

**Centro de Investigación Científica y de Educación  
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias  
en Oceanografía Física**

---

**Distribución horizontal de la velocidad vertical en  
remolinos de mesoescala**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de  
Maestro en Ciencias

Presenta:

**Karina Jiménez Méndez**

Ensenada, Baja California, México

2019

Tesis defendida por

**Karina Jiménez Méndez**

y aprobada por el siguiente Comité

---

Dr. Enric Pallàs Sanz  
Director de tesis

Dr. Oscar Uriel Velasco Fuentes

Dra. Sharon Zinah Herzka Llona



---

Dr. José Gómez Valdés  
Coordinador del Posgrado en Oceanografía Física

---

Dra. Rufina Hernández Martínez  
Directora de Estudios de Posgrado

*Karina Jiménez Méndez © 2019*

*Queda prohibida la reproducción parcial o total de esta obra sin el permiso formal y explícito del autor y director de la tesis*

Resumen de la tesis que presenta Karina Jiménez Méndez como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Oceanografía Física.

## **Distribución horizontal de la velocidad vertical en remolinos de mesoescala**

Resumen aprobado por:

---

Dr. Enric Pallàs Sanz  
Director de tesis

La distribución de la velocidad vertical ( $w$ ) en remolinos anticiclónicos de mesoescala es analizada numéricamente con un modelo idealizado en plano- $f$ , no-hidrostático, inviscido, y bajo la aproximación de Boussinesq que conserva explícitamente la vorticidad potencial y con un modelo realístico de la circulación regional del Golfo de México (NEMO; Nucleus for European Modelling of the Ocean). Se estudia la sensibilidad de la distribución de  $w$  a las condiciones iniciales de los remolinos simulados. Los forzamientos para  $w$  son examinados resolviendo la ecuación de omega generalizada a partir de campos tridimensionales de densidad y velocidad horizontal obtenidos con los modelos numéricos. La distribución de  $w$  es altamente dependiente de la distribución inicial de vorticidad potencial en el remolino. Remolinos elípticos y circulares aislados desarrollan distribuciones de  $w$  cuadrupolares y dipolares, respectivamente, mientras que en condiciones iniciales mixtas, como remolinos elípticos aislados, coexisten ambas distribuciones de  $w$ . La  $w$  puede ser interpretada en términos de la conservación de vorticidad potencial o, equivalentemente, en términos de forzamientos de la ecuación de omega, como la divergencia del vector- $\mathbf{Q}_h$ , que representa el campo de deformación. Físicamente, en estas regiones de alta deformación se produce la rotura del balance geostrófico y con ello el desarrollo de movimientos verticales. La ecuación de omega generalizada explica bien la distribución horizontal de la  $w$  de los remolinos simulados aunque falla en el interior de los remolinos realísticos simulados con NEMO presumiblemente debido a las posibles fuentes de deformación resultantes de las interacciones con otros remolinos, ondas internas, y batimetría, no incluidas en el modelo idealizado. Esta investigación muestra, en contraste a conceptualizaciones simplificadas de la  $w$  en remolinos (bombeo de Ekman no-lineal, bombeo de remolino, interacción viento-remolino, entre otras), que las distribuciones de  $w$  en remolinos de mesoescala son complejas y se encuentran estrechamente relacionadas con el campo tridimensional de deformación.

**Palabras clave: modelización numérica, velocidad vertical, remolinos de mesoescala, ecuación de omega**

Abstract of the thesis presented by Karina Jiménez Méndez as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Physical Oceanography.

### **Horizontal pattern of the vertical velocity field within mesoscale eddies**

Abstract approved by:

---

Dr. Enric Pallàs Sanz  
Thesis Director

The distribution of vertical velocity ( $w$ ) in mesoscale anticyclonic vortices is analyzed numerically with an idealized non-hydrostatic model, inviscid, and under the  $f$ -plane and Boussinesq approximations that explicitly conserves the potential vorticity and with a realistic model of regional circulation of the Gulf of Mexico (NEMO, Nucleus for European Modeling of the Ocean). The sensitivity of the  $w$  to the initial conditions is studied in the simulated vortices. Forcings for  $w$  are examined by solving the generalized omega equation using the three-dimensional density and horizontal velocity fields obtained from the numerical models. The  $w$  is largely driven by the initial distribution of potential vorticity in the vortex. Elliptical and circular isolated vortices develop quadrupolar and dipolar distributions of  $w$ , respectively, while for mixed initial conditions, like isolated elliptical vortices, both distributions coexist. The  $w$  can be interpreted in terms of the conservation of potential vorticity or, equivalently, in terms of forcings of the omega equation, as the divergence of the vector- $\mathbf{Q}_h$ , which represents the deformation field. Physically, in these regions of large deformation, vertical movements arise in response to thermal wind imbalance. The generalized omega equation explains well the horizontal distribution of  $w$  within the simulated vortices although it fails reproducing the  $w$  in realistic vortices of NEMO. We argue that the possible sources of deformation arise from the interactions with other vortices, internal waves, and bathymetry, that are not included in the idealized model. This investigation shows, in contrast to simplified conceptualizations of  $w$  in vortices (Non-linear Ekman pumping, eddy pumping, wind-eddy interaction, among others), that the distributions of  $w$  in mesoscale vortices are complex, and tightly related to the three-dimensional deformation field.

**Keywords: numerical modelling, vertical velocity, mesoscale eddies, omega equation**

*Mientras la ciencia a descubrir no alcance  
las fuentes de la vida,  
y en el mar o en el cielo haya un abismo  
que al cálculo resista;  
mientras la Humanidad, siempre avanzando,  
no sepa a dó camina;  
mientras haya un misterio para el hombre,  
¡habrá poesía!*

Gustavo A. Bécquer. Rima IV (3).

## Agradecimientos

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada (CICESE) por la oportunidad de estudiar un posgrado y todo el apoyo dedicado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el sostén económico para realizar mis estudios de maestría (No. de becario: 747246).

Al *Dr. Enric Pallàs Sanz* por su dedicación, compartirme sus conocimientos y orientarme durante el desarrollo de ésta investigación.

A los miembros de mi comité: *Dr. Oscar U. Velasco Fuentes* y *Dra. Sharon Z. Herzka Llona* por sus observaciones y aportes al desarrollo del presente trabajo.

A mis profesores por todas sus enseñanzas, dentro y fuera del aula de clases, durante mi formación académica.

A mi madre por su apoyo incondicional para lograr llegar a este día, a pesar de la distancia.

A *Juan G. Correa Pérez*, *Carlos F. Herrera Vázquez* y *Carlos A. Domínguez Pérez* por su sincera amistad y cariño, desde el primer día y hasta la elaboración de este documento.

A *Brenda Y. Mendoza Aguilar* por ser como una tía adoptiva, durante mi estancia en Ensenada.

# Tabla de contenido

	Página
Resumen en español .....	ii
Resumen en inglés .....	iii
Agradecimientos .....	v
Lista de figuras .....	vii
Lista de tablas .....	xii
<b>Capítulo 1. Introducción</b>	
1.1. Objetivos .....	6
1.1.1. Objetivo general .....	6
1.1.2. Objetivos específicos .....	6
<b>Capítulo 2. Metodología</b>	
2.1. Sobre los vórtices .....	7
2.2. Ecuación de $\omega$ .....	10
2.3. Descripción del modelo idealizado .....	11
2.4. Descripción del modelo NEMO .....	13
<b>Capítulo 3. Resultados</b>	
3.1. Modelo idealizado no-hidrostático .....	14
3.1.1. Experimento #1: Elipsoide .....	14
3.1.1.1. Comparación con la ecuación de $\omega$ .....	17
3.1.2. Experimento #2: Esferoide aislado marginalmente estable .....	19
3.1.2.1. Comparación con la ecuación de $\omega$ .....	21
3.1.3. Experimento #3: Elipsoide Aislado .....	22
3.1.3.1. Comparación con la ecuación de $\omega$ .....	25
3.1.4. Experimentos #4 y #5: Esferoides aislados inestables .....	26
3.1.4.1. Comparación con la ecuación de $\omega$ .....	30
3.1.5. Síntesis de resultados con el modelo Idealizado .....	33
3.2. Simulaciones realistas de NEMO .....	34
3.2.1. Síntesis de simulaciones realistas de NEMO .....	39
<b>Capítulo 4. Discusión</b>	
<b>Capítulo 5. Conclusiones</b>	
<b>Literatura citada .....</b>	<b>51</b>

## Lista de figuras

Figura	Página
1. Imagen de color del mar en julio 9 de 2016 (tomada de <i>NASAs Earth Obsevatory</i> ). En la parte central de la imagen, se observan dos remolinos anticiclónicos de mesoescala identificados por fluido filamentado, con elevada concentración de pigmento, que se enrosca en forma de espiral anticiclónica hacia el centro del remolino. . . . .	2
2. Ejemplos de distintas distribuciones horizontales de velocidad vertical en remolinos. . . . .	4
3. Perfil radial inicial de vorticidad potencial para los 5 remolinos generados. Los asteriscos identifican a los vórtices elípticos. . . . .	9
4. Función rampa utilizada para el incremento progresivo de AVP en la condición inicial. . . . .	12
5. Mapa del Golfo de México donde se indican las posiciones del centro de un remolino numérico (estrellas rojas) durante su propagación hacia el oeste. La estrella azul indica la posición del centro del remolino antes de su liberación. Contornos indican líneas batimétricas en metros. . . . .	13
6. Distribución horizontal en la isopicna media ( $\sigma_t=65$ ; $z = 0$ ) (a) y vertical (b) de la anomalía de vorticidad potencial (AVP) del remolino elipsoidal a los 5, 28, y 50 p.i.. . . . .	15
7. Distribución horizontal en la isopicna $\sigma_t=52$ ( $z \simeq -0.62$ ) (a) y vertical (b) de la velocidad vertical del remolino elipsoidal a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). La isopicna $\sigma_t=52$ es la capa donde se observa la mayor velocidad vertical. Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de -0.3, -0.2, y -0.005 es mostrada en contornos grises discontinuos. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. Nótese que el dominio mostrado ha sido reducido a la mitad ( $[-\pi/2, \pi/2]$ ) respecto la Fig. 6. . . . .	16
8. Isosuperficies de velocidad vertical con valor $w = \pm 35 \times 10^{-6}$ para $t=5$ (a), $t=28$ (b), y $t=50$ p.i. (c). En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste. . . . .	16
9. Distribución horizontal en la isopicna $\sigma_t=52$ ( $z \simeq -0.62$ ) de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de $\omega$ ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo idealizado ( $w$ ). Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales en la isopicna $\sigma_t=52$ ( $z \simeq -0.62$ ) de la divergencia del vector $\mathbf{Q}_h$ ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente. . . . .	17
10. Descomposición del término de forzamiento mas importante en la isopicna $\sigma_t=52$ ( $z \simeq -0.62$ ): la divergencia del vector de deformación horizontal $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ (a) en sus componentes geostrófica (b) y ageostrófica (c). . . . .	18

## Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
11. Promedios horizontales del valor absoluto a $t=45$ p.i. de (a) los forzamientos de $w_{\omega}$ y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de $\omega$ con cada forzamiento individual en función de la profundidad. . . . .	19
12. Distribución horizontal en la isopicna media ( $il=65$ ; $z = 0$ ) (a) y vertical (b) de la anomalía de vorticidad potencial (AVP) del remolino esferoidal marginalmente estable a los 5, 28, y 50 p.i.. Colores rojos indican vorticidad ciclónica y azules anticiclónica. . . . .	19
13. Distribución horizontal en la isopicna $il=65$ ( $z = 0$ ) (a) y vertical (b) de la velocidad vertical del remolino esferoidal marginalmente estable a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). La isopicna $il=65$ es la capa donde se observa la mayor velocidad vertical. La anomalía de vorticidad potencial (AVP) de -0.45, -0.25, y -0.05 es mostrada en contornos grises discontinuos; AVP=+0.05, +0.025, +0.005 están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. Nótese que el dominio mostrado ha sido reducido a la mitad ( $[-\pi/2, \pi/2]$ ) respecto la Fig. 12. . . . .	20
14. Isosuperficies de velocidad vertical del remolino esférico marginalmente estable con valores $w = \pm 2, \pm 10, \pm 22 \times 10^{-6}$ para los periodos inerciales de $t=5$ (a), $t=28$ (b), y $t=50$ p.i. (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente en cada panel. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste. . . . .	21
15. Descomposición del término de forzamiento mas importante en la isopicna $il=65$ ( $z = 0$ ): la divergencia del vector de deformación horizontal $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ (a) en sus componentes geostrófica (b) y ageostrófica (c). . . . .	22
16. Promedios horizontales del valor absoluto a $t=45$ p.i. de (a) los forzamientos de $w_{\omega}$ y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de $\omega$ con cada forzamiento individual en función de la profundidad. . . . .	22
17. Distribución horizontal en la isopicnas $il=65$ ( $z=0$ ) (a) y vertical (b) de la anomalía de vorticidad potencial (AVP) del remolino elipsoidal aislado a los 5, 28, y 50 p.i.. Colores rojos indican vorticidad ciclónica y azules anticiclónica. . . . .	23

## Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
18. Distribución horizontal en las isopicnas $il=63$ ( $z \simeq -0.1$ ) (a) y $il=50$ ( $z \simeq -0.72$ ) (b) y vertical (c) de la velocidad vertical del remolino elipsoidal marginalmente estable a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de -0.45, -0.25, y -0.05 es mostrada en contornos grises discontinuos; AVP=+0.05, +0.025,+0.005 están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. Nótese que el dominio ha sido reducido a la mitad ( $[-\pi/2, \pi/2]$ ) respecto la Fig. 17. . . . .	24
19. Isosuperficies de velocidad vertical del remolino elíptico marginalmente estable con valores $w = \pm 6, \pm 3, \pm 12 \times 10^{-6}$ para los periodos inerciales de $t=5$ (a), $t=28$ (b), y $t=50$ p.i. (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente en cada panel. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste. . . . .	25
20. Promedios horizontales del valor absoluto a $t=45$ p.i. de (a) los forzamientos de $w_{\omega}$ y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de $\omega$ con cada forzamiento individual en función de la profundidad. . . . .	25
21. Distribución horizontal en las isopicnas $il=63$ ( $z \simeq -0.1$ ) (a) y $il=50$ ( $z \simeq -0.72$ ) (b) y vertical (c) de la velocidad vertical del remolino esferoidal aislado inestable 1 (experimento #4) a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de -0.45, -0.25, y -0.05 es mostrada en contornos grises discontinuos; AVP=+0.05, +0.025,+0.005 están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. . . . .	27
22. Distribución horizontal en las isopicnas $il=63$ ( $z \simeq -0.1$ ) (a) y $il=50$ ( $z \simeq -0.72$ ) (b) y vertical (c) de la velocidad vertical del remolino esferoidal aislado inestable 2 (experimento #5) a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de -0.45, -0.25, y -0.05 es mostrada en contornos grises discontinuos; AVP=+0.05, +0.025,+0.005 están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. . . . .	28
23. Isosuperficies de velocidad vertical del remolino esferoidal aislado inestable 1 (experimento #4) con valores $w = \pm 2.5, \pm 5, \pm 10 \times 10^{-6}$ para los periodos inerciales de 5 (a), 28 (b), y 50 (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente en cada panel. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste. . . . .	29

## Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
24. Isosuperficies de velocidad vertical del remolino esferoidal aislado inestable 2 (experimento #5) con valores $w = \pm 2.5, \pm 16, \pm 20 \times 10^{-6}$ para los periodos inerciales de 5 (a), 28 (b), y 50 (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente en cada panel. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste. . . . .	29
25. Distribución horizontal en la isopicna $il=50$ ( $z \simeq -0.72$ ) del remolino esferoidal aislado inestable 1 (experimento #4) de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de $\omega$ ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo idealizado ( $w$ ). Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales en la isopicna $il=52$ ( $z \simeq -0.62$ ) de la divergencia del vector $\mathbf{Q}_h$ ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente. . . . .	31
26. Distribución horizontal en la isopicna $il=50$ ( $z \simeq -0.72$ ) del remolino esferoidal aislado inestable 2 (experimento #5) de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de $\omega$ ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo idealizado ( $w$ ). Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales en la isopicna $il=52$ ( $z \simeq -0.62$ ) de la divergencia del vector $\mathbf{Q}_h$ ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente. . . . .	31
27. Promedios horizontales del valor absoluto del remolino esferoidal aislado inestable 1 (experimento #4) a $t=45$ p.i. de (a) los forzamientos de $w_{\omega}$ y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de $\omega$ con cada forzamiento individual en función de la profundidad. . . . .	32
28. Promedios horizontales del valor absoluto del remolino esferoidal aislado inestable 2 (experimento #5) a $t=45$ p.i. de (a) los forzamientos de $w_{\omega}$ y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de $\omega$ con cada forzamiento individual en función de la profundidad. . . . .	32
29. Distribución horizontal (a) y vertical (b) de la vorticidad vertical en un remolino elíptico de la corriente de Lazo simulado con NEMO en el día 161 de la simulación. Los contornos grises indican las líneas de anomalía de densidad potencial de 26.5, 26.7, 26.9, y $27 \text{ kg m}^{-3}$ . Las líneas discontinuas negras indican la localización de las secciones mostradas. . . . .	34
30. Distribución horizontal (a) y vertical (b) de la vorticidad vertical en un remolino elíptico de la corriente de Lazo simulado con NEMO en el día 269 de la simulación. Los contornos grises indican las líneas de anomalía de densidad potencial de 26.5, 26.7, 26.9, y $27 \text{ kg m}^{-3}$ . Las líneas discontinuas negras indican la localización de las secciones mostradas. . . . .	35

## Lista de figuras (continuación)

Figura	Página
31. Distribución horizontal a $z \simeq 300$ m de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de $\omega$ ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo NEMO ( $w_{NEMO}$ ) del remolino elíptico. Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales a $z \simeq 300$ m de la divergencia del vector $\mathbf{Q}_h$ ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente. . . . .	36
32. Distribución horizontal a $z \simeq 300$ m de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de $\omega$ ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo NEMO ( $w_{NEMO}$ ) del remolino circular. Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales a $z \simeq 300$ m de la divergencia del vector $\mathbf{Q}_h$ ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente. . . . .	37
33. Descomposición del término de forzamiento mas importante en $z \simeq 300$ m para el remolino elíptico: la divergencia del vector de deformación horizontal $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ (a) y sus componentes geostrófica (b) y ageostrófica (c). . . .	38
34. Descomposición del término de forzamiento mas importante en $z \simeq 300$ m para el remolino circular: la divergencia del vector de deformación horizontal $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ (a) y sus componentes geostrófica (b) y ageostrófica (c). . . .	38
35. Promedios horizontales del valor absoluto a $t=45$ p.i. de (a) los forzamientos de $w_{\omega}$ y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de $\omega$ con cada forzamiento individual en función de la profundidad en el remolino elíptico. . . . .	39
36. Promedios horizontales del valor absoluto a $t=45$ p.i. de (a) los forzamientos de $w_{\omega}$ y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de $\omega$ con cada forzamiento individual en función de la profundidad en el remolino circular. . . . .	39
37. Distribución horizontal en la isopicna de $\sigma_t=65$ ( $z = 0$ ) del remolino elipsooidal de (a) la vorticidad potencial ( $VP < 0$ contornos azules) y del desplazamiento vertical de las isopicnas ( $D < 0$ contornos punteados negros) y (b) la velocidad vertical ( $w > 0$ colores rojos; $w < 0$ colores azules). . . . .	41
38. Distribución horizontal en la isopicna de $\sigma_t=65$ ( $z = 0$ ) del remolino esferoidal de (a) la vorticidad potencial ( $VP < 0$ contornos azules) y del desplazamiento vertical de las isopicnas ( $D > 0$ contornos continuos negros) y (b) la velocidad vertical ( $w > 0$ colores rojos; $w < 0$ colores azules). . . . .	42
39. Evolución temporal del valor absoluto de la velocidad vertical promediada en todo el dominio para los 5 experimentos realizados con el modelo idealizado no-hidrostático mostrados en la Tabla 1. . . . .	45

## Lista de tablas

Tabla	Página
1. Parámetros iniciales de los 5 vórtices simulados: anomalía de vorticidad potencial (AVP), longitud del semieje mayor (eje x), longitud del semieje menor (eje y), extensión vertical (eje z), parámetros de forma del perfil de vorticidad potencial (p y q), y número de onda de la perturbación (k). $c = N/f = 0.01$ es el cociente entre las frecuencias de Brünt-Väisälä y Coriolis. Nótese que en los casos de remolinos aislados también se indica la AVP positiva del anillo a los 5 p.i. . . . .	14
2. Resultados de velocidad vertical de los 5 vórtices simulados: anomalía de vorticidad potencial (AVP), velocidad vertical máxima ( $w_{max}$ ), velocidad vertical mínima ( $w_{min}$ ), periodo inercial de máximo absoluto de velocidad (t). Nótese que en los casos de remolinos aislados también se indica la AVP positiva del anillo a los 5 p.i. . . . .	33

## Capítulo 1. Introducción

---

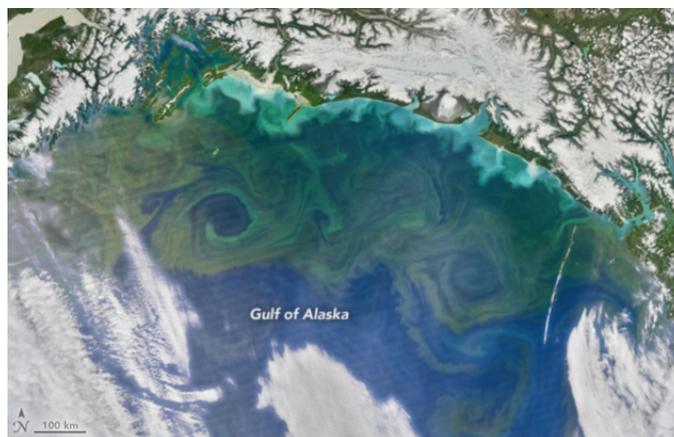
En la mesoescala, que comprende fenómenos entre los 10 y 500 kilómetros, la componente vertical de velocidad ( $w$ ) en el océano es una centésima/milésima parte de las componentes horizontales ( $\sim O(0.1 \text{ m/s})$ ). Esto debido a que la extensión vertical o profundidad en los océanos es muy pequeña comparada con su longitud y sumado al efecto de rotación de la Tierra, los movimientos verticales son inhibidos.

