

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Doctorado en Ciencias
en Oceanografía Física**

**La turbulencia asociada al movimiento de olas
que aún no rompen**

Tesis
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Doctor en Ciencias

Presenta:

Aldo Omar Hernández Olivares

Ensenada, Baja California, México
2019

Tesis defendida por

Aldo Omar Hernández Olivares

y aprobada por el siguiente Comité

Firma

Dr. Francisco Javier Ocampo Torres
Director de tesis

Dr. José Pedro Osuna Cañedo

Dr. Luis Zavala Sansón

Dr. Héctor García Nava



Dr. José Gómez Valdés
Coordinador del Posgrado en Oceanografía Física

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta Aldo Omar Hernández Olivares como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Oceanografía Física

La turbulencia asociada a olas que aún no rompen.

Resumen aprobado por:

Dr. Francisco Javier Ocampo Torres
Director de tesis

Se sabe que los procesos de intercambio entre el océano y la atmósfera determinan de manera decisiva el estado del mar, del tiempo y del clima. Con el fin de entender mejor los mecanismos que aportan energía cinética turbulenta en las capas de fluido en ambos lados de la superficie del mar, en este trabajo se estudia el efecto de las olas que aún no rompen en la generación de turbulencia. Para ello se realizaron mediciones de las velocidades de las partículas de fluido inducidas por la propagación de olas sin rompiente con el propósito de detectar la presencia de turbulencia y su asociación con la pendiente de las olas. Se analizaron 184 experimentos, con olas aproximadamente monocromáticas de diferente pendiente ($0.012 \leq \xi \leq 0.273$). Los experimentos se realizaron en un canal con dimensiones de $12.26 \text{ m} \times 0.55 \text{ m} \times 0.32 \text{ m}$ empleando un velocímetro acústico, para medir las componentes u , v y w de la velocidad en una columna de fluido con 3.5 cm de longitud en 35 celdas de 1 mm de ancho, aproximadamente. Se consideraron las componentes $u(t, z)$ y $w(t, z)$ en este análisis, puesto que las olas son prácticamente bidimensionales ($v(t, z) = 0$). A partir de los espectros de potencia correspondientes a las fluctuaciones turbulentas $u'(t, z)$ y $w'(t, z)$, se identificaron sub-rangos inerciales (turbulencia isotrópica) independientemente de la profundidad y del valor de la pendiente de las olas. Con los espectros de las fluctuaciones turbulentas de las velocidades se demuestra que el tamaño de los remolinos cuya energía es transferida a remolinos de menores escalas, es mayor al aumentar la pendiente de las olas. La razón de disipación de energía cinética turbulenta se estimó mediante dos métodos: a) a partir del sub-rango inercial en los espectros y b) a partir de los cortes verticales en las fluctuaciones turbulentas, con los que se obtuvieron valores similares y en ambos casos aumenta con ξ .

Palabras clave: olas que aún no rompen, olas monocromáticas, velocímetro acústico, turbulencia isotrópica, sub-rango inercial, remolinos turbulentos.

Abstract of the thesis presented Aldo Omar Hernandez Olivares as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Name of the Degree

On the turbulence of nonbreaking waves

Abstract approved by:

Dr. Francisco Javier Ocampo Torres
Thesis Director

Ocean-atmosphere exchange processes are known to decisively determine the sea state, the weather and our planet's climate. With the ultimate goal of a better understanding of the processes contributing with turbulent kinetic energy into both boundary layers above and below the sea surface, we approach the ocean surface wave phenomenon, and in particular we study the non-breaking waves potential effect. Therefore, measurement of particle velocities were obtained in a fluid under non-breaking waves, for the purpose of detecting turbulence and its association with the wave steepness ξ . A total of 184 experiments were analyzed, each one with a duration of 3.5 minutes and the presence of approximately monochromatic waves with varying steepness ($0.012 \leq \xi \leq 0.273$). The measurements were carried out in a wave tank with dimensions of 12.26 m \times 0.55 m \times 0.32 m using an acoustic velocimeter. The u , v and w components of velocity were measured on a 3.5 cm long fluid column in 35 cells of 1 mm in height. Only $u(t, z)$ and $w(t, z)$ components were considered for the analysis since, waves are practical two-dimensional ($v(t, z) = 0$). Power spectra were calculated in as a function of frequency corresponding to $u'(t, z)$ and $w'(t, z)$ turbulent fluctuations, an inertial subrange (isotropic turbulence) was detected in the most of the spectra, for certain depths regardless of the wave steepness. Results from turbulent fluctuations frequency spectra show that eddy size involved in transferring energy to smaller ones, increases with the wave slope. Turbulent kinetic energy dissipation rate was estimated through two different methods: a) from the inertial sub-range in the spectra, and b) from the turbulent velocity vertical shear. Both methods provided similar results and values increasing with ξ .

Keywords: nonbreaking waves, monochromatic waves, acoustic velocimeter, isotropic turbulence, inertial subrange, turbulent eddy.

Dedicatoria

A mi Familia: Mi padre José Hernández Flores, mi madre Hortensia Olivares Villegas y mi Hermano Lic. Alan Michel Hernández Olivares.

Y a la memoria del Dr. Orzo Sánchez Montante.

Agradecimientos

Al CICESE, por permitirme acceder y finalizar mis estudios de Doctorado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT), por el programa de Becas de Doctorado.

Al Dr. Modesto Ortiz Figueroa, Dr. Cuauhtémoc Turrent Thompson y a Lupita Pacheco, por todo su apoyo y comprensión durante mi estancia en el CICESE y el desarrollo de esta tesis.

Al Dr. Rafael Hernández Wall y M.C. Patricia Alvarado Graef, de la Universidad Autónoma de Baja California por facilitar el desarrollo de los experimentos en el laboratorio de olas de la Facultad de Ciencias Marinas (FCM).

A Javier Nieto, por facilitar la adaptación y manejo del laboratorio de olas de la FCM.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español.....	iii
Resumen en inglés.....	v
Dedicatorias.....	vii
Agradecimientos.....	viii
Lista de figuras.....	xii
Lista de tablas.....	xx
Nomenclatura.....	xxi
Capítulo 1. Introducción.....	1
1.1 Antecedentes.....	2
1.2 Objetivos.....	3
1.2.1 Objetivos generales.....	3
1.2.2 Objetivos específicos.....	3
Capítulo 2. Metodología.....	5
2.1 Características de los experimentos.....	5
2.2 Control de calidad de los datos.....	11
2.3 Reflexión de las olas en el extremo del canal con la presencia de una playa.....	12
2.4. Comparación entre las velocidades orbitales observadas y los resultados de la teoría lineal.....	14
Capítulo 3. Resultados.....	18
3.1 El espectro de la turbulencia.....	18
3.2 Separación de la velocidad en su parte coherente con el movimiento de las olas y su parte turbulenta.....	29
3.3 Las Macro-escalas de la turbulencia	34
3.3.1. La auto-correlación temporal de las fluctuaciones turbulentas	34
3.3.2. Las escalas integrales temporal y espacial (Macro-escalas) de la turbulencia.....	36
3.4 La intensidad de la turbulencia y su relación con la pendiente de las olas.....	43
3.4.1. La energía cinética de la turbulencia	46
3.4.2. Relación isotrópica	46
3.4.3. Los esfuerzos de Reynolds.....	49
3.5 La disipación de la energía cinética de la turbulencia	55

3.5.1 Estimación de la razón de disipación de energía cinética turbulenta mediante los cortes en las fluctuaciones turbulentas.....	55
3.5.2 La Ley de la Pared y el factor de energía del oleaje.....	58
3.5.3 Las micro-escalas de la turbulencia.....	65
3.5.4 La relación entre la micro-escala y la macro-escala de la turbulencia (Balance entre la producción y la disipación de energía cinética turbulenta).....	74
3.5.5 Los coeficientes de disipación de energía cinética turbulenta y su relación con los números de Reynolds	89
3.5.6 La razón de disipación de energía cinética turbulenta estimada a partir del sub-rango inercial.....	106
Capítulo 4. Discusión.....	118
Capítulo 5. Conclusiones.....	128
Literatura citada.....	131
Apéndices.....	136

Lista de figuras

Figura	Página
<p>1 Figura 1. Resultados de los coeficientes de reflexión del oleaje estimados a partir de los 184 experimentos. a) Valores de z/H en función de K_r y valores de ξ se indican con el color de los puntos. b) Coeficientes de reflexión promediados en la vertical $\langle K_r \rangle$ en función de ξ. La línea azul corresponde al ajuste por cuadrados mínimos de los valores de $\langle K_r \rangle$ en función de ξ y las líneas segmentas azules a ± 1 desviación estándar.....</p>	13
<p>2 Figura 2. Resultados de la comparación entre las características de las velocidades orbitales observadas (instantáneas) y los resultados estimados mediante la teoría lineal, y los histogramas de sus diferencias: a) $u(z)_{rms}$ contra $u(z)_{teórico_{rms}}$; b) $w(z)_{rms}$ contra $w(z)_{teórico_{rms}}$ y c) $U_\mu(z)$ contra $U_\mu(z)_{teórico}$. El patrón de colores especifica el valor de la pendiente del oleaje ξ. Frecuencia de ocurrencia de las diferencias: d) $u(z)_{rms} - u(z)_{teórico_{rms}}$; e) $w(z)_{rms} - w(z)_{teórico_{rms}}$ y f) $U_\mu(z) - U_\mu(z)_{teórico}$. La línea continua de color rojo indica el promedio m y las líneas segmentadas de color rojo representan $m \pm 1$ desviación estándar.....</p>	16
<p>3 Figura 3. Resultados de las diferencias entre las velocidades estimadas con base en la consideración de aguas intermedias y las velocidades estimadas con la aproximación de aguas profundas. Histogramas de las diferencias: a) $u(z)_{teórico_{rms}} - u(z)_{Aguas_profundas_{rms}}$; b) $w(z)_{teórico_{rms}} - w(z)_{Aguas_profundas_{rms}}$ y c) $U_\mu(z)_{teórico} - U_\mu(z)_{Aguas_profundas}$. La línea continua de color rojo indica el promedio m y las líneas segmentadas de color rojo representan $m \pm 1$ desviación estándar.....</p>	17
<p>4 Figura 4. Ejemplo de espectros de potencia en donde se muestran sub-rangos inerciales en a) $S_{u'u'}(f, z)$ y b) $S_{w'w'}(f, z)$ de 4 diferentes experimentos. La línea magenta segmentada corresponde a la ley de $f^{-5/3}$ de Kolmogorov y la línea roja a un intervalo de frecuencia con una $m = -5/3 \pm 0.04$. Cada color en los espectros de potencia especifica un experimento en particular para una profundidad y ξ determinada.....</p>	21
<p>5 Figura 5. Porcentaje de espectros $S_{u'u'}(f)$ en donde se identificó el sub-rango inercial y el promedio de su ancho en frecuencia en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el ancho en frecuencia promedio de los sub-rangos inerciales en Hz.</p>	23
<p>6 Figura 6. Porcentaje de espectros $S_{w'w'}(f)$ en donde se identificó el sub-rango inercial y el promedio de su ancho en frecuencia en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el ancho en frecuencia promedio de los sub-rangos inerciales en Hz.....</p>	24

- 7** Figura 7. Porcentaje de ocurrencia y límite superior promedio de sub-rangos inerciales en los $S_{u'u'}(k_1, z)$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el límite superior promedio en número de onda de los sub-rangos inerciales en Rad/m..... **27**
- 8** Figura 8. Porcentaje de ocurrencia y límite superior promedio de sub-rangos inerciales en los $S_{w'w'}(k_1, z)$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el límite superior promedio en número de onda de los sub-rangos inerciales en Rad/m..... **28**
- 9** Figura 9. Histogramas de los valores de los números de Reynolds para olas que aún no rompen $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ que corresponden a las profundidades en donde se identificó el sub-rango inercial en a) $S_{u'u'}(k_1, z)$ y b) $S_{w'w'}(k_1, z)$. La línea continua de color rojo especifica el valor promedio m en los Histogramas y las líneas segmentadas de color rojo el valor $m \pm 1$ desviación estándar. **29**
- 10** Figura 10. Resultados parciales del experimento 144, como ejemplo de las series de tiempo de las componentes (a) horizontal y (b) vertical de las velocidades. Se presentan las gráficas de las observaciones instantáneas (puntos en azul), la señal coherente con la elevación de la superficie libre (línea negra) y la señal correspondiente a las fluctuaciones turbulentas (línea y puntos en rojo). **31**
- 11** Resultados de la comparación entre las características de las velocidades observadas que son coherentes con el movimiento de las olas y los resultados estimados mediante la teoría lineal, y los histogramas de sus diferencias: a) $\tilde{u}(z)_{rms}$ contra $u(z)_{teorico_{rms}}$; b) $\tilde{w}(z)_{rms}$ contra $w(z)_{teorico_{rms}}$ y c) $\tilde{U}_\mu(z)$ contra $U_\mu(z)_{teorico}$. El patrón de colores especifica el valor de la pendiente del oleaje ξ . Frecuencia de ocurrencia de las diferencias: d) $\tilde{u}(z)_{rms} - u(z)_{teorico_{rms}}$; e) $\tilde{w}(z)_{rms} - w(z)_{teorico_{rms}}$ y f) $\tilde{U}_\mu(z) - U_\mu(z)_{teorico}$. La línea continua de color rojo indica el promedio μ y las líneas segmentadas de color rojo representan $\mu \pm 1$ desviación estándar..... **33**
- 12** Figura 12. Resultados de las funciones auto-correlación temporal correspondientes al experimento 144 ($\xi=0.19087$) y a los valores registrados en profundidades entre $-0.051 \text{ m} \geq z \geq -0.057 \text{ m}$: a) $[[R_u(\tau, z)]]$ y b) $[[R_w(\tau, z)]]$. Las líneas en rojo representan ± 1 desviación estándar de las funciones de auto-correlación temporal promedio y las líneas en azul representan la función característica de un decaimiento exponencial..... **36**
- 13** Figura 13. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales Eulerianas (extensión longitudinal) $\langle L_{Eu} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar. **39**

- 14** Figura 14. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales Eulerianas (extensión longitudinal) $\langle L_{EW} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **40**
- 15** Figura 15. Resultados de la razón $\langle L_{Eu} \rangle / \langle L_{EW} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color rojo representa un valor igual a uno y las líneas segmentadas 1 ± 0.2 . Los números en rojo indican el porcentaje de experimentos con valores $\langle L_{Eu} \rangle / \langle L_{EW} \rangle = 1 \pm 0.2$ **42**
- 16** Figura 16. Resultados del promedio en la vertical de la intensidad turbulenta $\langle u' \rangle$ (componente turbulenta horizontal) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar. **44**
- 17** Figura 17. Resultados del promedio en la vertical de la intensidad turbulenta $\langle w' \rangle$ (componente turbulenta vertical) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **45**
- 18** Figura 18. Resultados de los cocientes $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea roja representa un valor igual a uno y las líneas segmentadas a 1 ± 0.2 . Los números en rojo indican el porcentaje de experimentos con valores $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle = 1 \pm 0.2$ **47**
- 19** Figura 19. Resultados del promedio en la vertical de la energía cinética turbulenta $\langle \overline{q^2} / 2 \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar... **48**

- 20** Figura 20. Resultados del promedio en la vertical de los esfuerzos de Reynolds $\langle \tau_{\text{stress}}/\rho \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar... **51**
- 21** Figura 21. Resultados del promedio en la vertical de los esfuerzos de Reynolds viscosos $\langle u'w' \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **52**
- 22** Figura 22. Valores los esfuerzos de Reynolds bajo la influencia de olas: a) $(\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) + \overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$ contra $\text{cov}(u(z), w(z))$ y b) histograma de los valores del cociente $\text{cov}(u(z), w(z))/(\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) + \overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$. La línea continua en color azul en b) representa el valor promedio m en el histograma y las líneas segmentadas en color azul a $m \pm 1$ desviación estándar. **53**
- 23** Figura 23. Resultados del promedio en la vertical de los cocientes $\langle \overline{\tilde{u}\tilde{w}}/(\overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}) \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea segmentada en color rojo representa un valor igual a diez. Los números en color rojo corresponden al porcentaje de experimentos en el cual los valores $\langle \overline{\tilde{u}\tilde{w}}/(\overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}) \rangle < 1$ **54**
- 24** Figura 24. Resultados del promedio en la vertical de razón de disipación de energía cinética turbulenta $\langle \varepsilon_{u'w'} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. La línea azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar. Los incisos a, b, c, d y e corresponden a diferentes intervalos de profundidad dentro del rango del perfil $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$ (inciso f). Los círculos en color rojo corresponden a los valores de ε obtenidos por Babanin y Hauss (2009)..... **57**
- 25** Figura 25. Descripción vertical de los valores de z^+ en la escala adimensional z/H . La profundidad z se presenta normalizada con la altura H de las olas en el eje de las ordenadas. En el eje de las abscisas la profundidad z se normaliza mediante una escala longitudinal viscosa ν/u_* , de forma que $z^+ = u_*z/\nu$. El patrón de colores especifica el valor de ξ **59**
- 26** Figura 26. Descripción vertical (con respecto a la escala adimensional z/H) de la razón de disipación de energía cinética turbulenta normalizada con base en los resultados estimados a partir de la Ley de la pared: a) $\varepsilon_{u'}/\varepsilon_{\text{wall}}(z/H)$, b) $\varepsilon_{w'}/\varepsilon_{\text{wall}}(z/H)$ y c) $\varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_{\text{wall}}(z/H)$. Resultados del promedio en la vertical de: d) $\langle \varepsilon_{u'}/\varepsilon_{\text{wall}} \rangle$, e) $\langle \varepsilon_{w'}/\varepsilon_{\text{wall}} \rangle$ y f) $\langle \varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_{\text{wall}} \rangle$. El patrón de colores especifica el valor de ξ **61**

- 27** Figura 27. Descripción vertical (con respecto a la escala adimensional z/H) de la razón de disipación de energía cinética turbulenta normalizada con base en los resultados estimados a partir de ε_F : a) $\varepsilon_u/\varepsilon_F(z/H)$, b) $\varepsilon_w/\varepsilon_F(z/H)$ y c) $\varepsilon_{u,w}/\varepsilon_F(z/H)$. Resultados del promedio en la vertical de: d) $\langle \varepsilon_u/\varepsilon_F \rangle$, e) $\langle \varepsilon_w/\varepsilon_F \rangle$ y f) $\langle \varepsilon_{u,w}/\varepsilon_F \rangle$. El patrón de colores especifica el valor de ξ **64**
- 28** Figura 28. Función de auto-correlación espacial $R(r)$ correspondiente a una componente turbulenta de la velocidad. Caso particular de la micro-escala de la turbulencia (línea punteada), en donde $R(r) = 0$ indica la extensión de los remolinos de la micro-escala ($r = \lambda$). Al representar la integral de la auto-correlación con su valor máximo $R(r) = 1$ (línea segmentada) puede obtenerse la extensión de los remolinos de macro-escala ($r = L$)..... **65**
- 29** Figura 29. Resultados del valor de la micro-escala de Taylor (extensión vertical) promediado en la vertical $\langle \lambda_{zz} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **68**
- 30** Figura 30. Resultados del valor de la micro-escala de Taylor (extensión longitudinal) promediado en la vertical $\langle \lambda_{xx} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ . Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **69**
- 31** Figura 31. Histogramas de los resultados obtenidos de la razón entre la extensión (longitudinal y vertical) de la macro-escala y la extensión (longitudinal y vertical) de la micro-escala de Taylor. Particularmente: a) $L_{Eu}(z)/\lambda_{xx}(z)$ y b) $L_{Ew}(z)/\lambda_{zz}(z)$. Las líneas continuas representan el valor promedio μ y las líneas azules segmentadas a $\mu \pm 1$ desviación estándar..... **70**
- 32** Figura 32. Resultados obtenidos de la razón entre la extensión longitudinal y la extensión vertical de la micro-escala de Taylor promediada en la vertical $\langle \lambda_{xx} \rangle / \langle \lambda_{zz} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color rojo representa un valor igual a $\sqrt{2}$ y las líneas segmentadas a $\sqrt{2} \pm 0.2$. Los números en rojo indican el porcentaje de experimentos con valores $\langle \lambda_{xx} \rangle / \langle \lambda_{zz} \rangle = \sqrt{2} \pm 0.2$ **72**

- 33** Figura 33. Histogramas de los resultados obtenidos de la razón entre la extensión (horizontal y vertical) de la micro-escala de Taylor y la micro-escala de Kolmogorov. Particularmente: a) $\lambda_{xx}(z)/\eta_K[u'](z)$, b) $\lambda_{xx}(z)/\eta_K[w']$, c) $\lambda_{xx}(z)/\eta_K[u'w']$, d) $\lambda_{zz}(z)/\eta_K[u']$, e) $\lambda_{zz}(z)/\eta_K[w']$ y f) $\lambda_{zz}(z)/\eta_K[u'w']$. Las líneas continuas de color azul representan el valor promedio μ y las líneas segmentadas de color azul a $\mu \pm 1$ desviación estándar..... **73**
- 34** Figura 34. Histogramas de los resultados de los exponentes a estimados con el ajuste mediante cuadrados mínimos de la razón de λ/L en términos de Re_L^a . Particularmente se presentan los resultados de los exponentes: a) a_1 , b) a_2 , c) a_3 y d) a_4 de la ecuación (25). Las líneas azules continuas representan el valor promedio m y las líneas azules segmentadas el valor $m \pm 1$ desviación estándar..... **77**
- 35** Figura 35. Similar a la Figura 34, solo que los exponentes son calculados a partir de la razón entre la micro-escala (λ_{xx} y λ_{zz}) y macro-escala de la turbulencia (L_{Ep} y L_{Ep}) en función de un número de Reynolds Re_{Lp} **78**
- 36** Figura 36. Histogramas de los resultados de las razones $L_p(z)/L_E(z)$ y $L_p(z)/\lambda(z)$. Particularmente se presentan los resultados de: a) $L_{Pu}(z)/L_{Eu}(z)$, b) $L_{Pw}(z)/L_{Ew}(z)$, c) $L_{Pu}(z)/\lambda_{xx}(z)$ y d) $L_{Pw}(z)/\lambda_{zz}(z)$. Las líneas azules continuas representan el valor promedio m y las líneas azules segmentadas el valor $m \pm 1$ desviación estándar..... **79**
- 37** Figura 37. Resultados de los exponentes a estimados a partir de la ecuación (25), en función de la pendiente del oleaje ξ . Particularmente se presentan los resultados de: a) a_1 , b) a_2 , c) a_3 y d) a_4 . El patrón de colores especifica los valores de los coeficientes de disipación A_{1p-4p} . Las líneas segmentadas en color negro delimitan el intervalo [-0.7, -0.4] y las líneas segmentadas en color magenta el intervalo [-0.8, -0.5]. **81**
- 38** Figura 38. Resultados de los exponentes a_p estimados a partir de la ecuación (26), en función de la pendiente del oleaje ξ . Particularmente se presentan los resultados de: a) a_{1p} , b) a_{2p} , c) a_{3p} y d) a_{4p} . El patrón de colores especifica los valores de los coeficientes de disipación A_{p1-p4} . Las líneas segmentadas en color negro delimitan el intervalo [-0.7, -0.4] y las líneas segmentadas en color magenta el intervalo [-0.8, -0.5]. **82**
- 39** Figura 39. Resultados de la comparación entre las observaciones de los exponentes a y a_p . Particularmente se presentan los resultados de: a) a_{1p} en función de a_1 , b) a_{2p} en función de a_2 , c) a_{3p} en función de a_3 y d) a_{4p} en función de a_4 . El patrón de colores especifica el valor de ξ **83**
- 40** Figura 40. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales estimadas con base en Pearson et al., (2009), $\langle L_{Pu} \rangle$ (extensión longitudinal) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) -0.028 m $\geq z >$ -0.039 m, b) -0.039 m $\geq z >$ -0.051 m, c) -0.051 m $\geq z >$ -0.063 m, d) -0.063 m $\geq z >$ -0.074 m y e) -0.067 m $\geq z >$ -0.086 m, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) -0.028 m $\geq z \geq$ -0.086 m. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **86**

- 41** Figura 41. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales estimadas con base en Pearson et al., (2009), $\langle L_{Pw} \rangle$ (extensión vertical) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar. 87
- 42** Figura 42. Resultados de la razón $\langle L_{Pu} \rangle / \langle L_{Pw} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color rojo representa un valor igual a uno y las líneas segmentadas 1 ± 0.2 . Los números en rojo corresponden al porcentaje en que $\langle L_{Pu} \rangle / \langle L_{Pw} \rangle = 1 \pm 0.2$ 88
- 43** Figura 43. Histogramas de los resultados de los coeficientes de disipación: a) $C_{\varepsilon 1}(z)$; b) $C_{\varepsilon 2}(z)$; c) $C_{\varepsilon 3}(z)$; d) $C_{\varepsilon 4}(z)$; e) $C_{\varepsilon 5}(z)$ y f) $C_{\varepsilon 6}(z)$. Las líneas continuas en color azul delimitan el intervalo $[0.4, 4.5]$. La línea continua en color rojo representa el valor promedio m y las líneas en color rojo segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar. Las cifras en color azul especifican el porcentaje del total de observaciones con valores de C_{ε} dentro del intervalo $[0.4, 4.5]$ 92
- 44** Figura 44. Valores de C_{ε} en función de Re_{λ} . Particularmente: a) valores de C_{ε} obtenidas de diferentes simulaciones numéricas de turbulencia homogénea e isotrópica forzada y en decaimiento en función de Re_{λ} , y b) valores de $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{\lambda_w 2}(z)$ correspondientes a dos diferentes experimentos. Los círculos en azul corresponden al experimento No. 33 ($\xi = 0.1247$) y las cruces en rojo al experimento No. 49 ($\xi = 0.1007$)..... 94
- 45** Figura 45. Resultados de los valores de C_{ε} en función de Re_{λ} del total de los experimentos: a) $C_{\varepsilon 1}$ en función de Re_{λ_u} ; b) $C_{\varepsilon 1}$ en función de $Re_{\lambda_w 2}$; c) $C_{\varepsilon 2}$ en función de $Re_{\lambda_w 2}$; d) $C_{\varepsilon 3}$ en función de Re_{λ_w} ; e) $C_{\varepsilon 3}$ en función de $Re_{\lambda_w 2}$ y f) $C_{\varepsilon 4}$ en función de $Re_{\lambda_w 2}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . La línea continua en color blanco en cada uno de los paneles corresponde al ajuste mediante cuadrados mínimos..... 97
- 46** Figura 46. Histogramas de los resultados de los exponentes b estimados con el ajuste mediante cuadrados mínimos de C_{ε} en términos de Re_{λ}^b . Particularmente se presentan los resultados de los exponentes: a) b_1 ; b) b_2 ; c) b_3 ; d) b_4 ; e) b_5 y f) b_6 . La línea continua en color rojo representa el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo $m \pm 1$ desviación estándar. 98

- 47** Figura 47. Resultados de los coeficientes de disipación $C_{\varepsilon 3}(z)$ y $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda}(z)^b$. Particularmente: a) $C_{\varepsilon 3}(z)$ y b) $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda_u}(z)$, correspondientes a experimentos específicos con valores diferentes de ξ ; conjunto total de observaciones de c) $C_{\varepsilon 3}(z)$ y d) $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda_u}(z)$; e) histogramas de los resultados de los exponentes e) b_7 y f) b_8 correspondientes al total de experimentos realizados, estimados mediante cuadrados mínimos de $C_{\varepsilon}(z)$ ($C_{\varepsilon 3}(z)$ y $C_{\varepsilon 4}(z)$) en términos de $Re_{\lambda}(z)^b$ ($Re_{\lambda}(z)^{b7}$ y $Re_{\lambda}(z)^{b8}$). El patrón de colores especifica el valor de ξ y las líneas continuas en color blanco al ajuste mediante cuadrados mínimos. La línea continua en color rojo especifica el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo a $m \pm 1$ desviación estándar. **100**
- 48** Figura 48. Resultados de los coeficientes de disipación $C_{\varepsilon 5}(z)$ y $C_{\varepsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda}(z)^b$. Particularmente: a) $C_{\varepsilon 5}(z)$ y b) $C_{\varepsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda_w}(z)$ y $Re_{\lambda_{u2}}(z)$, respectivamente, correspondientes a experimentos específicos con valores diferentes de ξ ; conjunto total de observaciones de c) $C_{\varepsilon 5}(z)$ y d) $C_{\varepsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda_w}(z)$ y $Re_{\lambda_{u2}}(z)$, respectivamente; e) histogramas de los resultados de los exponentes e) b_9 y f) b_{10} correspondientes al total de experimentos realizados, estimados mediante cuadrados mínimos de $C_{\varepsilon}(z)$ ($C_{\varepsilon 5}(z)$ y $C_{\varepsilon 6}(z)$) en términos de $Re_{\lambda}(z)^b$ ($Re_{\lambda_w}(z)^{b9}$ y $Re_{\lambda_{u2}}(z)^{b10}$). El patrón de colores especifica el valor de ξ y las líneas continuas en color blanco al ajuste mediante cuadrados mínimos. La línea continua en color rojo especifica el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo a $m \pm 1$ desviación estándar..... **101**
- 49** Figura 49. Resultados de C_{ε} en función de $Re_L(z)$ de experimentos específicos con valores diferentes de ξ . Particularmente: a) $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}}(z)$, b) $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}2}(z)$, c) $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}}(z)$, d) $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}2}(z)$, e) $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{EW}2}(z)$ y f) $C_{\varepsilon 1}(z)$ en función de $Re_{L_{EW}2}(z)$. En los seis paneles, las líneas continuas y segmentadas en color negro corresponden a los diferentes ajustes mediante cuadrados mínimos. **104**
- 50** Figura 50. Histogramas de los resultados de los exponentes b estimados con el ajuste mediante cuadrados mínimos de C_{ε} en términos de Re_L^b . Particularmente se presentan los resultados de los exponentes: a) b_{11} , b) b_{12} , c) b_{13} , d) b_{14} , e) b_{15} y f) b_{16} . La línea continua en color rojo representa el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo $m \pm 1$ desviación estándar..... **105**
- 51** Figura 51. Resultados del promedio en la vertical de razón de disipación de energía cinética turbulenta ($\langle \varepsilon_{S_{u'w'}} \rangle$) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **110**

- 52** Figura 52. Resultados del promedio en la vertical de razón de disipación de energía cinética turbulenta $\langle [\varepsilon_{S_w w'}] \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar..... **111**
- 53** Figura 53. Comparación de los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \rangle$ y $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \rangle$, del total de observaciones en donde se identificó el sub-rango inercial, con los resultados correspondientes de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente: resultados de las observaciones de a) $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en función de $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \rangle$ y de b) $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en función de $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \rangle$, e histogramas de los resultados del c) cociente entre $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \rangle$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, y del d) cociente entre $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \rangle$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . Las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul a $m \pm 1$ desviación estándar..... **112**
- 54** Figura 54. Comparación entre los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \rangle$ y $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \rangle$, del total de observaciones en donde se identificó el sub-rango inercial, con los resultados de las observaciones de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, respectivamente. Particularmente: resultados de las observaciones de a) $\varepsilon_{u'}(z)$ en función de $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \rangle$ y de b) $\varepsilon_{w'}(z)$ en función de $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \rangle$, e histogramas de los resultados del c) cociente entre $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \rangle$ y $\varepsilon_{u'}(z)$, y del d) cociente entre $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \rangle$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . Las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul a $m \pm 1$ desviación estándar..... **113**
- 55** Figura 55. Comparación entre el total de resultados (correspondiente al total de sub-rangos inerciales identificados tanto en $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$) del promedio en la vertical $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}] \rangle$ y del promedio en la vertical $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}] \rangle$, en el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Particularmente, en el inciso a) se presentan los valores de $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}] \rangle$ en función de $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}] \rangle$, mientras que en el inciso b) el histograma de los resultados del cociente entre $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}] \rangle$ y $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}] \rangle$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . La línea continua en color azul representa el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul $m \pm 1$ desviación estándar..... **114**
- 56** Figura 56. Resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \rangle$ y $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \rangle$ en función de z^m . Particularmente: perfiles de razón de disipación de energía cinética turbulenta: a) $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}(z/H)] \rangle$ y b) $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}(z/H)] \rangle$ (con respecto a la escala adimensional z/H), y resultados de los exponentes c) m_1 y d) m_2 en función de ξ . Las líneas continuas en color negro corresponden a un ajuste mediante cuadrados mínimos. El patrón de colores especifica el valor de ξ **115**

- 57** Figura 57. Resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ en función de z^m . Particularmente: perfiles de razón de disipación de energía cinética turbulenta: a) $\varepsilon_{u'}(z/H)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z/H)$ (con respecto a la escala adimensional z/H), y resultados de los exponentes c) m_3 y d) m_4 en función de ξ . Las líneas continuas en color negro corresponden a un ajuste mediante cuadrados mínimos. El patrón de colores especifica el valor de ξ **116**
- 58** Figura 58. Resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'w'}(z)$ en función de z^m . Particularmente se presenta: el perfil de razón de disipación de energía cinética turbulenta a) $\varepsilon_{u'w'}(z/H)$ (con respecto a la escala adimensional z/H) y los resultados de los exponentes c) m_5 en función de ξ . Las líneas continuas en color negro corresponden a un ajuste mediante cuadrados mínimos. El patrón de colores especifica el valor de ξ **117**
- 59** Figura 59. Secuencia de rotaciones elementales y convención de ángulos de Euler ϕ , θ y ψ (rotaciones intrínsecas): a) primera rotación elemental con respecto al eje z ; b) segunda rotación elemental con respecto al eje y' y c) tercera rotación elemental con respecto al eje z' **142**
- 60** Figura 60. Resultados de los ángulos de Euler correspondientes con la matriz de rotación $M(z)$. Particularmente: perfiles verticales e histogramas de $\phi(z/H)$, (a y d), $\theta(z/H)$ (b y e) y $\psi(z/H)$ (c y f). El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z se normaliza con respecto a la altura H . Las líneas rojas señalan el valor medio m y las líneas rojas segmentadas $m \pm 1$ desviaciones estándar..... **143**
- 61** Figura 61. Perfiles verticales de la media temporal de las componentes de la velocidad con ejes rotados y sin rotar. Particularmente: a) $\overline{u(z)_0}$, b) $\overline{v(z)_0}$, c) $\overline{w(z)_0}$, d) $\overline{u(z)}$, e) $\overline{v(z)}$ y f) $\overline{w(z)}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z es normalizada con respecto a la altura H de las olas..... **146**
- 62** Figura 62. Resultados de la magnitud de la velocidad con ejes rotados y sin rotar. Particularmente: perfiles verticales a) $U_\mu(z/H)_0$ y b) $U_\mu(z/H)$, e histograma de las diferencias $U_\mu(z) - U_\mu(z)_0$. El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z se normaliza con respecto a la altura H de las olas. La línea roja señala el valor del promedio m y las líneas rojas segmentadas el valor $m \pm 1$ desviación estándar..... **146**
- 63** Figura 63. Resultados de los ángulos de Euler correspondientes con la matriz de rotación $G(z)$. Particularmente: perfiles verticales e histogramas de $\phi_*(z/H)$ (a y d), $\theta_*(z/H)$ (b y e) y $\psi_*(z/H)$ (c y f). El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z se normaliza con respecto a la altura H . Las líneas rojas señalan el valor medio m y las líneas rojas segmentadas $m \pm 1$ desviaciones estándar..... **148**
- 64** Figura 64. Histogramas de las diferencias entre las componentes de velocidad rotadas mediante la matriz de rotación $M(z)$ y $G(z)$. Particularmente: a) $u(t, z) - u(t, z)_*$, b) $v(t, z) - v(t, z)_*$ y c) $w(t, z) - w(t, z)_*$; y los coeficientes de determinación d) $R^2(z)_{u-u_*}$, e) $R^2(z)_{v-v_*}$ y f) $R^2(z)_{w-w_*}$ **152**

- 65** Figura 65. Perfiles verticales de la media temporal de las componentes de la velocidad con ejes rotados y sin rotar. Particularmente: a) $\overline{u(z)}_0$, b) $\overline{v(z)}_0$, c) $\overline{w(z)}_0$, d) $\overline{u(z)}_*$, e) $\overline{v(z)}_*$ y f) $\overline{w(z)}_*$. El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z es normalizada con respecto a la altura H de las olas..... **153**
- 66** Figura 66. Resultados de las observaciones de velocidad $U_\mu(z)_*$. Particularmente: a) perfiles verticales de $U_\mu(z)_*$ en función de la escala adimensional z/H e b) histograma de las diferencias $U_\mu(z) - U_\mu(z)_*$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , La línea de color rojo señala el valor promedio m y las líneas de color rojo segmentadas al valor promedio $m \pm 1$ desviación estándar..... **154**
- 67** Figura 67. Representación gráfica de los parámetros de Euler en términos de \vec{e} y Φ con respecto al sistema coordenado x'' , y'' y z' **154**
- 68** Figura 68. Observaciones de los ángulos de orientación. Particularmente: resultados de los perfiles verticales) $\Phi(z/H)$ y b) $\Phi_*(z/H)$ e histogramas de las diferencias c) $\Phi(z) - \Phi_*(z)$ y de los coeficientes de determinación R^2_{Φ, Φ_*} . Las líneas en color rojo señalan el valor promedio m y las líneas rojas segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar..... **158**
- 69** Figura 69. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en los cambios locales o temporales de las fluctuaciones turbulentas y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energética cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z) / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{w'}(z) / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar..... **162**
- 70** Figura 70. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en los cambios locales o temporales de las fluctuaciones turbulentas y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energética cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u',w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u',w'}(z) / \varepsilon_{u',w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{u',w'}(z) / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar..... **164**
- 71** Figura 71. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en el rango de equilibrio universal en $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$, y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z) / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{w'}(z) / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar..... **167**

- 72** Figura 72. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en el rango de equilibrio universal en $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$, y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de la energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} / \varepsilon_{u',w'}(z)$ y d) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} / \varepsilon_{u',w'}(z)$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar..... **168**
- 73** Figura 73. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en el rango de equilibrio universal en $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$, y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en los cambios locales o temporales de las fluctuaciones turbulentas y la Hipótesis de Taylor. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar..... **170**

Lista de tablas

Tabla	Página
1 Características de los experimentos realizados en el canal de olas y de las olas generadas: nivel del agua en el canal, frecuencia de las olas, altura, número de onda, longitud de onda, pendiente.....	7
2 Valor promedio de los coeficientes de determinación entre la razón λ/L y su estimación mediante $Re_L(z)^a$	76
3 Valores promedio de los números de Reynolds $Re_L(z)$	84
4 Valores de los coeficientes de determinación entre los diferentes $C_\varepsilon(z)$ y su respectivo $Re_\lambda(z)^b$ y también los valores de los exponentes b	102

Nomenclatura

Símbolos itálicos

\mathcal{A}	amplitud del espectro de potencia de la superficie libre del agua.
$A_1, A_2, A_3, A_4,$ $A_{1P}, A_{2P}, A_{3P}, A_{4P}$	coeficientes de disipación estimados a partir de los valores de $\lambda(z)/L(z)$ en función $Re_L(z)$.
a_{wave} :	amplitud de las olas.
$a_1, a_2, a_3, a_4,$ $a_{1p}, a_{2p}, a_{3p}, a_{4p}$	exponentes estimados con base en los valores de $\lambda(z)/L(z)$ en función $Re_L(z)$.
$b_1, b_2, b_3, b_4,$ $b_5, b_6, b_7, b_8, b_9, b_{10}$	exponentes estimados con base en los valores de $C_\varepsilon(z)$ en función de $Re_\lambda(z)$.
$b_{11}, b_{12}, b_{13}, b_{14}, b_{15},$ b_{16}	exponentes estimados con base en los valores de $C_\varepsilon(z)$ en función de $Re_L(z)$.
$C_{u\eta}^2(f)$	espectro de coherencia entre u y η .
$C_{w\eta}^2(f)$	espectro de coherencia entre w y η .
$C_{\varepsilon 1}(z), C_{\varepsilon 2}(z), C_{\varepsilon 3}(z),$ $C_{\varepsilon 4}(z), C_{\varepsilon 5}(z), C_{\varepsilon 6}(z),$ $C_{\varepsilon 1P}(z), C_{\varepsilon 2P}(z),$ $C_{\varepsilon 3P}(z), C_{\varepsilon 4P}(z)$	coeficientes de disipación estimados a partir de la normalización de $\varepsilon(z)$.
C_{wave}	rapidez de fase de las olas
$D(f, \theta)$	espectro direccional del oleaje.
\mathcal{D}_ε	ε total en la columna de agua.
$E(k)$	densidad de energía correspondiente al sub-rango inercial en el espectro de potencia de la velocidad turbulenta.
E_{in}	energía incidente de las olas.
E_{re}	energía reflejada de las olas.

F	transformada de Fourier.
F^{-1} :	transformada inversa de Fourier.
f_p	frecuencia de las olas.
g	aceleración de gravedad.
H	altura de las olas.
h	nivel del agua.
$K_r(z)$	coeficiente de reflexión.
k_{wave}	número de onda de las olas.
$\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)$	vector número de onda.
k	modulo del vector \mathbf{k} .
$L, L_{Eu}, L_{Pu},$	escalas integrales espaciales Eulerianas (macro-escalas).
L_{Ew}, L_{Pw}	
\mathcal{P}	producción de turbulencia.
m	Valor promedio de una variable.
$\overline{q(z)^2}/2$	energía cinética turbulenta.
$R(r)$	función de auto-correlación espacial de una componente de velocidad turbulenta.
Re	número de Reynolds.
$[Re_{wave}]_{2006}$	número de Reynolds para olas que aún no rompen
$Re_L, Re_{L_{Eu}}, Re_{L_{Ew}},$	
$Re_{L_{Pu}}, Re_{L_{Pu}}$	números de Reynolds relativos a las macro-escalas de la turbulencia.
$Re_{\lambda_u}, Re_{\lambda_u2},$	
$Re_{\lambda_w}, Re_{\lambda_w2}$	números de Reynolds relativos a las micro-escalas de Taylor.
$R_u(\tau)$	función de auto-correlación temporal de la componente u' .
$R_w(\tau)$	función de auto-correlación temporal de la componente w'
$S_{\eta\eta}(f)$	espectro de potencia de la superficie libre del agua η .

$S_{uu}(f)$	espectro de potencia de la componente u .
$S_{\tilde{u}\tilde{u}}(f)$	espectro de potencia de la componente \tilde{u} .
$S_{u'u'}(f)$	espectro de potencia de la componente u' .
$S_{ww}(f)$	espectro de potencia de la componente w .
$S_{\tilde{w}\tilde{w}}(f)$	espectro de potencia de la componente \tilde{w} .
$S_{w'w'}(f)$	espectro de potencia de la componente w' .
$T_{Eu}(z), T_{Ew}(z)$	escalas integrales temporales Eulerianas.
$U_{\mu}(z)$	magnitud promedio de la velocidad instantánea.
$\tilde{U}_{\mu}(z)$	magnitud promedio de la velocidad coherente con η .
$U_{\mu}(z)$ _teorico	magnitud promedio de la velocidad teórica de las olas.
$U_{\mu}(z)$ _Aguas_profundas	magnitud promedio de la velocidad de las olas aproximada bajo consideración de aguas profundas.
$\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$	vector de la velocidad del flujo promedio.
$\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$	vector de la velocidad coherente con la superficie libre del agua (velocidad orbital).
$\mathbf{u}' = (u', v', w')$	vector de la velocidad turbulenta.
$u(t, z)$	componente horizontal de la velocidad instantánea.
$u'(t, z)$	componente horizontal de la velocidad turbulenta (fluctuación turbulenta horizontal).
$\tilde{u}(t, z)$	componente horizontal de la velocidad coherente con η .
$u'(z)_{rms}$	intensidad de la componente horizontal turbulenta $u'(t, z)$.
$u(z)$ _teorico	componente horizontal de las velocidades teóricas de las olas.
$u(z)$ _Aguas_profundas:	aproximación de la componente horizontal de las velocidades de las olas bajo consideración de aguas profundas.
$u_*(z)$:	velocidad de fricción.

$w(t, z)$:	componente vertical de la velocidad instantánea.
$\tilde{w}(t, z)$:	componente vertical de la velocidad coherente con η .
$w'(t, z)$:	componente vertical de la velocidad turbulenta (fluctuación turbulenta vertical).
$w'(z)_{rms}$:	intensidad de la componente vertical turbulenta $w'(t, z)$.
$w(z)_{teorico}$:	componente vertical de las velocidades teóricas de las olas.
$w(z)_{Aguas_profundas}$:	aproximación de la componente vertical de las velocidades de las olas bajo consideración de aguas profundas.
$\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z)$:	esfuerzos de Reynolds relativos a las velocidades orbitales de las olas.
$\overline{u'w'}(z)$:	esfuerzos de Reynolds viscosos.

Símbolos griegos

α	constante de Kolmogorov.
α_1, α_2	constantes de Heisenberg.
α_F	factor de energía del oleaje.
$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$	parámetros de Euler.
$\varepsilon(z), \varepsilon_{u'}(z),$ $\varepsilon_{w'}(z), \varepsilon_{u'w'}(z)$	razón de disipación de energía cinética turbulenta estimada a partir de la consideración de los cortes verticales en u' y w' (método directo).
$\varepsilon_{S_{u'u'}}(z), \varepsilon_{S_{w'w'}}(z)$	razón de disipación de energía cinética turbulenta estimada a partir de los valores de densidad de energía en el sub-rango inercial en los espectros de las componentes turbulentas de la velocidad.
$\varepsilon_{wall}(z)$	aproximación de la razón de disipación de energía cinética turbulenta mediante la Ley de la pared.
$\varepsilon_F(z)$	producto de $\varepsilon_{wall}(z)$ por $\alpha_F(z)$.
$\eta(t)$	Superficie libre del agua.
$\eta_K, \eta_K[u'], \eta_K[w'], \eta_K[u', w']$	micro-escalas de Kolmogorov.
θ	dirección de propagación del oleaje.
θ_{in}	dirección incidente del oleaje, relativo al pico en $D(f, \theta)$.
θ_{re}	dirección opuesta a θ_{in} .
$\theta(z)$	ángulo de Euler que corresponde a la inclinación del sensor.
κ	constante de Von Karman.
λ_{wave}	longitud de onda de las olas.
$\lambda(z), \lambda_{xx}(z), \lambda_{zz}(z)$	micro-escalas de Taylor.
ν	viscosidad cinemática del agua.
ξ	pendiente de las olas.
ρ	densidad del agua.
τ_{stress}	esfuerzos de Reynolds.

τ	incrementos en tiempo en la función de auto-correlación.
$\Phi(z)$	ángulo rotatorio.
$\phi(z)$	ángulo de Euler que corresponde a la orientación del sensor.
$\psi(z)$	ángulo de Euler que corresponde a la precesión del sensor.
$\omega_p(z)$	Frecuencia angular de las olas.
ω_{wave}	Relación de dispersión de las olas.

Capítulo 1. Introducción

La turbulencia y la mezcla en la capa superior del océano son procesos clave en las interacciones océano-atmósfera, como la transferencia de energía, calor, momento y masa (incluyendo gases, como el CO_2). Dos de los principales mecanismos generadores de turbulencia en la capa superior del océano son el corte vertical de las corrientes superficiales inducidas por viento y al rompimiento de las olas (Peregrine y Svendsen, 1978; Reynolds, 1883). El corte vertical en las corrientes superficiales produce inestabilidades del tipo Kelvin-Helmholtz, que de acuerdo con Mellor y Durbin (1975), son responsables de generar mezcla en la columna de agua. Por su parte, el rompimiento de las olas genera turbulencia y mezcla que es confinada en profundidades del orden de las alturas de las olas o menores (Rapp y Melville, 1990; Kantha y Clayson, 2004; Noh et al., 2004; Gemmrich, 2010). La interacción de las olas con otros mecanismos en la capa superior del océano, tal como el corte vertical de las corrientes superficiales inducidas por el viento, produce celdas de Langmuir que pueden intensificar la turbulencia y transportarla a profundidades mayores (Li y Garrett, 1997; Kantha y Clayson, 2004; Kukulka et al., 2009; Kukulka et al., 2010).

Phillips (1957 y 1961), propuso que el movimiento de las olas que aún no rompen puede generar turbulencia asociada con la vorticidad del flujo, en donde el orden de magnitud de la vorticidad es proporcional a la pendiente de las olas. Posteriormente, Yefimov y Khristoforov (1971) y Cavaleri y Zecchetto (1987) encontraron evidencias de generación e intensificación de turbulencia bajo el movimiento de olas en ausencia de viento (swell), a partir de mediciones directas en el mar.

1.1 Antecedentes

En los últimos años, se ha retomado la idea de que el movimiento de las partículas en un fluido en el que se propagan olas es capaz de generar turbulencia en ausencia de rompimiento. Babanin (2006), considerando la teoría lineal de las olas (teoría de Airy) estableció un número de Reynolds para las olas ($[Re_{wave}]_{2006}$). El valor crítico $[Re_{wave}]_{2006} = 3000$ determina la transición de un flujo laminar a uno turbulento.

Recientemente se han realizado algunos estudios en laboratorio, con la finalidad de demostrar que el movimiento de las partículas en un fluido inducido por olas puede generar turbulencia. Babanin y Hauss (2009), calcularon el espectro de potencia de la velocidad de las partículas de fluido en función del número

de onda, en casos de olas monocromáticas, encontrando una intermitencia en la ocurrencia de sub-rangos inerciales (Ley de $-5/3$ de Kolmogorov). Las velocidades fueron medidas mediante velocimetría a través de imágenes de las partículas en el fluido i.e. el seguimiento de partículas en el fluido a través de secuencias de imágenes en video”.

Dai et al., (2010), cuantificaron la razón de mezcla inducida por el movimiento de olas monocromáticas, midiendo el tiempo en que la estratificación del fluido desaparece, para ello utilizaron sensores de temperatura en la mitad de un canal de 5 m de longitud y en diferentes profundidades, lo que sugiere la generación de turbulencia por la presencia de las olas. Los resultados muestran que la razón de mezcla aumenta con la amplitud y la longitud de las olas. También colocaron un velocímetro acústico Doppler para medir las componentes u y w de las velocidades inducidas por olas con amplitudes de 1 cm y longitudes de onda de 75 cm, reportando que los valores de u y w así como los de sus fluctuaciones correspondientes, fueron consistentes con resultados teóricos, aunque no mostraron resultados de las velocidades medidas.

Savelyev et al. (2012), mediante velocimetría a través de termografía de marcado puntual, midieron las velocidades de partículas de fluido en la superficie libre (η) bajo la presencia de olas. Demostraron que las fluctuaciones observadas corresponden a una turbulencia anisotrópica en la horizontal, debido a la formación de remolinos que se extienden en la dirección de la propagación de las olas y al aumento de su energía cinética turbulenta con el paso del tiempo (razón de crecimiento).

Algunos de los resultados de estudios numéricos han apoyado la idea de la existencia de turbulencia generada por el movimiento de olas que aún no rompen. Por ejemplo, los resultados de Babanin y Chalikov (2012), demuestran que el potencial de la velocidad de las partículas en un fluido bajo la presencia de olas, puede generar turbulencia si la pendiente de las olas es lo suficientemente grande. Los resultados numéricos de Savelyev et al. (2012), demuestran que la razón de crecimiento de la energía cinética turbulenta presenta cierta dependencia con la pendiente de las olas y al igual que con sus resultados experimentales, la razón de crecimiento de la energía cinética turbulenta también tiende a aumentar en función del tiempo. Recientemente, Tsai et al. (2015), mediante simulación numérica de olas monocromáticas que se propagan sobre un campo de flujo turbulento, confirmaron la anisotropía horizontal y superficial encontrada en los resultados numéricos y experimentales de Savelyev et al. (2012). Por otro lado, Beyá et al. (2012), condujeron experimentos en laboratorio en los cuales generaron olas monocromáticas de amplitud finita que presentan números $[Re_{wave}]_{2006} > 3000$, donde mediante la inyección de tinta visualizaron la mezcla inducida por la presencia de turbulencia. Sin embargo, sus

resultados no mostraron evidencias de mezcla turbulenta por parte del movimiento de las olas, puesto que la pluma de tinta permaneció siempre visible y su grosor o espesor nominal invariante con respecto al tiempo.

En este trabajo se analizan resultados experimentales que nos pueden ayudar a determinar la posible generación de turbulencia por parte del movimiento de olas que aún no rompen. En particular, se espera identificar la presencia del sub-rango inercial en los espectros de potencia de las componentes de las velocidades orbitales de las olas (evidencia de una turbulencia isotrópica) y la relación entre las características de la turbulencia generada y las variables relevantes del oleaje presente en los experimentos. Por último, se desea determinar la significancia de los niveles de turbulencia generada en relación a la razón de disipación de energía cinética turbulenta.

En el capítulo 2 se describe el diseño experimental, las especificaciones del dispositivo utilizado en las mediciones y el control de la calidad de los datos adquiridos. En el capítulo 3, se describen los resultados obtenidos con relación a los espectros de potencia de las velocidades de las partículas de fluido que tienen coherencia con la elevación de la superficie libre, y de las velocidades que se asocian con las fluctuaciones turbulentas. Se aborda el tema de la detección del sub-rango inercial en los espectros de potencia de las velocidades, se determina el tamaño de la turbulencia con base en la estimación de los valores típicos de su macro-escala y micro-escala. Se analiza la intensidad de la turbulencia en función de la pendiente de las olas, y se presentan los cálculos de la razón de disipación de energía cinética turbulenta. Finalmente, en los capítulos 4 y 5 se discuten los resultados y se presentan las conclusiones de esta investigación.

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivos generales

- Identificar si la presencia de olas que aún no rompen genera turbulencia en un fluido.
- Determinar las características de las olas que aún no rompen, que favorecen la generación o el desarrollo de turbulencia en el fluido.

1.2.2. Objetivos específicos

- Identificar el sub-rango inercial (turbulencia isotrópica) en los espectros de potencia de las componentes de la velocidad fluctuante.
- Determinar si existe una relación entre la pendiente de las olas y la generación e intensidad de la turbulencia.
- Cuantificar la producción de turbulencia mediante la estimación de la razón de disipación de energía cinética turbulenta.
- Describir el comportamiento de los coeficientes de disipación de energía cinética turbulenta en función del número de Reynolds.

Capítulo 2. Metodología

En este capítulo se describen los métodos utilizados para realizar experimentos en un canal de olas y para obtener las mediciones de la velocidad de las partículas de fluido bajo la acción de las olas que son generadas mecánicamente. Se describe la metodología para la adquisición de un perfil vertical de las velocidades de las partículas de fluido y el control de la calidad de los datos.

Además, se analiza la reflexión de las olas en la playa de disipación en el extremo del canal. Se ilustra la estimación de la reflexión de las olas a partir del espectro direccional del oleaje.

2.1 Características de los experimentos.

Los experimentos se llevaron a cabo en el Laboratorio de Oleaje de la Facultad de Ciencias Marinas (FCM) de la Universidad Autónoma de Baja California (UABC) en Ensenada BC, México. El laboratorio cuenta con un canal de 12.26 m de largo, 0.55 m de alto y 0.32 m de ancho.

Mediante el movimiento de una paleta impulsada por un motor eléctrico, se generaron olas prácticamente monocromáticas en condiciones de aguas profundas, en un total de 184 experimentos. Las mediciones realizadas durante los experimentos tuvieron una duración aproximada de 3.5 minutos, mientras que se mantenían constantes la amplitud y la frecuencia de las olas generadas (pendiente de olas también constante). Las características de las olas generadas variaron de experimento a experimento, reproduciendo una gama de amplitudes entre 0.05 cm y 1.69 cm, con frecuencias entre 1.5 Hz y 2.5 Hz y de pendientes entre 0.012 y 0.273.

La duración de los experimentos varió entre 315 y 525 periodos de olas, y se puede considerar como el tiempo suficiente para detectar la turbulencia generada por el movimiento de olas que aún no rompen. Los resultados de Babanin y Haus (2009) provienen de experimentos con duración correspondiente a 15 periodos de olas aproximadamente y describen la presencia de turbulencia isotrópica i.e. sub-rangos inerciales en los espectros de potencia de las velocidades en función del número de onda. Por otro lado, los resultados de Dai et al. (2010) muestran que los efectos notables de mezcla turbulenta generada por el movimiento de olas pueden observarse a partir de los primeros dos minutos de su propagación.

El nivel del agua en el canal fue de $h = 48$ cm con variaciones de 0.55 cm y el oleaje generado presenta valores de h/λ_{wave} entre 0.73-1.86, donde λ_{wave} es la longitud de onda de las olas. Puede considerarse que las olas de los experimentos se propagaron en aguas profundas i.e. $h/\lambda_{wave} > 0.5$ (e.g. Kinsman, 1965; Rhaman, 1995). Se puede suponer entonces que las velocidades de las partículas del fluido bajo la presencia de olas en los 184 experimentos realizados no sufren modificaciones por causa de la presencia del fondo del canal. Las componentes de velocidad se definen como u , v y w , donde u es paralela con la dirección de propagación del oleaje, v es la componente transversal horizontal y w la componente vertical. Considerando h y la frecuencia asociada al máximo de energía (f_p) en los espectros de potencia de la componente $u(t, z)$ de las velocidades, se determinaron los números de onda k_{wave} de las olas mediante la relación de dispersión i.e. $\omega_{wave}^2 = (gk_{wave}) \tanh(k_{wave} h)$ donde $\omega_{wave} = \omega_p = 2\pi f_p$, $g = 9.81$ m/s² es la aceleración de la gravedad y \tanh es la función tangente hiperbólica.

La velocidad de las partículas del fluido bajo la presencia de olas se midió con un velocímetro acústico (modelo Vectrino Profiler, marca Nortek), con una frecuencia de muestreo de 100 Hz y una resolución espacial de 1 mm en la columna del fluido en donde se obtiene un perfil vertical de las velocidades. Con el sensor se determinaron las componentes de velocidad $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$ de las partículas de fluido en una columna de 3.5 cm de largo (35 celdas de 1 mm de alto). La celda inferior de la columna se localiza 4 cm sobre el transductor principal del sensor. El perfil vertical obtenido se ubicó entre 1.5 cm y 8 cm de profundidad respecto al nivel medio del agua, y en ningún caso se intersectó la superficie libre. El sensor también detecta el fondo con una tasa de muestreo de 10 Hz y en estos experimentos se utilizó para detectar la superficie del agua. Para obtener mayor reflexión de la señal acústica del sensor utilizado, se agregó café finamente molido (tipo espresso) al agua del canal al realizar los experimentos, con lo que se obtuvo una alta razón señal a ruido ($SNR \geq 35$ dB).

El sensor se instaló de modo que el transductor perfilara hacia arriba, para determinar la superficie libre $\eta(t)$ mediante el detector del fondo. Las series temporales $\eta(t)$ se interpolaron (interpolación polinómica de Hermite de grado tres) para obtener correspondencia con las series $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$. Se calcularon los espectros de potencia ($S_{\eta\eta}(f)$) de las elevaciones de $\eta(t)$, donde las amplitudes del espectro se determinaron como $\mathcal{A}(f) = \sqrt{2S_{\eta\eta}(f)\Delta f}$ (Goda y Suzuki, 1976; Mansard y Funke, 1980). La altura característica de las olas monocromáticas es $H = 2\max(\mathcal{A}(f))$ y la amplitud es $a_{wave} = H/2$. La pendiente de las olas se define como $\xi = a_{wave} \times k_{wave}$.

Para reducir la reflexión de las olas al final del canal, se empleó una playa de madera perforada (cubierta con pasto sintético) con una pendiente aproximada de 8.5°. La playa se ubicó en el extremo del canal del

lado contrario al sistema de generación de olas. El fondo y las paredes del canal son superficies relativamente lisas (vidrio). El transductor del sensor utilizado se colocó en el centro del canal, aproximadamente a 6 m de la paleta generadora y a 0.15 m de las paredes. La distancia a la paleta se considera suficiente para que las olas con pendiente menor que 0.3 se propaguen sin modificación visible de su perfil, mientras que la distancia a las paredes se considera suficiente para evitar cualquier efecto en las mediciones de la velocidad por causa de la formación de una capa límite.

En cada experimento, el sensor se encendió después de unos pocos segundos de haberse generado las primeras olas (aproximadamente 10 segundos), tiempo suficiente para que el movimiento de la paleta se considere regular. Una vez finalizado el tiempo de medición, el generador de oleaje se apagó y se esperó que las últimas olas generadas se disiparan por completo antes de proceder con el siguiente experimento (aproximadamente 10 min). En la tabla 1, se resumen algunas de las características de las olas de cada experimento realizado en el laboratorio.

Tabla 1. Características de los experimentos realizados en el canal de olas y de las olas generadas: h , nivel del agua en el canal; f_p , frecuencia de las olas; H , altura; k_{wave} , número de onda; λ_{wave} , longitud de onda; $k_{wave}a_{wave}$, pendiente.

No. Expt.	h (m)	f (Hz)	$H/2$ (m)	k_{wave} (rad/m)	λ_{wave} (m)	h/λ_{wave}	$k_{wave}a_{wave}$
1	0.48366	2.11111	0.003308	17.9506	0.35003	1.3818	0.05938
2	0.48366	2.11111	0.003096	17.9506	0.35003	1.3818	0.05558
3	0.48368	2.11111	0.003373	17.9506	0.35003	1.3818	0.06054
4	0.48367	2.11111	0.003261	17.9506	0.35003	1.3818	0.05854
5	0.48179	2.11111	0.003176	17.9506	0.35003	1.3765	0.05701
6	0.48228	2.11111	0.004135	17.9506	0.35003	1.3778	0.07423
7	0.48227	2.11111	0.004129	17.9506	0.35003	1.3778	0.07411
8	0.48217	2.11111	0.004228	17.9506	0.35003	1.3775	0.07590
9	0.48221	2.11111	0.004207	17.9506	0.35003	1.3776	0.07551
10	0.48220	2.11111	0.004083	17.9506	0.35003	1.3776	0.07330
11	0.48219	2.00222	0.003744	16.1467	0.38913	1.2391	0.06045
12	0.48209	2.00000	0.003790	16.1108	0.39000	1.2361	0.06106
13	0.48204	2.00000	0.003720	16.1108	0.39000	1.2360	0.05994
14	0.48196	2.00000	0.003808	16.1108	0.39000	1.2358	0.06134
15	0.48198	2.00000	0.003844	16.1108	0.39000	1.2358	0.06192
16	0.48161	1.88889	0.003186	14.3705	0.43723	1.1015	0.04579
17	0.48158	1.88889	0.002887	14.3705	0.43723	1.1014	0.04148
18	0.48148	1.88889	0.003054	14.3705	0.43723	1.1012	0.04388
19	0.48158	1.88889	0.002834	14.3705	0.43723	1.1014	0.04072

20	0.48156	1.88889	0.002914	14.3705	0.43723	1.1014	0.04188
21	0.48114	1.66667	0.003644	11.1885	0.56157	0.8568	0.04077
22	0.48107	1.66667	0.003753	11.1885	0.56157	0.8566	0.04200
23	0.48102	1.66667	0.003719	11.1885	0.56157	0.8566	0.04161
24	0.48107	1.66667	0.003639	11.1885	0.56157	0.8567	0.04072
25	0.48112	1.67785	0.003947	11.3392	0.55411	0.8683	0.04476
26	0.48102	1.55556	0.003777	9.7477	0.64458	0.7463	0.03681
27	0.48106	1.55556	0.004009	9.7477	0.64458	0.7463	0.03908
28	0.48103	1.55556	0.003604	9.7477	0.64458	0.7463	0.03513
29	0.48101	1.55556	0.004101	9.7477	0.64458	0.7462	0.03998
30	0.48090	1.55556	0.003795	9.7477	0.64458	0.7461	0.03699
31	0.47954	2.15420	0.009419	18.6908	0.33616	1.4265	0.17604
32	0.48003	2.11111	0.010088	17.9506	0.35003	1.3714	0.18108
33	0.48086	2.14932	0.006703	18.6063	0.33769	1.4240	0.12473
34	0.48125	1.88889	0.007151	14.3705	0.43723	1.1007	0.10277
35	0.48132	1.91874	0.009171	14.8282	0.42373	1.1359	0.13599
36	0.48127	1.89099	0.007300	14.4024	0.43626	1.1032	0.10513
37	0.48084	1.89099	0.007261	14.4024	0.43626	1.1022	0.10457
38	0.48108	1.77778	0.008028	12.7295	0.49359	0.9747	0.10220
39	0.48098	1.80587	0.010034	13.1350	0.47835	1.0055	0.13179
40	0.48128	1.82232	0.010146	13.3755	0.46975	1.0245	0.13571
41	0.48107	1.77778	0.008357	12.7295	0.49359	0.9746	0.10638
42	0.48111	1.68161	0.009397	11.3901	0.55164	0.8721	0.10703
43	0.48097	1.67598	0.008993	11.3139	0.55535	0.8661	0.10174
44	0.48092	1.68161	0.009057	11.3901	0.55164	0.8718	0.10316
45	0.48097	1.68539	0.009419	11.4413	0.54917	0.8758	0.10777
46	0.48344	2.34216	0.000701	22.0948	0.28437	1.7000	0.01548
47	0.48326	2.43408	0.000504	23.8631	0.26330	1.8354	0.01203
48	0.48250	2.39085	0.003742	23.0231	0.27291	1.7680	0.08616
49	0.48259	2.37603	0.004429	22.7386	0.27632	1.7465	0.10070
50	0.48232	2.40586	0.002882	23.3130	0.26951	1.7896	0.06720
51	0.48192	2.36382	0.003568	22.5055	0.27918	1.7262	0.08031
52	0.48298	2.43902	0.002839	23.9602	0.26223	1.8418	0.06801
53	0.48389	2.43408	0.002786	23.8631	0.26330	1.8378	0.06648
54	0.48379	2.34216	0.002484	22.0948	0.28437	1.7013	0.05489
55	0.48363	2.33266	0.002154	21.9159	0.28670	1.6869	0.04721
56	0.48373	2.21774	0.003515	19.8098	0.31718	1.5251	0.06964
57	0.48298	2.37358	0.002206	22.6916	0.27689	1.7443	0.05005
58	0.48413	2.22447	0.003143	19.9302	0.31526	1.5356	0.06265
59	0.48309	2.33978	0.002900	22.0499	0.28495	1.6953	0.06395
60	0.48355	2.07900	0.002464	17.4088	0.36092	1.3398	0.04290
61	0.48483	1.90955	0.003725	14.6865	0.42782	1.1333	0.05471
62	0.48479	1.91532	0.003596	14.7755	0.42524	1.1400	0.05313
63	0.48533	2.02840	0.002922	16.5716	0.37915	1.2800	0.04843
64	0.48032	2.44173	0.009136	24.0134	0.26165	1.8357	0.21938
65	0.48068	2.44716	0.008163	24.1204	0.26049	1.8453	0.19689
66	0.48083	2.44989	0.007776	24.1741	0.25991	1.8499	0.18798
67	0.47962	2.46085	0.006242	24.3909	0.25760	1.8619	0.15225

68	0.48074	2.22469	0.009766	19.9342	0.31520	1.5252	0.19467
69	0.48114	2.22469	0.009524	19.9342	0.31520	1.5265	0.18986
70	0.48033	2.22717	0.009540	19.9786	0.31450	1.5273	0.19059
71	0.48080	1.89099	0.008559	14.4024	0.43626	1.1021	0.12327
72	0.48066	1.89099	0.008362	14.4024	0.43626	1.1018	0.12043
73	0.48021	1.89099	0.008213	14.4024	0.43626	1.1008	0.11829
74	0.48007	1.89310	0.008824	14.4345	0.43529	1.1029	0.12737
75	0.48056	1.89310	0.008711	14.4345	0.43529	1.1040	0.12574
76	0.48050	1.78372	0.009785	12.8148	0.49031	0.9800	0.12540
77	0.48048	1.77976	0.010044	12.7579	0.49249	0.9756	0.12814
78	0.48041	1.78174	0.009783	12.7863	0.49140	0.9776	0.12509
79	0.49244	1.80952	0.011636	13.1882	0.47642	1.0336	0.15346
80	0.49194	1.90658	0.011043	14.6409	0.42915	1.1463	0.16167
81	0.49118	1.81125	0.008975	13.2134	0.47552	1.0329	0.11859
82	0.49154	1.71592	0.011011	11.8593	0.52981	0.9278	0.13059
83	0.49213	1.80952	0.010631	13.1882	0.47642	1.0330	0.14021
84	0.49173	1.80952	0.012805	13.1882	0.47642	1.0321	0.16887
85	0.49117	1.81644	0.012693	13.2893	0.47280	1.0388	0.16868
86	0.49158	1.81125	0.016043	13.2134	0.47552	1.0338	0.21199
87	0.49070	1.81471	0.015639	13.2639	0.47371	1.0359	0.20744
88	0.49168	1.71592	0.014883	11.8593	0.52981	0.9280	0.17650
89	0.49118	1.71429	0.015381	11.8367	0.53082	0.9253	0.18206
90	0.49383	1.71592	0.015761	11.8593	0.52981	0.9321	0.18691
91	0.49375	1.61905	0.014131	10.5585	0.59508	0.8297	0.14920
92	0.49340	1.65692	0.013989	11.0580	0.56820	0.8684	0.15469
93	0.49357	1.61905	0.010695	10.5585	0.59508	0.8294	0.11292
94	0.49378	1.80952	0.016140	13.1882	0.47642	1.0364	0.21286
95	0.49333	1.80952	0.015813	13.1882	0.47642	1.0355	0.20855
96	0.49329	1.80952	0.016008	13.1882	0.47642	1.0354	0.21111
97	0.49334	1.80952	0.014792	13.1882	0.47642	1.0355	0.19508
98	0.49284	1.80952	0.014710	13.1882	0.47642	1.0345	0.19400
99	0.49315	1.81125	0.014163	13.2134	0.47552	1.0371	0.18714
100	0.49312	1.81992	0.010882	13.3403	0.47099	1.0470	0.14517
101	0.49290	1.80952	0.013069	13.1882	0.47642	1.0346	0.17236
102	0.49334	1.71429	0.016080	11.8367	0.53082	0.9294	0.19034
103	0.49348	1.71592	0.014470	11.8593	0.52981	0.9314	0.17161
104	0.49341	1.71592	0.014290	11.8593	0.52981	0.9313	0.16947
105	0.49284	1.61905	0.013976	10.5585	0.59508	0.8282	0.14757
106	0.49257	1.90658	0.012617	14.6409	0.42915	1.1478	0.18472
107	0.49262	1.61905	0.014020	10.5585	0.59508	0.8278	0.14803
108	0.49253	1.52526	0.011566	9.3720	0.67042	0.7347	0.10840
109	0.49101	1.62059	0.012207	10.5787	0.59395	0.8267	0.12914
110	0.49259	1.52818	0.014836	9.4078	0.66787	0.7376	0.13957
111	0.49208	1.71429	0.012549	11.8367	0.53082	0.9270	0.14854
112	0.49254	1.71429	0.014398	11.8367	0.53082	0.9279	0.17043
113	0.49218	1.80952	0.015761	13.1882	0.47642	1.0331	0.20786
114	0.49226	1.71429	0.015167	11.8367	0.53082	0.9274	0.17952
115	0.49571	1.61905	0.013154	10.5585	0.59508	0.8330	0.13889

116	0.49568	1.61905	0.012341	10.5585	0.59508	0.8330	0.13030
117	0.49600	1.71429	0.012303	11.8367	0.53082	0.9344	0.14563
118	0.49573	1.80952	0.008982	13.1882	0.47642	1.0405	0.11846
119	0.49540	1.80952	0.009889	13.1882	0.47642	1.0398	0.13042
120	0.49389	1.91205	0.009028	14.7250	0.42670	1.1575	0.13294
121	0.48859	1.81125	0.011908	13.2134	0.47552	1.0275	0.15734
122	0.48705	1.71756	0.011092	11.8820	0.52880	0.9210	0.13179
123	0.48696	1.80952	0.012128	13.1882	0.47642	1.0221	0.15995
124	0.48693	1.61905	0.009640	10.5586	0.59508	0.8183	0.10179
125	0.48675	1.62214	0.010058	10.5989	0.59281	0.8211	0.10660
126	0.48697	1.62059	0.008928	10.5787	0.59394	0.8199	0.09445
127	0.48710	1.61905	0.008697	10.5586	0.59508	0.8186	0.09183
128	0.48711	1.61905	0.008571	10.5586	0.59508	0.8186	0.09050
129	0.48717	1.61905	0.007598	10.5586	0.59508	0.8187	0.08023
130	0.48698	1.71429	0.011923	11.8368	0.53082	0.9174	0.14113
131	0.48636	1.71429	0.011336	11.8368	0.53082	0.9162	0.13418
132	0.48684	1.90476	0.011699	14.6130	0.42997	1.1322	0.17096
133	0.48685	2.02703	0.012933	16.5492	0.37967	1.2823	0.21403
134	0.48703	2.09524	0.015034	17.6817	0.35535	1.3706	0.26583
135	0.48686	2.09524	0.015111	17.6817	0.35535	1.3701	0.26719
136	0.48656	2.19048	0.011281	19.3257	0.32512	1.4966	0.21801
137	0.48670	2.20096	0.010531	19.5111	0.32203	1.5113	0.20547
138	0.48677	2.19048	0.013149	19.3257	0.32512	1.4972	0.25411
139	0.48682	2.00191	0.014093	16.1416	0.38926	1.2506	0.22748
140	0.48694	2.00191	0.011791	16.1416	0.38926	1.2510	0.19033
141	0.48680	2.19048	0.010335	19.3257	0.32512	1.4973	0.19972
142	0.48676	2.19256	0.014009	19.3626	0.32450	1.5000	0.27124
143	0.48660	2.09724	0.014178	17.7155	0.35467	1.3720	0.25116
144	0.48692	1.91022	0.012987	14.6969	0.42752	1.1389	0.19087
145	0.48700	1.90840	0.013474	14.6688	0.42834	1.1369	0.19764
146	0.48691	1.81992	0.011620	13.3403	0.47099	1.0338	0.15501
147	0.48706	1.81298	0.012667	13.2386	0.47461	1.0262	0.16769
148	0.48688	1.81298	0.013261	13.2386	0.47461	1.0259	0.17555
149	0.48679	1.71592	0.015059	11.8593	0.52981	0.9188	0.17859
150	0.48694	1.71429	0.015103	11.8368	0.53082	0.9173	0.17877
151	0.48696	1.71592	0.015027	11.8593	0.52981	0.9191	0.17820
152	0.48684	1.71592	0.015091	11.8593	0.52981	0.9189	0.17897
153	0.48699	1.62059	0.013266	10.5787	0.59394	0.8199	0.14034
154	0.48676	1.62369	0.012997	10.6192	0.59168	0.8227	0.13802
155	0.48678	1.61905	0.013252	10.5586	0.59508	0.8180	0.13992
156	0.48650	1.61905	0.013935	10.5586	0.59508	0.8175	0.14713
157	0.48678	1.71429	0.015425	11.8368	0.53082	0.9170	0.18259
158	0.48645	1.80952	0.015565	13.1882	0.47642	1.0210	0.20528
159	0.48667	1.90658	0.013663	14.6409	0.42915	1.1340	0.20003
160	0.48663	1.90476	0.013971	14.6130	0.42997	1.1318	0.20415
161	0.48636	2.00000	0.013952	16.1108	0.39000	1.2471	0.22477
162	0.48647	2.00382	0.013705	16.1724	0.38851	1.2521	0.22164
163	0.48668	2.00000	0.012798	16.1108	0.39000	1.2479	0.20619

164	0.48602	2.00191	0.010815	16.1416	0.38926	1.2486	0.17457
165	0.48637	2.09724	0.013994	17.7155	0.35467	1.3713	0.24791
166	0.48670	2.09724	0.015426	17.7155	0.35467	1.3722	0.27328
167	0.48713	2.09724	0.012416	17.7155	0.35467	1.3735	0.21995
168	0.48706	2.00191	0.011823	16.1416	0.38926	1.2513	0.19085
169	0.48465	2.00765	0.012952	16.2343	0.38703	1.2522	0.21027
170	0.48472	2.00191	0.016045	16.1416	0.38926	1.2452	0.25900
171	0.48486	1.90840	0.012203	14.6688	0.42834	1.1320	0.17901
172	0.48439	1.91571	0.011011	14.7814	0.42507	1.1396	0.16276
173	0.48427	1.90658	0.016212	14.6409	0.42915	1.1284	0.23736
174	0.48445	1.81125	0.016448	13.2134	0.47552	1.0188	0.21733
175	0.48631	1.81298	0.016919	13.2386	0.47461	1.0247	0.22398
176	0.48598	1.81125	0.015847	13.2134	0.47552	1.0220	0.20939
177	0.48622	1.80952	0.012364	13.1882	0.47642	1.0206	0.16306
178	0.48610	1.62059	0.011353	10.5788	0.59394	0.8184	0.12010
179	0.48611	1.62059	0.011077	10.5788	0.59394	0.8185	0.11718
180	0.48137	1.62059	0.011090	10.5788	0.59394	0.8105	0.11731
181	0.46484	2.20339	0.009144	19.5542	0.32132	1.4467	0.17880
182	0.47420	2.20339	0.008985	19.5542	0.32132	1.4758	0.17570
183	0.47362	2.20339	0.009002	19.5542	0.32132	1.4740	0.17602
184	0.47358	2.20339	0.008984	19.5542	0.32132	1.4739	0.17567

2.2 Control de calidad de los datos.

Además de las mediciones de las componentes $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$ de las velocidades de las partículas de fluido, el sensor proporciona matrices de coeficientes de correlación del haz acústico (una matriz por cada haz acústico). Estos coeficientes son una medida de la similitud entre dos pulsos acústicos emitidos por el sensor con cierta diferencia en el tiempo y representan un índice de la calidad de las mediciones de la velocidad (Veron y Melville, 1999; Zedel et al. 1996).

