismos, aprovechando mejor su alimento. En algunos mamíferos, las estrategias de caza colectiva derivan en una mayor tasa de presas capturadas.
- **Aumento de la eficiencia en la locomoción**. Mediante la interacción de sus miembros, un grupo aumenta el ángulo de visión por medio de las contribuciones individuales, lo que permite evitar obstáculos de manera eficiente. La adopción de ciertas configuraciones espaciales, permiten a los grupos desplazarse mayores distancias aprovechando eficientemente la energía.

1.1. Enjambres robóticos

La *robótica de enjambres* (ver figura 6) es un enfoque de los sistemas multi-robot inspirado en el comportamiento de los organismos sociales, como las colonias de bacterias, hormigas, abejas, aves, entre otros (Tan Zheng, 2013). Mataric (1992) establece las primeras ideas para modificar el comportamiento de grupos de robots mediante mecanismos empleados por organismos sociales de la naturaleza. Por otra parte, Beni Wang (1993) identifican como *inteligencia de enjambre* al proceso de la toma de decisiones mediante interacciones locales de los individuos, en lugar de actuar bajo la dependencia de un control central.

Típicamente, no es sencillo definir la frontera entre un sistema multi-robot y un enjambre robótico. Hamann (2018) establece que la diferencia radica en que un *sistema multi-robot* generalmente depende del acceso a información global por parte de los robots y asignación explícita de roles; para tal efecto, los robots deben identificar plenamente cada uno de los demás robots del grupo además de conocer de antemano el tamaño total del grupo.

El principal objetivo de los *enjambres robóticos* es coordinar un grupo de robots con características individuales limitadas, de tal forma, que *emerjan* comportamientos colectivos, para la realización de tareas complejas de manera conjunta (Sahin, 2005). Para tal efecto, los robots dependen de la *interacción local* con otros miembros del grupo dentro de un área cercana, pues, típicamente estos presentan sistemas de comunicación inter-robot de corto alcance.

La expresión *inteligencia de enjambre*, que se utiliza de manera recurrente en el campo de la robótica de enjambres, se refiere a las capacidades mejoradas o superiores que presenta un enjambre de agentes, comparado con un agente individual. La ejecución local de tareas realizada por cada individuo impactan en el comportamiento global del enjambre. Por tanto, la dinámica global (macroscópica) emerge de las interacciones entre los miembros del enjambre y con el entorno, tal como establece Bayindir (2016). Según Brambilla *et al.* (2013), las *características* que definen a un enjambre robótico son:

- **Robustez**: es la habilidad del grupo para seguir desempeñando la tarea colectiva en presencia de mal funcionamiento de algunos de los miembros.
- **Escalabilidad**: Los enjambres robóticos deben ser capaces de llevar a cabo sus tareas indistintamente de la cantidad de miembros en su población.
- **Flexibilidad**: El enjambre robótico puede hacer frente a cambios en el entorno, adaptándose al mismo para cumplir con sus objetivos de diseño.

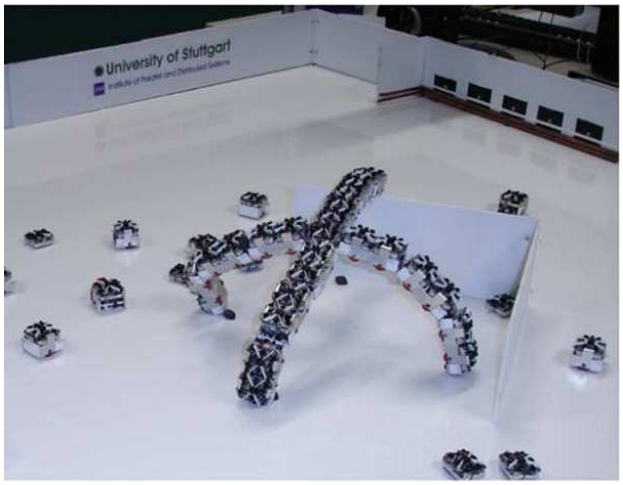
Por otro lado, gracias a la inspiración en los insectos sociales, se pretende que en el entorno de los enjambres robóticos se prefiera el uso de robots con capacidades limitadas y de construcción sencilla, con el fin de maximizar la cantidad de individuos sin derivar en un costo excesivo. Para Brambilla *et al.* (2013) las características principales de los robots que forman un enjambres son:

- Los robots son autónomos.
- Los robots se encuentran dentro del espacio de trabajo y pueden actuar para modificarlo.
- Las capacidades de sensado y comunicación de los robots son locales y de alcance limitado.
- Los robots no tienen acceso a un control centralizado y/o fuente de conocimiento global.
- Los robots cooperan para cumplir una tarea específica.

(a)

(b)

(c)



(d)

Figura 6. Ejemplos de enjambres robóticos. (a) Enjambre de kilobots de la empresa K-team. (b) Enjambre de drones shooting star de Intel, realizando un espectáculo de luces para los juegos olímpicos de invierno de Pyeong Chang 2018. En (c) se aprecian tres robots *foot-bot* auto-ensamblados a un robot *hand-bot* del proyecto Swarmanoid (Dorigo *et al*., 2013) listos para exhibir el comportamiento de transporte colectivo. (D) los robots del proyecto Symbrion (Kernbach *et al*., 2008), utilizan técnicas bioinspiradas para auto-ensamblarse con el fin de evadir obstáculos en el entorno.

En la literatura especializada se reportan distintos trabajos para la generación de comportamientos colectivos con enjambres robóticos, dentro de los que destacan (Bayindir Sahin, 2007):

- Formación
- Concenso
- Sincronización

- Auto ensamblaje
- Auto despliegue
- Agregación
- Movimiento coordinado
- Cita o reunión
- Forrajeo

Formación

Este problema se define como la coordinación de un grupo de robots para conseguir y mostrar una formación con una figura específica, como un círculo, cuadrado, entre otras. Las aplicaciones de la formación de grupos de robots terrestres y aéreos, incluyen las operaciones de búsqueda y rescate, exploración de ambientes y del espacio, control de arreglos de antenas o satélites, entre otras (Bahceci *et al.*, 2003).

Este comportamiento se presenta regularmente en la naturaleza, para algunas especies animales, que las utilizan para permanecer a una distancia u orientación específica con respecto al resto del grupo, o para distribuirse homogéneamente en un espacio definido. Algunos bancos de peces muestran este comportamiento para buscar de manera más eficiente alimento o como estrategia contra sus depredadores (Pitcher, 1986). Existen diferentes principios para alcanzar las formaciones, por ejemplo, los robots se pueden forman haciendo referencia al centroide de las posiciones de los robots, referencia a la posición de un líder o haciendo referencia a su(s) vecino(s) (Fredslund Mataric, 2001). Por ejemplo, Barnes *et al.* (2007) diseñaron un sistema de control para la formación de robots móviles terrestres empleando campos potenciales.

Consenso

También conocido como problema de acuerdo (Olfati-Saber Murray, 2004), surge cuando todos los elementos del grupo adquieren el mismo valor en la variable sobre la que se realiza el acuerdo. Este comportamiento es muy importante en la toma de decisiones colectivas y es implicado directamente en redes de sensores, balanceo de cargas, sincronización de osciladores acoplados, acuerdo en la altitud de vuelo de las aves migratorias, entre otras (Olfati-Saber, 2005). Algunas

estrategias de control para la emergencia de consenso en enjambres robóticos se pueden encontrar por ejemplo en Rausch *et al.* (2019), Ferrer (2018), Joordens Jamshidi (2010) y las referencias incluidas en estos trabajos.

Sincronización

La sincronización auto-organizada es un fenómeno común observado en varios sistemas naturales e ingenieriles, como el caso de los destellos en algunas poblaciones de luciérnagas (Trianni Nolfi, 2011). La sincronización se entiende como el ajuste de ritmos de oscilación de los sistemas debido a su interacción débil (Pykovsky *et al.*, 2003). La sincronización se refiere a una variedad de fenómenos presentes en la mayoría de las ciencias naturales, la ingeniería y la vida en sociedad (Martínez-Clark, 2014). Debido a que los enjambres robóticos son sistemas asíncronos por naturaleza, esto significa que los robots no tienen acceso a una señal de reloj común; la sincronización se vuelve fundamental, debido a esto, Shenoy K.R. (2018) se dieron a la tarea de diseñar un protocolo para sincronizar una red de comunicación para un enjambre robótico. Por otra parte, Pérez-Díaz *et al.* (2018) diseñaron un sistema de sincronización de velocidad de los robots móviles a través de pulsos visuales generados por osciladores internos en cada robot.

Auto ensamblaje

Se puede definir como la creación de estructuras complejas mediante un gran número de unidades simples. En la naturaleza, se puede observar por ejemplo, entre las comunidades de hormigas de fuego del Amazonas, las cuales crean balsas para sobrevivir inundaciones en sus hormigueros. En el caso de la robótica de enjambres, las unidades simples corresponden a los robots y las estructuras complejas pueden ser comportamientos o formas globales producidas por los robots del enjambre (Bayindir Sahin, 2007). Este comportamiento se inspira en la naturaleza, por ejemplo, las colonias de hormigas forman puentes utilizando sus cuerpos para ayudar al grupo completo a pasar por terrenos difíciles (Rubenstein *et al.*, 2014). Sahin *et al.* (2002) presentan el sistema SWARM-BOT, el cual consiste en un enjambre de robots con capacidad de ensamblarse entre sí para formar patrones distintos.

Auto despliegue

El objetivo de los robots que exhiben este comportamiento, es el de desplegarse en el entorno para tratar de cubrir la mayor cantidad de área posible. Debido a las capacidades limitadas y las características de interacción local entre los robots, este problema se vuelve no trivial (Bayindir

Sahin, 2007). Inspirada en la red de sentinelas como en enjambres de patinadores de agua, o manadas de suricatas, esta tarea se puede aplicar por ejemplo, para diseñar técnicas para rodear objetivos, que puede ser importante en ambientes de seguridad (Kubo *et al.*, 2014) o para generar redes de sensores maximizando su área de cobertura (Nazarzehi Savkin, 2018).

Agregación

Con respecto a los enjambres robóticos, el objetivo de la agregación es *agrupar a un conjunto de robots originalmente dispersos en alguna zona particular del espacio de trabajo* (Brambilla *et al.*, 2013). Este comportamiento básico es fundamental, debido a que permite a los robots acercarse lo suficiente para que se establezcan más interacciones, produciendo comportamientos colectivos complejos (Arvin *et al.*, 2014). Los enfoques principales para la emergencia de este comportamiento, reportados en la literatura incluyen: evolución artificial, algoritmos probabilísticos y campos potenciales artificiales (Hu *et al.*, 2014). La agregación fue obtenida mediante técnicas de conmutación para grupos formados por múltiples nodos funcionales, imitando el comportamiento de ciertas neuronas dopaminérgicas por Zhu Xiang (2017). En otros trabajos, los autores prefirieron resolver el problema de agregación mediante máquinas probabilísticas de estados finitos (Soysal Sahin, 2005; Garnier *et al.*, 2005), otro artículo emplea fuerzas físicas virtuales para la emergencia de la agregación (Güzel Kayakökü, 2017).

Movimiento coordinado

Como ejemplo de aplicación, el movimiento coordinado fue obtenido combinando las reglas de Reynolds con un algoritmo de búsqueda en espiral (basado en el comportamiento de caza de los halcones), para enjambres de vehículos submarinos autónomos (AUVs, por sus siglas en inglés) con fines de búsqueda (Tolba *et al.*, 2016). Por otra parte, Tanner *et al.* (2003a,b) estudió la estabilidad del comportamiento en un enjambre formado por agentes con dinámica de doble integrador, en los cuales, cada agente es controlado de tal forma que todos se desplazan con una velocidad común, mientras mantienen una distancia específica entre ellos; utilizando dos enfoques diferentes: con topologías de acoplamiento fijas y con topologías variantes, respectivamente. En otros trabajos aplicaron la teoría de grafos (Zhao *et al.*, 2017; Luo *et al.*, 2017) y por control por modelo predictivo (Zhang *et al.*, 2016; Zhou Li, 2017).

Cita o reunión

El problema de *cita o reunión*, es un caso especial de la coordinación de sistemas multi-

agentes. En ocasiones puede considerarse como una extensión del problema de consenso, y en la literatura existen diferentes restricciones para ser considerado como cita. La definición menos restrictiva dice que el comportamiento de cita se logra al reunir en un punto común a un conjunto de agentes (Dimarogonas Kyriakopoulos, 2007). Mientras que, Dong *et al.* (2018) establecen que para ser considerado como cita, la topología de acoplamiento entre los agentes no debe ser fija, al contrario, debe cambiar dinámicamente y ser definida por los propios estados de los robots. En particular, en este trabajo de tesis se considera el problema de cita, como la tarea en la que un grupo de robots móviles debe *arribar simultáneamente* a un lugar específico, conocido (o negociado) previamente por los miembros del grupo (Wei Ren *et al.*, 2005, 2007).

En ciencias e ingeniería, se aprovecha el comportamiento de cita para acoplamiento autónomo de naves espaciales en órbita (Kasai *et al.*, 1999; Junkins *et al.*, 1999) o para grupos de robots submarinos (Nielsen *et al.*, 2018). Así mismo, se aplica en el diseño de trayectorias en cohetes para encontrarse con satélites, como la misión *NEAR* (Near-Earth Asteroid Rendezvous, por sus siglas en inglés) de la NASA lanzada en 1966 (Cheng *et al.*, 1997). También, la cita de robots móviles puede ser el primer paso para crear una posterior formación, además, el punto de cita, se puede utilizar como punto de recarga de combustible, mantenimiento o inclusive, dar pie a comportamientos colectivos más complejos como el transporte colectivo, trabajo colectivo o el confinamiento de presas (Zebrowski *et al.*, 2007).

En la literatura especializada se reportan diferentes estrategias para la emergencia del comportamiento de cita, por ejemplo, se ha generado utilizando la teoría de grafos con acoplamientos fijos (Kingston *et al.*, 2005; Ren *et al.*, 2004). También se ha optado por utilizar control adaptable con retroalimentación de la salida por parte de Li *et al.* (2017). En otro caso, se resolvió el problema de cita aplicando control activado por eventos (Zhang *et al.*, 2017). También se reportan en la literatura trabajos en los que la cita se alcanza aplicando una serie de comportamientos de parada y avance por parte de los robots que buscan reunirse (Lin *et al.*, 2007a,b).

Forrajeo

El forrajeo es una de las pruebas más utilizadas para aplicaciones en sistemas multi-robot. El objetivo del enjambre de robots en actividades de forrajeo es encontrar alimento y llevarlo de nuevo a su “nido”, es por esto que esta tarea también se conoce como recuperación de presas (Bayindir Sahin, 2007). Este comportamiento tiene aplicaciones como búsqueda y rescate, minería, recolección de comida, entre otras.

Las aplicaciones de búsqueda han sido bastante tratadas en la literatura, aún así el enfoque de sistemas multi-robot y más aún el uso de enjambres robóticos no ha recibido suficiente atención (Couceiro *et al.*, 2014). Senanayake *et al.* (2016) realizan una recopilación de algoritmos dedicados a este problema utilizando forrajeo con enjambres robóticos. En cuanto a la estrategia a implementar se debe realizar un compromiso al seleccionar algoritmos que van desde el barrido exhaustivo hasta el uso de sistemas estocásticos, pasando por la emulación del comportamiento de distintos organismos sociales como abejas, hormigas, aves, entre otras.

En el comportamiento colectivo de forrajeo una buena estrategia de búsqueda es fundamental, de las diferentes técnicas reportadas en la literatura, la búsqueda aletaoria ha sido ampliamente estudiada en el campo de los enjambres robóticos. Por ejemplo, Ueyama Fukuda (1993) utilizaron las caminatas aleatorias en robots celulares para la emergencia de auto ensamblaje. Mientras, Sutantyo *et al.* (2010) aprovecha la búsqueda de Lévy, para aplicarla en un enjambre robótico para tareas de búsqueda y rescate. Existe otro tipo de estrategia de búsqueda análoga a la aleatoria, conocida como búsqueda caótica, la cual es más eficiente que utilizar cualquier estrategia de búsqueda convencional (Cetina Denis, 2017).

1.2. Justificación

Ejemplos de potenciales aplicaciones de los enjambres robóticos, incluyen misiones militares, exploración espacial no tripulada, búsqueda y rescate, recolección de información del entorno, entre otras (Couceiro *et al.*, 2015). El uso de enjambres robóticos para realizar tareas, se ha convertido en una elección popular en la robótica moderna, debido a que los enjambres pueden realizar las siguientes tareas (Barca Sekercioglu, 2013):

- Al hacer uso del sensado distribuido en grandes grupos, pueden encontrar áreas u objetos de interés más rápido, lo que permite tomar decisiones grupales en menor tiempo.
- La capacidad anterior, permite al grupo tener un panorama más amplio de la situación o del entorno.
- Presentan mayor robustez a la hora de completar tareas frente a los sistemas formados por un solo robot.
- Se distribuye la carga de trabajo entre los individuos para lograr resultados significativos

en menor tiempo y con menos esfuerzo, además permiten trabajar en un área mayor al esparcirse en el entorno para realizar las labores.

- Pueden llevar a cabo un mayor número de tareas o actividades de manera simultánea, y se puede lograr mediante el uso de robots con capacidades limitadas, en vez de tener un robot más sofisticado para realizar las mismas tareas.

Debido a las ventajas del uso de enjambres robóticos, en este trabajo de tesis doctoral se decide aplicar los principios del control de comportamientos colectivos en enjambres robóticos para diseñar algoritmos de control para la emergencia de dichos comportamientos colectivos, con el fin de resolver tareas de manera distribuida. En particular, se propone utilizar el enfoque de auto-organización, con el fin de permitir a los robots mediar su comportamiento individual debido a las interacciones locales, sin necesidad de establecer una topología de acoplamiento *a priori*, además de evitar el esquema de control centralizado de sistemas multi-agente. Otro punto importante a considerar, es que bajo la filosofía de los enjambres robóticos, se busca que cada individuo sea lo más simple posible, de tal manera que, se propone también utilizar leyes de control sencillas, en el sentido de baja carga computacional y que no necesiten entradas de control con mediciones complicadas. La estrategia seleccionada para enfrentarse a esa restricción, es la implementación de una ley de control para la regulación de posturas en coordenadas polares, de esta manera, las entradas necesarias para el control se convierten en distancia radial y orientación con respecto a un objetivo.

La solución colectiva de tareas generalmente consiste en la sucesión de distintos comportamientos colectivos, normalmente el cambio se realiza por estímulos o cambios en el entorno. De tal manera, que la justificación de este trabajo de tesis doctoral es crear una colección de algoritmos de control para la emergencia de distintos comportamientos colectivos con el fin de poder combinarlos de distintas maneras para coordinar las tareas de robots en un enjambre.

1.3. Objetivos

Con la realización de la presente tesis doctoral, se pretendió alcanzar el siguiente objetivo general:

Generar algunos comportamientos colectivos auto-organizados de interés en enjambres robóticos para la solución colectiva de tareas.

Mediante el alcance de los siguientes objetivos particulares:

- Diseñar algoritmos de control para la emergencia de comportamientos colectivos auto organizados.
- Lograr de manera numérica y experimental el comportamiento de cita en enjambres robóticos.
- Lograr de manera numérica y experimental el movimiento coordinado en enjambres robóticos.
- Lograr de manera numérica y experimental otros comportamientos colectivos en enjambres robóticos.
- Aplicar el control de comportaminetos emergentes en enjambres robóticos, para la solución colectiva de tareas.

Entre las contribuciones de este trabajo doctoral a la generación de comportamientos colectivos en enjambres robóticos y algunas aplicaciones de interés, se pueden mencionar los siguientes artículos:

- Martínez-Clark, R., Cruz-Hernández, C., Pliego-Jiménez, J., Arellano-Delgado, A. (2018). Control algorithms for the emergence of self-organized behaviours in swarms of differential-traction wheeled mobile robots. *International Journal of Advanced Robotic Systems*, **15** (6).
- Martínez-Clark R, Pliego-Jiménez J, Cruz-Hernández C (2018). Rendezvous problem of two unicycle type wheeled mobile robots. *XX Congreso Mexicano de Robótica (COMROB 2018)*, del 12 al 14 de septiembre de 2018, Ensenada, BC, México.
- Martínez-Clark R., Cruz-Hernández C., Reyes-De la Cruz J.D., Arellano-Delgado A. y Pinedo-Lomelí L.F. (2015). Formación de Agentes: una Aplicación al Patrullaje. *Congreso Nacional de Control Automático (CNCA 2015)*, del 14 al 16 de octubre de 2015, Cuernavaca Morelos, México

Capítulo 2. Generación de comportamientos colectivos en enjambres robóticos

Los comportamientos colectivos objeto de estudio de este trabajo de tesis doctoral comprenden: la agregación, movimiento coordinado, cita y forrajeo. Los algoritmos desarrollados para la emergencia de estos comportamientos colectivos consideran que todos los robots de cada enjambre son representados por un *robot móvil con ruedas* (RMR) cuya cinemática corresponde a la de un robot móvil tipo uniciclo, mientras que las implementaciones se realizaron en RMRs con tracción diferencial.

A continuación se describen tanto el modelo cinemático del objeto de estudio, así como la ley de control empleada para la regulación de posición. Posteriormente, se presentan los algoritmos de control propuestos para la emergencia de los comportamientos colectivos de agregación, movimiento coordinado, cita y búsqueda caótica.

2.1. Modelo matemático del robot móvil terrestre tipo uniciclo

El modelo más simple de RMR es el uniciclo, que representa a una sola rueda, rodando verticalmente en el plano tal como se muestra en la figura 7 (de Wit *et al.*, 1994). Con coordenadas generalizadas $\boldsymbol{q} = (q_1, q_2, q_3)^T = (x, y, \theta)^T$. El modelo cinemático correspondiente es descrito por la siguiente ecuación de estado,

$$\dot{\boldsymbol{q}} = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \\ \text{sen}(\theta) \\ 0 \end{bmatrix} v + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \omega \tag{1}$$

en el cual, v y ω representan las *velocidades lineal* y *angular* del robot móvil uniciclo, respectivamente y constituyen las entradas de control del sistema. Considerando que las ruedas no presentan deslizamiento, las velocidades cartesianas del sistema (1); $\dot{x}$, $\dot{y}$ así como su orientación θ, satisfacen la siguiente restricción no holonómica

$$\begin{bmatrix} -\text{sen}(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = 0 \tag{2}$$

o de manera equivalente, $\tan(\theta) = \dot{y}/\dot{x}$.

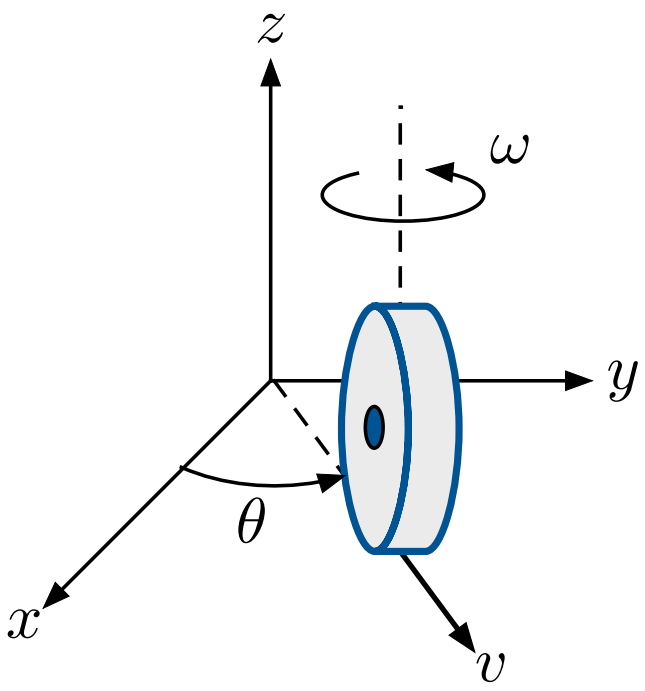


Figura 7. Representación del robot móvil tipo uniciclo, con entradas de control su velocidad lineal v y angular ω.

Con respecto a la construcción de leyes de control en lazo cerrado, Brockett (1983), demostró que no es posible estabilizar un sistema sin deriva como (1) empleando una ley de control continua suave. De tal manera, el objetivo de regulación de postura del robot, también conocido como problema de estacionamiento, resulta una tarea más complicada que el seguimiento de trayectorias. Se han propuesto distintas técnicas para superar esta restricción, por ejemplo, uso de control discontinuo (Bessas *et al.*, 2016; Thomas *et al.*, 2016), control de un punto fuera del eje de las ruedas (Hernández-Martínez Aranda-Bricaire, 2010; Peñaloza Mendoza *et al.*, 2011) y el uso de linealización dinámica (Oriolo *et al.*, 2002; Kamel Zhang, 2015).

En este trabajo de tesis se propone representar el modelo cinemático (1) en un sistema de coordenadas polares (Siegwart Nourbakhsh, 2004; Aicardi *et al.*, 1995). Mediante el siguiente cambio de coordenadas (De Luca *et al.*, 2001):

$$\begin{aligned} \rho &= \sqrt{x^2 + y^2}, \\ \gamma &= \text{ATAN2}\,(y, x) - \theta + \pi, \\ \delta &= \gamma + \theta, \end{aligned} \tag{3}$$

donde ATAN2 corresponde a la tangente inversa en cuatro cuadrantes. Considerando ρ como la distancia del robot al marco de referencia deseado, γ representa el error de orientación, medido

desde un vector en dirección de v y el vector de distancia ρ; mientras que δ corresponde a la orientación del robot con el marco de referencia deseado (ver figura 8). En coordenadas polares, el modelo cinemático del robot uniciclo se puede representar como

$$\begin{aligned} \dot{\rho} &= -v\cos(\gamma), \\ \dot{\gamma} &= v\frac{\text{sen}(\gamma)}{\rho} - \omega, \\ \dot{\delta} &= v\frac{\text{sen}(\gamma)}{\rho}. \end{aligned} \tag{4}$$

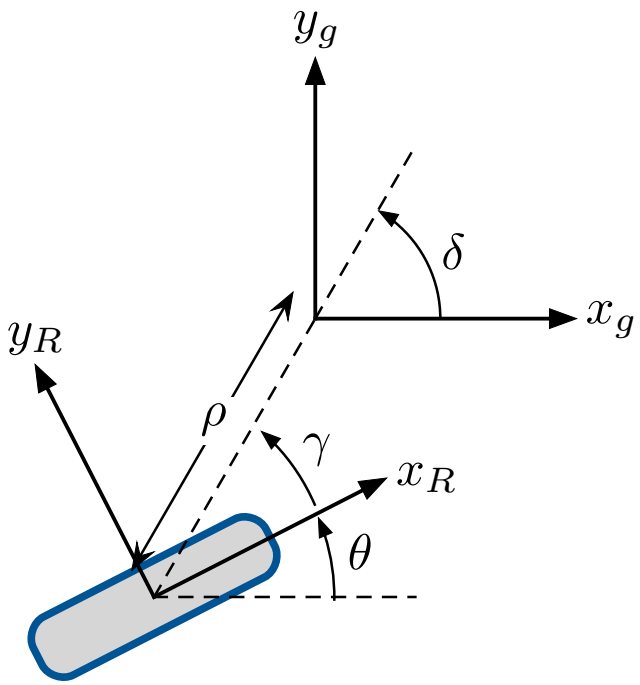


Figura 8. Representación de un RMR en coordenadas polares.

