CENTRO DE INVESTIGACION
CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

VARIABILIDAD DEL OLEAJE Y SU EFECTO EN LA ESTIMACION DE PARAMETROS ESTADISTICOS

TESIS
MAESTRIA EN CIENCIAS

ALEJANDRO ADOLFO LAMBERT ARISTA

ENSENADA, BAJA CALIFORNIA, MEXICO. JUNIO DE 1993.

RESUMEN de la tesis de **Alejandro Adolfo Lambert Arista** presentada como requisito parcial para la obtención del grado de MAESTRO EN CIENCIAS en OCEANOGRAFÍA FÍSICA. Ensenada, Baja California, México. Junio de 1993.

VARIABILIDAD DEL OLEAJE Y SU EFECTO EN LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ESTADÍSTICOS.

Resumen aprobado por:

C. Nava B.

M.C. Cuauhtémoc Nava Button
Director de Tesis

Utilizando series casi continuas de la elevación de la superficie del mar $\eta(t)$ registradas en forma directa e indirecta por boyas superficiales y por sensores de presión respectivamente, se analizó la estacionaridad del oleaje y el error en la estimación de la altura significante H_S debido a la variabilidad de muestreo. Se utilizó una prueba estadística no paramétrica conocida como Prueba de Corridas para determinar la duración en que se puede considerar a H_S como un parámetro estadísticamente constante (período de estacionaridad, L_o). Una vez establecido el período de estacionaridad se calculó H_S (valor verdadero) para este intervalo de tiempo y se comparó con las estimaciones calculadas a partir de muestras más pequeñas de diferentes tamaños (l). Además se analizó el efecto que la variación de la profundidad, causada por la marea, tiene en el cálculo de H_S .

Los resultados muestran que en la zona de Mission Bay, Ca., EUA., el oleaje de aguas profundas puede considerarse como estacionario durante períodos de L_o=6 hrs el 75% del tiempo y que los valores de H_S calculados para muestras de l_o=17.1 min proporcionan una estimación razonable (±14% de error) del valor verdadero. Por otra parte, el oleaje de aguas someras en la misma región puede considerarse estacionario también durante períodos de L_o=6 hrs pero en un porcentaje menor (70%) del tiempo total; además, las muestras de l_o=17.1 min también dan una estimación razonable (±15% de error) del valor verdadero de H_S. Se recomiendan estos valores para establecer una rutina de muestreo del oleaje en la región de estudio. Para el caso de la región de Ensenada se encontró que L_o=3 hrs ocurre el 85% del tiempo; se consideró que el tamaño de muestra más apropiado (±25% de error) para esta estación es l_o=34.2 min.

TESIS DEFENDIDA POR: **ALEJANDRO ADOLFO LAMBERT ARISTA**

Y APROBADA POR EL SIGUIENTE COMITE:

C. Nava B.

M.C. CUAUHTEMOC NAVA BUTTON.- Director del Comité

DR. FCO. JAVIER OCAMPO TORRES.- Miembro de Comité

Gustavo Alvarez

M.C. LUIS GUSTAVO ALVAREZ SANCHEZ.- Miembro del Comité

José Luis Ochoa de la Torre.

DR. JOSE LUIS OCHOA DE LA TORRE.- Miembro del Comité

M.C. JOSE GPE. ACOSTA CHANG.-Miembro de Comité

Gustavo Alvarez

M.C. LUIS GUSTAVO ALVAREZ SANCHEZ.- Jefe Depto. Oceanografía Física

DR. LUIS EDUARDO CALDERON AGUILERA.- Director de Estudios de Posgrado

18 DE MAYO DE 1993

CENTRO DE INVESTIGACIÓN CIENTÍFICA Y DE EDUCACIÓN
SUPERIOR DE ENSENADA.

DIVISIÓN DE OCEANOLOGÍA
DEPARTAMENTO DE OCEANOGRAFÍA FÍSICA

VARIABILIDAD DEL OLEAJE Y SU EFECTO EN LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ESTADÍSTICOS.

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta:

ALEJANDRO ADOLFO LAMBERT ARISTA

Ensenada, Baja California, junio de 1993.

DEDICATORIA

A mis queridos padres, Adolfo Lambert Romero y Carolina Arista de Lambert, quienes dieron origen a mi vida y, con su ejemplo, le han dado dirección. Gracias por ser como son.

A mis queridos hermanos, Anna Karina, Raúl, Adolfo y Christian, quienes son la parte más importante de mi vida. Espero nunca defraudarlos.

A Claudia y Paulina y a Cristina y Adolfo Alejandro quienes forman la familia de Raúl y de Adolfo, respectivamente, ahora parte de la nuestra.

A mis primos Edgar e Israel y a todos mis tíos por su apoyo y confianza. A mis abuelos, en especial a mi Mamaita por todo lo que significa en mi vida.

A Francisco Grivel Villegas q.e.p.d.

A Edna, por su amor, confianza y apoyo. Te adoro.

A ese alguien con quien hablo en silencio y que siempre me acompaña a disfrutar los momentos felices y a salir adelante en los momentos difíciles. Sé que siempre estarás conmigo.

AGRADECIMIENTOS

Al M.C. Cuauhtémoc Nava B. por su amistad y paciencia brindadas en la realización de este trabajo.

A los miembros del comité de tesis Dr. Francisco Ocampo, Dr. José Luis Ochoa, M.C. Luis Gustavo Álvarez y M.C. José Acosta Chang, por sus comentarios y correcciones en la elaboración del escrito.

A todos mis profesores, compañeros y amigos, porque todos ustedes hicieron muy agradable la estancia en este centro. A Guillermo, Joaquín, Toño e Issac por haber compartido las desveladas. A Cristóbal, Rafael, Angélica, Marco Julio, Roberto, Yolanda, Isabel y todos aquellos con los que siempre conte cuando los necesite.

A Julieta, Lina, Felicitas, Sra. Corona, Lucy y a todas las chicas lindas de administración. A Amelia, Helen, Varuní, Ceci, Ana María, Lupita M., Lupita Z., Bety y todas las integrantes maravillosas que en algún momento han formado parte del personal de biblioteca. A todas ustedes gracias por su apoyo y siempre buena disposición.

A los investigadores y técnicos del IIO (UABC) que aportaron amablemente su tiempo, conocimientos y equipo para la obtención de los datos de la estación Ensenada. M.C. Oscar Delgado, M.C. Asdrúbal Martínez, Oc. Sergio Larios, Oc. Rafael Blanco y Oc. Eduardo Gil.

A los investigadores y técnicos de la Institución Scripps de Oceanografía (UCSD) por la aportación de los datos de las estaciones de Mission Bay, Ca., EUA, y por su amabilidad durante mi estancia en su centro de trabajo. Dr. Richard Seymour, Dr. David Castell y muy especialmente a la Sra. Julie Thomas. Thanks.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología por la beca otorgada.

CONTENIDO

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE FIGURAS (Continuación)

LISTA DE TABLAS

VARIABILIDAD DEL OLEAJE Y SU EFECTO EN LA ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS ESTADÍSTICOS

1 INTRODUCCIÓN

Gran parte del progreso científico ha dependido ampliamente de la habilidad para hacer mejores mediciones de los fenómenos naturales, por lo que muchas investigaciones sobre el oleaje se han enfocado hacia el desarrollo de mejores instrumentos y de nuevas técnicas de medición y de análisis de este fenómeno.

La medición de las olas mediante instrumentos autónomos data de la época de las guerras mundiales (1939-1945) (Tucker en Silvester, 1974), y tan pronto como se dispuso de registros continuos de oleaje se hizo evidente la complejidad de las ondulaciones de la superficie del mar. Se comprobó que el oleaje que se observa en una región es el resultado del efecto combinado de olas de diferente longitud, moviéndose no sólo entre ellas y a través de ellas, sino también viajando en distintas direcciones. En consecuencia, las olas ocurren en diferentes tamaños y formas dependiendo de la magnitud del esfuerzo del viento, de la duración de éste y del área de la superficie del mar sobre la cual está actuando (fetch).

Además de evidenciar la complejidad espacial y temporal del oleaje debida a su naturaleza aleatoria, la obtención de registros de mayor duración y con mayor resolución temporal ha permitido distinguir las escalas de variabilidad temporal del fenómeno, escalas que a su vez dependen de la variabilidad espacial y temporal del viento.

Debido al carácter aleatorio del fenómeno de oleaje los modelos que se construyen para describirlo y predecirlo deben formularse en términos estadísticos a partir de observaciones. Sin embargo, para utilizar las técnicas estadísticas que comunmente se usan en esta formulación es necesario suponer de antemano que los datos que tenemos son muestras extraidas de procesos estacionarios. El término estacionario implica procesos cuyas propiedades estadísticas son invariantes en el tiempo (Jenkins y Watts, 1968). Definitivamente, el oleaje no cumple con este concepto clásico de estacionaridad, sin embargo se puede intentar analizar la variabilidad temporal de este fenómeno si lo consideramos como un proceso aleatorio que es estacionario por trozos (Bendat y Piersol, 1986). Este aspecto es el tema que se trata en el presente trabajo.

Bendat y Piersol (1986) mencionan que esta aproximación no es factible para todo tipo de datos no estacionarios, pero recomiendan que se proponga un modelo específico para aquellos que son de nuestro interés debido a que no existe una metodología general apropiada para analizar sus propiedades. Ellos proponen modelar la parte no estacionaria como un proceso determinístico ajustando, bajo ciertos criterios y condiciones, alguna función simple (v.g., Elgar y Seymour, 1985; Tournadre, 1993).

Elgar y Seymour (1985) utilizan una prueba de corridas (Bendat y Piersol, 1986) para determinar independencia lineal en secuencias de altura de ola significante H_S (promedio del tercio superior de las alturas de las olas observadas en determinado lapso de tiempo). Si una secuencia de duración específica pasa la prueba, entonces se acepta la hipótesis de que el oleaje es estacionario en ese intervalo de tiempo; si no la pasa, se rechaza esa hipótesis y se considera que la secuencia presenta una tendencia o una periodicidad.

Tournadre (1993) utiliza un método basado en la detección de cambios abruptos en el proceso discreto de H_S. En una secuencia de H_S de determinada duración, cada observación es considerada como la suma de un valor constante (H_S promedio) más ruido aleatorio cuya distribución es Gaussiana $N(\mu=0,\sigma^2)$. El oleaje será estacionario mientras que, al aumentar la duración de la secuencia, se acepte la hipótesis de que la media μ de esta distribución no cambia significativamente a lo largo del intervalo considerado (H_0: $N(\mu=0,\sigma^2)$ vs. H_1: $N(\mu\neq0,\sigma^2)$, suponiendo que las variaciones de la desviación estándar σ son despreciables.

Para entender la variabilidad temporal del oleaje es necesario registrarlo en forma continua durante largos períodos de tiempo; sin embargo, conociendo la duración del estado estacionario de este fenómeno (mediante modelos similares a los anteriormente expuestos) se pueden optimizar las rutinas de medición bajo la suposición de que durante este intervalo las condiciones del oleaje permanecen casi constantes (v.g., H_s no tiene cambios significativos). De esta manera, únicamente bastaría con analizar la variabilidad de muestreo para determinar la longitud de registro con la cual se mediría en cada período de estacionaridad.

Con el propósito de registrar los cambios en las condiciones del oleaje en el mayor rango posible de escalas temporales pero considerando la dificultad para registrar, almacenar y analizar grandes cantidades de datos, en los años 50 se adoptó una rutina de muestreo en la que se registra durante 1000 segundos ($\cong$ 17 minutos) aproximadamente cada 3 horas (Carter *et al.*, 1985). Sin embargo, en la estimación de los parámetros estadísticos a partir de estos registros se ha tenido que suponer de antemano que el oleaje es estacionario durante las 3 horas sin que exista algún estudio que pueda apoyar firmemente esta suposición. Esta forma de registro se ha tomado como una rutina estándar de muestreo sin que se tenga la certeza de que sea la forma más correcta de registrar al oleaje (Ibid).

Hoy en día, el desarrollo relativamente avanzado de la tecnología nos permite la obtención de un mayor número de datos y nos brinda la capacidad de procesarlos de una manera rápida y confiable. Algunas instituciones de investigación como Scripps tienen la capacidad de registrar al oleaje en forma casi continua durante intervalos de tiempo grandes (por ejemplo un año) eliminando así el problema de la falta de información. Sin embargo, el obtener una cantidad tan grande de datos genera un problema nuevo, ya que se podría estar manejando una cantidad innecesariamente grande de información; ahora el problema a resolver sería la determinación del tamaño (en horas) de los intervalos de tiempo en los que se pueden estimar los parámetros estadísticos del oleaje con poco error de muestreo (lo que se podría lograr utilizando series más largas, pero cuidando de no perder la condición de estacionaridad en los datos observados).

Lo anterior nos sugiere la conveniencia y la posibilidad de establecer una rutina óptima de muestreo basada en el análisis de la variabilidad del oleaje en períodos cortos (1-24 horas) observada en registros continuos largos (de 1 a 12 meses) con la que se reduzca el riesgo, por un lado, de contar con pocos datos y estimar parámetros estadísticos con mucho error de muestreo y, por otro lado, de alejarnos de la suposición de estacionaridad y obscurecer la variabilidad natural del oleaje. Esto implica buscar una longitud de registro (del orden de minutos) que represente al oleaje durante el intervalo en el que éste sea estacionario y que nos proporcione un estimador consistente del parámetro verdadero (este último calculado con registros de duración igual al período de estacionaridad). Con ésto, adicionalmente obtendríamos un beneficio por el ahorro de tiempo y dinero en los procesos de registro, almacenamiento y operación.

Así, inherentes al propósito de optimizar las rutinas de muestreo del oleaje existen dos preguntas:

1) ¿Cuál es la longitud del intervalo de tiempo en el que podemos considerar al oleaje como estacionario (período de estacionaridad L)?, y
2) ¿Cuál debe ser la duración mínima (l) de cada registro para que los datos representen a las olas durante el período de estacionaridad?.

Con este trabajo se pretende hacer una contribución para dar respuesta a estas dos preguntas.

1.1 Antecedentes

Ante este problema algunos autores han manifestado su preocupación al respecto y, a pesar de no atacarlo explícitamente, en sus investigaciones hacen notar la importancia de entender que al registrar el oleaje se tiene un compromiso entre minimizar el error asociado a la variabilidad de muestreo y el considerar la no estacionaridad del oleaje, es decir, su variabilidad natural.

Con el fin de establecer los procedimientos de análisis de los registros de oleaje obtenidos en las costas de Portugal, Mendes *et al.*(1970) hicieron variar algunos parámetros usados en el análisis espectral. Dividieron un registro de 20 minutos en cuatro de 5 minutos cada uno y encontraron diferencias en los valores de los momentos espectrales obtenidos, por lo que concluyeron que se debía hacer un estudio más cuidadoso sobre la duración de éstos.

Harris (1972) señaló que la forma diferente del espectro del oleaje calculado con un sólo registro en un área determinada no se debe completamente a error de muestreo sino que la variabilidad natural del fenómeno tiene una contribución. Discutió la necesidad de determinar la longitud óptima de un registro de olas indicando que ésta debe depender del período del fenómeno de interés.

Wilson *et al.*(1974) encontraron que al utilizar el mismo método de análisis espectral (autocorrelación) para un mismo registro de oleaje es posible encontrar diferentes resultados en la composición espectral del registro al variar entre otros parámetros la longitud del registro, la frecuencia de resolución y los niveles de confianza. Al hacer variar la longitud del registro, encontraron diferencias en la altura significante y en el período promedio calculado a partir de momentos espectrales, pero no especifican si estas diferencias son debidas a la variabilidad de muestreo o a la variabilidad natural del oleaje.

Donelan y Pierson (1983) examinaron los errores involucrados en la estimación de H_S a partir de las propiedades espectrales de los registros del oleaje. Concluyeron que debido específicamente a la variabilidad de muestreo del registro, las estimaciones de H_S pueden tener un error del ±10 % al ±15 % al 90% de nivel de confianza.

Goda (1985) hizo un análisis sobre las mediciones del oleaje y sobre la utilización de estos datos. Mencionó que la actual rutina estándar de mediciones del oleaje es de cien olas consecutivas, la cual involucra un compromiso entre la estabilidad estadística de los datos y la no estacionaridad del fenómeno. Determinó que para una localidad donde el período del oleaje prevaleciente excede los 10 segundos, una duración de 20 minutos es apropiada; pero para un área de fetch limitado donde el período del oleaje prevaleciente es de pocos segundos, una duración de 10 minutos es suficiente. Remarcó la comodidad de registrar una cantidad de datos que sea una potencia de 2 cuando éstos se analizan en términos del espectro por medio de la FFT (Bendat y Piersol, 1986); por ejemplo, registrando durante 17 minutos 04 segundos se producen 2048 datos utilizando una razón de muestreo de 2 Hertz ($\Delta t = 0.5$ seg). Sin embargo, no señala nada acerca de la duración del intervalo entre estos registros.

Por otro lado, la necesidad de analizar el período de estacionaridad del oleaje ha sido remarcada por otros autores como Hogben (1990), quienes hacen notar la importancia que tienen los parámetros estadísticos a corto plazo y, por lo tanto, las mediciones que se toman en este intervalo de tiempo, para hacer estimaciones de parámetros estadísticos a largo plazo del oleaje.

Carter *et al.*(1985) mencionan que la suposición de estacionaridad en intervalos de tres horas es razonable para localidades expuestas según evidencias disponibles (no menciona cuales), lo que nos hace pensar que sería necesario hacer un estudio de la variabilidad a corto plazo del oleaje (minutos, horas) en cada región donde se quisiera obtener registros que representaran de manera confiable la variación temporal natural de este fenómeno. Sin embargo, éste continua siendo un tema polémico y con pocas investigaciones al respecto. Elgar y Seymour (1985), por ejemplo, analizaron los efectos de la falta de estacionaridad sobre la estimación de parámetros estadísticos del oleaje de aguas profundas fuera de la costa del sur de California. Utilizaron una prueba no paramétrica para determinar la distribución de períodos de estacionaridad de H_S, encontrando que la moda de ésta se encuentra alrededor de los períodos de 5 a 6 horas, es decir, que durante ese lapso de tiempo las condiciones del oleaje son estadísticamente constantes. Además encontraron que el muestreo típico de 17 minutos produce una buena estimación del valor verdadero de H_S calculado con registros de duración igual a la moda de la distribución.

1.2 Objetivos

Empleando datos de olas registrados con un sensor de presión instalado a 10 metros de profundidad en la Bahía de Todos Santos, B.C., México, durante 9 días y datos registrados en Mission Bay, Ca, EUA, durante 1 año con un sensor de presión localizado en aguas poco profundas (10 metros) y con una boya superficial ubicada en aguas de 192 metros de profundidad, se analiza la variabilidad del oleaje planteando los siguientes objetivos.

1.- Para los datos registrados en cada una de las tres estaciones:

a) Determinar el intervalo de tiempo que pueda ser considerado como el período de estacionaridad (L_o) del oleaje en la estación correspondiente.

b) Establecer la duración mínima (l_o) de registro que proporcione estimaciones confiables de parámetros estadísticos representativos del oleaje para el período de estacionaridad.

2.- Comparar los valores de L_o y l_o entre las estaciones de aguas someras y de aguas profundas en Mission Bay.

3.- Comparar los valores de L_o y l_o entre las estaciones de Bahia de Todos Santos y de Mission Bay.

4.- Analizar la forma en que la marea influye en la estimación de parámetros estadísticos del oleaje registrado con sensores de presión.

2 DATOS

En este trabajo se utilizaron tres conjuntos de datos; uno obtenido en la Bahía de Todos Santos, B.C., México (estación ENS ubicada en 31° 52' N y 116° 36' W (figura 1)), y dos en Mission Bay, Ca., E.U.A. (estaciones MBAS y MBAP, la primera situada en 32°45.4' N y 117°15.7' W y la segunda en 32°44.8' N y 117°22.3' W (figura 2)).

Los datos de la estación ENS fueron adquiridos mediante un olágrafo marca SEA-DATA, modelo 635-08, que pertenece al Instituto de Investigaciones Oceanológicas (IIO) de la Universidad Autónoma de Baja California. Este se instaló a una profundidad h de 10 metros por lo que para el oleaje típico que arriba a esta región con una longitud de onda λ de 100 a 150 metros, se puede considerar que la zona de medición presenta condiciones de aguas someras ($\frac{h}{\lambda} \leq \frac{1}{200}$, Dean and Dalrymple (1984)). El olágrafo, que registra la variación de presión sobre el instrumento, fué programado para grabar en forma digital un dato cada 0.5 segundos. De esta forma se obtuvieron tres series de aproximadamente 72 horas cada una; del 26 al 29 de septiembre, del 3 al 6 y del 7 al 10 de octubre de 1988.

Los datos de las estaciones MBAS y MBAP fueron proporcionados por el Instituto Scripps de la Universidad de California en San Diego. En la estación MBAS se utilizó un sensor de presión (marca PAROS) ubicado a 10 metros de profundidad (condición de aguas someras), mientras que en la estación MBAP el instrumento de medición fué una boya superficial (marca DATAWILL) localizada en aguas de 192 metros de profundidad (condición de aguas profundas $\frac{h}{\lambda} \geq \frac{1}{2}$ (Ibid)). Cada uno de estos conjuntos de datos consiste en una serie de un año de mediciones casi continuas realizadas de enero a diciembre de 1989. Ambas series están constituídas por registros de 2.28 horas separados uno de otro por intervalos de 0.72 horas de no medición; el intervalo de muestreo fué de un segundo.

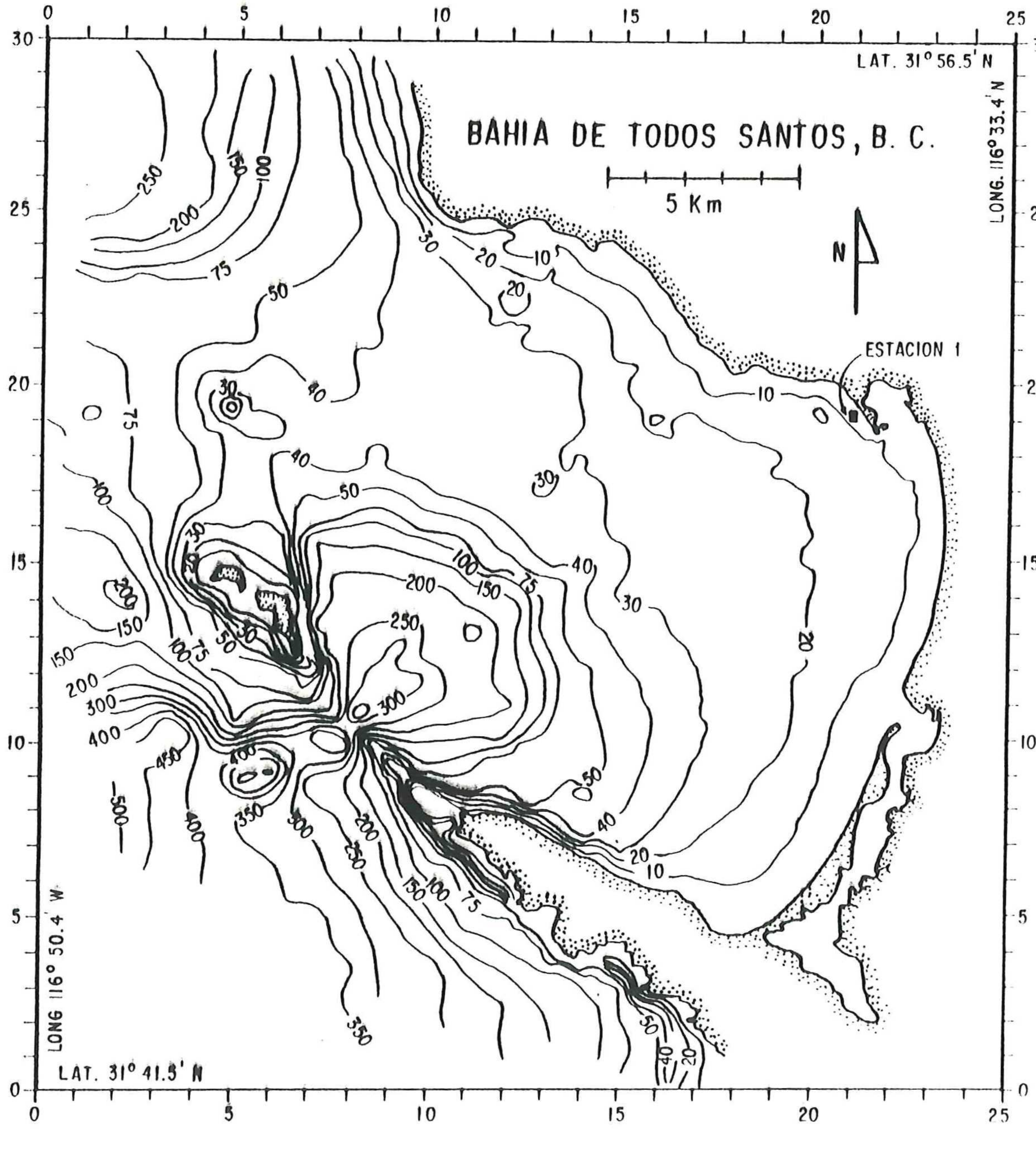


Figura 1. Localización de la estación 1 en Bahía de Todos Santos, B.C., México (estación ENS).