En el manual del usuario del sensor se sugiere que los datos con valores de correlación menores que 70%, deben ser considerados como ruido y retirados de las series de tiempo. En los resultados de Lacey y Roy (2007) y de Martin et al. (2002) los valores de correlación del haz acústico $\geq 70\%$ identifican los datos con la calidad deseada. Por otro lado, Curran y Tan (2014), consideraron que los valores de correlación $\leq 65\%$ representaban datos con calidad insuficiente.

En este trabajo, solo se consideran los datos con valores de correlación del haz acústico $\geq 75\%$. Los datos con valor de correlación $< 75\%$ en cualquiera de las cuatro matrices de correlación del haz acústico, se consideran correspondientes al nivel de ruido y se eliminan de la serie de tiempo. Los valores identificados

como ruido fueron ignorados. Además, también se retiraron de la serie de tiempo los datos de velocidad fuera del intervalo $m \pm 3\sigma$, donde m corresponde a la media temporal de la serie de tiempo y σ a su desviación estándar.

Ninguna de las series de tiempo consideradas tuvo más datos ignorados que 20% del total de la serie. Las series de datos de las velocidades se interpolaron en el tiempo empleando el método polinómico (cúbico) de Hermite, para sustituir los datos faltantes. Además, se calcularon los ángulos de Euler de las series de $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$, y se construyeron las matrices correspondientes para la rotación de coordenadas, corrigiendo cualquier efecto en las mediciones debido a la desviación de la orientación e inclinación del sensor.

2.3 Reflexión de las olas en el extremo del canal con la presencia de una playa.

Con el propósito de determinar la intensidad de la posible reflexión de las olas en el canal durante la realización de los experimentos, se obtuvieron espectros direccionales de las olas $D(f, \theta)$, correspondientes a cada profundidad z en donde se midieron las velocidades, siendo f la frecuencia y θ la dirección de propagación del oleaje, a partir de las series de tiempo de $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$, utilizando las rutinas Directional Wave Spectra (DIWASP) en Matlab. Se utilizó el método Extendido de Máxima Entropía (Hashimoto et al. 1993), mismo que se considera uno de los más adecuados para la obtención de espectros direccionales de las olas cuando se utilizan tres variables del oleaje. Mediante $D(f, \theta)$ se determinó la energía E_{in} de las olas incidentes y la energía E_{re} de las olas reflejadas (ver Mansard y Funke, 1980; Goda y Suzuki, 1976) de la forma:

$$E_{in} = \int_0^{f_{max}} D(f, \theta_{in}) df \quad (1.1) \quad y \quad E_{re} = \int_0^{f_{max}} D(f, \theta_{re}) df \quad (1.2)$$

donde θ_{in} representa la dirección de las olas incidentes y relativa al pico en $D(f, \theta)$, θ_{re} es la dirección opuesta a θ_{in} y f_{max} es la frecuencia máxima resuelta (6 Hz) en los $D(f, \theta)$, previamente definida por el usuario de las rutinas DIWASP. Se calculó el coeficiente de reflexión $K_r = \sqrt{(E_{re}/E_{in})}$ (Lin y Huang, 2004; Mansard y Funke, 1980; Goda y Suzuki, 1976) correspondiente a cada z .

Los resultados de los coeficientes de reflexión se presentan en la Figura 1. Para visualizar la dependencia de K_r con respecto a una profundidad relativa (z/H , donde $H = 2a_{\text{wave}}$ es la altura de las olas y a_{wave} su amplitud), se grafican los valores de z/H en función de K_r , donde los colores indican el valor de la pendiente ($\xi = k_{\text{wave}} \times a_{\text{wave}}$). Los valores de K_r fueron menores que 0.15 en todos los experimentos.

En la Figura 1b se presentan los valores de los coeficientes de reflexión promediados en la vertical ($\langle K_r \rangle$) en función de ξ , donde se observa que la reflexión decae como $\xi^{-0.6 \pm 0.2}$; en términos generales, la reflexión disminuye al aumentar ξ . Battjes (1974) considera que ξ es un parámetro proporcional al rompimiento de las olas al llegar a una playa, con lo que se espera que al aumentar ξ el rompimiento de las olas sea mayor y por lo tanto menor reflexión.

El total de los 184 experimentos realizados se analizan en este trabajo bajo la consideración de que $K_r < 0.15$ corresponde a una reflexión no significativa de las olas.

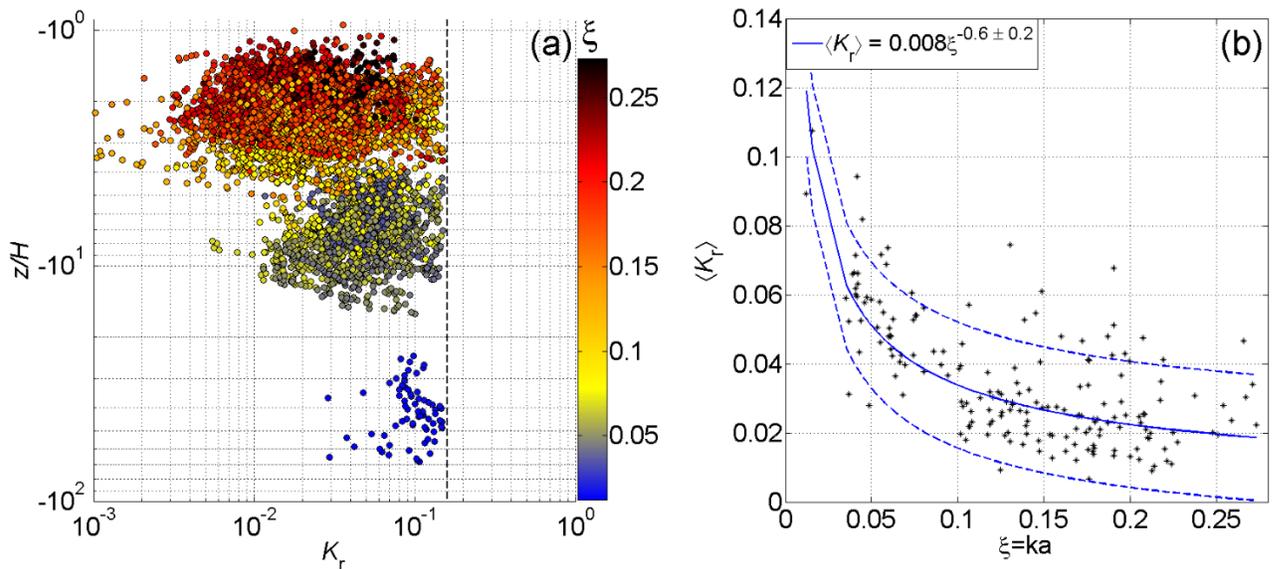


Figura 1. Resultados de los coeficientes de reflexión del oleaje estimados en los 184 experimentos. a) Valores de z/H en función de K_r y valores de ξ se indican con el color de los puntos. b) Coeficientes de reflexión promediados en la vertical ($\langle K_r \rangle$) en función de ξ . La línea azul corresponde al ajuste por cuadrados mínimos de los valores de $\langle K_r \rangle$ en función de ξ y las líneas segmentadas azules a ± 1 desviación estándar.

2.4. Comparación entre las velocidades orbitales observadas y los resultados de la teoría lineal.

Se realizó un análisis de la componente $v(t, z)$ de la velocidad para comprobar la bi-dimensionalidad de las olas. Se demostró que su magnitud promedio es 10^{-3} m/s, es decir entre uno y dos órdenes de magnitud menor que los valores correspondientes de las componentes $u(t, z)$ y $w(t, z)$, y que su comportamiento no corresponde con la señal sinusoidal característica de las velocidades orbitales de las olas. Por lo tanto, se analizaron únicamente las componentes $u(t, z)$ y $w(t, z)$ de las velocidades de las partículas del fluido.

Los valores de la magnitud promedio de la velocidad (U_μ , ver expresión 6) y de la magnitud promedio de las componentes $u(t, z)$ y $w(t, z)$ ($u(z)_{rms}$ y $w(z)_{rms}$), son similares a los valores estimados con base en la teoría lineal y son altamente correlacionados ($R^2 \geq 0.9$).

Los valores teóricos de las componentes horizontal y vertical de las velocidades orbitales ($u(t, z)$ _teórico y $w(t, z)$ _teórico) se calcularon con base en la teoría lineal o teoría de Airy, considerando los valores observados de la amplitud de las olas $a_{wave} = H/2$, su número de onda k_{wave} y su frecuencia angular ω_{wave} . Posteriormente, se calculó la magnitud promedio de las componentes $u(t, z)$ _teórico y $w(t, z)$ _teórico utilizando la raíz cuadrática media (*rms*), obteniendo $u(z)$ _teórico_{rms} y $w(z)$ _teórico_{rms}. A partir de estas últimas se obtuvo la magnitud promedio de la velocidad teórica ($U_\mu(z)$ _teórico).

En la Figura 2 se muestran los resultados de la comparación entre las características de las velocidades observadas y los resultados estimados mediante la teoría lineal para aguas de profundidad finita. Puede observarse que los valores de $u(z)_{rms}$, $w(z)_{rms}$ y U_μ son similares (o al menos del mismo orden de magnitud) a los valores de $u(z)$ _teórico_{rms}, $w(z)$ _teórico_{rms} y U_μ _teórico respectivamente, y también son altamente correlacionados, presentando valores promedio de correlación $[[R^2]]$ entre 0.91 y 0.99 y valores de la mediana de R^2 entre 0.96 y 1 (Figura 2a, b y c). El valor promedio de las diferencias $u(z)_{rms} - u(z)$ _teórico_{rms}, $w(z)_{rms} - w(z)$ _teórico_{rms} y $U_\mu(z) - U_\mu(z)$ _teórico fue $m = 0.006$ m/s \pm 0.01 m/s, $m = 0.005$ m/s \pm 0.006 m/s y $m = 0.013$ m/s \pm 0.011 m/s, respectivamente. Así, los histogramas correspondientes a tales diferencias presentaron una distribución uni-modal con una tendencia central hacia valores cercanos a cero (Figuras 2d, e y f).

Se calculó la magnitud promedio de cada una de las componentes de la velocidad ($u(z)_{\text{Aguas_profundas}_{rms}}$ y $w(z)_{\text{Aguas_profundas}_{rms}}$) mediante la aproximación de aguas profundadas y a partir de esas componentes la magnitud promedio de la velocidad ($U_{\mu}(z)_{\text{Aguas_profundas}}$).

En la Figura 3 se presentan los resultados de las diferencias entre las velocidades estimadas con base en la consideración de aguas intermedias y las velocidades estimadas con la aproximación de aguas profundadas. Particularmente, se muestran los histogramas de los valores de las diferencias: a) $u(z)_{\text{Aguas_profundas}_{rms}} - u(z)_{\text{teórico}_{rms}}$, b) $w(z)_{\text{Aguas_profundas}_{rms}} - w(z)_{\text{teórico}_{rms}}$ y c) $U_{\mu}(z)_{\text{Aguas_profundas}_{rms}} - U_{\mu}(z)_{\text{Aguas_profundas}}$. Los valores tienen órdenes de magnitud entre 10^{-5} m/s y 10^{-4} m/s. Así, los valores de las velocidades orbitales de las olas, estimados con base en la consideración de aguas intermedias son similares a los valores de las velocidades estimados mediante la aproximación de aguas profundadas, corroborando que las características de las olas corresponden a una condición de aguas profundadas.

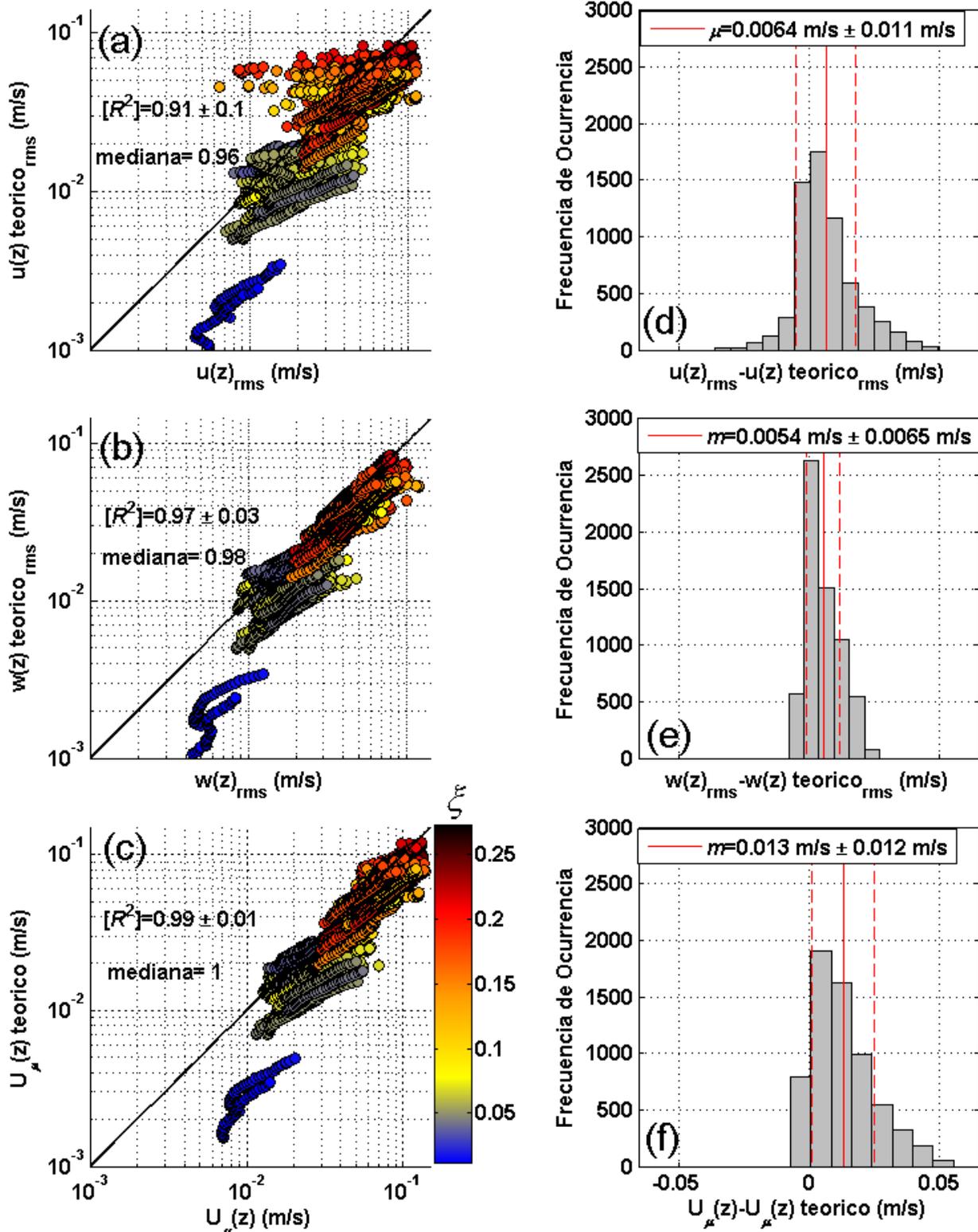


Figura 2. Resultados de la comparación entre las características de las velocidades orbitales observadas (instantáneas) y los resultados estimados mediante la teoría lineal, y los histogramas de sus diferencias: a) $u(z)_{rms}$ contra $u(z)_{teorico\ rms}$; b) $w(z)_{rms}$ contra $w(z)_{teorico\ rms}$ y c) $U_\mu(z)$ contra $U_\mu(z)_{teorico}$. El patrón de colores especifica el valor de la pendiente del oleaje ξ . Frecuencia de ocurrencia de las diferencias: d) $u(z)_{rms} - u(z)_{teorico\ rms}$; e) $w(z)_{rms} - w(z)_{teorico\ rms}$ y f) $U_\mu(z) - U_\mu(z)_{teorico}$. La línea continua de color rojo indica el promedio m y las líneas segmentadas de color rojo representan $m \pm 1$ desviación estándar.

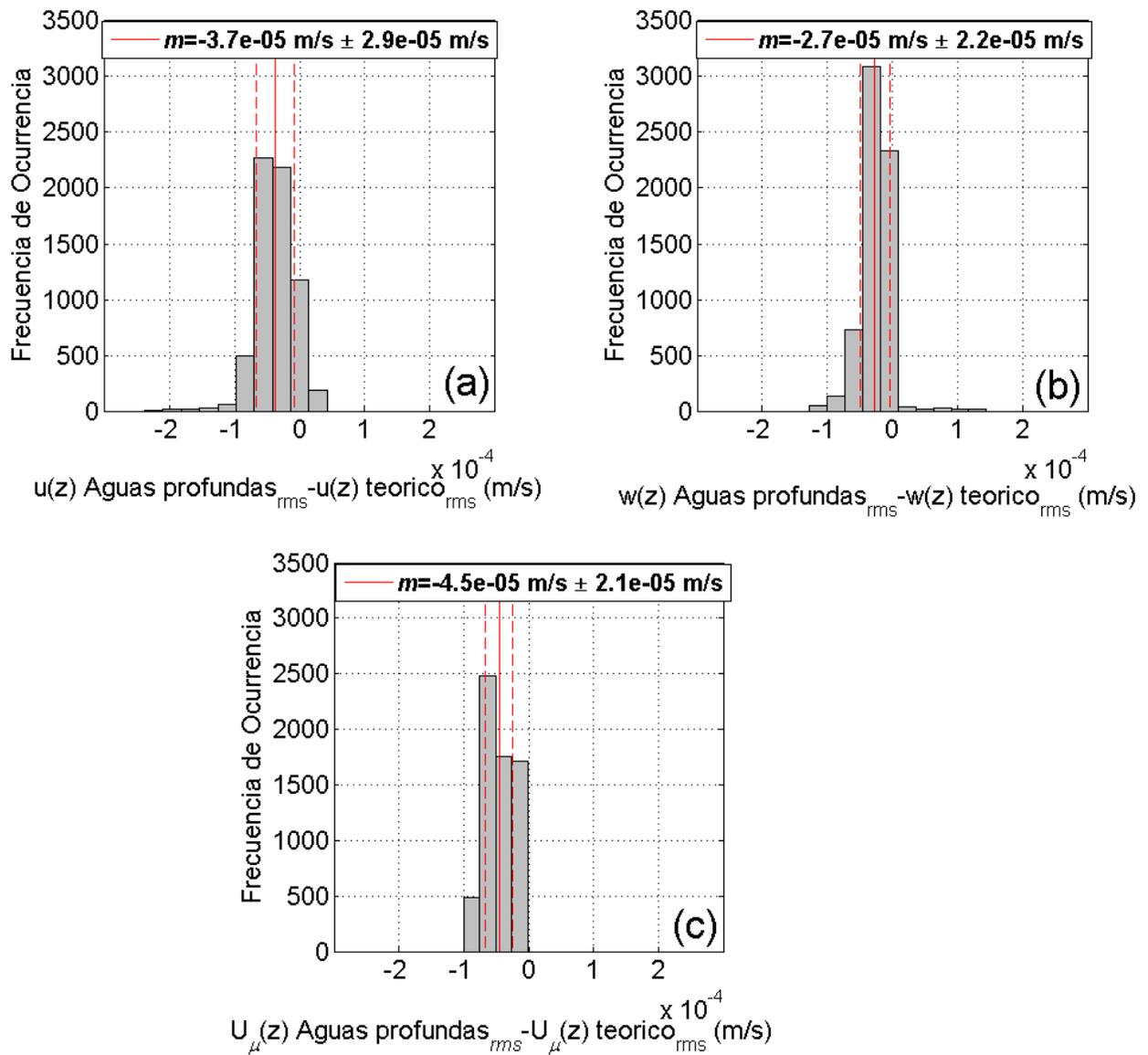


Figura 3. Resultados de las diferencias entre las velocidades estimadas con base en la consideración de aguas intermedias y las velocidades estimadas con la aproximación de aguas profundas. Histogramas de las diferencias: a) $u(z)_{\text{teorico}_{rms}} - u(z)_{\text{Aguas profundas}_{rms}}$; b) $w(z)_{\text{teorico}_{rms}} - w(z)_{\text{Aguas profundas}_{rms}}$ y c) $U_{\mu}(z)_{\text{teorico}} - U_{\mu}(z)_{\text{Aguas profundas}}$. La línea continua de color rojo indica el promedio m y las líneas segmentadas de color rojo representan $m \pm 1$ desviación estándar.

Capítulo 3. Resultados

3.1 El espectro de la turbulencia.

De acuerdo con la teoría de turbulencia, el espectro de potencia de la velocidad de un flujo turbulento homogéneo e isotrópico con números de Reynolds grandes ($Re \geq 3000$), presenta un intervalo característico en función del número de onda denominado sub-rango inercial o intervalo de Kolmogorov (Kolmogorov, 1941). La densidad de energía espectral en el sub-rango inercial es expresada como:

$$E(k) = \alpha \varepsilon^{2/3} k^{-5/3} \quad (2)$$

donde ε es la razón de disipación de energía cinética turbulenta, k es el módulo del vector número de onda $\mathbf{k} = (k_1, k_2, k_3)$ y α la constante de Kolmogorov cuyo valor se ha determinado entre 1.4 y 2.2 (Grant et. al. 1962; Monin y Ozmidov, 1985). En los resultados de Tennekes y Lumley (1982) se considera $\alpha = 1.5$ como una constante universal válida para todo flujo turbulento isotrópico.

En el sub-rango inercial, la energía contenida en los remolinos turbulentos de mayor tamaño (macro-escala) se transfiere a remolinos de menor escala (mayor número de onda) en un proceso denominado como cascada de energía, conocido como la Ley de $k^{-5/3}$ de Kolmogorov.

La Ley de $k^{-5/3}$, se cumple también en los espectros unidimensionales correspondientes a una de las componentes de la velocidad e.g. $E_{uu}(k_1) = (\alpha_1/2) \varepsilon^{2/3} k_1^{-5/3}$, donde $E_{uu}(k_1)$ es la densidad de energía correspondiente al espectro de la componente horizontal de la velocidad en dirección paralela al flujo medio, k_1 la componente horizontal del vector número de onda \mathbf{k} y $\alpha_1 \approx 0.51$ es la constante de Heisenberg (Hinze, 1975).

Si la intensidad de las fluctuaciones turbulentas es al menos un orden de magnitud menor que la intensidad de la velocidad del flujo medio i.e. $u'_{rms}, w'_{rms} \leq 0(10^{-1}U)$, donde u'_{rms} y w'_{rms} son respectivamente la raíz cuadrática media de las fluctuaciones turbulentas de las componentes u y w de la velocidad y U es la velocidad del flujo medio, la turbulencia puede considerarse como “congelada” es decir las fluctuaciones turbulentas de la velocidad se transportan con el flujo medio a una velocidad U (Hipótesis de Taylor, 1938). Los espectros de potencia en función del número de onda de las velocidades en una turbulencia “congelada” pueden ser expresados en función de la frecuencia mediante la relación de Taylor, $\omega = 2\pi f = k_1 U$ (ver Grant et al. 1984; Huntley y Hazen, 1988; Green, 1992), e.g.

$$\hat{E}_{uu}(f) = (2\pi/U)E_{uu}(k_1) \quad (3)$$

donde $\hat{E}_{uu}(f)$ es el espectro de la componente horizontal de la velocidad (densidad de energía espectral) en función de la frecuencia f y ω es la frecuencia angular. Así mismo, la Ley de $k^{-5/3}$ puede ser expresada en función de la frecuencia como $f^{-5/3}$.

Las velocidades de las partículas en un fluido en la capa superior del océano pueden ser descompuestas en tres contribuciones específicas i.e. $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'$, donde $\mathbf{u} = (u, v, w)$ corresponde al vector de la velocidad instantánea del flujo, $\bar{\mathbf{u}} = (\bar{u}, \bar{v}, \bar{w})$ al vector de velocidad del flujo medio, $\tilde{\mathbf{u}} = (\tilde{u}, \tilde{v}, \tilde{w})$ al vector de la velocidad coherente con $\eta(t)$ que representa la elevación de la superficie libre en presencia de olas (velocidades orbitales) y $\mathbf{u}' = (u', v', w')$ al vector de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad (e.g: Longo et al. 2012; Kirincich et al. 2009; Veron et al. 2009; Gerbi et al. 2008; Bricker y Monismith, 2007; Shaw y Trowdbridge, 2001; Anis y Moum, 1995).

De acuerdo con Benilov y Filyushkin (1970), las velocidades que son coherentes con $\eta(t)$ corresponden con las velocidades orbitales inducidas por el oleaje, de otra forma con las fluctuaciones turbulentas. Benilov y Filyushkin (1970), expresan el espectro de potencia de las fluctuaciones turbulentas de las velocidades de las partículas de un fluido bajo la presencia de olas como:

$$S_{u'u'}(f) = S_{uu}(f) - S_{\tilde{u}\tilde{u}}(f) \quad (4)$$

donde $S_{uu}(f)$ es el espectro de potencia de la componente u de las velocidades instantáneas, $S_{\tilde{u}\tilde{u}}(f)$ el espectro de potencia de la componente \tilde{u} de las velocidades orbitales asociadas con el oleaje y $S_{u'u'}(f)$ el espectro de potencia de la componente u' de las fluctuaciones turbulentas. Al considerar la relación de Parseval la expresión (4) es análoga con $\overline{u'^2} = \overline{u^2} - \overline{\tilde{u}^2}$. También expresan el co-espectro de las fluctuaciones turbulentas u' y w' como $S_{u'w'}(f) = S_{\tilde{u}\tilde{w}}(f) - S_{uw}(f)$, de manera análoga con $\overline{u'w'} = \overline{uw} - \overline{\tilde{u}\tilde{w}}$, donde $S_{\tilde{u}\tilde{w}}(f)$ es el co-espectro de las componentes horizontal y vertical de las velocidades orbitales asociadas con el oleaje y $S_{uw}(f)$ el co-espectro de las componentes de la velocidad instantánea.

Thornton (1979), define el espectro de las velocidades orbitales asociadas con el oleaje como:

$$S_{\tilde{u}\tilde{u}}(f) = S_{uu}(f) \times C_{u\eta}^2(f) \quad (5)$$

donde $C_{u\eta}^2(f)$ es el espectro de coherencia entre la componente $u(t, z)$ de la velocidad instantánea y $\eta(t)$, y análogamente el espectro de potencia de la componente \tilde{w} de las velocidades orbitales asociadas con el oleaje se expresa como $S_{\tilde{w}\tilde{w}}(f) = S_{ww}(f) \times C_{w\eta}^2(f)$.

A partir de las series de tiempo de las componentes $u(t, z)$ y $w(t, z)$ de las velocidades medidas en el canal de olas, se calcularon espectros de potencia $S_{uu}(f, z)$ y $S_{ww}(f, z)$ para cada profundidad z (35 espectros $S_{uu}(f)$ y $S_{ww}(f)$ en cada experimento), con $2p = 50$ grados de libertad considerando una ventana del tipo Tukey (coseno cónico), y se calcularon también los espectros de coherencia con $\eta(t)$ ($C_{u\eta}(f, z)^2$ y $C_{w\eta}(f, z)^2$), donde $p = 25$ es el número de particiones en las series de tiempo con duración de 8.4 segundos. Posteriormente, considerando las expresiones (4) y (5), se obtuvieron los espectros de potencia $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$.

Se realizó un análisis de la forma de cada espectro ($S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$) para identificar la región en el dominio de frecuencias, en donde se presentó el sub-rango inercial tal que $S_{u'u'}(f) \sim f^{-5/3}$ y $S_{w'w'}(f) \sim f^{-5/3}$. Se hizo un ajuste por cuadrados mínimos del valor de S (en escala logarítmica) y se determinó si la pendiente es $m = -5/3 \pm 0.04$, que satisface la ley de $f^{-5/3}$ (en este caso, el valor de tolerancia es ± 0.04 , con lo que se obtiene un 95% de confiabilidad). La identificación de la pendiente m ($-5/3 \pm 0.04$) se realizó con los valores de la densidad de energía espectral, en un rango de frecuencias ≥ 15 Hz (hasta una frecuencia máxima donde la correlación entre S y $f^{-5/3}$ se reduce hasta valores menores que 0.8).

En términos promedio, la correlación entre los valores de energía en los sub-rangos inerciales y los valores asociados con la Ley de $f^{-5/3}$ de Kolmogorov es de $\llbracket R^2 \rrbracket = 0.91 \pm 0.04$ tanto para $S_{u'u'}(f, z)$ como para $S_{w'w'}(f)$.

En la figura 4 se presentan ejemplos de a) $S_{u'u'}(f, z)$ y b) $S_{w'w'}(f, z)$ (en unidades de densidad de energía) estimados a partir de 4 experimentos con valores de pendiente ξ de las olas entre 0.13 y 0.17, en donde se muestra el sub-rango inercial identificado (línea roja) en cada caso. La línea magenta corresponde con la ley de Kolmogorov, y en cada gráfica se aplicó un factor diferente a los valores de la densidad de energía espectral para permitir la visualización apropiada (entre paréntesis se indica la profundidad en donde se midieron las velocidades que corresponden al espectro).

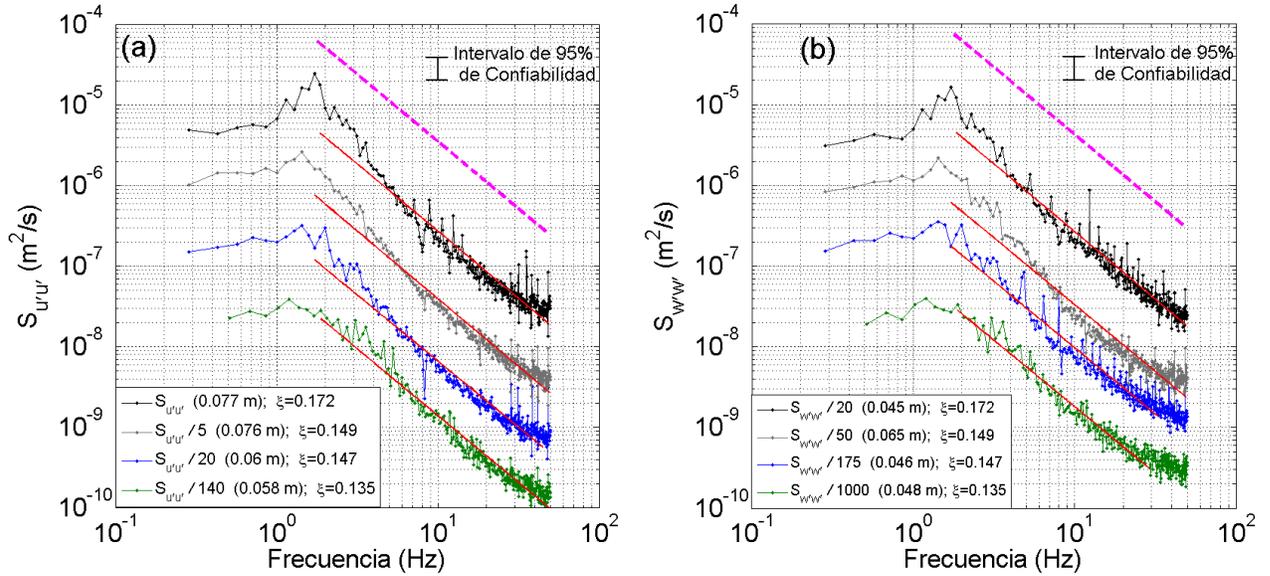


Figura 4. Ejemplo de espectros de potencia en donde se muestran sub-rangos inerciales en a) $S_{u'u'}(f, z)$ y b) $S_{w'w'}(f, z)$ de 4 diferentes experimentos. La línea magenta segmentada corresponde a la ley de $f^{-5/3}$ de Kolmogorov y la línea roja a un intervalo de frecuencia con una $\mu = -5/3 \pm 0.04$. Cada color en los espectros de potencia especifica un experimento en particular para una profundidad y ξ determinada.

En la Figura 5 se presenta el porcentaje de espectros $S_{u'u'}(f)$ en donde se identificó el sub-rango inercial, con respecto al conjunto total de hasta 35 espectros (1 en cada profundidad dentro del intervalo $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$). Un valor de 100% indica que en ese experimento en particular se identificó la presencia del sub-rango inercial en todos y cada uno de los $S_{u'u'}(f)$ correspondientes a las profundidades z en las que se realizaron las mediciones ($-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$). Los resultados se describen en función de la pendiente de las olas (ξ), en los diferentes intervalos de profundidad: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b), $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el promedio del ancho en frecuencia del total de los sub-rangos inerciales identificados en cada experimento.

Se identificó la presencia del sub-rango inercial en los espectros $S_{u'u'}(f)$ con diferentes anchos en frecuencia, dependiendo de los diferentes intervalos de profundidad dentro de la gama completa de valores de ξ ($0.012 \leq \xi \leq 0.273$).

En el intervalo $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ se identificó el sub-rango inercial en $S_{u'u'}(f)$ en el mayor número de experimentos. Particularmente, en el 46.7% de los experimentos se identificaron sub-rangos inerciales en $S_{u'u'}(f)$ en $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$ (Figura 5c) y en el 41% en $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ (Fig. 5d).

En los intervalos $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$ (Figura 5a) y $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ (Figura 5e), se identificó el sub-rango inercial en $S_{u'u'}(f)$ en la menor cantidad de experimentos (aproximadamente 7% y 9%, respectivamente), sugiriendo una relativa ausencia de turbulencia. De manera integral en el intervalo completo de profundidades ($-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$) se identificaron sub-rangos inerciales en el 53% de los experimentos (Figura 5f).

En la Figura 6 se presenta el porcentaje de espectros $S_{w'w'}(f)$ en donde se identificó el sub-rango inercial, con respecto al conjunto total de hasta 35 espectros (1 en cada profundidad dentro del intervalo $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$), de manera similar a la Figura 5.

En el intervalo $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$ se identificó el sub-rango inercial en $S_{w'w'}(f)$ en el mayor número de experimentos. Particularmente, en el 55% de los experimentos se identificaron sub-rangos inerciales en $S_{w'w'}(f)$ en $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$ (Figura 6b) y el 47% de los experimentos entre profundidades $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$ (Fig. 6c).

En el intervalo $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ (Figura 5e), se identificó el sub-rango inercial en $S_{w'w'}(f)$ en la menor cantidad de experimentos (5%), lo que sugiere menor presencia de turbulencia. En el intervalo completo de profundidades ($-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$), se identificaron sub-rangos inerciales en $S_{w'w'}(f)$ en 61% de los experimentos (Figura 6f).

En el 43% de los experimentos se identificaron sub-rangos inerciales tanto en los $S_{u'u'}(f)$ como los $S_{w'w'}(f)$, independientemente del valor de ξ .

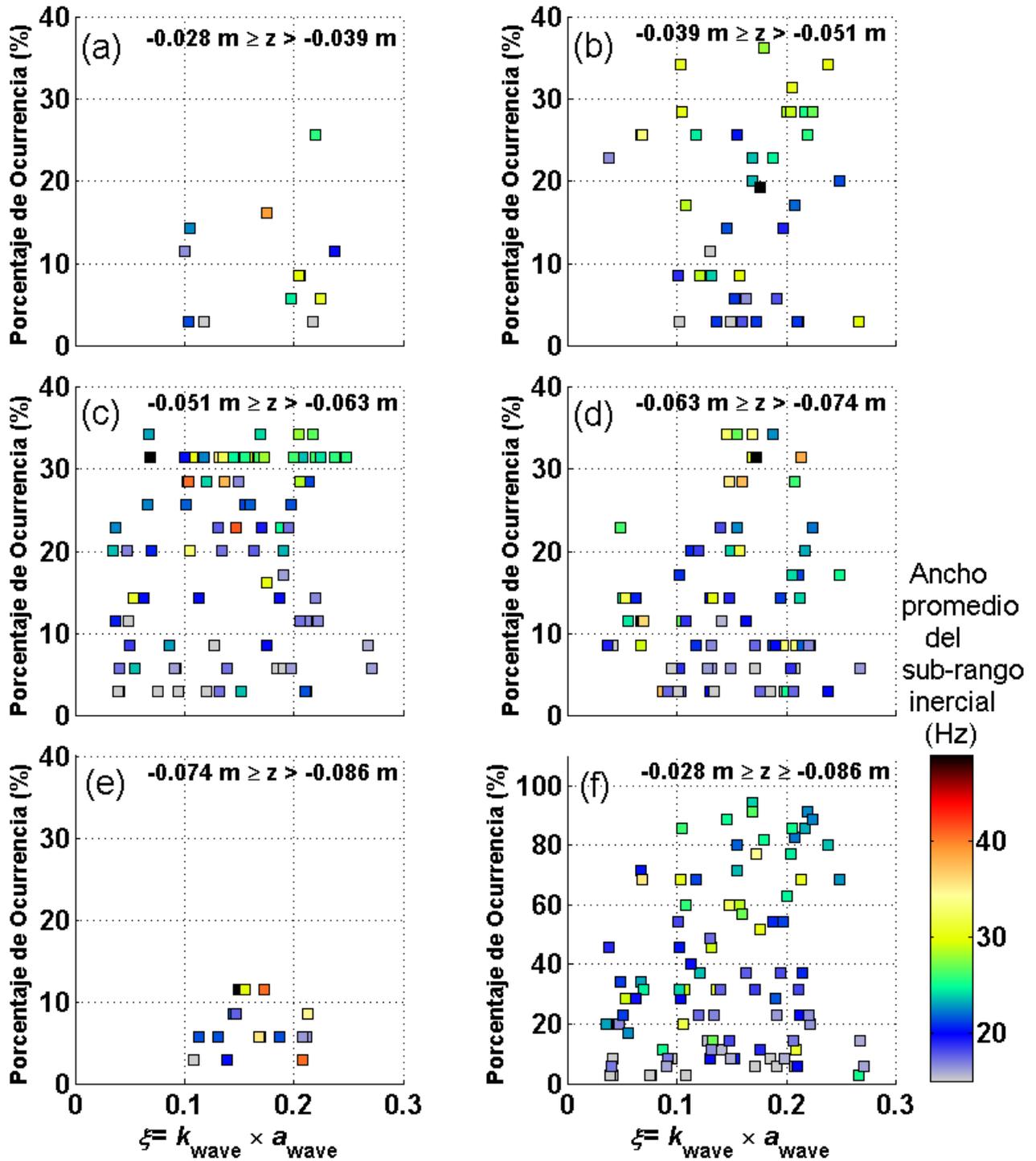


Figura 5. Porcentaje de espectros $S_{u'u'}(f)$ en donde se identificó el sub-rango inercial y el promedio de su ancho en frecuencia en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el ancho en frecuencia promedio de los sub-rangos inerciales en Hz.

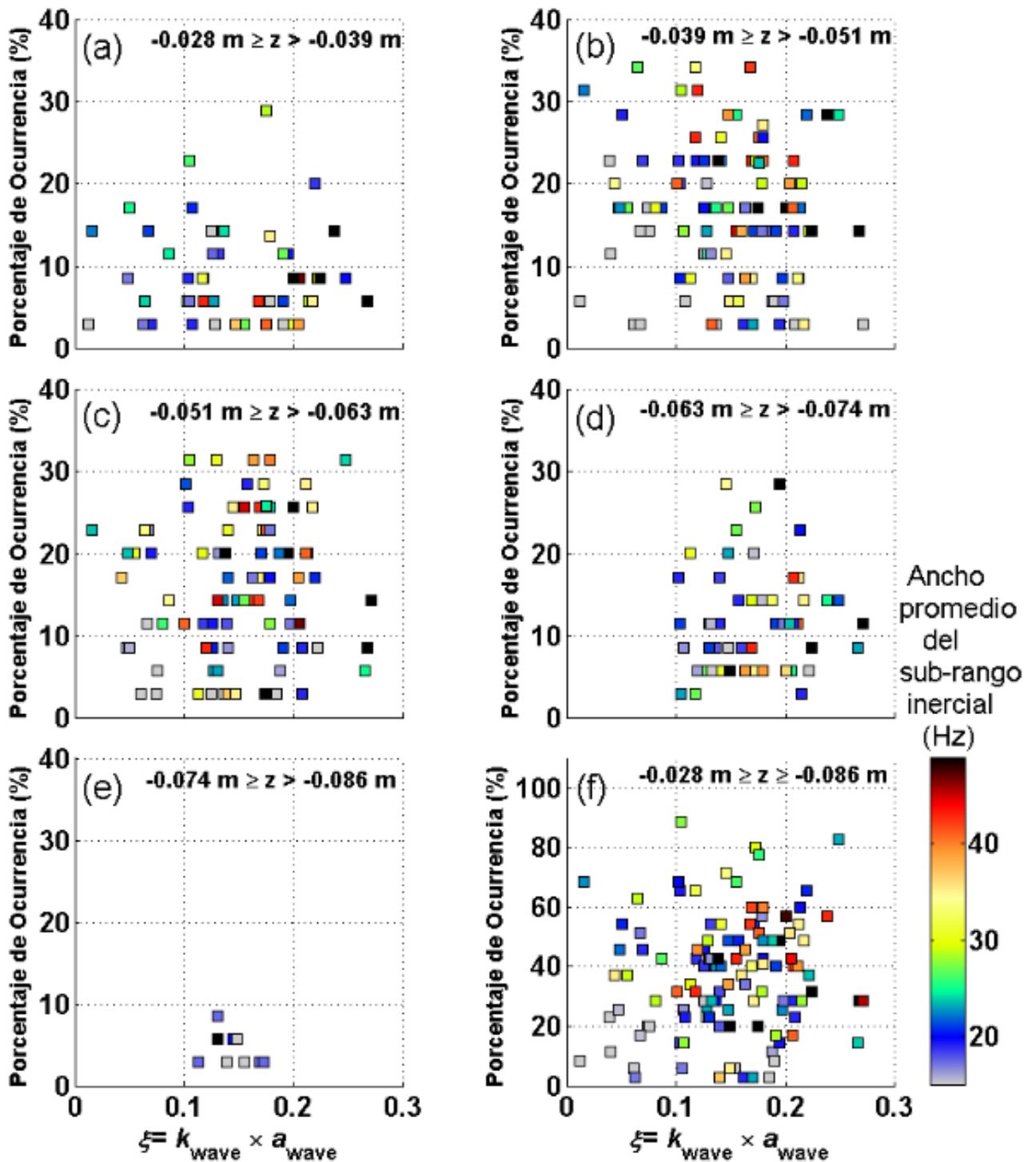


Figura 6. Porcentaje de espectros $S_{w_w}(f)$ en donde se identificó el sub-rango inercial y el promedio de su ancho en frecuencia en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el ancho en frecuencia promedio de los sub-rangos inerciales en Hz.

Lumley y Terray (1983), demostraron que la raíz cuadrática media de las velocidades U_μ , de las partículas en un fluido bajo condiciones de olas unidireccionales en aguas profundas, puede sustituir adecuadamente a U en la relación de Taylor: $\omega = k_1 U$, donde U_μ se expresa como:

$$U_\mu(z) = \left(\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N u(t_i, z)^2 + w(t_i, z)^2 \right) \right)^{\frac{1}{2}} \quad (6),$$

Bajo la hipótesis de turbulencia “congelada” y mediante la relación $\omega = k_1 U_\mu$, se realizó la conversión de f a k_1 en los espectros de potencia $S_{u'u'}(f)$ y $S_{w'w'}(f)$, para estimar $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$ respectivamente.

En la Figura 7 y 8 se presenta el porcentaje de espectros $S_{u'u'}(k_1, z)$ y de $S_{w'w'}(k_1, z)$ en donde se identificó el sub-rango inercial, con respecto al conjunto total de hasta 35 espectros (1 en cada profundidad dentro del intervalo $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$, de manera similar a las Figura 5 y 6 (una vez transformados al dominio de k_1). El patrón de colores especifica el límite superior promedio del total de los sub-rangos inerciales identificados en cada experimento.

El límite superior (en el dominio k_1) del sub-rango inercial identificado corresponde a un número de onda que disminuye al aumentar ξ , lo que sugiere que el proceso de cascada de energía en $S_{u'u'}(k_1, z)$ y $S_{w'w'}(k_1, z)$ se extiende hasta las escalas de k_1 que corresponden con remolinos de mayor tamaño cuando las olas presentan mayor ξ . Sin embargo, en algunos intervalos de profundidad (Figura 7a, b y 8d, e), la relación entre el límite superior del sub-rango inercial y ξ no es tan clara. En términos generales, el proceso de cascada de energía se extiende hasta remolinos con menores (mayores) escalas al disminuir (aumentar) ξ .

En los casos en donde se identificó el sub-rango inercial en $S_{u'u'}(k_1, z)$ y $S_{w'w'}(k_1, z)$, se calculó el número de Reynolds para olas que aún no rompen propuesto por Babanin (2006) como:

$$[Re_{wave}(z)]_{2006} = \frac{a_{wave} U_\mu(z)}{\nu} \quad (7)$$

donde ν la viscosidad cinemática del agua. En la Figura 9 se presentan los histogramas de los valores de $[Re_{wave}]_{2006}$ obtenidos a partir de (7). Aunque en todos los casos los valores de $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ son menores que el valor crítico establecido por Babanin (2006) ($[Re_{wave}(z)]_{2006} = 3000$), el valor promedio

de los casos correspondientes a los espectros a) $S_{u'u'}(k_1, z)$ es 792, y b) es 897, ambos del orden de magnitud de 10^3 . Del total de los casos en que se identificó el sub-rango inercial, en al menos 14% los valores de $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ presentaron un orden de magnitud de 10.

En el 34% (46 %) de los casos en que se identificó el sub-rango inercial en $S_{u'u'}(k_1, z)$ ($S_{w'w'}(k_1, z)$) el valor de $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ es del orden de 10^3 .

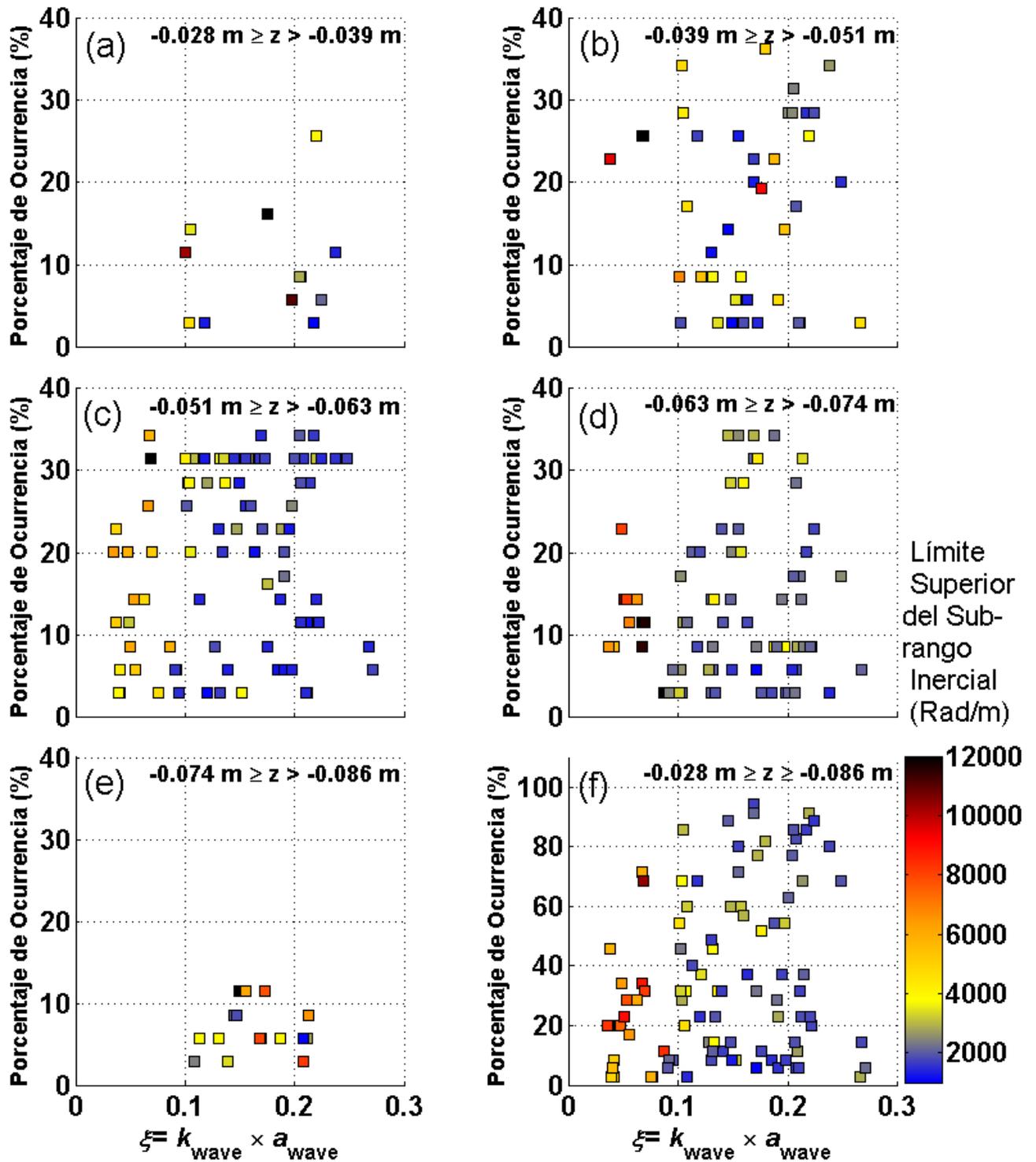


Figura 7. Porcentaje de ocurrencia y límite superior promedio de sub-rangos inerciales en los $S_{uu}(k_1, z)$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el límite superior promedio en número de onda de los sub-rangos inerciales en Rad/m.

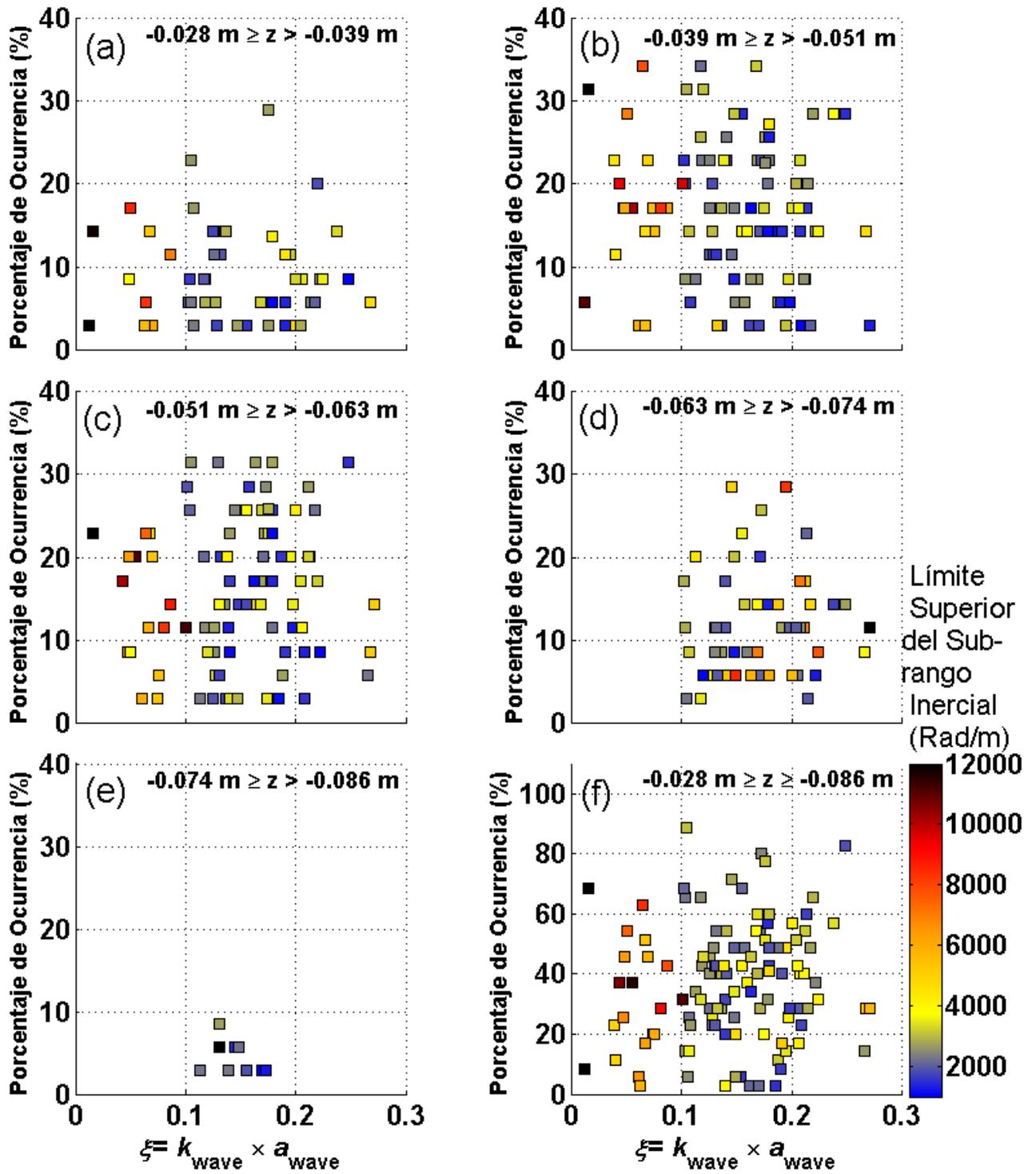


Figura 8. Porcentaje de ocurrencia y límite superior promedio de sub-rangos inerciales en los $S_{ww}(k_1, z)$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. El patrón de colores especifica el límite superior promedio en número de onda de los sub-rangos inerciales en Rad/m.

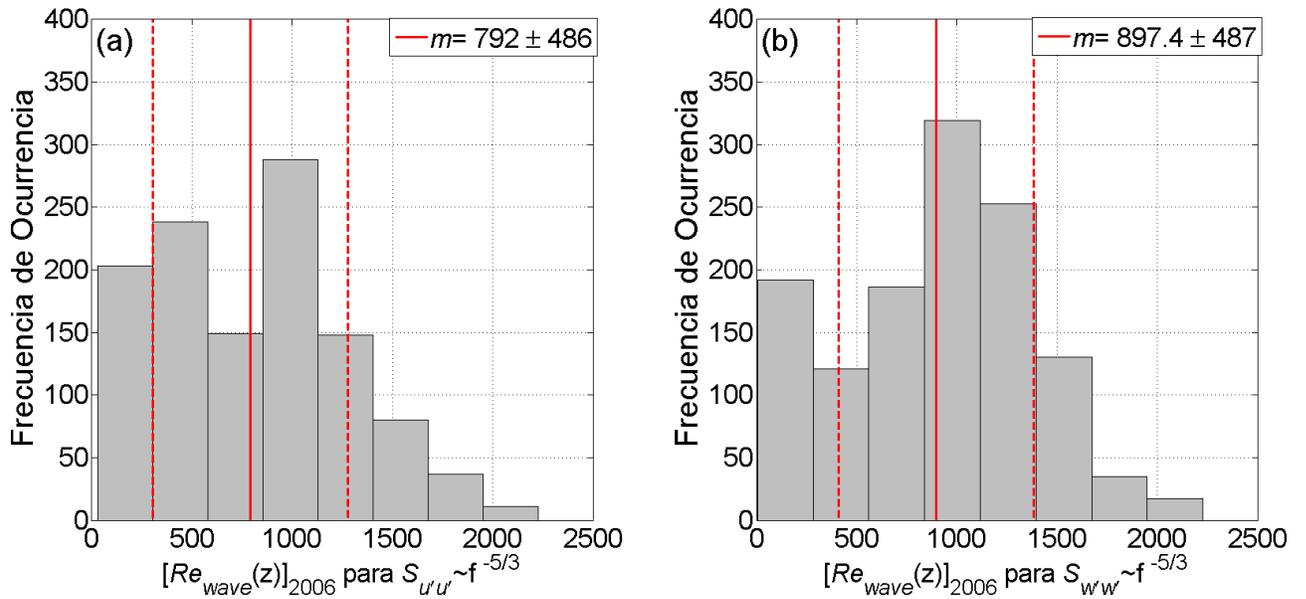


Figura 9. Histogramas de los valores de los números de Reynolds para olas que aún no rompen $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ que corresponden a las profundidades en donde se identificó el sub-rango inercial en a) $S_{u'u'}(k_1, z)$ y b) $S_{w'w'}(k_1, z)$. La línea continua de color rojo especifica el valor promedio m en los Histogramas y las líneas segmentadas de color rojo el valor $m \pm 1$ desviación estándar.

3.2 Separación de la velocidad en su parte coherente con el movimiento de las olas y su parte turbulenta.

Considerando el trabajo de Thornton (1979), la transformada de Fourier de la parte coherente de la velocidad que es asociada con el movimiento de las olas (velocidades orbitales) puede expresarse como:

$$F\{\tilde{u}\} = F\{u\} \times (C_{u\eta}) \quad (8)$$

donde $F\{u\}$ es la transformada de Fourier de la componente horizontal de la velocidad instantánea. Con base en la expresión (4), la transformada de Fourier de las fluctuaciones turbulentas de la componente horizontal de la velocidad puede describirse como (ver Apéndice I):

$$F\{u'\} = F\{u\} - F\{\tilde{u}\} \quad (9)$$

Aplicando la transformada de Fourier inversa a la expresión (9), se obtienen las fluctuaciones turbulentas de la componente horizontal de la velocidad de la forma:

$$F^{-1}[F\{u'\}] = u'(t) \quad (10)$$

Se utilizan las ecuaciones (8), (9) y (10) para obtener las series de tiempo de las fluctuaciones turbulentas de las componentes de velocidad $u'(t, z)$ y $w'(t, z)$ de cada experimento. De manera similar al procedimiento utilizado para estimar $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$ a partir de las ecuaciones (4) y (5), cada serie de tiempo de las componentes de velocidad $u(t, z)$, y $w(t, z)$, se dividió en $p = 25$ particiones i.e. $p = N/K$ donde $K = 840$ corresponde al número de datos en cada uno de los segmentos o partición y $N = pK = 21,000$ es el número total de datos de la serie. Las transformadas de Fourier de $u(t, z)_j$ y $w(t, z)_j$ (cada j corresponde a una de las 25 particiones de la serie) tienen la misma resolución en frecuencia ($\Delta f = 1/T_K$) que $C_{u\eta}(f, z)^2$ y $C_{w\eta}(f, z)^2$, donde $T_K = T/p$ es la duración de cada segmento $u(t, z)_j$ y $w(t, z)_j$ y T es la duración de cada experimento.

A partir de la transformada de Fourier de cada uno de los j segmentos y de la coherencia correspondiente entre las velocidades y las elevaciones, se obtienen las series de tiempo $u'(t, z)_j$ y $w'(t, z)_j$. Además, las componentes $\tilde{u}(t, z)_j$ y $\tilde{w}(t, z)_j$ que son asociadas a las velocidades orbitales de las olas, se obtienen al calcular la transformada de Fourier inversa de la ecuación (8).

El conjunto total de los segmentos $u'(t, z)_j$, $w'(t, z)_j$, $\tilde{u}(t, z)_j$ y $\tilde{w}(t, z)_j$ ordenados secuencialmente conforman las series de tiempo $u'(t, z)$, $w'(t, z)$, $\tilde{u}(t, z)$ y $\tilde{w}(t, z)$, respectivamente.

En la Figura 10, se presentan resultados del experimento #144 (ver tabla No. 1), como ejemplo, de las componentes a) $u(t, z)$ y b) $w(t, z)$, y sus respectivas $\tilde{u}(t, z)$, $u'(t, z)$ y $\tilde{w}(t, z)$, $w'(t, z)$ determinadas en las celdas con profundidades dentro del intervalo $-0.042 \text{ m} \geq z \geq -0.049 \text{ m}$. Se observa que las componentes $\tilde{u}(t, z)$ y $\tilde{w}(t, z)$ se encuentran aproximadamente en fase con la señal instantánea observada $u(t, z)$ y $w(t, z)$ respectivamente, y presentan una correlación alta ($R^2 \geq 0.9$). Además, se distingue que $\tilde{u}(t, z)$ presenta menor variabilidad temporal en comparación con su respectiva componente de velocidad instantánea (Fig. 10a). Por otro lado, la componente $u'(t, z)$ presenta una mayor variabilidad que la componente $w'(t, z)$.

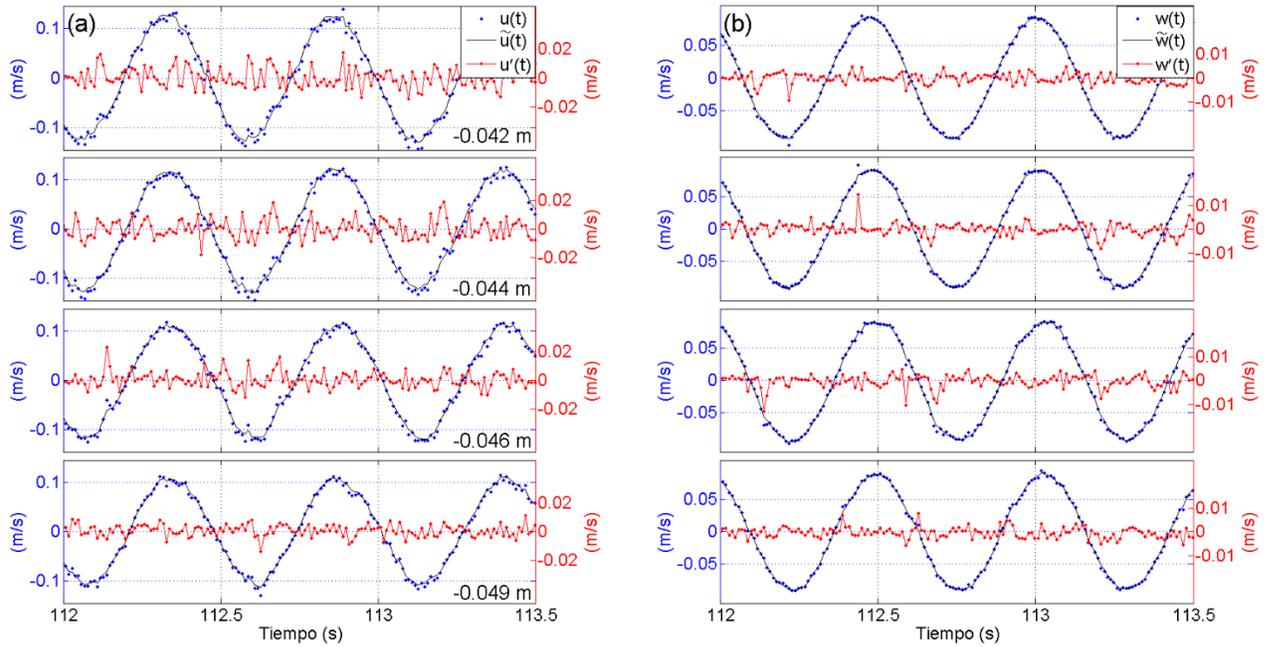


Figura 10. Resultados parciales del experimento 144, como ejemplo de las series de tiempo de las componentes (a) horizontal y (b) vertical de las velocidades. Se presentan las gráficas de las observaciones instantáneas (puntos en azul), la señal coherente con la elevación de la superficie libre (línea negra) y la señal correspondiente a las fluctuaciones turbulentas (línea y puntos en rojo).

De manera similar a la Figura 2, en la Figura 11 se muestran los resultados de la comparación entre las características de las velocidades coherentes con el movimiento de las olas y los resultados estimados mediante la teoría lineal con profundidad finita. En las Figura 11a y 11b se presentan, respectivamente, los valores de $u(z)_{\text{teórico}_{rms}}$ y $w(z)_{\text{teórico}_{rms}}$ contra los valores de $\tilde{u}(z)_{rms}$ y $\tilde{w}(z)_{rms}$, mientras que en la Figura 11c los valores de $U_{\mu\text{-teórico}}$ contra los valores de \tilde{U}_{μ} . Puede observarse que los valores de $\tilde{u}(z)_{rms}$, $\tilde{w}(z)_{rms}$ y \tilde{U}_{μ} son similares (o al menos del mismo orden de magnitud) a los valores de $u(z)_{\text{teórico}_{rms}}$, $w(z)_{\text{teórico}_{rms}}$ y $U_{\mu\text{-teórico}}$, respectivamente, y también son altamente correlacionados, presentando valores promedio de correlación $[[R^2]]$ entre 0.91 y 0.99 y valores de la mediana de R^2 entre 0.96 y 1.

El valor promedio de las diferencias $\tilde{u}(z)_{rms} - u(z)_{\text{teórico}_{rms}}$, $\tilde{w}(z)_{rms} - w(z)_{\text{teórico}_{rms}}$ y $\tilde{U}_{\mu}(z) - U_{\mu}(z)_{\text{teórico}}$ fue $m = 0.005 \text{ m/s} \pm 0.01 \text{ m/s}$, $m = 0.004 \text{ m/s} \pm 0.006 \text{ m/s}$ y $m = 0.007 \text{ m/s} \pm 0.01 \text{ m/s}$, respectivamente. Así, los histogramas correspondientes a tales diferencias presentaron una distribución uni-modal, con una tendencia central hacia valores cercanos a cero (Figura 11d y 11e).

El valor promedio de las diferencias $\tilde{u}(z)_{rms} - u(z)_{teorico_{rms}}$ y $\tilde{w}(z)_{rms} - w(z)_{teorico_{rms}}$ fue menor que el valor promedio de las diferencias $u(z)_{rms} - u(z)_{teorico_{rms}}$ y $w(z)_{rms} - w(z)_{teorico_{rms}}$, respectivamente. Además, el valor promedio de las diferencias $\tilde{U}_\mu(z) - U_\mu(z)_{teorico}$ es un orden de magnitud menor que el valor promedio de las diferencias $U_\mu(z) - U_\mu(z)_{teorico}$. Así, los valores de las velocidades coherentes con el movimiento de las olas (i.e. $\tilde{u}(t, z)$, $\tilde{w}(t, z)$ y $\tilde{U}_\mu(z)$) son muy similares a los valores de las velocidades estimados mediante la teoría lineal, aún más aproximados a la teoría lineal que los valores de las velocidades instantáneas.

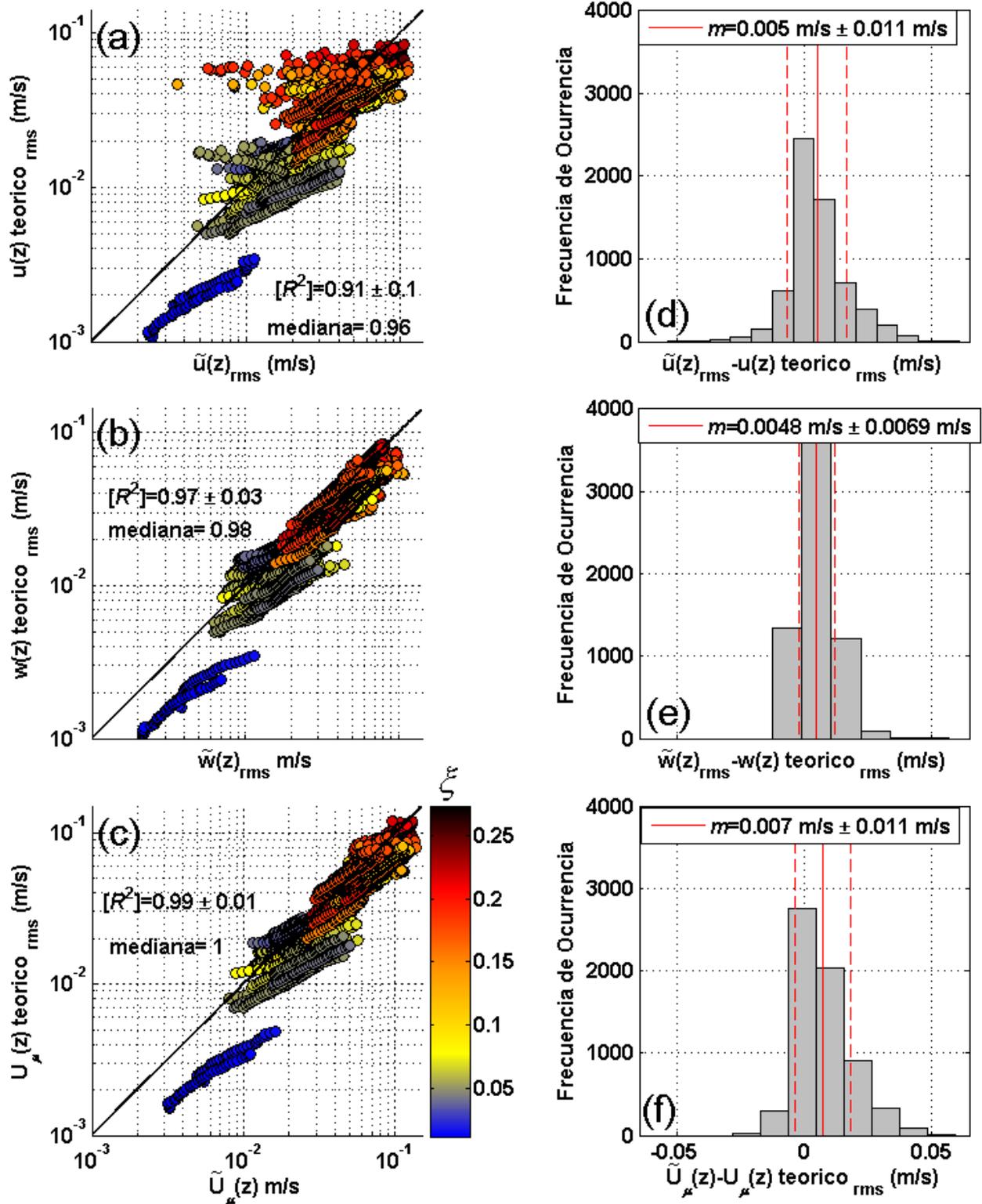


Figura 11. Resultados de la comparación entre las características de las velocidades observadas que son coherentes con el movimiento de las olas y los resultados estimados mediante la teoría lineal, y los histogramas de sus diferencias: a) $\tilde{u}(z)_{\text{rms}}$ contra $u(z)_{\text{teorico}}_{\text{rms}}$; b) $\tilde{w}(z)_{\text{rms}}$ contra $w(z)_{\text{teorico}}_{\text{rms}}$ y c) $\tilde{U}_{\mu}(z)$ contra $U_{\mu}(z)_{\text{teorico}}$. El patrón de colores especifica el valor de la pendiente del oleaje ξ . Frecuencia de ocurrencia de las diferencias: d) $\tilde{u}(z)_{\text{rms}} - u(z)_{\text{teorico}}_{\text{rms}}$; e) $\tilde{w}(z)_{\text{rms}} - w(z)_{\text{teorico}}_{\text{rms}}$ y f) $\tilde{U}_{\mu}(z) - U_{\mu}(z)_{\text{teorico}}$. La línea continua de color rojo indica el promedio m y las líneas segmentadas de color rojo representan $m \pm 1$ desviación estándar.

3.3 Las macro-escalas de la turbulencia.

En turbulencia, la macro-escala define el tamaño de remolinos turbulentos que recibe directamente la energía que es extraída del flujo o movimiento medio por cortes en la velocidad, para posteriormente transferirla por interacciones inerciales a remolinos turbulentos de menor escala. En otras palabras, la macro-escala corresponde al tamaño de remolinos turbulentos que contienen la mayor cantidad de energía en el campo turbulento.

En esta sección se describe el cálculo de las funciones de auto-correlación temporal de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad, a partir de las cuales se estima la macro-escala temporal y mediante la Hipótesis de Taylor se determina la macro-escala espacial.

Particularmente, se busca identificar una relación entre el tamaño y la simetría de los remolinos turbulentos de macro-escala con la pendiente de las olas (ξ) en función de la profundidad.

3.3.1. La auto-correlación temporal de las fluctuaciones turbulentas.

Las series de tiempo de las fluctuaciones turbulentas se dividieron en este caso en 323 segmentos, de forma que cada segmento j de $u'(t, z)_j$ y $w'(t, z)_j$ tiene una duración de $T_s \cong 0.65$ segundos, aproximadamente.

La función de auto-correlación temporal Euleriana se calculó para cada uno de los j segmentos mediante las expresiones:

$$R_u(\tau, z)_j = \frac{\overline{u'(t, z)_j u'(t + \tau, z)_j}}{\overline{u'(z)_j^2}} \quad (11.1), \quad R_w(\tau, z)_j = \frac{\overline{w'(t, z)_j w'(t + \tau, z)_j}}{\overline{w'(z)_j^2}} \quad (11.2)$$

para el intervalo $0 \leq \tau \leq T_s$. Posteriormente, se calculó el promedio de $R_u(\tau, z)_j$ y $R_w(\tau, z)_j$ de la forma:

$$\llbracket R_u(\tau, z) \rrbracket = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P R_u(\tau, z)_j \quad (12.1), \quad \llbracket R_w(\tau, z) \rrbracket = \frac{1}{P} \sum_{j=1}^P R_w(\tau, z)_j \quad (12.2)$$

donde $P = T/T_s = 323$, y $T \approx 210$ segundos es la duración de cada experimento. La duración de cada segmento es $T_s \cong 0.65$ segundos, que se considera suficiente para confirmar la ausencia de cualquier señal ondulatoria que pudiera estar asociada con las olas.