A pesar de que el océano pueda ser considerado un flujo casi bidimensional, el estudio de la velocidad vertical es indispensable para entender la dinámica de la producción primaria, por la capacidad que tiene de transportar nutrientes y otras propiedades biogeoquímicas desde el océano profundo a la capa fótica o viceversa; además de contribuir a la mezcla de masas de agua oceánicas y al intercambio, por ejemplo de calor, carbono y momento, entre el océano y la atmósfera (Klein y Lapeyre, 2009).

Un rasgo característico en los fluidos geofísicos es la presencia de remolinos coherentes de mesoescala caracterizados por vorticidad ( $\omega$ ) anticiclónica ( $\omega < 0$ ) cuando las parcelas de fluido giran en el sentido de las agujas del reloj o vorticidad ciclónica ( $\omega > 0$ ) cuando giran en el sentido opuesto (ver Fig. 1). Muchas de las investigaciones relacionadas con la distribución de trazadores biogeoquímicos en estos remolinos de mesoescala se basan en considerar dichos trazadores como partículas pasivas. Sin embargo, debido al pequeño orden de magnitud de la velocidad vertical en remolinos de mesoescala ( $O(10^{-5} \text{ m/s})$ ), la  $w$  no puede ser medida directamente y ésta ha sido tradicionalmente estimada a partir de métodos indirectos (Allen y Smeed, 1996; Pallàs-Sanz y Viúdez, 2005; Thomas *et al.*, 2010; Nardelli, 2013; Barceló-Llull *et al.*, 2017) y modelada numéricamente (Viúdez y Dritschel, 2003; Koszalka *et al.*, 2009; Viúdez, 2017; Estrada-Allis *et al.*, 2018).

Además del método de inversión para diagnosticar la velocidad vertical reportado en Thomas *et al.* (2010) y su evaluación a partir de la divergencia horizontal del flujo por Koszalka *et al.* (2009), un método muy utilizado es la ecuación de omega ( $\omega$ ) ya que permite interpretar la  $w$  en términos de sus forzamientos. Ésta fue derivada en primer lugar para la atmósfera usando la teoría cuasi-geostrófica (QG por sus siglas en inglés) para flujos con bajo número de Rossby ( $Ro$ ) en donde el movimiento ageostrófico surge con el fin de restaurar el desequilibrio en las ecuaciones de viento térmico

producido por la deformación del campo geostrófico (Hoskins *et al.*, 1978). Posteriormente diversas versiones de la ecuación de  $\omega$  fueron elaboradas para el océano. En busca de mejorar la precisión de la velocidad vertical QG, Viúdez *et al.* (1996) propusieron una forma generalizada en términos de la derivada material de la vorticidad vertical ageostrófica diferencial como contraparte a la prevaleciente interpretación cuasi-geostrófica de la velocidad vertical (ver sec. 2.2). La que aquí se resuelve, es una aproximación de la ecuación de  $\omega$  generalizada que permite, a diferencia de su versión QG, el diagnóstico de la velocidad vertical en ambientes con altos  $Ro$  (Viúdez y Dritschel, 2004).



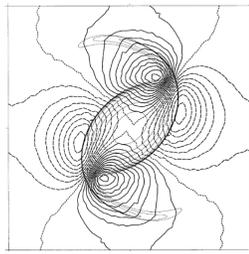
**Figura 1.** Imagen de color del mar en julio 9 de 2016 (tomada de *NASA's Earth Observatory*). En la parte central de la imagen, se observan dos remolinos anticiclónicos de mesoescala identificados por fluido filamentado, con elevada concentración de pigmento, que se enrosca en forma de espiral anticiclónica hacia el centro del remolino.

Existen múltiples trabajos de modelación numérica acerca de la distribución de la velocidad vertical pero muy pocos con observaciones directas. En 1996, Allen y Smeed realizaron un diagnóstico de la velocidad vertical de un ciclón usando la versión QG de la ecuación de  $\omega$  por primera vez en el océano, a partir de mediciones en el frente de las Islas Feroe, donde encontraron un patrón dipolar en la componente vertical de velocidad con valores de hasta  $90 \pm 30$  m/d debido a la deformación del remolino. Viúdez y Dritschel en 2003, realizaron la simulación de un remolino elíptico anticiclónico en un modelo no-hidrostático tridimensional que integra directamente la vorticidad ageostrófica horizontal y conserva explícitamente la vorticidad potencial. Con los campos numéricos producidos resolvieron la ecuación de  $\omega$  QG y obtuvieron un patrón de cuadrupolo con signo alternado con valores del orden de  $O(10^{-5})$  (ver Fig. 2(a)). Después,

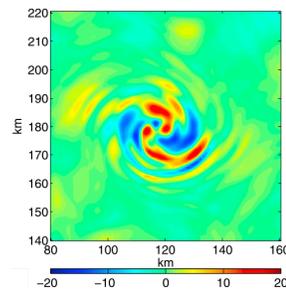
tomando perfiles de velocidad horizontal, salinidad y temperatura sobre un remolino en el Mar de Alboran, Pallàs-Sanz y Viúdez (2005) resolvieron la ecuación de  $\omega$  generalizada y estimaron valores de  $w$  de hasta 50 m/d entre 80 y 100 m de profundidad, como consecuencia de la advección de vorticidad relativa vertical por el corte (total) vertical. Luego, Koszalka *et al.* (2009), estudiaron la dinámica de un remolino coherente, aislado y anticiclónico en el interior del océano Pacífico, usando el modelo ROMS (*Regional Oceanic Modeling System*) con forzamientos de viento idealizados. Los autores obtienen valores promedio para  $w$  de 20 m/d a 78 m de profundidad usando una ecuación diagnóstica para la divergencia horizontal y la comparan con la solución de la ecuación de  $\omega$  QG, observando una distribución multipolar de celdas alternadas (espirales) de surgencia ( $w > 0$ ) y hundimiento ( $w < 0$ ) asociadas al término de inclinación del remolino (Fig. 2(b)). Nardelli (2013) estimó la velocidad vertical en un anillo ciclónico de la Corriente de Agujas a partir de la construcción de campos tridimensionales sintéticos, combinando datos de satélite y perfiles de derivadores *ARGO* y *CTD*. En la figura 2(c) se muestra un patrón multipolar con valores promedio de  $w$  de 35 m/d que parece una oscilación con número de onda  $k=4$ , usando una interpretación semi-geostrófica (SG) de la ecuación de  $\omega$ , la cuál añade la contribución de la advección ageostrofica del campo de velocidad geostrofico.

Más recientemente, Barceló-Llull *et al.* (2017) a partir de campos tridimensionales de densidad y velocidad horizontal medidos en el interior de un remolino anticiclónico intra-termoclino, resolvieron la ecuación de  $\omega$  generalizada y encontraron que la distribución de velocidad vertical es dipolar en capas profundas con máximos de 6.3 m/d como se muestra en la figura 2(d). Su evaluación de los términos forzantes indican que es la combinación entre deformación horizontal y la advección de vorticidad vertical relativa por parte del corte ageostrófico vertical el mecanismo generador de  $w$ . Por otra parte, Viúdez (2017) examina un anticiclón aislado, marginalmente estable, en un modelo numérico tridimensional no-hidrostático. La distribución del campo de  $w$  es dipolar con máximo en  $z=0$  y lo relaciona al ascenso y descenso de las isopicnas durante el giro del remolino cuyo eje está verticalmente inclinado. Recientemente, Pilo *et al.* (2018) encuentran recurrentes celdas alternadas de  $w$  que rotan anticiclónicamente en compuestos de remolinos anticiclónicos en el mar de Tasmania, obtenidos del *Ocean Forecasting Australia Model* (OFAM por sus siglas en inglés). Los autores sostienen que las celdas de velocidad vertical están conectadas a cambios en la forma

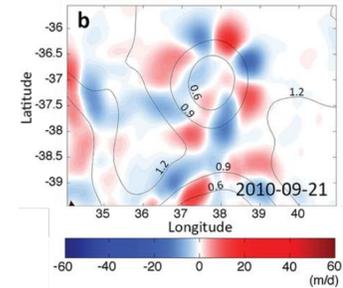
del remolino al paso del tiempo (Fig. 2(e)). Promedios en el tiempo y profundidad de la distribución de  $w$  indican hasta 50 m/d entre los 500 y 1500 m. También, en un análisis numérico de la estructura vertical en el interior de un remolino anticiclónico obtenido con ROMS, en el océano Atlántico, Estrada-Allis y colaboradores, a finales de 2018 revelan una estructura dipolar con máximo de 15 m/d a 300 m de profundidad, donde la advección y la deformación del campo de vorticidad son el forzante más importante (Fig. 2(e)).



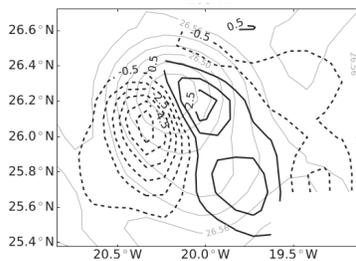
(a) Distribución cuadrupolar de  $w$ . Los contornos discontinuos indican velocidad negativa y los continuos positiva, la línea punteada indica  $w=0$ . Al centro, los contornos continuos gruesos definen la vorticidad potencial (tomada de Viúdez y Dritschel (2003)).



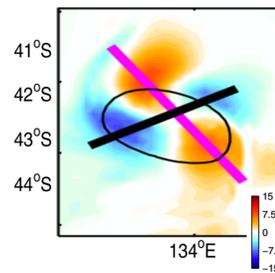
(b) Velocidad vertical a 78 m de profundidad en m/d. El color azul señala hundimiento y el rojo surgencia (tomada de Koszalka et al. (2009)).



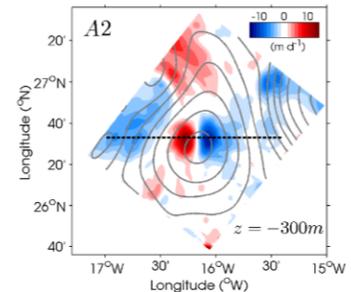
(c) Velocidad vertical a 100 m de profundidad. En color azul la velocidad negativa y en rojo positiva. Los contornos representan el nivel del mar en metros (tomada de Nardelli (2013)).



(d) Distribución dipolar de la velocidad vertical en m/d a 165 m de profundidad. Los contornos grises muestran la anomalía de densidad potencial. Contornos discontinuos indican hundimiento, los continuos surgencia (tomada de Barceló-Llull et al. (2017)).



(e) Patrón cuadrupolar de  $w$  en m/d. El contorno en negro delinea la anomalía de nivel del mar (tomada de Pilo et al. (2018)).



(f) Campo de velocidad vertical encontrado a 300m de profundidad. Los contornos en gris denotan anomalía de densidad y el azul y rojo para velocidad negativa y positiva respectivamente (tomada de Estrada-Allis et al. (2018)).

**Figura 2.** Ejemplos de distintas distribuciones horizontales de velocidad vertical en remolinos.

Así, vemos que en la literatura celdas de signo alternado de  $w$  son una característi-

ca recurrente tanto en remolinos ciclónicos como anticiclónicos (Allen y Smeed, 1996; Viúdez y Dritschel, 2003; Pallàs-Sanz y Viúdez, 2007; Koszalka *et al.*, 2009; Nardelli, 2013). Se han encontrado campos con distribuciones de forma dipolar, cuadripolar o multipolar para diversas configuraciones de remolinos; pero no hay un consenso sobre cuáles son los forzamientos y condiciones dinámicas del remolino que establecen dichas distribuciones de velocidad vertical.

Debido al desafío que resulta actualmente el monitoreo directo de la dinámica vertical mesoescalar, su análisis con frecuencia se basa en suposiciones dinámicas simples o muy generalizadas con sustento en argumentos conceptuales. Un ejemplo es el bombeo de Ekman no-lineal (McGillicuddy *et al.*, 2007) debido a la advección de vorticidad inducida por el esfuerzo del viento, que resulta en una estructura de velocidad vertical dipolar con surgencia y hundimiento. Otro ejemplo, sería la interacción del viento con los remolinos (Martin y Richards, 2001). En esta interpretación, como resultado de parametrizar el esfuerzo del viento considerando la corriente asociada al remolino, se desarrolla hundimiento en el centro de ciclones y surgencia en anticiclones. De igual forma, refiriéndose al desplazamiento vertical de las isopicnas en su interior, el bombeo de remolinos lleva a creer que los ciclones y anticiclones, durante su intensificación, conducen siempre y exclusivamente a surgencia y hundimiento en el centro del remolino, respectivamente (Pidcock *et al.*, 2013; Pilo *et al.*, 2018). Sin embargo, aproximaciones más precisas de la velocidad vertical (incluyendo modelos de ecuaciones primitivas) muestran patrones de  $w$  con estructuras más complicadas.

Con respecto a la teledetección (mayormente de satélites), ésta se limita a la parte superior del océano y estudios en embarcaciones están limitados en términos de cobertura espacial y temporal en muestreos, por lo que los modelos numéricos resultan una herramienta útil para la comprensión de  $w$  en diferentes escalas de tiempo y espacio.

Por otro lado, los movimientos verticales en los remolinos de mesoescala se desarrollan con el fin de restablecer el balance geostrófico (Martin y Richards, 2001). Entonces, podría decirse que las diferencias entre las distribuciones de  $w$  antes mencionadas son debidas a diferencias en las distribuciones de desequilibrio geostrófico, las cuales son impuestas por su estructura tridimensional de vorticidad, es decir, las condiciones iniciales.

El fin en este trabajo es caracterizar el patrón de distribución horizontal del campo de velocidad vertical que producen vórtices con diferentes condiciones iniciales; y así contribuir a tener una mayor comprensión sobre el transporte vertical de trazadores biogeoquímicos en el interior de dichas estructuras, relevante para el estudio del funcionamiento de los ecosistemas marinos. Por lo tanto, se realizará un análisis de  $w$  y su distribución tomando los campos de densidad y velocidad horizontal de remolinos sintéticos simulados con un modelo numérico tridimensional, inviscido y no-hidrostático (Viúdez y Dritschel, 2003) y un modelo regional del Golfo de México (Jouanno *et al.*, 2016). A partir de dichos campos, se hará un análisis de los términos en la ecuación de  $\omega$  generalizada (Viúdez *et al.*, 1996) para identificar el tipo de forzamientos que dominan en cada uno de los patrones de  $w$  encontrados.

## **1.1. Objetivos**

### **1.1.1. Objetivo general**

Caracterizar la distribución de velocidad vertical para remolinos con diferentes distribuciones tridimensionales de vorticidad (elipsoide, esferoide aislado, elipsoide aislado, etc.) .

### **1.1.2. Objetivos específicos**

- Identificar el forzamiento dinámico responsable de dichas distribuciones de  $w$  a partir del análisis de una versión generalizada de la ecuación de  $\omega$ .
- Identificar en los remolinos de la corriente de Lazo, simulados con un modelo regional, la existencia de esas distribuciones.

## Capítulo 2. Metodología

---

Se simularon numéricamente vórtices con distintas condiciones iniciales (remolinos con vorticidad de un sólo signo, aislados, circulares, elípticos, etc.) para después analizar el patrón en su velocidad vertical. Para simular los vórtices, se utilizó un modelo no-hidrostático, tridimensional, que integra directamente la vorticidad adimensional ageostrófica horizontal y conserva explícitamente la vorticidad potencial (VP) por medio de la advección de contornos en superficies isopícnas (Viúdez y Dritschel, 2003). La VP se define como  $VP = (\boldsymbol{\omega} + \mathbf{k}f)/f \cdot \nabla(z - D)$ , donde  $f$  es el parámetro de Coriolis,  $\nabla_h$  es el operador Nabla horizontal, y  $D$  representa el desplazamiento de las isopícnas con respecto a la configuración de isopícnas no perturbadas (océano en reposo). La vorticidad ageostrófica es definida en términos del Laplaciano de un vector potencial  $\phi$  del cual se derivan el campo de velocidad y densidad, a partir del rotacional y la divergencia de este respectivamente.

Los campos tridimensionales generados de velocidad horizontal ( $\mathbf{u}_h$ ) y densidad ( $\rho$ ) se emplean para diagnosticar, por medio de la ecuación de  $\omega$  generalizada (Viúdez *et al.*, 1996), la componente vertical de velocidad ( $w_{\omega}$ ) y comparar con el campo de  $w$  resultante de las simulaciones numéricas idealizadas ( $w$ ). Se realiza una descomposición de los términos de la ecuación de  $\omega$  para distinguir la aportación que hace cada uno al campo de  $w$  e identificar los forzamientos que dominan.

Adicionalmente se coteja la velocidad vertical en remolinos numéricos característicos del Golfo de México obtenidos a partir de un modelo realista, hidrostático, viscoso y con forzamientos (Jouanno *et al.*, 2016), producto de la componente oceánica del programa *Nucleus for European Modelling of the Ocean* (NEMO de ahora en adelante). También se calculó  $w$  por medio de la ecuación de  $\omega$ , para buscar patrones horizontales de  $w$  similares a los encontrados dentro de vórtices idealizados con estructura dinámica semejante.

### 2.1. Sobre los vórtices

Los vórtices oceánicos se definen por un conjunto de parcelas de agua que giran alrededor de un eje común, cuyo tiempo de vida varía de semanas a años, sujetos a la

rotación planetaria y estratificación del océano. Dinámicamente, todos los remolinos pueden describirse en términos de su vorticidad potencial. Esta variable física combina la rotación del remolino, con la de la tierra, y el desplazamiento vertical de las isóneas de densidad (Carton, 2001). En esta tesis se estudian 5 vórtices anticiclónicos con distintas distribuciones iniciales de VP, ya que esta propiedad detalla su estabilidad y el movimiento de las parcelas de agua. Además la prevalencia de vórtices anticiclónicos en el océano ha sido resaltada en investigaciones previas (por ejemplo, Koszalka *et al.* 2009).

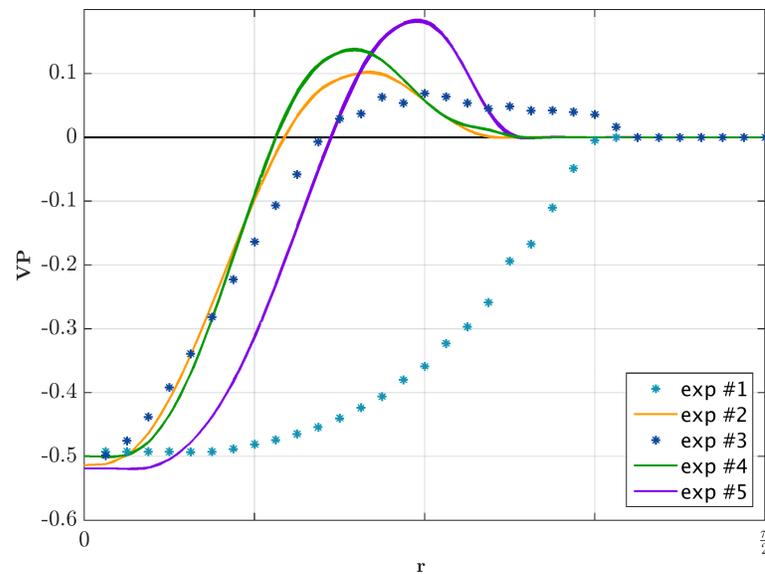
El primer vórtice simulado se define con un elipsoide con un signo único de anomalía de vorticidad potencial (AVP) respecto al estado base en el dominio (VP= 0). Estos remolinos pueden experimentar axisimetrización, proceso mediante el cual un vórtice asimétrico se transforma espontáneamente en circular. Los siguientes experimentos parten de distribuciones de VP propia de vórtices aislados. Un monopolo aislado es aquel que tiene un núcleo de vorticidad de único signo rodeado por una zona exterior de vorticidad con signo contrario, tal que la suma de AVP sea cero en todo el dominio (Viúdez, 2017). El cambio de signo en el gradiente radial de AVP conduce a inestabilidad en los vórtices aislados, es decir, el corte ejercido en el centro por su contorno de vorticidad opuesta, es suficiente para desestabilizarlo (Carton, 2001), en cuyo caso se pierde la axisimetría de su estado inicial.

