CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

ASPECTOS DIRECCIONALES DEL OLEAJE EN SAN FELIPE, BAJA CALIFORNIA

TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS

Oscar Eduardo Delgado González

RESUMEN de la Tesis de Oscar Eduardo Delgado González presentado como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en OCEANOGRAFIA con opción en OCEANOGRAFIA FISICA. Ensenada, Baja California, México. Marzo de 1988.

ASPECTOS DIRECCIONALES DEL OLEAJE EN SAN FELIPE BAJA CALIFORNIA

Resumen aprobado por :

José Luis Ochoa de la Torre.

Dr. Jose Luis Ochoa de la Torre
Director de Tesis

Con la información de las fluctuaciones en la velocidad horizontal y la presión, se estiman cuatro restricciones integrales del especto direccional. Se analiza la consistencia estadística de tres modelos direccionales de dos parámetros libres. El criterio de consistencia determina sí el desajuste puede deberse a la variabilidad intrínseca en los espectros cruzados con los que se estiman las restricciones. Cuando la variabilidad estadística indica que la medida del desajuste es poco probable, el modelo se considera inválido y es rechazado por inconsistencia. Se encuentra que sí es posible representar la dirección preferencial del oleaje con un modelo de dos parámetros, más la forma adecuada para que éste no sea rechazado estadísticamente es complicada. Estos modelos también son capaces de detectar los cambios de dirección del oleaje ante diferentes patrones de refracción. Los datos disponibles, 120 registros de 8.5 minutos de mediciones cada cuatro horas, siempre presentan falta de consistencia, evidencia de la complicada estructura del espectro direccional.

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISION DE OCEANOLOGIA
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFIA FISICA

ASPECTOS DIRECCIONALES DEL OLEAJE EN SAN FELIPE BAJA CALIFORNIA

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

OSCAR EDUARDO DELGADO GONZALEZ

Ensenada, B. C., Marzo de 1988.

TESIS PRESENTADA PARA SU DEFENSA POR:

José Luis Ochoa de la Torre.

Dr. José Luis Ochoa de la Torre, Director del Comité

Dr. Francisco Javier Ocampo Torres, Miembro del Comité

M.C. Silvio Guido Lorenzo Marinone Moschetto, Miembro del Comité

C. Nava B.

M.C. Cuauhtémoc Nava Button, Miembro del Comité

M.C. Luis Humberto Mendoza Garcilazo, Miembro del Comité

M.C. José María Robles Pacheco, Jefe del Departamento de Oceanografía Física

Dr. José Rubén Lara Lara, Director de la División de Oceanología

C. Nava B.

M.C. Cuauhtémoc Nava Button, Director Académico

Tesis presentada en Marzo 18, 1988.

DEDICATORIA

Con amor para mi esposa Mayte, mi hijita Paola y la criaturita que aún esta en el vientre de su linda madre.

Con el corazón a mi Madre y a mi Padre.

A mis bellos hermanos, Martha, Laura, Adriana, Marcela, Leticia y Luis con quienes he compartido momentos inolvidables.

A mis abuelos paternos, Toto y Guely, cuyos cuerpos se han ido, pero sus enseñanzas se seguirán transmitiendo en la familia.

Con cariño a Papá Milo y al recuerdo de Mamá Chita.

A mi tio Herman, viejo sabio que transpira amor cuando habla del mar y de la vida.

A mis suegros José Luis y Maruca.

Con alegría para Tito, Héctor, Armando, Javier, Cherokee y Adán que continuan luchando por superarse.

A todos los amigos.

AGRADECIMIENTOS

Al Dr. José Luis Ochoa de la Torre por su paciencia, dedicación y total apoyo durante la realización de este trabajo.

A toda la familia.

Al personal administrativo del Instituto de Investigaciones Oceanológicas, especialmente a los M. en C. Román Lizarraga y Luis Galindo B.

Al grupo de oleaje del Instituto de Investigaciones Oceanológicas formado por Adolfo González, Rafael Blanco, Eduardo Gil, Miguel Angel Pérez, Asdrubal Martínez y Sergio Larios.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología.

A la Secretaría de Educación Pública.

A todo el personal de Oceanografía, especialmente a José Ma. Robles, Alberto Amador, Joaquín Garcia, Carolina Morales, José Gómez, Eduardo Morales, Sarita, Maricela y Mary.

Al Oc. Sergio Pou editor de la revista Ciencias Marinas por haber facilitado el uso de la impresora empleada en este trabajo y al personal del departamento de dibujo del CICESE.

A los miembros de mi comité de tesis, Dr. Francisco J. Ocampo, M. en C. Cuauhtémoc Nava, M. en C. Silvio G. Marinone y M. en C. Luis H. Mendoza por su revisión y crítica del trabajo.

A todas las personas que de algún modo participaron en la elaboración de este trabajo y que por falta de cabeza omití de momento....muchas gracias.

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE FIGURAS (CONT.)

LISTA DE FIGURAS (CONT.)

LISTA DE TABLAS

ASPECTOS DIRECCIONALES DEL OLEAJE EN SAN FELIPE BAJA CALIFORNIA

1 INTRODUCCION

El comportamiento dinámico del océano está estrechamente relacionado con el atmosférico y ambos están determinados en gran parte por la energía solar (Gill, 1982). En particular, las rugosidades con escalas del orden de uno a cientos de metros en la superficie oceánica, son directamente producidas por el viento y por fluctuaciones de presión que el aire ejerce sobre ella. La gran diferencia entre las densidades del aire y el agua, da origen a una interfase muy estable que evita que ambos medios se mezclen en forma significante y permite que sucedan una gran variedad de movimientos con escalas de tiempo cortas en comparación al periodo inercial.

La estabilidad de la superficie oceánica se debe a la atracción de la fuerza restauradora de la gravedad que mantiene la interfase cerca del estado de equilibrio estático. Cuando este estado de reposo o equilibrio es alterado por esfuerzos del viento, ya sean tangenciales o normales, se generan movimientos cuya escala depende de la intensidad, longitud y duración del agente perturbador. Estos movimientos son afectados por la acción gravitatoria o la tensión superficial, dependiendo de su tamaño. Entre los movimientos más importantes, están las corrientes superficiales y las olas, ambos generados en la superficie del mar por el forzamiento del viento pero, con características diferentes. Las corrientes tienen un transporte neto de masa, mientras que al considerar la teoría lineal para las olas, el transporte neto de masa de éstas, es prácticamente nulo debido al movimiento de las partículas, circular en aguas profundas y elíptico al tener influencia del fondo.

Lo que transportan las olas es momento y energía, lo cual modifica constantemente la geomorfología costera pues al disipar su energía ponen algo de sedimento en suspensión y generan corrientes costeras que lo transporta. Además, se sabe que las olas tienen implicaciones biológicas en las zonas después de las línea de rompiente debido a la producción de intensa mezcla, solo algunos organismos están adaptados para subsistir en estas zonas. Por otro lado, hay algunos procesos de interacciones lineales y alineales, como la generación, propagación y disipación, para los cuales es indispensable tener información de la distribución angular de la energía del oleaje.

Las olas con frecuencias mayores a 1 Hz, consideradas como altas frecuencias, responden alineándose casi simultáneamente a los cambios de dirección que el viento sufre, mientras que las olas con frecuencias mayores a .1 Hz, consideradas bajas frecuencias, pueden tardar varias horas en alinearse completamente con el viento. El mar de leva o "swell", oleaje de aún más bajas frecuencias, no muestra respuesta a los cambios en dirección del viento (Young, Hasselmann, y Hasselmann, 1987).

Cuando las olas encuentran obstáculos, como islas, o pasan de aguas profundas a aguas someras sufren ciertos cambios o transformaciones. La teoría lineal predice ciertas modificaciones que se manifiestan en la altura, longitud y dirección de las olas. Además de los cambios en la dirección de propagación debidos a las variaciones en la batimetría, fenómeno conocido como refracción, las olas pueden ser refractadas por corrientes.

El aumento de asentamientos humanos en la zona costera y el descubrimiento de mantos petroleros bajo el lecho marino, crearon la necesidad de conocer más características del oleaje y entonces, se generalizó el uso de parámetros estadísticos para describir el oleaje incluyendo su dirección tanto en aguas profundas como someras.

El interés de obtener estimaciones confiables de la dirección de propagación del oleaje surge, al tratar de comprender y predecir procesos costeros relacionados con el transporte de sedimento, pues la altura de la ola y su ángulo de incidencia determinan en gran medida la intensidad y dirección de las corrientes que se generan. Además, su conocimiento es necesario para analizar los posibles movimientos y esfuerzos a los que está sujeto cualquier estructura flotante o fija.

Por otro lado, el conocimiento de la dirección de propagación del oleaje, es de utilidad básica para efectuar estudios sobre su generación (Phillips, 1958), propagación y disipación, pues juega un papel importante en los procesos de transferencia de energía, tanto de la atmósfera al océano como entre las diferentes componentes de frecuencia existentes en el espectro del oleaje (Young, et al., 1987). También existe interés en su determinación para calibrar y evaluar modelos de predicción de oleaje.

Son varios los estudios que se han efectuado para obtener estimaciones de la dirección de propagación del oleaje (Cote, y colaboradores (1960), Longuet-Higgins, Cartwright y Smith (1963), Munk, Miller, Snodgrass y Barber (1963), Nagata (1964), Suzuki (1969)). Panicker (1974) presenta una revisión de los procedimientos empleados para estimar el espectro direccional. Borgman (1979) obtiene una formulación estandar de las diferentes formas para calcular dichas estimaciones. Long y Hasselmann (1979), Long (1980) y Lygre y Krogtad (1986), utilizan la matriz de covarianza de las desviaciones, para determinar la calidad de las técnicas que presentan.

1.1 Antecedentes y Objetivos

La dirección de propagación del oleaje se puede estimar utilizando el concepto de espectro direccional. Este se caracteriza con una función $D_f(\theta)$ que especifica la distribución angular de la varianza parcial en cada banda de frecuencia en consideración. Como la energía de las ondas por unidad de área superficial es proporcional a la varianza, $S(f)D_f(\theta)$ es la densidad de la energía de las ondas por frecuencia y dirección, donde $S(f)$ es la densidad espectral de la información.

El concepto de espectro direccional se puede introducir empleando la representación esquemática dada por Borgman (1969). En la Figura 1, se presentan tres gráficas en función de la frecuencia y la dirección. La Figura 1a, es la representación de una onda coseno y el valor de su amplitud media cuadrada, similar a la elevación de la superficie del mar constituida por solo una onda coseno. Tal idea se puede extender, para el caso en el que la superficie del mar sea la suma de un número finito de ondas, cada una con su amplitud y dirección de propagación, como las que se presentan en la Figura 1b. Si el número de ondas cosenoidales tiende a infinito es conveniente la introducción de una función, conocida como densidad espectral direccional, con la propiedad de que:

$$S(f,\theta)df\,d\theta = \sum_{f,\theta} \text{amplitud media cuadrada de las ondas,}$$

donde f representa frecuencia, θ dirección, y la suma es sobre un rectangulo infinitesimal $df \cdot d\theta$.

A partir de la teoría lineal, Longuet-Higgins, et. al. (1963) desarrollan una técnica, conocida como estimación parametrizada, para determinar la distribución direccional del oleaje, utilizando las estimaciones espectrales cruzadas entre las tres variables medidas por una boya superficial;

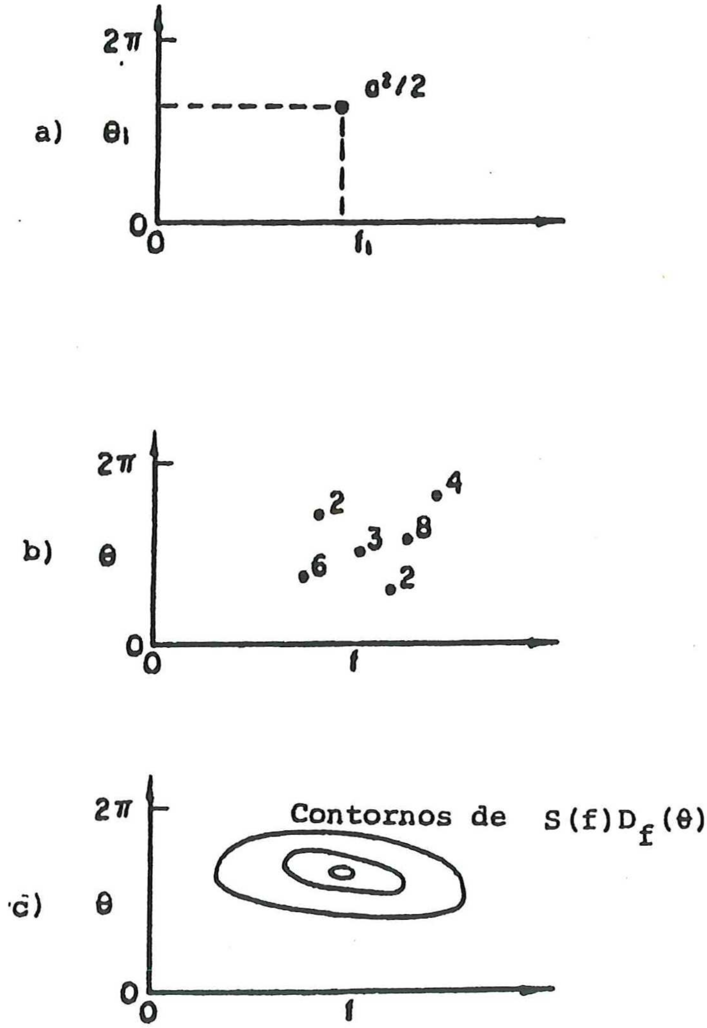

Figura 1. Representación esquemática que introduce el concepto del espectro direccional. a) una onda cosenoidal con frecuencia f_1 viajando en la dirección θ_1 con una magnitud de $a^2/2$. b) la suma de un número finito de ondas cosenoidales. c) suma infinita de ondas que pueden representarse por contornos que representan densidad de energía (tomada de Borgman, 1969).

aceleración vertical, cantidad que puede ser integrada dos veces para obtener el desplazamiento η, y las pendientes de la superficie, una en la dirección N-S, η_x, y la otra en la dirección E-W, η_y. El utilizar esta técnica con las mediciones obtenidas por este tipo de boya, tiene el inconveniente de que las tres mediciones (η,η_x,η_y) no son confiables, dada la complicada y poco conocida respuesta de la boya. Sin embargo se puede generalizar para otro tipo de instrumento que obtenga información equivalente del oleaje en un punto (como lo es la que se utiliza en este trabajo; la presión y las componentes horizontales de la velocidad, Nagata, (1964)) o con mediciones simultáneas de sensores distribuidos espacialmente.

Empleando una generalización de la técnica propuesta por Longuet-Higgins, et. al. (1963), se plantea como primer objetivo de este trabajo obtener estimaciones del espectro direccional del oleaje, con información de los cambios de presión y velocidad horizontal en el fluido que son debidas esencialmente a la presencia de las olas. Para esto es necesario utilizar los autoespectros y espectros cruzados de la información disponible, y combinarlos para formar cuatro expresiones normalizadas (coherencias) que representan las restricciones que debe cumplir el espectro direccional. La técnica se basa en preescribir una relación análitica (modelos) que incluyen parámetros que se deben ajustar a mejor satisfacer las cuatro restricciones.

Al ajustar diferentes modelos con dos, tres y cuatro parámetros se forman sistemas de ecuaciones con distintas características. Los modelos con dos o tres parámetros forman sistemas sobredeterminados, los cuales en el presente trabajo se resolvieron empleando un criterio de cuadrados mínimos. Los modelos de cuatro parámetros forman sistemas que permiten ajustes exactos y tienen la "capacidad" de resolver, para una misma banda de frecuencia, máximos de energía proveniente de distintas direcciones.

Dado que las estimaciones de los autoespectros y espectros cruzados están sujetas a variabilidad estadística, ésta debe considerarse al utilizar las restricciones. El comportamiento de la variabilidad estadística puede ser determinado siguiendo la metodología propuesta por Jenkins y Watts, (1968) y Long (1980).

El segundo objetivo del trabajo es determinar la confiabilidad o consistencia estadística del espectro direccional estimado, empleando el criterio estadístico dado por Long (1980), el cual consiste en formular una prueba de rechazo o no rechazo, con cierto grado de confiabilidad establecido por el usuario, a la hipótesis de considerar el espectro estimado como el verdadero. Si la prueba falla para un determinado nivel de significancia, la hipótesis se rechaza, en caso contrario, el modelo no es rechazado como una estimación estadísticamente válida del espectro direccional real. Esto es posible dado que se considera conocido el comportamiento probabilístico de la variabilidad estadística en las estimaciones espectrales y por lo tanto se puede calificar, cuando el ajuste es común y cuando es poco común (en este último caso se rechaza la hipótesis).