En todos los experimentos, los resultados de $\llbracket R_u(\tau, z) \rrbracket$ y $\llbracket R_w(\tau, z) \rrbracket$ corresponden con las curvas de auto-correlación típicas de una variable de un campo turbulento, y describen un decaimiento exponencial i.e. $\llbracket R_u(\tau) \rrbracket_{\text{Markov}} = e^{-\tau/T_{\text{Eu}}}$ (Fig. 12a), característico de un proceso estocástico (particularmente un proceso de Markov), donde T_{Eu} representa la escala integral temporal Euleriana de los remolinos presentes (ver expresiones 13.1 y 13.2).

En la Figura 12, se presentan los resultados de las funciones de auto-correlación temporal correspondientes al experimento 144 ($\xi = 0.19087$) y a los valores registrados en profundidades entre $z = -0.051$ m y $z = -0.057$ m, como ejemplo. Los puntos negros corresponden a los valores de $\llbracket R_u(\tau, z) \rrbracket$ y $\llbracket R_w(\tau, z) \rrbracket$, las líneas en rojo especifican ± 1 desviación estándar y las líneas en azul las funciones características de un decaimiento exponencial. Las funciones $\llbracket R_u(\tau, z) \rrbracket$ presentan una mayor correlación con su respectiva función de decaimiento exponencial ($\llbracket R_u(\tau) \rrbracket_{\text{Markov}} = e^{-\tau/T_{\text{Eu}}}$), en comparación con las funciones $\llbracket R_w(\tau, z) \rrbracket$.

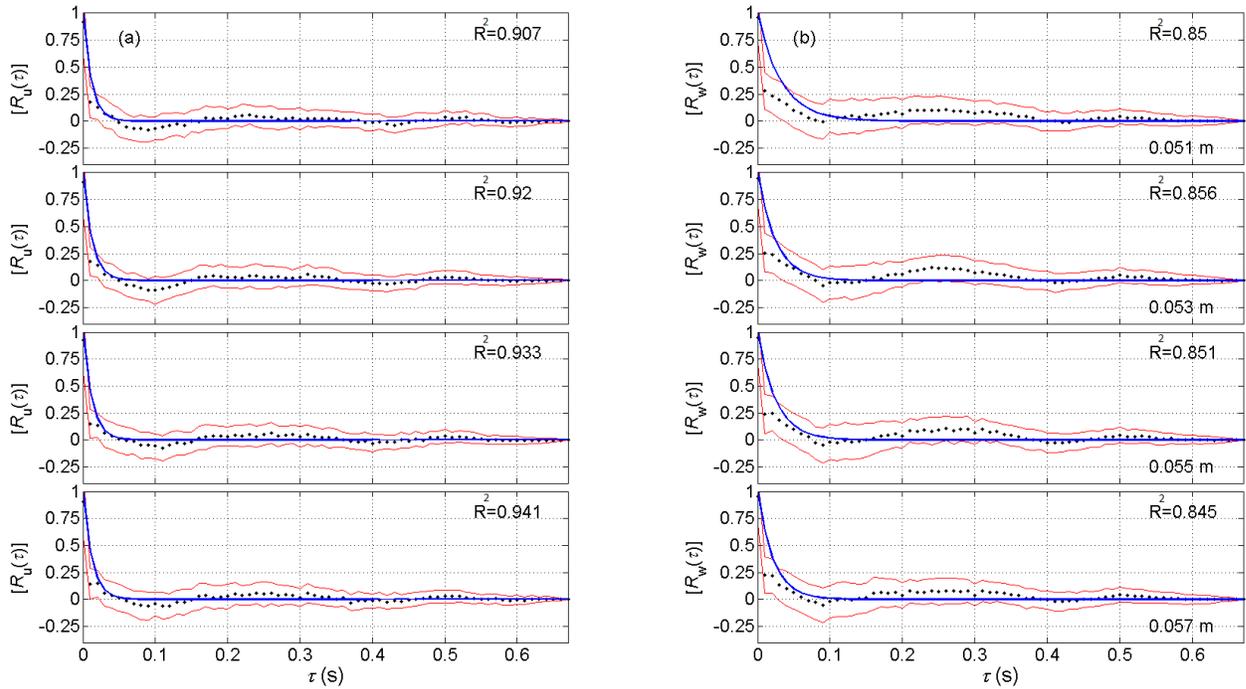


Figura 12. Resultados de las funciones auto-correlación temporal correspondientes al experimento 144 ($\xi=0.19087$) y a los valores registrados en profundidades entre $-0.051 \text{ m} \geq z \geq -0.057 \text{ m}$: a) $\llbracket R_u(\tau, z) \rrbracket$ y b) $\llbracket R_w(\tau, z) \rrbracket$. Las líneas en rojo representan ± 1 desviación estándar de las funciones de auto-correlación temporal promedio y las líneas en azul representan la función característica de un decaimiento exponencial.

3.3.2. Las escalas integrales temporal y espacial (macro-escalas) de la turbulencia.

Al integrar $R_u(\tau, z)_j$ y $R_w(\tau, z)_j$ de cada segmento de la serie de tiempo sobre el periodo de tiempo τ_0 , se obtienen las escalas integrales temporales Eulerianas, de la forma:

$$T_{Eu}(z)_j = \int_0^{\tau_0} R_u(\tau, z)_j d\tau \quad (13.1), \quad \text{y} \quad T_{Ew}(z)_j = \int_0^{\tau_0} R_w(\tau, z)_j d\tau \quad (13.2)$$

Estas escalas representan una medida del tiempo en el cual las fluctuaciones turbulentas permanecen coherentes entre sí. Para su estimación, τ_0 se definió como el primer instante en el que las auto-correlaciones temporales $R_u(\tau, z)_j$ y $R_w(\tau, z)_j$ son iguales o aproximadamente cero (0.06 ± 0.05) i.e. el instante inmediatamente anterior al tiempo en el que la auto-correlación cambia por primera vez de positiva a negativa.

El valor promedio de las escalas temporales en el conjunto total de los experimentos es $m = 0.0459 \text{ s} \pm 0.0289 \text{ s}$ y $m = 0.0517 \text{ s} \pm 0.0279 \text{ s}$, correspondiendo con T_{Eu} y T_{Ew} , respectivamente. Además, el valor promedio de $T_{\text{Eu}}(z)$ y $T_{\text{Ew}}(z)$ en cada experimento es independiente de ξ y de la profundidad (no se muestra).

En los experimentos realizados, la turbulencia se puede considerar como “congelada”, ya que los valores de $U_\mu(z)$ son al menos un orden de magnitud mayores que la intensidad de las fluctuaciones turbulentas (u'_{rms} y w'_{rms} ; ver expresiones 15.1 y 15.2), de hecho $U_\mu(z)$ es entre 10 y 60 veces mayor.

La auto-correlación temporal $R(\tau)$ se puede transformar en una función de auto-correlación espacial $R(r)$, bajo el supuesto de la Hipótesis de Taylor, de forma que $R(\tau) = R(r)$, donde $r = U\tau$ y U es la velocidad del flujo medio. Así, las escalas integrales espaciales Eulerianas se pueden expresar como:

$$L_{\text{Eu}}(z)_j = U_\mu(z)_j \times T_{\text{Eu}}(z)_j \quad (14.1) \quad \text{y} \quad L_{\text{Ew}}(z)_j = U_\mu(z)_j \times T_{\text{Ew}}(z)_j \quad (14.2)$$

donde $U_\mu(z)_j$ es la raíz cuadrática media de la velocidad instantánea durante el intervalo de tiempo $0 \leq t < \tau_0$.

Las escalas integrales espaciales Eulerianas (macro-escalas) proporcionan una idea del tamaño de los remolinos turbulentos medido en una dirección específica. Particularmente, $L_{\text{Eu}}(z)_j$ corresponde con la extensión longitudinal de los remolinos turbulentos en la dirección de propagación de las olas (dirección x) y $L_{\text{Ew}}(z)_j$ con la extensión vertical (dirección z).

En este análisis sólo se consideran los casos cuando las escalas temporales de los remolinos son mayores que el doble del intervalo de muestreo ($\Delta t = 0.01$ segundos). Esto es $T_{\text{Eu}}(z)_j$ y $T_{\text{Ew}}(z)_j \geq 0.02$ segundos.

A partir de $L_{\text{Eu}}(z)$ y $L_{\text{Ew}}(z)$, que corresponden al valor promedio en cada experimento, se calculó el promedio sobre la vertical para obtener $\langle L_{\text{Eu}} \rangle$ y $\langle L_{\text{Ew}} \rangle$ en intervalos específicos de profundidad. En la Figura 13 se presentan los resultados de $\langle L_{\text{Eu}} \rangle$ en función de ξ y de los intervalos verticales de profundidad.

También se presenta la relación entre $\langle L_{Eu} \rangle$ y ξ , estimada mediante regresión lineal, en donde se observa que $\langle L_{Eu} \rangle$ aumenta con ξ independientemente de la profundidad. Sin embargo, se puede observar que la pendiente de $\langle L_{Eu} \rangle$ con respecto a ξ disminuye gradualmente con la profundidad. Es importante mencionar que en el caso del intervalo $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ (Figura 13e) el número de datos utilizados es menor que en los otros intervalos y aparentemente las macro-escalas estimadas ($\langle L_{Eu} \rangle$) tienen una variabilidad relativamente alta con lo que la confiabilidad estadística de la pendiente μ obtenida mediante la regresión lineal es insuficiente.

En la Figura 14 se presentan los resultados de $\langle L_{Ew} \rangle$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. En la Figura 14f se presenta el conjunto total de resultados en el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En la Figura 14 también se presenta la relación entre $\langle L_{Ew} \rangle$ y ξ (estimada mediante regresión lineal) en donde se observa que $\langle L_{Ew} \rangle$ aumenta con ξ , inclusive en mayor medida que en el caso de la $\langle L_{Eu} \rangle$. La dependencia de $\langle L_{Ew} \rangle$ en función de ξ también disminuye gradualmente con el aumento de la profundidad.

De manera similar al caso de la Figura 13e, aparentemente las macro-escalas estimadas ($\langle L_{Ew} \rangle$) también tienen una variabilidad relativamente alta, la confiabilidad estadística de la pendiente μ obtenida mediante la regresión lineal es insuficiente (Figura 14e).

En los experimentos con $\xi \geq 0.18$, los valores de $L_{Eu}(z)$ y $L_{Ew}(z)$ son del orden de 10^{-2} m (con valores máximos entre 0.008 m y 0.014 m) especialmente en las profundidades más cercanas a la superficie ($-0.028 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$).

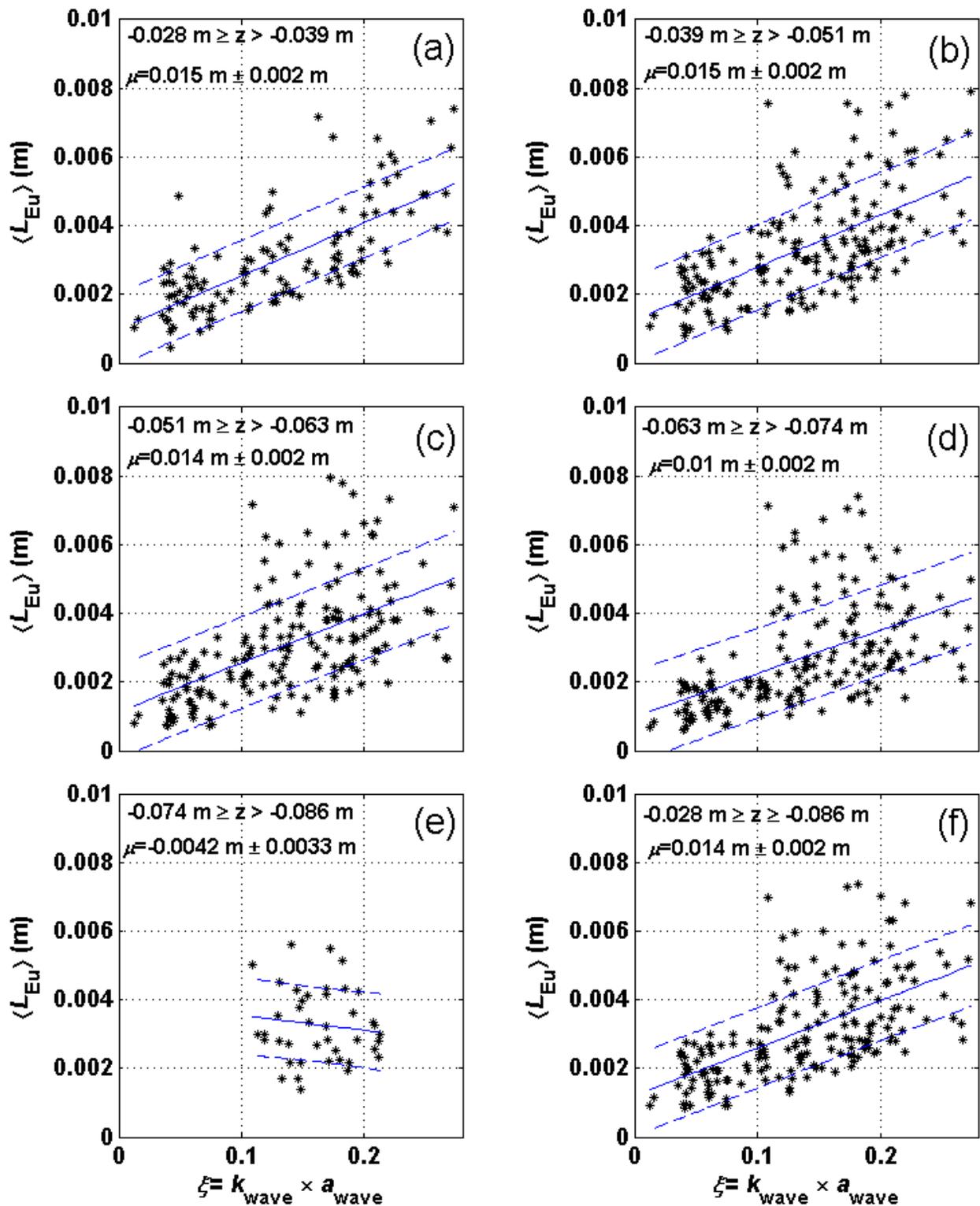


Figura 13. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales Eulerianas (extensión longitudinal) $\langle L_{Eu} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

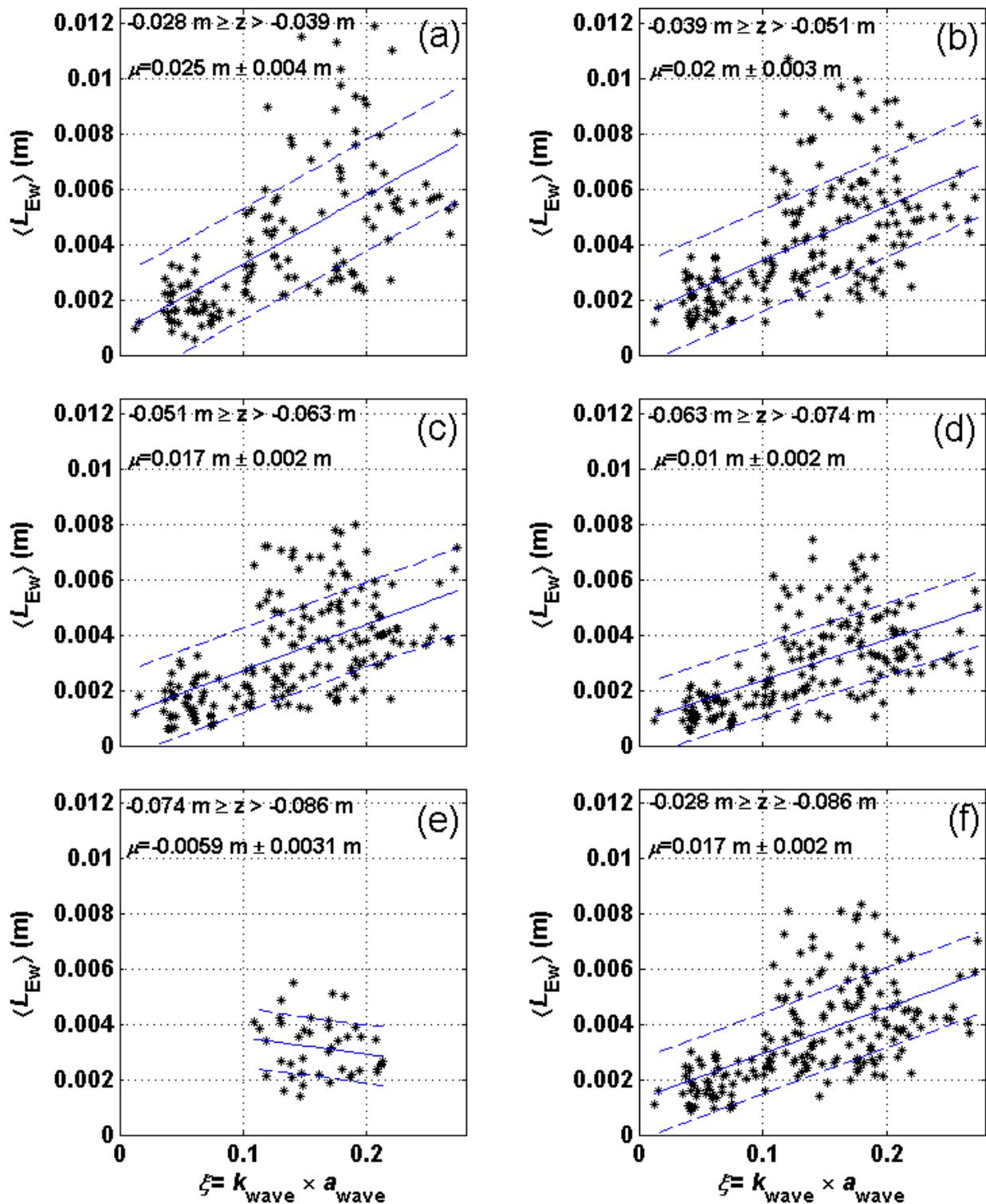


Figura 14. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales Eulerianas (extensión longitudinal) $\langle L_{EW} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

En la Fig. 15 se presentan los resultados de la razón $\langle L_{Eu} \rangle / \langle L_{Ew} \rangle$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad. En la Figura 15f se presenta el conjunto total de resultados en el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Los valores de la razón están entre 0.2 y 2. Aunque en la mayoría de los experimentos la razón es cercana a uno, lo que sugiere que la macro-escala de la turbulencia en los experimentos es generalmente cuasi-simétrica (la extensión longitudinal y vertical en los remolinos turbulentos de macro-escala son similares o de un mismo orden de magnitud) para toda ξ y toda profundidad. En cada uno de los intervalos de profundidad, en más del 50% del total de experimentos se identifica simetría en las macro-escalas de la turbulencia i.e. $\langle L_{Eu} \rangle / \langle L_{Ew} \rangle = 1 \pm 0.2$.

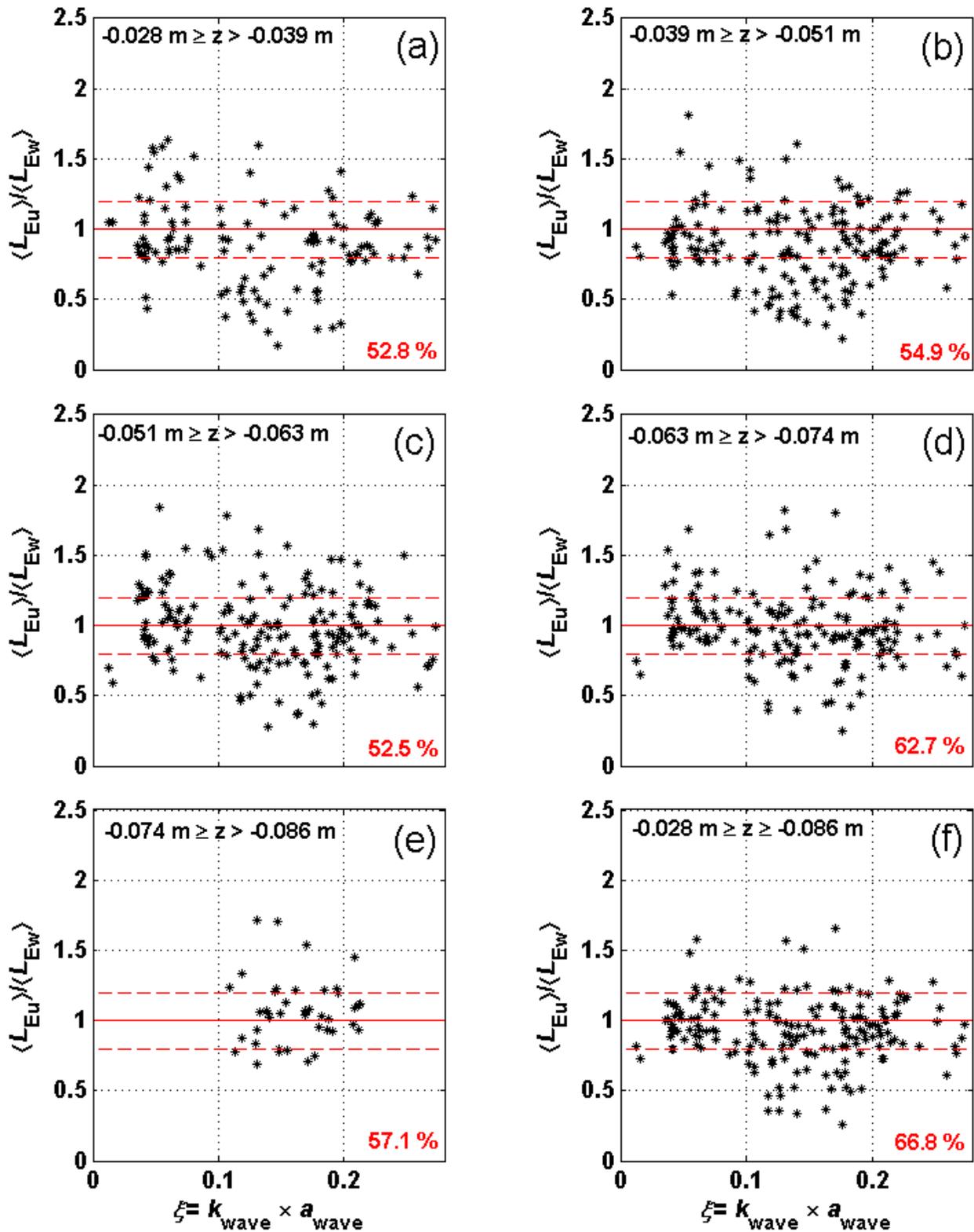


Figura 15. Resultados de la razón $\langle L_{Eu} \rangle / \langle L_{Ew} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color rojo representa un valor igual a uno y las líneas segmentadas 1 ± 0.2 . Los números en rojo indican el porcentaje de experimentos con valores $\langle L_{Eu} \rangle / \langle L_{Ew} \rangle = 1 \pm 0.2$.

3.4 La intensidad de la turbulencia y su relación con la pendiente de las olas.

En esta sección se presentan resultados del cálculo de la intensidad de las fluctuaciones turbulentas de la velocidad, mediante las cuales se estima la energía cinética turbulenta.

Además, en esta sección también se aborda un análisis del comportamiento de la isotropía en la turbulencia en función de ξ y la profundidad, al considerar la razón $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle$, y se presenta una descripción de los esfuerzos de Reynolds bajo la influencia de las olas.

Una idea de la intensidad de las fluctuaciones turbulentas $u'(t, z)$ y $w'(t, z)$, se obtiene mediante la raíz cuadrática media (Longo et al. 2012), tal que:

$$u'(z)_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (u'(t_i, z))^2} \quad (15.1), \quad y \quad w'(z)_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w'(t_i, z))^2} \quad (15.2)$$

En las Figura 16 y 17 se presentan los resultados de los valores de $u'(z)_{rms}$ y $w'(z)_{rms}$ promediados en la vertical $\langle u' \rangle$ y $\langle w' \rangle$, respectivamente, en función de ξ , y para diferentes intervalos de profundidad dentro del rango de $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En general, la intensidad de la turbulencia correspondiente a ambas componentes $\langle u' \rangle$ y $\langle w' \rangle$, aumenta con la pendiente de las olas. Se distingue que en ambas componentes la intensidad es mayor (y el aumento de la intensidad con la pendiente de las olas también es mayor) en las observaciones más superficiales (Figura 16a y b, en el caso de $\langle u' \rangle$, y Figura 17a y b en el caso de $\langle w' \rangle$). La dependencia de $\langle u' \rangle$ y $\langle w' \rangle$ en función de ξ disminuye gradualmente con el aumento de la profundidad (con excepción del caso correspondiente a la Figura 17e), aunque en términos generales esa dependencia es ligeramente menor en los casos de $\langle w' \rangle$.

Además, en esta sección también se aborda un análisis del comportamiento de la isotropía en la turbulencia en función de ξ y la profundidad, al considerar la razón $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle$, y se presenta una descripción de los esfuerzos de Reynolds bajo la influencia de las olas.

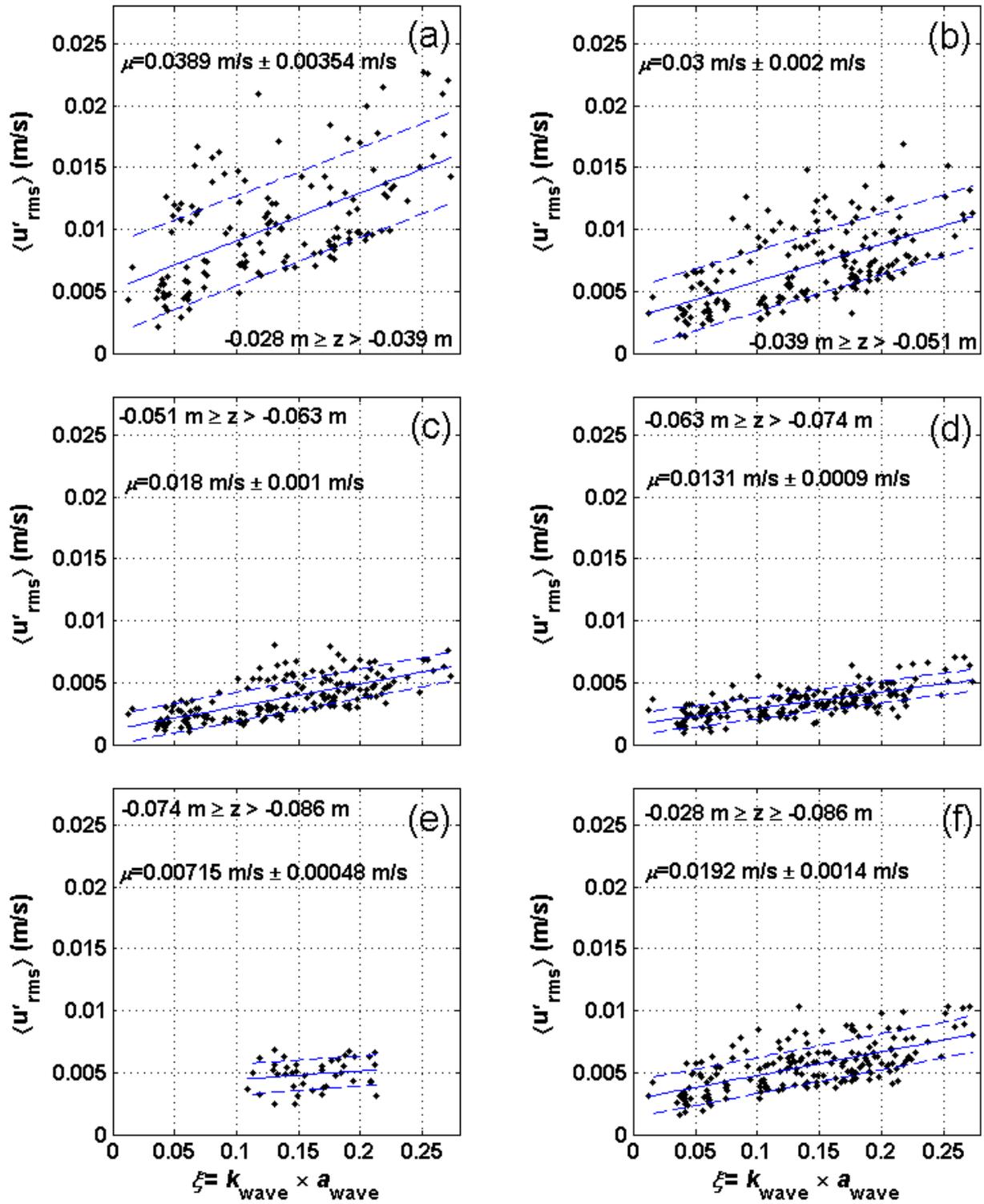


Figura 16. Resultados del promedio en la vertical de la intensidad turbulenta $\langle u' \rangle$ (componente turbulenta horizontal) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

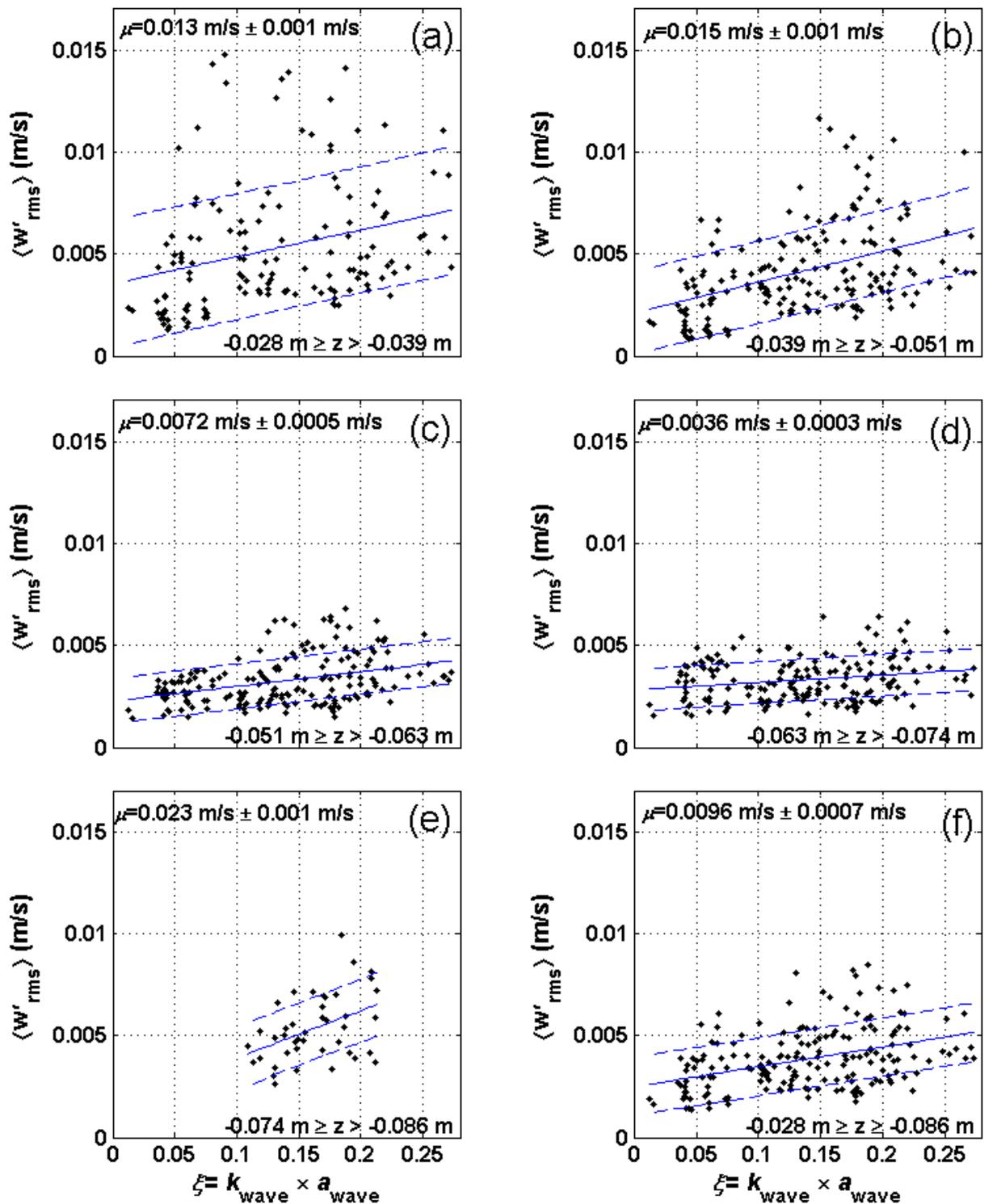


Figura 17. Resultados del promedio en la vertical de la intensidad turbulenta $\langle w' \rangle$ (componente turbulenta vertical) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

3.4.1. La energía cinética de la turbulencia.

Considerando las expresiones (15.1) y (15.2), se estimó la energía cinética turbulenta como:

$$\frac{\overline{q(z)^2}}{2} = \frac{1}{2} (u'(z)_{rms}^2 + w'(z)_{rms}^2) \quad (16)$$

y se calculó el promedio en la vertical $\langle \overline{q^2}/2 \rangle$ en diversos intervalos de profundidad dentro del rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En la Figura 18 se presentan estos resultados en función de ξ . Se observa que $\langle \overline{q^2}/2 \rangle$ aumenta con la pendiente de las olas. La dependencia de $\langle \overline{q^2}/2 \rangle$ en función de ξ disminuye con la profundidad.

3.4.2. Relación isotrópica.

En los casos en que la intensidad de la turbulencia en su componente $\langle u' \rangle$, sea similar a la correspondiente a $\langle w' \rangle$, se puede distinguir la presencia de isotropía en la turbulencia. En la Figura 19 se presentan los resultados de la razón $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle$, en función de ξ , correspondientes a los diversos intervalos de profundidad de las observaciones.

El mayor porcentaje (35% y 32%) de experimentos donde se obtiene $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle = 1 \pm 0.2$, corresponde a los intervalos de profundidad $-0.051 \text{ m} \geq z \geq -0.063 \text{ m}$ y $-0.063 \text{ m} \geq z \geq -0.074 \text{ m}$, respectivamente (Figura 19c y 19d). Por otro lado, en el caso en que el promedio se realiza sobre el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$, en el 21% de los experimentos se sugiere la presencia de turbulencia isotrópica (Fig. 18f). Particularmente, los valores de $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle$ tienden generalmente a ser mayores que la unidad i.e. $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle = 3 \pm 1$, especialmente en los dos casos con las observaciones más superficiales (48% y 47% de los experimentos en Figura 19a y 19b, respectivamente), sugiriendo la presencia de cierta anisotropía en la turbulencia en esa capa.

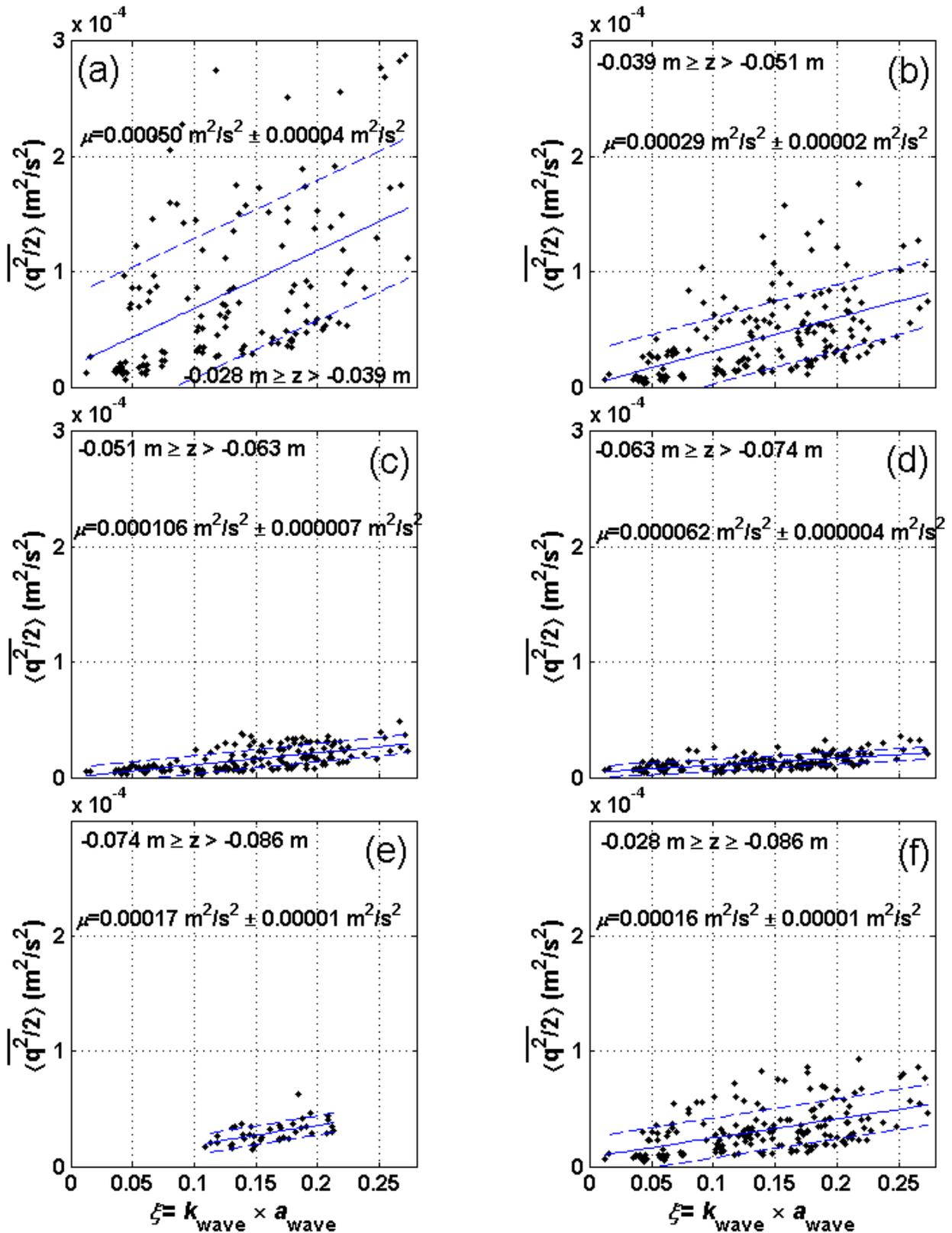


Figura 18. Resultados del promedio en la vertical de la energía cinética turbulenta $\langle q^2/2 \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

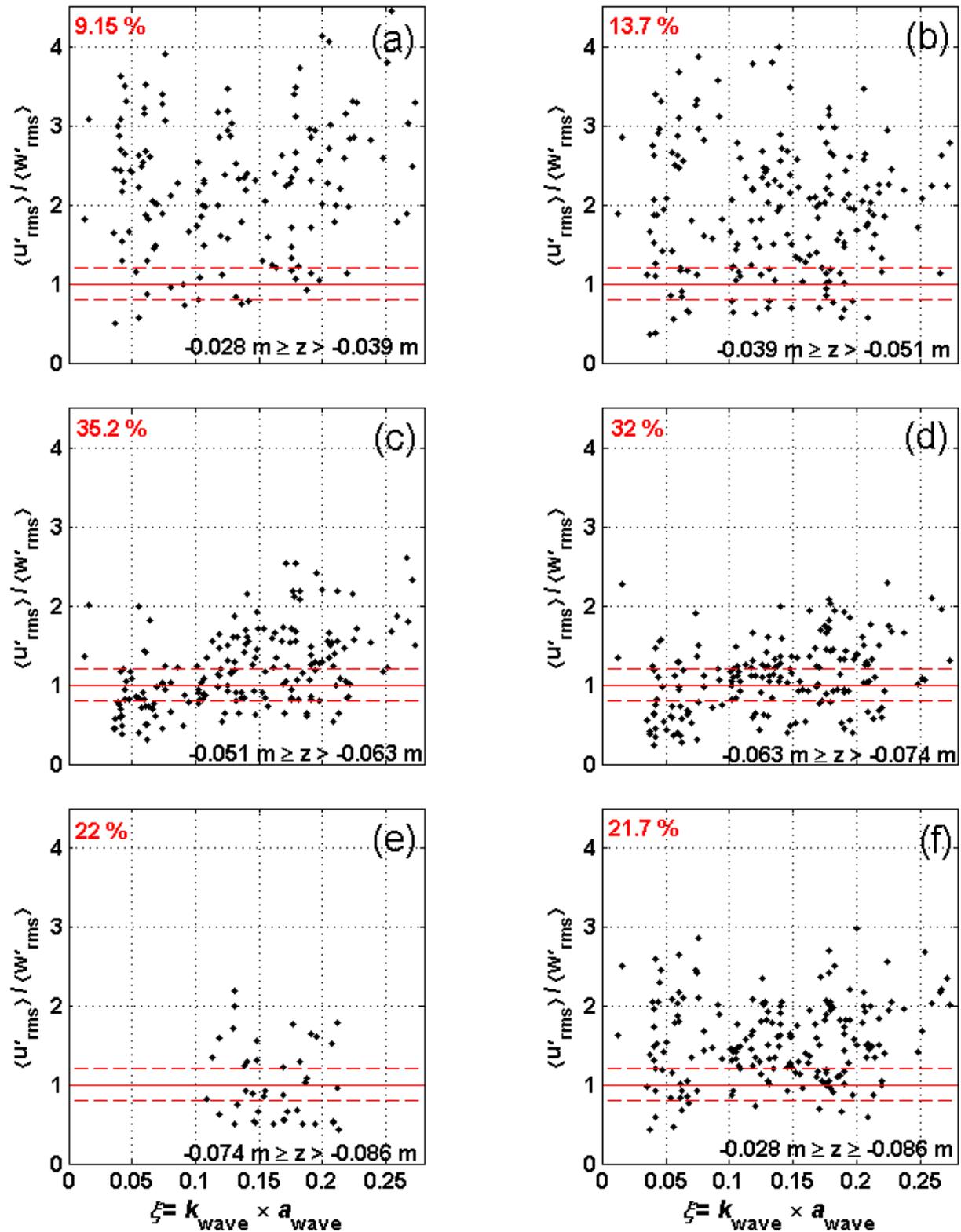


Figura 19. Resultados de los cocientes $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea roja representa un valor igual a uno y las líneas segmentadas a 1 ± 0.2 . Los números en rojo indican el porcentaje de experimentos con valores $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle = 1 \pm 0.2$.

3.4.3. Los esfuerzos de Reynolds.

Al emplear la descomposición $\mathbf{u} = \bar{\mathbf{u}} + \tilde{\mathbf{u}} + \mathbf{u}'$ en las ecuaciones de momento, Jiang y Street (1991) determinan que los esfuerzos de Reynolds (τ_{stress}) bajo la presencia de olas se pueden expresar como:

$$\tau_{\text{stress}} = -\rho(\overline{\tilde{u}\tilde{w}} + \overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}) \quad (17)$$

donde ρ es la densidad del fluido (agua). El término $\overline{\tilde{u}\tilde{w}}$ representa los esfuerzos asociados con las velocidades orbitales de las olas, que se considera igual a cero al suponer que el movimiento inducido por las olas es irrotacional (Dean y Dalrymple, 1991). Los términos $\overline{\tilde{u}w'}$ y $\overline{\tilde{w}u'}$ representan la turbulencia modulada por el movimiento de las olas (Qiao et al. 2016). Por último, el término $\overline{u'w'}$ es generalmente referido como turbulencia viscosa en los esquemas de Mellor-Yamada (Qiao, 2004), así como también en la teoría de Prandtl i.e teoría de Capa limite (Fang e Ichiye, 1983). El τ_{stress} también puede estimarse como $\text{cov}(u, w)$, donde cov es la covarianza de las componentes horizontal y vertical de la velocidad instantánea.

Se utiliza la ecuación (17) para calcular $\tau_{\text{stress}}(z)$, empleando las componentes turbulentas y las coherentes con el movimiento de las olas obtenidas como se explicó en la sección 3.2. En los resultados de los experimentos realizados, los valores de $\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z)$ presentaron generalmente un orden de magnitud mayor que los valores correspondientes a los términos $\overline{\tilde{u}w'}(z)$, $\overline{\tilde{w}u'}(z)$ y $\overline{u'w'}(z)$, por lo que se puede considerar que el movimiento inducido por las olas es rotacional.

En la Figura 20, se presentan los resultados de la magnitud de los esfuerzos de Reynolds ($\sqrt{\langle \tau_{\text{stress}}(z)/\rho \rangle^2}$) promediados en la vertical $\langle \tau_{\text{stress}}/\rho \rangle$ en función de ξ , para diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Se identifica que los valores $\langle \tau_{\text{stress}}/\rho \rangle$ aumentan con ξ . Además, se distingue que la dependencia de $\langle \tau_{\text{stress}}/\rho \rangle$ con respecto a ξ , disminuye con la profundidad (la pendiente de la recta estimada con la regresión lineal cambia de $0.0035 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ a $0.00043 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, como se observa en las Figura 20a y 20e, respectivamente).

Con el fin de validar la técnica empleada para descomponer las series de tiempo de las velocidades instantáneas, se comparan los resultados de los esfuerzos de Reynolds estimados mediante dos formas: a) mediante el cálculo de la covarianza ($\text{cov}(u, w)$) y b) utilizando la ecuación (17) y considerando las componentes turbulentas y coherentes con el movimiento de las olas.

En la Figura 21, se presentan los resultados de la magnitud de la parte turbulenta de los esfuerzos de Reynolds $\left(\sqrt{\overline{(u'w')^2}}\right)$ promediados en la vertical $\langle \overline{u'w'} \rangle$ en función de ξ , para diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Se identifica que los valores $\langle \overline{u'w'} \rangle$ aumentan con ξ y la dependencia de $\langle \overline{u'w'} \rangle$ con respecto a ξ , disminuye con la profundidad, con excepción del caso con mayor profundidad (Figura 21e). Se observa que la pendiente de la recta estimada con la regresión lineal cambia de $0.0001 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ a $0.00003 \text{ m}^2\text{s}^{-2}$, como se ilustra en la Figura 21a y 21d, respectivamente.

En la Figura 22, se presentan los resultados de los esfuerzos de Reynolds, esto es, a) $\text{cov}(u(z), w(z))$ en función de $(\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) + \overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$ y b) en la forma de un histograma de los valores del cociente $\text{cov}(u(z), w(z)) / (\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) + \overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$. En la Figura 22a, se muestra que los valores de $\text{cov}(u(z), w(z))$ son prácticamente iguales a los de $(\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) + \overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$. En la Figura 22b, se muestra que el promedio del cociente $\text{cov}(u, w) / (\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) + \overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$ es $m = 1.01 \pm 0.1$, y que el histograma presenta una curtosis igual a 16 (relativamente alta) y un sesgo igual a 0.6 (relativamente pequeño).

En la Figura 23 se presenta el promedio en la vertical del valor absoluto del cociente $\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) / (\overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$ i.e. $\langle \overline{\tilde{u}\tilde{w}} / (\overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}) \rangle$ en función de ξ , en diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$.

Se puede observar que en un gran número de los experimentos, los cocientes tienen valores < 10 , con lo que se sugiere que en esos casos la contribución de parte de $\overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}$ en $\tau_{\text{stress}}\rho^{-1}$ no es despreciable, en comparación con la contribución de parte de $\overline{\tilde{u}\tilde{w}}$. Por otro lado, es importante mencionar que en la mayoría de los experimentos $\overline{\tilde{u}w'} \approx \overline{\tilde{w}u'} \approx \overline{u'w'}$.

Particularmente, en el 60%, 69% y 90% de los experimentos, los valores de los cocientes $\langle \overline{\tilde{u}\tilde{w}} / (\overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}) \rangle$ son menores que 10 en los intervalos de profundidad: $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ (Figura 23a, 23d y 23e), respectivamente.

Por otro lado, solamente en el 38% y 41% de los experimentos, los valores de los cocientes $\langle \overline{\tilde{u}\tilde{w}} / (\overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}) \rangle$ son menores que 10, en los intervalos de profundidad: $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$ y $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$ (Figura 23b y 23 c), respectivamente.

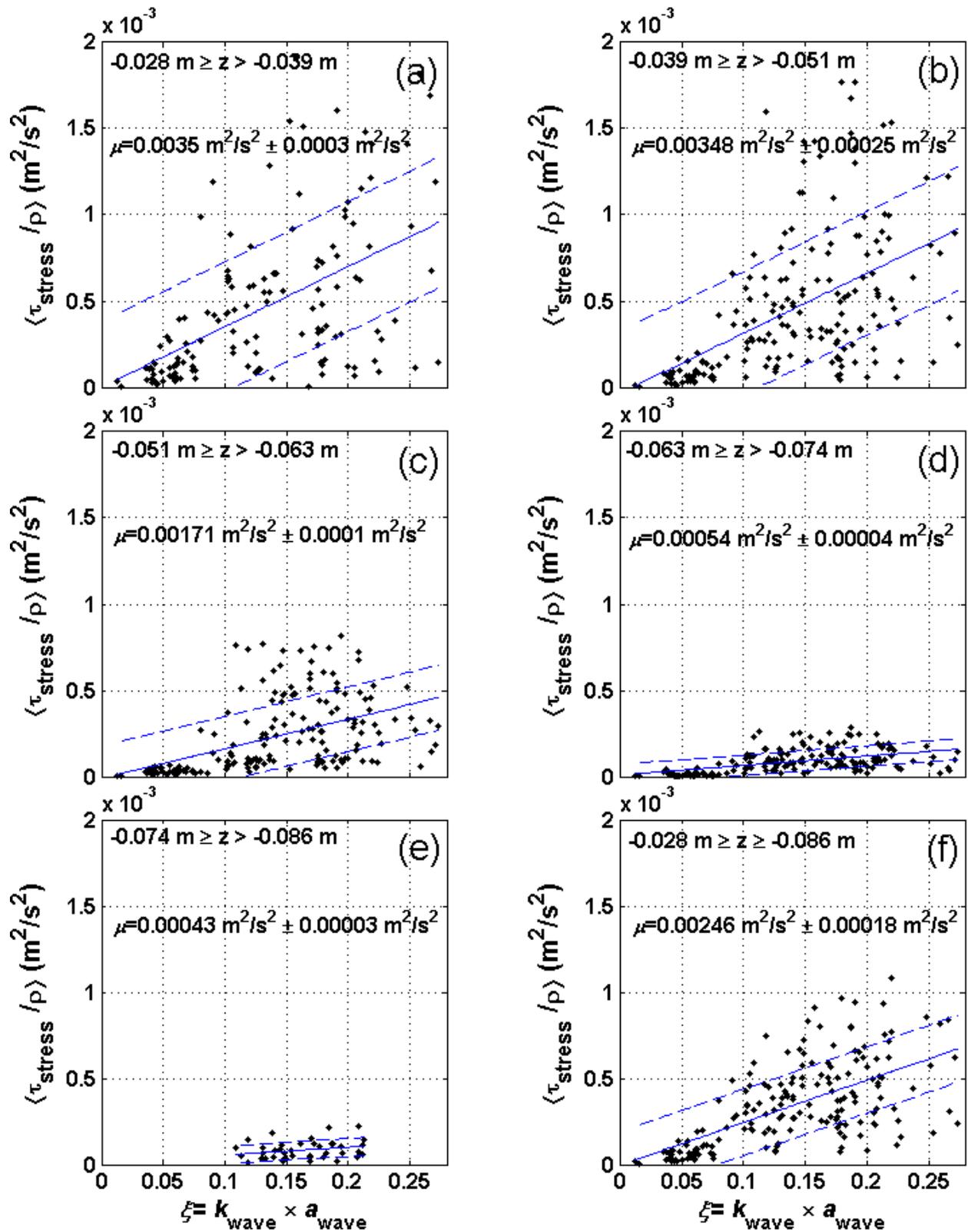


Figura 20. Resultados del promedio en la vertical de los esfuerzos de Reynolds $\langle \tau_{\text{stress}} / \rho \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

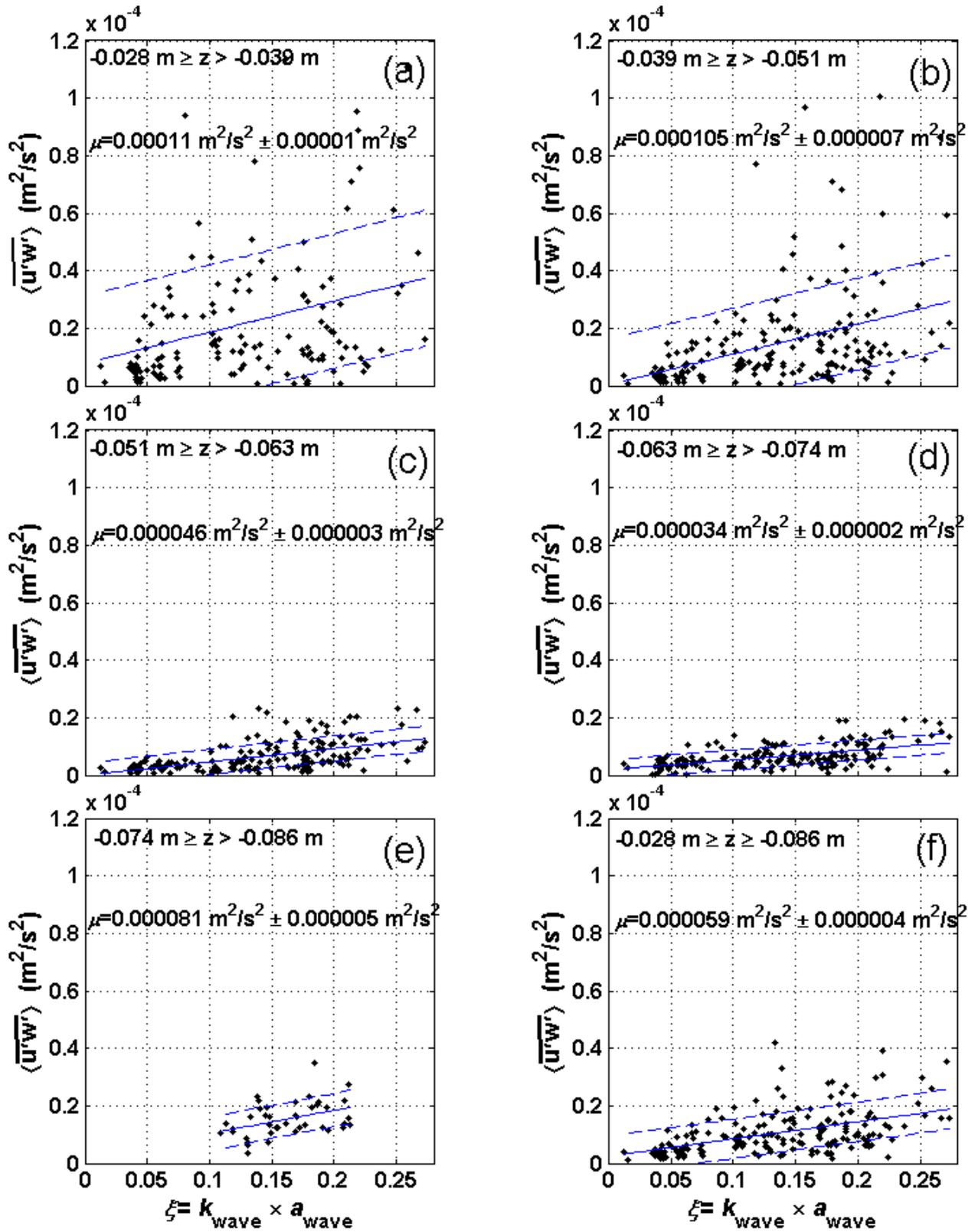


Figura 21. Resultados del promedio en la vertical de los esfuerzos de Reynolds viscosos $\langle u'w' \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

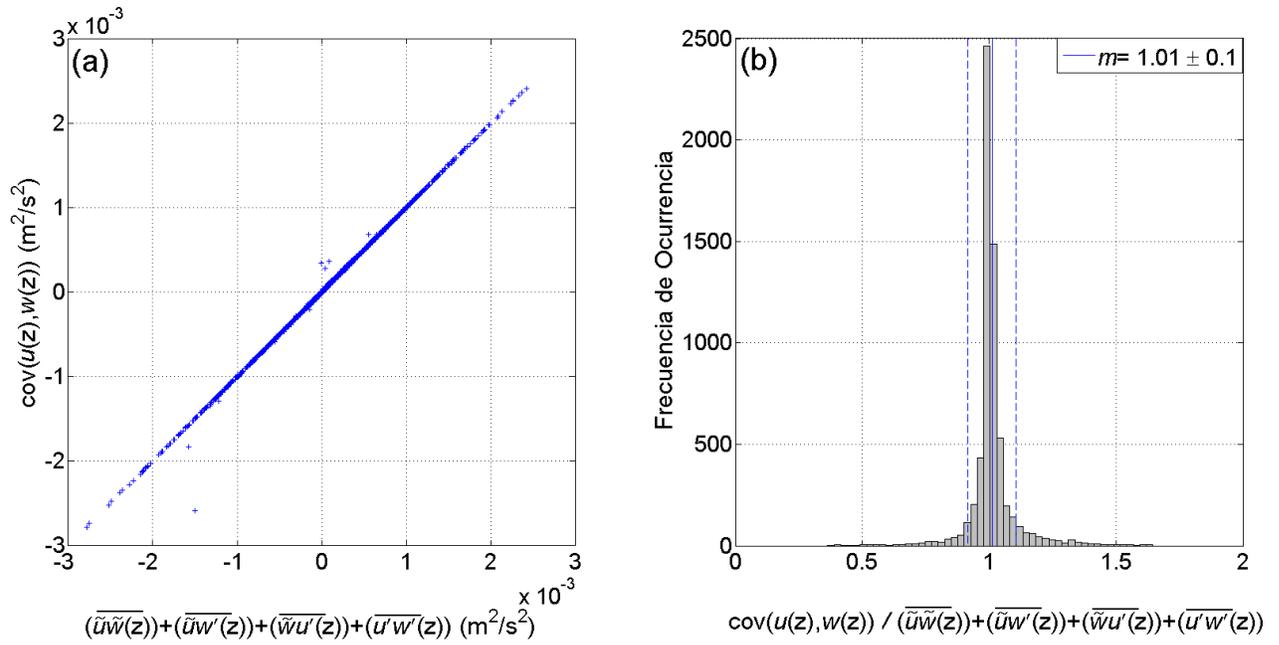


Figura 22. Valores los esfuerzos de Reynolds bajo la influencia de olas: a) $(\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z) + \overline{\tilde{u}w'}(z) + \overline{\tilde{w}u'}(z) + \overline{u'w'}(z))$ contra $\text{cov}(u(z), w(z))$ y b) histograma de los valores del cociente $\text{cov}(u(z), w(z)) / ((\overline{\tilde{u}\tilde{w}}(z)) + (\overline{\tilde{u}w'}(z)) + (\overline{\tilde{w}u'}(z)) + (\overline{u'w'}(z)))$. La línea continua en color azul en b) representa el valor promedio m en el histograma y las líneas segmentadas en color azul a $m \pm 1$ desviación estándar.

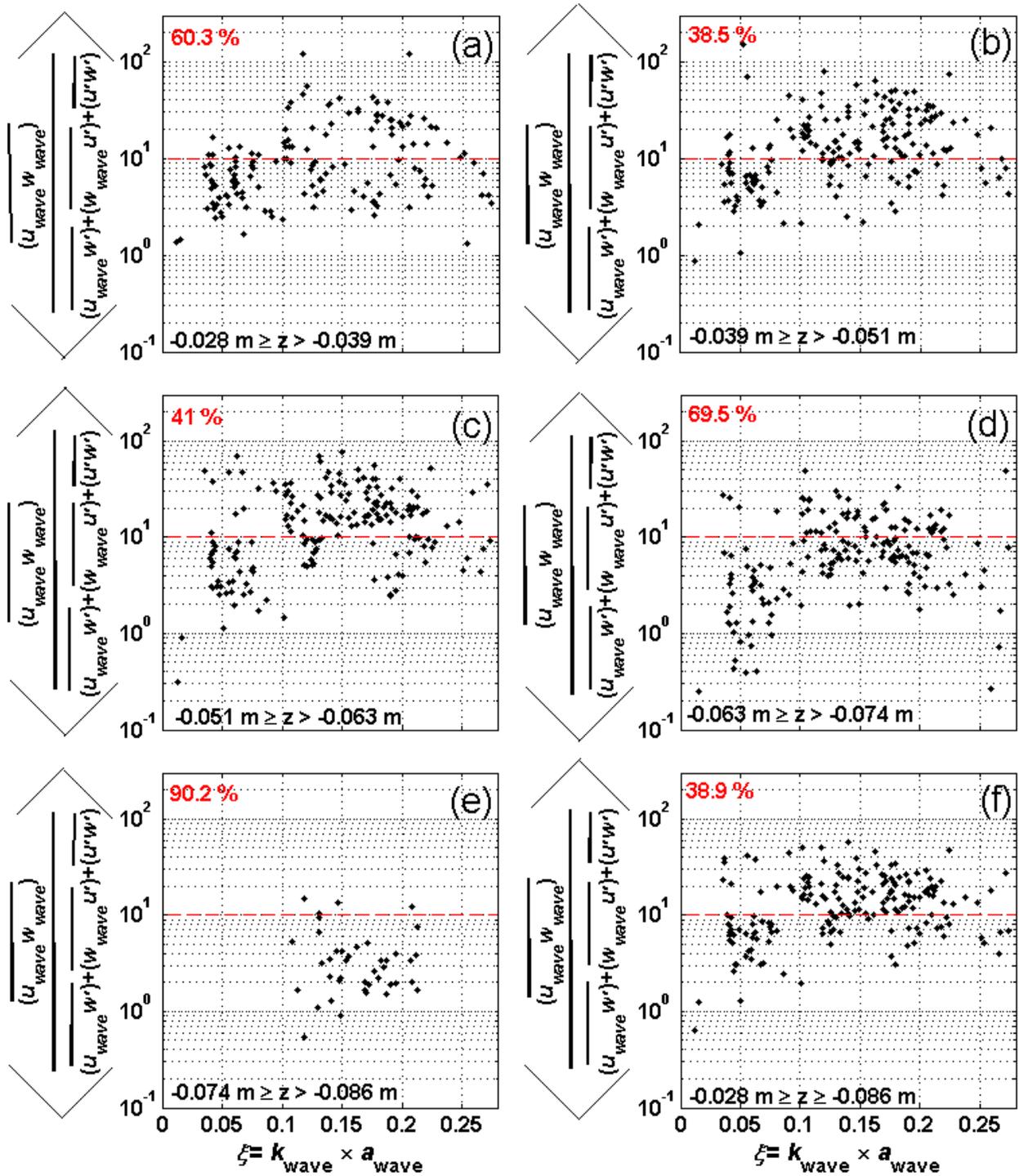


Figura 23. Resultados del promedio en la vertical de los cocientes $\langle \overline{u'w'} / (\overline{u'w'} + \overline{w'u'}) \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea segmentada en color rojo representa un valor igual a diez. Los números en color rojo corresponden al porcentaje de experimentos en el cual los valores $\langle \overline{u'w'} / (\overline{u'w'} + \overline{w'u'}) \rangle < 1$.

3.5 La disipación de la energía cinética de la Turbulencia.

3.5.1 Estimación de la razón de disipación de energía cinética turbulenta mediante los cortes en las fluctuaciones turbulentas.

La razón de disipación de la energía cinética turbulenta ε , puede considerarse equivalente a la producción de turbulencia en un fluido. Esta razón ε se puede escribir como (Hinze, 1975):

$$\varepsilon = \nu \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right)^2}, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (18)$$

donde $\nu \approx 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ es la viscosidad cinemática del agua. A partir de las mediciones de $u'(t, z)$ y $w'(t, z)$ y utilizando la expresión (18) se puede obtener una primera aproximación, tomando en cuenta solo dos $(\nu \overline{(\partial u'/\partial z)^2})$ y $2\nu \overline{(\partial w'/\partial z)^2})$ de los 12 términos que conforman ε . En este trabajo las fluctuaciones turbulentas u' y w' sólo se obtuvieron en función de z .

Si la turbulencia se considera homogénea e isotrópica (Taylor, 1935b), ε se puede expresar en función de z como:

$$\varepsilon(z) = \varepsilon_{u',w'}(z) = \varepsilon_{u'}(z) = \varepsilon_{w'}(z) \quad (19)$$

donde:

$$\varepsilon_{u',w'}(z) = 6\nu \left(\overline{\left(\frac{\partial u'(z)}{\partial z} \right)^2} + \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial z} \right)^2} \right) \quad (19.1), \quad \varepsilon_{u'}(z) = 7.5\nu \overline{\left(\frac{\partial u'(z)}{\partial z} \right)^2} \quad (19.2)$$

$$\text{y} \quad \varepsilon_{w'}(z) = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial z} \right)^2} \quad (19.3).$$

Estas últimas tres ecuaciones, representan una de las ventajas de suponer que la turbulencia es homogénea e isotrópica, es decir la razón de disipación de la energía cinética turbulenta puede estimarse con un número limitado de variables.

En la Figura 24, se presentan los resultados del promedio de $\varepsilon(z) = \varepsilon_{u',w'}(z)$ en la vertical, i.e. $\langle \varepsilon_{u',w'} \rangle$ en función de ξ , en diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. También se muestran los resultados de ε obtenidos en los experimentos realizados por Babanin y Haus (2009). Se observa que $\langle \varepsilon_{u',w'} \rangle$ aumenta con ξ y esta dependencia disminuye al aumentar la profundidad, con excepción del caso con mayor profundidad (Figura 24e). En efecto, se distingue que la pendiente de la recta estimada con la regresión lineal cambia gradualmente de $0.005 \text{ m}^2/\text{s}^3$ a $0.0006 \text{ m}^2/\text{s}^3$, como se ilustra en la Figura 24a y 24d, respectivamente. Sin embargo, el valor de esa pendiente es relativamente alto ($\mu = 0.001 \text{ m}^2/\text{s}^3$) en el caso con la mayor profundidad (Figura 24e), lo que no corresponde con el cambio gradual mencionado.

El rango de valores de ξ es similar a los reportados por Babanin y Haus (2009), mientras que los valores de ε ($\langle \varepsilon_{u,w} \rangle$) presentan un mismo orden de magnitud en ambos estudios, especialmente en los casos de la profundidades menores (Figura 24a y 24b). Por otro lado, en los casos de profundidades mayores (Figura 24c, d y e), las estimaciones de ε pueden considerarse como un límite inferior al respecto de los resultados de Babanin y Haus (2009).

Con la intención de obtener una idea más clara de la dependencia de $\varepsilon_{u',w'}$ con respecto a variables como la pendiente del oleaje y la profundidad en donde se realizan las mediciones, mediante regresión lineal se estimó la pendiente $\mu(z)$ de la recta $\varepsilon_{u',w'}(\xi, z) = \mu(z)\xi + d$, en intervalos de profundidad menores a los utilizados anteriormente (en al menos 10 intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$), donde d es una constante. A partir del comportamiento de $\mu(z)$, se determina $\mu(z) \sim z^{-3.6 \pm 1.1}$ mediante cuadrados mínimos, con lo que podemos establecer la relación $\varepsilon_{u',w'}(\xi, z) \sim \xi z^{-3.6 \pm 1.1}$.

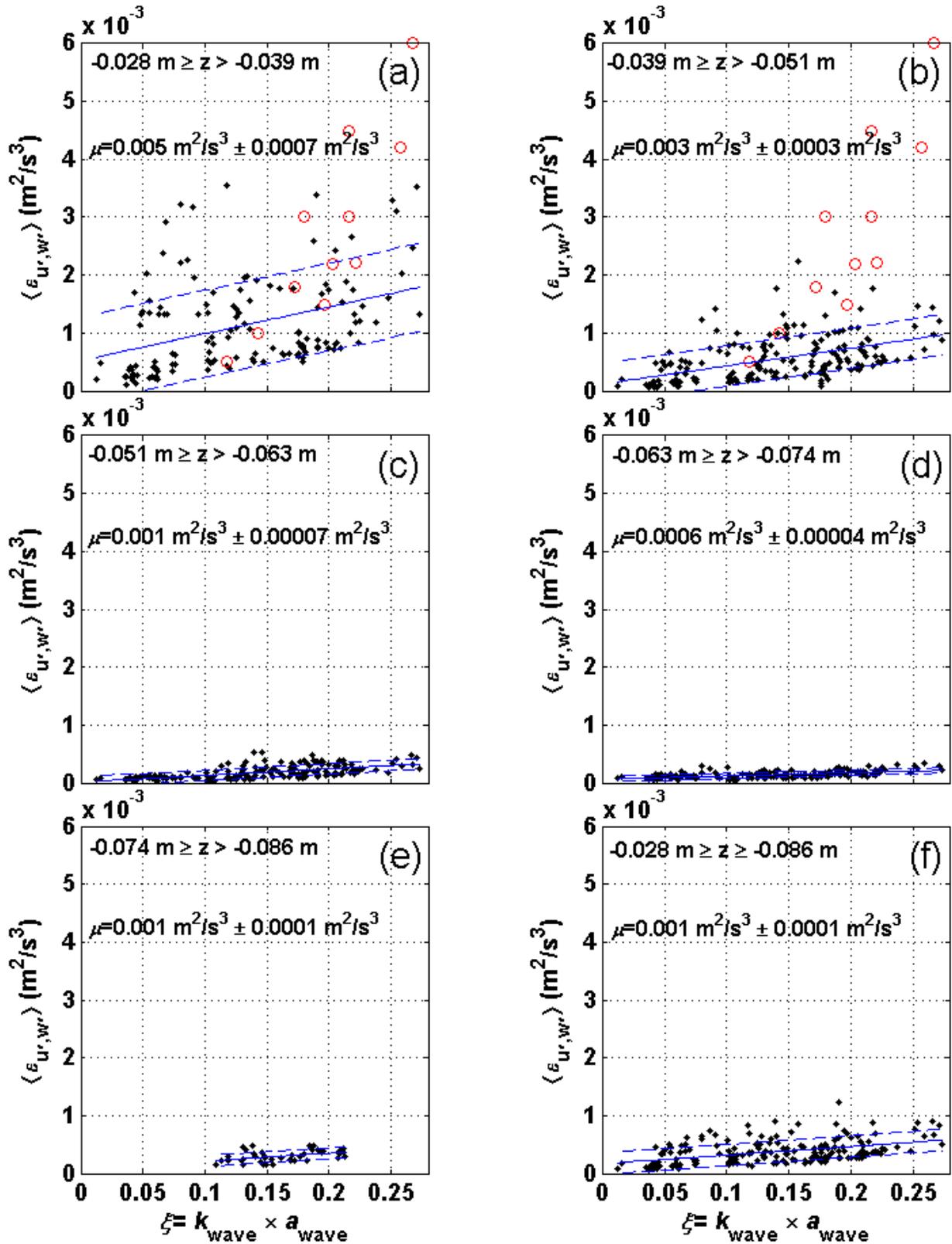


Figura 24. Resultados del promedio en la vertical de razón de disipación de energía cinética turbulenta $\langle \varepsilon_{u',w'} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. La línea azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar. Los incisos a, b, c, d y e corresponden a diferentes intervalos de profundidad dentro del rango del perfil $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$ (inciso f). Los círculos en color rojo corresponden a los valores de ε obtenidos por Babanin y Hauss (2009).

3.5.2 La Ley de la Pared y el factor de energía del oleaje.

En la teoría de la turbulencia en un fluido bajo la influencia de una frontera física o una pared (teoría de Prandtl o de capa límite), existe una capa exterior localizada a cierta distancia de la frontera en donde los valores de $z^+ = u_* z / \nu > 30$, siendo $u_* = (|\tau_t| \rho^{-1})^{1/2}$ la velocidad de fricción y $|\tau_t|$ la magnitud de los esfuerzos de Reynolds en la capa límite i.e. $\tau_t \rho^{-1} = -\overline{u'w'}$ (esfuerzos de Reynolds turbulentos). Esa región también se conoce como sub-capa inercial o capa de esfuerzo continuo, donde el movimiento del fluido se considera completamente turbulento y la Ley de la Pared puede representar adecuadamente la disipación de energía cinética turbulenta (ε).

En la Figura 25 se muestra una descripción vertical de los valores de z^+ en la escala adimensional z/H , y se ilustra su dependencia con respecto a ξ (el patrón de colores especifica el valor de ξ y la línea negra $z^+ = 30$). Se puede observar que prácticamente en todos los experimentos $z^+ > 30$, independientemente de z/H y ξ . Se puede considerar que las mediciones se realizaron dentro de la sub-capa inercial donde ε puede representarse adecuadamente con la ley de la pared como:

$$\varepsilon_{wall}(z) = u_*^3(z) / \kappa z \quad (20)$$

donde $\kappa = 0.4$ es la constante de Von Karman. En la Figura 25, también se observa que en los casos en que $z^+ > 100$ los valores de ξ son mayores.

Existe una región denominada capa de amortiguamiento ($5 < z^+ < 30$), en donde puede presentarse la transición de un movimiento laminar a un movimiento turbulento. En solo 2% de las observaciones se identificaron valores de z^+ que corresponden con esa capa.

Las razones de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ con valores de $z^+ > 30$, se normalizaron con (20). En la Figura 26a, b y c, se presentan respectivamente los perfiles verticales $\varepsilon_{u'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$, $\varepsilon_{w'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$ y $\varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$, el patrón de colores especifica el valor de ξ y la línea negra un valor igual a uno i.e. cuando el valor de $\varepsilon_{u'}(z/H)$, $\varepsilon_{w'}(z/H)$ y/o $\varepsilon_{u',w'}(z/H)$ es igual al de $\varepsilon_{wall}(z/H)$. Los valores $\varepsilon_{u'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$, $\varepsilon_{w'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$ y $\varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$ fueron generalmente entre 1 y 4 órdenes de magnitud mayores que la unidad para toda z/H y ξ . Por su parte, en las Figura 26d, e y f, se presentan respectivamente los promedios en la vertical $\langle \varepsilon_{u'}/\varepsilon_{wall} \rangle$, $\langle \varepsilon_{w'}/\varepsilon_{wall} \rangle$ y $\langle \varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_{wall} \rangle$. Los valores fueron generalmente entre 1 y 3 órdenes de magnitud mayores que la unidad para toda ξ .

Particularmente, en el 79%, 74% y 75% de los experimentos, el orden de magnitud de los valores de $\langle \varepsilon_{u'} / \varepsilon_{wall} \rangle$, $\langle \varepsilon_{w'} / \varepsilon_{wall} \rangle$ y $\langle \varepsilon_{u',w'} / \varepsilon_{wall} \rangle$ respectivamente, coinciden con los resultados reportados en trabajos tales como Young y Babanin (2006) y Jones y Monismith (2008) i.e. valores entre 1 y 2 órdenes de magnitud mayores que la unidad.