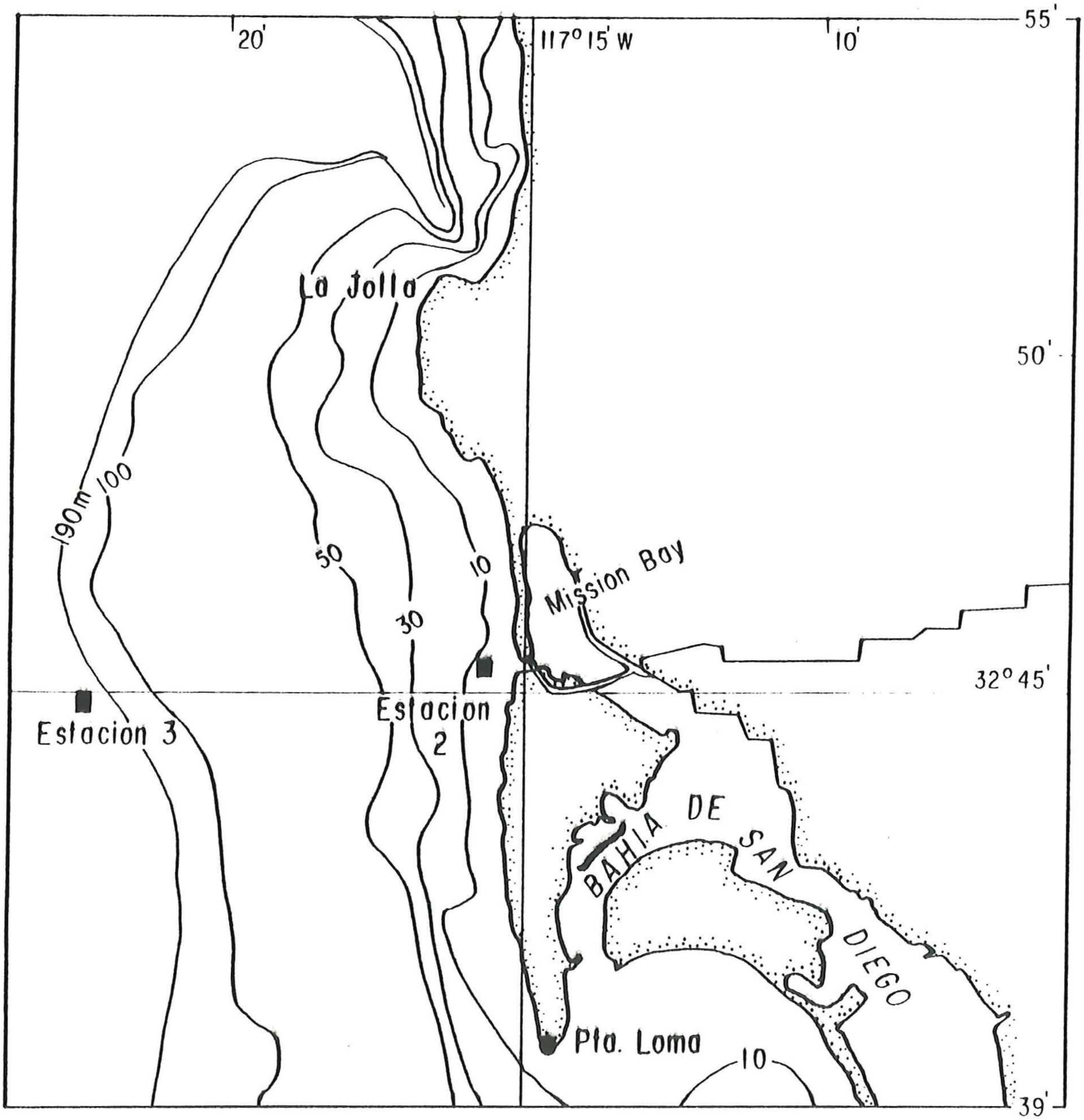


Figura 2. Localización de las estaciones 2 y 3 en Mission Bay, Ca., E.U.A. (MBAS y MBAP respectivamente).

3 METODOLOGÍA

Como se mencionó en los objetivos, en este trabajo se intenta, primeramente, determinar para cada una de las estaciones (**ENS, MBAS y MBAP**) un intervalo de tiempo en el cual se pueda considerar al oleaje como estacionario (período de estacionaridad L_o) y posteriormente establecer una duración de muestreo l_o, menor a ese período de estacionaridad L_o, con la que se pueda estimar la altura significante H_S con un error aceptable. Con ésto se pretende elaborar una rutina óptima de muestreo a largo plazo (1 año o más de duración) considerando la variabilidad del oleaje a corto plazo (del orden de horas) observada en registros continuos de 1 año o menos de duración.

Para determinar L_o se utilizó una prueba estadística no paramétrica conocida como prueba de corridas (Bendat y Piersol, 1986) (apéndice A) la cual da una indicación de la presencia de fenómenos con periodicidad o de fenómenos con tendencia presentes en las observaciones (sección 3.3). El error asociado a la variabilidad de muestreo (sección 3.4) se encontró analizando la varianza de las estimaciones de H_S calculadas con registros de diferente duración (menor a L_o) y considerando a las H_S calculadas con registros de duración L_o como los valores verdaderos de este parámetro estadístico; la duración óptima para cada registro l_o se obtuvo en función de este error.

Para realizar ambos cálculos se obtuvieron series de tiempo de H_S haciendo los promedios de las alturas de las olas calculadas mediante el método de cruces por cero de la elevación de la superficie del mar $\eta(t)$ (sección 3.2).

La estación MBAP provee directamente datos de $\eta(t)$, mientras que las estaciones ENS y MBAS proporcionan datos de presión $p(t)$. Para estas dos últimas se calculó $\eta(t)$ a partir de $p(t)$ como se describe en la sección 3.1. En la sección 3.2 se indica la forma como se hicieron las estimaciones de las alturas, mientras que en la sección 3.5 se explica la metodología usada para analizar el efecto de la marea en la estimación de H_S utilizando datos registrados con los sensores de presión.

3.1 Obtención de $\eta(t)$ a partir de $p(t)$

El tratamiento inicial de los datos dependió de la estación de registro y del instrumento utilizado para su obtención. Los datos registrados por la boya superficial en la estación **MBAP** representan la variación de la elevación de la superficie del mar η, mientras que los datos registrados en las estaciones **ENS** y **MBAS** representan la variación de la presión a la profundidad del sensor, por lo que primero tuvieron que ser corregidos por el factor de atenuación para después obtener valores de η.

El procesamiento de los datos de presión se describe a continuación.

Primeramente a cada registro de presión total (p_t) se le resta la presión atmosférica p_a (=1013 mb) para obtener la presión debida a la columna de agua p_w, es decir

$$p_w = p_t - p_a \tag{1}$$

Posteriormente se elimina la presión promedio asociada a la altura promedio de la columna de agua por arriba del sensor, obteniendo la presión debida únicamente a la variación de la elevación de la superficie del mar, i.e.,

$$p' = p_w - \overline{p}_w \tag{2}$$

A esta serie de presión $p'(t)$ se le elimina la contribución de la marea (suponiéndola como una simple tendencia lineal) mediante una ecuación del tipo $at + b$ ajustada por cuadrados mínimos, obteniendo así

$$p''(t) = p'(t) - [at + b] \tag{3}$$

Las correspondientes elevaciones de la superficie $\eta(t)$ se calcularon considerando a $p(t)$ (eliminando doble comilla) como

$$p(t) = \rho g \sum_j E_j e^{i f_j t} K_p(f_j, h) \tag{4}$$

donde

$$\eta(t) = \sum_j E_j e^{i f_j t} \tag{5}$$

y siendo ρ=1025 Kg m^{-3} la densidad media del agua de mar, g=9.81 m s^{-1} la aceleración debida a la gravedad, E_j y f_j la amplitud y la frecuencia de la j-ésima componente respectivamente y $K_p(f,h)$ es el factor de atenuación de la presión hidrodinámica debido a la aceleración vertical de las partículas asociada con el movimiento de la ola (Dean and Dalrymple, 1984) y esta dado por

$$K_p(f,h) = \frac{coshk(h+z)}{\cosh(kh)} \quad (z = 0 \quad en \quad la \quad superficie) \tag{6}$$

en donde z es la profundidad a la que se encuentra el sensor de presión, h es la profundidad del fondo del mar y k es el número de onda que está relacionado con la frecuencia angular ω (=2 πf) mediante la relación de dispersión de ondas gravitatorias (oleaje)

$$\omega^2 = gk \tanh(kh) \tag{7}$$

Mediante la transformada de Fourier de $p(t)$ se obtiene $P(f)$ y, a partir de ésta, la representación de la elevación de la superficie del mar en el dominio de la frecuencia, $E(f)$, se obtiene como

$$E(f) = \frac{P(f)}{\rho g K_p(f,h)} \tag{8}$$

Como se observa en esta ecuación, la corrección por el factor de atenuación se realiza en el dominio de la frecuencia dividiendo entre $K_p(f,h)$.

Por último, la elevación de la superficie, $\eta(t)$, se estima mediante la transformada inversa de Fourier de $E(f)$

$$\eta(t) = T^{-1}[E(f)] \tag{9}$$

El espectro de energía del oleaje, $S(f)$, se calcula como el cuadrado del módulo de $E(f)$, es decir, $S(f) = |E(f)|^2$.

Para evaluar K_p se calculó primero el número de onda k correspondiente a cada frecuencia f y profundidad h a partir de la relación de dispersión utilizando dos algoritmos distintos. El primero es un método iterativo (Newton-Raphson) que resuelve esta relación de manera más exacta, mientras que el segundo utiliza la expansión en series de Taylor de la relación de dispersión dada por Hunt (1979). Se comparó y evaluó la rapidez y exactitud de ambos algoritmos para determinar si se utilizaría el algoritmo propuesto por Hunt (1979), el cual requiere menos tiempo en los cálculos (Apéndice B).

A los datos de $\eta(t)$ registrados por la boya superficial en **MBAP** también se les eliminó la posible contribución de la marea restando la tendencia $a_1 t + b_1$ de acuerdo a la expresión

$$\eta'(t) = \eta(t) - [a_1 t + b_1] \tag{10}$$

donde a_1 y b_1 se obtienen ajustando a los datos una recta por cuadrados mínimos.

3.2 Estimación de alturas de ola *H*

Las alturas H de las olas individuales se calcularon para cada una de las tres estaciones utilizando el método de cruces por cero (nivel medio del mar) consecutivos hacia arriba que se presentan en los registros de $\eta(t)$, tal como se ilustra en la figura 3. Entre dos cruces consecutivos hacia arriba se toma el valor máximo (cresta de la ola) y el valor mínimo (valle de la ola); la altura de la ola se define como la diferencia entre la cresta y el valle.

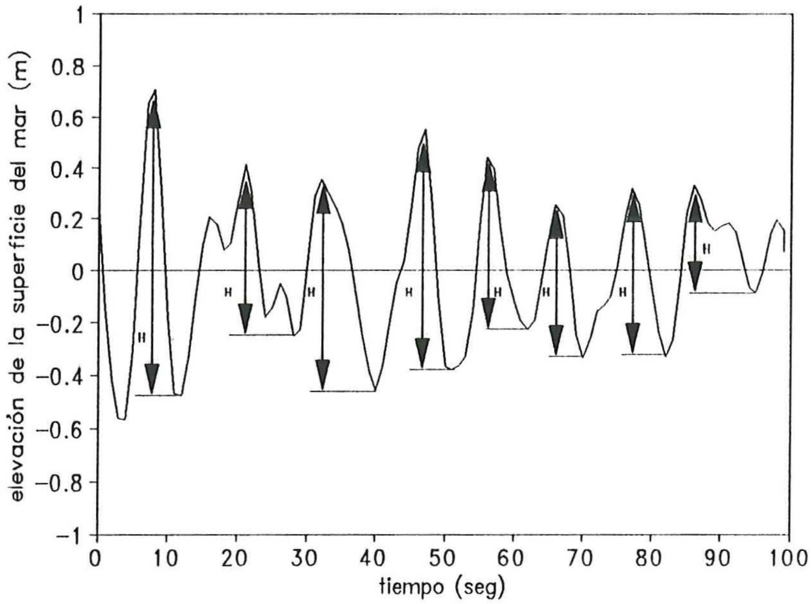


Figura 3. Definición de altura H de olas individuales por el método de cruces por cero hacia arriba.

De esta forma se generaron series de tiempo de alturas de olas individuales para cada una de las tres estaciones (ENS, MBAS y MBAP), a partir de las cuales se obtuvieron las correspondientes series de tiempo de H_s calculadas con segmentos de 256 segundos (intervalo de tiempo que proporciona más de 10 olas de períodos menores de 25 segundos, lo cual nos permite estimar los principales parámetros estadísticos del oleaje; además de que en 4 minutos no se esperan cambios importantes en las condiciones del oleaje). Las series de tiempo de H_s construídas de esta manera se utilizaron para analizar la estacionaridad y el error debido a la variabilidad de muestreo en la forma que se describe en las secciones 3.3 y 3.4.

Adicionalmente, para analizar el efecto de la marea en la estimación de H_s y de otros parámetros estadísticos de olas observadas con registros de presión, se utilizaron algunos segmentos (de 1024 segundos cada uno) de la serie de tiempo de $p(t)$ de la estación ENS. Estos parámetros estadísticos adicionales son: la altura promedio $\overline{H}$ (media aritmética de las alturas presentes en el registro), el período promedio $\overline{T}$ (tiempo de duración del registro dividido entre el número de olas registradas) y la altura $H_{\frac{1}{10}}$ (promedio del décimo superior de todas las alturas).

La longitud utilizada para estos registros fué de 1024 segundos (17.1 minutos) ya que es la longitud de muestreo que más se reporta en todo el mundo.

3.3 Prueba de estacionaridad

Para determinar el período de estacionaridad de los datos se utilizó una prueba no paramétrica conocida como Prueba de Corridas tal como lo establecen Bendat y Piersol (1986). En un proceso aleatorio, una corrida es definida como una secuencia de observaciones idénticas (o pertenecientes a una misma clase o evento) que es seguida y precedida por una observación diferente o por una no ocurrencia de observación (como al principio o al final del proceso) (Bendat y Piersol, 1986).

El número de corridas u que se presentan en una secuencia de observaciones da una indicación de si los resultados son o no observaciones aleatorias independientes de la misma variable aleatoria (Ibid). En caso negativo, la prueba puede indicar si existe alguna periodicidad o tendencia en el fenómeno. Específicamente, si se tiene una secuencia de N observaciones independientes de la misma variable aleatoria, entonces la probabilidad de obtener A o B (A y B son dos eventos cualesquiera) no cambia de una observación a la siguiente (ver apéndice A.1), por lo que la distribución de muestreo del número de corridas en la secuencia es una variable aleatoria u con media y varianza dadas por

$$\mu_u = \frac{2mn}{N} + 1 \tag{11}$$

$$\sigma_u^2 = \frac{2mn(2mn - N)}{N^2(N-1)} \tag{12}$$

Aquí m es el número de observaciones del evento A y n es el número de observaciones del evento B, además, m+n=N. En el apéndice A.1 se da una amplia explicación de la teoría de esta prueba y se deducen las relaciones anteriores. También se muestra el caso en el que $m = n = \frac{N}{2}$ (sección A.3) tal como es utilizado en este trabajo, con lo que las ecuaciones (11) y (12) se reducen a

$$\mu_u = \frac{N}{2} + 1 \tag{13}$$

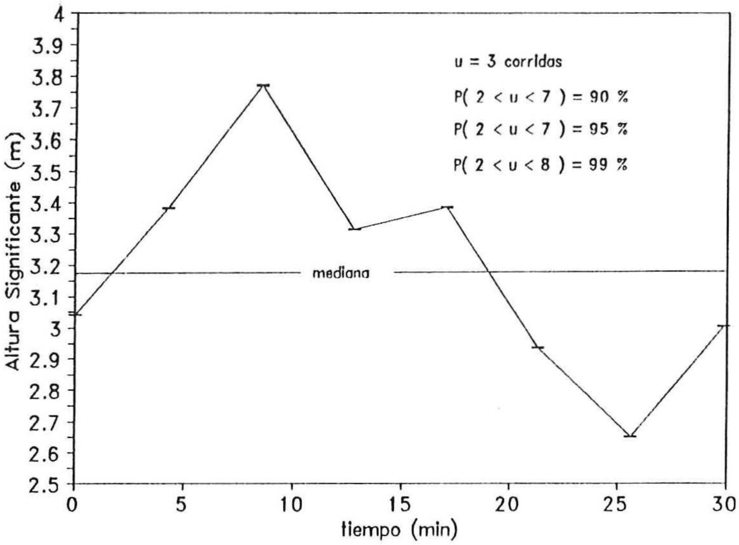
$$\sigma_u^2 = \frac{N(N-2)}{4(N-1)} \tag{14}$$

La Prueba de Corridas consiste en determinar si la hipótesis nula (H_0: las H_S son observaciones aleatorias independientes) se acepta o se rechaza. Para hacer esto, una vez encontrado el número de corridas u en una secuencia de observaciones se determina con cierto nivel de confianza $(1-\alpha)$ si u se encuentra dentro de la región de aceptación de H_0, es decir, se determina si u es tal que

$$P(u_{n,1-\alpha} < u < u_{n,\alpha}) = 1 - \alpha \tag{15}$$

donde α=0.05, 0.025 ó 0.01 es el nivel de significancia.

Para encontrar el número de corridas u de una secuencia de observaciones de H_S se utilizó la adaptación de esta prueba que clasifica a las observaciones como aquellos valores de H_S que caen arriba (evento A) o abajo (evento B) de la mediana muestral (sección A.3) como se muestra en la figura 4.



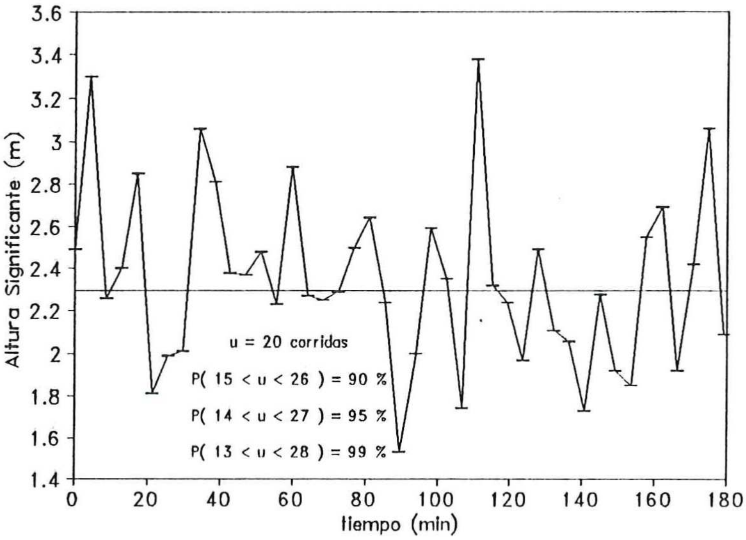
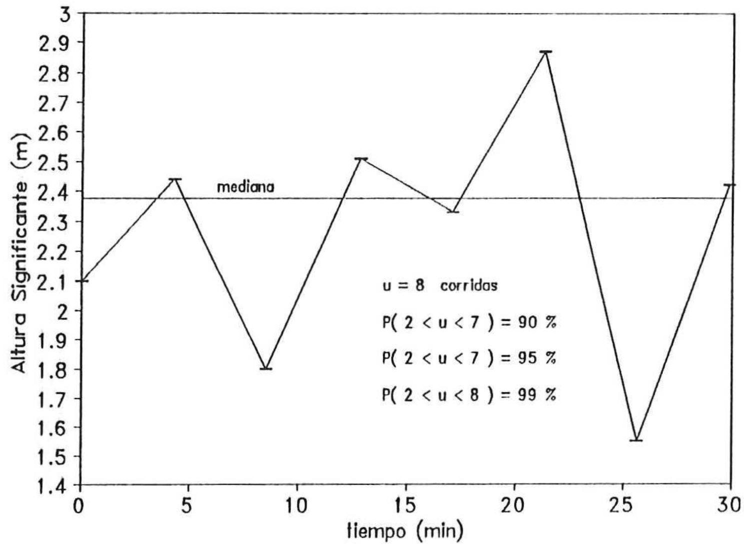


Figura 4.a Ejemplos de dos secuencias de H_S que sí pasaron la prueba de corridas. La gráfica superior con una secuencia de 8 H_S (30 minutos) y la gráfica inferior para una secuencia de 42 H_S (3 hrs).



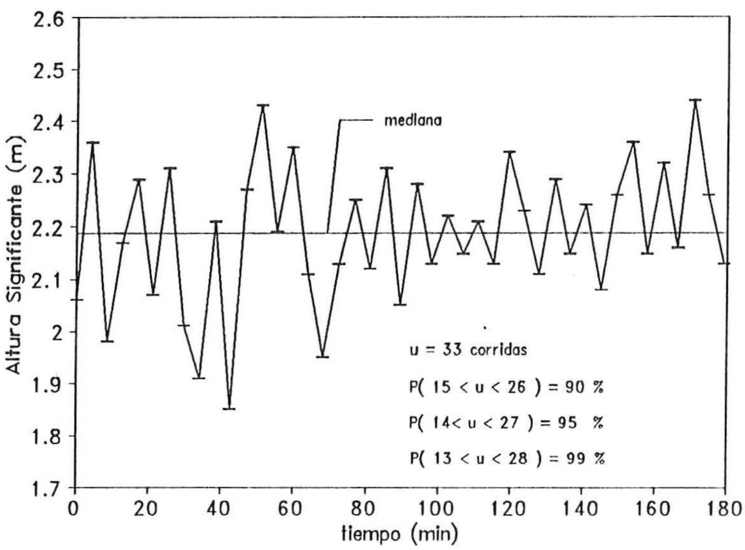
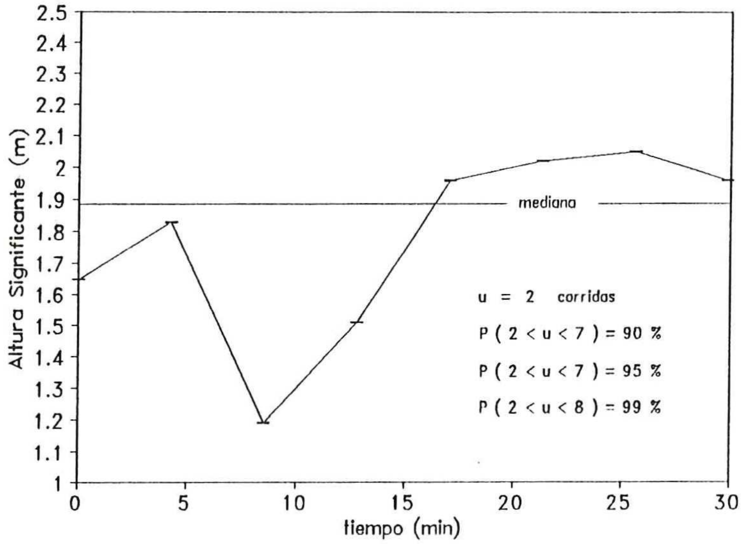


Figura 4.b Ejemplos de dos secuencias de H_S que no pasaron la prueba de corridas por presentar periodicidad en las observaciones. En la gráfica superior se presenta el caso para una secuencia de 8 H_S y en la inferior para una secuencia de 42 H_S.