Los modelos ajustados de dos parámetros son funciones unimodales sencillas que tienen un máximo en la dirección preferencial (indicada por uno de los parámetros) y decaen en forma simétrica con una rapidez determinada por el otro parámetro, el cual caracteriza el grado de directividad, (una medida de que tan amplia o angosta es la función $D_f(\theta)$ alrededor de la dirección preferencial). Por ser estos modelos los que se pueden relacionar con sencillez al problema físico relacionado con la dirección, se plantea como tercer objetivo determinar si este tipo de modelos son capaces de detectar cambios en la dirección del oleaje debidos a los cambios en el patrón de refracción provocados por los diferentes estados de marea. Estos cambios se deben reflejar en la dirección preferencial, con un cambio paulatino y calculable en función de la frecuencia.

Por ser la teoría lineal una de las bases del presente trabajo, en el capítulo dos se presentan algunas de sus consideraciones principales y relaciones que se pueden obtener entre sus parámetros en el dominio de la frecuencia. Se plantea un sistema de ecuaciones que relacionan los espectros cruzados de las series de tiempo disponibles (p,u,v) con el espectro direccional y la forma en que se resuelve. La forma de resolver el sistema involucra una prueba de consistencia estadística, una modificación de la presentada por Long (1980). En el capítulo tres se da una descripción amplia de los datos, del instrumento utilizado y el área de estudio. Además, se presentan los resultados de aplicar la solución del sistema de ecuaciones presentado en el capítulo dos. Las conclusiones se dejan para el capítulo cuatro.

2 TEORIA

2.1 Consideraciones generales

El estudio de las olas se puede efectuar empleando la teoría de ondas de pequeña amplitud, teoría que queda constituida por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$
\begin{aligned}
&\nabla^2 \phi = 0 && -h \leq z \leq 0, \\
&\frac{1}{g}\frac{\partial^2 \phi}{\partial^2 t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 && z = 0, \\
&\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 && z = -h,
\end{aligned}
\tag{1}
$$

donde ϕ es la función potencial, $\underline{u}$ es el vector velocidad y $\underline{u} = \nabla \phi$. Este sistema se satisface con un potencial que tiene dependencia cosenoidal en el tiempo y en las coordenadas horizontales $\underline{x} = (x, y)$, y una dependencia hiperbólica con la profundidad, es decir:

$$
\phi = -ai\frac{\omega}{k}\frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh}\exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha) \qquad (2),
$$

donde $i = \sqrt{-1}$, a es la amplitud de la onda, $\omega = 2\pi f$ es la frecuencia angular (f es la frecuencia cíclica), $(k = 2\pi / L)$ es la magnitud del vector horizontal $\underline{k}$ (L es la longitud de onda) y se satisface la relación de dispersión:

$$
\omega^2 = gk \tanh kh \qquad (3).
$$

Este potencial esta asociado con la elevación de la superficie

$$
\eta = a \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha). \qquad (4)
$$

La propagación o sentido de avance del oleaje, es en la dirección normal a sus crestas, dirección en la que apunta el vector número de onda $\underline{k}$, el cual para los propósitos de éste trabajo tiene solo dos componentes k_x y k_y, con el eje 'x' apuntando en la dirección normal a una costa recta, y el eje 'y' en la dirección paralela a la costa. Por definición

$$|\underline{k}| = k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2} = \frac{2\pi}{L}. \tag{5}$$

La expresión para las fluctuaciones de presión debidos a la presencia de las olas es

$$p = \rho a \frac{\omega^2}{k} \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha). \tag{6}$$

Las expresiónes (3) y (6) presentan la dependencia hiperbólica con la profundidad, lo que significa, que la profundidad actúa como un filtro natural sobre las frecuencias registradas por un transductor localizado sobre el fondo. A mayor profundidad y frecuencia las fluctuaciones sufrirán mayor atenuación.

El campo de velocidades, se puede determinar directamente a partir de la definición de potencial de velocidad:

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = a\omega \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \cos\theta \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha),$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} = a\omega \frac{\cosh k(z+h)}{\sinh kh} \sin\theta \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha), \tag{7}$$

y

$$w = \frac{\partial \phi}{\partial z} = iga \frac{k}{\omega} \frac{\sinh k(z+h)}{\cosh kh} \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha).$$

Las componentes horizontales (u,v), son función del ángulo de propagación del oleaje θ. Este ángulo está orientado con respecto al eje x y crece en el sentido contrario a las manecillas del reloj (Figura 2), de tal modo que $\underline{k}=(k\cos\theta, k sen\theta)$ y, por ejemplo, el valor de la componente v será cero cuando $\theta=0$.

La dirección no es afectada por la atenuación que presentan las variables de la superficie al fondo, por lo que las características de dirección del oleaje se deben conservar en la columna de agua.

El estudio determinístico, representado por una onda cosenoidal, explica algunos aspectos de la propagación y cinemática del oleaje. Sin embargo, para hacer un estudio más afinado, es necesario tratarlo desde un punto de vista nodeterminístico, puesto que, dentro del área de generación, el viento se comporta en forma turbulenta y las fuerzas generadoras son complicadas como para describirlas en detalle. El movimiento superficial resultante no se puede predecir con exactitud. Aún fuera del área de generación, el movimiento de la superficie es una superposición de ondas generadas en forma irregular, por lo que se justifica tratar el oleaje como un fenómeno estocástico.

La configuración de la superficie oceánica varía irregularmente en espacio y tiempo. Es de utilidad suponer que tales irregularidades son localmente homogeneas, estacionarias y distribuidas normalmente. Esto implica que las cantidades promedio son invariantes ante ciertas transformaciones de espacio y tiempo (Phillips, 1966).

El aceptar la suposición de Normalidad, permite describir la superficie del mar mediante el segundo momento estadístico

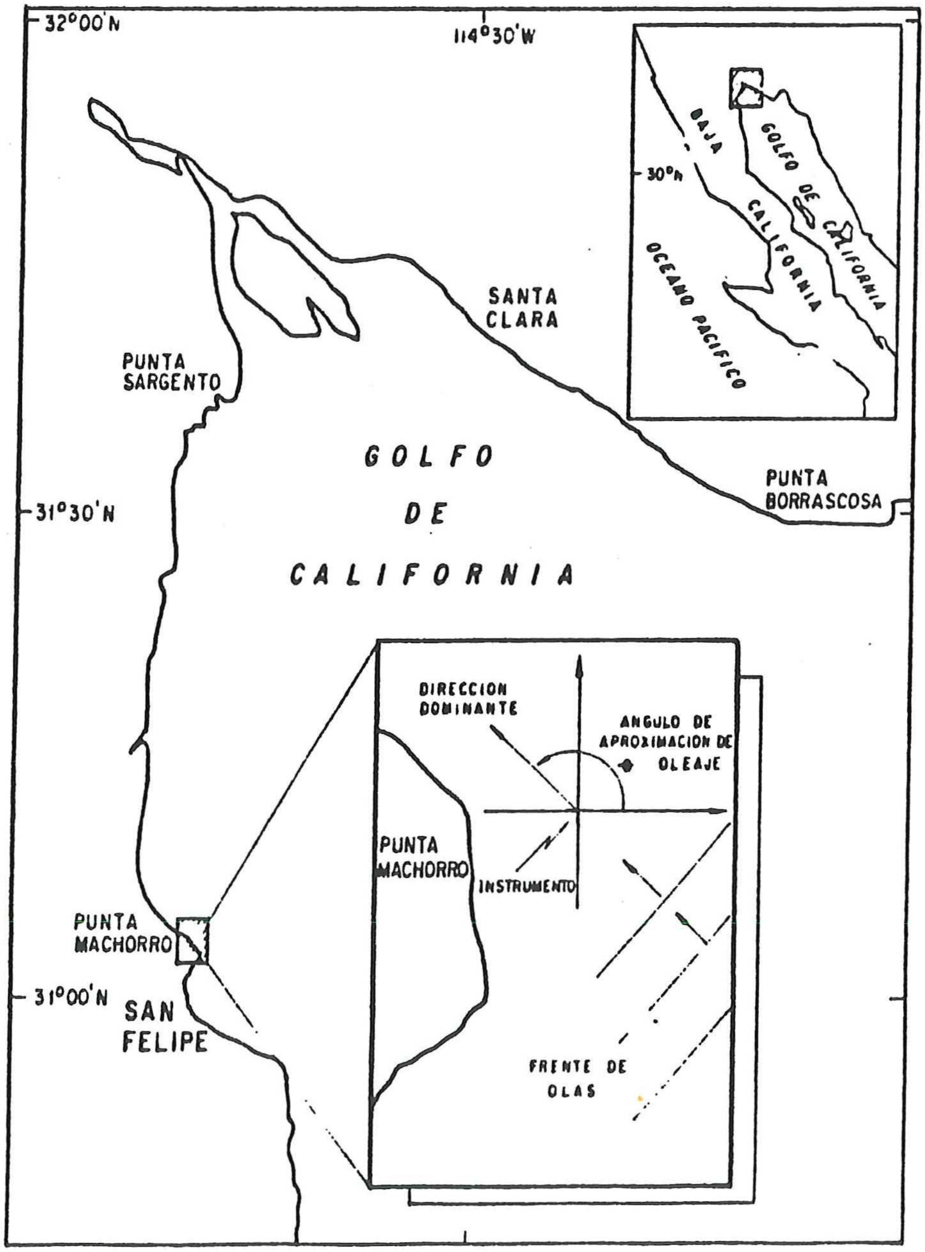

Figura 2. Localización del área de estudio y definición del ángulo de propagación del oleaje θ.

que está relacionado directamente con el espectro de energía. Este es uno de los principales resultados al tratar el oleaje como un proceso estocástico normal.

La superficie del mar se puede tratar como una superficie en la que existe un gran número de componentes armónicos cuyas longitudes de onda representan una gama muy amplia de valores, cada componente con amplitud infinitesimal, su propia frecuencia, una dirección de propagación determinada y una fase al azar.

Sea $S(f,\theta)$, para f>0 y $0 \leq \theta \leq 2\pi$, una función tal que la energía total contenida en las ondas, viajando en las direcciones entre $\theta - \Delta\theta/2$ y $\theta + \Delta\theta/2$, con frecuencias entre $f - \Delta f/2$ y $f + \Delta f/2$ es:

$$E = \int_{\theta-\Delta\theta/2}^{\theta+\Delta\theta/2} \int_{f-\Delta f/2}^{f+\Delta f/2} 2\rho g S(f,\theta) df d\theta. \qquad (8)$$

Si Δf y $\Delta\theta$ son suficientemente pequeños, una medida bastante aproximada de la energía E,

$$E \cong 2\rho g S(f,\theta) \Delta f \Delta\theta. \qquad (9)$$

Kinsman (1965), demuestra que acorde con la teoría lineal la energía total por unidad de área para una sola componente armónica con amplitud a esta dada por:

$$E = \frac{\rho g a^2}{2}. \qquad (10)$$

Por otro lado, el perfil superficial de tal armónico puede ser expresado como la parte real de

$$\eta = a \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha) = a \exp^{i(xk\cos\theta + yk\sin\theta - 2\pi f t + \alpha)}, \qquad (11)$$

utilizando (9) y (10) se obtiene que

$$\eta = \sqrt{\frac{2E}{\rho g}} \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha), \tag{12}$$

$$\eta = 2\sqrt{S(f,\theta)\Delta f \Delta\theta} \exp i(\underline{k} \cdot \underline{x} - \omega t + \alpha).$$

Por lo que en una suma de componentes cuyas amplitudes están explícitamente relacionadas con $S(f,\theta)$ (Borgman, 1979), se tiene,

$$\eta(x,y,t) = \lim_{M,N\to\infty} \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} \sqrt{4S(f,\theta)\Delta f \Delta\theta} \exp i\left(xk_m \cos\theta_n + yk_m \sin\theta_n - 2\pi f_m t + \alpha_{mn}\right), \tag{13}$$

donde el número de onda k_m está relacionado con la frecuencia f_m por la relación de dispersión, (3). Además, se considera que las fases α_{mn} tienen características de una variable al azar con distribución uniforme sobre el intervalo $(0,2\pi)$.

Varios autores han demostrado, bajo diferentes criterios de convergencia, que la expresión (13) se puede usar para simular un proceso estocástico Gaussiano. Sin embargo, los argumentos que respaldan las expresiones anteriores, dependen críticamente de la teoría lineal y superposición. Jefferys (1987) argumenta en favor de una sola sumatoria para evitar el efecto de ondas estacionarias, en el autoespectro y espectro cruzado, causadas por la interacción entre ondas de exactamente la misma frecuencia y diferentes direcciones.

El espectro direccional se ha estimado a partir de diferentes bancos de datos. Aceptando las relaciones que la teoría lineal de ondas de pequeña amplitud establece, algunos bancos de datos son equivalentes. Panicker (1974) presenta una tabla con la función de transferencia adecuada que relaciona los diferentes parámetros dados por la teoría lineal.

Es común que la información utilizada para inferir el espectro direccional provenga de la medición de tres variables. Por ejemplo la información captada por boyas superficiales (variaciones del perfil superficial y sus dos pendientes); información captada con sensores de presión (conformados en arreglos especiales) o información captada por instrumentos que registran las fluctuaciones de presión y las dos componentes horizontales de la velocidad.

Longuet-Higgins et. al. (1963), presentó un sistema de ecuaciones integrales que relacionan el espectro direccional $S(f,\theta)$, con los autoespectros y espectros cruzados de la elevación superficial η y sus dos pendientes $\partial\eta/\partial x$, $\partial\eta/\partial y$. Efectuando desarrollos similares se puede formar un sistema equivalente en términos de estimaciones de los autoespectros (S_{uu}, S_{vv}, S_{pp}) y espectros cruzados (S_{pu}, S_{pv}, S_{uv}) de las fluctuaciones de presión y las componentes horizontales de la velocidad del agua debidas a la presencia de las olas (Nagata, 1964). Este último sistema presenta un factor de amortiguamiento hiperbólico debido a la columna de agua pero conserva las características direccionales del oleaje, información que se conserva en cualquier altura de la columna de agua:

$$\int_0^{2\pi} S(f,\theta)d\theta \frac{(2\pi f)^4}{\rho^2 k^2} K = S_{pp}(f),$$

$$\int_0^{2\pi} S(f,\theta)d\theta \cos\theta \frac{(2\pi f)^3}{\rho k} K = S_{pu}(f),$$

$$\int_0^{2\pi} S(f,\theta)d\theta sen\theta \frac{(2\pi f)^3}{\rho k} K = S_{pv}(f),$$

$$\int_0^{2\pi} S(f,\theta)d\theta\cos^2\theta(2\pi f)^2K = S_{uu}(f), \tag{14}$$

$$\int_0^{2\pi} S(f,\theta)d\theta sen^2\theta(2\pi f)^2K = S_{vv}(f),$$

$$\int_0^{2\pi} S(f,\theta)d\theta sen\theta\cos\theta(2\pi f)^2K = S_{uv}(f),$$

donde $$K = \left(\frac{\cosh k(z+h)}{senh(kh)}\right)^2.$$

Utilizando el sistema (14) se busca encontrar una solución $S(f,\theta)$, a partir de los datos. Es conveniente introducir la distribución direccional de energía para cada frecuencia $D_f(\theta)$, definida como:

$$D_f(\theta) = \frac{S(f,\theta)}{S(f)}, \tag{15}$$

la cual reune todas las propiedades que cualquier densidad de probabilidad deba cumplir; es no negativa y su integral en todo el dominio de la dirección es la unidad, además de ser adimensional (Borgman, 1969);

$$D_f(\theta) \geq 0 \quad \forall \quad \theta \in (-\pi,\pi); \qquad \int_{-\pi}^{\pi} D_f(\theta)d\theta = 1. \tag{16}$$

Esta función $D_f(\theta)$ indica como la energía contenida en una banda de frecuencia es distribuida en todas las direcciones.

En el sistema de ecuaciones (14) se pueden substituir $S(f,\theta) = S(f)D_f(\theta)$ y despejar las integrales sobre la función $D_f(\theta)$, obteniéndose seis restricciónes de esta función. La primera es que su integral sea la unidad (ver ec. 16), las otras cinco no representan restricciones independientes pues

$$\int D(\theta)\cos^2\theta d\theta + \int D(\theta)sen^2\theta d\theta = \int D(\theta)d\theta = 1. \qquad (17)$$

Esta redundancia proviene del hecho de que el autoespectro de las fluctuaciones de presión está relacionado con la suma de los autoespectros de las componentes de la velocidad por

$$S_{pp} = \left(S_{uu} + S_{vv}\right)\rho^2 C^2. \qquad (18)$$

donde C es la velocidad de fase.

