

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Doctorado en Ciencias
en Óptica con orientación en Optoelectrónica**

**Estudios de la interacción de luz con superficies rugosas y
diseño de elementos ópticos basados en superficies
estructuradas.**

Tesis

para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Doctor en Ciencias

Presenta:

Alma Karen González Alcalde

Ensenada, Baja California, México

2016

Tesis defendida por

Alma Karen González Alcalde

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez
Director del Comité

Dr. Neil C. Bruce Davidson

Dr. Héctor Manuel Escamilla Taylor

Dr. Kevin Arthur O'Donnell

Dr. Víctor Ruiz Cortés



Dr. Pedro Negrete Regagnon
Coordinador del Programa de Posgrado en Óptica

Dr. Rufina Hernández Martínez
Director de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta Alma Karen González Alcalde como requisito parcial para la obtención del grado de Doctor en Ciencias en Óptica con orientación en Optoelectrónica.

Estudios de la interacción de luz con superficies rugosas y diseño de elementos ópticos basados en superficies estructuradas.

Resumen aprobado por:

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez
Director de Tesis

En esta tesis se presentan cuatro trabajos de investigación originales sobre la interacción de luz con superficies no planas. Como parte del trabajo de investigación, se realizaron los primeros estudios teóricos y experimentales de la reflectancia de superficies rugosas iluminados con luz difusa. También se presentan las primeras observaciones experimentales de esparcimiento de luz por superficies rugosas que muestran fenómenos asociados a los llamadas picos Yoneda. Adicionalmente, se abordan temas de diseño de difusores y se muestra que, aunque con ciertas limitaciones, es posible fabricar superficies con propiedades especiales de esparcimiento utilizando impresoras tridimensionales. Finalmente, se presenta el diseños de estructuras simples que se comportan como espejos altamente reflejantes en un intervalo espectral amplio. De especial importancia es la propuesta de una metasuperficie que puede funcionar como un espejo magnético en la región visible del espectro.

Las técnicas experimentales empleadas para realizar esta investigación también revisten cierta originalidad, ya que incluyen técnicas de fabricación tales como litografía óptica, impresoras tridimensionales y métodos de replicado de superficies en materiales absorbentes y transparentes. También vale la pena hacer notar que, debido a las dificultades técnicas involucradas, el esparcimiento de luz en geometrías de reflexión interna es un tema que ha sido poco explorado desde el punto de vista experimental. Entre otras cosas, podemos mencionar que para el estudio de los picos Yoneda fue necesario medir la distribución angular de la luz esparcida a través de una semiesfera de vidrio y, que para los estudios de reflectancia con luz difusa, fue necesario fabricar una esfera integradora sólida.

No menos importante es el trabajo teórico-numérico, que se realizó como complemento de los estudios experimentales. Como parte del trabajo de tesis, fue necesario desarrollar y adaptar varias herramientas de cálculo electromagnético. En particular, se utilizaron los siguientes métodos: un método basado en el teorema integral de Green, un método numérico basado en la ecuación reducida de Rayleigh, un método numérico basado en la aproximación de Kirchhoff, varios métodos perturbativos para calcular esparcimiento por superficies y el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo.

Palabras Clave: **superficies rugosas, luz difusa, esparcimiento de luz, picos Yoneda, espejos magnéticos.**

Abstract of the thesis presented by Alma Karen González Alcalde as a partial requirement to obtain the Doctor of Science degree in Doctor in Optical Science with orientation in Optoelectronics.

Studies of the interaction of the light with random rough surfaces and design of optical devices based on structured surfaces

Abstract approved by:

Dr. Eugenio Rafael Méndez Méndez
Thesis Director

This thesis reports four original research studies on the interaction of light with structured surfaces. As part of the work, we carried out the first theoretical and experimental studies of the reflectance of random rough surfaces illuminate by diffuse light. We also present present the first experimental observations of the scattering of light by random rough surfaces that display phenomena associated with the so-called Yoneda peaks. In addition, we consider problems involving the design of diffusers and show that, with some limitations, it is possible to fabricate surfaces with special scattering properties using three-dimensional printers. Finally, we present the design of some simple structures that behave as magnetic mirrors at particular wavelengths. Particularly important is the proposal of a metasurface that can work as a magnetic mirror in the visible region of the spectrum.

The experimental techniques employed to carry out this research have also some originality, as they include fabrication techniques such as optical lithography, three-dimensional printers, and methods of replication of surfaces involving absorbing and transparent materials. It is also worth mentioning that, due to the technical difficulties involved, the scattering of light in geometries of internal reflection has been a little-explored topic from an experimental standpoint. Among other things, we can mention that for the study of the Yoneda peaks the angular distribution of the scattered light was measured through a glass hemisphere and that, for the studies of reflectance with diffuse light, we had to fabricate a solid integrating sphere.

Not less important is the numerical work carried out as a complement of the experimental studies. As part of the thesis work, we had to develop and adapt several tools of electromagnetic calculations. In particular, we employed the following methods: a method based on Green's integral theorem, a numerical method based on a reduced Rayleigh equation, a numerical method based on the Kirchhoff approximation, several perturbative methods for rough surface scattering and the method of finite-difference time-domain.

Keywords: random surfaces, diffuse light, light scattering, Yoneda peaks, magnetic mirrors.

Dedicatoria

A mis papás, por su apoyo incondicional, comprensión y consejos. Gracias a ustedes he llegado a cumplir una meta más en mi vida.

A mis hermanos Humberto, Fátima y Jorge por ser mis cómplices y compañeros de aventuras.

Agradecimientos

Al Dr. Eugenio Méndez por su apoyo, sus enseñanzas, consejos y su infinita paciencia a lo largo de estos años. No existen palabras con las cuales pueda expresarle mi agradecimiento. Muchas gracias.

A los miembros de mi comité de tesis al Dr. Neil Bruce, Dr. Héctor Escamilla, Dr. Kevin O'Donnell y Dr. Víctor Ruiz por sus comentarios siempre puntuales y acertados sobre este trabajo.

A los integrantes del grupo de trabajo por su buena disposición. En especial, quiero agradecer a Fabián Alonso por ayudarme siempre en el laboratorio y sobre todo por su amistad.

A los integrantes del laboratorio LNIO en Troyes, Francia. En especial, quiero agradecer al Dr. Gilles Lérondel por sus enseñanzas, paciencia y sobre todo por su buena disposición. También quiero agradecer a Loïc Le Cunff y a Komla Nomenyo por la ayuda que me brindaron.

Al Dr. Rafael Salas por sus enseñanzas, por permitirme tener un campo de visión más amplio de la óptica, pero sobre todo por hacerme sentir como en casa durante mi estancia en Troyes. Gracias Rafa.

A mis compañeros y amigos de CICESE. A Erick, Arias y Sergio por sus valiosas enseñanzas cada martes y jueves, y sobre todo, por su amistad. A Munky, Chezpi y Gibraham por todos los momentos divertidos a la hora de las comidas y del café. Al club más dramático de óptica: Anna, Lili e Iván sin sus dramas esto no hubiera sido lo mismo. A Éder y Mávita por su amistad, palabras de ánimo y por escuchar todas mis quejas.

A mis compañeros de cubo a lo largo de estos años Héctor, Pisano, Miriam y Aldo. Gracias por todas esas pláticas amenas y por hacer de "Atlacomulco" un lugar único.

A Carmen Ochoa quien siempre me apoyo con los trámites administrativos, lo cual hizo mi estancia más grata.

Al personal técnico y administrativo del posgrado por su buena disposición.

Al Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada por permitirme realizar mis estudios de doctorado.

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por brindarme el apoyo económico para realizar mis estudios de maestría.

Tabla de contenido

	Página
Resumen en español	iii
Resumen en inglés	v
Dedicatoria	vi
Agradecimientos	vii
Lista de figuras	xii
Lista de tablas	xix
1. Introducción	1
1.1. Objetivo de la tesis	2
1.2. Estructura de la tesis	3
2. Teorías de esparcimiento de luz por superficies	6
2.1. Descripción fenomenológica	7
2.2. Planteamiento del problema	8
2.3. Teorías de esparcimiento de luz por superficies rugosas	10
2.3.1. El método de la ecuación integral	10
2.3.1.1. Método integral periódico	12
2.3.2. La aproximación de Kirchhoff	13
2.3.3. Teorías Perturbativas	13
2.3.3.1. La ecuación reducida de Rayleigh	14
2.3.3.2. Teoría perturbativa de amplitud	14
2.3.3.3. Autoconservación de energía	16
2.4. Resumen y conclusiones parciales	17
3. Métodos experimentales	18
3.1. Fabricación de muestras	19
3.1.1. Litografía óptica	19
3.1.2. Métodos abrasivos y de corrosión química	21
3.1.3. Fabricación de muestras utilizando una resina absorbente	21
3.1.4. Fabricación con impresoras 3D	23
3.2. Caracterización de las muestras	24
3.2.1. Estimación de la rugosidad a través de la componente coherente	24
3.2.2. Perfilometría mecánica	26
3.3. Arreglos experimentales utilizados	27
3.3.1. Medición de la reflectancia con esferas integradoras	27
3.3.1.1. El caso de la reflectancia interna	30
3.3.2. Estimación de la distribución angular	32
3.4. Resumen del capítulo	33
4. Reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa	34
4.1. Superficies planas	35
4.2. Reflectancia de superficies rugosas	38
4.2.1. Descripción estadística de la superficie	38

4.2.2.	Iluminación direccional	39
4.2.3.	Iluminación difusa	42
4.3.	Evaluación de teorías aproximadas	50
4.3.1.	Intervalo de validez de los método empleados	54
4.4.	Resultados experimentales	56
4.5.	Resumen y conclusiones parciales	60
5.	Distribución angular de la luz esparcida en una configuración de reflexión interna	62
5.1.	Estudio experimental de los picos Yoneda	63
5.2.	Análisis perturbativo de los picos Yoneda	69
5.2.1.	Distribución angular de la luz esparcida	71
5.3.	Resumen y conclusiones parciales	74
6.	Diseño de difusores aleatorios con características especiales de esparcimiento	75
6.1.	Difusores uniformes acromáticos de banda limitada	76
6.1.1.	Difusores con simetría rectangular	77
6.1.1.1.	Discretización de la superficie en facetas triangulares	80
6.1.1.2.	Método semi-analítico para el cálculo del patrón de esparcimiento	82
6.1.1.3.	Cálculos Numéricos	85
6.1.1.4.	Experimentos con el modulador espacial de luz	87
6.1.1.5.	Fabricación de difusores con impresoras 3D	91
6.1.2.	Difusores de banda limitada con simetría circular	97
6.1.2.1.	Generación de números aleatorios y construcción de la superficie	99
6.1.2.2.	Cálculo del patrón de esparcimiento de los difusores con simetría circular	102
6.1.2.3.	Simulaciones numéricas	104
6.2.	Pantallas de fase con estadísticas gaussianas y diferentes funciones de correlación	105
6.2.1.	Generación numérica de superficies con un método espectral	106
6.2.2.	Fabricación de pantallas aleatorias de fase con impresoras 3D	108
6.3.	Resumen y conclusiones parciales	111
7.	Diseño de superficies resonantes que funcionan como espejos dieléctricos	113
7.1.	Diseños de dispositivos basados en resonancias de modo guiado	114
7.2.	Metodología de diseño de la SWG	117
7.3.	Evaluación numérica de los diseños	118
7.3.1.	Rejilla de silicio con periodo de sublongitud de onda suspendida en aire	119
7.3.2.	Diseño realista para el infrarrojo cercano	123
7.3.3.	Diseño para la región visible del espectro	126
7.4.	Resumen y conclusiones parciales	128
8.	Resumen y conclusiones	129

Literatura citada	134
A. Fabricación de la esfera integradora.	138
B. Archivos <i>stl</i>	142
C. FDTD	149

Lista de figuras

Figura	Página
1. Esparcimiento de luz por una superficie rugosa. (a) Superficie poco rugosa y (b) superficie rugosa.	7
2. Geometría del problema de esparcimiento.	8
3. Arreglo experimental utilizado para fabricar superficies con función de correlación gaussiana.	20
4. Arreglo experimental empleado para la estimación de la rugosidad en una muestra. (a) Configuración de transmisión y (b) configuración de reflexión. .	26
5. Arreglo experimental utilizado para la estimación de la reflectancia externa bajo iluminación difusa.	30
6. Arreglo experimental utilizado para la medición de la reflectancia interna bajo iluminación difusa.	31
7. Esparcímetero.	32
8. Reflexión y transmisión en una interfaz plana utilizando iluminación direccional. (a) Incidencia externa y (b) incidencia interna. Se supone que $n_I < n_{II}$	36
9. Escalas vertical y horizontal de la superficie.	39
10. Metodología empleada para el cálculo de la reflectancia bajo iluminación direccional.	40
11. Cálculos numéricos de reflectancia con iluminación direccional para superficies rugosas dieléctricas con $n = 1.5$. Los parámetros que caracterizan a la superficie son $a = 10\lambda$ y $\delta = \lambda$	41
12. Cálculos numéricos de la reflectancia bajo iluminación direccional para una superficie rugosa periódica. Los parámetros de rugosidad son $a = 10\lambda$ y $\delta = \lambda$; (a) polarización p y (b) polarización s	43
13. Procedimiento para el cálculo de la reflectancia difusa-difusa.	43
14. Reflectancia difusa-difusa para una superficie dieléctrica ($n = 1.5$) como función de la desviación estándar de pendientes para cuatro diferentes longitudes de correlación a . El punto circular en $\delta_d = 0$ representa la reflectancia difusa-difusa para una superficie plana.	45
15. Perfiles de superficies aleatorias con diferentes funciones de correlación. (a) Proceso aleatorio gaussiano con función de correlación gaussiana. (b) Proceso aleatorio gaussiano con función de correlación exponencial negativa y $f_c = 1.5/\lambda$. La desviación estándar de alturas $\delta = 0.65\lambda$	46
16. Reflectancia difusa-difusa para superficies dieléctricas ($n = 1.5$) con función de correlación exponencial negativa y tres diferentes frecuencias de corte. La longitud de correlación es $\xi = 10\lambda$. El punto circular en $\delta_d = 0$ representa la reflectancia difusa-difusa para una superficie plana.	47

Figura	Página
17. Reflectancia difusa-difusa para rejillas de difracción senoidales dieléctricas ($n = 1.5$). El punto circular en $\delta_d = 0$ representa la reflectancia difusa-difusa para una superficie plana.	48
18. Reflectancia interna bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas ($n = 1.5$) en función de la desviación estándar de pendientes para tres diferentes longitudes de correlación a . Las curvas para $a = 10\lambda$ y $a = 5\lambda$ se obtuvieron con el método riguroso, mientras que la curva para $a = \lambda/2$ se obtuvo con un método numérico basado en la ecuación reducida de Rayleigh. La curva con línea delgada negra se obtuvo con la ecuación (64) y los valores de reflectancia externa mostrados en la Figura 14 para $a = 10\lambda$	49
19. Reflectancia externa bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas de alto índice de refracción ($n = 3.88$) con función de correlación gaussiana (líneas continuas) y función de correlación exponencial negativa (líneas discontinuas). La longitud de correlación $a = 10\lambda$ para las superficies gaussianas y para la exponencial negativa $\xi = 10\lambda$ con $f_c = 3/\lambda$	50
20. Cálculos de reflectancia bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas con función de correlación gaussiana con ($n = 1.5$). Los cálculos se realizaron con las teorías SAPT y SEPT y el método de la ecuación integral. (a) $a = \lambda/2$ y (b) $a = \lambda$	52
21. Reflectancia bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas con función de correlación gaussiana ($n = 1.5$). La reflectancia se calculó con la KA para dos diferentes longitudes de correlación a	53
22. Reflectancia bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas con función de correlación gaussiana ($n = 1.5$). La reflectancia se calculó con RRE y el método riguroso para una longitud de correlación $a = \lambda$	53
23. Tiempo de cómputo requerido para el cálculo de la reflectancia directa-difusa. Los métodos utilizados son: método integral tradicional (IEM), método integral periódico (IEMP), teoría de pequeñas perturbaciones en amplitud (SAPT), teoría de autoconservación de energía (SEPT), aproximación numérica de Kirchhoff (KA) y la ecuación reducida de Reyleigh (RRE).	55
24. Intervalo de validez de los métodos utilizados. Éstos son: método integral tradicional (IEM), teoría de pequeñas perturbaciones en amplitud (SAPT), teoría de autoconservación de energía (SEPT), aproximación numérica de Kirchhoff (KA) y la ecuación reducida de Reyleigh (RRE).	55
25. Medición de la reflectancia externa bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas rugosas bidimensionales ($n = 1.51$). Las superficies tienen una función de correlación gaussiana con $a \gg \lambda$. La cruz azul representa la reflectancia difusa-difusa teórica para una superficie plana considerando un ángulo máximo de iluminación de 78.4°	57

Figura	Página
26. Medición de la reflectancia externa bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas multiescala bidimensionales ($n = 1.53$). El cuadro azul representa la reflectancia difusa-difusa teórica para una superficie plana considerando un ángulo máximo de iluminación de 78.4°	58
27. Diagrama esquemático de la geometría utilizada para iluminar la muestra. .	59
28. Medición de la reflectancia interna bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas multiescala bidimensionales ($n = 1.5$). La cruz azul representa la reflectancia difusa-difusa teórica para una superficie plana considerando un ángulo máximo de iluminación de 90°	60
29. Diagrama esquemático de la geometría utilizada para iluminar la muestra. .	64
30. Mediciones de la distribución angular de la luz esparcida incoherentemente. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada de color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada de color gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. Las mediciones están normalizadas con respecto a la intensidad máxima para polarización ss . La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 1.9 \mu m$ y $\delta = 22 nm$	65
31. Fotografías de los patrones de intensidad de una superficie con una función de correlación gaussiana con $a = 1.9 \mu m$ y $\delta = 22 nm$	66
32. Arreglo experimental utilizado para capturar los patrones de intensidad. . .	67
33. Mediciones de la distribución angular de la luz esparcida incoherentemente. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. Las mediciones están normalizadas con respecto a la intensidad máxima para polarización ss . La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 1.7 \mu m$ y $\delta = 124 nm$	67
34. Mediciones de la distribución angular de la luz esparcida incoherentemente. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. Las mediciones están normalizadas con respecto a la intensidad máxima para polarización ss . La superficie tiene una función de correlación no-gaussiana con $\delta = 20 nm$	68
35. Fotografías de los patrones de intensidad de una superficie con función de correlación no-gaussiana con $\delta = 20 nm$	69

36.	Cálculos del promedio del coeficiente de reflexión diferencial realizados con la teoría SAPT. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 1.9 \mu m$ y $\delta = 22 nm$	72
37.	Cálculos del promedio del coeficiente reflexión diferencial realizados con la teoría SAPT. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 0.7 \mu m$ y $\delta = 20 nm$	73
38.	(a) Pendientes $\zeta'(x_1)$ de la superficie generada. (b) Perfil de la superficie $\zeta(x_1)$. Los parámetros utilizados son $b = 100 \mu m$ y un ángulo máximo de esparcimiento $\theta_m = 10$ grados.	79
39.	Perfil de una superficie $\zeta(\mathbf{x}_{ })$ invariante a lo largo de x_2	79
40.	Perfil de una superficie $\zeta(\mathbf{x}_{ })$ invariante a lo largo de x_1	80
41.	Perfil de una superficie bidimensional $\zeta(\mathbf{x}_{ })$ con variaciones en x_1 y x_2	80
42.	Ilustración del procedimiento de discretización de superficies bidimensionales en triángulos rectángulos.	81
43.	Superficie bidimensional discretizada en triángulos rectángulos.	82
44.	Diagrama esquemático.	83
45.	Patrón de esparcimiento en función de los ángulos θ_{s1} y θ_{s2} . El ángulo máximo de esparcimiento $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 10$ grados. Las dimensiones de las superficies son de $375b \times 375b$, la longitud característica $b = 100 \mu m$. La longitud de onda es $\lambda = 0.6328 \mu m$, el índice de refracción $n = 1.5$. Los resultados presentados representan un promedio sobre 5000 realizaciones de la superficie.	85
46.	Patrón de esparcimiento en función de los ángulos θ_{s1} y θ_{s2} . El ángulo máximo de esparcimiento (a) $\theta_{m1} = 5^\circ$ y $\theta_{m2} = 10^\circ$, (b) $\theta_{m1} = 1^\circ$, $\alpha = 4^\circ$ y $\theta_{m2} = 10^\circ$ y (c) $\theta_{m1} = \theta_{m2} = 0.5^\circ$, $\alpha = \beta = 4^\circ$. Las dimensiones de las superficies son de $375b \times 375b$, la longitud característica $b = 100 \mu m$. La longitud de onda es $\lambda = 0.6328 \mu m$, el índice de refracción $n = 1.5$. Los resultados presentados representan un promedio sobre 5000 realizaciones de la superficie.	87
47.	Metodología empleada para convertir las alturas de la superficie en información de fase.	88
48.	Arreglo experimental utilizado para capturar los patrones de difracción.	89

Figura	Página
49. Patrones de intensidad promedio obtenidos con el SML para una secuencia de mapas de fase. Los mapas se desplegaron a una velocidad de 60 imágenes por segundo y el tiempo de exposición de la cámara fue de 20 segundos. El ángulo máximo de esparcimiento es (a) $\theta_m = 0.5$ grados y (b) $\theta_m = 1.0$ grado.	89
50. Arreglo experimental utilizado para capturar los patrones de difracción con una cámara CCD.	90
51. Patrones de intensidad obtenidos al promediar 80 mapas de fase mediante software. Los patrones se capturaron con un CCD. El ángulo máximo de esparcimiento es $\theta_s = 1^\circ$	90
52. Discretización de los segmentos de fase.	91
53. Difusor fabricado con una impresora Form +1. El difusor tiene dimensiones de $49.2 \text{ mm} \times 49.2 \text{ mm}$ y se utilizó una $b = 1.2 \text{ mm}$	93
54. Comparación de los perfiles generados numéricamente y los perfiles obtenidos al fabricar el difusor con una impresora 3D Form+1.	93
55. Patrón de esparcimiento de la realización de una superficie en función de los ángulos θ_{s1} y θ_{s2} . El ángulo máximo de esparcimiento es $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 3^\circ$. Las dimensiones de la superficie son $41b \times 41b$. La longitud característica $b = 1.2 \text{ mm}$, la longitud de onda $\lambda = 0.632 \text{ }\mu\text{m}$ y el índice de refracción $n = 1.45$	94
56. Arreglo experimental utilizado para iluminar los difusores con luz láser. . .	94
57. Arreglo experimental utilizado para iluminar los difusores con luz blanca. . .	95
58. Fotografías del patrón de intensidad de un difusor uniforme de banda limitada. El difusor tiene un ángulo de corte de $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 3^\circ$. Para iluminar los difusores se utilizó (a) un láser y (b) luz blanca. Se utilizó una geometría de transmisión. El difusor fue fabricado con una impresora 3D Form +1. . .	95
59. Patrón de esparcimiento de la realización de una superficie unidimensional en función del ángulo θ_s . El ángulo máximo de esparcimiento es $\theta_m = 2^\circ$. Las dimensiones de la superficie son $62b \times 62b$. La longitud característica $b = 1.6 \text{ mm}$, la longitud de onda $\lambda = 0.632 \text{ }\mu\text{m}$ y el índice de refracción $n = 1.45$	96
60. (a) Fotografía del patrón de intensidad de un difusor uniforme unidimensional de banda limitada. (b) Medición de la distribución angular de la luz esparcida por el difusor. Se utilizó una geometría de transmisión. El difusor fue fabricado con una impresora 3D Ultimaker 2.	96
61. Diagrama esquemático del tipo de triángulo utilizado para construir la superficie. Las pendientes son denotadas como s_1 y s_2	97
62. Triángulos utilizados para la generación de la superficie.	100

