

**CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA**

**APLICACION DE UN MODELO NUMERICO A LA RESPUESTA
RESONANTE DEL GOLFO DE CALIFORNIA POR
ONDAS LARGAS DE MAREMOTOS**

TESIS

MAESTRIA EN CIENCIAS

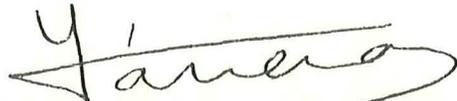
FRANCISCO JAVIER SANDOVAL MAYORQUIN

Ensenada Baja California

RESUMEN de la Tesis de Francisco Javier Sandoval Mayorquín, presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en OCEANOLOGIA con opción en OCEANOGRAFIA FISICA. Ensenada, Baja California, México. Enero de 1990.

APLICACION DE UN MODELO NUMERICO A LA RESPUESTA RESONANTE DEL GOLFO DE CALIFORNIA POR ONDAS LARGAS DE MAREMOTOS

Resumen aprobado por:



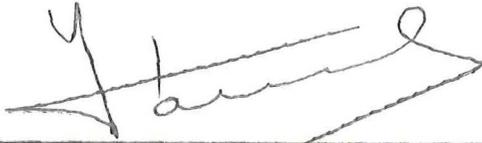
M.C. Salvador F. Farreras
Director de Tesis

Se intenta explicar la respuesta resonante del Golfo de California en la escala de frecuencias de los maremotos. Se exponen soluciones teóricas simples para una cuenca de contorno rectangular, considerandose: a) fondo constante, y b) fondo variable en la dirección longitudinal, mediante un ajuste cuadrático empírico a la batimetría real del golfo. Además se aplica un modelo numérico para cuencas acopladas de contorno irregular con profundidad constante. Se incluyen modificaciones para considerar incidencia oblicua del frente de onda como entrada del modelo. El algoritmo se basa en el teorema integral de Weber como solución de la ecuación bidimensional de Helmholtz. El flujo se supone irrotacional, y se desprecian los efectos por viscosidad y fricción. Los resultados permiten afirmar que la respuesta estacionaria del Golfo de California en el espectro de las ondas largas responde a condiciones resonantes. La comparación de los resultados del modelo numérico con los de la solución teórica para fondo variable, muestran que la aproximación con fondo constante es suficiente para explicar la respuesta estacionaria por ondas de maremotos, y se confirma que las oscilaciones excitadas en las frecuencias bajas ($f < 0.035$ cpm) se deben a modos naturales de oscilación transversal. En la escala de horas y días se encuentran amplificaciones resonantes sobresalientes para las mareas diurnas y semidiurnas consistentes con lo observado en el lugar de estudio.

TESIS DEFENDIDA POR:

FRANCISCO JAVIER SANDOVAL MAYORQUIN

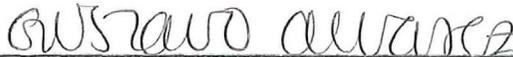
Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITE:



M.C. Salvador Farreras Sanz, Director del Comité



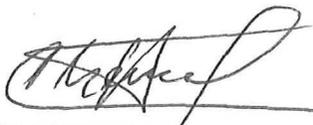
M.C. Alberto Amador Buenrostro, Miembro del Comité



M.C. Luis Gustavo Alvarez Sánchez, Miembro del Comité



Dr. Luis Munguía Orozco, Miembro del Comité



M.C. José María Robles Pacheco, Jefe del Departamento de Oceanografía Física



Dr. José Rubén Lara Lara, Dirección de la división de Oceanología



Dr. Héctor Echavarría Heras, Director Académico Interino

Enero 26, 1990

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y
DE EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISION DE OCEANOLOGIA
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFIA FISICA

APLICACION DE UN MODELO NUMERICO A LA RESPUESTA RESONANTE
DEL GOLFO DE CALIFORNIA POR ONDAS LARGAS DE MAREMOTOS

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para
obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

FRANCISCO JAVIER SANDOVAL MAYORQUIN

Ensenada, Baja California, Enero de 1990.

LISTA DE FIGURAS

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
1 Localización geográfica y batimetría del Golfo de California (isóbatas en metros).	7
2 A) Representación esquemática y sistema de referencia considerados en el cálculo de las soluciones analíticas. B) Ajuste cuadrático de la variación del fondo en la dirección longitudinal (de León-Arteaga, 1988).	13
3 Esquema gráfico del dominio de solución en el modelo numérico de cuencas interconectadas de contorno irregular. (Lee y Raichlen, 1971)	18
4 Curvas de respuesta para un mar rectangular con la extensión promedio del Golfo de California. A) fondo constante (resultados analíticos y numéricos); B) fondo variable a lo largo de la cuenca.	24
5 Curvas de respuesta para fondo variable en la dirección longitudinal. A) bahía de La Paz; B) bahía de Guaymas.	27
6 Representación gráfica de los primeros modos normales de oscilación transversal para un canal rectangular cerrado.	29
7 A) Contorno discreto del Golfo de California considerando dos cuencas interiores acopladas. B) Puntos solución involucrados en el modelo numérico.	31
8 Valor cuadrático medio de la curva de respuesta en función de la frecuencia cíclica. A) La Paz; B) Guaymas. Las curvas corresponden a frentes de onda que inciden con ángulos de: 90(---), 45(—) y 10(==) grados.	33
9 Mapa de isolíneas de amplitudes relativas obtenidos mediante interpolación con 351 puntos solución. De izquierda a derecha, corresponden a frentes de onda que inciden con 90, 45 y 10 grados. A) $f= 0.016$ cpm ($k= 0.021$ km ⁻¹); B) $f= 0.032$ cpm ($k= 0.042$ km ⁻¹).	36

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

<u>Figura</u>		<u>Página</u>
10	Valor cuadrático medio de la curva de respuesta en la bahía de San Luis Gonzaga. Las curvas corresponden a frentes de onda que inciden con ángulos de: 90(---), 45(—) y 10(—) grados.	39
11	Espectros normalizados de maremotos registrados en el Golfo de California: A) La Paz, 1964; B) La Paz, 1960; C) Guaymas, 1960; y afuera del golfo: D) Manzanillo, 1964; E) Salina Cruz, 1960, y F) Acapulco, 1960. (Sánchez y Farreras, 1983)	41

LISTA DE TABLAS

Tabla

Página

- | | | |
|---|---|----|
| I | Constantes usadas en el cálculo de las soluciones analíticas. | 25 |
|---|---|----|

AGRADECIMIENTOS

A Salvador F. Farreras, por su dirección y apoyo durante el desarrollo de éste trabajo de tesis.

A los miembros del Comité de Tesis, en atención a sus observaciones y contribuciones al manuscrito.

A Modesto Ortiz y Adriana González, por su ayuda desinteresada y siempre oportuna para sacar adelante ésta investigación.

A las Instituciones CONACyT y CICESE, por su ayuda económica y de infraestructura.

DEDICATORIA

A mi Familia y Amigos

CONTENIDO

	<u>Página</u>
1 INTRODUCCION	1
1.1 Objetivos	3
1.2 Antecedentes	4
1.3 Area de Estudio	6
2 METODO	9
2.1 Teoría	10
2.2 Soluciones Análíticas	12
2.3 Modelo Numérico	16
3 RESULTADOS	23
4 DISCUSION	40
5 CONCLUSIONES	44
LITERATURA CITADA	46
APENDICE	51

APLICACION DE UN MODELO NUMERICO A LA RESPUESTA RESONANTE
DEL GOLFO DE CALIFORNIA POR ONDAS LARGAS DE MAREMOTOS

1. INTRODUCCION

Los maremotos o tsunamis son ondas oceánicas que se forman mayormente por alteraciones de origen sísmico en el lecho marino. Al arribar el tren de ondas a la zona costera de los océanos (e.g. golfos, mares interiores, bahías, estuarios, entre otros) puede provocar oscilaciones de gran amplitud, cuando coinciden las frecuencias del maremoto con alguna de las fundamentales de los sistemas costeros, en una manera análoga con la respuesta dinámica de un oscilador mecánico resonante. La energía de éstas amplificaciones es función de la configuración de la cuenca, las características de la entrada en su conexión con el océano y la longitud de onda de la perturbación incidente; y se pierde parcialmente por efectos radiacionales, friccionales y procesos alineales.

Históricamente, por razones tectónicas, la cuenca del Pacífico ha sido la mayor fuente de generación de tsunamis, y sus costas las más expuestas al embate de los mismos; los focos de generación más frecuentes están en las regiones de Alaska, Chile, Hawaii, Japón y las Islas Aleutianas, concidiendo con las zonas de subducción de la corteza

terrestre. Estos hechos han concertado esfuerzos internacionales en el ámbito técnico-científico para estudiar el fenómeno, y con ello disponer de medidas preventivas eficientes y confiables.

El Sistema Internacional de Alerta contra Maremotos, instituido en 1946 y con sede en Hawaii, dispone de instrumentos sismológicos y mareográficos para detectar magnitud y localización del sismo, y las características de propagación del tren de ondas generado. Nuestro país forma parte de ésta organización al igual que otros 33 países de la cuenca del Pacífico; actualmente CICESE actúa como agencia diseminadora para Baja California, enlazado vía télex y teléfono con autoridades civiles y militares, y con la Unidad de Protección Civil del Estado de Baja California. En un futuro se proyecta interconectar la red de estaciones mareográficas con transmisión-recepción automática y en tiempo real vía satélite Morelos (Farreras, 1986).

Sánchez y Farreras (1983) condujeron un recuento exhaustivo de los eventos históricos durante 1957-1979, registrados en las estaciones mareográficas dispuestas a lo largo de las costas del Pacífico Mexicano. Con base en los métodos de Máxima Entropía y el análisis espectral clásico, encontraron en promedio que el Golfo de California (Mar de Cortés) oscila de manera selectiva en las bandas de

frecuencia baja, en oposición con lo encontrado en los otros lugares cercanos, frente a la plataforma continental. Los autores han sugerido que la respuesta se debe a modos de oscilación transversales en combinación con procesos alineales.

1.1 Objetivos

En el presente estudio se intenta explicar la respuesta resonante del Golfo de California en el intervalo de frecuencias de los maremotos. Para ello, se emplearon: a) soluciones analíticas con esquemas geométricos de dimensiones promedio, y b) la aplicación de un modelo numérico para una cuenca de contorno irregular con profundidad constante.

A partir del propósito primario anterior, se plantearon como objetivos particulares:

- a) Explicar el corrimiento de frecuencias observado en los espectros de los tsunamis registrados en La Paz y Guaymas, según se muestra en Sánchez y Farreras (1983).
- b) Fundamentar (o apoyar) la hipótesis sobre la posible excitación de oscilaciones transversales resonantes.

- c) Analizar la respuesta resonante local con respecto a la dirección incidente del frente de onda.
- d) Mostrar las posibles diferencias en la respuesta resonante en el bajo golfo y alto golfo.