De aquí el sistema de ecuaciones (14) puede ser reducido a un sistema de solo cuatro restricciones independientes sobre la función $D(\theta)$. El subíndice f, ha sido suprimido en la distribución direccional, pero ésta pertenece a alguna frecuencia particular

$$\begin{aligned} \int_\theta \cos\theta D(\theta)d\theta &= \frac{S_{pu}}{\sqrt{S_{pp}\left(S_{uu}+S_{vv}\right)}} \equiv d_1, \\ \int_\theta sen\theta D(\theta)d\theta &= \frac{S_{pv}}{\sqrt{S_{pp}\left(S_{uu}+S_{vv}\right)}} \equiv d_2, \\ \int_\theta \cos 2\theta D(\theta)d\theta &= \frac{S_{uu}-S_{vv}}{S_{uu}+S_{vv}} \equiv d_3, \\ \int_\theta sen 2\theta D(\theta)d\theta &= \frac{2S_{uv}}{S_{uu}+S_{vv}} \equiv d_4. \end{aligned} \qquad (19)$$

A continuación se presenta primeramente los modelos direccionales de dos parámetros y posteriormente los de tres y cuatro, que se emplearán para "resolver" el sistema de ecuaciones (16) y (19). Entendiendose por resolver a el proceso de encontrar los parámetros que mejor se ajusten de acuerdo al criterio presentado en la sección 2.4

2.2 Distribuciones direccionales de dos parámetros

Este tipo de distribuciones o modelos tienen en común que son funciones unimodales sencillas, o sea que tienen un máximo en la dirección preferencial (indicada por uno de los parámetros) y decaen en forma simétrica con una rapidez determinada por el otro parámetro, que tan angosta es la función $D(\theta)$ alrededor de la dirección preferencial (directividad). La forma de expresar tales distribuciones es $D(\theta)=D(\theta;a,\mu)$, donde los parámetros que la definen son μ, ángulo donde es máxima $D(\theta)$ y a que indica la directividad.

Definimos a la dispersión σ^2 como una medida de la concentración de la energía alrededor de la dirección preferencial. La expresión analítica para la dispersión es

$$\int sen^2(\theta-\mu)D(\theta)d\theta=\sigma^2, \qquad (20)$$

que para funciones muy angostas es aproximadamente:

$$\left(\int(\theta-\mu)^2 D(\theta)d\theta\right)^{1/2}. \qquad (21)$$

La directividad a esta en función inversa con la dispersión σ, es decir a mayores valores de a, menor la dispersión y mejor definición del ángulo de aproximación del oleaje. La utilidad de emplear la dispersión aparece al comparar las características entre modelos de dos parámetros, pues para una misma dispersión y ángulo, los modelos $D(\theta)$ mostrarán sus diferencias geométricas.

Además, dado el modelo y el parámetro de dispersión, todos los momentos 'pares' en el sistema de ecuaciones (19) quedan determinados (todos los 'impares' son nulos por simetría). Esto es en forma análoga al caso de la densidad de probabilidad Gaussiana con media cero, en que todos los momentos pares quedan en función de la desviación estandar.

Los modelos de dos parámetros se pueden relacionar con sencillez a la hipótesis de que el oleaje, para determinada banda de frecuencia, solo tiene un máximo absoluto en una dirección. Si durante el experimento existía oleaje con máximos relativos de la función $D(\theta)$ en diferentes direcciones estos modelos con dos parámetros no funcionarán adecuadamente.

2.2.1 Modelo de Von Mises (VM)

La densidad de probabilidad de la distribución circular normal o distribución de Von Mises, se expresa como

$$D(\theta)=\frac{e^{a\cos(\theta-\mu)}}{2\pi I_0(a)}, \qquad (22)$$

donde a es la directividad y μ la dirección de máxima densidad de energía. I_0 es la función Bessel modificada de segunda clase, cuyo producto con $1/2\pi$ normaliza la integral en forma tal que su integral es la unidad. Alguna propiedades de esta distribución direccional son su simetría y que alcanza su valor máximo cuando $\theta=\mu$. La Figura 3 muestra el comportamiento de esta distribución para diferentes valores de los dos parámetros.

La expresión analítica para la dispersión en este modelo es

$$\sigma^2_{VM}=\frac{1-I_2(a)}{2I_0(a)}. \qquad (23)$$

donde I_2 es una función Bessel modificada de segunda clase de orden dos.

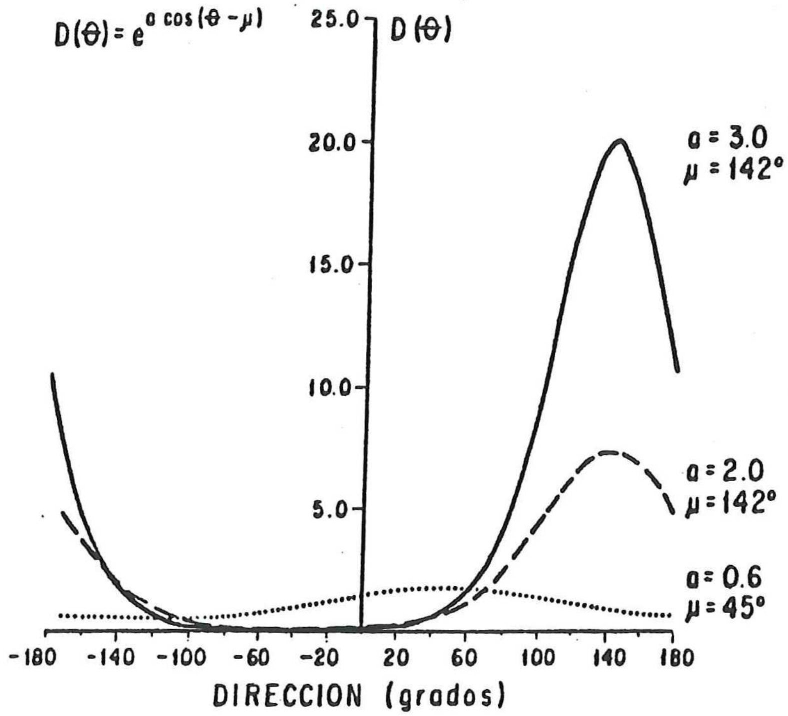

Figura 3. Representación gráfica de la distribución de von Mises para diferentes valores de los parámetros. Las funciones presentadas no están normalizadas.

2.2.2 Modelo coseno cuadrado generalizado (CG)

El modelo coseno cuadrado generalizado, utilizado en diferentes trabajos (Longuet-Higgins et al., 1963; Mitsuyasu et al ., 1975; Hasselman et al., 1980; Goda, Takayama, y Suzuki, 1978) tiene por expresión

$$D(\theta) = C_0 \cos^{2S}\left(\frac{\theta-\mu}{2}\right), \tag{24}$$

donde S es el parámetro que indica la directividad, con un sentido físico similar a del modelo anterior, y cuyo valor numérico se relacion con el viento y la frecuencia máxima del oleaje registrado (Goda, et al., 1978), μ proporciona información de la dirección de propagación, y el coeficiente de normalización

$$C_0 = \frac{\Gamma(S+1)}{2\sqrt{(\pi)}\,\Gamma\left(S+\frac{1}{2}\right)}, \tag{25}$$

donde Γ es la función gamma.

Para este modelo la expresión de la dispersión es

$$\sigma_{CG}^2 = \frac{S+1}{2(S+1)(S+2)}. \tag{26}$$

La solución analítica al sustituir este modelo tiene una forma similar a la obtenida con el modelo anterior solo que en términos de funciones gamma.

2.2.3 Modelo de Lygre (LY)

El tercer modelo ajustado ha sido empleado por Lygre et al., (1986) tiene como expresión:

$$D(\theta) = \frac{1-\beta^2}{1+\beta^2-2\beta\cos(\theta-\mu)} \quad ; \quad \forall \beta \in (0,1), \tag{27}$$

y nuevamente los parámetros son: β relacionado con la directividad, y μ relacionado con la dirección del máximo de $D(\theta)$.

La expresión analítica de la expresión de la dispersión es

$$\sigma_{LY} = \sqrt{\left(\frac{1-\beta^2}{2}\right)}. \tag{28}$$

La solución analítica del sistema de ecuaciones (19) al sustituir estos modelos adquiere las siguientes características

$$d_1 \equiv \left[\frac{I_1(a)}{I_0(a)}, \frac{S}{S+1}, \beta\right]\cos\mu,$$

$$d_2 \equiv \left[\frac{I_1(a)}{I_0(a)}, \frac{S}{S+1}, \beta\right]sen\mu,$$

$$d_3 \equiv \left[\frac{I_2(a)}{I_0(a)}, \frac{S(S-1)}{(S+1)(S+2)}, \beta^2\right]\cos 2\mu, \tag{29}$$

$$d_4 \equiv \left[\frac{I_2(a)}{I_0(a)}, \frac{S(S-1)}{(S+1)(S+2)}, \beta^2\right]sen 2\mu.$$

donde los tres elementos en los corchetes corresponden a la solución análitica de sustituir VM, CG, y LY al sistema (19) en forma respectiva.

La Figura 4 presenta una comparación de estos tres modelos para tres valores de su dispersión σ^2. De esta figura se puede apreciar la similitud que presentan los modelos VM y CG.

Dada una μ y una σ los tres modelos producen los mismos valores numéricos de d_2/d_1, d_3 y d_4. La única diferencia es una constante multiplicativa en los valores de d_1 y d_2.

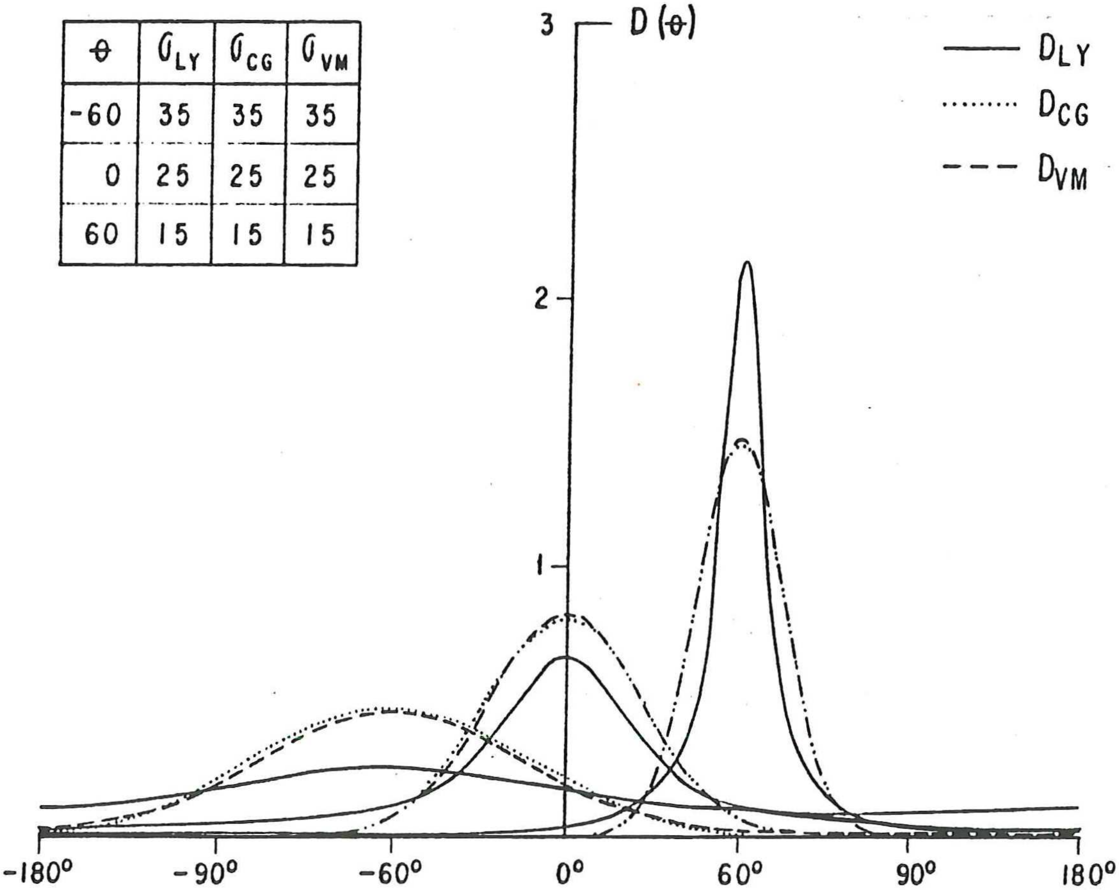

Figura 4. Función de distribución direccional $D(\theta)$ evaluada mediante los tres modelos diferentes (VM, CG y LY) de dos parámetros, para diferentes valores de dirección preferencial (μ) y dispersión σ^2.

2.3 Modelos direccionales con más de dos parámetros

En el modelo de Von Mises se introdujo un tercer parámetro relacionado con la refracción, fenómeno que vuelve asimétrica la forma del modelo que ha de ajustarse. La Figura 5 ilustra un ejemplo de las formas asimétricas ajustadas.

Para introducir el tercer parámetro en el modelo inicial de dos parámetros, se consideró la ley de Snell idealizando la topografía de la zona de estudio, y se determinó el cambio en la dirección de propagación. Con una topografía idealizada de contornos batimétricos paralelos a la dirección "y", la ley de Snell se expresa (Kinsman, 1965):

$$\frac{sen\theta_s}{C_s} = \frac{sen\theta_p}{C_p}, \tag{30}$$

donde los subíndices p y s se refieren a aguas profundas y someras respectivamente y c es la velocidad de fase.

Se postula que el modelo direccional en aguas profundas es de la forma de Von Mises y al entrar en aguas someras, es la continuación refractada de tal, o sea

$$sen\theta_s = \frac{C_s}{C_p} sen\theta_p$$

$$D_s(\theta_s) = A D_p(\theta_p) = A \frac{e^{a\cos(\theta_p - \mu)}}{2\pi I_0(a)}, \tag{31}$$

donde A es una constante de renormalización tal que:

$$D_s(\theta_s) = A \frac{e^{a\cos\left(sen^{-1}\left(\frac{C_p}{C_s} sen\theta_s\right) - \mu\right)}}{2\pi I_0(a)}$$

$$\int D_s(\theta_s) d\theta_s = 1. \tag{32}$$

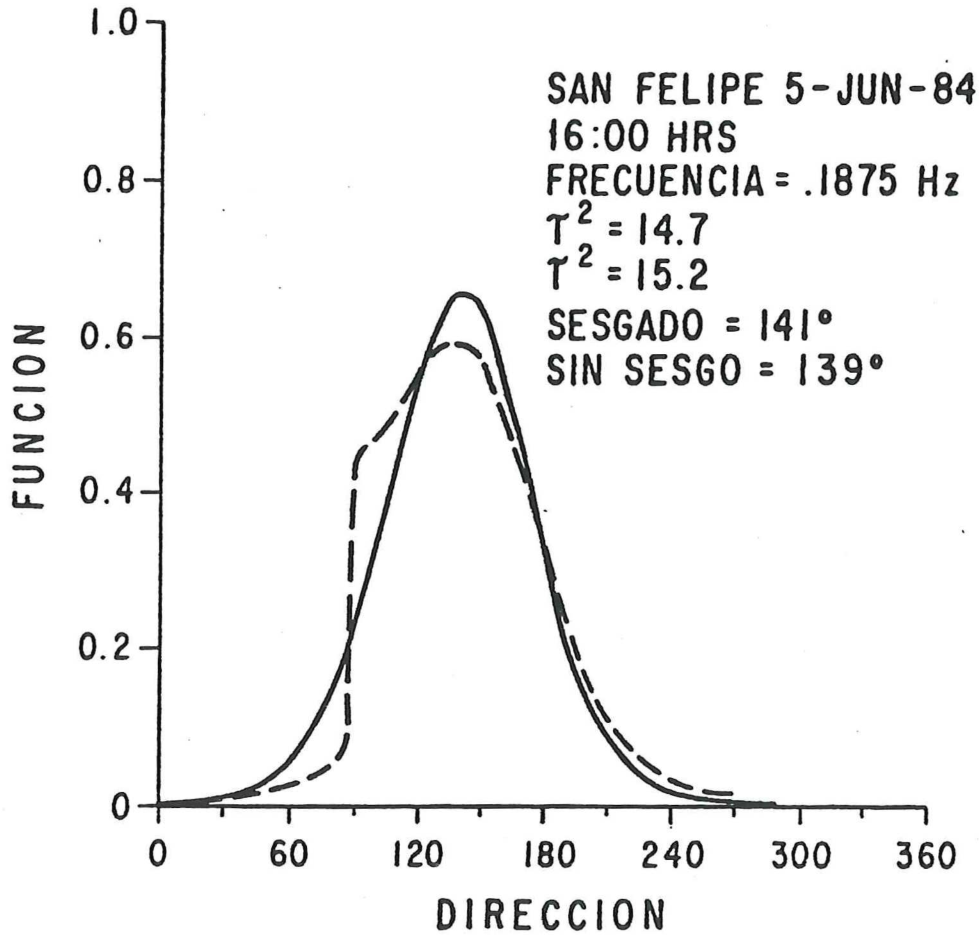

Figura 5. Función direccional $D(\theta)$ para un caso simétrico (línea continua) y un caso asimétrico (línea segmentada) del modelo VM. Para el caso simétrico de $D(\theta)$, $\mu = 139°$, para el caso asimétrico $\mu = 141°$. La variable τ^2 con mayor valor corresponde al caso asimétrico (ver sección 2.4).