Figura	Página
63. Histogramas de números aleatorios que satisfacen una PDF (a) conjunta, (b) condicional y (c) condicional.	101
64. Patrón de esparcimiento en función de q_1 y q_2 . Las dimensiones de las superficies son de (a) $3b \times 2b$, (b) $15b \times 15b$ y (c) $30b \times 30b$. La longitud característica $b = 100 \mu m$, $\lambda = 633 nm$ y $q_m = \omega/c \sin(20^\circ)$	104
65. Metodología empleada para generar superficies con el método espectral. La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 0.633 \mu m$ y $\delta = 0.633 \mu m$	108
66. Superficies aleatorias bidimensionales con diferentes funciones de correlación: (a) función de correlación gaussiana $a = 0.633 \mu m$, (b) función de correlación exponencial negativa con $a = 0.633 \mu m$ y $f_c = 1.5/a$, (c) función de correlación $\sin x/x$ con $a = 0.633 \mu m$, y (d) función de correlación $(\sin x/x)^2$ $a = 0.633 \mu m$ y $f_c = 1.5/a$. En todos los casos $\delta = 0.633 \mu m$	109
67. Fotografías de superficies unidimensionales descritas por un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es (a) gaussiana (b) $\sin x/x$ y (c) exponencial negativa. La longitud de correlación (a) es igual a la desviación estándar de alturas $\delta = 1 mm$	110
68. Fotografías de superficies unidimensionales cuyo perfil constituye un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es (a) gaussiana con $a = \delta = 1 mm$, (b) $\sin x/x$ con $a = \delta = 1 mm$ y (c) exponencial negativa con $a = \delta = 1 mm$ y $f_c = 1.5/a$. La desviación estándar de pendientes es $\delta_d = \sqrt{2}$	110
69. Fotografías de una superficie bidimensional cuyo perfil es descrito por un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es gaussiana. La longitud de correlación (a) es igual a la desviación estándar de alturas $\delta = 1 mm$	111
70. Fotografías de superficies bidimensionales descritas por un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es gaussiana. La longitud de correlación (a) es igual a la desviación estándar de alturas $\delta = 1 mm$	111
71. Cambios de fase del campo después de una reflexión (a) espejo convencional (b) espejo magnético.	114
72. Resonancias de modo guiado.	115
73. Guía de onda plana dieléctrica.	116
74. Estructura para excitar resonancias de modo guiado.	117
75. (a) Índice de refracción del silicio en la región $1 \mu m \leq \lambda \leq 2 \mu m$. (b) Índice de refracción del TiO_2 en la región $0.43 \mu m \leq \lambda \leq 1.5 \mu m$	119

Figura	Página
76. Geometría del sistema. El periodo de la rejilla es $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad de la rejilla $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$. El medio de incidencia es aire. La rejilla es iluminada con una onda plana con polarización p cuyo vector de propagación es normal a la superficie.	119
77. Reflectividad y transmitividad para polarización p en función de la longitud de onda. La SWG tiene un periodo $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$	120
78. Fase de la onda incidente (línea azul) y de las ondas reflejadas por la SWG (línea roja) y por una superficie de oro (línea verde).	120
79. Impedancia de la SWG a incidencia normal. La SWG tiene un periodo $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$	122
80. Mapas de campo cercano de la SWG y una superficie de oro para una $\lambda = 1121.6 \text{ nm}$. La SWG tiene un periodo $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$	123
81. Geometría del diseño. El periodo de la rejilla es $\Lambda = 635 \text{ nm}$ y la profundidad de la rejilla $t = 400 \text{ nm}$	124
82. Reflectividad y transmitividad en función de la longitud de onda. La rejilla tiene un $\Lambda = 635 \text{ nm}$, una profundidad de $t = 400 \text{ nm}$ y un factor de llenado $f = 0.7$. La superficie se iluminó con polarización p	125
83. Fase de la onda incidente (azul) y de las ondas reflejadas por la metasuperficie (rojo) y superficie de oro (verde).	125
84. Geometría de la superficie. La rejilla tiene un periodo de $\Lambda = 300 \text{ nm}$, el factor de llenado $f = 0.5$, la profundidad de la rejilla $t = 225 \text{ nm}$	127
85. Reflectividad de la superficie en función de la longitud de onda. La rejilla tiene un periodo de $\Lambda = 300 \text{ nm}$, el factor de llenado $f = 0.5$, la profundidad de la rejilla $t = 225 \text{ nm}$	127
86. Fase de la onda incidente (azul) y de las ondas reflejadas por la metasuperficie (rojo) y la superficie de aluminio (verde).	128
A.1. Esfera integradora sometida a un proceso de bombardeo de arena.	139
A.2. Prototipo final de esfera integrado integrador.	140
A.3. Estimación de la reflectancia de las paredes de la esfera	140
B.1. Resolución del objeto tridimensional en función del número de facetas triangulares.	142
B.2. Difusor representado como (a) superficie abierta y (b) superficie cerrada.	142
B.3. Difusor representado como un objeto tridimensional cerrado.	145
B.4. Tipos de triángulos rectángulos utilizados para discretizar la superficie.	145

Lista de tablas

Tabla

Página

1.	Especificaciones técnicas de las impresoras 3D.	24
----	---	----

Capítulo 1. Introducción

La interacción de ondas electromagnéticas con superficies no planas es un problema electromagnético complicado que ha sido tema de estudio desde finales del siglo XIX. En óptica, el tema es especialmente relevante pues, a escalas de la longitud de onda, la gran mayoría de las superficies reales tienen defectos o irregularidades.

Hoy en día, existen algunas soluciones analíticas para este tipo de problemas, que están siempre basadas en algún tipo de aproximación para las condiciones de frontera del campo. Las teorías más establecidas están basadas en la llamada hipótesis de Rayleigh o en la aproximación de Kirchhoff. La primera funciona bien cuando la escala vertical de los defectos de la superficie es mucho menor que la longitud de onda. En cambio, la segunda aproximación sólo es válida cuando la escala lateral de las irregularidades de la superficie es grande comparada con la longitud de onda. En ambos casos, las pendientes superficiales no deben ser muy grandes. Fuera de estos dos regímenes, las aproximaciones no son válidas y el problema se debe resolver por métodos rigurosos.

Aún así, es bien conocido que hay situaciones en las que es difícil encontrar la solución del problema de esparcimiento, como es el caso de la incidencia rasante. El problema es aún más complicado cuando la superficie no se conoce con detalle y solamente se puede caracterizar en términos estadísticos. Aquí, el problema principal consiste en que para tener una descripción estadística completa del perfil, es necesario conocer la densidad de probabilidad conjunta de las alturas en cualesquiera N puntos de la superficie. Esto es posible para el caso de procesos aleatorios gaussianos y derivados de éste, lo cual no siempre constituye un buen modelo para superficies reales, que pueden tener estadísticas no gaussianas. Además, las superficies encontradas naturalmente pueden tener detalles en un intervalo muy grande de frecuencias espaciales. Es decir, que es común encontrar superficies multiescala y, en algunos casos, de tipo fractal. Dados estos argumentos, no es entonces sorprendente que, en el estudio de la interacción de luz con superficies no planas, exista una gran cantidad de problemas abiertos. En esta tesis se abordan algunos de ellos.

Entre los problemas abiertos abordados se encuentran el estudio de la reflectancia de

superficies rugosas iluminadas con luz difusa. Este problema tiene muchas variantes ya que, además del modelo estadístico de la rugosidad superficial, se debe considerar si se estudia la reflectancia interna o externa. Además, dado que el estudio involucra iluminación difusa, se deben considerar ángulos rasantes de incidencia. Otro de los problemas abiertos que se abordaron es el estudio de fenómenos de esparcimiento asociados al caso de iluminación con ángulos de incidencia cercanos al ángulo crítico. En particular, en este último caso, se estudiaron efectos que habían sido observados en la región de rayos X pero que, hasta este trabajo, no habían sido observados con luz; se trata de los llamados picos Yoneda.

Por otra parte, las superficies rugosas también se han utilizado como elementos ópticos que moldean la iluminación y eliminan reflejos especulares. La iluminación con luz difusa es considerada normalmente más agradable que la iluminación con luz direccional. Sin embargo, en la práctica aparecen complicaciones pues, para iluminar una escena de manera difusa y uniforme, los difusores convencionales desperdician la mayor parte de la luz disponible.

El diseño de superficies difusas con características especiales constituye un tipo de problema inverso que también es abordado en esta tesis. En especial, se presenta una metodología de estudio del diseño y se describe su fabricación utilizando impresoras 3D. Con esta misma técnica, se exploró las posibilidades de fabricar superficies con estadísticas sencillas e idealizadas, que pueden ser utilizadas para probar teorías de esparcimiento.

Asimismo, en el presente trabajo se abordan estudios de diseño de superficies periódicas que funcionan como espejos dieléctricos con propiedades ópticas novedosas, como puede ser una alta reflectividad en un ancho de banda grande y que, además, funcionan como espejos magnéticos para algunas longitudes de onda. El periodo de estas superficies es más pequeño que la longitud de onda.

1.1. Objetivo de la tesis

El objetivo general de este trabajo de tesis es estudiar la interacción de luz con superficies no planas.

La tesis incluye estudios de esparcimiento directo e inverso, considerando tanto iluminación directa como difusa. Entre las propiedades que se desea optimizar en los diseños están la reflectancia y la distribución angular de la luz esparcida, mientras que en la investigación sobre aspectos más fundamentales del esparcimiento de luz por superficies se puso énfasis en fenómenos de reflexión interna.

Más específicamente, esta tesis contiene contribución en los siguientes cuatro temas:

- Reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa, tanto en reflexión externa como interna.
- Estudios de la distribución angular de la luz esparcida en una configuración de reflexión interna.
- Diseño de difusores aleatorios con características especiales de esparcimiento.
- Diseño de superficies resonantes que funcionan como espejos dieléctricos.

1.2. Estructura de la tesis

La tesis está organizada de la siguiente manera. En el Capítulo 2 se introducen algunos conceptos teóricos necesarios para abordar el problema electromagnético de la interacción de la luz con superficies. Se describen algunas teorías aproximadas y métodos rigurosos para calcular la distribución angular de luz esparcida por una superficie rugosa.

El Capítulo 3 está dedicado a la metodología y a las herramientas experimentales empleadas en este trabajo. Primero se describen los métodos empleados para la fabricación de las superficies y, posteriormente, se describen los métodos utilizados para su caracterización. Finalmente se describen los arreglos experimentales utilizados en las investigaciones descritas en capítulos posteriores.

En el Capítulo 4 se estudia el problema de la reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa. Dado que el estudio requiere un tipo de iluminación que incluye ángulos rasantes de incidencia, fue necesario realizar pruebas para determinar el rango

de validez o confiabilidad de las teorías aproximadas y los métodos numéricos utilizados. El Capítulo se divide en tres secciones. Primero se explica la motivación para realizar el estudio y la importancia que tiene el problema en varios campos de la óptica. Posteriormente, se describen algunos conceptos básicos y los antecedentes encontrados en la literatura, que solo consideran superficies planas. Después, se muestran los resultados obtenidos por medio de simulaciones numéricas en superficies unidimensionales. Finalmente, se presenta un estudio experimental en el que se utilizan superficies bidimensionales.

En el Capítulo 5 se presenta un estudio del esparcimiento de luz por superficies rugosas en una configuración de reflexión interna total. En especial, se estudiaron fenómenos asociados al esparcimiento en la vecindad del ángulo crítico. De particular interés fue la observación experimental de los picos Yoneda a frecuencias ópticas. Estos picos han sido estudiados en esparcimiento de rayos X, pero los resultados presentados aquí constituyen la primera observación experimental del fenómeno a frecuencias ópticas.

En el Capítulo 6 se plantearon estudios sobre el diseño y fabricación de superficies con características de esparcimiento especiales. El Capítulo se divide en dos secciones. En la primera sección se presenta el diseño y fabricación de superficies aleatorias acromáticas para producir luz difusa de manera controlada. En esta sección se describe el método de diseño empleado y se discuten detalles de la evaluación de su desempeño por medio de simulaciones numéricas y experimentos en los que se utilizó un modulador espacial de luz. Además, se describe la fabricación de este tipo de superficies especiales con impresoras tridimensionales (3D). Finalmente, se muestran mediciones y fotografías de los patrones de intensidad obtenidos experimentalmente.

En la segunda sección del Capítulo se presenta el diseño y la fabricación de pantallas de fase aleatorias con estadísticas bien definidas o propiedades estadísticas altamente idealizadas. Este tipo de superficies son útiles para realizar estudios experimentales que se pueden contrastar directamente con las teorías de esparcimiento existentes. Se muestra la metodología de diseño empleada y se presentan fotografías de algunas superficies fabricadas con una impresora 3D.

El Capítulo 7 está dedicado al diseño de superficies resonantes que funcionan como espejos dieléctricos con propiedades novedosas. La motivación de este capítulo fue diseñar superficies con propiedades ópticas únicas. En particular, el diseño de superficies que exhiben una respuesta de tipo magnética. Se muestran los antecedentes y la motivación para realizar el estudio y, posteriormente, se describe la metodología de diseño. Por último, se presentan resultados con algunos diseños para el infrarrojo cercano y la región visible del espectro.

Finalmente, en el capítulo VIII se presenta un resumen de las aportaciones de la tesis y las conclusiones más importantes del trabajo.

Capítulo 2. Teorías de esparcimiento de luz por superficies

En este capítulo se presenta una descripción de los métodos teóricos utilizados en el trabajo para abordar el problema de la interacción de luz con superficies rugosas aleatorias.

El problema es complicado, pues se debe dar solución, tanto a un problema electromagnético, como a uno estadístico. En lo que respecta al problema electromagnético, la dificultad estriba principalmente en que no hay una manera sencilla de determinar el campo electromagnético y su derivada normal sobre la superficie.

Las teorías clásicas para dar solución al problema de esparcimiento de luz por superficies rugosas recurren a algún tipo de aproximación para obtener soluciones analíticas. Las más importantes son las teorías perturbativas de Rayleigh (1894, 1907) y Rice (1951) y las teorías basadas en la aproximación de Kirchhoff (Beckmann y Spizzichino, 1963). Recientemente, con la idea de extender el rango de validez de los métodos analíticos, se han desarrollado teorías perturbativas más sofisticadas (Shen y Maradudin, 1980; McGurn *et al.*, 1985; Maradudin *et al.*, 1993; Baylard *et al.*, 1993; Sánchez-Gil *et al.*, 1995). Por otro lado, los métodos numéricos se han vuelto cada vez más accesibles y populares (Maradudin *et al.*, 1990; Sánchez-Gil y Nieto-Vesperinas, 1991; Simonsen, 2010; Nordam *et al.*, 2013) pues, de esta manera, es posible superar algunas de las limitaciones de las teorías analíticas. Sin embargo, debido principalmente a limitaciones de memoria y tiempo de cómputo, la mayoría de los cálculos numéricos reportados abordan problemas con superficies unidimensionales.

El presente capítulo se divide en tres secciones. En la primera sección se presenta la descripción fenomenológica del problema y, en la segunda, se define el problema físico a estudiar y la notación utilizada. La tercera sección está dedicada a presentar cinco métodos de solución del problema de esparcimiento de luz por superficies rugosas aleatorias. El primero es un método numérico basado en la solución de ecuaciones integrales. El segundo está basado en la aproximación de Kirchhoff y los otros tres son métodos perturbativos.

2.1. Descripción fenomenológica

Cuando un haz de luz coherente incide sobre una superficie rugosa, el campo esparcido contiene generalmente una componente que viaja en la dirección especular (componente coherente) y una componente difusa (componente incoherente) que presenta fluctuaciones aleatorias en intensidad.

La visibilidad de la componente coherente está directamente relacionada con la rugosidad de la superficie. Es decir, si la superficie es poco rugosa ($\delta \ll \lambda$) la mayor parte de la energía aparece en la dirección especular. En cambio, si la superficie es más rugosa ($\delta \sim \lambda$) la componente especular es despreciable frente a la componente difusa. Esto se ilustra en la Figura 1.

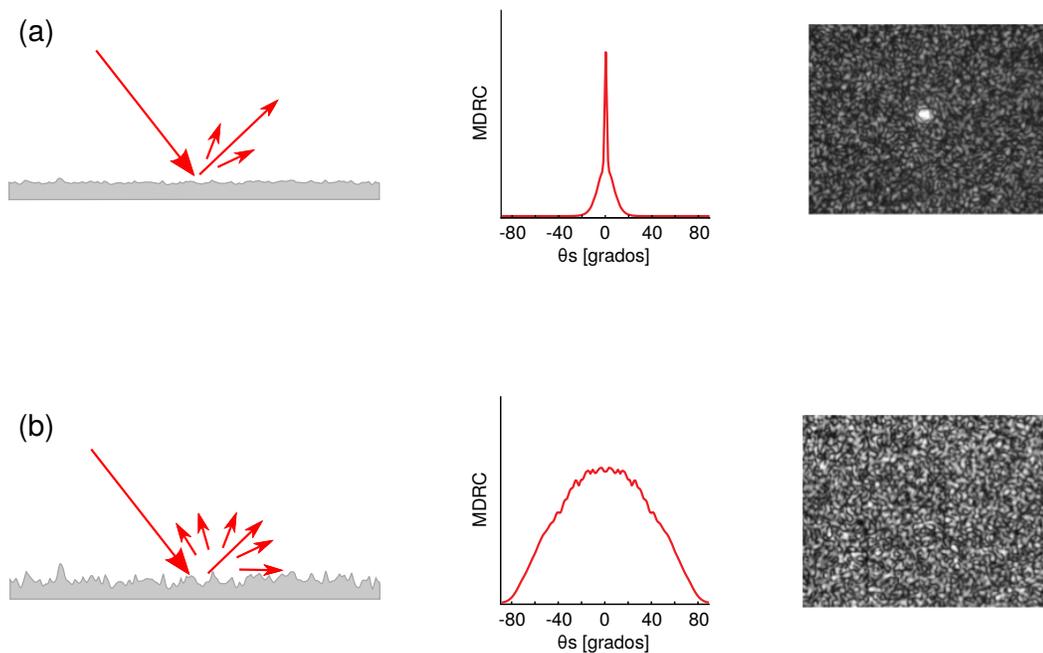


Figura 1: Esparcimiento de luz por una superficie rugosa. (a) Superficie poco rugosa y (b) superficie rugosa.

Cuando se conocen las condiciones de incidencia y las características de la superficie, el problema consiste en determinar la distribución angular de luz esparcida por la superficie. El problema planteado es complejo, pues frecuentemente el perfil que define los dos medios no se conoce exactamente y se especifica solamente en términos estadísticos, es decir se busca alguna cantidad o característica promedio de la superficie (desviación

estándar de alturas, distribución de pendientes, etc).

Dado que el perfil superficial constituye entonces una realización de un proceso aleatorio, el campo electromagnético esparcido constituye un proceso aleatorio complejo, por lo que las cantidades de interés pueden ser entonces los momentos, la función de densidad de probabilidad de las fluctuaciones del campo o de la intensidad, las correlaciones del campo eléctrico, etc.

Partiendo del hecho de que conocemos tanto las características del campo incidente, como las propiedades estadísticas de la superficie, el problema consistirá en determinar, con algunas aproximaciones, los campos reflejados y transmitidos.

2.2. Planteamiento del problema

En esta sección, consideramos el problema de esparcimiento de luz por una superficie unidimensional que es invariante a lo largo de x_2 (problema 2D) cuyo perfil está definido por una función univaluada $x_3 = \zeta(x_1)$. Por simplicidad, al menos inicialmente se considera que el medio de incidencia es aire o vacío y que la superficie está caracterizada por una constante dieléctrica $\epsilon(\omega)$. Es claro que estamos suponiendo que las regiones seminfinitas $x_3 > \zeta(x_1)$ y $\zeta(x_1) < x_3$ contienen medios homogéneos e isotrópicos. Además, se considera que la superficie es iluminada por un haz monocromático de frecuencia ω que se propaga en un plano $x_1 - x_3$. En la Figura 2 se ilustra la geometría del problema.

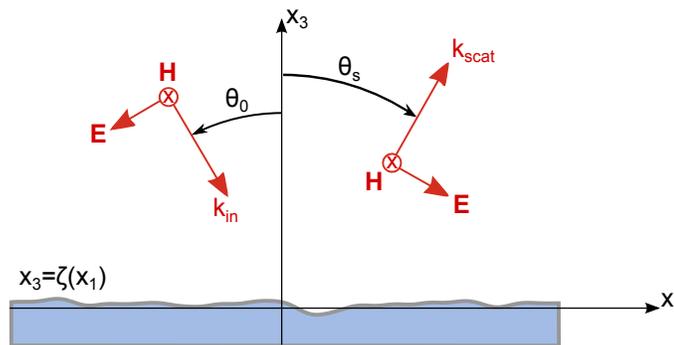


Figura 2: Geometría del problema de esparcimiento.

Dada la geometría del problema, tenemos que para polarización p el campo electromagnético se puede caracterizar por la componente del campo magnético a lo largo de x_2 , $H(x_1, x_3) = (0, H_2(x_1, x_3), 0)$. Por otro lado, para polarización s está caracterizada por

la componente del campo eléctrico a lo largo de x_2 , $E(x_1, x_3) = (0, E_2(x_1, x_3), 0)$. Vale la pena mencionar que estos campos están desacoplados y pueden estudiarse por separado (Born y Wolf, 1980).

Utilizando el teorema integral de Green en la región $x_3 > \zeta(x_1)$, se encuentra que el campo electromagnético está dado por la suma de dos términos que se pueden interpretar como los campos incidente y esparcido

$$\Psi^>(\mathbf{r}) = \Psi_{inc}(\mathbf{r}) + \Psi_{scat}(\mathbf{r}). \quad (1)$$

En cambio, para la región $x_3 < \zeta(x_1)$ se encuentra lo que podemos interpretar como el campo transmitido

$$\Psi^<(\mathbf{r}) = \Psi_{trans}(\mathbf{r}). \quad (2)$$

Los campos esparcidos y transmitidos pueden ser escritos en términos de una superposición de ondas planas (Maradudin *et al.*, 1990)

$$\Psi_{scat}(\mathbf{r}) = \frac{dq}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{p,s}(q) e^{iqx_1 + i\alpha_0(q)\zeta(x_1)}, \quad (3)$$

$$\Psi_{trans}(\mathbf{r}) = \frac{dq}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} T_{p,s}(q) e^{iqx_1 + i\alpha_\epsilon(q)\zeta(x_1)}, \quad (4)$$

donde

$$R_{p,s}(q) = \frac{i}{2\alpha_0(q)} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 [i(q\zeta'(x_1) - \alpha_0(q))\psi(x_1) - v(x_1)] e^{-iqx_1 - i\alpha_0(q)\zeta(x_1)}, \quad (5)$$

$$T_{p,s}(q) = \frac{i}{2\alpha_0(q)} \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 [i(q\zeta'(x_1) + \alpha_\epsilon(q))\psi(x_1) - \mathbf{v}v(x_1)] e^{-iqx_1 - i\alpha_\epsilon(q)\zeta(x_1)}. \quad (6)$$

Aquí, $\zeta(x_1)$ representa el perfil de la superficie, $v = \epsilon(\omega)$ para polarización p y $v = 1$ para polarización s . Para ondas propagantes ($q \leq \omega/c$), se tiene que $q = (\omega/c) \sin \theta_s$, $\alpha_0(q) = (\omega/c) \cos \theta_s$ y $\alpha_\epsilon(q) = n_\epsilon(\omega/c) \cos \theta_s$. Las variables $\psi(x_1)$ y $v(x_1)$ son conocidas como las funciones fuente y representan el campo y su derivada normal (no normalizada) evaluados en la superficie. Las funciones $R_{p,s}(q)$ y $T_{p,s}(q)$ representan el espectro angular de campo esparcido y transmitido, respectivamente, también llamadas amplitudes de esparcimiento.

En este punto vale la pena introducir otra cantidad básica en la teoría de esparcimiento de luz por superficies rugosas. Este es el coeficiente de reflexión/transmisión diferencial promedio (MDRC y MDTC, por sus siglas en inglés), el cual se define como el promedio de la fracción total del flujo incidente sobre la superficie que es esparcido por intervalo angular $d\theta_s$ sobre la dirección de esparcimiento definida por el ángulo θ_s . Dicho coeficiente se puede escribir de la siguiente forma para el caso de reflexión

$$\left\langle \frac{\partial R}{\partial \theta_s} \right\rangle = \frac{1}{2\pi L_1} \frac{\cos^2 \theta_s}{\cos \theta_0} \langle |R(q|k)| \rangle^2 \quad (7)$$

y

$$\left\langle \frac{\partial T}{\partial \theta_s} \right\rangle = \frac{1}{2\pi L_1} \frac{\cos^2 \theta_s}{\cos \theta_0} \langle |T(q|k)| \rangle^2, \quad (8)$$

para el caso de transmisión. En estas expresiones los paréntesis angulados representan el promedio sobre un conjunto (ensamble) de realizaciones de la superficie.

El cálculo de $R(q|k)$, $T(q|k)$ y/o de las funciones fuente, constituye el problema central de la teoría de esparcimiento por superficies.

2.3. Teorías de esparcimiento de luz por superficies rugosas

En esta sección se describen las teorías que se utilizaron en este trabajo para determinar la amplitud compleja del campo esparcido y/o de las funciones fuente. Estos métodos son: el método de la ecuación integral, la aproximación de Kirchhoff y tres métodos basados en teoría perturbativas.

2.3.1. El método de la ecuación integral

El método de la ecuación integral es un método numérico riguroso para resolver el problema de esparcimiento. Con éste es posible calcular la amplitud del campo esparcido y/o transmitido por una superficie. Está basado en la solución de un par de ecuaciones integrales acopladas para determinar los valores del campo y su derivada normal sobre la superficie. El método consiste, básicamente, en plantear el problema electromagnético con base en el segundo teorema integral de Green, el cual permite expresar el campo dentro de un volumen en términos del campo y su derivada normal en las fronteras que definen el volumen.