Visto que las condiciones iniciales en un vórtice definen sus propiedades de estabilidad (por ejemplo, Carton *et al.* (2014); Viúdez (2017)), a continuación se exponen las especificaciones en la distribución inicial de AVP necesarias para la generación de vórtices aislados en el modelo idealizado. La distribución horizontal inicial para cada remolino, es determinada por lo suave o abrupto que sea su perfil de VP a lo largo de la dirección radial sobre cada isopicna. El perfil radial es especificado, en el origen del remolino y en su anillo exterior, con los parámetros  $p$  y  $q$  respectivamente, siguiendo una expresión definida por la función Beta Incompleta Normalizada ( $\beta_x$ ):

$$\text{Dist AVP} = -\text{AVP}_{\max} \left[ \frac{(p+q+4)(p+1)}{2(q+1)} \beta_x(p+2, q+1) - \frac{(p+q+2)(p+3)}{2(q+1)} \beta_x(p+1, q+1) \right], \quad x = \frac{p+3}{p+q+4}.$$

El cambio de signo en la distribución de AVP desencadena al desarrollo de perturbaciones, por lo que incrementar los parámetros  $p$  y  $q$  ocasionan intensos gradientes

horizontales de VP y conduce a remolinos inestables, que pueden evolucionar en tripolos, un par de dipolos, etc. (Viúdez, 2017). Además, en los remolinos aislados se añade una pequeña perturbación que consiste en un pequeño desplazamiento horizontal de los contornos de AVP con una amplitud  $\delta r = 0.1$  y número de onda vertical 2 para acelerar la actividad inestable. Viúdez (2017) llama “marginamente estables”, a los vórtices que mantienen su coherencia, i.e. su forma, por largos periodos de tiempo. Consecuentemente, vórtices inestables se destruyen y pueden evolucionar a estructuras más complejas como tripolos compuestos por un núcleo central de vorticidad rodeado por dos satélites de vorticidad contraria, que rotan en conjunto.



**Figura 3.** Perfil radial inicial de vorticidad potencial para los 5 remolinos generados. Los asteriscos identifican a los vórtices elípticos.

Las simulaciones se realizan durante 50 periodos inerciales y máxima AVP de  $-0.5$ , al periodo inercial  $t = 5$  p.i. (ver sección 2.3), para todos los experimentos; así como una relación de aspecto entre la dimensión horizontal y vertical igual a  $x/z = y/x = 100$ . Usamos una malla de  $128^3$  puntos con 128 isopicnas en un dominio con extensión de  $[-\pi, \pi]$  que define la unidad de longitud. La frecuencia de Brunt-Väisälä se define como  $N = \sqrt{2\pi}$ ,  $f$  es el parámetro de Coriolis y  $c = N/f = 0.01$  es el cociente entre ambas. Las condiciones iniciales para todos los remolinos son condiciones axisimétricas.

## 2.2. Ecuación de $\omega$

La ecuación de  $\omega$  generalizada, utilizada en este trabajo, es una ecuación elíptica, invíscida y adiabática que permite el diagnóstico de la velocidad vertical en ambientes ageostróficos a partir de campos tridimensionales de densidad y velocidad horizontal (Viúdez y Dritschel, 2004). La ventaja de elegir este método, es que permite interpretar la  $w$  en términos de sus forzamientos. Específicamente, en este trabajo se utiliza la ecuación de  $\omega$  generalizada en términos del vector  $\mathbf{Q}$  descrita en Pallàs-Sanz y Viúdez (2005). Ésta se resuelve con un método iterativo de relajación con condiciones de frontera tipo Dirichlet, es decir  $w=0$  en las fronteras del dominio,

$$N^2 \nabla_h^2 w + f(f + \zeta) w_{zz} = \overbrace{2 \nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h}^{\text{DivQ}} + \underbrace{f \zeta_{ph}^a \cdot \nabla^2 \mathbf{u}_h}_{\text{Pseu}} \quad (1)$$

donde  $\zeta = v_x - u_y$  es la vorticidad relativa, el subíndice  $h$  se refiere al vector horizontal y los subíndices  $(x, y, z)$  denotan derivadas parciales espaciales.

El flujo geostrófico es calculado con el campo de densidad e integrando verticalmente las ecuaciones del viento térmico (Cushman-Roisin y Beckers, 2011). La velocidad ageostrófica horizontal ( $\mathbf{u}_h^a$ ) se estima como la diferencia entre la velocidad total y la velocidad geostrófica:

$$\mathbf{u}_h^a = \mathbf{u}_h - \mathbf{u}_h^g.$$

El vector  $\mathbf{Q}_h = \nabla_h \mathbf{u}_h \cdot \nabla_h b$ , donde  $b$  es la flotabilidad, representa la deformación del gradiente horizontal de densidad por el campo total de velocidad horizontal, por lo tanto, podemos hacer una descomposición del vector de deformación  $\mathbf{Q}_h$  y obtener la contribución a  $w$  debida a la deformación geostrófica ( $w_{DivQG}$ ) o ageostrófica ( $w_{DivQA}$ ). Análogamente,  $\zeta_{ph}^a$  representa la componente ageostrófica de la pseudo-vorticidad horizontal  $\zeta_{ph}^a = \zeta_{ph} - \zeta_{ph}^g \equiv (-v_z^a, u_z^a)$ . La pseudo-vorticidad puede ser equivalentemente interpretada, como las componentes horizontales de la vorticidad de un campo tridimensional de flujo solamente horizontal ( $w=0$ ) o como la rotación antihoraria del corte vertical. Este término simboliza la advección de vorticidad vertical debida al corte vertical (Pallàs-Sanz y Viúdez, 2005; Pallàs-Sanz *et al.*, 2010).

Más aún, la velocidad vertical inducida por cada término en la ecuación (1) puede ser conocida al integrar individualmente cada forzamiento, y al final de cuentas anali-

zar  $w_{\omega} = w_{DivQ} + w_{Pseu}$  donde  $w_{DivQ} = w_{DivQG} + w_{DivQA}$ . La ecuación de  $\omega$  QG surge cuando se desprecian los cambios agestróficos de velocidad horizontal ( $\mathbf{Q}_h \rightarrow \mathbf{Q}_h^g$ ,  $\zeta_{ph}^a \rightarrow 0$ ) y se considera la vorticidad vertical varias veces menor al parámetro de Coriolis ( $|\zeta| \ll |f|$ )

$$N^2 \nabla_h^2 w^{QG} + f^2 w_{zz}^{QG} = 2 \nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h^g. \quad (2)$$

La elección de la expresión generalizada, se debe a la demostración del aumento de precisión que reportan Viúdez y Dritschel (2004) al comparar las soluciones de un modelo idealizado a las interpretaciones QG y SG de la ecuación de  $\omega$ .

### 2.3. Descripción del modelo idealizado

Se produjeron vórtices con diversas AVP en un fluido inviscido, incompresible, estratificado y en rotación, bajo las aproximaciones de Boussinesq y plano- $f$ . Este modelo numérico tridimensional y no-hidroestático, es adecuado para el estudio de la velocidad vertical puesto que integra directamente la vorticidad adimensional agestrófica horizontal y conserva explícitamente la VP integrando en un dominio triple periódico (Viúdez y Dritschel, 2003).

Las ecuaciones que gobiernan la dinámica del fluido son la ecuación de momento horizontal (3), y vertical (4), y la conservación de densidad (5):

$$\frac{D\mathbf{u}_h}{Dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{u}_h = -\frac{1}{\rho} \nabla_h \Phi \quad (3)$$

$$\frac{Dw}{Dt} = -\frac{1}{\rho} \left( \frac{\partial \Phi}{\partial z} + g\rho \right) \quad (4)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (5)$$

donde  $D/Dt$  indica la derivada material y  $g$  la aceleración debida a la gravedad. Las incógnitas iniciales son las tres dimensiones del campo de velocidad  $\mathbf{u} = (u, v, w)$ , el potencial de presión  $\Phi$  y el campo de densidad  $\rho$ , que después se expresa en términos de  $D$ . Las ecuaciones pronósticas que se resuelven son las correspondientes a las componentes horizontales del cambio (material) de la vorticidad agestrófica adimensional escalada por  $f$ ,  $\mathbf{A}_h = (\boldsymbol{\omega}_h - \boldsymbol{\omega}_h^g)/f$  y la conservación material de la vorticidad

potencial ( $\Pi$ ).

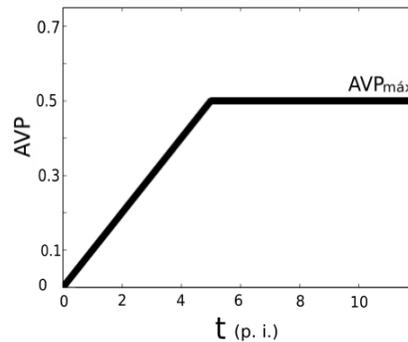
$$\frac{D\mathbf{A}_h^a}{Dt} = -f\mathbf{k} \times \mathbf{A}_h + (1 - c^2)\nabla w + \mathbf{A} \cdot \nabla \mathbf{u}_h + c^2 \nabla \mathbf{u}_h \cdot \nabla D \quad (6)$$

$$\frac{D\Pi}{Dt} = 0, \quad (7)$$

donde  $\boldsymbol{\omega}_h$  son las componentes horizontales de la vorticidad  $\boldsymbol{\omega} = \nabla \times \mathbf{u}$ . Por otro lado, se puede definir a la vorticidad ageostrófica como el Laplaciano de un vector potencial  $\mathbf{A}_h \equiv \nabla^2 \boldsymbol{\varphi}_h$ , del cual los campos de velocidad y densidad pueden ser recuperados a través de

$$D = -\nabla \cdot \boldsymbol{\varphi} \quad \frac{\mathbf{u}}{f} = -\nabla \times \boldsymbol{\varphi}.$$

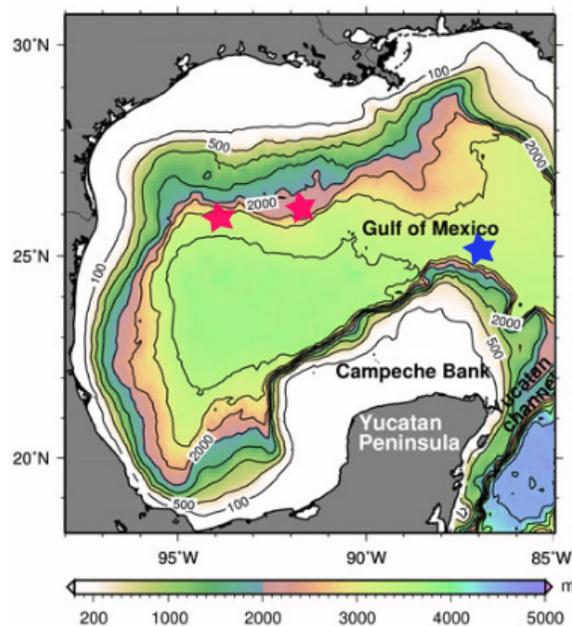
Para simular los vórtices, la condición inicial se obtiene con la intensificación gradual de la AVP del flujo vortical hasta alcanzar la AVP máxima (o mínima) prescrita a los 5 periodos inerciales (ver Fig. 4). Este método de iniciación evita la generación de ondas inercio-gravitatorias (Viúdez y Dritschel, 2003). La AVP es representada por contornos sobre isopicnas. Los puntos de malla (parcelas de fluido) se distribuyen a lo largo de los contornos. Los contornos de AVP son advectados directamente por la velocidad local, interpolados a una malla regular, e invertidos para obtener la componente vertical del vector potencial  $\boldsymbol{\varphi}$ . Las componentes horizontales del vector potencial,  $\boldsymbol{\varphi}_h$ , son obtenidas al invertir la vorticidad ageostrófica adimensional escalada por  $f$ , simbólicamente  $\boldsymbol{\varphi}_h = \nabla^{-2} \mathbf{A}_h$ .



**Figura 4.** Función rampa utilizada para el incremento progresivo de AVP en la condición inicial.

## 2.4. Descripción del modelo NEMO

El modelo numérico NEMO fue utilizado para la identificación de remolinos numéricos semejantes a los simulados con el modelo idealizado. Se analizó la trayectoria hacia el oeste del golfo, de un remolino anticiclónico de larga duración liberado de la corriente de Lazo y se seleccionaron 2 tiempos correspondientes a los días 161 y 269. Las posiciones correspondientes a esos instantes son indicados en la figura 5 en color rojo y su posición de partida, referida como el momento en que se desprende de la corriente de Lazo, en color azul.



**Figura 5.** Mapa del Golfo de México donde se indican las posiciones del centro de un remolino numérico (estrellas rojas) durante su propagación hacia el oeste. La estrella azul indica la posición del centro del remolino antes de su liberación. Contornos indican líneas batimétricas en metros.

Este modelo, hidrostático, de circulación oceánica, resuelve las ecuaciones tridimensionales primitivas de Navier-Stokes bajo la aproximación de Boussinesq, en coordenadas esféricas sobre una malla de Arakawa tipo C y 48 niveles verticales. La configuración del modelo consiste en una malla de  $1/12^\circ$ , lo que corresponde a cerca de 8.4 km de resolución horizontal en el GoM, asimismo, coeficientes de difusión, fricción de fondo y condiciones de frontera de parcial-deslizamiento en las fronteras laterales son considerados. La configuración completa del modelo en esta región es descrita con más detalle en Jouanno *et al.* (2016).

## Capítulo 3. Resultados

### 3.1. Modelo idealizado no-hidrostático

Esta sección describe la evolución de vórtices monopolares definidos por una distribución tridimensional particular de VP, que se detalla en la Tabla 1, durante 50 periodos inerciales. Los experimentos corresponden a un elipsoide estable (#1), un esferoide aislado marginalmente estable (#2), un elipsoide aislado marginalmente estable (#3) y 2 esferoides aislados inestables (#4 y #5). Nótese en la Tabla 1, que la escala vertical del remolino es 100 menor que la horizontal, es decir, remolinos lenticulares.

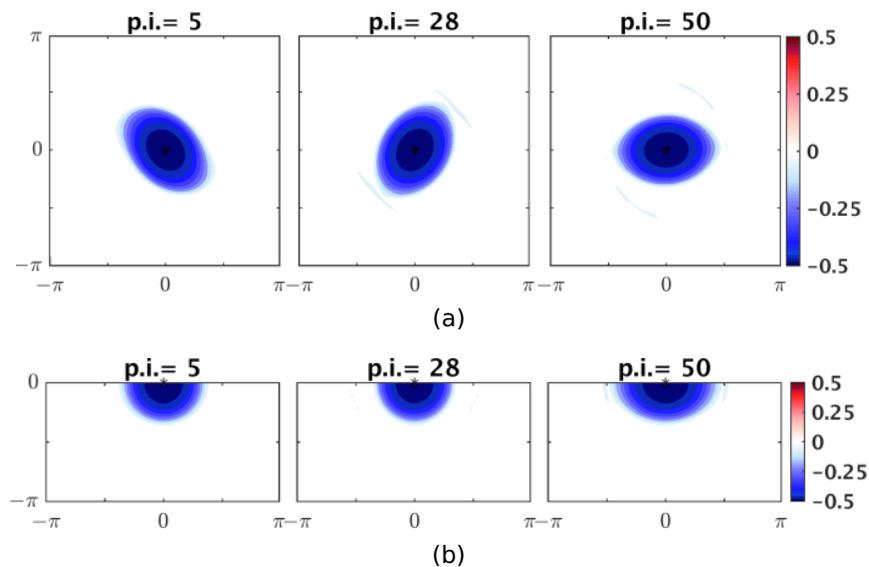
**Tabla 1.** Parámetros iniciales de los 5 vórtices simulados: anomalía de vorticidad potencial (AVP), longitud del semieje mayor (eje x), longitud del semieje menor (eje y), extensión vertical (eje z), parámetros de forma del perfil de vorticidad potencial ( $p$  y  $q$ ), y número de onda de la perturbación ( $k$ ).  $c = N/f = 0.01$  es el cociente entre las frecuencias de Brünt-Väisälä y Coriolis. Nótese que en los casos de remolinos aislados también se indica la AVP positiva del anillo a los 5 p.i.

Experimentos	AVP	eje x	eje y	eje z	$p$	$q$	Perturbación ( $k$ )
#1	-0.5	1.5	1.0	$1c$	0	0	0
#2	-0.5 +0.11	1.0	1.0	$1c$	2	2	2+3
#3	-0.5 +0.09	1.5	1.0	$1c$	1	1	2+3
#4	-0.5 +0.20	1.0	1.0	$1c$	3	1	8+9
#5	-0.5 +0.14	1.0	1.0	$1c$	3	3	8+9

#### 3.1.1. Experimento #1: Elipsoide

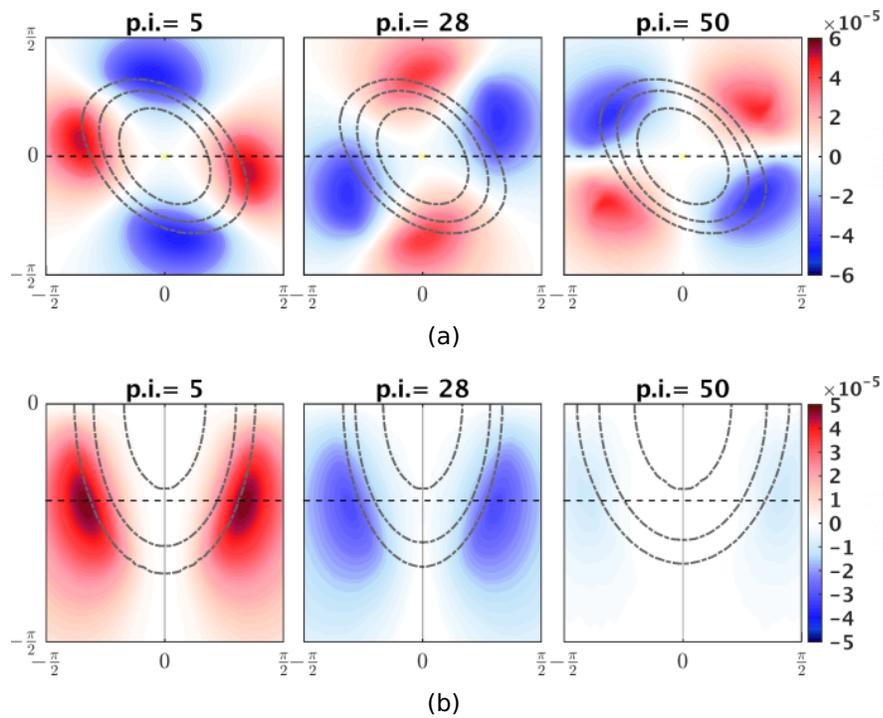
Por simplicidad, en el primer experimento se escoge la distribución inicial de AVP de un elipsoide, en el que la VP cambia radialmente, con  $AVP=0$  en el contorno exterior y la anomalía máxima ( $AVP=-0.5$ ) en el origen (ver Tabla1). Su eje mayor tiene longitud

1.5, el eje menor 1, y su extensión vertical  $1c = 0.01$ . La dimensión de los remolinos se eligió con el fin de evitar posibles perturbaciones en las fronteras del dominio por su condición de triple periódico. Nótese que el desplazamiento de las isopicnas,  $D$ , es triple periódico pero no la profundidad  $d(\mathbf{x}, t) = z - D(\mathbf{x}, t)$ , definida como la posición vertical que una isopicna localizada en  $\mathbf{x}$  al tiempo  $t$  tiene en la configuración de densidad de referencia (Viúdez, 2017). En la figura 6 se observa la distribución de AVP para el primer experimento, al inicio ( $t=5$  p.i.), durante ( $t=28$  p.i.) y al final de la simulación ( $t=50$  p.i.). Es posible observar pequeños filamentos de VP que se desprenden en sus vértices. Este proceso de filamentación en remolinos elípticos ha sido descrito anteriormente y resulta en la axisimetrización del remolino (por ejemplo Melander *et al.* (1987); Graves *et al.* (2006)). El periodo de rotación del elipsoide fue de 6 p.i., lo cuál fue mucho menor que el observado en los demás experimentos.



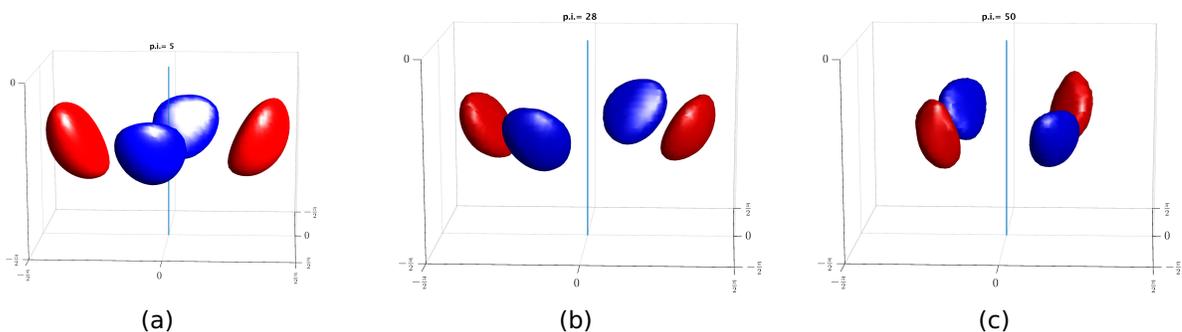
**Figura 6.** Distribución horizontal en la isopicna media ( $il=65$ ;  $z = 0$ ) (a) y vertical (b) de la anomalía de vorticidad potencial (AVP) del remolino elipsoidal a los 5, 28, y 50 p.i..