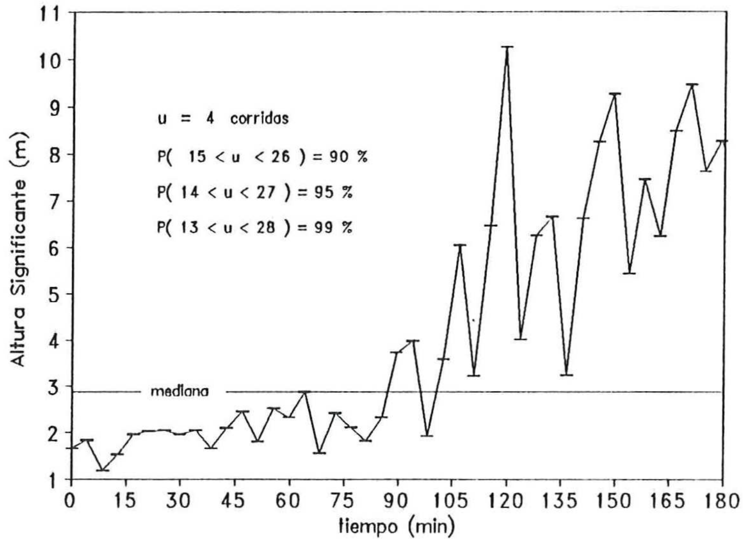


Figura 4.c Ejemplos de dos secuencias de H_S que presentan tendencia y por lo tanto no pasaron la prueba de corridas. En la gráfica superior se presenta el caso para una secuencia de 8 H_S y en la inferior para una secuencia de 42 H_S.

Para realizar la prueba se utilizaron las series de H_S (calculadas con registros de 256 segundos) de cada estación (**ENS, MBAP** y **MBAS**) y se modificó el procedimiento utilizado por Elgar y Seymour (1985); así, la Prueba de Corridas se utilizó de la siguiente manera.

Primeramente se somete a la prueba una secuencia de ocho H_S (2048 seg); si la pasa se le agrega una H_S generando así una secuencia de 9 H_S la cual se prueba. Si esta segunda secuencia también pasa la prueba, entonces se forma una tercera secuencia de 10 H_S (9 de la segunda más una que se agrega) la cual también se somete a la prueba. Este procedimiento se interrumpe cuando alguna de las secuencias no pasa la prueba y se reinicia con una nueva secuencia de 8 H_S. Como ejemplo en la figura 4 se ilustran casos en los que secuencias de 8 y 42 H_S consecutivas pasan esta prueba (figura 4.a); en la figura 4.b secuencias de 8 y 42 H_S no pasan la prueba por presentar periodicidad; y en la figura 4.c secuencias de 8 y 42 H_S no pasan la prueba por presentar tendencia.

Con el resultado de la prueba se construyó una distribución de frecuencia de ocurrencia de eventos, es decir se elaboró una tabla de número de veces que pasaron la prueba las secuencias de 8, 9, 10, ... , elementos (H_S). *La moda de esta distribución representa el período de estacionaridad óptimo L_o buscado.*

3.4 Error en la estimación de H_S

Debido a la longitud finita de los registros del oleaje, los parámetros estadísticos como la H_S están sujetos a la variabilidad de muestreo. El error por variabilidad de muestreo en las estimaciones de H_S se obtuvo calculando los valores de este parámetro al usar registros de duración más corta l que la del período de estacionaridad L_o.

A partir de las series de tiempo de alturas de olas individuales calculadas para cada estación (sección 3.2), se generaron series de H_S estimadas para cada uno de los M registros de duración L_o que tiene cada una de las series de alturas, donde M=(*duración total de la serie*)/L_o. A éstos valores se les consideró como el valor verdadero de la altura significante $H_{Sv(m)}$ (donde $m= 1, 2, ..., M$) para el período L_o. Cada una de estas tres series de $H_{Sv(m)}$ (correspondientes a **ENS**, **MBAS** y **MBAP**) fué dividida en 5 formas diferentes descritas a continuación.

Los M registros (cada uno de duración L_o) que integran cada serie se dividieron en $q= 2, 4, 8, 16$ y 32 partes iguales, generando así 5 nuevas series por cada estación. En cada una de estas nuevas series se calcularon los valores de $H_{S(m,i)}$ (donde $i=1, 2, ..., q$) en las q partes de los M registros. De esta forma se obtuvieron 5 series de $H_{S(m,i)}$ calculadas a partir de los registros de duración $l=L_o/q$ correspondientes a los 5 valores de q, es decir, de duración $L_o/2, L_o/4, L_o/8, L_o/16$ y $L_o/32$.

La varianza $\sigma^2_{m,q}$ de las estimaciones $H_{S(m,i)}$ con respecto al valor verdadero $H_{Sv(m)}$ para cada una de estas quince series (cinco por cada estación) se calculó como

$$\sigma^2_{m,q} = \frac{\sum_{i=1}^{q} (H_{S(m,i)} - H_{Sv(m)})^2}{q} \qquad m = 1,2,\ldots,M \quad (16)$$

donde $\sigma^2_{m,q}$ indica la dispersión que presentan las q estimaciones $H_{S(m,i)}$ ($i= 1, ..., q$) con respecto del valor verdadero de este parámetro $H_{Sv(m)}$ en cada uno de los M registros de tamaño L_o.

El error porcentual EP al estimar $H_{Sv(m)}$ con segmentos de duración l, correspondiente a cada q, se obtuvo mediante

$$EP_{m,q} = \frac{\sigma_{m,q}}{H_{Sv(m)}} \times 100 \qquad m = 1,2,\ldots M \quad (17)$$

Por último, se promedió este error en cada una de las series mediante

$$EP_q = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} EP_{m,q} \tag{18}$$

Para obtener el error porcentual a diferentes niveles de confianza (por ejemplo al 85%, 90%, 95% o 99%) se multiplicó la desviación estándar $\sigma_{m,q}$ de la ecuación (17) por 1.44, 1.645, 1.96 y 2.58 ya que para una distribución normal (suponemos que los errores se distribuyen normalmente) el 85%, 90%, 95% y 99% del área bajo la curva de la distribución se encuentran entre $\pm 1.44\sigma$, $\pm 1.645\sigma$, $\pm 1.96\sigma$ y $\pm 2.58\sigma$ respectivamente.

3.5 Efecto de la marea en la estimación de H_S

Para obtener $\eta(t)$ a partir de $p(t)$ es necesario evaluar el factor de atenuación K_p el cual, además de depender de f, depende de h. Durante la adquisición de los datos de presión la profundidad en la cual se realizó la medición varió por el efecto de la marea, y aunque esta variación pudo ser pequeña, se consideró importante investigar el efecto de este fenómeno en la estimación de H_S mediante la metodología que a continuación se describe.

Cada registro de 1024 segundos de datos de $p'(t)$, obtenidos a partir de la ecuación (2), fué divididó en 2, 4, 8 y 16 partes iguales (referidas en lo sucesivo como segmentos). Los datos fueron corregidos por el efecto de atenuación como se indica en la ecuación (8) considerando la variación de la profundidad por el efecto de la marea en cada uno de los segmentos. Finalmente, se generaron las elevaciones de la superficie del mar $\eta(t)$ mediante la ecuación (9); las alturas de las olas individuales se calcularon utilizando el método de cruces por cero y con éstas se calculó $\overline{T}$, $\overline{H}$, H_S, $H_{\frac{1}{10}}$ y el número de olas.

Se compararon los 4 valores obtenidos para $\overline{T}$, $\overline{H}$, H_S, $H_{\frac{1}{10}}$ y número de olas (correspondientes al uso de 2, 4, 8 y 16 segmentos en el análisis armónico) calculados para un mismo registro.

4 RESULTADOS

Los resultados de la prueba de corridas para determinar los períodos de estacionaridad y los resultados del cálculo de los errores en las estimaciones de H_S por variabilidad de muestreo para determinar la longitud óptima de registros individuales se presentan en las secciones 4.1 y 4.2 respectivamente. El análisis del efecto de la marea en las estimaciones de H_S se presenta en la sección 4.3. En el apéndice B se presentan los resultados del procedimiento que involucra la generación de las series de tiempo de H_S utilizadas para la prueba de corridas.

4.1 Período de estacionaridad

En este trabajo *período de estacionaridad* del oleaje se define (sección 3.3) como la duración de una secuencia de alturas significantes H_S que pasa la prueba de corridas. Además, se considera como un intervalo de tiempo durante el cual el oleaje es estacionario.

De acuerdo a esta definición, en una serie de tiempo de H_S se pueden distinguir uno o varios períodos de estacionaridad de igual o diferente valor. Por ejemplo, si se tiene una serie de tiempo de 10 H_S (cada H_S calculada con 1 hora de observaciones de oleaje) en la cual las 3 primeras H_S forman una secuencia que pasa la prueba de corridas, las siguientes 4 H_S forman otra secuencia que pasa la prueba de corridas, y finalmente las últimas 3 H_S forman otra secuencia más que pasa la prueba de corridas, entonces se pueden contar 3 períodos de estacionaridad en la serie de H_S: dos de 3 horas y uno de 4 horas.

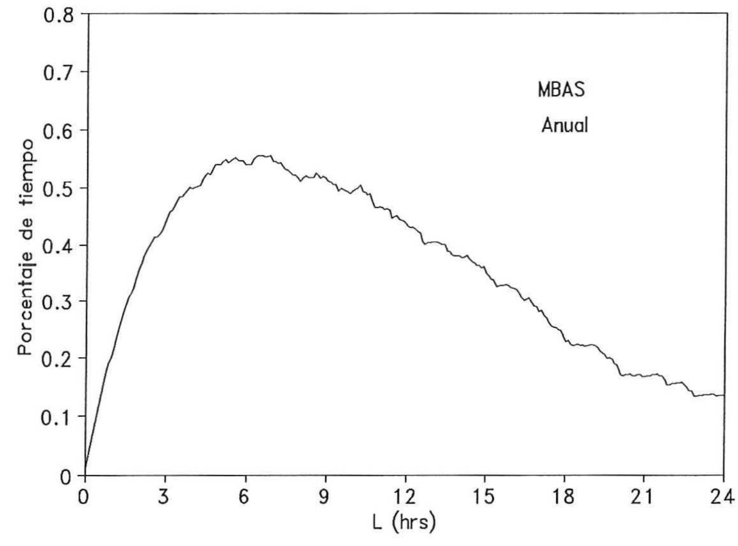
El proceso descrito en el párrafo anterior se aplicó a las tres series de tiempo de H_S (estaciones MBAS, MBAP y ENS, sección 3.2) y se generaron histogramas de frecuencia de ocurrencia (distribuciones) de períodos de estacionaridad L para cada una de ellas. Como se indicó en la sección 3.3, *el período de estacionaridad óptimo L_o buscado se define como la moda de estas distribuciones.*

Las distribuciones de períodos de estacionaridad para las estaciones **MBAS** y **MBAP** se presentan en las figuras 5 y 6 respectivamente. Estas fueron generadas utilizando las series completas de observaciones (1 año). El eje de las abscisas representa a los períodos de estacionaridad (L). Como se indicó en la sección 2, cada registro de 3 horas de datos consiste en 2.28 horas de medición seguidas por 0.72 horas de no medición de manera que cada H_S se considera representante de intervalos de 337.5 segundos; así, los períodos de estacionaridad considerados son $L_{i+1} = (337.5)(8+i)$; $i = 0, 1, 2, 3, \ldots, 248$, es decir, el mínimo período es de 0.75 horas (8 x 337.5 s) y el máximo es de 24 horas (256 x 337.5 s).

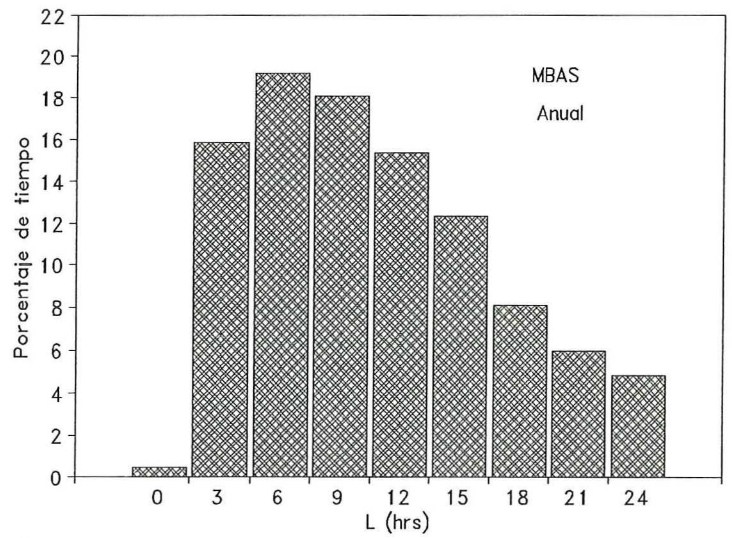
En las figuras 5.a) y 6.a) la distribución de períodos de estacionaridad (f_i) se expresa en porcentaje de tiempo con respecto a la duración total (D) de la serie considerada (D=1 año); *i.e.*, $f_i = L_i \times n_i \times 100/D$ donde n_i es el número de veces que el período de estacionaridad L_i pasa la prueba.

En las figuras 5.b) y 6.b) se presenta la distribución de períodos de estacionaridad para intervalos de 3 hrs, es decir, se utilizan secuencias de 32 H_S (32 x 337.5 s = 3 hrs) en la prueba de corridas. Esta forma de construir las distribuciones de períodos de estacionaridad equivale al método seguido por Elgar y Seymour (1985) quienes analizaron la estacionaridad de secuencias de H_S tomando como período mínimo 3 horas (32 H_S por 256 segundos más 2608 segundos de no medición) y como período máximo 24 horas (8 x 32 x 256 + 8 x 2608 seg).

En el caso de la estación **ENS** (figura 7) sólo se presenta la distribución con resolución de 3 horas debido a que la cantidad de observaciones de H_S fué mucho menor y la distribución con alta resolución presenta muchas discontinuidades.

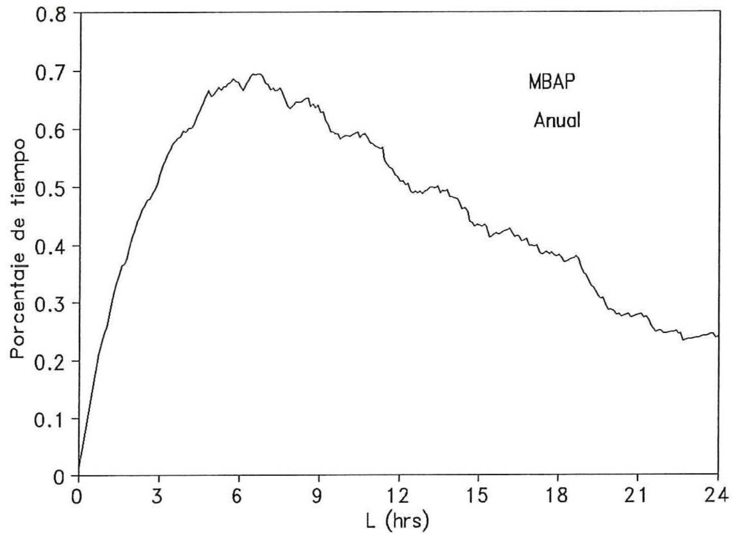


a)

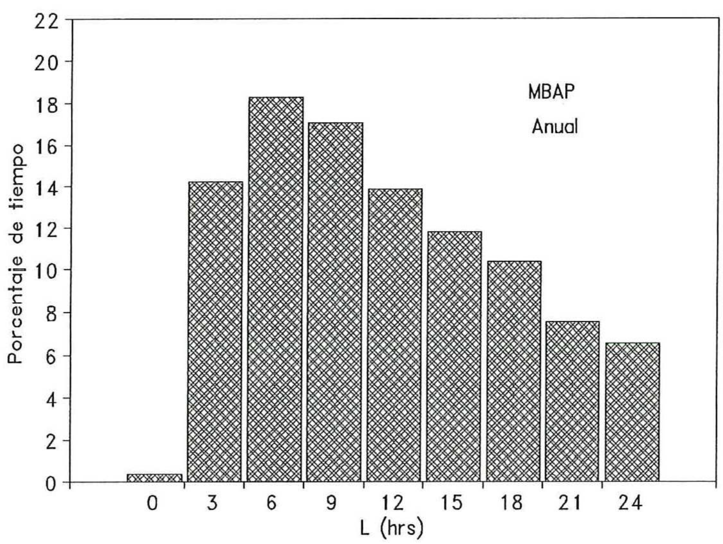


b)

Figura 5. Distribución de períodos de estacionaridad para la estación MBAS. a) presenta los porcentajes de tiempo en los que las diferentes secuencias de H_S fueron consistentes con estacionaridad, y b) presenta los porcentajes de tiempo en los que secuencias de 32 H_S (3 hrs) fueron consistentes con estacionaridad.



a)



b)

Figura 6. Distribución de períodos de estacionaridad para la estación MBAP. a) presenta los porcentajes de tiempo en los que las diferentes secuencias de H_S fueron consistentes con estacionaridad, y b) presenta los porcentajes de tiempo en los que secuencias de 32 H_S (3 hrs) fueron consistentes con estacionaridad.

En este caso la distribución de períodos (g_j) se calculó sumando los valores de f_i en intervalos de 3 horas, es decir,

$$g_j(L_j) = \sum_{i=j-31}^{j} f_i(L_i) \tag{19}$$

donde j= 40, 80, 120, ..., 320 corresponden a 3, 6, 9, ..., 24 horas respectivamente debido a que la medición se hizó sin intervalos de no medición y los valores de $f_i(L_i)$ corresponden a los porcentajes de tiempo de la distribución de alta resolución.

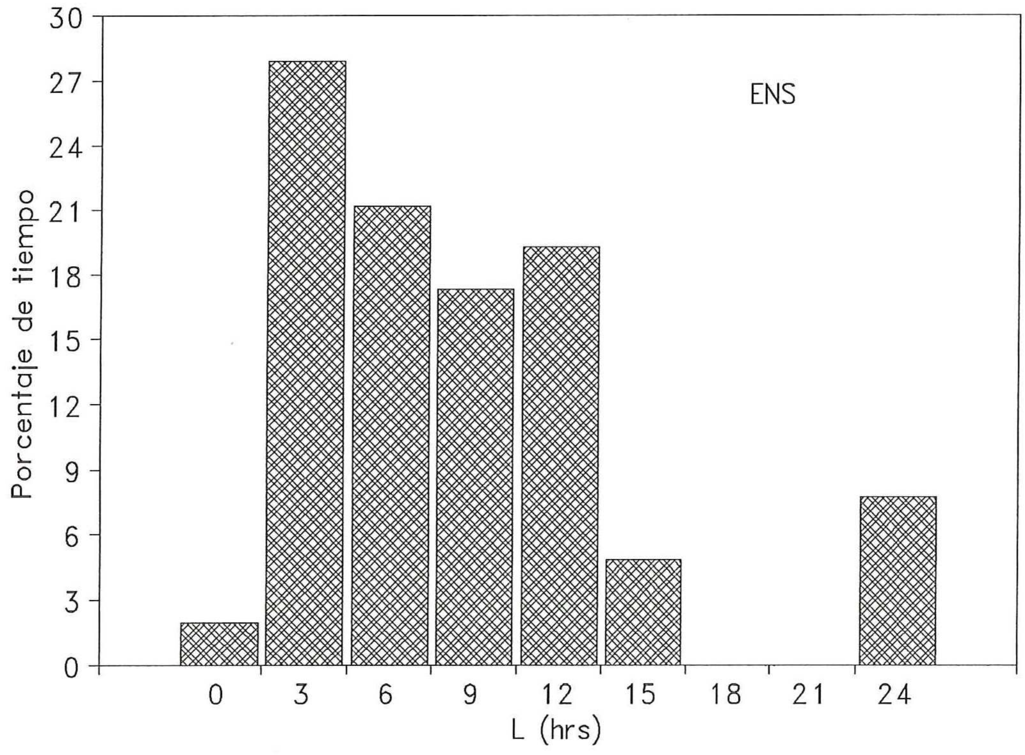


Figura 7. Distribución de períodos de estacionaridad para la estación ENS.

Se puede observar en las figuras 5 y 6 que la moda (L_o) de las distribuciones para las estaciones MBAS y MBAP se encuentra aproximadamente en las 6 horas (*i.e.*, L_o=6 hrs), mientras que para la estación **ENS** (figura 7) L_o=3 hrs. En cada una de estas figuras se observa que conforme el período de estacionaridad es más grande el porcentaje de ocurrencia es menor, lo cual es de esperarse debido a que difícilmente las condiciones del oleaje pueden permanecer estables en períodos de tiempo de varias horas.

Debido a que los resultados de la estación **ENS** (figura 7) se obtuvieron a partir de una serie corta (9 días), en la figura 8, a manera de comparación, se presentan cuatro casos en los que se analizó la estacionaridad en **MBAS** para series tan cortas como la de **ENS**. En el primer caso (figura 8.a) se presenta la distribución de períodos de estacionaridad para los primeros 9 días del mes de enero de 1989; la figura 8.b) corresponde a los primeros 9 días de julio; la figura 8.c) corresponde a los días, del 22 al 30 de septiembre (9 días); mientras que para la figura 8.d) se utilizaron los primeros 9 días del mes de octubre. Los casos a) y b) corresponden a condiciones climatológicas opuestas, invierno y verano respectivamente, mientras que los casos c) y d) corresponden a la misma época del año en la que se registraron los datos de la estación **ENS**. En los cuatro casos se puede observar que la moda de la distribución, L_o, es mayor o igual a 6 horas excepto para el caso b) en el que $L_o=3$ hrs aunque con muy poca diferencia con respecto a otros valores. También se observa que los valores modales no difieren mucho del valor para otros períodos lo que hace que la distribución sea amplia y que no tenga un pico muy sobresaliente excepto en el caso d) en el que L_o=9 hrs tiene un pico muy marcado.

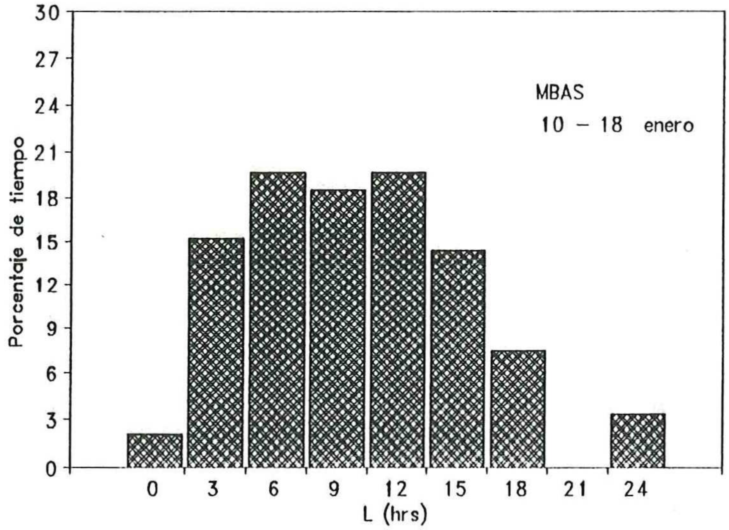


Figura 8.a. Distribución de períodos de estacionaridad para los primeros 9 días de enero de 1989 en la estación MBAS.