Las funciones fuente $\psi(x_1)$ y $v(x_1)$ satisfacen el par de ecuaciones integrales acopladas

$$\psi(x_1) = \psi_{inc}(x_1) + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 [H_0(x_1|x'_1)\psi(x'_1) - L_0(x_1|x'_1)v(x'_1)], \quad (9)$$

$$0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx'_1 [H_\epsilon(x_1|x'_1)\psi(x'_1) - vL_\epsilon(x_1|x'_1)v(x'_1)], \quad (10)$$

donde

$$H_\epsilon(x_1|x'_1) = \frac{i}{4} \frac{\partial}{\partial N'} H_0^{(1)} \left[\left(n_c(\omega) \frac{\omega}{c} \right) \xi \right] \Big|_{x'_3 = \zeta(x'_1)}, \quad (11)$$

$$L_\epsilon(x_1|x'_1) = \frac{i}{4} H_0^{(1)} \left[\left(n_c(\omega) \frac{\omega}{c} \right) \xi \right] \Big|_{x'_3 = \zeta(x'_1)}, \quad (12)$$

y

$$\xi = [(x_1 - x'_1)^2 + (\zeta(x_1) - x'_3 + \eta)^2]^{1/2}. \quad (13)$$

Las funciones $H_0(x_1|x'_1)$ y $L_0(x_1|x'_1)$ se obtienen al sustituir $n_c = 1$ en las ecuaciones (11) y (12). La variable v en las ecuaciones (9) y (10) depende de la polarización del campo incidente y está definida por

$$v = \begin{cases} \epsilon(\omega) & \text{polarización p,} \\ 1 & \text{polarización s,} \end{cases}$$

mientras que el operador $\partial/\partial N$ representa una derivada normal no normalizada y está definido por la siguiente expresión:

$$\frac{\partial}{\partial N} = -\zeta'(x_1) \frac{\partial}{\partial x_1} + \frac{\partial}{\partial x_3}. \quad (14)$$

Es necesario mencionar que las funciones Hankel y sus derivadas tienen singularidades alrededor del origen, por lo que no es posible intercambiar los operadores del límite e integración en las ecuaciones (9) y (10). La solución numérica del sistema se encuentra descrita detalladamente en Maradudin *et al.* (1990).

2.3.1.1. Método integral periódico

Es bien conocido el hecho de que el método de la ecuación integral no produce resultados confiables a ángulos rasantes de incidencia. Esto se debe principalmente a efectos de borde asociados al tamaño finito de la superficie. Una manera de minimizar estos efectos, es reproducir la superficie finita de manera periódica, de tal forma de que se pueda considerar una superficie infinita. El espectro angular esparcido por una superficie periódica es de la forma

$$R_{p,s}(q) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} 2\pi\delta(q - k_m)R_m \quad (15)$$

donde $k_m = k + 2\pi m/L$, y

$$R_m = \frac{i}{2\alpha_0(q)} \frac{1}{L} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx_1 [i(q\zeta'(x_1) - \alpha_0(q))\psi(x_1) - v(x_1)] e^{-iqx_1 - i\alpha_0(q)\zeta(x_1)}. \quad (16)$$

Es decir, que el campo esparcido consiste de los órdenes de difracción de la superficie periódica. La ecuación (16) nos muestra que para calcular la amplitud del orden m se deben conocer la funciones fuente en el intervalo $(-L/2, L/2)$. Éstas se pueden determinar resolviendo las ecuaciones acopladas

$$\psi(x_1) = \psi_{inc}(x_1) + \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx'_1 [\mathcal{H}_0(x_1|x'_1)\psi(x'_1) - \mathcal{L}_0(x_1|x'_1)v(x'_1)], \quad (17)$$

$$0 = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \frac{1}{4\pi} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dx'_1 [\mathcal{H}_\epsilon(x_1|x'_1)\psi(x'_1) - v\mathcal{L}_\epsilon(x_1|x'_1)v(x'_1)], \quad (18)$$

donde

$$\mathcal{H}_\Phi(x_1|x'_1) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} H_\Phi(x_1|x'_1 + pL)e^{ikpL}, \quad (19)$$

$$\mathcal{L}_\Phi(x_1|x'_1) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} L_\Phi(x_1|x'_1 + pL)e^{ikpL}. \quad (20)$$

La desventaja de utilizar este método es que ahora es necesario calcular las llamadas funciones de Green periódicas, cuya evaluación numérica es complicada, pues convergen lentamente (Walls, 2003).

2.3.2. La aproximación de Kirchhoff

La aproximación de Kirchhoff (KA, por sus siglas en inglés) consiste en aproximar las condiciones de frontera por aquellas que se tendrían con un plano infinito, tangente a cada punto de la superficie. La aproximación es válida cuando $a \gg \lambda$, donde a es la longitud de correlación y λ es la longitud de onda.

En esta teoría las funciones fuente $\psi(x_1)$ y $v(x_1)$ se reemplazan por las que se tendrían para un plano infinito y se pueden escribir de la forma (Beckmann y Spizzichino, 1963)

$$\psi(x_1, \zeta(x_1)) = (1 + R(x_1))\psi(x_1, \zeta(x_1))_{inc}, \quad (21)$$

$$v(x_1, \zeta(x_1)) = (1 - R(x_1)) \left. \frac{\partial \psi(x_1, x_3)_{inc}}{\partial N} \right|_{(x_1, x_3)=(x_1, \zeta(x_3))}, \quad (22)$$

donde la derivada normal no normalizada está definida en la ecuación (14) y $R(x_1)$ representa el coeficiente de reflexión de Fresnel, que depende del ángulo local de incidencia, la polarización del campo incidente y de la constante dieléctrica de la superficie. El ángulo local de incidencia está dado por (Beckmann y Spizzichino, 1963)

$$\vartheta = \theta_0 - \arctan[\zeta'(x_1)], \quad (23)$$

donde θ_0 es el ángulo de incidencia y $\zeta'(x_1)$ representa la pendiente de la superficie. Los coeficientes de reflexión de Fresnel para las polarizaciones p y s están dados por las siguientes expresiones: (Beckmann y Spizzichino, 1963)

$$R_p = \frac{\epsilon(\omega) \cos \vartheta - \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \vartheta}}{\epsilon(\omega) \cos \vartheta + \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \vartheta}}, \quad (24)$$

$$R_s = \frac{\cos \vartheta - \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \vartheta}}{\cos \vartheta + \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \vartheta}}. \quad (25)$$

2.3.3. Teorías Perturbativas

Las teorías perturbativas permiten la determinación (en forma aproximada) de la amplitud del campo reflejado y/o transmitido. La ventaja de utilizar estas teorías es que siguen-

do el procedimiento usual no es necesario pasar por la determinación de las funciones fuente para determinar la amplitud de esparcimiento. El campo reflejado y/o transmitido es calculado a través de desarrollos del campo y otros términos que dependen del perfil de la superficie en series de potencias. La cantidad que se determina de manera perturbativa puede ser la amplitud de esparcimiento (Rayleigh, 1907; Rice, 1951), la fase de la amplitud de esparcimiento (Shen y Maradudin, 1980) o alguna otra cantidad que depende del perfil superficial. Vale la pena hacer notar que estas teorías sólo son válidas para superficies poco rugosas (normalmente se considera que δ debe ser menor a $\lambda/10$) y con pendientes no muy grandes.

2.3.3.1. La ecuación reducida de Rayleigh

La ecuación reducida de Rayleigh (RRE, por sus siglas en inglés) es una ecuación integral con la cual es posible determinar la amplitud del campo esparcido o transmitido. Esta ecuación se obtiene a partir de la llamada hipótesis de Rayleigh (1894) y fue derivada por Brown *et al.* (1984). La ecuación reducida de Rayleigh se puede escribir de la forma

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dq}{2\pi} M^{(+)}(p|q)R(q|k) = -M^{(-)}(p|k), \quad (26)$$

donde

$$M^{(\pm)}(p|q) = \frac{[pq \pm \alpha(p)\alpha_0(q)]^\mu}{\alpha(p) \mp \alpha_0(q)} I[\alpha(p) \mp \alpha_0(q)|p - q], \quad (27)$$

$$I[\gamma|Q] = \int_{-\infty}^{\infty} dx_1 e^{-iQx_1} e^{-i\gamma\zeta(x_1)} \quad (28)$$

y μ (ecuación (27)) es igual a uno para polarización p y cero para polarización s . La RRE provee un buen punto de partida tanto para cálculos analíticos como para simulaciones tipo Monte Carlo.

2.3.3.2. Teoría perturbativa de amplitud

La teoría perturbativa de amplitud (SAPT, por sus siglas en inglés) es quizás la teoría aproximada más utilizada en esparcimiento de luz por superficies rugosas. En esta aproximación se da solución a la ecuación reducida de Rayleigh desarrollando el campo y otros términos que dependen del perfil de la superficie en serie de potencias.

Utilizando un desarrollo en serie de Taylor de las funciones $R(q|k)$ y $I[\gamma|Q]$, tenemos que

$$R(q|k) = \sum_{n=0}^{\infty} R^n(q|k) \quad (29)$$

y

$$I[\gamma|Q] = 2\pi\delta(Q) + \frac{-i\gamma}{1!}\hat{\zeta}^{(1)}(Q) + \frac{(-i\gamma)^2}{2!}\hat{\zeta}^{(2)}(Q) + \dots + \hat{\zeta}^{(n)}(Q), \quad (30)$$

donde $\hat{\zeta}^{(n)}(Q)$ representa la transformada de Fourier de $\zeta(x_1)$. Suponiendo que $\zeta(x_1)$ constituye un proceso aleatorio gaussiano con función de correlación gaussiana, tenemos que la reflectividad (componente coherente) de la superficie está dada por (?)

$$R_{p,s}(\theta_0) = |R_{p,s}(k)|^2 + \Re [R_{p,s}^*(k)r_{p,s}^{(2)}(k)] + \dots + O(\zeta^n). \quad (31)$$

Considerando considerando sólo hasta el término del perfil superficial del desarrollo expresado en la ecuación 30, se tiene que la reflectividad (componente coherente) está dada por

$$R_p(\theta_0) = R_p^{(0)}(\theta_0) \left\{ 1 - \frac{4\delta^2}{a^2} \Re \left[\frac{\epsilon(\omega)}{1 - \epsilon(\omega)} \frac{\cos \theta_0}{\epsilon(\omega) \cos^2 \theta_0 - \sin^2 \theta_0} \mu_p \left(\theta_0, \frac{\omega a}{c} \right) \right] \right\}, \quad (32)$$

para polarización p , mientras que para polarización s podemos escribir

$$R_s(\theta_0) = R_s^{(0)}(\theta_0) \left\{ 1 - \frac{4\delta^2}{a^2} \Re \left[\frac{\cos \theta_0}{1 - \epsilon(\omega)} \mu_s \left(\theta_0, \frac{\omega a}{c} \right) \right] \right\}. \quad (33)$$

En estas expresiones, $R_p^{(0)}(\theta_0)$ y $R_s^{(0)}(\theta_0)$ son los coeficientes de reflexión para una interfaz plana (coeficientes de Fresnel), mientras que

$$\begin{aligned} \mu_p \left(\theta_0, \frac{\omega a}{c} \right) &= \left(\frac{\omega a}{c} \right)^2 \left\{ \frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega)} [\epsilon(\omega) - 2 \sin^2 \theta_0] \right. \\ &\times [\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0]^{\frac{1}{2}} - \left(\frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega)} \right)^2 [\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0] \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} dx [\epsilon(\omega) - x^2]^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\omega}{2\pi c} \right) g \left(\frac{\omega}{c} |\sin \theta_0 - x| \right) \\ &+ \left(\frac{\epsilon(\omega) - 1}{\epsilon(\omega)} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{\omega}{2\pi c} \right) g \left(\frac{\omega}{c} |\sin \theta_0 - x| \right) \\ &\times \left. \frac{\{ [\epsilon(\omega) - x^2]^{1/2} [\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0]^{1/2} - x \epsilon(\omega) \sin \theta_0 \}^2}{\epsilon(\omega) (1 - x^2)^{\frac{1}{2}} + [\epsilon(\omega) - x^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}, \end{aligned} \quad (34)$$

$$\begin{aligned} \mu_s \left(\theta_0, \frac{\omega a}{c} \right) &= \left(\frac{\omega a}{c} \right)^2 \left\{ -[\epsilon(\omega) - 1][\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0]^{\frac{1}{2}} \right. \\ &\quad \left. + (\epsilon(\omega) - 1)^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx \left(\frac{\omega}{2\pi c} \right) \frac{g\left(\frac{\omega}{c} |\sin \theta_0 - x|\right)}{(1 - x^2)^{\frac{1}{2}} + [\epsilon(\omega) + x^2]^{\frac{1}{2}}} \right\}, \end{aligned} \quad (35)$$

la función $g(x)$ representa el espectro de potencia de la superficie. Las ecuaciones (34) y (35) se pueden evaluar numéricamente (Sánchez-Gil *et al.*, 1995). Para obtener estas expresiones fue necesario suponer que el perfil de las superficies es un proceso aleatorio gaussiano.

Por otra parte, la componente incoherente en la teoría SAPT está dada por (Navarrete-Alcalá *et al.*, 2009)

$$\left\langle \frac{\partial R}{\partial \theta_s} \right\rangle_{incoh} = \frac{2}{\pi} \left(\frac{\omega}{c} \right)^3 \cos \theta_s^2 \cos \theta_0 \delta^2 g(|q - k|) \left| \frac{\nu(q|k)}{d(q|k)} \right|^2 \quad (36)$$

donde

$$\nu(q|k) = \begin{cases} \frac{\epsilon-1}{\epsilon} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 [\sin \theta_0 \sin \theta_s - \cos \theta_0 \cos \theta_s] & \text{polarización } p \\ (\epsilon - 1) \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 & \text{polarización } s \end{cases} \quad (37)$$

y

$$d(q|k) = \begin{cases} \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (1 - 1/\sqrt{\epsilon})^2 \cos \theta_0 \cos \theta_s & \text{polarización } p \\ \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 (1 - \sqrt{\epsilon})^2 \cos \theta_0 \cos \theta_s & \text{polarización } s \end{cases}. \quad (38)$$

2.3.3.3. Autoconservación de energía

La teoría perturbativa de autoconservación de energía (SEPT, por sus siglas en inglés) es una reformulación de la teoría SAPT. Esta aproximación ofrece mejores resultados para ángulos grandes de incidencia. La reflectividad de la superficie para polarización p está dada por

$$R_p(\theta_0) = \frac{\epsilon(\omega) \cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0} - \mu_p^{(1)}}{\epsilon(\omega) \cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0} + \mu_p^{(1)}}, \quad (39)$$

mientras que para polarización s ,

$$R_s(\theta_0) = \frac{\cos \theta_0 - \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0} - \mu_s^{(1)}}{\cos \theta_0 + \sqrt{\epsilon(\omega) - \sin^2 \theta_0} + \mu_s^{(1)}} \quad (40)$$

con

$$\mu_p^{(1)} = \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 \mu_p\left(\theta_0, \frac{\omega a}{c}\right), \quad \mu_s^{(1)} = \left(\frac{\delta}{a}\right)^2 \mu_s\left(\theta_0, \frac{\omega a}{c}\right),$$

donde $\mu_p\left(\theta_0, \frac{\omega a}{c}\right)$ y $\mu_s\left(\theta_0, \frac{\omega a}{c}\right)$ se encuentran definidas en las ecuaciones (34) y (35) (Sánchez-Gil *et al.*, 1995).

La componente incoherente en SEPT hasta el primer orden en el desarrollo del perfil superficial coincide con los resultados obtenidos para SAPT expresados por la ecuación (36) (Navarrete-Alcalá *et al.*, 2009).

2.4. Resumen y conclusiones parciales

En esta sección se presentaron, brevemente, las herramientas teóricas utilizadas para calcular la reflectividad y la distribución angular de la luz esparcida por superficies rugosas aleatoria. Los métodos aproximados aquí descritos fueron empleados para obtener los resultados presentados en el Capítulo 4.

Capítulo 3. Métodos experimentales

En este capítulo se describe la metodología empleada para la fabricación de las muestras, su caracterización, así como los métodos experimentales utilizados en este trabajo de tesis.

Para abordar el estudio experimental de la reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa y observar los picos Yoneda fue necesario fabricar superficies rugosas con diferentes parámetros estadísticos. En este capítulo, se presentan los métodos utilizados para fabricar superficies, tanto con función de correlación gaussiana como multiescala. Además, para llevar a cabo las mediciones de reflectancia se requería fabricar muestras que sólo tuvieran reflexiones en una interfaz (problema de dos medios). Es por esto que se desarrolló un método para copiar superficies utilizando una resina absorbente.

Por otra parte, en este trabajo también se diseñaron y fabricaron superficies aleatorias con características de esparcimiento especiales. Las superficies se fabricaron con impresoras tridimensionales. En este capítulo se presentan brevemente aspectos relevantes de la fabricación, así como las principales características técnicas de las impresoras utilizadas.

Una parte fundamental del trabajo que se presenta aquí es la caracterización estadística de las superficies. Para esto se utilizaron dos métodos: un método óptico y otro basado en perfilometría mecánica. Con el método óptico se estimaron algunos parámetros estadísticos a través de mediciones de la componente coherente. El perfilómetro se utilizó para estimar segmentos de perfiles superficiales, para de éstos estimar la desviación estándar de alturas (δ), la desviación estándar de pendientes (δ_d), la longitud de correlación (a) y los histogramas de alturas y pendientes.

La parte no menos importante del trabajo experimental fue el diseño de los arreglos experimentales con los cuales se llevaron a cabo las mediciones. Es decir, se tuvo que encontrar formas confiables de medir las propiedades de esparcimiento de las superficies fabricadas. Las mediciones de reflectancia de superficies iluminadas con luz difusa se realizaron con esferas integradoras y, para el caso de reflexión interna, fue necesario

fabricar una esfera sólida. Asimismo, para observar y medir los picos Yoneda se utilizó un esparcímetero pero fue necesario iluminar a través de una semiesfera de vidrio.

El capítulo está organizado de la siguiente manera. En la sección 3.1 se describen los métodos de fabricación. Posteriormente, en la sección 3.2, se presenta una descripción de los métodos de caracterización de las superficies. Finalmente, en la sección 3.3 se muestran los arreglos experimentales y la metodología utilizada para realizar las mediciones.

3.1. Fabricación de muestras

En esta sección se describen los métodos utilizados para la fabricación de las muestras experimentales. La fabricación de superficies con función de correlación gaussiana se realizó con el método propuesto por Gray (1978), el cual es un método de fotolitografía. Por otro lado, la fabricación de superficies multiescala se llevó a cabo con métodos abrasivos y de corrosión química. Adicionalmente, se muestra un método para copiar superficies utilizando una resina absorbente. Por último, se describe el modo de operación y las características de las dos impresoras tridimensionales que se utilizaron para fabricar superficies.

3.1.1. Litografía óptica

La fabricación de superficies rugosas con función de correlación gaussiana se realizó con el método propuesto por Gray (1978). La fabricación se divide en tres etapas: limpieza de los sustratos, depósito de fotorresina y litografía óptica.

Para comenzar el proceso de fabricación lo primero que se debe realizar es la limpieza de los sustratos. En este caso, se utilizaron sustratos de vidrio de 2×2 pulgadas. El proceso de limpieza comienza colocando los sustratos en un baño ultrasónico con una solución de jabón neutro y agua. Para eliminar los residuos de jabón se enjuagan los sustratos con agua. Después se someten a un baño ultrasónico de agua destilada y se secan con papel óptico. El siguiente paso es limpiar los sustratos con alcohol isopropílico y papel óptico. Finalmente se colocan los sustratos en un baño ultrasónico de acetona y se secan con nitrógeno comprimido.

La segunda etapa de la fabricación consiste en el depósito de fotorresina y horneado de los sustratos. El proceso comienza colocando el sustrato en el “spin-coater”. Después se vierte 3 ml de fotorresina (Shipley 1805) en el sustrato; es importante verificar que la fotorresina cubra tres cuartas partes del sustrato, aproximadamente. Se programa el spin-coater para que aplique una rampa de velocidad de 0 a 500 rpm de 10 segundos, y después gire a 2000 rpm por 40 segundos. Se hornea el sustrato con fotorresina por 60 minutos a 65 grados. Con la fotorresina (Shipley 1805) y los parámetros utilizados, se obtienen películas de 600 nm aproximadamente.

En la tercera etapa se lleva a cabo la exposición. En la Figura 3 se muestra el arreglo utilizado. El arreglo está compuesto por un láser de He-Cd que emite a una longitud de onda de 442 nm, un filtro espacial, una lente y un vidrio esmerilado. El haz láser se hace pasar por un filtro espacial para obtener una distribución de intensidad gaussiana más limpia. El frente de onda esférico que emerge del filtro espacial se hace converger sobre la muestra con la lente. El vidrio esmerilado se coloca justo detrás de la lente. Finalmente, los sustratos son expuestos a ocho patrones de “speckle” independientes (iluminando otra sección del vidrio esmerilado). Es importante mencionar que el número de exposiciones determina la función de densidad de probabilidad de las alturas en la superficie. Si el sustrato sólo se expone a un patrón de “speckle” las alturas en la superficie seguirán una función de densidad tipo exponencial negativa. En cambio, si el sustrato se expone a varios patrones de “speckle”, la función de densidad de probabilidad de alturas en la superficie se aproximará a una gaussiana; entre mayor sea el número de exposiciones mejor será la aproximación a una gaussiana. La longitud de correlación de la superficie está determinada por el ángulo de convergencia y la longitud de onda de la luz (Gray, 1978).

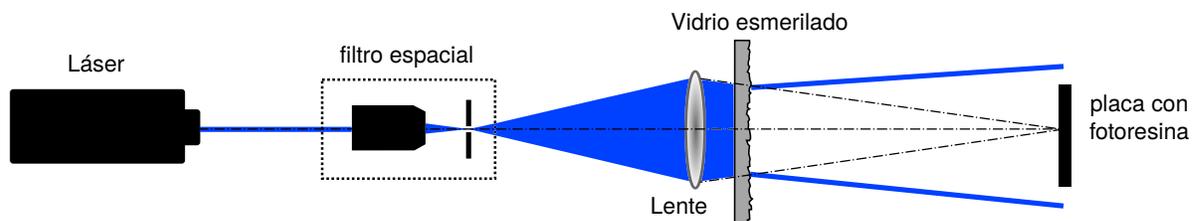


Figura 3: Arreglo experimental utilizado para fabricar superficies con función de correlación gaussiana.

Los sustratos se revelan en una solución de agua destilada y revelador (Shipley 351), en una proporción 5:1, respectivamente. Los tiempos de exposición y revelado varían, ya que dependen de las condiciones y parámetros experimentales utilizados, tales como la potencia de láser y la geometría del sistema.

3.1.2. Métodos abrasivos y de corrosión química

La fabricación de superficies multiescala se llevó a cabo utilizando métodos abrasivos y de corrosión química. En el primer caso, la rugosidad se introdujo por bombardeo con arena (sand blasting). Para obtener superficies con diferentes valores de rugosidad se varió el tiempo de exposición, utilizando siempre el mismo polvo abrasivo.

En el método de corrosión química, la rugosidad fue introducida utilizando una pasta (Armour Etch) que contiene químicos que reaccionan con el vidrio y remueven material. Para obtener diferentes grados de rugosidad se utilizaron diferentes tiempos de exposición.

Las superficies fabricadas con estos métodos presentan estructuras en varias escalas y no tienen una función de correlación bien definida. Se trata de superficies multiescala, que en cierta región de las frecuencias espaciales se pueden modelar como una superficie de tipo fractal.

3.1.3. Fabricación de muestras utilizando una resina absorbente

Para los experimentos de medición de la reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa fue necesario fabricar muestras especiales. Esto se debe a que sólo se está interesado en el efecto producido por una sola interfaz rugosa, por lo que es necesario tomar precauciones para que la segunda cara de la muestra no produzca efectos significativos. Las muestras se fabricaron utilizando una resina absorbente de manera que la luz que no es reflejada por la superficie de interés es prácticamente absorbida en su totalidad, antes de interactuar con la segunda cara de la muestra.

El proceso de fabricación de las superficies absorbentes se dividió en tres etapas. La primera consistió en fabricar superficies aleatorias con los métodos descritos en las secciones 3.1.1 y 3.1.2. Posteriormente, se realizó el copiado de éstas utilizando caucho

de silicon (Mold Max 25). Finalmente, se vertió sobre estos moldes maestros una mezcla de resina transparente (Clear Cast) con tinta negra.