La Fig. 7 muestra un acercamiento de la distribución horizontal y vertical de  $w$  en la isopicna  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ) y plano  $iy=65$  ( $y=0$ ), respectivamente. El patrón de velocidad se compone por cuatro celdas de  $w$  con signo alternado o distribución cuadrupolar con velocidad vertical máxima de hasta  $w_{max} \simeq 5.8 \times 10^{-5}$  cerca de los vértices del elipsoide.



**Figura 7.** Distribución horizontal en la isopícula  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ) (a) y vertical (b) de la velocidad vertical del remolino elipsoidal a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). La isopícula  $il=52$  es la capa donde se observa la mayor velocidad vertical. Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de  $-0.3$ ,  $-0.2$ , y  $-0.005$  es mostrada en contornos grises discontinuos. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. Nótese que el dominio mostrado ha sido reducido a la mitad ( $[-\pi/2, \pi/2]$ ) respecto la Fig. 6.

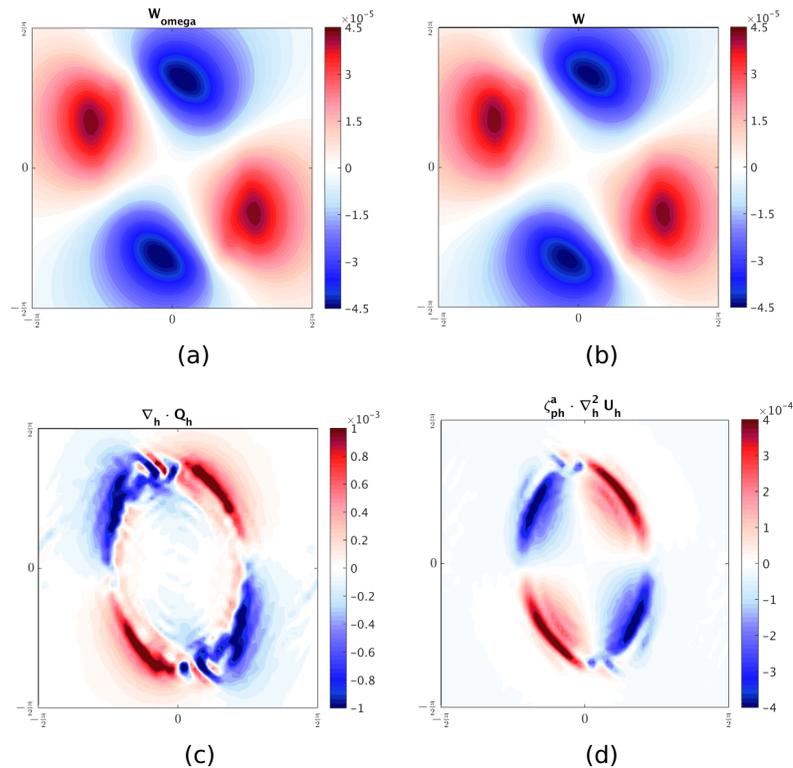
La estructura tridimensional de la distribución cuadrupolar de la velocidad vertical se muestra en la Fig. 8 en forma de isosuperficies de  $w = \pm 35 \times 10^{-6}$  para  $t=5$  (a),  $t=28$  (b), y  $t=50$ p.i. (c).



**Figura 8.** Isosuperficies de velocidad vertical con valor  $w = \pm 35 \times 10^{-6}$  para  $t=5$  (a),  $t=28$  (b), y  $t=50$ p.i. (c). En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste.

### 3.1.1.1. Comparación con la ecuación de $\omega$

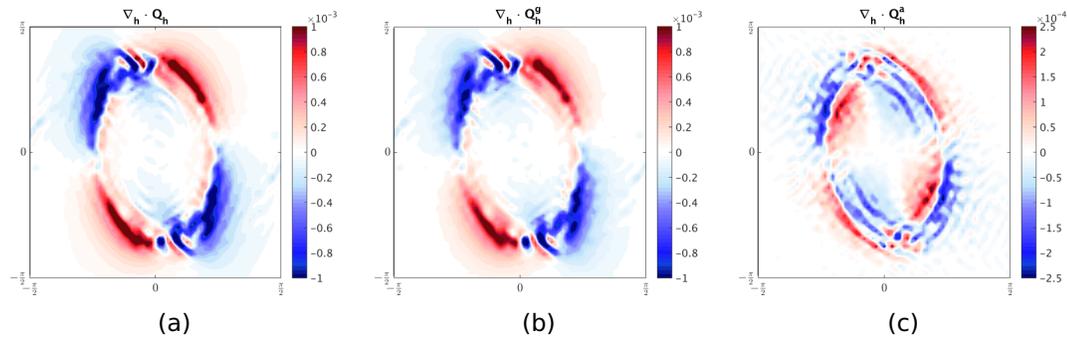
El campo de velocidad vertical es diagnosticado con la ecuación de  $\omega$  generalizada (ec. 1) a partir de los campos tridimensionales de densidad y velocidad horizontal, y comparado con la velocidad vertical obtenida con el modelo idealizado a  $t = 45$  p.i. (Figs. 9a,b). El patrón cuadripolar de distribución horizontal de  $w_{\omega}$  coincide muy bien con el patrón resultante del modelo idealizado aunque la magnitud, en promedio, disminuye  $\sim 7\%$ .



**Figura 9.** Distribución horizontal en la isopigna  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ) de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de  $\omega$  ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo idealizado ( $w$ ). Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales en la isopigna  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ) de la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h$  ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente.

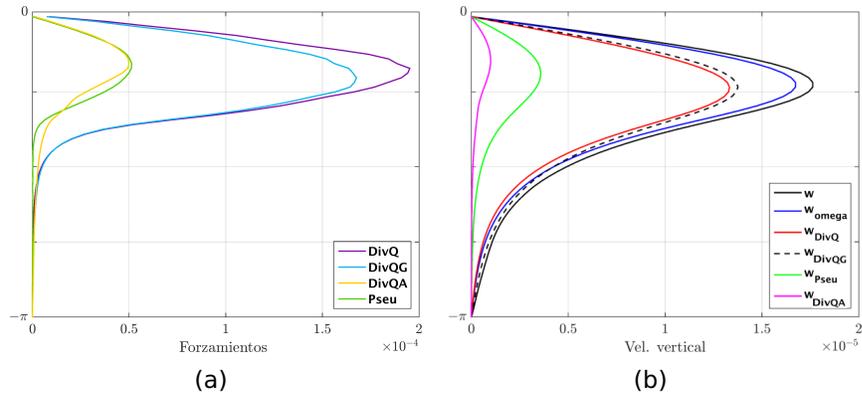
Las Figs. 9c,d muestran la distribución horizontal de los dos forzamientos para  $w$ , es decir, de los términos del lado derecho de la ec. 1. Ambos términos de forzamiento para  $w$  siguen una distribución cuadripolar pero con celdas más estrechas y alargadas (mayor excentricidad) a lo largo de la periferia del remolino (contorno de  $AVP \simeq 0$ ). La divergencia del vector de deformación horizontal ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) es un orden de magnitud mayor que el término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), resaltando que es el término

mas importante. Es por ello que también se hace la descomposición de la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h$  en sus partes geostrófica y ageostrófica para determinar cuál controla la distribución de velocidad vertical (ver Fig. 10). La descomposición muestra que la componente de deformación geostrófica domina sobre la ageostrófica, algo esperado en fluidos geofísicos donde el movimiento de las parcelas de fluido es aproximadamente horizontal ( $\mathbf{u}_h/w = 10^4$ ; ver por ejemplo Cushman-Roisin y Beckers (2011)).



**Figura 10.** Descomposición del término de forzamiento mas importante en la isopicna  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ): la divergencia del vector de deformación horizontal  $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$  (a) en sus componentes geostrófica (b) y ageostrófica (c).

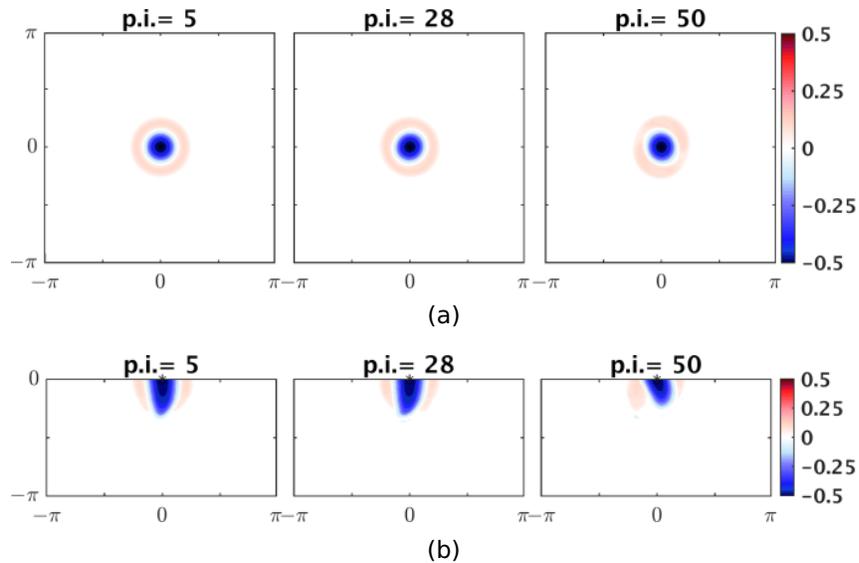
Finalmente se analizó el promedio de la magnitud del valor absoluto de cada uno de los términos en la ecuación de  $\omega$  en función de la profundidad y su contribución individual a la distribución final de  $w$  (Fig. 11). La contribución más importante es  $w_{DivQG}$  que presenta un máximo sub-superficial localizado en la isopicna  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ). Las dos contribuciones restantes,  $w_{DivQA}$  y  $w_{pseu}$ , son varias veces más pequeñas y tienen el máximo sub-superficial ligeramente más somero. Específicamente, en promedio, la  $w_{DivQA}$  y la  $w_{pseu}$  son 6 y 3 veces menores que  $w_{DivQG}$ .



**Figura 11.** Promedios horizontales del valor absoluto de (a) los forzamientos de  $w_{\omega}$  y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de  $\omega$  con cada forzamiento individual en función de la profundidad.

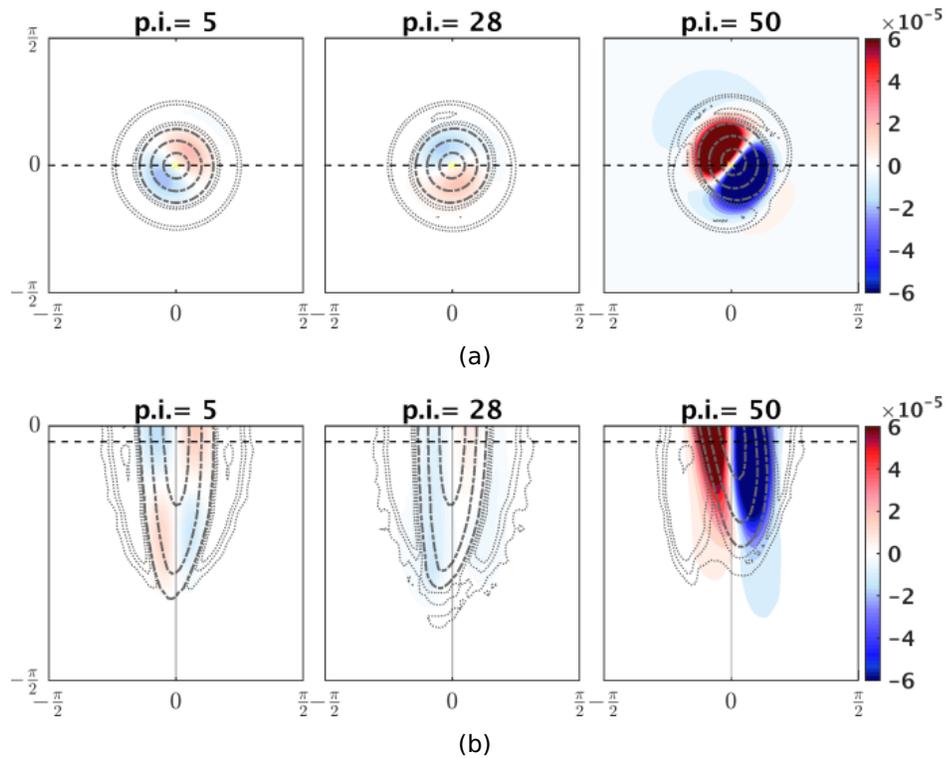
### 3.1.2. Experimento #2: Esferoide aislado marginalmente estable

El siguiente experimento es un remolino aislado al que nos referimos como marginalmente estable, ya que mantiene su forma monopolar (estable) durante el tiempo completo de la simulación. El esferoide tiene un radio horizontal de 1 y radio vertical de  $1c$ . Su distribución de AVP se compone de un núcleo anticiclónico, donde se localiza el mínimo de  $AVP = -0.5$ , rodeado por un anillo de vorticidad ciclónica de  $AVP = +0.09$ .



**Figura 12.** Distribución horizontal en la isopicna media ( $il=65$ ;  $z = 0$ ) (a) y vertical (b) de la anomalía de vorticidad potencial (AVP) del remolino esferoidal marginalmente estable a los 5, 28, y 50 p.i.. Colores rojos indican vorticidad ciclónica y azules anticiclónica.

La evolución de la distribución horizontal de AVP del esferoide (Fig. 12(a)) muestra efectivamente que el remolino aislado mantiene su estructura aproximadamente coherente por 50p.i.. A diferencia del elipsoide, el remolino marginalmente estable, presenta un movimiento de precesión, es decir, rota alrededor de su eje de simetría con una cierta inclinación (Fig. 12(b)). El anillo de AVP ciclónica se mantiene circular y conserva simetría azimuthal por mas de 28 p.i.. Al final de la simulación, sin embargo, se rompe esa simetría y observamos cómo la vorticidad ciclónica se concentra predominantemente en dos regiones de mayor AVP (Fig. 12; t=50p.i.).

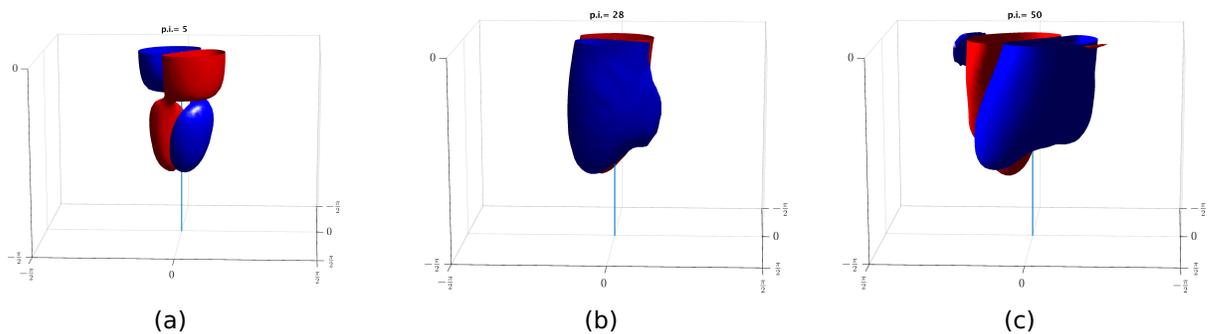


**Figura 13.** Distribución horizontal en la isopícula  $il=65$  ( $z = 0$ ) (a) y vertical (b) de la velocidad vertical del remolino esferoidal marginalmente estable a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). La isopícula  $il=65$  es la capa donde se observa la mayor velocidad vertical. La anomalía de vorticidad potencial (AVP) de  $-0.45$ ,  $-0.25$ , y  $-0.05$  es mostrada en contornos grises discontinuos;  $AVP=+0.05$ ,  $+0.025$ ,  $+0.005$  están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. Nótese que el dominio mostrado ha sido reducido a la mitad ( $[-\pi/2, \pi/2]$ ) respecto la Fig. 12.

La distribución horizontal de  $w$  para este experimento tiene una forma dipolar con dos celdas de signo alternado de  $w$  en el interior del remolino y máximo absoluto de  $w$  en  $z = 0$  de  $1.91 \times 10^{-4}$  (Fig. 13(a);  $t = 50$  p.i.). Este máximo de  $w$  es significativamente mayor que el máximo obtenido en el experimento #1. Sin embargo, nótese la

menor extensión espacial de las celdas de  $w$  en la distribución dipolar en relación a la distribución cuadrupolar del experimento #1 (Fig. 7(a)). Por otro lado, la distribución vertical de  $w$  inicia con forma cuadrupolar ( $t=5$  p.i.) y evoluciona a una distribución dipolar que se mantiene estable durante la mayor parte de la simulación (Fig. 13(b)).

La magnitud de  $w$  aumenta significativamente conforme aumenta la inclinación del eje de rotación con el transcurso del tiempo (Fig. 13). Específicamente la  $w$  incrementa 1 orden de magnitud entre  $t=28$  y  $t=50$  p.i.. Por su parte, el periodo de rotación del remolino se reduce aproximadamente a la mitad. La evolución temporal de las isosuperficies de  $w$  (Fig. 14) muestra la transición de una distribución tridimensional en forma de dipolo entrelazado de  $w$  de signo opuesto (Fig. 14(a)) a una distribución dipolar de  $w$  sin entrelazar (Figs. 14(b),(c)).

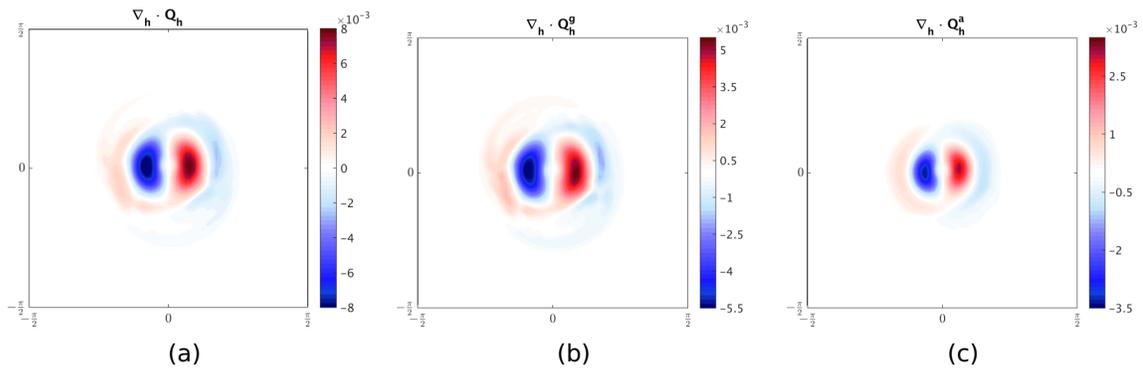


**Figura 14.** Isosuperficies de velocidad vertical del remolino esférico marginalmente estable con valores  $w = \pm 2, \pm 10, \pm 22 \times 10^{-6}$  para los periodos inerciales de  $t=5$  (a),  $t=28$  (b), y  $t=50$ p.i. (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente en cada panel. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste.

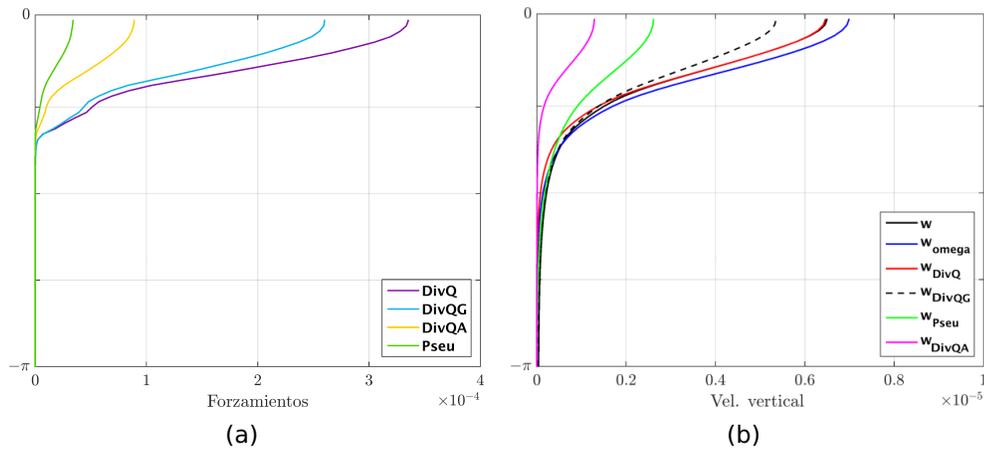
### 3.1.2.1. Comparación con la ecuación de $\omega$

La distribución horizontal de los términos de forzamiento de  $w$  para el remolino esferoidal aislado marginalmente estable (no mostrado) indica, de nuevo, que el término más importante es la divergencia del vector de deformación horizontal. La distribución de este término, y sus componentes geostróficas y ageostróficas, obviamente, tienen una distribución dipolar (Fig. 15). En promedio, el término de deformación horizontal geostófico es el más importante de la ecuación de  $\omega$  (Fig. 16(a)). La velocidad vertical resultante del término de deformación horizontal geostrófico, en promedio, es 5 veces mayor que la del ageostrófico (Fig. 16(b)), una diferencia significativamente

menor que en el experimento #1 que resultó 10 veces mayor (Fig. 11(b)).