1.2 Antecedentes

La dinámica de los maremotos se ha estudiado con éxito en el contexto de la teoría lineal de ondas largas, en lo referente a su propagación en mar profundo, y en cuanto a la respuesta oscilatoria de los sistemas costeros por procesos de resonancia, reflexión, refracción, difracción y atrapamiento de las ondas. Las investigaciones se han concretado principalmente en puertos y bahías con desarrollos turísticos o industriales. Revisiones de las teorías dinámicas sobre oscilaciones forzadas en cuencas interconectadas con el océano, aplicables al problema de resonancia por ondas de maremotos, se pueden encontrar en Wilson (1972), Miles (1974), Raichlen (1979), Camfield (1980) y Gerber (1986).

Los modelos numéricos más citados en la literatura están basados en el teorema integral de Weber como solución de la ecuación bidimensional de Helmholtz. Estos modelos suponen

que los efectos por viscosidad y fricción son despreciables, y el flujo es irrotacional. Según Lepelletier (1978) y Rogers y Mei (1978), la viscosidad en comparación con los otros procesos no es importante en cuencas lo suficiente largas, y sólo determina un decaimiento rápido en las oscilaciones resonantes.

Diversos autores han citado sobre una base teórico-experimental, que el modelo numérico de Lee (1971) predice acertadamente las frecuencias resonantes y la distribución superficial de los modos normales. La estimación ha predicho con éxito las características resonantes en diversos lugares a escala de puertos y bahías. (cf. Miles, 1971; Rogers y Mei, 1978; Gerber, 1986).

Dos de las consideraciones importantes de la dinámica de ondas oceánicas en aguas poco profundas son la fricción y las interacciones alineales por efectos topográficos. Estimaciones teóricas en dominios rectangulares suficiente largos (cf. Rogers y Mei, 1978), han corroborado que los procesos alineales transfieren energía entre las frecuencias adyacentes, siendo apreciable en los picos principales de la curva de respuesta. Unluata y Mei (1973) apoyados en geometrías simples han postulado que la fricción parametrizada a través de una ley cuadrática, sólo es importante en lugares con entradas sumamente angostas.

Gerber (1986) ha incorporado la fricción de manera lineal, y encontrado que las frecuencias resonantes están bien representadas por la solución numérica de Lee.

1.3 Area de Estudio

El Golfo de California es un mar interior de forma alargada, conectado al sur con el Océano Pacífico Oriental. Se localiza entre los paralelos 20° y 32° N y los meridianos 105° y 115° W (Fig. 1). Tiene una longitud cercana a los 1 100 km, desde la desembocadura del Río Colorado hasta Cabo San Lucas; y un ancho promedio del orden de 150 km. El fondo es una depresión estructuralmente compleja con fosas y cañones submarinos (Delgado-Carbellido, 1985). Las características batimétricas más importantes son:

Región Norte. Del extremo norte hasta el paralelo 30° N, el fondo se puede considerar como una planicie de pendiente suave, que va de los 0 a los 200 m de profundidad, exceptuando el área comprendida por la fosa Delfín, donde la profundidad rebasa la isóbata de los 400 m. Del paralelo 30° N a 28° N se encuentra una zona bastante compleja con las mayores islas: Tiburón y Angel de la Guarda. Y cinco fosas profundas: Salsipuedes con más de 1 400 m de profundidad; San Pedro Mártir, que rebasa los 1 000 m; Delfín con más de

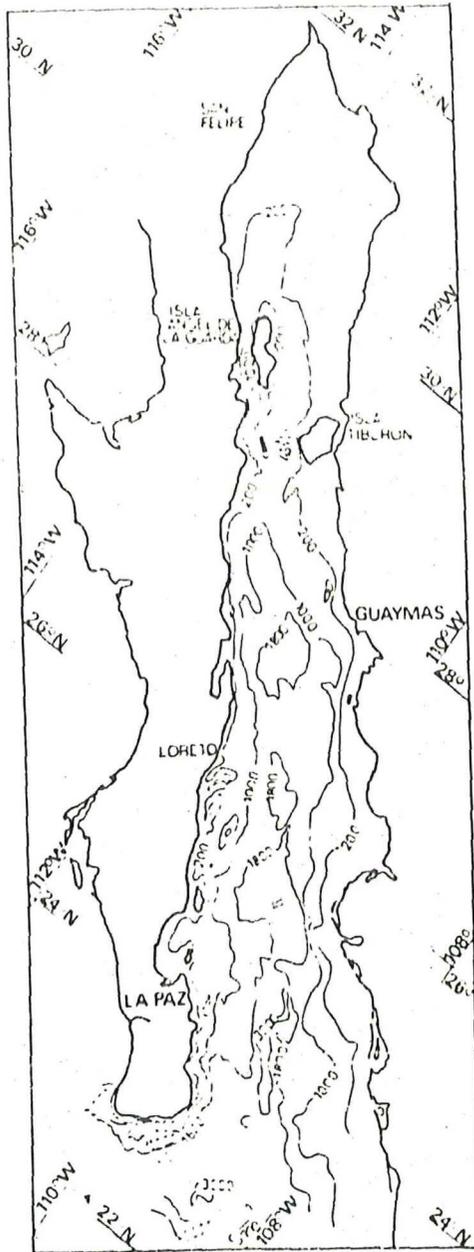


Figura 1. Localización geográfica y batimetría del Golfo de California (isóbatas en metros).

900 m; y Tiburón y San Esteban, que no pasan los 800 m de profundidad.

Región Sur. Del paralelo 28°N a 24°N el fondo tiene características diferentes y se presenta en forma de una gran cuenca con profundidades de alrededor de los 2 000 m. De norte a sur se encuentran las fosas: Guaymas, Carmen, Farallón y una parte de la fosa Pescadero. La parte del extremo sur se convierte, progresivamente, en un fondo típicamente oceánico. La isóbata de los 2 500 m enmarca la totalidad de esta zona.

Los estudios de Roden (1958) y Roden y Groves (1959) han descrito extensamente aspectos de su topografía, clima y oceanografía. En Bray y Roblés (1990), se presenta una revisión reciente sobre los estudios de oceanografía física en el Golfo de California. Sin embargo, aún se desconocen muchos aspectos relativos a su dinámica, e.g. precisar las escalas de variación en espacio y tiempo; transporte residual lagrangeano; balance de propiedades dinámicas y termodinámicas; atrapamiento, propagación y mecanismos de disipación y/o degradación a otros modos dinámicos, en lo referente a ondas oceánicas; por citar algunos. Actualmente se están desarrollando esfuerzos de investigación interinstitucionales para esclarecer algunos de estos procesos.

2. METODO

En el presente trabajo se han obtenido soluciones analíticas particulares para una cuenca rectangular con fondo constante, y fondo variable en la dirección longitudinal. Y se ha aplicado un modelo numérico para una cuenca de contorno irregular con profundidad constante, en la forma descrita por Lee (1971) y Lee y Raichlen (1971). En el apartado 2.1 se expone el problema de valor a la frontera que sustenta la teoría sobre oscilaciones resonantes en cuencas costeras interconectadas con el océano. El planteamiento es lineal sobre una base esencialmente geométrica. El flujo es considerado irrotacional, despreciando los efectos por viscosidad y fricción. En el apartado 2.2 se presentan las dos soluciones teóricas particulares, con las cuales se ha intentado dilucidar la respuesta resonante promedio del Golfo de California. En el apartado 2.3 se describe de manera concisa el modelo numérico aplicado. Se han incorporado modificaciones para considerar incidencia oblicua del frente de onda, como entrada del modelo. El planteamiento del problema está contenido equivalentemente en la teoría de un flujo potencial sin viscosidad. La solución numérica está basada en el teorema integral de Weber, con las condiciones de frontera que se describen en (2.1)

2.1 Teoría

Las ecuaciones de campo que rigen a la elevación superficial ζ y la velocidad horizontal \underline{v} , con base en la aproximación de ondas largas (teoría lineal), y la premisa de una solución armónica (cf. Lamb, 1932; Stoker, 1957), son:

$$\begin{aligned} \nabla_h \cdot (h \nabla_h \zeta) + \sigma^2/g \zeta &= 0 \\ g \nabla_h \zeta + i\sigma \underline{v} &= 0 \end{aligned} \quad (1)$$

donde,

$$\sigma^2 = gk \tanh(kh) \quad (2)$$

$\nabla_h = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$ es el operador vectorial nabla, σ es la frecuencia angular, k es el número de onda, g es la aceleración de gravedad, h es la profundidad, e i es la unidad imaginaria. Las soluciones físicas correspondientes son: $\hat{\zeta} = \text{Re}\{\zeta \exp(i\sigma t)\}$ y $\hat{\underline{v}} = \text{Re}\{\underline{v} \exp(i\sigma t)\}$.

Las teorías clásicas sobre amplificaciones resonantes en cuencas costeras, suponen un flujo irrotacional e incompresible, y desprecian los efectos por viscosidad y fricción. Para calcular el campo de elevaciones, se divide el dominio de solución en una región exterior semi-infinita 1 (océano), y la región interior de interés 2 (cuenca). La solución en el dominio oceánico, suponiendo una teoría

lineal, se expresa como $\zeta_1 = \zeta_1^i + \zeta_1^r + \zeta_1^R$ donde: ζ_1^i es la función de onda incidente, ζ_1^r define a la onda reflejada, y ζ_1^R es una corrección por la presencia de la cuenca (onda radiada).

La respuesta estacionaria de un sistema costero se define por las ecuaciones (1), con las siguientes condiciones:

- a) Flujo nulo a través de las paredes rígidas de la cuenca, y sobre la línea de costa (idealizada como pared recta)

$$\underline{v} \cdot \hat{n} = 0 \quad (3a)$$

- b) Continuidad en los valores de amplitud y flujo normal, entre la cuenca y el océano

$$\begin{aligned} \zeta_1 &= \zeta_2 \\ (h \underline{v} \cdot \hat{n})_1 &= -(h \underline{v} \cdot \hat{n})_2 \end{aligned} \quad (3b)$$

- c) Condición de radiación (de Sommerfeld) en el dominio oceánico

$$\begin{aligned} \lim_{r^2 \rightarrow \infty} \zeta_1^R &= 0, & (\text{donde: } r^2 &= x^2 + y^2) \end{aligned} \quad (3c)$$

2.2 Soluciones Analíticas

El esquema geométrico más simple que se puede ajustar al Golfo de California, es la aproximación de una cuenca rectangular con profundidad constante H (v. Fig. 2a). El problema consiste en resolver la ecuación bidimensional de Helmholtz:

$$(\nabla_h^2 + k^2)\zeta = 0 \quad (4)$$

siendo $\nabla_h^2 = \partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2$ y $k^2 = \sigma^2/gH$, con las condiciones de frontera (3a, b y c).

La solución en la dirección longitudinal de la cuenca ζ_1 , como función del gasto medio en la boca Q_0 , es:

$$\zeta_1 = 1 \frac{\sigma}{g} (Q_0/2ka) \cos k(l+y)/\sin kl \quad (5)$$

donde a es el semi-ancho, y l el largo de la cuenca. Q_0 es parámetro desconocido (inicialmente), que se determina exigiendo continuidad en la interconexión con el océano.