De manera secuencial, para fabricar el molde maestro se siguieron los siguientes pasos:

1. Se vertió en un recipiente el elastómero (parte A) y el curador (parte B) en una proporción 1:1.
2. Se mezclaron estos dos componentes hasta obtener una mezcla homogénea.
3. Se colocó la mezcla en una campana de vacío por 10 minutos para eliminar burbujas.
4. Se vertió la mezcla sobre la muestra, y se dejó curar a temperatura ambiente por 24 horas.
5. Se desmoldó la muestra y se horneó el molde maestro por 4 horas a 65 grados.

Se describe ahora los pasos seguidos para la fabricación de la muestra absorbente utilizando el molde maestro:

1. Se vertió en un recipiente la resina y el curador en una proporción 1:1.
2. Se mezclaron los componentes hasta obtener una mezcla homogénea.
3. Se agregó tinta negra a la mezcla en una proporción 1:4, respectivamente.
4. Se colocó el recipiente en una campana de vacío por 25 minutos.
5. Se vertió la resina absorbente sobre el molde maestro y se dejó curar a temperatura ambiente entre 24 y 48 horas.
6. Se desmoldó la muestra.

3.1.4. Fabricación con impresoras 3D

Las impresoras 3D son máquinas capaces de construir un objeto tridimensional a partir de un diseño numérico creado en una computadora (CAD, por sus siglas en inglés). El principio de operación está basado en un proceso de manufactura aditiva, por lo que reproduce físicamente el diseño construyéndolo capa por capa.

El lenguaje utilizado para describir la estructura que se desea imprimir con las impresoras 3D es el STL (“Stereolithography”). Este formato define la geometría y las dimensiones del objeto 3D. Un archivo STL contiene el diseño CAD, discretizado en facetas triangulares. El tamaño de las facetas triangulares está directamente relacionado con la resolución de la impresión, ya que entre más pequeñas sean las facetas, mayor será la resolución en el objeto creado.

En la actualidad existen diferentes tecnologías para la impresión 3D. Entre éstas podemos mencionar los métodos de extrusión, granulado y fotopolimerización. Cada método tiene sus ventajas y desventajas, por lo que es importante elegir una tecnología acorde al diseño y al material con el cual se desea fabricar el objeto.

En este trabajo de tesis se utilizaron dos impresoras, éstas son: la Ultimaker 2 y la Form +1. Las características más relevantes de las impresoras utilizadas se muestran en la tabla 1. La impresora Ultimaker construye la superficie fundiendo el termoplástico a través de una boquilla, por lo que la muestra es construida hilo por hilo. Un aspecto a destacar es que, debido al proceso de fabricación, se introducen rugosidades y discontinuidades (ocasionadas por la capa mínima de impresión), tanto en la escala vertical como en la horizontal. Esto limita de manera considerable el tipo de diseños que se pueden fabricar con esta técnica. Por otra parte, la impresora Form +1 construye la superficie capa por capa. En este caso, un haz láser realiza un barrido y fotopolimeriza una resina líquida. Esta impresora presenta un mejor desempeño para la fabricación de superficies aleatorias y muestras ópticas. Sin embargo, también introduce una rugosidad aleatoria y la superficie presenta discontinuidades en la escala vertical. Cabe señalar que ambas impresoras tienen una resolución baja para la fabricación de muestras ópticas, por lo que para los diseños se deben considerar dimensiones apropiadas al método de fabricación.

Tabla 1: Especificaciones técnicas de las impresoras 3D.

Impresora	Tecnología	Resolución horizontal	Capa mínima
Ultimaker 2	Fabricación con filamento fundido (FFF, por sus siglas en inglés)	400 μm	20 μm
Form +1	Estereolitografía (SLA, por sus siglas en inglés)	300 μm	25 μm

3.2. Caracterización de las muestras

En esta sección se describen los métodos empleados para caracterizar las superficies fabricadas. Las superficies rugosas aleatorias utilizadas en los experimentos de reflectancia y en las mediciones de los picos Yoneda fueron caracterizadas con un perfilómetro mecánico. Las mediciones de perfilometría mecánica fueron complementadas con mediciones ópticas que permitieron estimar algunos parámetros estadísticos. A continuación se describe los procedimientos seguidos para caracterizar las superficies con estos dos métodos.

3.2.1. Estimación de la rugosidad a través de la componente coherente

Utilizando la aproximación de Kirchhoff o el modelo de la pantalla delgada de fase es posible establecer una relación entre la componente coherente y la desviación estándar de las alturas de la superficie. Utilizando el modelo de la pantalla delgada de fase el promedio de ensamble de la amplitud de esparcimiento se puede escribir como (Welford, 1980)

$$\langle R(q|k) \rangle = R_F(q|k) \langle \exp\{-iv_3 \zeta(x_1)\} \rangle, \quad (41)$$

donde $R_F(q|k)$ es el coeficiente de reflexión de una superficie plana y los paréntesis angulados representan un promedio sobre un gran número de realizaciones de la superficie. Dicho promedio se puede obtener de manera analítica si las alturas superficiales siguen una distribución gaussiana (Goodman, 1985). En este caso, se tiene que

$$|\langle R(q|k) \rangle|^2 = |R_F(q|k)|^2 \exp\{-\sigma_\phi^2\}, \quad (42)$$

donde σ_ϕ representa la desviación estándar de las fluctuaciones de fase que con nuestro modelo se puede expresar de la forma

$$\sigma_\phi = \begin{cases} -2 \left(\frac{\omega}{c}\right) \cos \theta_0 \delta & \text{reflexión} \\ \left(\frac{\omega}{c}\right) (n_d - n_0) \delta & \text{transmisión} \\ & \text{incidencia normal} \end{cases} \quad (43)$$

Reescribiendo la ecuación (42) se obtiene el siguiente resultado:

$$\frac{I(\theta_0)}{I_f(\theta_0)} = \exp\{-\sigma_\phi^2\}, \quad (44)$$

donde $I(\theta_0)$ es la reflectividad o transmisividad de la superficie (componente coherente) e $I_f(\theta_0)$ es la reflectividad o transmisividad de una superficie plana (señal de referencia).

En la Figura 4, se muestra los arreglos experimentales utilizados para la estimación de la rugosidad. La abertura que se encuentra delante del detector debe ser lo suficientemente pequeña para bloquear la componente incoherente, pero a su vez, debe ser lo suficientemente grande para coleccionar toda la componente coherente. Es por esto que es conveniente iluminar la superficie con un haz convergente que se enfoca sobre el plano de la abertura.

La señal detectada contiene no sólo la componente coherente, sino también una fracción de la componente difusa. Esta señal difusa debe ser estimada y sustraída. La estimación del parámetro de rugosidad de la superficie (δ) se obtiene entonces mediante la siguiente ecuación:

$$\delta = \frac{1}{v} \left[-\ln \left(\frac{I_m - I_d}{I_f} \right) \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (45)$$

donde

$$v = \begin{cases} -2 \left(\frac{\omega}{c}\right) \cos \theta_0 & \text{reflexión,} \\ \left(\frac{\omega}{c}\right) (n_d - n_0) & \text{transmisión} \\ & \text{incidencia normal,} \end{cases} \quad (46)$$

I_m representa la medición de la componente coherente, I_d es la medición de la compo-

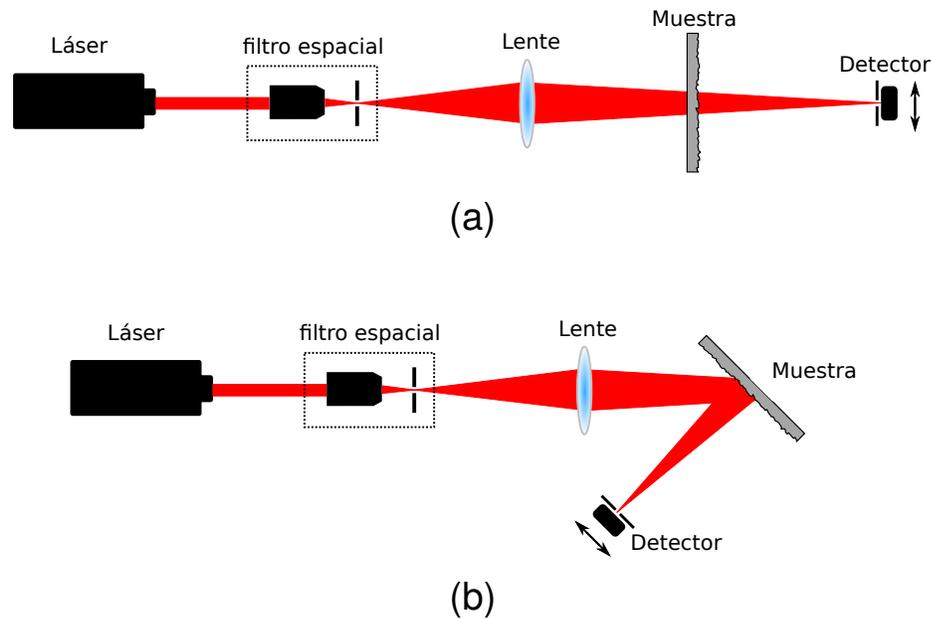


Figura 4: Arreglo experimental empleado para la estimación de la rugosidad en una muestra. (a) Configuración de transmisión y (b) configuración de reflexión.

nente difusa e I_f es una señal de referencia que se obtiene al medir una superficie plana.

3.2.2. Perfilometría mecánica

Para determinar el perfil de las superficies se utilizó un perfilómetro mecánico semi-automático *Dektak³ST* (RAS-440A). En la operación de este instrumento se utiliza una aguja con punta de diamante que realiza un barrido unidimensional en contacto con la superficie a caracterizar.

Para estimar las propiedades estadísticas de las superficies aleatorias se tomaron veinticinco trazas independientes de cada superficie. Con estos perfiles se estimó la desviación estándar de alturas (δ), la desviación estándar de pendientes (δ_d), la longitud de correlación (a) y los histogramas de alturas y pendientes. También se estimaron las incertidumbres asociadas a cada medición.

Vale la pena hacer notar que la perfilometría de superficies multiescala, como las que utilizamos en este estudio, es complicada. Lo anterior se debe a varios factores. Por un lado, las muestras pueden tener variaciones de altura con escalas laterales muy pequeñas (del orden de nanómetros) y, al mismo tiempo, variaciones en escalas mucho mayores (de milímetros, por ejemplo). Debido al detalle fino, la relación entre el perfil superficial

y el perfil estimado no resulta ser lineal. Por otro lado, las propiedades estadísticas de este tipo de superficies reales son muy difíciles de modelar y, parámetros muy utilizados, como la longitud de correlación, podrían no tener un significado físico representativo.

3.3. Arreglos experimentales utilizados

En esta sección se presentan los arreglos experimentales empleados en este trabajo de tesis. Estos arreglos fueron utilizados para llevar a cabo mediciones de reflectancia (Capítulo 4) y de la distribución angular de la luz esparcida en una configuración de reflexión interna (Capítulo 5).

3.3.1. Medición de la reflectancia con esferas integradoras

Las mediciones de reflectancia se realizaron con esferas integradoras. Éstas son dispositivos que permiten estimar la reflectancia y/o la transmitancia difusa en una muestra utilizando iluminación direccional o difusa. Asimismo, permiten medir la luz reflejada de manera especular, difusa o ambas.

Cabe señalar que la medición de reflectancias con esferas integradoras no es sencilla y que fácilmente se puede incurrir en errores significativos en la medición. El uso de esferas integradoras está lleno sutilezas y es importante cuidar muchos detalles. Por ejemplo, se debe saber si se utiliza una esfera con o sin baffle, los detalles de los sistemas de iluminación y detección, así como el tipo de muestra y medición (especular o difusa), sólo por mencionar algunos.

En este trabajo sólo se midió la reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa. Debido al tipo de iluminación (difusa) y a las características de las superficies, se utilizó una esfera con baffle para realizar las mediciones. El uso del baffle fue necesario debido a que tanto las superficies como el detector pueden reflejar de manera especular. El baffle impide que luz que es reflejada de manera especular por la superficie llegue al detector, y viceversa. Con esto, la luz que llega tanto al detector como a la muestra es completamente difusa.

En una esfera con baffle, la reflectancia de una muestra puede ser estimada en términos de tres mediciones de potencia: la potencia detectada sin la muestra ($P_d^{(0)}$), la poten-

cia detectada con un estándar ($P_d^{(s)}$) y la potencia detectada con la muestra (P_d). Esto es (González-Alcalde, 2012)

$$R_d = R_s \left(\frac{1 - \rho_b}{1 - \rho_{sb}} \right) \left(\frac{1 - \frac{\rho_{sb}}{1 - m\alpha}}{1 - \frac{\rho_b}{1 - m\alpha}} \right), \quad (47)$$

donde $\rho_b = P_d/P_d^{(0)}$, $\rho_{sb} = P_d^{(s)}/P_d^{(0)}$, R_s es una reflectancia conocida (estándar), m es la reflectancia de la pared de la esfera y la constante α representa la fracción del área de la esfera cubierta de material reflejante. Esta constante está dada por

$$\alpha = \frac{A_T - A_h - A_s - A_\delta}{A_T}, \quad (48)$$

donde A_T es el área total de la esfera, A_h es el área de la abertura de entrada, A_δ es el área de la abertura del detector y A_s es el área de la abertura de la muestra.

La ecuación (47) resulta práctica para la medición de la reflectancia ya que, si se excluye el factor $m\alpha$, está solamente en función de tres potencias que pueden ser medidas con facilidad. La derivación de esta ecuación se encuentra descrita detalladamente en la tesis de maestría de González-Alcalde (2012).

En la medición de la reflectancia se tienen diversas fuentes de error. Sin embargo, las que contribuyen significativamente son aquellas que están en función de las potencias detectadas, es decir ρ_b y ρ_{sb} . La incertidumbre en la estimación de reflectancia debida a errores de medición se puede expresar de la forma

$$\Delta R_d = \sqrt{\left| \frac{\partial R_d}{\partial \rho_b} \Delta \rho_b \right|^2 + \left| \frac{\partial R_d}{\partial \rho_{sb}} \Delta \rho_{sb} \right|^2}. \quad (49)$$

La incertidumbre debida solamente al error en la estimación de ρ_b es:

$$\left| \frac{\partial R_d}{\partial \rho_b} \Delta \rho_b \right| = \left| R_s \frac{(1 - m\alpha - \rho_{sb})m\alpha}{(1 - \rho_{sb})(1 - m\alpha - \rho_b)^2} \Delta \rho_b \right|. \quad (50)$$

Por otro lado, la incertidumbre asociada a la estimación de ρ_{sb} es:

$$\left| \frac{\partial R_d}{\partial \rho_{sb}} \Delta \rho_{sb} \right| = \left| R_s \frac{(1 - \rho_b) m \alpha}{(1 - \rho_{sb})^2 (1 - m \alpha - \rho_b)} \Delta \rho_{sb} \right|, \quad (51)$$

donde $\Delta \rho_b$ y $\Delta \rho_{sb}$ son calculadas de la siguiente manera:

$$\Delta \rho_b = \frac{P_d}{P_d^{(0)}} \sqrt{\left(\frac{\Delta P_d}{P_d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta P_d^{(s)}}{P_d^{(s)}} \right)^2} \quad (52)$$

$$\Delta \rho_{sb} = \frac{P_d^{(s)}}{P_d^{(0)}} \sqrt{\left(\frac{\Delta P_d}{P_d} \right)^2 + \left(\frac{\Delta P_d^{(s)}}{P_d^{(s)}} \right)^2}. \quad (53)$$

El error o incertidumbre de $P_d^{(0)}$, $P_d^{(s)}$ y P_d se estimó de la desviación estándar de las mediciones.

Las mediciones se llevaron a cabo con una esfera integradora (Labsphere, modelo 4P-GPS-053-SL), la cual cuenta con cuatro aberturas y un baffle. El material con el cual están recubiertas las paredes de la esfera es espectralón, que es un material que tiene una reflectividad $m = 0.98$ para el visible. La constante α de la esfera es 0.9816.

Es importante señalar que con la esfera utilizada no es posible alcanzar ángulos rasantes de incidencia. Esto es debido a que la abertura sobre la cual se coloca la muestra tiene un borde, por lo que el ángulo máximo de incidencia que se puede alcanzar es aproximadamente de 78.4 grados. Además, por la naturaleza del recubrimiento, sólo se pueden realizar mediciones de reflectancia con luz no polarizada.

En la Figura 5 se muestra el arreglo experimental utilizado para la medición de la reflectancia. La iluminación es proporcionada por un láser de He-Ne que emite a una longitud de onda de 633 nm. El haz láser es modulado por un cortador de haz o "chopper". La iluminación difusa se genera al iluminar la pared de la esfera. El sistema de detección está compuesto por un detector de silicio conectado a un amplificador Lock-in sincronizado con el "chopper". La adquisición y procesamiento de los datos se realizó mediante un programa escrito en MATLAB.

Como ya se mencionó, la reflectancia de la muestra se estima a partir de tres me-

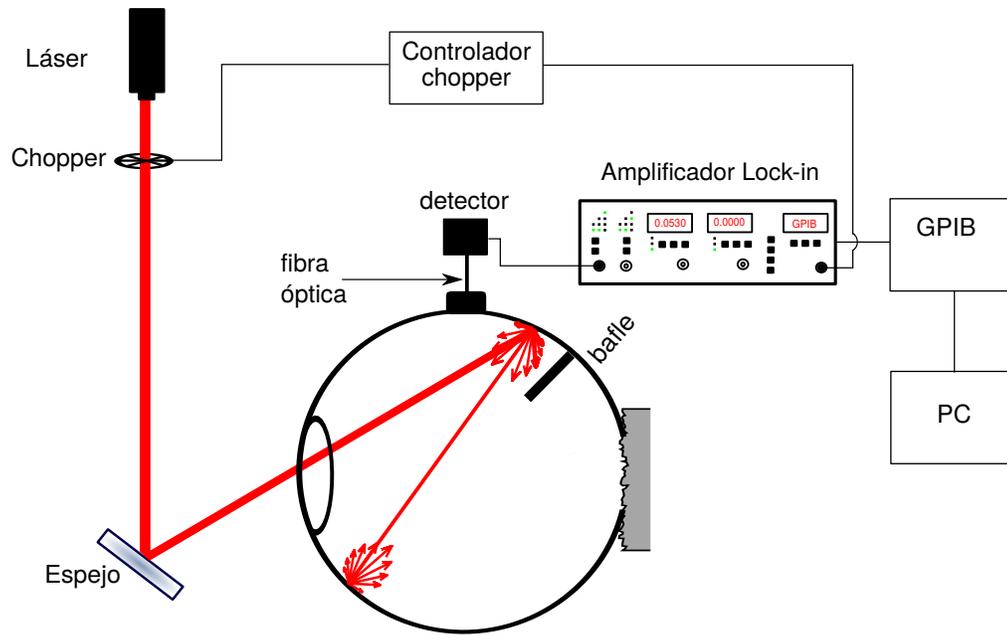


Figura 5: Arreglo experimental utilizado para la estimación de la reflectancia externa bajo iluminación difusa.

diciones; sin muestra, con la muestra y con un estándar (Ocean Optics, modelo WS-1). La potencias son denotadas como: $P_d^{(0)}$, P_d y $P_d^{(s)}$, respectivamente. Estas potencias se obtienen del promedio de 500 a 750 lecturas, que son capturadas con un sistema de adquisición de datos. Las incertidumbres asociadas a estas mediciones se obtienen de la desviación estándar, y son denotadas por: $\Delta P_d^{(0)}$, ΔP_d y $\Delta P_d^{(s)}$. Sustituyendo los valores de las tres potencias detectadas y de las incertidumbres asociadas a éstas en las ecuaciones (47) y (49) se obtuvo las reflectancias de las muestras y los errores en las mediciones. Los resultados serán presentados en el Capítulo 4.

3.3.1.1. El caso de la reflectancia interna

La medición de la reflectancia interna es más complicada. El problema reside en cómo iluminar la interfaz desde el medio que es ópticamente más denso. Para dar solución a este problema, se fabricó una esfera integradora sólida utilizando una resina transparente de poliéster. El proceso de fabricación de la esfera se describe con más detalle en el apéndice A.

La esfera fabricada no tiene baffle, por lo que para este caso la reflectancia está dada

por (Terán-Bobadilla, 2010)

$$R_d = R_s \left(\frac{1 - P_d^{(0)}/P_d}{1 - P_d^{(0)}/P_d^{(s)}} \right), \quad (54)$$

donde R_s es una reflectancia conocida (estándar), $P_d^{(0)}$ es la potencia detectada sin muestra, $P_d^{(s)}$ es la potencia detectada con un estándar y P_d es la potencia detectada con la muestra. La incertidumbre asociada a las mediciones se obtiene siguiendo el procedimiento descrito en la sección anterior.

En la Figura 6 se muestra el arreglo experimental utilizado para la medición de la reflectancia interna. La iluminación es proporcionada por un láser de He-Ne que emite a una longitud de onda de 633 nm. El haz se acopla a una fibra óptica de plástico utilizando objetivo de microscopio de 4x. La fibra óptica está conectada a la esfera, y se posiciona de tal manera que sólo ilumina de manera directa la pared de la esfera. La luz difusa reflejada por la pared ilumina la esfera y la muestra. El sistema de detección se compone de un detector óptico de potencia.

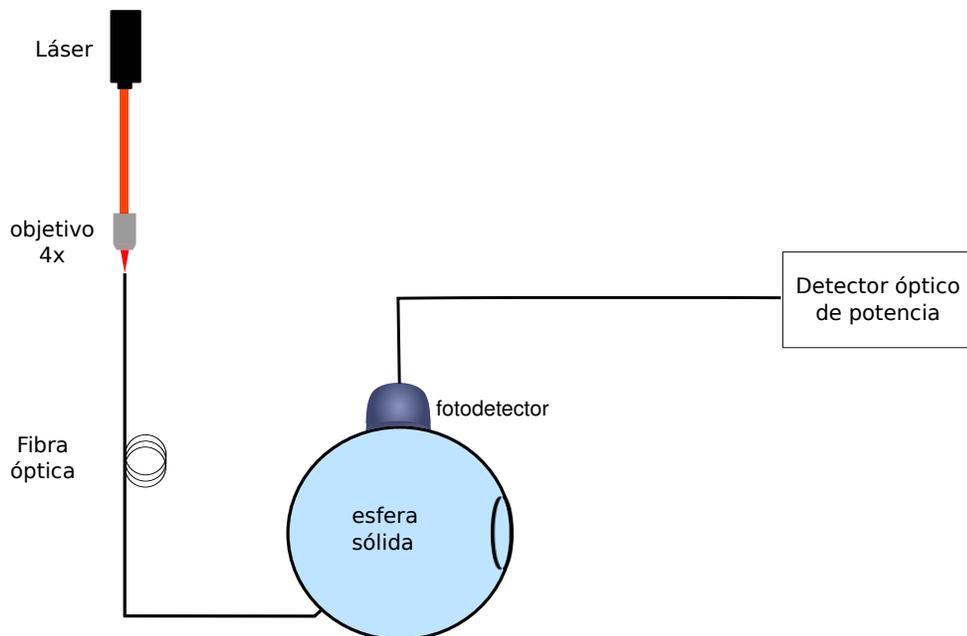


Figura 6: Arreglo experimental utilizado para la medición de la reflectancia interna bajo iluminación difusa.

En este caso se utilizó como estándar un sustrato plano paralelo en contacto óptico con la esfera, y se tomó como R_s la reflectancia teórica de la superficie plana (resina-aire), calculada con base en las expresiones analíticas reportadas por Walsh (1924).

3.3.2. Estimación de la distribución angular

Para medir la distribución angular de la luz esparcida por las superficies se utilizó un esparcímetro. Con este instrumento se pueden realizar mediciones de intensidad en función de el ángulo de esparcimiento y el ángulo de incidencia. En la figura 7 se muestra un diagrama esquemático del instrumento.

El esparcímetro está compuesto por un sistema de control, un sistema de iluminación y un sistema de detección. El sistema de control opera dos motores a pasos; uno de éstos controla el ángulo de incidencia y el otro el ángulo de esparcimiento (detección). En las mediciones reportadas aquí, la iluminación fue proporcionada por un láser de He-Ne que emite a una longitud de onda de 633 nm . La intensidad y la polarización del haz se controlan utilizando un polarizador circular y un polarizador lineal en serie. El sistema de iluminación se compone de una serie de espejos, diafragmas y lentes, mientras que el sistema de detección está compuesto por lentes y un detector de silicio. Para reducir el ruido en las mediciones, la señal detectada fue procesada utilizando técnicas de amarre de fase. Es por esto que se utilizó un cortador de haz o “chopper” y un amplificador “Lock-in” en el sistema de iluminación y detección, respectivamente. Adicionalmente, se conectó el amplificador “Lock-in” a una computadora utilizando una tarjeta GPIB para la adquisición de datos.