La transformación de la cinemática del robot a coordenadas polares presenta una singularidad cuando $\rho = 0$. Debido a ella, se considera como restricción que todos los robots tienen distancias iniciales a la posición deseada distintas de cero. Por tanto, para regular la posición de cada robot a una posición deseada, es necesario emplear un controlador de regulador que sea asintótico, o en su defecto, un control conmutado que cambie la estrategia de control en $\rho = 0$.

2.2. Control del regulación del RMR tipo uniciclo

Sin pérdida de generalidad, se puede considerar el marco de referencia deseado como el origen $(x_g = y_g = 0)$, de tal forma, se puede considerar el objetivo de control como la estabilización asintótica del sistema (4) al origen, aplicando el siguiente teorema.

Teorema 2.1 (Aicardi *et al.* (1995)) *Considere el modelo cinemático en coordenadas polares (4) de un robot móvil uniciclo, así como la siguiente ley de control*

$$\begin{aligned} v &= k_1 \rho \textit{cos}\,(\gamma), \\ \omega &= k_2\gamma + k_1 \frac{\textit{sen}\,(\gamma)\ \textit{cos}\,(\gamma)}{\gamma}(\gamma + k_3\delta) \end{aligned} \tag{5}$$

con $k_1, k_2 \in \Re^+$. Por tanto, el sistema en lazo cerrado (4)-(5) converge asintóticamente al estado $(\rho, \gamma, \delta) = (0, 0, 0)$ mediante un movimiento muy parecido a la conducción natural de vehículos bajo el mando de una persona, de tal manera que el robot siempre se acerca a la posición deseada con velocidad lineal positiva.

Demostración. *Considere la función*

$$V = \frac{1}{2}(\rho^2 + \gamma^2 + k_3\delta^2)$$

como candidata a función de Lyapunov. Considerando el sistema en lazo cerrado (4)-(5) la derivada con respecto al tiempo de V es

$$\dot{V} = -k_1\rho^2\cos^2\gamma - k_2\gamma^2 \leq 0$$

que es semidefinida negativa. Aplicando el teorema de Barbalat, se tiene que $\rho, \gamma, \delta = 0$ cuando $t \to \infty$. ■

La ventaja principal de emplear la transformación en coordenadas polares, junto con el controlador (5) es que para la regulación de posición solamente es necesario conocer la distancia y orientación con respecto a la posición deseada. De tal manera, que esta estrategia de control es altamente implementable, debido a la gran cantidad de sensores de distancia y orientación disponibles en el mercado (p. ej. LIDAR, RADAR, sensores infrarrojo, ultrasónicos, brújulas, magnetómetros, sensor de efecto hall, entre otros).

La sencillez del controlador, así como su aplicabilidad son fundamentales en el problema de regulación de posición. Debido a sus prestaciones, se desea extender su aplicación en el problema de seguimiento de trayectorias. Para cumplir dicho objetivo, se plantea el seguimiento de trayectorias como la navegación entre puntos de referencia tal como se muestra en la figura 9. La secuencia de puntos debe ser con frecuencia relativamente alta, para contrarrestar el efecto de la interpolación lineal entre puntos y sobre todo, debe de respetar la restricción no holonómica (2).

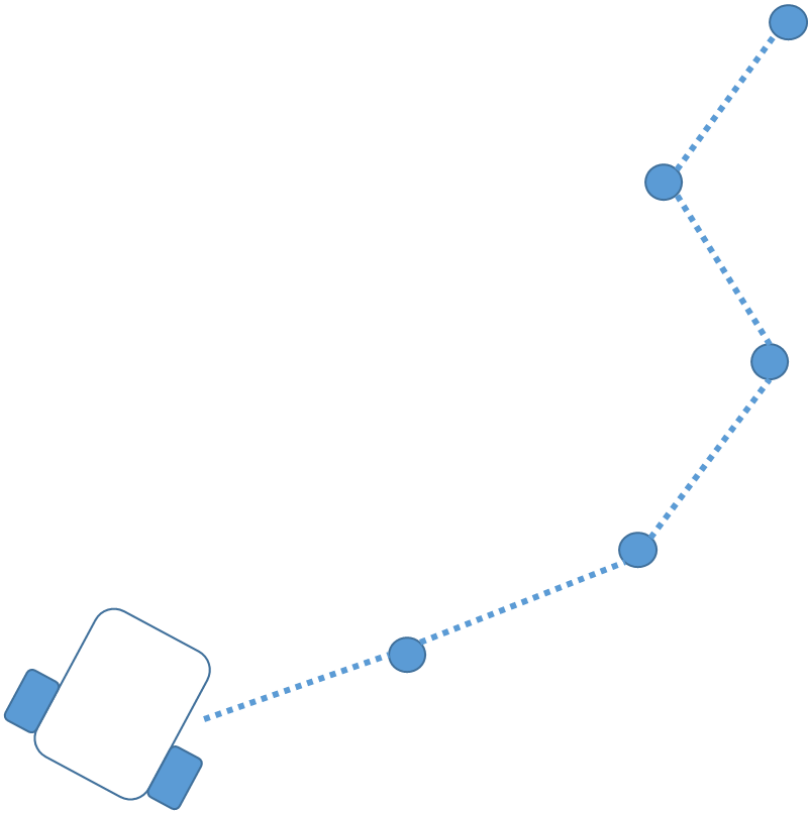


Figura 9. Navegación del RMR entre puntos de referencia.

Con el fin de implementar el RMR se emplea una estructura de *tracción diferencial*, que responde a la cinemática del uniciclo, pero con una construcción y control más sencillas. Este modelo de robot uniciclo se controla mediate la modulación de las velocidades angulares de sus ruedas actuadas (ver figura 10). Para utilizar la ley de control (5) en la regulación de postura de un RMR con tracción diferencial, es necesario calcular la velocidad angular de las ruedas izquierda y derecha ω_i y ω_d, respectivamente, lo cual se puede lograr a partir de las velocidades lineal y angular del robot uniciclo, el radio r de sus ruedas y la distancia d entre sus ruedas mediante la siguiente

transformación:

$$\begin{aligned} \omega_i &= \frac{v-\left(\frac{d}{2}\right)\omega}{r}, \\ \omega_d &= \frac{v+\left(\frac{d}{2}\right)\omega}{r} \end{aligned} \tag{6}$$

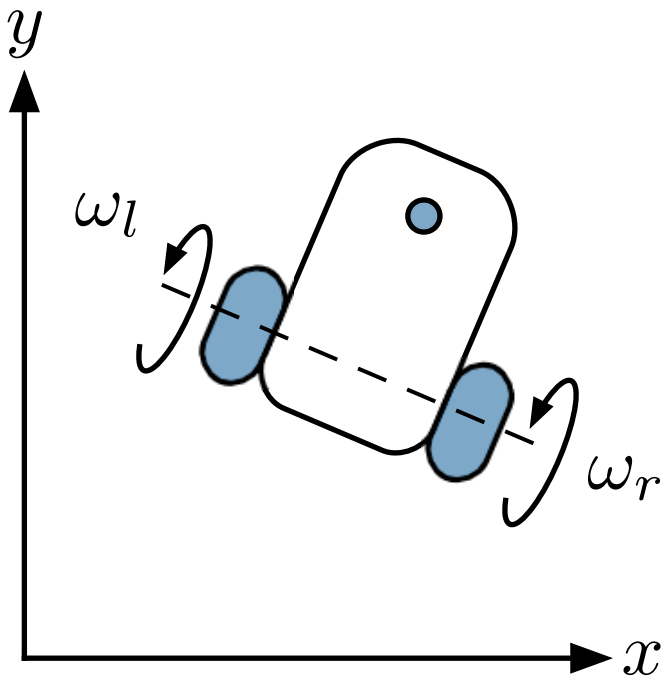


Figura 10. RMR con tracción diferencial.

2.3. Algoritmos de control para la generación de comportamientos colectivos auto-organizados

A continuación se presentan los algoritmos de control propuestos para la emergencia de los comportamientos colectivos en enjambres robóticos bajo estudio: agregación, movimiento coordinado, cita y búsqueda caótica. Todos los algoritmos se desarrollaron considerando que deben cumplir con las propiedades principales de un enjambre robótico, *escalabilidad, flexibilidad y robustez*. Adicionalmente, en todos los casos se sigue el enfoque de la auto-organización, de tal manera que en ningún algoritmo existe una topología de acoplamiento predefinida, permitiendo a los robots crearla según las condiciones presentadas en su entorno.

2.3.1. Comportamiento de agregación

Como se mencionó en el capítulo introductorio, el objetivo del comportamiento de agregación (ver figura 11), consiste en agrupar en una región del entorno a un conjunto de robots en principio dispersos (Brambilla *et al.*, 2013). Este comportamiento básico es fundamental, pues permite al grupo de robots acercarse a una distancia tal, que les permita interactuar entre ellos (Arvin *et al.*, 2014).

Considerando un enjambre de robots móviles con ruedas y capacidad limitada para sensar su distancia con otros robots, que se desplazan sobre una superficie finita y sin forma definida; la estrategia de control para lograr la emergencia de agregación, consiste en llevar a cada robot mediante la ley de regulación (5), al centroide del polígono formado por su posición, la posición del robot más cercano a él y la posición del robot más alejado, dentro de su área de sensado (ver figura 12). Para llevar a cabo esta tarea, cada robot se comporta según el algoritmo 1.

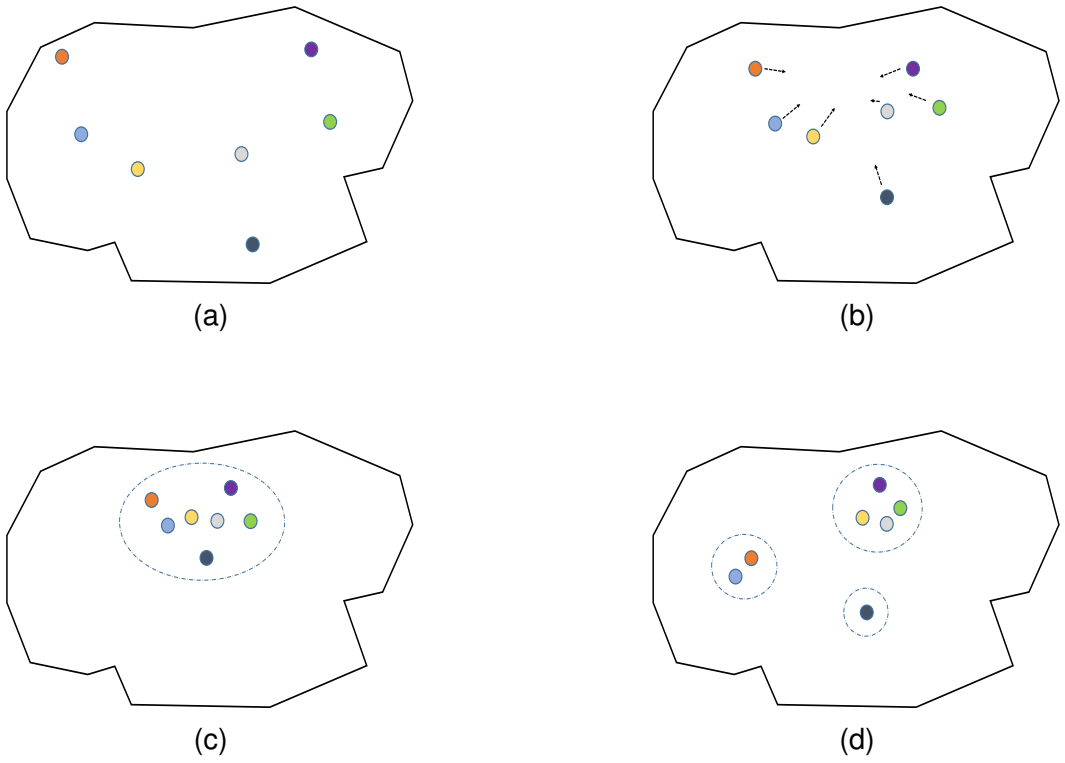


Figura 11. Comportamiento de agregación de un enjambre robótico: en principo los robots se encuentran dispersos (a), obedeciendo alguna regla buscan acercarse entre sí (b), dependiendo de las reglas de agregación, puede existir un solo conjunto de agregación (c), se pueden formar varios conjuntos de agregación, o incluso, pueden quedar algunos robots aislados (d).

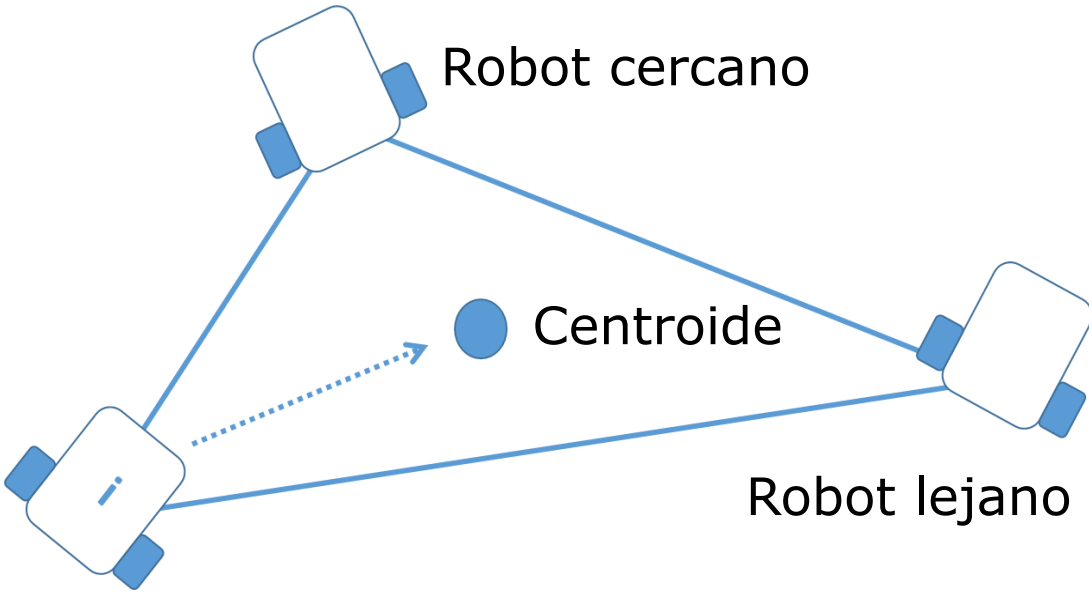


Figura 12. El $i-$ésimo robot del enjambre trata de llegar a la posición del centroide del polígono formado por sus distancias a los robots más cercano y alejado a él.

Algoritmo 1 Agregación auto-organizada

Procedimiento PARA EL $i-$ÉSIMO ROBOT:
ciclo:
  Calcular la distancia a todos los robots en su alcance
  $d_{prox} \leftarrow$ *distancia al robot más cercano*
  $d_{far} \leftarrow$ *distancia al robot más lejano*
  $x_d = \frac{x_i + x_{prox} + x_{far}}{3}$
  $y_d = \frac{y_i + y_{prox} + y_{far}}{3}$
  calcular ω_i *y* ω_d *con las eqs.* (5)-(6)
  ir a *ciclo*.

El algoritmo 1 para la agregación de un enjambre robótico pretende en cada iteración, que cada robot del enjambre busque un par de robots para generar su polígono, cabe destacar que los acoplamientos generados no son fijos, pues después de un periodo de muestreo, cada robot vuelve a calcular sus distancias con los demás robots y, debido al desplazamiento generado, pueden cambiar los robots más cercano y lejano de cada robot. Siguiendo la mencionada estrategia, la topología de acoplamiento de los robots es variante en el tiempo, privilegiando el esquema de auto-organización en los enjambres robóticos.

Es importante establecer, que el comportamiento de agregación consiste en la reducción de la distancia entre los robots; sin embargo, no considera la posición dentro del marco de referencia, entorno al cual, se agregan los robots. Otra consecuencia debida a la definición adoptada, es que no es posible determinar una distancia mínima en la que los robots se consideran reunidos. De tal

manera, es necesario establecer una regla para determinar la agregación de los robots.

Finalmente, la eficacia de esta estrategia recae en el radio de comunicación de cada robot, el cual, si es demasiado reducido, puede inducir a la formación de distintos conjuntos dispersos, o incluso se pueden presentar robots aislados.

2.3.2. Comportamiento de movimiento coordinado

Para que este comportamiento colectivo emerja en un enjambre robótico, se propone que los robots se desplacen como un convoy; exhibiendo un patrón en cadena, mientras siguen una trayectoria específica (ver figura 13). Para lograr esta formación en movimiento coordinado, se utiliza el concepto de *n-tráiler*, en el que un robot móvil *arrastra* un número arbitrario de tráileres, representados por más RMRs (ver figura 14) (Altafini, 2001). En este caso, existen dos controladores distintos: uno para el primer robot (análogo al tractocamión), el cual se encarga de seguir la trayectoria deseada, compuesta por una sucesión de posiciones deseadas en el marco de referencia, y otro controlador para los robots seguidores (tráileres), quienes buscan regular su posición a un punto de anclaje, que se encuentra a una distancia ℓ detrás del robot anterior a él (ver figura 15). Este punto constituye una analogía del punto en el que los tráileres son unidos con la máquina que los arrastra.

Para el robot móvil a la cabeza del convoy (figura 14), se utiliza el control de regulación de postura (5), en el cual, la posición deseada $\boldsymbol{q_d}(t) = (x_d(t), y_d(t))$ se calcula como una sucesión de puntos de referencia deseados, de tal forma que se presente alguna trayectoria específica, que cumpla con la restricción no holonómica (2) del robot móvil. Por tanto, la posición deseada del RMR se calcula mediante funciones variantes en el tiempo del tipo:

$$\begin{aligned} x_{d1} &= f\left(x, y, t\right), \\ y_{d1} &= f\left(x, y, t\right) \end{aligned} \tag{7}$$

Para los siguientes robots móviles del convoy, se utiliza el control de regulación de postura (5) con el fin de llevarlos al punto de anclaje del robot que debe ir frente a él en el desplazamiento. Esto se logra seleccionando la posición deseada para el $i-$ésimo robot como sigue:

$$\begin{aligned} x_{di}(t) &= x_{i-1}(t) + \ell \text{ sen } \left(\theta_{i-1} - \pi/2\right), \\ y_{di}(t) &= y_{i-1}(t) + \ell \text{ cos } \left(\theta_{i-1} - \pi/2\right) \end{aligned} \tag{8}$$

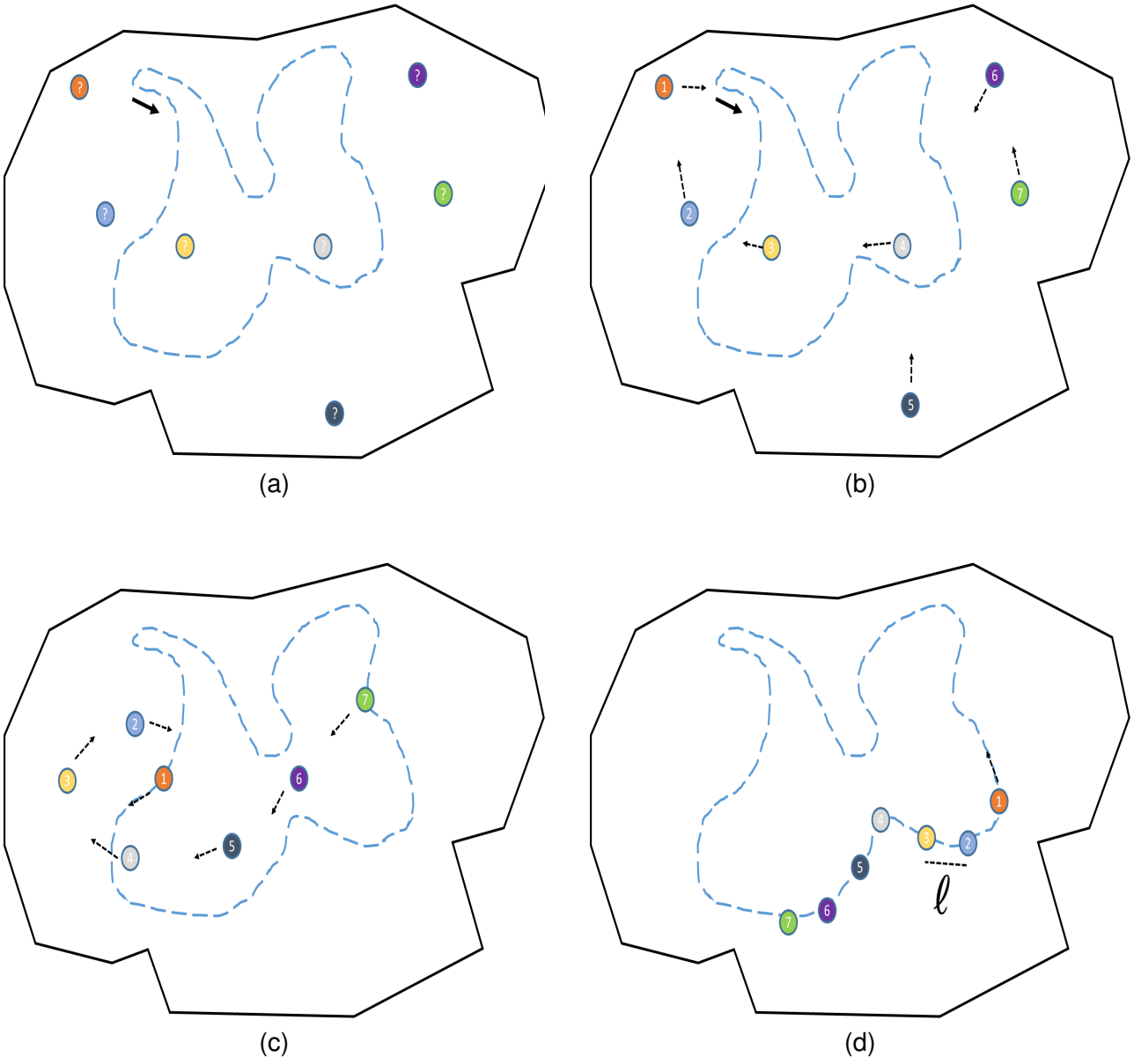


Figura 13. Movimiento coordinado en $n-$tráiler: primeramente, los robots se deben ordenar para exhibir la formación (a). El robot designado con el ID = 1, busca seguir la trayectoria deseada, mientras que los otros robots intentan alinearse detrás de otro (b). Mientras el robot 1 sigue la trayectoria, los demás robots continúan alineándose (c) hasta que se encuentran a una distancia ℓ entre ellos (d).

Cabe destacar, que para la auto-organización del enjambre, todos los robots tienen programados ambos comportamientos, es decir, pueden cumplir cualquiera de los dos roles, y es cuestión del grupo seleccionar al robot encargado de seguir la trayectoria deseada. Para tal efecto, cada RMR del enjambre ejecuta el algoritmo 2 para emergencia de movimiento coordinado, el cual se basa en las ecuaciones (7)-(8).

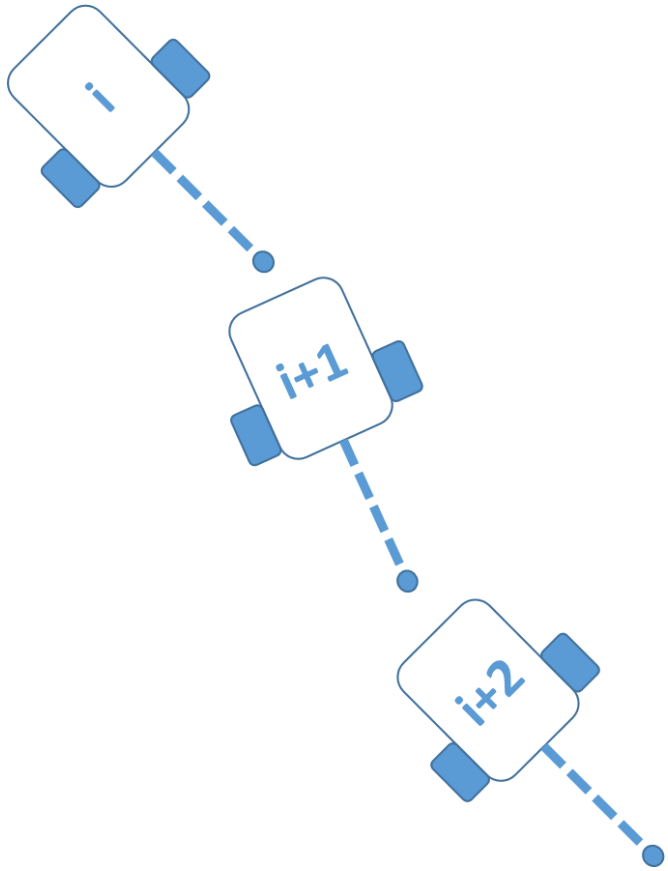


Figura 14. Estructura de $n-$tráiler, en la cual, los robots móviles buscan alinearse formando una cadena.

Es necesario remarcar que el algoritmo 2 para movimiento coordinado propuesto, permite utilizar cualquier algoritmo de consenso existente en la literatura para la ordenación inicial de los robots, pero en este caso, y tomando en cuenta la auto-organización del enjambre robótico, se seleccionó como regla de ordenación, la distancia inicial de los robots con el inicio de la trayectoria. De tal manera, que para la emergencia del movimiento coordinado en el enjambre considerado, todos los robots deben conocer (o poder medir) el inicio de la trayectoria en el instante $t = 0$. Posterior a la ordenación, la cual está sujeta a las distancias iniciales, solamente el robot más cercano a ese inicio de la trayectoria será el encargado de realizar el seguimiento.

El controlador (5) se utiliza para la regulación de postura, en otras palabras, cuando $\dot{x} = \dot{y} = \dot{\theta} = 0$. Debido a su simplicidad se desea saber si es posible utilizarlo para el seguimiento de trayectorias.

Aicardi *et al.* (1995) establecen que el principal problema de la aplicación de dicho controlador al seguimiento de trayectorias, reside en el cambio súbito de orientación deseada, ocasionada por

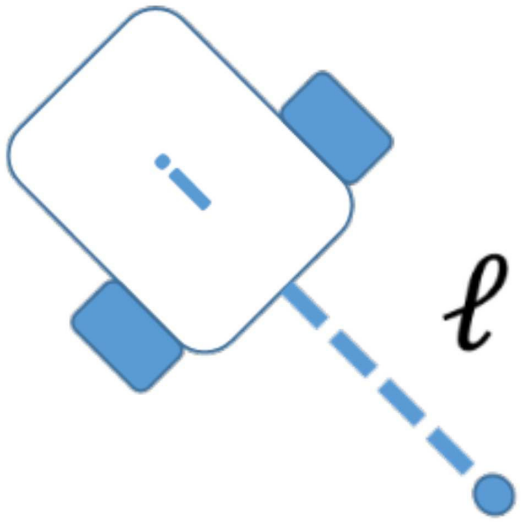


Figura 15. Punto de acoplamiento para el robot $i+1$ que se encuentra a una distancia ℓ del robot i.

una trayectoria mal diseñada. Este efecto deriva en un seguimiento erróneo de la trayectoria, pues el robot debe volver a orientarse antes de avanzar con velocidad lineal positiva, lo que puede inducir a maniobras fuera de la trayectoria. Si los cambios de orientación se realizan gradualmente, es posible encontrar que el error en el seguimiento será acotado, tal como se enuncia en el siguiente teorema.