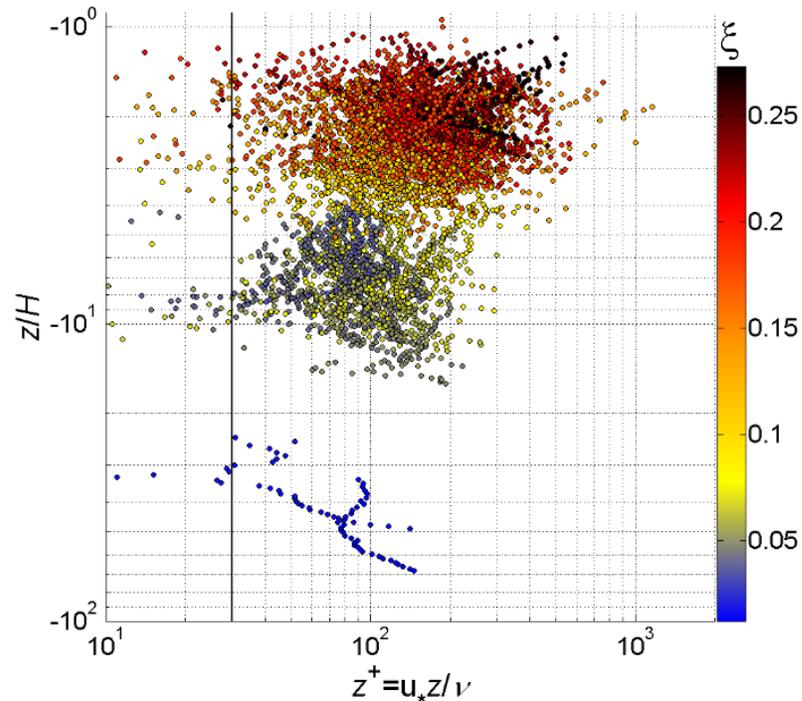


Figura 25. Descripción vertical de los valores de z^+ en la escala adimensional z/H . La profundidad z se presenta normalizada con la altura H de las olas en el eje de las ordenadas. En el eje de las abscisas la profundidad z se normaliza mediante una escala longitudinal viscosa ν/u_* , de forma que $z^+ = u_* z / \nu$. El patrón de colores especifica el valor de ξ .

Los valores de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ son mucho mayores que los estimados con base en la ley de la pared (ε_{wall}). Así, se sugiere que la producción de energía cinética turbulenta (\mathcal{P}) y ε están fuera de balance i.e. $\mathcal{P} \ll \varepsilon$.

De acuerdo con Tennekes y Lumley (1982), en un flujo continuo, homogéneo y compuesto por cortes en la velocidad, existe un balance entre la producción de energía cinética turbulenta y su disipación ($\mathcal{P} \approx \varepsilon$). Sin embargo, aunque los valores de \mathcal{P} y ε no sean exactamente iguales, se espera que sean de un mismo

orden de magnitud. Terray et al. (1996), argumentan que bajo la presencia de olas y viento, el rompimiento de las olas puede incrementar ε haciendo $\varepsilon \gg \varepsilon_{wall}$ ($\mathcal{P} \ll \varepsilon$).

Por otra parte, se ha reportado que si la influencia del rompimiento de las olas no es significativa, ε_{wall} debe reproducir adecuadamente los valores de ε , sugiriendo que $\mathcal{P} = \varepsilon$ y la presencia de una capa logarítmica típica i.e. $\varepsilon \sim z^{-1}$ (Csanady, 1984). Mediante cuadrados mínimos, se determinó el comportamiento de $\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{u',w'}$ en función de z en cada uno de los experimentos, y en términos generales se obtiene que: $\varepsilon_{u',w'}(z) \sim z^{-3.6 \pm 1.1}$ y $\varepsilon_{u'}(z) \sim z^{-4.6 \pm 1.5}$, que representan una relación muy diferente a la de una capa logarítmica típica.

Sin embargo, al considerar la componente vertical de las fluctuaciones turbulentas, en la estimación $\varepsilon_{w'}(z) \sim z^n$, únicamente en el 66% de los experimentos se identificaron valores de n menores que cero, con un valor promedio igual a -3.9 ± 1 . En los casos con valores de n mayores que cero, la interpretación de $\varepsilon_{w'}(z) \sim z^n$ carece de un sentido físico.

Una cierta confiabilidad estadística del comportamiento de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ de forma atípica o irregular en una capa logarítmica, se obtiene mediante el promedio (sobre todos los experimentos) de la correlación entre los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, y su estimación mediante cuadrados mínimos (z^n). El resultado de este promedio es $m = 0.94 \pm 0.05$, $m = 0.52 \pm 0.27$ y $m = 0.93 \pm 0.05$, respectivamente.

Aunque intuitivamente se esperaría que el decaimiento de ε con respecto a z fuera intensificado al aumentar ξ , el valor de los exponentes n en $\varepsilon_{u',w'}(z) \sim z^n$, $\varepsilon_{u'}(z) \sim z^n$ y $\varepsilon_{w'}(z) \sim z^n$, es independiente del valor de ξ (Figura 57 y 58).

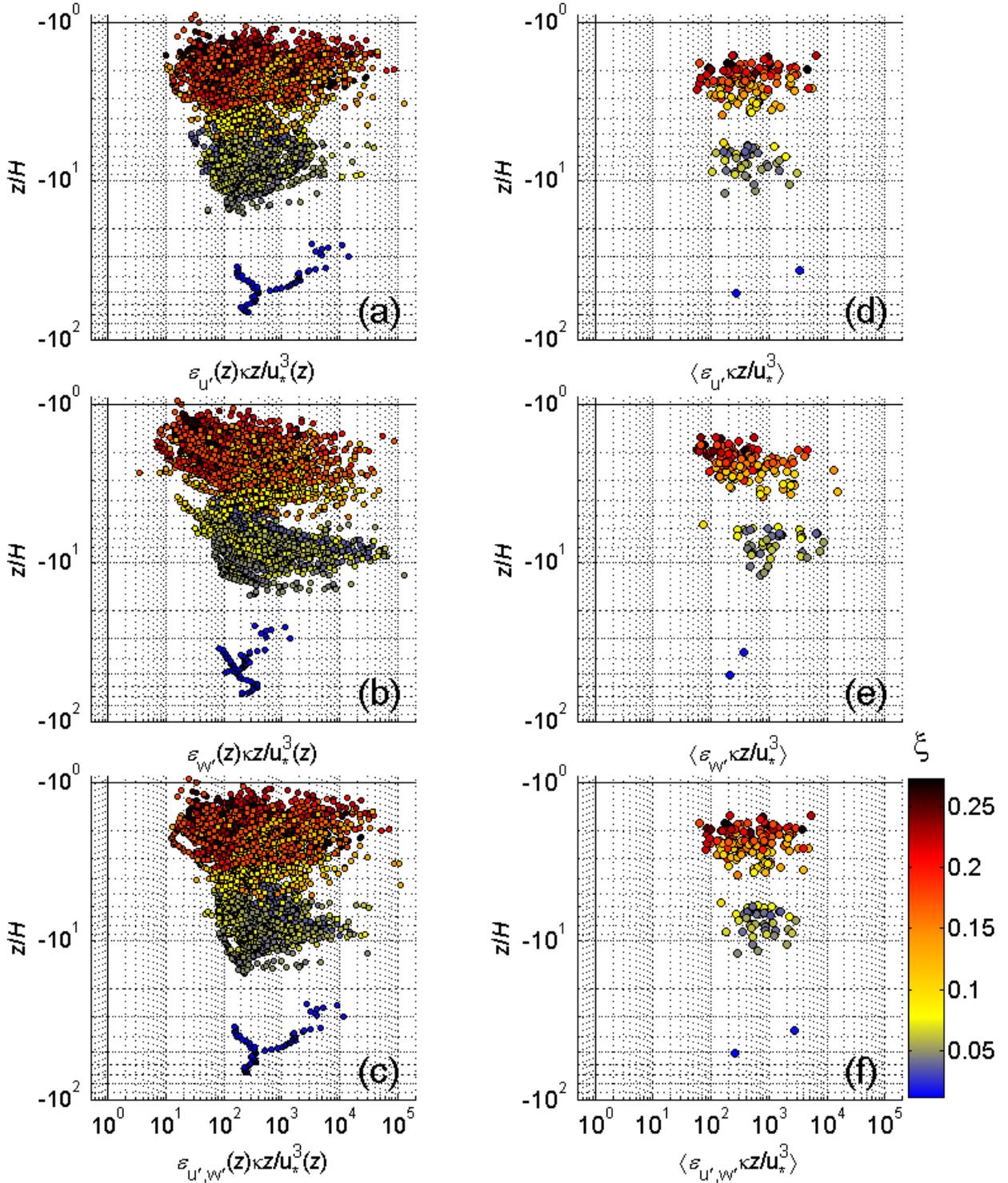


Figura 26. Descripción vertical (con respecto a la escala adimensional z/H) de la razón de disipación de energía cinética turbulenta normalizada con base en los resultados estimados a partir de la Ley de la pared: a) $\varepsilon_{u'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$, b) $\varepsilon_{w'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$ y c) $\varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_{wall}(z/H)$. Resultados del promedio en la vertical de: d) $\langle \varepsilon_{u'}/\varepsilon_{wall} \rangle$, e) $\langle \varepsilon_{w'}/\varepsilon_{wall} \rangle$ y f) $\langle \varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_{wall} \rangle$. El patrón de colores especifica el valor de ξ .

Una alternativa para medir la razón de disipación de energía cinética turbulenta, es considerar el factor de energía del oleaje el cual se define como $\alpha_F(z) = C_{wave}/u_*(z)$, donde C_{wave} es la rapidez de fase del oleaje. Al realizar el producto de ε_{wall} por α_F , se obtiene:

$$\varepsilon_F(z) = \varepsilon_{wall}(z) \times \alpha_F(z) = 2.4\alpha_F(z)u_*^3(z)z^{-1} \quad (21)$$

El producto $\alpha_F(z)u_*^3(z) = C_{wave}u_*^2(z)$ en la expresión (21), representa un flujo de energía cinética turbulenta (Craig y Banner, 1994; Terray et al. 1996).

En la Figura 27a, b y c se presenta la descripción vertical (con respecto a la escala adimensional z/H) de la razón de disipación de energía cinética turbulenta normalizada con base en los resultados estimados a partir de $\varepsilon_F(z)$: a) $\varepsilon_{u'}/\varepsilon_F(z/H)$, b) $\varepsilon_{w'}/\varepsilon_F(z/H)$ y c) $\varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_F(z/H)$. El patrón de colores especifica el valor de ξ y la línea negra un valor igual a uno i.e. cuando el valor de $\varepsilon_{u'}(z/H)$, $\varepsilon_{w'}(z/H)$ y/o $\varepsilon_{u',w'}(z/H)$ es igual al de $\varepsilon_F(z/H)$. En el 54%, 42% y 68% del total de las observaciones, los valores $\varepsilon_{u'}/\varepsilon_F(z/H)$, $\varepsilon_{w'}/\varepsilon_F(z/H)$ y $\varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_F(z/H)$, respectivamente, estuvieron dentro del intervalo [0.5, 2] independientemente del valor de ξ , con lo que se sugiere que $\varepsilon_F(z)$ reproduce adecuadamente los valores de ε . Los resultados de $\varepsilon_F(z)$ son similares (o de un mismo orden de magnitud) a los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, en 96%, 95% y 97% del total de observaciones, respectivamente.

En la Figura 27d, e y f se presenta la descripción vertical (con respecto a la escala adimensional z/H) de los resultados del promedio en la vertical de: d) $\langle \varepsilon_{u'}/\varepsilon_F \rangle$, e) $\langle \varepsilon_{w'}/\varepsilon_F \rangle$ y f) $\langle \varepsilon_{u',w'}/\varepsilon_F \rangle$. En el 63%, 62% y 75% de los experimentos, los resultados estuvieron dentro del rango [0.5, 2], independientemente del valor de ξ . Lo anterior sugiere la existencia de un balance entre la ε total en la columna de agua (\mathcal{D}_ε) y el flujo de energía cinética turbulenta $C_{wave}u_*^2(z)$ promediado en la vertical i.e.

$$\mathcal{D}_\varepsilon = \int_{z_1}^{z_2} \varepsilon(z) dz = \langle \alpha_F u_*^3 \rangle \quad (22)$$

donde $\langle \alpha_F u_*^3 \rangle$ es el promedio en la vertical del flujo de energía cinética turbulenta, z_1 y z_2 representan el límite inferior (4 cm de distancia sobre el sensor) y superior del rango del perfil.

Se calculó la integral en la vertical de valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ ($\mathcal{D}_{\varepsilon_1}$, $\mathcal{D}_{\varepsilon_2}$ y $\mathcal{D}_{\varepsilon_3}$) en el intervalo $[z_1, z_2]$ y posteriormente se calcularon los cocientes $\mathcal{D}_{\varepsilon_1}/\langle \alpha_F u_*^3 \rangle$, $\mathcal{D}_{\varepsilon_2}/\langle \alpha_F u_*^3 \rangle$ y $\mathcal{D}_{\varepsilon_3}/\langle \alpha_F u_*^3 \rangle$. En el 63%,

79% y 70% de los experimentos, los resultados presentaron valores entre 0.5 y 2. Así, se identificó un balance entre \mathcal{D}_ε en la columna de agua y el flujo promedio de energía cinética turbulenta en la vertical $\langle \alpha_F u_*^3 \rangle$.

El promedio de los valores en todos los experimentos $\alpha_F(z)$ es $m = 391 \pm 245$, con un orden de magnitud igual al del valor constante ($\alpha_F = 100$) utilizado por Craig y Banner (1994). Solamente en el 3% del total de las observaciones, el orden de magnitud de $\alpha_F(z)$ es 10^3 .

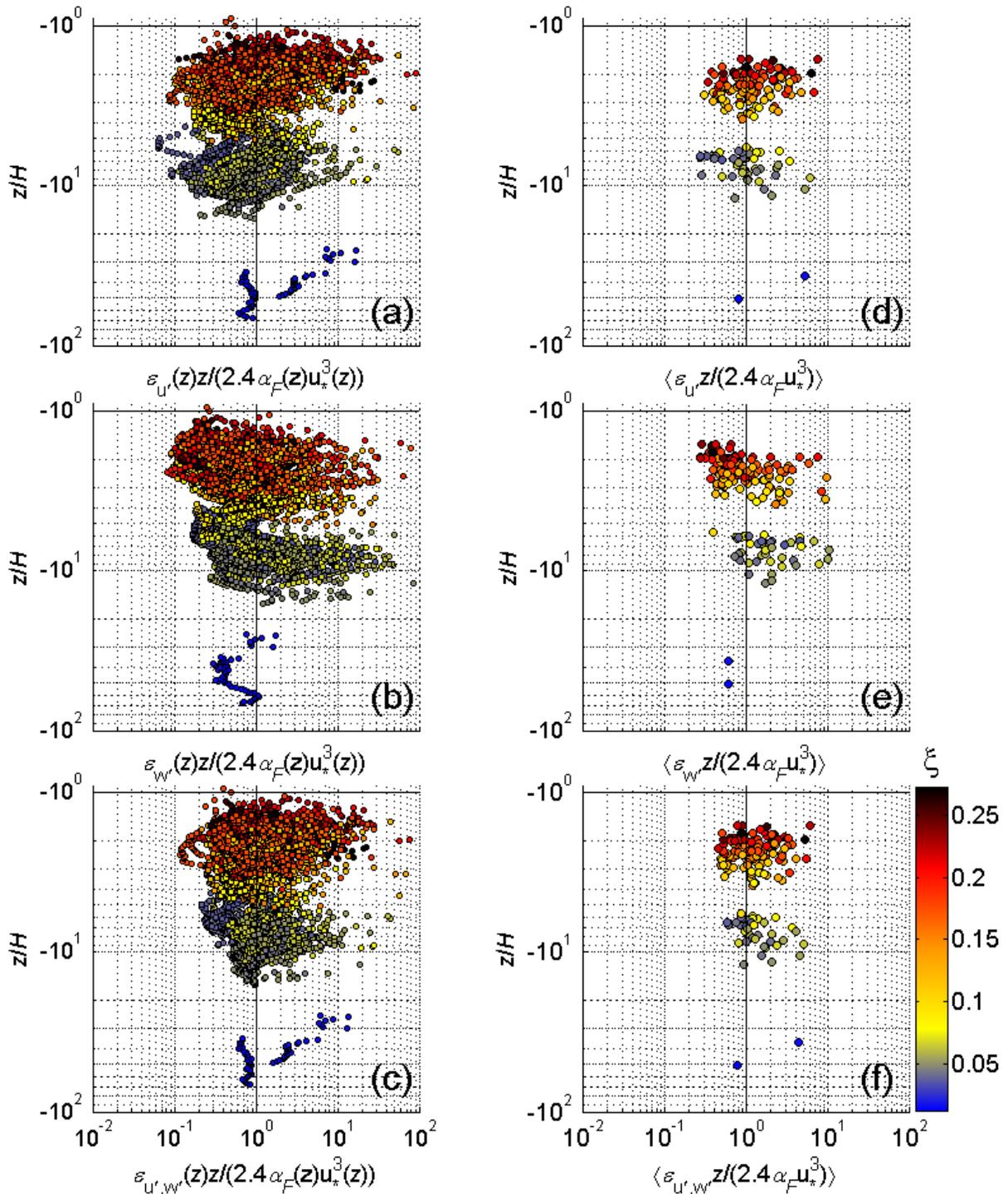


Figura 27. Descripción vertical (con respecto a la escala adimensional z/H) de la razón de disipación de energía cinética turbulenta normalizada con base en los resultados estimados a partir de ε_F : a) $\varepsilon_u/\varepsilon_F(z/H)$, b) $\varepsilon_w/\varepsilon_F(z/H)$ y c) $\varepsilon_{u,w}/\varepsilon_F(z/H)$. Resultados del promedio en la vertical de: d) $\langle \varepsilon_u/\varepsilon_F \rangle$, e) $\langle \varepsilon_w/\varepsilon_F \rangle$ y f) $\langle \varepsilon_{u,w}/\varepsilon_F \rangle$. El patrón de colores especifica el valor de ξ .

3.5.3 Las micro-escalas de la turbulencia.

Cuando la turbulencia se considera isotrópica, la relación de la razón de disipación de energía cinética turbulenta, $\varepsilon = \varepsilon_w = 15\nu\overline{(\partial w'/\partial z)^2}$ (expresión 19.3), puede expresarse como $\varepsilon_w = 15\nu(w'_{rms})^2/\lambda_{zz}^2$ donde:

$$\lambda_{zz}^2(z) = \frac{(w'(z)_{rms})^2}{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial z}\right)^2} \quad (23)$$

es el cuadrado de la micro-escala de Taylor (Taylor, 1935b). La micro-escala de Taylor (λ_{zz}) representa una medida de las dimensiones de los remolinos de menor escala en la turbulencia. Particularmente, λ_{zz} corresponde a la extensión vertical de los remolinos turbulentos (micro-escala) y típicamente se relaciona con la forma de la función de auto-correlación espacial de las componentes turbulentas de la velocidad, tal como se ilustra en la Figura 28.

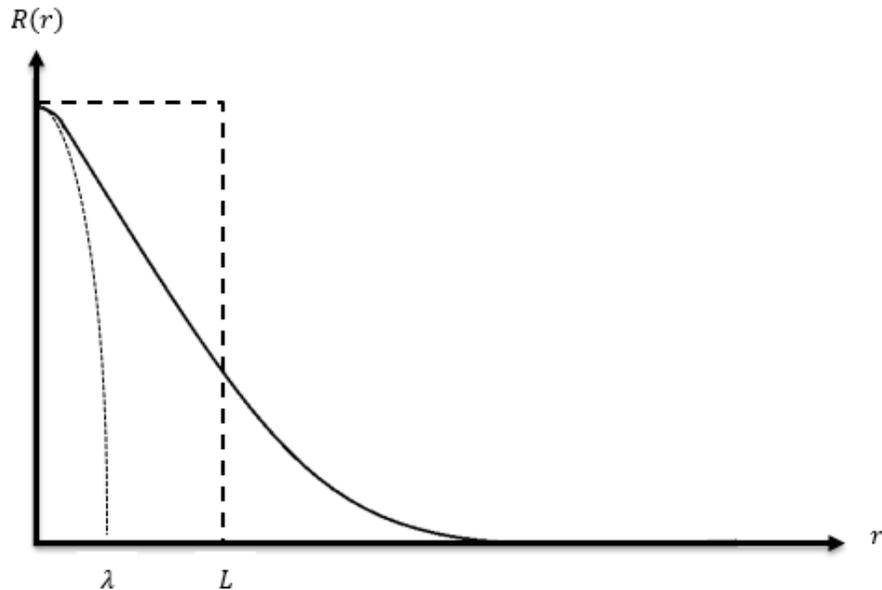


Figura 28. Función de auto-correlación espacial $R(r)$ correspondiente a una componente turbulenta de la velocidad. Caso particular de la micro-escala de la turbulencia (línea punteada), en donde $R(r) = 0$ indica la extensión de los remolinos de la micro-escala ($r = \lambda$). Al representar la integral de la auto-correlación con su valor máximo $R(r) = 1$ (línea segmentada) puede obtenerse la extensión de los remolinos de macro-escala ($r = L$).

En la Figura 29 se presentan los valores de $\lambda_{zz}(z)$ promediados en la vertical ($\langle \lambda_{zz} \rangle$) en función de ξ , en diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Se observa que los valores de $\langle \lambda_{zz} \rangle$ aumentan con ξ en todos los intervalos de profundidad, excepto en el intervalo $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ (Figura 29). Mediante un análisis de regresión lineal, se determinó que ese aumento de $\langle \lambda_{zz} \rangle$ en función de ξ es igual (la pendiente de la recta ajustada es $\mu = 0.002 \text{ m}$) en todos los intervalos profundidad. Particularmente, al obtener el promedio sobre $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$, se identifica que los valores de $\langle \lambda_{zz} \rangle$ también aumentan con ξ (Figura 29f). Se establece que ξ no solo influye en el tamaño de los remolinos turbulentos de macro-escala sino también en el tamaño de remolinos turbulentos de micro-escala (influencia local).

Al suponer que la turbulencia es isotrópica y mediante la relación $\overline{(\partial u' / \partial x)^2} = 0.5 \overline{(\partial u' / \partial z)^2}$ (Taylor, 1935b), es posible calcular una primera aproximación de la micro-escala de Taylor $\lambda_{xx} = \sqrt{(u'_{rms})^2 / \overline{(\partial u' / \partial x)^2}}$ que corresponde con la extensión longitudinal de los remolinos turbulentos de esa escala. El valor promedio del cociente $\overline{(\partial w' / \partial z)^2} / (0.5 \overline{(\partial u' / \partial z)^2})$ es $m = 1.3 \pm 1.6$, con lo que se sugiere que la relación $\overline{(\partial u' / \partial x)^2} = 0.5 \overline{(\partial u' / \partial z)^2}$ puede considerarse adecuada (ver apéndice III).

En la Figura 30 se presentan los valores de $\lambda_{xx}(z)$ promediados en la vertical ($\langle \lambda_{xx} \rangle$) en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad sobre el perfil completo que corresponde a $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Se puede observar que los valores de $\langle \lambda_{xx} \rangle$ aumentan con ξ en los intervalos de profundidad más cercanos a la superficie libre: $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$ y $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$ (Figura 30a y b). Por otro lado, mediante el análisis de regresión lineal, se determinó que no existe un aumento significativo en los valores de $\langle \lambda_{xx} \rangle$ en función de ξ , en los demás intervalos de profundidad (Figura 30c, 30d y 30e).

Como era esperado, a partir de los resultados de estos experimentos, se observa que el tamaño de los remolinos turbulentos de macro-escala es mayor que el tamaño de los remolinos turbulentos de micro-escala. En la Figura 31, se presentan histogramas de los resultados obtenidos de la razón entre la extensión de los remolinos de macro-escala y la extensión de esos de micro-escala. Particularmente, se presenta la razón de las extensiones en la dirección longitudinal $L_{Eu}(z) / \lambda_{xx}(z)$ y vertical $L_{Ew}(z) / \lambda_{zz}(z)$ (Figura 31a y b), respectivamente. El valor promedio de esas razones es $m = 2.28 \pm 1.35$ y $m = 2.88 \pm 1.45$, respectivamente. Por otro lado, los valores mínimos observados de la razón en ambas direcciones son ligeramente mayores que la unidad, mientras que los valores máximos entre 7 y 9.

Al menos en la dirección vertical, el rango de los valores de la razón de las extensiones es [2.5, 7.5] en experimentos de laboratorio bajo condiciones de olas en presencia de viento (Longo et al. 2012), mientras que en este trabajo, aunque las condiciones son de olas sin viento y que aún no rompen, el rango es similar y aproximadamente [1.2, 9.0].

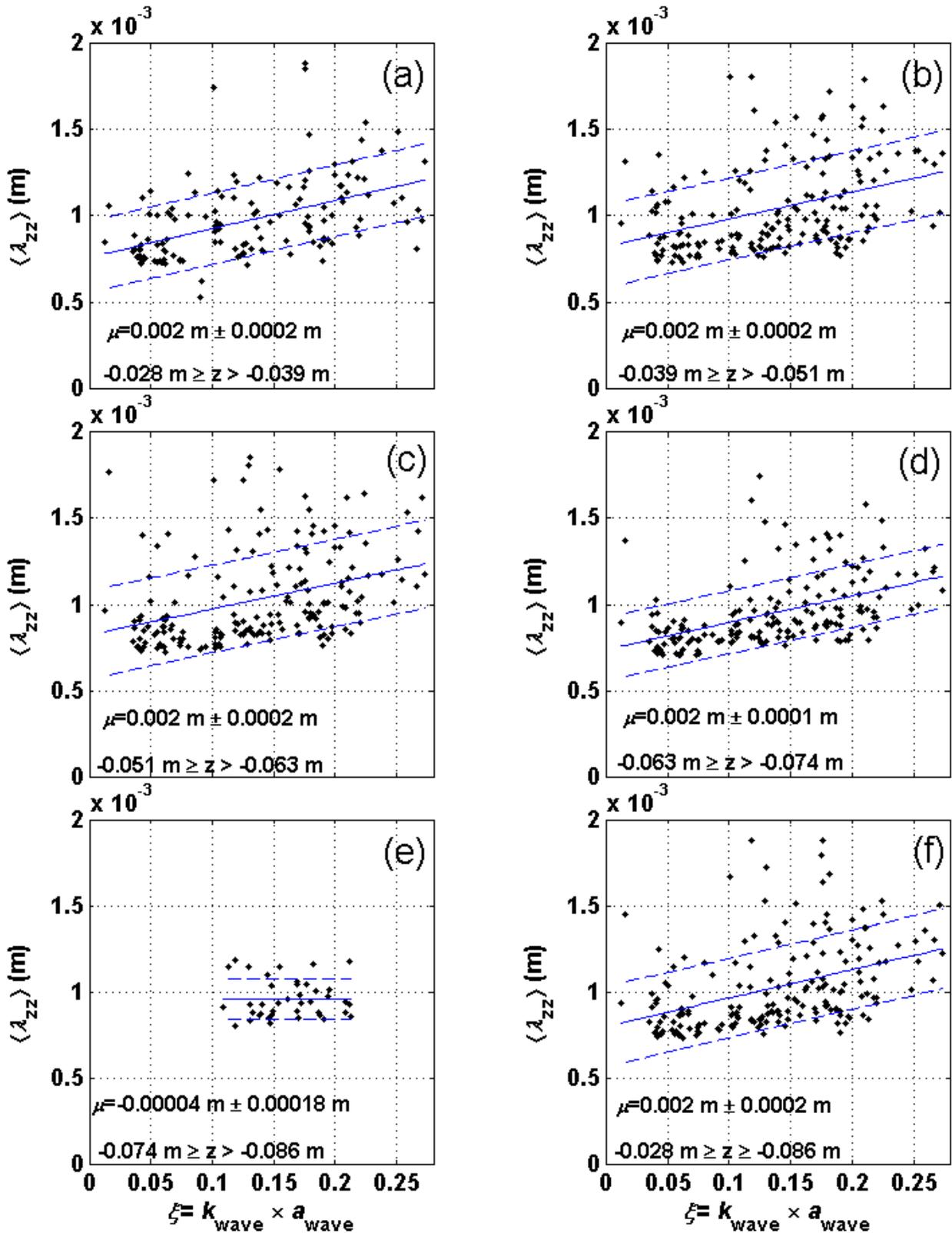


Figura 29. Resultados del valor de la micro-escala de Taylor (extensión vertical) promediado en la vertical $\langle \lambda_{zz} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

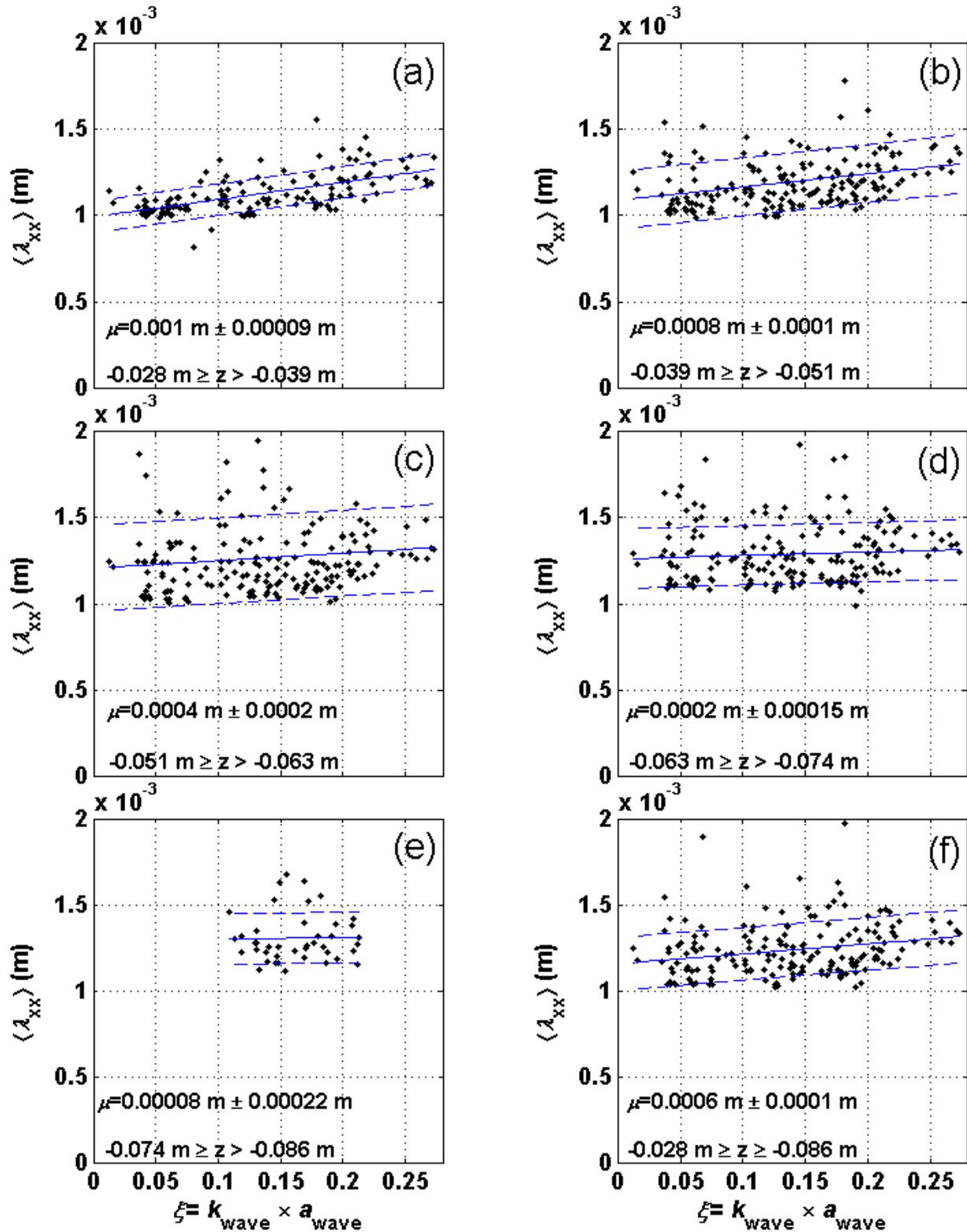


Figura 30. Resultados del valor de la micro-escala de Taylor (extensión longitudinal) promediado en la vertical $\langle \lambda_{xx} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ . Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

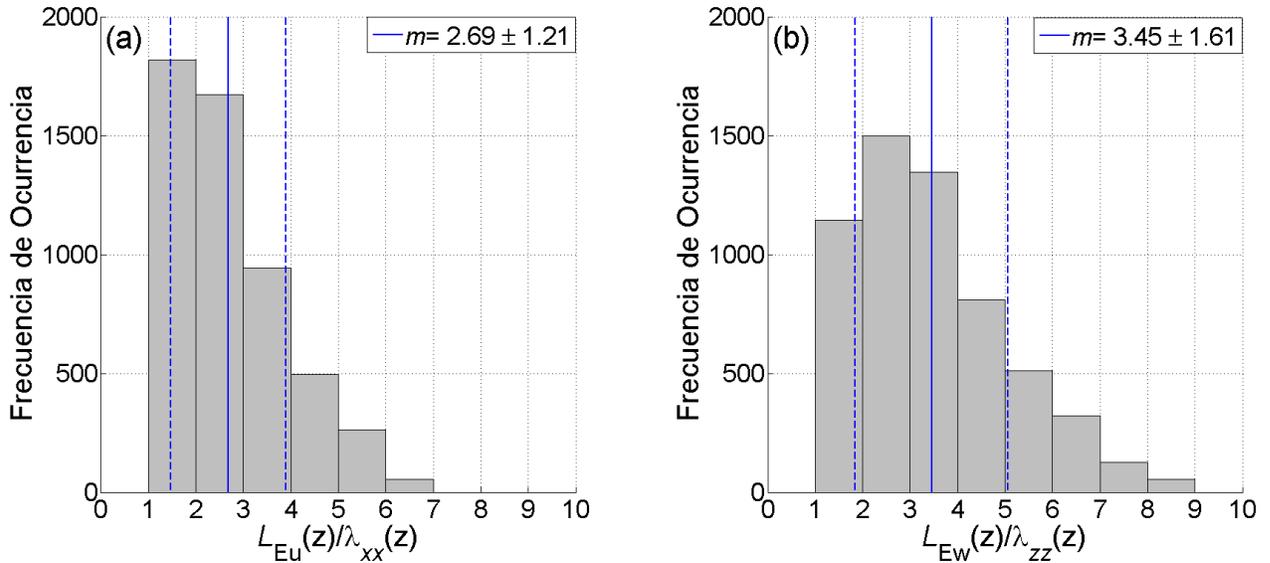


Figura 31. Histogramas de los resultados obtenidos de la razón entre la extensión (longitudinal y vertical) de la macro-escala y la extensión (longitudinal y vertical) de la micro-escala de Taylor. Particularmente: a) $L_{Eu}(z)/\lambda_{xx}(z)$ y b) $L_{Ew}(z)/\lambda_{zz}(z)$. Las líneas continuas representan el valor promedio m y las líneas azules segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar.

En la Figura 32, se presentan los resultados obtenidos de la razón entre la extensión longitudinal y la vertical de los remolinos turbulentos de micro-escala promediada en la vertical ($\langle \lambda_{xx} \rangle / \langle \lambda_{zz} \rangle$) en función de ξ , en diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En algunos experimentos en cada intervalo de profundidad, se identificó una relación de la forma $\langle \lambda_{xx} \rangle / \langle \lambda_{zz} \rangle = \sqrt{2}$ (Hinze, 1959), independientemente de ξ , sugiriendo la existencia de una isotropía local en la turbulencia que se estudia i.e. isotropía en las micro-escalas de la turbulencia (escalas asociadas con números de onda en el sub-rango inercial). Se identificó isotropía local, en un buen número de los experimentos (entre 31% y 47%) en todos los intervalos de profundidad.

Es importante mencionar que la micro-escala de Taylor no representa la escala de remolinos turbulentos más pequeños que pueden ocurrir en la turbulencia. La escala más pequeña en la turbulencia es la micro-escala de Kolmogorov, que se define como:

$$\eta_{K=} \left(\nu^3 / \varepsilon \right)^{1/4} \quad (24)$$

y es en esa escala en donde los efectos de la disipación viscosa son de los más intensos.

Con base en los valores de ε estimados mediante las expresiones (19.1), (19.2) y (19.3) se calculó la micro-escala de Kolmogorov como:

$$\eta_{K[u',w']}(z) = \left(\nu^3 / \varepsilon_{u',w'}(z) \right)^{1/4} \quad (24.1),$$

$$\eta_{K[u']}(z) = \left(\nu^3 / \varepsilon_{u'}(z) \right)^{1/4} \quad (24.2)$$

$$\text{y} \quad \eta_{K[w']}(z) = \left(\nu^3 / \varepsilon_{w'}(z) \right)^{1/4} \quad (24.3).$$

En la Figura 33, se presentan los histogramas de los resultados obtenidos de la razón entre la extensión (horizontal y vertical) de la micro-escala de Taylor y la micro-escala de Kolmogorov. Particularmente, se presentan las razones: a) $\lambda_{xx}(z)/\eta_{K[u']}(z)$, b) $\lambda_{xx}(z)/\eta_{K[w']}(z)$, c) $\lambda_{xx}(z)/\eta_{K[u',w']}(z)$, d) $\lambda_{zz}(z)/\eta_{K[u']}(z)$, e) $\lambda_{zz}(z)/\eta_{K[w']}(z)$ y f) $\lambda_{zz}(z)/\eta_{K[u',w']}(z)$. El valor promedio de esas razones es $m = 4.03 \pm 1.77$, $m = 4.6 \pm 1.5$, $m = 4.87 \pm 1.77$, $m = 4.04 \pm 1.77$, $m = 3.69 \pm 1.05$ y $m = 4.08 \pm 1.58$, respectivamente.

Los valores de esas razones son mayores que la unidad (≥ 1.5), esto es que las micro-escalas de Kolmogorov son menores que las micro-escalas de Taylor y por ende menores que las macro-escalas de la turbulencia, de acuerdo con lo establecido en la teoría de Kolmogorov.

El valor promedio del total de las observaciones de la micro-escala de Kolmogorov: $\eta_{K[u']}(z)$, $\eta_{K[w']}(z)$ y $\eta_{K[u',w']}(z)$, es $m = 2.82 \times 10^{-4} \text{ m} \pm 9.3 \times 10^{-5} \text{ m}$, $m = 2.86 \times 10^{-4} \pm 7.2 \times 10^{-5} \text{ m}$ y $m = 2.67 \times 10^{-4} \text{ m} \pm 6.2 \times 10^{-5} \text{ m}$, respectivamente. Los valores mínimos observados de esa micro-escala son del orden de 10^{-5} m , mientras que los valores máximos del orden de 10^{-4} m .

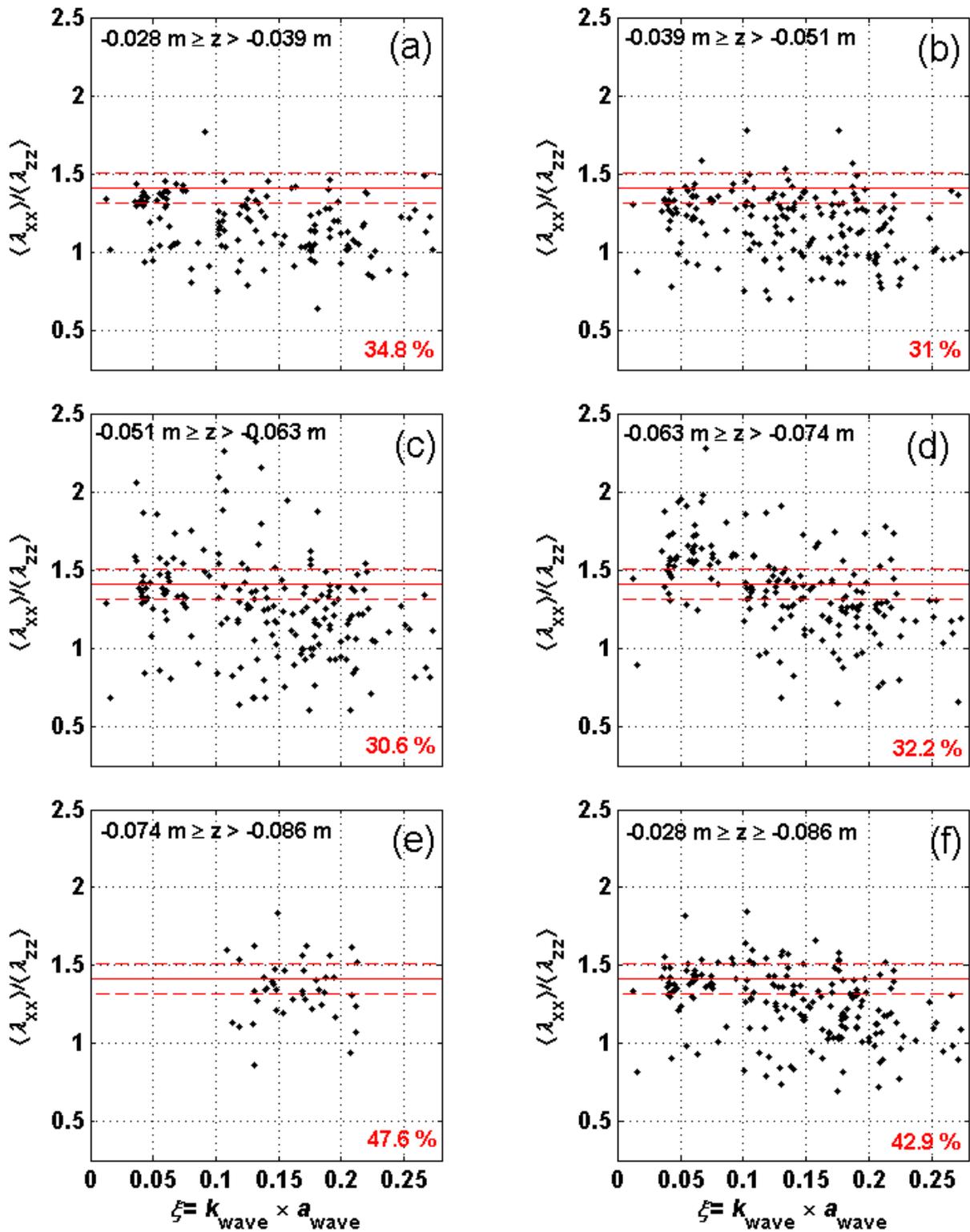


Figura 32. Resultados obtenidos de la razón entre la extensión longitudinal y la extensión vertical de la micro-escala de Taylor promediada en la vertical $\langle \lambda_{xx} \rangle / \langle \lambda_{zz} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color rojo representa un valor igual a $\sqrt{2}$ y las líneas segmentadas a $\sqrt{2} \pm 0.2$. Los números en rojo indican el porcentaje de experimentos con valores $\langle \lambda_{xx} \rangle / \langle \lambda_{zz} \rangle = \sqrt{2} \pm 0.2$.

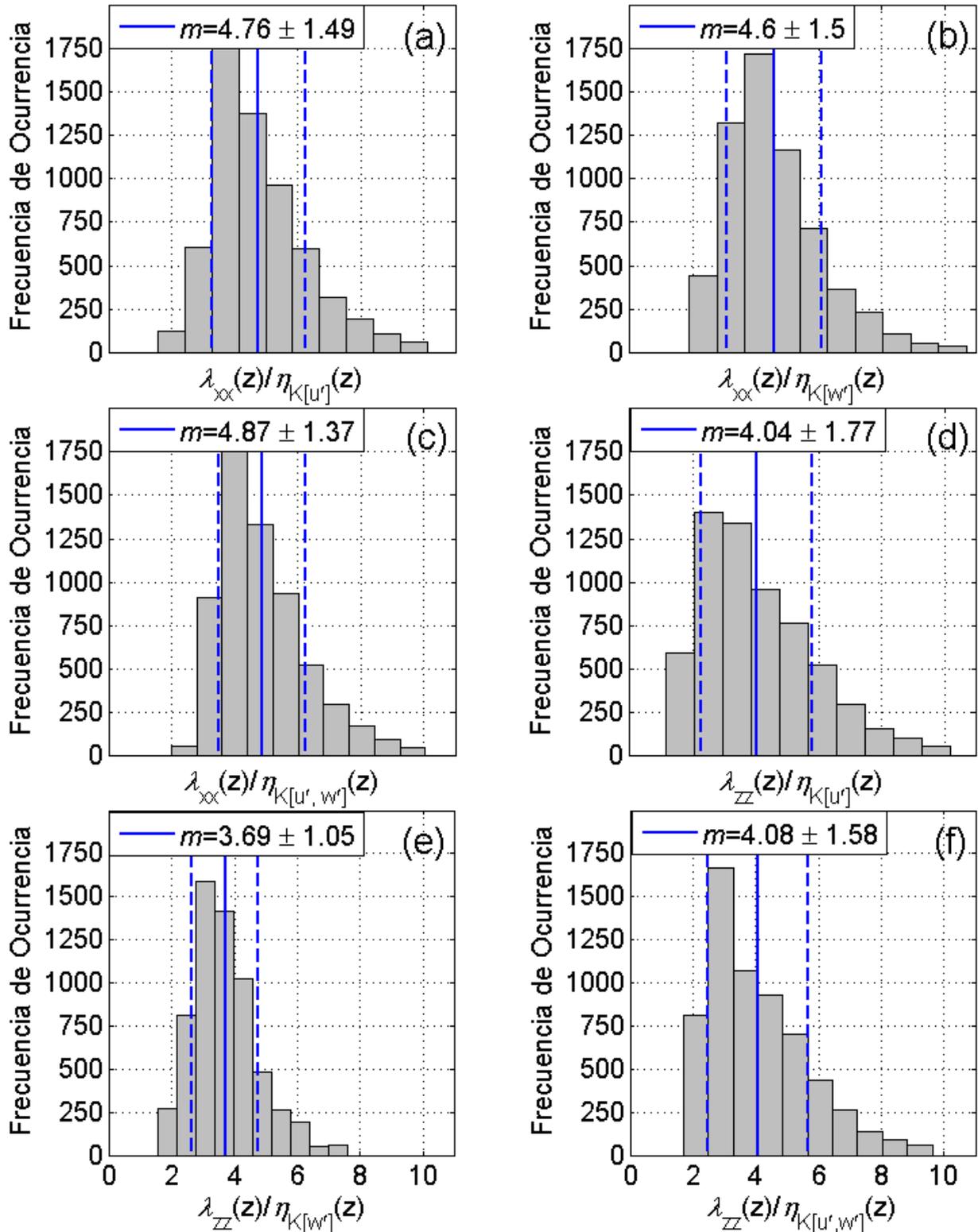


Figura 33. Histogramas de los resultados obtenidos de la razón entre la extensión (horizontal y vertical) de la micro-escala de Taylor y la micro-escala de Kolmogorov. Particularmente: a) $\lambda_{xx}(z)/\eta_{K[u]}(z)$, b) $\lambda_{xx}(z)/\eta_{K[w]}(z)$, c) $\lambda_{xx}(z)/\eta_{K[u', w']}(z)$, d) $\lambda_{zz}(z)/\eta_{K[u]}(z)$, e) $\lambda_{zz}(z)/\eta_{K[w]}(z)$ y f) $\lambda_{zz}(z)/\eta_{K[u', w']}(z)$. Las líneas continuas de color azul representan el valor promedio m y las líneas segmentadas de color azul a $m \pm 1$ desviación estándar.

3.5.4 La relación entre la micro-escala y la macro-escala de la turbulencia.

Al considerar que $\mathcal{P} \approx u'_{rms}{}^3 / L_{Eu}(z) \approx w'_{rms}{}^3 / L_{Ew}(z)$ y al saber que $\varepsilon_{u'} = 15\nu(u'_{rms})^2 / \lambda_{xx}{}^2$ y $\varepsilon_{w'} = 15\nu(w'_{rms})^2 / \lambda_{zz}{}^2$, se puede obtener una expresión de las razones $\lambda_{xx}(z) / L_{Eu}(z)$ y $\lambda_{zz}(z) / L_{Ew}(z)$ (ver Tennekes y Lumley, 1982; Longo, 2001 y Longo et al. 2012) de la forma:

$$\frac{\lambda_{xx}(z)}{L_{Eu}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_1}} (Re_{L_{Eu}}(z))^{a_1} \quad (25.1) \quad \text{y} \quad \frac{\lambda_{zz}(z)}{L_{Ew}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_2}} (Re_{L_{Ew}}(z))^{a_2} \quad (25.2),$$

donde $Re_{L_{Eu}}(z) = (u'(z)_{rms} L_{Eu}(z)) / \nu$ y $Re_{L_{Ew}}(z) = (w'(z)_{rms} L_{Ew}(z)) / \nu$ representan los números de Reynolds estimados con base en las macro-escalas de la turbulencia. Los coeficientes de disipación A_1 y A_2 son del orden de la unidad. En el caso que $\mathcal{P} = \varepsilon$, se tiene que los exponentes $a_1 = a_2 = -1/2$.

Aun en los casos en que $\mathcal{P} \neq \varepsilon$ ($a_1, a_2 \neq -1/2$), las expresiones (25.1) y (25.2) se cumplen.

Por otra parte, al considerar la energía cinética turbulenta, el número de Reynolds se puede definir como:

$Re_{L_{Eu}2}(z) = \left((\overline{q(z)^2} / 2)^{1/2} L_{Eu}(z) \right) / \nu$ y $Re_{L_{Ew}2}(z) = \left((\overline{q(z)^2} / 2)^{1/2} L_{Ew}(z) \right) / \nu$, en donde se consideran las extensiones longitudinal y vertical de los remolinos de macro-escala, respectivamente. Así, la razones $\lambda_{xx}(z) / L_{Eu}(z)$ y $\lambda_{zz}(z) / L_{Ew}(z)$, pueden también expresarse de la forma:

$$\frac{\lambda_{xx}(z)}{L_{Eu}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_3}} (Re_{L_{Eu}2}(z))^{a_3} \quad (25.3) \quad \text{y} \quad \frac{\lambda_{zz}(z)}{L_{Ew}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_4}} (Re_{L_{Ew}2}(z))^{a_4} \quad (25.4).$$

Mediante ajustes por cuadrados mínimos se estimaron los valores de los exponentes a_1, a_2, a_3 y a_4 (un conjunto de los 4 exponentes en cada experimento). En la Figura 34a, b, c y d, se presentan los histogramas de los resultados de los exponentes a_1, a_2, a_3 y a_4 , respectivamente. El valor promedio de cada exponente a_1, a_2, a_3 y a_4 es $m = -0.34 \pm 0.18$, $m = -0.48 \pm 0.29$, $m = -0.46 \pm 0.22$ y $m = -0.36 \pm 0.22$, respectivamente. Además, el promedio de las diferencias $a_1 - a_3, a_2 - a_4, a_2 - a_3, a_1 - a_4$ y $a_3 - a_4$ es $m = 0.10 \pm 0.12$, $m = -0.14 \pm 0.17$, $m = -0.02 \pm 0.32$, $m = 0.02 \pm 0.25$ y $m = -0.09 \pm 0.23$, respectivamente. Así, los valores de los exponentes a_{1-4} son aproximados entre sí, sugiriendo que la turbulencia que se estudia es homogénea.

En el 35%, 38%, 47% y 31% de los experimentos, los valores de los exponentes a_1 , a_2 , a_3 y a_4 , respectivamente, resultaron entre $[-0.7, -0.4]$, con lo que se sugiere la existencia entre un balance y/o cuasi-balance entre \mathcal{P} y ε . Aunque en contraste, en aproximadamente 30% (entre 24% y 35%) de los experimentos, los valores de los exponentes a_{1-4} resultaron fuera del intervalo $[-0.8, -0.25]$, con lo que se sugiere que \mathcal{P} y ε están fuera de balance ($\mathcal{P} \gg \varepsilon$, o bien $\mathcal{P} \ll \varepsilon$).

En otra alternativa para determinar la existencia del balance entre \mathcal{P} y ε , se pueden considerar las macro-escalas estimadas con base en el método de Pearson et al. (2009), de forma que la relación entre las micro-escalas y las macro-escalas de la turbulencia pueden expresarse como:

$$\frac{\lambda_{xx}(z)}{L_{Pu}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_{1P}}} (Re_{L_{Pu}}(z))^{a_{1P}} \quad (26.1), \quad \frac{\lambda_{xx}(z)}{L_{Pu}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_{3P}}} (Re_{L_{Pu}2}(z))^{a_{3P}} \quad (26.2),$$

$$\frac{\lambda_{zz}(z)}{L_{Pw}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_{2P}}} (Re_{L_{Pw}}(z))^{a_{2P}} \quad (26.3) \quad \text{y} \quad \frac{\lambda_{zz}(z)}{L_{Pw}(z)} = \sqrt{\frac{15}{A_{4P}}} (Re_{L_{Pw}2}(z))^{a_{4P}} \quad (26.4).$$

Entonces, los números de Reynolds se expresan como $Re_{L_{Pu}}(z) = u'(z)_{rms} L_{Pu}(z)/\nu$, $Re_{L_{Pw}}(z) = w'(z)_{rms} L_{Pw}(z)/\nu$, $Re_{L_{Pu}2}(z) = (\overline{q(z)^2}/2)^{1/2} L_{Pu}(z)/\nu$ y $Re_{L_{Pw}2}(z) = (\overline{q(z)^2}/2)^{1/2} L_{Pw}(z)/\nu$, y las extensiones longitudinal y vertical de los remolinos turbulentos de macro-escala $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$, se estiman con base en Pearson et al. (2009), donde $L_{Pu} = k_{uP}^{-1}$ y $L_{Pw}(z) = k_{wP}^{-1}$. Los números de onda k_{uP} y k_{wP} , se asocian con el valor máximo del producto $k_1 \times S_{u'u'}(k_1)$ y $k_1 \times S_{w'w'}(k_1)$, respectivamente. Bajo la consideración de una turbulencia “congelada” y mediante la relación de Taylor, $k_1 = 2\pi f/U_\mu$, se obtiene $S_{u'u'}(k_1) = U_\mu S_{w'w'}(f)/2\pi$ y $S_{w'w'}(k_1) = U_\mu S_{w'w'}(f)/2\pi$ (ver expresiones 3 y 36), donde U_μ es la raíz cuadrática media de la velocidad instantánea (ver expresión 6). Mediante ajustes por cuadrados mínimos se calcularon los exponentes a_{1P} , a_{2P} , a_{3P} y a_{4P} correspondientes con las expresiones.

En la Figura 35a, b, c y d se presentan los histogramas de los resultados de los exponentes a_{1P} , a_{2P} , a_{3P} y a_{4P} , respectivamente. El valor promedio de cada exponente a_{1P} , a_{2P} , a_{3P} y a_{4P} es $m = -0.76 \pm 0.43$, $m = -0.78 \pm 0.3$, $m = -0.86 \pm 0.38$ y $m = -0.69 \pm 0.42$. En el 32%, 32%, 26% y 23% de los experimentos, los valores de los exponentes a_{1P} , a_{2P} , a_{3P} y a_{4P} , respectivamente, resultaron entre $[-0.7, -0.4]$, con lo que también se sugiere la existencia entre un balance y/o cuasi-balance entre \mathcal{P} y ε .

A partir de observaciones (con un velocímetro ultra-sónico) de las velocidades de un flujo estacionario en un canal, Longo (2010) estima el cociente entre la extensión vertical de las micro-escalas ($\lambda(z)$) y la extensión vertical de las macro-escalas ($L(z)$) de la turbulencia. Con los resultados de seis experimentos, determina que $\lambda(z)/L(z)$ puede expresarse como $Re_L(z)^n$, donde $Re_L(z) = u'_{rms}(z)L(z)/\nu$ es el número de Reynolds estimado con base en la macro-escala L . Particularmente, obtiene que $n = -1.45, -0.54, -1.00, -0.91, -1.10$ y -1.05 cuando $\langle Re_L \rangle = 9, 31, 173, 594, 704$ y 827 respectivamente. El rango de los exponentes n calculados por Longo (2010), es similar al rango de los estimados en este trabajo mediante λ/L_P en términos de Re_{L_P} (ver ecuación 26). Por otro lado, en los resultados que presentan Longo et al. (2012), los exponentes tienen valores dentro del intervalo $[-0.81, -0.50]$ y un valor promedio $m = -0.66 \pm 0.08$, mientras que los coeficientes de disipación tienen orden de magnitud entre 10^{-2} y 10^{-1} . Argumentan que esos exponentes corresponden con valores típicos de un balance entre producción y disipación ($\mathcal{P} \approx \varepsilon$). En 15%, 35%, 32%, 22%, 22%, 33%, 27% y 18% de los experimentos, los valores de los exponentes $a_1, a_2, a_3, a_4, a_{P1}, a_{P2}, a_{P3}$ y a_{P4} , respectivamente, tienen valores en el intervalo $[-0.8, -0.5]$.

Una cierta confiabilidad estadística de la estimación de la razón $\lambda(z)/L(z)$ mediante los resultados de $Re_L(z)^a$, puede obtenerse a través del coeficiente de correlación. En la Tabla 2, se presentan los valores de los coeficientes de determinación de las varias opciones para la estimación de la razón $\lambda(z)/L(z)$.

Tabla 2. Valor promedio de los coeficientes de determinación entre la razón λ/L y su estimación mediante $Re_L(z)^a$.

(Micro-escala)/ (Macro-escala)	$Re_L(z)^a$	Promedio del coeficiente de determinación
$\lambda_{xx}(z)/L_{Eu}(z)$	$Re_{L_{Eu}}(z)^{a_1}$	$[R^2] = 0.74 \pm 0.23$
$\lambda_{xx}(z)/L_{Eu}(z)$	$Re_{L_{Eu}2}(z)^{a_3}$	$[R^2] = 0.78 \pm 0.21$
$\lambda_{zz}(z)/L_{EW}(z)$	$Re_{L_{EW}}(z)^{a_2}$	$[R^2] = 0.72 \pm 0.26$
$\lambda_{zz}(z)/L_{EW}(z)$	$Re_{L_{EW}2}(z)^{a_4}$	$[R^2] = 0.77 \pm 0.27$
$\lambda_{xx}(z)/L_{Pu}(z)$	$Re_{L_{Pu}}(z)^{a_{1P}}$	$[R^2] = 0.74 \pm 0.25$
$\lambda_{xx}(z)/L_{Pu}(z)$	$Re_{L_{Pu}2}(z)^{a_{3P}}$	$[R^2] = 0.80 \pm 0.20$
$\lambda_{zz}(z)/L_{PW}(z)$	$Re_{L_{PW}}(z)^{a_{2P}}$	$[R^2] = 0.82 \pm 0.18$
$\lambda_{zz}(z)/L_{PW}(z)$	$Re_{L_{PW}2}(z)^{a_{4P}}$	$[R^2] = 0.76 \pm 0.24$

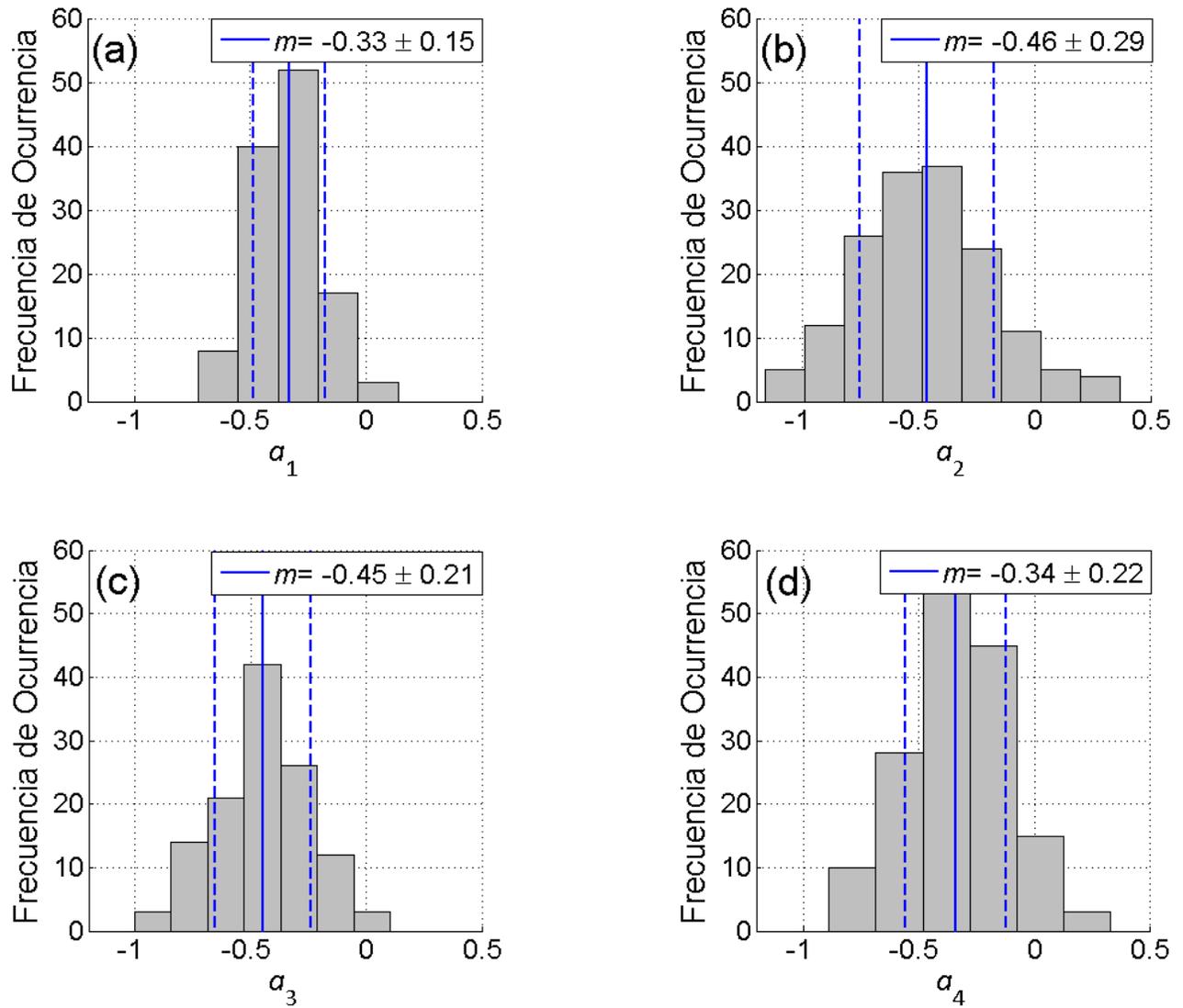


Figura 34. Histogramas de los resultados de los exponentes a estimados con el ajuste mediante cuadrados mínimos de la razón de λ/L en términos de Re_L^a . Particularmente se presentan los resultados de los exponentes: a) a_1 , b) a_2 , c) a_3 y d) a_4 de la ecuación (25). Las líneas azules continuas representan el valor promedio m y las líneas azules segmentadas el valor $m \pm 1$ desviación estándar.

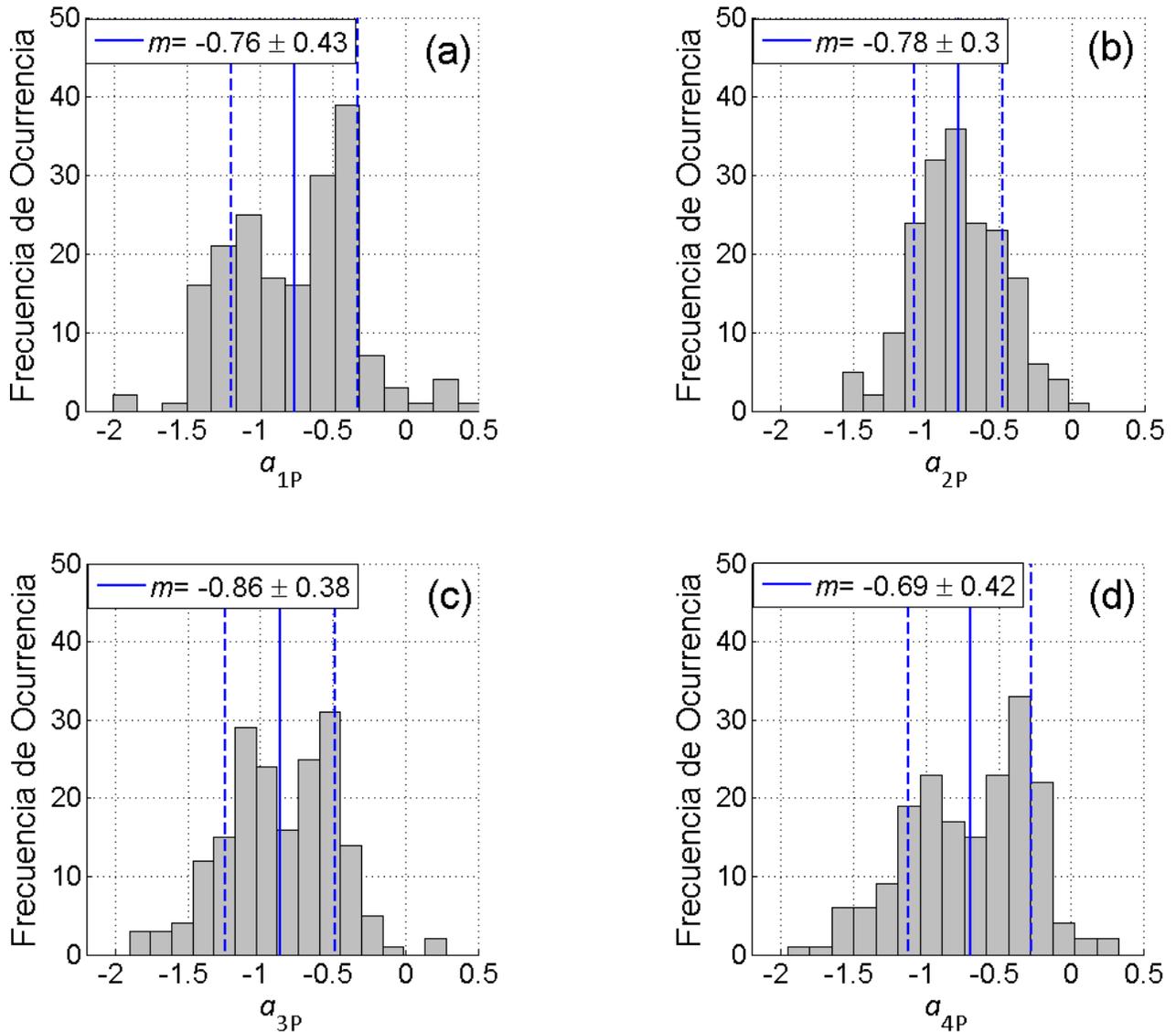


Figura 35. Similar a la Figura 34, solo que los exponentes son calculados a partir de la razón entre la micro-escala (λ_{xx} y λ_{zz}) y macro-escala de la turbulencia (L_{EP} y L_{EP}) en función de un número de Reynolds Re_{LP} .

En la Figura 36 se presentan los histogramas de los valores de los cocientes: a) $L_{Pu}(z)/L_{Eu}(z)$; b) $L_{Pw}(z)/L_{Ew}(z)$; c) $L_{Pu}(z)/\lambda_{xx}(z)$ y d) $L_{Pw}(z)/\lambda_{zz}(z)$. Como puede observarse en las Figura 36a y b, los valores de $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$ son en términos generales mayores que los valores de $L_{Eu}(z)$ y $L_{Ew}(z)$. Los valores promedio del total de las observaciones de $L_{Pu}(z)/L_{Eu}(z)$ y $L_{Pw}(z)/L_{Ew}(z)$ son $m = 7.2 \pm 5.7$ y $m = 6.7 \pm 5.1$, respectivamente. Así, $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$ pueden considerarse como un límite superior de los valores de las extensiones de los remolinos turbulentos de macro-escala $L_{Eu}(z)$ y $L_{Ew}(z)$. En aproximadamente el 48% y 44% del total de observaciones, los valores de $L_{Eu}(z)$ y $L_{Ew}(z)$ tienen el mismo orden de magnitud que los valores de $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$ ([0.5, 8]), respectivamente.

Por su parte, en la Figura 36c y d se observa que en el 56% y 68% del total de las observaciones, los valores $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$ tienen un orden de magnitud mayor que los valores de $\lambda_{xx}(z)$ y $\lambda_{zz}(z)$, respectivamente. Además, el valor promedio del total de las observaciones de $\lambda_{xx}(z)/L_{Pu}(z)$ y de $\lambda_{zz}(z)/L_{Pw}(z)$ es $m = 17.2 \pm 14$ y $m = 22 \pm 17$, respectivamente.

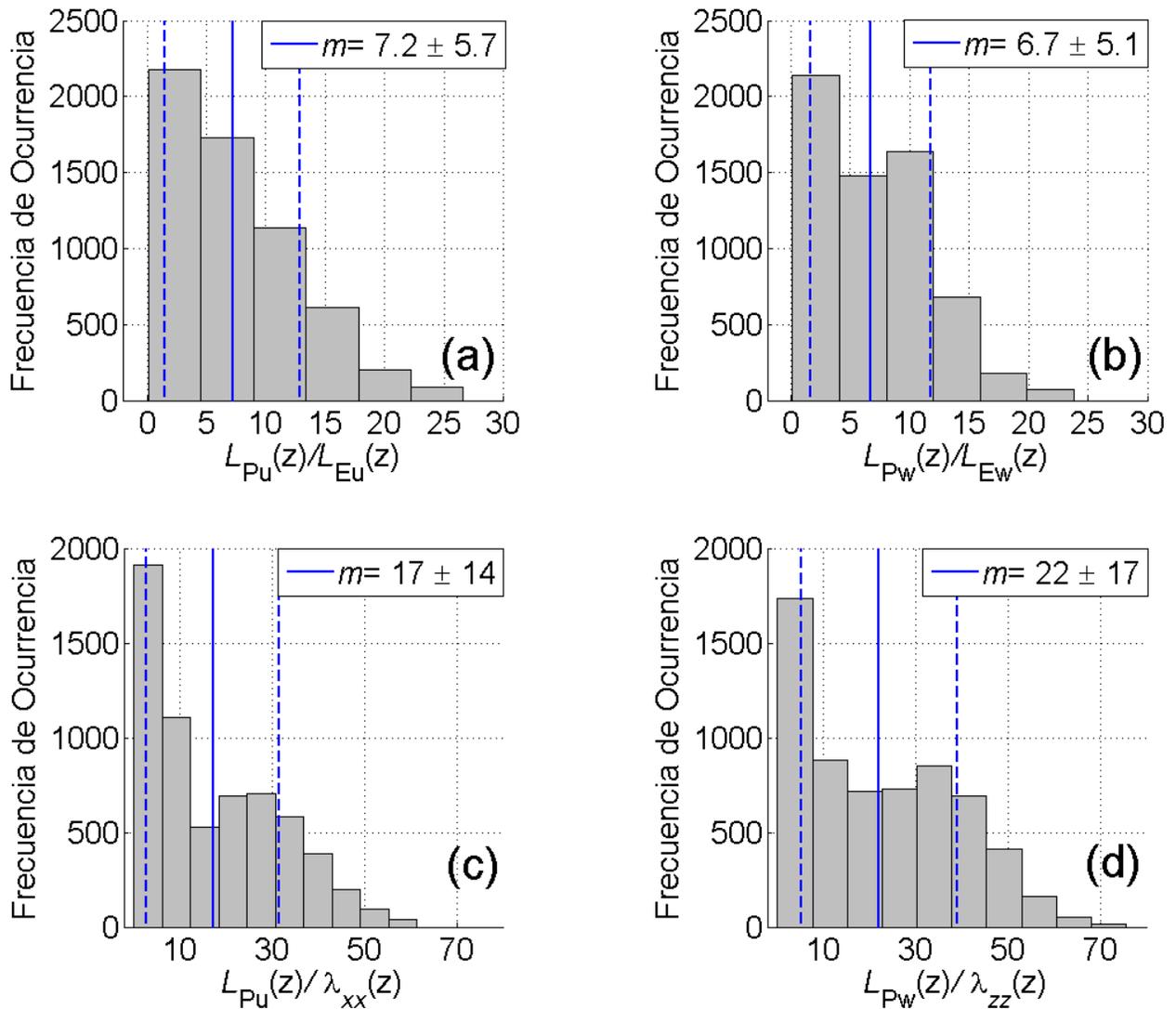


Figura 36. Histogramas de los resultados de las razones $L_P(z)/L_E(z)$ y $L_P(z)/\lambda(z)$. Particularmente se presentan los resultados de: a) $L_{Pu}(z)/L_{Eu}(z)$, b) $L_{Pw}(z)/L_{Ew}(z)$, c) $L_{Pu}(z)/\lambda_{xx}(z)$ y d) $L_{Pw}(z)/\lambda_{zz}(z)$. Las líneas azules continuas representan el valor promedio m y las líneas azules segmentadas el valor $m \pm 1$ desviación estándar.

En las Figura 37a-d y 38a-d, se presentan los valores de los exponentes a_{1-4} y a_{1P-4P} en función de ξ , respectivamente, y el patrón de colores especifica los valores de los coeficientes A_{1-4} y A_{1P-4P} .

En ambas figuras se puede observar que los valores de exponentes son independientes de ξ . En algunos de los experimentos los valores de los exponentes se identifican en el intervalo $[-0.7, -0.4]$, también independientemente del valor de ξ (las líneas segmentadas en color negro determinan ese intervalo, con el que se identifican los valores que corresponden a la existencia de un balance o cuasi-balance entre \mathcal{P} y ε). De manera similar, los valores de los coeficientes de disipación A_{1-4} y A_{1P-4P} son independientes de ξ .

El promedio de A_1 , A_2 , A_3 y A_4 , es $m = 27 \pm 38$, $m = 29 \pm 42$, $m = 16 \pm 22$ y $m = 58 \pm 120$, respectivamente. Considerando únicamente esos casos con exponentes a_{1-4} que tienen valores dentro del intervalo $[-0.7, -0.4]$, se distingue que el promedio de los coeficientes de disipación correspondientes A_{1-4} es cercano al orden de la unidad ($m = 9.7 \pm 6.4$). Por otro lado, considerando únicamente esos casos con exponentes a_{1-4} que tienen valores dentro del intervalo señalado en el trabajo de Longo et al. 2012 ($[-0.8, -0.5]$), el promedio de los coeficientes de disipación correspondientes A_{1-4} son también del orden de la unidad ($m = 4.51 \pm 6.77$). Si ahora se consideran los dos intervalos anteriores como uno solo ($[-0.8, -0.4]$) para restringir los valores de los exponentes a_{1-4} , se distingue que en el 48% de esos casos, los valores de A_{1-4} están dentro del intervalo $[1, 8]$ y tienen promedio $m = 9.1 \pm 6.4$.

Los coeficientes de disipación A_{1P-4P} tienen orden de magnitud entre 10^{-1} y 10^2 . En aquellos casos en el que los exponentes a_{1P-4P} tienen valores dentro del intervalo $[-0.7, -0.4]$, únicamente en 35% de esos, los coeficientes A_{1P-4P} son del orden de la unidad ($[1, 8]$). Al considerar un intervalo similar ($[-0.8, -0.5]$) de los valores de a_{1P-4P} , solo en 40% de los experimentos los coeficientes A_{1P-4P} son del orden de la unidad.

En términos generales, al tomar en cuenta que los coeficientes de la disipación de energía cinética turbulenta A_{1-4} , observados en este trabajo son del orden de la unidad, se puede considerar que se satisface lo sugerido en la ecuación (26), a diferencia de los resultados reportados en Longo et al. (2012), quienes identificaron coeficientes de disipación con orden de magnitud entre 10^{-2} (en el 62% de sus experimentos) y 10^{-1} .

En la Figura 39, se presentan los valores de los exponentes a_{1P-4P} en función de los valores de los exponentes a_{1-4} . Particularmente: a) a_{1P} en función de a_1 ; b) a_{2P} en función de a_2 c) a_{3P} en función de a_3 y d) a_{4P} en función de a_4 . El patrón de colores especifica el valor de ξ . En cada gráfica se puede

observar que algunos o ciertos valores de a_{1-4} y a_{1P-4P} son similares, independientemente de ξ . Por otro lado, los exponentes > 0 , carecen de sentido físico en la turbulencia.