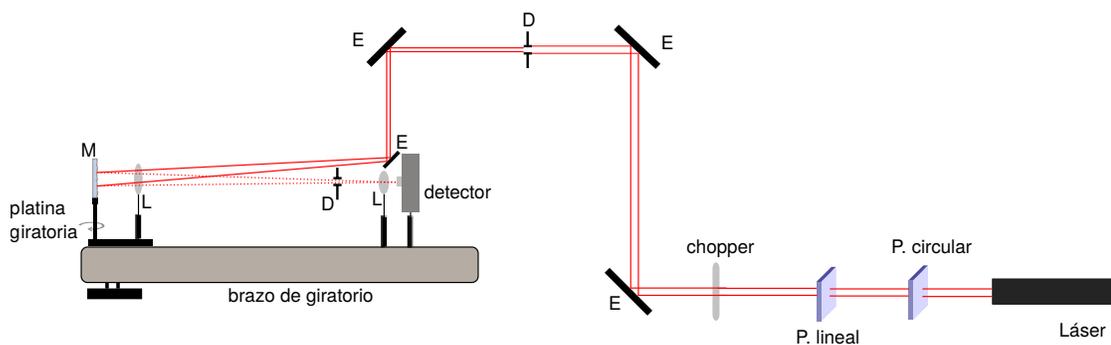


Figura 7: Esparcímetro.

El esparcímetero está controlado por una computadora a través de una interfaz de Lab-View. La interfaz controla las platinas rotatorias que determinan el ángulo de incidencia y esparcimiento. Asimismo, controla los parámetros del sistema de detección como el tiempo de integración, sensibilidad, etc. Cabe mencionar que como parte de este trabajo de tesis se realizó el ensamblaje (parte electrónica) y programación de los controladores del esparcímetero. Asimismo, se desarrolló el sistema de adquisición de datos.

3.4. Resumen del capítulo

En este capítulo se describieron los métodos de fabricación y caracterización de las muestras, así como los arreglos ópticos de medición que se utilizaron en este trabajo de tesis.

En las secciones 3.1.1, 3.1.2 y 3.1.3 se presentaron los métodos empleados para fabricar las muestras utilizadas en los estudios de la reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa (Capítulo 4) y de la distribución angular de la luz esparcida en una configuración de reflexión interna (Capítulo 5). El método de fabricación basado en impresoras 3D se utilizó para fabricar difusores aleatorios con características especiales de esparcimiento (Capítulo 6).

También se describieron los arreglos utilizados para realizar mediciones de las reflectancias interna y externa que se presentan en el Capítulo 4. Asimismo, se describe el arreglo experimental utilizado para medir la distribución angular de la luz esparcida en una configuración de reflexión interna (Capítulo 5).

Capítulo 4. Reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa

La reflectancia de luz difusa en interfaces planas ha sido tema de estudio por casi un siglo (Walsh, 1924; Stern, 1964; Allen, 1973). Se trata de un problema de gran relevancia en la óptica de medios no homogéneos. En este tipo de medios, la luz interactúa con las heterogeneidades, propagándose a través de eventos de esparcimiento múltiple. El modelado del problema es complejo, por lo que normalmente se recurre a algún tipo de aproximación. Dada la complejidad del problema, en este tipo de estudios es común suponer que el observador se encuentra en el mismo medio que las heterogeneidades. Sin embargo, surge un problema al tratar de trasladar lo que se calcula dentro del material al medio externo, pues no es evidente cómo pasar el campo de luz difusa calculado en el medio no homogéneo al medio externo, a través de una frontera que no necesariamente es plana.

En el caso de superficies planas, para evaluar el campo de luz en el medio externo se utiliza frecuentemente una solución aproximada conocida como la corrección de Saunderson (Saunderson, 1942). La corrección involucra la reflectancia interna de la superficie, pero vale la pena señalar que, dado que la luz reflejada por el medio ilumina la frontera de manera difusa, es necesario calcular la reflectancia considerando los coeficientes de Fresnel sobre todos los ángulos de incidencia, lo cual se puede hacer analíticamente (Allen, 1973; Stern, 1964). Sin embargo, si se quisiera aplicar una corrección tipo Saunderson a muestras con fronteras rugosas, sería necesario conocer tanto la reflectancia externa como la reflectancia interna de la superficie bajo iluminación difusa.

A pesar de ser un problema relevante en áreas importantes como el modelado de la interacción de luz con películas de pintura y tejidos biológicos, hay muy poco trabajo sobre el tema y, hasta antes de este trabajo, el caso de iluminación difusa y superficies rugosas no había sido reportado en la literatura. En términos generales, la pregunta básica que motiva el estudio es saber si al introducir rugosidad en una superficie e iluminarla con luz difusa la hacemos más o menos reflejante.

El capítulo se divide en cinco secciones. En la primera sección se presentan los ante-

cedentes y los métodos analíticos utilizados para calcular la reflectancia bajo iluminación difusa en superficies planas. Posteriormente, en la segunda sección, se presentan cálculos numéricos de la reflectancia de superficies unidimensionales iluminadas difusamente. Los cálculos están basados en el método de la ecuación integral. Asimismo, en la tercera sección, se presentan cálculos de la reflectancia con teorías aproximadas. Dado que el estudio requiere de un tipo de iluminación que incluye ángulos rasantes de incidencia, fue necesario probar la validez de las teorías utilizadas para tales casos. En la cuarta sección, se presenta un estudio experimental de la reflectancia de superficies rugosas dieléctricas bidimensionales. Finalmente, en la última sección, se presenta un resumen del capítulo y las conclusiones parciales.

4.1. Superficies planas

Se considera una interfaz plana entre dos medios con índices de refracción n_I y n_{II} , iluminada inicialmente desde el medio I por una onda plana no polarizada cuya dirección de incidencia hace un ángulo θ_I con respecto a la normal (ver Figura 8(a)). En tal situación, la reflectividad de la superficie estará dada por el promedio de los coeficientes de reflexión de Fresnel para las dos polarizaciones elementales

$$R_F(\theta_I, m) = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{m \cos \theta_I - \cos \theta_{II}}{m \cos \theta_I + \cos \theta_{II}} \right)^2 + \left(\frac{m \cos \theta_{II} - \cos \theta_I}{m \cos \theta_{II} + \cos \theta_I} \right)^2 \right], \quad (55)$$

donde $m = n_{II}/n_I$. El primer término de la ecuación representanta la reflectividad para polarización s , el segundo término la reflectividad para polarización p y θ_{II} es el ángulo de refracción, el cual se puede obtener de la ley de Snell

$$m \sin \theta_I = \sin \theta_{II}. \quad (56)$$

Para un dieléctrico transparente la transmitancia $T_F(\theta_I, m) = 1 - R_F(\theta_I, m)$.

Si se ilumina la interfaz con una onda plana, la potencia por unidad de área que cruza el plano horizontal es $\mathbf{S} \cdot \hat{x}_3 = S \cos \theta_I$, donde \mathbf{S} representa el vector de Poynting asociado

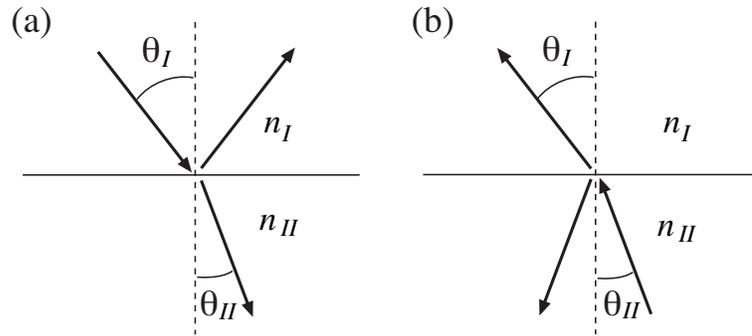


Figura 8: Reflección y transmisión en una interfaz plana utilizando iluminación direccional. (a) Incidencia externa y (b) incidencia interna. Se supone que $n_I < n_{II}$.

a la onda plana y S la magnitud.

En el límite de una iluminación difusa perfecta (iluminación Lambertiana), la luz viene de todas las posibles direcciones con una misma amplitud y probabilidad. La superficie recibe entonces una irradiancia que, como función del ángulo de incidencia, se pondera por un factor cosenoidal. Para iluminación Lambertiana cilíndrica, la función de peso asociada con todas las posibles direcciones de incidencia está dada por (Allen, 1973; Stern, 1964)

$$\ell(\theta_I) = \frac{\cos \theta_I}{2}. \quad (57)$$

Se puede verificar fácilmente que

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \ell(\theta_I) d\theta_I = 1. \quad (58)$$

Otras funciones de iluminación más realistas pueden ser consideradas de forma numérica, pero el límite Lambertiano constituye una buena referencia.

En primera instancia se considera que la iluminación viene del medio I y que $n_I < n_{II}$. Esto corresponde al caso de iluminación externa (Figura 8(a)). La reflectancia externa bajo iluminación difusa está dada por (Stern, 1964)

$$\begin{aligned} R_{dd}^{(e)} &= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} R_F(\theta_I, m) \ell(\theta_I) d\theta_I \\ &= \int_0^{\pi/2} R_F(\theta_I, m) d(\sin \theta_I), \end{aligned} \quad (59)$$

donde los subíndices dd denotan el tipo de iluminación (difusa) y detección (difusa). Por otra parte el superíndice (e) denota el tipo de configuración, que en este caso corresponde a reflexión externa ($n_I < n_{II}$).

Si se considera ahora que se ilumina la interfaz desde el medio II, que tiene un índice de refracción n_{II} , esto corresponde a una configuración de reflexión interna (Figura 8(b)). En este caso la reflectancia interna bajo iluminación difusa está dada por

$$R_{dd}^{(i)} = \int_{\theta_{II}=0}^{\theta_c} R_F(\theta_{II}, 1/m) \cos \theta_{II} d\theta_{II} + \int_{\theta_{II}=\theta_c}^{\pi/2} \cos \theta_{II} d\theta_{II}, \quad (60)$$

donde θ_c es el ángulo crítico, que está dado por

$$\theta_c = \sin^{-1} \left(\frac{1}{m} \right). \quad (61)$$

La segunda integral en la ecuación (60) se puede evaluar fácilmente, con lo que se puede escribir

$$R_{dd}^{(i)} = \int_{\theta_{II}=0}^{\theta_c} R_F(\theta_{II}, 1/m) d(\sin \theta_{II}) + 1 - \frac{1}{m}. \quad (62)$$

Para evaluar la integral se realiza el cambio de variable $\theta_{II} = \sin^{-1}(\sin \theta_I / m)$. Con esto, tenemos que

$$R_{dd}^{(i)} = \frac{1}{m} \int_{\theta_I=0}^{\pi/2} R_F(\theta_I, m) d(\sin \theta_I) + 1 - \frac{1}{m}. \quad (63)$$

Se observa que este cambio de variable pone la integral en función del ángulo θ_I y, por lo tanto, la integral debe ser la misma que se encontró en el caso de reflexión externa, de manera que

$$R_{dd}^{(i)} = 1 + \frac{1}{m} (R_{dd}^{(e)} - 1). \quad (64)$$

Este es un resultado importante, reportado por Allen (1973), que permite la evaluación de la reflectancia interna en términos de la reflectancia externa para el caso de superficies

planas e iluminación Lambertiana cilíndrica.

Vale la pena hacer notar que la reflectancia interna bajo iluminación difusa es mucho mayor que la externa. Esto se debe principalmente a que para ángulos mayores al ángulo crítico la luz incidente es reflejada en su totalidad.

4.2. Reflectancia de superficies rugosas

Para calcular la reflectancia de superficies rugosas aleatorias bajo iluminación difusa es necesario conocer la respuesta de la superficie bajo iluminación direccional. Es decir, que se debe dar solución a un problema clásico de esparcimiento. Los métodos de solución empleados para tratar con este tipo de problema han sido descritos en el Capítulo 2.

El estudio que se presenta aquí está basado en el método de la ecuación integral y está complementado con resultados obtenidos con teorías aproximadas. Para calcular los campos esparcidos y transmitidos con el método integral se debe dar solución a un par de ecuaciones integrales acopladas (ver ecuaciones 9 y 10), cuyas incógnitas son el campo y su derivada normal evaluadas en el superficie. La implementación numérica del método se encuentra descrito detalladamente por Maradudin *et al.* (1990).

Como complemento, se presentan cálculos de reflectancia difusa obtenidos con métodos aproximados y semi-analíticos. El interés principal es buscar el rango de validez de estos métodos para realizar cálculos de reflectancia en superficie iluminadas difusamente y, con esto, evaluar su potencial para realizar cálculos en superficies con variaciones en dos direcciones.

4.2.1. Descripción estadística de la superficie

La mayoría de los trabajos teóricos y numéricos de esparcimiento de luz por superficies suponen que el perfil de la superficie está descrito por un proceso aleatorio gaussiano. Para este tipo de proceso, la función de densidad de probabilidad es conocida para cualquier orden (Goodman, 1985) y, para procesos con promedio cero, está completamente determinada por la función de correlación de las alturas en dos puntos (Beckmann

y Spizzichino, 1963)

$$\langle \zeta(x_1)\zeta(x'_1) \rangle = \delta^2 W(|x_1 - x'_1|), \quad (65)$$

donde los paréntesis angulados denotan un ensamble de realizaciones del perfil de la superficie. También se supone, en primera instancia, que la función de correlación de las alturas $W(|x_1|)$ es gaussiana. Es decir, que

$$W(|x_1|) = \exp \left[-\frac{x_1^2}{a^2} \right], \quad (66)$$

con su correspondiente espectro de potencia

$$g(|k|) = \sqrt{\pi} a \exp \left[-\frac{a^2 k^2}{4} \right]. \quad (67)$$

El parámetro a se conoce como la longitud de correlación, y δ es la desviación estándar de alturas de la superficie o parámetro de rugosidad. En este caso, el proceso está completamente descrito por los parámetros δ y a , que representan una medida de las escala vertical y lateral de las irregularidades de la superficie, respectivamente (ver Figura 9). Para procesos aleatorios gaussianos la desviación estándar de pendientes (δ_d) de la superficie está dada por (Maradudin *et al.*, 1990)

$$\langle (\zeta'(x'_1))^2 \rangle^{(1/2)} = \sqrt{2} \frac{\delta}{a}. \quad (68)$$



Figura 9: Escalas vertical y horizontal de la superficie.

4.2.2. Iluminación direccional

Para realizar los cálculos numéricos se consideró que el medio de incidencia era aire o vacío. Además, se consideró solamente el caso de superficies dieléctricas, las cuales están caracterizadas por un índice de refracción n . Las superficies fueron iluminadas con ondas planas cuyo vector de onda hace un ángulo θ_0 con respecto a la normal a

la superficie. La reflectancia difusa se calcula a partir del promedio del coeficiente de reflexión diferencial total (MDRC), que contiene la suma de las componentes coherente e incoherente. Es decir, la suma de las componentes especular y difusa. Tenemos entonces que

$$R_d(\theta_0) = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left\langle \frac{\partial R}{\partial \theta_s} \right\rangle (\theta_s, \theta_0) d\theta_s. \quad (69)$$

En la simulación se genera una superficie numéricamente y se calcula el MDRC en función del ángulo de esparcimiento (θ_s), considerando iluminación por una onda plana (Figura 10(a)). En la Figura 10(b) se presenta una curva típica del MDRC. Integrando esta curva sobre todos los ángulos de esparcimiento se obtiene la reflectancia de la superficie, la cual es función del ángulo de incidencia (θ_0). Esto se ilustra en la Figura 10(c). Se repite el mismo procedimiento para cada ángulo de incidencia y se promedia sobre un número grande de superficies.

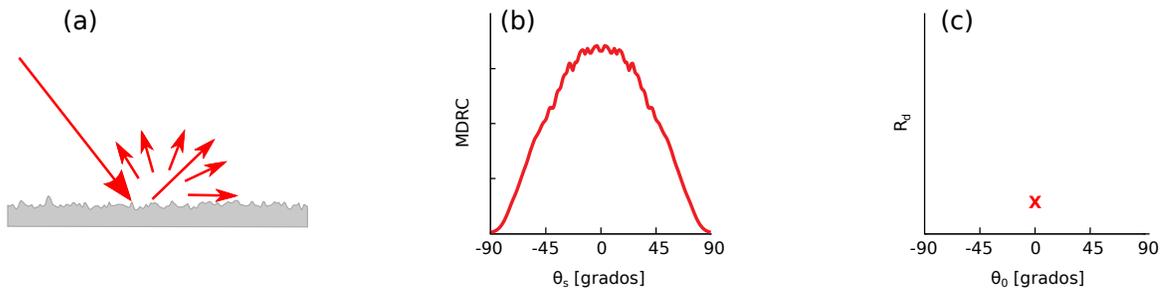


Figura 10: Metodología empleada para el cálculo de la reflectancia bajo iluminación direccional.

En la Figura 11 se presentan cálculos de reflectancia directa-difusa, esto es iluminación direccional y detección difusa (suma de las componentes coherente e incoherente), como función del ángulo de incidencia (θ_0). Puesto que el medio de incidencia es aire o vacío, la geometría corresponde a reflexión externa. Las superficies se consideraron dieléctricas ($n=1.5$) con rugosidad unidimensional y una función de correlación gaussiana. Por la manera en que se generaron los perfiles, estos constituyen realizaciones de un proceso aleatorio gaussiano. Todas las dimensiones utilizadas están en términos de la longitud de onda. Se generaron superficies con 2048 puntos utilizando un muestreo de $\lambda/40$, por lo que la longitud de cada superficie es de 51.2λ . La longitud de correlación es $a = 10\lambda$ y la desviación estándar de alturas es $\delta = \lambda$. Los resultados representan prome-

dios sobre un conjunto o ensamble de 400 realizaciones estadísticamente equivalentes.

Los resultados son considerados aceptables si satisfacen un criterio de conservación de energía de $\pm 2\%$ (suma de la reflectancia y la transmitancia). Se ha verificado que con los parámetros utilizados sólo se pueden realizar cálculos confiables para ángulos de incidencia menores a 80 grados. Podría pensarse que, dado que la reflectancia directa-difusa está pesada por una función tipo coseno (ver ecuación (57)), el esparcimiento a ángulos rasantes tiene poca importancia. Sin embargo, para ángulos rasantes, la reflectancia directa-difusa tiende a uno y la región entre 80 y 90 grados tiene una contribución considerable para el cálculo de la reflectancia difusa-difusa.

Debido a esto, y a la importancia de la reflectancia en esa zona, se intentó completar las curvas con una interpolación. Para esto se usó un algoritmo basado en un método de splines cúbicos, suponiendo que la reflectancia a 90 grados es uno. Los resultados se muestran en la Figura 11, donde las curvas continuas (rojas) indican los datos obtenidos por medio de la simulación y las curvas discontinuas (azules) corresponden a la interpolación.

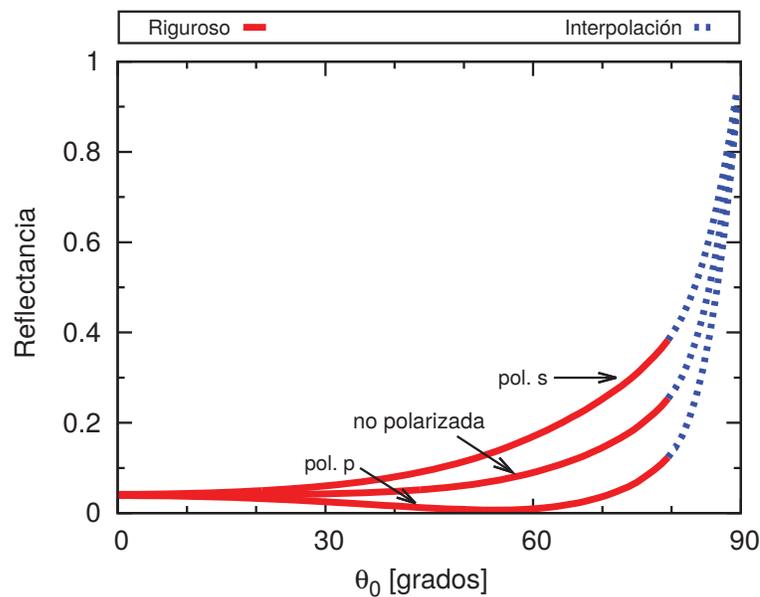


Figura 11: Cálculos numéricos de reflectancia con iluminación direccional para superficies rugosas dieléctricas con $n = 1.5$. Los parámetros que caracterizan a la superficie son $a = 10\lambda$ y $\delta = \lambda$.

Para probar la validez de la interpolación se realizaron cálculos numéricos con el método de la ecuación integral periódico (Walls, 2003). Este método funciona bien para ángu-

los rasantes de incidencia, ya que el uso de condiciones de frontera periódicas permite considerar que la superficie es infinita. En consecuencia, los resultados no sufren de los efectos de borde que se tienen con otros métodos debido al tamaño finito de las superficies. El precio que se tiene que pagar es el uso de funciones de Green periódicas, cuya evaluación presenta ciertas dificultades.

En la Figura 12 se presentan cálculos de reflectancia directa-difusa realizados con el método integral periódico y se comparan con los resultados obtenidos por medio de la interpolación descrita anteriormente. Se observa que los valores obtenidos con el método riguroso periódico concuerdan bastante bien con los obtenidos con el método riguroso tradicional y con los resultados de la interpolación. Se puede concluir entonces que los datos obtenidos por interpolación son confiables. Dado que el cálculo con el método periódico es mucho más pesado que el convencional, se decidió entonces realizar los cálculos de reflectancia difusa utilizando el método de la interpolación.

4.2.3. Iluminación difusa

La reflectancia bajo iluminación difusa se obtiene integrando las curvas de reflectancia directa-difusa (Figura 11) sobre todos los posibles ángulos de incidencia, utilizando el coseno normalizado como factor de peso. Esto es

$$R_{dd} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} R_d(\theta_0) \ell(\theta_0) d\theta_0, \quad (70)$$

donde $R_d(\theta_0)$ está dado por la ecuación (69). Para esto, primero se calcula la reflectancia directa-difusa para todos los posibles ángulos de incidencia (Figura 13(a)). Después, se multiplica esta curva por $\ell(\theta_0)$ (Figura 13(b)), y se evalúa la integral. Esto nos da la reflectancia difusa-difusa, que va a depender de los parámetros estadísticas de la superficie.

Para ver los efectos de la rugosidad en la reflectancia difusa de una superficie es necesario explorar su dependencia con los dos parámetros de rugosidad δ y a , así como del índice de refracción. Se notó que para longitudes de correlación grandes, para las cuales se espera que la aproximación de Kirchhoff funcione, los cambios en la reflectancia debidos a la rugosidad se deben a las variaciones del ángulo local de incidencia. Al menos en este límite, la reflectancia difusa-difusa varía en función de la desviación estándar de

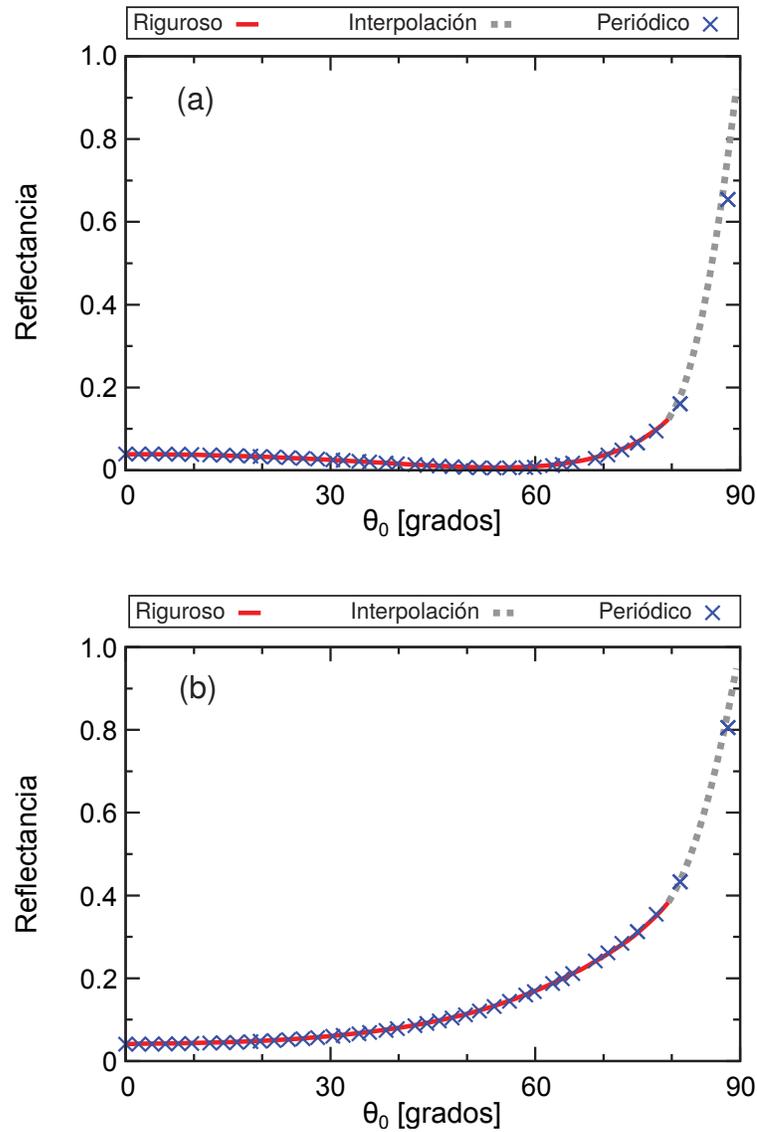


Figura 12: Cálculos numéricos de la reflectancia bajo iluminación direccional para una superficie rugosa periódica. Los parámetros de rugosidad son $a = 10\lambda$ y $\delta = \lambda$; (a) polarización p y (b) polarización s .