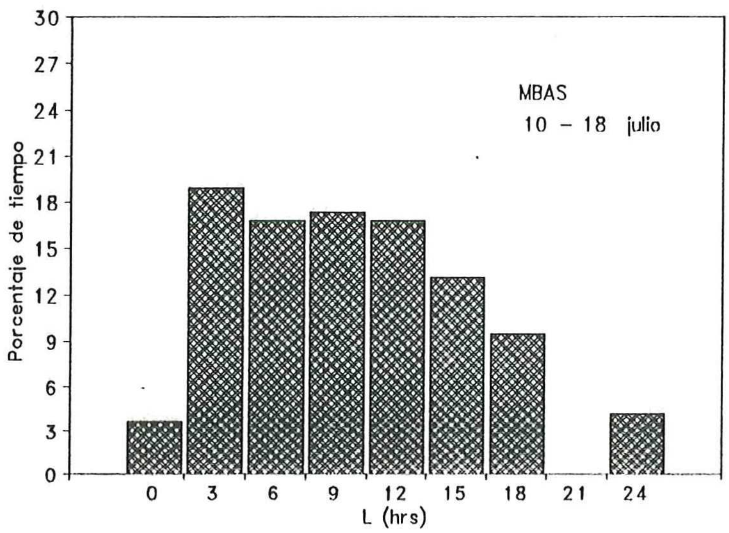


Figura 8.b. Distribución de períodos de estacionaridad para los primeros 9 días de julio de 1989 en la estación MBAS.

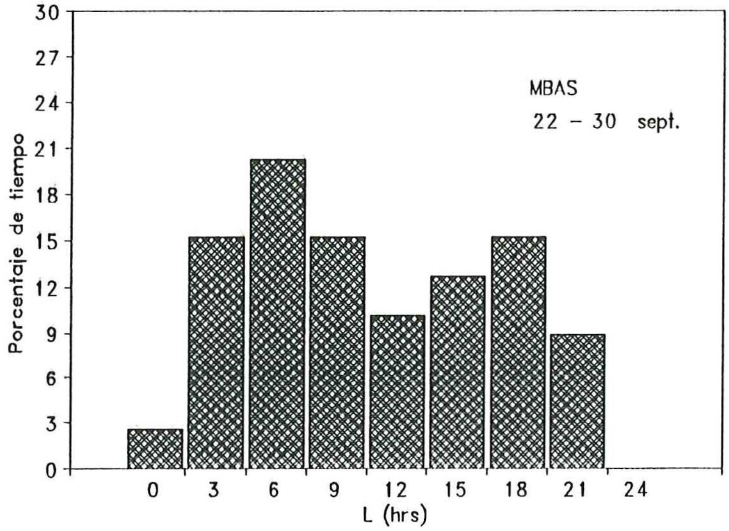


Figura 8.c. Distribución de períodos de estacionaridad para los días 22 a 30 de septiembre de 1989 en la estación MBAS.

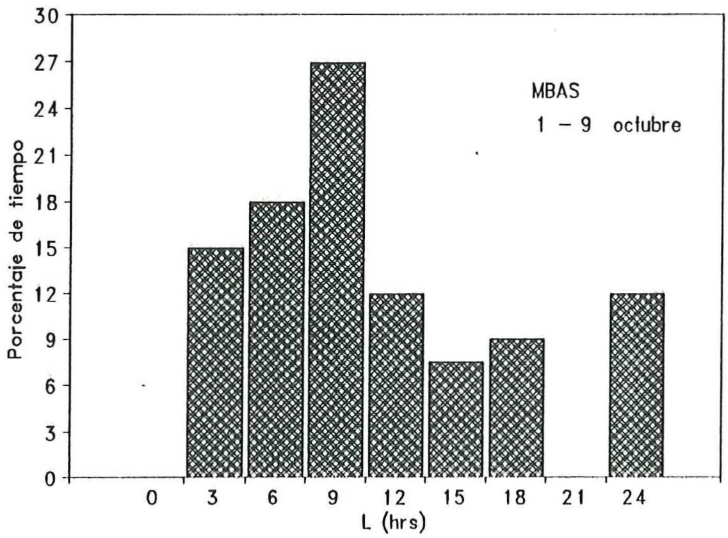


Figura 8.d. Distribución de períodos de estacionaridad para los primeros 9 días de octubre de 1989 en la estación MBAS.

En las figuras 9, 10 y 11 se presentan las distribuciones acumuladas de períodos de estacionaridad para las estaciones **MBAS**, **MBAP** y **ENS** respectivamente. En cada una de estas figuras se indica el porcentaje de tiempo acumulado que le corresponde a los valores modales (L_o) encontrados en las distribuciones de períodos de estacionaridad.

La figura 9 muestra que el 70% de los períodos de estacionaridad de 6 horas pasaron la prueba en la estación **MBAS**, mientras que en la figura 10 este porcentaje aumenta al 75% para el mismo valor modal de 6 horas en la estación **MBAP**. Para el valor modal de 3 horas obtenido a partir de la distribución de períodos de estacionaridad correspondiente a la estación **ENS**, se tiene que aproximadamente el 83% del tiempo durante el experimento intervalos de esa longitud L_o=3 hrs fueron consistentes con estacionaridad (figura 11).

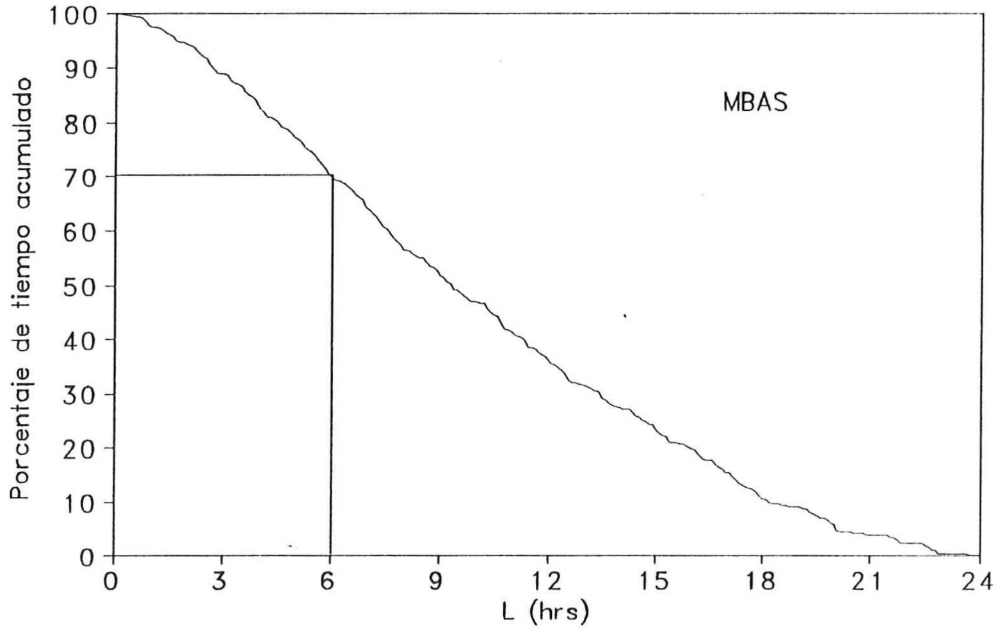


Figura 9. Distribución acumulada de períodos de estacionaridad en la estación MBAS.

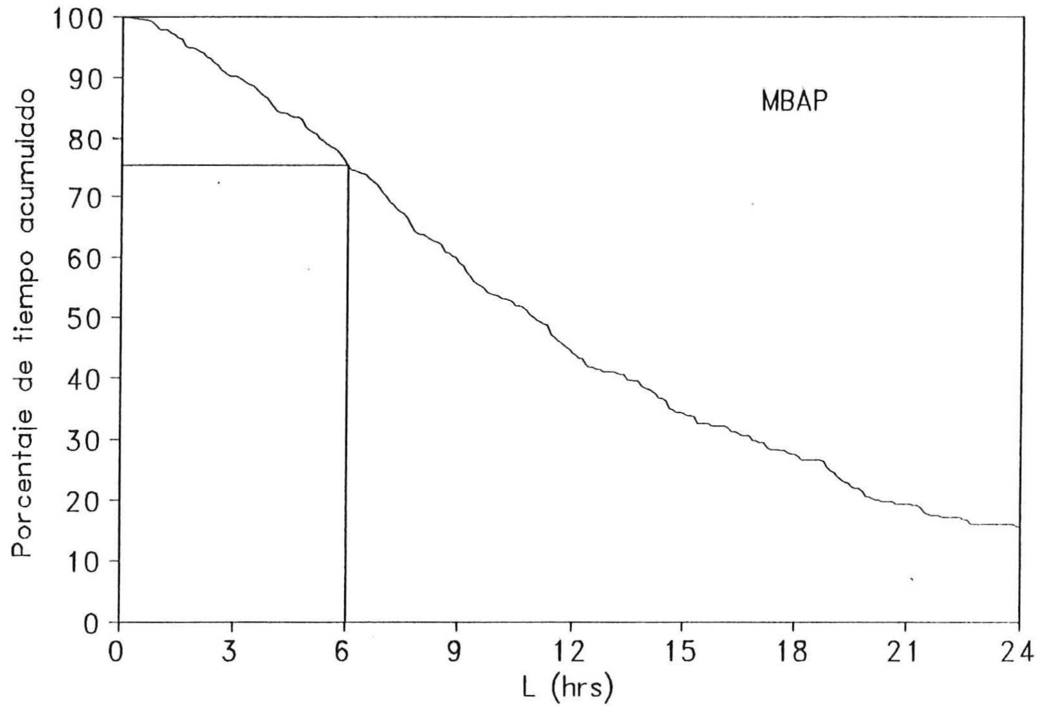


Figura 10. Distribución acumulada de períodos de estacionaridad en la estación MBAP.

En base a los resultados obtenidos con este análisis se puede considerar que el oleaje que arriba a la región de Mission Bay es estacionario durante períodos de 6 horas (L_o=6 hrs) tanto en condiciones de aguas someras (MBAS) como en condiciones de aguas profundas (MBAP). Sin embargo, en aguas someras se presenta un período de 6 horas estacionario el 70% del tiempo (figura 9), mientras que en aguas profundas se presenta el 75% del tiempo (figura 10).

Por otro lado, en la estación ENS se pueden considerar condiciones estacionarias en períodos de hasta 3 horas (L_o=3 hrs) el 83% del tiempo durante el experimento.

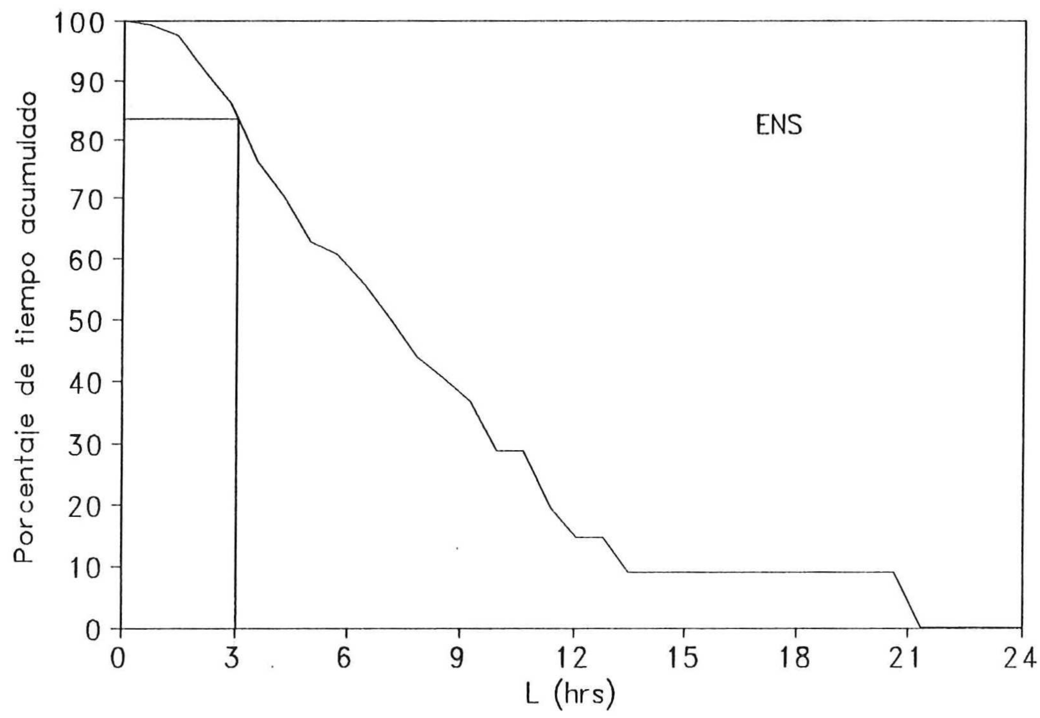


Figura 11. Distribución acumulada de períodos de estacionaridad para la estación ENS.

4.2 Error en las estimaciones de H_S por variabilidad de muestreo

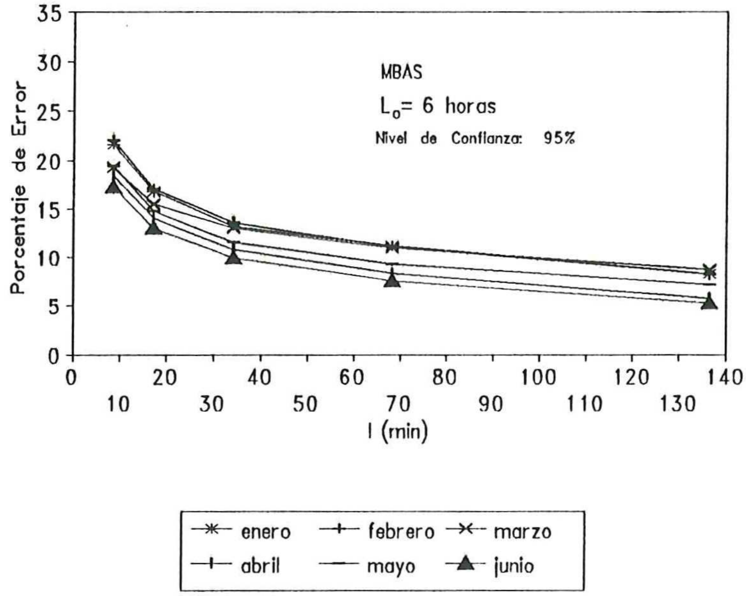
Una vez que se determinó el período de estacionaridad L_o para cada una de las estaciones, se analizó el error en la estimación de H_S al utilizar diferentes tamaños de muestra l (registros) menores a L_o. Los resultados para las estaciones MBAS y MBAP (L_o=6 hrs) se presentan en las figuras 12 y 13 respectivamente, mientras que para la estación ENS (L_o=3 hrs) se presentan en la figura 14.

En las figuras 12.a), 12.b), 13.a) y 13.b) se pueden apreciar los errores (al 95% de nivel de confianza) en las estimaciones de H_S calculados para cada mes y en las figuras 12.c y 13.c calculados para todo el año con distintos niveles de confianza (85%,90%,95% y 99%).

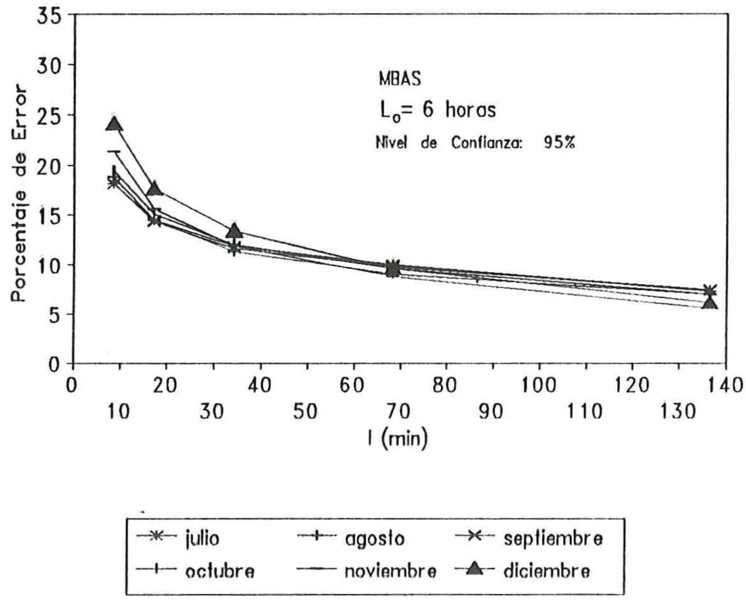
Para ambas estaciones se puede observar que el mayor error de muestreo del oleaje se presenta durante los meses de invierno (diciembre, enero, febrero y marzo), principalmente en tamaños de muestra l pequeños, mientras que para los meses de verano (junio, julio, agosto y septiembre) se tiene menor porcentaje de error para cualquier l en comparación con invierno.

El porcentaje de error calculado para todo el año (figuras 12.c y 13.c) es mayor para valores pequeños de l y disminuye conforme aumenta l; sin embargo, esta disminución en el error no es muy significativa después de determinado valor de l. Por ejemplo, para la región de Mission Bay, en la estación MBAS (figura 12.c) la mayor reducción en el error se presenta entre los registros de tamaño 8.5 min y 17 min (l=8.5 y l=17 min) para cualquier nivel de confianza. En particular, al 95% de nivel de confianza un tamaño de muestra duplicado de 8.5 a 17 minutos proporciona una reducción del error en las estimaciones de H_S del 20% al 15% mientras que de 17 a 34 minutos la disminución es del 15% al 12%; la disminución en el error es ligeramente mayor de 8.5 a 17 minutos (5%) que de 17 a 34 minutos (3%). A partir de l=34 min la mejoría en las estimaciones de H_S es del 3% entre los diferentes tamaños de registro a pesar de que la cantidad de datos es cada vez el doble de la que le precede.

En la estación MBAP (figura 13.c) las diferencias más grandes en el error entre dos valores de tamaño de muestra se presentan también para l=8.5 min y l=17 min (5% de diferencia entre sus valores correspondientes); después de estos valores la mejoría no es tan notable, siendo también del 3% entre valores de l consecutivos.

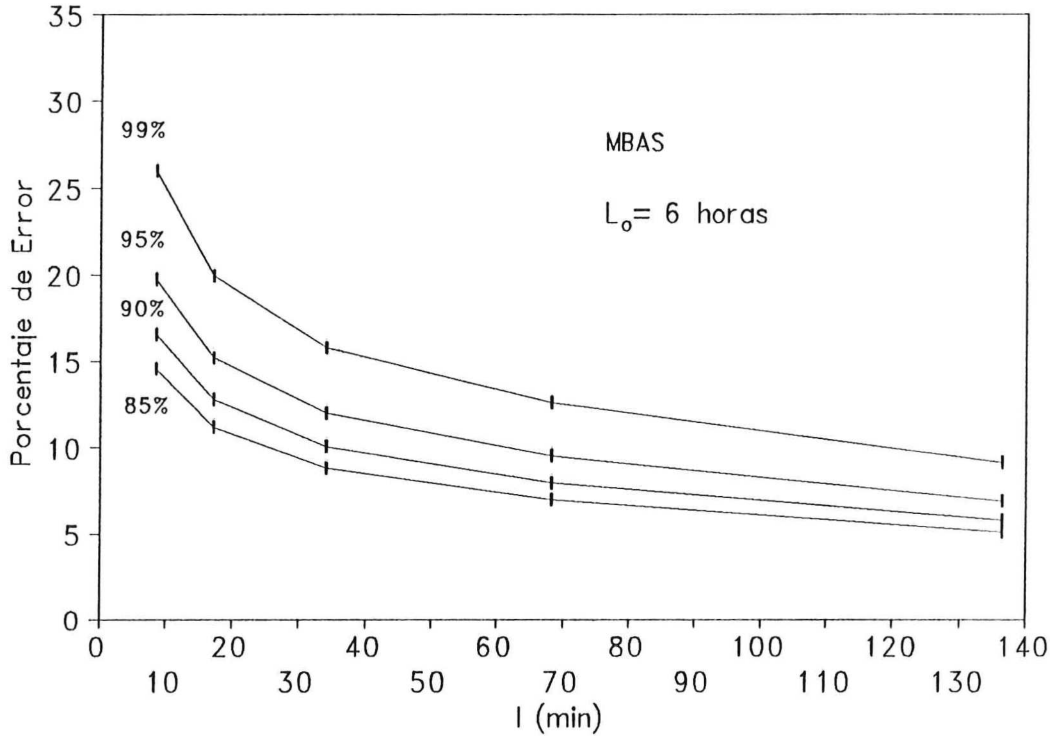


a)



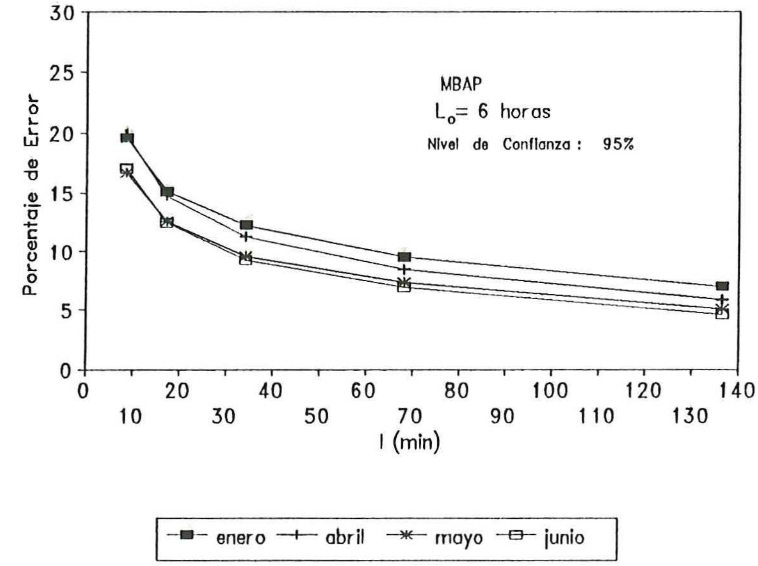
b)

Figura 12.a) y 12.b). Error en la estimación de H_S en condiciones de aguas someras (MBAS) para diferentes tamaños de muestra l. a) representa el error mensual al 95% de nivel de confianza para los meses de enero a junio, mientras que b) lo muestra para los meses de julio a diciembre.

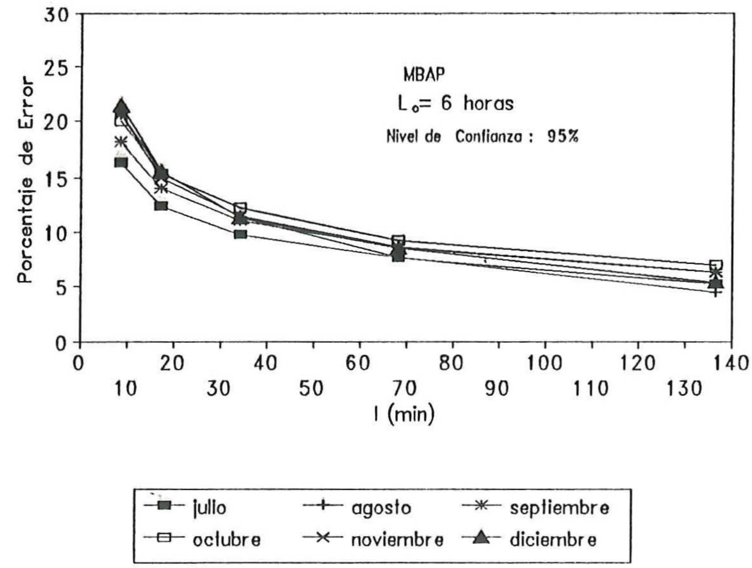


c)

Figura 12.c). Error anual en la estimación de H_s a distintos niveles de confianza en condiciones de aguas someras (MBAS) para diferentes tamaños de muestra l.