En esta expresión $D_s(\theta_s)$ es asimétrica y la dirección del máximo de $D_s(\theta_s)$ no es en $\theta_s = \mu$ sino en $\theta_s = sen^{-1}(C_s/C_p sen\mu)$.

La relación entre velocidades considera el efecto de fondo para cada frecuencia, mediante la relación de dispersión (3), y por lo tanto no es un parámetro libre.

La solución del sistema de ecuaciones (19) con este modelo se obtuvo numéricamente en la computadora.

Los modelos con cuatro parámetros, a diferencia de los modelos anteriores, tienen un número de parámetros igual al número de restricciones expresadas en el sistema de ecuaciones (19). Esto permite encontrar el conjunto de parámetros que proporciona un ajuste exacto. Sin embargo el criterio para seleccionar el modelo adecuado es arbitrario y por ende pueden existir un sinnúmero de modelos que cumplan con esta condición. Cuando se tienen menos parámetros que restricciones, es posible efectuar pruebas estadísticas al ajuste, pues quedan grados de libertad que así lo permiten y en ocasiones, como en el presente se pueden efectuar analogías entre los parámetros y el problema físico. Cuando el número de parámetros es igual al número de restricciones no quedan grados de libertad y la analogía entre los parámetros y la situación física no es clara, sin embargo es útil y de gran ayuda conocer el comportamiento de este tipo de modelos, ya que los resultados pueden dar indicios de la situación física.

En el presente trabajo se ajustó el modelo:

$$D(\theta) = \exp\left(\lambda_0 + \lambda_1 \cos\theta + \lambda_2 sen\theta + \lambda_3 \cos 2\theta + \lambda_4 sen 2\theta\right), \qquad (33)$$

donde λ_0 es un factor de normalización y las otras lambdas son los parámetros que pueden ajustarse para cumplir exactamente las restricciones.

2.4 Variabilidad estadística

El motivo de introducir diferentes modelos de dos parámetros libres es el de poder ajustar o escoger una 'solución' D que 'mejor' describa las restricciones formuladas a partir del sistema (19) y los datos.

Como se puede observar, el sistema (19) no tiene una solución única, pues para un conjunto arbitrario de valores d_1, d_2, d_3 y d_4 hay un sinnúmero de funciones D que satisfacen tal sistema.

Por otro lado, la información disponible nos permite obtener solo estimaciones de d_1, d_2, d_3 y d_4. Con el propósito de elegir el modelo o distribución direccional que sea mejor en el sentido estadístico, es necesario efectuar pruebas que analicen su consistencia estadística.

A continuación se analiza la variabilidad estadística que presentan las cuatro cantidades que forman las restricciones del sistema de ecuaciones (19). En particular, es posible estimar el vector $\underline{d}=(d_1,d_2,d_3,d_4)$ a partir de las observaciones disponibles y suponer que tal estimación presenta una cierta variabilidad estadística, que en forma general puede ser representada por:

$$\underline{\hat{d}} = \underline{d} + \underline{\epsilon}, \tag{34}$$

donde $\underline{\hat{d}}=(\hat{d}_1,\hat{d}_2,\hat{d}_3,\hat{d}_4)$ es el valor numérico conocido, estimador de $\underline{d}$ y $\underline{\epsilon}$ es una diferencia al azar cuyo comportamiento estadístico puede ser determinado (Jenkins y Watts, 1968, Long, 1980). En este trabajo solo se toma en consideración este tipo de variabilidad, ya que presumiblemente, los errores instrumentales son de orden menor.

El vector $\hat{d}$, contiene los valores númericos en base a los cuales se encuentra una estimación de la función $D = D(\theta)$.

En el contexto de un ajuste, es claro que con cuatro o más parámetros libres, no es raro obtener un ajuste exacto en un sistema como el representado por (19), independientemente de la variabilidad estadística de $\hat{d}$. Un ajuste exacto a datos con diferencias al azar, respecto a los datos verdaderos, puede producir una versión completamente distorsionada del espectro real (Long, 1980). No solo eso, sino que no se puede llevar a cabo ninguna prueba de consistencia estadística, puesto que, independientemente del espectro real, se pueden exhibir una infinidad de espectros que ajusten exactamente al vector $\underline{\hat{d}}$.

El comportamiento de $\underline{\epsilon}$ puede ser deducido del comportamiento estadístico de las estimaciones $\underline{\hat{d}}$ de los espectros cruzados. De (34) y de la primera ecuación de (19), se tiene que el valor del estimador $\hat{d}_1$ es:

$$\hat{d}_1 = \frac{\Gamma_{pu} + \epsilon_{pu}}{\sqrt{(\Gamma_{pp} + \epsilon_{pp})(\Gamma_{uu} + \epsilon_{uu} + \Gamma_{vv} + \epsilon_{vv})}}, \tag{35}$$

donde Γ representa el espectro cruzado verdadero y ϵ su variabilidad estadística con sus índices respectivos. Si esta expresión se desarrolla aplicando una expansión binomial resulta

$$\hat{d}_1 = \frac{\Gamma_{pu}}{\sqrt{(\Gamma_{pp})(\Gamma_{uu} + \Gamma_{vv})}} \left(1 + \frac{\epsilon_{pu}}{\Gamma_{pu}}\right)\left(1 - \frac{\epsilon_{uu} + \epsilon_{vv}}{\Gamma_{uu} + \Gamma_{vv}}\right)\left(1 - \frac{\epsilon_{pp}}{\Gamma_{pp}}\right),$$

$$= \frac{\Gamma_{pu}}{\sqrt{(\Gamma_{pp})(\Gamma_{uu} + \Gamma_{vv})}} E\left[1 + \frac{\epsilon_{pu}}{\Gamma_{pu}} - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_{uu} + \epsilon_{vv}}{\Gamma_{uu} + \Gamma_{vv}} - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_{pp}}{\Gamma_{pp}} + O\frac{(\epsilon_{ij}\epsilon_{kl})}{(\Gamma_{ij}\Gamma_{kl})}\right], \tag{36}$$

donde E es el valor esperado de la cantidad entre corchetes. De aqui se puede afirmar que sí $\epsilon \ll \Gamma$, entonces

$$\epsilon_1 = d_1\left[\frac{\epsilon_{pu}}{\Gamma_{pu}} - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_{uu}+\epsilon_{vv}}{\Gamma_{uu}+\Gamma_{vv}} - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_{pp}}{\Gamma_{pp}} + O\frac{(\epsilon_{ij}\epsilon_{kl})}{\Gamma_{ij}\Gamma_{kl}}\right]. \qquad (37)$$

Considerando el valor esperado de ϵ_1 se tiene que las cantidades espectrales cruzadas normalizadas son estimadores sesgados pues algunos de los productos $\epsilon_{ij}\epsilon_{kl}$ serán cuadrados exactos y por lo tanto su valor esperado es definido positivo. Este es el caso común en estimadores de coherencia que son construidos con normalizaciones de los datos mismos. Las cantidades del tipo $E[\epsilon_{ij}\epsilon_{kl}]$ se pueden evaluar por la fórmula dada por Jenkins and Watts (1968):

$$E\left[(S_{ij}-\Gamma_{ij})(S_{kl}-\Gamma_{kl})\right] = Cov < S_{ij}S_{kl} > = \frac{[\Gamma_{ik}\Gamma_{jl}+\Gamma_{il}\Gamma_{jk}]}{\nu}, \qquad (38)$$

donde ν es el número de grados de libertad de las estimaciones espectrales y el sesgo o tendencia depende inversamente del número de grados de libertad. Si éste número de grados de libertad es suficientemente grande (>25), se puede argumentar que el comportamiento de la variabilidad estadística es Gaussiano y el sesgo despreciable. En el presente trabajo los estimadores espectrales con las que se forman las cuatro restricciones, provienen de espectros con 32 grados de libertad.

Si se desprecia el sesgo ocasionado por los productos cruzados, se tendrá:

$$E[\hat{d}_1 - d_1] = E[\hat{d}_2 - d_2] = E[\hat{d}_3 - d_3] = E[\hat{d}_4 - d_4] \cong 0. \qquad (39)$$

2.4.1 La matriz de covarianza

El vector $\underline{\hat{d}}$, es la información en base a la cual se encuentra una solución o una estimación de la función $D = D(\theta)$. Interesa calcular la variabilidad de los estimadores $\underline{\hat{d}}$, en particular para $\hat{d}_1$ se tiene

$$E[(\hat{d}_1 - d_1)(\hat{d}_1 - d_1)] = E[\epsilon_1^2] = d_1^2 E\left[\left(\frac{\epsilon_{pu}}{\Gamma_{pu}} - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_{uu} + \epsilon_{vv}}{\Gamma_{uu} + \Gamma_{vv}} - \frac{1}{2}\frac{\epsilon_{pp}}{\Gamma_{pp}} + O\frac{(\epsilon_{ij}\epsilon_{kl})}{\Gamma_{ij}\Gamma_{kl}}\right)^2\right]. \tag{40}$$

La variabilidad en conjunto del vector $\underline{\hat{d}}$ se puede caracterizar utilizando la matriz de covarianza

$$V_{ij} \equiv Cov(\hat{d}_i, \hat{d}_j) = Cov(\epsilon_i, \epsilon_j), \tag{41}$$

cuyos elementos son dados por Long (1980).

Long et al. (1979), argumentan que los valores de $\underline{\hat{d}}$ (despreciando el sesgo) siguen el comportamiento de una distribución conjunta Gaussiana:

$$p(\underline{\hat{d}}) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}|V|^{1/2}} e^{\left[-1/2(\underline{\hat{d}}-\underline{d})^T V^{-1}(\underline{\hat{d}}-\underline{d})\right]}, \tag{42}$$

donde V es la matriz de covarianza y la variable $\tau^2 = \epsilon^T V^{-1}\epsilon$ es una variable chi-cuadrada de cuatro grados de libertad.

La región definida por:

$$\underline{\epsilon}^T V^{-1} \underline{\epsilon} = (\underline{\hat{d}} - \underline{d})^T V^{-1} (\underline{\hat{d}} - \underline{d}) < \tau^2, \tag{43}$$

con τ^2 constante, es un elipsoide en el espacio de cuatro dimensiones de cierto hipervolúmen R, que contiene en su centro a $\underline{d}$. La probabilidad de encontrar a $\underline{\hat{d}}$ en cualquier otra región de igual hipervolúmen R siempre será menor. Esto es una consecuencia de la densidad de probabilidad dada por la ecuación (42) para $\underline{\hat{d}}$.

Para el caso particular del vector de datos $\underline{\hat{d}}$, el criterio de optimización o ajuste, es el de minimizar la variable

$$\tilde{\tau}^2 = (\hat{d} - \tilde{d})^T \tilde{V}^{-1} (\hat{d} - \tilde{d}), \tag{44}$$

en donde el vector $\underline{\tilde{d}}$ es un vector en un espacio vectorial de cuatro dimensiones pero pertenece a una familia definida por dos parámetros $\tilde{\alpha}$ y $\tilde{\mu}$ y que puede ser representado por:

$$\begin{aligned}
\tilde{d}_1 &\equiv \int_\theta \cos\theta D(\theta;\tilde{\alpha},\tilde{\mu})d\theta = \hat{d}_1 - e_1, \\
\tilde{d}_2 &\equiv \int_\theta sen\theta D(\theta;\tilde{\alpha},\tilde{\mu})d\theta = \hat{d}_2 - e_2, \\
\tilde{d}_3 &\equiv \int_\theta \cos 2\theta D(\theta;\tilde{\alpha},\tilde{\mu})d\theta = \hat{d}_3 - e_3, \\
\tilde{d}_4 &\equiv \int_\theta sen 2\theta D(\theta;\tilde{\alpha},\tilde{\mu})d\theta = \hat{d}_4 - e_4.
\end{aligned} \tag{45}$$

Este ajuste es un proceso de mínimos cuadrados pesados que involucra en forma implícita a la parte predicha de $\hat{d}$, o sea $\tilde{d}$ pues esta define la matriz de covarianza, por lo que resulta un ajuste alineal y queda incierto el número de grados de libertad o el comportamiento de la variable $\tilde{\tau}^2$.

En el caso en que $\tilde{V} = V$ fuese fija o constante, se tiene un caso lineal y la variable $\tilde{\tau}^2$ se comporta como una chi-cuadrada de dos grados de libertad, se puede decir que de los cuatro grados de libertad de τ^2 dos se han utilizado para determinar $\tilde{\alpha}$ y $\tilde{\mu}$.

2.4.2 Una prueba de rechazo o no rechazo de la hipótesis

Con el propósito de conocer el comportamiento de la variable $\tilde{\tau}^2$, para el caso particular de $\tilde{V} = V(\tilde{d})$, se produjeron casos sintéticos, y se procedió de la forma que a continuación se explica.

Se eligió el modelo de VM o función circular normal ecuación (22), y al sustituirlo en el sistema de ecuaciones (19) se obtuvo la correspondiente solución analítica presentada por el sistema de ecuaciones (29).

Se sustituyen los valores de los parámetros, de tal modo, que para cada pareja (a,μ) de prueba se tienen los correspondientes vectores $\underline{d}$ y matriz $V=V(\underline{d})$. Con una subrutina que genera números al azar $((\delta_i),i=1,2,3,4)$ estadísticamente independientes con una distribución normal y con varianza unitaria :

$$Cov\left(\underline{\delta},\underline{\delta}^T\right)=I \tag{46}$$

se construye el vector:

$$\underline{\epsilon}=\sqrt{\lambda_1}\,\delta_1\underline{u}_1+\sqrt{\lambda_2}\,\delta_2\underline{u}_2+\sqrt{\lambda_3}\,\delta_3\underline{u}_3+\sqrt{\lambda_4}\,\delta_4\underline{u}_4 \tag{47}$$

donde $\{\lambda_i,\underline{u}_i;i=1,2,3,4\}$ son los eigenvalores (positivos) y eigenvectores de la matriz $V=V(\underline{d})$ con lo que por construcción se tiene:

$$E\left(\underline{\epsilon}\underline{\epsilon}^T\right)=V \quad \text{o} \quad E\left(\epsilon_i\epsilon_j\right)=V_{ij} \tag{48}$$

y la variable:

$$\epsilon^T V^{-1}\epsilon=\delta\delta^T, \tag{49}$$

es una variable al azar con el comportamiento de una chi-cuadrada de cuatro grados de libertad.

En esta forma se tiene un mecanismo que genera una variabilidad estadística con cada vector $\underline{d}$, con los que se construye el vector dado por la expresión (34).