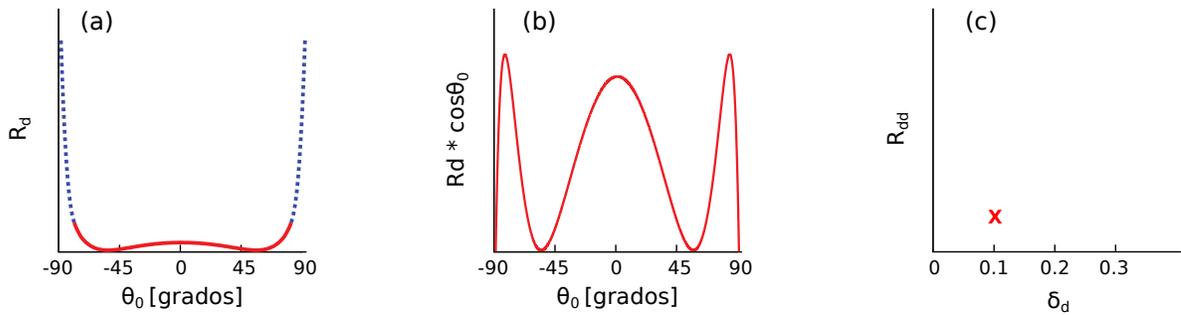


Figura 13: Procedimiento para el cálculo de la reflectancia difusa-difusa.

pendientes de la superficie (δ_d), en vez de los parámetros individuales δ y a . Por esta razón, se consideró más apropiado explorar la dependencia de la reflectancia difusa-difusa en función de la desviación estándar de pendientes (δ_d).

En la Figura 14 se presentan cálculos de reflectancia difusa-difusa (iluminación difusa y detección difusa) como función de la desviación estándar de pendientes (δ_d) para superficies con una función de correlación gaussiana y tres diferentes longitudes de correlación. Se presentan resultados para tres tipos de polarización, que son: polarización s , polarización p y luz no polarizada.

Se observa que para superficies con longitudes de correlación grandes ($a = 5\lambda$ y $a = 10\lambda$) las curvas prácticamente son iguales. Debido a los argumentos que ya se han dado esto no es sorprendente. Sin embargo, para longitudes de correlación pequeñas, la dependencia de la reflectancia en función de δ_d es débil, y cuando $a < \lambda$, la reflectancia se incrementa. Se concluye entonces que cuando el detalle lateral de superficie es grande ($a \gg \lambda$) la reflectancia disminuye al aumentar la desviación estándar de pendientes. En cambio, si la superficie tiene detalles menores a la longitud de onda, la reflectancia cambia poco e incluso puede aumentar ligeramente.

Para probar estas ideas se realizaron cálculos de reflectancia con superficies cuyo perfil tiene detalles laterales en muchas escalas. Las superficies multiescala están caracterizadas por una densidad espectral de potencia que decae lentamente como función de la coordenada espectral. En el límite, se trata esencialmente de superficies de tipo fractal, que no tienen derivadas bien definidas (la desviación estándar de pendientes tiende a infinito). Si se toma un modelo de este tipo, es entonces necesario acotar el intervalo de frecuencias espaciales del espectro, poniéndolo como cero después de una cierta frecuencia de corte. Esto es lo que se conoce como la escala interior (inner scale).

En este contexto, superficies con función de correlación exponencial negativa proveen un modelo interesante. En este tipo de superficies la densidad espectral de potencia es una Lorentziana que, para el manejo numérico de la superficie, debe ser truncada en algún momento. El modelo permite utilizar el formalismo estándar de esparcimiento de luz por superficies, el cual está basado en la función de correlación de las alturas y la

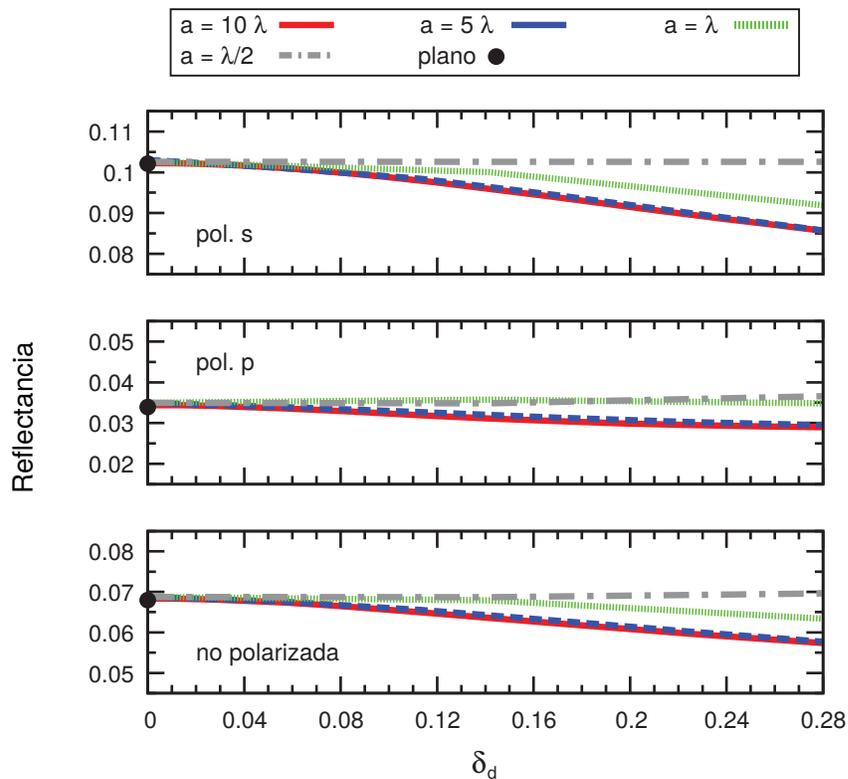


Figura 14: Reflectancia difusa-difusa para una superficie dieléctrica ($n = 1.5$) como función de la desviación estándar de pendientes para cuatro diferentes longitudes de correlación a . El punto circular en $\delta_d = 0$ representa la reflectancia difusa-difusa para una superficie plana.

desviación estándar de la alturas.

En términos matemáticos, se consideraron superficies aleatorias con función de correlación

$$W(|x_1|) = \exp(-|x_1|/\xi), \quad (71)$$

cuya densidad espectral de potencia es

$$g(|k|) = \frac{2\xi}{1 + \xi^2 k^2}. \quad (72)$$

Para mostrar las diferencias entre superficies con función de correlación gaussiana y exponencial negativa, en la Figura 15 se presentan dos perfiles numéricos generados con la misma semilla y $\delta = 0.65\lambda$. En el primer caso $a = 4\lambda$, y para el perfil con función de correlación exponencial negativa, $\xi = 4\lambda$ con una frecuencia espacial de corte $f_c = 1.5/\lambda$.

Vale la pena mencionar que al truncar la densidad espectral de potencia se afecta el valor de δ , por lo cual esta densidad se ha renormalizado para conservar el valor original. Dado que se utilizó la misma semilla para generar los números aleatorios, los perfiles tienen cierto parecido, pero se puede apreciar que el perfil con función de correlación exponencial negativa tiene detalles más finos. Para el esparcimiento de luz con este tipo de superficies, la frecuencia de corte f_c juega un papel que puede ser más importante que ξ .

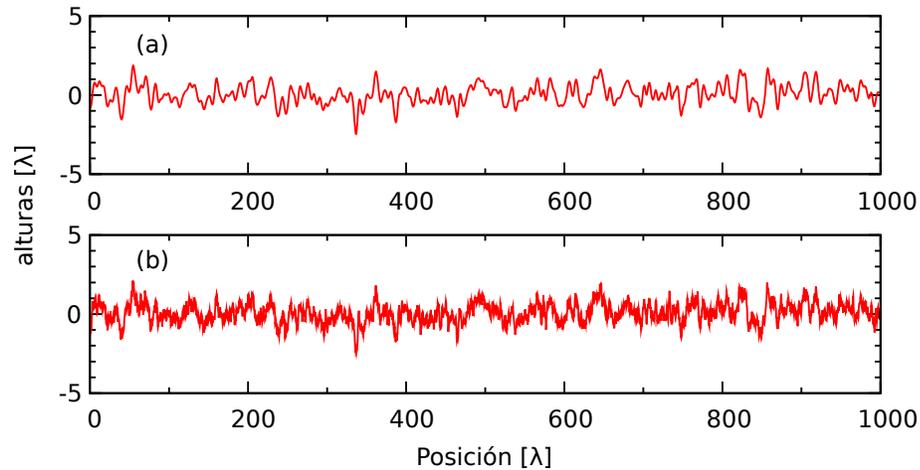


Figura 15: Perfiles de superficies aleatorias con diferentes funciones de correlación. (a) Proceso aleatorio gaussiano con función de correlación gaussiana. (b) Proceso aleatorio gaussiano con función de correlación exponencial negativa y $f_c = 1.5/\lambda$. La desviación estándar de alturas $\delta = 0.65\lambda$

En la Figura 16 se presentan cálculos de reflectancia difusa-difusa para superficies con función de correlación exponencial negativa. Se utilizó una $\xi = 10\lambda$ y tres diferentes frecuencias de corte. Para la frecuencia de corte más baja los resultados muestran la misma tendencia que las curvas con función de correlación gaussiana. Sin embargo, a medida que aumenta la frecuencia de corte (permitiendo detalle más fino en la superficie), la tendencia se invierte y la reflectancia se incrementa en función de δ_d . Estos resultados confirman que la inclusión de detalles finos en la superficie incrementan la reflectancia difusa-difusa.

Es importante señalar que las superficies multiescala son difíciles de caracterizar y también de estudiar teóricamente, pero proveen un modelo más realista que las superficies con función de correlación gaussiana.

Para mostrar los efectos que tienen diferentes frecuencias espaciales en la reflectan-

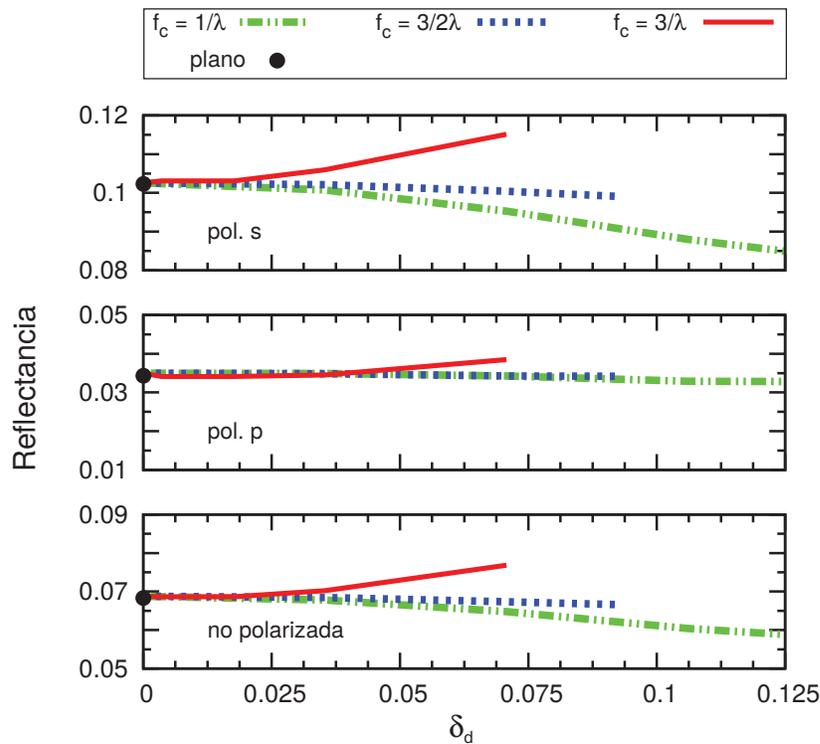


Figura 16: Reflectancia difusa-difusa para superficies dieléctricas ($n = 1.5$) con función de correlación exponencial negativa y tres diferentes frecuencias de corte. La longitud de correlación es $\xi = 10\lambda$. El punto circular en $\delta_d = 0$ representa la reflectancia difusa-difusa para una superficie plana.

cia difusa-difusa, se realizaron cálculos numéricos con rejillas de difracción senoidales variando la profundidad h y el periodo T . En la Figura 17 se muestran los resultados obtenidos para las rejillas con diferentes periodos en función del parámetro h/T .

Los resultados confirman las tendencias encontradas para superficies rugosas. Se observa que, conforme las pendientes se incrementan, la reflectancia disminuye cuando el periodo de la rejilla es mayor que la longitud de onda. En cambio, cuando el periodo de la rejilla es menor a longitud de onda, la reflectancia se incrementa en función de las pendientes.

El caso de reflectancia interna es aún más interesante y, en algunas aplicaciones, puede ser más importante que la reflectancia externa. En la Figura 18 se muestran algunos resultados de reflectancia interna en superficies rugosas con función de correlación gaussiana iluminadas difusamente para tres diferentes longitudes de correlación.

Las curvas con $a = 10\lambda$ y $a = 5\lambda$, se calcularon con el método riguroso, mientras que

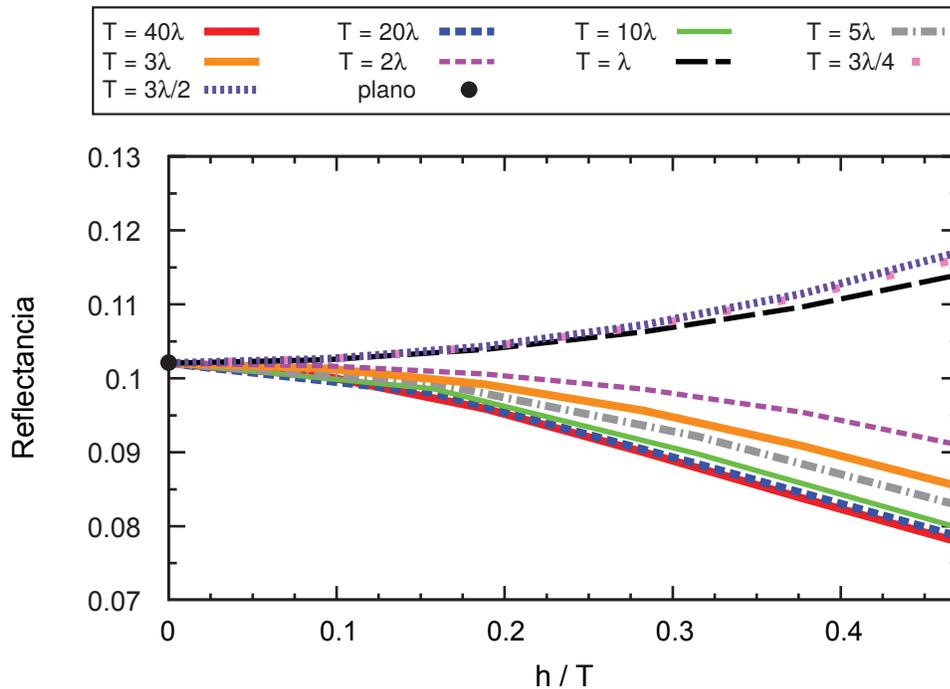


Figura 17: Reflectancia difusa-difusa para rejillas de difracción senoidales dieléctricas ($n = 1.5$). El punto circular en $\delta_d = 0$ representa la reflectancia difusa-difusa para una superficie plana.

las curvas con $a = \lambda/2$ se calcularon con un método numérico basado en la ecuación reducida de Rayleigh. Se nota que la reflectancia interna es mucho mayor que la externa, pero se observan las mismas tendencias que ya se discutieron para la reflectancia externa. También se muestran cálculos de reflectancia interna basados en la ecuación (64) debida a Allen, que relaciona las reflectancias difusa-difusa interna y externa de superficies planas. Para esto se tomaron los valores de la reflectancia externa mostrados en la Figura 14 con $a = 10\lambda$. Los resultados muestran que la ecuación (64) no es válida para el caso de superficies rugosas.

Los resultados presentados hasta ahora corresponden a superficies dieléctricas con índice de refracción $n = 1.5$ (vidrio óptico). Para explorar la dependencia de la reflectancia con respecto al índice de refracción, se consideraron también casos en los que el contraste del índice de refracción es más grande. En particular, se estudio el caso de superficies rugosas de silicio que constituye un caso interesante por las aplicaciones que se tienen en celdas solares. En la Figura 19, se presentan cálculos de reflectancia difusa-difusa para superficies con correlación gaussiana y exponencial negativa. Para las simulaciones sólo se consideró la parte real de índice de refracción del silicio, el cual es $n = 3.88$ para una

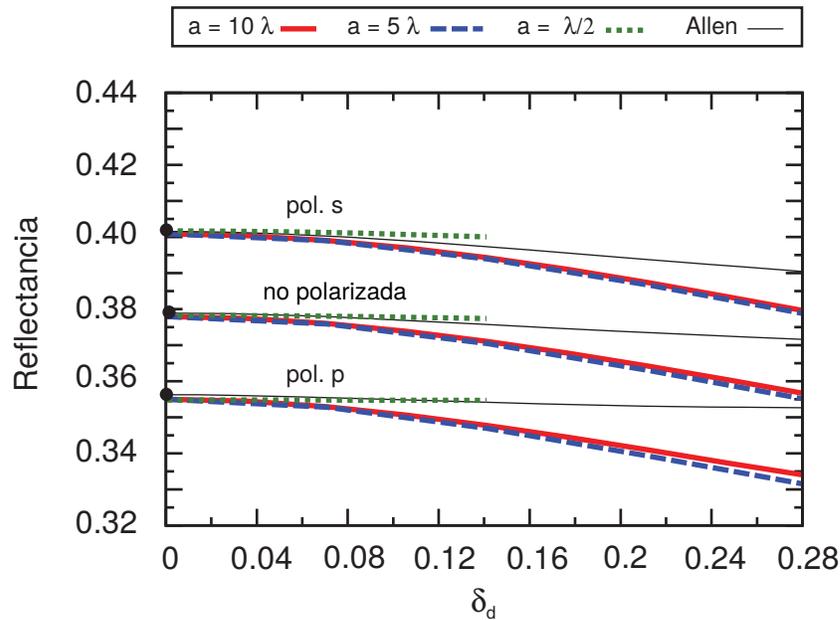


Figura 18: Reflectancia interna bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas ($n = 1.5$) en función de la desviación estándar de pendientes para tres diferentes longitudes de correlación a . Las curvas para $a = 10\lambda$ y $a = 5\lambda$ se obtuvieron con el método riguroso, mientras que la curva para $a = \lambda/2$ se obtuvo con un método numérico basado en la ecuación reducida de Rayleigh. La curva con línea delgada negra se obtuvo con la ecuación (64) y los valores de reflectancia externa mostrados en la Figura 14 para $a = 10\lambda$.

longitud de onda de 630 nm; se consideró además que el medio de incidencia es aire.

Para el caso de superficies con función de correlación gaussiana con $a = 10\lambda$, se observa que al aumentar la desviación estándar de pendientes la reflectancia se mantiene casi constante (disminuye ligeramente) respecto a la de una superficie plana. Es decir, que la reflectancia es prácticamente independiente de δ_d . En contraste, para superficies con función de correlación exponencial negativa con $\xi = 10\lambda$ y con una frecuencia de corte $f_c = 3/\lambda$, la reflectancia disminuye considerablemente en función de la desviación estándar de pendientes. Vale la pena hacer notar que la tendencia encontrada para superficies con un contraste dieléctrico alto (aire-silicio) es opuesta a la encontrada con superficies con contraste dieléctrico pequeño (aire-vidrio). Estos resultados muestran que las conclusiones obtenidas para interfaces aire-vidrio no pueden ser generalizadas para interfaces con otros contrastes dieléctricos.

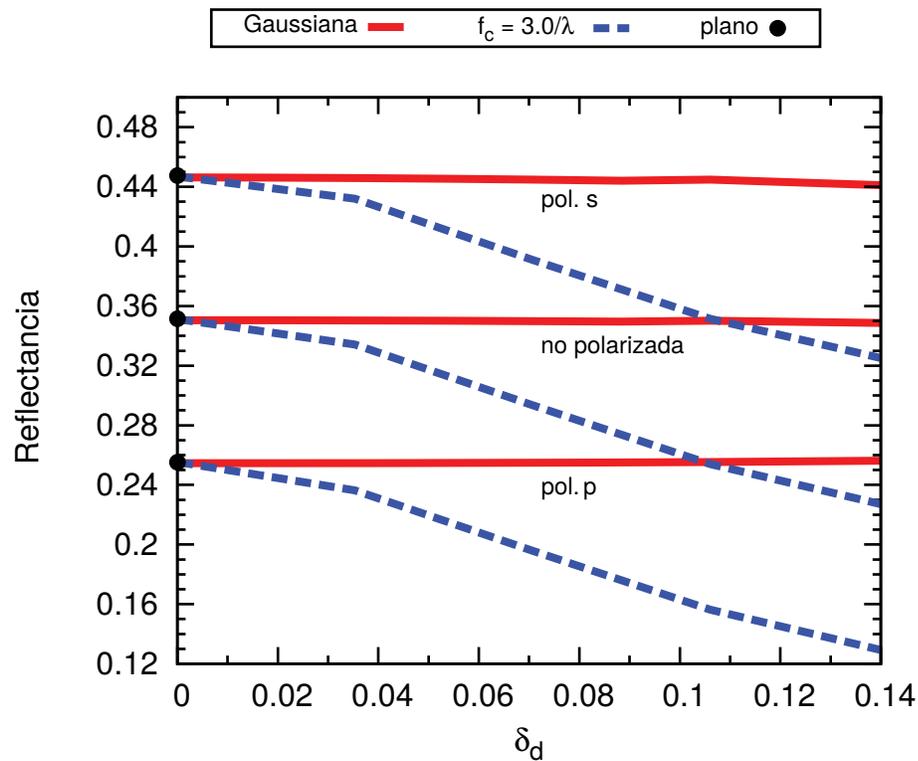


Figura 19: Reflectancia externa bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas de alto índice de refracción ($n = 3.88$) con función de correlación gaussiana (líneas continuas) y función de correlación exponencial negativa (líneas discontinuas). La longitud de correlación $a = 10\lambda$ para la superficies gaussianas y para la exponencial negativa $\xi = 10\lambda$ con $f_c = 3/\lambda$.

4.3. Evaluación de teorías aproximadas

En esta sección se presentan cálculos de reflectancia difusa-difusa obtenidos con teorías aproximadas. La ventaja de utilizar este tipo de teorías es que no consumen muchos recursos computacionales, por lo que el tiempo de cómputo disminuye considerablemente. Sin embargo, existen restricciones en el intervalo de parámetros que pueden ser considerados, y el establecer los intervalos de validez es uno de los objetivos del estudio que se presenta a continuación. Para esto, los resultados obtenidos con los métodos aproximados son comparados con los cálculos realizados con el método riguroso.

En la Figura 20 se presentan cálculos de reflectancia difusa-difusa en superficies gaussianas en función de la desviación estándar de pendientes (δ_d). Los cálculos se realizaron con la teoría perturbativa de amplitud pequeña (SAPT, por sus siglas en inglés) y la teoría perturbativa de auto-conservación de energía (SEPT, por sus siglas en inglés). Las ecuaciones utilizadas para la implementación numérica fueron presentadas en las

secciones 2.3.3.2 y 2.3.3.3, respectivamente.

Para los cálculos presentados en la Figura 20(a), el valor máximo de la rugosidad utilizada fue $\delta = \lambda/20$, mientras que, para la Figura 20(b) fue $\delta = \lambda/10$. Con esto aseguramos que el intervalo de rugosidades utilizadas están dentro del rango validez de las teorías pues, como se mencionó anteriormente, las teorías perturbativas sólo son confiables si el parámetro de rugosidad $\delta \leq \lambda/10$, aproximadamente. Lo anterior para el caso de iluminación direccional y ángulos de incidencia pequeños. Los cálculos presentados en la Figura 20 muestran que las teorías perturbativas no son adecuadas para el cálculo de reflectancia difusa-difusa.