Teorema 2.2 (Khalil (1996)) *Sea $D \in R^n$ un dominio que contiene el origen y $V : [0, \infty) \times D \to R$ sea una función continua diferenciable de tal forma que*

$$\alpha_1(||x||) \leq V(t,x) \leq \alpha_2(||x||) \tag{9}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial t} f(t,x) \leq -W_3(x), \qquad \forall \quad ||x|| \geq \mu > 0 \tag{10}$$

$\forall\, t \geq 0$ y $\forall\, x \in D$, donde α_1 y α_2 son funciones clase $\mathcal{K}$ y $W_3(x)$ es una función continua definida positiva. Seleccionando $r > 0$ tal que $B_r \subset D$ y suponiendo que

$$\mu < \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r)) \tag{11}$$

entonces, existe una función β de clase $\mathcal{KL}$ y para cada estado inicial $x(t_0)$, que satisfaga $||x(t_0)|| \leq \alpha_2^{-1}(\alpha_1(r))$, hay un tiempo $T \geq 0$ (que depende de $x(t_0)$ y de μ) tal que la solución de $\dot{x} = f(t,x)$

satisface

$$||x(t)|| \leq \beta(||x(t_0)||, t - t_0), \qquad \forall \quad t_0 \leq t \leq t_0 + T \tag{12}$$

$$||x(t)|| \leq \alpha_1^{-1}(\alpha_2(\mu)), \qquad \forall \quad t \geq t_0 + T \tag{13}$$

más aún, si $D = R^n$ *y* α_1 *pertenecen a la clase* $\mathcal{K}_\infty$*, entonces (12) y (13) se mantienen para cualquier estado inicial* $x(t_0)$*, sin restricción alguna por la magnitud de* μ*.*

Para este caso, considerando que los robots móviles se desplazan en una superficie finita, con una distancia máxima ρ_{max} del robot móvil con respecto a cualquier punto dentro del plano de trabajo. Es importante remarcar, que en la transformación a coordenadas polares, el error de posición esta dado por el estado ρ, mientras que el error de orientación es dado por el estado γ. Se tiene que

$$V(t_0) \leq \frac{1}{2}\left(\rho_{max}^2 + 8\pi^2\right) \tag{14}$$

donde $r = \rho_{max}^2 + 8\pi^2$. Si se considera $x = [\rho \quad \gamma]$, se define

$$W_3(x) = x^T \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} x \tag{15}$$

con eso se asegura que $\dot{V}(t) \leq -W_3(x)$, $\forall\ t > t_0$. Si el robot móvil se encuentra cerca de la trayectoria deseada, debido a la naturaleza del controlador se tiene que $\gamma, \delta < \frac{\pi}{2}$ y para el caso de los robots seguidores del pelotón $\rho \to \ell$. De tal forma, es posible definir la cota $\mu < r$, de tal forma que se satisfaga

$$||x|| \leq k_1\ell^2 + k_2\pi^2/4 \tag{16}$$

Algoritmo 2 Movimiento coordinado auto-organizado

Procedimiento PARA EL $i-$ÉSIMO ROBOT:
Calcular la distancia con el punto de inicio de la trayectoria
Comparar su distancia con la distancia de los otros robots en su alcance
$robot_{id} \leftarrow$ *asignado de menor a mayor distancia con el punto de inicio de la trayectoria*
ciclo:
si $robot_{id} = 1$ **entonces**
$x_d(t) \leftarrow$ *depende de la trayectoria*
$y_d(t) \leftarrow$ *depende de la trayectoria*
en otro caso
$x_{d_{id}}(t) = x_{d_{id-1}}(t) + \ell$ sen $(\theta_{id-1} - \pi/2)$
$y_{d_{id}}(t) = y_{d_{id-1}}(t) + \ell$ cos $(\theta_{id-1} - \pi/2)$
calcular ω_i *y* ω_d *con las eqs.*(5)-(6)
ir a *ciclo*.

2.3.3. Comportamiento de cita

Con respecto al comportamiento de cita, en la literatura existen diferentes definiciones del problema, pero en este trabajo de tesis, se considera como la tarea en la que un grupo de vehículos debe *arribar simultáneamente* a un lugar específico, conocido (o negociado) previamente por todos los vehículos del enjambre (ver figura 16) (Wei Ren *et al.*, 2005, 2007; Kranakis *et al.*, 2006).

Si t_{si} representa el tiempo de asentamiento del $i-$ésimo robot, la cita en un enjambre de N robots móviles se logra si,

$$t_{si} = t_{cita}, \quad \text{si } (x_{di}, y_{di}) = (x_{cita}, y_{cita}), \quad \text{con } i = 1, 2, .., N. \tag{17}$$

En este trabajo de tesis, la estrategia para lograr el comportamiento de cita en un enjambre robótico, consiste en *amplificar y atenuar* las entradas de control v y ω del controlador de regulación (5) mediante una *ganancia variable*. La cual está en función de la distancia ρ al punto de cita del propio robot móvil y algún otro, seleccionado mediante el algoritmo propuesto. Con tal motivo, se considera que los RMRs se desplazan en un área de trabajo finita, en la cual, la distancia del robot desde cualquier punto, hacia el punto de cita es acotada por ρ_{max}.

En favor de clarificar la estrategia propuesta, y sin pérdida de generalidad, se ilustra primeramente el caso de un enjambre formado por dos robots móviles. De tal forma que el objetivo es el arribo simultáneo de los robots móviles i y j al punto de cita. En este supuesto, la ganancia K_{cita_i} correspondiente al $i-$ésimo robot se obtiene como

$$K_{cita_i} = 1 + \left(\frac{\rho_i - \rho_j}{\text{máx}\left(\rho_i, \rho_j\right)} \right) \tag{18}$$

en la cual ρ_i y ρ_j representan la distancia de los robots i y j con el punto de cita, correspondientemente. De tal forma que, el controlador (5) se modifica de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} v_i \\ \omega_i \end{bmatrix} = K_{cita_i} \begin{pmatrix} k_1 \rho_i \cos\gamma_i \\ k_2\gamma_i + k_2 \frac{\text{sen}\,\gamma_i \cos\gamma_i}{\gamma_i} \left(\gamma_i - k_3\delta_i\right) \end{pmatrix} \tag{19}$$

En (18) se observa que la ganancia $K_{cita_i} \in [0, \rho_{max}]$ y funciona de la siguiente manera: si $\rho_i > \rho_j$, las velocidades del robot i se amplifican pues, $1 < K_{cita_i} \leq 2$. Mientras que para el robot j

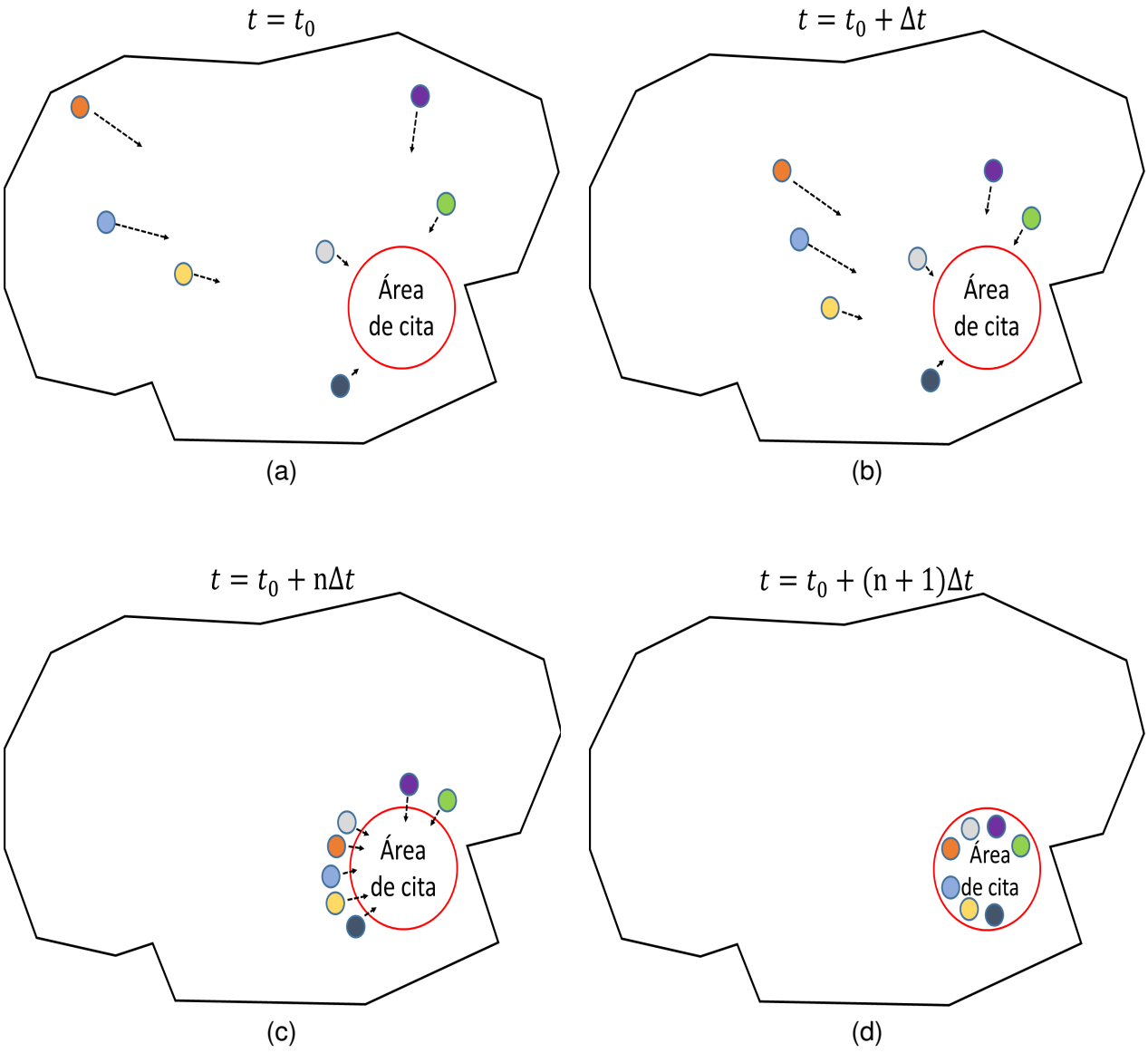


Figura 16. Cita de un enjambre robótico: un conjunto de robots dispersos regulan su posición a un área de cita conocida previamente (a). Los robots más lejanos al área de cita se acercan más rápido, mientras los más cercanos desaceleran para esperarlos (b), en cierto instante de tiempo, todos los robots se encuentran en la frontera del área de cita (c), mientras que al siguiente instante, todos los robots cruzan el área de cita simultáneamente (d).

las velocidades se atenúan con una ganancia $0 \leq K_{cita_j} < 1$. Para el caso $\rho_i = \rho_j$, las ganancias de cita para ambos robots son $K_{cita_i} = K_{cita_j} = 1$. Considerando el caso más extremo, $\rho_i = \rho_{\text{máx}}$ y $\rho_j = 0$, se tienen las ganancias $K_{cita_i} = 1$ y $K_{cita_j} = 0$.

Para aplicaciones prácticas, la definición de reunión en un punto deseado pierde sentido, de tal manera, en su lugar, se considera una *zona de cita* circular, centrada en el punto de cita y con

radio $r_{cita} > 0$ donde los robots que se encuentren a una distancia menor a r_{cita} con respecto al punto de cita, se consideran dentro de la zona de cita y por tanto, han alcanzado la posición deseada. Mediante el teorema 2.2, se puede demostrar que los robots móviles llegan en tiempo finito a la zona de cita.

Al igual que en el caso del movimiento coordinado, es posible definir conjuntos en los que se desenvuelven las trayectorias de x y de $V(x)$, además, según el teorema 2.2, es posible llegar en tiempo finito al conjunto $B_\mu = \{x \in B_\mu |\ ||x|| < \mu\}$. Por tanto, es posible definir

$$\mu = r_{cita}^2 + \frac{\pi^2}{4}. \tag{20}$$

Con el propósito de lograr la cita en un enjambre con más de dos RMRs, Se emplea la misma ganancia K_{cita_i} dada en (18), pero es necesario una estrategia para crear diferentes parejas de robots acoplados. De tal forma, tomando en cuenta las propiedades de los enjambres auto-organizados, en cada iteración del algoritmo, los robots móviles buscan una pareja entre los robots en su margen de sensado, para calcular su ganancia de cita. Si el promedio de distancias entre el robot móvil y el que tiene menor distancia a él es menor a un umbral d_{lim}, dicho robot más cercano se convierte en la pareja del robot móvil para calcular su ganancia de cita K_{cita_i}. En caso contrario, el robot móvil calcula su ganancia tomando como pareja al robot que se encuentra más alejado a él. Cabe destacar que en cada iteración, las distancias entre los robots puede variar, por tanto, las parejas que se formaron en una iteración anterior no necesariamente se presentarán de nuevo, de tal manera que la topología de acoplamiento de la red de robots varía con el tiempo. Para lograr la cita, cada robot móvil se comporta según el algoritmo 3 para la emergencia de cita.

Algoritmo 3 Cita auto-organizada

Procedimiento PARA EL $i-$ÉSIMO ROBOT:
ciclo:
  Calcular la distancia a todos los robots en su alcance
  $\rho_i \leftarrow$ *distancia entre el robot* i *y el punto de cita*
  $\rho_j \leftarrow$ *distancia entre el robot más cercano y el punto de cita*
  si $\frac{\rho_i+\rho_j}{2} < d_{lim}$ **entonces**
    $\rho_j \leftarrow$ *distancia entre el robot más alejado y el punto de cita*
  $K_{cita_i} = 1 + \left(\frac{\rho_i-\rho_j}{\max(\rho_i,\rho_j)}\right)$
  calcular ω_i *y* ω_d *con las eqs.* (6) *y* (19)
  ir a *ciclo*.

2.3.4. Comportamiento de búsqueda caótica

Para la emergencia de la búsqueda caótica, se propone utilizar el mapa de Hénon como sistema caótico además de utilizar una técnica de dispersión y rescalamiento para aprovechar el intervalo completo de velocidades angulares de entrada comprendidas entre ω_0 y ω_{max}. Una consideración importante es lograr que los robots se mantengan dentro del área de trabajo, debido a esto, se propone agregar una técnica conocida como mapeo espejo (Nakamura Sekiguchi, 2001) para que los robots *reboten* en los límites del área de trabajo cada vez que se acerquen a ellos. Con el fin de que un grupo de robots realice búsqueda caótica hasta encontrar un objetivo específico dentro del espacio de trabajo se debe ejecutar el algoritmo 4 para búsqueda caótica.

En el algoritmo para generar el comoprtamiento colectivo de búsqueda caótica, se propone que las entradas del robot móvil con tracción diferencial, las velocidades angulares de sus ruedas, ω_d y ω_i sean las correspondientes a los estados del mapa caótico de Hénon, los cuales, son determinados por las siguientes ecuaciones no lineales en diferencias (Hénon, 1976):

$$\begin{aligned} x_h(n+1) &= 1 - ax_h^2(n) + y_h(n), \\ y_h(n+1) &= bx_h(n) \end{aligned} \tag{21}$$

que con $a = 1.4$ y $b = 0.3$ presenta comportamiento caótico. Después de rescalar las salidas del mapa caótico en el intervalo de valores efectivos de velocidades angulares de los robots, este se moverá de manera caótica sobre la superfice de trabajo. La siguiente parte es detectar si se encuentra cerca de los límites del entorno para aplicar la estrategia del mapeo espejo.

2.4. Conclusiones del capítulo

En esta sección, se presentaron los algoritmos para la emergencia de los distintos comportamientos colectivos de interés para este trabajo de tesis. En los casos de agregación, movimiento coordinado y cita se emplea la ley de control para regulación de postura mostrada. En el caso de movimiento coordinado, es posible cambiar esa ley de control por una de seguimiento de trayectorias, con el fin de reducir el error de seguimiento. No obstante, se decidió emplear la ley de control en cuestión debido a su simplicidad, ya que no es necesario que los robots tengan acceso a variables complicadas de medir, como la velocidad de los robots. De esta manera, se privilegia la austeridad en la construcción de los robots.

Algoritmo 4 Búsqueda caótica

Procedimiento PARA CADA ROBOT:
ciclo:
Cálculo mapa de Hénon:
$x_h(n+1) = 1 - ax_h^2(n) + y_h(n)$
$y_h(n+1) = bx_h(n)$
asignación de velocidades:
$\omega_d(n) = x_h(n)$
$\omega_i(n) = y_h(n)$
Dispersión y rescalamiento
$\omega_d(n) = (\textit{floor}[(\omega_d(n) - \textit{floor}(\omega_d(n))) \times 1000 \times v_max])/1000$
$\omega_i(n) = (\textit{floor}[(\omega_i(n) - \textit{floor}(\omega_i(n))) \times 1000 \times v_max])/1000$
Mirror Mapping:
si MirrorMappingFlag==1 **entonces**
  si MirrorSteps≥StepsMax **entonces**
    MirrorMapingFlag=0, FirstNearEdgeFlag=0, MirrorSteps=0
  en otro caso
    MirrorSteps++
en otro caso
  si abs($x(n)$)+$2r_{robot} > x_{lim}$——$y(n)$)+$2r_{robot} > y_{lim}$ **entonces**
    si FirstNearEdge==0 **entonces**
      FirstNearEdgeFlag=1
      $\omega_{dm} = \omega_d$
      $\omega_{im} = \omega_i$
      $n_{turns} = 0$
    Asignación giro:
      si abs(ω_{dm})¿abs(ω_{im}) **entonces**
        $\omega_d = +\omega_v$
        $\omega_i = -\omega_v$
      en otro caso
        $\omega_d = -\omega_v$
        $\omega_i = +\omega_v$
    en otro caso
      si $n_turns > turns90$ **entonces**
        MirrorMappingFlag=1
      en otro caso
        goto asignación giro
  saturación ω_d, ω_i
  si goalFound==1 **entonces**
    $R_{goal} = Robot_i$
    mode=cita
  ir a *ciclo*.

En todos los casos, se consideraron las características principales de los enjambres robóticos, privilegiando la escalabilidad del algoritmo. La auto-organización en cada enjambre que ejecute alguno de los algoritmos también presenta flexibilidad y robustez.

El algoritmo de búsqueda caótica es un poco diferente a los demás, en este caso, el control del desplazamiento del robot se realiza en lazo abierto, obteniendo sus valores de un mapa caótico. La cuestión más desafiante en este algoritmo, reside en mantener a los robots dentro del área de trabajo, lo cual se realiza empleando la estrategia de mapeo espejo donde los robots “rebotan” en los límites del área.

Como comentario final, en ninguno de los algoritmos se considera alguna estrategia para evasión de obstáculos. En las implementaciones futuras debe ser una cuestión importante a considerar, para salvaguardar la integridad de los robots móviles.

En los siguientes capítulos se presentan los resultados obtenidos de la aplicación de estos algoritmos, tanto de manera numérica como experimentalmente.

Capítulo 3. Resultados numéricos

Las simulaciones numéricas para la evaluación de los algoritmos de control propuestos en esta tesis doctoral, para la generación de los comportamientos colectivos: agregación, movimiento coordinado, cita y búsqueda caótica, fueron llevadas a cabo con el software computacional Matlab. En los comportamientos de agregación y cita se presentan los resultados de enjambres formados con 5 y hasta 100 *RMRs*, con el fin de evaluar la propiedad de escalabilidad de los algoritmos, mientras que para las simulaciones correspondientes al movimiento coordinado, se presentan resultados a enjambres formados de 5 y 10 *RMRs*. Para todos los casos se consideran posturas iniciales aleatorias.

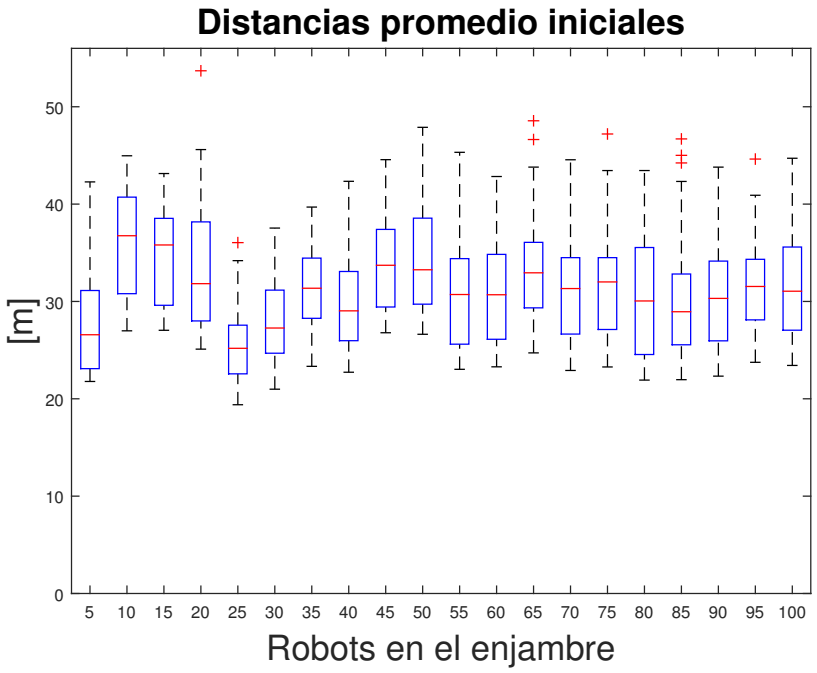
3.1. Comportamiento de enjambres en agregación

En este caso, el algoritmo de control para la emergencia del comportamiento de agregación se iteró 2 000 veces para cada enjambre robótico, con un periodo de muestreo $t_s = 0.22$ s. De acuerdo al algoritmo 1, cada robot del enjambre calcula su distancia con respecto a los otros *RMRs* dentro de su radio de sensado. Recordando que el objetivo principal del algoritmo de control 1, es la reducción de la distancia entre los robots. En la figura 17(a) se muestra mediante un diagrama de cajas, una comparación de las distancias promedio iniciales de los robots móviles del enjambre, mientras que en la figura 17(b) se observa la disminución de la distancia promedio entre los *RMRs*, después de ejecutar el algoritmo de agregación para los diferentes tamaños de enjambres.

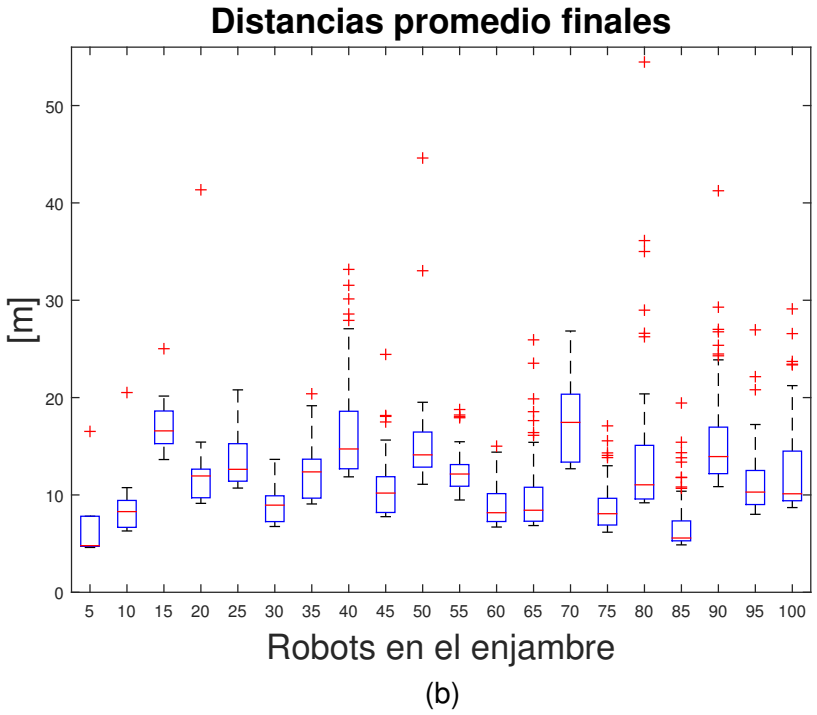
Se han empleado diferentes métricas reportadas en la litaratura para evaluar el desempeño de los algoritmos para la emergencia de agregación en enjambres robóticos. En particular, en este trabajo doctoral, se consideran dos, el *tamaño esperado de grupo* (*TEG*) y la *distancia total* (*DT*) (Soysal Sahin, 2005). El *TEG* utiliza un umbral T_{close} para determinar a los robots dentro del mismo agregado. Los robots con una distancia menor a T_{close} son considerados vecinos. Si $dist(R_i, R_j)$ denota la distancia entre el $i-$ésimo y el $j-$ésimo *RMR*, la relación de vecindad entre robots está definida como sigue,

$$Neigh(R_i, R_j) = \begin{cases} 1 & \text{si} \quad dist(R_i, R_j) < T_{close} \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}, \tag{22}$$

mediante este vecindario, se puede definir el tamaño de grupo para cada robot, donde $size(R_i)$ representa al número de robots que pertenecen al grupo del robot $i-$ésimo. Con este tamaño de



(a)



(b)

Figura 17. Simulación numérica del algoritmo de agregación para enjambres de *RMRs*. (a) Distancias promedio iniciales entre los robots. (b) Distancias promedio entre los robots después de 2 000 iteraciones del algortimo para todos los tamaños de enjambre.

grupo, se puede obtener el TEG como el promedio de los tamaños de grupo de cada robot en un enjambre de N robots de la siguiente manera,

$$TEG = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} size^2(R_i). \tag{23}$$

En la figura 18 se puede observar el TEG para cada tamaño de enjambre robótico considerado. Considerando $T_{close} = 1$ m. Al inicio de la simulación, todos los robots del enjambre se encuentran dispersos en el plano de trabajo, por tanto, $TEG = 1$ para cada robot. Se observa como el TEG aumenta después de la ejecución del algoritmo en cada uno de los enjambres.