La solución completa en el dominio oceánico ζ_1 , en términos de Q_0 e integrada a lo largo de la boca (v. Apéndice A), es:

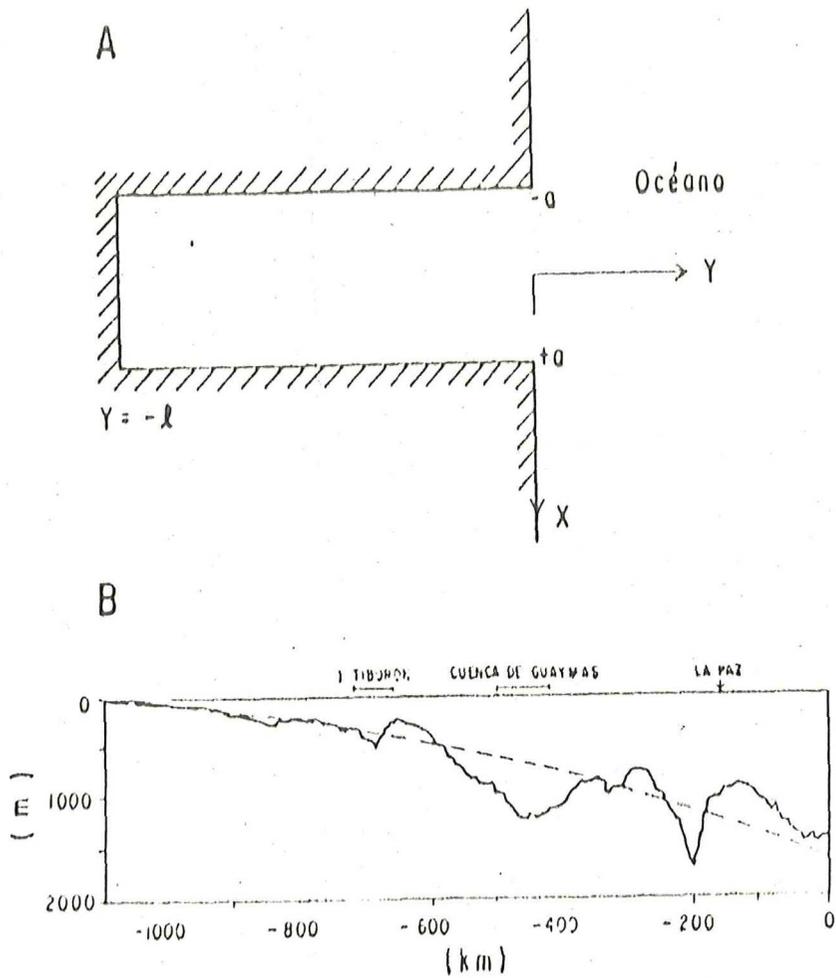


Figura 2. A) Representación esquemática y sistema de referencia considerados en el cálculo de las soluciones analíticas. B) Ajuste cuadrático de la variación del fondo en la dirección longitudinal (de León-Arteaga, 1988).

$$\zeta_1 = 2A - \sigma/2g Q_0 (J_C + i \frac{2}{\pi} Y_C) \quad (6)$$

donde A es la amplitud de la onda incidente, y J_C y Y_C son series de potencia definidas en (A3) y (A4).

La solución explícita del sistema, eliminando el parámetro Q_0 , queda:

$$\zeta_2 = \frac{2A \cos k(l+y)}{\cos kl + \frac{2}{\pi} ka Y_C \sin kl - i ka J_C \sin kl} \quad (7)$$

El resultado a primer orden $ka \ll 1$, es consistente con lo encontrado por otros autores, e.g. Miles (1971), a partir de la analogía con sistemas eléctricos, y por Unluata y Mei (1973), basados en métodos asintóticos.

El factor de amplificación R, se define como el cociente de las amplitudes en la cuenca, y aquellas en la línea de costa sin la presencia de la cuenca, i.e.,

$$R = \frac{|\zeta_2|}{2A} = \frac{\cos k(l+y)}{[(\cos kl + \frac{2}{\pi} Y_C ka \sin kl)^2 + (J_C ka \sin kl)^2]^{\frac{1}{2}}} \quad (8)$$

Para evaluar ésta solución en el Golfo de California, se consideraron las medidas promedio del ancho y profundidad que

determinó de León-Arteaga (1988), mediante una malla rectangular de 162x42 elementos, dispuestos a lo largo y ancho del canal, a intervalos equidistantes de 6.62 km de longitud, respectivamente.

Para el caso de la profundidad variable en la dirección longitudinal, de León-Arteaga, loc. cit., obtuvo con base en la técnica de los cuadrados mínimos, el siguiente ajuste cuadrático en el lugar de estudio (Fig. 2b):

$$h(y) = h_0[1 + \alpha(1+y)]^2, \quad y \leq 0 \quad (9)$$

donde h_0 es la profundidad en la cabeza, y α es un coeficiente que especifica la variación longitudinal del fondo. El problema de valor a la frontera se transforma en

$$\begin{aligned} \nabla_h^2 \zeta_2 + (1/h) dh/dy \partial \zeta_2 / \partial y + k^2 \zeta_2 &= 0, & y \leq 0 \\ (\nabla_h^2 + k^2) \zeta_1 &= 0, & y \geq 0 \end{aligned} \quad (10)$$

con las condiciones (3a, b y c).

La solución unidimensional de la ec. (10a) con las condiciones (3a, y b), en función del parámetro Q_0 , es:

$$\zeta_2 = i \frac{\frac{\sigma}{g} Q_0 Z_0^{\frac{3}{2}} (\text{sen} \beta + 2b \text{cos} \beta)}{4a \alpha \lambda_0^2 Z_0^{\frac{1}{2}} \text{sen} \beta_0} \quad (11)$$

donde,

$$\begin{aligned}
b^2 &= \lambda_0^2 - \frac{1}{4}, & \lambda_0^2 &= \sigma^2 / \alpha^2 gh_0 \\
\beta_0 &= b \text{ Log } Z_0, & Z_0 &= 1 + \alpha l \\
\beta &= b \text{ Log } Z, & Z &= 1 + \alpha(1+y)
\end{aligned}$$

La solución explícita en la cuenca, i.e. eliminando Q_0 , con h variable longitudinalmente, es entonces:

$$\zeta_2 = \frac{2A Z_0^{\frac{3}{2}} (\text{sen}\beta + 2b \text{cos}\beta)}{Z^{\frac{3}{2}} [Z_0 (\text{sen}\beta_0 + 2b \text{cos}\beta_0) + 4\alpha\alpha / \pi \lambda_0^2 Y_C \text{sen}\beta_0 - i2\alpha\alpha \lambda_0^2 J_C \text{sen}\beta_0]} \quad (12)$$

siempre que la solución para el dominio oceánico sea (6).

2.3 Modelo Numérico

El planteamiento teórico del problema está construido equivalentemente sobre la base de un flujo potencial sin viscosidad. El potencial de velocidad ϕ para un flujo irrotacional con h constante, según el método de variables separables, está dado como:

$$\phi(x;t) = \frac{Ag \cosh k(h+z)}{i\sigma \cosh kh} f(x,y) \exp(-i\sigma t) \quad (13)$$

La función de onda f satisface la ecuación bidimensional de Helmholtz, y representa la estructura horizontal de un movimiento periódico, donde los parámetros de onda σ y k están relacionados por (2).

El análisis numérico de la respuesta estacionaria de una cuenca costera, de forma arbitraria con profundidad constante, consiste en resolver f con base en el teorema integral de Weber, y las condiciones de frontera descritas en (3a,b y c). La ecuación de campo en cada dominio, es una ecuación integral singular, en función de su valor en la frontera de una región cerrada, y de sus derivadas normales a ella (cf. Hwang y Tuck, 1970; Lee, 1971).

En éste trabajo se ha procedido de acuerdo con la solución de Lee, loc. cit., y Lee y Raichlen (1971), en que se divide el contorno de integración y se organiza el problema de forma matricial, lo que facilita adaptarse a una cuenca con la extensión del Golfo de California. A continuación, se expone el algoritmo para una sólo cuenca; en el caso de cuencas acopladas se subdivide la región 2, imponiendo la condición (3b) en la frontera imaginaria, y simultáneamente se exige continuidad entre las fronteras comunes (v. Fig. 3). En el presente trabajo se han incorporado modificaciones para considerar incidencia variable del frente de onda, como entrada del modelo.

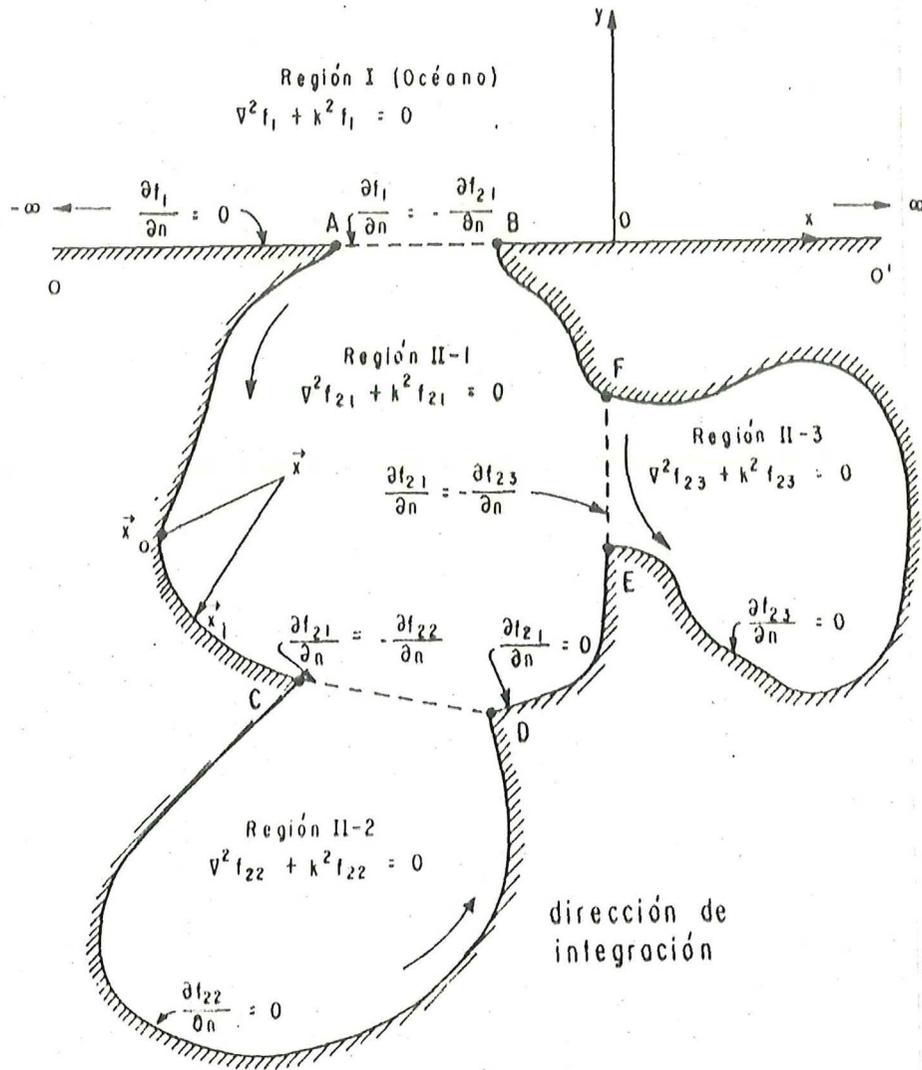


Figura 3. Esquema gráfico del dominio de solución en el modelo numérico de cuencas interconectadas de contorno irregular. (Lee y Raichlen, 1971)

El Teorema de Weber define a la función de onda f , i.e., la estructura horizontal del movimiento, en cualquier punto interior \underline{x} como:

$$f(\underline{x}) = - \frac{1}{4} \int_S [f(\underline{x}_0) \frac{\partial}{\partial n} H_0^1(kr) - H_0^1(kr) \frac{\partial}{\partial n} f(\underline{x}_0)] ds \quad (14)$$

con la particularidad de que se eligen a las funciones de Hankel de primera clase y orden cero H_0^1 , como soluciones fundamentales; $f(\underline{x}_0)$ es el valor de f en un punto \underline{x}_0 de la curva frontera S ; r es la distancia entre un punto interior y un punto frontera, $r = |\underline{x} - \underline{x}_0|$; y $\partial/\partial n$ denota derivada parcial en la dirección perpendicular, positiva hacia afuera del contorno.