Otro método aproximado utilizado para el cálculo de reflectancia en superficies iluminadas difusamente es la aproximación de Kirchhoff (KA, por sus siglas en inglés). Se realizaron simulaciones tipo Monte Carlo en donde la reflectancia difusa-difusa fue estimada con la ecuación (70). La implementación numérica de la KA se simplifica considerablemente, ya que las funciones fuente están dadas directamente por las ecuaciones (21) y (22), por lo que no es necesario resolver ningún sistema de ecuaciones.

En la Figura 21 se muestran los resultados obtenidos con la KA para superficies con función de correlación gaussiana dieléctricas con $n = 1.5$ para dos diferentes longitudes de correlación. Se observa que cuando las pendientes son pequeñas los resultados obtenidos con la KA coinciden los obtenidos con el método riguroso. Sin embargo, cuando $\delta_d > 0.23$, los resultados ya no son confiables. Aunque el uso de la aproximación limita el rango de parámetros que pueden ser considerados, hay una región sobre la cual es posible utilizar esta aproximación.

También se consideró la posibilidad de utilizar cálculos basados en la solución numérica de la ecuación reducida de Rayleigh (RRE, por sus siglas en inglés). La implementación numérica del método se explica detalladamente en la tesis de Ruiz-Santos (2001). En la Figura 22 se presentan cálculos para superficies gaussianas con $n = 1.5$ y $a = \lambda$ y los resultados son comparados con los obtenidos con el método riguroso.

Se observa que a diferencia de las teorías SAPT y SEPT, existe un intervalo en el cual se pueden realizar cálculos de reflectancia confiables con RRE, esto es, con: $\delta_d \leq 0.14$

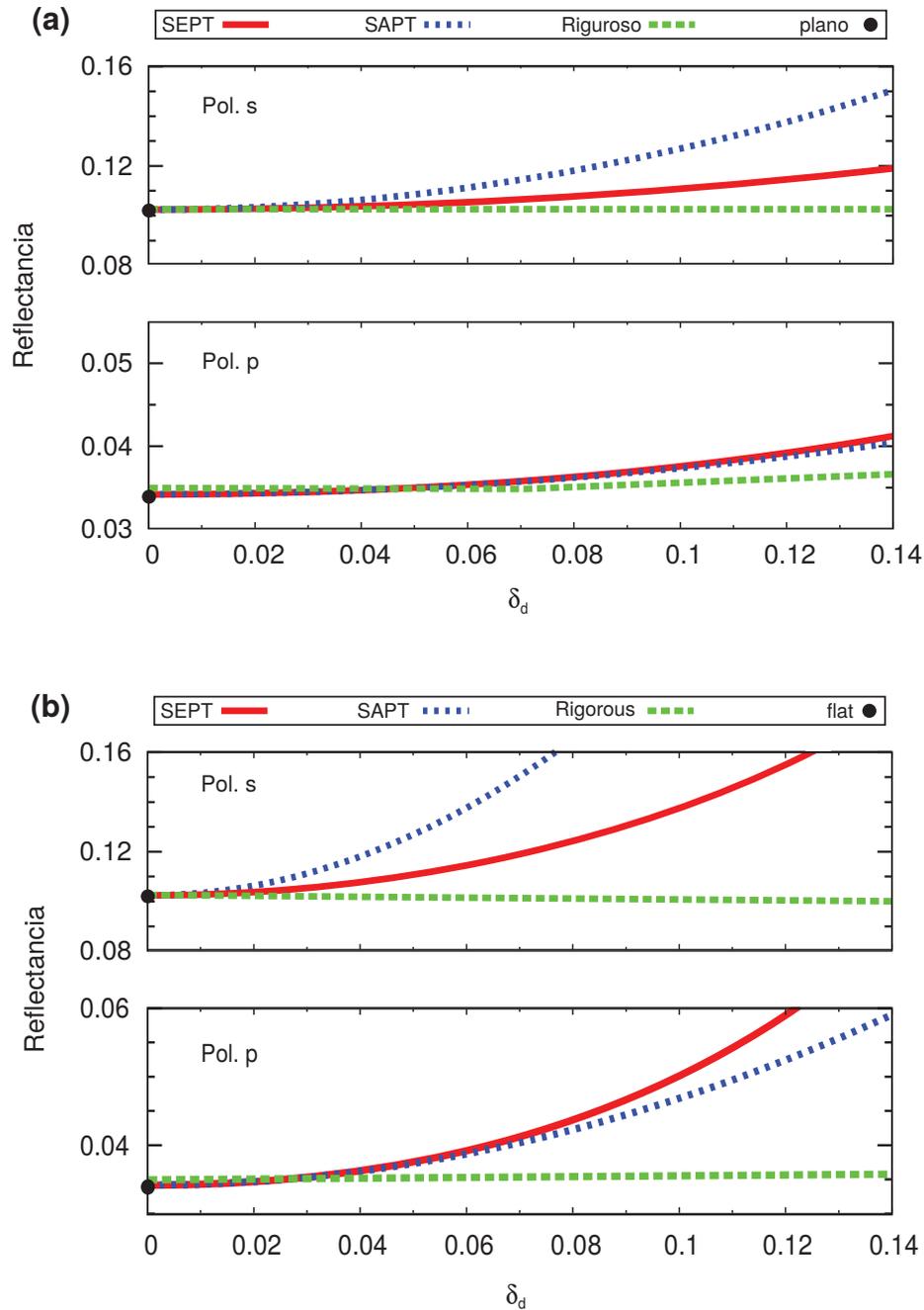


Figura 20: Cálculos de reflectancia bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas con función de correlación gaussiana con ($n = 1.5$). Los cálculos se realizaron con las teorías SAPT y SEPT y el método de la ecuación integral. (a) $a = \lambda/2$ y (b) $a = \lambda$.

y $\delta \leq \lambda/10$. Aunque para pendientes mayores el método se vuelve poco confiable, los resultados muestran que es posible utilizar este método en casos en los que la longitud de correlación no permite utilizar la aproximación de Kirchhoff.

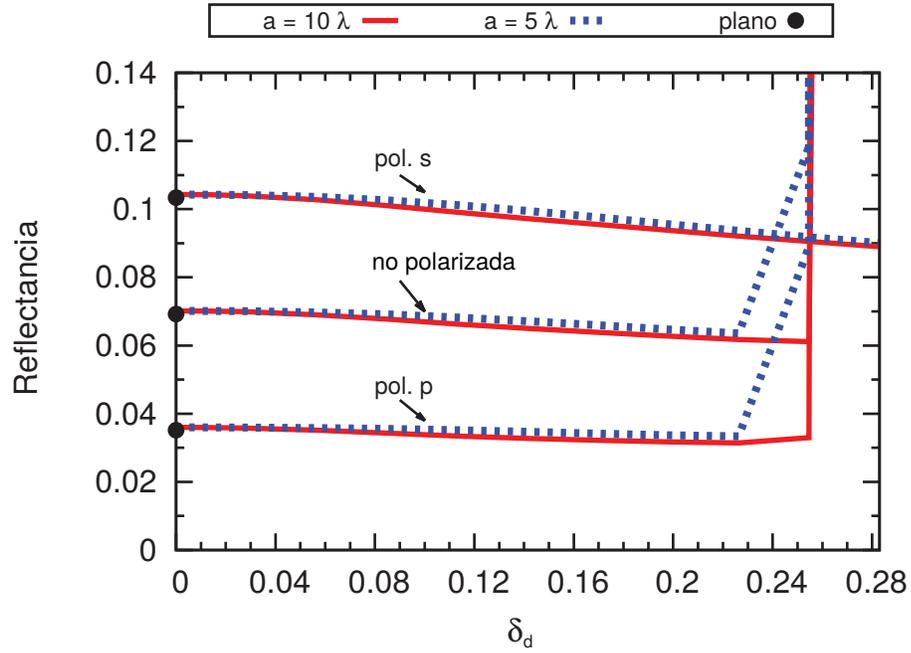


Figura 21: Reflectancia bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas con función de correlación gaussiana ($n = 1.5$). La reflectancia se calculó con la KA para dos diferentes longitudes de correlación a .

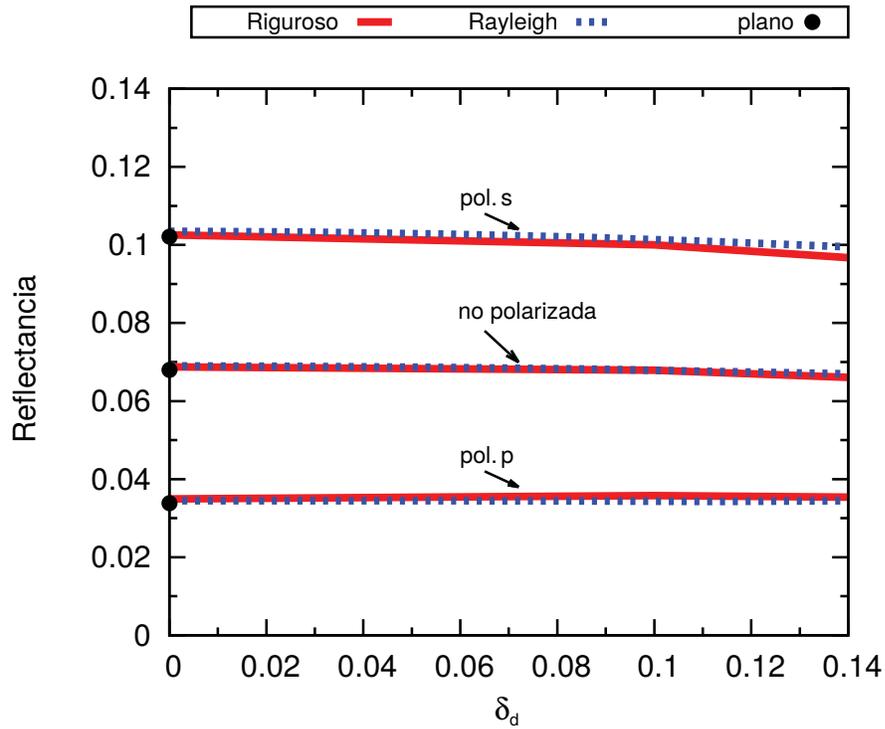


Figura 22: Reflectancia bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas con función de correlación gaussiana ($n = 1.5$). La reflectancia se calculó con RRE y el método riguroso para una longitud de correlación $a = \lambda$.

4.3.1. Intervalo de validez de los métodos empleados

El intervalo de casos que pueden ser analizados con un método dado depende, en gran medida, de los parámetros que se escojan para la simulación como son: la longitud de la superficie, el intervalo de muestreo y la precisión aritmética, entre otros. El tiempo de cómputo requerido con cada uno de los métodos depende de la capacidad de cómputo disponible, pero provee un parámetro de comparación relativa. En este caso, los cálculos se realizaron en una computadora con un procesador Core TM 2 duo CPU E2700 @ 2.53 GHz.

En la Figura 23 se muestran los tiempos de cómputo requeridos para el cálculo de la reflectancia directa-difusa ((Figuras 11, 12)) con una sola polarización. Las superficies tienen una longitud de 51.2λ y $\Delta_x = \lambda/40$. Los cálculos de reflectancia con las teorías SAPT y SEPT son bastante rápidos; esto no es sorprendente, puesto que se trata de teorías semi-analíticas. También se observa que el tiempo de cómputo para la aproximación de Kirchhoff (KA) y la ecuación reducida de Rayleigh (RRE) es el mismo (~ 1 hora). Sin embargo, calcular reflectancias con el método integral demanda más tiempo de cómputo. Vemos que para el caso del método integral tradicional (IEM) se requieren de aproximadamente 7 horas, y que para el método integral periódico (IEMP) se requieren 24 horas.

Asimismo, en la Figura 24 se muestra una estimación del intervalo de validez de los métodos utilizados para el cálculo de reflectancia difusa-difusa de superficies dieléctricas con $n = 1.5$. Para el caso de reflectancia externa (Figura 24(a)), es decir, una interfaz aire-dieléctrico, el método integral tradicional (IEM) da resultados confiables en superficies que tiene una desviación estándar de pendientes $\delta_d \leq 0.28$. Por otra parte, las teorías perturbativas SAPT y SEPT no funcionan para este tipo de cálculos. La aproximación numérica de Kirchhoff (KA) es válida en superficies con $\delta_d \leq 0.23$ pero tiene la restricción, de que la longitud de correlación deber ser mucho mayor que la longitud de onda ($a \gg \lambda$). La solución numérica de la ecuación reducida de Rayleigh (RRE) no tiene esta restricción sobre a y funciona bien con superficies con $\delta_d \leq 0.14$ y $a = \lambda$, con la restricción de que $\delta \leq \lambda/10$. El caso de reflectancia interna (Figura 24(b)), es decir, una interfaz dieléctrico-aire, es aún más problemático ya que sólo el método integral y el método de la ecuación

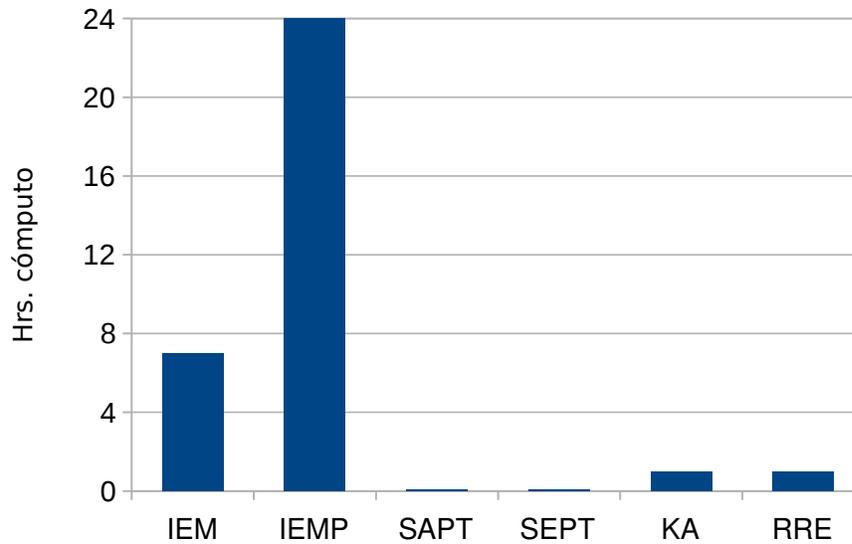


Figura 23: Tiempo de cómputo requerido para el cálculo de la reflectancia directa-difusa. Los métodos utilizados son: método integral tradicional (IEM), método integral periódico (IEMP), teoría de pequeñas perturbaciones en amplitud (SAPT), teoría de autoconservación de energía (SEPT), aproximación numérica de Kirchhoff (KA) y la ecuación reducida de Reyleigh (RRE).

reducida de Rayleigh entregan resultados confiables y, aún así, los parámetros utilizados están sujetos a la condición $\delta_d \leq 0.14$.

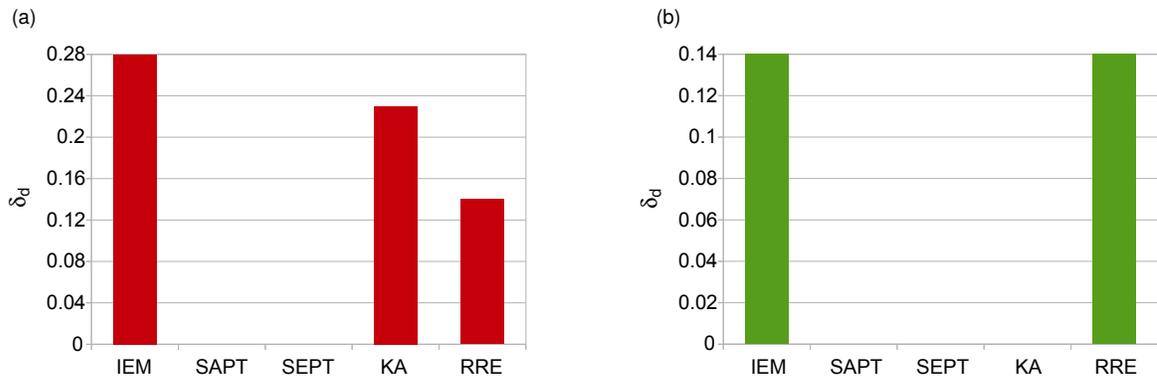


Figura 24: Intervalo de validez de los métodos utilizados. Éstos son: método integral tradicional (IEM), teoría de pequeñas perturbaciones en amplitud (SAPT), teoría de autoconservación de energía (SEPT), aproximación numérica de Kirchhoff (KA) y la ecuación reducida de Reyleigh (RRE).

Los límites y tiempos de cómputo presentados en esta sección no son cantidades absolutas, ya que dependen en gran medida de la capacidad de cómputo y de los parámetros físicos y computacionales escogidos. Sin embargo, proveen, de cierta manera, una guía sobre el uso de teorías aproximadas para el cálculo de reflectancia difusa-difusa, así como sobre su potencial para realizar simulaciones numéricas en superficies rugosas

bidimensionales.

4.4. Resultados experimentales

En esta sección se presenta un estudio experimental de la reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa. Cabe mencionar que, a diferencia de los cálculos numéricos, los experimentos fueron realizados en superficies bidimensionales (variaciones en dos direcciones). La idea de utilizar superficies bidimensionales fue realizar un estudio más realista, ya que las superficies reales tienen variaciones en dos direcciones. Asimismo, se deseaba explorar si la reflectancia en este tipo de superficies seguía la misma tendencia que para el caso unidimensional (cálculos numéricos).

Para realizar el estudio fue necesario fabricar muestras especiales. Para el caso de la reflectancia externa, las muestras tenían la particularidad de que sólo presentaban reflexiones en una interfaz (problema de dos medios). Es decir, la luz que no era reflejada por la primera interfaz era absorbida por la muestra. Las mediciones se llevaron a cabo en superficies multiescala y superficies con función de correlación gaussiana.

Las mediciones de reflectancia difusa-difusa se realizaron con esferas integradoras. La metodología y los arreglos experimentales utilizados se muestran en la sección 3.3.1. Vale la pena mencionar que el realizar mediciones de reflectancia con esferas integradoras no es sencillo. Uno de los problemas más importantes es la cantidad de luz que se pierde en la esfera debido a reflexiones múltiples, lo que ocasiona que la relación señal a ruido sea baja. Es por esto que es necesario implementar estrategias para reducir el error en las mediciones.

La reflectancia difusa-difusa fue estimada del promedio de 15 mediciones de reflectancia que se realizaron en diferentes zonas de la superficie. Cabe señalar que cada medición de reflectancia representa el promedio de 50 lecturas obtenidas con el sistema de adquisición de datos y el error asociado a la medición se obtuvo con la ecuación (49). Es importante señalar que con la esfera utilizada sólo es posible considerar ángulos de iluminación $\theta_i \leq 78.4^\circ$ (ver sección 3.3.1). Además, dada la naturaleza del recubrimiento, sólo se pueden realizar mediciones de reflectancia con luz no polarizada.

En la Figura 25 se presentan mediciones de reflectancia externa difusa-difusa para luz no polarizada. Las superficies son dieléctricas ($n=1.51$), tienen una función de correlación aproximadamente gaussiana y se se fabricaron con el método descrito en la sección 3.1.3. La longitud de correlación está en el intervalo $4.5\lambda \leq a \leq 5.1\lambda$.

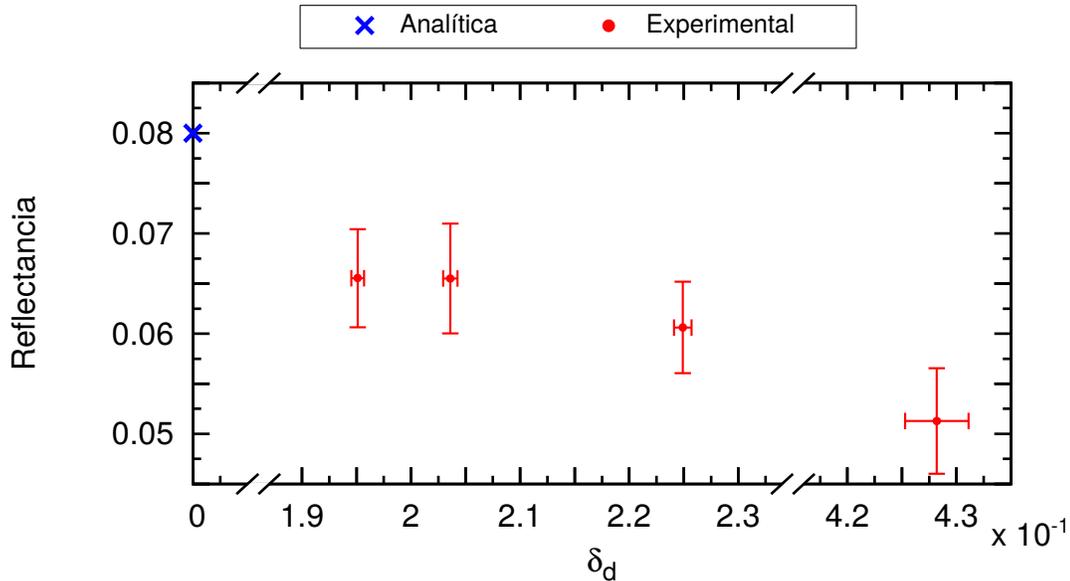


Figura 25: Medición de la reflectancia externa bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas rugosas bidimensionales ($n = 1.51$). Las superficies tiene una función de correlación gaussiana con $a \gg \lambda$. La cruz azul representa la reflectancia difusa-difusa teórica para una superficie plana considerando un ángulo máximo de iluminación de 78.4° .

Se observa que, al aumentar la desviación estándar de pendientes (δ_d), la reflectancia difusa-difusa disminuye. Esta tendencia concuerda con la encontrada para superficies unidimensionales (cálculos numéricos) para el caso de $a \geq 5\lambda$ (Figura 14). También se observa que, en el caso de superficies bidimensionales, el decremento de la reflectancia es mayor que para el caso 1D. Los resultados experimentales confirman que cuando el detalle lateral de la superficies es grande, la reflectancia disminuye en función de las pendientes de la superficie.

Es importante mencionar que no se logró obtener datos de la reflectancia difusa-difusa en superficies gaussianas con longitudes de correlación iguales o menores a la longitud de onda. Esto se debe a que para realizar el estudio experimental se utilizó un láser que emite a una longitud de onda 633 nm y, con el método descrito en la sección 3.1.1, resulta complicado fabricar muestras con una longitud de correlación más pequeña que esta longitud de onda.

Por otra parte, se realizaron mediciones de reflectancia externa con superficies dieléctricas multiescala. La rugosidad se introdujo mediante el bombardeo de arena y se utilizaron vidrios negros absorbentes como sustratos. La parte real del índice de refracción del vidrio negro utilizado es $n=1.53$. Para obtener superficies con diferentes valores de rugosidad se varió el tiempo de exposición, utilizando siempre el mismo polvo abrasivo. Para determinar el perfil de las superficies y con ello las propiedades estadísticas de éstas se utilizó un perfilómetro mecánico. La perfilometría en este tipo de superficies presenta dificultades, por lo que se decidió estimar δ_d utilizando diferentes intervalos de muestreo. Se tomaron 48 trazas independientes utilizando intervalos de muestreo de $0.125 \mu m$, $0.250 \mu m$ y $0.625 \mu m$; y un recorrido de $1000 \mu m$, $2000 \mu m$ y $3000 \mu m$, respectivamente.

Los resultados se muestran en Figura 26 y las mediciones corresponden a luz no polarizada.