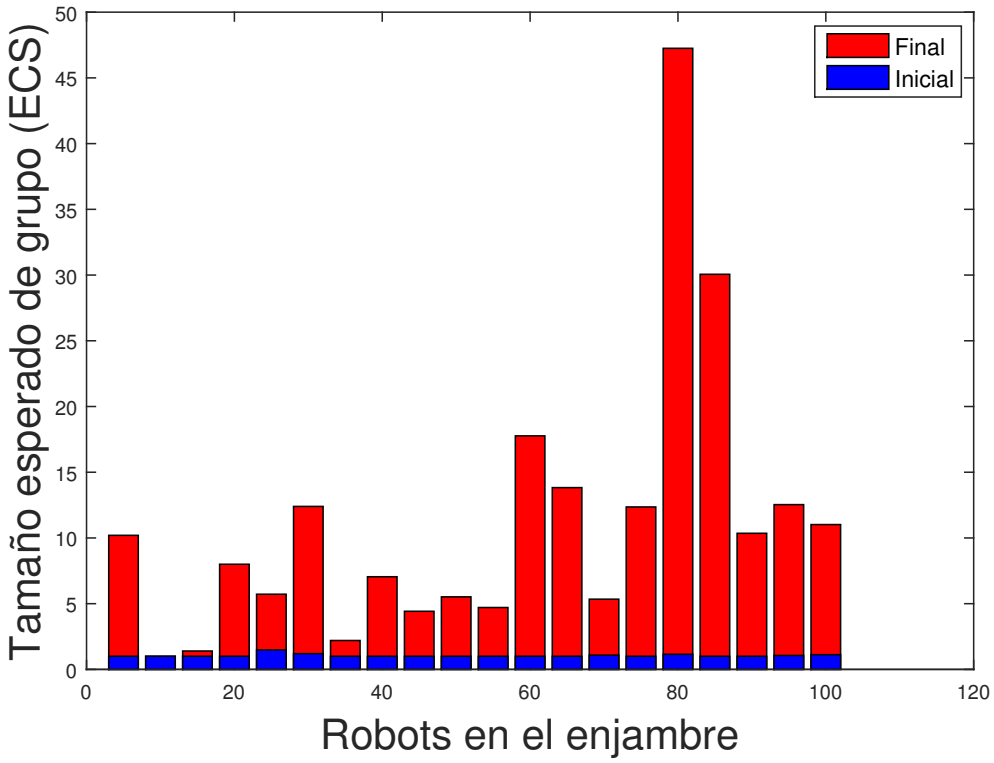


Figura 18. Tamaño esperado de grupo TEG en los diferentes tamaños de enjambre.

La otra métrica tomada de la literatura, es la distancia total DT, la cual cuantifica la distancia entre cada par de robots en los enjambres. Esta métrica utiliza una distancia negativa para enfatizar que un valor alto corresponde a un mejor agrupamiento. La DT para un enjambre formado por N *RMRs* se define como

$$DT = -\sum_{i=1}^{N} \sum_{j=i+1}^{N} dist(R_i, R_j). \tag{24}$$

Esta métrica es preferible si lo que interesa es información espacial. La figura 19 muestra la distancia total entre los robots para enjambre considerado. Se observa que la distancia decrese considerablemente después de la ejecución del algoritmo para la emergencia de agregación.

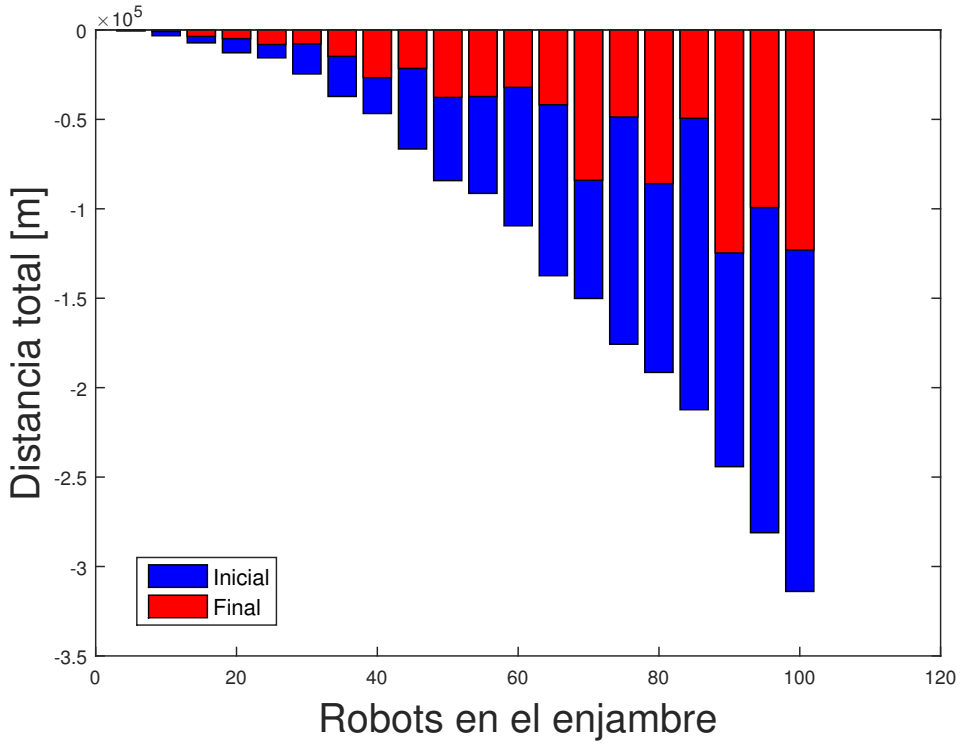


Figura 19. Distancia total inicial (azul) y final (rojo) entre los robots para cada tamaño de enjambre robótico considerado.

Debido a la naturaleza del algoritmo de agregación, algunos robots pueden quedar aislados del agregado principal (el grupo con mayor cantidad de robots) si el radio de sensado de los robots es muy limitado, dando lugar a la formación de agregados secundarios en el enjambre. Contrario a la filosofía del TEG, es complicado delimitar el radio del área correspondiente al agregado principal, de tal manera que, en este trabajo de tesis doctoral, se propone la siguiente métrica para determinar la cantidad de robots móviles pertenecientes al agregado principal: utilizar el promedio de las distancias medias de cada robot con los demás en el enjambre como umbral, para delimitar a los miembros del agregado principal. Por tanto, el umbral de distancia d_{Agg} se obtiene como

$$d_{Agg} = \frac{1}{n}\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{1}{n-1}\sum_{i=1,i\neq j}^{n} d_{ji}\right) \tag{25}$$

con $d_{ji} = \left[(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2\right]^{1/2}$.

De tal forma, si un robot tiene una distancia media a los demás robots del enjambre, menor a d_{Agg}, es considerado miembro del agregado principal. En la figura 20 se observa el porcentaje de RMRs que pertenecen al agregado principal de cada enjambre evaluado, según la métrica empleada.

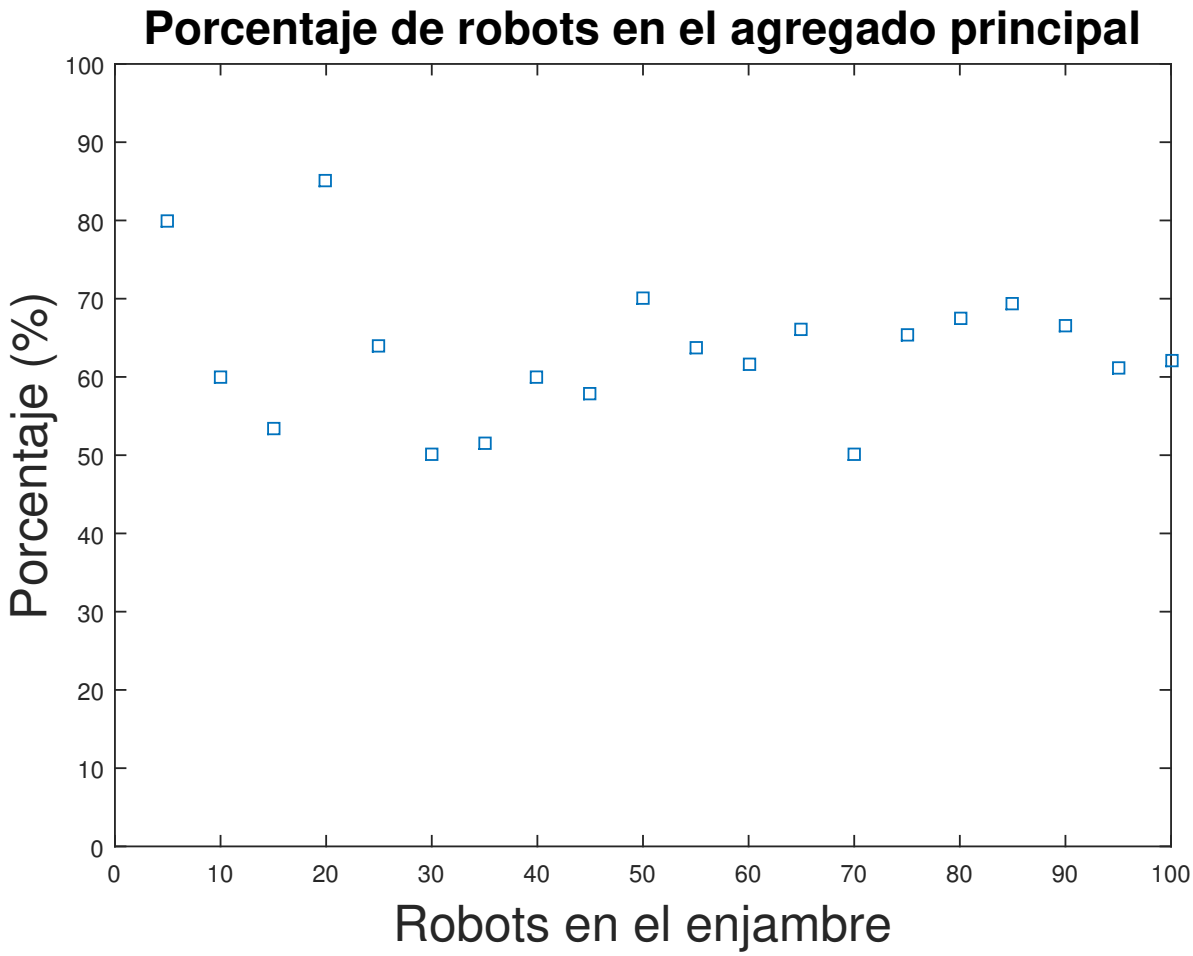
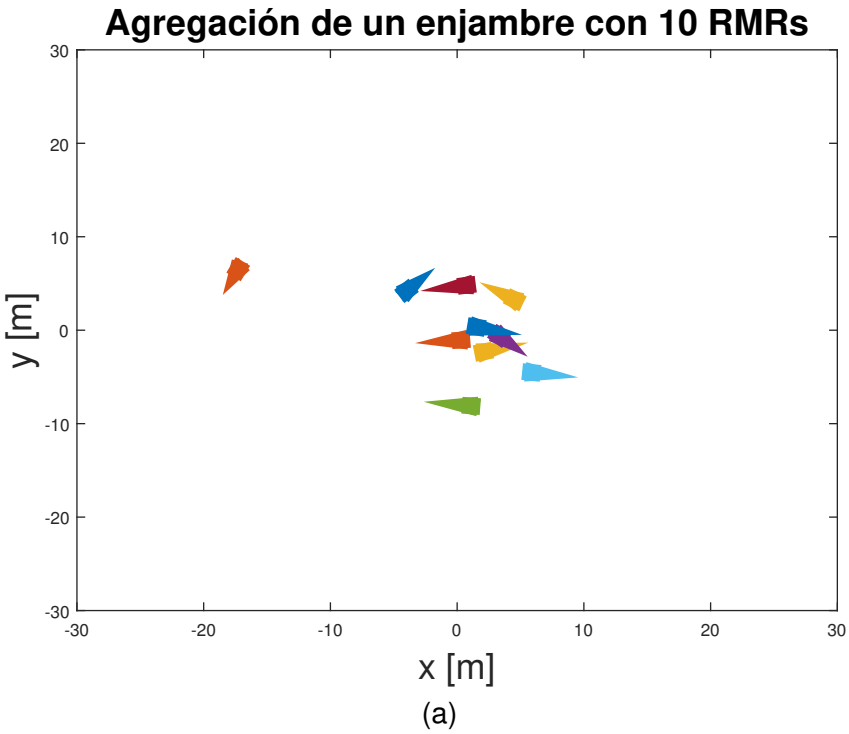
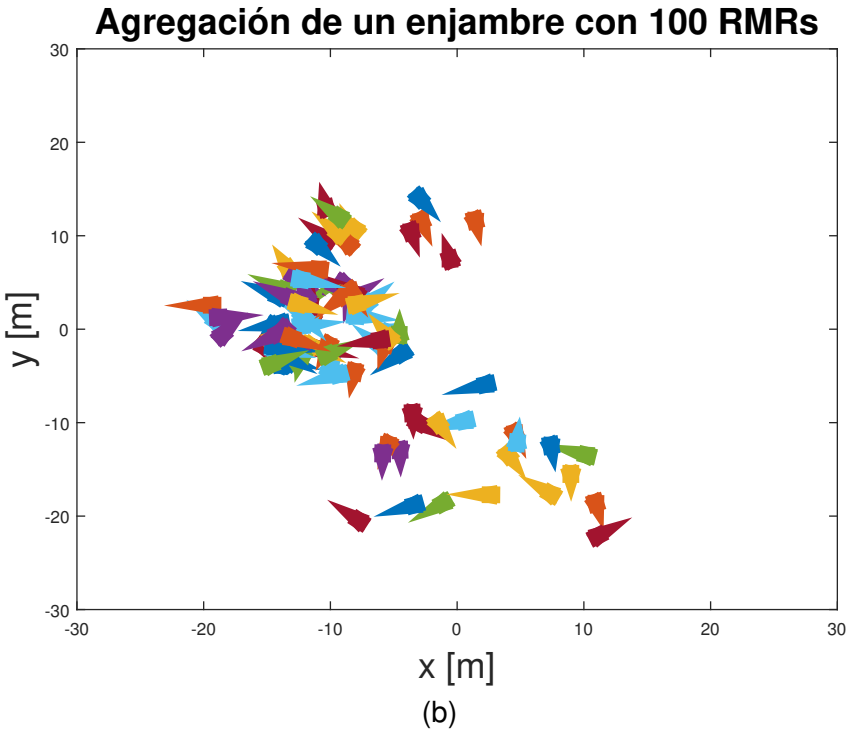


Figura 20. Porcentaje de RMRs pertenecientes al agregado principal para diferentes tamaños de enjambres robóticos.

De manera ilustrativa, la figura 21(a) muestra el resultado de agregación de un enjambre formado por 10 *RMRs*. En este caso, el agregado principal está formado por 7 robots, mientras que los 3 *RMRs* restantes del enjambre se encuentran dispersos en el plano de trabajo. Se observa que dos de los robots aislados se encuentran cerca del agregado principal. Por otra parte, la figura 21(b) muestra la distribución de los robots después de ejecutar el algoritmo de agregación en un enjambre robótico formado por 100 *RMRs*. Se puede apreciar la formación de un agregado principal, y dos agregados más. Según la figura 20 en este caso, el agregado principal consta de alrededor de 60 robots móviles.



(a)



(b)

Figura 21. Posiciones de los robots después de la ejecución del algoritmo propuesto para la emergencia de la agregación en un enjambre de (a) 10 robots y (b) 100 *RMRs*.

Como ejemplo de la aplicación de la métrica empleada, en la figura 22 se aprecia la distancia media de cada robot con los demás en el enjambre formado por 10 *RMRs*. Se destaca el promedio de las distancias medias, o d_{Agg} con la cual, se clasifican a los robots que pertenecen al agregado principal del enjambre.

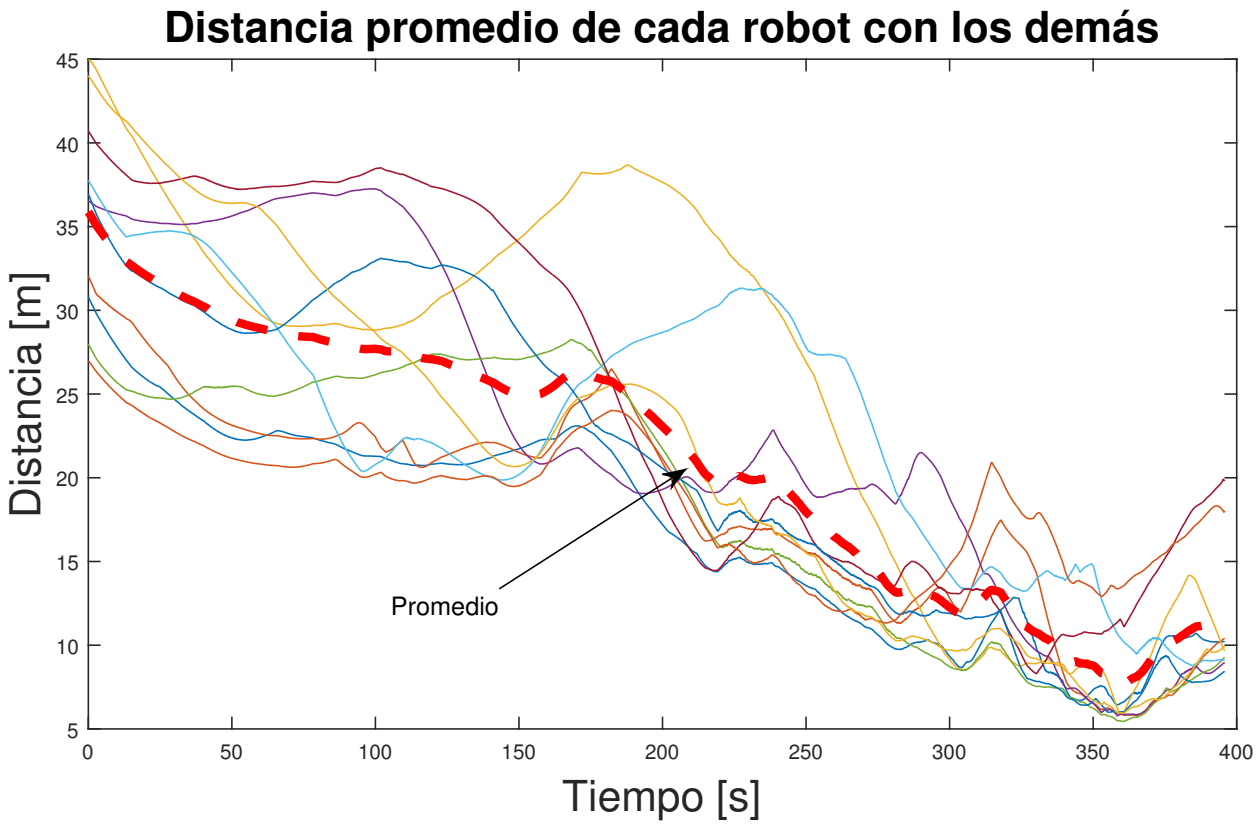


Figura 22. Distancia media de los robots del enjambre de 10 *RMRs* a través del tiempo. La línea punteada corresponde al promedio de dichas distancias medias.

3.2. Comportamiento de enjambres en movimiento coordinado

Las simulaciones numéricas pertinentes a la aplicación del algoritmo 2 para la emergencia de movimiento coordinado, se llevaron a cabo con 2 000 iteraciones y el mismo periodo de muestreo de 0.22 s del caso anterior. La distancia deseada entre robots del enjambre se seleccionó arbitrariamente como 0.5 m.

Los robots se desplazan siguiendo dos trayectorias propuestas: (a) Una circular y (b) una lemniscata de Gerono con frecuencia de $2\pi/200$ rad y un radio de 20 m para ambas trayectorias. Los enjambres considerados están formados por 5 y 10 *RMRs*.

De manera ilustrativa, se presentan las posiciones de los *RMRs* en distintos instantes de tiempo, tanto para el enjambre de 5 robots siguiendo la trayectoria de lemniscata (ver figura 23) como en el caso del enjambre de 10 *RMRs* describiendo la trayectoria circular (ver figura 24). En ambas figuras, la línea punteada corresponde a la trayectoria deseada.

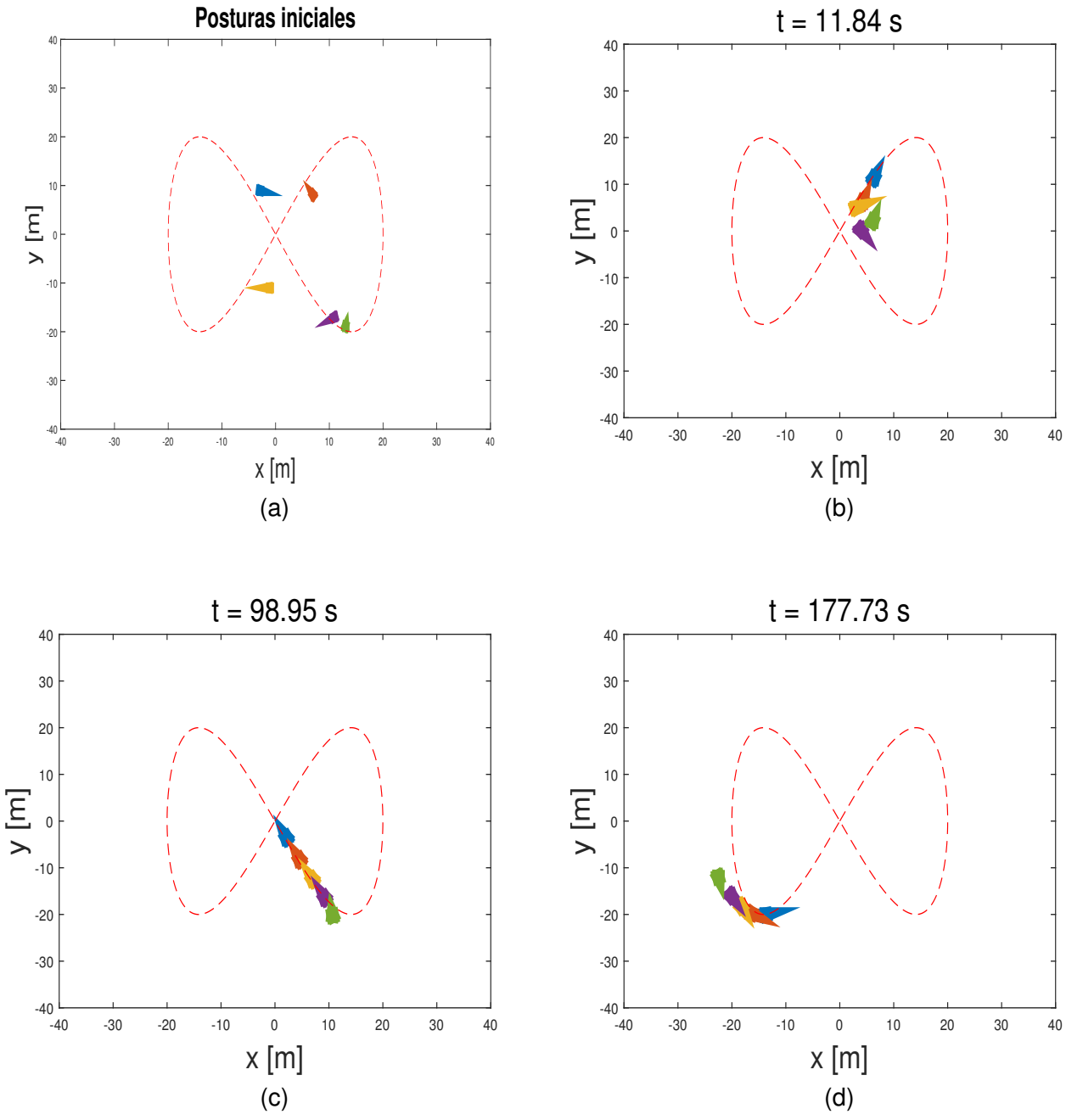


Figura 23. Movimiento coordinado. Posturas de los 5 robots del enjambre siguiendo la trayectoria en forma de lemniscata de Gerono. Las posturas suceden en: (a) $t = 0$ s, (b) $t = 11.84$ s, (c) $t = 98.95$ s y (d) $t = 177.73$ s.

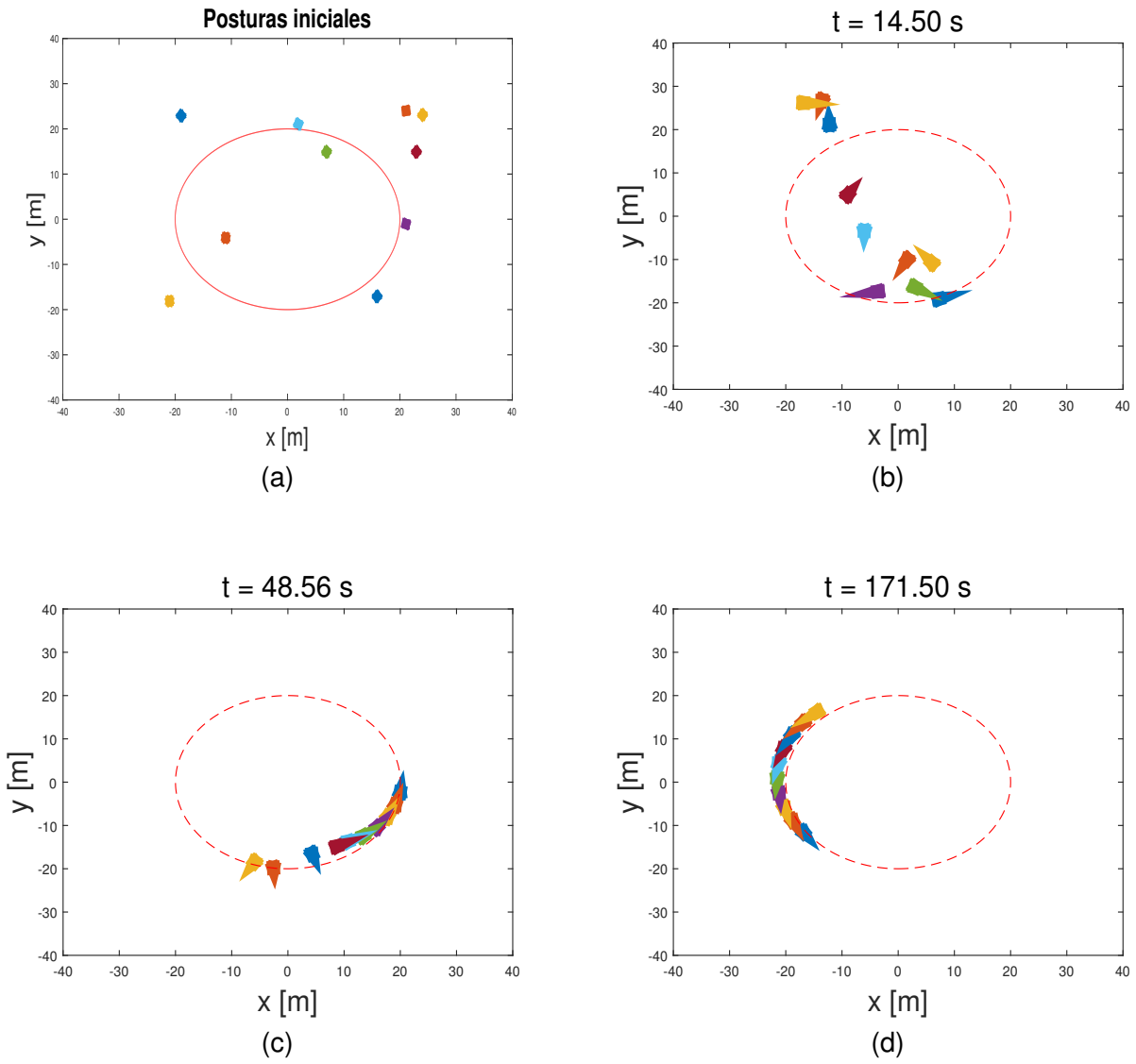


Figura 24. Movimiento coordinado de un pelotón de 10 *RMRs* siguiendo una trayectoria circular. Las posturas corresponden a: (a) inicial, (b) $t = 14.50$ s, (c) $t = 48.56$ s y (d) $t = 171.50$ s.