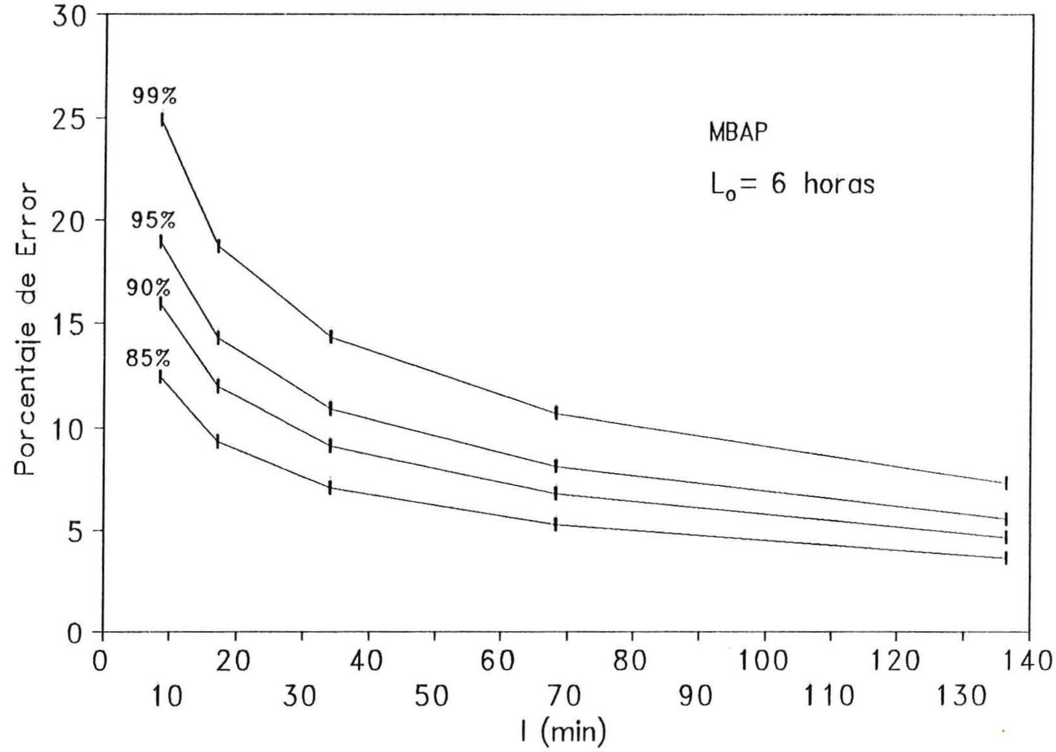


a)



b)

Figura 13.a) y 13.b) Error en la estimación de H_S en condiciones de aguas profundas (MBAP) para diferentes tamaños de muestra *l*. a) muestra el error mensual al 95% de nivel de confianza para los meses de enero a junio, mientras que b) lo muestra para los meses de julio a diciembre.



c)

Figura 13.c) Error anual en la estimación de H_S a distintos niveles de confianza en condiciones de aguas profundas (MBAP) para diferentes tamaños de muestra *l*.

Para la estación ENS (figura 14) la disminución del porcentaje de error se comporta en la forma esperada (disminuyendo conforme *l* aumenta), sin embargo, el error para los valores de *l* pequeños (5 minutos por ejemplo) es muy grande. Al 95% de nivel de confianza una muestra de tamaño 10.7 minutos presenta una estimación de H_S con un error de ±40.5% con respecto del valor verdadero calculado para el período de estacionaridad establecido en 3 horas (L_o=3 hrs), mientras que una de tamaño 21.3 minutos presenta una estimación con ±30% de error, es decir, una mejoría de ±10.5% de error al duplicar el tamaño de la muestra. Para una muestra de tamaño 42.7 minutos se tiene un error de estimación de ±21.5%, una mejoría de ±8.5% con respecto a la anterior; y para una muestra de 85.3 minutos se tiene un error de ±13%, es decir una mejoría de ±8.5% con respecto de la muestra de la mitad de tamaño.

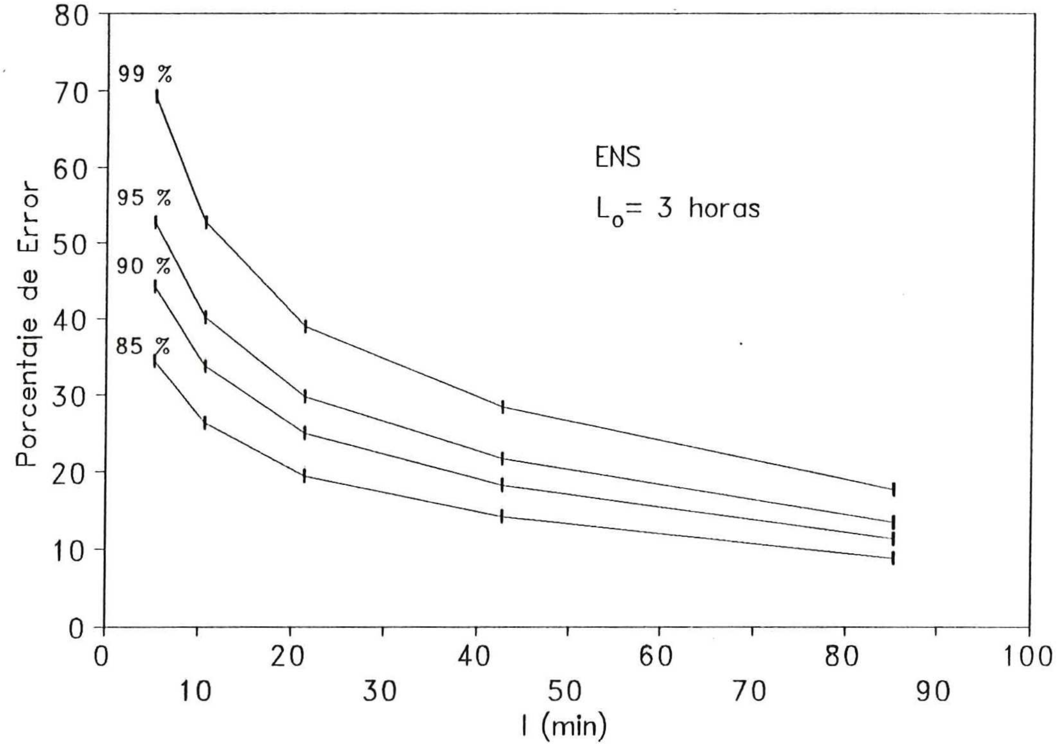


Figura 14. Error en la estimación de H_s en la estación ENS para distintos niveles de confianza para diferentes tamaños de muestra l.

En la figura 15 se presenta una comparación de los errores (al 95% de nivel de confianza) en las estimaciones de H_S encontrados en condiciones de aguas someras (MBAS) y en condiciones de aguas profundas (MBAP). Se puede observar que la estación MBAS tiene los mayores valores para cualquier tamaño de l sin embargo el comportamiento en la disminución del error conforme l aumenta es el mismo para ambas estaciones.

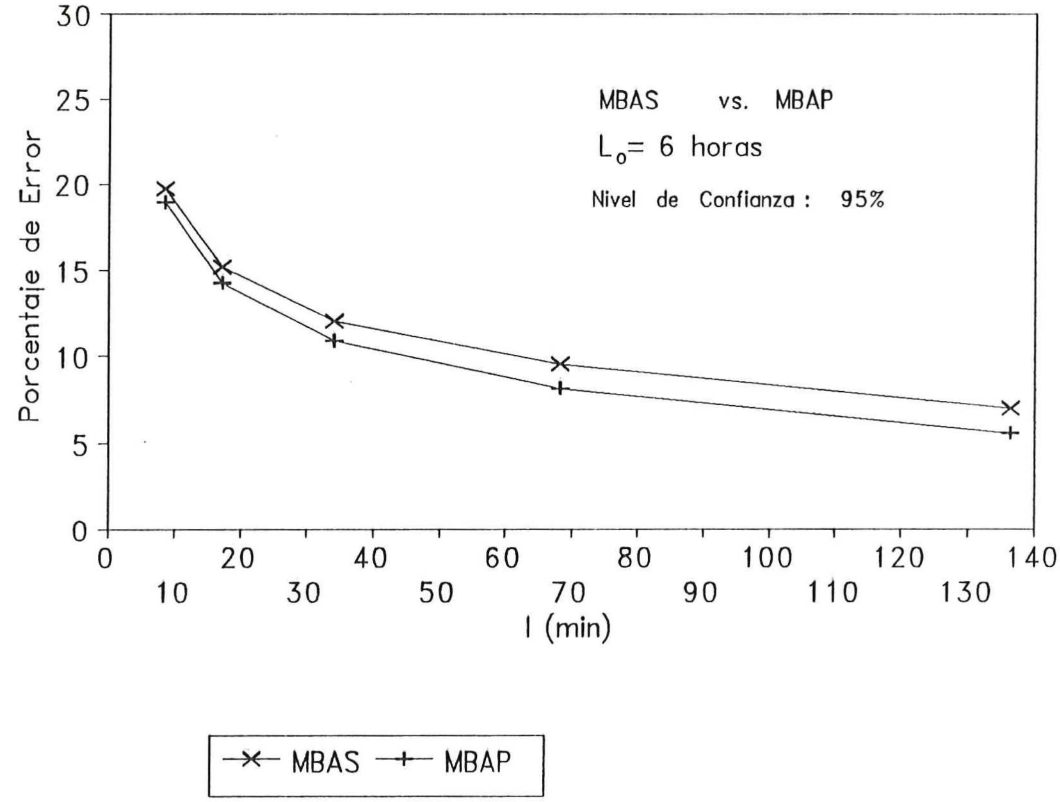


Figura 15. Diferencia en los porcentajes de error de las estimaciones de H_S entre condiciones de aguas someras (MBAS) y condiciones de aguas profundas (MBAP).

4.3 Efecto de la marea en la estimación de H_S

Durante el proceso de obtención de la elevación de la superficie del mar $\eta(t)$ a partir de las series de presión *p(t)* obtenidas en las estaciones **MBAS** y **ENS** se analizó la dependencia del factor de atenuación K_p con respecto de la profundidad h (ecuación 6) y su efecto en la estimación de H_S y otros parámetros estadísticos como $\overline{T}$, $\overline{H}$ y $H_{\frac{1}{10}}$.

En la figura 16 se grafica $K_p(f;h)$ para 8, 10 y 12 metros de profundidad en la cual se puede observar que para una misma frecuencia se obtienen diferentes valores de K_p

dependiendo del valor de profundidad usado. Debido a la variación de la profundidad por la marea, puede esperarse que al utilizar K_p con h constante en cada registro se introduzcan errores, por lo que se decidió mantener a h como un parámetro variable y analizar su efecto en el cálculo de H_S.

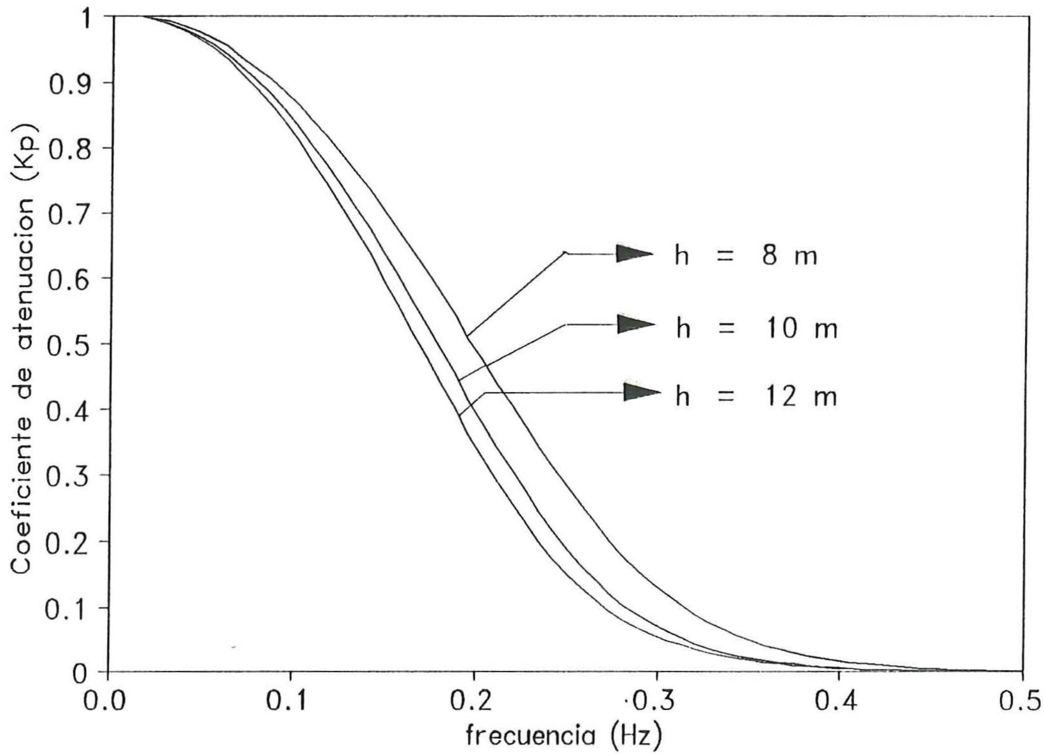


Figura 16. Curvas del coeficiente de atenuación K_p para diferentes valores de profundidad.

Para investigar ésto se escogieron 4 registros (de 1024 seg = 17.1 min) en diferentes estados de la marea y cada registro original se dividió en 2, 4, 8 y 16 segmentos. Después de haber transformado al dominio de la frecuencia a los cuatro registros originales y a sus divisiones se corrigieron con $K_p(f;h)$ evaluados en su profundidad promedio correspondiente. Posteriormente, el registro de $\eta(t)$ se reconstruyó uniendo los segmentos corregidos obteniendo de esta forma, para cada uno de los 4 registros originales, 5 registros corregidos.

En la tabla I se muestra la estadística obtenida para uno de los 4 registros originales (de 1024 segundos) en el que la diferencia de la profundidad promedio $\overline{h}$ alcanzó un valor máximo de 12 centímetros para el cálculo con 16 segmentos. Al dividir el registro en 16 segmentos H_S alcanza a tener variaciones de 30 cm entre los segmentos 2 y 5 (los cuales presentan una diferencia de 3 cm de $\overline{h}$), mientras que la diferencia en H_S es de 18 cm entre los segmentos 1 y 16 que son los que difieren más en la profundidad (12 cm). Sin embargo, los valores de H_S calculados para todo el registro (indicados en la tabla como *Serie Total*) con los cinco casos de divisiones son muy parecidos.

En la figura 17 se presenta un registro de $\eta(t)$ que fué obtenido de acuerdo a las ecuaciones 8 y 9 utilizando en un caso un valor de h constante para todo el registro (i.e., utilizando 1 segmento) y en el otro caso valores de h correspondientes a cada uno de los 16 segmentos en los que se dividió el registro. Considerando el método de cruces por cero se puede observar que el perfil de $\eta(t)$ atraviesa el nivel de cero un mayor número de veces cuando se utilizan 16 segmentos lo cual regenera olas atenuadas, tal como se indica en la tabla I. En ésta se aprecia el aumento en el número de olas conforme se utiliza un mayor número de segmentos lo cual implica una disminución en el período promedio $\overline{T}$.

Tabla I. Comparación de diferentes parámetros estadísticos del oleaje calculados con distintos números de segmentos.

Seg	$\bar{h}$	$K_p(f=0.125\ Hz)$	$\bar{T}$	$\bar{H}$	H_s	$H_{\frac{1}{10}}$	# de olas
1	9.73	0.4583	6.21	0.28	0.42	0.52	164
	Serie Total:		*6.21*	*0.28*	*0.42*	*0.52*	*164*
1	9.76	0.4572	6.34	0.26	0.41	0.53	80
2	9.70	0.4594	5.98	0.29	0.43	0.50	85
	Serie Total:		*6.15*	*0.28*	*0.42*	*0.52*	*166*
1	9.77	0.4566	6.18	0.22	0.37	0.46	40
2	9.75	0.4577	6.07	0.29	0.45	0.60	41
3	9.72	0.4587	6.00	0.29	0.42	0.48	42
4	9.68	0.4601	6.27	0.28	0.42	0.50	40
	Serie Total:		*6.13*	*0.27*	*0.42*	*0.51*	*166*
1	9.78	0.4564	5.79	0.21	0.31	0.39	21
2	9.77	0.4569	7.46	0.25	0.43	0.49	16
3	9.75	0.4574	5.92	0.29	0.47	0.73	19
4	9.74	0.4580	5.88	0.28	0.42	0.52	21
5	9.73	0.4584	5.37	0.27	0.40	0.48	23
6	9.71	0.4591	5.75	0.30	0.45	0.51	20
7	9.69	0.4598	5.86	0.28	0.37	0.45	21
8	9.68	0.4603	6.73	0.32	0.48	0.54	18
	Serie Total:		*6.13*	*0.27*	*0.42*	*0.52*	*166*
1	9.78	0.4564	5.99	0.23	0.34	0.42	10
2	9.78	0.4565	5.46	0.23	0.32	0.34	11
3	9.77	0.4569	6.71	0.22	0.43	----	8
4	9.77	0.4569	6.86	0.26	0.48	----	8
5	9.75	0.4574	5.68	0.36	0.62	0.79	10
6	9.75	0.4574	5.04	0.22	0.35	0.38	11
7	9.74	0.4578	4.92	0.21	0.33	0.44	12
8	9.73	0.4582	5.31	0.33	0.53	0.60	11
9	9.72	0.4585	4.66	0.29	0.42	0.55	12
10	9.73	0.4583	5.60	0.26	0.43	0.49	10
11	9.70	0.4592	5.65	0.29	0.42	0.51	10
12	9.71	0.4590	4.39	0.29	0.45	0.51	10
13	9.69	0.4597	5.89	0.26	0.37	0.39	10
14	9.68	0.4600	5.04	0.29	0.39	0.45	11
15	9.69	0.4598	5.89	0.27	0.40	----	9
16	9.66	0.4608	6.82	0.35	0.52	----	8
	Serie Total:		*5.75*	*0.28*	*0.43*	*0.53*	*177*

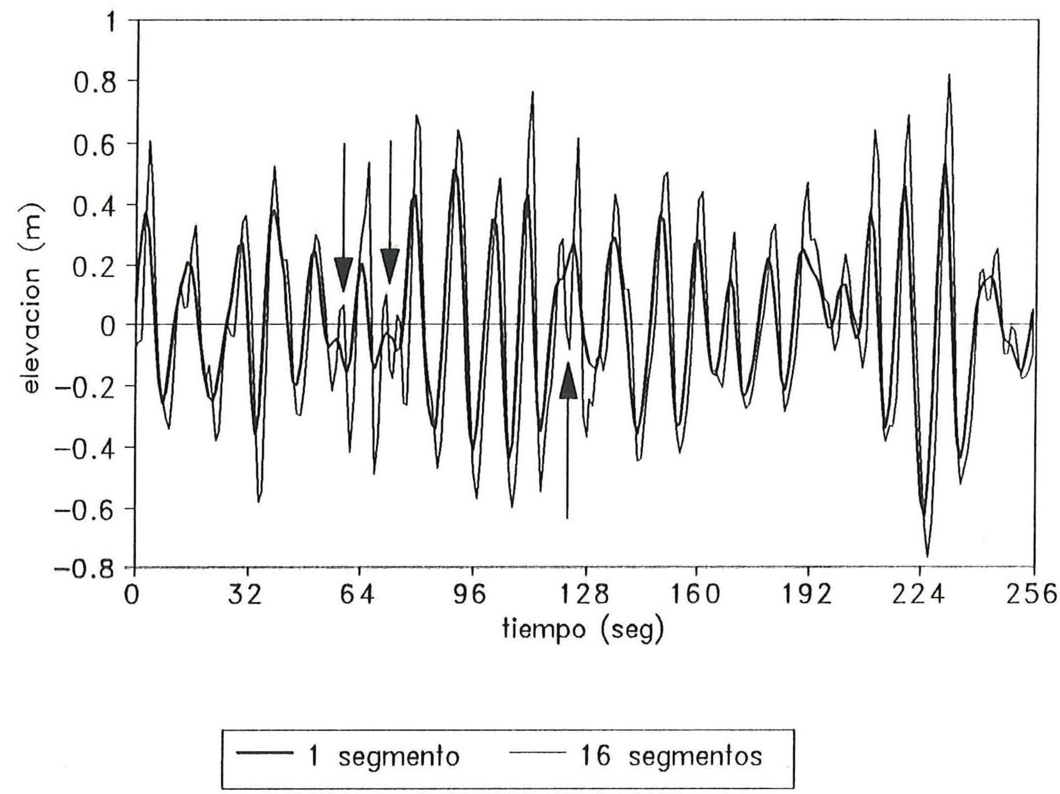
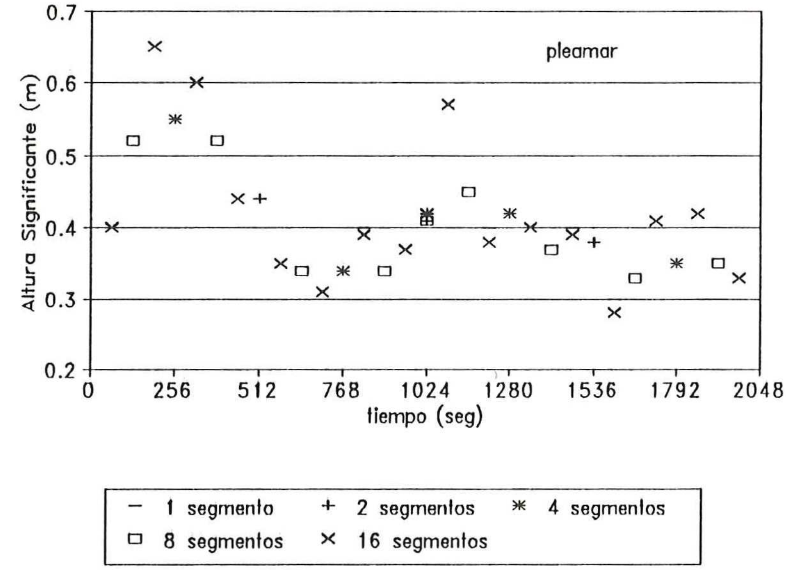


Figura 17. Comparación de los valores de una serie de $\eta(t)$ que fué reconstruída utilizando 1 y 16 segmentos corregidos. Las flechas indican las olas recuperadas.

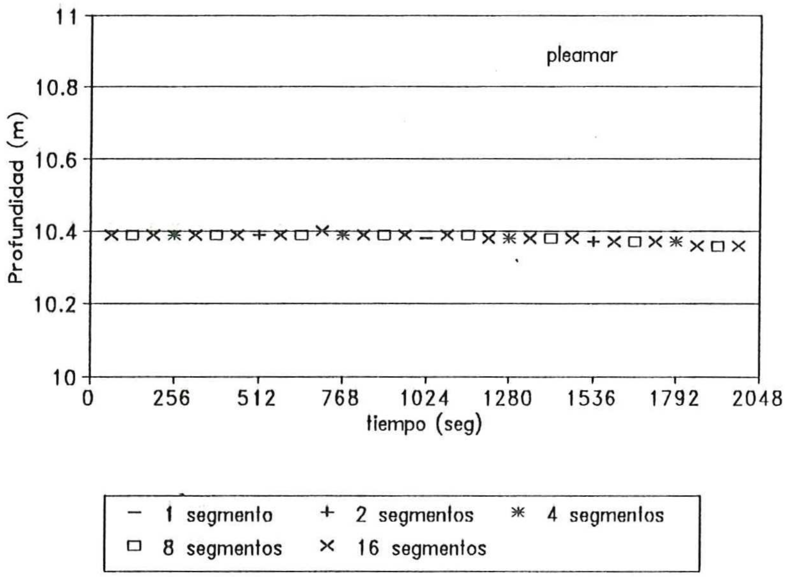
En las figuras 18.a) y 19.a) se puede observar que cuando la marea está en un punto donde no cambia mucho, como por ejemplo durante la pleamar o durante la bajamar, los valores de H_s no se dispersan tanto como sucede cuando la marea cambia más rapidamente (figuras 20.a) y 21.a)). En las figuras 18.b), 19.b), 20.b) y 21.b) se presenta la variación de la profundidad durante los registros para los distintos estados de la marea.

En estas gráficas se puede apreciar cualitativamente el efecto de considerar profundidades promedio para períodos más cortos, sobre todo en intervalos donde la marea cambia más rápidamente.