Ahora nos interesa que tan bien podemos determinar $\underline{d}$ (o equivalentemente a y μ) si solo utilizamos los valores del vector $\underline{\hat{d}}$. Esto es, se desea encontrar dos sumandos que reproducen $\underline{\hat{d}}$ (ver ec. (34)) donde uno de ellos, denominado $\underline{\tilde{d}}$ y el otro e están definidos en el siguiente sistema de ecuaciones

$$\hat{d}_1=d_1+\epsilon_1=\frac{I_1(\tilde{a})}{I_0(\tilde{a})}\cos\tilde{\mu}+e_1\equiv\tilde{d}_1+e_1$$

$$\hat{d}_2 = d_2 + \epsilon_2 = \frac{I_1(\tilde{a})}{I_0(\tilde{a})} sen\tilde{\mu} + e_2 \equiv \tilde{d}_2 + e_2$$

$$\hat{d}_3 = d_3 + \epsilon_3 = \frac{I_2(\tilde{a})}{I_0(\tilde{a})} \cos 2\tilde{\mu} + e_3 \equiv \tilde{d}_3 + e_3 \tag{50}$$

$$\hat{d}_4 = d_4 + \epsilon_4 = \frac{I_2(\tilde{a})}{I_0(\tilde{a})} sen 2\tilde{\mu} + e_4 \equiv \tilde{d}_4 + e_4$$

donde $\tilde{a}$ y $\tilde{\mu}$ son parámetros desconocidos. Para determinar estos se utiliza un proceso iterativo por el cual se halla el mínimo de la variable

$$\tilde{\tau}^2 = e^T V_{(d)}^{-1} e. \tag{51}$$

En general para cada iteración $\tilde{a} \neq a$, $\tilde{\mu} \neq \mu$ y $\underline{e} \neq \underline{\epsilon}$, además de que al minimizar $e^T V_{(d)}^{-1} e$ este valor siempre resulta $\leq \epsilon^T V_{(d)}^{-1} \epsilon$.
Para cada pareja a, μ este procedimiento se efectuó 75 veces y la Tabla I muestra los valores de la media y varianza calculadas para cada pareja. Se puede observar que si los valores elegidos del parámetro son bajos $a = 0.01$, el valor estimado promedio también lo es $<\tilde{a}> = .33$ y la desviación estandar de las estimaciones de la dirección son altos $\tilde{\mu} = 106°$. Estos disminuyen al aumentar el valor de a, resultado que es de esperarse, pues a menor valor de la directividad mayor dispersión e incertidumbre sobre la dirección de propagación. Los valores presentados fueron calculados a partir de

$$\frac{1}{75}\sum_{i=1}^{75}(\tilde{a}_i) \quad ; \quad \frac{1}{75}\sum_{i=1}^{75}(\tilde{a}_i - a)^2 \quad ; \quad \frac{1}{75}\sum_{i=1}^{75}(\tilde{\mu}_i - \mu)^2. \tag{52}$$

La Figura 6 muestra la distribución probabilidad cumulativa de las variable $\tau^2 = \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2 + \delta_4^2 = \epsilon^T V^{-1} \epsilon$, (identidad por construcción de $\underline{\epsilon}$), que debe comportarse como una chi-cuadrada de cuatro grados de libertad y $\tilde{\tau}^2 = e^T V_{(d)}^{-1} e$ del cual nos interesa caracterizar su comportamiento. Se observa en la Figura 6, que a pesar de

Tabla I. Valor promedio y desviación estandar del parámetro de directividad y desviación estandar de la dirección estimada, después de efectuar pruebas con 75 valores.

a	$<\tilde{a}>$	$<(\tilde{a}-a)^2>^{1/2}$	$<(\tilde{\mu}-\mu)^2>^{1/2}$
0.01	.33	.38	106
0.05	.34	.35	97
0.10	.34	.29	79
0.50	.60	.29	33
1.00	1.01	.27	14
2.00	2.04	.36	8
3.00	3.04	.55	5
5.00	4.91	.82	3
7.00	6.88	1.37	3
9.00	9.01	2.28	2

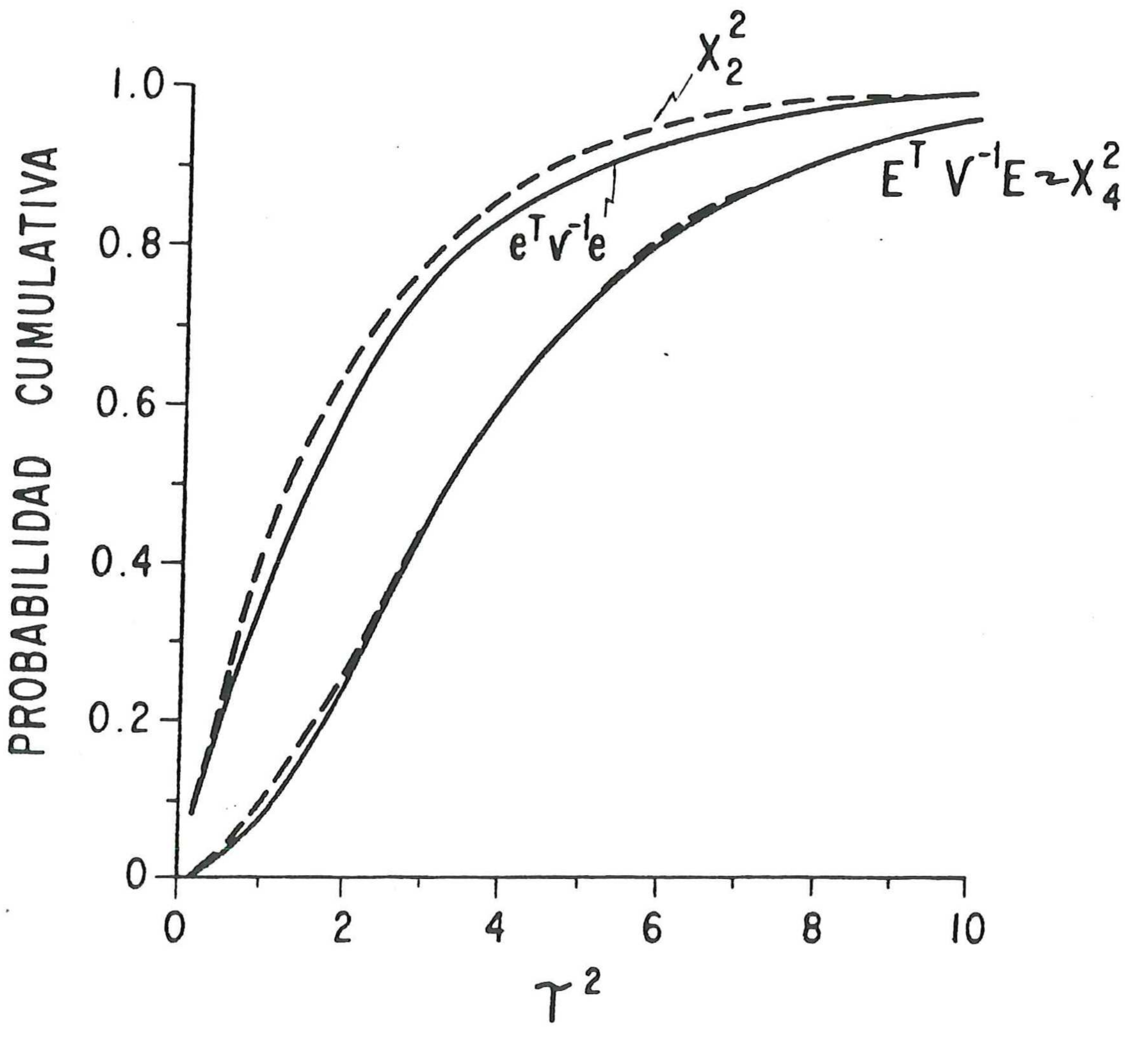

Figura 6. Gráfica de la distribución de probabilidad cumulativa de las variables $\tilde{\tau}^2 = e^T V^{-1} e$, $\tau^2 = \epsilon^T V - 1\epsilon$ y chi cuadrada con cuatro y dos grados de libertad.

ser un ajuste alineal esta última variable ($\tilde{\tau}^2$), que es una medida del desajuste, se comporta como una variable chi-cuadrada de dos grados de libertad.

En la misma Figura 6, también se grafica el comportamiento exacto de las variables chi-cuadrada de cuatro y dos grados de libertad.

De lo anteriormente expuesto se presenta el valor límite de 3.3 como un valor de confianza al 80 %. Todos los ajustes tales que $\tilde{\tau}^2 \leq 3.3$ serán aceptados (o mejor dicho 'no rechazados'), pues es altamente probable (> 80 %) que el desajuste sea debido a variabilidad estadística. Cualquier ajuste tal que $\tilde{\tau}^2 > 3.3$ implica que si el modelo direccional es el real, la probabilidad de obtener tanta variabilidad es muy poca (< 20 %), en cuyo caso el modelo es rechazado.

2.4.3 Ejercicio de un ajuste con un modelo de dos parámetros

Este ejercicio consistió en hacer notar las diferencias entre el modelo de LY y el de VM (sección 2.2). Para esto se procedio a utilizar el modelo de LY ecuación (27) en el sistema de ecuaciones (19), dando por resultado la versión correspondiente del sistema (29). Se generó una función unimodal exacta con su valor máximo en $\mu=0$, por lo cual las ecuaciones impares de este sistema son nulas y quedan solo dos restricciones a las cuales se les ajustó el modelo de VM ecuación (22) con la restricción de minimizar la variable $\tilde{\tau}^2$ expresada en grados.

La Tabla II muestra en sus dos primeras columnas las dos restricciones no nulas $d_1=\beta$, $d_3=\beta^2$ (ver ec. 27) acordes con el modelo de LY para $\mu=0$, la tercer columna da la medida de la dispersión σ_{LY}.

Tabla II. Las dos primeras columnas indican las dos restricciones no nulas del modelo LY, $d_1 = \beta$, $d_3 = \beta^2$. La tercer columna es la medida de la dispersión σ_{LY}. La cuarta columna es la directividad $\tilde{\alpha}$, la quinta y sexta columnas son $\tilde{d}_1$ y $\tilde{d}_3$ ajustados. La séptima columna es la dispersión $\tilde{\sigma}_{VM}$, del modelo ajustado y la última columna es la variable que mide el grado de ajuste.

β	β^2	σ_{LY}	$\tilde{\alpha}$	$\tilde{d}_1$	$\tilde{d}_3$	$\tilde{\sigma}_{VM}$	τ^2
.10	.01	40.3	.20	.10	.00	40.4	.00
.20	.04	39.7	.40	.19	.02	40.1	.01
.30	.09	38.6	.61	.29	.04	39.6	.07
.40	.16	37.1	.83	.38	.07	38.9	.23
.50	.25	35.0	1.07	.46	.11	38.0	.60
.55	.30	33.8	1.19	.50	.14	37.5	.91
.60	.36	32.4	1.32	.54	.16	36.9	1.34
.65	.42	30.7	1.46	.58	.19	36.3	1.90
.70	.49	28.9	1.61	.62	.22	35.6	2.65
.73	.53	27.6	1.71	.64	.24	35.1	3.20
.80	.64	24.3	1.98	.69	.29	33.9	4.84
.90	.81	17.6	2.57	.77	.39	31.4	8.15
.98	.96	8.0	4.16	.87	.58	26.1	11.01

Se puede observar que cuando el valor de las restricciones es pequeño, la dispersión es grande, lo cual se refleja en el parámetro de directividad de VM ajustado en la cuarta columna. Las columnas 5 y 6 representan los valores $\hat{a}_1 = I_1/I_0; \hat{a}_3 = I_2/I_0$ del modelo de Von Mises ajustado. La columna 7 es la dispersión del modelo ajustado y la última columna es la variable $\tilde{\tau}^2$ que mide el grado de ajuste. La $\tilde{\tau}^2$ tiene un valor límite de 3.3 para que el modelo ajustado sea o no rechazado con un 80 % de confianza.

Es notorio el hecho de que el modelo de VM determina efectivamente el ángulo, en este caso $\mu = 0$, y sin embargo el ajuste es pobre cuando la dispersión es pequeña. Es decir, el modelo estima correctamente el ángulo preferencial de propagación aunque el modelo sea rechazado estadísticamente. Esto indica que cuando la función D tenga dispersión pequeña el ajuste rechaza modelos equivocados, y cuando la dispersión es grande ($\sigma > 30°$) cualquier modelo tendrá aceptación.

3 TRATAMIENTO DE LOS DATOS

3.1 Observaciones

A continuación se describen las características de la región costera en la que se obtuvieron los datos, los instrumentos que se utilizaron durante el experimento y se proporciona información de las series de tiempo que se procesaron.

3.1.1 Descripción y antecedentes del área de mediciones

La zona de estudio es una región costera que se encuentra en la parte noroeste del Golfo de California, en una de las puntas rocosas que protegen la parte norte del puerto de San Felipe, B.C., conocida como Punta El Machorro, con coordenadas 31° 04' N y 114° 48' W, (Figura 2). La profundidad promedio a la que se instaló el instrumento fué 9 metros y las características geomorfológicas fueron determinantes para la elección del lugar, ya que las olas que arriban a esa punta, no tienen, presumiblemente, deformaciones causadas por interacciones con islas o zonas someras alejadas de la costa. Larios (1988) presenta una descripción detallada de la técnica de instalación y del anclaje utilizado.

Son varios los trabajos que se han efectuado al norte de esta región, Komar (1969), Cruz Falcón (1983) y Peña (1986). Estos trabajos reportan que el oleaje predominante tiene periodos que oscilan entre los 3 y 4.5 segundos, con la presencia de oleaje poco energético entre los 10 y 15 segundos, y que los vientos predominantes obedecen a los sistemas de brisas de esa región.

3.1.2 Descripción de los instrumentos

El aparato modelo 635-12, fabricado por la compañía Sea Data, es un instrumento que funciona con baterias y efectua grabaciones en formato digital en cintas magnéticas, de señales provinientes de sus tres sensores principales que contiene: un sensor de presión, un correntímetro de inducción electromagnética y una brújula.

El sensor de presión (Digiquartz, 2100-AS-002), es sensible a cambios de presión debidos a las variaciones de nivel de la superficie del agua con una resolución de 0.1 cm. Puede funcionar hasta profundidades de 60 metros y su principio de operación consiste en contar el número de oscilaciones que sufre un oscilador de cuarzo en una frecuencia limitada, entre los 36-40 KHz, las cuales son función de los cambios de presión. Estas oscilaciones son contadas electrónicamente sobre un intervalo de tiempo.

El correntímetro electromagnético mide el flujo de agua en un plano normal al eje longitudinal del sensor, y presenta este flujo como las dos componentes ortogonales x,y expresadas como voltajes analógicos. La escala completa de operación es de $\pm$ 4 volts que corresponden a velocidades de $\pm$ 3 m s^{-1} con una resolución de hasta 0.3 cm s^{-1} utilizando palabras de 12 bits para almacenar la información.

La brújula marca Digicourse, modelo 225, es utilizada en el instrumento 635-12 para dar orientación a las componentes de velocidad registrada por el correntímetro. Tiene una resolución de 1.4 minutos en cualquier orientación.

La información meteorológica de intensidad y dirección del viento que se empleó fue registrada por una estación autónoma, marca AANDERRA. Larios (1988) presenta una descripción mas detallada de los sensores que la configuran.

3.1.3 Series de tiempo

Se trabajó con series de tiempo de las fluctuaciones de presión de la columna de agua y las componentes horizontales u y v del campo de velocidades orbitales debidas a la presencia de las olas. Se cuenta con series de datos que se obtuvieron cada cuatro horas a partir del 26 de mayo al 19 de junio de 1984. Salvo en el primero y último día de observaciones en los que solo se tienen tres registros. Por ser el efecto del nivel de la marea en la direccionalidad del oleaje una parte importante en los objetivos de este trabajo, se presenta la Figura 7 señalando su estado relativo a las horas en que se efectuaron los muestreos.

Cada serie consiste de 1032 valores con un intervalo de muestreo de medio segundo, $\Delta t = 0.5s$, la Figura 8, presenta las características de estas series en unidades cgs. Larios (1988), efectuó un análisis de calidad a los datos aquí utilizados, y a partir de éste se eligieron los días en que la señal de presión mostraba oleaje con mayor cantidad de energía.

Se cuenta además con información horaria de intensidad y dirección de viento para el periodo del experimento, captadas por una estación meteorológica autónoma localizada en la Capitanía de Puerto de San Felipe B.C., cuatro kilómetros al sur del punto de medición. Está información fué procesada por Larios (1988), quien presenta una descripción detallada del análisis y características del instrumento. La Figura 9 ilustra un diagrama de astillas de la dirección hacia donde sopla el viento, escalada con su intensidad.

3.2 Obtención de los espectros cruzados

Las series de tiempo que se transformaron al dominio de frecuencia, utilizando la transformada rápida de Fourier, se estandarizaron a solo 1024 datos de los 1032 originales,

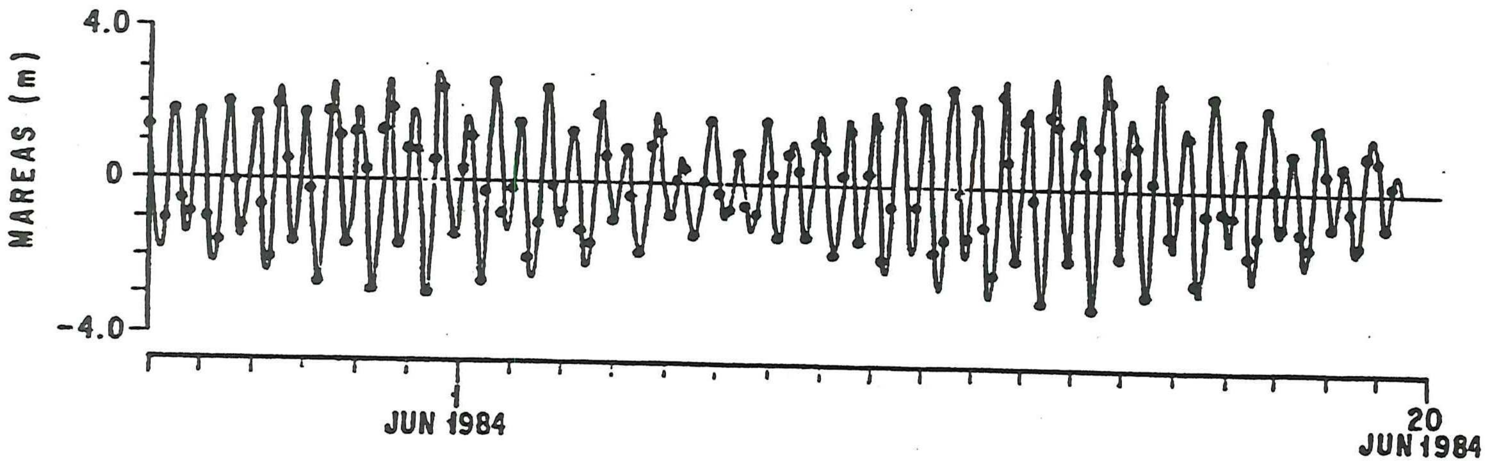

Figura 7. Gráfica del nivel de marea durante el experimento; los puntos indican el estado en que se encontraba cuando el instrumento muestreo oleaje.