En la figura 25 se observan las trayectorias descritas por todos los robots en cada una de las simulaciones propuestas, para el enjambre formado por 5 *RMRs* siguiendo una trayectoria circular y una lemniscata de Gerono, así como para las mismas trayectorias en un enjambre formado por 10 robots móviles. Cabe destacar que al incrementarse tanto la complejidad de la trayectoria, pero sobre todo el número de robots en el enjambre, se vuelve más complicado organizar al grupo para la exhibición de la formación en cadena. Debido a esto, en las simulacones para 10 *RMRs* se aprecian las trayectorias que describieron los robots antes de poder exhibir la formación en cadena para seguir la trayectoria deseada.

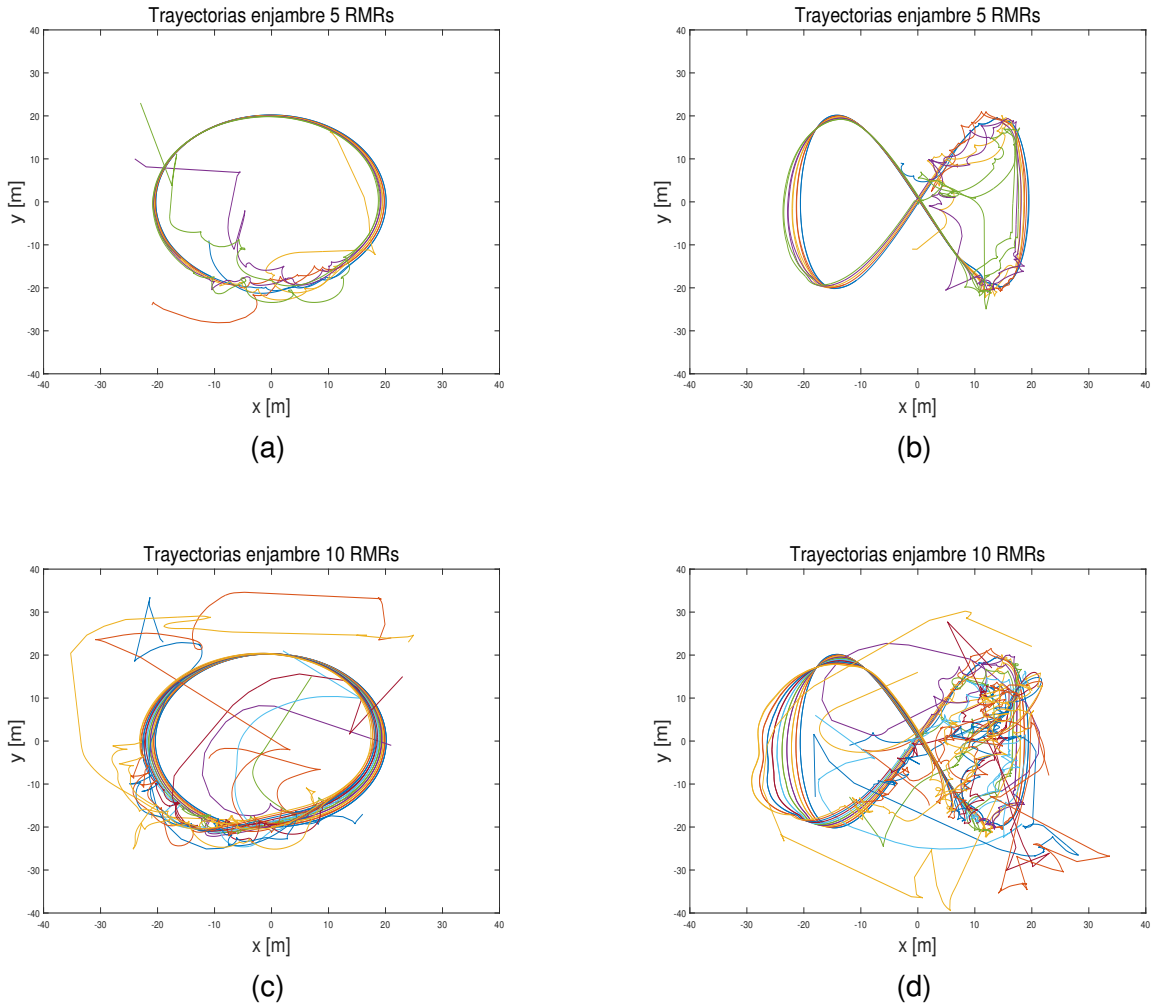


Figura 25. Movimiento coordinado. Trayectorias descritas por todos los robots en los diferentes escenarios simulados. Para el enjambre de 5 *RMRs* siguiendo las trayectorias (a) circular y (b) lemniscata de Gerono y para el enjambre de 10 *RMRs* describiendo las trayectorias de (c) circular y (d) lemniscata de Gerono.

3.3. Comportamiendo de enjambres en cita

En el caso del comportamiento de los enjambres en cita, las simulaciones correspondientes al algoritmo 3 propuesto, consisten en 2 000 iteraciones para cada enjambre, comenzando con 5 elementos y aumentando en cinco unidades hasta alcanzar un tamaño de enjambre de 100 *RMRs*. Para que todos los robots se consideren reunidos, se considera una zona circular alrededor del punto de cita, con radio seleccionado arbitrariamente igual a 5 m. En todos los casos, se considera que los robots conocen previamente la posición de la zona de cita, la cual, se selecciona aleatoriamente dentro del plano de trabajo. La figura 26 muestra el tiempo necesario para que cada enjambre se reúna exhibiendo el comportamiento de cita.

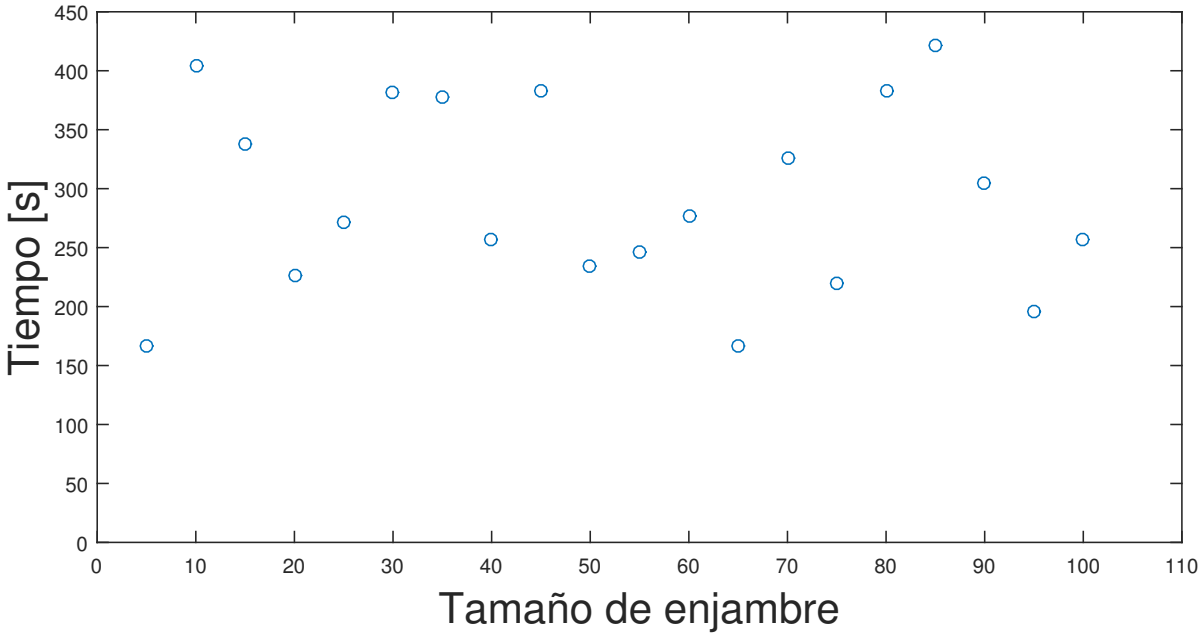


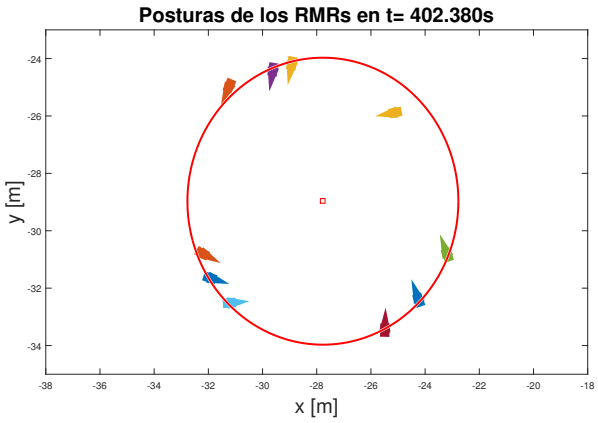
Figura 26. Cita. Tiempo necesario para la reunión de todos los robots dentro del área de cita para distintos tamaños de enjambre.

De manera ilustrativa, la figura 27 muestra el comportamiento de los *RMRs* pertenecientes al enjambre de diez robots cuando se encuentran apunto de reunir, situación que sucede alrededor de los 403.9 s que corresponden a 1,836 iteraciones del algoritmo 3 para la emergencia de cita propuesto. El periodo de muestreo corresponde a 0.22 s.

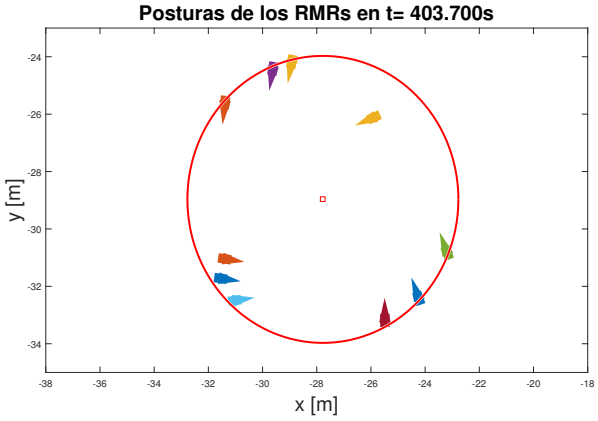
Las posturas iniciales de los 100 *RMRs* de enjambre se muestran en la figura 28. El tiempo necesario para reunir al enjambre formado por 100 *RMRs* dentro del área de cita fue 256.3 s, tal como se observa en la figura 29. Es notable como las distancias de todos los robots móviles simultáneamente cruzan el umbral dado por el radio de la zona de cita, representado en la figura por la línea punteada roja.

3.4. Comportamiento de enjambres en búsqueda caótica

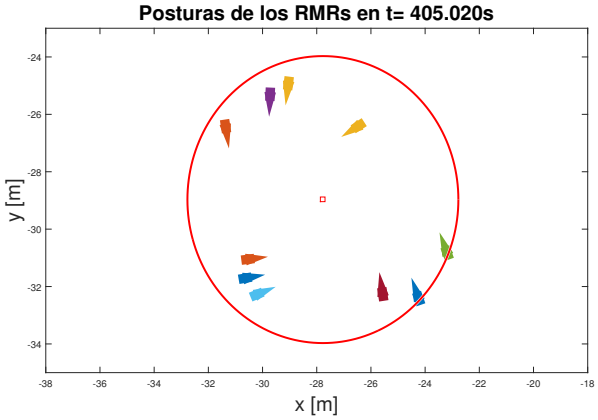
Se proponen dos simulaciones, para enjambres de 3 y 5 *RMRs*. El objetivo es encontrar la fuente de alimento dentro del plano de trabajo de 6 m $\times$ 6 m por parte del enjambre robótico, tanto la posición de la fuente de alimento como las posturas iniciales de los robots, se eligieron aleatoriamente para ambos escenarios. El periodo de muestreo de las pruebas es de 100 ms.



(a)



(b)



(c)

Figura 27. Cita. Posturas de los robots alrededor de la zona de cita (marcada con la circunferencia roja) en: (a) $t = 402.38$ s, (b) $t = 403.70$ s y (c) $t = 405.02$ s.

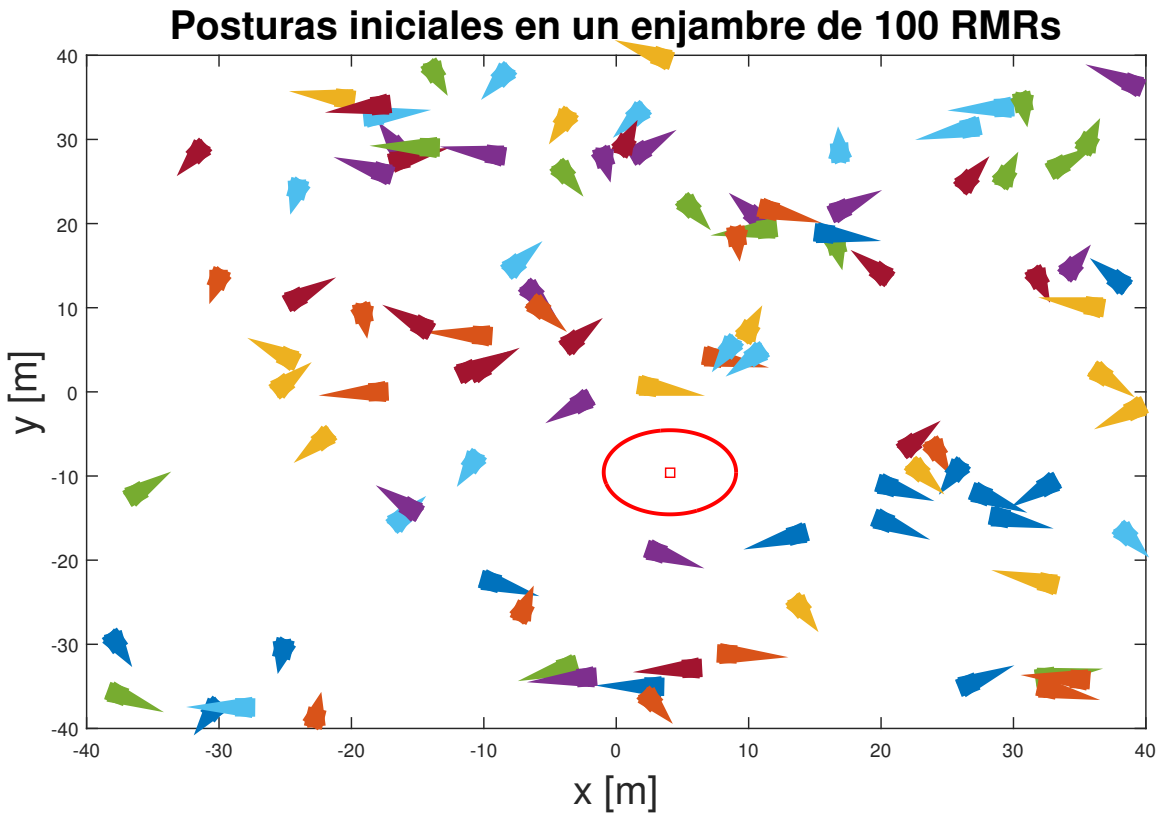


Figura 28. Cita. Posturas iniciales de la simulación correspondiente a la emergencia de cita en un enjambre de 100 *RMRs*.

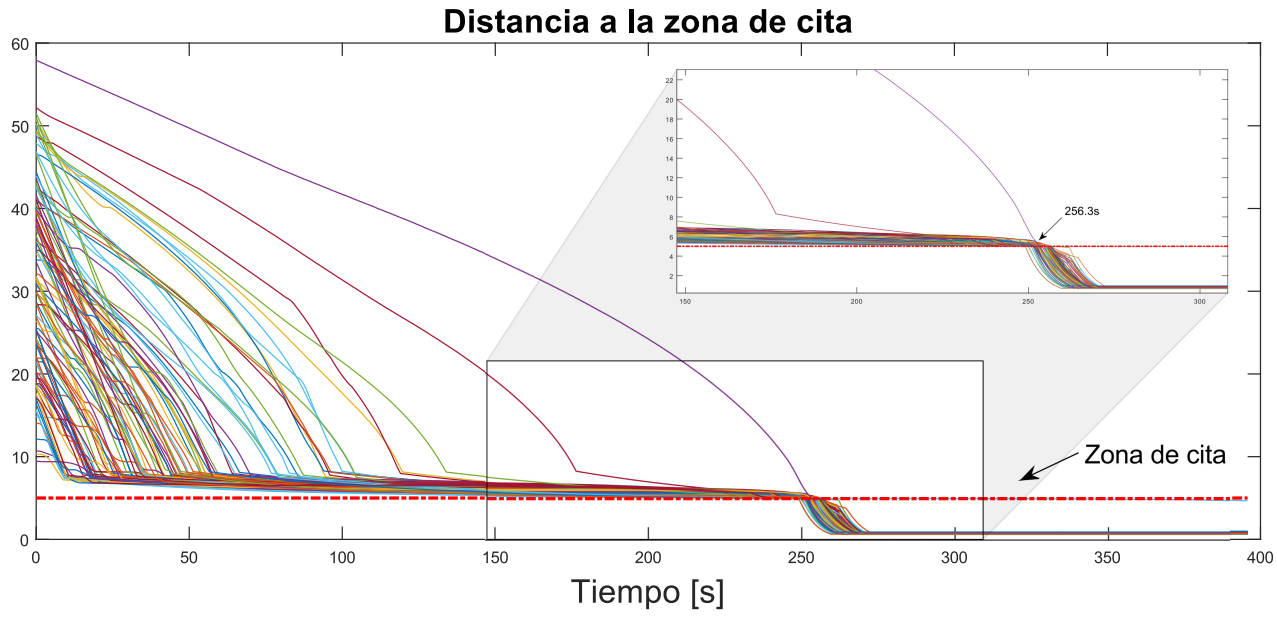


Figura 29. Cita. Distancia de los 100 robots móviles del enjambre con el punto de cita. La línea roja corresponde al radio de la zona de cita.

Aunado al rescalamiento, es necesario agregar una técnica de dispersión, pues los datos que se obtienen del mapa de Hénon presentan sesgo hacia valores altos (ver figura 30(a)), lo que conlleva a un sesgo en el comportamiento de los robots. Para reescalar y dispersar las salidas del mapa de Hénon (21) se utiliza la siguiente regla (Cetina Denis, 2017; Méndez-Ramírez *et al.*, 2018)

$$\begin{aligned} \omega_d &= floor(x_h(n) - floor(x_h(n)))/1000, \\ \omega_i &= floor(y_h(n) - floor(y_h(n)))/1000 \end{aligned} \tag{26}$$

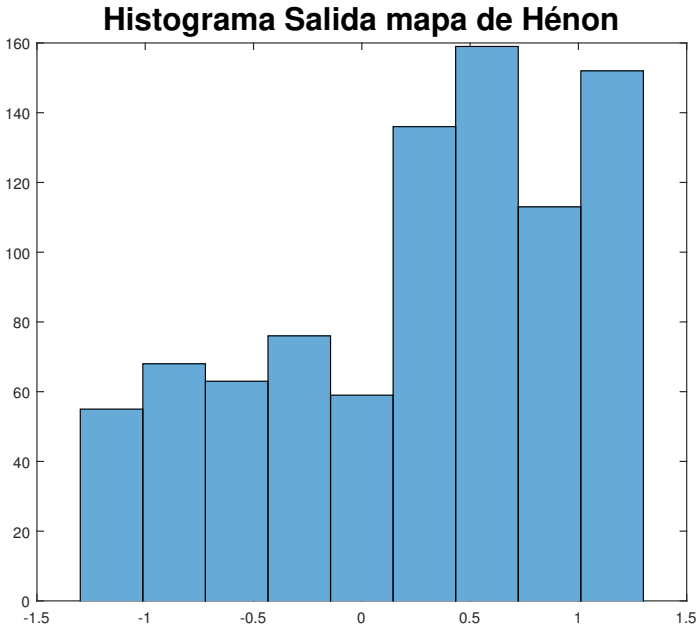
donde la operación $floor(\cdot)$ regresa el número entero menor al argumento. En la figura 30(b) se aprecia que al realizar la dispersión, la ocurrencia de valores que arroja el mapa de Hénon es más uniforme dentro del intervalo de trabajo.

En la figura 31(a) se aprecian las trayectorias de los tres robots en la búsqueda de la fuente de alimento. En este caso, el robot 2 encontró la fuente de alimento en 72.30 s. Por otra parte, en la figura 31(b), se observan las trayectorias de los robots en el enjambre de 5 elementos. En este caso, el robot 1 encuentra la fuente de alimento en 88.10 s.

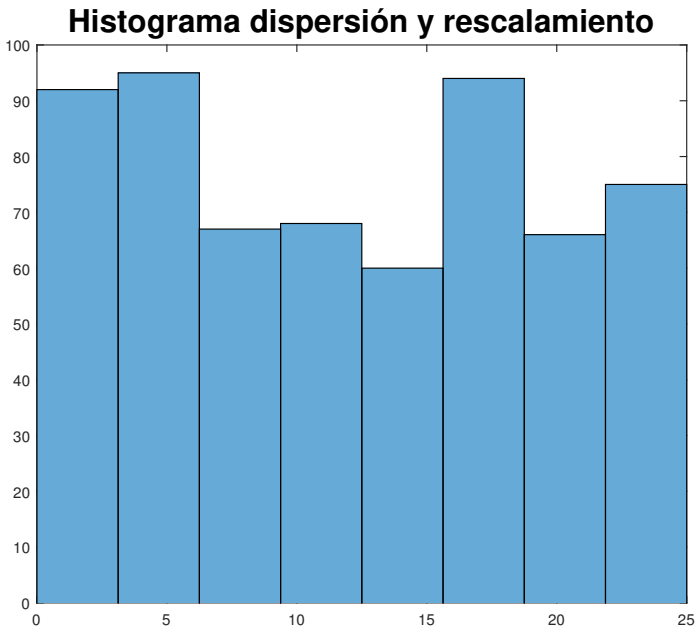
3.5. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentan los resultados de la ejecución numérica de los algoritmos propuestos en enjambres robóticos. La importancia de realizar primeramente las simulaciones numéricas son, además de la rapidez de la implementación con respecto a realizarlo de manera experimental, la capacidad de aumentar arbitrariamente el número de robots en el enjambre, con el fin de explorar el efecto de la escalabilidad en el desempeño de cada algoritmo.

Correspondiente al algoritmo de agregación, es complicado establecer una cota en la que los robots se encuentran agregados, pues las condiciones del entorno pueden alterar la posición de los robots. De tal forma, el objetivo principal es el de reducir lo más posible la distancia inicial entre los robots. Según las métricas encontradas en la literatura para evaluar el desempeño de los algoritmos de cita, la distancia total (*DT*) sería la más adecuada para caracterizar enjambres robóticos que exhiben este comportamiento. Sin embargo, con fines de comparación entre los diferentes tamaños de enjambre, se desea conocer cuantos robots están relativamente más cerca de los demás. Con tal fin, se propuso la utilización de la media de distancias promedio como umbral para determinar la cantidad de robots que tienen vecinos cercanos, comparado con los vecinos de todo el grupo. Esta métrica permite observar de manera percentil el comportamiento



(a)



(b)

Figura 30. Búsqueda caótica. Histogramas: (a) del estado x_h del mapa de Hénon y (b) del estado después de pasar por el rescalamiento y dispersión.

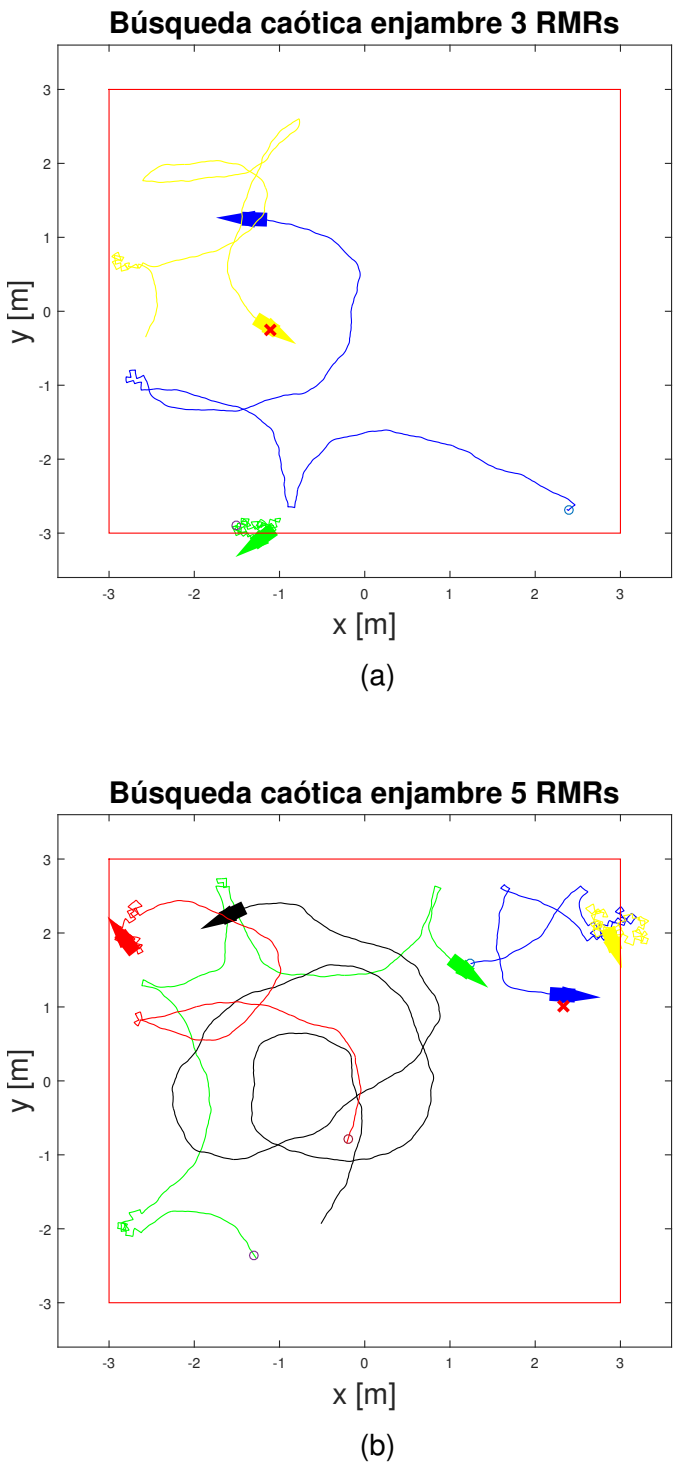


Figura 31. Trayectorias de los robots en la búsqueda caótica de enjambres formados por: (a) 3 *RMRs* y (b) 5 *RMRs*.

del enjambre sin importar el tamaño del grupo.

Para el comportamiento de movimiento coordinado, es necesario establecer una trayectoria

que permita a los robots cumplir con las restricciones no holonómicas propias de su cinemática. Debido a la naturaleza del comportamiento, cuanto mayor sea el número de robots en el enjambre, se prolonga el tiempo necesario para ordenar a los robots en el convoy. De tal forma, es necesario establecer un compromiso entre tamaño de enjambre, trayectoria deseada y las dimensiones del espacio de trabajo.

En cuanto al comportamiento de cita, fue posible reunir de manera prácticamente simultánea a los robots dentro de un área circular, sin importar el tamaño de enjambre seleccionado.