En todos los casos en que se obtuvo $\eta(t)$ a partir de $p(t)$ (es decir, para esta prueba y para la prueba de estacionaridad), al corregir por el efecto de atenuación K_p se consideró la variación de la marea de segmento a segmento.

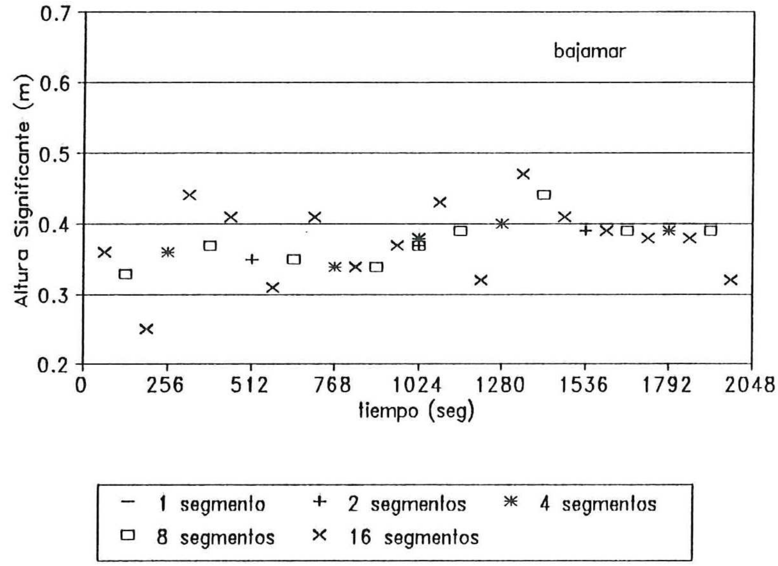


a)

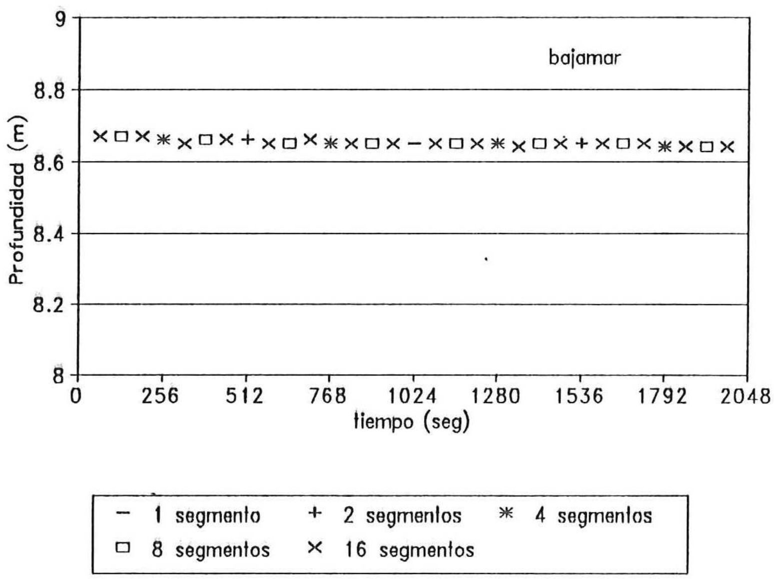


b)

Figura 18.a) y 18.b). a) Valores de H_S durante la pleamar para cada segmento. b) Variación de la profundidad en el cálculo de H_S. Cada símbolo representa el número de segmentos en los que se dividió el registro original.

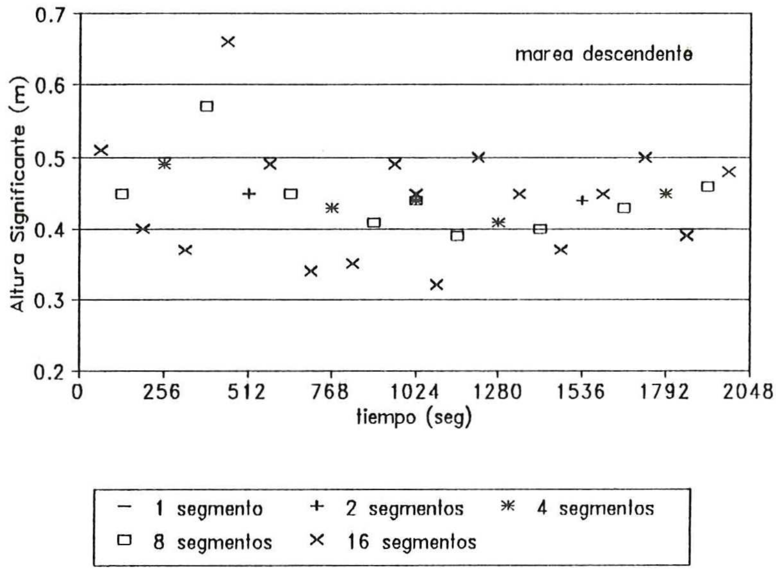


a)

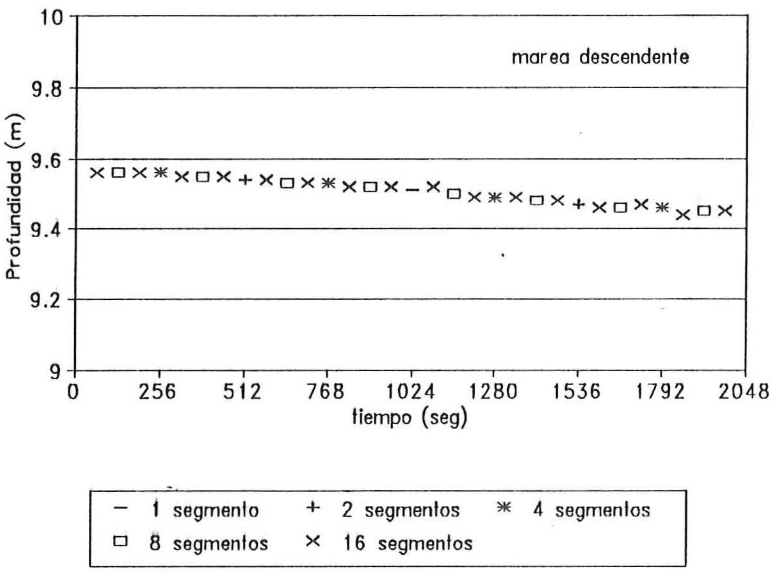


b)

Figura 19.a) y 19.b). a) Valores de H_S durante la bajamar. b) Variación de la profundidad, durante la bajamar, en el cálculo de las H_S. (Mismas indicaciones que en la figura 18).

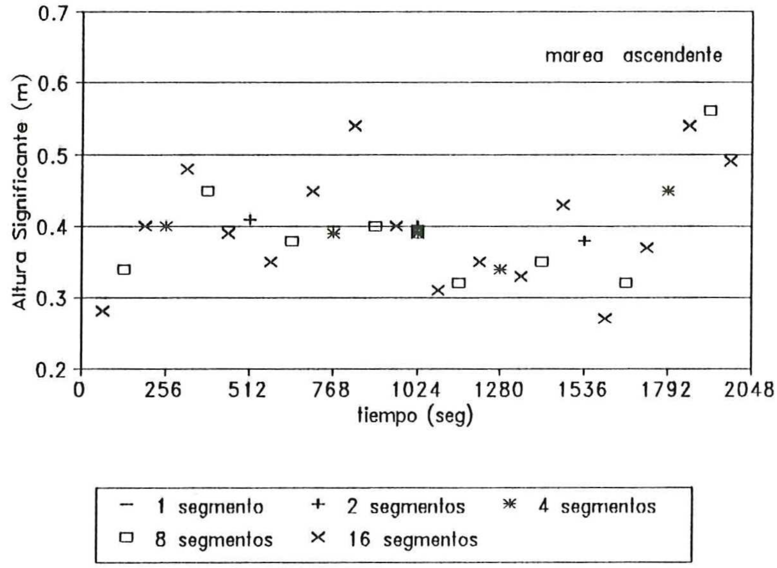


a)

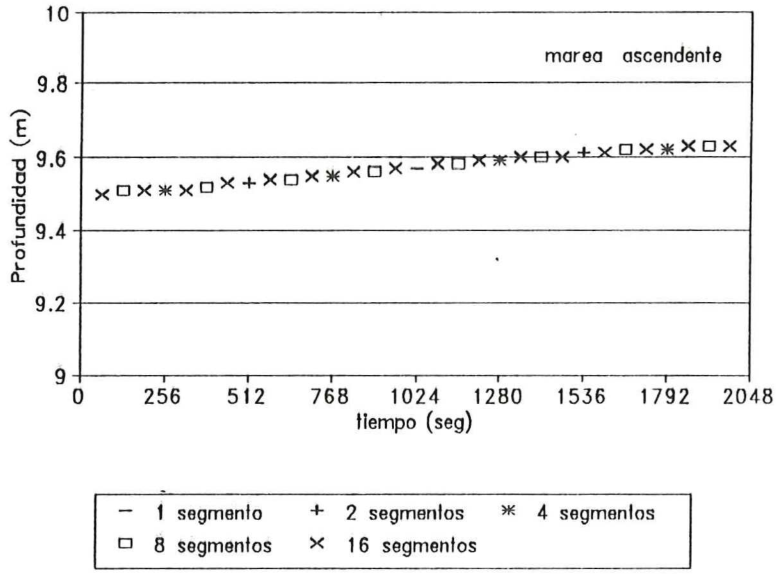


b)

Figura 20.a) y 20.b). a) Valores de H_S durante una marea descendente. b) Variación de la profundidad, durante una marea descendente, en el cálculo de las H_S. (Mismas indicaciones que en la figura 18).



a)



b)

Figura 21.a) y 21.b). a) Valores de H_S durante una marea ascendente. b) Variación de la profundidad, durante una marea ascendente, en el cálculo de las H_S. (Mismas indicaciones que en la figura 18)

5 DISCUSIÓN

El establecimiento de una rutina óptima de muestreo para medir el oleaje involucra más factores que simplemente el deseo de detectar olas que sean de nuestro interés. Si estuvieramos interesados en las olas que llegan a nuestras costas desde algún lugar en particular probablemente pudiéramos ser selectivos al momento de obtener la información necesaria; sin embargo, para las aplicaciones más comunes de ingeniería oceánica y costera debemos considerar al oleaje como un fenómeno conformado por olas provenientes de varios lugares e inclusive locales.

La complejidad del fenómeno del oleaje no debe ser menospreciada a la hora de hacer mediciones, de tal forma que el establecimiento de la rutina de muestreo debería basarse en los cambios de las condiciones del oleaje presente en la región de interés y en cualquier época del año. Esta variabilidad podría analizarse registrando datos de olas (o elevación de la superficie del mar) en forma continua y durante períodos de medición grandes (≅ 10 años o más).

Por otro lado, estaríamos haciendo un gasto innecesario al intentar registrar el oleaje en forma continua, ya que frecuentemente las condiciones de éste permanecen estacionarias (desde el punto de vista estadístico) por períodos de algunas horas, como ya se ha visto en este trabajo. Por consiguiente, resulta conveniente registrarlo solamente durante un lapso de tiempo menor que el período de estacionaridad, siempre y cuando se obtenga un registro con el tamaño necesario para que represente en forma adecuada las condiciones del oleaje en este período.

Así, para establecer una rutina óptima de muestreo de medición del oleaje necesitamos, primero, considerar los cambios naturales en las condiciones que presenta el oleaje en la región de estudio y, segundo, obtener estimaciones de parámetros estadísticos del oleaje con el menor error de muestreo posible. Con una rutina de muestreo diseñada de esta manera se pretende obtener la información suficiente del oleaje sin tener que registrar grandes cantidades de datos ni manejar innecesariamente una mayor cantidad de datos que la requerida. Esto se reflejaría en un ahorro de dinero en los procesos de medición, almacenamiento y procesado de la información.

Podemos encontrar en la bibliografía que el tamaño de muestra más utilizado para registrar el oleaje es de aproximadamente 17 minutos, y que el intervalo de tiempo para obtener éstas muestras es de 2, 3, 6 y hasta 8 horas. Para ésto es necesario suponer que las condiciones son estacionarias durante estos intervalos. Los resultados que al respecto se presentan en este trabajo definen los criterios utilizados para establecer una rutina de muestreo en las regiones de estudio.

5.1 Estacionaridad

5.1.1 Mission Bay, Ca.

En las distribuciones de períodos de estacionaridad para aguas someras (MBAS) y para aguas profundas (MBAP) presentados en la sección 4.1 para la región de Mission Bay, Ca., se muestra que la moda de estas distribuciones se encuentra en 6 horas aproximadamente (figuras 5 y 6). A pesar de ser condiciones diferentes (establecidas principalmente por la profundidad h) se puede considerar que en ambas estaciones el oleaje permanece estacionario durante períodos de hasta 6 horas (L_o=6 horas).

Este es un resultado interesante puesto que, generalmente, se espera que las condiciones del oleaje presentes en aguas profundas cambien cuando éste arriba a aguas someras principalmente por efectos de refracción. Pequeños cambios en período y dirección de propagación del oleaje en aguas profundas pueden generar cambios significativos en las características de éste al arribar a aguas someras, ya sea por efectos de refracción o de someramiento (*shoaling*), sobre todo si existe una batimetría muy irregular (lo que por lo general sucede en aguas someras y en lugares semiencerrados). Sin embargo, en la región de estudio (MBAS) la costa es completamente abierta (figura 2) y la batimetría parece no influir en las condiciones de estacionaridad del oleaje (H_S) que llega a esa zona.

En las figuras 9 y 10 se presenta el porcentaje de tiempo acumulado para las estaciones MBAS y MBAP respectivamente. En éstas se observa que porcentaje de períodos de tiempo de 6 horas o más pasaron la prueba de corridas. Para la estación MBAS únicamente el 70% del tiempo total (1 año) los registros de ese tamaño fueron consistentes con períodos de estacionaridad de 6 horas mientras que para la estación MBAP lo fueron el 75% del tiempo total (1 año). El menor porcentaje encontrado en MBAS es un posible indicador de que efectivamente el oleaje es más variable en condiciones de aguas someras que en condiciones de aguas profundas.

Elgar y Seymour (1985) encontraron que para la zona de estudio que ellos analizaron (parte central de la costa de California) podrían considerar estacionaridad en intervalos de hasta 6 horas en condiciones de aguas profundas el 80% del tiempo durante su experimento, resultado que coincide con el nuestro.

5.1.2 Ensenada, B.C.

En la distribución de períodos de estacionaridad para la estación ENS (figura 7) se puede observar que la moda se encuentra en los períodos de 3 horas (L_o=3 hrs). En la figura 11 se muestra que los intervalos de tiempo de aproximadamente 3 horas o más fueron consistentes con estacionaridad el 83% de las veces. Esto nos indica que se puede considerar estacionaridad en intervalos de hasta 3 horas para la época en la que se realizó el experimento en esta región.

A pesar de que en la estación ENS el valor de L_o (=3 hrs) fué obtenido con una serie muy corta, al compararlo con el valor de L_o (=6 hrs) obtenido para MBAS (condiciones de aguas someras), los resultados concuerdan con lo que puede esperarse acerca de las condiciones del oleaje en una región semicerrada como lo es la bahía de Todos Santos (figura 1) en la que los efectos costeros (someramiento, refracción, reflexión) pueden modificar las condiciones del oleaje proveniente de aguas profundas. Los resultados mostrados en la figura 8 apoyan esta aseveración. En ésta se observa que la distribución de períodos de estacionaridad de cuatro series igualmente cortas (9 días) tomadas de la estación MBAS presentan valores de L_o mayores o iguales a 6 horas, excepto en el caso b) en el que L_o=3 hrs; sin embargo, en este caso la distribución presenta una baja curtosis lo cual hace que el valor de la moda no sean tan distinguible. Además, las distribuciones de los cuatro casos presentados en esta figura 8 son muy amplias y no se centran marcadamente en algún valor bien definido. Esto nos puede indicar que los posibles efectos de la costa no alteran de manera importante las condiciones del oleaje en la estación MBAS.

Es importante notar que en la estación ENS el valor de L_o=3 hrs representa las condiciones de estacionaridad características del oleaje que se presenta a finales de verano y principios de otoño en esta región, por lo que se puede esperar un valor de L_o menor para la época de invierno durante la cual se tienen condiciones climatológicas más severas y más variables.

5.2 Error por variabilidad de muestreo

5.2.1 Mission Bay, Ca.

El error (asociado a la variabilidad de muestro) en las estimaciones de H_S en las estaciones MBAS y MBAP (figuras 12 y 13) es diferente (al 95% de nivel de confianza) para cada mes. Como es de esperarse, la variabilidad para los meses de invierno es mayor con respecto a la de los meses de verano (para los cuatro niveles de confianza 85%, 90%, 95% y 99%) debido a que las condiciones climatológicas de invierno son las más severas y variables de todo el año en esta región, contrariamente a lo que sucede durante el verano.

El porcentaje de error en las estimaciones H_S para todo el año (figuras 12.c) y 13.c)), al igual que para cada mes, es menor conforme el tamaño de la muestra l_o aumenta. Sin embargo, esta disminución no es tan significativa después de los 17.1 min, valor para el cual al 95% de nivel de confianza se tiene un error de ±15% para aguas someras (MBAS) y de ±14% para aguas profundas (MBAP). Elgar y Seymour (1985) encontraron que el error por variabilidad de muestreo es de ±14% para una muestra de 17.1 min en aguas profundas. Donelan y Pierson (1983) en forma teórico-experimental determinaron que una muestra de 17.1 min produce una estimación de H_S con un error de ±14% con respecto del valor verdadero el 95% del tiempo.

El porcentaje de error al 95% de nivel de confianza es menor en las estación MBAP en comparación con la estación MBAS (figura 15) indicando que posiblemente en aguas someras (MBAS) la refracción y el someramiento pueden influir en la variabilidad del muestreo.

5.2.2 Ensenada, B.C.

El error en la estimación de H_S en la estación ENS (figura 14) presenta el mismo comportamiento que en las estaciones MBAS y MBAP (figuras 12 y 13), es decir, una disminución en el porcentaje de error conforme el tamaño de muestra se incrementa; sin embargo, el error para cualquier l es mayor en comparación al de las estaciones MBAS y MBAP.

Los altos valores en el porcentaje de error que se encuentran aún para l pequeños en la estación ENS podrían ser debidos a la reflexión de las olas al chocar con el rompeolas, además de que la costa en esta zona no es completamente abierta lo cual remarca más la variabilidad causada por este fenómeno y por la refracción, característica que es de esperarse en regiones semicerradas (Carter *et al*, 1985). También es posible que este error se deba a la poca cantidad de datos tomada (9 días).

5.3 Efecto de la marea

El efecto de la marea (a través de K_p, figura 16) en la estimación de H_S y otros parámetros estadísticos puede observarse utilizando la tabla I. Se muestra (mediante los valores de $\overline{h}$) que el nivel de marea está bajando a lo largo de este registro en particular.

Al reconstruir la serie de $\eta(t)$ utilizando 1 segmento se consideró que durante 17.1 minutos (1024 segundos) la $\overline{h}$ se mantuvo constante con un valor de 9.73 metros lo cual dió una estimación de H_S=0.42 metros. Sin embargo, cuando se reconstruyen las elevaciones utilizando 16 segmentos corregidos cada uno con sus respectivos valores de K_p las estimaciones de H_S correspondientes a cada segmento alcanzan a tener diferencias de hasta 30 centímetros (H_S=0.32 m del segmento 2 en comparación con H_S=0.62 m del segmento 5). La diferencia de ±51.6% entre estos dos valores de H_S no se puede asociar completamente a la variación de la profundidad, sino que también está involucrado el error de muestreo. Al 90% de nivel de confianza Donelan y Pierson (1983) encontraron que este error puede ser del ±10% al ±15% debido solamente a variabilidad de muestreo; Elgar y Seymour (1985) encuentran un error de ±11%; mientras que en este trabajo encontramos un error de ±12% (figura 13.c). Al restar el ±15% de error máximo por variabilidad de muestreo al ±51.6% de la diferencia entre los valores de H_S antes mencionados, se encuentra que el error de ±36.6% por variación de la profundidad es bastante significativo. Sin embargo, se tendría que hacer un análisis con un mayor número de muestras para estar seguros de que efectivamente la variación de $K_p(f;h)$ con la profundidad introduce un error en la estimación de parámetros estadísticos como la H_S.

6 CONCLUSIONES

La prueba utilizada indica que para la región de Mission Bay secuencias de H_S correspondientes a 6 horas (L_o=6 hrs) presentan condiciones de estacionaridad el 70% del tiempo durante el experimento en aguas someras (MBAS), mientras que en el caso de aguas profundas estas condiciones se observan para el mismo período (L_o=6 hrs) el 75% del tiempo. Para el caso de la región del muelle del puerto de Ensenada el 85% del tiempo durante el experimento períodos de aproximadamente 3 horas fueron consistentes con estacionaridad.

La refracción que sufre el oleaje al arribar a aguas someras parece no ser tan importante en costas abiertas, de manera que las distribuciones del período de estacionaridad en aguas someras y en aguas profundas son muy similares. Esta aseveración no es igualmente válida en regiones costeras semicerradas donde las condiciones estacionarias del oleaje se pueden limitar a períodos cortos debido a efectos costeros como la refracción, la reflexión y el someramiento.

Para la estación MBAP las estimaciones de H_S utilizando muestras de 17.1 minutos presentan un error de ±14% al nivel de confianza del 95% con respecto al valor verdadero representado por el período de estacionaridad. Para la estación MBAS las estimaciones tienen un error de ±15% al nivel de confianza del 95% para el mismo tamaño de muestra de 17 minutos. Por otro lado, en la estación ENS las estimaciones tienen en general un error alto para cualquier nivel de confianza presentado en comparación con las otras dos estaciones, pero se consideró apropiado escoger un tamaño de muestra de 34.2 minutos el cual al 95% da un error de ±25% y proporciona una cantidad de datos indispensable (potencia de 2) para el uso de la FFT.

Las rutinas de muestreo óptimas que se recomiendan para las estaciones MBAS y MBAP consisten en medir durante 17 minutos cada 6 horas (l_o=17 min representa a L_o=6 hrs), mientras que para la estación ENS se puede recomendar medir durante 34 minutos cada 3 horas (l_o=34 min representa a L_o=3 hrs) para condiciones climatológicas de calma (verano principalmente).

El error debido a la variación de la profundidad h en las estimaciones de parámetros estadísticos del oleaje, como la H_S, hechas a partir de datos de presión (los cuales son corregidos por el factor de atenuación $K_p(f;h)$) puede ser importante una vez que se le ha eliminado el error por variabilidad de muestreo.

7 RECOMENDACIONES

Las rutinas de muestreo establecidas en este trabajo para condiciones en aguas someras y en aguas profundas en la región de Mission Bay, solamente se consideran válidas en dicha zona. Para el caso de la región del muelle del puerto de Ensenada la rutina recomendada es válida únicamente para la región y la época de estudio; por lo que se recomienda que para determinar una rutina de muestreo válida para todo el año en esta estación, se haga un análisis de estacionaridad similar considerando una serie de al menos un año. Si se quisiera utilizar una rutina similar para otra localidad, lo más recomendable sería hacer un estudio parecido al presente.

En el caso del efecto de la variación de la profundidad en las estimaciones de parámetros estadísticos del oleaje se necesitan hacer más estudios para poder asegurar que efectivamente esta variación es importante.

LITERATURA CITADA

Bendat, J.S. y A.G. Piersol (1986) Random Data: Analysis and Measurement Procedures. Ed. Wiley-Interscience. 2nd ed. Pag 94.

Brownlee, K.A.(1984) Statistical Theory and Methodology. In Science and Engineering. Second Ed. Robert E. Krieger Publishing Company, Inc. Pags. 221-236.

Carter, D.J.T., P.G. Challenor, J.A. Ewing, E.G. Pitt, M.A. Srokosz, M.J. Tucker (1985) Estimating Wave Climate Parameters for Engineering Applications, Offshore Tecnology Report,Institute of Oceanographic Sciences,England,1985, pags 11-61.