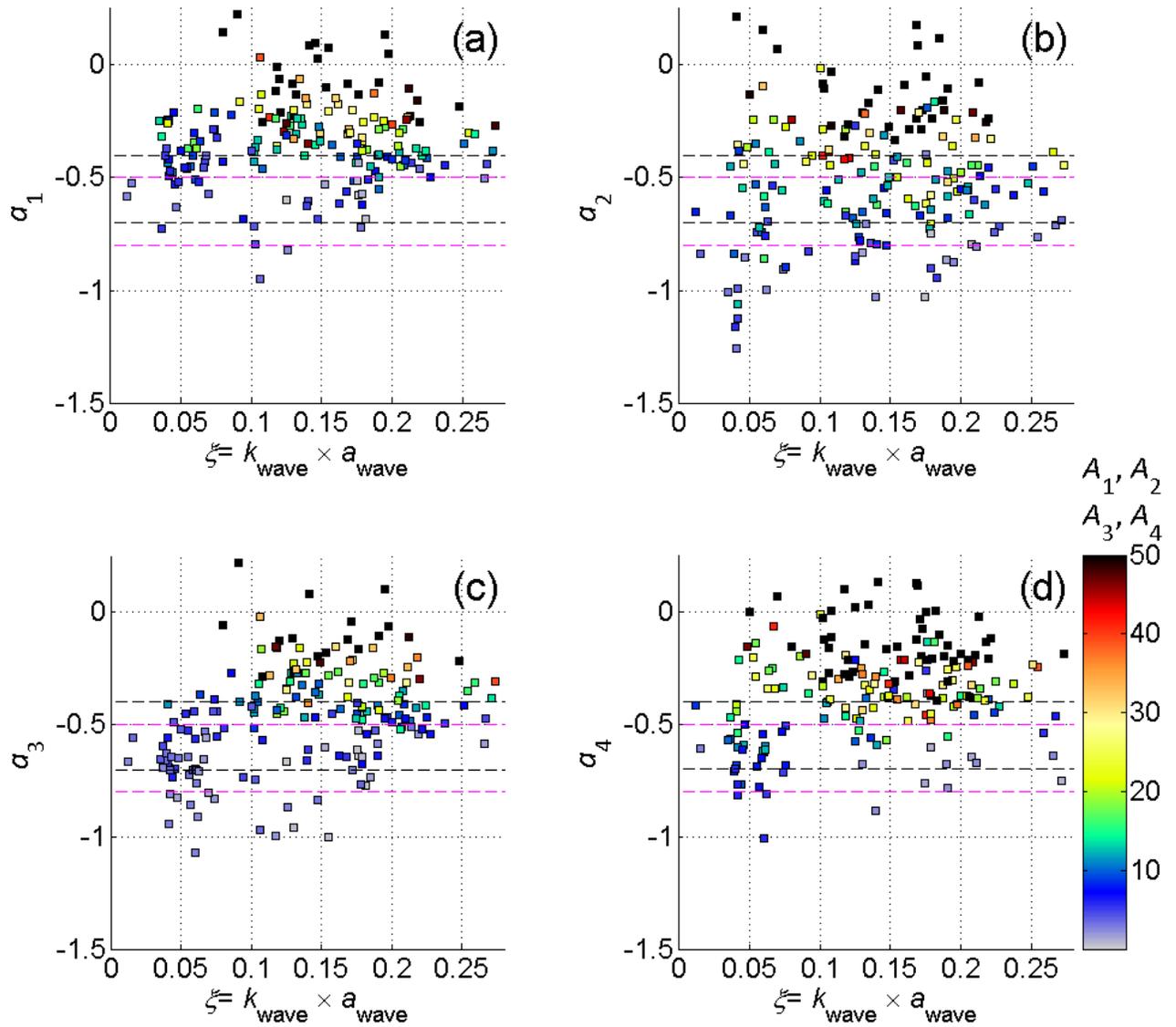


Figura 37. Resultados de los exponentes a estimados a partir de la ecuación (25), en función de la pendiente del oleaje ξ . Particularmente se presentan los resultados de: a) a_1 , b) a_2 , c) a_3 y d) a_4 . El patrón de colores especifica los valores de los coeficientes de disipación A_{1P-4P} . Las líneas segmentadas en color negro delimitan el intervalo $[-0.7, -0.4]$ y las líneas segmentadas en color magenta el intervalo $[-0.8, -0.5]$.

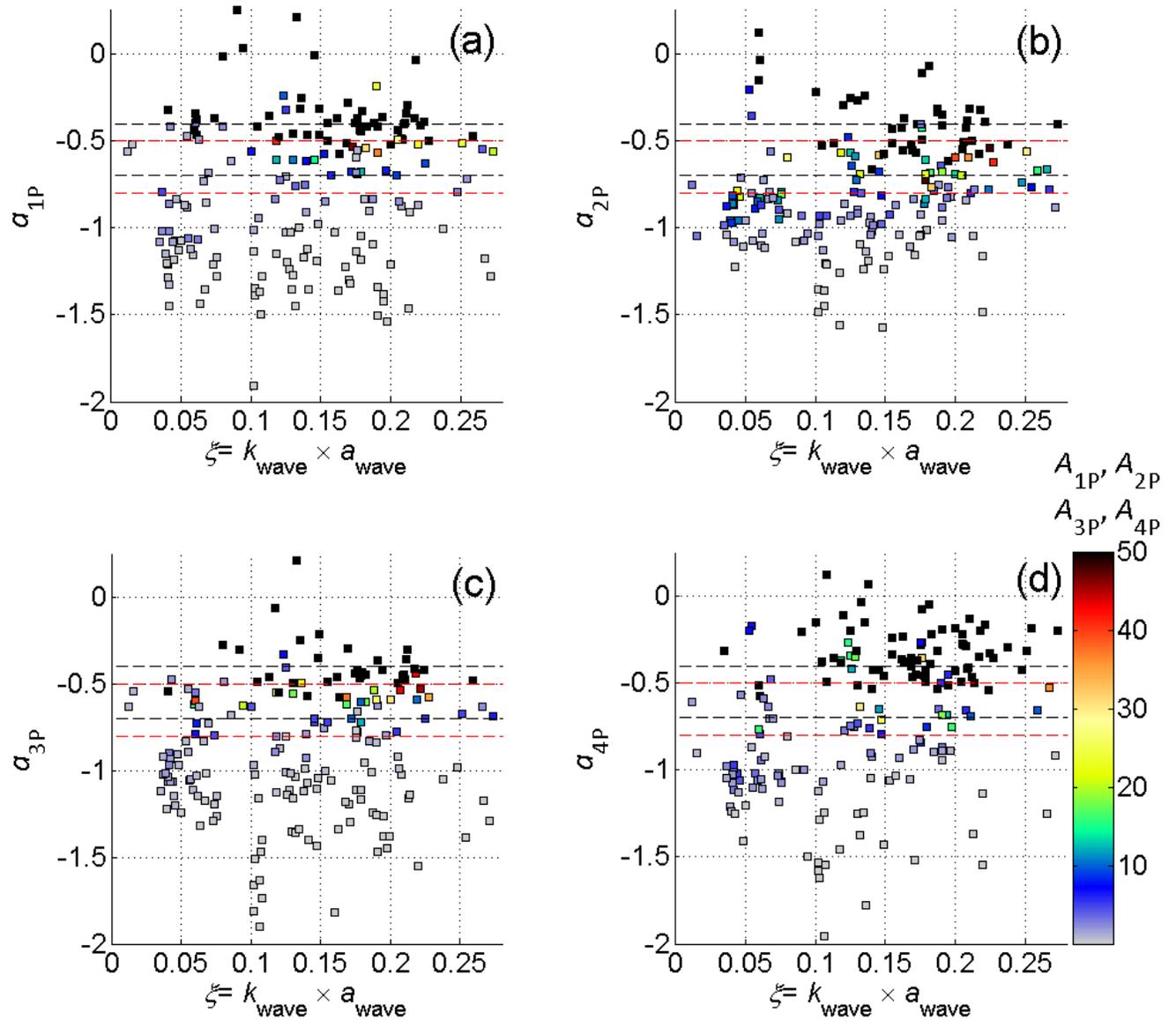


Figura 38. Resultados de los exponentes a_p estimados a partir de la ecuación (26), en función de la pendiente del oleaje ξ . Particularmente se presentan los resultados de: a) a_{1P} , b) a_{2P} , c) a_{3P} y d) a_{4P} . El patrón de colores especifica los valores de los coeficientes de disipación A_{p-4P} . Las líneas segmentadas en color negro delimitan el intervalo $[-0.7, -0.4]$ y las líneas segmentadas en color rojo el intervalo $[-0.8, -0.5]$.

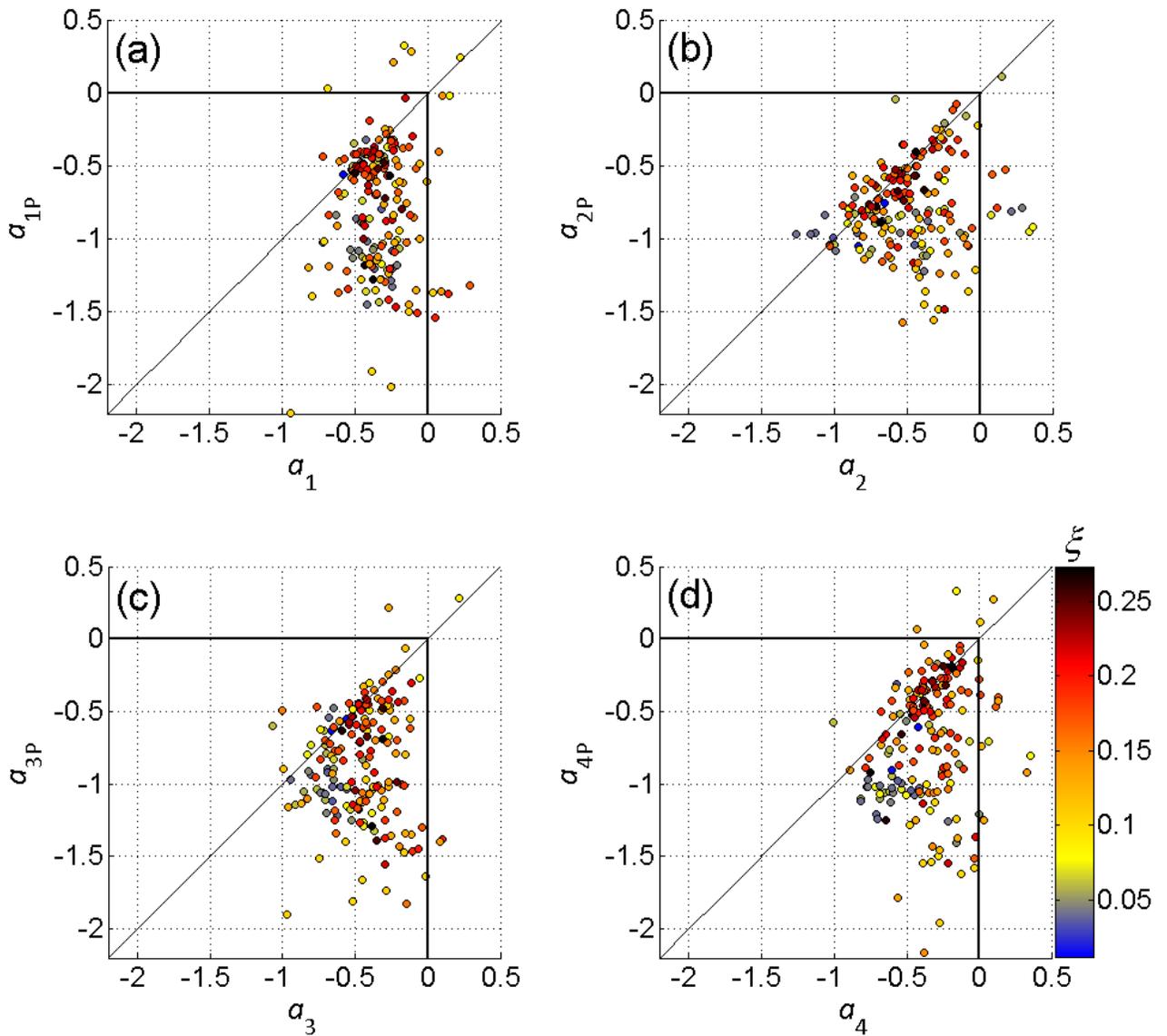


Figura 39. Resultados de la comparación entre las observaciones de los exponentes a y a_p . Particularmente se presentan los resultados de: a) a_{1P} en función de a_1 , b) a_{2P} en función de a_2 , c) a_{3P} en función de a_3 y d) a_{4P} en función de a_4 . El patrón de colores especifica el valor de ξ .

Puesto que las extensiones longitudinal y vertical de los remolinos turbulentos de macro-escala $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$ se consideran como un límite superior de los valores de las extensiones de los remolinos turbulentos de macro-escala $L_{Eu}(z)$ y $L_{Ew}(z)$, los números de Reynolds Re_{L_p} también se pueden considerar como un límite superior de los números de Reynolds Re_{L_E} . En la Tabla 3, se presenta el valor promedio del total de observaciones de las diversas opciones al estimar $Re_L(z)$.

Tabla 3. Valores promedio de los números de Reynolds $Re_L(z)$.

Número de Reynolds Re_L	Valor promedio
Re_{LEu}	$m = 16.5 \pm 14.0$
Re_{LEu2}	$m = 14.8 \pm 11.3$
Re_{LEW}	$m = 13.0 \pm 8.00$
Re_{LEW2}	$m = 17.1 \pm 13.0$
Re_{LPu}	$m = 21.5 \pm 20.0$
Re_{LPu2}	$m = 115 \pm 138$
Re_{LPW}	$m = 104 \pm 115$
Re_{LPW2}	$m = 117 \pm 131$

En aproximadamente 59%, 58%, 57% y 64% del total de las observaciones de $Re_{LEu}(z)$, $Re_{LEu2}(z)$, $Re_{LEW}(z)$ y $Re_{LEW2}(z)$, respectivamente, los valores son del orden de 10, mientras que en el resto de las observaciones los valores son del orden de la unidad. Con respecto a los valores de Re_{LP} , en el 42%, 43%, 38% y 38% del total de las observaciones de $Re_{LPu}(z)$, $Re_{LPu2}(z)$, $Re_{LPW}(z)$ y $Re_{LPW2}(z)$, respectivamente, los valores son del orden de 10, mientras que en el resto de las observaciones los valores son del orden de 10^2 .

En los experimentos que reportan Longo et al. (2012), los números de Reynolds $\langle Re_L \rangle$ (promediados sobre la vertical en una columna de agua de aproximadamente 10.5 cm) tienen valores dentro del intervalo [540, 760]. En el presente trabajo, los números de Reynolds Re_{LP} tienen valores dentro del intervalo [500, 870] en la región más cercana a la superficie libre y en los casos en que $\xi > 0.15$ (Figura no mostradas).

A partir de los resultados de $L_{Pu}(z)$ y $L_{PW}(z)$, se calculó el promedio sobre la vertical para obtener $\langle L_{Pu} \rangle$ y $\langle L_{PW} \rangle$ en intervalos específicos de profundidad.

En la Figura 40 se presentan los resultados de $\langle L_{Pu} \rangle$ en función de ξ y de los intervalos verticales que corresponden con profundidad: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y f) en el perfil completo con $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Se puede observar que $\langle L_{Pu} \rangle$ aumenta con ξ en todos los intervalos de profundidad y

en el perfil $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. También, se presenta la relación entre $\langle L_{Pu} \rangle$ y ξ estimada mediante regresión lineal, tal parece que la dependencia de $\langle L_{Pu} \rangle$ con respecto a ξ no muestra relación con la profundidad. Es importante mencionar que, en el caso del intervalo $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$ (Figura 40e), el número de datos utilizados es menor que en los otros intervalos y aparentemente las macro-escalas estimadas ($\langle L_{Pu} \rangle$) tienen una variabilidad relativamente alta, con lo que la confiabilidad estadística de la pendiente μ obtenida mediante la regresión lineal es insuficiente.

En la Figura 41 se presentan los resultados de $\langle L_{Pw} \rangle$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad dentro del rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En la Figura 41f se presenta el conjunto total de resultados en el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. De manera similar al comportamiento de $\langle L_{Pu} \rangle$, se puede observar que $\langle L_{Pw} \rangle$ aumenta con ξ en todos los intervalos de profundidad y en el rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. También se presenta la relación entre $\langle L_{Pw} \rangle$ y ξ , estimada mediante regresión lineal, en donde se puede observar que la dependencia de $\langle L_{Pw} \rangle$ con respecto a ξ disminuye gradualmente con la profundidad.

En la Figura 42, se presentan los resultados de la razón $\langle L_{Pu} \rangle / \langle L_{Pw} \rangle$ en función de ξ en diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En la Figura 42f se presenta el conjunto total de resultados en el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Los valores de la razón están entre 0.1 y 5.0, lo que representa una mayor variabilidad en comparación con la razón equivalente de las macro-escalas Eulerianas ($\langle L_{Eu} \rangle / \langle L_{Ew} \rangle$). Particularmente, en los intervalos de profundidad: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, en aproximadamente 49%, 52%, 64%, 71% y 88% de los experimentos, respectivamente, se observa una simetría en la macro-escala de la turbulencia, i.e. $\langle L_{Pu} \rangle / \langle L_{Pw} \rangle = 1 \pm 0.2$. A partir de estos resultados, se sugiere que en estos experimentos la macro-escala de la turbulencia $L_p(z)$ es generalmente cuasi-simétrica (la extensión longitudinal y vertical en los remolinos turbulentos de macro-escala son similares o de un mismo orden de magnitud) independientemente de ξ y de la profundidad.

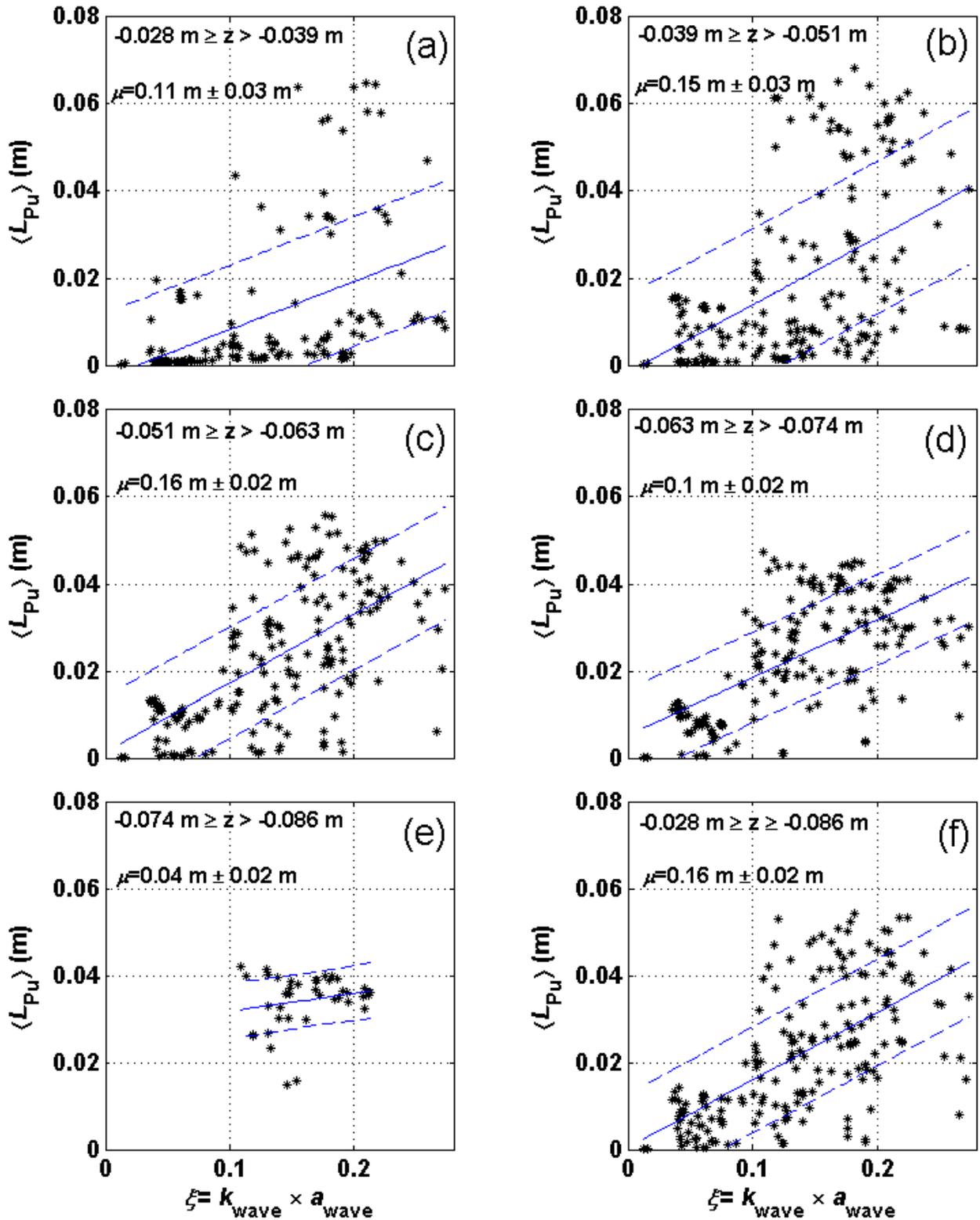


Figura 40. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales estimadas con base en Pearson et al. (2009), $\langle L_{Pu} \rangle$ (extensión longitudinal) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

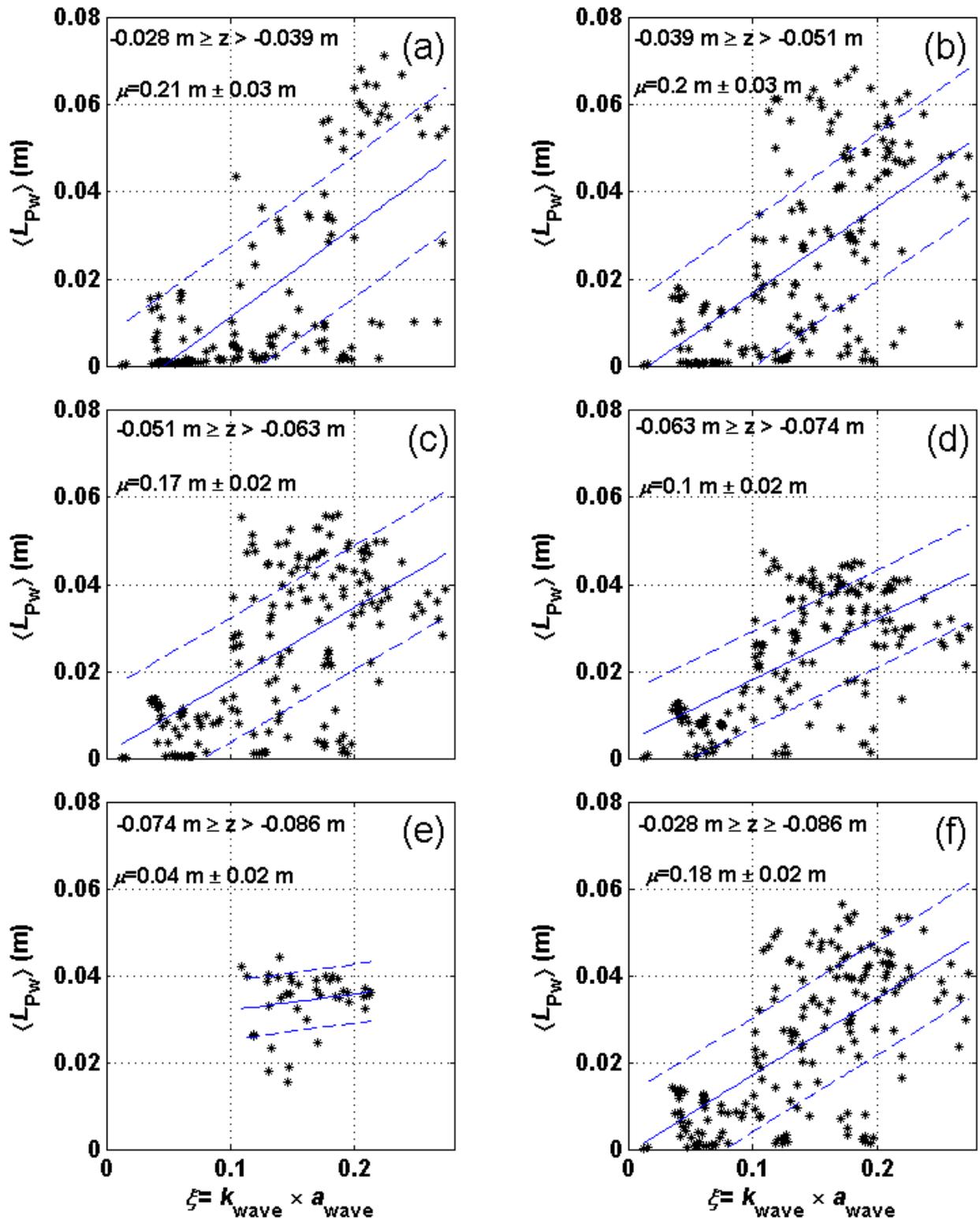


Figura 41. Resultados del promedio en la vertical de las escalas integrales espaciales estimadas con base en Pearson et al. (2009), $\langle L_{PW} \rangle$ (extensión vertical) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

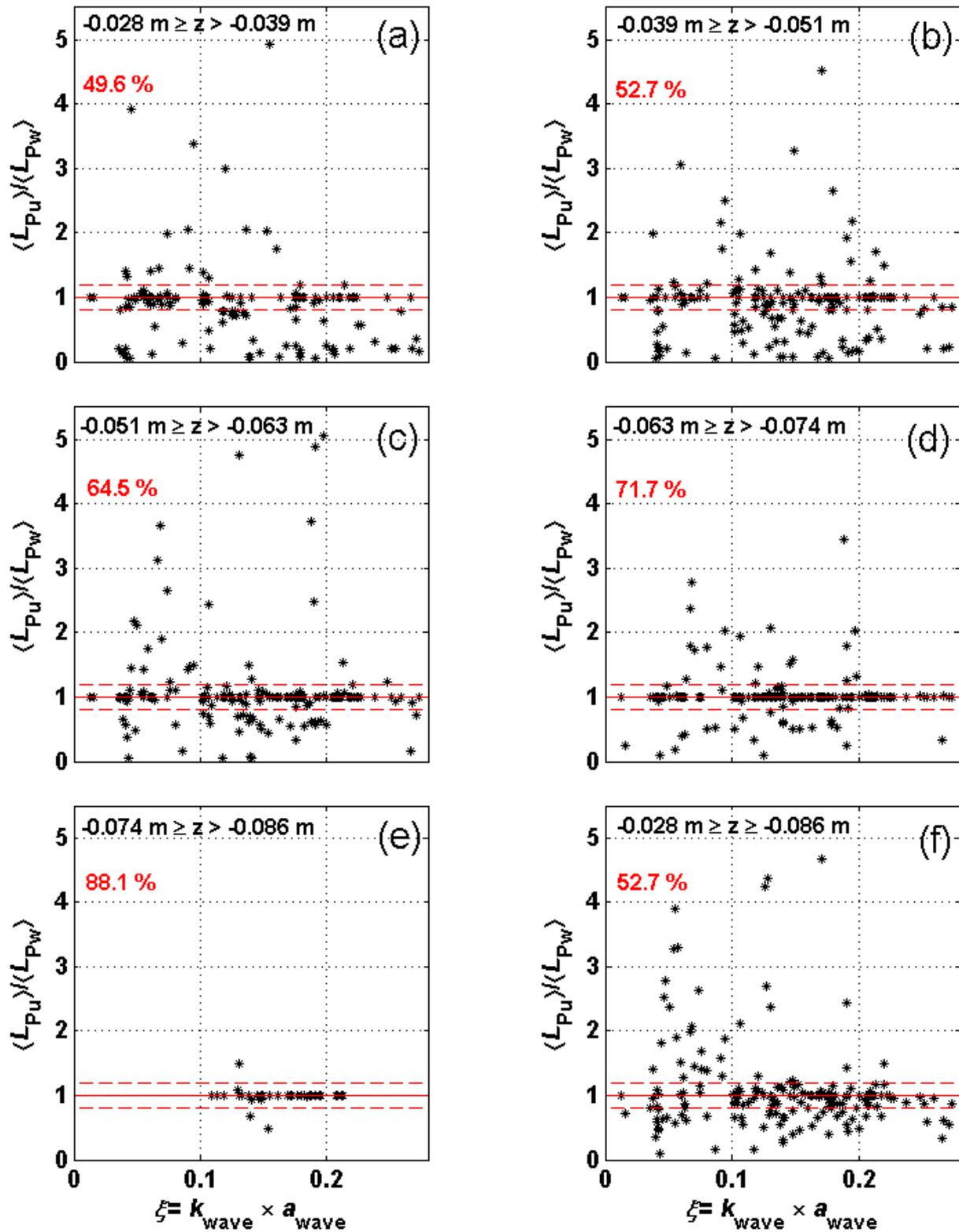


Figura 42. Resultados de la razón $\langle L_{Pu} \rangle / \langle L_{Pw} \rangle$ en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color rojo representa un valor igual a uno y las líneas segmentadas 1 ± 0.2 . Los números en rojo corresponden al porcentaje en que $\langle L_{Pu} \rangle / \langle L_{Pw} \rangle = 1 \pm 0.2$

3.5.5 Los coeficientes de disipación de energía cinética turbulenta y su relación con los números de Reynolds.

La razón de disipación de energía cinética turbulenta ε , en el caso de turbulencia isotrópica y con números de Reynolds grandes (Taylor, 1935a), también se puede estimar al considerar las dimensiones longitudinales de los remolinos turbulentos de macro-escala L (e.g. L_{Eu} y L_{Ew}), de la forma:

$$\varepsilon = C_\varepsilon \frac{u'_{rms}{}^3}{L} \quad (27),$$

donde C_ε es una constante de disipación del orden de la unidad (Tennekes y Lumley, 1982), referido en este trabajo como coeficiente de disipación.

En los resultados de experimentos en túnel de viento (Taylor, 1935b), los valores de C_ε estuvieron entre 1.87 y 2.2. Por otro lado, a partir de los datos obtenidos en distintos experimentos ($2800 \leq Re \leq 44200$) con turbulencia en un flujo que pasa a través de rejillas (Batchelor y Townsend, 1948a, b), se demostró que C_ε es independiente de Re , y que los valores de C_ε son similares en todos los casos (similitud en el decaimiento de la turbulencia).

Al considerar la hipótesis del equilibrio estadístico (teoría del equilibrio universal) i.e.

$$\frac{du'_{rms}{}^2}{dt} = -C_\varepsilon \frac{u'_{rms}{}^3}{L} \quad (28)$$

y a partir de experimentos con flujos que pasan a través de rejillas y con $2800 \leq Re \leq 22100$, Batchelor (1953) confirmó que los valores de C_ε ([0.8, 1.5]) son independientes de Re . Por otro lado, en algunos estudios sobre turbulencia de ondas generadas mediante el movimiento de diferentes tipos de cuerpos (e.g. cilindros y platos) y bajo la presencia de viento, también se reportan valores de C_ε entre 0.5 y 3 (Antonia y Person, 2000). Además, en trabajos más recientes sobre la turbulencia en flujos que pasan a través de rejillas, nuevamente se reportaron valores de C_ε entre 0.6 y 2.6 (Burattini et al. 2005) y entre 0.6 y 1.5 (Mazellier y Vassilicos, 2008).

En el presente trabajo, se calcularon los coeficientes de disipación mediante las ecuaciones:

$$C_{\varepsilon 1}(z) = \frac{\varepsilon_{u'}(z)L_{Eu}(z)}{u'(z)_{rms}^3} \quad (29.1)$$

$$C_{\varepsilon 2}(z) = \frac{\varepsilon_{u',w'}(z)L_{Eu}(z)}{\left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (29.2)$$

$$C_{\varepsilon 3}(z) = \frac{\varepsilon_{w'}(z)L_{Ew}(z)}{\left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (29.3)$$

$$C_{\varepsilon 4}(z) = \frac{\varepsilon_{u',w'}(z)L_{Ew}(z)}{u'(z)_{rms}^3} \quad (29.4)$$

$$C_{\varepsilon 5}(z) = \frac{\varepsilon_{w'}(z)L_{Ew}(z)}{w'(z)_{rms}^3} \quad (29.5)$$

y

$$C_{\varepsilon 6}(z) = \frac{\varepsilon_{u',w'}(z)L_{Ew}(z)}{\left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (29.6)$$

donde $\varepsilon_{u',w'}(z)$, $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ representan las diferentes versiones de la estimación de la disipación de energía cinética turbulenta, y L_{Eu} y L_{Ew} son las macro-escalas de la turbulencia (extensión longitudinal y vertical de los remolinos turbulentos). En las ecuaciones (29.2), (29.3) y (29.6), se considera la aproximación $\varepsilon \approx \left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{3/2}/L_{Eu}(z) \approx \left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{3/2}/L_{Ew}(z)$, originalmente presentada por Taylor (1935a). Esta aproximación comúnmente se considera en el estudio del decaimiento de turbulencia homogénea e isotrópica (Batchelor, 1953; Frisch, 1995), así como en simulaciones numéricas de remolinos turbulentos de macro-escala (Lesieur, 1997; Pope, 2000).

En la Figura 43, se presentan los histogramas de los resultados de los coeficientes de disipación obtenidos mediante la ecuación (29). En aproximadamente 28%, 15%, 33%, 25%, 8% y 15% del total de las observaciones de $C_{\varepsilon 1}(z)$, $C_{\varepsilon 2}(z)$, $C_{\varepsilon 3}(z)$, $C_{\varepsilon 4}(z)$, $C_{\varepsilon 5}(z)$ y $C_{\varepsilon 6}(z)$, respectivamente, se obtuvieron valores dentro del intervalo [0.4, 4.5].

Referente a los coeficientes de disipación A_{1-4} y A_{1P-4P} , solo aproximadamente el 10%, 14%, 25%, 6%, 8%, 31%, 31% y 36% de los experimentos, los valores de A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_{1P} , A_{2P} , A_{3P} , A_{4P} , respectivamente, estuvieron dentro del intervalo [0.4, 4.5].

Considerando las macro-escalas $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$, se estimaron coeficientes de disipación de la forma:

$$C_{\varepsilon 1P}(z) = \frac{\varepsilon_{u'}(z)L_{Pu}(z)}{u'(z)_{rms}^3} \quad (30.1),$$

$$C_{\varepsilon 2P}(z) = \frac{\varepsilon_{u',w'}(z)L_{Pu}(z)}{\left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (30.2),$$

$$C_{\varepsilon 3P}(z) = \frac{\varepsilon_{w'}(z)L_{Pw}(z)}{\left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (30.3),$$

$$y \quad C_{\varepsilon 4P}(z) = \frac{\varepsilon_{w'}(z)L_{Pw}(z)}{u'(z)_{rms}^3} \quad (30.4).$$

Solo aproximadamente el 19%, 13.5 %, 16.3% y 18.5% del total de observaciones de $C_{\varepsilon 1P}$, $C_{\varepsilon 2P}$, $C_{\varepsilon 3P}$ y $C_{\varepsilon 4P}$, respectivamente, tienen valores dentro del intervalo [0.4, 4.5]. Únicamente en el primer cuartil del total de las observaciones de $C_{\varepsilon P}$, los valores tuvieron orden de magnitud de la unidad ([1, 8]).

Con la finalidad de entender o identificar la relación entre los coeficientes de disipación (normalización de ε) y valores pequeños de Re_λ , se han realizado diversos trabajos experimentales (Stewart y Townsend, 1951; Gad-el-Hak y Corrsin, 1974; Mydlarski y Warhaft, 1996; Antonia et al. 2002; Burattini et al. 2005) con diferentes tipos de flujos, tales como flujos homogéneos con corte, flujos turbulentos a través de rejillas y flujos en ondas generadas por distintos tipos de cuerpos (cilindros, platos etc.) en presencia de viento.

Al analizar diversas bases de datos (e.g., Batchelor y Townsend, 1948a, b; Baines y Peterson, 1951; Kistler y Vrebalovich, 1966) correspondientes a observaciones de C_ε en flujos a través de rejillas (turbulencia), Sreenivasan (1984) determinó que $C_\varepsilon = 18.8Re_\lambda^{-1}$ a partir de los resultados de experimentos en que $5 < Re_\lambda < 600$, y además observó que los valores de C_ε tienden a 0.5 aproximadamente cuando $Re_\lambda \geq 50$.

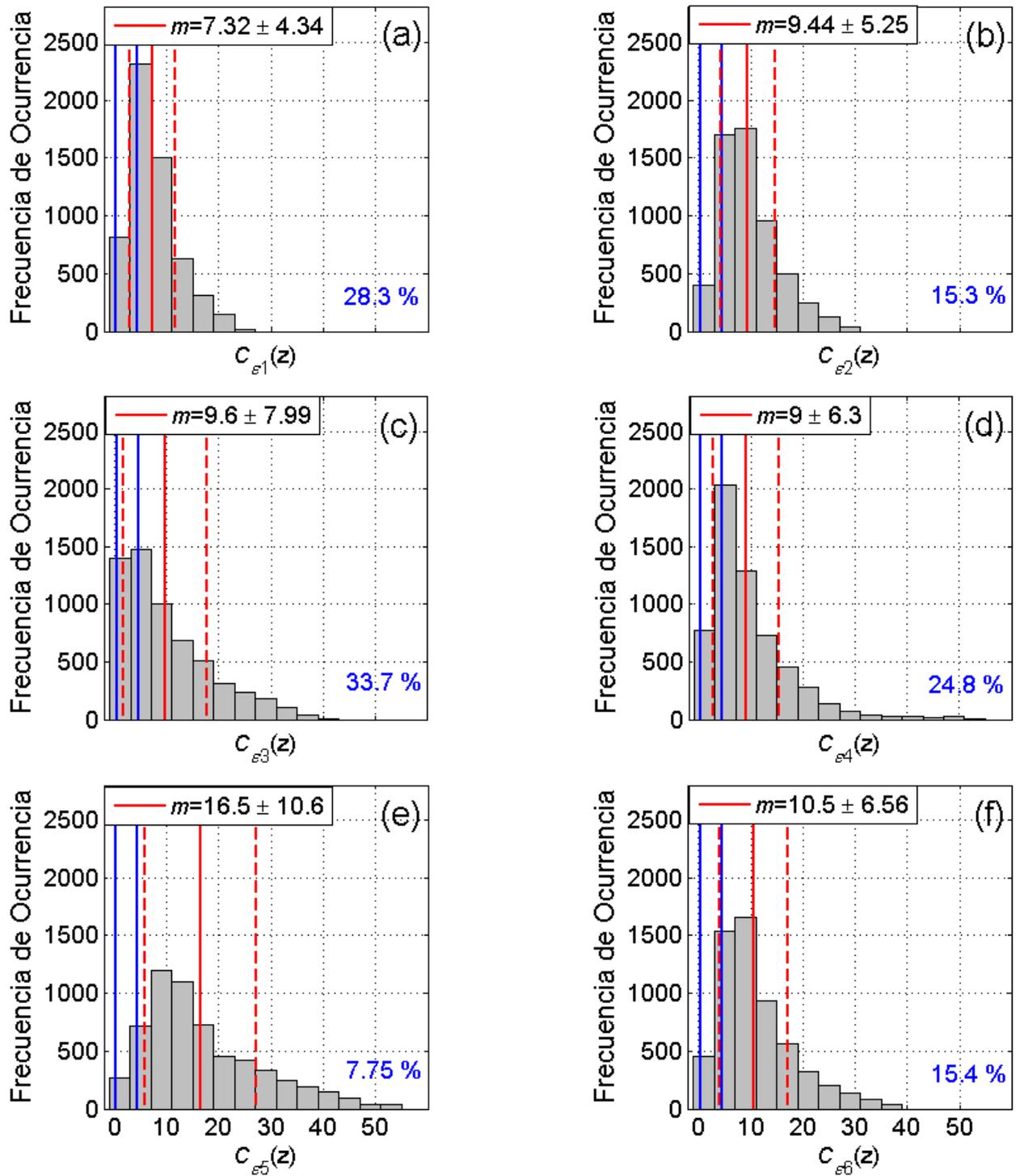


Figura 43. Histogramas de los resultados de los coeficientes de disipación: a) $C_{\epsilon_1}(z)$; b) $C_{\epsilon_2}(z)$; c) $C_{\epsilon_3}(z)$; d) $C_{\epsilon_4}(z)$; e) $C_{\epsilon_5}(z)$ y f) $C_{\epsilon_6}(z)$. Las líneas continuas en color azul delimitan el intervalo [0.4, 4.5]. La línea continua en color rojo representa el valor promedio m y las líneas en color rojo segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar. Las cifras en color azul especifican el porcentaje del total de observaciones con valores de C_{ϵ} dentro del intervalo [0.4, 4.5].

Pearson et al. (2001), en mediciones en un flujo con corte débil, observaron que C_ε también tiende a un valor aproximado a 0.5 cuando $Re_\lambda \geq 300$. Recientemente, Habchi et al. (2016), en sus experimentos con vórtices en un flujo en tubería, determinaron que $C_\varepsilon = 24 Re_\lambda^{-0.8}$ a partir de los resultados de experimentos en que $15 < Re_\lambda < 80$.

Considerando las macro-escalas $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$, se estimaron coeficientes de disipación de la forma:

$$C_{\varepsilon 1P}(z) = \frac{\varepsilon_{u'}(z)L_{Pu}(z)}{u'(z)_{rms}^3} \quad (30.1),$$

$$C_{\varepsilon 2P}(z) = \frac{\varepsilon_{u',w'}(z)L_{Pu}(z)}{\left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (30.2),$$

$$C_{\varepsilon 3P}(z) = \frac{\varepsilon_{w'}(z)L_{Pw}(z)}{\left(\overline{q(z)^2}/2\right)^{\frac{3}{2}}} \quad (30.3),$$

$$y \quad C_{\varepsilon 4P}(z) = \frac{\varepsilon_{w'}(z)L_{Pw}(z)}{u'(z)_{rms}^3} \quad (30.4).$$

Solo aproximadamente el 19%, 13.5 %, 16.3% y 18.5% del total de observaciones de $C_{\varepsilon 1P}$, $C_{\varepsilon 2P}$, $C_{\varepsilon 3P}$ y $C_{\varepsilon 4P}$, respectivamente, tienen valores dentro del intervalo [0.4, 4.5]. Únicamente en el primer cuartil del total de las observaciones de $C_{\varepsilon P}$, los valores tuvieron orden de magnitud de la unidad ([1, 8]).

Con la finalidad de entender o identificar la relación entre los coeficientes de disipación (normalización de ε) y valores pequeños de Re_λ , se han realizado diversos trabajos experimentales (Stewart y Townsend, 1951; Gad-el-Hak y Corrsin, 1974; Mydlarski y Warhaft, 1996; Antonia et al. 2002; Burattini et al. 2005) con diferentes tipos de flujos, tales como flujos homogéneos con corte, flujos turbulentos a través de rejillas y flujos en ondas generadas por distintos tipos de cuerpos (cilindros, platos etc.) en presencia de viento.

Al analizar diversas bases de datos (e.g. Batchelor y Townsend, 1948a, b; Baines y Peterson, 1951; Kistler y Vrebalovich, 1966) correspondientes con observaciones de C_ε en flujos a través de rejillas (turbulencia), Sreenivasan (1984) determinó que $C_\varepsilon = 18.8 Re_\lambda^{-1}$ a partir de los resultados de experimentos en que $5 < Re_\lambda < 600$, y además observó que los valores de C_ε tienden a 0.5 aproximadamente, cuando $Re_\lambda \geq 50$.

Pearson et al. (2001), en mediciones en un flujo con corte débil, observaron que C_ε también tiende a un valor aproximado a 0.5 cuando $Re_\lambda \geq 300$. Recientemente, Habchi et al. (2016), en sus experimentos con vórtices en un flujo en tubería, determinaron que $C_\varepsilon = 24 Re_\lambda^{-0.8}$ a partir de los resultados de experimentos en que $15 < Re_\lambda < 80$.

Mediante simulación numérica directa (Direct Numerical Simulations) de una turbulencia homogénea e isotrópica, Jimenez et al. (1993), Wang et al. (1996), Yeung y Zhou (1997) y Cao et al. (1999), estiman valores de C_ε , que se pueden representar en función de Re_λ , como se muestra en la Figura 44. Aunque el comportamiento de C_ε en función de Re_λ puede expresarse como $C_\varepsilon \sim B Re_\lambda^{-b}$, los valores específicos de B y b que lo describen han sido relativamente variables en experimentos que se presentan en la literatura. Por ejemplo, a partir de los resultados de Jimenez et al., (1993) y Wang et al. (1996) se determina que $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^{-0.54}$, mientras que con los resultados de Yeung y Zhou (1997) y Cao et al. (1999) se determina que $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^{-0.34}$, mediante cuadrados mínimos de los resultados presentados en cada uno de esos estudios (Figura 44a).

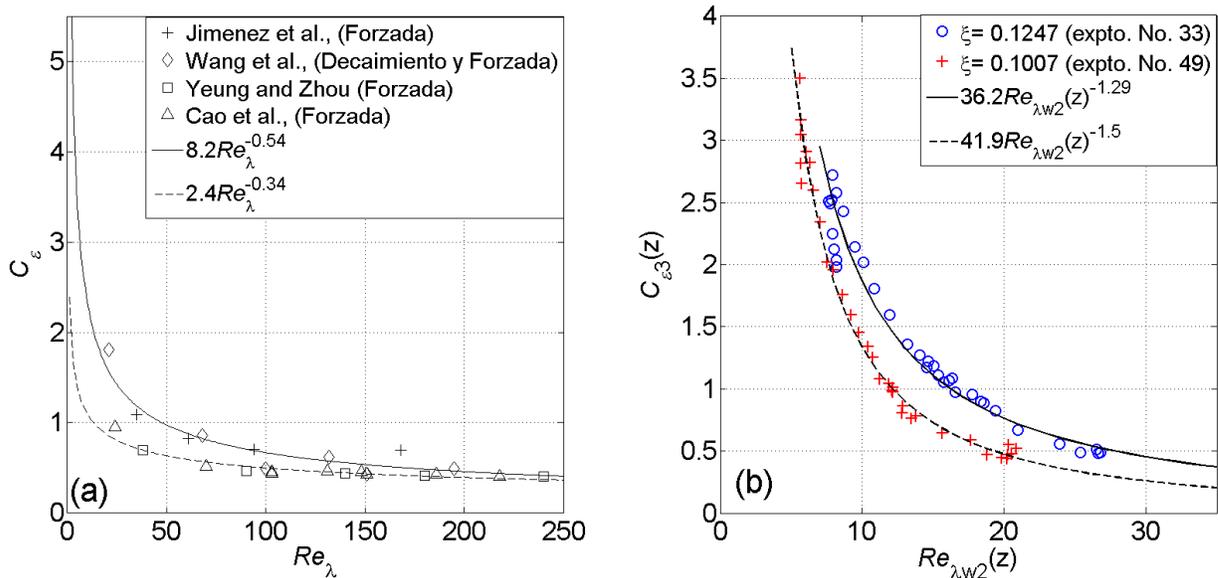


Figura 44. Valores de C_ε en función de Re_λ . Valores de a) C_ε obtenidas de diferentes simulaciones numéricas de turbulencia homogénea e isotrópica forzada y en decaimiento en función de Re_λ , y valores de b) $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{\lambda w 2}(z)$ correspondientes a dos diferentes experimentos. Los círculos en azul corresponden al experimento No. 33 ($\xi = 0.1247$) y las cruces en rojo al experimento No. 49 ($\xi = 0.1007$).

Al considerar las micro-escalas de Taylor λ , se puede estimar un número de Reynolds (local) de la forma:

$$Re_{\lambda} = \frac{u'_{rms}\lambda}{\nu} \quad (31),$$

mientras que de manera más específica y con base en las observaciones de las micro-escalas de Taylor $\lambda_{xx}(z)$ y $\lambda_{zz}(z)$, y de la intensidad de las fluctuaciones turbulentas ($u'(z)_{rms}$ y $w'(z)_{rms}$) o bien de la energía cinética turbulenta $\overline{q(z)^2}/2$, se pueden estimar versiones del número de Reynolds local, tal que:

$$Re_{\lambda_u}(z) = \frac{u'(z)_{rms}\lambda_{xx}(z)}{\nu} \quad (31.1)$$

$$Re_{\lambda_{u2}}(z) = \frac{(\overline{q(z)^2}/2)\lambda_{xx}(z)}{\nu} \quad (31.2)$$

$$Re_{\lambda_w}(z) = \frac{w'(z)_{rms}\lambda_{zz}(z)}{\nu} \quad (31.3)$$

$$Re_{\lambda_{w2}}(z) = \frac{(\overline{q(z)^2}/2)\lambda_{zz}(z)}{\nu} \quad (31.4).$$

En el presente trabajo, en el 73%, 79%, 89% y 84% del total de las observaciones los valores de $Re_{\lambda_u}(z)$, $Re_{\lambda_{u2}}(z)$, $Re_{\lambda_w}(z)$ y $Re_{\lambda_{w2}}(z)$, respectivamente, son del orden de la unidad ([1, 8]) y los valores restantes de un orden de magnitud de decena [10, 100]. En atención al comportamiento de C_{ε} que se postula ($C_{\varepsilon} \sim Re_{\lambda}^{-b}$), se puede decir que en la mayoría de los experimentos el Re_{λ} se considera lo suficientemente pequeño como para reproducir un decaimiento pronunciado del valor de C_{ε} al aumentar Re_{λ} .

En la Figura 44b, se presentan las observaciones de $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{\lambda_{w2}}(z)$, correspondientes a dos experimentos de este trabajo, con valores de $\xi = 0.1007$ y $\xi = 0.1247$. Mediante cuadrados mínimos se determinó una dependencia de la forma: $C_{\varepsilon 3}(z) \sim Re_{\lambda_{w2}}(z)^{-1.5}$ y $C_{\varepsilon 3}(z) \sim Re_{\lambda_{w2}}(z)^{-1.29}$ con $\xi = 0.1007$ y $\xi = 0.1247$, respectivamente.

A partir del conjunto total de observaciones de $C_{\varepsilon}(z)$ en función de $Re_{\lambda}(z)^b$, se determinó el valor del exponente b a través de un ajuste mediante cuadrados mínimos de algunas combinaciones posibles de C_{ε} y Re_{λ} .

En la Figura 45, se presenta el total de observaciones de C_ε en función de Re_λ y su ajuste mediante cuadrados mínimos, utilizando un primer conjunto de las combinaciones de ese par de variables. Particularmente: a) $C_{\varepsilon 1}$ en función de Re_{λ_u} ($C_{\varepsilon 1} = 25.7 Re_{\lambda_u}^{-0.80 \pm 0.09}$), b) $C_{\varepsilon 1}$ en función de $Re_{\lambda_{u2}}$ ($C_{\varepsilon 1} = 37.4 Re_{\lambda_{u2}}^{-0.94 \pm 0.1}$), c) $C_{\varepsilon 2}$ en función de $Re_{\lambda_{u2}}$ ($C_{\varepsilon 2} = 58.2 Re_{\lambda_{u2}}^{-0.86 \pm 0.16}$), d), $C_{\varepsilon 3}$ en función de Re_{λ_w} ($C_{\varepsilon 3} = 16.6 Re_{\lambda_w}^{-0.56 \pm 0.21}$), e) $C_{\varepsilon 3}$ en función de $Re_{\lambda_{w2}}$ ($C_{\varepsilon 3} = 56 Re_{\lambda_{w2}}^{-1.21 \pm 0.17}$) y f) $C_{\varepsilon 4}$ en función de $Re_{\lambda_{w2}}$ ($C_{\varepsilon 4} = 28.1 Re_{\lambda_{w2}}^{-0.99 \pm 0.26}$). En términos generales, el valor de C_ε tiende a $[0.35, 1.4]$, cuando $Re_\lambda \geq 50$.

En la Figura 46, se presentan los histogramas de los resultados de los exponentes b del total de experimentos realizados, estimados mediante cuadrados mínimos de $C_\varepsilon(z)$ en términos de $Re_\lambda(z)^b$. Particularmente, se presenta: a) b_1 estimado a partir de $C_{\varepsilon 1}$ en función de $Re_{\lambda_u}^{b_1}$, b) b_2 estimado a partir de $C_{\varepsilon 1}$ en función de $Re_{\lambda_{u2}}^{b_2}$, c) b_3 estimado a partir de $C_{\varepsilon 2}$ en función de $Re_{\lambda_{u2}}^{b_3}$, d) b_4 estimado a partir de $C_{\varepsilon 3}$ en función de $Re_{\lambda_w}^{b_4}$, e) b_5 estimado a partir de $C_{\varepsilon 3}$ en función de $Re_{\lambda_{w2}}^{b_5}$ y f) b_6 estimado a partir de $C_{\varepsilon 4}$ en función de $Re_{\lambda_{w2}}^{b_6}$. Puede observarse que en al menos 91% de los experimentos, los exponentes b tienen valores < 0 , con excepción del exponente b_4 (solo en 76% de los experimentos $b_4 < 0$, y también presenta una distribución de frecuencia de ocurrencia relativamente más amplia). El valor promedio de los exponentes b es $m = -0.84 \pm 0.34$, $m = -1.1 \pm 0.5$, $m = -0.64 \pm 0.5$, $m = -1.3 \pm 1.8$, $m = -1.8 \pm 0.8$ y $m = -1.1 \pm 0.9$, respectivamente.

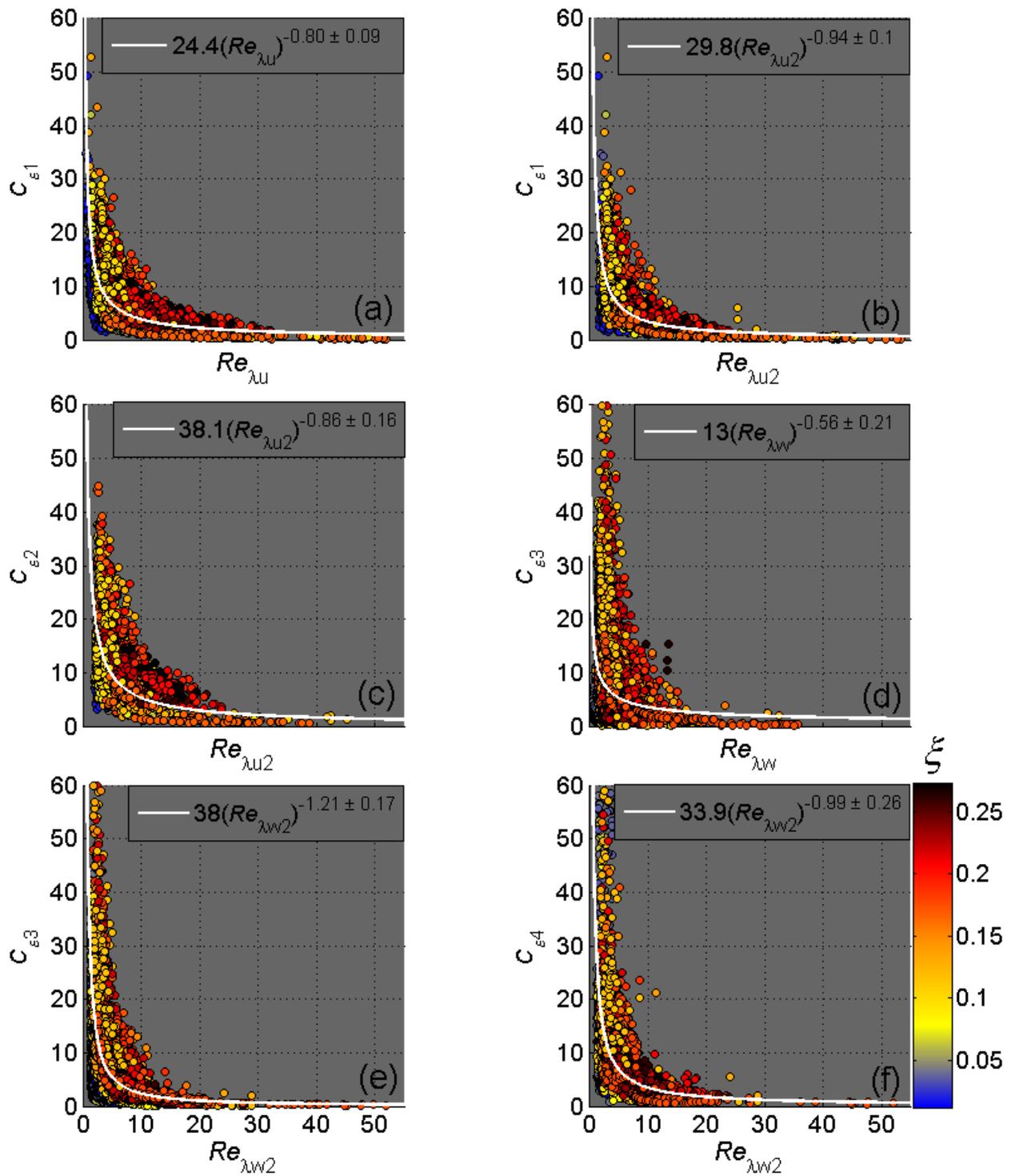


Figura 45. Resultados de los valores de C_ϵ en función de Re_λ del total de los experimentos: a) $C_{\epsilon 1}$ en función de $Re_{\lambda u}$; b) $C_{\epsilon 1}$ en función de $Re_{\lambda u 2}$; c) $C_{\epsilon 2}$ en función de $Re_{\lambda w 2}$; d) $C_{\epsilon 3}$ en función de $Re_{\lambda w}$; e) $C_{\epsilon 3}$ en función de $Re_{\lambda w 2}$ y f) $C_{\epsilon 4}$ en función de $Re_{\lambda w 2}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . La línea continua en color blanco en cada uno de los paneles corresponde al ajuste mediante cuadrados mínimos.

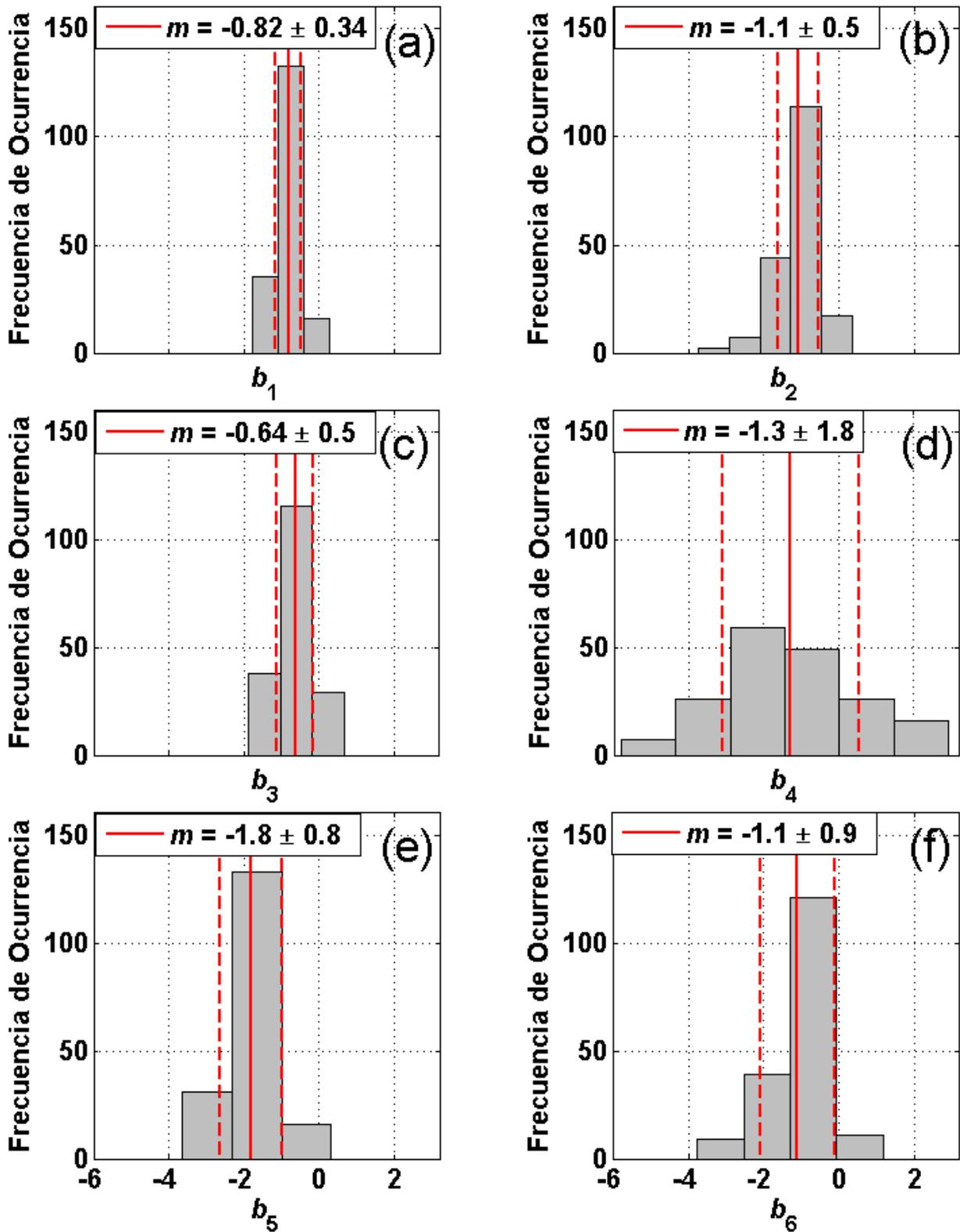


Figura 46. Histogramas de los resultados de los exponentes b estimados con el ajuste mediante cuadrados mínimos de C_ε en términos de Re_λ^b . Particularmente se presentan los resultados de los exponentes: a) b_1 ; b) b_2 ; c) b_3 ; d) b_4 ; e) b_5 y f) b_6 . La línea continua en color rojo representa el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo $m \pm 1$ desviación estándar.

Ahora, utilizando dos combinaciones adicionales entre C_ε y Re_λ , y los resultados del conjunto de observaciones de ciertos experimentos en particular, se analizan los resultados de $C_{\varepsilon 3}(z)$ y $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda_u}(z)^b$. En la Figura 47a y b se presentan los resultados de $C_{\varepsilon 3}(z)$ y $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda_u}(z)$, respectivamente, de experimentos específicos con valores diferentes de ξ . Se puede observar que en esos experimentos, los $C_\varepsilon(z)$ presentan un comportamiento de la forma $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^b$ con $b < 0$ y que no existe una relación aparente entre los valores de b y ξ .

De manera similar a la Figura 45, en la Figura 47c y d se presenta el conjunto total de observaciones de $C_{\varepsilon 3}(z)$ y $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda_u}(z)$, respectivamente. Al analizar el conjunto total de observaciones de $C_\varepsilon(z)$ en función de $Re_\lambda(z)^b$, mediante un ajuste con cuadrados mínimos se determino que: $C_{\varepsilon 3} = 62.3 Re_{\lambda_u}^{-1.24 \pm 0.16}$ y $C_{\varepsilon 4} = 49.2 Re_{\lambda_u}^{-1.05 \pm 0.19}$, respectivamente. Los valores de esos coeficientes de disipación, $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^b$, tiende a un valor entre [0.45, 0.75], cuando $Re_\lambda \geq 50$.

De manera similar con la Figura 46, en la Figura 47e y f se presentan los histogramas de los resultados de los exponentes b correspondientes al total de experimentos realizados, estimados mediante cuadrados mínimos de $C_\varepsilon(z)$ en términos de $Re_\lambda(z)^b$. Particularmente, se presenta: e) b_7 estimado a partir de $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{\lambda_u}(z)^{b_7}$ y f) b_8 estimado a partir de $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda_u}(z)^{b_8}$. En ambos histogramas, aproximadamente en más del 97% de los experimentos los valores son negativos y presentan un valor promedio alrededor de la unidad ($m = -1.4 \pm 0.6$ y $m = -1.00 \pm 0.45$, respectivamente). Los exponentes b con valores positivos (> 0) carecen de interpretación física en la turbulencia.

La Figura 48 es análoga a la Figura 47, solo que para $C_{\varepsilon 5}(z)$ en función de $Re_{\lambda_w}(z)$ y $C_{\varepsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda_{u2}}(z)$. En los diferentes experimentos graficados, se puede observar una relación de la forma $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^b$ (Figura 48a y b). Correspondiente al conjunto total de observaciones de $C_{\varepsilon 5}(z)$ y $C_{\varepsilon 6}(z)$, se determina que $C_{\varepsilon 5} = 40 Re_{\lambda_w}^{-0.94 \pm 0.3}$ y $C_{\varepsilon 6} = 41 Re_{\lambda_{u2}}^{-0.88 \pm 0.18}$ (Figura 48c y d). En los Histogramas de los valores de los exponentes b_9 y b_{10} , estimados a partir de $C_{\varepsilon 5}(z)$ en función de $Re_{\lambda_w}(z)^{b_9}$ y $C_{\varepsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda_{u2}}(z)^{b_{10}}$, en más del 87% de los experimentos, los valores de los exponentes b_9 y b_{10} son < 0 y tienen un valor promedio $m = -0.99 \pm 0.62$ y $m = -1.00 \pm 0.45$, respectivamente.

En la Tabla 4, se presentan los valores de los coeficientes de determinación entre los diferentes $C_\varepsilon(z)$ y su respectivo $Re_\lambda(z)^b$ y también los valores de los exponentes b . Puede establecerse estadísticamente la existencia de una relación $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^b$ entre los valores $C_\varepsilon(z)$ y los números de Reynolds $Re_\lambda(z)$, con una tendencia hacia valores de $b \approx 1$.

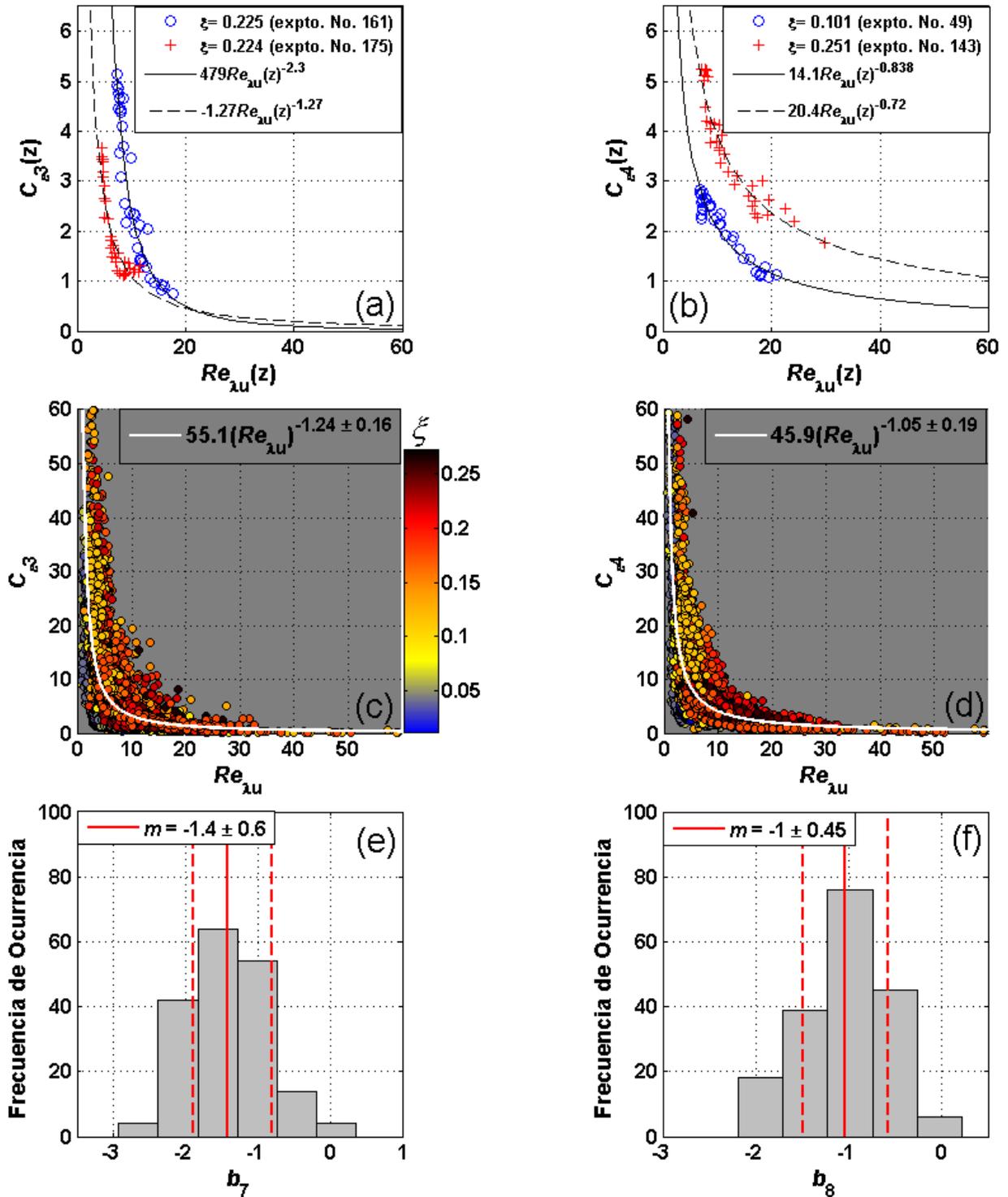


Figura 47. Resultados de los coeficientes de disipación $C_{\epsilon 3}(z)$ y $C_{\epsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda}(z)^b$. Particularmente: a) $C_{\epsilon 3}(z)$ y b) $C_{\epsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda u}(z)$, correspondientes a experimentos específicos con valores diferentes de ξ ; conjunto total de observaciones de c) $C_{\epsilon 3}(z)$ y d) $C_{\epsilon 4}(z)$ en función de $Re_{\lambda u}(z)$; e) y f) histogramas de los resultados de los exponentes b_7 y b_8 correspondientes al total de experimentos realizados, estimados mediante cuadrados mínimos de $C_{\epsilon}(z)$ ($C_{\epsilon 3}(z)$ y $C_{\epsilon 4}(z)$) en términos de $Re_{\lambda}(z)^b$ ($Re_{\lambda}(z)^{b_7}$ y $Re_{\lambda}(z)^{b_8}$). El patrón de colores especifica el valor de ξ y las líneas continuas en color blanco al ajuste mediante cuadrados mínimos. La línea continua en color rojo especifica el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo a $m \pm 1$ desviación estándar.

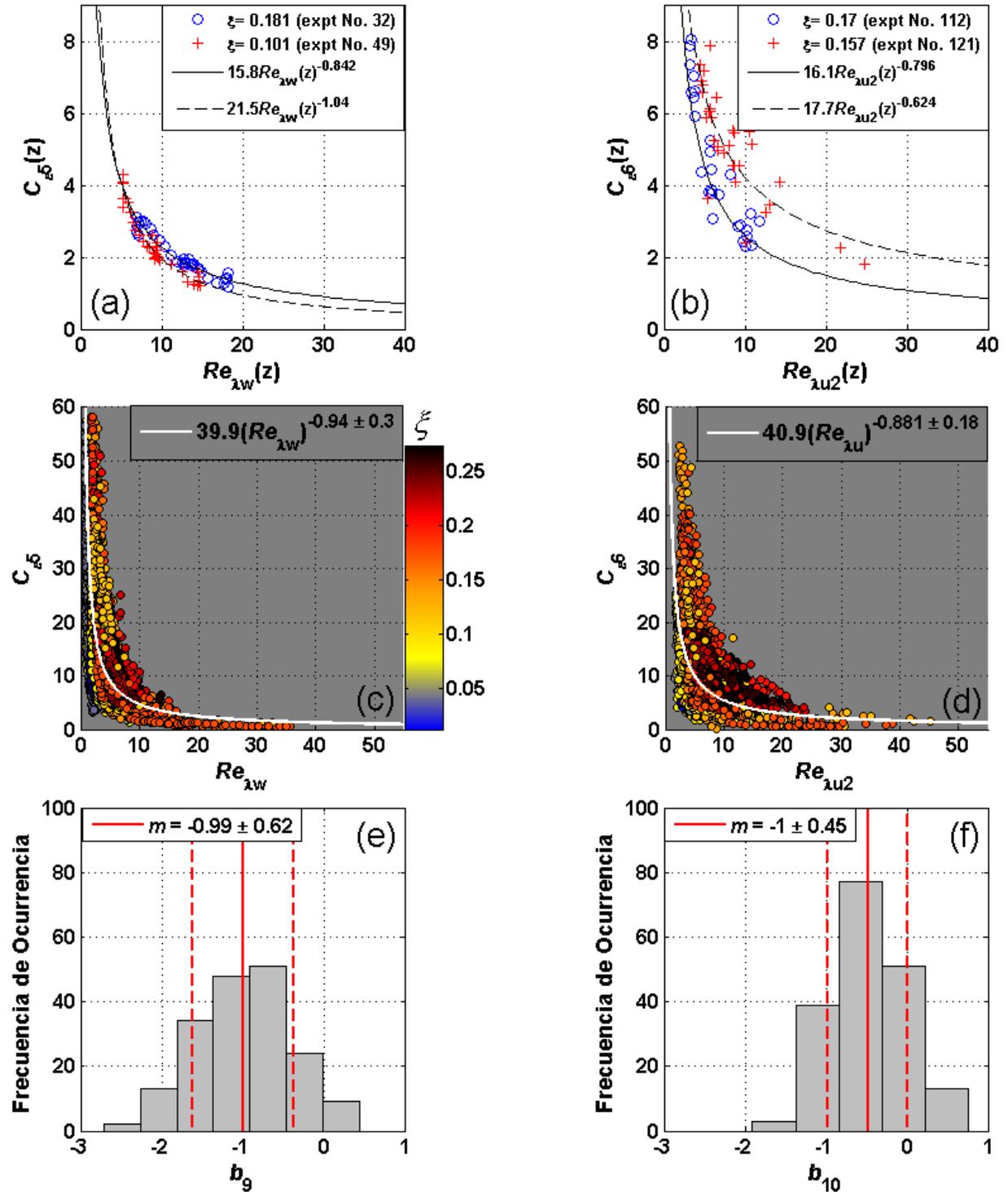


Figura 48. Resultados de los coeficientes de disipación $C_{\epsilon 5}(z)$ y $C_{\epsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda}(z)^b$. Particularmente: a) $C_{\epsilon 5}(z)$ y b) $C_{\epsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda w}(z)$ y $Re_{\lambda u 2}(z)$, respectivamente, correspondientes a experimentos específicos con valores diferentes de ξ ; conjunto total de observaciones de c) $C_{\epsilon 5}(z)$ y d) $C_{\epsilon 6}(z)$ en función de $Re_{\lambda w}(z)$ y $Re_{\lambda u 2}(z)$, respectivamente; e) histogramas de los resultados de los exponentes b_9 y f) b_{10} correspondientes al total de experimentos realizados, estimados mediante cuadrados mínimos de $C_{\epsilon}(z)$ ($C_{\epsilon 5}(z)$ y $C_{\epsilon 6}(z)$) en términos de $Re_{\lambda}(z)^b$ ($Re_{\lambda w}(z)^{b_9}$ y $Re_{\lambda u 2}(z)^{b_{10}}$). El patrón de colores especifica el valor de ξ y las líneas continuas en color blanco al ajuste mediante cuadrados mínimos. La línea continua en color rojo especifica el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo a $m \pm 1$ desviación estándar.

Tabla 4. Valores de los coeficientes de determinación entre los diferentes $C_\varepsilon(z)$ y su respectivo $Re_\lambda(z)^b$ y también los valores de los exponentes b .