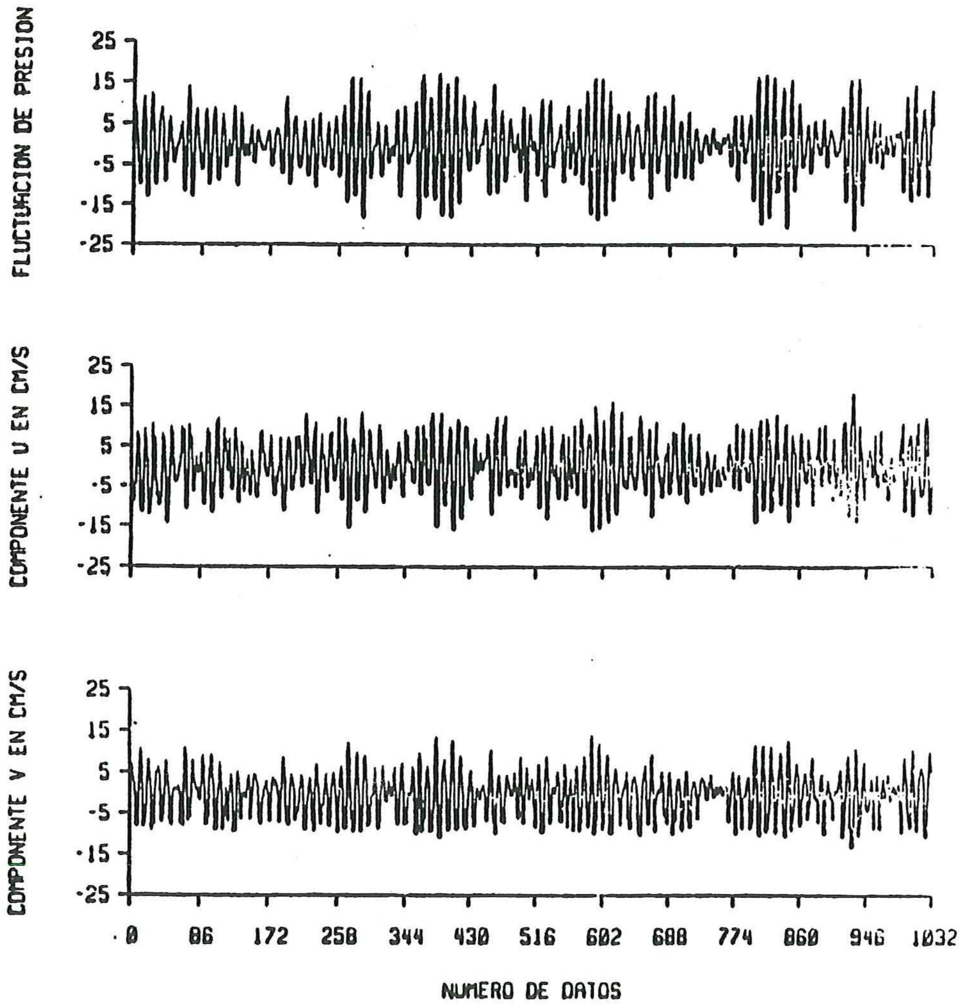

Figura 8. Series de tiempo típicas de fluctuaciones de presión y componentes horizontales de velocidad.

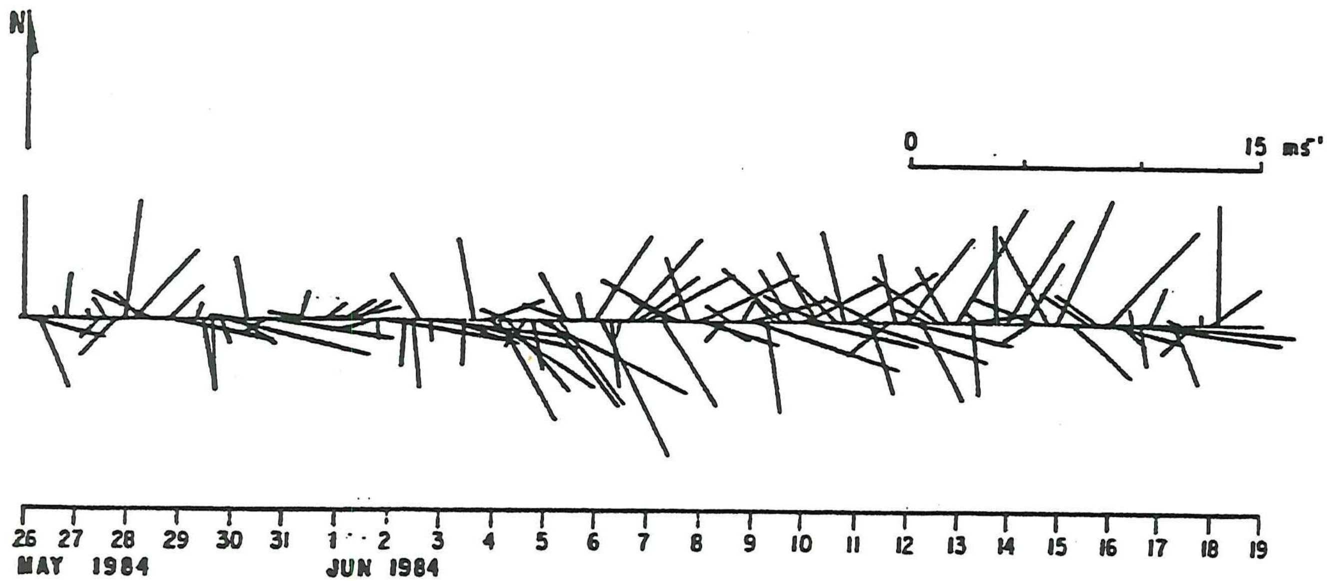

Figura 9. Diagrama de astillas que indica la dirección e intensidad del viento en San Felipe B.C., cada cuatro horas.

obteniéndose 512 bandas independientes con una frecuencia de Nyquist de 1. Hz y un ancho de banda fundamental de .0019 Hz. Previo a utilizar la transformada de Fourier, a las series de tiempo se les resta la media y tendencia y son multiplicadas por una ventana coseno que elimina paulatinamente a cero un 10 % de los extremos, la disminución de energía por esta ventana es reincorporada posterior a la transformación. Con el propósito de obtener estabilidad en las estimaciones espectrales, se efectuaron promedios de 16 bandas fundamentales, generándose 32 estimaciones espectrales con un nuevo ancho de banda de 0.032 Hz y con 32 grados de libertad cada una.

Ejemplos de los espectros cruzados que se obtuvieron a partir de las series de tiempo de p, u y v se muestran en la Tabla III (correspondientes al día 5 de junio a las 16:00 horas). La densidad espectral esta representada por S y los subíndices indican las series que se cruzan. Este archivo es uno de los alta energía, la primera columna indica la bandas de frecuencias y las tres columnas posteriores proporcionan la información de los autoespectros de fluctuaciones de presión y componentes de velocidad u y v respectivamente. Las seis columnas siguientes son el coespectro y cuadrespectro de las series cruzadas pu, pv y uv respectivamente. Cabe hacer notar que si la teoría lineal se cumpliese en forma exacta la parte imaginaria de los espectros cruzados (el cuadespectro) debería ser cero, sin embargo los valores encontrados en algunas ocasiones son del mismo orden que los coespectros. En está ocasión la frecuencia con mayor energía corresponde al oleaje con periodo de 5.3 segundos y la variación de esta energía en el tiempo, puede verse en la Tabla IV, en donde se muestra como la energía pico se localiza en este periodo las 16 primeras horas del día para luego pasar a una frecuencia menor, .15 Hz,.

Tabla III. Listado típico de los espectros cruzados (CO,CU) y autoespectros (S) de las series de tiempo de presión (p) y componentes horizontales de velocidad (u,v).

frec.	Spp	Suu	Svv	COpu	CUpu	COpv	CUpv	COuv	CUuv
0.00	3.87	13.15	8.86	-2.15	-1.30	-1.39	-0.19	-5.18	-2.38
0.03	5.35	30.05	16.76	-1.15	3.64	0.14	-1.06	-16.19	2.35
0.06	2.60	18.17	6.46	-0.92	1.49	1.03	-1.13	-8.26	0.09
0.09	4.20	16.47	5.98	-1.62	-0.02	0.97	0.02	-8.84	1.04
0.12	6.36	17.93	8.44	-5.76	-0.31	4.42	0.50	-11.04	-0.09
0.15	238.7	156.1	93.60	-185.6	5.21	145.6	3.5	-119.4	-5.72
0.18	1018.7	696.9	511.1	-818.9	-23.9	706.6	65.4	-589.9	-40.1
0.21	206.2	148.6	101.8	-155.1	-20.1	138.3	19.3	-118.1	2.06
0.25	120.0	94.79	79.38	-93.59	-19.06	93.16	21.00	-81.02	-1.40
0.28	33.96	33.83	27.05	-28.46	-10.31	27.66	7.96	-28.92	2.07
0.31	9.33	20.22	15.30	-10.59	-1.39	9.34	3.26	-16.05	-2.06
0.34	3.37	11.60	8.45	-4.35	-1.11	4.21	1.64	-9.08	-1.37
0.37	0.45	4.09	3.18	-0.49	-0.00	0.42	0.17	-3.21	-0.70
0.40	0.10	6.69	3.66	-0.12	0.31	0.08	-0.23	-4.78	-0.21
0.43	0.10	2.89	2.08	0.11	0.19	-0.16	-0.18	-2.22	-0.05
0.46	0.06	3.91	2.35	-0.01	-0.10	0.00	0.05	-2.81	-0.07
0.50	0.05	5.44	3.25	0.03	0.10	0.00	-0.09	-4.09	0.02
0.53	0.05	6.45	4.02	0.02	-0.27	0.03	0.22	-4.92	0.07
0.56	0.07	3.55	2.42	0.05	0.12	-0.04	-0.10	-2.86	-0.13
0.59	0.03	7.70	4.53	0.12	0.04	-0.10	-0.03	-5.83	0.02
0.62	0.04	3.71	2.06	-0.08	0.04	0.06	-0.06	-2.66	0.25
0.65	0.02	3.51	2.15	0.04	-0.03	-0.04	0.02	-2.62	-0.28
0.68	0.03	3.90	2.19	-0.02	0.016	0.02	-0.02	-2.82	0.07
0.71	0.04	2.56	1.86	0.08	0.03	-0.08	-0.04	-2.08	0.09
0.75	0.03	4.35	2.58	0.13	0.00	-0.10	-0.00	-3.29	0.21
0.78	0.03	3.01	1.68	-0.01	-0.07	0.02	0.07	-2.11	-0.25
0.81	0.03	2.28	1.43	0.05	-0.07	-0.02	0.05	-1.75	0.02
0.84	0.02	3.59	2.06	0.04	0.02	-0.04	-0.00	-2.59	-0.17
0.87	0.02	3.34	1.98	-0.03	-0.02	0.02	0.01	-2.47	-0.27
0.90	0.03	2.59	1.65	0.02	-0.01	-0.01	0.01	-1.89	0.00

Tabla IV. Comportamiento de la energía, para tres bandas de frecuencia contiguas, en el transcurso del 5 de junio de 1984.

t	fr.	Spp	Suu	Svv	COpu	CUpu	COpv	CUpv	COuv	CUuv
04	0.12	7.1	9.5	3.1	-0.4	-2.8	2.2	0.5	-2.7	0.6
04	0.15	112.0	41.3	19.4	-52.0	3.0	43.2	-2.5	-24.9	-0.5
04	0.18	114.7	45.8	30.4	-62.6	13.8	56.2	-3.0	-33.6	-5.0
08	0.12	26.0	34.0	8.1	-9.7	5.7	9.6	-0.3	-12.7	-4.1
08	0.15	121.7	69.6	46.1	-72.8	0.8	69.9	10.5	-50.0	-5.0
08	0.18	225.8	98.5	115.7	-137.0	-11.6	158.2	14.8	-101.4	0.4
12	0.12	40.8	37.6	16.7	-35.3	1.0	24.1	-1.5	-24.2	1.9
12	0.15	638.9	569.1	347.2	-595.4	-50.6	467.6	23.9	-440.8	16.3
12	0.18	973.3	725.6	534.2	-817.3	-150.6	712.1	82.4	-616.0	42.4
16	0.12	6.3	17.9	8.4	-5.7	-0.3	4.4	0.5	-11.0	-0.0
16	0.15	238.7	156.1	93.6	-185.6	5.2	145.6	3.5	-119.4	-5.7
16	0.18	1018.7	696.6	511.1	-818.9	-23.9	706.6	65.4	-589.9	-40.1
20	0.12	27.6	22.3	7.0	-14.9	2.0	12.4	0.5	-9.5	-0.9
20	0.15	443.4	129.7	160.2	-216.5	3.7	262.7	11.0	-135.5	-6.8
20	0.18	275.0	103.0	131.2	-155.5	-15.8	185.6	22.9	-111.5	-0.5
24	0.12	33.1	42.0	16.8	-33.9	1.8	22.3	-0.9	-25.0	0.5
24	0.15	921.4	642.0	406.8	-723.8	-15.9	604.4	26.1	-498.2	-4.8
24	0.18	482.7	394.7	270.1	-401.5	-54.4	354.1	30.0	-315.7	11.5

3.3 Ajuste de modelos direccionales

Bard (1974) presenta algunos criterios que se han utilizado ampliamente en el proceso de ajustar un modelo a un cierto vector de datos $\vec{d}$. Estos criterios pueden ser elegidos en función de las características de los resultados, ya que a estos se les pueden añadir restricciones (pesos) o a las características particulares que presente el modelo, pues este puede contener alinealidades.

En el presente trabajo se ajustaron diferentes modelos por un proceso de cuadrados mínimos reduciendo la variable $\tilde{r}^2$, la cual mide la forma de dependencia o correlación que existe entre las diferentes variables cruzadas, empleando la matriz de covarianza, proceso que involucra en forma implícita a la parte predicha $\tilde{d}$, resultando un ajuste alineal cuyos grados de libertad fueron especificados en la sección 2.4.2.

3.3.1 Modelos simétricos de dos parámetros

Los modelos simétricos de dos parámetros aquí utilizados son distribuciónes unimodales. Permiten efectuar pruebas estadísticas para determinar su consistencia y pueden relacionarse, en algún sentido físico, con el oleaje ya que uno de sus parámetros indica la dirección predominante de propagación y el otro la concentración de la energía alrededor de tal dirección.

Las Figuras 10, 11 y 12 presentan los resultados de ajustar el modelo direccional VM a las cuatro restricciones formadas por los espectros cruzados obtenidos durante los días 4, 5 y 6 de junio. La línea punteada representa μ, la dirección de propagación del oleaje en grados; y la línea gruesa a, la concentración de la energía alrededor de la media.