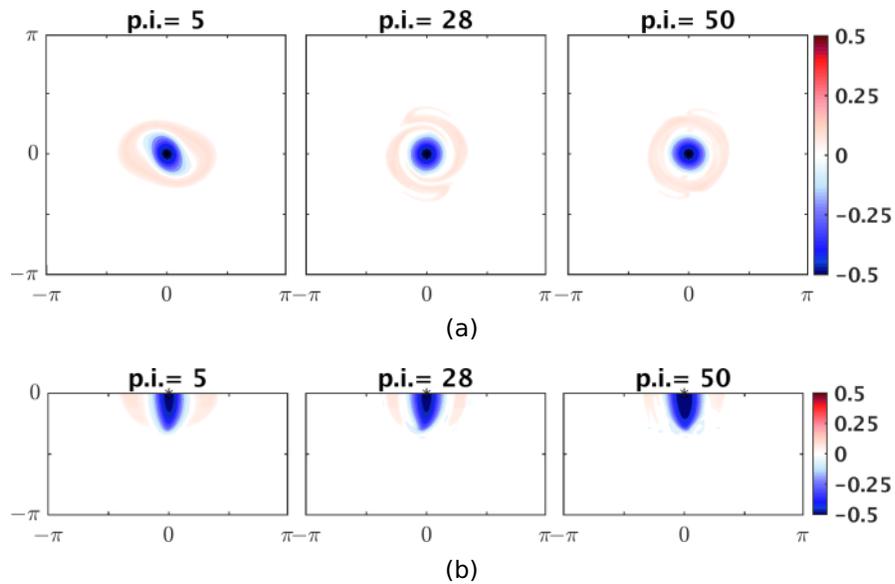
**Figura 15.** Descomposición del término de forzamiento mas importante en la isopigna  $il=65$  ( $z = 0$ ): la divergencia del vector de deformación horizontal  $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$  (a) en sus componentes geostrofica (b) y ageostrofica (c).



**Figura 16.** Promedios horizontales del valor absoluto de (a) los forzamientos de  $w_{\omega}$  y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de  $\omega$  con cada forzamiento individual en función de la profundidad.

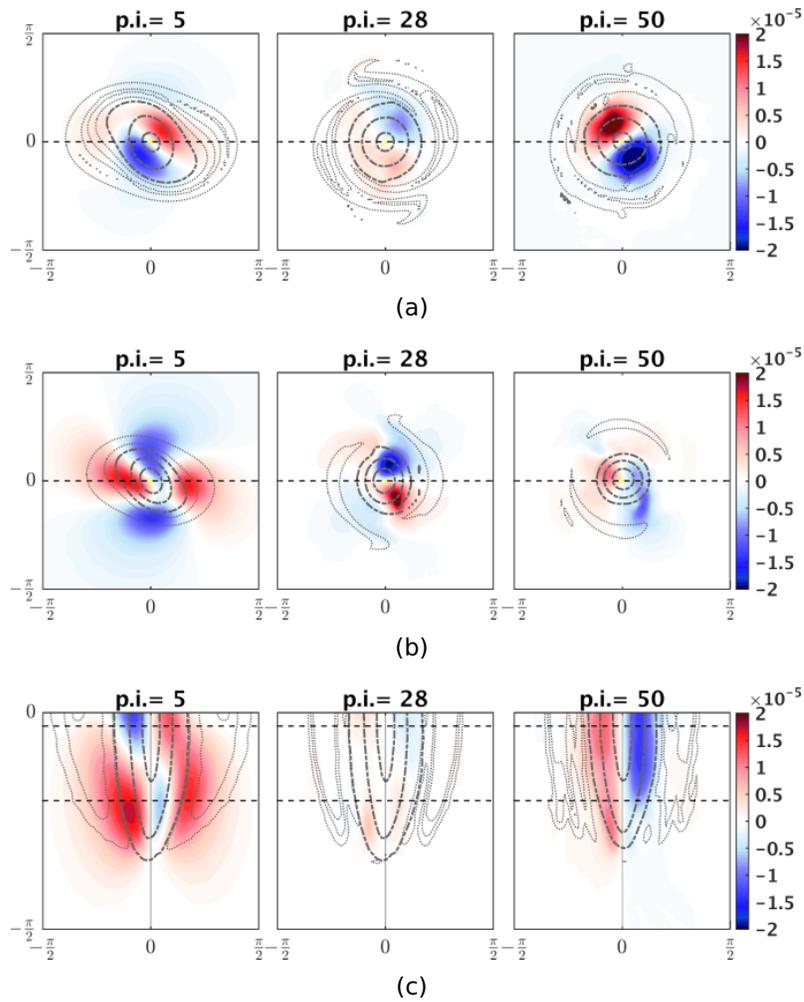
### 3.1.3. Experimento #3: Elipsoide Aislado

El tercer experimento, es un remolino elipsoidal aislado que evoluciona a uno esférico marginalmente estable (Fig. 17). En este caso, la precesión del remolino no es tan evidente pero sí es significativa en los últimos periodos de la simulación.



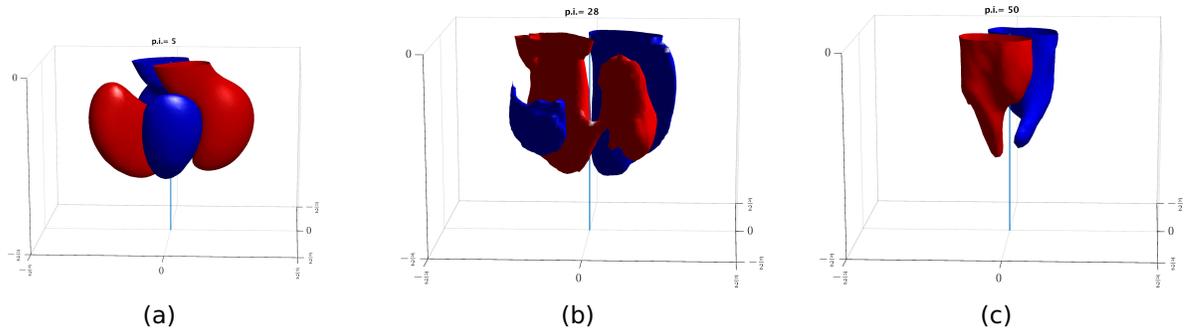
**Figura 17.** Distribución horizontal en la isopicnas  $il=65$  ( $z=0$ ) (a) y vertical (b) de la anomalía de vorticidad potencial (AVP) del remolino elipsoidal aislado a los 5, 28, y 50 p.i.. Colores rojos indican vorticidad ciclónica y azules anticiclónica.

La distribución horizontal de la velocidad vertical en las isopicnas de  $il=63$  ( $z \simeq -0.1$ ) e  $il=50$  ( $z \simeq -0.72$ ) es mostrada en las Figs. 18(a),(b). En los primeros periodos inerciales ( $t=5$  p.i. y 28 p.i.), la distribución horizontal de  $w$  difiere entre los niveles superiores e inferiores, siendo dipolar y cuadrupolar, respectivamente. En periodos inerciales posteriores ( $t=50$  p.i.), se produce la transición hacia un remolino aislado axisimétrico con distribución horizontal de  $w$  dipolar, consistente en toda la columna de agua (Fig. 18(c)). La velocidad vertical máxima observada en este experimento alcanzó  $\sim 3 \times 10^{-5}$ , un valor similar al obtenido en el experimento #1.



**Figura 18.** Distribución horizontal en las isopicnas  $il=63$  ( $z \approx -0.1$ ) (a) y  $il=50$  ( $z \approx -0.72$ ) (b) y vertical (c) de la velocidad vertical del remolino elipsoidal marginalmente estable a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de -0.45, -0.25, y -0.05 es mostrada en contornos grises discontinuos; AVP = +0.05, +0.025, +0.005 están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones. Nótese que el dominio ha sido reducido a la mitad ( $[-\pi/2, \pi/2]$ ) respecto la Fig. 17.

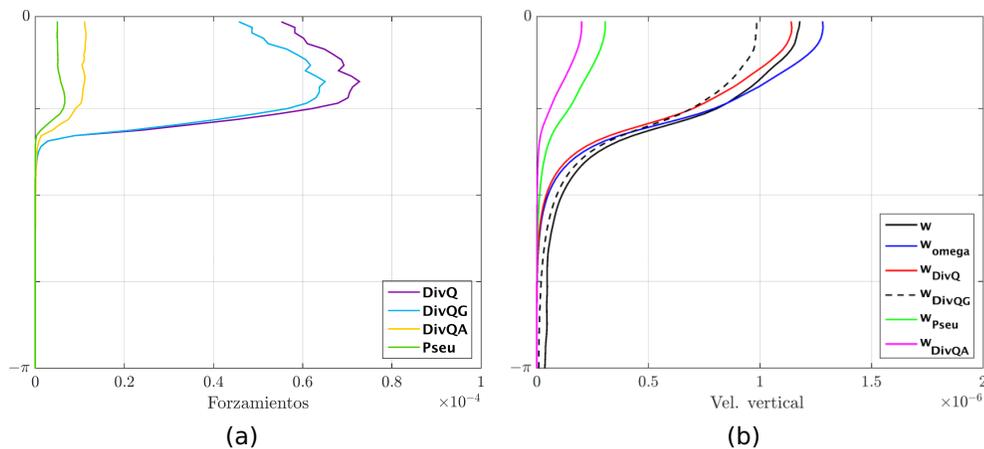
Las isosuperficies de  $w$  (Fig.19) respaldan la transición de la velocidad vertical tri-dimensional de una estructura en la que coexisten ambas distribuciones, cuadrupolar y dipolar, hacia una estructura únicamente dipolar.



**Figura 19.** Isosuperficies de velocidad vertical del remolino elíptico marginalmente estable con valores  $w = \pm 6, \pm 3, \pm 12 \times 10^{-6}$  para los periodos inerciales de  $t=5$  (a),  $t=28$  (b), y  $t=50$  p.i. (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste.

### 3.1.3.1. Comparación con la ecuación de $\omega$

El análisis de la ecuación de  $\omega$  arroja resultados similares a los experimentos #1 y #2, es decir, el forzamiento que rige la distribución horizontal de  $w$  es la deformación horizontal geostrofica (no mostrado).



**Figura 20.** Promedios horizontales del valor absoluto a  $t=45$  p.i. de (a) los forzamientos de  $w_{\omega}$  y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de  $\omega$  con cada forzamiento individual en función de la profundidad.

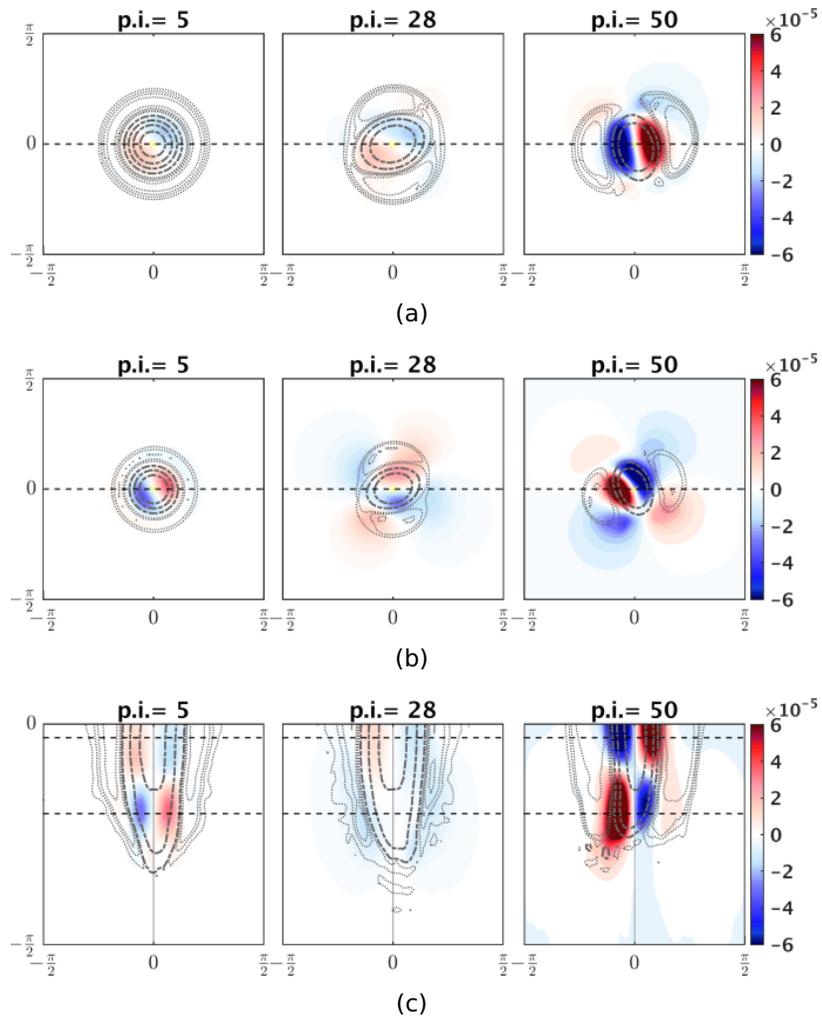
El promedio horizontal del valor absoluto de los términos de forzamiento de la ecuación de  $\omega$  y de la velocidad vertical asociada a cada uno de ellos en función de la profundidad (Fig. 20) muestra diferencias notables respecto al experimento #2. Específicamente, los perfiles verticales tienen una estructura que parece ser la suma de

los perfiles verticales de los dos experimentos anteriores (Figs. 11 y 16) consistente con la coexistencia de las dos soluciones, dipolar y cuadrupolar. Los perfiles promedios del valor absoluto de los términos de forzamiento muestran un máximo sub-superficial como el caso del elipsoide (Fig. 11(a)) pero en las capas superiores no se cancelan sino que mantienen un valor significativo (Fig. 20(a)) de acuerdo con la existencia de una distribución de  $w$  dipolar en  $z = 0$ . (Fig. 19). De igual forma, el promedio horizontal del valor absoluto de la velocidad vertical (Fig. 20(b)) se intensifica en capas inferiores como resultado del máximo sub-superficial característico de remolinos elípticos (Fig. 11(b)).

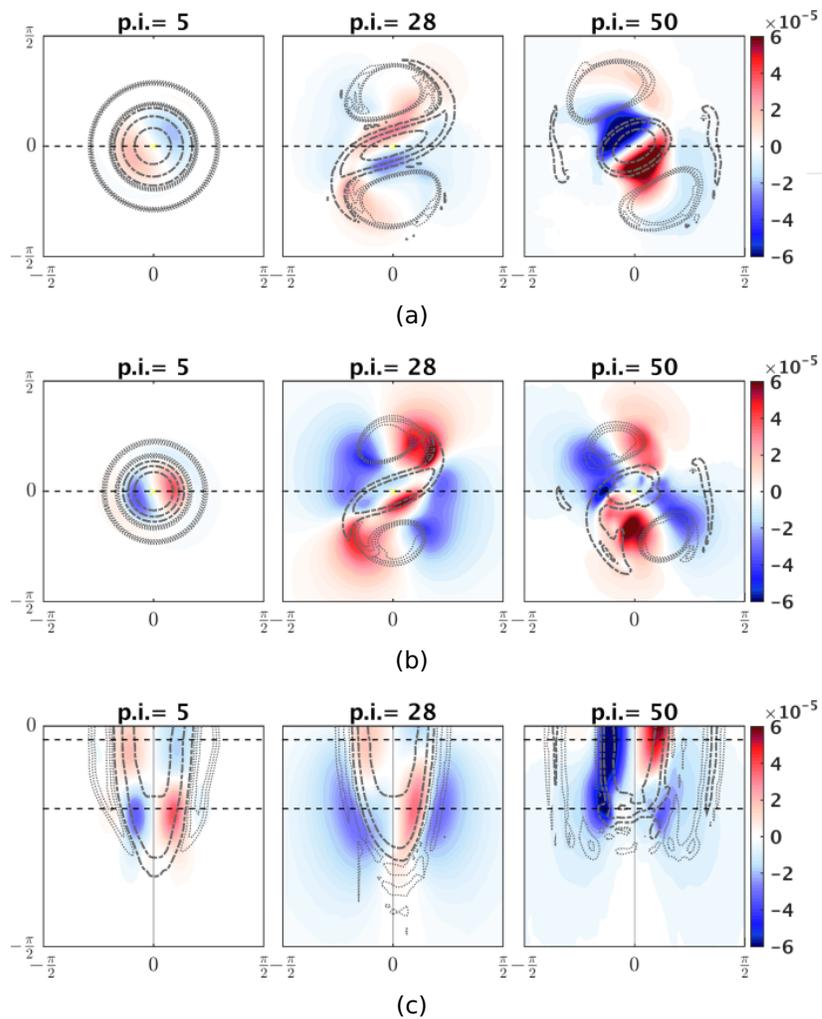
#### **3.1.4. Experimentos #4 y #5: Esferoides aislados inestables**

A continuación se muestran dos experimentos numéricos con el modelo idealizado que simulan transiciones de remolinos esferoides aislados inestables a estructuras tripolares. El objetivo de estas simulaciones es analizar el campo de velocidad vertical en estructuras más complejas.

La principal diferencia entre la condición inicial utilizada en el experimento #4 respecto al experimento #5 es la distribución radial de AVP, específicamente, la magnitud máxima de AVP positiva y el gradiente radial de AVP en el anillo (Fig. 3). En el primer caso, el anillo de AVP positiva alcanza  $\sim +0.14$  y muestra gradientes más débiles que el segundo caso en el cual el máximo de AVP es de  $\sim +0.19$  a  $t=5$  p.i. (Fig. 3 y contornos punteados en Figs. 21 y 22 a  $t=5$ p.i.). Ambos remolinos evolucionan de manera diferente con el tiempo, resultando en dos tripolos con una configuración de los satélites de AVP ciclónica, alrededor del núcleo, compacta (experimento #4) y dispersa (experimento #5). Esto se refleja por la mayor distancia entre los satélites y núcleo de AVP anticiclónica en el experimento #5 respecto al #4 (contornos punteados en Figs. 21 y 22 a  $t=50$ p.i.).



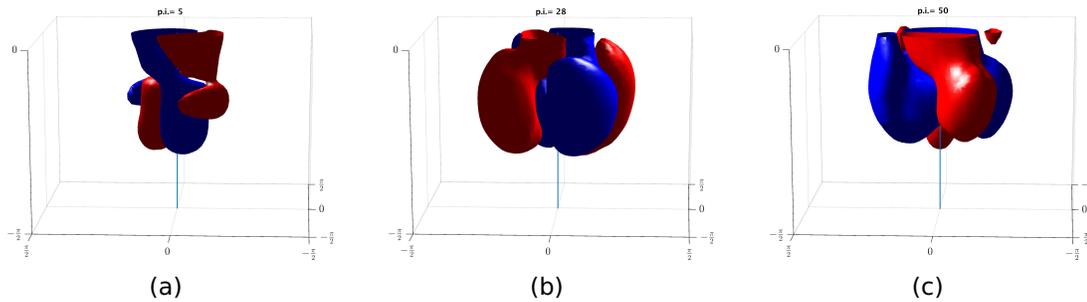
**Figura 21.** Distribución horizontal en las isopicnas  $il=63$  ( $z \approx -0.1$ ) (a) y  $il=50$  ( $z \approx -0.72$ ) (b) y vertical (c) de la velocidad vertical del remolino esferoidal aislado inestable 1 (experimento #4) a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de  $-0.45$ ,  $-0.25$ , y  $-0.05$  es mostrada en contornos grises discontinuos; AVP= $+0.05$ ,  $+0.025$ ,  $+0.005$  están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones.



**Figura 22.** Distribución horizontal en las isopicnas  $il=63$  ( $z \simeq -0.1$ ) (a) y  $il=50$  ( $z \simeq -0.72$ ) (b) y vertical (c) de la velocidad vertical del remolino esferoidal aislado inestable 2 (experimento #5) a los 5, 28, y 50 p.i., obtenida con el modelo idealizado (mapa de color; rojo indica surgencia y azul hundimiento). Los anomalía de vorticidad potencial (AVP) de  $-0.45$ ,  $-0.25$ , y  $-0.05$  es mostrada en contornos grises discontinuos;  $AVP=+0.05$ ,  $+0.025$ ,  $+0.005$  están indicados con contornos finos grises punteados. Las líneas discontinuas negras superpuestas indican la localización de las secciones.