Dean, R.G. y R.A. Dalrymple (1984) Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists, Ed. Prentice-Hall, pp 41-125.

Donelan, M. y W.J. Pierson (1983) The Sampling Variability of Estimates of Spectra of Wind-Generated Gravity Waves,J.Geophys.Res.,v.88 (C7),pp.4381-4392.

Elgar, S. y R. Seymour (1985) Effects of the Lack of Stationarity on Deep Water Wave Statistics. Proceedings of Ocean Engineering and the Environment. Oceans '85. Vol.2,pp 718-722.

Freund, J.E. y R.E. Walpole (1980) Mathematical Statistics. Third Ed. Prentice-Hall, Inc. Pags. 474-495.

Goda, Y.(1985) Random Seas and Design of Maritime Structures, U. of Tokio Press, pp 209-270.

Harris, D.L.(1972) Characteristics of Wave Records in the Coastal Zone, in Waves on Beaches and Resulting Sediment Transport,Academic Press,1972,pp.1-51.

Hogben, N. (1988) Experience from Compilation of Global Wave Statistics. Ocean. Eng., 15(1), 1-31.

Hunt, J.N. (1979) Direct Solution of Wave Dispersion Equation. J. Waterway, Port, Coastal and Ocean Division, ASCE. 105(WW4), 457-459.

Jenkins, G.M. y D.G. Watts (1968) Spectral Analysis and its applications. Ed. Holden-Day, pags. 147-232.

Mendenhall, W. y R.L. Scheaffer (1973) Mathematical Statistics with Applications. Duxbury Press. Pags. 527-529, 542-552.

Mendes, M., R.F. Silveira y M.C. De Campos (1970) Spectral Computations on Pressure Wave Gauge Records,Proc. of the 12th Coastal Engineering Conference,v.1,Vancouver,1974,pp.65-75.

Silvester, R.(1974) Coastal Engineering, 1. Generation, Propagation and Influence of Waves, First Ed. Elsevier Scientific Publishing Co., pp.263-300.

Tournadre, J.(1993) Time and Space Scales of Significant Wave Heights, J. Geophys. Res., 98(C3), 4727-4738.

Wilson, B.W., S.K. Chakrabarti y R.H. Snider (1974) Spectrum Analysis of Ocean Wave Records,Proc. of the Int. Symposium on Ocean Wave Measurement and Analysis,v.1,ASCE,Louisiana,1974,pp.87-106.

APÉNDICE A

Una característica común de las pruebas estadísticas paramétricas es que, en la mayoría de los casos, requieren de suposiciones específicas acerca de la población o poblaciones muestreadas. En muchos casos suponemos que las poblaciones muestreadas son normales, algunas veces suponemos que sus desviaciones estándar son conocidas o que son iguales, y algunas veces suponemos que las muestras son independientes.

Debido a que hay muchas situaciones en las que las suposiciones requeridas no se pueden tener, los estadísticos han desarrollado técnicas alternativas que no dependan de los supuestos prestablecidos que tienen que cumplir las poblaciones, excepto de que sean continuas. A estas técnicas se les conoce como métodos no paramétricos. Estos incluyen a los métodos que son no paramétricos solo en el sentido de que no toman en cuenta cualquier tipo de parámetros de la población.

Estos métodos presentan un gran atractivo intuitivo, es decir, son explicables y entendibles facilmente, además, pueden ser usados bajo condiciones más generales que las técnicas estándar. Otra característica atractiva es que, en general, "la carga computacional es muy ligera", de ahí que se les conoce también como técnicas "quick and easy" o "short cut". (Freund and Walpole, 1980). Por estas razones, los métodos no parámetricos son cada vez más populares, por lo que el desarrollo de su teoría y aplicaciones es cada vez mayor.

La principal desventaja de los métodos no paramétricos es, algunas veces, su menor eficiencia con respecto de las técnicas estándar en el sentido de que hacen uso de toda la información. Sin embargo, se debe tener en cuenta que tales comparaciones de eficiencia suponen que las condiciones fundamentales de los métodos estándar se presentan y, por lo tanto, tienden a subestimar la cualidad principal de los métodos no paramétricos. Freund y

Walpole (1980) remarcan lo anterior diciendo que: "... en general es verdad que **mientras menos se supone, menos se puede inferir de un conjunto de datos**, pero también es cierto que **mientras menos se supone, más puede abarcar la aplicabilidad de un método**".

Algunos autores como Mendenhall y Scheaffer (1973), mencionan que cuando los métodos estándar reúnen las suposiciones que necesitan, son más poderosos que las pruebas no paramétricas, sin embargo, este poderío no significa mayor exactitud en los resultados que los obtenidos por las técnicas no paramétricas, lo cual les da una gran fuerza a estos últimos.

1 Prueba de corridas

Hay varios métodos no paramétricos utilizados para probar la aleatoriedad de datos observados considerando el orden en el cual fueron obtenidos. La técnica que se describe aquí está basada en la **teoría de corridas**, donde **una corrida es una sucesión de elementos idénticos, la cual es precedida y seguida por elementos diferentes**. Para ilustrar consideraremos el siguiente arreglo de $A^{'s}$ y $B^{'s}$:

AAAAA BBBB AAAAAAAAAA BB AA BBBB A BB AA

Hemos agrupado a los elementos que constituyen una corrida utilizando espacios, de tal forma que primero encontramos una corrida de cinco $A^{'s}$, luego una corrida de cuatro $B^{'s}$, luego una corrida de diez $A^{'s}$, y así sucesivamente hasta encontrar una última corrida de dos $A^{'s}$; en todo el arreglo tenemos nueve corridas de diferentes longitudes.

Frecuentemente, el número total de corridas que aparecen en un arreglo de esta clase es una buena indicación de una posible falta de aleatoriedad. Si hay muy pocas corridas, podríamos sospechar de un definitivo agrupamiento, o tal vez de una tendencia; si hay muchas corridas, entonces se pudiera pensar en un cierto patrón de repetición alternante. (Freund and Walpole, 1980).

Supongamos ahora que tenemos m elementos del tipo A y n del tipo B, $m + n = N$, y estos N elementos son seleccionados aleatoriamente uno a la vez y sin remplazo, registrándose entonces la secuencia de $A^{'s}$ y $B^{'s}$. Consideraremos la distribución del número de corridas u. Por ejemplo, si $m = n = 5$, y observamos cualquiera de las secuencias

$$ABBBBBAAAA,\ AABBBBBAAA,\ AAABBBBBAA,$$
$$AAAABBBBBA,\ o\ \ BAAAAABBBB,\ etc. \tag{A.1}$$

entonces $u = 3$. Ahora, lo que nos interesa es encontrar $Pr\{u = 3\}$.

Primero consideraremos dos problemas de combinaciones. Determinaremos el número de formas en las cuales r objetos indistinguibles pueden ser ubicados en n celdas identificables, primero sin ninguna restricción sobre el número de objetos que pueden ser puestos en cada una de las celdas, y después con la restricción de que ninguna celda puede estar vacía.

Consideremos un renglón de n celdas con r objetos a ser ubicados en ellas. Representaremos las n celdas mediante los espacios entre $n + 1$ barras; por ejemplo,

$$|AAA|\,|AA|\,||$$

representa un renglón de 5 celdas con $3, 0, 2, 0$ y 0 objetos A en las celdas. De las $n + 1$ barras, una debe estar siempre en la primera posición y otra en la última posición, pero las $n - 1$ restantes pueden ubicarse en cualquier lugar. Cada arreglo de $n - 1$ objetos de un tipo, llamados barras, y r objetos de un segundo tipo, llamados $A^{'s}$, determina una forma diferente de llenar las n celdas. Usando la expressión para encontrar el número de permutaciones distinguibles de n_1 objetos del tipo a, n_2 del tipo b, etc.

$$\frac{n!}{n_1!n_2!\cdots n_k!} \tag{A.2}$$

donde $n_1 + n_2 + \cdots + n_k = n$, tenemos que el número de tales arreglos, y por lo tanto el número de formas de llenar las n celdas, es

$$\frac{[(n-1)+r]!}{(n-1)!r!} \qquad (A.3)$$

Ahora supongamos que el número de objetos excede el número de celdas, i.e., $r > n$, e imponemos la condición de que ninguna celda debe estar vacía. Ningún intervalo entre objetos puede tener más de una barra, porque si así sucede, dos barras cualesquiera definirían una celda que quedaría vacía. De los $r - 1$ espacios entre los r objetos, podemos escoger $n - 1$ de ellos como lugares para poner las barras (tenemos un total de $n + 1$ barras con dos de ellas en las posiciones extremas). El número de formas en las cuales podemos hacer esta selección es

$$\binom{r-1}{n-1} = \frac{(r-1)!}{(n-1)![(r-1)-(n-1)]!} = \frac{(r-1)!}{(n-1)!(r-n)!} \qquad (A.4)$$

donde $(n-1) + (r-n) = (r-1)$.

Este es el número de formas en las cuales podemos posicionar r objetos en n celdas, $r \geq n$, con ninguna celda vacía.

Un argumento alternativo es el siguiente. Dados r objetos, primero ponemos n de ellos en n celdas de modo que cada celda contenga precisamente un objeto. Esto nos deja $r - n$ objetos que podemos colocar en las n celdas sin otra restricción. Usando la ecuación (A.3) con r remplazada por $r - n$ tenemos que

$$\frac{[(n-1)+(r-n)]!}{(n-1)!(r-n)!} = \frac{(r-1)!}{(n-1)!(r-n)!} \qquad (A.5)$$

dando el mismo resultado de la ecuación (A.4).

Ahora regresaremos a obtener $Pr\{U=u\}$ dados m objetos de una clase y n objetos de una segunda clase. Usando la ecuación (A.2) con tan sólo dos clases de elementos, tenemos que el número total de arreglos es $\binom{m+n}{m} = \binom{m+n}{n}$ considerándolos como igualmente

posibles a todos ellos, así

$$Pr\{U = u\} = \frac{número \;\; arreglos \;\; que \;\; dan \;\; u \;\; corridas}{número \;\; total \;\; arreglos} \qquad (A.6)$$

Aquí u puede ser par o impar. Considerando el caso donde u es par, tenemos que $u = 2\nu$, donde ν es un número entero. Entonces debemos tener ν corridas de objetos de la primera clase y ν corridas de objetos de la segunda clase. Escogeremos las corridas de los objetos de la primer clase y consideraremos cada corrida como una celda. De la ecuación (A.4), el número de formas como podemos llenar estas ν celdas con m objetos de manera que ninguna celda quede vacía es $\binom{m-1}{\nu-1}$. Análogamente, hay $\binom{n-1}{\nu-1}$ formas como podemos llenar las celdas con los n objetos de la segunda clase sin que ninguna celda quede vacía. Finalmente, dada una secuencia $A \cdots B \cdots A \cdots$, podemos intercambiar cada grupo de $A^{'s}$ con el grupo de $B^{'s}$ que le sigue de modo que tengamos una secuencia $B \cdots A \cdots B \cdots$, la cual tendrá el mismo número de corridas que la primera. Así, el número de arreglos que dan u corridas es

$$2\binom{m-1}{\nu-1}\binom{n-1}{\nu-1} \qquad (A.7)$$

Sustituyendo en la ecuación (A.6) tenemos

$$Pr\{U = u = 2\nu\} = \frac{2\binom{m-1}{\nu-1}\binom{n-1}{\nu-1}}{\binom{m+n}{m}} \qquad (A.8)$$

De manera similar podemos encontrar para el caso en el que u es impar, digamos $u = 2\nu + 1$, la siguiente expresión

$$Pr\{U = u = 2\nu+1\} = \frac{\binom{m-1}{\nu}\binom{n-1}{\nu-1} + \binom{m-1}{\nu-1}\binom{n-1}{\nu}}{\binom{m+n}{m}} \qquad (A.9)$$

Por ejemplo, para el caso del arreglo dado en A.1 con $m = n = 5$, $u = 3$, $Pr\{U \leq 3\} = Pr\{U=2\} + Pr\{U=3\}$

$$Pr\{U \leq 3\} = Pr\{U = 2\} + Pr\{U = 3\} \tag{A.10}$$

$$= \frac{2\binom{4}{0}\binom{4}{0}}{\binom{10}{5}} + \frac{\binom{4}{1}\binom{4}{0} + \binom{4}{0}\binom{4}{1}}{\binom{10}{5}} = \frac{2}{252} + \frac{8}{252} = 0.0397$$

2 Una aproximación a la distribución del número de corridas

Las fórmulas obtenidas para las probabilidades exactas del número de corridas de dos tipos de elementos son muy incómodas de usar en la práctica. En esta sección obtendremos el valor esperado y la varianza del número de corridas, u, y obtendremos P valores para u's observadas suponiendo que u está distribuída normalmente.

Es conveniente considerar el número de transiciones t en lugar del número de corridas u: Una transición la definiremos como el punto donde una corrida termina y otra empieza. Debe notarse que la última corrida termina donde la secuencia finaliza, de manera que este punto no se considera una transición. Así, tenemos que

$$t = u - 1 \tag{A.11}$$

Nos interesa encontrar $E[u] = E[t] + 1$ y $V[u] = V[t]$ (media y varianza de u, respectivamente) bajo la hipótesis nula (H_0: La secuencia es aleatoria).

Denotaremos al número total de espacios entre elementos, donde las transiciones pueden ocurrir, como $N' = N - 1$. Definiendo t_i como el número de transiciones en el i-ésimo espacio, i.e.,

$$t_i = \begin{cases} 0 & si \quad AA \quad o \quad BB \quad a \quad ambos \quad lados \quad del \quad espacio, \\ 1 & si \quad AB \quad o \quad BA \quad a \quad ambos \quad lados \quad del \quad espacio. \end{cases} \tag{A.12}$$

Entonces, el número total de transiciones es $t = \sum^{N'} t_i$, y $E[t_i]$ es la probabilidad de que un par de elementos consecutivos sean diferentes. Por otra parte, utilizando la probabilidad condicional, tenemos que

$$Pr\{En\ un\ par\ primero\ se\ tiene\ A\} = \frac{m}{m+n}, \qquad (A.13)$$

$$Pr\{En\ segundo\ lugar\ se\ tiene\ B \mid primero\ ocurrió\ A\} = \frac{n}{m+n-1}; \qquad (A.14)$$

así

$$Pr\{Un\ par\ sea\ AB\} = \frac{m}{m+n}\frac{n}{m+n-1}. \qquad (A.15)$$

Brownlee (1984) usa estos resultados para tabular las probabilidades de los posibles tipos de pares con los correspondientes valores de t_i y t_i^2, como se muestra en la tabla II:

Tabla II. Tabla de probabilidades de las transiciones t_i asociadas a los posibles tipos de pares. Tomada de Brownlee (1984).

Tipo de Par	t_i	t_i^2	Probabilidad
AA	*0*	*0*	$\frac{m(m-1)}{(m+n)(m+n-1)}$
AB	*1*	*1*	$\frac{mn}{(m+n)(m+n-1)}$
BA	*1*	*1*	$\frac{mn}{(m+n)(m+n-1)}$
BB	*0*	*0*	$\frac{n(n-1)}{(m+n)(m+n-1)}$

Calculando entonces $E[t_i]$, tenemos que

$$E[t_i] = 1\left(\frac{mn}{(m+n)(m+n-1)}\right) + 1\left(\frac{mn}{(m+n)(m+n-1)}\right)$$

$$= \frac{2mn}{(m+n)(m+n-1)}, \qquad (A.16)$$

$$E[t_i^2] = \frac{2mn}{(m+n)(m+n-1)}. \qquad (A.17)$$

Así obtenemos

$$E[t] = E\left[\sum_i^{N'} t_i\right] = \sum_i^{N'} E[t_i]$$

$$= N'\frac{2mn}{(m+n)(m+n-1)} = \frac{2mn}{m+n} \qquad (A.18)$$

puesto que $N' = m+n-1$; entonces, el valor esperado del número de corridas es

$$E[u] = 1 + \frac{2mn}{m+n}. \qquad (A.19)$$

Para encontrar la varianza de u, Brownlee (1984) presenta el siguiente desarrollo:

$$V[u] = V[t] = V\left[\sum_i^{N'} t_i\right]$$

$$= \sum_i^{N'} V[t_i] + 2\sum_{i=1}^{N'-1}\sum_{j=i+1}^{N'} Cov[t_i, t_j] \qquad (A.20)$$

El primer término se puede evaluar fácilmente

$$\sum_i^{N'} V[t_i] = N'V[t_i] = N'(E[t_i^2] - (E[t_i])^2). \qquad (A.21)$$

El segundo término que envuelve a la $Cov[t_i, t_j]$ puede ser calculado utilizando la identidad

$$Cov[t_i, t_j] = E[t_i t_j] - E[t_i]E[t_j] = E[t_i t_j] - (E[t_i])^2 \qquad (A.22)$$

puesto que $E[t_i] = E[t_j]$. Los términos $t_i\ t_j$ se consideran en dos grupos:

1.- Los términos $t_i\ t_{i+1}$ los cuales envuelven espacios adyacentes, en el que el par de elementos determinado por t_i tiene como su segundo elemento al primer elemento del segundo par determinado por t_{i+1}.

2.- Los términos $t_i\ t_k$, donde $k>i+1$, para los cuales los dos pares de elementos no tienen un elemento en común; i.e., el i-ésimo y k-ésimo espacios están separados por uno o más espacios.

Necesitamos conocer el número de términos de estos dos tipos. El número total de pares $t_i\ t_j$, con $i<j$, es el número de combinaciones que pueden ser formadas de N' cosas tomando dos a la vez, i.e.,

$$\binom{N'}{2} = \frac{N'!}{2!(N'-2)!} = \frac{N'(N'-1)}{2} \qquad (A.23)$$

El número de pares del tipo 1 es $N-2 = N'-1$, puesto que, si consideramos una secuencia típica de elementos $1,2,3,4,5$, entonces los únicos pares adyacentes de $t^{'s}$ que pueden ser formados son $t_1\ t_2$ de los elementos $1,2,3$; $t_2\ t_3$ de los elementos $2,3,4$; $t_3\ t_4$ de los elementos $3,4,5$. Entonces, el número de pares del tipo 2 puede obtenerse como el número total de todos los pares menos el número de pares del tipo 1:

$$\frac{N'(N'-1)}{2} - (N'-1) = \frac{N'(N'-1) - 2(N'-1)}{2}$$

$$= \frac{(N'-1)(N'-2)}{2} \qquad (A.24)$$

Para calcular $Cov[t_i, t_j]$ de la ecuación (A.22) necesitamos $E[t_i t_j]$ para los dos tipos de pares. Para el tipo 1, los pares t_i, t_{i+1} son aquellos pares de transiciones con un elemento en común. En la tabla III se enlistan los posibles ejemplos (Brownlee, 1984).

Tabla III. Ejemplos de ocurrencia de transiciones (t_i y t_{i+1}) para una secuencia de elementos de dos tipos. Tomada de Brownlee (1984).

Secuencia de elementos	t_i	t_{i+1}	$t_i t_{i+1}$
AAA	*0*	*0*	*0*
AAB	*0*	*1*	*0*
ABA	*1*	*1*	*1*
ABB	*0*	*1*	*0*
BAA	*1*	*0*	*0*
BAB	*1*	*1*	*1*
BBA	*0*	*1*	*0*
BBB	*0*	*0*	*0*

Como se observa, las únicas secuencias que dan valores t_i, t_{i+1} diferentes de cero son *ABA* y *BAB*, las cuales tienen las siguientes probabilidades

$$\frac{m}{m+n}\cdot\frac{n}{m+n-1}\cdot\frac{m-1}{m+n-2} \quad y \quad \frac{n}{m+n}\cdot\frac{m}{m+n-1}\cdot\frac{n-1}{m+n-2} \tag{A.25}$$

Así,

$$E[t_i t_{i+1}] = 1\cdot\frac{mn(m-1)}{(m+n)(m+n-1)(m+n-2)} + 1\cdot\frac{mn(n-1)}{(m+n)(m+n-1)(m+n-2)}$$

$$= \frac{mn}{(m+n)(m+n-1)} \tag{A.26}$$

Sustituyendo en la ecuación (A.22) obtenemos las covarianzas de los pares del tipo t_i, t_{i+1}

$$Cov[t_i, t_{i+1}] = \frac{mn}{(m+n)(m+n-1)} - (E[t_i])^2 \tag{A.27}$$

y se tienen $N'-1 = m+n-2$ de tales términos.

Para calcular $Cov[t_i, t_k]$, con $k>i+1$, necesitamos $E[t_it_k]$ para los pares de $t^{'s}$ formados por los tipos de pares de elementos enlistados en la tabla IV.

Tabla IV. Tipos de pares presentes en una secuencia de dos tipos de elementos y las transiciones (t_i y t_k) asociadas a ellos. Tomada de Brownlee (1984).

Tipos de pares	t_i	t_k	t_it_k		Tipos de pares	t_i	t_k	t_it_k
$AA \ldots AA$	*0*	*0*	*0*		$BA \ldots AA$	*1*	*0*	*0*
$AA \ldots AB$	*0*	*1*	*0*		$BA \ldots AB$	*1*	*1*	*1*
$AA \ldots BA$	*0*	*1*	*0*		$BA \ldots BA$	*1*	*1*	*1*
$AA \ldots BB$	*0*	*0*	*0*		$BA \ldots BB$	*1*	*0*	*0*
$AB \ldots AA$	*1*	*0*	*0*		$BB \ldots AA$	*0*	*0*	*0*
$AB \ldots AB$	*1*	*1*	*1*		$BB \ldots AB$	*0*	*1*	*0*
$AB \ldots BA$	*1*	*1*	*1*		$BB \ldots BA$	*0*	*1*	*0*
$AB \ldots BB$	*1*	*0*	*0*		$BB \ldots BB$	*0*	*0*	*0*

Los únicos tipos de pares que dan valores de $t_i\, t_k$ diferentes de cero son $AB \cdots AB$, $AB \cdots BA$, $BA \cdots AB$, y $BA \cdots BA$, cada uno de los cuales envuelve dos $A^{'s}$ y dos $B^{'s}$, y cada uno de ellos tiene la misma probabilidad

$$\frac{m}{m+n} \cdot \frac{n}{m+n-1} \cdot \frac{m-1}{m+n-2} \cdot \frac{n-1}{m+n-3} \qquad (A.28)$$

Así,

$$E[t_it_k] = \frac{4mn(m-1)(n-1)}{(m+n)(m+n-1)(m+n-2)(m+n-3)} \qquad (A.29)$$

Sustituyendo en la ecuación (A.22), se obtienen las covarianzas de los pares del tipo t_i, t_k, donde $k>i+1$,

$$Cov[t_i, t_k] = \frac{4mn(m-1)(n-1)}{(m+n)(m+n-1)(m+n-2)(m+n-3)} - (E[t_i])^2 \qquad (A.30)$$

De la ecuación (A.24), se deduce que hay $\frac{(m+n-2)(m+n-3)}{2}$ de tales términos.

Sustituyendo en la ecuación (A.20) las ecuaciones (A.21), (A.27) y (A.30), las dos últimas con los coeficientes apropiados, i.e., con el número de términos de los dos tipos, se tiene

$$V[u] = (m+n-1)\{E[t_i^2] - (E[t_i])^2\} \tag{A.31}$$

$$+2(m+n-2)\{\frac{mn}{(m+n)(m+n-1)} - (E[t_i])^2\}$$

$$+2\frac{(m+n-2)(m+n-3)}{2}\{\frac{4mn(m-1)(n-1)}{(m+n)(m+n-1)(m+n-2)(m+n-3)} - (E[t_i])^2\}$$

La suma de los coeficientes de $(E[t_i])^2$ es $-(m+n-1)^2$. Sustituyendo las ecuaciones (A.16) y (A.17), (A.31) se reduce a

$$V[u] = \frac{2mn(2mn-m-n)}{(m+n)^2(m+n-1)} \tag{A.32}$$

Así, si u es el número de corridas observadas, el estadístico

$$\frac{u-E[u]}{\sqrt{V[u]}} = \frac{u-\left[\frac{2mn}{(m+n)}+1\right]}{\sqrt{\frac{2mn(2mn-m-n)}{(m+n)^2(m+n-1)}}} \tag{A.33}$$

es una variable estandarizada bajo la hipótesis nula, y es aproximadamente normal para valores de m y n grandes.