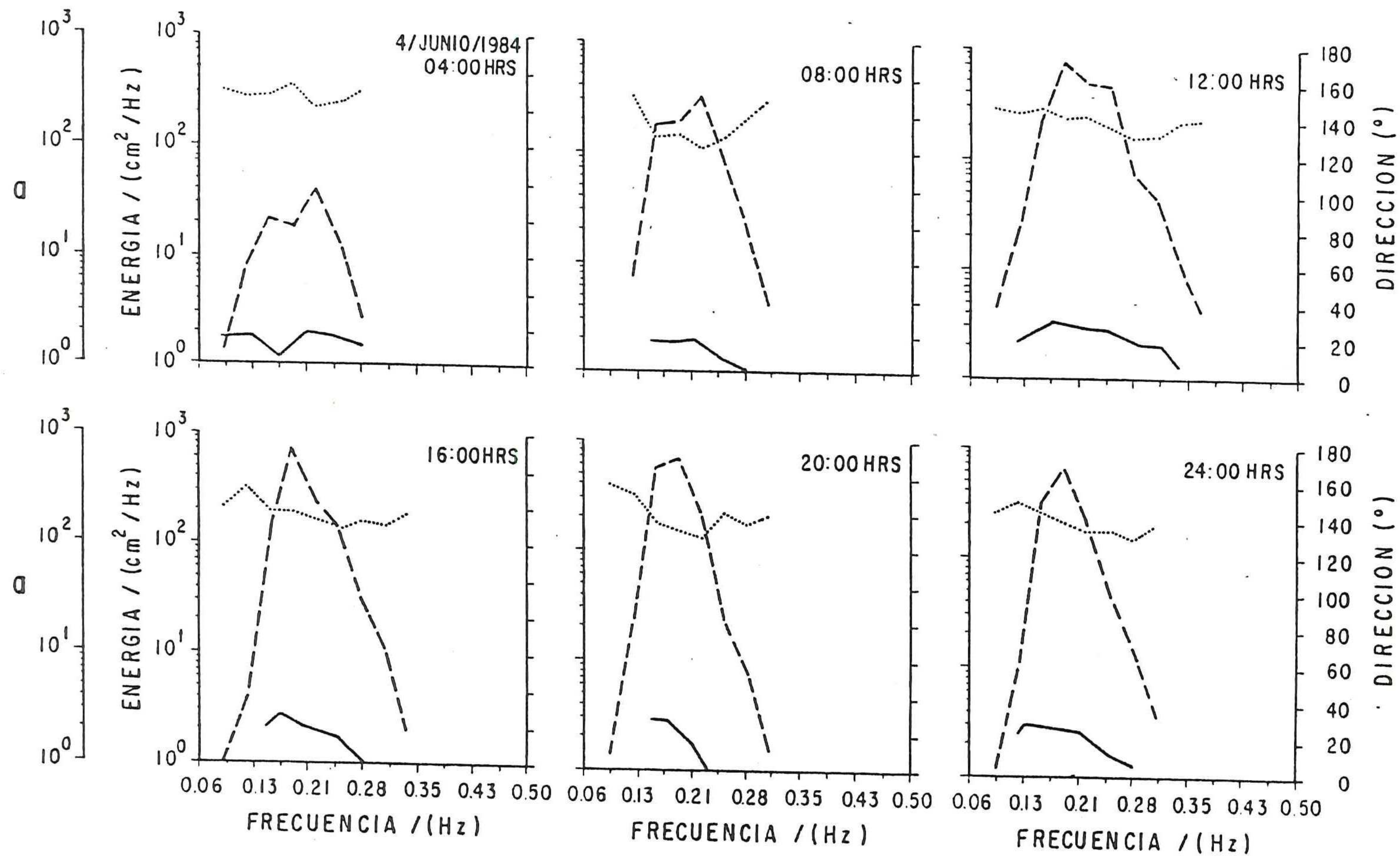

Figura 10. Gráficas de la dirección estimada por el modelo de von Mises para el cuatro de junio de 1984. Línea punteada representa la dirección preferencial, línea segmentada es una medida de la energía y línea solida parámetro a, directividad.

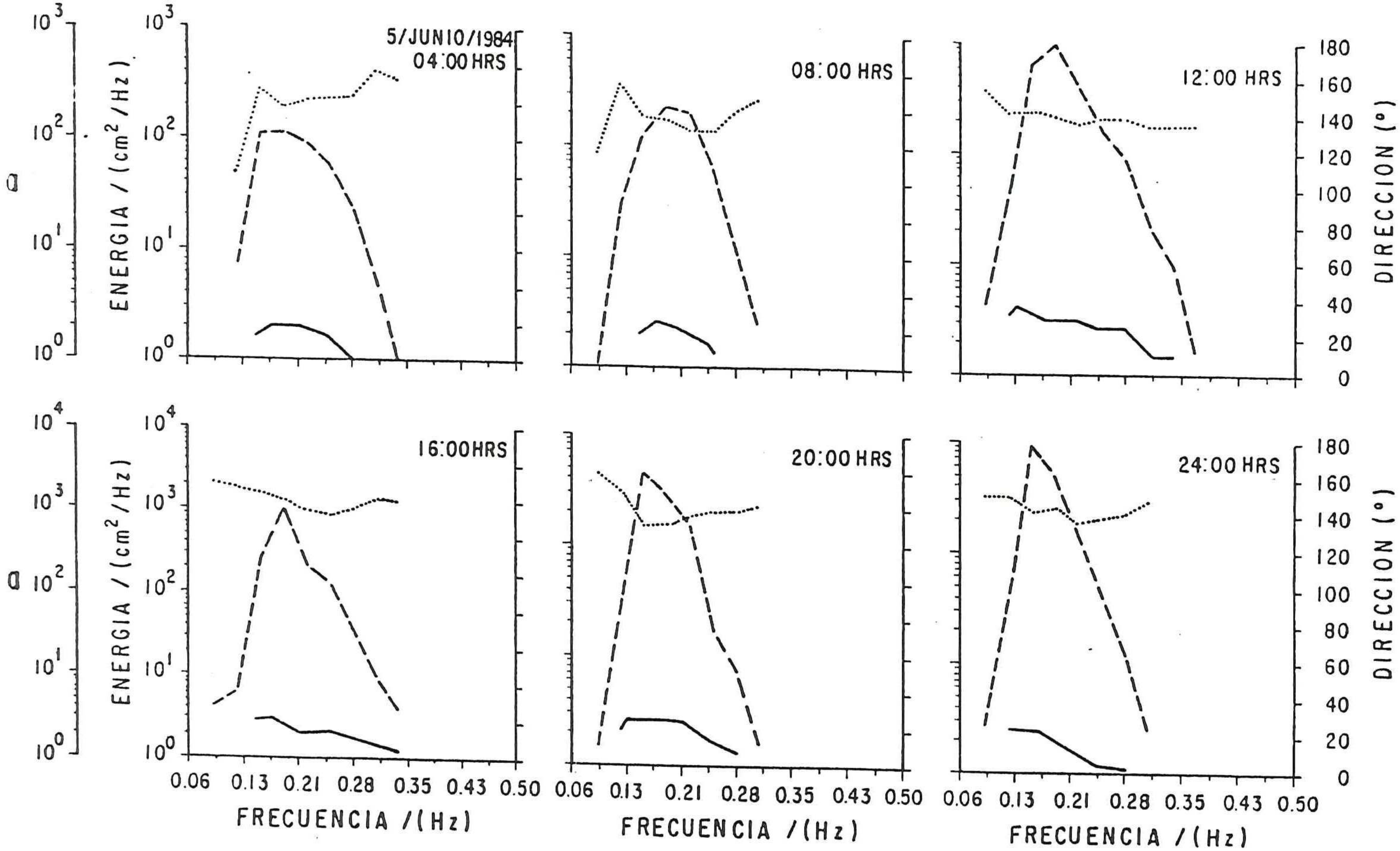

Figura 11. Gráficas de la dirección estimada por el modelo de von Mises para el cinco de junio de 1984. Significado de las líneas similar a la figura 10.

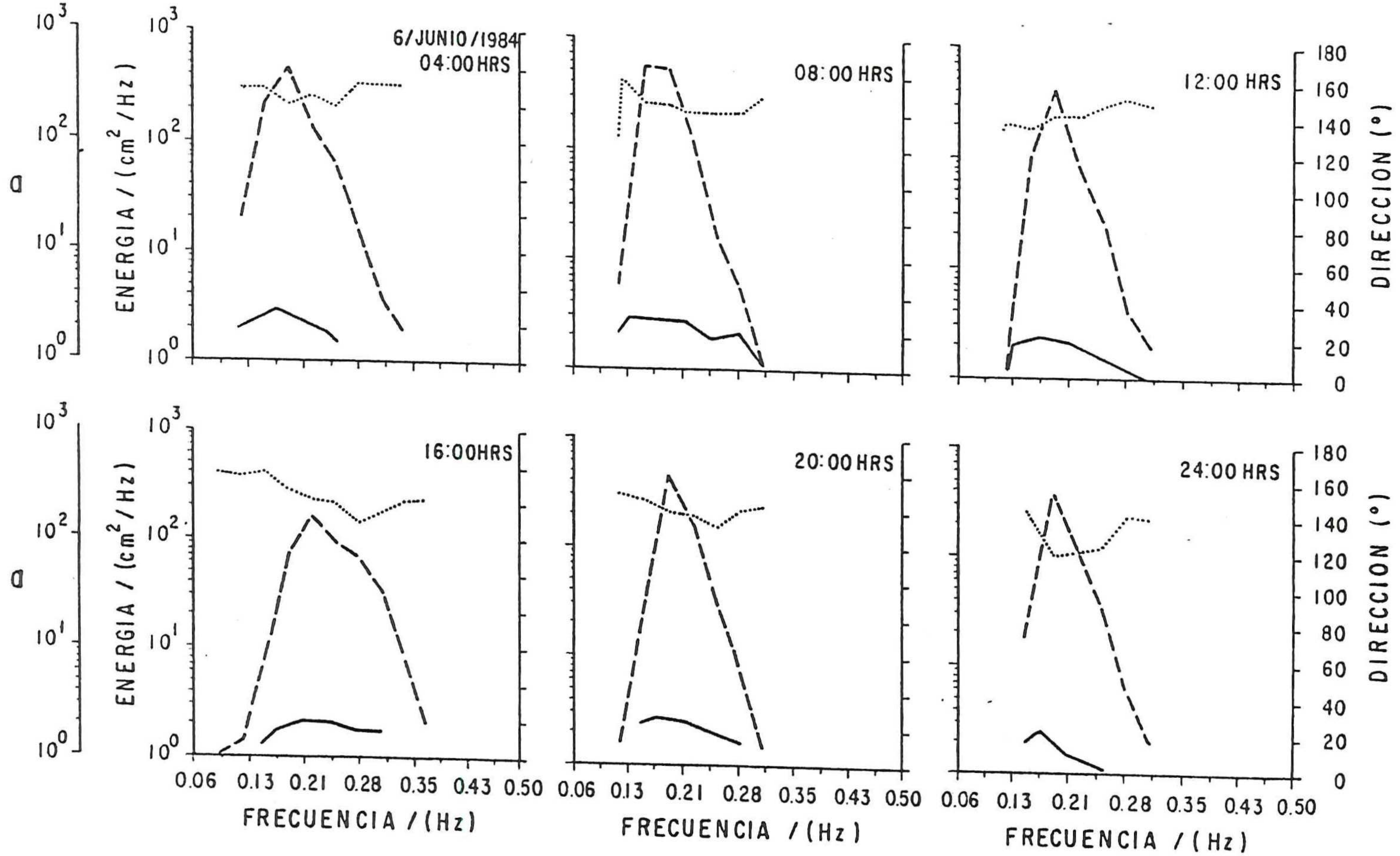

Figura 12. Gráficas de la dirección estimada por el modelo de von Mises para el seis de junio de 1984. Significado de las líneas similar a la figura 10.

La interpretación de la dirección debe considerarse con cautela, ya que valores bajos en el parámetro a (<1), es indicador de una definición pobre en el sentido de propagación del oleaje, a medida que $a \to 0^+$ el oleaje proviene uniformemente de todas direcciones. En las Figuras 10, 11 y 12 solo se muestran los valores cuando $a \geq 1$, pues no tiene mucho sentido hablar de la dirección predominante cuando la dispersión es tan alta (ver Tabla II).

Se mencionó antes que para valores pequeños de $\tilde{a}$ la dirección estimada $\tilde{\mu}$, presenta mayor variabilidad (Tabla I). Es notorio que entre mayor energía presentan los espectros mayor es el valor de $\tilde{a}$, indicando la posible relación que existe entre ambos. En altas frecuencias, donde la energía es baja el parámetro $\tilde{a}$ es pequeño, y $\tilde{\mu}$ la " dirección " sufre cambios bruscos entre bandas contiguas.

La dirección presentada en Figuras 10, 11 y 12 es un resultado que se encuentra con el modelo VM, similar a la encontrada al ajustar cualquier otro modelo con dos parámetros, modelos LY y CG, Tabla V.

Estos resultados indican que las características direccionales del oleaje no pueden ser representadas efectivamente por un modelo direccional de dos parámetros, poniendo en evidencia la complejidad de este fenómeno.

En el caso de las Figuras 10, 11 y 12 los valores de $\tilde{\tau}^2$ encontrados en el ajuste, son mayores que el valor límite correspondiente, motivo por el cual aunque la dirección preferencial concuerda con lo esperado para la zona de estudio, los modelos deben rechazarse en el sentido estadístico.

A pesar de que la forma geométrica de los tres modelos utilizados es similar, al efectuar los ajustes a las cuatro

Tabla V. Tabla comparativa que muestra como los tres modelos de dos parámetros arrojan el mismo valor numérico para el ángulo estimado, más no asi para la variable que mide el grado de ajuste..

frec.	Autoespectro de presión	Modelo de von Mises		Modelo de Lygre		Modelo Coseno Generalizado	
Hz.	$S_{pp} cm^2/Hz$	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\tau}^2$	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\tau}^2$	$\tilde{\mu}$	$\tilde{\tau}^2$
0.125	40.87	146.	18.4	146.	10.7	146.	28.8
0.153	638.90	141.	12.8	141.	13.2	141.	20.1
0.187	973.30	139.	14.4	139.	10.1	139.	22.1
0.218	419.43	136.	13.6	136.	8.0	136.	21.4
0.250	152.50	138.	15.1	138.	7.6	138.	23.9
0.281	87.61	139.	14.4	139.	6.5	139.	23.2
0.312	21.81	137.	19.3	137.	12.3	137.	27.7
0.343	9.22	138.	14.6	138.	7.9	138.	22.3

restricciones dadas por $\tilde{a}$ con la imposición de minimizar $\tilde{\tau}^2$, se encuentra que el modelo LY puede ajustarse mejor, es decir el valor numérico de $\tilde{\tau}^2$ es menor comparado contra el VM y CG (ver Tabla V).

Es oportuno hacer notar que cuando la energía del oleaje es alta los tres modelos ajustados tienen muy poca diferencia en la dirección preferencial, y hay evidencia de que en las frecuencias energéticas el espectro direccional es bastante concentrado alrededor de la dirección preferencial (el parámetro a del modelo VM es mayor que dos). Por lo tanto es posible que el rechazo de los modelos se deba al carácter altamente discriminatorio de la forma de $D(\theta)$ cuando la dispersión σ es pequeña (Tabla II), y que la dirección preferente tenga una confiabilidad del orden que la Tabla I implica.

Cuando la energía es baja las observaciones indican que el parámetro a es bajo, esto es una coincidencia inesperada, puesto que el oleaje aun con baja energía, se espera sea unimodal en dirección, al menos en la forma esperada. Esto en conjunto con el rechazo estadístico del modelo implica que no es posible confiar en la dirección preferencial que el ajuste presenta.

La información del experimento para la banda de frecuencia de 0.1875 Hz, se resume en la Figura 13, la cual muestra una medida de la energía, la dirección preferencial $\tilde{\mu}$, el parámetro $\tilde{a}$ y $\tilde{\tau}^2$. En esta se pueden distinguir dos eventos en los que se presenta mayor energía. El primero que fue el elegido para efectuar la mayor parte de las pruebas desarrolladas en este estudio, aparece en los primeros días de junio. El segundo evento que es corto pero con gran energía, se distingue en el día 10 de junio.
Durante estos eventos, los parámetros ajustados y $\tilde{\tau}^2$ presentan

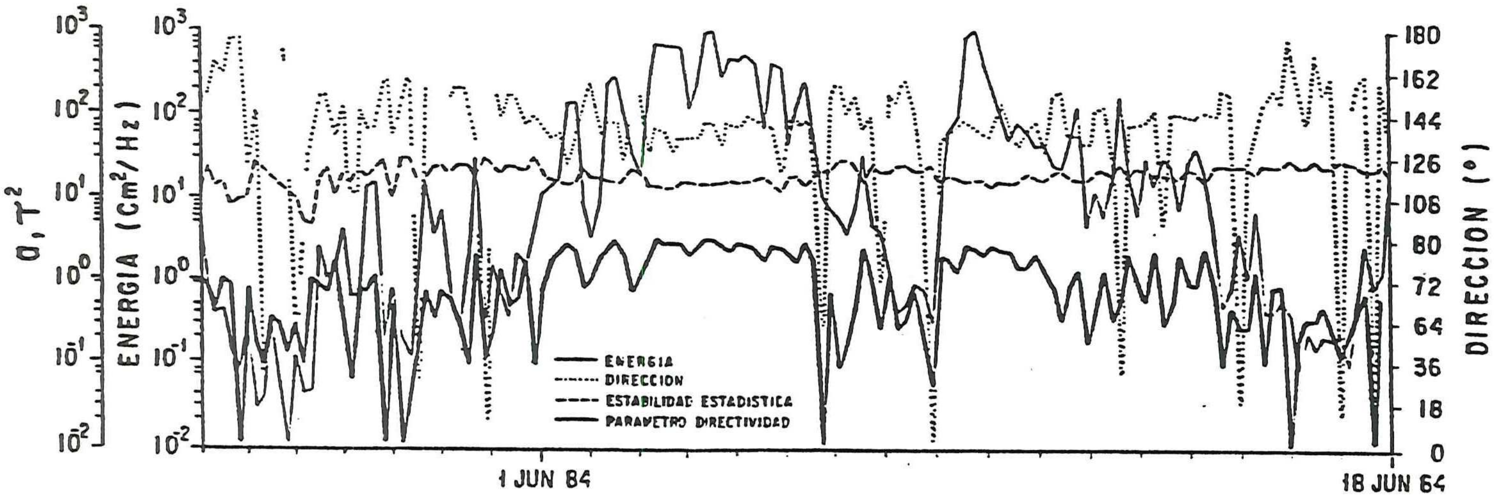

Figura 13. Gráfica que resume la información correspondiente a la banda de frecuencia de .1875 Hz del inicio al final del experimento. Línea continua delgada es una medida de la energía, línea punteada dirección preferencial, línea quebrada estabilidad estadística y línea gruesa parámetro a directividad.

menos variación que los días con menor energía, característica que es persistente en las frecuencias adjuntas a la mostrada en esta gráfica. Nuevamente los valores dados por los parámetros deben ser rechazados en el sentido estadístico, pero sus valores numéricos tienen sentido con lo que es de esperarse, como se explicará en la siguiente sección.