La aproximación de f_2 en un punto frontera (singular), divide el perímetro en N segmentos de recta, y considera las fórmulas asintóticas de las funciones de Hankel para argumentos pequeños en el límite. El valor medio de la estimación de f_2 en un segmento frontera, se escribe en ecuación matricial como

$$\underline{X} = - \frac{1}{2} (G_N \underline{X} - G_P) \quad (15)$$

donde:

$$\underline{X} = f(x_i)$$

$$\underline{P} = \frac{\partial}{\partial n} f(x_j) = \sum_{j=1}^p \delta_{ij} C_j = U_m \underline{C}$$

$$(G_N)_{ij} = -k H_1^1(kr_{ij}) \partial r_{ij} / \partial n \Delta S_j, \quad i \neq j$$

$$(G_N)_{ii} = 2 \int_0^{\frac{1}{2} \Delta S_i} -k H_1^1(kr) \partial r / \partial n dr$$

$$\approx (i/\pi) (\partial x / \partial s \partial^2 y / \partial s^2 - \partial^2 x / \partial s^2 \partial y / \partial s)_i \Delta S_i$$

$$(G)_{ij} = H_0^1(kr_{ij}) \Delta S_j, \quad i \neq j$$

$$(G)_{ii} = 2 \int_0^{\frac{1}{2} \Delta S_i} H_0^1(kr) dr$$

$$\approx [1 + 2 \frac{1}{\pi} (\text{Log } \frac{1}{4} k \Delta_i - 0.42278)] \Delta S_i$$

$$(i, j = 1, 2, \dots, N)$$

H_1^1 es la función de Hankel de primera clase y orden uno, δ_{ij} es la delta de Kronecker, y $\partial/\partial s$ denota derivada parcial en la dirección tangencial. En notación indicial, j es el punto medio del j -ésimo segmento frontera ΔS_j , i es la aproximación de ello, y p es el número de segmentos en que se divide la boca. El vector C_j ($j=1, 2, \dots, p$) define los valores de la derivada normal de f_2 , en la interconexión con el océano.

La definición operacional de $f_2(x_1)$, i.e. la solución para un segmento frontera, queda:

$$\underline{X} = (\frac{1}{2}G_n + I)^{-1} (\frac{1}{2}G U_m) \underline{C} = M \underline{C} \quad (16)$$

donde I denota una matriz unitaria, y M es una matriz de orden $N \times p$ que relaciona cantidades conocidas.

La solución en el dominio exterior con h constante es

$$f_1 = f_1^i + f_1^r + f_1^R \quad (17)$$

En f_1^i están contenidas las condiciones iniciales del modelo que especifican las características de la onda incidente. f_1^i se define de manera arbitraria, con el requisito único que satisfaga (4), i.e.,

$$f_1^i(x,y) = A \exp[ik(x\cos\theta + y\sin\theta)] \quad (18)$$

La función de onda reflejada se define como $f_1^r(x,y) = f_1^i(x,-y)$, en conformidad con el marco de referencia de la figura 3. La superposición en la línea de costa sin la presencia de la cuenca es entonces $2A \exp(ikx\cos\theta)$, siendo θ el ángulo (trigonométrico) que forma la normal del frente de onda, con respecto a la línea de costa (idealizada como pared recta).

La determinación de f_1 en la boca de la cuenca está dada como

$$f_1(x,0) = 2A \exp(ikx \cos \theta) + f_1^R(x,0) \quad (19)$$

La estimación del valor medio de f_1^R , sobre cada segmento de recta en que se divide la entrada, es:

$$f_1^R(x_i,0) \approx -\frac{1}{2} \sum_{j=1}^p (G)_{ij} C_j, \quad (i=1,2,\dots,p) \quad (20)$$

El vector C_j ($j=1,2,\dots,p$) es un parámetro en el que están contenidos los valores de la derivada normal en la boca. Se determina a través de la técnica de acoplamiento entre la cuenca y el océano (ecs. 16 y 19-20), con base en la condición de continuidad, y con ello se resuelve la distribución de amplitudes en el interior de la cuenca, a partir de la versión discreta de (14).

El factor de amplificación R , como cantidad que especifica la respuesta de la cuenca, se define como:

$$R = \frac{|f_2(x,y)|}{|f_1^i + f_1^r|} \quad (21)$$

3. RESULTADOS

Se exponen soluciones teóricas simples para la respuesta estacionaria de una cuenca rectangular, con base en longitudes lineales promedio del Golfo de California. A continuación se analizan situaciones con fondo constante, y fondo variable en la dirección longitudinal con un ajuste cuadrático emanado de la batimetría real del golfo. Finalmente, se incluyen soluciones aproximadas de un modelo numérico para una cuenca de forma irregular con profundidad constante, ajustada al contorno real del lugar de estudio.

Las figuras 4a y b contienen curvas de respuesta teóricas para: a) una cuenca de contorno rectangular con profundidad constante, y b) una cuenca rectangular con profundidad variable longitudinalmente. Las soluciones muestran el factor de amplificación como función del número de onda adimensional kl , siendo l una longitud característica definida aquí como el largo de la cuenca. En la tabla I se han agrupado los valores de las constantes usadas en el cálculo de las curvas de respuesta. Se ha considerado un frente de onda que incide en dirección normal a la boca; y las soluciones han sido evaluadas en el extremo del canal (i.e. $y = -1$), para ser congruentes con otros resultados de la literatura que involucran geometrías idealizadas.

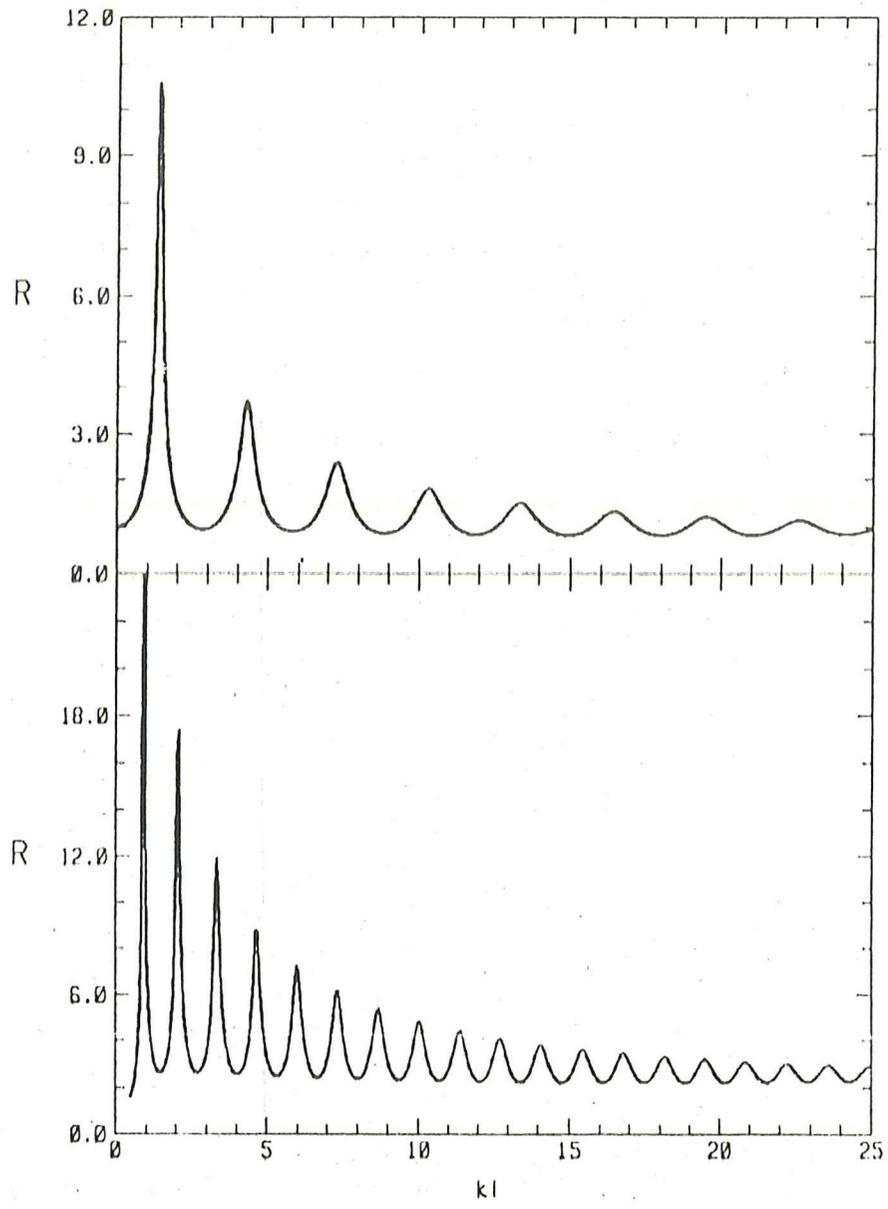


Figura 4. Curvas de respuesta para un mar rectangular con la extensión promedio del Golfo de California. A) fondo constante (resultados analíticos y numéricos); B) fondo variable a lo largo de la cuenca.

Tabla I. Constantes usadas en el cálculo de las soluciones teóricas.

cantidad	símbolo	valor	unidad
ancho promedio	2a	150	km
profundidad en la cabeza	h _o	0.034	km
aceleración de gravedad	g	35.28	km/min ²
profundidad media	H	0.729	km
largo de la cuenca	l	1100	km
coeficiente empírico de la variación del fondo	α	0.0056	km

La curva de respuesta para el caso rectangular con profundidad constante es relativamente simple, y muestra que sólo son importantes el modo fundamental y el secundario subsecuente, en la escala de horas a días; y no así en la escala de minutos. La solución teórica con fondo variable en la dirección longitudinal, es compleja e interesante pues introduce nuevas frecuencias naturales. Presenta modos de oscilación con amplificaciones mayores de seis veces la inicial en el espectro de la mareas, seguido de una respuesta casi uniforme para el intervalo de los maremotos registrados ($\approx kl > 10$).