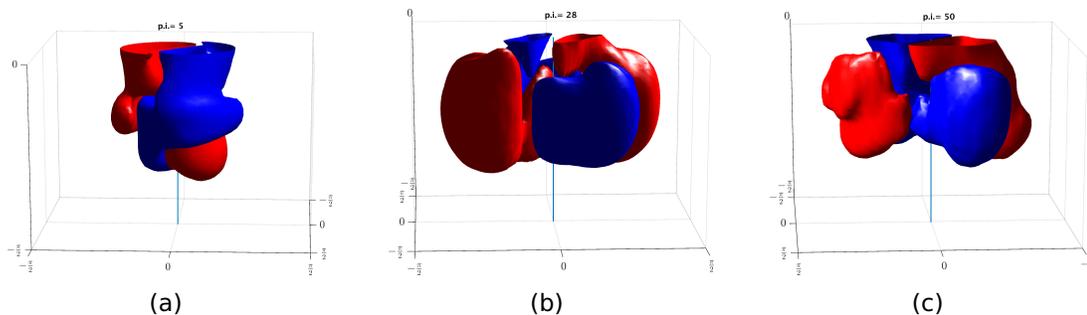
La distribución de la velocidad vertical asociada al tripolo es compleja (Figs. 21 , 22 y Figs. 23, 24). El remolino al ser circular y aislado, empieza con una distribución de  $w$  dipolar entrelazada como lo observado en el experimento #2. Sin embargo, los cambios estructurales del anillo de AVP ciclónica, resultan en remolinos inestables cuyas distribuciones de  $w$  difieren significativamente del esferoide marginalmente estable (#2). Transcurridos 28 p.i., el anillo de AVP se encuentra distribuido simétricamente en dos regiones que deforman el núcleo de AVP anticiclónica central, rompiendo su axisimetría. Este núcleo en el experimento #5 tiene mayor excentricidad que en el experimento #4 y muestra el desarrollo de filamentos de  $AVP < 0$  en sus vértices (Figs.

21(b) y 22(b) a  $t=28$  p.i.). A los 50 p.i. ya observamos los tripolos completamente desarrollados (Figs. 21 y 22 a  $t=50$  p.i.).



**Figura 23.** Isosuperficies de velocidad vertical del remolino esférico aislado inestable 1 (experimento #4) con valores  $w = \pm 2.5, \pm 5, \pm 10 \times 10^{-6}$  para los periodos inerciales de 5 (a), 28 (b), y 50 (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente en cada panel. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste.

La velocidad máxima observada en ambos experimentos fue similar. En el experimento #4 se alcanzó  $w_{max} = +1.46 \times 10^{-4}$  (surgencia) y  $w_{min} = -1.24 \times 10^{-4}$  (hundimiento), mientras que para el experimento #5,  $|w_{max}| = \pm 2.65 \times 10^{-4}$ . La distribución horizontal de la velocidad vertical difiere entre los dos experimentos. Contrariamente al experimento #3, en el experimento #4 se produce una transición de estructura tridimensional dipolar entrelazada a una estructura tridimensional donde coexisten ambas, la distribución dipolar y cuadrupolar (Fig. 23). Específicamente se observa un dipolo en el interior del núcleo confinado en las capas superiores y un cuadrupolo asociado a los vértices de los satélites de AVP ciclónica en las capas inferiores. Sin embargo, en este caso la coexistencia entre ambas soluciones también se produce en el mismo nivel vertical como se puede ver en las Figs. 21(b) (a  $t=28$  y 50 p.i.).



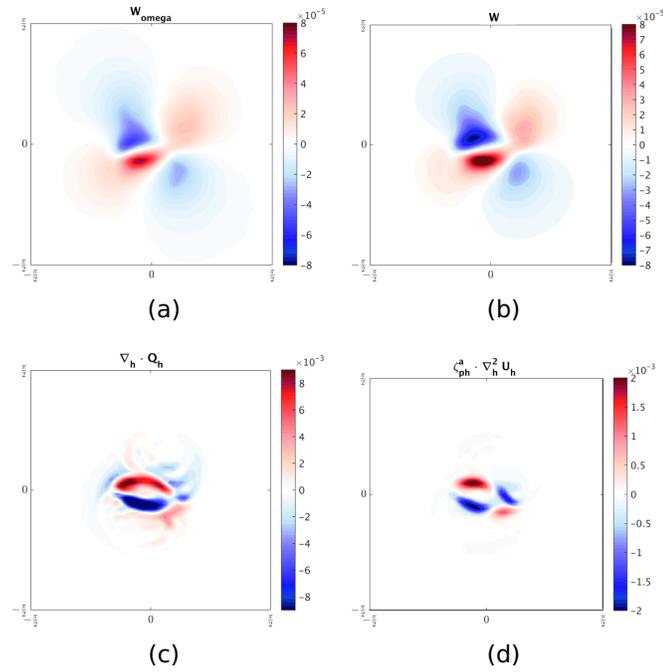
**Figura 24.** Isosuperficies de velocidad vertical del remolino esférico aislado inestable 2 (experimento #5) con valores  $w = \pm 2.5, \pm 16, \pm 20 \times 10^{-6}$  para los periodos inerciales de 5 (a), 28 (b), y 50 (c), respectivamente. Nótese que el ángulo de visión es diferente en cada panel. En el centro de los paneles se muestra el eje de simetría vertical con una línea azul celeste.

En el experimento #5, la distribución horizontal de  $w$  es un dipolo perturbado en las capas superiores y un cuadrupolo perturbado en las inferiores (Figs. 22(a),(b) a  $t=28$  y 50 p.i.). Otra diferencia con respecto el experimento #4 es que la magnitud de  $w$  en el cuadrupolo de las capas inferiores es mucho mayor y a modo general el cuadrupolo tridimensional domina en la columna de agua (Figs. 24(b),(c)).

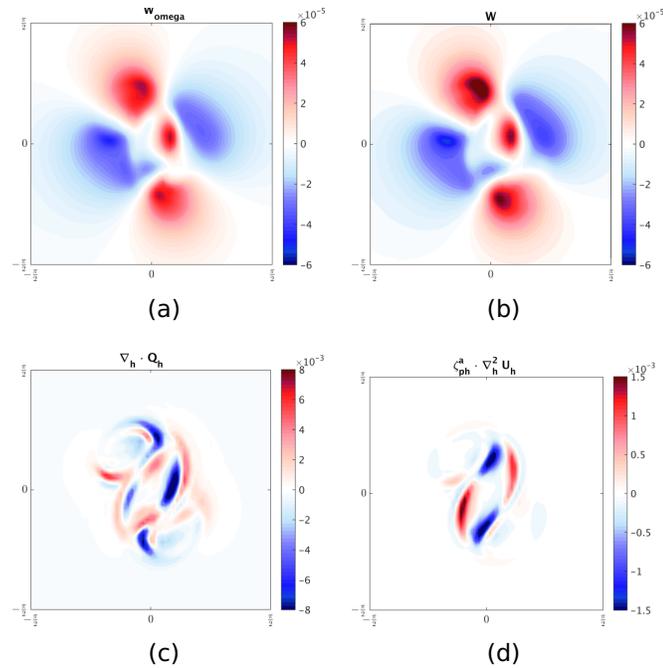
### 3.1.4.1. Comparación con la ecuación de $\omega$

En ambos experimentos, #4 y #5, la distribución de  $w$  (Figs. 25(a) y 26(a)) está bien representada por la ecuación de  $\omega$  (Figs. 25(b) y 26(b)). De nuevo, el término de deformación horizontal total (Figs. 25(c) y 26(c)) domina sobre el término de pseudo-vorticidad (Figs. 25(d) y 26(d)) y explica la distribución de  $w_{\omega}$  (Figs. 25(b) y 26(b)). Sin embargo, en el experimento #4, el término de pseudovorticidad (Fig. 25(d)) a diferencia de todos los otros experimentos, muestra una distribución que difiere de la del término de deformación horizontal (Fig. 25c), tomando el primero una distribución cuadrupolar y el segundo dipolar.

En el experimento #5 cabe destacar que al evolucionar hacia un tripolo con satélites de vorticidad ciclónica menos compactos que en el experimento #4, los términos de forzamiento se extienden fuera del núcleo anticiclónico de la estructura debido a la deformación inducida por los satélites (Fig. 26(c)). Nótese que en los otros cuatro experimentos los términos de forzamiento están confinados en el núcleo anticiclónico (Fig. 15(a)) o en su periferia (Fig. 10(a)) pero nunca en el exterior (Fig. 26(c)).

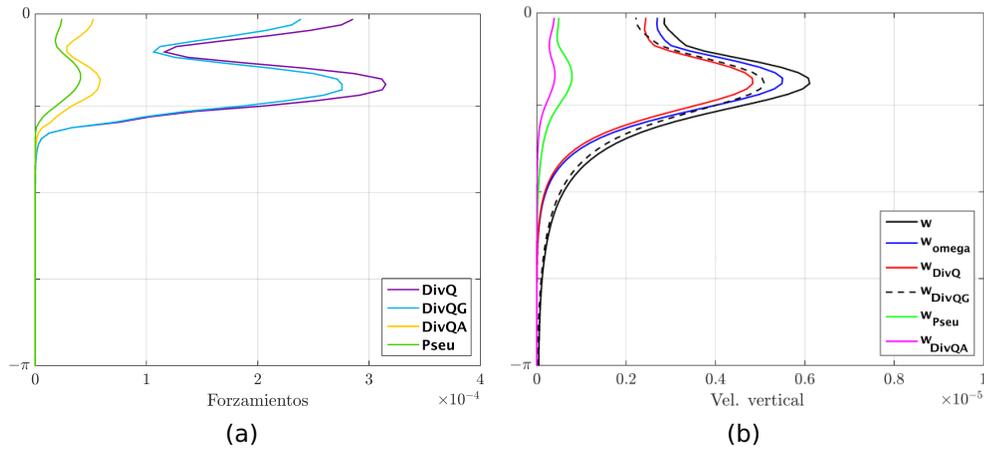


**Figura 25.** Distribución horizontal en la isopigna  $il=50$  ( $z \simeq -0.72$ ) del remolino esférico aislado inestable 1 (experimento #4) de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de  $\omega$  ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo idealizado ( $w$ ). Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales en la isopigna  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ) de la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h$  ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente.

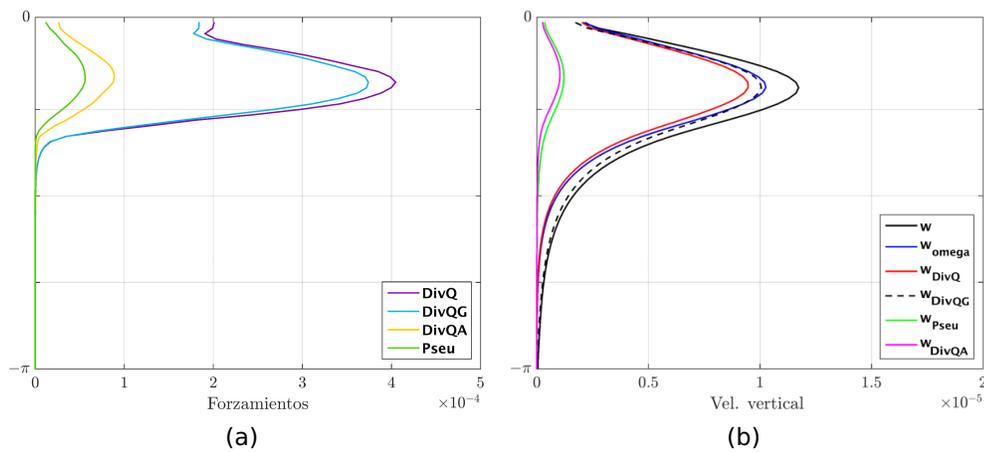


**Figura 26.** Distribución horizontal en la isopigna  $il=50$  ( $z \simeq -0.72$ ) del remolino esférico aislado inestable 2 (experimento #5) de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de  $\omega$  ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo idealizado ( $w$ ). Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales en la isopigna  $il=52$  ( $z \simeq -0.62$ ) de la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h$  ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente.

Los promedios horizontales del valor absoluto de los términos de forzamiento (Figs. 27(a) y 28(a)) y velocidad vertical asociada a ellos (Figs. 27(b) y 28(b)) reflejan la complejidad de las distribuciones de  $w$  en remolinos inestables que evolucionan a tripolo. En el experimento #4 conviven los dos forzamientos, representados por dos máximos relativos ubicados en dos profundidades diferentes, uno en  $z = 0$  y otro a  $z \simeq -0.72$ . Resultado de estos forzamientos, los promedios del valor absoluto de  $w$  presentan un máximo relativo en superficie asociado a una distribución dipolar y uno absoluto en sub-superficie asociado a una distribución cuadrupolar.



**Figura 27.** Promedios horizontales del valor absoluto del remolino esférico aislado inestable 1 (experimento #4) a  $t=45$  p.i. de (a) los forzamientos de  $w_{\omega}$  y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de  $\omega$  con cada forzamiento individual en función de la profundidad.



**Figura 28.** Promedios horizontales del valor absoluto del remolino esférico aislado inestable 2 (experimento #5) a  $t=45$  p.i. de (a) los forzamientos de  $w_{\omega}$  y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de  $\omega$  con cada forzamiento individual en función de la profundidad.

En el experimento #5, a pesar de que ambas soluciones coexisten, es la distribución cuadrupolar la que domina sobre la dipolar en toda la columna de agua. Este hecho se refleja en la existencia de un máximo sub-superficial a  $z \simeq -0.72$  del valor absoluto de los forzamientos (Fig. 28(a)) y de la velocidad vertical (Fig. 28(b)).

### 3.1.5. Síntesis de resultados con el modelo Idealizado

En resumen, la distribución espacial de las celdas de velocidad difiere según la distribución tridimensional inicial de vorticidad en el remolino. La profundidad y magnitud de los valores máximos de  $w$  también varían de un remolino a otro como se muestra en la Tabla 2.

La intensidad de  $w$  varía con la evolución del remolino para cada experimento. Por ejemplo, en los vórtices aislados la magnitud de  $w$  aumenta conforme lo hace la precisión del remolino, mientras que en el vórtice elíptico se mantiene casi constante.

**Tabla 2.** Resultados de velocidad vertical de los 5 vórtices simulados: anomalía de vorticidad potencial (AVP), velocidad vertical máxima ( $w_{max}$ ), velocidad vertical mínima ( $w_{min}$ ), periodo inercial de máximo absoluto de velocidad (t). Nótese que en los casos de remolinos aislados también se indica la AVP positiva del anillo a los 5 p.i.

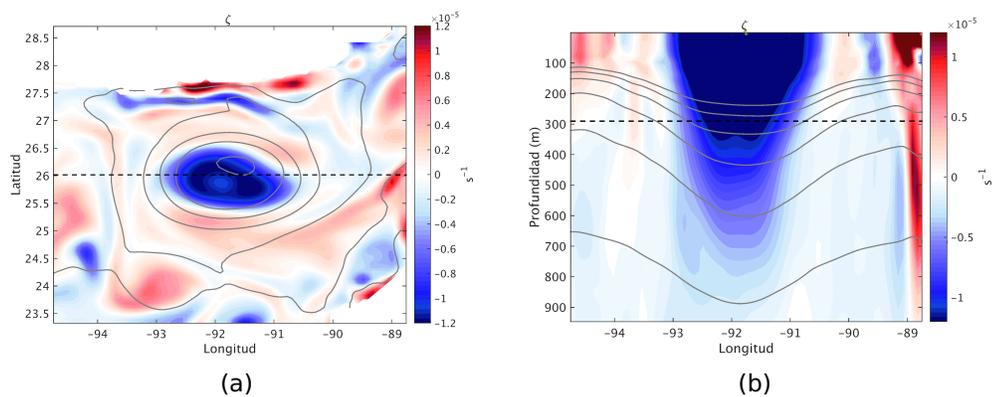
Experimentos	AVP	$w_{max}$	$w_{min}$	t (p.i.)
#1	-0.5	$5.8 \times 10^{-5}$	$-5.8 \times 10^{-5}$	36
#2	-0.5 +0.11	$1.91 \times 10^{-4}$	$-1.91 \times 10^{-4}$	50
#3	-0.5 +0.09	$3 \times 10^{-5}$	$-3 \times 10^{-5}$	15
#4	-0.5 +0.20	$1.46 \times 10^{-4}$	$-1.26 \times 10^{-4}$	37
#5	-0.5 +0.14	$2.65 \times 10^{-4}$	$-2.65 \times 10^{-4}$	44

Al analizar la velocidad vertical obtenida con la ecuación de  $\omega$  y la asociada a cada forzamiento individual, es evidente que la deformación horizontal,  $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ , es el término que domina en todos los experimentos, y específicamente, su componente geostrofica.

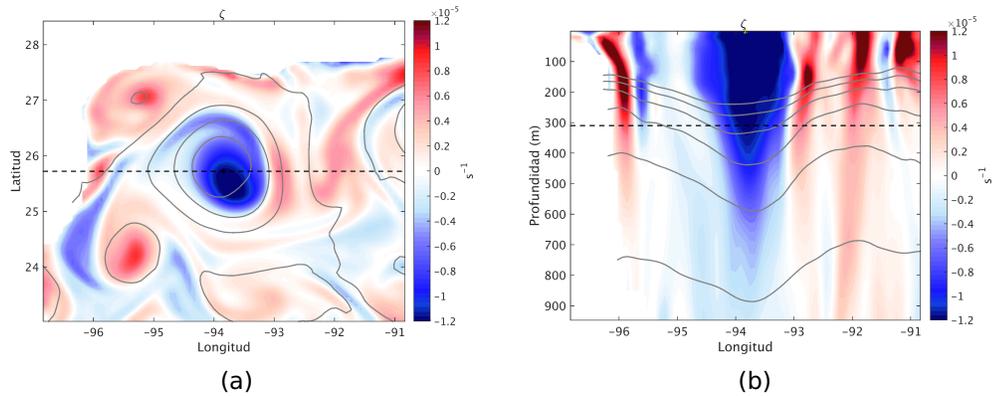
### 3.2. Simulaciones realistas de NEMO

En esta sección se describe el campo de velocidad vertical de remolinos desprendidos de la corriente de Lazo simulados con el modelo NEMO. Sólo se pudieron identificar 2 estados de un mismo remolino con características similares a los experimentos idealizados, un remolino elipsoidal y otro esférico aislado. A partir de los campos tridimensionales de densidad y de velocidad horizontal proporcionados por NEMO en dichos instantes de tiempo se resolvió la ecuación de  $\omega$  y se analizaron los términos de forzamiento para  $w$ .

El primer instante de tiempo seleccionado corresponde a un remolino de la corriente de Lazo liberado seis meses antes (maduro), que se encuentra localizado en el Golfo de México central ( $[-91.7\text{ W}, 26.0\text{ N}]$ ). El segundo instante de tiempo corresponde al mismo remolino 3 meses más tarde, centrado en ( $[-94.0\text{ W}, 25.7\text{ N}]$ ).



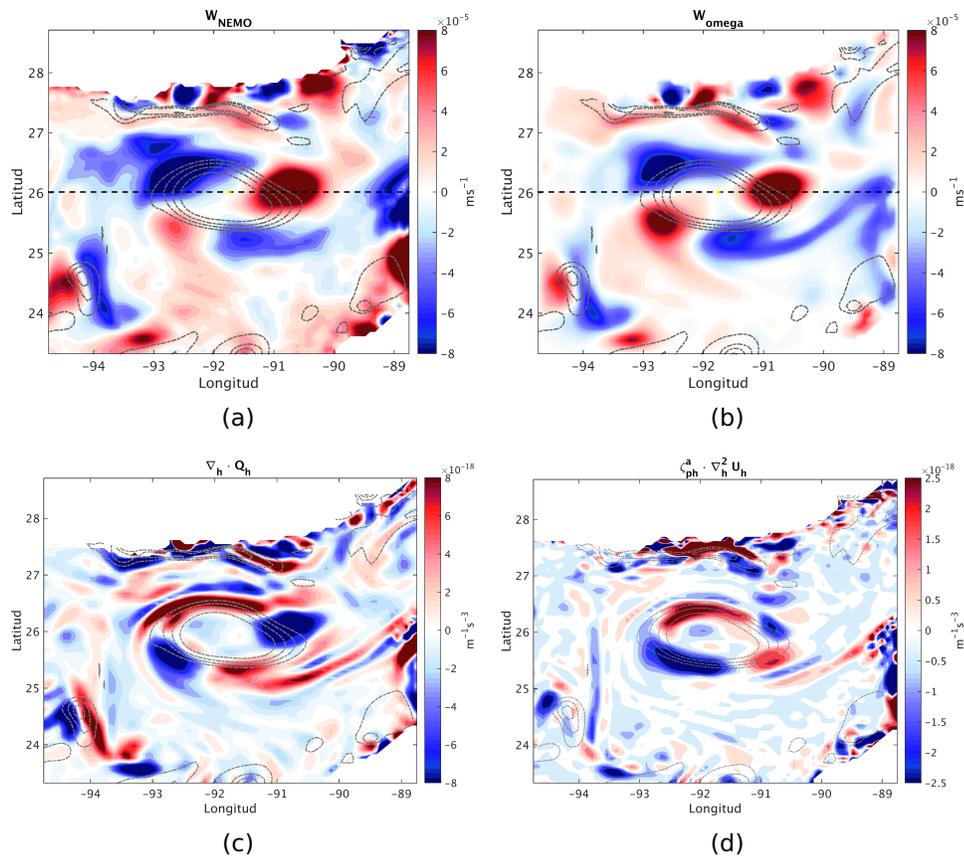
**Figura 29.** Distribución horizontal (a) y vertical (b) de la vorticidad vertical en un remolino elíptico de la corriente de Lazo simulado con NEMO en el día 161 de la simulación. Los contornos grises indican las líneas de anomalía de densidad potencial de 26.5, 26.7, 26.9, y 27  $\text{kg m}^{-3}$ . Las líneas discontinuas negras indican la localización de las secciones mostradas.