La búsqueda caótica colectiva propuesta depende de la habilidad de los robots móviles para ejecutar el mapeo espejo, el cual se complica cuando los robots se encuentran cerca de las esquinas del área cuadrada de trabajo.

Capítulo 4. Resultados experimentales

Las implementaciones experimentales de los algoritmos de control para generar los comportamientos colectivos, se realizaron mediante un grupo de tres robots móviles con tracción diferencial tipo Khepera III (K-Team, 2018; Buch *et al.*, 2015) en el caso de agregación y enjambres formados por hasta cuatro *RMRs* para los comportamientos colectivos restantes. En todos los casos presentados, se considera que los robots móviles se desplazan sobre una superfice sin obstáculos de 1.5 $\times$ 2.4 m. Las características principales de los *RMRs* se muestran en la tabla 1 (Lambercy Bureau, 2007).

Tabla 1. Características principales del robot Khepera III.

Diámetro del robot	130 mm
Altura del robot	70 mm
Radio de las ruedas	20.50 mm
Distancia entre ruedas	88.41 mm
Velocidad máxima de cada rueda	219 mm/s
Procesador	Intel XSCALE PXA-270 @ 600MHz
Comunicaciones	Wi-Fi, Bluetooth, USB

Para adquirir la posición de los robots Khepera III con respecto al marco de referencia, se emplea un sistema formado por ocho cámaras flex 3 y el software Motive, ambos de Optitrack (Optitrack, 2018). Para el seguimiento de posturas, los robots cuentan con marcadores reflectivos. La información del software se transmite a los robots móviles del enjmabre através de una red WLAN mediante una aplicación en Matlab, tal como se aprecia en la figura 32.

Es importante destacar que en los algoritmos de control implementados experimentalmente en Matlab, se utilizó el tiempo de la computadora como base de tiempo del experimento. De tal manera, que éste se ve afectado por los retardos producidos principalmente en la comunicación con el software Motive, para la adquisición de posturas y al enviar las velocidades a los robots móviles Khepera III. Estos retardos no son constantes y por tanto, el periodo de muestreo de cada experimento varía ligeramente entre cada iteración. Debido a esta característica intrínseca a la configuración del experimento, en lo subsecuente se denomina como periodo de muestreo promedio a la media de las diferencias de tiempo entre cada iteración del experimento.

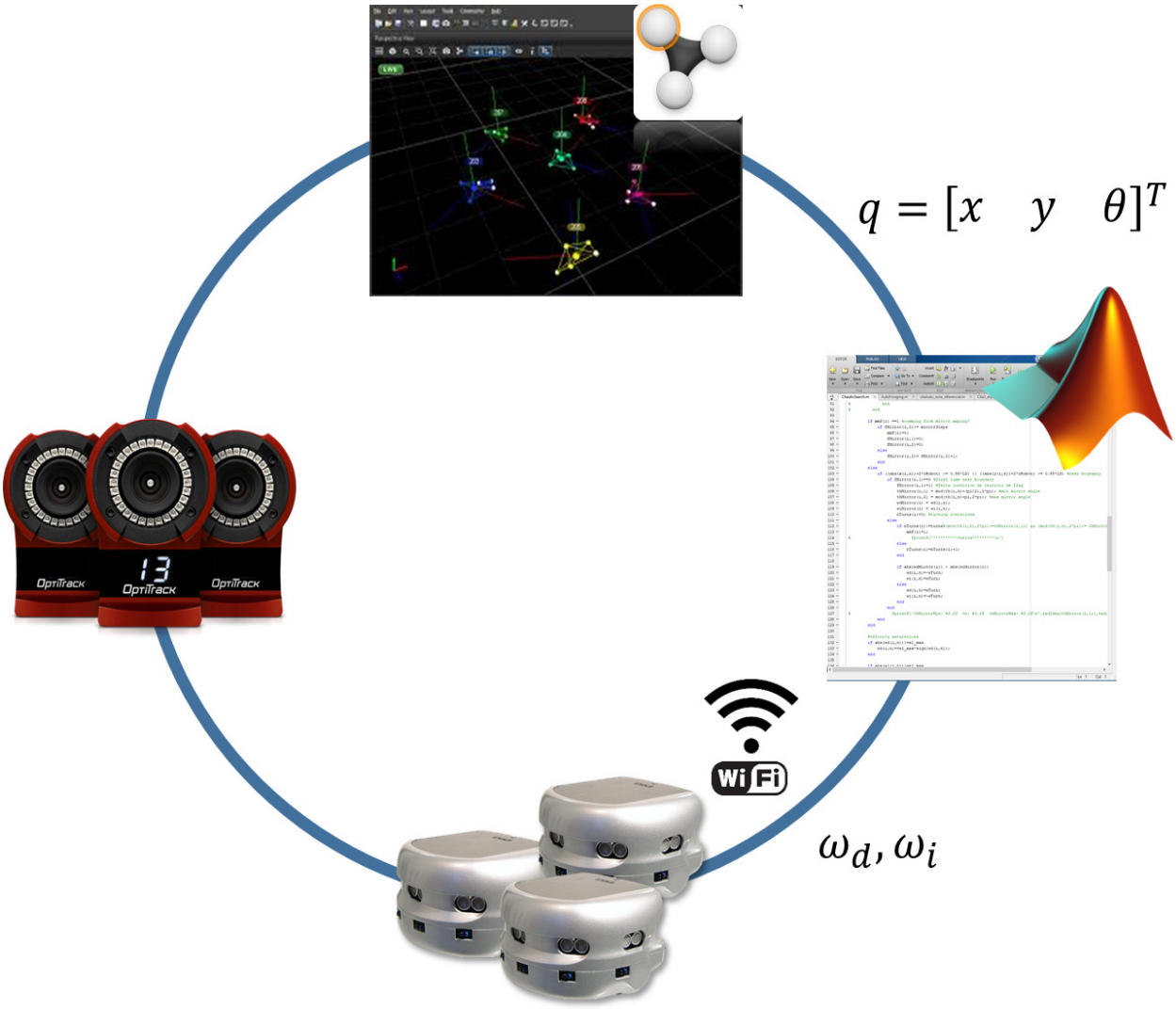


Figura 32. Configuración del sistema utilizado para la generación de los comportamientos colectivos con enjambre robóticos.

4.1. Comportamiento de enjambres en agregación

Se realizaron dos experimentos con duración de 50 segundos, variando arbitrariamente las posiciones iniciales de los robots móviles Khepera III. En ambos casos, se utilizaron enjambres formados por tres robots móviles con tracción diferencial. En el primer experimento el periodo de muestreo promedio fue de 33.70 ms, mientras que en el segundo fue de 32.60 ms.

Las condiciones iniciales correspondientes al primer experimento se muestran en la tabla 2. En la figura 33 se observan, tanto las posturas iniciales como las finales de los robots móviles correspondientes a dicho experimento.

Tabla 2. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III en el primer experimento de emergencia de agregación.

Robot	$x(0)$	$y(0)$	$\theta(0)$
1	-1.22 m	-0.71 m	133.22°
2	-1.15 m	1.12 m	-3.90°
3	1.61 m	-0.03 m	-134.31°

Utilizando las métricas propuestas anteriormente para analizar el desempeño del algoritmo en el experimento 1, se seleccionó el umbral T_{close}=0.65 m para calcular el *tamaño esperado de grupo* (TEG). De tal forma que el TEG inicial es igual a 1, lo cual, indica que los robots se encuentran aislados, mientras que al final el TEG corresponde a 5.67. Cabe destacar que en el caso de tres robots en el enjambre, el TEG máximo es 9, lo que significa que existen tres grupos con tres elementos cada uno, o dicho de otra manera, que todos los robots se encuentran reunidos a una distancia menor al umbral. De tal forma, se observa que según el TEG, no todos los robots se encuentran en el mismo agregado.

Por parte de la distancia total, inicialmente, los robots cuentan con una $DT = -11.53$ m, mientras que al finalizar los 50 segundos del experimento, la DT se reduce a -3.78 m. Correspondiente a una reducción del 32.78 $\%$ de distancia entre los robots Khepera III.

En el caso de la métrica empleada, el umbral de distancia es $d_{Agg} = 0.63$, en la figura 34 se aprecia que dos robots se mantienen con una distancia menor o igual al promedio, lo que indica la formación de un agregado principal con dos elementos, resultado que concuerda con el obtenido mediante el TEG.

Las posturas iniciales correspondientes al segundo experimento de agregación se reúnen en la tabla 3. En la figura 35 se aprecian tanto las posturas iniciales, como las finales de los robots.

Tal como se observa en la figura 35(b), la distancia entre los robots se redujo considerablemente, lo cual se corrobora con la distancia total (DT), pues pasó de $DT = -13.60$ m en el inicio del experimento, a $DT = -4.58$ m, correspondiente a una reducción de 33.68 $\%$ en la distancia total.

Utilizando el umbral $T_{close} = 0.76$, se parte de un tamaño de grupo esperado inicial $TEG = 1$, a $TEG = 5.67$ tal como en el primer experimento, esto significa que un robot se encuentra más alejado a los otros dos. Esta situación también se puede apreciar mediante las distancias promedio, seleccionando el umbral $d_{Agg} = 0.76$, la figura 36 muestra como dos robots se encuentran más cercanos entre sí.

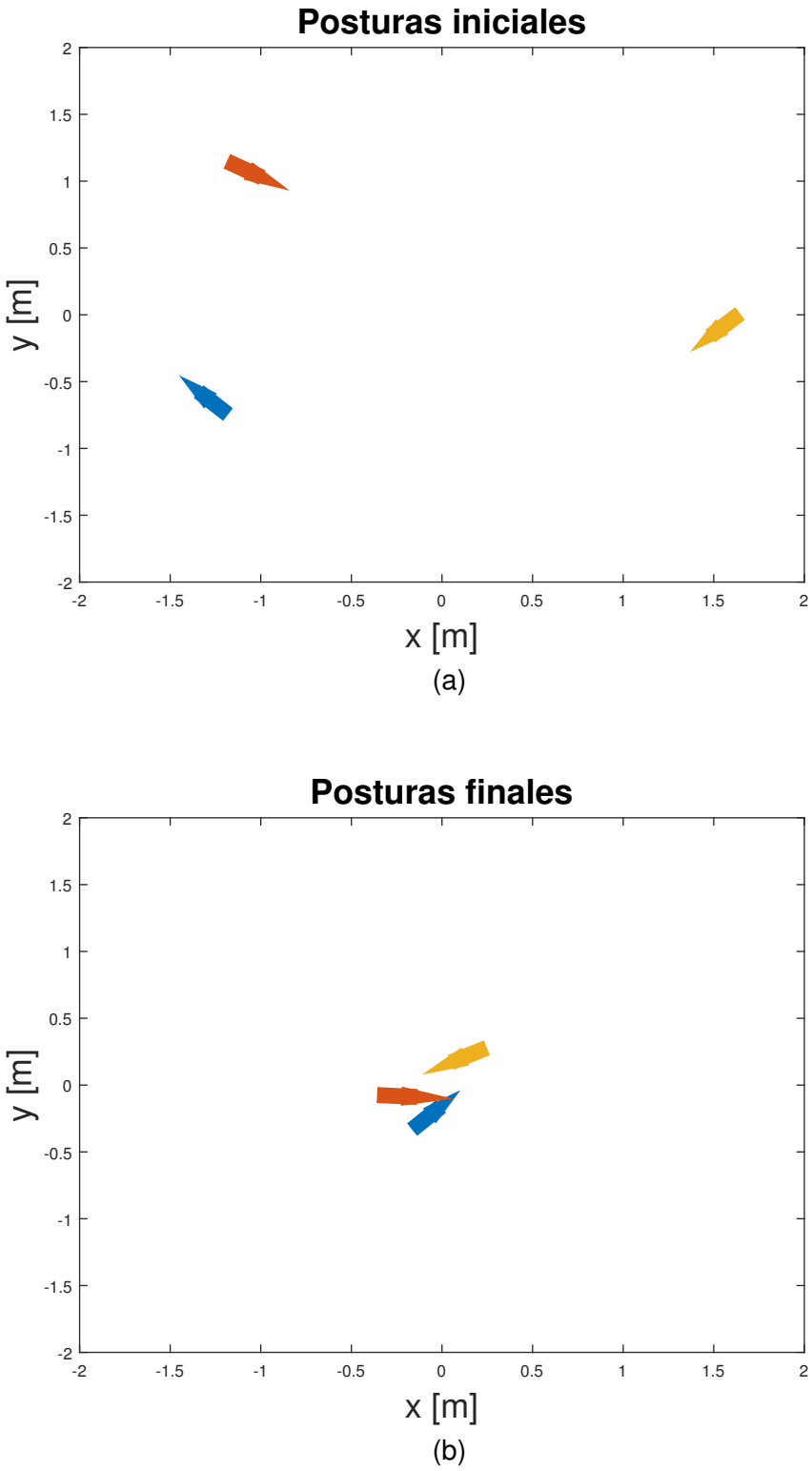


Figura 33. Posturas: (a) iniciales y (b) finales de los *RMRs* correspondientes al primer experimento de agregación.

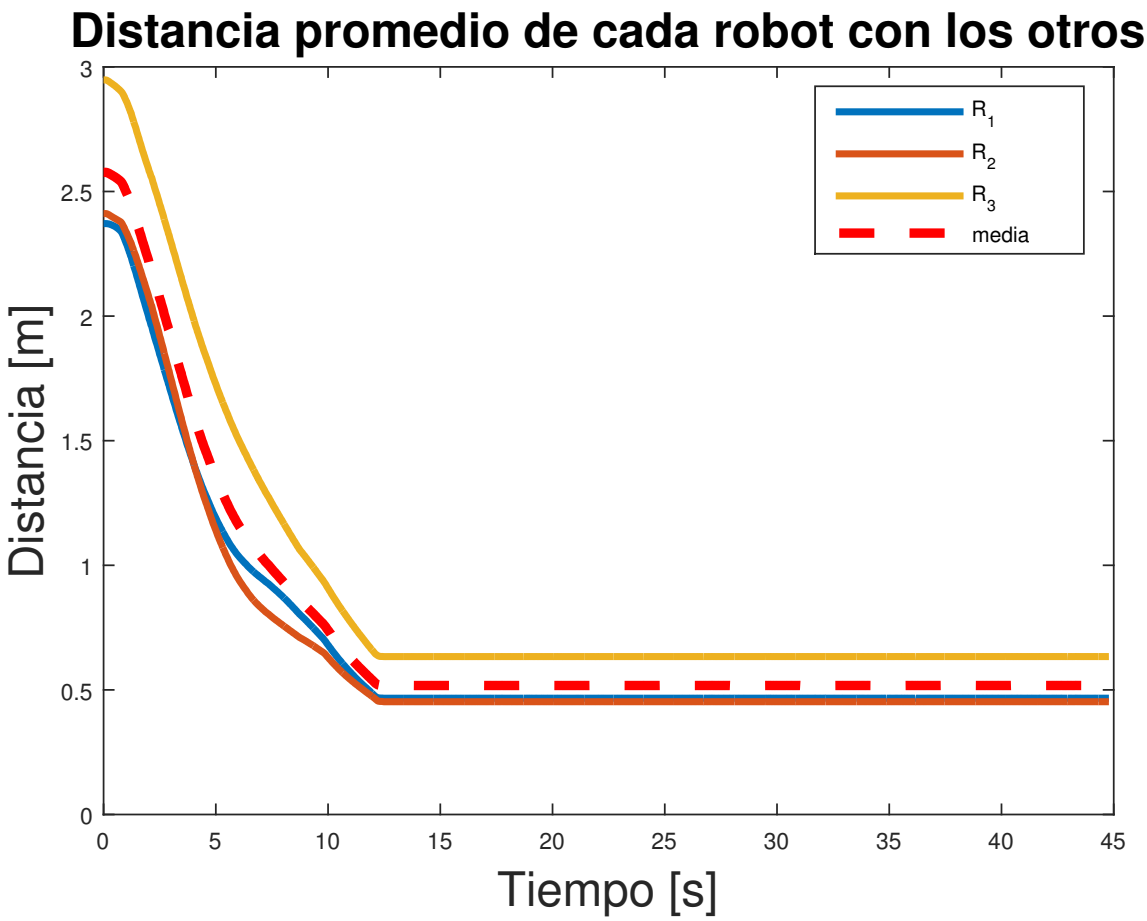


Figura 34. Distancias promedio de los robots móviles con respecto a los demás correspondientes al primer experimento de agregación. La línea punteada corresponde al umbral d_{Agg}.

Tabla 3. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III en el segundo experimento de emergencia de agregación.

Robot	$x(0)$	$y(0)$	$\theta(0)$
1	-1.26 m	-0.20 m	-68.60°
2	0.06 m	1.05 m	121.51°
3	1.46 m	-0.67 m	40.36°

4.2. Comportamiento de enjambres en movimiento coordinado

Se presentan los resultados de dos experimentos sobre movimiento coordinado, en ambos casos la trayectoria propuesta es una circunferencia con radio de 1 metro y frecuencia igual a $1/50$ Hz. La distancia deseada entre robots Khepera III se seleccionó como $\ell = 10$ cm. Ambos experimentos se llevaron a cabo en un tiempo de 100 segundos, con periodo de muestreo promedio igual a 32.70 ms para el experimento de un enjambre con tres RMRs Khepera III y 17 ms para el experimento con cuatro robots móviles en el enjambre.

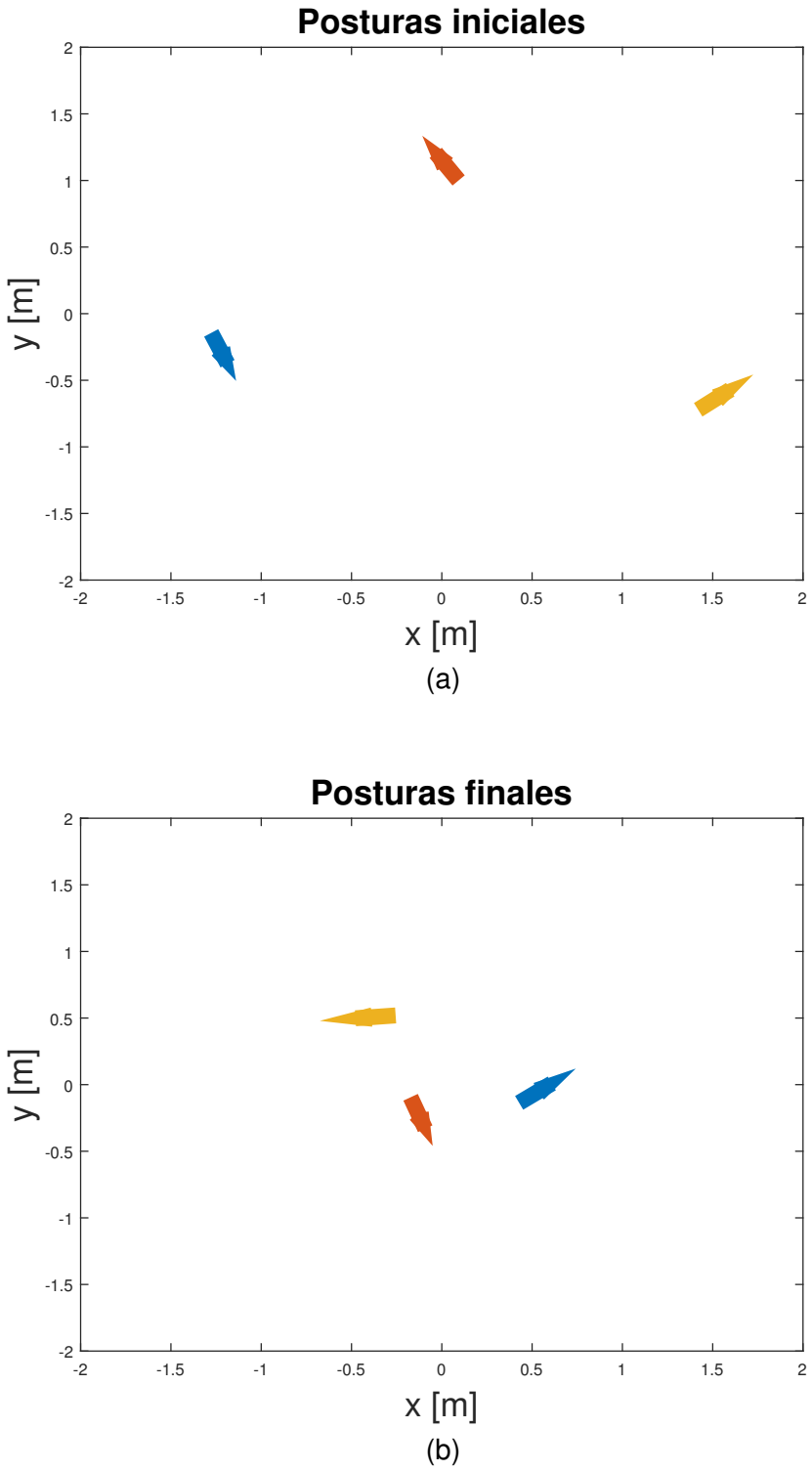


Figura 35. Posturas: (a) iniciales y (b) finales de los *RMRs* correspondientes al segundo experimento de agregación.

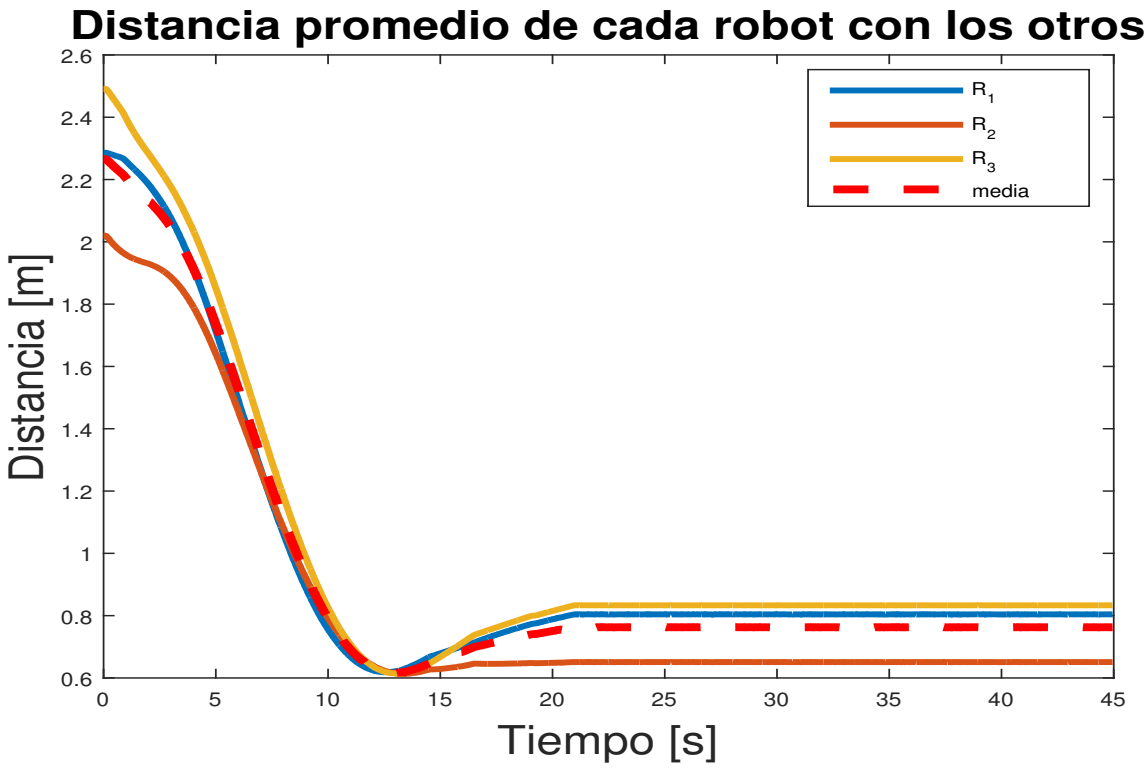


Figura 36. Distancias promedio de los robots móviles con respecto a los demás, correspondientes al segundo experimento de agregación. La línea punteada corresponde al umbral d_{Agg}.

Tal como en los casos anteriores, las posturas iniciales de los robots se tomaron arbitrariamente. En la tabla 4 se observan las correspondientes al experimento del enjambre formado por tres robots móviles Khepera III.

Tabla 4. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III correspondientes al primer experimento de movimiento coordinado.

Robot	$x(0)$	$y(0)$	$\theta(0)$
1	0.95 m	-0.58 m	0.01°
2	-1.14 m	-0.36 m	81.68°
3	0.07 m	0.81 m	47.70°

En la figura 37 se pueden apreciar distintos instantes de tiempo durante el experimento con el enjambre formado por tres elementos. En todos los casos, se resalta con la línea punteada la trayectoria deseada. Por otra parte, la figura 38 muestra las trayectorias seguidas por los robots durante el experimento.

Con respecto al segundo experimento, las posturas iniciales de los cuatro robots móviles Khepera III del enjambre se muestran en la tabla 5.

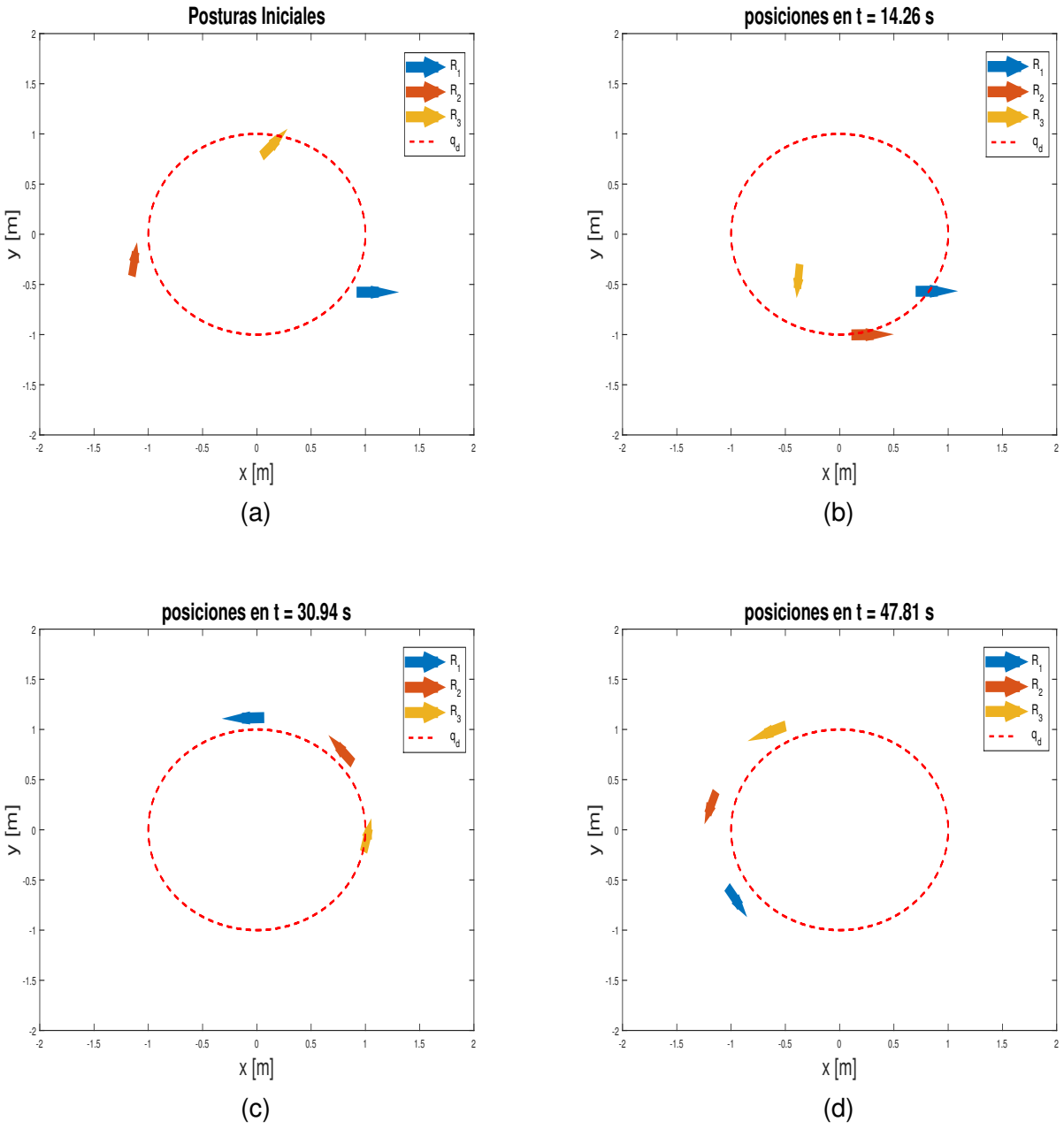


Figura 37. Posturas de los 3 robots Khepera III del enjambre siguiendo la trayectoria circular, correspondientes al primer experimento de movimiento coordinado. Las posturas suceden en: (a) $t = 0$ s, (b) $t = 14.26$ s, (c) $t = 30.94$ s y (d) $t = 47.81$ s.