En las figuras 5a y b se exponen las curvas de respuesta para fondo variable, cerca de La Paz ($y = -160$ km) y Guaymas ($y = -480$ km), respectivamente. En una primera aproximación, es interesante notar que la variación de profundidad en la dirección longitudinal, es de importancia secundaria, en la escala de los maremotos registrados. Asimismo, se observa que el factor de amplificación se incrementa a medida que la profundidad disminuye, en la escala de las mareas, consistente con lo observado en el Golfo de California.

Las soluciones para los modos normales transversales, en un canal cerrado de profundidad constante y el origen centrado a la mitad (cf. Lamb, 1932), se pueden obtener de:

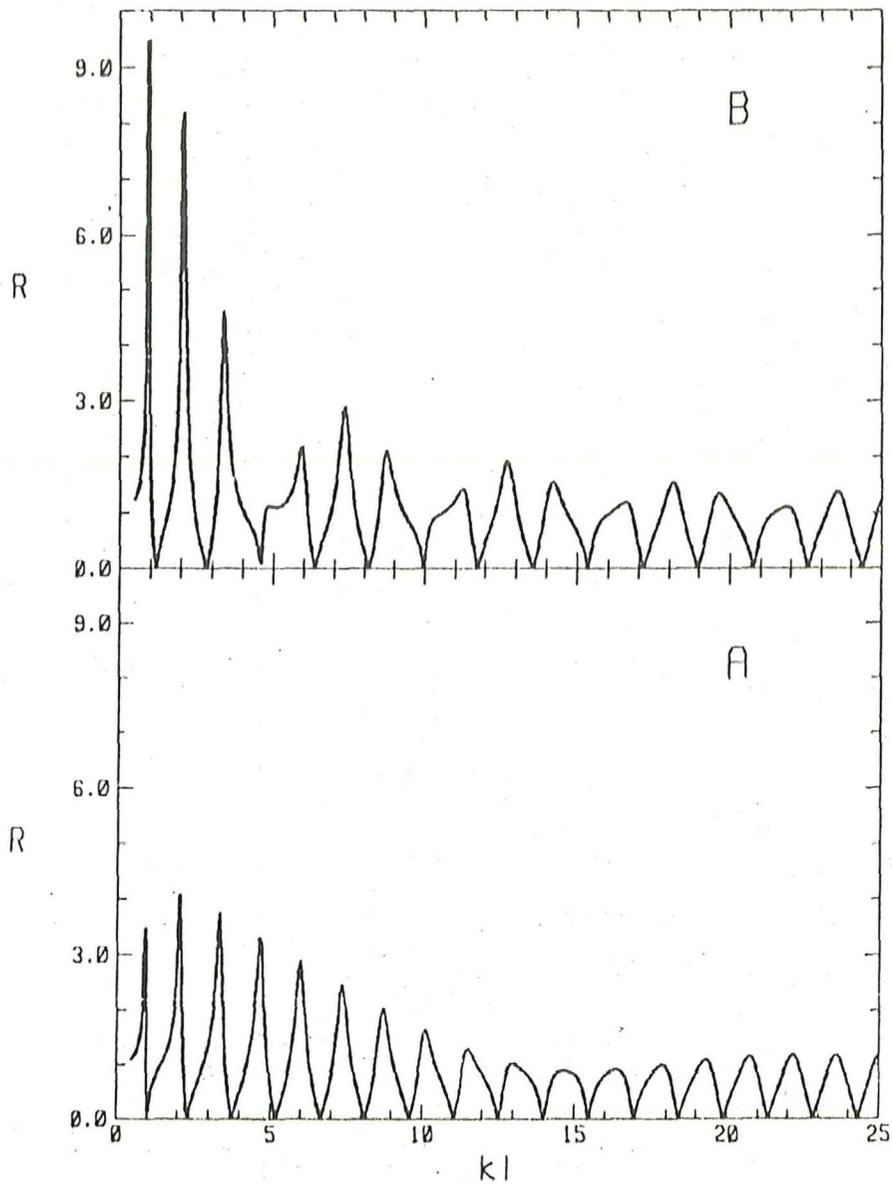


Figura 5. Curvas de respuesta para fondo variable en la dirección longitudinal. B) bahía de Guaymas; A) bahía de La Paz.

$$g(x) \sim \text{sen}(m\pi x/2a), \quad m = 1, 2, 3, \dots \quad (22)$$

Los modos naturales de oscilación transversal corresponden a enteros múltiplos del parámetro número de onda $k = 0.021 \text{ km}^{-1}$ (300 km), o equivalentemente $f = 0.016 \text{ cpm}$ (1 hr), de acuerdo con valores promedio del ancho y profundidad, en el lugar de estudio. Es interesante notar que las primeras soluciones naturales (i.e. $k = m\pi/2a$), predicen adecuadamente las frecuencias resonantes empíricas del sistema, según muestran los espectros de Sánchez y Farreras (1983). En la figura 6 se presentan los primeros modos normales de oscilación: la solución fundamental corresponde al modo uninodal (línea gruesa); y los secundarios subsecuentes, a los modos binodal y trinodal (líneas delgada y discontinua), respectivamente.

En el marco de una teoría lineal y basados en la escala temporal de los maremotos registrados en el golfo, la estimación anterior sugiere que las oscilaciones provocadas por los tsunamis excitan los modos normales de oscilación transversal, durante el estado estacionario del movimiento. Esta aseveración es interesante porque en una cuenca suficientemente larga en relación con el ancho, se intuye que los modos longitudinales son más importantes que aquellos que se encuentran en la dirección transversal. Esto último justifica la aplicación presente del modelo numérico,

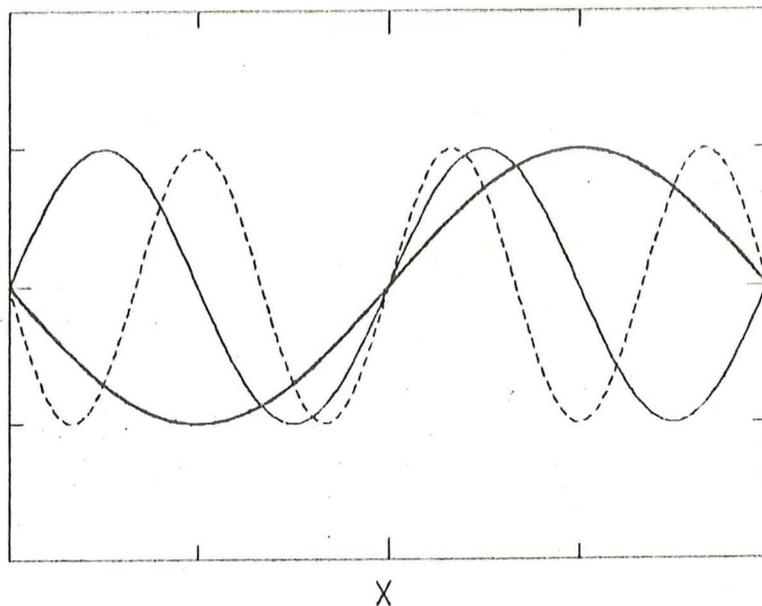


Figura 6. Representación gráfica de los primeros modos normales de oscilación transversal para un canal rectangular cerrado.

modificado para considerar incidencia oblicua del frente de onda, como entrada del modelo.

El modelo numérico aplicado se ha evaluado con dos cuencas interiores acopladas, adaptadas lo más cercano con el contorno real del golfo, y considerando la profundidad media de 0.729 km. El perímetro de las cuencas se aproximó respectivamente mediante 247 y 172 segmentos de recta desiguales, obteniendose una longitud máxima de 8.5 km entre los puntos frontera. Para ello se ha utilizado una carta batimétrica a escala horizontal de 1:1 298 880 (fuente: Bischoff y Niemitz, 1980). Las figuras 7a y b muestran el esquema discreto de la curva frontera y los puntos solución.

La discretización anterior está basada en el criterio de exactitud empírico, que recomienda que la curva frontera se aproxime con segmentos de recta de tamaño un décimo hasta un octavo de la longitud de onda incidente mínima (cf. Hwang y Tuck, 1970; y Lee, 1971). Además, obedece a la necesidad de economía de memoria computacional, dado el perímetro de la cuenca aquí considerado, y que un aumento en el número de segmentos hace más difícil el cálculo numérico de los sistemas de ecuaciones.

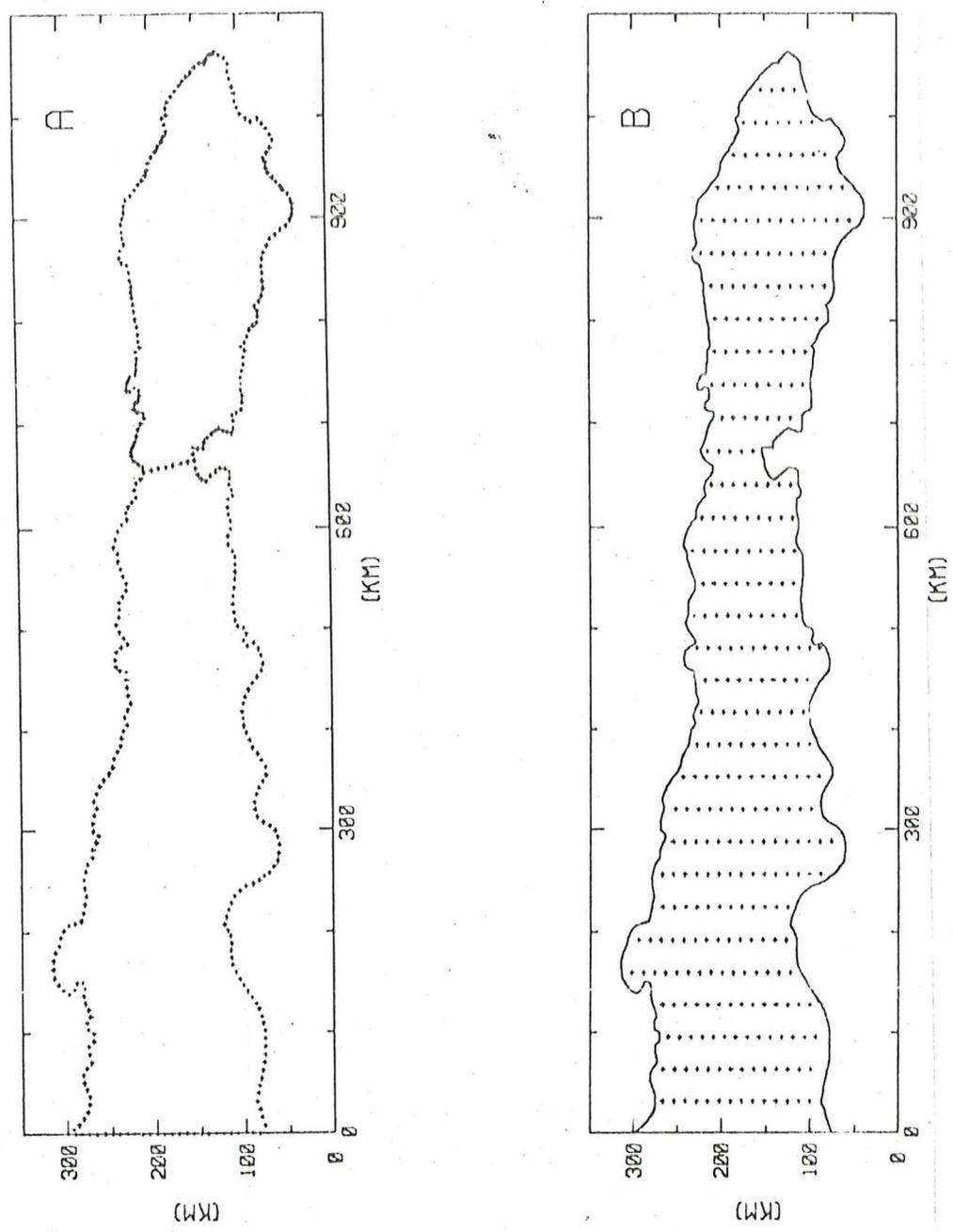


Figura 7. A) Contorno discreto del Golfo de California considerando dos cuencas interiores acopladas. B) Puntos solución relacionados en el modelo numérico.