Coeficiente de disipación	$Re_{\lambda_u}(z)^b$	Coeficientes de determinación promedio	Valores promedio de los exponentes b
$C_{\varepsilon 1}(z)$	$Re_{\lambda_u}(z)^{b_1}$	$[R^2] = 0.81 \pm 0.19$	$[b_1] = -0.82 \pm 0.34$
$C_{\varepsilon 1}(z)$	$Re_{\lambda_{u2}}(z)^{b_2}$	$[R^2] = 0.74 \pm 0.23$	$[b_2] = -1.10 \pm 0.50$
$C_{\varepsilon 2}(z)$	$Re_{\lambda_{u2}}(z)^{b_3}$	$[R^2] = 0.52 \pm 0.27$	$[b_3] = -0.64 \pm 0.50$
$C_{\varepsilon 3}(z)$	$Re_{\lambda_w}(z)^{b_4}$	$[R^2] = 0.70 \pm 0.28$	$[b_4] = -1.30 \pm 1.80$
$C_{\varepsilon 3}(z)$	$Re_{\lambda_{w2}}(z)^{b_5}$	$[R^2] = 0.90 \pm 0.14$	$[b_5] = -1.80 \pm 0.80$
$C_{\varepsilon 4}(z)$	$Re_{\lambda_{w2}}(z)^{b_6}$	$[R^2] = 0.68 \pm 0.24$	$[b_6] = -1.10 \pm 0.90$
$C_{\varepsilon 3}(z)$	$Re_{\lambda_u}(z)^{b_7}$	$[R^2] = 0.86 \pm 0.19$	$[b_7] = -1.40 \pm 0.60$
$C_{\varepsilon 4}(z)$	$Re_{\lambda_u}(z)^{b_8}$	$[R^2] = 0.87 \pm 0.14$	$[b_8] = -1.00 \pm 0.45$
$C_{\varepsilon 5}(z)$	$Re_{\lambda_w}(z)^{b_9}$	$[R^2] = 0.74 \pm 0.26$	$[b_9] = -0.99 \pm 0.62$
$C_{\varepsilon 6}(z)$	$Re_{\lambda_{u2}}(z)^{b_{10}}$	$[R^2] = 0.52 \pm 0.29$	$[b_{10}] = -1.00 \pm 0.45$

Aquellos valores de b ($b_1, b_2, b_3, b_4, b_5, b_6, b_7, b_8, b_9$ y b_{10}) que son aproximados o cercanos a la unidad, cumplen con lo propuesto por la expresión:

$$C_\varepsilon = 15 \frac{L}{\lambda} Re_\lambda^{-1}, \quad (32)$$

al hacer referencia a $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^{-1}$. La expresión (32) es obtenida al combinar la expresión (27) con $\varepsilon = 15\nu u'_{rms}{}^2 / \lambda^2$.

Los valores de b_1 y b_2 tiene un coeficiente de correlación $R^2 = 0.64$, b_1 y b_3 un $R^2 = 0.74$, b_2 y b_3 un $R^2 = 0.68$, los valores de b_5 y b_6 un $R^2 = 0.61$ y los valores de b_6 y b_8 un $R^2 = 0.70$. En el total de experimentos, las diferencias $b_1 - b_2$, $b_1 - b_3$, $b_2 - b_3$ y $b_6 - b_8$ tienen un valor promedio $m = 0.18 \pm 0.30$, $m = -0.17 \pm 0.25$, $m = -0.36 \pm 0.42$ y $m = -0.07 \pm 0.74$, respectivamente. Así, los valores de los diferentes exponentes b se muestran cuasi-invariantes ante ciertas rotaciones, lo que es característico de una turbulencia isotrópica.

Por último, se analizaron los valores de los coeficientes de disipación $C_\varepsilon(z)$ en función de los números de Reynolds estimados con base en las macro-escalas de la turbulencia (Re_L). En la Figura 49, se presentan los resultados de C_ε en función de $Re_L(z)$ de experimentos específicos con valores diferentes de ξ . Particularmente, se presentan los resultados de: a) $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}}(z)$ (experimento No. 10 y 49), b) $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}2}(z)$ (experimento No. 161 y 173), c) $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}}(z)$ (experimento No. 67 y 98), d) $C_{\varepsilon 4}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}2}(z)$ (experimento No. 54 y 67), e) $C_{\varepsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Ew}2}(z)$ (experimento No. 54 y 67) y f) $C_{\varepsilon 1}(z)$ en función de $Re_{L_{Ew}2}(z)$ (experimento No 59 y 1).

En la Figura 50, se presentan los histogramas de los resultados de los exponentes b del total de experimentos realizados, estimados mediante cuadrados mínimos de $C_\varepsilon(z)$ en términos de $Re_L(z)^b$. Particularmente, se presenta: a) b_{11} estimado a partir de $C_{\varepsilon 3}$ en función de $Re_{L_{Eu}}^{b_{11}}$, b) b_{12} estimado a partir de $C_{\varepsilon 3}$ en función de $Re_{L_{Eu}}^{b_{12}}$, c) b_{13} estimado a partir de $C_{\varepsilon 4}$ en función de $Re_{L_{Eu}}^{b_{13}}$, d) b_{14} estimado a partir de $C_{\varepsilon 4}$ en función de $Re_{L_{Eu}2}^{b_{14}}$, e) b_{15} estimado a partir de $C_{\varepsilon 3}$ en función de $Re_{L_{Ew}2}^{b_{15}}$ y f) b_{16} estimado a partir de $C_{\varepsilon 1}$ en función de $Re_{L_{Ew}2}^{b_{16}}$. Puede observarse que en al menos 91% de los experimentos, los exponentes b (b_{11} , b_{12} , b_{13} , b_{14} y b_{15}) tienen valores < 0 , con excepción del exponente b_{16} (solo en 86% de los experimentos $b_{16} < 0$). El valor promedio de los exponentes b_{11-16} es $m = -0.99 \pm 0.5$, $m = -1.12 \pm 0.72$, $m = -0.60 \pm 0.38$, $m = -0.58 \pm 0.49$, $m = -1.09 \pm 0.73$ y $m = -0.40 \pm 0.4$, respectivamente.

En el 63%, 46%, 46%, 26%, 54% y 30% del total de experimentos, los valores de los coeficientes de determinación entre los diferentes $C_\varepsilon(z)$ y su respectivo $Re_L(z)^b$, tienen valores $R^2 \geq 0.70$.

A partir de cualquiera de las expresiones (25.1-4) y/o (26.1-4), puede deducir que:

$$C_\varepsilon = 15 \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2 Re_L^{-1}. \quad (33)$$

Así, en términos del valor promedio, los valores de los exponentes b_{11} , b_{12} y b_{15} coinciden con lo propuesto por la expresión (33), no siendo así con los valores de los exponentes b_{13} , b_{14} y b_{16} .

Valente y Vassilicos (2012), a partir de sus mediciones de turbulencia generada mediante flujos a través de rejillas cuadradas con diferente tamaño, calcularon valores de C_ε dentro del intervalo [0.4, 0.75] para $500 < Re_L < 5100$, encontrando que $C_\varepsilon \sim Re_L^{-1}$.

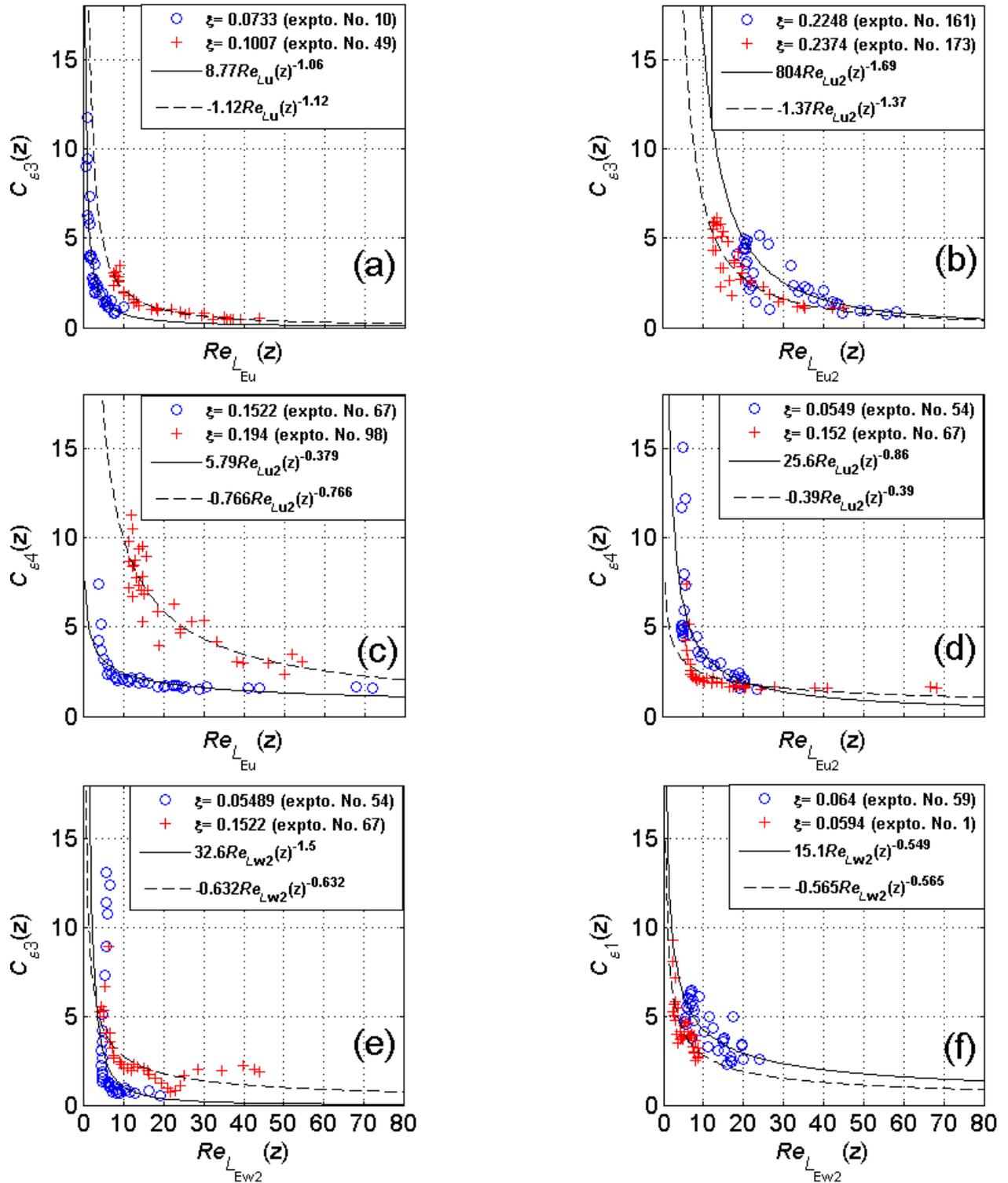


Figura 49. Resultados de C_ϵ en función de $Re_L(z)$ de experimentos específicos con valores diferentes de ξ . Particularmente: a) $C_{\epsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}}(z)$, b) $C_{\epsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu2}}(z)$, c) $C_{\epsilon 4}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu}}(z)$, d) $C_{\epsilon 4}(z)$ en función de $Re_{L_{Eu2}}(z)$, e) $C_{\epsilon 3}(z)$ en función de $Re_{L_{Ew2}}(z)$ y f) $C_{\epsilon 1}(z)$ en función de $Re_{L_{Ew2}}(z)$. En los seis paneles, las líneas continuas y segmentadas en color negro corresponden a los diferentes ajustes mediante cuadrados mínimos.

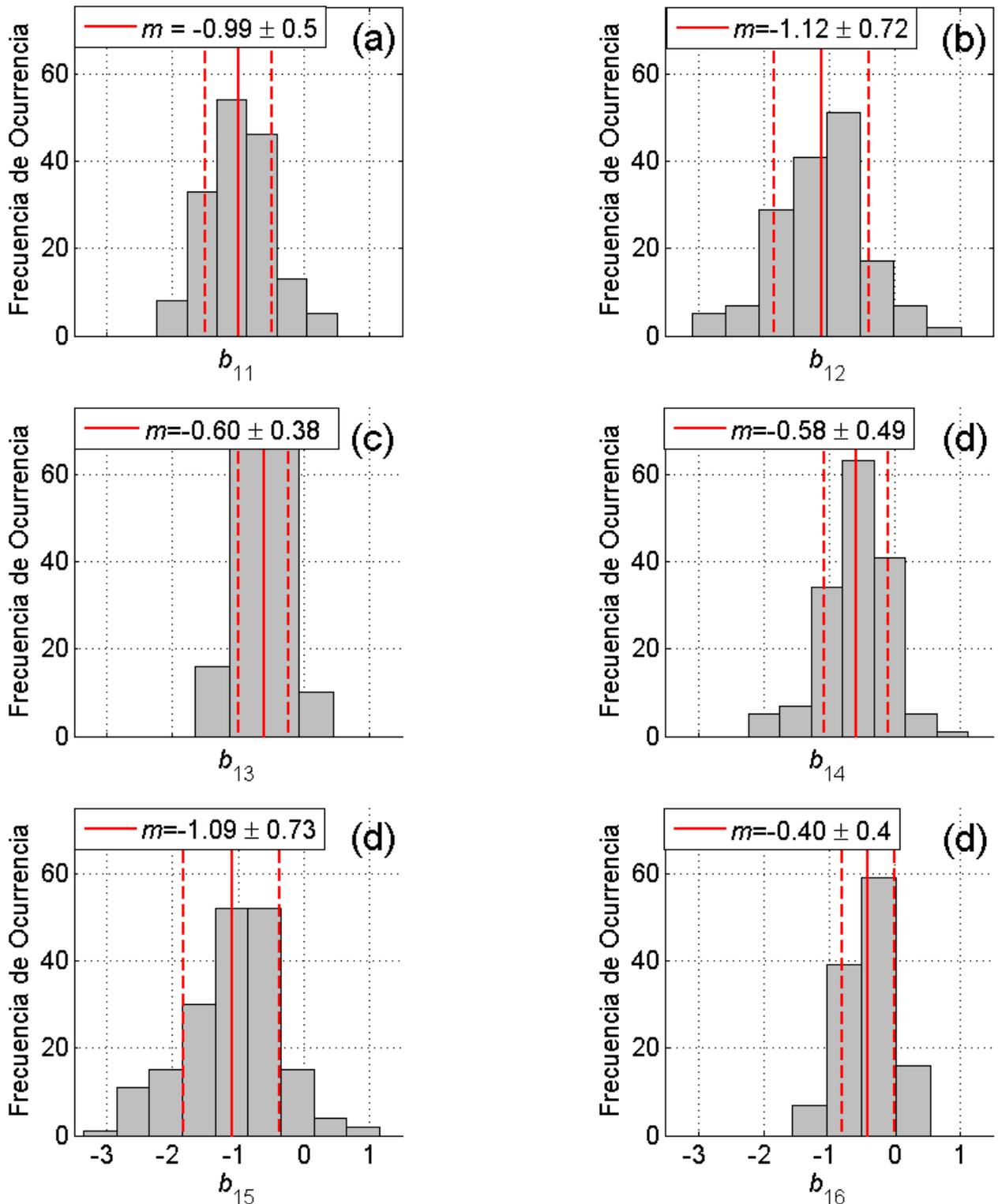


Figura 50. Histogramas de los resultados de los exponentes b estimados con el ajuste mediante cuadrados mínimos de C_ε en términos de Re_L^b . Particularmente se presentan los resultados de los exponentes: a) b_{11} , b) b_{12} , c) b_{13} , d) b_{14} , e) b_{15} y f) b_{16} . La línea continua en color rojo representa el valor promedio m y las líneas segmentadas en color rojo $m \pm 1$ desviación estándar.

3.5.6 La razón de disipación de energía cinética turbulenta estimada a partir del sub-rango inercial.

La densidad de energía espectral de una componente de la velocidad (espectro uni-dimensional) en el sub-rango inercial se expresa como:

$$E_{ii}(k_1) = \alpha_i \varepsilon^{2/3} k_1^{-5/3}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (35)$$

donde k_1 es el número de onda en dirección paralela al flujo medio, $E_{11}(k_1)$ y $E_{33}(k_1)$ corresponden respectivamente a la densidad de energía espectral de la componente horizontal y vertical en el sub-rango inercial, α_1 y α_2 son la constante de Heisenberg (0.5) y $\alpha_3 = 4/3(\alpha_1)$ (Tennekes y Lumley, 1982).

Se puede considerar una turbulencia "congelada" cuando $u'_{rms}, w'_{rms} \ll U_\mu$ y así utilizar la relación de Taylor ($\omega = U_\mu k_1$) para convertir la función densidad de energía espectral que está en el dominio de k_1 al dominio de la frecuencia f , e.g.

$$\hat{E}_{ii}(f) = \frac{2\pi E_{ii}(k_1)}{U_\mu}. \quad i = 1, 2, 3. \quad (36)$$

Al combinar las expresiones (35) y (36), y considerando la relación de Taylor, se encuentra una expresión para describir ε de la forma:

$$\varepsilon = C 2\pi U_\mu(z)^{-1} f^{5/2} \hat{E}_{ii}(f)^{3/2} \quad i = 1, 2, 3, \quad (37)$$

donde C es una constante del orden de la unidad (Lumley y Terray, 1983). En este trabajo, $\hat{E}_{11}(f, z) = S_{u'u'}(f, z)$ y $\hat{E}_{33}(f) = S_{w'w'}(f, z)$ poseen unidades de m^2/s y $C = 1$.

Mediante la expresión (37), se calculó la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)$ y $\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)$, al considerar los valores de $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$, respectivamente.

Con el propósito de tener mayor certeza estadística en la estimación de ε , se obtuvo el promedio de $\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)$ y $\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)$ sobre el dominio de frecuencia (ver Liu y Wei 2007), de forma que se obtiene:

$$\langle\langle \varepsilon_{S_{u'u'}}(z) \rangle\rangle = C2\pi U_{\mu}(z)^{-1} \langle\langle f^{5/2} S_{u'u'}(z)^{3/2} \rangle\rangle \quad (37.1)$$

$$\langle\langle \varepsilon_{S_{w'w'}}(z) \rangle\rangle = C2\pi U_{\mu}(z)^{-1} \langle\langle f^{5/2} S_{w'w'}(z)^{3/2} \rangle\rangle \quad (37.2)$$

donde $\langle\langle \rangle\rangle$ en (37.1) y (37.2), denota el promedio en el dominio de las frecuencias dentro del sub-rango inercial en $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$.

En la Figura 51, se presentan los resultados del promedio en la vertical $\langle\langle \varepsilon_{S_{u'u'}} \rangle\rangle$ en función de ξ , en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.074 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y f) en el perfil completo con $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. De manera similar que en los casos de $\langle \varepsilon_{u',w'} \rangle$, se observó que los valores de $\langle\langle \varepsilon_{S_{u'u'}} \rangle\rangle$ aumenta con ξ en todos los intervalos de profundidad. Particularmente, en las regiones más cercanas a la superficie libre (Figuras 51a y b), la dependencia de $\langle\langle \varepsilon_{S_{u'u'}} \rangle\rangle$ con respecto a ξ es mayor que en el resto de los intervalos de profundidad. También, se observa que esa dependencia de $\langle\langle \varepsilon_{S_{u'u'}} \rangle\rangle$ con ξ , disminuye gradualmente al aumentar la profundidad, con excepción del caso con mayor profundidad (Figura 51e). Además, se observa que la pendiente de la recta estimada con la regresión lineal cambia de $0.006 \text{ m}^2/\text{s}^3$ a $0.0005 \text{ m}^2/\text{s}^3$, como se ilustra en la Figura 51a y 51d, respectivamente. Adicionalmente, mediante regresión lineal se estimó la pendiente $\mu(z)$ de la recta $\langle\langle \varepsilon_{S_{u'u'}}(\xi, z) \rangle\rangle = \mu(z)\xi + d$, en intervalos de profundidad menores que los utilizados anteriormente (en al menos 10 intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$), donde d es una constante. Con base en el comportamiento de $\mu(z)$, se determina $\mu(z) \sim z^{-1.6 \pm 0.2}$ mediante cuadrados mínimos, con lo que se establece la relación $\langle\langle \varepsilon_{S_{u'u'}}(\xi, z) \rangle\rangle \sim \xi z^{-1.6 \pm 0.2}$.

En la Figura 52, se presentan los resultados del promedio en la vertical $\langle\langle \varepsilon_{S_{w'w'}} \rangle\rangle$ en función de ξ , en diferentes intervalos de profundidad dentro del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.039 \text{ m}$. Mediante análisis de regresión lineal, únicamente se identificó un aumento en los valores de $\langle\langle \varepsilon_{S_{w'w'}} \rangle\rangle$ con ξ en los intervalos de profundidad $-0.039 \text{ m} \geq z \geq -0.051 \text{ m}$, $-0.051 \text{ m} \geq z \geq -0.063 \text{ m}$ y $-0.074 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$ (Figura 52b, c y e).

En la Figura 53 se presenta una comparación de los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$, del total de observaciones en donde se identificó el sub-rango inercial, con los resultados correspondientes de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente, se presentan los resultados de las observaciones de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en función de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ (Figura 53a) y de $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ (Figura 53b). El patrón de colores especifica el valor de ξ . Puede observarse la similitud entre los diversos valores que se comparan, independientemente del valor de ξ . No obstante, en pocos casos experimentales (alrededor de 5 casos) esa similitud no fue identificada, posiblemente debido a una cuasi-isotropía en la turbulencia i.e. $6 \left(\overline{\left(\frac{\partial u'(z)}{\partial z} \right)^2} + 0.5 \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial z} \right)^2} \right) > 15 \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial z} \right)^2}$.

En la Figura 53c y d, se presentan los histogramas del total de resultados del cociente entre $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, y del cociente entre $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, respectivamente. El valor promedio de esos cocientes es $m = 0.93 \pm 0.48$ y $m = 0.96 \pm 0.64$, respectivamente. Así, en términos del promedio los valores de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ son muy similares a $\varepsilon_{u',w'}(z)$, y a su vez, los valores de $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ son muy similares a $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente, en el 82% y 71% del total de las observaciones de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]/\varepsilon_{u',w'}(z)$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]/\varepsilon_{u',w'}(z)$, respectivamente, los valores estuvieron dentro del intervalo [0.5, 5].

En la Figura 54, se presenta una comparación entre los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$, del total de observaciones en donde se identificó el sub-rango inercial, con los resultados de las observaciones de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, respectivamente. Particularmente, se presentan los resultados de las observaciones de $\varepsilon_{u'}(z)$ en función de las observaciones de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ (Figura 53a), y de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en función de $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ (Figura 53b). El patrón de colores especifica el valor de ξ . Puede observarse la similitud entre los diversos valores que se comparan, independientemente del valor de ξ .

En la Figura 54c y d, se presentan los histogramas de los resultados del cociente entre $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $\varepsilon_{u'}(z)$, y del cociente entre $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ y $\varepsilon_{w'}(z)$, respectivamente. El valor promedio de esos cocientes es $m = 1.27 \pm 0.69$ y $m = 0.95 \pm 0.63$, respectivamente. Así, en términos del promedio los valores de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ son muy similares a $\varepsilon_{u'}(z)$, y a su vez, los valores de $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ son también muy similares a $\varepsilon_{w'}(z)$. Particularmente, en el 94% y 70% del total de las observaciones de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]/\varepsilon_{u'}(z)$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]/\varepsilon_{w'}(z)$, los valores estuvieron dentro del intervalo [0.5, 5].

Se establece que los valores de ε estimados mediante el sub-rango inercial identificado en $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$ son muy similares a los valores de ε ($\varepsilon_{u',w'}$, $\varepsilon_{u'}$ y $\varepsilon_{w'}$) estimados con base en el método directo (ecuación 18). Así también, se confirma la identificación de sub-rango inercial en $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$.

En la Figura 55, se presenta una comparación entre el total de resultados (correspondiente al total de sub-rangos inerciales identificados tanto en $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$) del promedio en la vertical $\langle \llbracket \varepsilon_{S_{u'u'}} \rrbracket \rangle$ y el promedio en la vertical $\langle \llbracket \varepsilon_{S_{w'w'}} \rrbracket \rangle$, en el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En la Figura 55a se presentan los valores de $\langle \llbracket \varepsilon_{S_{w'w'}} \rrbracket \rangle$ en función de $\langle \llbracket \varepsilon_{S_{u'u'}} \rrbracket \rangle$, en donde puede observarse la similitud entre los valores graficados, independientemente del valor de ξ . Por su parte, en la Figura 55b se presenta el histograma de los resultados del cociente $\langle \llbracket \varepsilon_{S_{u'u'}} \rrbracket \rangle / \langle \llbracket \varepsilon_{S_{w'w'}} \rrbracket \rangle$, en donde se observa una tendencia central alrededor de la unidad. El valor promedio del total de las observaciones de $\langle \llbracket \varepsilon_{S_{u'u'}} \rrbracket \rangle / \langle \llbracket \varepsilon_{S_{w'w'}} \rrbracket \rangle$ es $m = 0.94 \pm 0.61$. Se demuestra que en términos del promedio en la vertical, resulta adecuado considerar $\mathcal{C} = 1$, puesto que se considera $S_{u'u'}(f) \approx S_{w'w'}(f)$ en el sub-rango inercial.

Lumley y Terray (1983) demostraron analíticamente que el valor de la constante \mathcal{C} ($\mathcal{C} \approx 2.7$) es igual en (37.1) y (37.2) cuando se trata de un fluido bajo condiciones de olas unidireccionales en aguas profundas, siendo corroborado posteriormente en laboratorio por Terray y Bliven (1985), y por George et al. (1994) a través de mediciones de turbulencia en zonas ausencia de viento. En contraste, Terray et al. (1996), cuando se trata de una interacción entre olas y corrientes en presencia de viento, determinaron valores de $\mathcal{C} = 2.9$ y $\mathcal{C} = 1.9$ dependiendo de la componente de la velocidad a la que corresponde el espectro de potencia, tal que $S_{w'w'}(f) = 4/3 S_{u'u'}(f)$ dentro del sub-rango inercial.

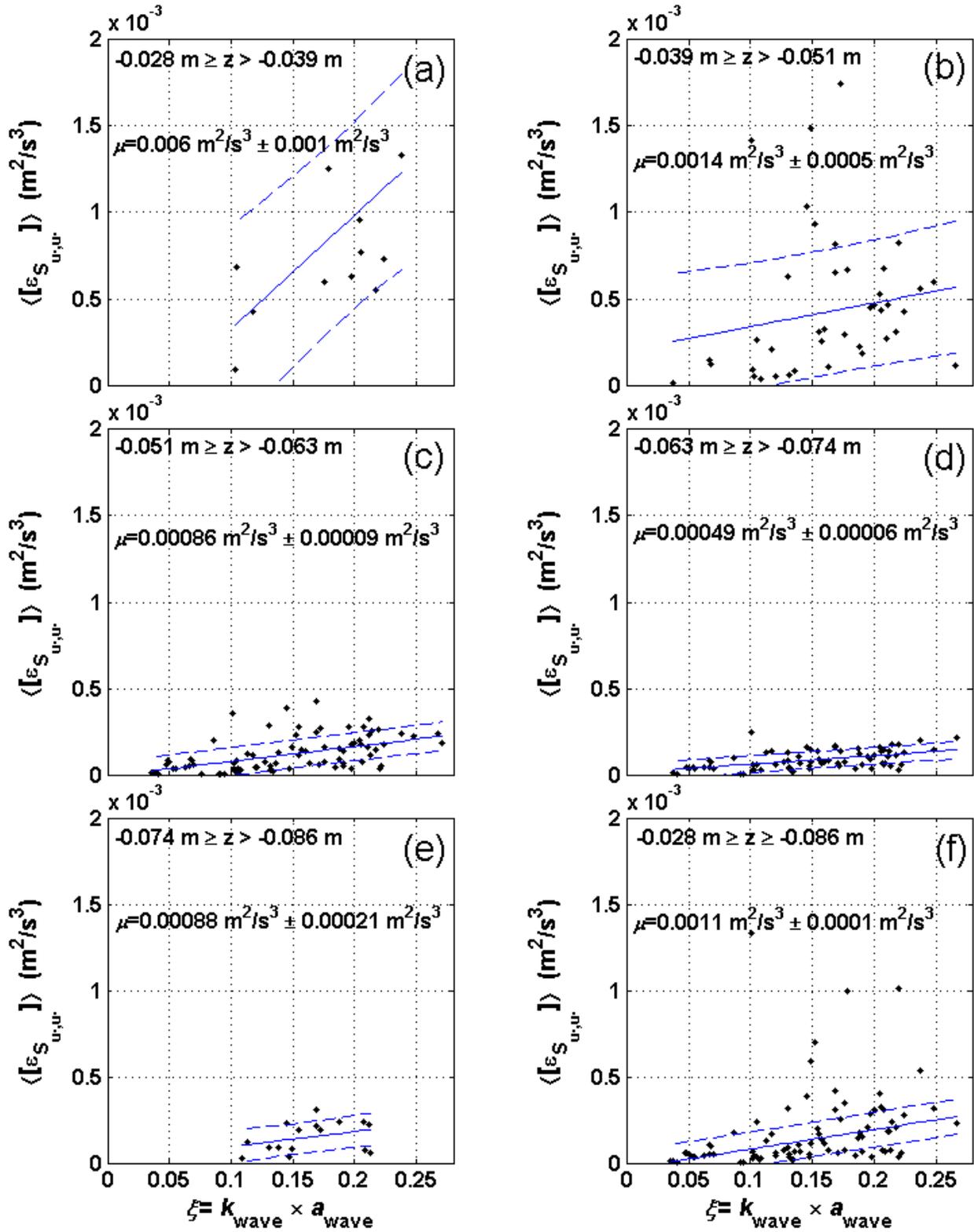


Figura 51. Resultados del promedio en la vertical de razón de disipación de energía cinética turbulenta ($\langle [\varepsilon_{S_{u,u}}] \rangle$) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

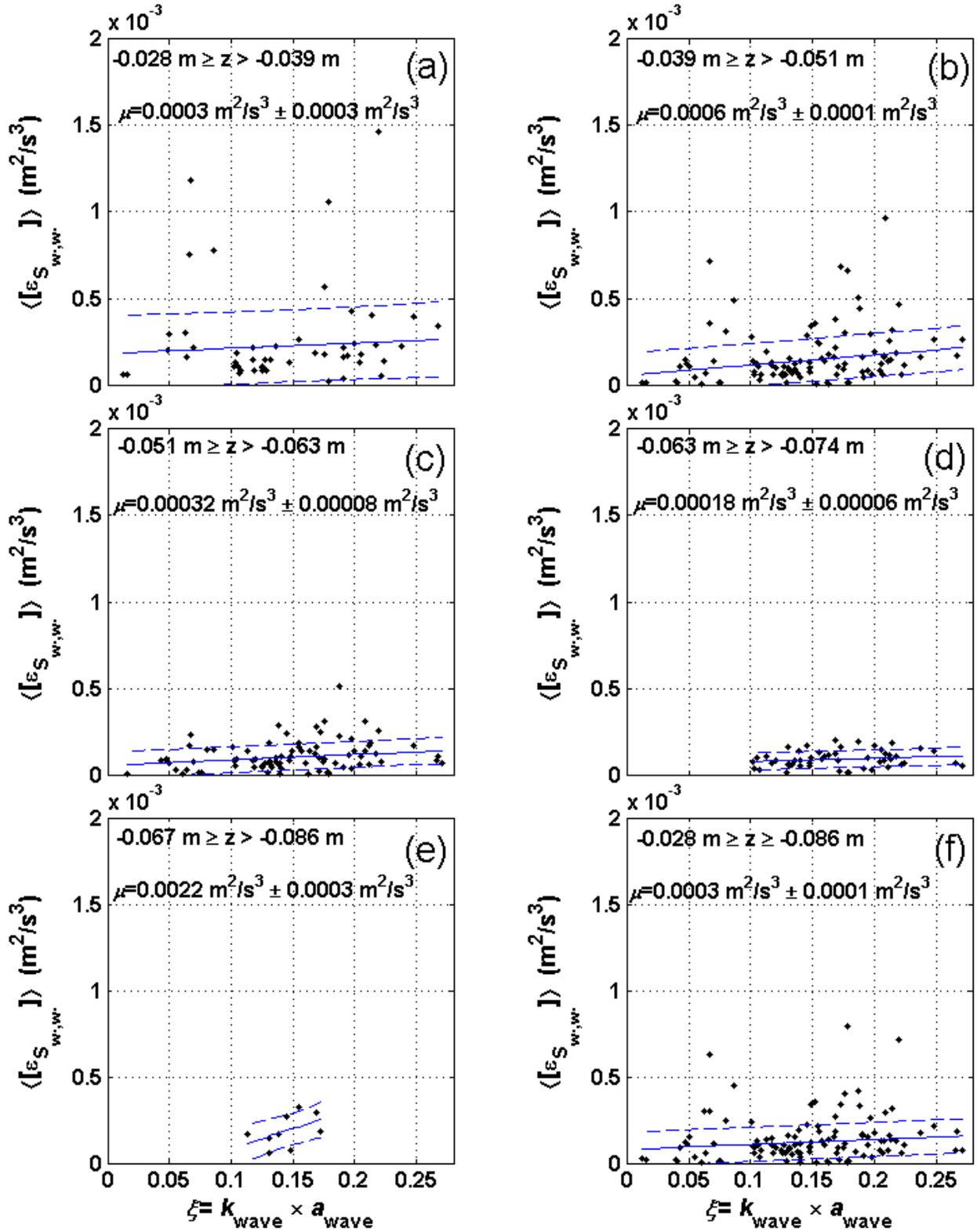


Figura 52. Resultados del promedio en la vertical de razón de disipación de energía cinética turbulenta ($\langle \langle \varepsilon_{S_{w,w}} \rangle \rangle$) en función de la pendiente del oleaje ξ en diferentes intervalos de profundidad. Particularmente en: a) $-0.028 \text{ m} \geq z > -0.039 \text{ m}$, b) $-0.039 \text{ m} \geq z > -0.051 \text{ m}$, c) $-0.051 \text{ m} \geq z > -0.063 \text{ m}$, d) $-0.063 \text{ m} \geq z > -0.074 \text{ m}$ y e) $-0.067 \text{ m} \geq z > -0.086 \text{ m}$, y sobre el perfil completo que corresponde a profundidades entre f) $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. La línea en color azul representa la regresión lineal y las líneas segmentadas ± 1 desviación estándar.

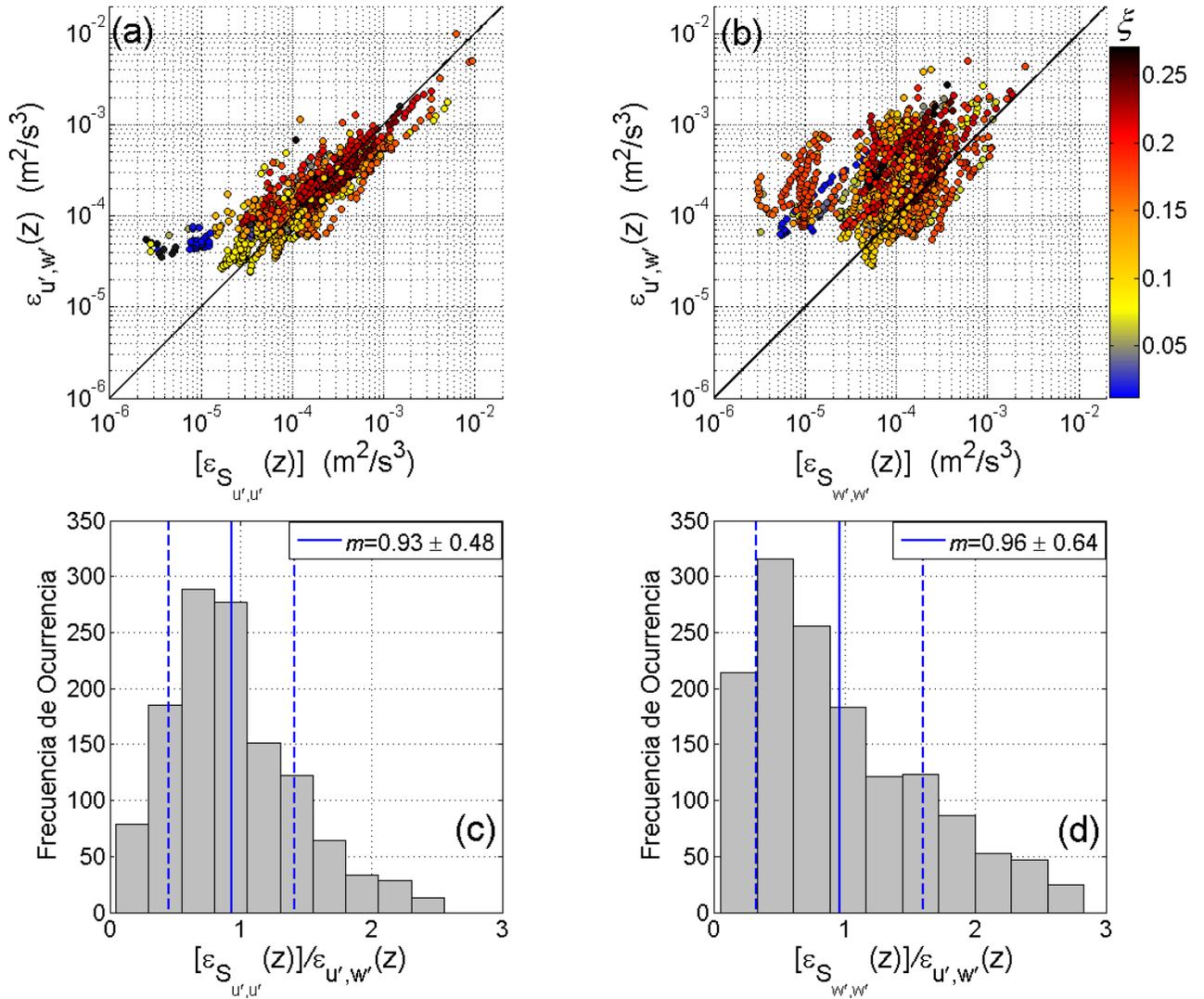


Figura 53. Comparación de los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$, del total de observaciones en donde se identificó el sub-rango inercial, con los resultados correspondientes de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente: resultados de las observaciones de a) $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en función de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y de b) $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en función de $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$, e histogramas de los resultados del c) cociente entre $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, y del d) cociente entre $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . Las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul a $m \pm 1$ desviación estándar.

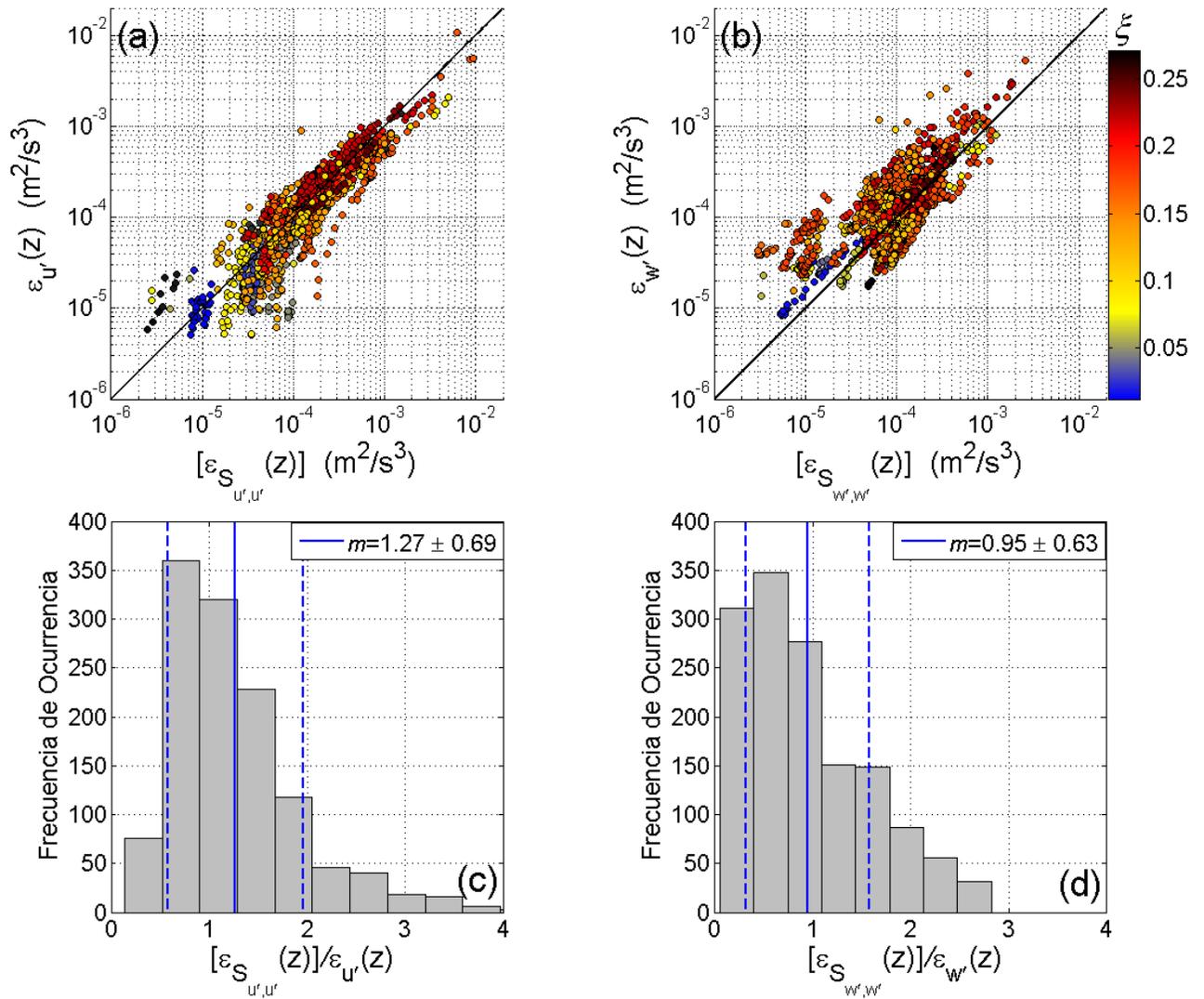


Figura 54. Comparación entre los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $[\epsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\epsilon_{S_{w'w'}}(z)]$, del total de observaciones en donde se identificó el sub-rango inercial, con los resultados de las observaciones de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\epsilon_{u'}(z)$ y $\epsilon_{w'}(z)$, respectivamente. Particularmente: resultados de las observaciones de a) $\epsilon_{u'}(z)$ en función de $[\epsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y de b) $\epsilon_{w'}(z)$ en función de $[\epsilon_{S_{w'w'}}(z)]$, e histogramas de los resultados del c) cociente entre $[\epsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $\epsilon_{u'}(z)$, y del d) cociente entre $[\epsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ y $\epsilon_{w'}(z)$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . Las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul a $m \pm 1$ desviación estándar.

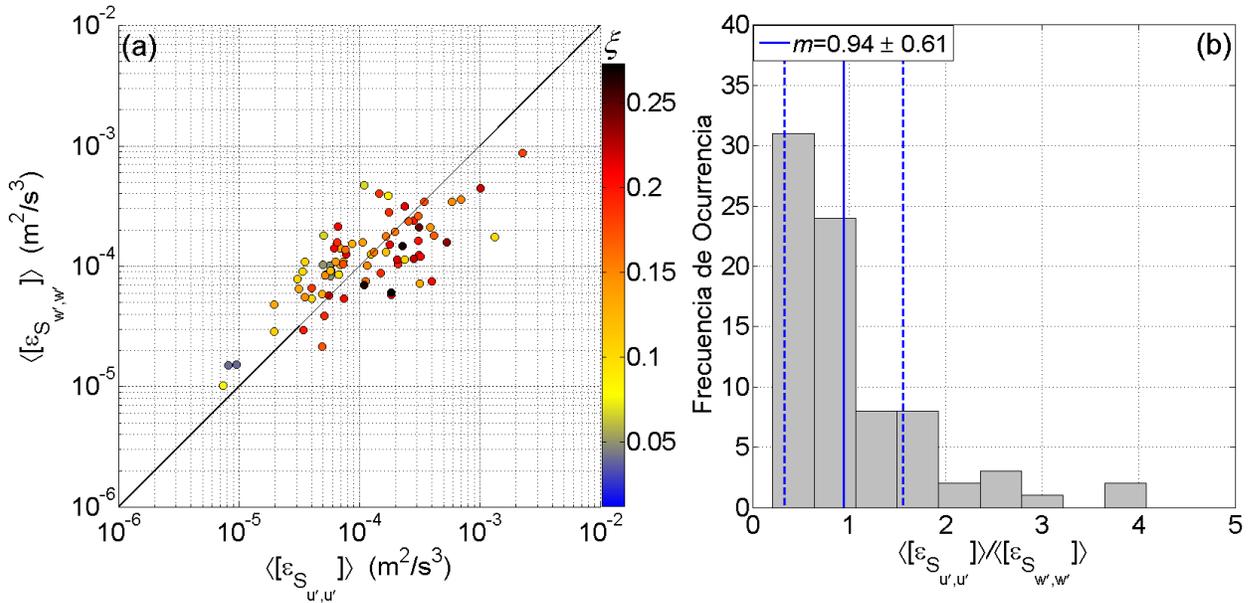


Figura 55. Comparación entre el total de resultados (correspondiente al total de sub-rangos inerciales identificados tanto en $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$) del promedio en la vertical $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}] \rangle$ y del promedio en la vertical $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}] \rangle$, en el rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. Particularmente, en el inciso a) se presentan los valores de $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}] \rangle$ en función de $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}] \rangle$, mientras que en el inciso b) el histograma de los resultados del cociente entre $\langle [\varepsilon_{S_{u'u'}}] \rangle$ y $\langle [\varepsilon_{S_{w'w'}}] \rangle$. El patrón de colores especifica el valor de ξ . La línea continua en color azul representa el valor promedio m y las líneas segmentadas en color azul $m \pm 1$ desviación estándar

En la Figura 56, se presentan los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta estimada a partir de los sub-rangos inerciales identificados en los espectros de potencia de las componentes de la velocidad. Particularmente, se presentan los resultados de los perfiles logarítmicos de $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ (Figura 56a y b) en la escala adimensional z/H , correspondientes a experimentos específicos con valores diferentes de ξ . Se puede observar que en experimentos con valores de $0.10 < \xi < 0.23$, $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \sim z^{m_1}$ presenta valores de $-5.7 < m_1 < -3.6$ mientras que $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)] \sim z^{m_2}$ presenta valores de $-3.8 < m_2 < -1.5$. El conjunto de esos perfiles ($[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$) representan una relación muy diferente a la de una capa logarítmica típica ($m_1, m_2 < -1$), independientemente del valor de ξ . En la Figura 56c y d, se presentan los resultados de los exponentes m del total de experimentos en el que se identificó el sub-rango inercial en al menos un 30% del rango $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$, en función de ξ . No se observa ninguna relación aparente de los exponentes m en función de ξ . El 92% del total de valores de m_1 y el 90% del total de valores de m_2 , representan una relación muy distinta a la de una capa logarítmica típica. Los valores de m_1 con respecto a los valores m_2 , muestran una menor correspondencia con una capa logarítmica típica. Los coeficientes de determinación entre $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ con z^{m_1} y z^{m_2} , respectivamente, tienen un valor promedio $[R^2] = 0.93 \pm 0.06$.

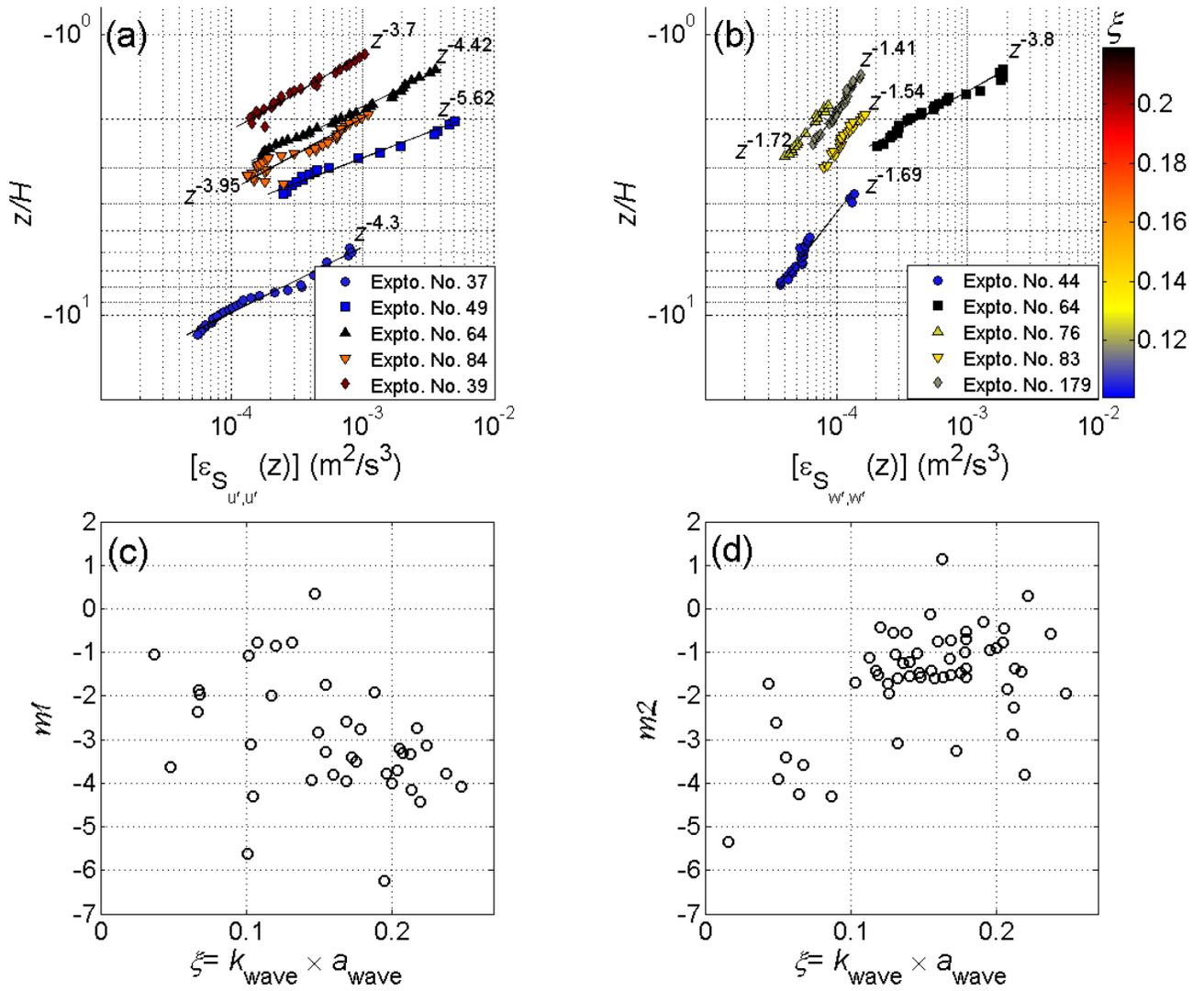


Figura 56. Resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ en función de z^m . Particularmente: perfiles de razón de disipación de energía cinética turbulenta: a) $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z/H)]$ y b) $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z/H)]$ (con respecto a la escala adimensional z/H , y resultados de los exponentes c) m_1 y d) m_2 en función de ξ . Las líneas continuas en color negro corresponden a un ajuste mediante cuadrados mínimos. El patrón de colores especifica el valor de ξ .

La Figura 57 es análoga con la Figura 56, solo que para los valores de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ (ver expresiones 19.2 y 19.3).

En la Figura 57a se puede observar que $\varepsilon_{u'}(z) \sim z^{m_3}$ presenta valores de $-5.0 < m_3 < -3.8$ cuando $0.10 < \xi < 0.23$, mientras que en la Figura 57b se observa que $\varepsilon_{w'}(z) \sim z^{m_4}$ presenta valores de $-4.71 < m_4 < -2.61$ cuando $0.10 < \xi < 0.25$. La Figura 57c y 57d, presenta los resultados de los exponentes m_3 y m_4 del total de experimentos en función de ξ , respectivamente. No se identificó ninguna relación entre

los valores de exponentes m_3 y m_4 con ξ . Los coeficientes de determinación entre $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_w'(z)$ con z^{m_3} y z^{m_4} , respectivamente, tienen un valor promedio $[R^2] = 0.95 \pm 0.05$ y $[R^2] = 0.52 \pm 0.43$. Los valores graficados con cruz (Figura 57d), corresponden con los casos en el que la correlación entre $\varepsilon_w'(z)$ y z^{m_4} es $R^2 < 0.7$. El 100% de los valores de m_3 y 74% de los valores de m_4 , representan una relación muy distinta a la de una capa logarítmica típica. El 13% de los valores de m_4 son positivos y carecen de interpretación física en la turbulencia.

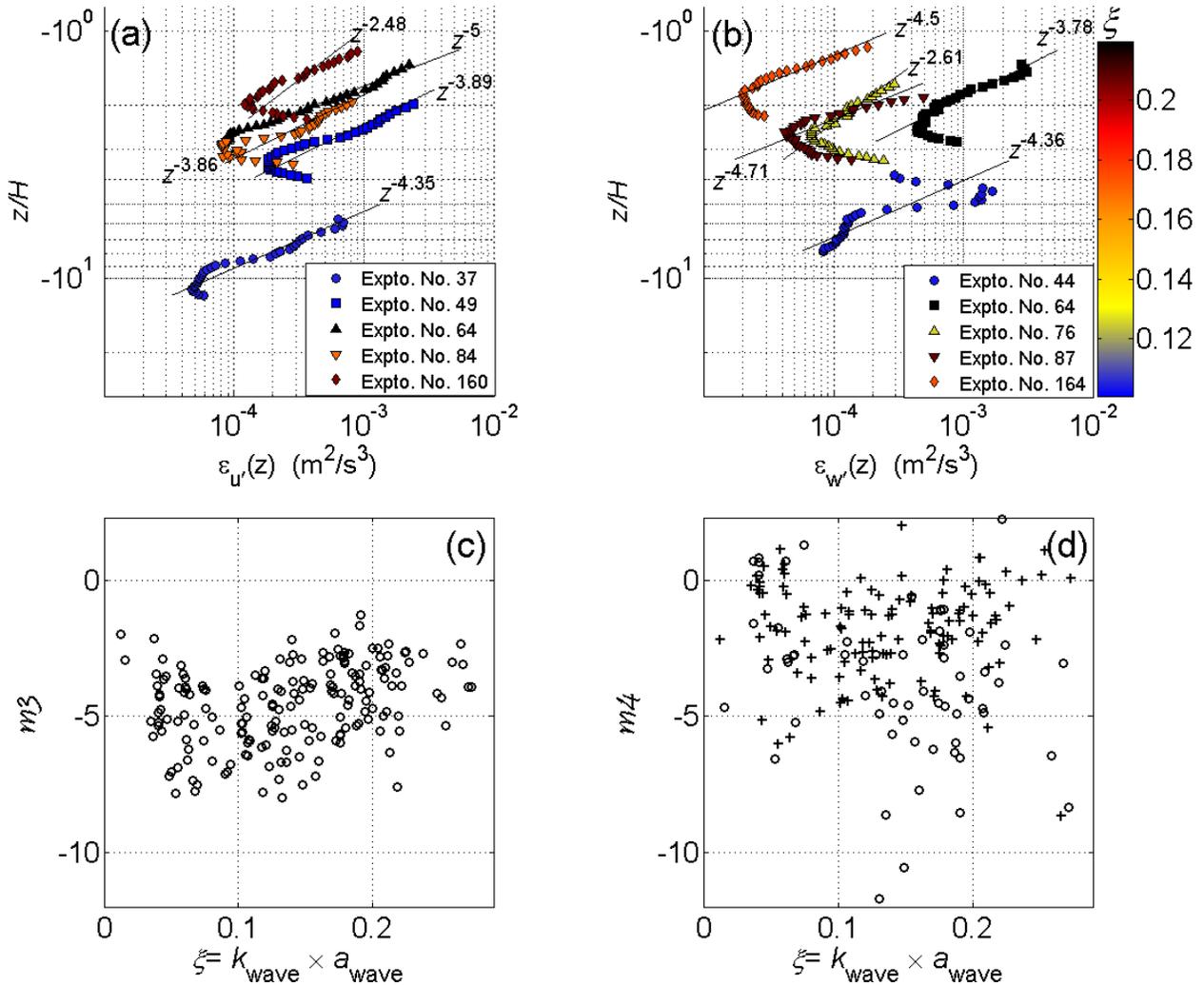


Figura 57. Resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_w'(z)$ en función de z^m . Particularmente: perfiles de razón de disipación de energía cinética turbulenta a) $\varepsilon_{u'}(z/H)$ y b) $\varepsilon_w'(z/H)$ (con respecto a la escala adimensional z/H), y resultados de los exponentes c) m_3 y d) m_4 en función de ξ . Las líneas continuas en color negro corresponden a un ajuste mediante cuadrados mínimos. El patrón de colores especifica el valor de ξ .

En la Figura 58, se presentan los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$ del total de experimentos. Particularmente, se presentan los resultados de los perfiles logarítmicos $\varepsilon_{u',w'}(z)$ (Figura 58a) en la escala adimensional z/H , correspondientes a experimentos específicos con valores diferentes de ξ . Se puede observar que en experimentos con valores de $0.10 < \xi < 0.23$, $\varepsilon_{u',w'}(z) \sim z^{m_5}$ presenta valores de $-4.0 < m_5 < -2.34$. En la Figura 59b, se presentan los resultados de los exponentes m_5 del total de experimentos en función de ξ . No se identificó ninguna relación entre m_5 y ξ . Al igual que con los valores de m_3 , los valores de m_5 representan una relación muy distinta a la de una capa logarítmica típica. El valor de correlación entre los valores de m_3 y m_5 es $R^2 = 0.91$ y el valor promedio de sus diferencias es $m = 0.80 \pm 0.88$, así se considera que los valores de m_3 y m_5 son muy similares.

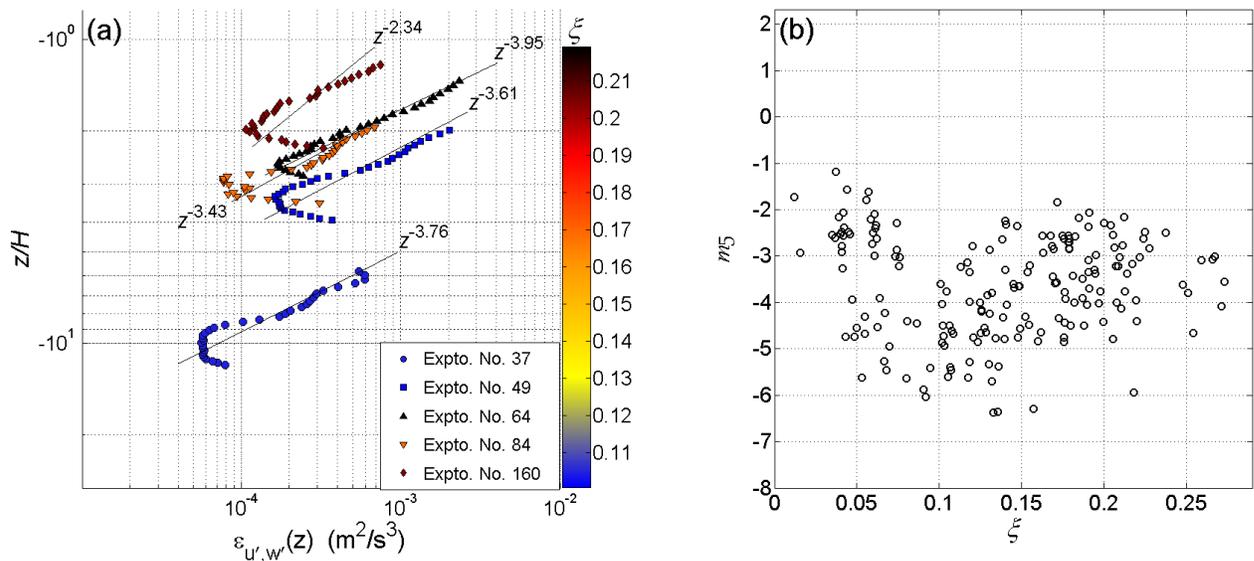


Figura 58. Resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en función de z^m . Particularmente se presenta: el perfil de razón de disipación de energía cinética turbulenta a) $\varepsilon_{u',w'}(z/H)$ (con respecto a la escala adimensional z/H y los resultados de los exponentes c) m_5 en función de ξ . Las líneas continuas en color negro corresponden a un ajuste mediante cuadrados mínimos. El patrón de colores especifica el valor de ξ .

Capítulo 4. Discusión

En los espectros de potencia $S_{u'u'}(f)$ y $S_{w'w'}(f)$ estimados a partir de las mediciones en laboratorio, se identificó el sub-rango inercial en 53% y 61% del total de experimentos, respectivamente. En ninguno de los intervalos de profundidad en el rango de las mediciones se encontró relación entre el ancho en frecuencia del sub-rango inercial y el valores de ξ . Sin embargo, en el caso de los resultados en el dominio de k_1 , se encontró que el ancho del sub-rango inercial en ambos espectros $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$, disminuye al aumentar ξ , lo cual sugiere que el proceso de cascada de energía en $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$, ocurre en remolinos turbulentos de mayor tamaño en las olas con mayor ξ . Además, se identificó que la variabilidad del ancho del sub-rango inercial en el dominio de k_1 en función de ξ puede ser predominante en ciertos intervalos de profundidad (Figura 7a, b y 8d, e), con lo que se sugiere que esta variabilidad enmascara la cascada de energía. En términos generales, el proceso de cascada de energía se extiende hasta remolinos con menores (mayores) escalas al disminuir (aumentar) ξ .

De acuerdo con la teoría de Kolmogorov, la Ley de $k_1^{-5/3}$ es apreciable dentro del intervalo $2\pi/L \ll k_1^{-5/3} \ll 2\pi/\eta_K$, donde L representa la dimensión longitudinal de la macro-escala de la turbulencia (escala integral), $2\pi/L$ corresponde con el menor número de onda en ese intervalo y el que contiene la mayor energía en el espectro. En el otro extremo de ese intervalo, η_K es la micro-escala de Kolmogorov y $k_1 \geq 2\pi/\eta_K$ define el dominio de $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$ en donde los efectos de la disipación viscosa son dominantes (rango de disipación) dentro del intervalo de equilibrio universal.

Al comparar el k_1 límite superior con el número de onda relativo a las micro-escalas de Kolmogorov, se sugiere que en la mayoría de los casos el sub-rango inercial identificado ocurre hasta números de onda mucho menores que $2\pi/\eta_K$.

A partir de las observaciones se estima η_K mediante las diversas alternativas en el cálculo de ε , que se refieren a considerar la energía del sub-rango inercial o bien el corte vertical de las fluctuaciones turbulentas en combinación con relaciones de isotropía.

Por un lado, las micro-escalas de Kolmogorov $\eta_{K[S_{u'u'}]}$ y $\eta_{K[S_{w'w'}]}$, se estimaron mediante los valores de ε calculados a partir de los sub-rangos inerciales identificados en $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$. Mientras que en todos los experimentos en donde se identificó el sub-rango inercial, el número de onda límite superior de

ese sub-rango en $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$, fué menor que el número de onda relativo a las micro-escalas de Kolmogorov $\left(2\pi/\eta_{K[S_{u'u'}]} \text{ y } 2\pi/\eta_{K[S_{w'w'}]}\right)$, en el 70% de los casos de $S_{u'u'}(k_1)$ y en el 66% de esos de $S_{w'w'}(k_1)$, el valor de su límite superior resultó ser de un orden de magnitud menor que $2\pi/\eta_{K[S_{u'u'}]}$ y $2\pi/\eta_{K[S_{w'w'}]}$, respectivamente.

Por otro lado, las micro-escalas de Kolmogorov $2\pi/\eta_{K[u',w']}$, $2\pi/\eta_{K[u']}$ y $2\pi/\eta_{K[w']}$ se estimaron mediante los valores de ε calculados a partir del corte en la vertical de las fluctuaciones turbulentas u' y w' .

De manera similar que con los resultados de $\eta_{K[S_{u'u'}]}$ y $\eta_{K[S_{w'w'}]}$, en todos los experimentos el número de onda límite superior del sub-rango inercial en $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$ fue menor que el número de onda $2\pi/\eta_{K[u',w']}$, $2\pi/\eta_{K[u']}$ y $2\pi/\eta_{K[w']}$. Particular y respectivamente, en el 61% y 55% de los casos de $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$, los números de onda límite superior fueron un orden de magnitud menor que $2\pi/\eta_{K[u']}$ y $2\pi/\eta_{K[w']}$, mientras que en el 64% de los casos en $S_{u'u'}(k_1)$ y 66% de los casos en $S_{w'w'}(k_1)$, los números de onda límite superior del sub-rango inercial son un orden de magnitud menor a $2\pi/\eta_{K[u',w']}$.

La presencia del sub-rango inercial en los espectros analizados es independiente de la pendiente de las olas, sin embargo en $S_{u'u'}(k_1)$ se identificó el sub-rango inercial con una mayor frecuencia de ocurrencia en mediciones con profundidades $-0.051 \text{ m} \geq z \geq -0.074 \text{ m}$, mientras que en $S_{w'w'}(k_1)$ se identificó en las mediciones con profundidades $-0.039 \text{ m} \geq z \geq -0.063 \text{ m}$.

Babanin y Hauss (2009) presentaron resultados del sub-rango inercial identificado en espectros de potencia de la componente u de la velocidad en función del número de onda. El sub-rango inercial fué identificado en un máximo de tres ocasiones de manera intermitente a partir de las mediciones en cada experimento con una duración de aproximadamente 15 periodos de las olas (10 segundos). La pendiente de las olas en sus experimentos fue $0.13 \leq \xi \leq 0.25$. En el presente trabajo, en la duración de cada experimento se incluyen entre 277 y 443 periodos de olas aproximadamente, en una columna de agua de 3.5 cm en un rango de profundidad $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$. En el 43% de los experimentos se identificó el sub-rango inercial tanto en $S_{u'u'}(k_1)$ como en $S_{w'w'}(k_1)$, mientras que el carácter natural de la

turbulencia induce la ausencia intermitente del sub-rango inercial en el espectro de una o ambas componentes de la velocidad turbulenta.

Babanin y Hauss (2009) identificaron sub-rangos inerciales en el intervalo $800 \text{ rad/m} < k < 2600 \text{ rad/m}$, siendo 2600 rad/m la máxima escala resuelta en los espectros. El ancho del sub-rango inercial que encontraron presentó un orden de magnitud de 10^3 rad/m . En los resultados del presente trabajo, el sub-rango inercial en $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$ se identificó de manera conjunta en el intervalo $753 \pm 588 \text{ rad/m} < k_1 < 2300 \pm 1600 \text{ rad/m}$, con un ancho promedio igual a $1500 \text{ rad/m} \pm 900 \text{ rad/m}$. Particularmente, en $S_{u'u'}(k_1)$ el sub-rango inercial tienen un ancho promedio igual a $1200 \text{ rad/m} \pm 937 \text{ rad/m}$, mientras que en $S_{w'w'}(k_1)$ un ancho promedio igual a $1600 \text{ rad/m} \pm 950 \text{ rad/m}$. En términos generales, el sub-rango inercial en $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$, se identificó en un intervalo similar al de Babanin y Hauss (2009), con un ancho del mismo orden de magnitud (especialmente cuando $\xi > 0.1$).

Babanin (2006), definió un número de Reynolds para olas que aún no rompen (Re_{wave}) cuyo valor crítico $[Re_{wave}]_{2006} = 3000$ determina la transición de un movimiento orbital laminar a un movimiento turbulento. Babanin y Hauss (2009), identificaron sub-rangos inerciales de manera intermitente en los casos correspondientes a olas monocromáticas, con $[Re_{wave}]_{2006} = [1300, 6200]$ estimados en la superficie del agua. Con respecto a los experimentos en esta tesis, el sub-rango inercial se identificó en $S_{u'u'}(k_1, z)$ y $S_{w'w'}(k_1, z)$ en diferentes profundidades, y los valores de $[Re_{wave}(z)]_{2006} = a_{wave} U_{\mu}(z) / \nu$ tuvieron un promedio $m = 792 \pm 486$ y $m = 897 \pm 487$, respectivamente. En el 34% y 46% de esos casos en los que se identificó el sub-rango inercial en $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$, respectivamente, los valores de $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ tuvieron un orden de magnitud de 10^3 y un valor máximo igual a 2300 (menor que $[Re_{wave}]_{2006} = 3000$). Aunque los valores de $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ en el presente trabajo son relativamente menores que los reportados por Babanin y Hauss (2009), son similares a los que presentan Dai et al. (2010), quienes identificaron efectos de mezcla turbulenta en casos de olas monocromáticas con valores de $[Re_{wave}]_{2006} = 780, 950, 1250$ y 1750 estimados en la superficie del agua. Inclusive en casos en que $[Re_{wave}(z)]_{2006} \approx 300$, Tsai et al. (2014), identificaron una intensificación en la turbulencia mediante simulación numérica de olas que se propagan inicialmente sobre un campo turbulento débil.

Al utilizar las auto-correlaciones temporales de las fluctuaciones turbulentas en combinación con la Hipótesis de Taylor, se determinaron las extensiones longitudinal (dirección x) y vertical (dirección z) de los remolinos turbulentos de macro-escala $L_{Eu}(z)$ y $L_{Ew}(z)$ y se observó que aumentan con ξ , aunque los resultados experimentales de Savelyev et al. (2012), demuestran que justo en la superficie libre y con presencia de olas que aún no rompen, las extensiones transversales (dirección y) estimadas a partir de la

auto-correlación espacial de la componente v' de los remolinos turbulentos de macro-escala tienen valores [0.05 m, 0.10 m], y tienden a disminuir con ξ . Además, con respecto a los resultados de los experimentos del presente trabajo, las extensiones de los remolinos turbulentos de macro-escala (extensión longitudinal y vertical) tienen un orden de magnitud entre 10^{-4} m y 10^{-2} m que depende de la profundidad. Los valores del orden de 10^{-2} m correspondieron a las regiones más cercanas a la superficie del agua ($-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.039 \text{ m}$) cuando $\xi \geq 0.18$, lo que puede considerarse como un límite inferior a los resultados de Savelyev et al. (2012).

Al considerar los espectros de las componentes turbulentas en combinación con la Hipótesis de Taylor (Método de Pearson), se determinaron las extensiones longitudinal y vertical de los remolinos turbulentos de macro-escala $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$, y también se observó que aumentan con ξ , que tienen órdenes de magnitud de 10^{-4} m y 10^{-2} m, y que alcanzan valores entre 0.008 m y 0.014 m en las regiones más próximas a la superficie ($-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.051 \text{ m}$), especialmente cuando $\xi > 0.1$. En términos generales se encontró que $L_{Pu}(z) \geq L_{Eu}(z)$ y $L_{Pw}(z) \geq L_{Ew}(z)$.

La energía del flujo o movimiento medio que es extraída por la turbulencia se transfiere a escalas comparables con la escala integral (macro-escalas). Los remolinos turbulentos de macro-escala son los que contribuyen en gran parte con la producción de turbulencia (\mathcal{P}) en un fluido, por lo que \mathcal{P} tiende a aumentar con la macro-escala. En este trabajo, se encuentra que $L_{Eu}(z)$, $L_{Ew}(z)$, $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$ aumentan con ξ , y por lo tanto se puede considerar que \mathcal{P} será mayor al aumentar ξ .

A partir de los resultados de la relación entre las macro-escalas $L_{Eu}(z)$ y $L_{Ew}(z)$, se puede identificar una cierta simetría en la turbulencia i.e. $L_{Eu}(z)/L_{Ew}(z) = 1 \pm 0.2$, independientemente de z y ξ . Esa simetría se identifica principalmente en $-0.039 \text{ m} \geq z \geq -0.074 \text{ m}$, lo que se puede asociar con la presencia de turbulencia isotrópica. Además, también a partir de los resultados de macro-escalas, se identifica una asimetría en los remolinos turbulentos en las regiones más cercanas a la superficie libre ($-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.039 \text{ m}$) lo que se puede asociar con la presencia de turbulencia anisotrópica. Por otro lado, a partir de los resultados de las macro-escalas $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$, también se identificó cierta simetría en la turbulencia ($L_{Pu}(z)/L_{Pw}(z) = 1 \pm 0.2$) independientemente de z y ξ , principalmente en profundidades del mismo intervalo del caso anterior, cuando $L_{Eu}(z)/L_{Ew}(z) = 1 \pm 0.2$.

Las funciones de auto-correlación temporal de las componentes $u'(t, z)$ y $w'(t, z)$ describen un decaimiento exponencial propio de un proceso estocástico (proceso de Markov), lo que es característico de cualquier variable turbulenta (aleatoriedad). La intensidad de las componentes $u'(t, z)$ y $w'(t, z)$ fue

generalmente del orden de 10^{-3} m/s cuando $0.273 \geq \xi \geq 0.012$, y alcanzó un orden de 10^{-2} m/s en los casos en que $z \geq -0.051$ m y $\xi > 0.05$, mientras que la intensidad de las componentes u' y v' de las velocidades medidas justo en $z = \eta$ en los experimentos realizados por Savelyev et al. (2012), también tuvieron órdenes de magnitud de 10^{-3} m/s cuando $0.263 \geq \xi \geq 0.077$.

En el 35% y 32% de los experimentos, se identificaron valores de 1 ± 0.2 en los cocientes $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle$ (turbulencia isotropica) en los casos en que $-0.051 \text{ m} > z \geq -0.063 \text{ m}$ y $-0.063 \text{ m} > z \geq -0.074 \text{ m}$, respectivamente. Esos intervalos de profundidad con los intervalos en donde se identificó simetría en los remolinos turbulentos de macro-escala en direcciones x y z . Por otra parte, en profundidades $-0.028 \text{ m} > z \geq -0.051 \text{ m}$, se identificó que $\langle u' \rangle / \langle w' \rangle > 1.2$ (turbulencia anisotrópica) como se ilustra en las Figura 18 (a y b).

Con respecto al perfil vertical de las fluctuaciones turbulentas $u'(z)_{rms}$ y $w'(z)_{rms}$, y la energía cinética turbulenta $\overline{q(z)^2}/2$, se determinan que aumentan con ξ . En el caso de los resultados experimentales de Savelyev et al. (2012), ellos demuestran que la razón de crecimiento de la energía de la componente u' i.e. $\partial u'^2 / \partial t$, también aumenta con ξ , aunque no sucede lo mismo con la razón de crecimiento de energía de la componente v' . Sin embargo, en sus resultados numéricos, Savelyev et al. (2012) muestran que la magnitud de la razón de crecimiento de energía cinética turbulenta $\partial(q^2/2)/\partial t$ aumenta con ξ .