Las posturas de los cuatro robots móviles en distintos instantes de tiempo son mostradas en la figura 39. Por otra parte, en la figura 40 se observan las trayectorias descritas por los *RMRs* durante el experimento.

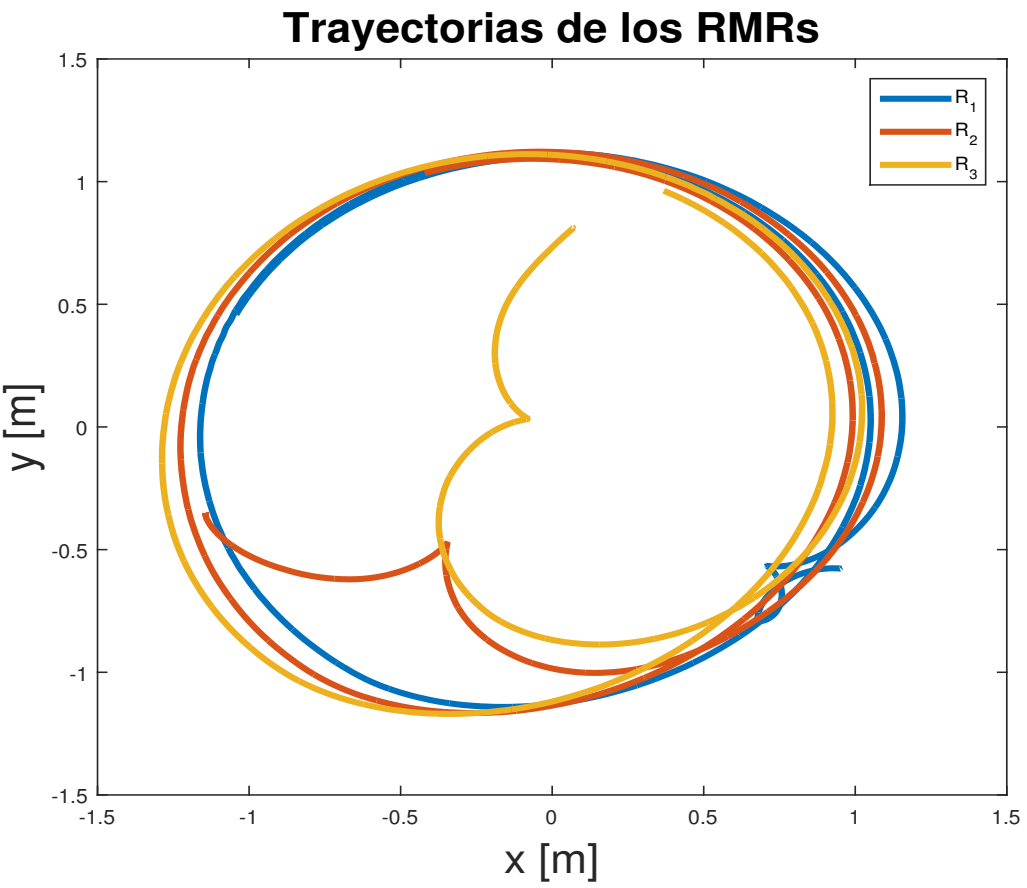


Figura 38. Trayectorias de los 3 robots móviles Khepera III en el experimento de movimiento coordinado.

Tabla 5. Posturas iniciales de los 4 robots móviles Khepera III en el experimento de emergencia de movimiento coordinado.

Robot	$x(0)$	$y(0)$	$\theta(0)$
1	-0.02 m	-0.79 m	83.05°
2	-0.68 m	-0.24 m	31.97°
3	-0.43 m	0.83 m	-76.44°
4	1.15 m	0.70 m	165.23°

4.3. Comportamiento de enjambres en cita

Se realizaron dos experimentos con grupos de robots móviles Khepera III para demostrar la capacidad del algoritmo 3 para la emergencia del comportamiento de cita. Para ambos casos, la zona de cita es una circunferencia centrada en el origen.

El primer experimento tuvo una duración de 50 segundos, con periodo de muestreo promedio de 32.80 ms. En este caso, el radio de la zona de cita fue de 35 cm y las posturas iniciales de los tres robots Khepera III del enjambre se seleccionaron arbitrariamente (ver tabla 6).

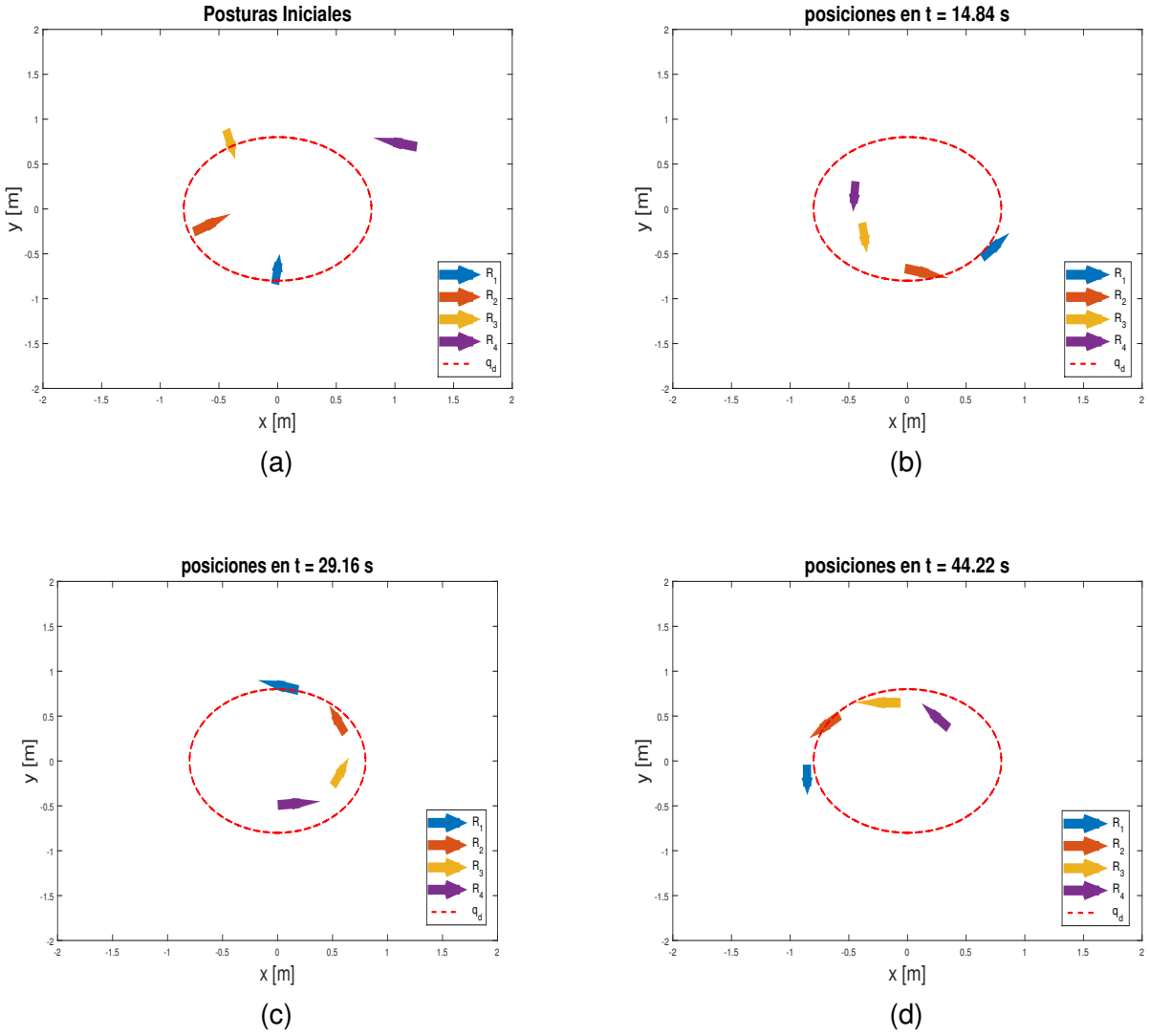


Figura 39. Posturas de los 4 *RMRs* Khepera III del enjambre siguiendo la trayectoria circular, correspondientes al segundo experimento de movimiento coordinado. Las posturas suceden en: (a) $t = 0$ s, (b) $t = 14.84$ s, (c) $t = 29.16$ s y (d) $t = 44.22$ s.

Puede apreciarse en la figura 41, el tiempo necesario para que los tres robots móviles se reunieran dentro de la zona de cita fue de 11.8 segundos. En la figura 42 se observa la situación al rededor de la zona de cita en ese tiempo. Es importante destacar como los tres robots móviles Khepera III cruzan prácticamente de manera simultánea la frontera de la zona de cita.

El segundo experimeto se realizó utilizando un enjambre robótico formado por 4 robots móviles Khepera III tratando de reunirse de manera prácticamente simultánea dentro del área circular con 30 cm de radio. Sus posturas iniciales se muestran en la tabla 7. Este experimento constó de 30 segundos, con periodo de muestreo promedio de 16.70 ms.

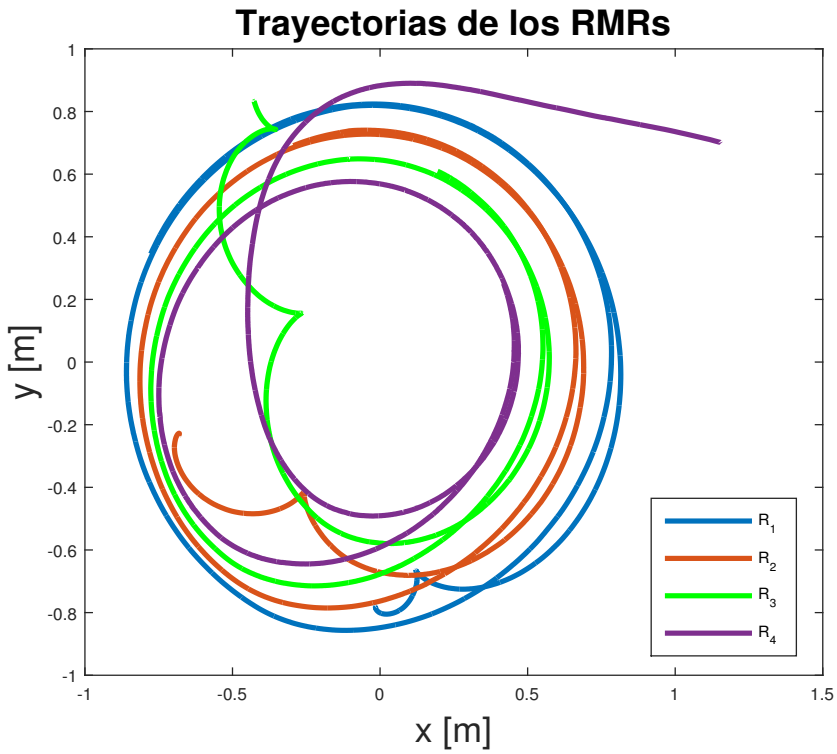


Figura 40. Trayectorias de los 4 robots móviles Khepera III en el experimento de movimiento coordinado.

Tabla 6. Posturas iniciales de los 3 robots móviles Khepera III en el experimento de emergencia de cita.

Robot	$x(0)$	$y(0)$	$\theta(0)$
1	-1.22 m	-0.71 m	133.22°
2	-1.15 m	1.12 m	-3.90°
3	1.61 m	-0.03 m	-134.31°

En esta situación la cita se logró en 10.68 segundos tal como se aprecia en la figura 43. En este caso, se aprecia como tres robots cruzaron simuláneamente la zona de cita, mientras que el cuarto robot móvil lo hizo 47 ms después. Esto surgió debido a que dicho *RMR*, no se encontraba orientado hacia la zona de cita, por lo tanto fue necesario que realizara una maniobra extra para orientarse. Aún y cuando existe esa diferencia, se puede considerar que la cita emergió, pues en la práctica, una diferencia tan pequeña en el arribo sería immperceptible. En la figura 44 se observa la postura de los robots móviles al momento de la entrada a la zona de cita del cuarto robot.

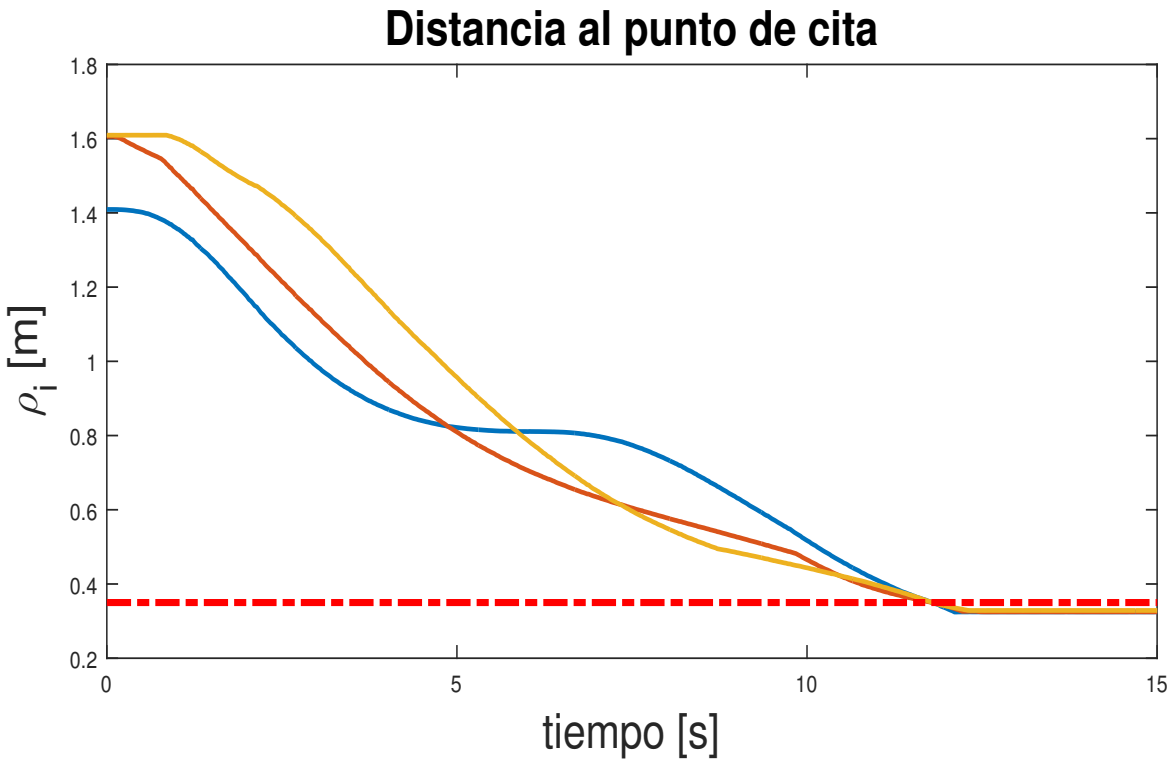


Figura 41. Distancia de los 3 *RMRs* Khepera III con respecto al punto de cita, el radio de la zona de cita es representado por la línea punteada.

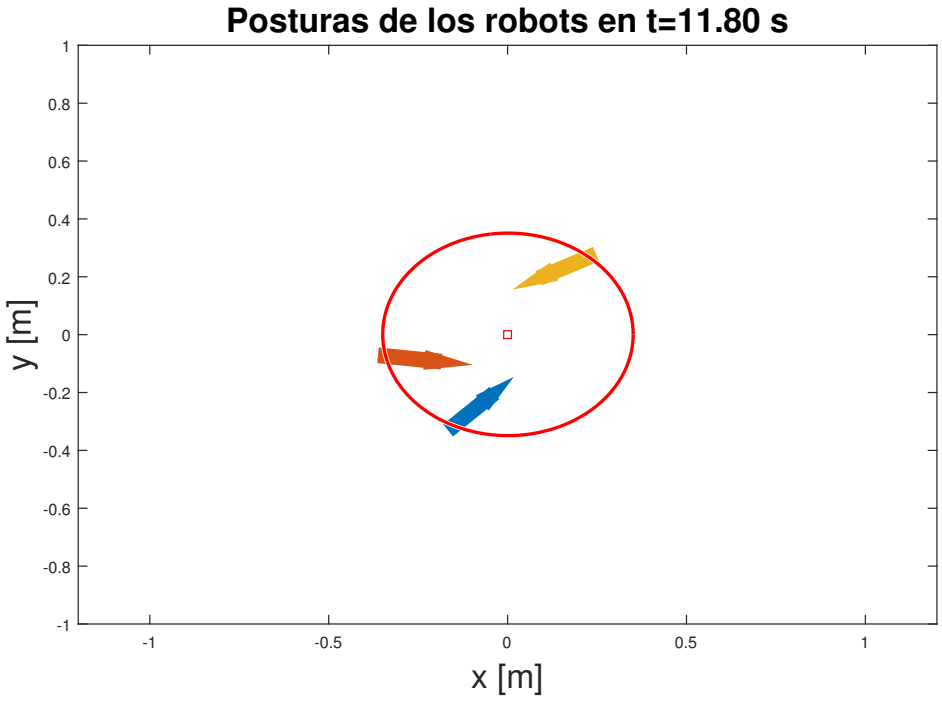


Figura 42. Posturas de los 3 *RMRs* Khepera III al momento de cruzar la frontera de la zona de cita.

Tabla 7. Posturas iniciales de los 4 robots móviles Khepera III en el experimento de emergencia de cita.

Robot	$x(0)$	$y(0)$	$\theta(0)$
1	-1.08 m	0.01 m	-84.62°
2	-0.66 m	1.12 m	-20.08°
3	1.15 m	-0.41 m	-14.20°
4	-0.23 m	-0.85 m	159.43°

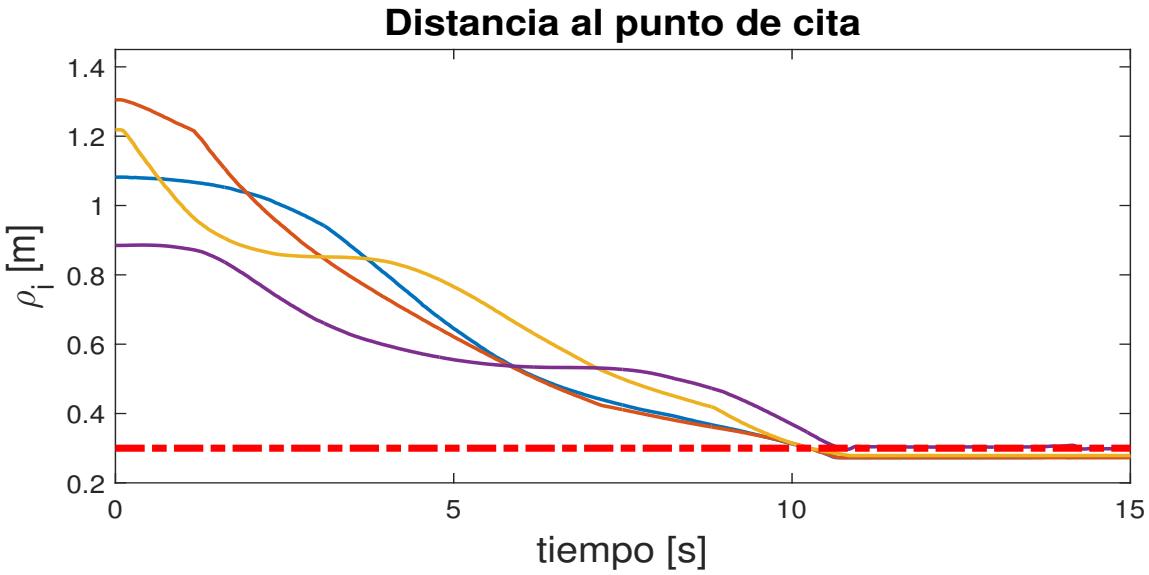


Figura 43. Distancia de los robots móviles con respecto al punto de cita en el enjambre formado por 4 robots móviles Khepera III. La línea punteada representa el radio de la zona de cita.

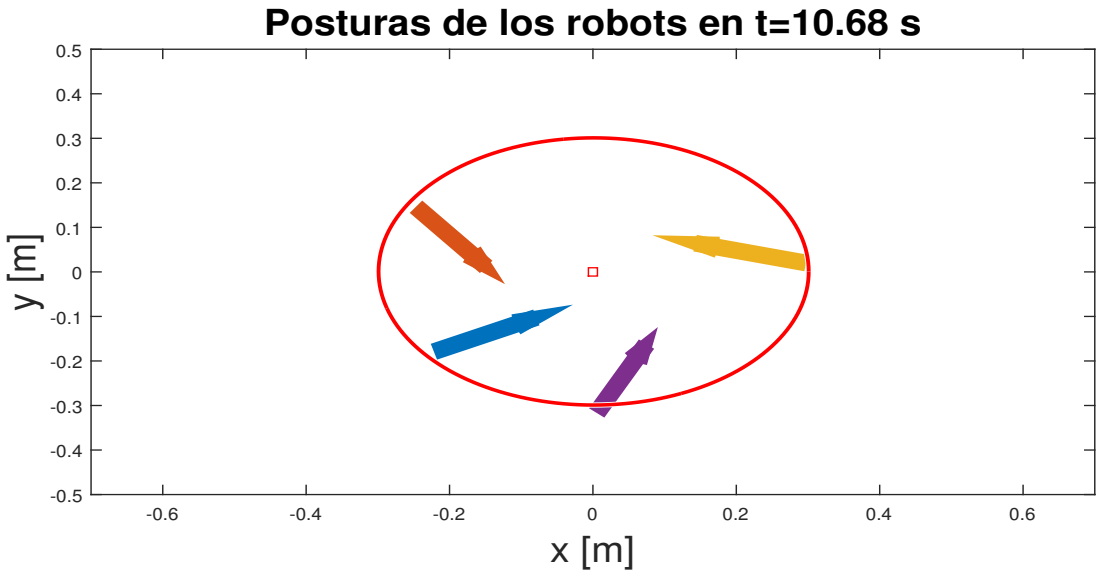


Figura 44. Posturas de los 4 robots móviles Khepera III a los 10.68 segundos. En este caso, tres robots móviles entraron ligeramente antes a la zona de cita.

4.4. Conclusiones del capítulo

En este capítulo se presentaron los resultados obtenidos de la implementación experimental de los algoritmos en robots disponibles en el laboratorio. Es importante establecer, que solamente se cuentan con cuatro robots móviles tipo Khepera III en el laboratorio, debido a eso la limitación en el tamaño de los enjambres presentados.

El algoritmo de agregación presentó resultados satisfactorios con enjambres de 3 robots. Sin embargo, al emplear enjambres de 4 robots móviles, se produjeron bastantes colisiones, de ahí se tiene la necesidad imperiosa de conjugar estos algoritmos con alguna estrategia de evasión de colisiones.

Para el movimiento coordinado, se obtuvo la trayectoria deseada, pero como se observa en las figuras correspondientes, a medida que el robot se encuentra más lejano a ser el primero del pelotón, más es el error con respecto al seguimiento de la trayectoria. Esto es una consecuencia normal, dada por la naturaleza de la formación seleccionada aunada a las restricciones no holonónicas de los robots. Es necesario probar con otras trayectorias con más secciones rectas o con el tamaño suficiente para permitir la alineación de los robots.

La cita de enjambres robóticos formados por RMRs tipo khepera fue satisfactoria, no obstante es necesario determinar los posibles efectos de la inclusión de alguna estrategia anticolisiones en el tiempo de arribo a la zona de cita por parte de los robots.

El algoritmo de búsqueda caótica no fue evaluado de manera experimental, debido a que la falta de estrategias anticolisiones no permiten a un grupo de robots exhibir este comportamiento colectivo. Como trabajo futuro se analizarán distintas estrategias anticolisión para adoptar alguna.

Capítulo 5. Discusión

En este trabajo de tesis doctoral, fue posible utilizar una estrategia de control para resolver el problema de regulación de posturas en coordenadas polares, basándose en la teoría de estabilidad de Lyapunov para la emergencia de cuatro comportamientos colectivos auto-organizados en enjambres robóticos formados con RMRs: agregación, movimiento coordinado, cita y desplazamiento caótico.

Aún y cuando el controlador propuesto se utiliza para resolver el problema de regulación, se mostró que también se puede aplicar en la navegación entre puntos de referencia, con el fin de seguir trayectorias deseadas. Se encontró que el controlador puede resolver el problema y se determinó una cota última en el error de seguimiento.

La selección del controlador se basa en su simplicidad y su propensión a ser implementado en grupos de robots móviles con ruedas RMRs, pues a diferencia de otros controladores reportados en la literatura, este controlador utiliza como entradas la distancia y orientación con respecto al punto de referencia deseado, algo que puede implementarse gracias a la gran variedad de sensores disponibles en el mercado para medir dichas variables.

El algoritmo para seguimiento de trayectoria es altamente dependiente de la trayectoria deseada a seguir. Debido a las restricciones no holonómicas de los robots móviles, se observa que al formarse el pelotón, en las curvas los robots se van separando de la trayectoria a medida de su posición en el pelotón, tal como sucede en las curvas abiertas de los tractocamiones.

Entre más robots se incluyen en los enjambres el transitorio se prolonga, por tanto debe haber un compromiso entre cantidad de elementos y la trayectoria deseada. Puede ocurrir incluso, si se selecciona una trayectoria muy pequeña, junto a un número elevado de elementos en el enjambre que los primeros robots de la trayectoria colisionen con los últimos.

Debido a que el controlador utilizado es para propósitos de regulación, al utilizarlo para seguimiento de trayectorias, siempre existirá un error de seguimiento, sin embargo el cual es acotado. La principal justificación para la selección de dicho controlador en este problema de control, radica en la simplicidad del mismo y su facilidad para ser implementado experimentalmente.