El criterio de exactitud asegura resultados cercanos a 0.01 para las amplitudes relativas, siempre que los puntos solución se encuentren a una distancia mínima de $\frac{1}{2}\Delta S_j$ con respecto de la curva frontera; por el hecho de que el planteamiento teórico del modelo numérico supone que las singularidades están en los puntos medios de cada segmento frontera. El comportamiento de las aproximaciones numéricas es consistente con los criterios anteriores, por comparación con las soluciones analíticas para casos conocidos.

En la figura 4a se confrontan la solución teórica para un contorno rectangular de profundidad constante con la numérica para dos cuencas interconectadas también de forma rectangular. En la aproximación numérica se han considerado respectivamente un total de $2x(24+97)$ y $2x(24+79)$ segmentos frontera, a intervalos constantes de 6.25 km de longitud, para un punto solución cercano a la cabeza ($0.5\Delta S_j$).

En las figuras 8 se muestra, el valor cuadrático medio del factor de amplificación R_p versus frecuencia f , como estimación al espectro de energía, para puntos solución cerca de: A) La Paz y B) Guaymas. Las curvas espectrales especifican condiciones iniciales del modelo numérico para frentes de onda con ángulos de incidencia en grados: la línea gruesa representa 10, la delgada es para 45, y la discontinua corresponde a 90. Se han analizado tres

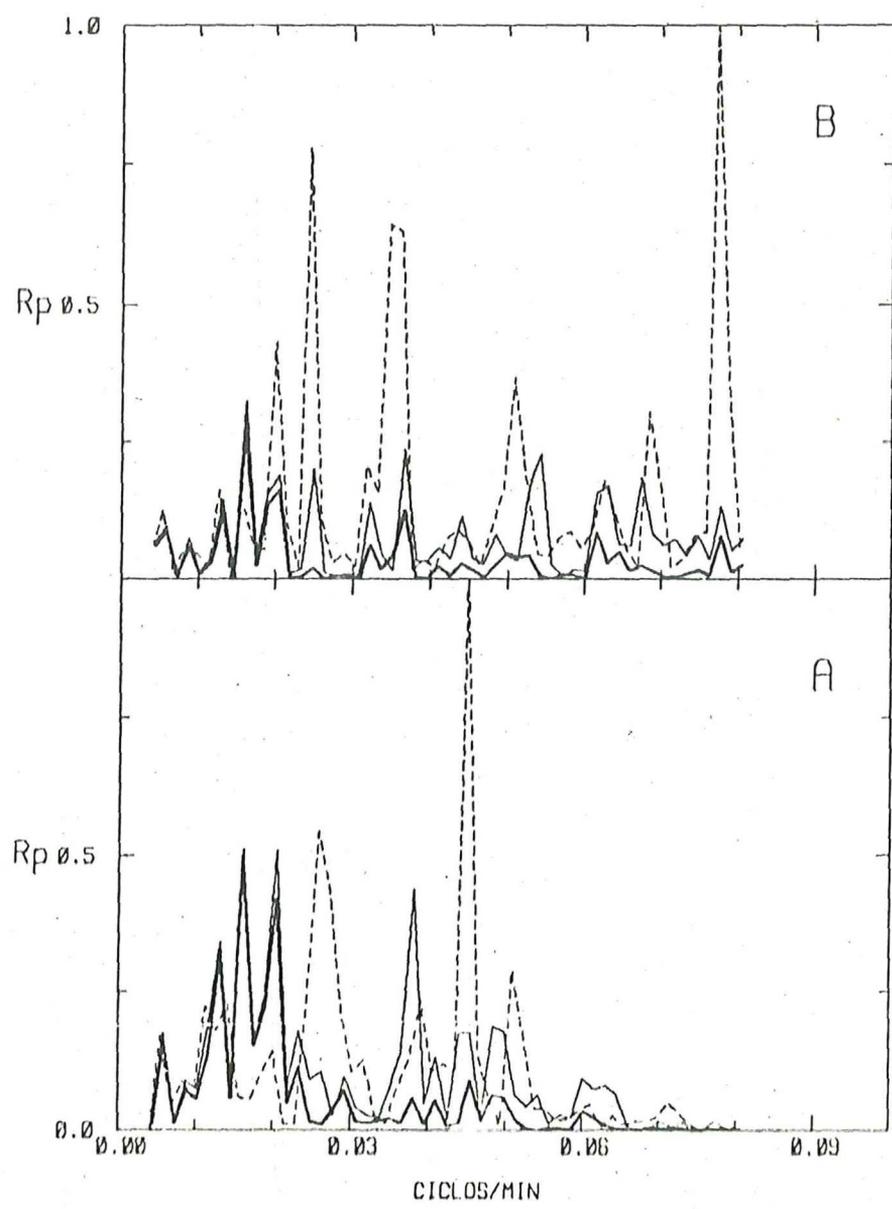


Figura 8. Valor cuadrático medio de la curva de respuesta en función de la frecuencia cíclica. A) La Paz; B) Guaymas. Las curvas corresponden a frentes de onda que inciden con ángulos de: 90(---), 45(—), y 10(—) grados.

34

direcciones de incidencia, considerando el arribo hipotético de maremotos que provienen de regiones extremas, y los procesos de reflexión, refracción y difracción que ocurren supuestamente en la interconexión del golfo con el Océano Pacífico. Para efectos de comparación el resultado se ha presentado en curvas normalizadas con el valor máximo, y expresado en función de la frecuencia en ciclos/ min (cpm), apoyados en la relación de dispersión para ondas oceánicas.

La resolución en frecuencia o ancho de banda Δf , se calculó según el criterio $\Delta f = \pm 0.1f_0$, donde f_0 es la frecuencia dada por el valor máximo de cada curva de respuesta. La estimación se basó en 159 realizaciones numéricas integradas en 53 bandas de frecuencia mediante 3 muestras/ ancho de banda. El número de grados de libertad es 6 de acuerdo con la técnica de promediar en frecuencia (Bendat y Piersol, 1986).

Los resultados del modelo numérico para puntos solución en las bahías de La Paz y Guaymas, exponen una curva espectral más confinada hacia las frecuencias bajas ($f < 0.035$ cpm), en la medida que es más oblicuo el ángulo de incidencia del frente de onda. Se puede observar como al inclinar la dirección de incidencia, disminuye la energía en las frecuencias altas, se establecen y sostienen tres picos resonantes centrados en 0.013, 0.016 y 0.021 cpm, y para el

caso más oblicuo la energía se concentra en las frecuencias bajas. Es notorio también, que las curvas que representan la dirección de arribo de 10 grados, describen adecuadamente la respuesta espectral observada en La Paz y Guaymas, según espectros calculados de registros de los maremotos de mayo 1960 y marzo 1964.

En las figuras 9a y b se presenta el campo de solución para una frecuencia en particular, y situaciones de incidencia normal y oblicua, en mapas de isolíneas obtenidos mediante interpolación con 351 puntos solución. De izquierda a derecha, las figuras corresponden respectivamente a situaciones para frentes de onda que inciden con ángulos de 90, 45 y 10 grados. La línea gruesa es la curva nodal, la delgada representa valores positivos, y la discontinua los negativos. La figura 9a corresponde a la frecuencia fundamental transversal $f = 0.016$ cpm ($k = 0.021$ km⁻¹); y la 9b es la representación para $f = 0.032$ cpm ($k = 0.042$ km⁻¹).

Los resultados muestran, para el intervalo de las frecuencias bajas, que las características topográficas del Golfo de California, provocan oscilaciones transversales, durante el estado estacionario del movimiento (Figs. 9a y b). Las curvas nodales, confirman que el contorno irregular de la cuenca, excita los primeros modos naturales de oscilación transversal (cf. Fig. 6). Lo anterior se

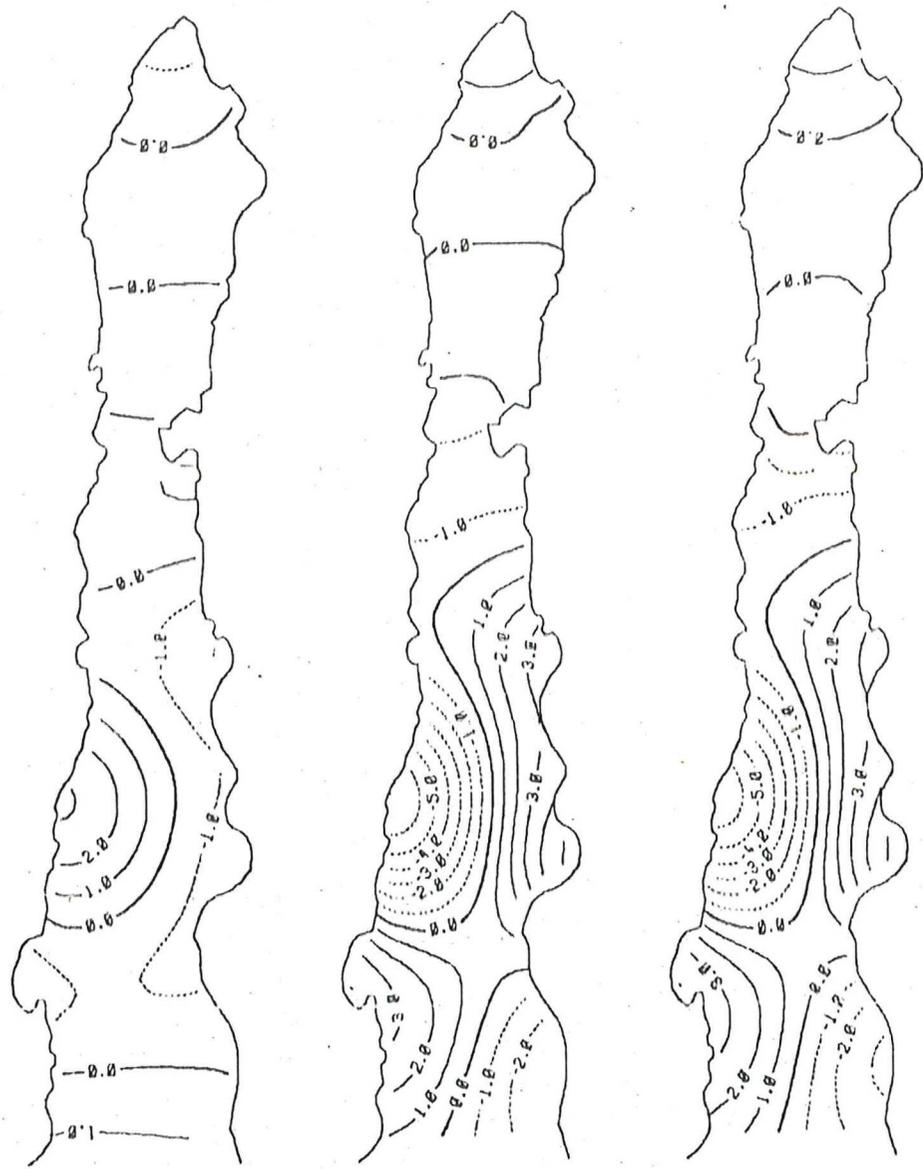


Figura 9a. Mapa de isolíneas de amplitudes relativas obtenidos mediante interpolación con 351 puntos solución. De izquierda a derecha, corresponden a frentes de onda que inciden con 90, 45 y 10 grados. $f = 0.016$ cpm ($k = 0.021$ km₁).