3 Corridas arriba y abajo de la mediana

La prueba que estamos analizando puede adaptarse fácilmente a probar la aleatoriedad de una secuencia de observaciones continuas $x_1, x_2, \cdots, x_N$, clasificándolas como observaciones que caen arriba o abajo de la mediana muestral y, entonces, etiquetándolas como A o B dependiendo de su posición. Si el número de observaciones es impar, se ignora la observación que cae sobre la mediana. El número de observaciones m sobre la mediana es igual al número de observaciones n bajo ella; así $m=n$. Las ecuaciones (A.19) y (A.32) quedan entonces como

$$E[u] = 1 + m \qquad (A.34)$$

$$V[u] = \frac{m(m-1)}{2m-1} \qquad (A.35)$$

Esta prueba es un ejemplo de las llamadas pruebas no paramétricas; sus únicas suposiciones bajo la hipótesis nula son que las observaciones se comportan en forma aleatoria y que están distribuídas idénticamente a partir de alguna distribución continua cuya forma no ha sido especificada.

Tal vez la aplicación más directa de esta prueba para problemas de evaluación de datos, incluye probar la tendencia que pueda tener una secuencia particular de observaciones (Bendat y Piersol, 1986). Supongamos que hay razón para sospechar de la existencia de una marcada tendencia en una secuencia de observaciones; esto es, hay razón para creer que la probabilidad de una A o una B está cambiando de una observación a la siguiente. La existencia de una tendencia puede ser probada de la siguiente manera: Propongamos la hipótesis de que no hay tendencia, con lo cual supondremos que la secuencia de N valores son observaciones independientes de la misma variable aleatoria. Entonces, si el número de observaciones A es igual al número de observaciones B, el número de corridas en la secuencia tendrá una distribución muestral como la que Bendat y Piersol (1986) presentan en su tabla A.6.

La hipótesis puede ser probada a cualquier nivel de significancia α deseado. La región de aceptación para esta hipótesis se encuentra dentro del intervalo entre $u_{n;1-\alpha/2}$ y $u_{n;\alpha/2}$ donde $n = \frac{N}{2}$. De esta manera, si el número de corridas cae fuera del intervalo, la hipótesis sería rechazada al α de nivel de significancia. De otra manera, la hipótesis sería aceptada.

APÉNDICE B

En esta sección se presentan los resultados de la corrección por el efecto de atenuación K_p, como lo indica la ecuación 4, para la generación de la serie de tiempo de la elevación de la superficie del mar $\eta(t)$ a partir de la representación en frecuencia *P(f)* de la serie de tiempo de la presión *p(t)* obtenida por los sensores de las estaciones ENS y MBAS.

1 Elevación de la superficie del mar $\eta(t)$

Como se mencionó en la sección 3.1, el cálculo de las elevaciones de la superficie del mar a partir de las fluctuaciones de presión registradas por los sensores, involucra una corrección por el factor de atenuación K_p. En la ecuación 6 se observa que este factor depende de la profundidad y de la frecuencia (a través del número de onda *k*). Por lo tanto, su cálculo necesita la solución de la relación de dispersión del oleaje (ec. 7) para encontrar los distintos valores de *k* asociados a cada una de las frecuencias.

En la figura 22 se muestran las diferencias encontradas al calcular K_p resolviendo la relación de dispersión con el algoritmo de iteraciones (Newton-Raphson) y también con el algoritmo propuesto por Hunt (1979) (al cual nos referiremos en lo subsecuente como el algoritmo de fórmula)

$$\frac{c^2}{gh} = [y + (1 + 0.66667y + 0.35550y^2 + 0.16084y^3 + 0.06320y^4 + 0.02174y^5$$
$$+ 0.00654y^6 + 0.00171y^7 + 0.00039y^8 + 0.00011y^9)^{-1}]^{-1} \qquad (B.1)$$

en donde $y = \frac{\omega^2 h}{g}$ y *c* es la rapidez de fase de las olas de frecuencia ω.

Se observa (figura 22) que los porcentajes de error relativo son muy pequeños (teniendo valores máximos entre las frecuencias de 0.125 Hz y 0.25 Hz) por lo que se optó por usar el algoritmo de fórmula ya que es más rápido y nos proporcionaría la oportunidad de procesar una gran cantidad de información en menos tiempo.

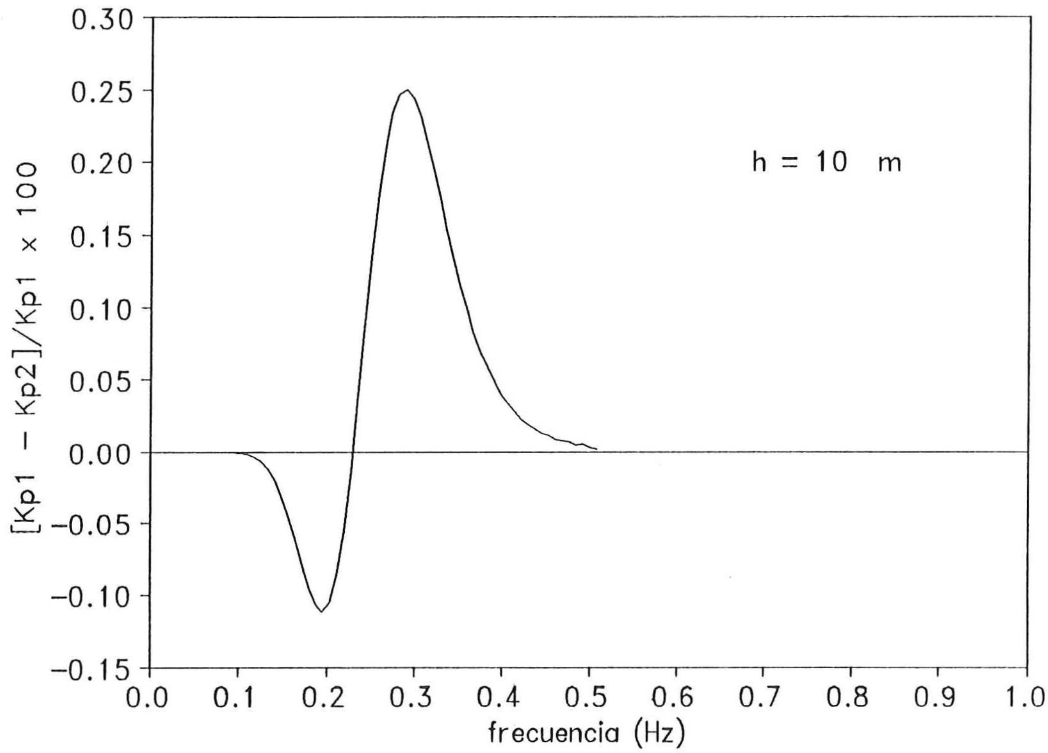
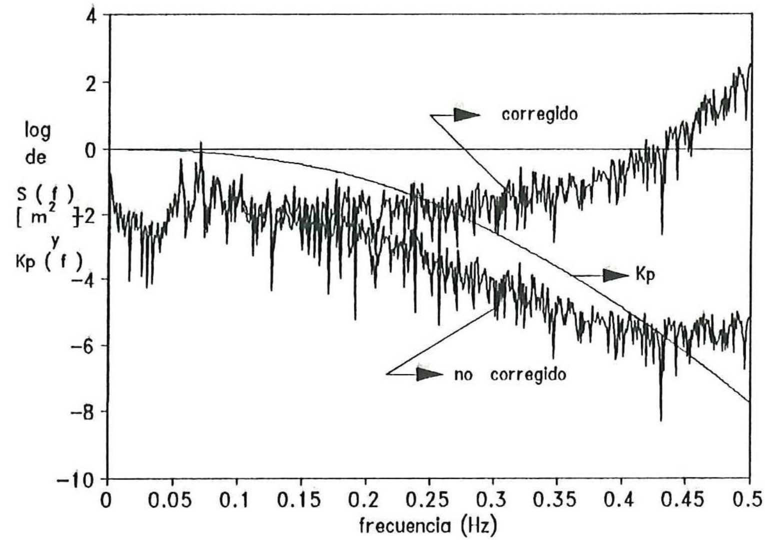
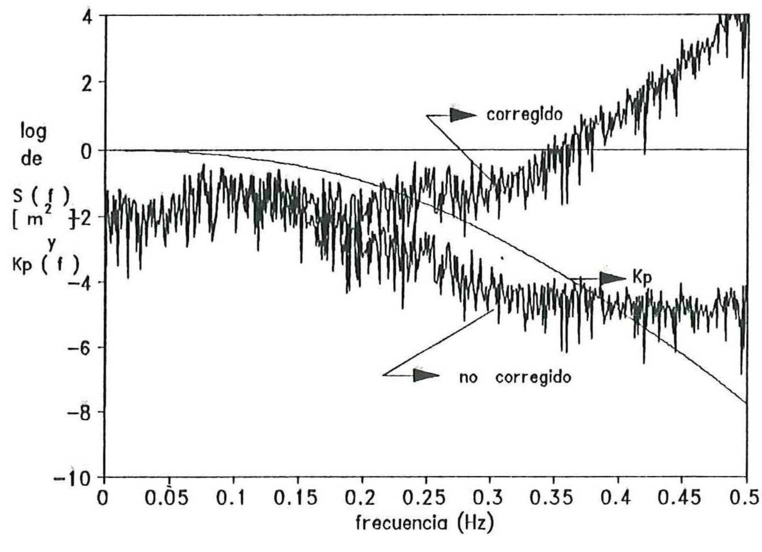


Figura 22. Porcentaje de error relativo del coeficiente de atenuación (K_p) utilizando los algoritmos de iteraciones (K_{p1}) y de fórmula (K_{p2}) para resolver la relación de dispersión del oleaje.

Al corregir el espectro por el efecto de atenuación (ec. 8) se observó que para frecuencias mayores que una frecuencia específica la energía crecía en forma irreal. Esto se debe a que K_p tiende a ser muy pequeño para frecuencias muy altas. En la figura 23 se muestra este resultado al comparar los espectros corregidos (espectros cuyos coeficientes de Fourier fueron divididos entre K_p) con los correspondientes espectros no corregidos calculados para cuatro distintos registros de 1024 segundos de duración cada uno.

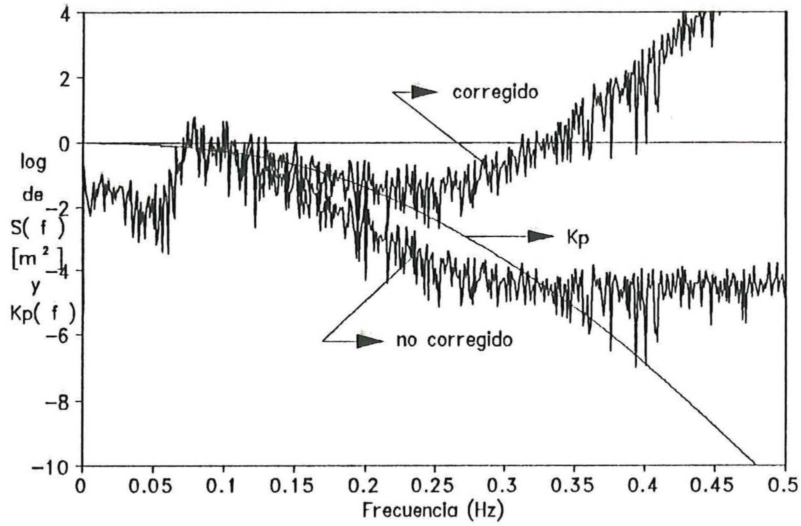


a)

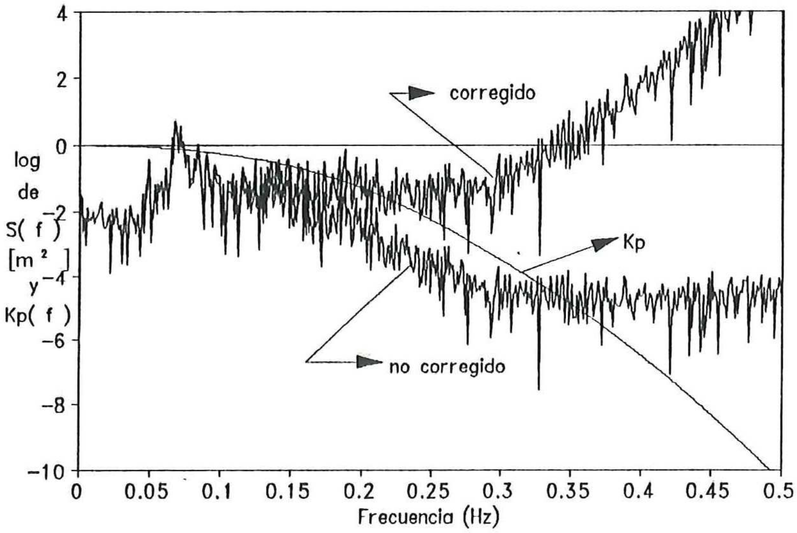


b)

Figura 23.a y 23.b. Comparación entre el espectro corregido y el no corregido de dos registros en el rompeolas del muelle de Ensenada a) septiembre y b) octubre. Cada una de las gráficas presenta su correspondiente curva del coeficiente de atenuación K_p.



c)



d)

Figura 23.c y 23.d. Comparación entre el espectro corregido y el no corregido de dos registros de Mission Bay c) enero y d) agosto. Cada una de las gráficas presenta su correspondiente curva del coeficiente de atenuación K_p.

En cada una de las gráficas de la figura 23 se muestra como la curva de K_p corta a la del espectro no corregido en una zona donde este último tiende a ser constante. En las figuras 23.b, 23.c y 23.d esta tendencia comienza entre las frecuencias de los 0.25 hz y los 0.3 hz, mientras que en la figura 23.a ocurre después de los 0.4 hz.

Para evitar que el espectro corregido creciera exponencialmente, la corrección se hizo sólo hasta una frecuencia máxima determinada y se comparó la serie reconstruída de $\eta(t)$ a partir de los coeficientes de Fourier corregidos con la serie reconstruída a partir de los coeficientes no corregidos. En las figuras 24 y 25, se muestra la serie de $\eta(t)$ reconstruída (de acuerdo a la ec. 9) y se puede observar que la corrección introduce energía manifestándose como elevaciones de valores muy altos. En la figura 24 se presenta la serie reconstruída usando el K_p correspondiente a cada frecuencia no mayor a los 0.46 Hz, a partir de la cual el K_p se igualó a uno; ésto significa que el espectro corregido fué el mismo que el espectro no corregido a partir de dicha frecuencia.

En la figura 25, se muestra la serie reconstruída en la que se corrigió únicamente hasta la frecuencia f=0.35 Hz, a partir de la cual se siguió corrigiendo con el valor de K_p para dicha frecuencia.

En la figura 26 se observa nuevamente la serie reconstruída y la serie original, sin embargo, ahora no se tienen elevaciones extremadamente altas debido a que a partir de la frecuencia f=0.25 Hz, el K_p se igualó a 1, lo que significa que el espectro corregido fué el mismo que el espectro no corregido a partir de esa frecuencia. La selección de esta frecuencia se hizo tomando en cuenta que la curva de K_p intersecta a la curva del espectro no corregido en una frecuencia mayor a los 0.25 Hz y que es donde el nivel de energía es menor de $10^{-4}\ m^2$, que es igual o menor a la precisión del sensor. Además de que se puede decir que a partir de ésta frecuencia el espectro comienza a tener un comportamiento tendencioso, como se puede apreciar en la figura 23.

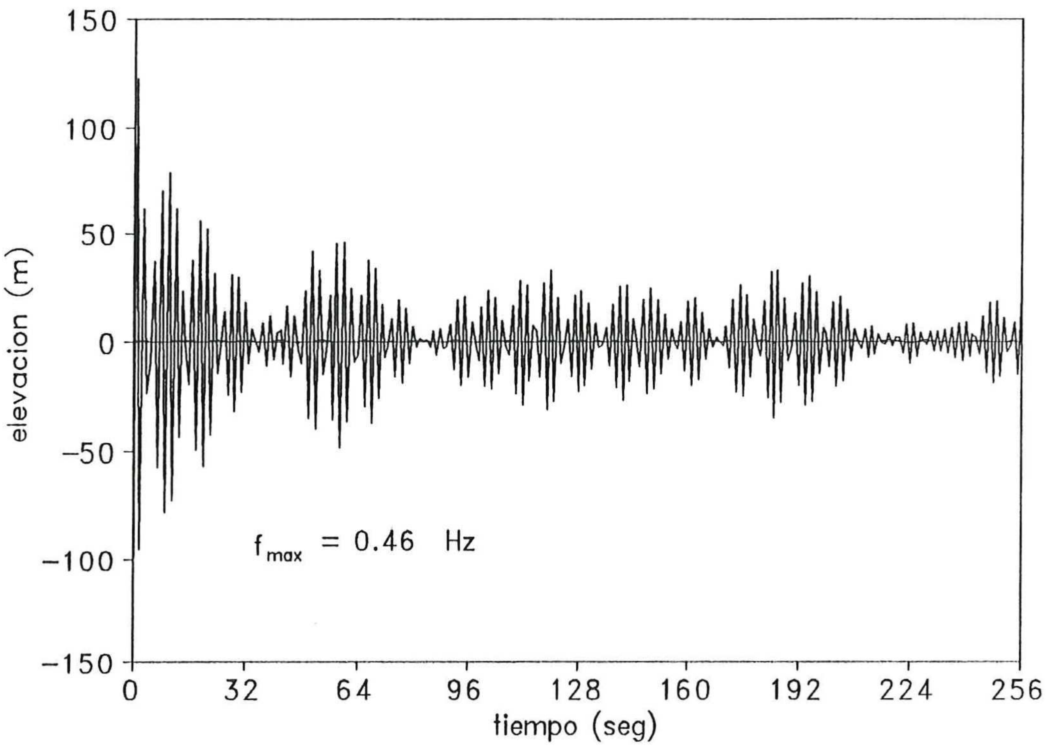


Figura 24. Elevación de la superficie del mar reconstruída a partir de los coeficientes de Fourier corregidos hasta la frecuencia de los 0.46 hertz.

En todos los registros en los que se tuvo que calcular $\eta(t)$ a partir de $p(t)$ se utilizaron valores de K_p correspondientes a cada frecuencia menor a 0.25 Hz, a partir de la cual se utilizó el valor de uno para este coeficiente.

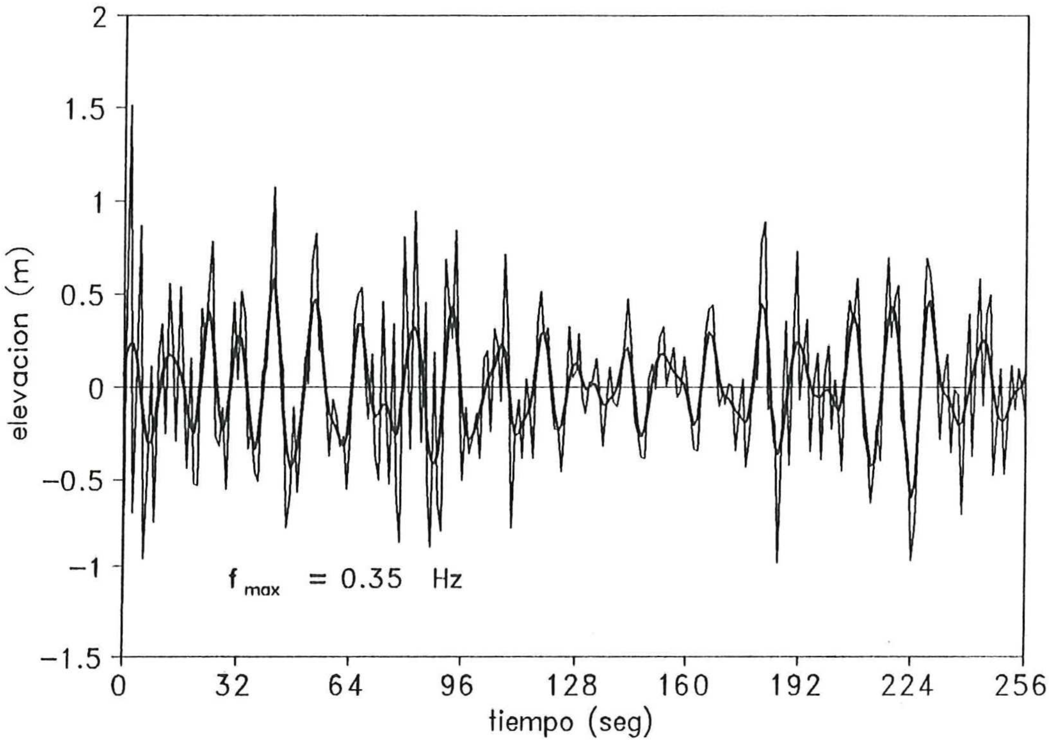


Figura 25. Elevación de la superficie del mar reconstruída a partir de los coeficientes de Fourier corregidos hasta la frecuencia de los 0.35 hertz.

Con los registros de la elevación de la superficie del mar $\eta(t)$ real, se procedió entonces al cálculo de las alturas de las olas utilizando el método de cruces por cero hacia arriba como ya se mencionó. Sin embargo, para el caso de los sensores de presión se analizó primero el efecto en la estimación de las alturas por la variación de K_p con la profundidad a causa de la marea, como se explicó en la sección 4.3.

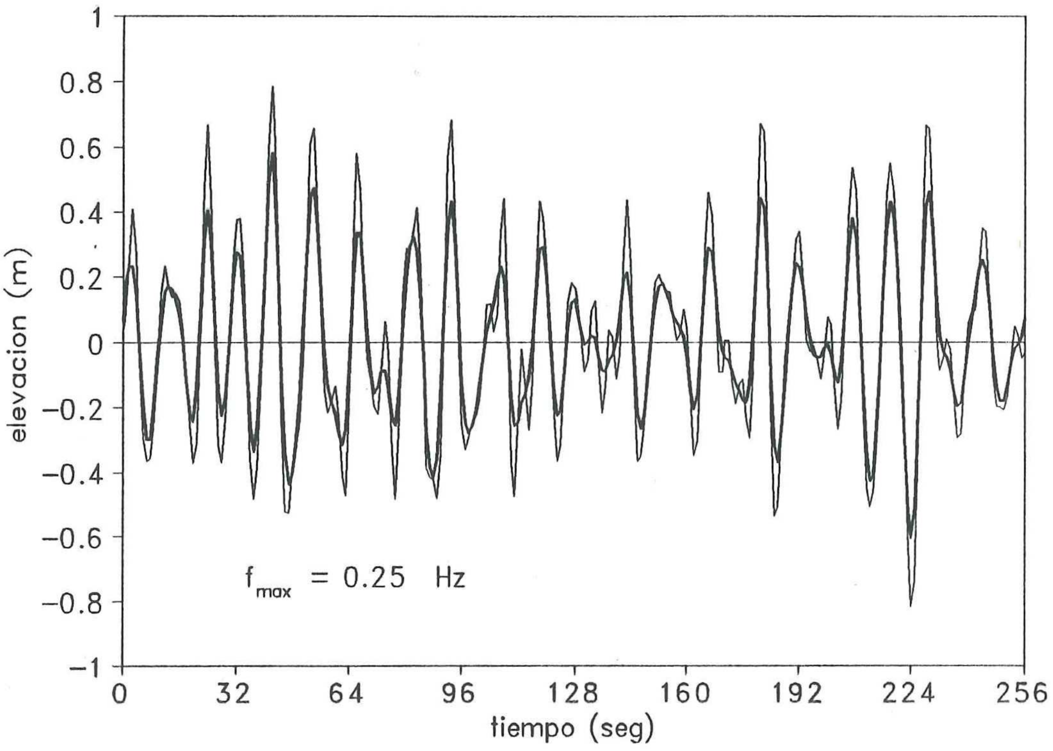


Figura 26. Elevación de la superficie del mar reconstruída a partir de los coeficientes de Fourier corregidos hasta la frecuencia de los 0.25 hertz.