3.3.1.1 Modelos simétricos de dos parámetros ante el efecto de refracción

La dirección de propagación puede ser afectada no solo por la dirección e intensidad del viento y las corrientes marinas con fuertes gradientes de velocidad, sino también por los cambios de profundidad. Dado que la profundidad a la que se encontraba el instrumento en la zona de estudio oscilaba, debido a las fluctuaciones del nivel del mar por efecto de la marea, (entre los 6 y 12 metros), los patrones de refracción se modifican con los diferentes estados de la marea.

Para poder determinar si estos cambios en la dirección, son consistentes con los resultados proporcionados por los modelos, se deben buscar los archivos que permitan efectuar tal comparación. El criterio que se estableció, fue identificar series de datos de oleaje energético, que hayan sido obtenidos en distintos estados de marea y que la dirección del viento entre registro y registro permaneciera constante. Se eligieron dos archivos como representativos por tener condiciones de viento similares, que corresponden a las 16 y 20 horas del 5 de junio de 1984, para analizar el efecto en la dirección de propagación del oleaje, debido a la marea. En la Figura 14 se muestra la dirección del viento y el resultado del cálculo del cambio de dirección obtenido mediante la teoría lineal y aplicando la ley de Snell, al presentarse un aumento en la profundidad igual a 1.6 m. Se presenta también la dirección estimada al ajustar los parámetros del modelo de VM. El

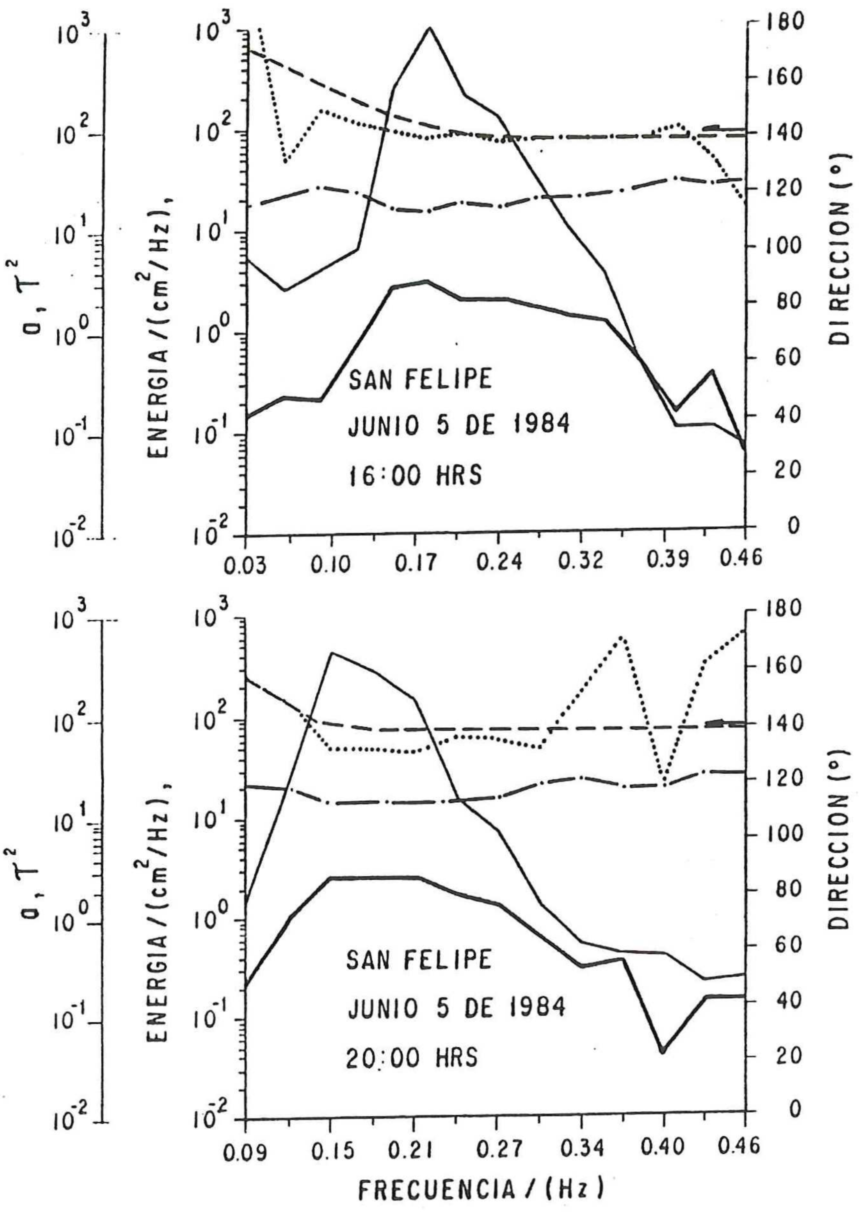

Figura 14. Respuesta de los modelos con dos parámetros a los efectos de refracción. Línea continua delgada es una medida de la energía, línea punteada dirección preferencial estimada, línea quebrada dirección teórica refractada, línea con punto estabilidad estadística y línea gruesa parámetro directividad.

comportamiento de la dirección teórica y estimada es similar cuando la energía es alta, más es diferente cuando es baja, nuevamente el parámetro de la concentración alrededor de la media nos indica cuando podemos efectuar dicha comparación. Se muestra además su estabilidad estadística.

3.3.2 Modelos asimétricos por el efecto de refracción

Con el propósito de reducir el valor numérico de $\tilde{\tau}^2$ se modificó el modelo VM introduciendo un tercer parámetro, el cual se relaciona con la refracción como se explica en la sección 2.3.

Los resultados obtenidos al aplicar este modelo, dan valores mayores para $\tilde{\tau}^2$, quizas debido a que el efecto de refracción no produce una asimetría como la supuesta aqui. Podría esperarse que con tres parámetros el ajuste a las cuatro restricciones fuese mejor, pero el hecho de que el tercer parámetro no sea libre no permite mejorar el ajuste.

3.3.3 Modelos exactos de cuatro parámetros

En el contexto de un ajuste, es claro que con cuatro o más parámetros libres, no es raro obtener un ajuste exacto a ∂ independientemente de su variabilidad estadística. Un ajuste exacto a datos con diferencias al azar, respecto a los datos verdaderos, puede producir una versión completamente distorsionada del espectro real (Long, 1980). No solo eso, sino que no se puede llevar a cabo ninguna prueba de consistencia estadística, puesto que, independientemente del espectro real, se pueden exhibir una infinidad de espectros que ajusten exactamente al vector ∂.

A diferencia de los modelos con dos y tres parámetros, este tipo de modelo en el que la función $D=D(\theta)$ tiene un número de parámetros igual al número de restricciones, permite encontrar el conjunto de parámetros que hacen que el ajuste sea exacto. Sin embargo el criterio para seleccionar el modelo adecuado es arbitrario y por ende pueden existir un sinnúmero de modelos que cumplan con este requisito (Ochoa, J. y Delgado G., 1988). Cuando se tienen menos parámetros que restricciones, es posible efectuar pruebas estadísticas, pues quedan grados de libertad que asi lo permiten.

Si la situación física y su analogía con los parámetros es complicada y además, el número de parámetros es igual al número de restricciones, es útil y de gran ayuda conocer el comportamiento de este tipo de modelos, ya que los resultados que se obtengan pueden dar indicios de la situación física.

En el presente trabajo se ajustó el modelo dado por la expresión (33), haciendo la variable $\tilde{\tau}^2=0$. Los resultados gráficos con este tipo de modelo indican, para el 5 de junio a las 16:00 horas, que existen dos picos de energía, uno en altas y otro en bajas frecuencias, propagándose en sentidos contrarios. Dado que la mayor parte de la energía se concentra en un máximo relativo de D tal dirección coincide con la encontrada por los modelos con dos parámetros, posible indicio de que efectivamente, el oleaje se está propagando en esa dirección. La Figura 15 presenta los resultados obtenidos al ajustar un modelo de este tipo y uno de dos parámetros.

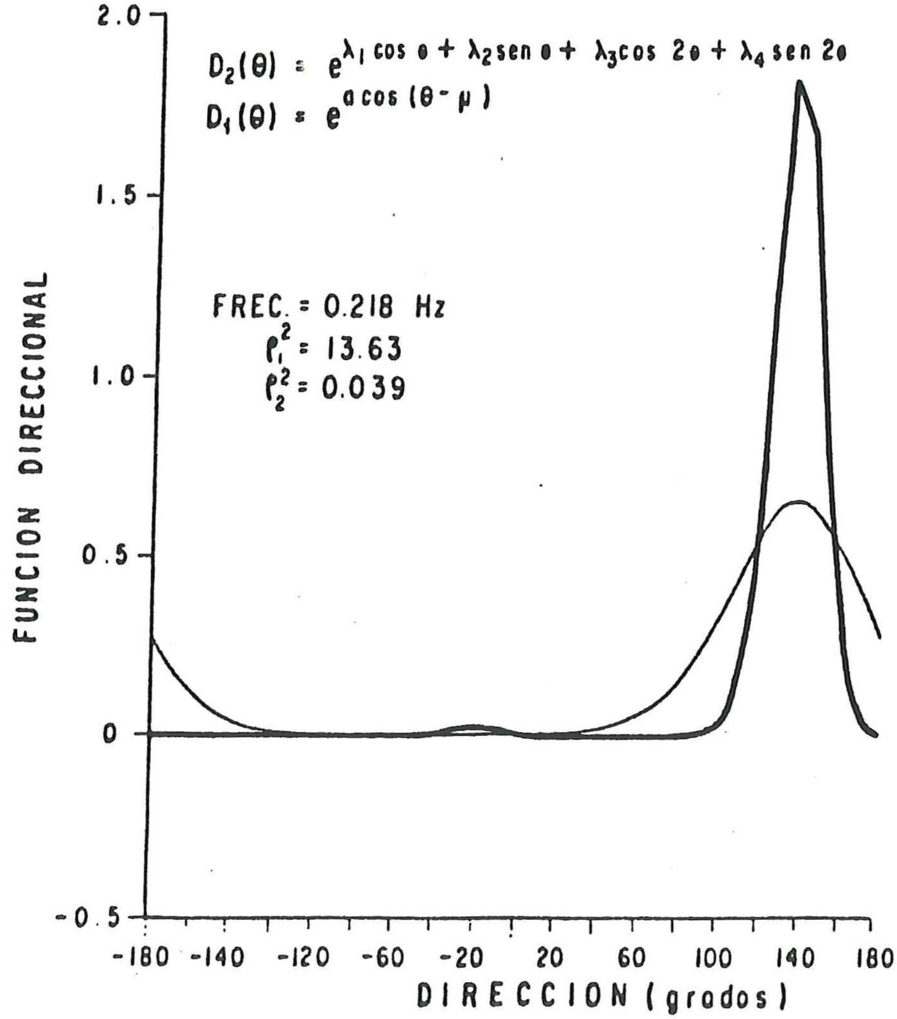

Figura 15. Resultado de ajustar un modelo direccional con dos parámetros y cuatro parámetros.

4 CONCLUSIONES

La técnica empleada analiza adecuadamente la variabilidad estadística a través de la matriz de covarianza y permite concluir que los tres modelos direccionales con dos parámetros si estiman la dirección por cada banda de frecuencia, pero la variabilidad estadística intrínseca en los estimadores y la forma misma de los modelos no permiten catalogarlos como adecuados en el sentido estadístico.

La pruebas para analizar si los modelos direccionales son capaces de reproducir los cambios de dirección provocados por los diferentes patrones de refracción, indican que, al menos en condiciones de viento no muy variable, se produce el efecto esperado (fig. 12).

5 LITERATURA CITADA

Bard, Yonathan. 1974. Nonlinear Parameter Estimation. Academic Press. 341 pp.

Borgman, L. E., 1969. Directional spectra models for design use for surface waves. Hydraulic Engineering Laboratory, University of California, Berkely 1969, 52 pp.

Borgman, L. E., 1979. Data Buoy Wave Measurements, Ocean wave climate. Plenum Press, New York and London, 368 pp.

Cote, L. J., Davis, J. O., Wilbur, M., McGough, R., Mehr, E., Pierson, W. J.Jr., Ropek, J. K., Stephenson, G., and Vetter, R. C., 1960. The directional spectrum of a wind generated sea as determined from data obtained by the stereo wave observation project. Meteorological Papers,2,N^{o} 6: 85 pp.

Cruz Falcón, A., 1983. La refracción del oleaje y la determinación del error en el ángulo de aproximación. Tesis de Licenciatura. Facultad de Ciencias Marinas, Universidad Autónoma de Baja California, Ensenada. 48 pp.

Gill, A.E., 1982. Atmosphere ocean dynamics. Academic Press, New York, 662 pp.

Goda, Y., Takayama,T., y Suzuki,Y., 1978. Diffraction diagrams for directional random waves. Proc. 16th Int. Conf. Coastal Eng., Hamburg, pp. 628-650.

Jefferys, E.R. 1987. Directional seas should be ergodic. Applied Ocean Research. Vol. 9, No. 4. 186-191.

Jenkins, R.B., and D.G. Watts, 1968. Spectral analysis and its applications. Holden Day, 522 pp.

Kinsman, B. 1965. Wind Waves; their generation and propagation on the ocean surface. Englewood Cliffs, N.J., Prentice-Hall Inc., 676 pp.

Larios Castillo, S. 1988. Relación entre los registros de viento y oleaje en San Felipe B.C. Escuela Superior de Ciencias Marinas, UABC, Ensenada B.C., En preparación.

Long, R.B., and Hasselmann, K., 1979. A variational technique for extracting directional spectra from multi-component wave data. J. Phys. Ocean., 9:373-381.

Long, R.B., 1980. The statistical evaluation of directional spectrum estimates derived from pitch/roll buoy data. J. Phys. Ocean., 10:944-952.

Longuet-Higgins, M.S., D.E. Cartwright, and N.D. Smith., 1963. Observations of the directional spectrum of sea waves using the motions of a floating buoy, Ocean Wave Spectra, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 111-136.

Lygre, A., and Krogtad,H.E., 1986. Maximum Entropy Estimation of the Directional Distribution in Ocean Wave Spectra. J. Phys. Ocean., 16:2052-2060

Mitsuyasu, H.,et al., 1975. Observation of the directional spectrum of ocean waves using a clover -leaf buoy, J. Phys. Ocean., 5:750-760.

Munk, W.H., Miller, G.R., Snodgrass, F.E., and Barber, N.F., 1963. Directional recording of swell from distant storms. Proc. Roy. Soc.A., 255:505-584.

Nagata, Y., 1964. The statistical properites of orbital wave motions and their applications for the measurement of directional spectra. J. Ocean. Soc. of Japan, 19:169-181.

Ochoa, J. y Delgado González, O. E., 1988. El uso y abuso de principios variacionales en la estimación del espectro direccional del oleaje. Resúmenes extendidos del congreso de la Unión Geofísica Mexicana celebrado en Ensenada B.C., Noviembre de 1987.

Panicker, N.N., 1974. Review of the techniques for directional wave spectra. Proc. International Symposium on Ocean Wave Measurement and Analysis, Am. Soc. Civ. Eng., New Orleans. 669-688.

Peña, H.G., 1986. Energía en la banda de infragravedad en la zona costera de San Felipe, Baja California. Tesis de Maestría. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada. 122 pp.

Phillips, O. M., 1966. The dynamics of the upper ocean. Cambridge University Press. 336 pp.

Phillips, O. M., 1958. The equilibrium range in the spectrum of wind-generated ocean waves. J. Fluid Mech. 107, 465-485.

Suzuki, Y., 1969. Determination of aproximate directional spectra for coastal waves, Report of the Port and Harbor Research Institute, 8:43-101,Japan.

Young, I. R., Hasselmann, S. and Hasselmann, K., 1987. Computations of the response of a wave spectrum to a sudden change in wind direction. J. of Phys. Ocean., 17: 1317-1338.