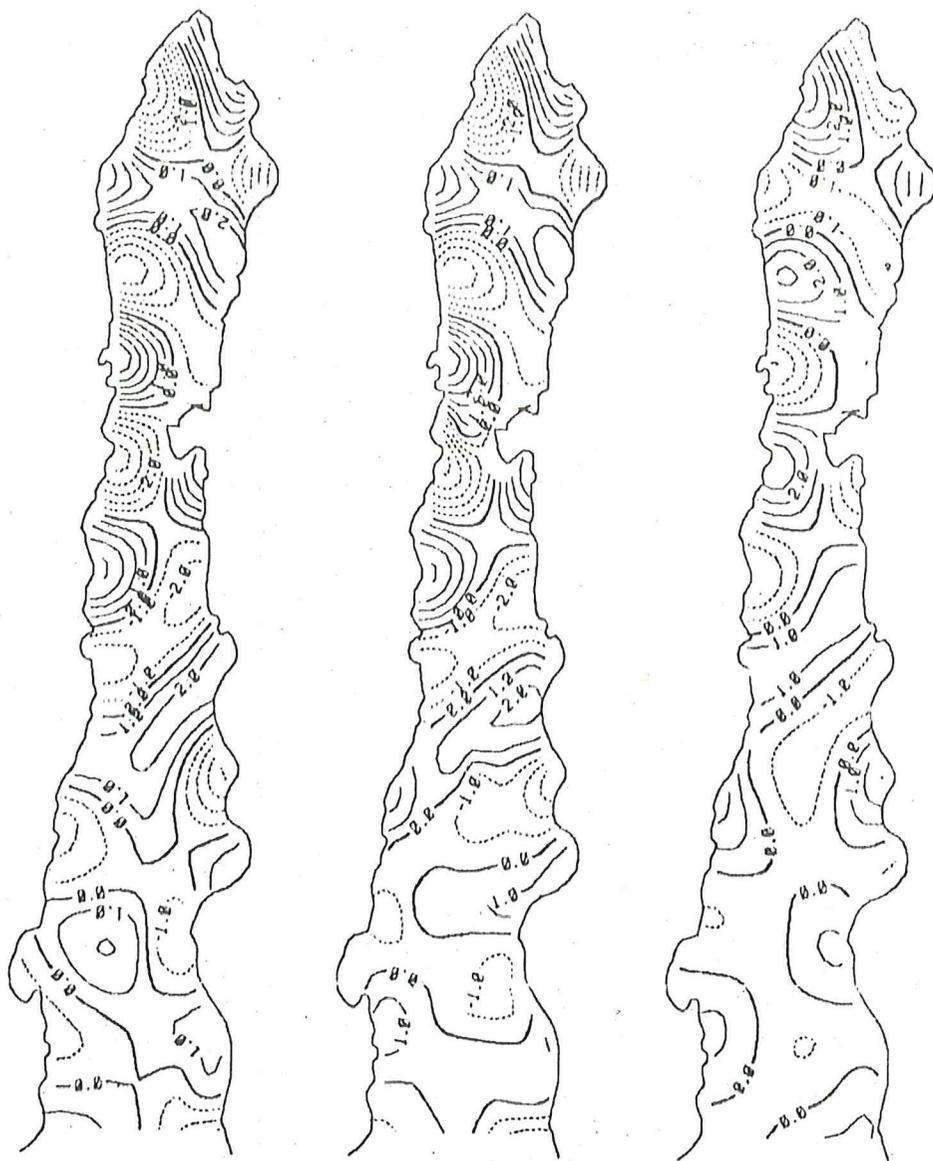


Figura 9b. Igual que 9a, excepto que $f = 0.032$ cpm
($k = 0.042$ km,).

encuentra también, para los casos que representan un frente de onda que incide perpendicularmente a la entrada. Se observa una relación de escalas interesante entre la estructura nodal para la frecuencia fundamental (v. Fig. 8a, para 90°), y la configuración de la cuenca, que puede explicarse relacionando el principio de reflexión de Bragg. Este concepto establece que las irregularidades topográficas de la cuenca, crean reflexiones que atrapan energía resonante, cuando la longitud de la variación del contorno (o de profundidad) es cercana a la mitad de la longitud de onda de la perturbación incidente (cf. Kirby, 1986; Liu, 1987).

La figura 10 predice la respuesta resonante para la bahía de San Luis Gonzaga ($29^\circ 45'$; $114^\circ 20'$), como caso ilustrativo de la región norte de golfo. Con ésta gráfica se intenta mostrar las posibles diferencias en la respuesta resonante del bajo golfo y alto golfo, como parte de los objetivos propuestos en éste trabajo. El resultado se ha dado en R_p versus f , y normalizado con el valor máximo, para ser congruente con las otras representaciones. Análogamente: la línea gruesa refiere a 10, la delgada es para 45, y la discontinua representa 90 grados.

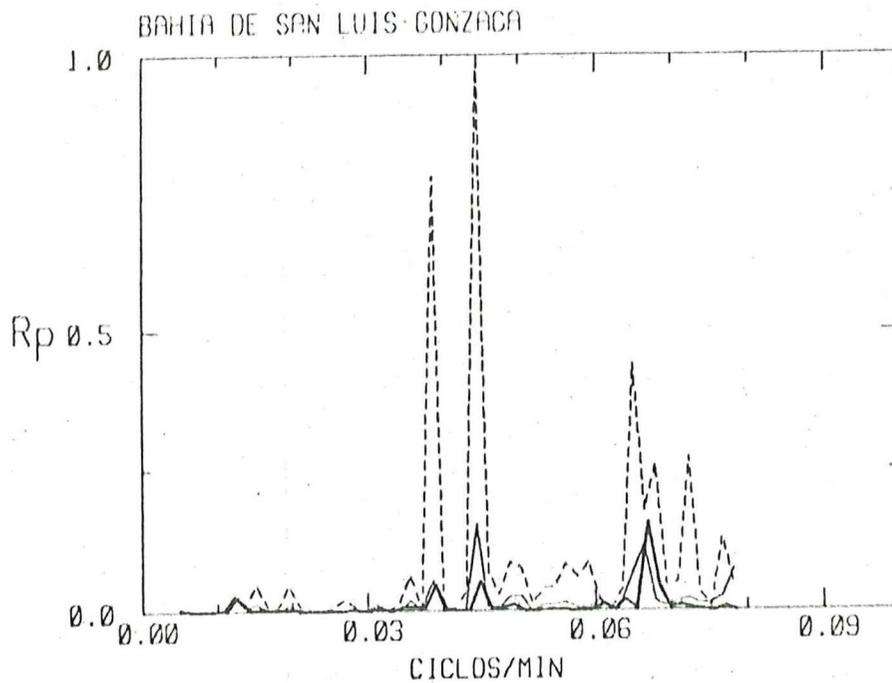


Figura 10. Valor cuadrático medio de la curva de respuesta en la bahía de San Luis Gonzaga. Las curvas corresponden a frentes de onda que inciden con ángulos de: 90(---), 45(—) y 10(— · —) grados.

4. DISCUSION

El propósito primario de este trabajo ha sido explicar la respuesta resonante del Golfo de California en la escala de frecuencias de los maremotos. Se tiene como referencia los espectros de los tsunamis de 1960 y 1964, registrados en las estaciones mareográficas de La Paz y Guaymas (Fig. 11). Estos espectros (normalizados), muestran en promedio que en el golfo la energía se concentra en las frecuencias bajas ($f < 0.035$ cpm), en tanto que, afuera se encuentra principalmente en las frecuencias altas ($f > 0.035$ cpm).

Para estudiar la respuesta anterior se consideraron soluciones teóricas simples y un modelo numérico, que en conjunto incorporan los aspectos geométricos sobresalientes del golfo, teniendo presente que los estudios de resonancia enfatizan la importancia de la configuración y la batimetría de la cuenca.

La respuesta con fondo variable, a diferencia de aquella con fondo constante, se caracteriza por la aparición de amplificaciones resonantes diferentes a las de los modos fundamentales (Figs. 4 y 5). Estos nuevos modos son notorios en las frecuencias de horas a días, y son de menor importancia para las frecuencias de los maremotos. En la escala de horas y días se encuentran amplificaciones

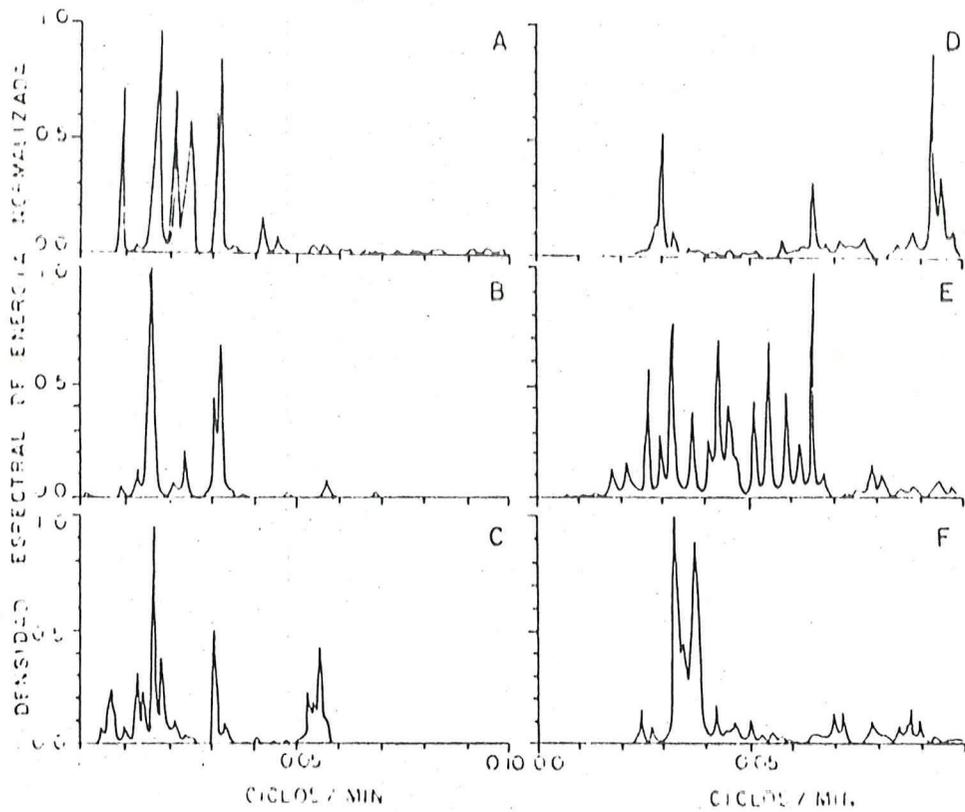


Figura 11. Espectros normalizados de maremotos registrados en el Golfo de California: A) La Paz, 1964; B) La Paz, 1960; C) Guaymas, 1960; y afuera del golfo: D) Manzanillo, 1964; E) Salina Cruz, 1960, y F) Acapulco, 1960. (Sánchez y Farreras, 1983)

resonantes sobresalientes para las mareas diurnas y semidiurnas consistente con lo observado en la región norte del golfo (cf. Morales y Gutiérrez, 1989; Quirós et al., 1990).