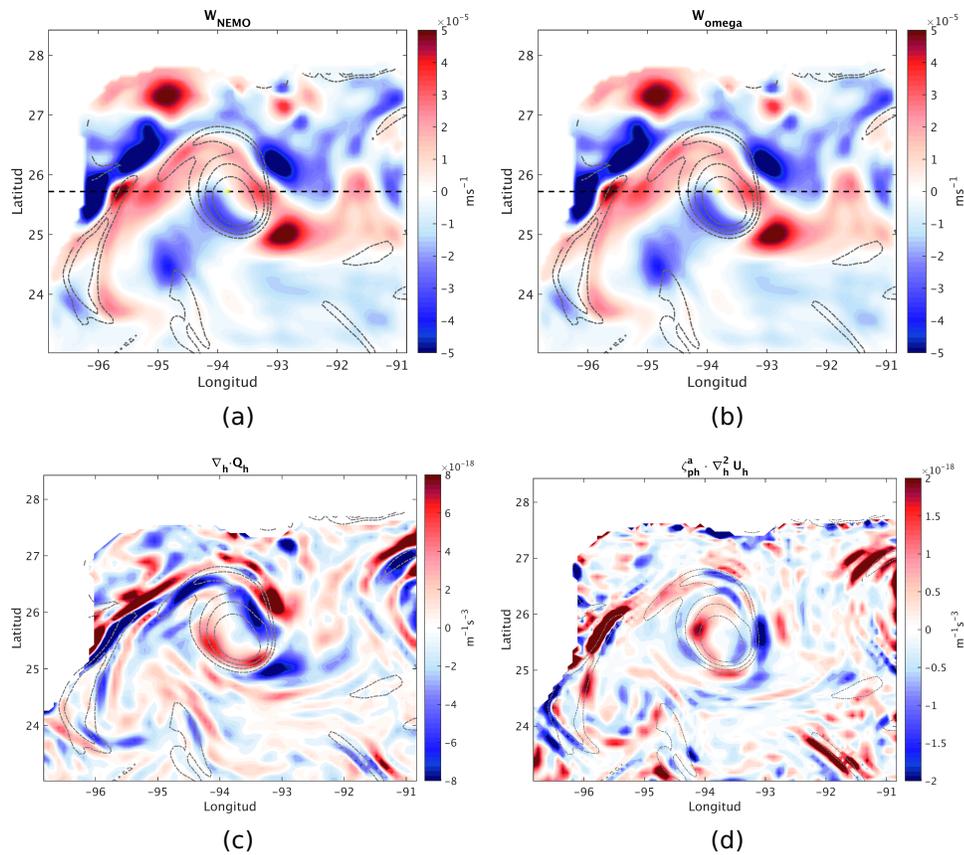
**Figura 30.** Distribución horizontal (a) y vertical (b) de la vorticidad vertical en un remolino elíptico de la corriente de Lazo simulado con NEMO en el día 269 de la simulación. Los contornos grises indican las líneas de anomalía de densidad potencial de 26.5, 26.7, 26.9, y 27  $\text{kg m}^{-3}$ . Las líneas discontinuas negras indican la localización de las secciones mostradas.

Las Figs. 29 y 30 muestran las distribuciones horizontales y verticales de la vorticidad vertical junto con los contornos de la anomalía de densidad potencial. Los remolinos aparecen como un elipse, alargada zonalmente, y un círculo de vorticidad vertical anticiclónica (Figs. 29(a) y 30(a)) que se extiende verticalmente hasta  $z \simeq 900$  m (Figs. 29(b) y 30(b)). El núcleo de vorticidad anticiclónica de ambos remolinos se encuentra rodeado por un anillo difuso de vorticidad ciclónica. Asociado a la anomalía de vorticidad anticiclónica las isopichnas se profundizan en el centro de los remolinos hasta  $z \sim 900$  m, donde definimos la base de los mismos.

Al igual que lo obtenido con el modelo idealizado, encontramos una distribución de velocidad vertical cuadrupolar y dipolar en el remolino elíptico (Fig. 31(a)) y circular (Fig. 32(a)), respectivamente. Estas distribuciones de  $w$  son obtenidas a partir de dos métodos diagnóstico diferentes: la integración vertical de la divergencia horizontal (NEMO; Figs. 31(a) y 32(a)) e imponiendo los forzamientos para  $w$  (ecuación de  $\omega$ ; Figs. 31(b) y 32(b)).

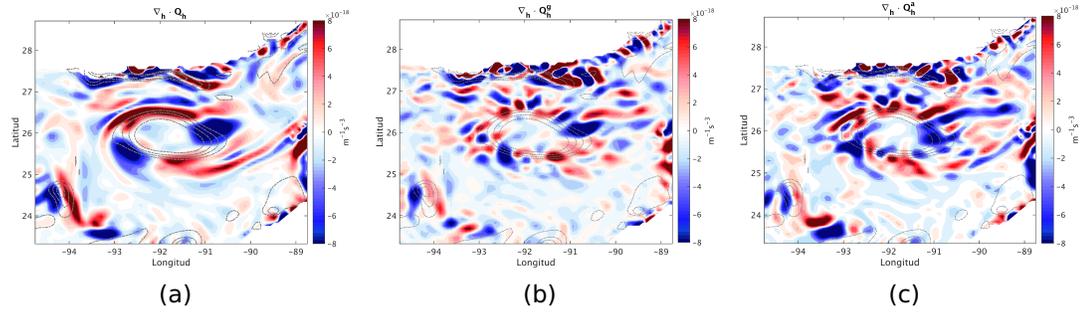


**Figura 31.** Distribución horizontal a  $z \approx 300$  m de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de  $\omega$  ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo NEMO ( $w_{NEMO}$ ) del remolino elíptico. Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales a  $z \approx 300$  m de la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h$  ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente.

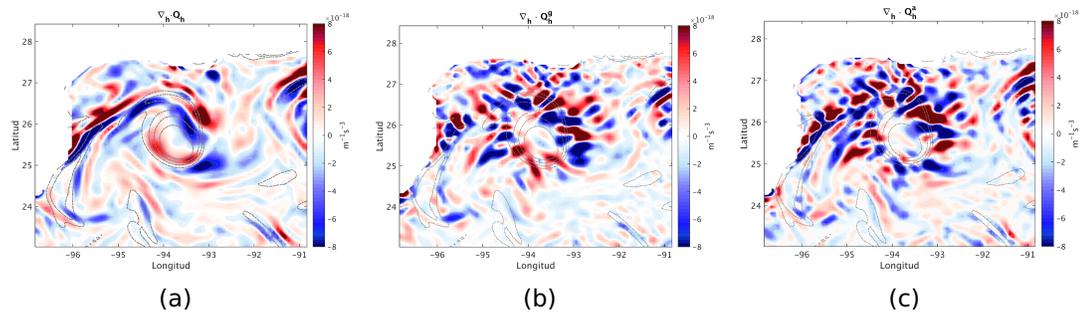


**Figura 32.** Distribución horizontal a  $z \simeq 300$  m de (a) la velocidad vertical calculada a partir de la ecuación de  $\omega$  ( $w_{\omega}$ ) y (b) la velocidad vertical simulada con el modelo NEMO ( $w_{NEMO}$ ) del remolino circular. Los paneles (c) y (d) representan las distribuciones horizontales a  $z \simeq 300$  m de la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h$  ( $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ ) y del término de pseudovorticidad ( $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$ ), respectivamente.

El análisis de la ecuación de  $\omega$  en remolinos realistas de la corriente de Lazo señala a la deformación horizontal como el término de forzamiento de  $w$  más importante (Figs. 31(c),(d) y 32(c),(d)). Sin embargo, a diferencia con los casos idealizados (ver sección 3.1), las componentes de deformación horizontal gesotrófica y ageostrófica tienen magnitudes similares y distribuciones horizontales en forma de celdas alternantes de surgencia y hundimiento (Figs. 33(b),(c) y 34(b),(c)). Sorprendentemente, la distribución resultante de la suma de ambas contribuciones de celdas alternantes es cuadrupolar (Fig. 33(a)) y dipolar (Fig. 34(a)), para el caso del remolino elíptico y circular, respectivamente.



**Figura 33.** Descomposición del término de forzamiento mas importante en  $z \approx 300$  m para el remolino elíptico: la divergencia del vector de deformación horizontal  $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$  (a) y sus componentes geostrofica (b) y ageostrofica (c).

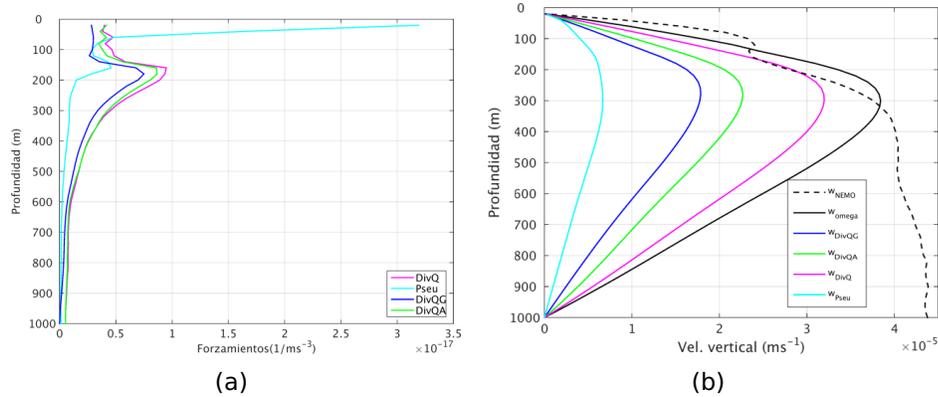


**Figura 34.** Descomposición del término de forzamiento mas importante en  $z \approx 300$  m para el remolino circular: la divergencia del vector de deformación horizontal  $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$  (a) y sus componentes geostrofica (b) y ageostrofica (c).

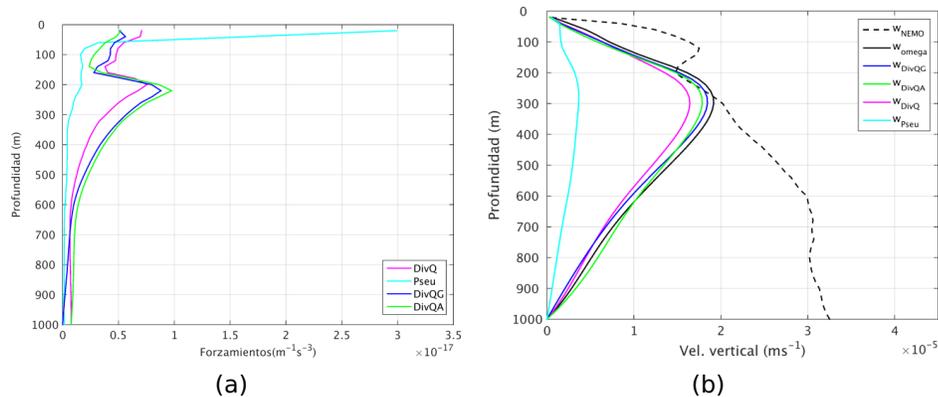
El término de pseudovorticidad de la ecuación de  $\omega$  para el remolino elíptico y circular presenta un máximo en superficie (línea cian en Figs. 35(a) y 36(a)), mientras que el término de deformación horizontal presenta el máximo en sub-superficie (línea magenta en Figs. 35(a) y 36(a)). La intensificación del término de pseudovorticidad en superficie no fue observado en ninguno de los remolinos idealizados.

Finalmente, las velocidades verticales asociadas a los forzamientos individuales de la ecuación de  $\omega$  presentan un máximo subsuperficial a  $z = 300$  m que no se observa en la velocidad vertical simulada por NEMO (Figs. 35(b) y 36(b)). Contrariamente a lo obtenido con la ecuación de  $\omega$ , la velocidad vertical de los remolinos seleccionados de NEMO se encuentra intensificada hacia el fondo. A diferencia de los remolinos aislados marginalmente estables del modelo idealizado (línea azul oscura en Figs. 16(b) y 20(b)), los remolinos realistas no presentan una intensificación de la velocidad vertical en  $z = 0$  (línea negra en Figs. 35(b) y 36(b)). Nótese que  $w_{\omega}$  resulta de la resolución de una ecuación elíptica en derivadas parciales que requiere de imponer

condiciones de frontera en la superficie y fondo, en este caso, de Dirichlet ( $w = 0$ ). En el caso idealizado  $z = 0$  no indica necesariamente la superficie del océano. Nótese que las condiciones iniciales de los remolinos (elipsoide, esferoide, etc.) están definidas en el centro del dominio a ( $x = 0, y = 0, z = 0$ ) y, consecuentemente, pueden ser considerados remolinos sub-superficiales.



**Figura 35.** Promedios horizontales del valor absoluto a  $t=45$  p.i. de (a) los forzamientos de  $w_{\omega}$  y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de  $\omega$  con cada forzamiento individual en función de la profundidad en el remolino elíptico.



**Figura 36.** Promedios horizontales del valor absoluto a  $t=45$  p.i. de (a) los forzamientos de  $w_{\omega}$  y (b) la velocidad vertical obtenida al resolver la ecuación de  $\omega$  con cada forzamiento individual en función de la profundidad en el remolino circular.

### 3.2.1. Síntesis de simulaciones realistas de NEMO

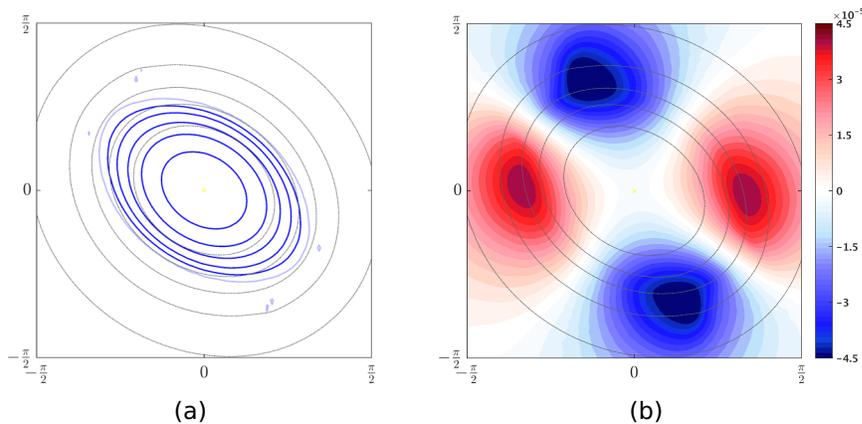
Podría decirse que las diferencias entre distribuciones de  $w$  en remolinos con parámetros realísticos son debidas a diferencias en las condiciones actuales del remolino, es decir, en su distribución tridimensional de vorticidad instantánea. Por ese motivo,

el mismo remolino puede tener patrones horizontales diferentes en distintos periodos de su vida.

La  $w_{\omega}$  es principalmente inducida por la divergencia del vector  $\mathbf{Q}$  ( $w_{DivQ}$ ) aunque en superficie está controlada por el término de pseudovorticidad ( $w_{pseu}$ ).

## Capítulo 4. Discusión

Los patrones de  $w$  encontrados con el modelo idealizado se pueden explicar con la rápida rotación de las parcelas de fluido que conservan la vorticidad potencial sobre isopícnas cóncavas que se desplazan más lentamente que las parcelas de fluido. Para conservar VP (siguiendo un contorno azul en Fig. 37(a)), las parcelas de fluido deben de cruzar isopícnas (contornos negros) en los vértices de la elipse, lo que se traduce en surgencias y hundimientos (Fig. 37(b)).

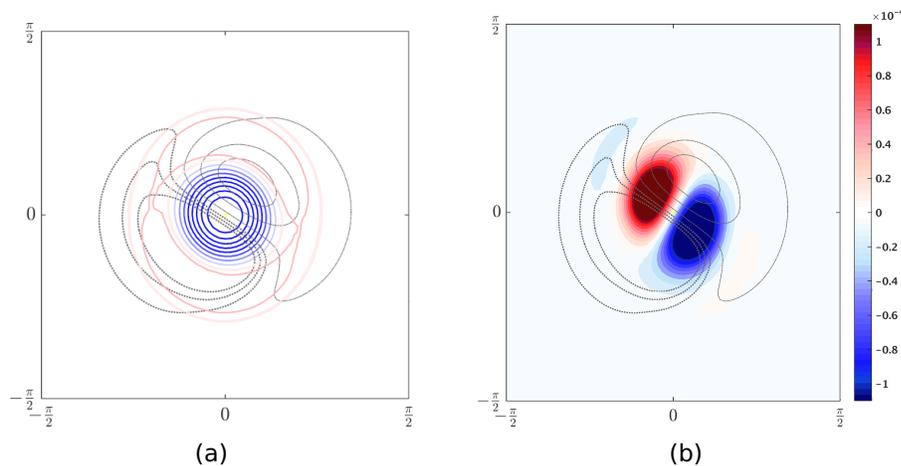


**Figura 37.** Distribución horizontal en la isopícnica de  $\sigma=65$  ( $z = 0$ ) del remolino elipsoidal de (a) la vorticidad potencial ( $VP < 0$  contornos azules) y del desplazamiento vertical de las isopícnas ( $D < 0$  contornos punteados negros) y (b) la velocidad vertical ( $w > 0$  colores rojos;  $w < 0$  colores azules).

La intersección entre los contornos de VP y desplazamiento de las isopícnas en los vértices del remolino elíptico es el resultado de la deformación horizontal de un remolino circular en perfecto balance geostrofico donde ambos contornos son siempre paralelos y las parcelas de fluido rotan horizontalmente siguiendo superficies geopotenciales. Es decir, la velocidad vertical surge en los vértices del remolino elíptico con el fin de restablecer de nuevo el balance geostrofico. El término de deformación horizontal,  $\nabla_h \cdot \mathbf{Q}_h$ , que domina en todos los experimentos, se puede interpretar en términos de la advección de vorticidad vertical por el corte vertical (Pallas-Sanz et al. 2010). Entonces, el hecho de que un remolino perfectamente circular en balance geostrofico no desarrolle velocidad vertical, también se puede explicar porque los vectores de corte vertical y gradiente horizontal de vorticidad vertical son exactamente perpendiculares, siendo la deformación horizontal la que provoca que dichos vectores pierdan la ortogonalidad y se desarrolle velocidad vertical. La relación estrecha entre

la deformación horizontal y el desarrollo de velocidad vertical en el océano ha sido repetidamente mostrada en la literatura (por ejemplo, Hoskins *et al.* (1978); Pallàs-Sanz y Viúdez (2005); Calil y Richards (2010); Pilo *et al.* (2018)).

La interpretación en términos de conservación de VP se puede aplicar a todos los experimentos. En el experimento #2, debido a la inclinación del remolino aislado marginalmente estable, el desplazamiento de las isopicnas es negativo en el lado suroeste del remolino y positivo en el noreste mientras que los contornos de VP mantienen su geometría circular (Fig. 38(a)). Como consecuencia, una parcela de fluido que se desplaza a lo largo de un contorno de VP debe descender y ascender isopicnas al cruzar de la región noreste a la suroeste y vice versa (Fig. 38(a)), resultando en surgencia y hundimiento (Fig. 38(b)). En un remolino aislado oceánico simulado con ROMS, Koszalka *et al.* (2009) concluyen que el forzamiento de  $w$  mas importante es el término de inclinación del remolino. Viúdez (2018) interpreta la distribución de velocidad vertical dipolar ubicua en remolinos aislados simplemente como rotación de parcelas de fluido sobre isosuperficies inclinadas.



**Figura 38.** Distribución horizontal en la isopicna de  $\sigma_t=65$  ( $z = 0$ ) del remolino esférico de (a) la vorticidad potencial (VP > 0 contornos rojos; VP < 0 contornos azules) y del desplazamiento vertical de las isopicnas ( $D > 0$  contornos continuos negros;  $D < 0$  contornos punteados negros) y (b) la velocidad vertical ( $w > 0$  colores rojos;  $w < 0$  colores azules).

Una diferencia notable entre las distribuciones de un remolino elipsoidal con VP de un sólo signo (experimento #1) y otro esférico aislado marginalmente estable (experimento #2) es la localización del máximo de velocidad vertical. En el primer caso ocurre en la isopicna  $\sigma_t=52$  ( $z = -0.62$ ) y en el segundo caso en  $\sigma_t=65$  ( $z = 0$ ).

Obviamente, se debe a que la deformación horizontal, término más importante de forzamiento para  $w$ , también se encuentra intensificada en las mismas profundidades. En el caso del elipsoide la velocidad vertical es cero en el plano central debido a que los contornos de VP y desplazamiento de las isopicnas son aproximadamente paralelos ahí. La deformación, sin embargo, incrementa a medida que nos alejamos del plano central a  $z = 0$  consistente con una modificación de la VP en mayor medida que el campo de desplazamiento de isopicnas o de masa. Esta modificación de la VP en la vertical esta directamente predefinida por la condición inicial elipsoidal. Contrariamente, en el caso del esferoide aislado la velocidad vertical es máxima en el plano central y disminuye a medida que nos alejamos del mismo. En términos de conservación de VP sobre isopicnas inclinadas, en el plano central existe mayor número de contornos de VP (y gradientes horizontales) que en los planos alejados resultando en celdas de velocidad vertical de mayor tamaño y mayor promedio del valor absoluto. Detalles sobre las diferencias entre la velocidad vertical en remolinos elipsoidales y esferoidales aislados subsuperficiales han sido recientemente descritas por Viúdez (2018). El autor argumenta que las distribuciones de velocidad vertical obtenidas pueden ser inferidas a partir de la ecuación de  $\omega$  QG, siempre y cuando, los números de Rossby sean pequeños.