Inclusive, en el perfil vertical de la magnitud de los esfuerzos de Reynolds bajo la presencia de olas ($\tau_{stress}(z)\rho^{-1} = cov(u(z), w(z))$), también se observa aumento con ξ y presenta valores con órdenes de magnitud entre $10^{-5} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ y $10^{-3} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$. Cavaleri y Zecchetto (1987) analizaron casos de olas (con alturas entre 1 m y 3.75 m aproximadamente y frecuencias entre 0.1 Hz y 0.18 Hz) en ausencia de viento (swell) donde los valores de $\overline{uw} = cov(u, w)$ en una profundidad de -4.43 m con respecto a la superficie del agua, tienen órdenes de magnitud entre $10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$ y $10^{-2} \text{ m}^2\text{s}^{-2}$. A partir de los resultados de Cavaleri y Zecchetto (1987) y mediante la relación de dispersión de olas bajo condición de aguas profundas ($\omega^2 = gk_{wave}$), se calcula que k_{wave} oscila entre 0.04 rad m^{-1} y 0.13 rad m^{-1} , con lo que se determina que la pendiente de las olas tiene valores entre 0.02 y 0.15 (similares a la pendiente de las olas en el presente trabajo), aunque ellos no identificaron una relación directa de \overline{uw} con H . Sin embargo, a partir de los valores de \overline{uw} que corresponden a olas bajo condiciones de viento, Cavaleri y Zecchetto (1987) determinaron una relación de la forma $\overline{uw} \sim H^n$, argumentando que valores de $n > 2$ sugieren la intervención de procesos no lineales en la dinámica del movimiento de fluido bajo la influencia de olas y viento. Sin embargo, no identificaron ninguna relación de los valores de \overline{uw} con respecto a la pendiente

de las olas, en los casos de olas bajo influencia local del viento ni en los casos de swell. En el presente trabajo, tampoco se identificó ninguna relación de $u'(z)_{rms}$, $w'(z)_{rms}$, $\overline{q(z)^2}/2$ y $(\tau_{stress}(z)\rho^{-1})$ con H .

Es importante mencionar que Cavaleri y Zecchetto (1987) no identificaron las diferentes contribuciones en \overline{uw} , que corresponden con los esfuerzos de Reynolds asociados con las velocidades orbitales $\overline{u\tilde{w}}$ (ver Benilov y Filyushkin 1970 y Bricker y Monismith 2007), los esfuerzos de Reynolds asociados con las fluctuaciones turbulentas $\overline{u'w'}$ (esfuerzos viscosos), y las interacciones entre las velocidades orbitales y turbulentas ($\overline{u\tilde{w}'} + \overline{\tilde{w}u'}$). En el presente trabajo, la principal contribución en \overline{uw} ($cov(u, w)$) es por parte de $\overline{u\tilde{w}}$, no obstante la combinación lineal $\overline{u\tilde{w}'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}$, donde $\overline{u\tilde{w}'} \approx \overline{\tilde{w}u'} \approx \overline{u'w'}$, también contribuye de manera significativa, independientemente de la profundidad z y de ξ . Se encontró que $\overline{u\tilde{w}}(z)$, $\overline{u\tilde{w}'}(z)$, $\overline{\tilde{w}u'}(z)$ y $\overline{u'w'}(z)$ aumenta con ξ donde $\overline{u'w'}(z)$ tiene valores con órdenes de magnitud entre $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}^2$ y $10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}^2$, y por otra parte no se identificó ninguna relación con H .

Al calcular una profundidad de referencia, tomando en consideración la escala longitudinal viscosa ν/u_* , se obtiene que $z^+ = u_*(z) \cdot z/\nu > 30$ para toda ξ , y de acuerdo con la teoría de Prandtl, las mediciones en el presente trabajo se realizaron en z que corresponde con una capa exterior o sub-capa inercial en donde el movimiento de un fluido es considerado completamente turbulento y la Ley de la pared puede describir adecuadamente la razón de disipación de energía cinética turbulenta.

Los resultados de la razón de disipación de energía cinética turbulenta en términos de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, tiene valores entre $10^{-4} \text{ m}^2\text{s}^{-3}$ y $10^{-3} \text{ m}^2\text{s}^{-3}$, cuando $0.012 \leq \xi \leq 0.273$, y coinciden con el orden de magnitud en los resultados de ε obtenidos por Babanin y Hauss (2009) en los casos con $0.050 \leq \xi \leq 0.250$ y $-0.03 \text{ m} \geq z \geq -0.15 \text{ m}$. Babanin y Hauss (2009) determinan ε con base en la identificación del sub-rango inercial en los espectros de potencia de las componentes de velocidad (componente u), considerando la expresión $\Psi(k_1) = \left(18/55\right) \left(8\varepsilon/9\alpha_1\right)^{2/3} k_1^{-5/3}$ (Hinze, 1975), donde $\Psi(k_1)$ representa la densidad de energía correspondiente al sub-rango inercial en función del número de onda k_1 y $\alpha_1 \approx 0.5$ es la constante de Heisenberg.

En este trabajo, se determinaron las alternativas de la razón de disipación de energía cinética turbulenta: $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, mediante el cálculo del promedio temporal del cuadrado del corte vertical de las componentes $u'(t, z)$ y $w'(t, z)$, en combinación con las aproximaciones o relaciones isotrópicas propuestas por Taylor (1935a). Además, mediante el sub-rango inercial identificado en $S_{u'u'}(f)$ y $S_{w'w'}(f)$

se determinó la razón de la disipación de energía cinética turbulenta $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ y $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$, cuyos valores son similares a los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, independientemente del valor de ξ .

Babanin y Hauss (2009), presentan una expresión para ε de la forma $\varepsilon \sim a_{\text{wave}}^{3 \pm 1}$, donde a_{wave} corresponde a la amplitud de las olas. En el presente trabajo, a partir de los resultados de $\varepsilon(z)$ en términos de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ y $\varepsilon_{u'}(z)$, $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$, se identificó una dependencia lineal con ξ . Sin embargo, no se identificó una clara relación de $\varepsilon_{w'}(z)$, ni de $[\varepsilon_{S_{w'w'}}(z)]$ con ξ . En términos promedio se encontró que $\varepsilon(z) = \varepsilon_{u',w'}(z) \sim \xi z^{-3.6 \pm 1.1}$ con lo que se sugiere que el comportamiento de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ es diferente al de una capa logarítmica típica. El orden de magnitud de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ es de 1 a 4 veces mayor que el de los valores reproducidos con base en la Ley de la pared ($\varepsilon_{\text{wall}}(z)$), independientemente de z y ξ . Con lo que se demuestra que $\varepsilon_{\text{wall}}(z)$ es inadecuada para reproducir $\varepsilon(z)$ en las condiciones de los experimentos del presente trabajo. Se sugiere que la subestimación de los valores de ε mediante $\varepsilon_{\text{wall}}$ se debe a que $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ no tienen el comportamiento de una capa logarítmica típica. Es importante mencionar que en una capa logarítmica típica o regular (dentro de la capa superior del océano), los valores de ε pueden ser reproducidos adecuadamente mediante $\varepsilon_{\text{wall}}(z)$ (Csanady, 1984; Terray et al., 1996). Por otro lado, al introducir un factor asociado con la energía del oleaje ($\alpha_F(z)$) en $\varepsilon_{\text{wall}}(z)$ i.e. $\varepsilon_F(z) = \varepsilon_{\text{wall}}(z) \times \alpha_F(z)$, se obtienen valores de $\varepsilon_F(z)$ similares o de un mismo orden de magnitud que $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, independientemente del valor de ξ . Adicionalmente, en términos generales se encontró que la razón de disipación de energía cinética total en la columna de fluido es igual al promedio en la vertical de un flujo de energía cinética turbulenta: $\int_{z_1}^{z_2} \varepsilon(z) dz = \langle \alpha_F u_*^3 \rangle$.

En los resultados de la extensión longitudinal y vertical de los remolinos turbulentos de micro-escala $\lambda_{xx}(z)$ y $\lambda_{zz}(z)$ (micro-escalas de Taylor), se identifica una relación $\lambda_{xx}(z) / \lambda_{zz}(z) \cong \sqrt{2}$, que de acuerdo con la teoría (Hinze, 1975), indica la presencia de isotropía local en la turbulencia (isotropía en pequeñas escalas) y de simetría en los remolinos turbulentos de micro-escala. La presencia de isotropía local se identificó en profundidades $-0.039 \text{ m} > z \geq -0.074 \text{ m}$, similares a las profundidades en donde se identificó simetría en remolinos turbulentos de macro-escala. El intervalo de profundidad en donde generalmente se identificó isotropía ($\langle u' \rangle / \langle w' \rangle = 1 \pm 0.2$), está incluido en el intervalo de profundidad donde se identificó isotropía local, con lo que se sugiere la presencia de isotropía, de manera simultánea, tanto en escalas mayores como en escalas locales (micro-escalas). Por otro lado, solo se identifica una isotropía en una cantidad reducida de experimentos en profundidades $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.039 \text{ m}$ y $-0.071 \text{ m} \geq z \geq -0.086 \text{ m}$, sin embargo en esas mismas profundidades se identificó isotropía local en una cantidad de

experimentos relativamente mayor, por lo que a pesar de una ausencia de isotropía en las escalas donde se genera o produce turbulencia, existe una isotropía en las menores escalas (locales). Los valores de la micro-escala $\lambda_{zz}(z)$ aumentan con ξ independientemente de la profundidad, mientras que $\lambda_{xx}(z)$ aumenta con ξ únicamente en la región más próxima a la superficie del agua $-0.028 \text{ m} \geq z \geq -0.039 \text{ m}$. Con esto se sugiere que la pendiente del oleaje, ξ , no solo influye en el tamaño de las macro-escalas de la turbulencia, sino también en el tamaño de las micro-escalas.

Con base en la relación entre la micro-escala (micro-escala de Taylor) y la macro-escala de la turbulencia ($\lambda(z)/L(z)$), se determinó que sólo en algunos casos existe un balance (o cuasi-balance) entre la producción de turbulencia (\mathcal{P}) y la razón de disipación de energía cinética turbulenta (ε), independientemente de ξ y de z . Es en esos casos en que se puede identificar la presencia de turbulencia homogénea e isotrópica, de forma que $(\frac{1}{2}q^2)/\partial t = \mathcal{P} - \varepsilon \approx 0$ (Townsend, 1976). En el caso contrario, cuando \mathcal{P} y ε se encuentran fuera de balance, se sugiere la presencia de una turbulencia anisotrópica.

También mediante la relación $\lambda(z)/L(z)$, se determinaron los coeficientes de disipación A_{1-4} y A_{1P-4P} , con órdenes de magnitud entra la unidad y la decena, independientemente de ξ y de la presencia del balance entre \mathcal{P} y ε .

En el 24%, 25%, 24%, 8%, 19%, 13.5%, 16.3% y 18.5% del total de experimentos, los coeficientes de disipación $A_1, A_2, A_3, A_4, A_{1P}, A_{2P}, A_{3P}$ y A_{4P} , respectivamente, estuvieron dentro del intervalo [0.4, 4.5] independientemente de la existencia de un balance entre \mathcal{P} y ε , y de ξ . Esos valores son similares a los valores reportados en trabajos sobre turbulencia en flujos a través de tuberías.

Longo et al. (2012) calcularon $\langle Re_L \rangle$ con valores dentro del intervalo [540, 760], en una columna de agua de aproximadamente 10.5 cm, donde ocurre un flujo turbulento generado por el rompimiento de olas. Para este trabajo los $Re_{L_{Pu}}(z), Re_{L_{Pu}^2}(z), Re_{L_{Pw}}(z)$ y $Re_{L_{Pw}^2}(z)$ presentaron valores promedio del orden de 10^2 , mientras que los $Re_{L_{Eu}}(z), Re_{L_{Eu}^2}(z), Re_{L_{Ew}}(z)$ y $Re_{L_{Ew}^2}(z)$ valores promedio con órdenes de magnitud de 10, alcanzando valores del orden de 10^2 en las regiones más próximas a la superficie del agua para $\xi > 0.1$.

Aunque en los resultados de los coeficientes de disipación A , obtenidos en el presente trabajo, no se identificó una relación con Re_L y Re_λ (Figura no mostrada), los resultados de los valores de C_ε si determina cierta relación con Re ($C_\varepsilon \sim Re_L^b$).

Al utilizar simulación numérica directa DNS (Direct Numerical Simulations) y simulación numérica de remolinos turbulentos grandes LES (Large Eddy Simulation), en combinación con el cálculo de cerradura correspondiente a una turbulencia isotrópica forzada o en decaimiento, Bos et al. (2007), estimaron coeficientes de disipación, tales que: $10 < C_\varepsilon < 115$ cuando $10^{-1} < Re_L < 10$; $1 < C_\varepsilon < 10$ cuando $1 < Re_L \leq 10$ y $1 < C_\varepsilon < 5$ cuando $10 < Re_L \leq 100$, y determinan que $C_\varepsilon = 20Re_L^{-1}$.

En el presente trabajo, a partir de los valores de $C_\varepsilon(z)$ en función de $Re_L(z)$, se identifica que $C_\varepsilon \sim Re_L^{-1}$. Particularmente, en 62% y 45% de los experimentos se identificó esa relación de manera correlacionada en los valores de $C_{\varepsilon 3}(z)$ con $Re_{L_{Eu}}(z)$ y $Re_{L_{Eu}2}(z)$, respectivamente, en el 46% de los experimentos en los valores de $C_{\varepsilon 3}(z)$ con $Re_{L_{Eu}}(z)$ y en el 61% de los experimentos en los valores de $C_{\varepsilon 3}(z)$ con $Re_{L_{EW2}}(z)$.

En el presente trabajo, se obtiene que el promedio de los exponentes b_{11} , b_{12} y b_{15} es aproximadamente -1 , lo que coincide con lo identificado por autores como Valente y Vassilicos (2012) y Bos et al. (2007) i.e. $C_\varepsilon \sim Re_L^{-1}$. Por su parte, se obtiene que el promedio de los exponentes b_{13} , b_{14} y b_{16} es alrededor de -0.5 .

En 62%, 45%, 51%, 53%, 21% y 41% de los experimentos, los coeficientes de disipación $C_{\varepsilon 1}(z)$, $C_{\varepsilon 2}(z)$, $C_{\varepsilon 3}(z)$, $C_{\varepsilon 4}(z)$, $C_{\varepsilon 5}(z)$ y $C_{\varepsilon 6}(z)$, respectivamente, tienen valores del orden de la unidad ($[0.5, 8.0]$) independientemente del valor de ξ . Esos valores coinciden aproximadamente con lo reportado por Bos et al. (2007) cuando Re_L es lo suficientemente grande. En el otro método de la estimación de coeficientes de disipación (Pearson et al. 2009), en 26%, 21%, 25% y 25% de los experimentos, los coeficientes de disipación $C_{\varepsilon 1P}(z)$, $C_{\varepsilon 2P}(z)$, $C_{\varepsilon 3P}(z)$ y $C_{\varepsilon 4P}(z)$ tuvieron valores dentro del intervalo ($[0.5, 8.0]$), respectivamente.

De manera similar a la relación de $C_\varepsilon(z)$ en función de $Re_L(z)$, se identifica la influencia de $Re_\lambda(z)$ en los coeficientes de disipación $C_\varepsilon(z)$, de manera que en términos del promedio del total de experimentos:

$$\begin{aligned} C_{\varepsilon 1} \sim Re_{\lambda u}^{-0.82 \pm 0.34}; & \quad C_{\varepsilon 1} \sim Re_{\lambda u 2}^{-1.10 \pm 0.50}; & \quad C_{\varepsilon 2} \sim Re_{\lambda u 2}^{-0.64 \pm 0.50}; & \quad C_{\varepsilon 3} \sim Re_{\lambda w}^{-1.30 \pm 1.80}; \\ C_{\varepsilon 3} \sim Re_{\lambda w 2}^{-1.80 \pm 0.80}; & \quad C_{\varepsilon 4} \sim Re_{\lambda w 2}^{-1.10 \pm 0.90}; & \quad C_{\varepsilon 3} \sim Re_{\lambda u}^{-1.40 \pm 0.60}; & \quad C_{\varepsilon 4} \sim Re_{\lambda u}^{-1.00 \pm 0.45}; \\ C_{\varepsilon 5} \sim Re_{\lambda w}^{-0.99 \pm 0.62} & \quad \text{y} & \quad C_{\varepsilon 6} \sim Re_{\lambda u 2}^{-1.00 \pm 0.45}. \end{aligned}$$

Las expresiones anteriores coinciden con lo obtenido por distintos autores e.g. $C_\varepsilon = 18.8Re_\lambda^{-1} = 15 \pm 5$ cuando $1 \leq Re_\lambda \leq 3$ (Sreenivasan, 1984) y $C_\varepsilon = 24Re_\lambda^{-0.8} = 15 \pm 5$ cuando $1 \leq Re_\lambda \leq 2$ (Habchi et al. 2016). En este trabajo, los números de Reynolds (Re_λ) tienen orden de magnitud entre 1 y 10 (valores pequeños). Mansour y Wray (1993), mediante DNS de una turbulencia isotrópica en decaimiento,

obtuvieron valores de Re_λ con órdenes de magnitud entre 1 y 10, aunque no reportan una relación con C_ε . Por otra parte, en trabajos experimentales (turbulencia a través de rejillas cuadradas) como los de Batchelor y Townsend (1948a,b) y Kistler y Vrebalovich (1966), se reportan valores de Re_λ con orden de magnitud de 10 y con valores de C_ε del orden de la unidad, lo que coincide con algunos de los resultados de este trabajo. Los valores de C_ε con orden de magnitud de decena, se asocian con valores pequeños de Re_λ y/o Re_L . A pesar de que la expresión (34) implica que $C_\varepsilon \sim Re_L^{-n_1} \sim Re_\lambda^{-n_2}$, en los experimentos de este trabajo, se identificó que $C_\varepsilon \sim Re_L^{-n_1} \neq Re_\lambda^{-n_2}$, o bien $C_\varepsilon \sim Re_\lambda^{-n_2} \neq Re_L^{-n_1}$.

Capítulo 5. Conclusiones

Existe evidencia suficiente para establecer que el movimiento orbital de las olas que aún no rompen puede generar turbulencia ya sea isotrópica o anisotrópica, independientemente del valor de la pendiente de las olas y de la profundidad. La turbulencia asociada a las olas que aún no rompen puede alcanzar la categoría de turbulencia desarrollada en donde se presenta la Ley de -5/3 de Kolmogorov de manera intermitente. En el presente trabajo, el carácter intermitente en la presencia de la Ley de -5/3 de Kolmogorov (sub-rango inercial) en los $S_{u'u'}(k_1)$ y $S_{w'w'}(k_1)$, puede deberse a que los valores de $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ no son lo suficientemente grandes, al compararlos con el valor crítico establecido por Babanin ($[Re_{wave}(z)]_{2006} = 3000$).

Se sugiere que la pendiente de las olas es un parámetro que se asocia más con las variables que caracterizan a la turbulencia, que la amplitud de las olas. La influencia de la pendiente sobre las variables que caracterizan a la turbulencia es mayor al disminuir la profundidad, y es más notable en la componente u' que en w' .

La producción de energía cinética turbulenta en un fluido bajo condiciones de olas que aún no rompen puede asociarse con el corte vertical de las velocidades orbitales de las olas cuando se propagan en aguas profundas, o bien a una vorticidad que corresponde a un efecto de tercer orden en ξ (Phillips, 1961). Por su parte, en los trabajos de Kantha y Clayson (2004) y Ardhuin y Jenkins (2006), se sugiere que ε puede ser inducida por una interacción entre una turbulencia previamente generada y el corte vertical en la deriva de Stokes. Sin embargo, aún no se determina con certeza el mecanismo o los mecanismos que producen la turbulencia en un movimiento de olas que aún no rompen, por lo que se considera necesario determinarlos en trabajos futuros.

En los espectros de potencia $S_{u'u'}(f, z)$ y $S_{w'w'}(f, z)$ que corresponden con el movimiento turbulento asociado con la presencia de olas que aún no rompen, se identifica el sub-rango inercial de forma intermitente en el tiempo y el espacio, ya sea en una o en ambas componentes de la velocidad (componentes horizontal y vertical). Los espectros tienen las siguientes características:

La ocurrencia del sub-rango inercial en $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$ es independiente de ξ , y de la profundidad z .

El límite superior del sub-rango inercial en el dominio de k_1 , aumenta con los valores de ξ , tanto en los casos de $S_{u'u'}$ como en los de $S_{w'w'}$, con lo que sugiere que el proceso de cascada de energía se extiende hasta remolinos con menores (mayores) escalas al disminuir (aumentar) ξ .

En los casos de los espectros $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$ en donde se identificó el sub-rango inercial, el número de $[Re_{wave}(z)]_{2006}$ es ≤ 2300 , valores que son relativamente menores que el valor crítico de 3000 establecido por Babanin (2006).

Al respecto de variables relevantes para describir diversas características de la turbulencia, las macro-escalas $L_{Eu}(z)$, $L_{Ew}(z)$, $L_{Pu}(z)$ y $L_{Pw}(z)$; la micro-escala $\lambda_{zz}(z)$; la intensidad de las componentes u' y w' ($u'(z)_{rms}$ y $w'(z)_{rms}$); la energía cinética turbulenta $\overline{q^2(z)}/2$; los esfuerzos de Reynolds $\tau_{stress}(z)$; los esfuerzos de Reynolds turbulentos $\tau_t(z) = \overline{\rho u'w'}$ y las razones de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{u'w'}(z)$ y $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)]$ aumentan con ξ .

Se demuestra que la dependencia con ξ y z de esas variables relevantes en el estudio de la turbulencia es:
 $L_{Eu}(z) \sim \xi z^{-0.61 \pm 0.46}$, $L_{Ew}(z) \sim \xi z^{-0.8 \pm 0.5}$, $\lambda_{zz}(z) \sim \xi z^{-0.25 \pm 0.2}$, $u'(z)_{rms} \sim \xi z^{-2 \pm 0.6}$,
 $w'(z)_{rms} \sim \xi z^{-0.9 \pm 0.6}$, $\overline{q^2(z)}/2 \sim \xi z^{-3 \pm 1}$, $\tau_{stress}(z) \sim \xi z^{-4 \pm 2}$, $\tau_t(z) \sim \xi z^{-2.6 \pm 0.7}$, $\varepsilon_{u'}(z) \sim \xi z^{-4.5 \pm 1.5}$,
 $\varepsilon_{u'w'}(z) \sim \xi z^{-3.6 \pm 1.1}$ y $[\varepsilon_{S_{u'u'}}(z)] \sim \xi z^{-1.6 \pm 0.2}$.

La turbulencia inducida por el movimiento de olas que aún no rompen en aguas profundas, puede considerarse como turbulencia “congelada”, pues se observa que $u'(z)_{rms}$, $w'(z)_{rms} \ll U_\mu(z)$.

Se identificó cierta simetría en los remolinos turbulentos de macro-escala en las diversas profundidades en donde se realizaron las mediciones, de tal forma que $L_{Eu}(z)/L_{Ew}(z) = 1 \pm 0.2$, independientemente del valor de ξ . Esta simetría puede asociarse con la presencia de turbulencia isotrópica.

También se identificó la presencia de turbulencia isotrópica mediante $u'(z)_{rms}/w'(z)_{rms} = 1 \pm 0.2$, independiente del valor de ξ .

La principal contribución en los esfuerzos de Reynolds $\tau_{stress}\rho^{-1}$ en presencia de olas, corresponde a los esfuerzos de Reynolds asociados con las velocidades orbitales $\tilde{u}\tilde{w}$.

Los esfuerzos de Reynolds inducidos por el oleaje $\overline{\tilde{u}\tilde{w}}$ son similares o del mismo orden de magnitud que la suma de los esfuerzos de Reynolds turbulentos $\overline{u'w'}$ más los asociados con la modulación de turbulencia por el oleaje $\overline{\tilde{u}w'}$ y $\overline{\tilde{w}u'}$ i.e. $\overline{\tilde{u}w'} + \overline{\tilde{w}u'} + \overline{u'w'}$, independientemente de ξ y de la profundidad.

En prácticamente todos los experimentos se obtiene que la escala vertical $z^+ = (u_*(z) \cdot z)/\nu > 30$, con lo que se sugiere la existencia de una sub-capa inercial en todas las profundidades en donde se realizaron las mediciones. En esa sub-capa el movimiento es turbulento y se sugiere que ε puede representarse adecuadamente mediante la Ley de la Pared ($\varepsilon_{wall}(z)$). Sin embargo, la razón de disipación de la energía cinética turbulenta $\varepsilon(z)$, es al menos un orden de magnitud mayor que la estimación de la razón de disipación de energía cinética turbulenta que se obtiene con la Ley de la pared, lo que implica que la Ley de la pared es inadecuada para describir a ε cuando se trata de olas que aún no rompen.

Al introducir un factor asociado con la energía del oleaje en $\varepsilon_{wall}(z)$ i.e. $\varepsilon_F(z) = \varepsilon_{wall}(z) \times \alpha_F(z)$, los resultados de la estimación de los valores de $\varepsilon(z)$ son similares o al menos de un mismo orden de magnitud que los valores de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u'w'}(z)$. Además, se observa la existencia de un balance o cuasi-balance entre $\int_{z_1}^{z_2} \varepsilon(z) dz$ y un flujo promedio de energía cinética turbulenta en la columna de agua ($\alpha_F u_*^3$), independientemente de ξ .

Las estimaciones de la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u'w'}(z)$ no corresponden con una capa logarítmica típica i.e. $\varepsilon(z) \neq \varepsilon \sim z^{-1}$.

Además de la simetría en los remolinos turbulentos de macro-escala, se identificó cierta isotropía local en la turbulencia de forma que: $\lambda_{xx}(z)/\lambda_{zz}(z) = \sqrt{2} \pm 0.2$, independientemente de z y de ξ .

Con base en una relación de la forma: $\lambda(z)/L(z) \sim Re_L(z)^a$, se determinó que $a \approx -1/2$, lo que establece que $\mathcal{P} = \varepsilon$ o $\mathcal{P} \approx \varepsilon$, independientemente de ξ . Aunque \mathcal{P} y ε estén fuera de balance en algunos casos, presentan al menos un mismo orden de magnitud.

Los valores de $C_\varepsilon(z)$ en función de $Re_L(z)$ y $Re_\lambda(z)$, tienen una relación de la forma $C_\varepsilon(z) \sim Re_L(z)^{-b}$ y $C_\varepsilon(z) \sim Re_\lambda(z)^{-b}$, respectivamente. Con esto se sugiere que los valores de $C_\varepsilon(z)$ corresponden con números $Re_L(z)$ y $Re_\lambda(z)$ relativamente pequeños.

Los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$ son similares a los valores de $[[\varepsilon_{S_{u'}u'}(z)]]$ y $[[\varepsilon_{S_{w'}w'}(z)]]$, respectivamente, mientras que los valores de $\varepsilon_{u'w'}(z)$ son similares o al menos del mismo orden de magnitud que los valores de $[[\varepsilon_{S_{u'}u'}(z)]]$ y $[[\varepsilon_{S_{w'}w'}(z)]]$, con lo que se demuestra que la estimación de ε mediante al menos dos métodos proporciona resultados equivalentes o similares.

Literatura citada

- Anis, A., Moum, J. N., 1995. Surface wave–turbulence interaction: Scaling « (z) near the sea surface. *J. Phys. Oceanogr.*, 25, 2025–2045.
- Antonia, R. A., Person, B. R., 2000. Effect of initial conditions on the mean energy dissipation rate and the scaling exponent. *Phys. Rev. E*.
- Antonia, R. A., Zhou, T., Romano, G. P., 2002. Small-scale turbulence characteristics of two-dimensional bluff body wakes, *J. Fluid Mech.*, 459, 67–92, doi:10.1017/S0022112002007942.
- Ardhuin, F., Jenkins, A. D. 2006. On the interaction of surface waves and upper ocean turbulence, *J. Phys. Oceanogr.*, 36, 551–557, doi:10.1175/JPO2862.1.
- Babanin, A. V., 2006. On a wave-induced turbulence and a wave mixed upper ocean layer. *Geophys. Res. Lett.*, 33, L20605, doi: 10.1029/2006GL027308.
- Babanin, A. V., Chalikov, D., Young, I. R., Savelyev, I., 2007. Predicting the breaking onset of surface water waves. *Geophys. Res. Lett.*, 34, L07605, doi: 10.1029/2006GL029135.
- Babanin, A. V., Haus, B., 2009. On the existence of water turbulence induced by non-breaking surface waves. *J Phys Oceanogr* 39: 2675–2679 (Notes and Correspondence).
- Babanin, A. V., Chalikov, D., 2012. Numerical investigation of turbulence generation in non-breaking potential waves, *J. Geophys. Res.*, 117, C06010, doi: 10.1029/2012JC007929.
- Baines, W. D., Peterson, E.G., 1951. An Investigation of Flow Through Screens, *Trans. of the ASME*, 72, 468–480.
- Batchelor, G. K., Townsend, A. A., 1948a. Decay of isotropic turbulence in the initial period. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 193, 539–558.
- Batchelor, G. K., Townsend, A. A., 1948b. Decay of turbulence in the final period. *Proc. R. Soc. Lond. A*. 194, 527–543.
- Batchelor, G. K., 1953. *The Theory of Homogeneous Turbulence*. Cambridge, UK: Cambridge Univ. Press.
- Battjes, J. A., 1974. Surf similarity, *Proceedings of 14th Coastal Engineering Conference*, Copenhagen, Denmark, American Society of Civil Engineers, New York, 466–480.
- Benilov, A.Y., Filyushkin, B.N., 1970. An Application of Linear Filtration Technique for Analysis of Fluctuations in Sea Surface Layer. *Izvestiya Akademii Nauk Sssr Fizika Atmosfery I Okeana*. 6(8), 810–819.
- Beyá, J. F., Peirson, W. L., Banner, M. L., 2012. Turbulence beneath finite amplitude water waves. *Experiments in Fluids*. 52, 1319–1330.
- Bricker, J. D., Monismith, S. G., 2007. Spectral wave-turbulence decomposition, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 24(8), 1479–1487.
- Bos, W. J. T., Clark, T. T., Rubinstein, R., 2007. Small scale response and modeling of periodically forced turbulence.
- Burattini, P., Lavoie, P., Antonia, R. A., 2005. On the normalized turbulent energy dissipation rate. *Phys. Fluids*. 17, 098103.
- Cao, N., Chen, S., Doolen, G. D., 1999. Statistics and structures of pressure in isotropic turbulence. *Phys. Fluids*. 11, 2235–2250.
- Cavaleri, L., Zecchetto, S., 1987. Reynolds stresses under wind waves, *J. Geophys. Res.*, 92, 3894–3904.

- Craig, P. D., Banner, M. L., 1994. Modeling wave-enhanced turbulence in the ocean surface layer. *J. Phys. Oceanogr.*, 24, 2546–2559.
- Csanady, G. T., 1973. *Turbulent Diffusion in the Environment*, D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, Holland.
- Csanady, G. T., 1984. *Circulation in the Coastal Ocean*. Reidel, Dordrecht, 279.
- Curran, J. C., Tan, L., 2014. The effect of cluster morphology on the turbulent flows over an armored gravel bed surface. *J. Hydro-environ. Res.*, 8(2), 129–142.
- Dai, D., Qiao, F., Sulisz, W., Han, L., Babanin A. V., 2010. An experiment on the nonbreaking surface-wave induced vertical mixing, *J. Phys. Oceanogr.*, 40, 2180–2188.
- Dean, R., Dalrymple, R., 1991. *Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists*. World Scientific.
- Fang, G., Ichiye, T., 1983. On the vertical structure of tidal currents in a homogeneous sea, *Geophys. J. R. Astron. Soc.*, 73, 65 – 82.
- Frisch, U., 1995. *Turbulence: The Legacy of A. N. Kolmogorov*. Cambridge University Press.
- Gad-El-Hak, M., Corrsin, S., 1974. Measurements of the nearly isotropic turbulence behind a uniform jet grid. *Journal of Fluid Mechanics*. 62(1), 115-143. doi:10.1017/S0022112074000607.
- George, R., Flick RE., Guza, RT., 1994. Observations of Turbulence in the Surf Zone. *Journal of Geophysical Research-Oceans*. 99, 801-810.
- Gerbi, G. P., Trowbridge, J. H., Edson, J. B., Plueddemann A. J., Terray E. A., Fredericks J. J., 2008. Measurements of momentum and heat transfer across the air–sea interface. *J. Phys. Oceanogr.*, 38, 1054–1072.
- Gemrich, J., 2010. Strong turbulence in the wave crest region, *J. Phys. Oceanogr.*, 40, 583–595, doi:10.1175/2009JPO4179.1.
- Goda, Y., Suzuki Y., 1976. Estimation of Incident and Reflected Waves in Random Wave Experiment. *Proceedings of the Fifteenth International Conference on Coastal Engineering, ASCE, Hawaii*, 628–650.
- Goldstein, H., 1980. *Classical mechanics*, (2nd ed.). Addison-Wesley, Reading.
- Grant, H., Stewart, R., Moilliet, A., 1962. Turbulence spectra from a tidal channel. *Journal of Fluid Mechanics*, 12(2), 241-268. doi:10.1017/S002211206200018X.
- Grant, H. L., Williams, A. J., Glenn, S. M., 1984. Bottom stress estimates and their prediction on the northern California shelf during CODE-1: The importance of wave–current interaction. *J. Phys. Oceanogr.*, 14, 506–527.
- Green, S. R., 1992. Modelling turbulent air flow in a stand of widely-spaced trees, PHOENICS. *J. Comput. Fluid Dyn. Appl.* 5, 294–312.
- Habchi, C., Lemenand, T., Della Valle, D., 2016. Turbulence statistics downstream of a vorticity generator at low Reynolds numbers. 28, 105106-9. DOI: 10.1063/1.4964924.
- Hashimoto, N., Nagai, T., Asai, T., 1993. Modification of the extended maximum entropy principle for estimating directional spectrum in incident and reflected wave field. *Rept. Of P.H.R.I.* 32(4), 25-47.
- Hinze, J. O., 1959. *Turbulence: An Introduction to Its Mechanism and Theory*. McGraw-Hill, 153.
- Hinze, J. O., 1975. *Turbulence*. McGraw-Hill, 790.
- Huntley, D. A., Hazen, D. G., 1988. Seabed stresses in combined wave and steady flow conditions on the Nova Scotia continental shelf: Field measurements and predictions. *J. Phys. Oceanogr.*, 18, 347–362.

- Jiang, J. Y., Street, R. L. Street, 1991. Modulated flows beneath wind-ruffled, mechanically-generated water waves. *J. Geophys. Res.*, 96, 2711–2721.
- Jimenez, J., Wray, A. A., Saffman, P. G., Rogallo, R. S., 1993. The structure of intense vorticity in isotropic turbulence. *J. Fluid Mech.* 255(4), 65–90.
- Jones, N. L., Monismith, S. G., 2008. The influence of whitecapping waves on the vertical structure of turbulence in a shallow estuarine embayment, *J. Phys. Oceanogr.*, 38, 1563–1580, doi:10.1175/2007JPO3766.1.
- Kantha, L. H., Clayson, C. A., 2004. On the effect of surface gravity waves on mixing in the oceanic mixed layer. *Ocean Modell*, 6, 101–124.
- Kinsman, B., 1965. *Wind Waves: Their Generation and Propagation on the Ocean Surface*. Blair Kinsman. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J.
- Kirincich, A. R., Lentz, S. J., Barth, J. A., 2009. Wave-driven inner-shelf motions in the Oregon coast, *Journal of Physical Oceanography*, 39 (11), 2942-2956.
- Kistler, A. L., Vrebalovich, T., 1966. Grid turbulence at large Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.* 26, 37–47.
- Kolmogorov, A. N., 1941. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large Reynolds number. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 30, 9–13.
- Kukulka, T., Plueddemann, A. J., Trowbridge, J. H., Sullivan, P. P., 2009. Significance of Langmuir circulation in upper ocean mixing: Comparison of observations and simulations. *Geophys. Res. Lett.*, 36, L10603, doi: 10.1029/2009GL037620.
- Kukulka, T., Plueddemann, A. J., Trowbridge, J. H., Sullivan, P. P., 2010. Rapid mixed layer deepening by the combination of Langmuir and shear instabilities: A case study, *J. Phys. Oceanogr.*, 40, 2381–2400.
- Lacey, R. W. J., Roy, A. G., 2007. A comparative study of the turbulent flow field with and without a pebble cluster in a gravel bed river, *Water Resour. Res.*, 43, W05502, doi: 10.1029/2006WR005027.
- Lesieur, M., 1997. *Turbulence in Fluids*. Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Landau LD., Lifschitz, EM., 1976. *Mechanics*, (3rd ed.). Pergamon Press, Oxford.
- Li, M., Garrett, C., 1997. Mixed layer deepening due to Langmuir circulation, *J. Phys. Oceanogr.*, 27, 121–132.
- Liu, Z., Wei, H., 2007. Estimation to the turbulent kinetic energy dissipation rate and bottom shear stress in the tidal bottom boundary layer of the Yellow Sea. *Progress in Natural Science*. 17, 289–297. doi: 10.1080/10020070612331343260.
- Lin, C.Y., Huang, C. J., 2004. Decomposition of Incident and Reflected Higher Harmonic Waves Using Four Wave Gages. *Coastal Engineering*, 51, 395-406.
- Longo, S., 2010. Experiments on turbulence beneath a free surface in a stationary field generated by a Crump weir: free surface characteristics and the relevant scales. *Experiments in Fluids* 49, 1325–1338.
- Longo, S., Liang D., Chiapponi L., Aguilera Jiménez L., 2012. Turbulent flow structure in experimental laboratory wind-generated gravity waves. *Coastal Engineering*, 64, 1–15.
- Lumley, J. L., Terray, E. A., 1983. Kinematics of turbulence convected by a random wave field. *J. Phys. Oceanogr.*, 13, 2000–2007.
- Mansard, E. P. D., Funke, E. R., 1980. The Measurement of Incident and Reflected Spectra Using a Least Squares Method. *Proc. 17th ICCE, Sydney, Australia*, 1, 154- 172.

- Martin, V., Fisher, T., Millar, R., Quick, M., 2002. ADV data analysis for turbulent flows: Low correlation problem. Proc., EWRI and IAHR Int. Conf. on Hydraulic Measurements and Experimental Methods, ASCE, Reston, VA, 101.
- Mazellier, N., Vassilicos, J. C., 2008. The turbulence dissipation constant is not universal because of its universal dependence on large-scale flow topology. *Phys. Fluids* 20:015101.
- Mellor, G., Durbin, P., 1975. The structure and dynamics of the ocean surface mixed layer. *J. Phys. Oceanogr.*, 5, 718–728.
- Mydlarski, L., Warhaft, Z., 1996. On the onset of high-Reynolds-number grid-generated wind tunnel turbulence. *J. Fluid Mech.*, 320, 331–368.
- Monin, A. S., Ozmidov, R. V., 1985. *Turbulence in the ocean*. D. Reidel Publ. Co., Dordrecht.
- Noh, Y., Min H., Min Raasch, S., 2004. Large eddy simulation of the ocean mixed layer: The effects of wave breaking and Langmuir circulation. *J. Phys. Oceanogr.*, 34, 720–735, doi:10.1175/1520-0485(2004)034, 0720: LESOTO.2.0.CO; 2.
- Pasquill, F., 1974. *Atmospheric Diffusion: The Dispersion of Windborne Material from Industrial and other Sources*, 2nd ed., D. Van Nostrand Company, Ltd., London.
- Pearson, B. R., Krogstad, P.-A., van de Water, W., 2002. Measurements of the turbulent energy dissipation rate. *Phys. Fluids*. 14, 1288–1290.
- Peregrine, D. H., & Svendsen, I. A. (1978). Spilling breakers, bores, and hydraulic jumps. In *Coastal Engineering 1978* (pp. 540-550).
- Phillips, O. M., 1957. On the generation of waves by turbulent wind. *J. Fluid Mech.*, 2, 417–445.
- Phillips, O. M., 1961. A note on the turbulence generated by gravity waves. *J. Geophys. Res.*, 66, 2889–2893.
- Pope, S. B., 2000. *Turbulent Flows*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
- Qiao, F., Yuan, Y., Yang, Y., Zheng, Q., Xia, C., Ma, J., 2004. Wave-induced mixing in the upper ocean: distribution and application to a global ocean circulation model. *Geophys. Res. Lett.* 31, L11303, doi:10.1029/2004GL019824.
- Qiao, F., Yuan, Y., Deng, J., Dai, D., Song, Z., 2016. Wave-turbulence interaction-induced vertical mixing and its effects in ocean and climate models. *Phil. Trans. R. Soc. A.* 374: 20150201. doi:10.1098/rsta.2015.0201.
- Rapp, R. J., Melville, W. K., 1990. Laboratory measurements of deep water breaking waves. *Philos. Trans. R. Soc. Lond. A*, 331, 735–780.
- Reynolds, O., 1883. An experimental investigation of the circumstances which determine whether the motion of water shall be direct or sinuous, and of the law of resistance in parallel channels. *Philos. Trans. Roy. Soc. London*, 174, 935–982.
- Rhman, M., 1995. *Water Waves: Relating Modern Theory to Advanced Engineering Applications (The Institute of Mathematics and its Applications Monograph Series)*.
- Saveliev, I. B., Maxeiner, E., Chalikov, D., 2012. Turbulence production by nonbreaking waves: Laboratory and numerical simulations, *J. Geophys. Res.*, 117, C00J13, doi: 10.1029/2012JC007928.
- Shaw, W. J., Trowbridge, J. H., 2001. The direct estimation of near-bottom turbulent fluxes in the presence of energetic wave motions. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 18, 1540–1557.
- Sreenivasan, K. R., 1984. On the scaling of the turbulence energy dissipation rate. *Physics of Fluids*, 27(5), 1048-1051.

- Stewart, R. W., Townsend, A. A., 1950. Similarity and Self-reservation in Isotropic Turbulence. *Townsend Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences.* 243(867), 359-386.
- Taylor, G. I., 1935a. The Spectrum of Turbulence. *Proceedings of the Royal Society of London, A* 164, 476-490.
- Taylor, G. I., 1935b. "Statistical theory of turbulence," *Proc. R. Soc. London, Ser. A* 151, 421.
- Taylor, G. I., 1938. Some Recent Developments in the Study of Turbulence. *Proceedings of the Fifth International Congress on Applied Mechanics, Cambridge Mass.,* edited by J.P. Den Hartog and H. Peters, John Wiley, New York, 294–310.
- Tennekes, H., Lumley, J. L., 1982. *A First Course in Turbulence*, (2nd ed.). MIT Press.
- Terray, E. A., Bliven, L.B. 1985. The vertical structure of turbulence beneath gently breaking wind waves. Toba Y. & Mitsuyasu H. (eds.), *The ocean surface.* D.Reidel Publishing Company, 395–400.
- Terray, E. A., Donelan, M. A., Agrawal, Y. C., Drennan, W. M., Kahma, K. K., Williams, A. J., Hwang, P. A., Kitaigorodskii, S. A., 1996. Estimates of kinetic energy dissipation under breaking waves, *J. Phys. Oceanogr.*, 26(5), 792–807.
- Thornton, E. B., 1979. Energetics of breaking waves within the surf zone. *Journal of Geophysical Research* 84, 4931–4938.
- Townsend, A. A., 1976. *The Structure of Turbulent Shear Flow*, (2nd ed.). Cambridge. Cambridge University Press. 1976. 429 S., £ 15.50 A. Cambridge Monographs on Mechanics and Appl. Mathematics.
- Tsai Wu-ting, Chen Shi-ming, Lu Guan-hung, 2015. Numerical Evidence of Turbulence Generated by Nonbreaking Surface Waves. *J. Phys. Oceanogr.*, 45, 174–180.
- Valente, P. C., Vassilicos, J. C., 2012. Universal dissipation scaling for nonequilibrium turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 108(214503).
- Veron, F., Melville, W. K., 1999. Pulse-to-Pulse Coherent Doppler Measurements of Waves and Turbulence. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 16, 1580–1597.
- Veron, F., Melville, W. K., Lenain, L., 2009. Measurements of ocean surface turbulence and wave-turbulence interactions, *J. Phys. Oceanogr.*, 39, 2310–2323, doi:10.1175/2009JPO4019.1.
- Wang, D., Large, W. G., McWilliams, J. C., 1996. Large-eddy simulation of the equatorial ocean boundary layer: Diurnal cycling, eddy viscosity, and horizontal rotation. *J. Geophys. Res.*, 101, 3649–3662.
- Yefimov, V. V., Khristoforov, G. N., 1971. Spectra and statistical relations between the velocity fluctuations in the upper layer of the sea and surface waves, *Izv. Acad. Sci. USSR Atmos. Oceanic Phys.*, Engl. Transl., 7, 1290–1310.
- Yeung, P. K., Zhou, Y., 1997. "Universality of the Kolmogorov constant in numerical simulations of turbulence," *Phys. Rev. E* 56, 1746.
- Young, I. R., Babanin, A.V., 2006. Spectral distribution of energy dissipation of wind-generated waves due to dominant wave breaking, *J. Phys. Oceanogr.*, 36, 376–394.
- Zedel, L., Hay, A. E., Cabrera, R., Lohrmann, A., 1996. Performance of a single beam, pulse-to-pulse Coherent Doppler Profiler, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 21, 290 – 297.

Apéndice

I. Ángulos de Euler.

Los ángulos de Euler representan un determinado posicionamiento en un marco de referencia espacial.

A partir de los ángulos de Euler (ángulos de rotación) obtenidos con base en las series de las componentes de la velocidad $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$, se construyeron matrices de rotación de coordenadas, con las cuales se corrigió la orientación e inclinación (rotación de ejes coordenados) en el posicionamiento del sensor durante los experimentos.

La rotación de ejes coordenados mediante ángulos de Euler (rotación de Euler), se obtiene al realizar el producto de tres rotaciones elementales o principales. Existen 12 diferentes tipos de convención de ejes en las rotaciones elementales (24 sí se consideran rotaciones anti-horarias), las cuales conforman a su vez una determinada convención de ejes de rotación y ángulos de Euler.

La convención de ejes de rotación z, y' , y z' (rotaciones intrínsecas) que particularmente emplea la ley de la mano derecha (rotaciones en sentido anti-horario o levógiro) y que fue implementada en este trabajo, es comúnmente conocida como la convención y ó $3, 2$ y 3 , que corresponde con la convención de ángulos de Euler ϕ, θ y ψ . Sin embargo, dependiendo de la perspectiva en la orientación, la convención de ejes $3, 2$ y 3 puede considerarse la convención $3, 1$ y 3 (Landau y Lifschitz, 1976; y Goldstein, 1980).

En este trabajo, la convención de ejes de rotación $3, 2$ y 3 i.e. convención de ángulos de Euler ϕ, θ y ψ , corresponde con un posicionamiento en dirección a la de la propagación de las olas.

Las rotaciones intrínsecas son aquellas en las cuales los ejes de rotación en el sistema coordenado x, y y z , cambian en cada rotación elemental. En este trabajo, el eje x corresponde con la dirección de propagación de las olas, el eje y es la dirección horizontal y ortogonal a la dirección de la propagación de las olas y el eje z es la dirección vertical y ortogonal con los ejes x y y . Por su parte, el eje y' corresponde con el eje y una vez realizada una rotación (rotación elemental) con respecto al eje z , mientras que el eje z' corresponde con el eje z una vez realizada dos rotaciones elementales con respecto a los ejes z y y' .

Se define $u(t, z)_0, v(t, z)_0$ y $w(t, z)_0$, como las componentes de la velocidad previas a cualquier rotación elemental.

Se calculó el ángulo de Euler $\phi(z)$ como:

$$\phi(z) = \text{atan2} \left(\overline{v(z)_0}, \sqrt{u(z)_0^2} \right) \quad (\text{i})$$

donde $\phi(z)$ es el ángulo de Euler que corresponde con la orientación del sensor, $\overline{v(z)_0}$ es el promedio temporal de $v(t, z)_0$, $\sqrt{u(z)_0^2}$ es la raíz cuadrática media de $u(t, z)_0$ y atan2 es la función trigonométrica arco-tangente que considera dos argumentos para determinar el cuadrante adecuado en el cálculo del ángulo $\phi(z)$.

La función atan2 es definida con respecto a la función \arctan como:

$$\text{atan2}(x, y) = \begin{cases} \arctan(x/y) & x > 0 \\ \pi + \arctan(x/y) & y \geq 0, x < 0 \\ -\pi + \arctan(x/y) & y < 0, x < 0 \\ \frac{\pi}{2} & y > 0, x = 0 \\ -\frac{\pi}{2} & y < 0, x = 0 \end{cases} \quad (\text{ii})$$

donde \arctan es la función arco-tangente.

La primera rotacional elemental se define como:

$$\begin{bmatrix} u(t, z)_1 \\ v(t, z)_1 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} = M_z(z) \begin{bmatrix} u(t, z)_0 \\ v(t, z)_0 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \phi(z) & \sin \phi(z) & 0 \\ -\sin \phi(z) & \cos \phi(z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t, z)_0 \\ v(t, z)_0 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} \quad (\text{iii})$$

donde $M_z(z)$ es la matriz de rotación elemental que considera la dirección z como eje de rotación, $u(t, z)_1$ y $v(t, z)_1$ son las componentes horizontales de la velocidad obtenidas a partir de la primera rotación elemental (iii), \cos y \sin son las funciones trigonométricas coseno y seno, respectivamente.

El ángulo $\theta(z)$ se calcula como:

$$\theta(z) = \text{atan2}(\overline{w(z)_0}, \overline{u(z)_1}) \quad (\text{iv})$$

siendo $\theta(z)$ el ángulo de Euler que corresponde con la inclinación en el posicionamiento del sensor, $\overline{w(z)_0}$ es el promedio temporal de $w(t, z)_0$ y $\overline{u(z)_1}$ es el promedio temporal de $u(t, z)_1$.

La segunda rotación elemental se expresa como:

$$\begin{bmatrix} u(t, z)_2 \\ v(t, z)_1 \\ w(t, z)_1 \end{bmatrix} = M_{y'}(z) \begin{bmatrix} u(t, z)_1 \\ v(t, z)_1 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta(z) & 0 & \sin \theta(z) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta(z) & 0 & \cos \theta(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t, z)_1 \\ v(t, z)_1 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} \quad (\text{v})$$

donde $M_{y'}(z)$ es la matriz de rotación elemental que considera la dirección y' como eje de rotación, $u(t, z)_2$ y $w(t, z)_1$ son las componentes horizontal y vertical de la velocidad obtenidas a partir de la segunda rotación elemental (v).

El ángulo de Euler $\psi(z)$ se calcula como:

$$\psi(z) = \text{atan2}(\overline{v(z)_1}, \overline{u(z)_2}) \quad (\text{vi})$$

siendo $\psi(z)$ el ángulo relativo a la precesión en el posicionamiento del sensor, $\overline{v(z)_1}$ el promedio temporal de la componente $v(t, z)_1$ y $\overline{u(z)_2}$ el promedio temporal de la componente $u(t, z)_2$.

Una vez calculado $\psi(z)$, se construyó la tercera matriz de rotación elemental que considera a la dirección z' como eje de rotación:

$$M_{z'}(z) = \begin{bmatrix} \cos \psi(z) & \sin \psi(z) & 0 \\ -\sin \psi(z) & \cos \psi(z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (\text{vii})$$

En la Figura 59, se ejemplifica la secuencia de las tres rotaciones elementales intrínsecas relativas a las matrices $M_z(z)$, $M_{y'}(z)$ y $M_{z'}(z)$, las cuales corresponden a su vez con la convención de ejes z , y' y z' , y con la convención de ángulos de Euler ϕ , θ , y ψ .

Los ángulos de Euler variaron en función de z y por caso experimental. En la Figura 60, se presentan los valores de: a) $\phi(z/H)$, b) $\theta(z/H)$ y c) $\psi(z/H)$ de todo los experimentos en función de la profundidad z

normalizada con la altura de las olas H . Se observa que los valores de cada uno de los ángulos de Euler varían con respecto a z . También se presentan sus respectivos histogramas (Figura 60d, e y f).

La variación en función de z en los valores de $\phi(z)$, $\theta(z)$ y $\psi(z)$, se atribuye al corte en la vertical en las componentes de la velocidad. Por otra parte, la falta de similitud entre cada uno de los perfiles verticales de los ángulos de Euler, es asociada con la variación en las características de las olas en cada experimento (frecuencia y amplitud), y también con el hecho de que el total de experimentos fue completado en varias sesiones experimentales, por lo que el posicionamiento del sensor varió ligeramente en cada sesión experimental. Adicionalmente, en algunas de las sesiones experimentales el sensor se montó y desmontó más de una vez.

En la Figura 60a, se observa que la mayoría de los valores de $\phi(z/H)$ (97.7% de los valores) oscilan entre $\pm 10^\circ$ en toda z/H , y que los experimentos que corresponden con las olas con mayor ξ son los que tienen una mayor tendencia hacia valores cercanos a cero grados. Por su parte, los valores de $\theta(z/H)$, tienen tendencia a agruparse en valores de 170° y -170° (Figura 60b) para todo valor de ξ y z/H . Con respecto $\psi(z/H)$, sus valores oscilaron entre $\pm 50^\circ$ para toda ξ y z/H (ver Figura 59c).

Los histogramas de los valores de $\phi(z)$ y $\psi(z)$ (Figura 60d y f), tienen una tendencia central hacia valores cercanos a cero grados (distribución uni-modal). Particularmente, los valores de $\phi(z)$ tiene una tendencia hacia un valor promedio $m = -0.31^\circ \pm 3.3^\circ$, que sugiere una pequeña desviación en el sensor con respecto al eje x (Figura 60a), mientras que los valores de $\psi(z)$ tienen una tendencia central hacia un valor promedio $m = -2.29^\circ \pm 25.5^\circ$, lo que sugiere un pequeño desplazamiento de precesión. Con respecto al histograma de los valores de $\theta(z)$ (Figura 60e), este presenta tendencias hacia valores de -175° y 175° (distribución bi-modal) y sus respectivos ángulos suplementarios son $\theta_2(z) = \pm 5^\circ$ sugieren una leve inclinación en el posicionamiento del sensor.

La matriz de rotación $M(z)$, es obtenida como el producto de las 3 matrices de rotación elemental:

$$M(z) = \begin{bmatrix} m_{1,1}(z) & m_{1,2}(z) & m_{1,3}(z) \\ m_{2,1}(z) & m_{2,2}(z) & m_{2,3}(z) \\ m_{3,1}(z) & m_{3,2}(z) & m_{3,3}(z) \end{bmatrix} = M_{z'}(z)M_{y'}(z)M_z(z) \quad (\text{viii})$$

donde:

$$m_{1,1}(z) = \cos \phi(z) \cos \theta(z) \cos \psi(z) - \sin \phi(z) \sin \psi(z).$$

$$m_{1,2}(z) = \sin \phi(z) \cos \theta(z) \cos \psi(z) + \cos \phi(z) \sin \psi(z).$$

$$m_{1,3}(z) = \sin \theta(z) \cos \psi(z).$$

$$m_{2,1}(z) = -(\cos \phi(z) \cos \theta(z) \sin \psi(z) + \sin \phi(z) \cos \psi(z)).$$

$$m_{2,2}(z) = \cos \phi(z) \cos \psi(z) - \sin \phi(z) \cos \theta(z) \sin \psi(z).$$

$$m_{2,3}(z) = -\sin \theta(z) \sin \psi(z).$$

$$m_{3,1}(z) = -\cos \phi(z) \sin \theta(z).$$

$$m_{3,2}(z) = -\sin \phi(z) \sin \theta(z).$$

$$m_{3,3}(z) = \cos \theta(z).$$

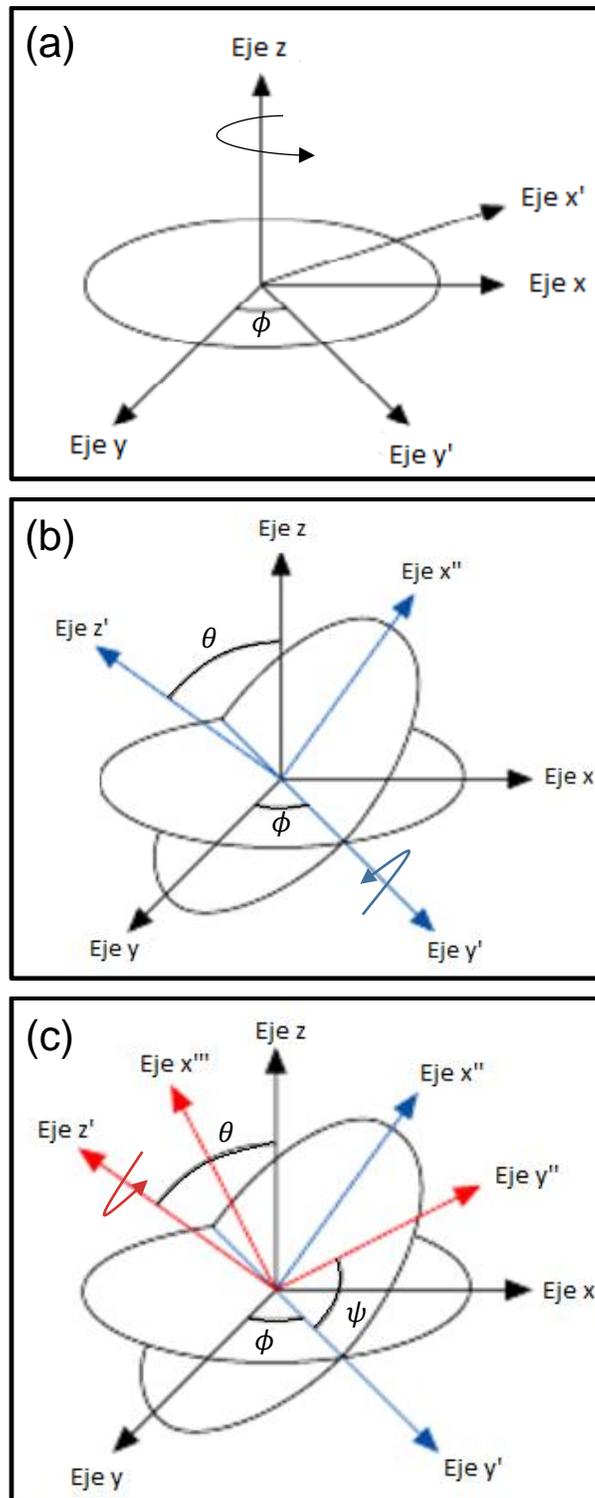


Figura 59. Secuencia de rotaciones elementales y convención de ángulos de Euler ϕ , θ y ψ (rotaciones intrínsecas): a) primera rotación elemental con respecto al eje z; b) segunda rotación elemental con respecto al eje y' ; c) tercera rotación elemental con respecto al eje z' .

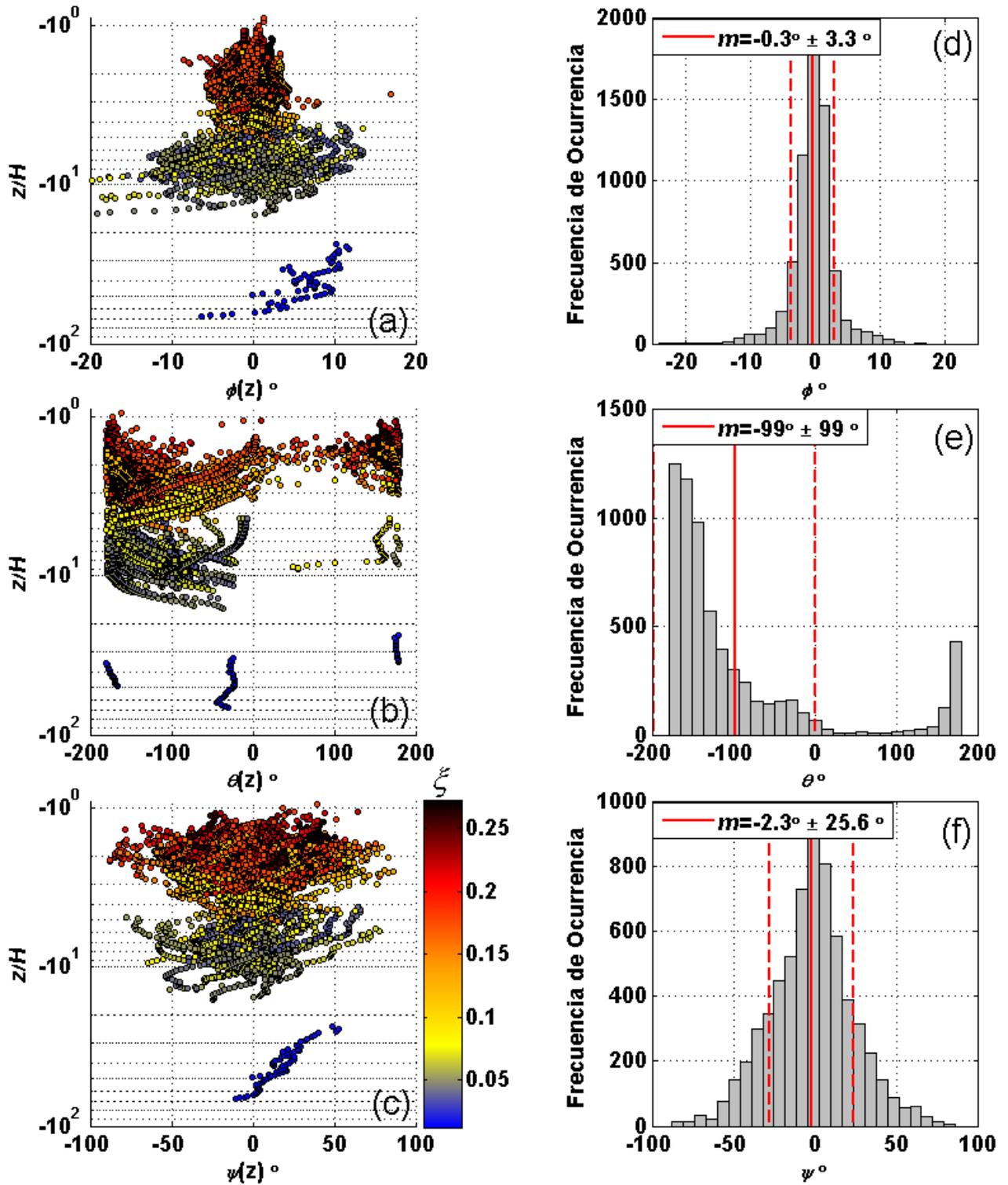


Figura 60. Resultados de los ángulos de Euler correspondientes con la matriz de rotación $M(z)$. Particularmente: perfiles verticales e histogramas de $\phi(z/H)$, (a y d), $\theta(z/H)$ (b y e) y $\psi(z/H)$ (c y f). El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z se normaliza con respecto a la altura H . Las líneas rojas señalan el valor medio m y las líneas rojas segmentadas $m \pm 1$ desviaciones estándar.

Cada matriz $M(z)$ correspondiente con cada experimento, satisface las propiedades de una matriz de rotación, e.g.

$$\det(M(z)) = \det(M(z)^T) = 1 \quad (\text{ix})$$

siendo $M(z) \neq M(z)^T$.

$$M(z)^T = M(z)^{-1} \quad (\text{x})$$

$$\therefore \det(M(z)) = \det(M(z)^T) = \det(M(z)^{-1}) = 1 \quad (\text{xi})$$

donde \det es el determinante de una matriz, $M(z)^T$ es la transpuesta de la matriz $M(z)$ y $M(z)^{-1}$ es la inversa de la matriz $M(z)$. Las matrices $M_x(z)$, $M_y(z)$ y $M_z(z)$ también cumplen con las propiedades (ix), (x) y (xi). Las matrices que satisfacen esas propiedades se les conocen como grupo especial ortogonal de grado tres.

La rotación de Euler (rotación de ejes) se obtiene al realizar el producto de la matriz $M(z)$ con la matriz columna conformada por las componentes $u(t, z)_0$, $v(t, z)_0$ y $w(t, z)_0$:

$$\begin{bmatrix} u(t, z) \\ v(t, z) \\ w(t, z) \end{bmatrix} = M(z) \begin{bmatrix} u(t, z)_0 \\ v(t, z)_0 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} \quad (\text{xii})$$

donde $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$ son las componentes de velocidad con orientación, inclinación y precesión corregida i.e. ejes rotados.

En la Figura 61, se presentan los promedios temporales: a) $\overline{u(z)_0}$, b) $\overline{v(z)_0}$ y c) $\overline{w(z)_0}$, en donde puede apreciarse sus cortes en la vertical, así como la dirección y sentido del flujo medido por el sensor (previo a una corrección en el posicionamiento de su montaje). Se observó una tendencia de flujo negativo en dirección horizontal y vertical de las olas (dirección x y z), con valores máximos de -0.03 m/s y -0.01 m/s, respectivamente. Con respecto a $\overline{v(z)_0}$, sus valores oscilaron generalmente entre ± 0.005 m/s.

En la Figura 61, también se presentan los promedios temporales de las componentes: a) $\overline{u(z)}$, $\overline{v(z)}$ y c) $\overline{w(z)}$. Los promedios temporales $\overline{v(z)}$ y $\overline{w(z)}$ son iguales a cero (Figura 61e y f), por su parte el promedio temporal $\overline{u(z)}$, (Figura 59d) fué siempre mayor que cero ($\overline{u(z)} > 0$), sugiriendo un flujo en dirección paralela a la dirección de la propagación de las olas. De acuerdo con la teoría de olas, las olas presentan un único flujo en dirección paralela a la de su propagación (dirección x) i.e. la deriva de Stokes.

La rotación de Euler no afecto la magnitud de la velocidad asociada al movimiento de las olas, puesto que los valores de las diferencias $U_{\mu}(z)_0 - U_{\mu}(z) \leq 10^{-3}$ m/s, donde $U_{\mu}(z)$ es la magnitud del vector de velocidad con componentes $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$, y $U_{\mu}(z)_0$ es la magnitud del vector de velocidad con componentes $u(t, z)_0$, $v(t, z)_0$ y $w(t, z)_0$.

En la Figura 62 se presentan los perfiles verticales: a) $U_{\mu}(z/H)$ y b) $U_{\mu}(z/H)_0$, en donde por inspección visual el comportamiento de $U_{\mu}(z/H)$ y $U_{\mu}(z/H)_0$ es identificado como idéntico. Los coeficientes de correlación entre $U_{\mu}(z/H)$ y $U_{\mu}(z/H)_0$ presentaron valores de $R^2 = 0.99$. Se establece que la rotación de los ejes coordenados no afecto los valores de la magnitud de velocidad $U_{\mu}(z/H)_0$, ni tampoco su comportamiento en función de z . En la Figura 62 se presenta el histograma de los valores de las diferencias $U_{\mu}(z)_0 - U_{\mu}(z)$, que tienen valor promedio $m = 1.42 \times 10^{-4} \pm 3.31 \times 10^{-4}$ m/s y valores máximos del orden de 10^{-3} m/s.

En este trabajo, en el cálculo de $\phi(z)$ se utilizó $\sqrt{u(z)_0^2}$ en lugar de $\overline{u(z)_0}$, como uno de los dos argumentos en la función atan2 (expresión ii), obteniendo valores de ángulos de Euler $\phi(z)$ y $\theta(z)$ (orientación e inclinación) congruentes con el posicionamiento observado en el montaje del sensor durante la realización de los experimentos.

El ángulo de Euler que corresponde con la orientación del sensor $\phi_*(z)$, el cual considera $\overline{u(z)_0}$ como uno de los dos argumentos en la función atan2 en su cálculo, e.g. $\phi_*(z) = \text{atan2}(\overline{v(z)_0}, \overline{u(z)_0})$, tiene una distribución bi-modal con tendencia hacia valores iguales a 175° y -175° (Figura 63a y d). Los ángulos suplementarios $\phi_{*2}(z) = \pm 5^\circ$, sugieren una orientación congruente con el posicionamiento observado en el sensor (una pequeña desviación con respecto al eje x) y coincidente con la orientación sugerida por los ángulos $\phi(z)$.

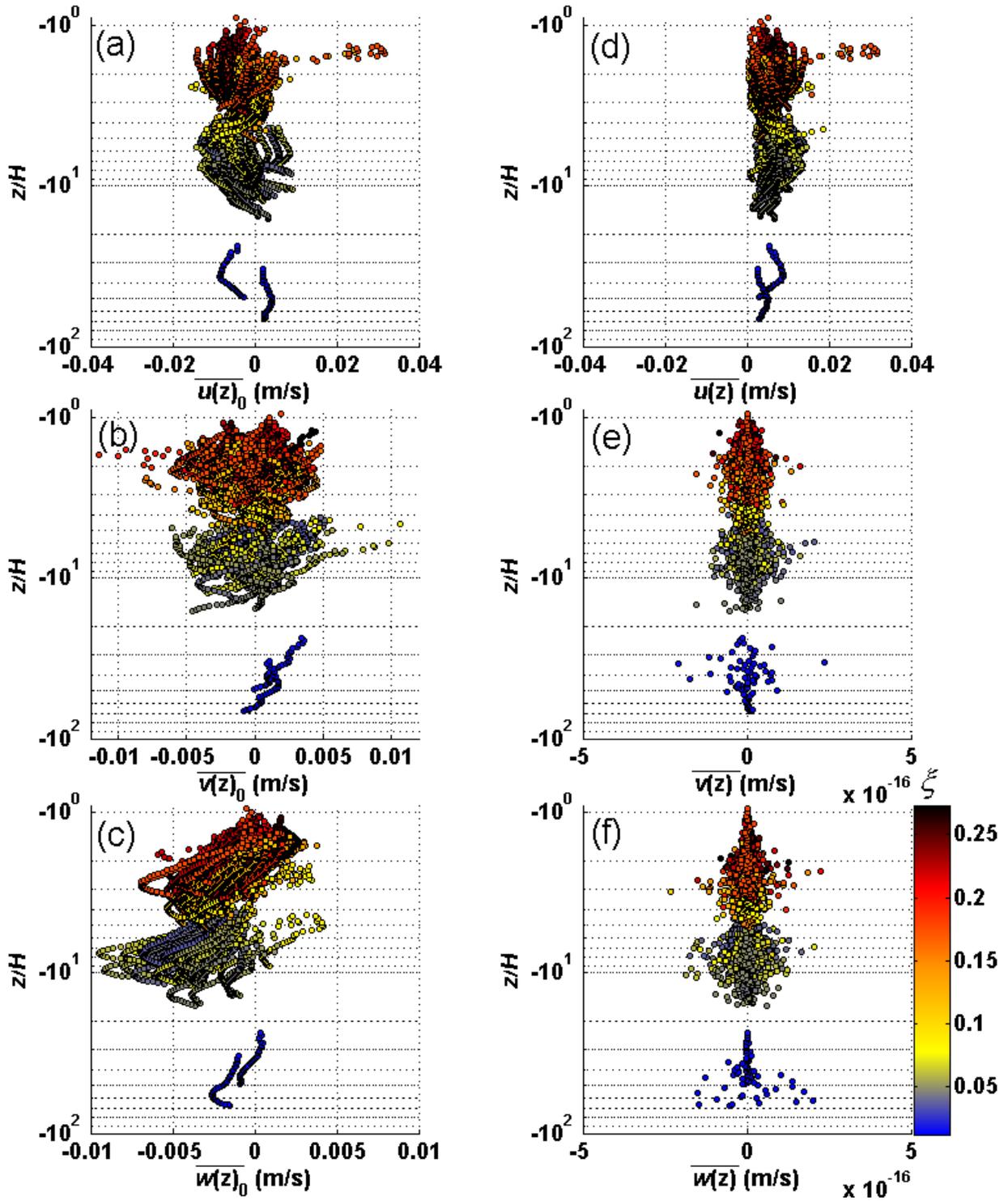


Figura 61. Perfiles verticales de la media temporal de las componentes de la velocidad con ejes rotados y sin rotar. Particularmente: a) $\overline{u(z)_0}$, b) $\overline{v(z)_0}$, c) $\overline{w(z)_0}$, d) $\overline{u(z)}$, e) $\overline{v(z)}$ y f) $\overline{w(z)}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z es normalizada con respecto a la altura H de las olas.

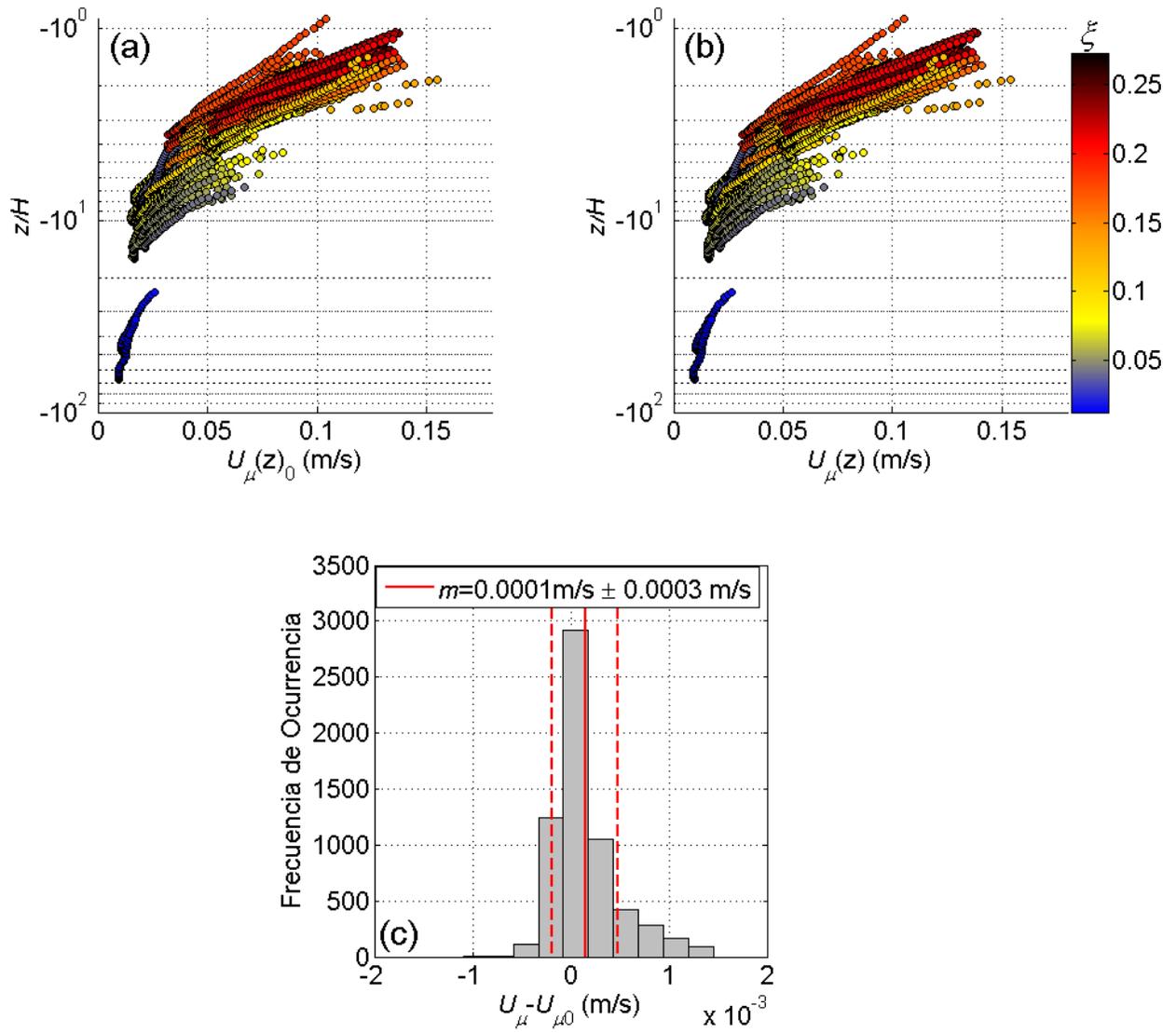


Figura 62. Resultados de la magnitud de la velocidad con ejes rotados y sin rotar. Particularmente: perfiles verticales a) $U_{\mu}(z/H)_0$ y b) $U_{\mu}(z/H)$, e histograma de las diferencias $U_{\mu}(z) - U_{\mu}(z)_0$. El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z se normaliza con respecto a la altura H de las olas. La línea roja señala el valor del promedio m y las líneas rojas segmentadas el valor $m \pm 1$ desviación estándar.