La comparación de los resultados del modelo numérico con los de la solución teórica para fondo variable, muestra que la aproximación con fondo constante es suficiente para explicar la respuesta estacionaria del Golfo de California, en el intervalo de frecuencias de los maremotos.

Las soluciones fundamentales para las frecuencias transversales, y la representación bidimensional para éstas, resueltas a través del modelo numérico (cf. Figs. 6 y 9), confirman que las oscilaciones excitadas en las frecuencias bajas se deben principalmente a amplificaciones resonantes de los modos naturales de oscilación transversal.

Se propone que el mecanismo de excitación es por procesos de reflexión y difracción, provocados posiblemente en la interconexión de la cuenca con el Océano Pacífico. Y de menor importancia, por reflexiones resonantes debidas a la configuración del golfo, e.g. frente a las costas de Sinaloa, como puede observarse en la respuesta para incidencia perpendicular a la entrada (Fig. 9a), que se explica según el principio de Bragg (Liu, 1987).

La estimación para la bahía de San Luis Gonzaga, como caso ilustrativo de la región norte, apoya que el bajo golfo representa una trampa natural para las oscilaciones por maremotos, en el intervalo de frecuencias bajas. Por el contrario, para el alto golfo, se sugieren condiciones resonantes principalmente en el intervalo de las frecuencias altas.

6. CONCLUSIONES

Los resultados reportados en este documento permiten afirmar lo siguiente:

- a) La respuesta estacionaria (promedio) del Golfo de California en el espectro de las ondas largas responde a condiciones resonantes.
- b) Los maremotos excitan sólo a las frecuencias naturales transversales $O(0.01)$; en tanto que las mareas lo hacen con las frecuencias naturales longitudinales $O(0.001-0.0001)$.
- c) La respuesta con fondo variable, a diferencia de aquella con fondo constante, se caracteriza por la aparición de amplificaciones resonantes diferentes a las de los modos fundamentales. Estos nuevos modos resonantes son notorios en las frecuencias de las mareas diurnas y semidiurnas, y son de menor importancia para las frecuencias de maremotos.
- d) El modelo numérico aplicado explica satisfactoriamente la respuesta resonante transversal del Golfo de California por ondas largas de maremotos.

45

e) Las frecuencias de las oscilaciones transversales por maremotos encontradas con el modelo numérico, concuerdan con las de los picos resonantes principales, en los espectros de los tsunamis ocurridos en 1960 y 1964, registrados en La Paz y Guaymas, según se muestra en Sánchez y Farreras (1983).

LITERATURA CITADA

Bendat, J.S. y A.G. Piersol. 1986. Random data: analysis and measurement procedures (3rd edition). Wiley, New York. 566 págs.

Bischoff, J.L. y J.W. Niemitz. 1980. Bathymetric maps of the Gulf of California. Publicado por U.S. Geological Survey.

Bray, N.A. y J.M. Roblés. 1990. Physical oceanography of the Gulf of California. En: The Gulf and Peninsular Province of the Californias (J.P. Dauphin y B.R. Simoneit, Eds.). AAPG Memoir 47. (en prensa)

Buchwald, V.T. 1971. The diffraction of tides by a narrow channel. J. Fluid Mech., 46(3): 501-511.

Camfield, F.E. 1980. Tsunami Engineering. Special Report No. 6, U.S. Coastal Engineering Research Center, Fort Belvoir, Va., USA. 222 págs.

de León-Arteaga, A. 1988. Modelos unidimensionales de la marea en el Golfo de California. Tesis Profesional de Oceanólogo. Facultad de Ciencias Marinas, Universidad

Autónoma de Baja California. Ensenada, B.C., México. 81 págs.

Delgado-Carbellido, G. 1985. Reconocimiento oceanográfico para la instalación de un cable eléctrico submarino en la parte central del Golfo de California. Tesis Profesional de Oceanólogo. Facultad de Ciencias Marinas, Universidad Autónoma de Baja California. Ensenada, B.C., México. 278 págs.

Farreras, S.F. 1986. Sistema regional de alarma de maremotos (tsunamis) para Baja California. Reporte Técnico Misceláneo para la Secretaría de Comunicaciones y Transportes. CICESE, Ensenada, B.C., México. 19 págs.

Gerber, M. 1986. Modelling dissipation in harbour resonance. Coastal Engineering, 10: 211-252.

Hwang, L.S. y E.O. Tuck. 1970. On the oscillations of harbours of arbitrary shape, J. Fluid Mech., 42: 447-464.

Ippen, A.T. y G. Goda. 1963. Wave induced oscillations in harbors: the solution for rectangular harbor connected to the open-sea. Report No. 59. Hydrodynamics Laboratory, Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Ma.,

USA. 90 págs.

Kirby, J.T. 1986. A general wave equation for waves over rippled beds. *J. Fluid Mech.*, 162: 171-186.

Lamb, H. 1932. *Hydrodynamics* (6th edition). Dover, New York. 738 págs.

Lee, J.J. 1971. Wave-induced oscillations in harbours of arbitrary geometry, *J. Fluid Mech.*, 45: 375-394.

Lee, J.J., y F. Raichlen. 1971. Wave induced oscillations in harbors with connected basins. Report No. KH-R-26. W.M. Keck Laboratory, California Institute of Technology. Pasadena, Ca., USA. 135 págs.

Lepelletier, T.G. 1980. Tsunamis -harbor oscillations induced by nonlinear transient long waves. Report No. KH-R-41. W.M. Keck Laboratory, California Institute of Technology. Pasadena, Ca., USA. 481 págs.

Liu, P.L.F. 1987. Resonant reflection of water waves in a long channel with corrugated boundaries. *J. Fluid Mech.*, 179: 371-381.

Miles, J.W. 1971. Resonant response of harbours: an equivalent-circuit analysis. *J. Fluid Mech.*, 46(2): 241-265.

Miles, J.W. 1974. Harbor seiching. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 6: 17-35.

Morales, R.A. y G. Gutiérrez. 1989. Mareas en el Golfo de California. *Geofísica Internacional*, 28-1: 25-46.

Quirós, G.E., A. Badan y P. Ripa. 1989. M_2 currents and residual flow in the Gulf of California. Enviado para su publicación a la revista *Journal for Coastal Research*.

Raichlen, F. 1979. Bay and harbor response to tsunamis, pp. 188-221. En: *Tsunamis, Proc. National Science Found. Workshop* (L.S. Hwang y Y.K. Lee, Eds.). Tetra Tech Inc., Pasadena, Ca., USA. 328 págs.

Roden, G.I. 1958. Oceanographic and meteorological aspects of the Gulf of California. *Pacif. Sci.*, 12(1): 21-45.

Roden, G.I. y G.W. Groves. 1959. Recent oceanographic investigations in the Gulf of California. *J. Mar. Res.*, 18(1): 10-35.

Rogers, S.R. y C.C. Mei. 1978. Nonlinear resonant excitation of a long and narrow bay. J. Fluid Mech., 88(1): 161-180.

Sánchez, A.J. y S.F. Farreras. 1983. Maximum entropy spectral analysis of tsunamis along the Mexican coast, 1957-1979, pp. 147-159. En: Tsunamis -Their Science and Engineering (K. Iida y T. Iwasaki, Eds.). TERRAPUB, Tokyo. 563 págs.

Stoker, J.J. 1957. Water Waves. Interscience, New York. 567 págs.

Unluata, U. y C.C. Mei. 1973. Long wave excitation in harbours -an analytical study. Report No. 171. R.M. Parsons Laboratory, Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Ma., USA. 284 págs.

Wilson, B.W. 1972. Seiches, pp. 1-94. En: Advances in Hydrosience, Vol. 8 (V.T. Chow, Ed.). Academic Press, New York. 356 págs.

APENDICE

A. Función de Onda Radiada

La función de onda radiada se ha determinado mediante métodos diferentes, e.g. Ippen y Goda (1963), Buchwald (1971), Lee (1971), y Miles (1971), entre otros. En este trabajo se ha considerado la solución de Lee, loc. cit., basada en el teorema integral de Weber. De acuerdo con él, el valor medio de la función de onda f_1^R sobre la entrada de la cuenca es

$$\begin{aligned} f_1^R(x,0) &= -\left(\frac{1}{2}\right)l/\Delta S \int_0^{i\Delta S} \left[\int_S H_0^1(kr) \frac{\partial}{\partial y} f(x_0,0) \right] dx_0 \\ &= -\frac{1}{2} \underline{C} (J_C + i\frac{2}{\pi} Y_C) \Delta S \end{aligned} \quad (A1)$$

H_0^1 es la función de Hankel de primera clase y orden cero, r es la distancia entre un punto solución y un punto frontera (i.e., $r = |x-x_0|$), i es la unidad imaginaria, \underline{C} es una constante que especifica las derivadas normales en la boca, J_C y Y_C son series de potencia, y ΔS es el ancho de la entrada.

La solución se puede escribir alternativamente en función de la elevación ζ y del gasto medio en la boca Q_0 , i.e.,

$$\zeta_1^R(x, 0) = -\sigma Q_0/2g (J_C + i \frac{2}{\pi} Y_C) \quad (A2)$$

Las series de potencia están definidas como:

$$J_C = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (\frac{1}{2}k\Delta S)^{2n}}{(n!)^2 (n+1)(2n+1)} = 1 + O(\frac{1}{2}k\Delta S)^2 \quad (A3)$$

$$Y_C = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} (\frac{1}{2}k\Delta S)^{2n}}{(n!)^2 (n+1)(2n+1)} [\text{Log}(\frac{1}{2}k\Delta S) + \gamma - 1/2(n+1) - 1/(2n+1)]$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \rho(n) (\frac{1}{2}k\Delta S)^{2n}}{(n!)^2 (n+1)(2n+1)}, \quad \rho(n) = \sum_{n=1}^{\infty} 1/n$$

$$= \text{Log}(\frac{1}{2}k\Delta S) + \gamma - 3/2 + O(\frac{1}{2}k\Delta S)^2 \quad (A4)$$

donde γ es la constante de Euler, ($\gamma = 0.577216\dots$).