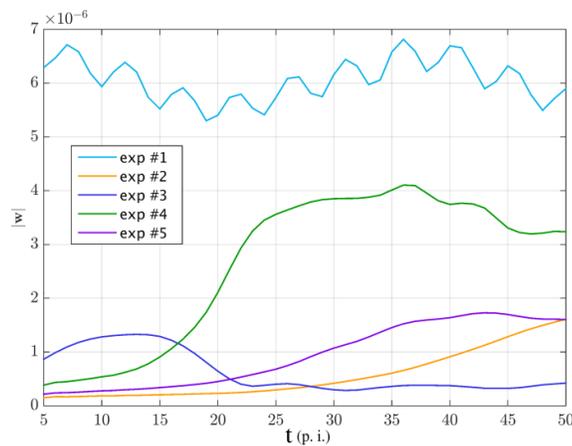
En el experimento #3, se utilizó una condición inicial de un elipsoide de  $VP < 0$  rodeado de un anillo de  $VP > 0$  de grosor mayor que el utilizado en el esferoide aislado marginalmente estable (experimento #2). Esta medida se realizó puesto que si el grosor del anillo se mantenía igual que en el experimento #2, la solución no se veía modificada, es decir, se obtenía una distribución de  $w$  dipolar en toda la columna de agua. El aumento del grosor del anillo de VP positiva resultó en la coexistencia de las dos soluciones para  $w$  a diferentes niveles verticales, dipolar y cuadrupolar, durante gran parte de la simulación pero termina con una distribución de  $w$  dipolar marginalmente estable en toda la columna. Esto se explica porque coexisten las fuentes de deformación horizontal durante gran parte de la simulación, impuestas por la excentricidad inicial del remolino y por la inclinación del mismo, es decir, las condiciones iniciales.

En busca de una distribución horizontal multipolar de  $w$ , y siguiendo el supuesto de que altos modos azimutales se desencadenan en remolinos aislados para anillos de

vorticidad opuesta angostos (ver, por ejemplo, vórtices de Rankine con anillo en Carton (2001), Flierl (1988)), se generaron dos remolinos esferoidales aislados inestables incrementando el valor del parámetro  $p$  de 1 y 2 (experimento #3 y #2, respectivamente, Tabla 1) a 3 (experimento #4 y #5; Tabla 1). En ninguno de los dos experimentos, #4 y #5, se obtuvo una distribución multipolar de  $w$ . Las soluciones para  $w$  de estos remolinos esferoidales inestables evolucionan de dipolares (como en el experimento #2) a combinaciones entre dipolares y cuadrupolares al final de la simulación. En el experimento #4, a diferencia del #3, sí observamos ambas distribuciones en el mismo nivel vertical, con dipolo centrado en el núcleo anticiclónico ( $VP < 0$ ) y el cuadrupolo más difuso asociado a los dos satélites ciclónicos ( $VP > 0$ ). Esta coexistencia se mantiene hasta el final de la simulación. Sin embargo, en el experimento #5, la inestabilidad resulta en una transición de una distribución dipolar en los primeros periodos inerciales a una cuadrupolar al final de la simulación, en toda la columna de agua. Es decir, la deformación del núcleo anticiclónico por los satélites ciclónicos resulta en una distribución de  $VP$  elipsoidal con  $w$  cuadrupolar. Esa deformación impuesta por los satélites ciclónicos es posible en el experimento #5 ya que al aumentar el valor del parámetro  $q$  (pendiente de la distribución radial de  $VP$  en el anillo), el tripolo resultante es menos compacto que en el experimento #4 y la distancia entre el centro del núcleo anticiclónico y el centro de los satélites es aproximadamente un 50 % mayor. El efecto de la distancia entre los vórtices de un dipolo baroclínico en la distribución de velocidad vertical ha sido mostrada en Pallàs-Sanz y Viúdez (2007). Los autores muestran que a medida que la distancia entre los elipsoides de único signo de  $VP$  disminuye, las distribuciones pasan de ser octupolares (un cuadrupolo para cada vórtice) a cuadrupolares debido a la cancelación de celdas contiguas de  $w$  de signo opuesto para dipolos baroclínicos compactos.

El promedio espacial del valor absoluto de la magnitud de la velocidad vertical además experimenta cambios con el paso del tiempo (Fig. 39). El experimento #1 es el que desarrolla los mayores promedios de velocidad vertical observados en todos los experimentos idealizados y su magnitud se mantiene aproximadamente constante en el tiempo (alrededor de  $6 \times 10^{-6}$ ) aunque presenta oscilaciones de alta frecuencia ( $T \simeq 5p.i.$ ) y de menor frecuencia ( $T \simeq 30p.i.$ ) presumiblemente atribuidas a procesos de axisimetrización. Los máximos y mínimos absolutos de los promedios de  $|w|$  están relacionados con procesos de filamentación en sus vértices. En su estado de máxima

excentricidad se desarrollan dos filamentos y la velocidad vertical máxima, mientras que cuando estos son desprendidos y el remolino se axisimetriza, la velocidad vertical disminuye. El origen de las oscilaciones de mayor frecuencia es todavía incierto. Este experimento presenta el promedio de  $|w|$  máximo, en relación a los otros 4 experimentos, debido a que las regiones de desequilibrio (o de deformación horizontal o donde se cruzan contornos de VP y contornos de desplazamiento de las isopicnas) tienen mayor extensión horizontal. El experimento #2 presenta una evolución temporal del promedio de  $|w|$  que sigue aproximadamente una función exponencial hasta el final de la simulación. Este resultado se relaciona con el aumento de la inclinación del eje de precesión del esferoide aislado marginalmente estable. Debido a que no se simuló más allá de los 50 p.i., no podemos afirmar si esta tendencia se mantiene para periodos mayores, aunque debido a que se trata de un modelo no viscoso sugerimos que este comportamiento debe permanecer en el tiempo. El promedio del valor absoluto de  $w$  en este experimento es menor que en el del elipsoide de único signo de  $VP < 0$  (experimento #1) debido a que las regiones de desequilibrio se encuentran confinadas en el interior del núcleo anticiclónico de  $VP < 0$ .



**Figura 39.** Evolución temporal del valor absoluto de la velocidad vertical promediada en todo el dominio para los 5 experimentos realizados con el modelo idealizado no-hidrostático mostrados en la Tabla 1.

El elipsoide aislado marginalmente estable (experimento #3) presenta la evolución temporal del promedio de  $|w|$  más compleja, siendo aproximadamente constante (alrededor de  $1 \times 10^{-6}$ ) en los primeros 17 p.i., decreciendo durante la axisimetrización del elipsoide en los periodos inerciales de 17 a 22 p.i., y se mantiene de nuevo constante (alrededor de  $0.3 \times 10^{-6}$ ) durante la coexistencia entre las soluciones dipolar

y cuadrupolar. Esta axisimetrización y decrecimiento del promedio de  $|w|$  puede también verse en las distribuciones horizontales y verticales de  $w$  (Figs. 18(a),(c)) y ya han sido descritas en un remolino aislado elíptico del corredor de remolinos de las islas Canarias simulado con ROMS (Estrada-Allis *et al.* (2018)). Al final de la simulación cuando la distribución de  $w$  es únicamente dipolar, a la vista de los resultados anteriores, se esperaría que el promedio de  $|w|$  aumentara exponencialmente como en el experimento #2.

Los experimentos con remolinos esferoidales inestables que evolucionan a tripolos (#4 y #5) presentan un promedio de  $|w|$  que se ajustan a tendencias mixtas de lo observado anteriormente. Es decir, en ambos casos el promedio de  $|w|$  aumenta suavemente al inicio y exponencialmente en tiempos intermedios (como en el experimento #2); y al final de la simulación se alcanza una meseta de valor de  $|w|$  aproximadamente constante como en el experimento #1. El experimento #4 presenta mayores promedios de  $|w|$  que el #5, presumiblemente debido a que la estructura dipolar resultante es más compacta y permite la coexistencia de ambas soluciones para  $w$ , dipolar y cuadrupolar, durante mayor tiempo de simulación.

Con el modelo numérico NEMO se pudo obtener remolinos con distribuciones de vorticidad vertical similares a las condiciones iniciales del modelo idealizado: uno elíptico y otro circular aislados.

Los remolinos, idealizados y modelados con NEMO, muestran las mismas distribuciones horizontales de velocidad vertical asociadas a los remolinos elípticos y circulares aislados. Dichas distribuciones horizontales, obtenidas con ambos modelos, se corresponden con las distribuciones horizontales del término de deformación horizontal. Sin embargo, a diferencia de los remolinos simulados con el modelo idealizado, en la capa más superficial de los remolinos de NEMO, el término de pseudovorticidad domina sobre la deformación horizontal. Dicha intensificación en superficie es explicada por la advección de vorticidad vertical inducida por el viento, forzamiento ausente en el modelo idealizado. Una intensificación similar ya ha sido observada en un frente mesoescalar de la Corriente de California interactuando con vientos dirigidos a lo largo del frente (Pallàs-Sanz *et al.*, 2010) y en un remolino aislado oceánico simulado con el modelo numérico ROMS (Koszalka *et al.*, 2009).

La velocidad vertical diagnosticada con la ecuación de  $\omega$  en los remolinos de NEMO diverge respecto la velocidad vertical de NEMO en el océano interior ( $z \in -[300, 1000]$  m). Mientras la  $w_{\omega}$  decrece en el océano interior hasta cancelarse a  $z = 1000$  m (condición de Dirichlet), la  $w_{NEMO}$  se mantiene intensificada hasta el fondo ( $z \simeq -3000$  m). Estas diferencias no han podido ser reconciliadas extendiendo la condición de frontera de la ecuación de  $\omega$  hasta el fondo. A pesar de no tener certeza de cuál es la causa de dichas diferencias, estas pueden ser atribuidas a interacciones con otros remolinos, corrientes, ondas internas, batimetría, etc.

Los resultados presentados aquí sugieren que a partir de los campos de altimetría, se podría inferir la deformación de los remolinos, discernir entre elíptico y circular, y con ello especular sobre la distribución de velocidad vertical. Este diagnóstico es más robusto para el caso del remolino elíptico puesto que la deformación está impuesta directamente por su forma, mientras que en el caso del remolino circular aislado además es necesario conocer la inclinación del eje de precesión, es decir, la estructura vertical termohalina del remolino.

Estos resultados abren una nueva perspectiva sobre la caracterización de la velocidad vertical en remolinos de mesoescala. Mecanismos como el bombeo de Ekman lineal (Cushman-Roisin y Beckers, 2011), el bombeo de remolinos (Klein y Lapeyre, 2009), e interacción remolino-viento (Martin y Richards, 2001; McGillicuddy *et al.*, 2007) conducen a distribuciones de velocidad vertical simplificadas. Sin embargo, estos patrones de velocidad vertical no se ajustan necesariamente a la realidad, debido a que no consideran la deformación asociada a la distribución de vorticidad potencial en remolinos realísticos como los simulados por NEMO e idealizados con el modelo no-hidrostático. Los resultados de mi estudio y estudios anteriores sugieren que la velocidad vertical asociada a la deformación de los remolinos presenta distribuciones dipolares en el interior del remolino (Barceló-Llull *et al.*, 2017; Estrada-Allis *et al.*, 2018; Pallàs-Sanz y Viúdez, 2005; Viúdez, 2017) y cuadrupolares en sus vértices (Viúdez y Dritschel, 2003; Pilo *et al.*, 2018), sabemos que multipolares (Koszalka *et al.*, 2009; Nardelli, 2013) pero que no han podido ser reproducidas en este trabajo, y que pueden existir individualmente y/o coexistir en el espacio y tiempo. El origen de las fuentes de deformación en el océano real es todavía un tema de investigación, pero debe estar asociado a perturbaciones ubicuas en los océanos.

Futura búsqueda e investigación deberá estar orientada a encontrar soluciones con patrones de  $w$  multipolar, como lo observado por Nardelli (2013), buscando los parámetros iniciales que den lugar a remolinos con distribuciones de deformación horizontal multipolar. La selección de los parámetros adecuados de la condición inicial del modelo idealizado es complicada y solamente existen un conjunto de parámetros que den lugar a ese tipo de remolinos con distribución de velocidad vertical multipolar.

## Capítulo 5. Conclusiones

---

Remolinos con condiciones iniciales similares a las usadas en el modelo ideal no-hidrostático fueron encontrados en remolinos de la corriente de Lazo simulados numéricamente con el modelo realista NEMO y son, por lo tanto, aproximaciones de estados de remolinos que deden existir en la naturaleza.

La distribución de velocidad vertical es altamente dependiente de la estructura dinámica del remolino (i.e., distribución tridimensional de vorticidad potencial).

Los remolinos elípticos presentan distribuciones de velocidad vertical cuadrupolares y los circulares aislados, dipolares. Remolinos con condiciones iniciales mixtas resultan en la coexistencia de ambas distribuciones de velocidad vertical.

La interpretación de  $w$  en términos de la conservación de VP explica bien las distribuciones de velocidad vertical encontradas. Por lo que solamente conociendo la distribución de vorticidad potencial y la densidad podemos diagnosticar donde existirán velocidades verticales, aunque no su magnitud. Para conocer la magnitud de la velocidad vertical es necesario conocer la magnitud del campo tridimensional de deformación.

La deformación horizontal que impone la distribución inicial de vorticidad potencial del remolino genera regiones de desequilibrio geostrófico en las cuales las parcelas de agua para mantener constante su vorticidad potencial requieren 'escalar' o 'descender' isopicnas, desarrollando regiones de surgencia o hundimiento.

La ecuación de  $\omega$  generalizada explica bien la distribución horizontal de la velocidad vertical de los remolinos simulados con el modelo idealizado no-hidrostático en todo el dominio y con NEMO en los primeros 300m de columna de agua. Concluimos que existen fuentes de deformación presentes en remolinos oceánicos realísticos que no son reproducidas por el modelo idealizado, especialmente en sus fronteras (océano superior y fondo).

El término mas importante de la ecuación de  $\omega$  es recurrentemente la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h$ , y específicamente, su componente geostrófica. Como excepción están los remolinos simulados con NEMO en los que observamos una intensificación de los

términos de forzamiento ageostróficos de la ecuación de  $\omega$ , específicamente, la divergencia del vector  $\mathbf{Q}_h^a$  en el interior del remolino y el término de pseudovorticidad  $\zeta_{ph}^a \cdot \nabla_h^2 \mathbf{u}_h$  en la superficie del remolino.

Finalmente, el acceso a nuevas tecnologías permitirá obtener mediciones de alta resolución de la estructura tridimensional sinóptica de los remolinos oceánicos que ayudará a entender mejor la relación que existe entre los campos de deformación y de velocidad vertical.

## Literatura citada

- Allen, J. T. y Smeed, D. A. (1996). Potential vorticity and vertical velocity at the Iceland-Færøes front. *Journal of Physical Oceanography*, **26**(12): 2611–2634.
- Barceló-Llull, B., Pallàs-Sanz, E., Sangrà, P., Martínez-Marrero, A., Estrada-Allis, S. N., y Arístegui, J. (2017). Ageostrophic secondary circulation in a subtropical intrathermocline eddy. *Journal of Physical Oceanography*, **47**(5): 1107–1123.
- Calil, P. H. R. y Richards, K. J. (2010). Transient upwelling hot spots in the oligotrophic North Pacific. *Journal of Geophysical Research*, **115**(C2): C02003.
- Capet, X., McWilliams, J. C., Molemaker, M. J., y Shchepetkin, A. F. (2008). Mesoscale to submesoscale transition in the California current system. Part II: frontal processes. *Journal of Physical Oceanography*, **38**(1): 44–64.
- Carton, X. (2001). Hydrodynamical modeling of oceanic vortices. *Surveys in Geophysics*, **22**(3): 179–263.
- Carton, X., Sokolovskiy, M., Ménesguen, C., Aguiar, A., y Meunier, T. (2014). Vortex stability in a multi-layer quasi-geostrophic model: application to Mediterranean Water eddies. *Fluid Dynamics Research*, **46**(6): 061401.
- Cushman-Roisin, B. y Beckers, J.-M. (2011). *Introduction to geophysical fluid dynamics: physical and numerical aspects*. Academic Press. p. 828.
- Estrada-Allis, S. N., Barceló-Llull, B., Pallàs-Sanz, E., Rodríguez-Santana, A., Souza, J. M. A. C., Mason, E., McWilliams, J. C., y Sangrà, P. (2018). Vertical velocity dynamics and mixing in an anticyclone near the Canary islands. *Journal of Physical Oceanography*, pp. JPO-D-17-0156.1.
- Flierl, G. R. (1988). On the instability of geostrophic vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, **197**(-1): 349.
- Graves, L. P., McWilliams, J. C., y Montgomery, M. T. (2006). Vortex evolution due to straining: a mechanism for dominance of strong, interior anticyclones. *Geophysical & Astrophysical Fluid Dynamics*, **100**(3): 151–183.
- Hoskins, B. J., Draghici, I., y Davies, H. C. (1978). A new look at the omega equation. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*.
- Jouanno, J., Ochoa, J., Pallàs-Sanz, E., Sheinbaum, J., Andrade-Canto, F., Candela, J., y Molines, J.-M. (2016). Loop current frontal eddies: formation along the Campeche bank and impact of coastally trapped waves. *Journal of Physical Oceanography*, **46**(11): 3339–3363.
- Klein, P. y Lapeyre, G. (2009). The oceanic vertical pump induced by mesoscale and submesoscale turbulence. *Annual review of marine science*, **1**(July): 351–375.
- Koszalka, I., Bracco, A., McWilliams, J. C., y Provenzale, A. (2009). Dynamics of wind-forced coherent anticyclones in the open ocean. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **114**(8): 1–14.
- Martin, A. P. y Richards, K. J. (2001). Mechanisms for vertical nutrient transport within a North Atlantic mesoscale eddy. *Deep Sea Research Part II: Topical Studies in Oceanography*, **48**(4-5): 757–773.

- McGillicuddy, D. J., Anderson, L. A., Bates, N. R., Bibby, T., Buesseler, K. O., Carlson, C. A., Davis, C. S., Ewart, C., Falkowski, P. G., Goldthwait, S. A., Hansell, D. A., Jenkins, W. J., Johnson, R., Kosnyrev, V. K., Ledwell, J. R., Li, Q. P., Siegel, D. A., y Steinberg, D. K. (2007). Eddy/wind interactions stimulate extraordinary mid-ocean plankton blooms. *Science (New York, N.Y.)*, **316**(5827): 1021–6.
- Melander, M. V., McWilliams, J. C., y Zabusky, N. J. (1987). Axisymmetrization and vorticity-gradient intensification of an isolated two-dimensional vortex through filamentation. *Journal of Fluid Mechanics*, **178**(-1): 137.
- Nardelli, B. B. (2013). Vortex waves and vertical motion in a mesoscale cyclonic eddy. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **118**(10): 5609–5624.
- Pallàs-Sanz, E. y Viúdez, Á. (2005). Diagnosing mesoscale vertical motion from horizontal velocity and density data. *Journal of Physical Oceanography*.
- Pallàs-Sanz, E. y Viúdez, Á. (2007). Three-dimensional ageostrophic motion in mesoscale vortex dipoles. *Journal of Physical Oceanography*, **37**(1): 84–105.
- Pallàs-Sanz, E., Johnston, T. M. S., y Rudnick, D. L. (2010). Frontal dynamics in a California current system shallow front: 2. Mesoscale vertical velocity. *Journal of Geophysical Research*, **115**(C12): C12068.
- Pidcock, R., Martin, A., Allen, J., Painter, S. C., y Smeed, D. (2013). The spatial variability of vertical velocity in an Iceland basin eddy dipole. *Deep-Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers*, **72**: 121–140.
- Pilo, G. S., Oke, P. R., Coleman, R., Rykova, T., y Ridgway, K. (2018). Patterns of vertical velocity induced by eddy distortion in an ocean model. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **123**(3): 2274–2292.
- Thomas, L. N., Lee, C. M., y Yoshikawa, Y. (2010). The subpolar front of the Japan/east sea. Part II: inverse method for determining the frontal vertical circulation. *Journal of Physical Oceanography*, **40**(1): 3–25.
- Viúdez, Á. (2017). Isolated marginally stable geophysical vortices. *Journal of Fluid Mechanics*, **824**: R4.
- Viúdez, A. (2018). Two modes of vertical velocity in subsurface mesoscale eddies. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, **123**(5): 3705–3722.
- Viúdez, Á. y Dritschel, D. G. (2003). Vertical velocity in mesoscale geophysical flows. *Journal of Fluid Mechanics*, **483**(483): 199–223.
- Viúdez, Á. y Dritschel, D. G. (2004). Dynamic potential vorticity initialization and the diagnosis of mesoscale motion. *Journal of Physical Oceanography*, **34**(12): 2761–2773.
- Viúdez, Á., Tintoré, J., y Haney, R. L. (1996). About the nature of the generalized omega equation. *Journal of the Atmospheric Sciences*, **53**(5): 787–795.