En movimiento coordinado, se pueden seleccionar diferentes formaciones, pero se prefirió el uso de una formación en cadena debido a las limitaciones de espacio en donde se realizaron los experimentos en el laboratorio.

Las implementaciones en robots físicos, mostraron la necesidad de combinar los algoritmos de control propuestos con una estrategia anticolisiones, en especial, en los experimentos de agregación suceden varios eventos de colisión entre los robots móviles.

Como trabajo futuro es importante analizar distintas estrategias anticolisiones y determinar su efecto sobre la emergencia de los comportamientos colectivos propuestos, con el fin de mejorar las implementaciones en enjambres formados por un gran número de robots móviles.

Aún y cuando el comportamiento de búsqueda caótica puede ser exhibido por un robot aislado, se decidió incluir en este trabajo debido a que frecuentemente este comporamiento es parte de comportamientos colectivos más complejos, como en el forrajeo.

En este trabajo de tesis doctoral se empleo como generador de tramas de datos caóticas el mapa de Hénon debido a su simplicidad y al hecho de que al ser de dimensión dos, se ajusta perfectamente al número de entradas del robot móvil con tracción diferencial.

En el futuro, es interesante analizar el desempeño de distintos mapas para la optimiazación del comportamiento de búsqueda caótica.

Capítulo 6. Conclusiones y trabajo futuro

Como resultado del desarrollo de esta tesis doctoral, se pueden mencionar las siguientes conclusiones:

- Mediante una ley de control para regulación de postura, fue posible obtener los comportamientos colectivos de agregación, movimiento coordinado y cita en un enjambre robótico con RMRs.
- Los algoritmos de control propuestos para la emergencia de comportamientos colectivos versan sobre la filosofía de la auto-organización, por tanto, no es necesario especificar una topología de acoplamiento antes de ejecutar el algoritmo.
- Se propuso una métrica para determinar el tamaño de robots móviles que pertenecen al agregado principal para la evaluación del algoritmo para la emergencia del comportamiento de agregación.
- Para el movimiento coordinado, se optó por seleccionar una formación en cadena para el pelotón de RMRs, debido a que es más fácil exhibir esta forma en espacios reducidos.
- El algoritmo propuesto para la emergencia de movimiento coordinado tiene la flexibilidad para cambiar la posición del punto ancla con el fin de modificar la formación desplegada.
- La ganancia de cita propuesta disminuye considerablemente la diferencia entre el arribo de los robots móviles a la zona de cita, aun y cuando el arribo simultáneo no sucede, la diferencia de tiempos de arribo es tan pequeña que en la práctica, se puede considerar un arribo simultáneo.
- La búsqueda aleatoria es bastante estudiada en la literatura, debido a que varios organismos la exhiben, pero en este caso se decidió aprovechar las características determinísticas de los sistemas caóticos para realizar un comportamiento análogo: la búsqueda caótica y utilizarla en enjambres de robots móviles con potenciales aplicaciones de búsqueda y rescate, confinamiento de presas, forrajeo, entre otras.
- Es necesario incluir una estrategia anticolisiones debido a la gran cantidad de elementos interactuando en el mismo espacio. En especial, los comportamientos de agregación y búsqueda caótica son los más suceptibles a la colisión entre robots.

No obstante, quedan bastantes problemas abiertos que abordar al concluir esta tesis, de tal forma que a futuro se pretende:

- Agregar alguna estrategia anticolisiones para todos los algoritmos propuestos y analizar su influencia en la emergencia de los comportamientos propuestos.
- Realizar una comparación más exhaustiva con otras métricas de evaluación del desempeño de la agregación con respecto a la métrica propuesta para evaluar su pertinencia.
- Explorar otras estrategias de control para seguimiento de trayectorias, con el fin de reducir el error de seguimiento de los robots móviles en el comportamiento de movimiento coordinado.
- Determinar una cota de tiempo en la que todos los robots se encuentran dentro de la zona de cita.
- Evaluar el desempeño de diferentes mapas caóticos en la búsqueda caótica.
- Utilizar el algoritmo para búsqueda caótica en la emergencia de comportamientos colectivos complejos, como el forrajeo.
- Dar un tratamiento rigurosamente formal, para validar analíticamente los resultados mostrados tanto numéricamente como experimentalmente.

Literatura citada

Aicardi, M., Casalino, G., Bicchi, A., Balestrino, A. (1995). Closed loop steering of unicycle like vehicles via Lyapunov techniques. *IEEE Robotics & Automation Magazine*, **2**(1): 27–35.

Altafini, C. (2001). Some properties of the general n-trailer. *International Journal of Control*, **74**(4): 409–424.

Anderson, C. Franks, N. R. (2003). Teamwork in Animals, Robots, and Humans. En: P. J. B. Slater, J. S. Rosenblatt, C. T. Snowdon, T. J. Roper, M. C. Naguib (eds.), *Advances in the study of behavior*, Vol. 33. Elsevier Academic Press, San Diego, CA, US, pp. 1–48.

Arvin, F., Turgut, a. E., Bazyari, F., Arikan, K. B., Bellotto, N., Yue, S. (2014). Cue-based aggregation with a mobile robot swarm: a novel fuzzy-based method. *Adaptive Behavior*, **22**(3): 189–206.

Bahceci, E., Soysal, O., Sahin, E. (2003). A Review : Pattern Formation and Adaptation in Multi-Robot Systems. *Robotics Institute Carnegie Mellon University Pittsburgh PA Tech Rep CMU-RITR0343*, (October).

Barca, J. C. Sekercioglu, Y. A. (2013). Swarm robotics reviewed. *Robotica*, **31**(03): 345–359.

Barnes, L., Fields, M., Valavanis, K. (2007). Unmanned ground vehicle swarm formation control using potential fields. En: *2007 Mediterranean Conference on Control Automation*, June. pp. 1–8.

Barrows, E. M. (1976). Mating Behavior in Halictine Bees (Hymenoptera : Halictidae): I , Patrolling and Age-Specific Behavior in Males. *Journal of the Kansas Entomological Society*, **49**(1): 105–119.

Bartumeus, F., da Luz, M. G. E., Viswanathan, G. M., Catalan, J. (2005). Animal search strategies: a quantitative random-walk analysis. *Ecology*, **86**(11): 3078–3087.

Bayindir, L. (2016). A review of swarm robotics tasks. *Neurocomputing*, **172**: 292–321.

Bayindir, L. Sahin, E. (2007). Bayindir - A review of stuides in swarm robotics. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, **15**(2): 115–147.

Beni, G. Wang, J. (1993). Swarm intelligence in cellular robotic systems. En: P. Dario, G. Sandini, P. Aebischer (eds.), *Robots and Biological Systems: Towards a New Bionics?*, Berlin, Heidelberg. Springer Berlin Heidelberg, pp. 703–712.

Bessas, A., Benalia, A., Boudjema, F. (2016). Integral Sliding Mode Control for Trajectory Tracking of Wheeled Mobile Robot in Presence of Uncertainties. *Journal of Control Science and Engineering*, **2016**: 1–10.

Bonabeau, E., Theraulaz, G., Deneubourg, J.-L., Aron, S., Camazine, S. (1997). Self-organization in social insects. *Trends in ecology & evolution*, **12**(5): 188–193.

Brambilla, M., Ferrante, E., Birattari, M., Dorigo, M. (2013). Swarm robotics: A review from the swarm engineering perspective. *Swarm Intelligence*, **7**(1): 1–41.

Brockett, R. (1983). Asymptotic stability and feedback stabilization. En: R. Brockett, R. Millman, H. Sussmann (eds.), *Differential Geometric Control Theory*. Birkhauser, pp. 181–191.

Buch, B., Burger, B., Chang, S.-h., Otto, J. A., Seifert, U. (2015). Khepera III Mobile Robot – Practical Aspects.

Buck, J. Buck, E. (1978). Toward a functional interpretation of synchronous flashing by fireflies. *The American Naturalist*, **112**(985): 471–492.

Camazine, S. (2003). *Self-organization in biological systems*. Princeton University Press.

Cetina Denis, J. J. (2017). *Diseño de trayectorias caóticas en robots móviles*. Tesis de maestría, Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California.

Cheng, A. F., Santo, A. G., Heeres, K. J., Landshof, J. A., Farquhar, R. W., Gold, R. E., Lee, S. C. (1997). Near-Earth Asteroid Rendezvous: Mission overview. *Journal of Geophysical Research: Planets*, **102**(E10): 23695–23708.

Conradt, L. Roper, T. J. (2005). Consensus decision making in animals. *Trends in ecology & evolution*, **20**(8): 449–456.

Couceiro, M. S., Vargas, P. a., Rocha, R. P., Ferreira, N. M. (2014). Benchmark of swarm robotics distributed techniques in a search task. *Robotics and Autonomous Systems*, **62**(2): 200–213.

Couceiro, M. S., Rocha, R. P., Martins, F. M. L. (2015). Towards a predictive model of an evolutionary swarm robotics algorithm. En: *2015 IEEE Congress on Evolutionary Computation (CEC)*, may. IEEE, pp. 2090–2096.

De Luca, A., Oriolo, G., Vendittelli, M. (2001). Control of Wheeled Mobile Robots: An Experimental Overview. En: S. Nicosia, B. Siciliano, A. Bicchi, P. Valigi (eds.), *Articulated and Mobile Robotics for Services and Technologies*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 181–226.

de Wit, C. C., Khennouf, H., Samson, C., Sordalen, O. J. (1994). NONLINEAR CONTROL DESIGN FOR MOBILE ROBOTS. En: Y. F. Zheng (ed.), *Recent Trends in Mobile Robots*, Vol. 34. pp. 121–156.

Dimarogonas, D. V. Kyriakopoulos, K. J. (2007). On the Rendezvous Problem for Multiple Nonholonomic Agents. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **52**(5): 916–922.

Dobson, F. S. Jouventin, P. (2003). Use of the nest site as a rendezvous in penguins. *Waterbirds*, **26**(4): 409–415.

Dong, Y., Su, Y., Liu, Y., Xu, S. (2018). An internal model approach for multi-agent rendezvous and connectivity preservation with nonlinear dynamics. *Automatica*, **89**: 300–307.

Dorigo, M., Trianni, V., Sahin, E., Groß, R., Labella, T. H., Baldassarre, G., Nolfi, S., Deneubourg, J.-L., Mondada, F., Floreano, D., Gambardella, L. M. (2004). Evolving Self-Organizing Behaviors for a Swarm-Bot. *Autonomous Robots*, **17**(2/3): 223–245.

Dorigo, M., Floreano, D., Gambardella, L. M., Mondada, F., Nolfi, S., Baaboura, T., Birattari, M., Bonani, M., Brambilla, M., Brutschy, A., Burnier, D., Campo, A., Christensen, A. L., Decugniere, A., Caro, G. D., Ducatelle, F., Ferrante, E., Forster, A., Gonzales, J. M., Guzzi, J., Longchamp, V., Magnenat, S., Mathews, N., de Oca, M. M., O'Grady, R., Pinciroli, C., Pini, G., Retornaz, P., Roberts, J., Sperati, V., Stirling, T., Stranieri, A., Stutzle, T., Trianni, V., Tuci, E., Turgut, A. E., Vaussard, F. (2013). Swarmanoid: A novel concept for the study of heterogeneous robotic swarms. *IEEE Robotics Automation Magazine*, **20**(4): 60–71.

Ferrante, E., Turgut, A. E., Duéñez-Guzmán, E., Dorigo, M., Wenseleers, T. (2015). Evolution of Self-Organized Task Specialization in Robot Swarms. *PLOS Computational Biology*, **11**(8): 1–21.

Ferrer, E. C. (2018). The blockchain: a new framework for robotic swarm systems. En: *Proceedings of the Future Technologies Conference*. Springer, pp. 1037–1058.

Fredslund, J. Mataric, M. (2001). Robot formations using only local sensing and control. En: *Proceedings 2001 IEEE International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation (Cat. No.01EX515)*. IEEE, pp. 308–313.

Garnier, S., Jost, C., Jeanson, R., Gautrais, J., Asadpour, M., Caprari, G., Theraulaz, G. (2005). Aggregation Behaviour as a Source of Collective Decision in a Group of Cockroach-Like-Robots. En: *Advances in Artificial Life*. Número 95, pp. 169–178.

Gauci, M., Chen, J., Li, W., Dodd, T. J., Gross, R. (2014). Self-organized aggregation without computation. *The International Journal of Robotics Research*, **33**(8): 1145–1161.

Güzel, M. S. Kayakökü, H. (2017). A Collective Behaviour Framework for Multi-agent Systems. En: D. Zhang B. Wei (eds.), *Mechatronics and Robotics Engineering for Advanced and Intelligent Manufacturing*. Springer, pp. 61–71.

Hamann, H. (2018). *Swarm Robotics: A Formal Approach*. Springer.

Hemelrijk, C. K. Hildenbrandt, H. (2012). Schools of fish and flocks of birds: their shape and internal structure by self-organization. *Interface focus*, p. rsfs20120025.

Hénon, M. (1976). A two-dimensional mapping with a strange attractor. En: *The Theory of Chaotic Attractors*. Springer, pp. 94–102.

Hernández-Martínez, E. Aranda-Bricaire, E. (2010). Trajectory tracking for groups of unicycles with convergence of the orientation angles. En: *49th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, dec. IEEE, pp. 6323–6328.

Hu, D., Zhong, M., Zhang, X., Yao, Y. (2014). Self-Organized Aggregation Based on Cockroach Behavior in Swarm Robotics. *2014 Sixth International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics*, pp. 349–354.

Jeanson, R., Rivault, C., Deneubourg, J. L., Blanco, S., Theraulaz, G. (2005). Self-organized aggregation in cockroaches. *Animal Behaviour*, **69**: 169–180.

Joordens, M. A. Jamshidi, M. (2010). Consensus control for a system of underwater swarm robots. *IEEE Systems Journal*, **4**(1): 65–73.

Junkins, J. L., Hughes, D. C., Wazni, K. P., Pariyapong, V. (1999). Vision-based navigation for rendezvous, docking and proximity operations. En: *22nd Annual AAS Guidance and Control Conference, Breckenridge, CO*.

K-Team (2018). Khepera III home page. Consultado el 29 de junio de 2018, de www.k-team.com/mobile-robotics-products/old-products/khepera-iii .

Kamel, M. A. Zhang, Y. (2015). Decentralized leader-follower formation control with obstacle avoidance of multiple unicycle mobile robots. En: *2015 IEEE 28th Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE)*, may. IEEE, Vol. 2015-June, pp. 406–411.

Kasai, T., Oda, M., Suzuki, T. (1999). Results of the ETS-7 Mission - Rendezvous Docking and Space Robotics Experiments. En: *Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space, Proceedings of the Fifth International Symposium, ISAIRAS '99*.

Kernbach, S., Meister, E., Schlachter, F., Jebens, K., Szymanski, M., Liedke, J., Laneri, D., Winkler, L., Schmickl, T., Thenius, R., *et al.* (2008). Symbiotic robot organisms: Replicator and symbrion projects. En: *Proceedings of the 8th workshop on performance metrics for intelligent systems*. ACM, pp. 62–69.

Khalil, H. K. (1996). Noninear systems. *Prentice-Hall, New Jersey*, **2**(5): 5–1.

Kingston, D., Wei Ren, Beard, R. (2005). Consensus algorithms are input-to-state stable. En: *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*. IEEE, pp. 1686–1690.

Kranakis, E., Krizanc, D., Rajsbaum, S. (2006). Mobile Agent Rendezvous: A Survey. En: *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*, Vol. 4056 LNCS. pp. 1–9.

Kubo, M., Sato, H., Yoshimura, T., Yamaguchi, A., Tanaka, T. (2014). Multiple targets enclosure by robotic swarm. *Robotics and Autonomous Systems*, **62**(9): 1294–1304.

Lambercy, F. Bureau, P. (2007). Khepera III User Manual. Tech. rep.. K-Team Corporation. Reporte técnico, Yverdon-les-bains.

Li, P., Xu, S., Ma, Q., Chen, W., Zhang, Z. (2017). Leader-following rendezvous for uncertain Euler–Lagrange multi-agent systems by output feedback. *Journal of the Franklin Institute*, **354**(10): 4215–4230.

Lin, J., Morse, A. S., Anderson, B. D. O. (2007a). The Multi-Agent Rendezvous Problem. Part 2: The Asynchronous Case. *SIAM Journal on Control and Optimization*, **46**(6): 2120–2147.

Lin, J., Morse, A. S., Anderson, B. D. O. (2007b). The Multi-Agent Rendezvous Problem. Part 1: The Synchronous Case. *SIAM Journal on Control and Optimization*, **46**(6): 2096–2119.

Luo, X., Li, X., Li, S., Jiang, Z., Guan, X. (2017). Flocking for multi-agent systems with optimally rigid topology based on information weighted Kalman consensus filter. *International Journal of Control, Automation and Systems*, **15**(1): 138–148.

Martínez-Clark, R. (2014). *Control de comportamientos colectivos en grupos de robots móviles*. Tesis de maestría, Centro de Investigacion Científica y de Educación Superior de Ensenada.

Mataric, M. J. (1992). Minimizing complexity in controlling a mobile robot population. En: *International Conference of Robotic and Automation (ICRA 1992)*. pp. 830–835.

Méndez-Ramírez, R., Arellano-Delgado, A., Cruz-Hernández, C., Abundiz-Pérez, F., Martínez-Clark, R. (2018). Chaotic digital cryptosystem using serial peripheral interface protocol and its dspic implementation. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, **19**(2): 165–179.

Nakamura, Y. Sekiguchi, A. (2001). The chaotic mobile robot. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, **17**(6): 898–904.

Nazarzehi, V. Savkin, A. V. (2018). Distributed self-deployment of mobile wireless 3d robotic sensor networks for complete sensing coverage and forming specific shapes. *Robotica*, **36**(1): 1–18.

Nielsen, M. C., Johansen, T. A., Blanke, M. (2018). Cooperative Rendezvous and Docking for Underwater Robots using Model Predictive Control and Dual Decomposition. En: *2018 European Control Conference (ECC)*. p. 6.

Oh, K.-K., Park, M.-C., Ahn, H.-S. (2015). A survey of multi-agent formation control. *Automatica*, **53**: 424–440.

Olfati-Saber, R. (2005). Ultrafast consensus in small-world networks. En: *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*. IEEE, pp. 2371–2378.

Olfati-Saber, R. (2006). Flocking for Multi-Agent Dynamic Systems: Algorithms and Theory. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **51**(3): 401–420.

Olfati-Saber, R. Murray, R. (2004). Consensus Problems in Networks of Agents With Switching Topology and Time-Delays. *IEEE Transactions on Automatic Control*, **49**(9): 1520–1533.

Optitrack (2018). Motive home page. Consultado el 29 de junio de 2018, de www.optitrack.com/products/motive/.

Oriolo, G., De Luca, A., Vendittelli, M. (2002). WMR control via dynamic feedback linearization: design, implementation, and experimental validation. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, **10**(6): 835–852.

Otte, D. (1980). On theories of flash synchronization in fireflies. *The American Naturalist*, **116**(4): 587–590.

Paxton, R. J. (2005). Male mating behaviour and mating systems of bees: an overview. *Apidologie*, **36**(2): 145–156.

Peñaloza Mendoza, G. R., Hernández-Mendoza, D. E., Aranda-Bricaire, E. (2011). Time-varying formation control for multi-agent systems applied to n-trailer configuration. En: *2011 8th International Conference on Electrical Engineering, Computing Science and Automatic Control*, oct. IEEE, número 2, pp. 1–6.

Pérez-Díaz, F., Trenkwalder, S. M., Zillmer, R., Groß, R. (2018). *Emergence and Inhibition of Synchronization in Robot Swarms*, pp. 475–486. Springer International Publishing, Cham.

Pitcher, T. J. (1986). *Functions of Shoaling Behaviour in Teleosts*, pp. 294–337. Springer US, Boston, MA.

Portha, S., Deneubourg, J.-L., Detrain, C. (2002). Self-organized asymmetries in ant foraging: a functional response to food type and colony needs. *Behavioral Ecology*, **13**(6): 776–781.

Pykovsky, A., Rosenblum, M., Kurths, J. (2003). Synchronization: A universal concept in nonlinear science.

Rausch, I., Khaluf, Y., Simoens, P. (2019). Applying scale-invariant dynamics to improve consensus achievement of agents in motion. En: S. Rodríguez, J. Prieto, P. Faria, S. Kłos, A. Fernández, S. Mazuelas, M. D. Jiménez-López, M. N. Moreno, E. M. Navarro (eds.), *Distributed Computing and Artificial Intelligence, Special Sessions, 15th International Conference*, Cham. Springer International Publishing, pp. 344–348.

Ren, W., Beard, R. W., McLain, T. W. (2004). Coordination Variables and Consensus Building in Multiple Vehicle Systems. En: *Lecture Notes in Control and Information Sciences*, Vol. 309. pp. 171–188.

Reynolds, A. M. Rhodes, C. J. (2009). The lévy flight paradigm: random search patterns and mechanisms. *Ecology*, **90**(4): 877–887.

Reynolds, C. W. (1987). Flocks, herds and schools: A distributed behavioral model. En: *Proceedings of the 14th annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '87*, New York, New York, USA. ACM Press, pp. 25–34.

Rubenstein, M., Cornejo, A., Nagpal, R. (2014). Programmable self-assembly in a thousand-robot swarm. *Science*, **345**(6198): 795–799.

Sahin, E. (2005). *Swarm Robotics*, Vol. 3342 de *Lecture Notes in Computer Science*. Springer Berlin Heidelberg. Berlin, Heidelberg, pp. 10–20.

Sahin, E., Labella, T. H., Trianni, V., Deneubourg, J.-L., Rasse, P., Floreano, D., Gambardella, L. M., Mondada, F., Nolfi, S., Dorigo, M. (2002). Swarm-bot: Pattern formation in a swarm of self-assembling mobile robots. En: *Proceedings of the IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics*. IEEE Press, Vol. 4, pp. 145–150.

Sahin, E., Girgin, S., Bayindir, L., Turgut, A. E. (2008). Swarm Robotics. En: *Swarm Intelligence*. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, pp. 87–100.

Senanayake, M., Senthooran, I., Barca, J. C., Chung, H., Kamruzzaman, J., Murshed, M. (2016). Search and tracking algorithms for swarms of robots: A survey. *Robotics and Autonomous Systems*, **75**: 422–434.

Shenoy, M. V. K.R., A. (2018). Swarm-sync: A distributed global time synchronization framework for swarm robotic systems. *Pervasive and Mobile Computing*, **44**: 1 – 30.

Siegwart, R. Nourbakhsh, I. R. (2004). *Introduction to Autonomous Mobile Robots*, Vol. 23. MIT press.

Soysal, O. Sahin, E. (2005). Probabilistic aggregation strategies in swarm robotic systems. En: *Proceedings 2005 IEEE Swarm Intelligence Symposium, 2005. SIS 2005.*. IEEE, Vol. 2005, pp. 325–332.

Soysal, O., Bahceci, E., Sahin, E. (2007). Aggregation in swarm robotic systems: Evolution and probabilistic control. *Turkish Journal of Electrical Engineering and Computer Sciences*, **15**(2): 199–225.

Sumpter, D. J. (2010). *Collective animal behavior*. Princeton University Press.

Sutantyo, D. K., Kernbach, S., Levi, P., Nepomnyashchikh, V. A. (2010). Multi-robot searching algorithm using lévy flight and artificial potential field. En: *Safety Security and Rescue Robotics (SSRR), 2010 IEEE International Workshop on*. IEEE, pp. 1–6.

Tan, Y. Zheng, Z.-y. (2013). Research Advance in Swarm Robotics. *Defence Technology*, **9**(1): 18–39.

Tanner, H., Jadbabaie, A., Pappas, G. (2003a). Stable flocking of mobile agents. II. Dynamic topology. En: *42nd IEEE International Conference on Decision and Control (IEEE Cat. No.03CH37475)*. IEEE, Vol. 2, pp. 2016–2021.

Tanner, H., Jadbabaie, A., Pappas, G. (2003b). Stable flocking of mobile agents. I. Fixed topology. En: *42nd IEEE International Conference on Decision and Control (IEEE Cat. No.03CH37475)*. IEEE, Vol. 2, pp. 2010–2015.

Theuerkauf, J., Rouys, S., Jedrzejewski, W. (2003). Selection of den, rendezvous, and resting sites by wolves in the Bialowieza Forest, Poland. *Canadian Journal of Zoology*, **81**(1): 163–167.

Thomas, M., Bandyopadhyay, B., Vachhani, L. (2016). Posture Stabilization of Unicycle Mobile Robot using Finite Time Control Techniques. *IFAC-PapersOnLine*, **49**(1): 379–384.

Tolba, S., Ammar, R., Rajasekaran, S. (2016). Taking swarms to the field: Constrained Spiral Flocking for underwater search. En: *2016 IEEE Symposium on Computers and Communication (ISCC)*, jun. IEEE, pp. 1177–1184.

Trianni, V. Nolfi, S. (2011). Engineering the Evolution of Self-Organizing Behaviors in Swarm Robotics: A Case Study. *Artificial Life*, **17**(3): 183–202.

Ueyama, T. Fukuda, T. (1993). Self-organization of cellular robots using random walk with simple rules. En: *Robotics and Automation, 1993. Proceedings., 1993 IEEE International Conference on*. IEEE, pp. 595–600.

Wehner, R. Srinivasan, M. V. (1981). Searching behaviour of desert ants, genuscataglyphis (formicidae, hymenoptera). *Journal of comparative physiology*, **142**(3): 315–338.

Wei Ren, Beard, R., Atkins, E. (2005). A survey of consensus problems in multi-agent coordination. En: *Proceedings of the 2005, American Control Conference, 2005.*. IEEE, pp. 1859–1864.

Wei Ren, Beard, R., Atkins, E. (2007). Information consensus in multivehicle cooperative control. *IEEE Control Systems Magazine*, **27**(2): 71–82.

Zebrowski, P., Litus, Y., Vaughan, R. T. (2007). Energy Efficient Robot Rendezvous. En: *Fourth Canadian Conference on Computer and Robot Vision (CRV '07)*, may. IEEE, pp. 139–148.

Zhang, H.-t., Liu, B., Cheng, Z., Chen, G. (2016). Model Predictive Flocking Control of the Cucker-Smale Multi-Agent Model With Input Constraints. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, **63**(8): 1265–1275.

Zhang, Y., Fan, Y., Song, C., Dong, C., Wang, L. (2017). Multi-agent rendezvous control based on event-triggered mechanism. En: *2017 32nd Youth Academic Annual Conference of Chinese Association of Automation (YAC)*, may. IEEE, pp. 780–784.

Zhao, X.-W., Guan, Z.-H., Li, J., Zhang, X.-H., Chen, C.-Y. (2017). Flocking of multi-agent nonholonomic systems with unknown leader dynamics and relative measurements. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*.

Zhou, L. Li, S. (2017). Distributed model predictive control for multi-agent flocking via neighbor screening optimization. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, **27**(9): 1690–1705.

Zhu, L. Xiang, Z. (2017). Aggregation Analysis for Competitive Multiagent Systems With Saddle Points via Switching Strategies. *IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems*, **PP**(99): 1–13.