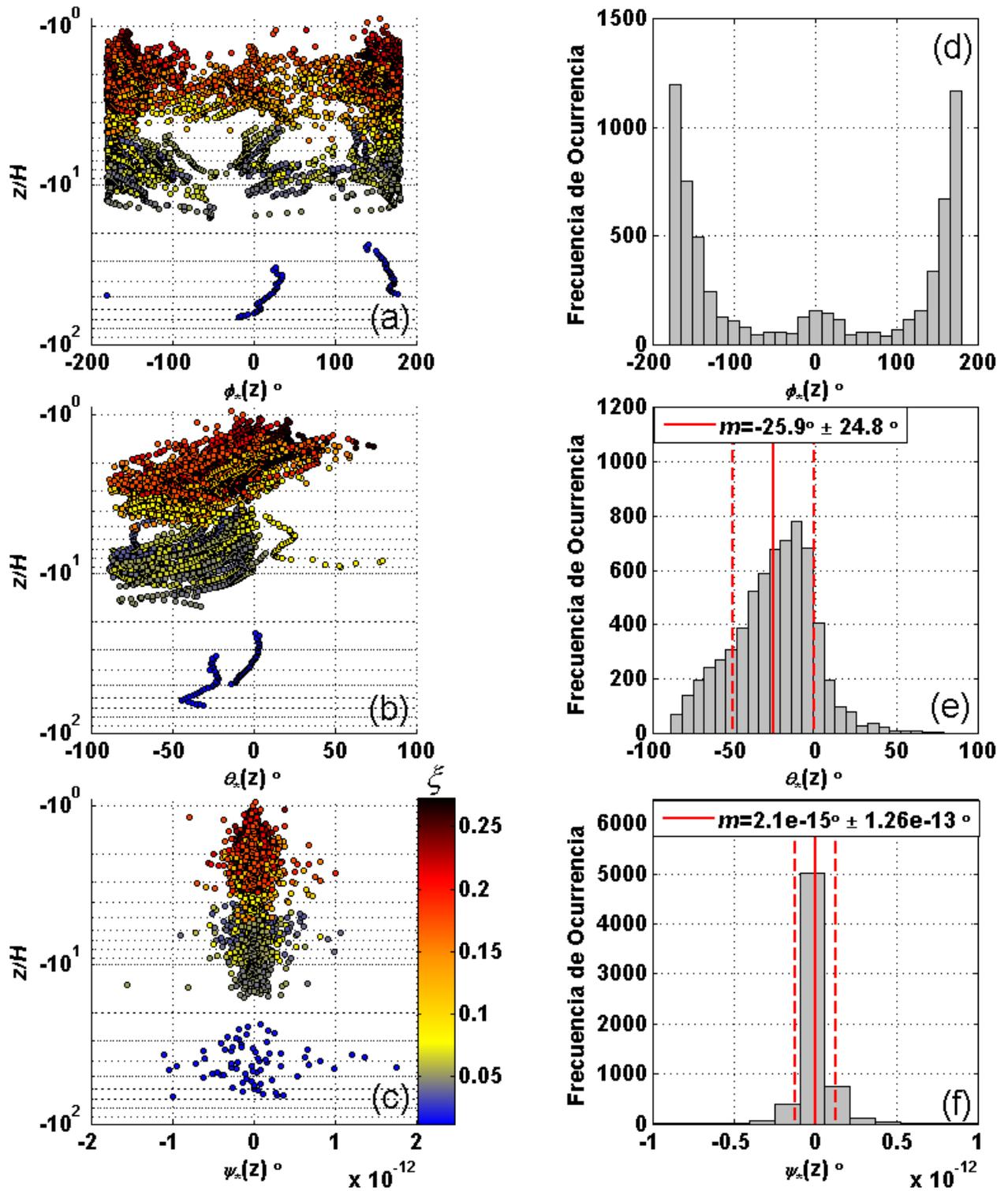


Figura 63. Resultados de los ángulos de Euler correspondientes con la matriz de rotación $G(z)$. Particularmente: perfiles verticales e histogramas de $\phi_*(z/H)$ (a y d), $\theta_*(z/H)$ (b y e) y $\psi_*(z/H)$ (c y f). El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z se normaliza con respecto a la altura H . Las líneas rojas señalan el valor medio m y las líneas rojas segmentadas $m \pm 1$ desviaciones estándar.

Considerando las componentes de velocidad que son obtenidas a partir de una primera rotación elemental (ver expresión i) que considera $\phi_*(z)$, se calcularon los ángulos $\theta_*(z)$ (análogos a $\theta(z)$), cuyos valores sugieren una inclinación poco realista en términos comparativos con los valores de $\theta(z)$. Los valores del ángulo $\theta_*(z)$ tienen una distribución de frecuencia uni-modal y un valor promedio $m = -25.92^\circ \pm 24.79^\circ$ (Figura 63b y e). Los valores de los ángulos $\psi_*(z)$ (análogos a $\psi(z)$) obtenidos a partir de las componentes de velocidad que corresponden con una segunda rotación elemental que considera a $\theta_*(z)$, fueron siempre iguales a cero grados, implicando la ausencia de un desplazamiento de precesión en el sensor (Figura 63c y f).

Los valores de los ángulos de Euler $\theta(z)$ y $\psi(z)$ difieren considerablemente de los valores de los ángulos de Euler $\theta_*(z)$ y $\psi_*(z)$, respectivamente.

Con base en los ángulos de Euler $\phi_*(z)$, $\theta_*(z)$ y $\psi_*(z)$, se calcularon las componentes $u(t, z)_*$, $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$ (componentes con ejes rotados) mediante la matriz de rotación $G(z)$ como:

$$\begin{bmatrix} u(t, z)_* \\ v(t, z)_* \\ w(t, z)_* \end{bmatrix} = G(z) \begin{bmatrix} u(t, z)_0 \\ v(t, z)_0 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{1,1}(z) & g_{1,2}(z) & g_{1,3}(z) \\ g_{2,1}(z) & g_{2,2}(z) & g_{2,3}(z) \\ g_{3,1}(z) & g_{3,2}(z) & g_{3,3}(z) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u(t, z)_0 \\ v(t, z)_0 \\ w(t, z)_0 \end{bmatrix} \quad (\text{xiii}),$$

donde:

$$g_{1,1}(z) = \cos \phi_*(z) \cos \theta_*(z) \cos \psi_*(z) - \sin \phi_*(z) \sin \psi_*(z),$$

$$g_{1,2}(z) = \sin \phi_*(z) \cos \theta_*(z) \cos \psi_*(z) + \cos \phi_*(z) \sin \psi_*(z),$$

$$g_{1,3}(z) = \sin \theta_*(z) \cos \psi_*(z),$$

$$g_{2,1}(z) = -(\cos \phi_*(z) \cos \theta_*(z) \sin \psi_*(z) + \sin \phi_*(z) \cos \psi_*(z)),$$

$$g_{2,2}(z) = \cos \phi_*(z) \cos \psi_*(z) - \sin \phi_*(z) \cos \theta_*(z) \sin \psi_*(z),$$

$$g_{2,3}(z) = -\sin \theta_*(z) \sin \psi_*(z),$$

$$g_{3,1}(z) = -\cos \phi_*(z) \sin \theta_*(z),$$

$$g_{3,2}(z) = -\sin \phi_*(z) \sin \theta_*(z),$$

$$g_{3,3}(z) = \cos \theta_*(z)$$

La matriz $G(z)$ también satisface las propiedades de una matriz de rotación (ver expresiones ix, x y xi).

Las diferencias entre las componentes de velocidad $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$ con las componentes de velocidad $u(t, z)_*$, $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$, respectivamente, son mínimas (Figura 64a, b y c). Particularmente, en la Figura 64a, se presenta la distribución de la frecuencia de ocurrencia de las diferencias $u(t, z) - u(t, z)_*$, cuyos valores son generalmente de un orden de magnitud de 10^{-16} m/s, con un valor promedio $m = 1.8 \times 10^{-20}$ m/s $\pm 1.72 \times 10^{-16}$ m/s, lo que implica que:

$$\begin{pmatrix} m_{1,1} \\ m_{1,2} \\ m_{1,3} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} g_{1,1} \\ g_{1,2} \\ g_{1,3} \end{pmatrix}^T \quad (\text{xiv}).$$

Se calcularon los coeficientes de determinación entre las componentes velocidad $u(t, z)$, $v(t, z)$ y $w(t, z)$ con las componentes de velocidad $u(t, z)_*$, $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$, respectivamente, encontrando que su comportamiento es correlacionado (Figura 64d e y f).

Puesto que $u(t, z) = u(t, z)_*$, sus coeficientes de determinación son $R^2(z) = 1$ en todos los experimentos (Figura 64d) y $\overline{u(z)} = \overline{u(z)_*} > 0$ (Figura 65a). Con respecto a los valores de los coeficientes de determinación entre las componentes de velocidad restantes ($v(t, z)$ y $v(t, z)_*$; $w(t, z)$ y $w(t, z)_*$), sus distribuciones de frecuencia de ocurrencia son bi-modales (Figura 64e y f) con tendencia hacia valores de $R^2(z) = \pm 1$, particularmente una mayor tendencia hacia valores de $R^2(z) = -1$, lo que sugiere que entre las componentes $v(t, z)$ y $w(t, z)$ con las componentes $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$, respectivamente, existe una relación inversa i.e. que al aumentar (disminuir) $v(t, z)$ y $w(t, z)$ las componentes $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$ disminuyen (aumentan), respectivamente. Si $R^2(z) < 0$, las diferencias entre las componentes son $v(t, z) + v(t, z)_*$ y $w(t, z) + w(t, z)_*$ y viceversa.

En la Figura 64a y c, se presenta la distribución de frecuencia de ocurrencia (histograma) del total de observaciones de $v(t, z) \pm v(t, z)_*$ y $w(t, z) \pm w(t, z)_*$, respectivamente. Las diferencias $v(t, z) \pm v(t, z)_*$ tienen un valor promedio $m = 6.02 \times 10^{-16}$ m/s ± 0.01 m/s, y las diferencias $w(t, z) \pm w(t, z)_*$ un valor promedio $m = -9.6 \times 10^{-6}$ m/s ± 0.0008 m/s.

Los histogramas de las diferencias $u(t, z) - u(t, z)_*$, $v(t, z) \pm v(t, z)_*$ y $w(t, z) \pm w(t, z)_*$, son simétricos y leptocurticos, puesto que tienen sesgos con valores de 1×10^{-3} , 1×10^{-2} y 5×10^{-3} y curtosis con valores de 5.27, 7.65 y 11.37, respectivamente. Las diferencias entre las componentes de velocidad son

en igual cantidad tanto positivas como negativas y sus valores son altamente concentrados alrededor de un valor promedio del orden de 10^{-6} m/s.

El promedio temporal de las componentes $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$ es cero i.e. $\overline{v(z)_*} = \overline{w(z)_*} = 0$ (Figura 65e y f). Así, $\overline{v(z)_*} = \overline{w(z)_*} = \overline{v(z)} = \overline{w(z)} = 0$.

Se calculó la magnitud de la velocidad $U_\mu(z)_*$ considerando las componentes de velocidad $u(t, z)_*$, $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$. En la Figura 66a, se presentan los perfiles verticales $U_\mu(z/H)_*$ de todos los experimentos, en donde por inspección visual su comportamiento es encontrado idéntico con el de $U_\mu(z/H)$ y $U_\mu(z/H)_0$ (Figura 62a y b), lo que es corroborado al calcular coeficientes de determinación $R^2 = 1$ de $U_\mu(z/H)_*$ con respecto $U_\mu(z/H)$, en cada uno de los experimentos realizados. En la Figura 66b, se presenta la distribución de frecuencia de ocurrencia de las diferencias $U_\mu(z) - U_\mu(z)_*$, en la cual se observan valores con órdenes de magnitud de 10^{-16} m/s con un valor promedio $m = 2.5 \times 10^{-19}$ m/s $\pm 1 \times 10^{-16}$ m/s. Así, los valores de la magnitud de la velocidad $U_\mu(z)$ que es conformada por las componentes de velocidad relativas a los ejes rotados mediante la matriz $G(z)$ ($u(t, z)_*$, $v(t, z)_*$ y $w(t, z)_*$), son idénticos a los valores de la magnitud de la velocidad calculada a partir de las componentes de velocidad relativas a los ejes rotados mediante la matriz $M(z)$. Por tanto, ambas rotaciones ($M(z)$ y $G(z)$), no afectan el comportamiento ni los valores de $U_\mu(z)_0$.

De acuerdo con el teorema de rotación de Euler, una rotación de ejes coordenados en el espacio tridimensional, puede ser descrita por una rotación a lo largo de un eje hipotético con un determinado ángulo. Dicho en otras palabras, el teorema de rotación de Euler, establece que el desplazamiento de un cuerpo o fluido con respecto a un punto fijo en el espacio, corresponde con una rotación alrededor de un eje denotado por un vector de posicionamiento \vec{v} y un ángulo Φ que rota en sentido horario respecto a dicho vector de posicionamiento. En la Figura 67, se presenta el esquema del vector de posicionamiento \vec{v} (eje de orientación rotacional) y el ángulo rotatorio Φ .

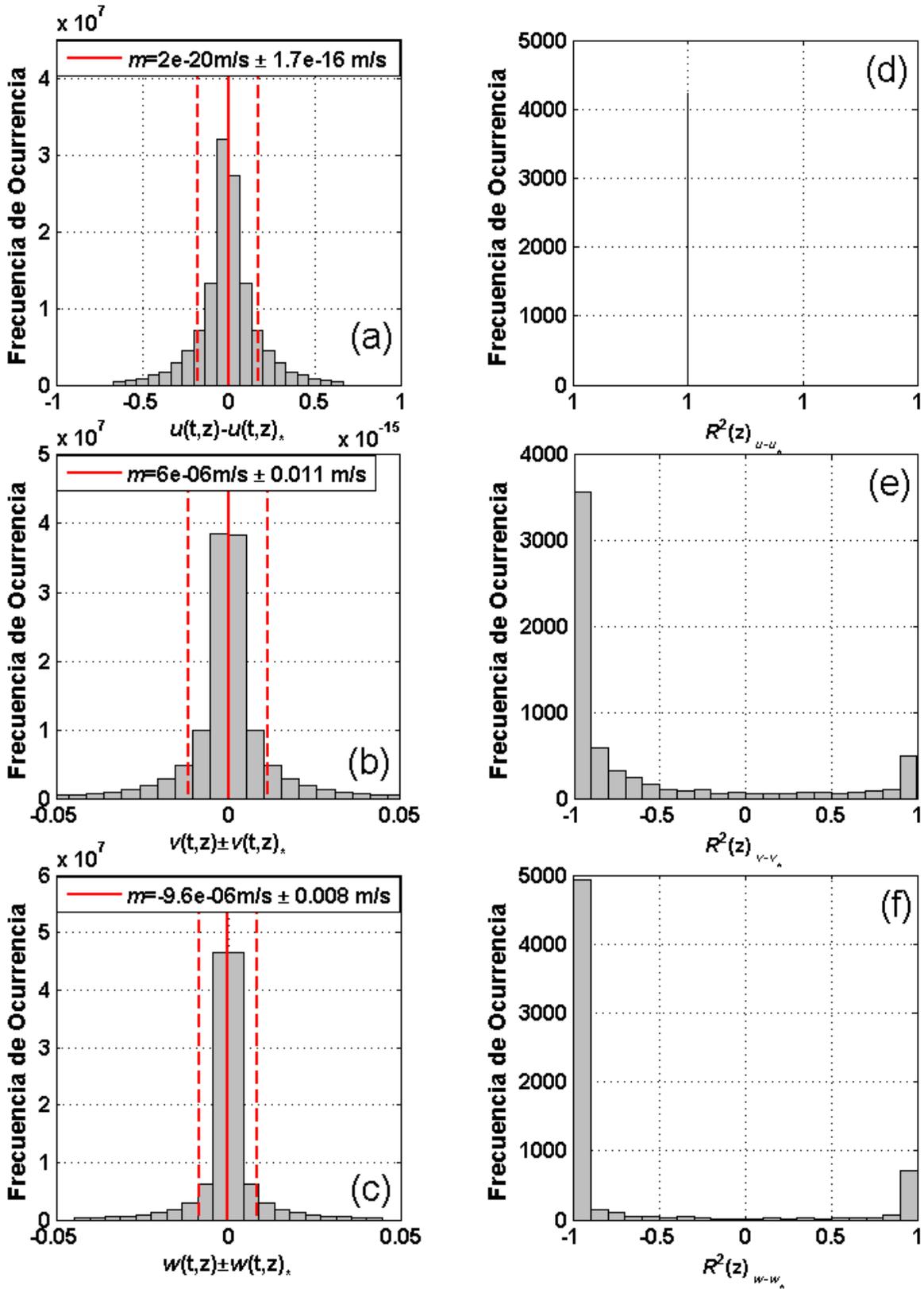


Figura 64. Histogramas de las diferencias entre las componentes de velocidad rotadas mediante la matriz de rotación $M(z)$ y $G(z)$. Particularmente: a) $u(t,z) - u(t,z)_*$, b) $v(t,z) - v(t,z)_*$ y c) $w(t,z) - w(t,z)_*$; y los coeficientes de determinación d) $R^2(z)_{u-u_*}$, e) $R^2(z)_{v-v_*}$ y f) $R^2(z)_{w-w_*}$.

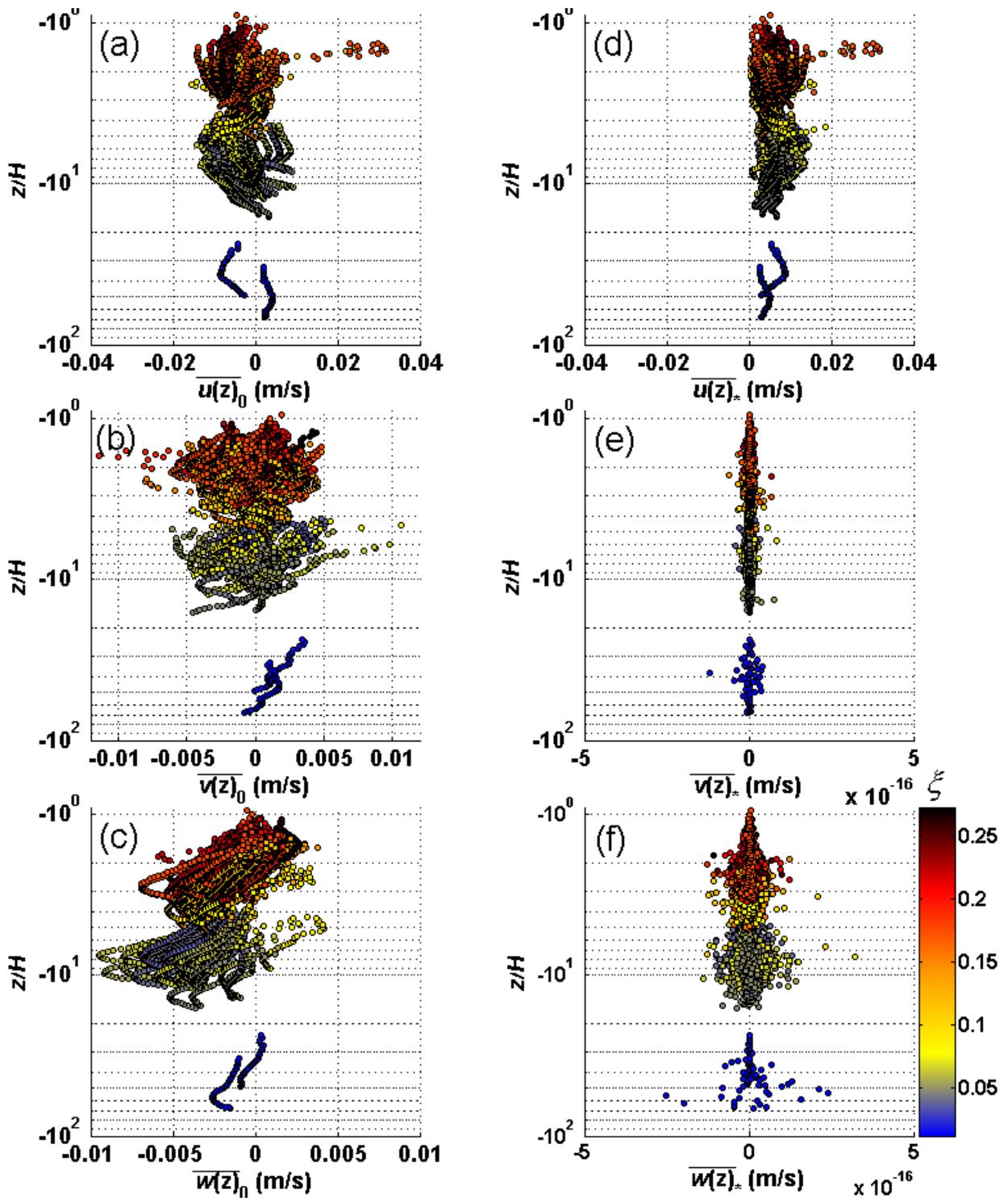


Figura 65. Perfiles verticales de la media temporal de las componentes de la velocidad con ejes rotados y sin rotar. Particularmente: a) $\overline{u(z)_0}$, b) $\overline{v(z)_0}$, c) $\overline{w(z)_0}$, d) $\overline{u(z)_*}$, e) $\overline{v(z)_*}$ y f) $\overline{w(z)_*}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ y la profundidad z es normalizada con respecto a la altura H de las olas.

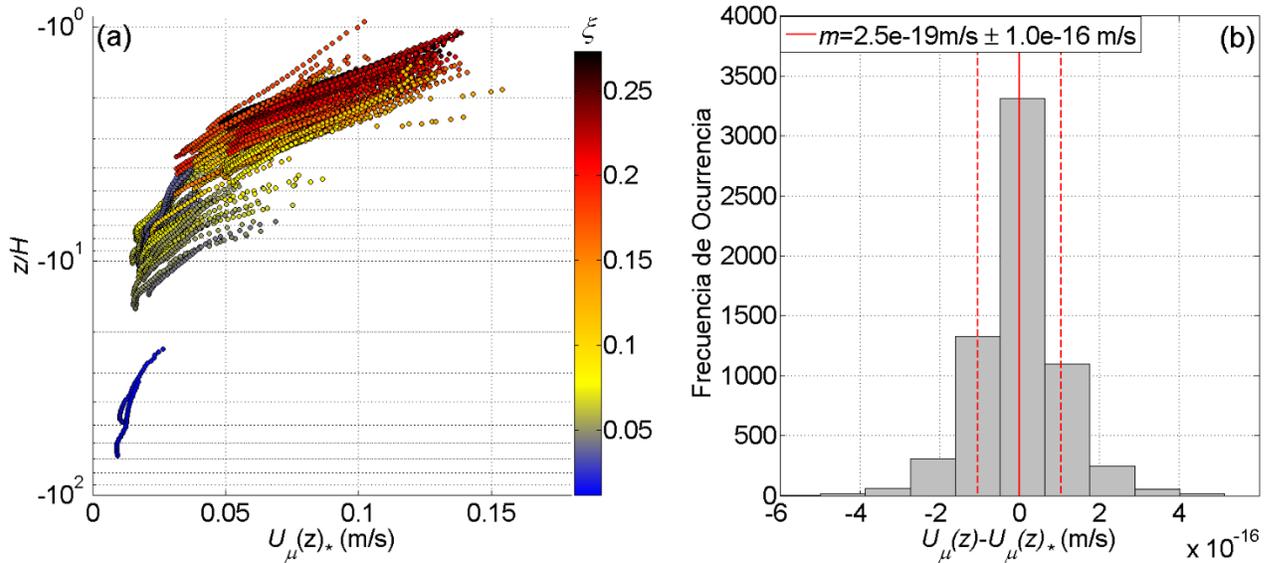


Figura 66. Resultados de las observaciones de velocidad $U_\mu(z)_*$. Particularmente: a) perfiles verticales de $U_\mu(z)_*$ en función de la escala adimensional z/H e b) histograma de las diferencias $U_\mu(z) - U_\mu(z)_*$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , La línea de color rojo señala el valor promedio m y las líneas de color rojo segmentadas al valor promedio $m \pm 1$ desviación estándar.

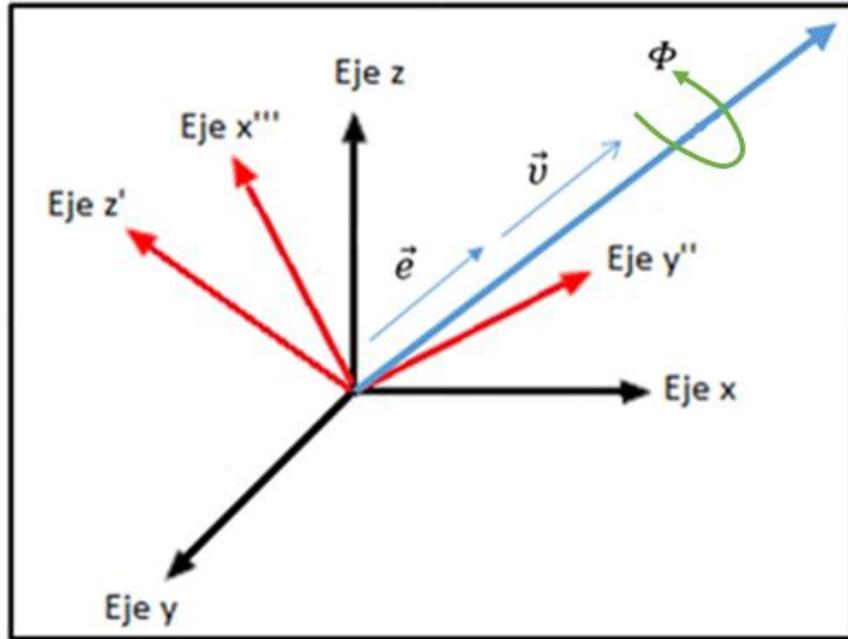


Figura 67. Representación gráfica de los parámetros de Euler en términos de \vec{e} y Φ con respecto al sistema coordenado $x''' - y'' - z'$.

Dada una matriz de rotación e.g. $M(z)$, el ángulo Φ es calculado como:

$$\Phi(z) = \arccos\left(\frac{1}{2}(\text{tr}(M(z)) - 1)\right) \quad (\text{xv})$$

donde \arccos es la función arco-coseno y $\text{tr}(M(z))$ es la traza de la matriz $M(z)$ i.e.

$$\text{tr}(M(z)) = m_{1,1}(z) + m_{2,2}(z) + m_{3,3}(z) \quad (\text{xvi})$$

De acuerdo con Euler, el ángulo $\Phi(z)$ siempre se encuentra dentro del rango $0^\circ \leq \Phi(z) \leq 180^\circ$.

A partir del ángulo $\Phi(z)$, es posible obtener un sistema de rotación de coordenadas, definidas de la forma:

$$e_0(z) = \cos\frac{\Phi(z)}{2} \quad (\text{xvii})$$

y:

$$\vec{e}(z) = \begin{pmatrix} e_1(z) \\ e_2(z) \\ e_3(z) \end{pmatrix} = \frac{1}{2\sin\Phi(z)} \vec{v}(z)^T = \frac{1}{2\sin\Phi(z)} \begin{pmatrix} m_{2,3}(z) - m_{3,2}(z) \\ m_{3,1}(z) - m_{1,3}(z) \\ m_{1,2}(z) - m_{2,1}(z) \end{pmatrix}^T \quad (\text{xviii}).$$

En donde $\vec{e}(z)$, corresponde con un vector normal unitario al plano x''' , y'' y z' , por lo cual cumple con la propiedad:

$$\vec{e}(z) \vec{e}(z)^T = e_1(z)^2 + e_2(z)^2 + e_3(z)^2 = 1 \quad (\text{ix})$$

donde $\vec{e}(z)^T$ es la transpuesta del vector $\vec{e}(z)$. Considerando $\Phi(z)$ y $\vec{e}(z)$ se obtiene el escalar:

$$\beta_0(z) = e_0(z) \quad (\text{xx})$$

y el vector:

$$\vec{\beta}(z) = \begin{pmatrix} \beta_1(z) \\ \beta_2(z) \\ \beta_3(z) \end{pmatrix} = \sin\frac{\Phi(z)}{2} \begin{pmatrix} e_1(z) \\ e_2(z) \\ e_3(z) \end{pmatrix} \quad (\text{xxi})$$

en donde el conjunto de términos $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ y β_3 son los parámetros de Euler, que al ser expresados en su forma vectorial (cuaternion) cumplen con la propiedad:

$$\mathbf{P}(z)\mathbf{P}(z)^T = 1 \quad (\text{xxii})$$

donde:

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} \beta_0(z) \\ \vec{\beta}(z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta_0(z) \\ \beta_1(z) \\ \beta_2(z) \\ \beta_3(z) \end{bmatrix}$$

La propiedad geométrica anterior corresponde al radio unitario de una esfera. Así, cualquier rotación descrita mediante los parámetros de Euler describe una trayectoria sobre la superficie de una esfera unitaria. La propiedad geométrica (xxii), es encontrada para toda $\mathbf{P}(z)$ en los experimentos.

Cada una de los componentes de la matriz de rotación $M(z)$, puede ser expresada en términos de los parámetros de Euler como:

$$\begin{aligned} m_{1,1}(z) &= \beta_0(z)^2 + \beta_1(z)^2 - \beta_2(z)^2 - \beta_3(z)^2 = \\ &\quad \cos \phi(z) \cos \theta(z) \cos \psi(z) - \sin \phi(z) \sin \psi(z). \\ m_{1,2}(z) &= 2(\beta_1\beta_2 + \beta_0\beta_3) = \\ &\quad \sin \phi(z) \cos \theta(z) \cos \psi(z) + \cos \phi(z) \sin \psi(z). \\ m_{1,3}(z) &= 2(\beta_1\beta_3 - \beta_0\beta_2) = \\ &\quad \sin \theta(z) \cos \psi(z). \\ m_{2,1}(z) &= 2(\beta_1\beta_2 - \beta_0\beta_3) = \\ &\quad -(\cos \phi(z) \cos \theta(z) \sin \psi(z) + \sin \phi(z) \cos \psi(z)). \\ m_{2,2}(z) &= \beta_0^2 - \beta_1^2 + \beta_2^2 - \beta_3^2 = \\ &\quad \cos \phi(z) \cos \psi(z) - \sin \phi(z) \cos \theta(z) \sin \psi(z). \\ m_{2,3}(z) &= 2(\beta_2\beta_3 + \beta_0\beta_1) = -\sin \theta(z) \sin \psi(z). \\ m_{3,1}(z) &= 2(\beta_1\beta_3 - \beta_0\beta_2) = -\cos \phi(z) \sin \theta(z). \\ m_{3,2}(z) &= 2(\beta_2\beta_3 - \beta_0\beta_1) = -\sin \phi(z) \sin \theta(z). \\ m_{3,3}(z) &= \beta_0^2 - \beta_1^2 - \beta_2^2 + \beta_3^2 = \cos \theta(z). \end{aligned} \quad (\text{xxiii})$$

Las relaciones (xxiii), fueron comprobadas para toda matriz $M(z)$ de cada uno de los experimentos.

A partir de la matriz $G(z)$ y del ángulo $\Phi_*(z) = \arccos\left(\frac{1}{2}(\text{tr}(G(z)) - 1)\right)$, se calcularon los parámetros de Euler $\beta_{0*}, \beta_{1*}, \beta_{2*}$ y β_{3*} , donde al compararlos con los parámetros de Euler $\beta_0, \beta_1, \beta_2$ y β_3 se corroboró la igualdad (xiv) i.e.

$$\begin{pmatrix} m_{1,1} \\ m_{1,2} \\ m_{1,3} \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \beta_0^2 + \beta_1^2 - \beta_2^2 - \beta_3^2 \\ 2(\beta_1\beta_2 + \beta_0\beta_3) \\ 2(\beta_1\beta_3 + \beta_0\beta_2) \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \beta_{0*}^2 + \beta_{1*}^2 - \beta_{2*}^2 - \beta_{3*}^2 \\ 2(\beta_{1*}\beta_{2*} + \beta_{0*}\beta_{3*}) \\ 2(\beta_{1*}\beta_{3*} + \beta_{0*}\beta_{2*}) \end{pmatrix}^T \quad (\text{xxiv})$$

Los parámetros de Euler $\beta_{0*}, \beta_{1*}, \beta_{2*}$ y β_{3*} , en su forma vectorial $\mathbf{P}(z)_*$, también cumplieron con la propiedad (xxii) para todos los experimentos.

En la Figura 68, se presentan los valores de a) $\Phi(z/H)$ y b) $\Phi_*(z/H)$, en donde por inspección visual su comportamiento en función de z/H es encontrado similar. Tanto los valores de $\Phi(z)$ como los de $\Phi_*(z)$ estuvieron entre 0° y 180° , cumpliendo con la restricción establecida por Euler.

En la Figura 68c, se presenta el histograma de las diferencias $\Phi(z) - \Phi(z)_*$, identificando una distribución uni-modal con tendencia hacia un valor promedio $m = -3.04^\circ \pm 22^\circ$.

En la Figura 68d, se presenta el histograma de los coeficientes de determinación entre $\Phi(z)$ y $\Phi(z)_*$. Se distinguen valores entre ± 1 con una distribución uni-modal, donde dicha moda corresponde con valores de $R^2 = 0.95$. El 45% de los experimentos presentaron valores absolutos de correlación $|R^2| \geq 0.75$.

En ciertos casos experimentales los vectores de posicionamiento $\vec{v} = (2\sin\Phi(z))^{-1}(m_{2,3}(z) - m_{3,2}(z), m_{3,1}(z) - m_{1,3}(z), m_{1,2}(z) - m_{2,1}(z))$ y $\vec{v}_* = (2\sin\Phi_*(z))^{-1}(g_{2,3}(z) - g_{3,2}(z), g_{3,1}(z) - g_{1,3}(z), g_{1,2}(z) - g_{2,1}(z))$ rotan respecto a ángulos con valores aproximadamente iguales i.e. $\Phi(z) \approx \Phi(z)_*$ y que su comportamiento en función de z es correlacionado.

Se concluye que es indistinto considerar la matriz $M(z)$ o $G(z)$ en la rotación de ejes de las componentes de la velocidad $u(t, z)_0, v(t, z)_0$ y $w(t, z)_0$. Sin embargo, en este trabajo se empleó la matriz $M(z)$, ya que los valores de los ángulos de Euler que conforman esa matriz son más congruentes con el posicionamiento observado en el sensor, en comparación con los valores de los ángulos de Euler que considera la matriz $G(z)$.

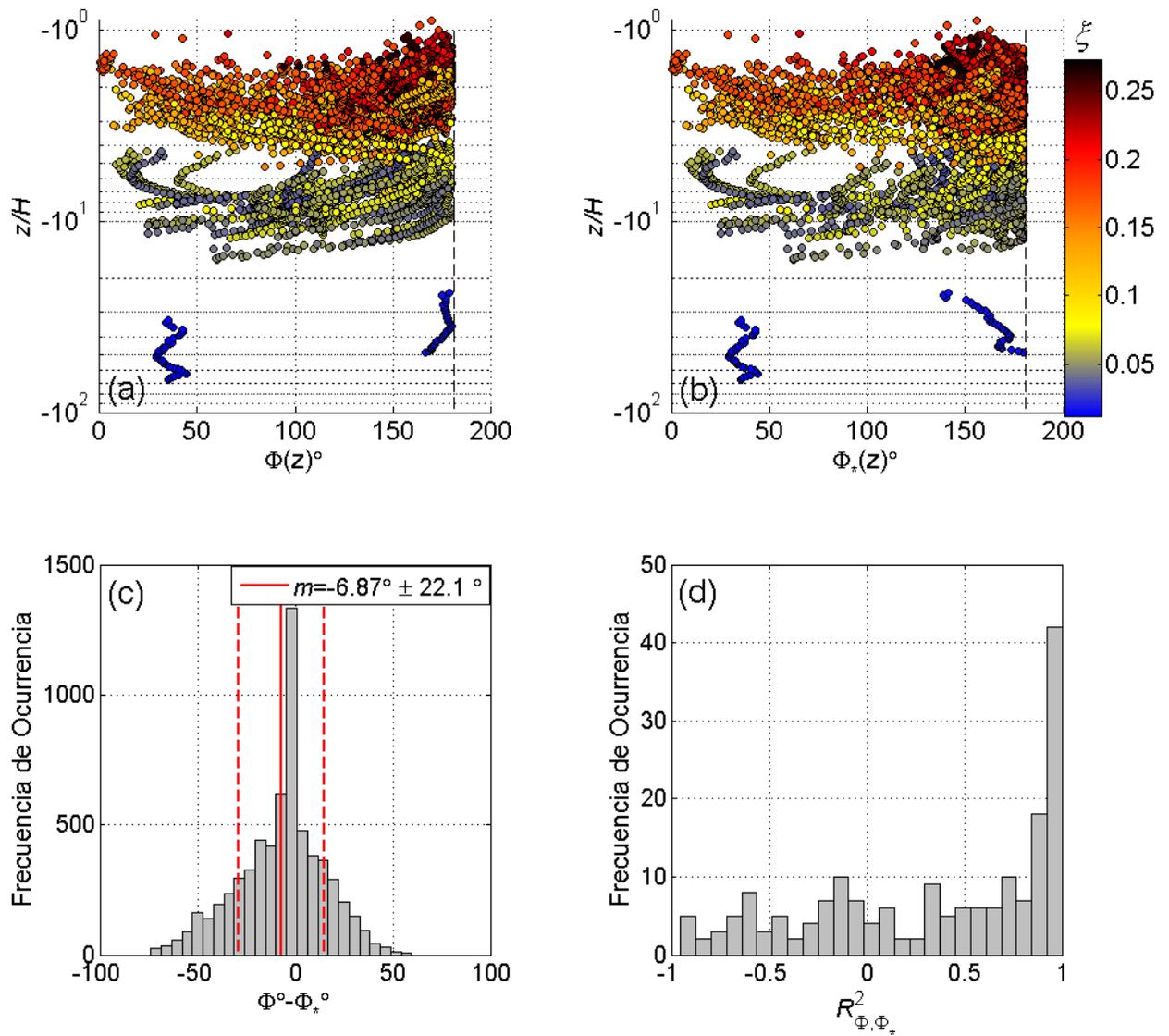


Figura 68. Observaciones de los ángulos de orientación. Particularmente: resultados de los perfiles verticales) $\Phi(z/H)$ y b) $\Phi_*(z/H)$ e histogramas de las diferencias c) $\Phi(z) - \Phi_*(z)$ y de los coeficientes de determinación R^2_{Φ, Φ_*} . Las líneas en color rojo señalan el valor promedio m y las líneas rojas segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar.

II. La Hipótesis de Taylor en la estimación de la razón de disipación de energía cinética turbulenta.

Taylor (1938), argumenta que los cambios temporales en u' medidos en un punto fijo en el espacio (descripción Euleriana) pueden ser relacionados o asociados con un patrón invariante (congelado) relativo a un movimiento turbulento en ese punto, en otras palabras las fluctuaciones turbulentas de la velocidad se transportan con el flujo medio a una velocidad U i.e. Hipótesis de Taylor.

El campo de velocidad turbulenta en diferentes instantes, puede ser relacionado mediante la transformación:

$$\mathbf{u}'(\mathbf{x}, t) = \mathbf{u}'(\mathbf{x} - U\tau, t + \tau) \quad (\text{xxv})$$

donde $\mathbf{u}' = (u', v', w')$, $\mathbf{x} = (x, y, z)$, t es el tiempo y τ lapsos muy pequeños. La expresión (xxv) ha sido corroborada experimentalmente por Stewart y Townsend (1951). Encontrando que la función de auto-correlación temporal de $u'(\mathbf{x}, t)$ es equivalente con su respectiva función de auto-correlación espacial bajo la consideración de un factor de escalamiento i.e.

$$\overline{u'(\mathbf{x}, t)u'(\mathbf{x}, t + \tau)} \approx R_{11}(r = -U_1\tau, 0, 0) \quad (\text{xxvi})$$

donde $R_{11}(r = -U_1\tau, 0, 0) = \overline{u'(x, 0, 0)u'(x + r, 0, 0)}$.

Si el campo de velocidad en una turbulencia homogénea presenta un único flujo medio en dirección x i.e. $U = (U_1, 0, 0)$, existe una aproximación bajo la consideración de turbulencia "congelada" de la forma:

$$\frac{\partial}{\partial t} = -U_1 \frac{\partial}{\partial x} \quad \text{si} \quad u'_{rms} \ll U_1 \quad (\text{xxvii})$$

es así que la deriva local en un punto en el espacio (cambio local) puede ser sustituida por una derivada del tipo convectiva. El signo negativo en (xxvii) es necesario ya que un valor positivo de $\partial/\partial x$ en un punto en el espacio corresponden a un valor negativo de $\partial/\partial t$ y viceversa. El término u'_{rms} corresponde con la raíz cuadrática media temporal de $u'(\mathbf{x}, t)$ y es relacionada con la intensidad de u' .

El valor promedio del cuadrado de las derivadas del vector de velocidad \mathbf{u}' con respecto a x , puede ser calculado a partir de las derivadas de \mathbf{u}' con respecto al tiempo t como:

$$\frac{1}{U_1^2} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial t}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x}\right)^2} \quad i = 1, 2, 3 \quad (\text{xxviii})$$

La aproximación (xxviii), es continuamente utilizada en el cálculo de la razón de disipación de energía cinética turbulenta y es aparentemente válida para la mayoría de flujos turbulentos.

En el presente trabajo, únicamente se consideraron las componentes de velocidad $u(z, t)$ y $w(z, t)$ y sus respectivas fluctuaciones turbulentas $u'(z, t)$ y $w'(z, t)$, puesto que se trata del estudio del movimiento de olas que aún no rompen (movimiento bi-dimensional) y su turbulencia asociada.

De acuerdo con autores como Townsend (1956) y Hinze (1975), la razón de disipación de energía cinética turbulenta puede ser expresada como:

$$\varepsilon = \nu \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i}\right)^2} \quad i, j = 1, 2, 3. \quad (\text{xxix})$$

Considerando las relaciones de homogeneidad e isotropía local en la turbulencia (ver Taylor 1935b) i.e.

$$\left. \begin{aligned} \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} &= \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial y}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial z}\right)^2} \\ \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y}\right)^2} &= \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)^2} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)^2} = 2 \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} \\ \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial y}\right)\left(\frac{\partial v'}{\partial x}\right)} &= \overline{\left(\frac{\partial v'}{\partial z}\right)\left(\frac{\partial w'}{\partial y}\right)} = \overline{\left(\frac{\partial w'}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial u'}{\partial z}\right)} = -\frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial u'}{\partial x}\right)^2} \end{aligned} \right\} (\text{xxx})$$

la razón de disipación de energía cinética turbulenta puede ser expresada en términos de los cortes verticales $\partial u'/\partial z$ y $\partial w'/\partial z$ como:

$$\varepsilon_{u'}(z) = 7.5\nu \overline{\left(\frac{\partial u'(z)}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{xxxix}), \quad \varepsilon_{w'}(z) = 15\nu \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{xxxii})$$

$$y \quad \varepsilon_{u',w'}(z) = 6\nu \overline{\left(\frac{\partial u'(z)}{\partial z}\right)^2} + \frac{1}{2} \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{xxxiii}).$$

Considerando las relaciones isotrópicas (xxx) en combinación con la aproximación (xxviii), la razón de disipación de energía cinética turbulenta puede expresarse como:

$$\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} = 7.5\nu \frac{1}{U_{\mu 2}(z)^2} \overline{\left(\frac{\partial u'(z)}{\partial t} \right)^2} \quad (\text{xxxiv})$$

y

$$\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} = 7.5\nu \frac{1}{U_{\mu}(z)^2} \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial t} \right)^2} = 15 \frac{1}{U_{\mu 2}(z)^2} \overline{\left(\frac{\partial w'(z)}{\partial t} \right)^2} \quad (\text{xxxv})$$

donde $U_{\mu 2}(z) = \sqrt{2}U_{\mu}(z)$ y $U_{\mu}(z) = \left(\frac{1}{N} \left(\sum_{i=1}^N u(t_i, z)^2 + w(t_i, z)^2 \right) \right)^{1/2}$.

Es importante notar que el flujo medio U_1 el cual es paralelo al eje x y es utilizado en la expresión (xxviii), es sustituido por $U_{\mu 2}(z)$, para formular las aproximaciones (xxxiv) y (xxxv). Autores tales como Lumley y Terray (1983) y Veron y Melville (1999), encuentran adecuado el uso de $U_{\mu}(z)$ en la Hipótesis de Taylor para casos de estudio de olas en aguas profundas con una distribución espacial unidireccional, particularmente Terray y Lumley (1983) sugieren el uso de $U_{\mu 2}(z) = \sqrt{2}U_{\mu}(z)$.

En la Figura 69, se presentan los resultados del total de observaciones de: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ y de b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)$. Puede observarse la similitud entre los diversos valores comparados, particularmente para valores de $\xi > 0.05$. También se presentan los histogramas de los cocientes: c) $\varepsilon_{u'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$ y d) $\varepsilon_{w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$, con un valor promedio $m = 0.90 \pm 0.72$ y $m = 0.83 \pm 0.68$, respectivamente. Ambos histogramas presentan una distribución de frecuencia de ocurrencia similar.

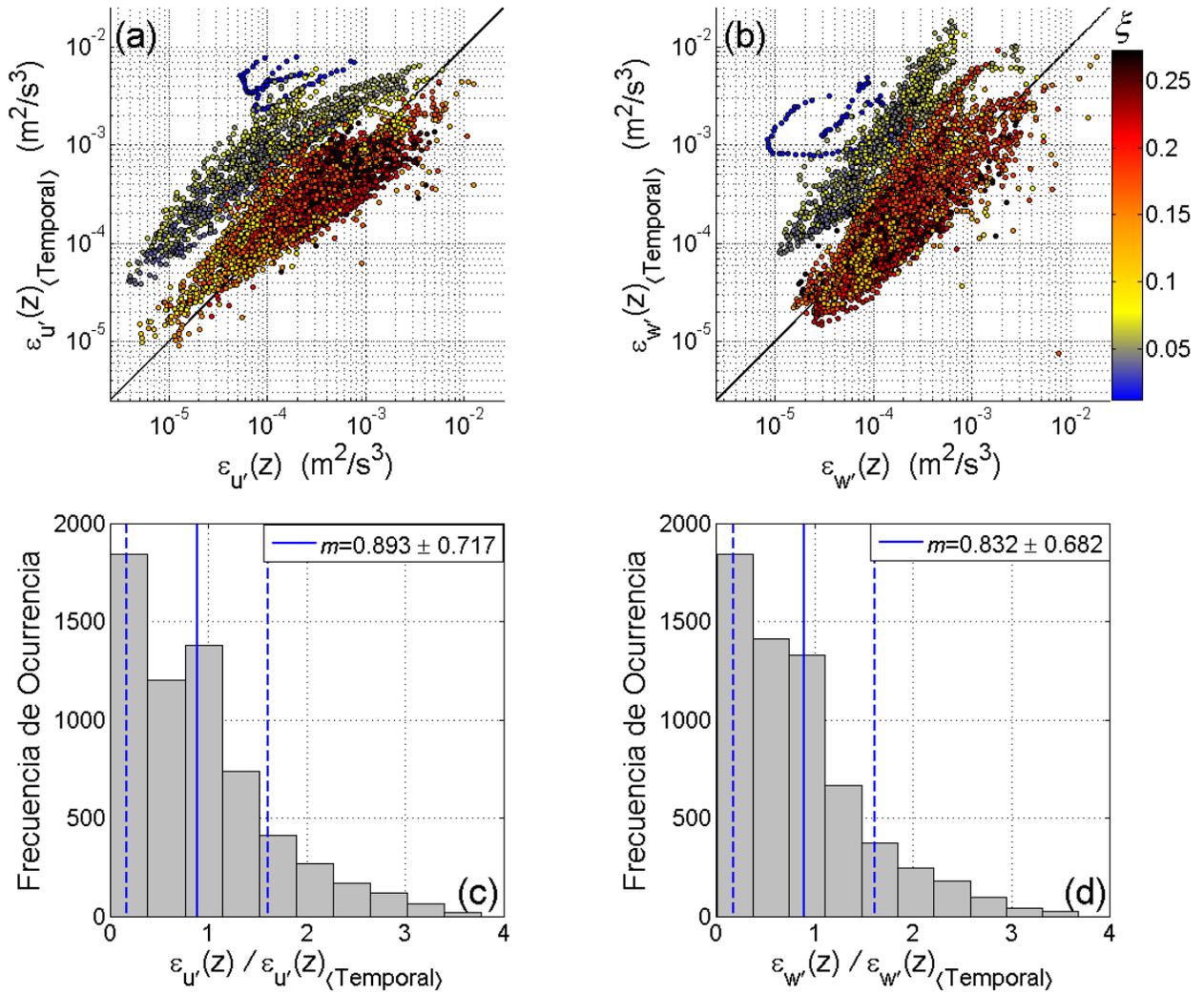


Figura 69. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en los cambios locales o temporales de las fluctuaciones turbulentas y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energética cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z) / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{w'}(z) / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar.

En la Figura 70 se presentan los resultados del total de observaciones de: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$. En ambas figuras se observa la similitud entre los diversos valores comparados. También se presentan los histogramas de los valores de los cocientes: c) cocientes c) $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$ y d) $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$, con un valor promedio $m = 0.94 \pm 0.70$ y $m = 2.04 \pm 1.77$, respectivamente. Se observa que $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$ tiene la menor dispersión en sus valores en términos comparativos con $\varepsilon_{u'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$, $\varepsilon_{w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$.

En la Figura 69 y 70 (inciso a y b), se observa que cuando $\xi \geq 0.065$ i.e. generalmente amplitudes de olas $a_{\text{wave}} \geq 0.008$ m, las observaciones de ε bajo la consideración de una turbulencia “congelada” ($\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$), reproducen adecuadamente los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ (en el $75\% \pm 5\%$ de los experimentos). Aquellos experimentos con $\xi < 0.065$ ($a_{\text{wave}} \leq 0.005$ m), los cocientes $\varepsilon_{u'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$, $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$, $\varepsilon_{w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle})$ tienen valores promedio $m = 0.14 \pm 0.08$, $m = 0.23 \pm 0.16$, $m = 0.14 \pm 0.08$ y $m = 0.34 \pm 0.48$, respectivamente, y valores máximos ≥ 0.5 , por lo que incluso para amplitudes o pendientes relativamente pequeñas los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ pueden al menos presentar un mismo orden de magnitud que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y/o $\varepsilon_{u',w'}(z)$ en cierta z . Sin embargo, es claro que para el caso experimental correspondiente con las olas con la pendiente más pequeña ($\xi = 0.012$) y así también la amplitud más pequeña ($a_{\text{wave}} = 0.05$ cm), los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ son un orden de magnitud menor que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$.

Los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ son correlacionados con los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, teniendo un valor promedio de coeficiente de determinación $[[R^2]] = 0.8 \pm 0.2$ y $[[R^2]] = 0.8 \pm 0.18$, respectivamente. Solo en el 50% y 6% de los experimentos, la correlación entre $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y los valores de $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, tienen valores de $R^2 \geq 0.70$.

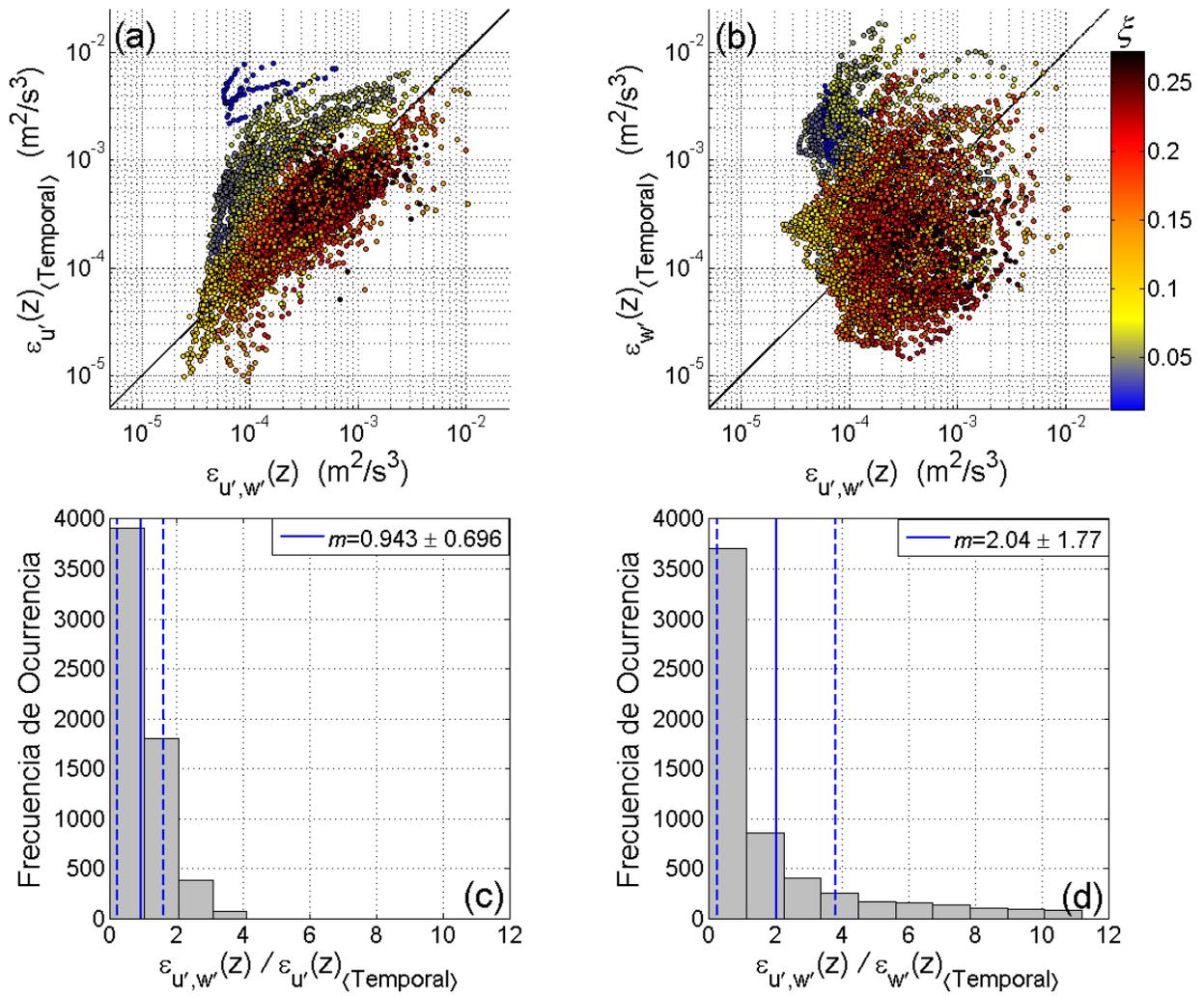


Figura 70. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en los cambios locales o temporales de las fluctuaciones turbulentas y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energética cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u',w'}(z) / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{u',w'}(z) / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar.

De acuerdo con Batchelor (1953), la razón de cambio del espectro de turbulencia en el dominio de k , puede expresarse como:

$$\frac{\partial}{\partial t}(E(k, t)) = \Gamma(k, t) - 2\nu k^2 E(k, t) \quad (\text{xxxvi})$$

en donde $E(k, t)$ es el espectro de turbulencia en el rango de equilibrio universal, $\Gamma(k, t)$ se una función de transferencia de energía de remolinos turbulentos de menor a mayor número de onda debido a efectos

inerciales (transferencia inercial de energía) y k es el modulo del vector número de onda $\mathbf{k} = (k_1, k_1, k_3)$. Cuando $\Gamma(k, t) > 0$, existe una transferencia de energía en el dominio de k , lo que conduce a un incremento de energía en $E(k, t)$ con respecto al tiempo t , y viceversa cuando $\Gamma(k, t) < 0$. La función $\Gamma(k, t)$ es desconocida en ciencia cierta y su formulación corresponde a un problema de cerradura.

Por su parte, el término $2\nu k^2 E(k, t)$ (función de disipación de energía en el espectro de turbulencia), corresponde con un decremento de la energía debido a la viscosidad, siendo su integral en el dominio de k igual a la razón disipación de energía cinética turbulenta:

$$\varepsilon = 2\nu \int_0^{\infty} k^2 E(k) dk \quad (\text{xxxvii})$$

De manera práctica, (xxxvii) puede expresarse en términos de un espectro de potencia uni-dimensional de la forma:

$$\varepsilon = 15\nu \int_0^{\infty} k_1^2 E_{11}(k_1) dk_1 \quad (\text{xxxviii})$$

donde $E_{11}(k)$ es el espectro de potencia de la componente horizontal de la velocidad turbulenta que es paralela con el flujo medio. La posibilidad de una relación entre el espectro de turbulencia uni-dimensional en función de un numero de onda y el espectro de turbulencia uni-dimensional en función de la frecuencia, radica en la existencia de una turbulencia “congelada” y en la validez de la Hipótesis Taylor. Así, con base en la relación de Taylor $k_1 = \omega/U_1$, el espectro de la turbulencia uni-dimensional $E_{11}(k_1)$ puede expresarse en función de la frecuencia como: $E_{11}(k_1) = U_1 \hat{E}_{11}(f) / 2\pi$ y de igual manera la ecuación (xxxviii) puede expresarse en términos de la frecuencia como:

$$\varepsilon = 15\nu \int_0^{\infty} \left(\frac{\omega}{U_1}\right)^2 \hat{E}_{11}(f) df \quad (\text{xxxix})$$

donde $\hat{E}_{11}(f)$ presenta unidades de m^2/s (densidad de energía). Es importante mencionar que tanto para (xxxvi) como para (xxxvii) y (xxxviii), la presencia del sub-rango inercial carece de importancia o consecuencia.

Considerando los espectros uni-dimensionales de la turbulencia en función de la frecuencia de las componentes de la velocidad horizontal y vertical, en combinación con las relaciones isotrópicas (xxx), la razón de disipación de energía cinética turbulenta ε en este trabajo (olas monocromáticas que aún no rompen), puede calcularse como:

$$\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Whole spectrum} \rangle} = 7.5\nu \int_0^{\infty} \left(\frac{\omega}{U_{\mu 2}(z)} \right)^2 S_{u'u'}(f, z) df \quad (\text{xI})$$

$$y \quad \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Whole spectrum} \rangle} = 7.5\nu \int_0^{\infty} \left(\frac{\omega}{U_{\mu 2}(z)} \right)^2 S_{w'w'}(f, z) df \quad (\text{xli})$$

En la Figura 71, se presentan las observaciones de: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)$. Se observa que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ tienden a ser mayores que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, sin embargo cuando $\xi \geq 0.15$ $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} \approx \varepsilon_{u'}(z)$. Por otro lado, se observa una mayor tendencia de $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} \approx \varepsilon_{w'}(z)$, generalmente cuando $\xi \geq 0.1$. También se presentan los histogramas de los cocientes c) $\varepsilon_{u'}(z)/\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{w'}(z)/\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$, con un valor promedio $m = 0.61 \pm 0.50$ y $m = 1.00 \pm 0.89$, respectivamente. En términos del promedio $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} = (5/3)\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} \approx \varepsilon_{w'}(z)$.

En la Figura 72, se presentan las observaciones de a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$, observando la similitud entre los diversos valores graficados, generalmente cuando $\xi \geq 0.15$. También se presentan los histogramas de los cocientes d) $\varepsilon_{u',w'}(z)/\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y e) $\varepsilon_{u',w'}(z)/\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ con valores promedio $m = 0.64 \pm 0.52$ y $m = 1.4 \pm 1.4$, respectivamente. Así, en términos del promedio $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} \approx (6/4)\varepsilon_{u',w'}(z)$ y en términos de la mediana $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ es aproximadamente 1.35 veces mayor que $\varepsilon_{u',w'}(z)$.

Los cocientes $\varepsilon_{u'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle})$, $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle})$, $\varepsilon_{w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle})$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)/(\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle})$, tienen un valor promedio $m = 0.11 \pm 0.06$, $m = 0.15 \pm 0.09$, $m = 0.2 \pm 0.1$ y $m = 0.44 \pm 0.60$ cuando $\xi < 0.065$, con valores máximos cercanos al orden de la unidad. Por tanto, al igual que con $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$, los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ pueden al menos presentar un mismo orden de

magnitud que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$, $\varepsilon_{w'}(z)$ y/o $\varepsilon_{u',w'}(z)$ cuando se trata de a_{wave} o ξ con valores relativamente pequeños.

Los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ con respecto a los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$ son correlacionados, teniendo valores promedio $\langle [R^2] \rangle = 0.84 \pm 0.14$ y $\langle [R^2] \rangle = 0.82 \pm 0.16$, respectivamente. Por su parte, los valores de $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ tienen valores promedio de correlación $\langle [R^2] \rangle = 0.61 \pm 0.30$ y $\langle [R^2] \rangle = 0.36 \pm 0.21$ relativos a los valores de $\varepsilon_{w'}(z)$ y $\varepsilon_{u',w'}(z)$, donde el 46% y 5% de los experimentos tienen valores de correlación $R^2 \geq 0.7$, respectivamente.

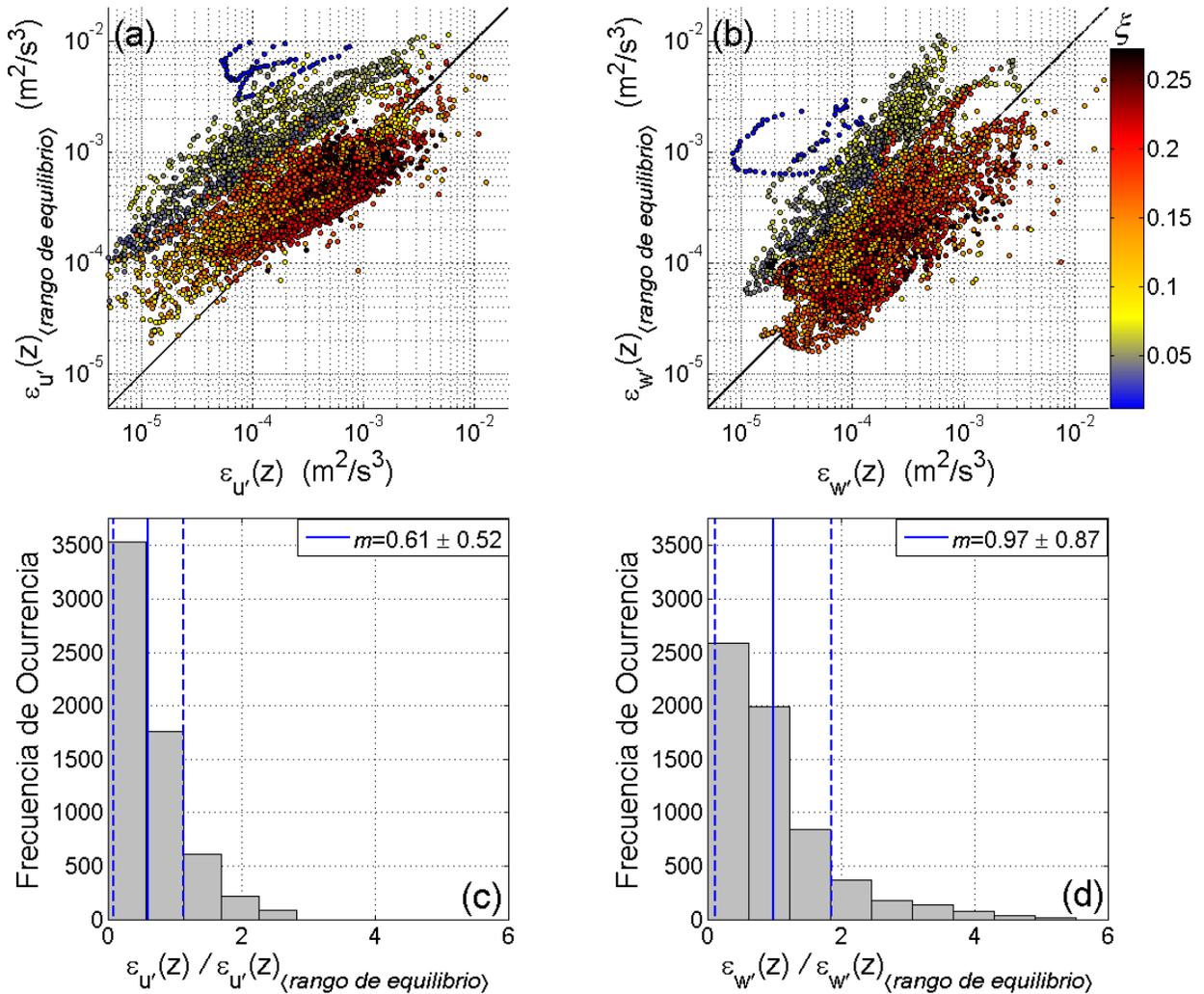


Figura 71. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en el rango de equilibrio universal en $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$, y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z) / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{w'}(z) / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar.

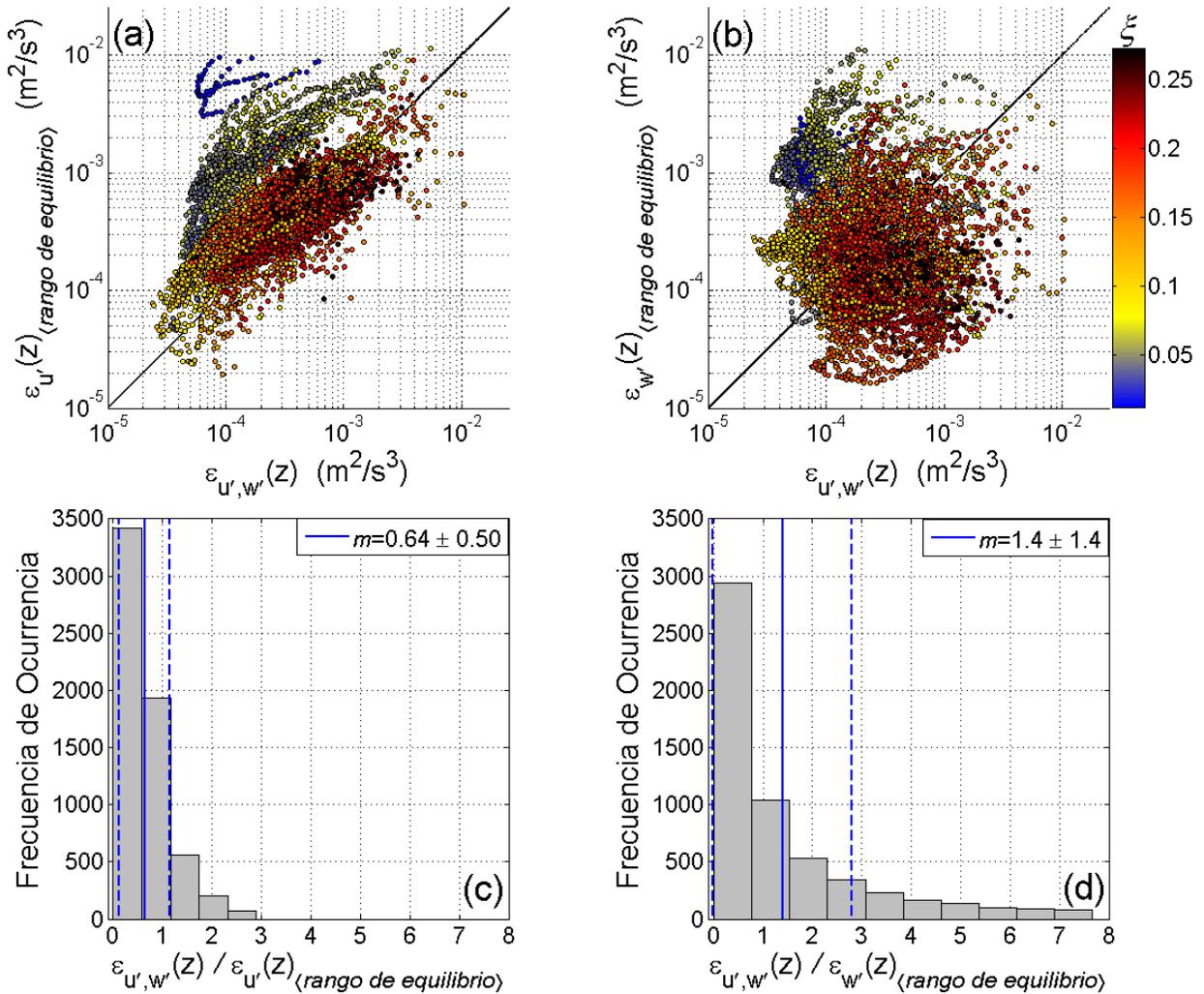


Figura 72. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en el rango de equilibrio universal en $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$, y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de la energía cinética turbulenta $\varepsilon_{u',w'}(z)$. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$) en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$) en función de $\varepsilon_{u',w'}(z)$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$)/ $\varepsilon_{u',w'}(z)$ y d) $\varepsilon_{w'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$)/ $\varepsilon_{u',w'}(z)$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar.

En la Figura 73, se presentan los valores de a) $\varepsilon_{u'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$) en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ (Temporal) y de d) $\varepsilon_{w'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$) en función de $\varepsilon_{w'}(z)$ (Temporal). Puede observarse la fuerte similitud y correlación entre los diversos valores graficados independientemente de ξ . Los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$) en función de $\varepsilon_{u'}(z)$ (Temporal) y los valores de $\varepsilon_{w'}(z)$ ($\text{rango de equilibrio}$) en función de $\varepsilon_{w'}(z)$ (Temporal), tienen valores promedio de correlación $[[R^2]] = 0.99 \pm 0.1$ (perfectamente correlacionados). También se presentan los histogramas de los valores de los cocientes a)

$\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ con valores promedio $m = 0.70 \pm 0.12$ y $m = 1.28 \pm 0.33$, respectivamente. El 99% de los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ son mayores que los valores de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$, mientras que el 80% de los valores de $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ son menores que los valores de $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$. Puesto que $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle} > \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$, se entiende que $\varepsilon_{u'}(z) / (\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}) > \varepsilon_{u'}(z) / (\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle})$ y que $\varepsilon_{u'w'}(z) / (\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}) > \varepsilon_{u'w'}(z) / (\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle})$, por lo que $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ sobreestima los valores de $\varepsilon_{u'}(z)$ y $\varepsilon_{u'w'}(z)$ en términos mayores que $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$. No obstante, $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ aproxima de manera más adecuada los valores de $\varepsilon_{w'}(z)$ en términos comparativos con $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$, aunque sin una diferencia significativa o notable.

El uso de la Hipótesis de Taylor (Hipótesis de Turbulencia congelada) no se limita a una turbulencia homogénea y/o isotrópica, ya que puede aplicarse en cualquier tipo de flujo o movimiento turbulento en el cual las fluctuaciones turbulentas sean pequeñas en comparación con la velocidad del flujo medio (Townsend, 1976).

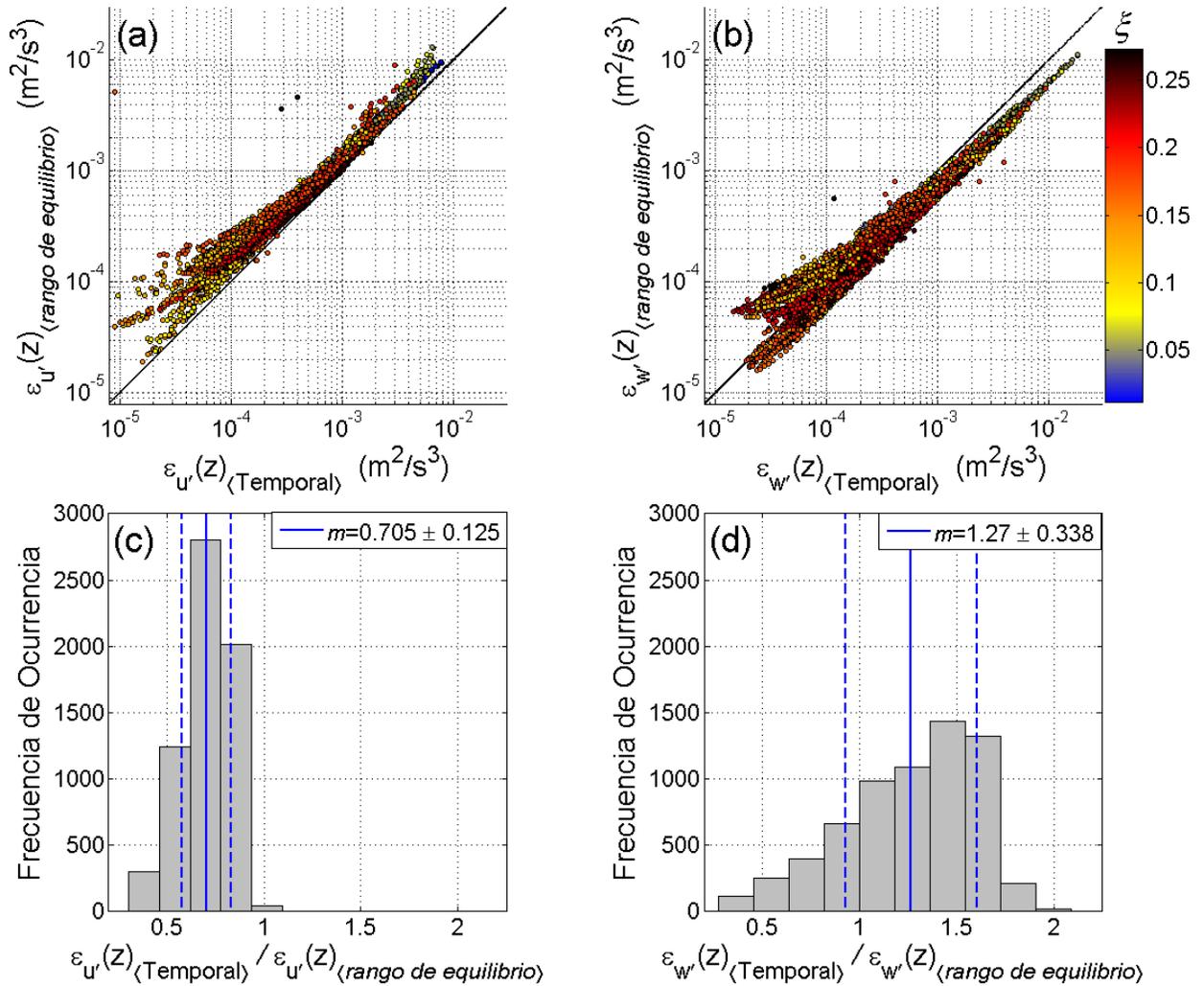


Figura 73. Comparación entre el total de observaciones de la razón de la disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en el rango de equilibrio universal en $S_{u'u'}$ y $S_{w'w'}$, y la Hipótesis de Taylor, con la razón de disipación de energía cinética turbulenta estimada con base en los cambios locales o temporales de las fluctuaciones turbulentas y la Hipótesis de Taylor. Particularmente: a) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$ y b) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ en función de $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle}$, e histogramas del cociente c) $\varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} / \varepsilon_{u'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$ y d) $\varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{Temporal} \rangle} / \varepsilon_{w'}(z)_{\langle \text{rango de equilibrio} \rangle}$. El patrón de colores especifica el valor de ξ , las líneas continuas en color azul representan el valor promedio m y las líneas en color azul segmentadas a $m \pm 1$ desviación estándar.