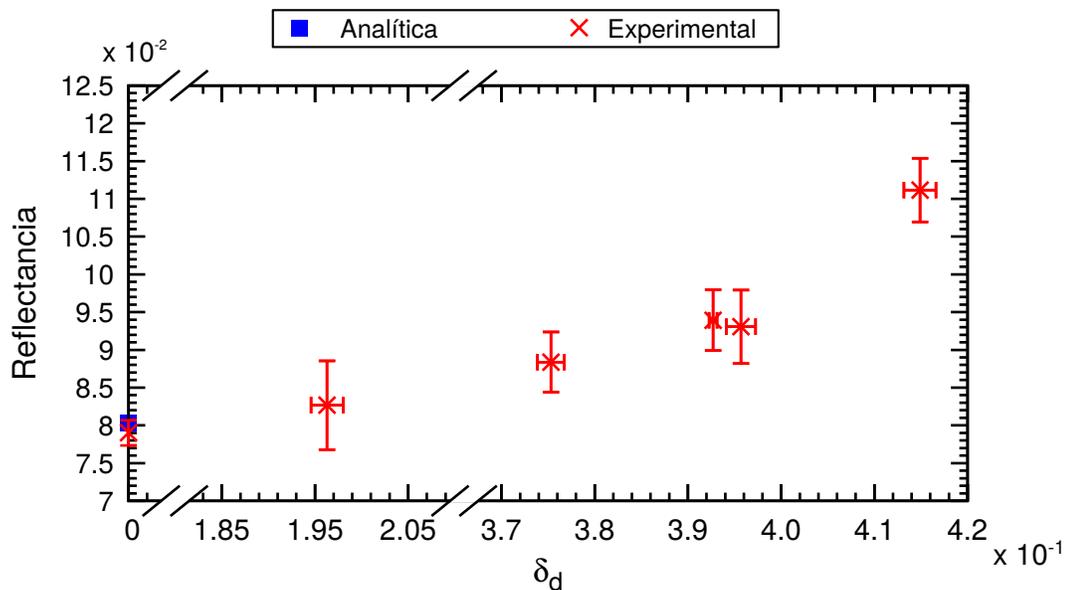


Figura 26: Medición de la reflectancia externa bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas multiescala bidimensionales ($n = 1.53$). El cuadro azul representa la reflectancia difusa-difusa teórica para una superficie plana considerando un ángulo máximo de iluminación de 78.4° .

En este caso se observa que la reflectancia difusa-difusa se incrementa conforme las pendientes de la superficie crecen. Es importante mencionar que los cálculos numéricos realizados con superficies 1D con función de correlación exponencial negativa y $f_c = 3.0/\lambda$ (Figura 16) muestran la misma tendencia que los resultados experimentales. Estos resultados confirman que la inclusión de detalles finos aumenta la reflectancia difusa-

difusa.

Con los resultados obtenidos experimentalmente, se puede concluir que para superficies con un contraste dieléctrico bajo, la reflectancia externa disminuye en función de las pendientes de la superficie cuando el detalle lateral de la superficies es mucho mayor a la longitud de onda ($a \gg \lambda$). En cambio, cuando las superficies tienen detalle fino, la reflectancia externa aumenta conforme las pendientes de la superficie se incrementan.

También se realizaron mediciones de reflectancia interna difusa-difusa. La dificultad de realizar este experimento reside en como iluminar y medir desde el medio óptico más denso. Para lograr esto, se utilizó una esfera integradora sólida. El arreglo experimental se describe en la sección 3.3.1.1.

Las muestras utilizadas para medir la reflectancia interna difusa-difusa fueron preparadas específicamente para este propósito. Se utilizaron placas plano paralelas de cuarzo de $150 \mu m$ de espesor y la rugosidad se introdujo solamente en una de las caras. Para realizar las mediciones se colocó la cara plana de la placa en la abertura de la esfera, y se utilizó aceite de inmersión para empatar los índices de refracción de la esfera y de la placa (ver Figura 27). Esta configuración permite iluminar la cara rugosa de la muestra desde un medio ópticamente más denso. Es importante señalar que las placas deben tener un índice de refracción aproximadamente igual al de la esfera. Además, el espesor de la placa debe ser lo más delgado posible para evitar pérdidas por efectos absorción y de guiado de luz.

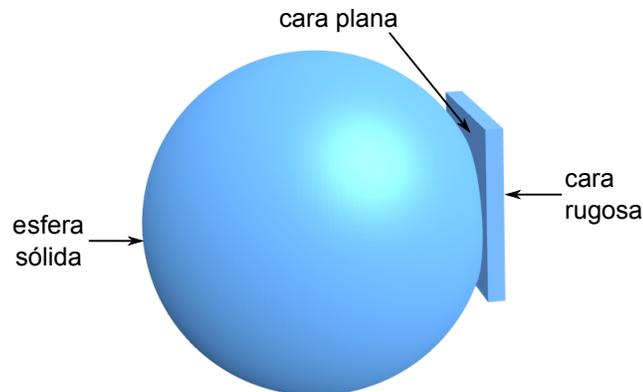


Figura 27: Diagrama esquemático de la geometría utilizada para iluminar la muestra.

En la Figura 28 se muestran mediciones de reflectancia interna difusa-difusa. Las mediciones se realizaron con superficies dieléctricas multiescala que tienen un índice de refracción de $n=1.5$ y corresponden a luz no polarizada. Los resultados muestran que el aumento en las pendientes de la superficie reduce la reflectancia interna y que, en este caso, la reducción de la reflectancia es mucho mayor que la que se observa en el caso de la reflectancia externa.

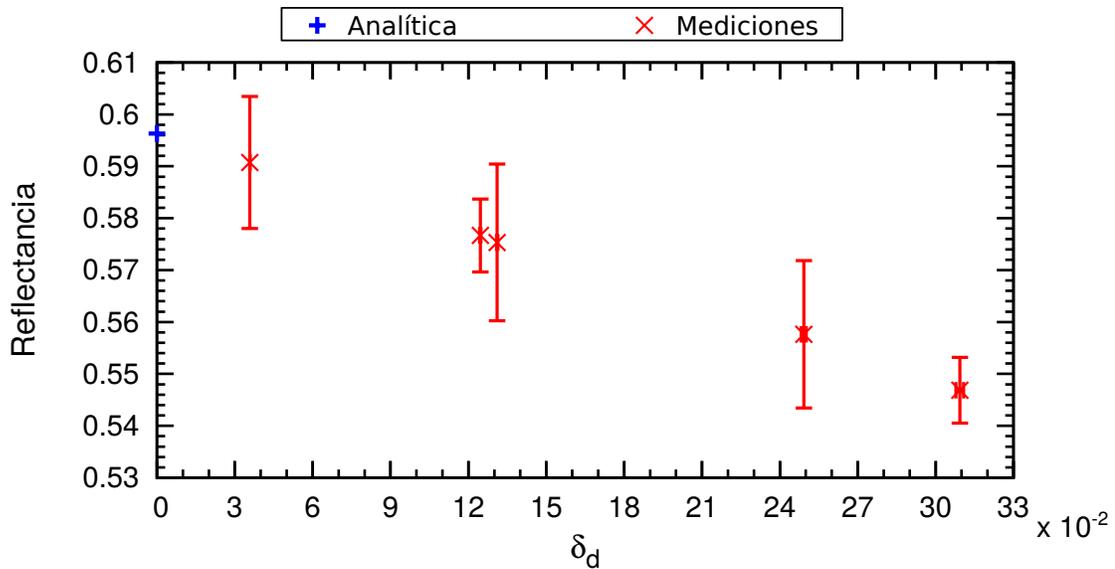


Figura 28: Medición de la reflectancia interna bajo iluminación difusa para superficies dieléctricas multiescala bidimensionales ($n = 1.5$). La cruz azul representa la reflectancia difusa-difusa teórica para una superficie plana considerando un ángulo máximo de iluminación de 90° .

Es importante mencionar que, para este caso de reflexión interna con superficies multiescala, no fue posible comparar la tendencia encontrada en el experimento con cálculos numéricos, ya que los métodos teóricos utilizados producían resultados poco confiables.

4.5. Resumen y conclusiones parciales

En este capítulo se presentó un estudio teórico, numérico y experimental sobre la reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa. El estudio teórico y numérico se realizó en superficies rugosas dieléctricas unidimensionales y estuvo basado en el método de la ecuación integral, aunque, también se exploró el potencial de algunas teorías aproximadas para estudiar que la reflectancia difusa-difusa. Se encontró que las teorías perturbativas SAPT y SEPT no son adecuadas para realizar este tipo de cálculos.

En cambio, se encontró que métodos numéricos basados en la KA y la RRE producen resultados más confiables en el cálculo de la reflectancia.

Asimismo, se realizó un estudio experimental en superficies rugosas 2D. Para llevar a cabo estos estudios fue necesario fabricar muestras especiales y desarrollar técnicas de medición que incluyeron la fabricación de una esfera integradora sólida.

Los resultados tanto en superficies 1D como 2D muestran que no existe una tendencia única para el comportamiento de la reflectancia ante la introducción de una rugosidad superficial. Dependiendo del contraste de los índices de refracción y de la naturaleza de las irregularidades, la rugosidad puede aumentar o disminuir la reflectancia difusa-difusa de una superficie.

Capítulo 5. Distribución angular de la luz esparcida en una configuración de reflexión interna

En este capítulo se abordan estudios de la distribución angular de la luz esparcida por superficies en una configuración de reflexión interna. Es decir, cuando el medio de incidencia es ópticamente más denso que el medio de transmisión.

El esparcimiento de luz en superficies rugosas ha sido un tema ampliamente estudiado a través de los años. Se han realizado múltiples trabajos teóricos y experimentales que permiten explicar diversos fenómenos físicos. Sin embargo, normalmente, estos trabajos recurren a una configuración de reflexión externa. Al día de hoy, existen muy pocos trabajos que utilizan una geometría de reflexión interna, y la gran mayoría, sólo toman en cuenta la componente coherente. Aún más importante es el hecho de que todos abordan el problema de manera teórica. Sin embargo, estos trabajos muestran que la configuración de reflexión interna es más rica en fenómenos físicos. Un ejemplo de ello es un problema clásico de esparcimiento por superficies rugosas en rayos X, el cual ocurre a ángulos rasantes de incidencia; los llamados picos Yoneda (Yoneda, 1963).

Los picos Yoneda son picos asimétricos en la distribución angular de luz difusa, que aparecen alrededor del ángulo crítico (θ_c) para ambas polarizaciones al variar el ángulo de esparcimiento (θ_s). Estos picos fueron reportados por vez primera en rayos X por Yoneda (1963) en una interfaz aire-metal. En este experimento se observó que al hacer incidir un haz de electrones a un ángulo rasante de incidencia aparecían unos picos asimétricos. Cabe señalar que en la región de rayos X, el índice de refracción de los metales es menor que uno para ángulos rasantes de incidencia, por lo que el medio de incidencia es más denso que el de esparcimiento; es decir, en realidad se trata de una configuración de reflexión interna. Los picos Yoneda han sido ampliamente estudiados y observados en esparcimiento de rayos X por interfaces rugosas, superficies líquidas e interfaces multicapa. Los picos Yoneda se estudiaron por primera vez a frecuencias ópticas en un artículo de Kawanishi *et al.* (1997). En dicho artículo, se presenta un estudio teórico del esparcimiento de luz en una interfaz rugosa en una configuración de reflexión interna. Se han reportado estudios teóricos posteriores (Leskova *et al.*, 2000; Hetland *et al.*,

2016) pero vale la pena señalar que a frecuencias ópticas los picos Yoneda sólo han sido estudiados de manera teórica. En este capítulo se presenta un estudio experimental de este problema, junto con un análisis sencillo basado en la teoría perturbativa de pequeña amplitud.

5.1. Estudio experimental de los picos Yoneda

En esta sección se presenta un estudio experimental de la distribución angular de la luz esparcida por una superficie en una configuración de reflexión interna. El principal interés es encontrar fenómenos de esparcimiento asociados al ángulo crítico, y en especial, observar experimentalmente los picos Yoneda a frecuencias ópticas.

Los experimentos fueron realizados con superficies bidimensionales preparadas especialmente para este propósito. Es conocido que para observar estos efectos se requieren superficies con detalle lateral y vertical relativamente pequeño en comparación con la longitud de onda. Para fabricar las superficies se utilizó el método descrito en la sección 3.1.1. Este método permite fabricar superficies con función de correlación gaussiana y, además, controlar parámetros estadísticos de la superficie como la longitud de correlación (detalle lateral) y la desviación estándar de alturas de la superficie (detalle vertical). El contar con superficies adecuadas fue fundamental para la realización de este estudio.

La principal dificultad para realizar el experimento reside en el hecho de que la superficie rugosa se debe iluminar desde el medio óptico más denso. Es decir, en una configuración de reflexión interna. Para lograr esto, el sustrato fue puesto en contacto óptico con una semiesfera de vidrio, utilizando un aceite de inmersión con índice de refracción muy cercano al de la semiesfera y del sustrato. La semiesfera fue iluminada con un haz convergente que se enfoca unos centímetros antes de la semiesfera, de manera que la interfaz rugosa fuera iluminada con un haz divergente. En la figura 29 se muestra la geometría utilizada donde $\epsilon_1 \approx \epsilon_2$ y ϵ_3 es la constante dieléctrica del aire. La luz que es reflejada por la interfaz rugosa al pasar por la esfera es enfocada en el sistema de detección.

La intensidad de la luz esparcida por la superficie fue medida como función del ángulo de esparcimiento utilizando un esparcímetero que permite realizar mediciones de la distri-

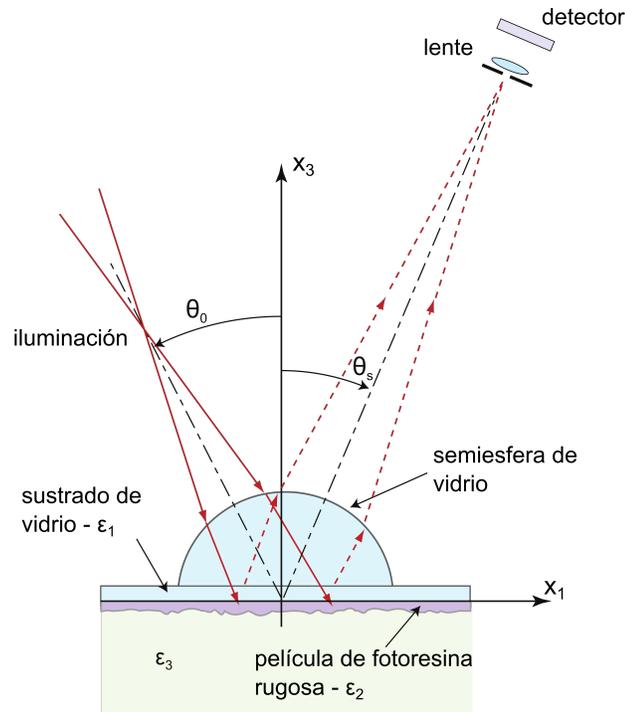


Figura 29: Diagrama esquemático de la geometría utilizada para iluminar la muestra.

bución angular de la luz. El funcionamiento del esparcímetero fue descrito en la sección 3.3.2. Aunque la semiesfera permite la iluminación de la interfaz rugosa en una configuración de reflexión interna, introduce algunas dificultades experimentales. Uno de los problemas es determinar el ángulo de incidencia sobre la superficie rugosa con precisión, pues la superficie curva dificulta la visualización de la normal a la superficie rugosa. Aún más importante es el hecho de que es difícil hacer coincidir el centro de curvatura de la semiesfera con el centro de rotación de la muestra. Vale la pena mencionar sin embargo que, aunque esto dificulta la alineación del sistema, en realidad no afecta las mediciones de manera significativa, pues los ángulos de detección se pueden determinar del ángulo crítico, que depende únicamente de las constantes dieléctricas de los medios involucrados. El otro problema es que no es posible medir directamente la potencia incidente sobre la interfaz fotoresina-aire, por lo que es difícil normalizar la luz esparcida por la potencia incidente.

En la figura 30 se muestran mediciones de la distribución angular de la luz esparcida para diferentes ángulos de incidencia (θ_0). Los parámetros estadísticos de la superficie son: $a = 1.9 \mu m$ y $\delta = 22 nm$. La longitud de onda es $\lambda = 633 nm$. Se puede observar

que, conforme el ángulo de incidencia (θ_i) se incrementa, aparecen unos picos afilados asimétricos centrados en el ángulo crítico (θ_c) que son conocidos como los picos Yoneda. Estos picos son más notorios para polarización pp que para polarización ss . Sin embargo, cuando el ángulo de incidencia es cercano al ángulo crítico ($\theta_c = 41.81^\circ$) se pueden discernir claramente para ambas polarizaciones. Finalmente, cuando $\theta_0 > \theta_c$ los picos desaparecen y se obtiene el clásico patrón de esparcimiento para una superficie con función de correlación gaussiana. Otro punto a destacar es la razón entre la intensidad de los picos para las dos polarizaciones. Se observa que para $\theta_i < \theta_c$, la intensidad es mayor para polarización ss que para polarización pp . Esto se atribuye principalmente a la presencia del ángulo de Brewster ($\theta_B = 33.7^\circ$) en polarización pp .

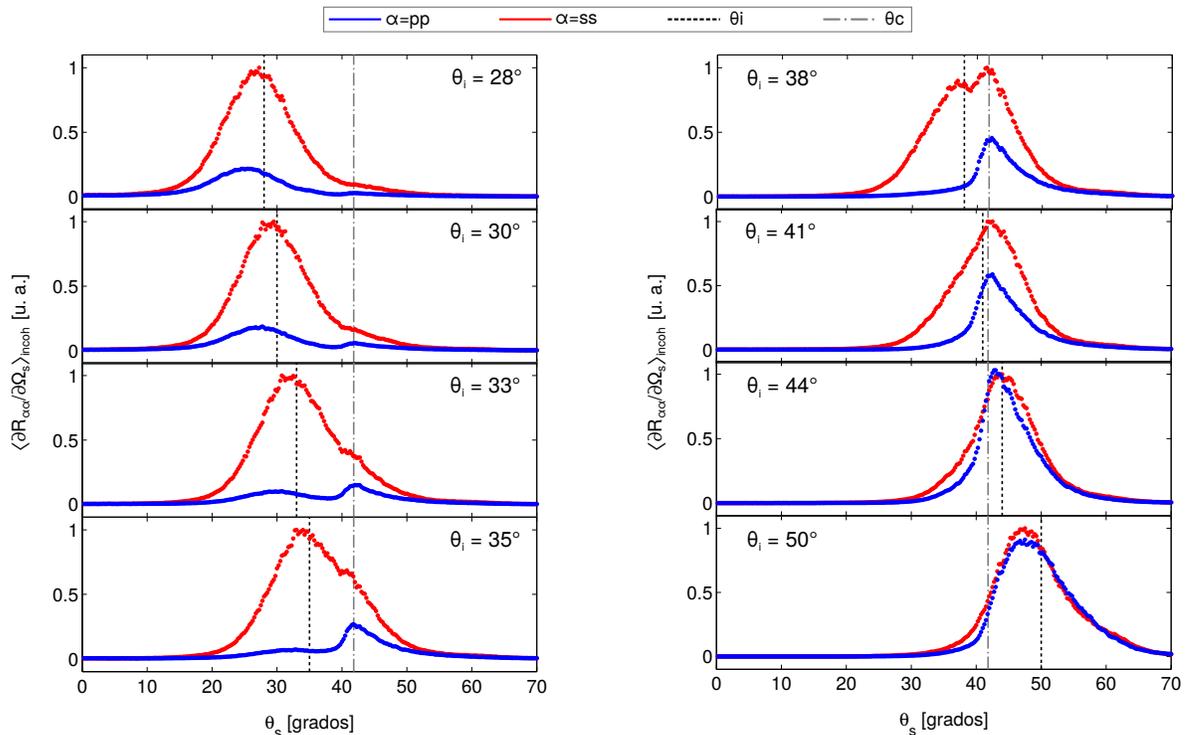


Figura 30: Mediciones de la distribución angular de la luz esparcida incoherentemente. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada de color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada de color gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. Las mediciones están normalizadas con respecto a la intensidad máxima para polarización ss . La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 1.9 \mu\text{m}$ y $\delta = 22 \text{ nm}$.

En la Figura 31 se muestran fotografías de los patrones de intensidad, tomadas con el arreglo mostrado en la Figura 32. Como se ilustra, la muestra fue iluminada a través de la semiesfera de vidrio, y la luz retroesparcida por la superficie rugosa pasa otra vez a través de la semiesfera y es proyectada sobre una pantalla rugosa de aluminio, a unos

45 cm de la muestra. Las fotografías mostradas en la Figura 31 representan los patrones de esparcimiento proyectados sobre la pantalla de aluminio.

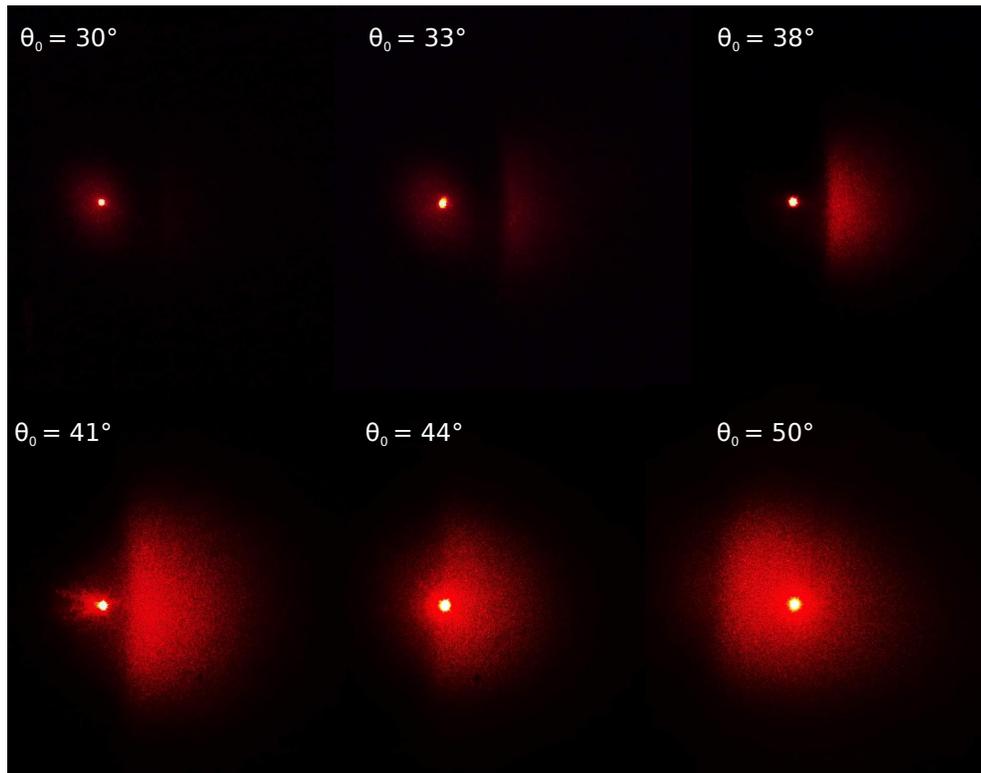


Figura 31: Fotografías de los patrones de intensidad de una superficie con una función de correlación gaussiana con $a = 1.9 \mu m$ y $\delta = 22 nm$.

Se puede observar que conforme el ángulo de incidencia se acerca al ángulo crítico aparecen los picos Yoneda. Esto en particular, esto se ve de manera muy clara para los ángulos de incidencia $\theta_0 = 38^\circ$ y $\theta_0 = 41^\circ$. El punto brillante en las imágenes corresponde a la componente especular. Cabe señalar que las imágenes mostradas son consistentes con la predicción teórica de la distribución angular de la intensidad de la luz esparcida por una muestra iluminando en condiciones similares (Hetland *et al.*, 2016).

Por otra parte, con el fin de analizar la dependencia de los picos Yoneda con respecto a la desviación estándar de alturas (δ), se realizaron mediciones de la distribución angular de la luz esparcida en una muestra con una rugosidad más pronunciada. Los parámetros de la superficie son $a = 1.7 \mu m$ y $\delta = 124 nm$. Los resultados se muestran en la figura 33. Se observa que, cuando $\theta_i \geq 25^\circ$, los picos Yoneda aparecen para ambas polarizaciones. Sin embargo, en este caso, los picos son más anchos y no tan nítidos. Esto se debe, en

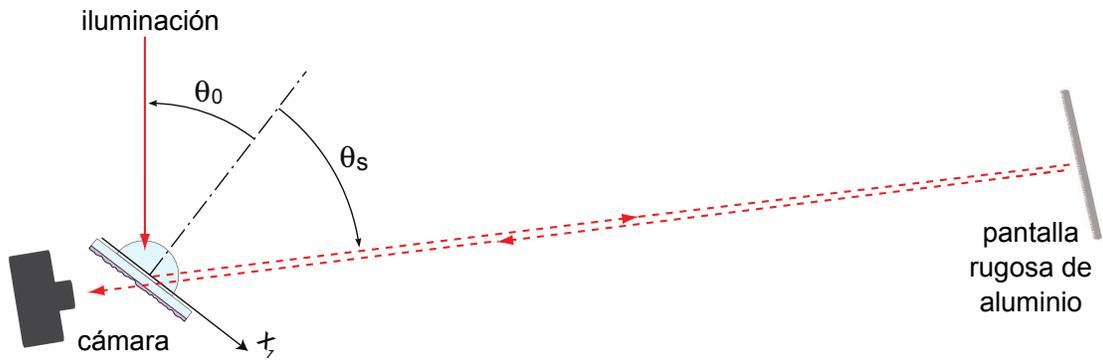


Figura 32: Arreglo experimental utilizado para capturar los patrones de intensidad.

gran medida, a la rugosidad de la superficie.

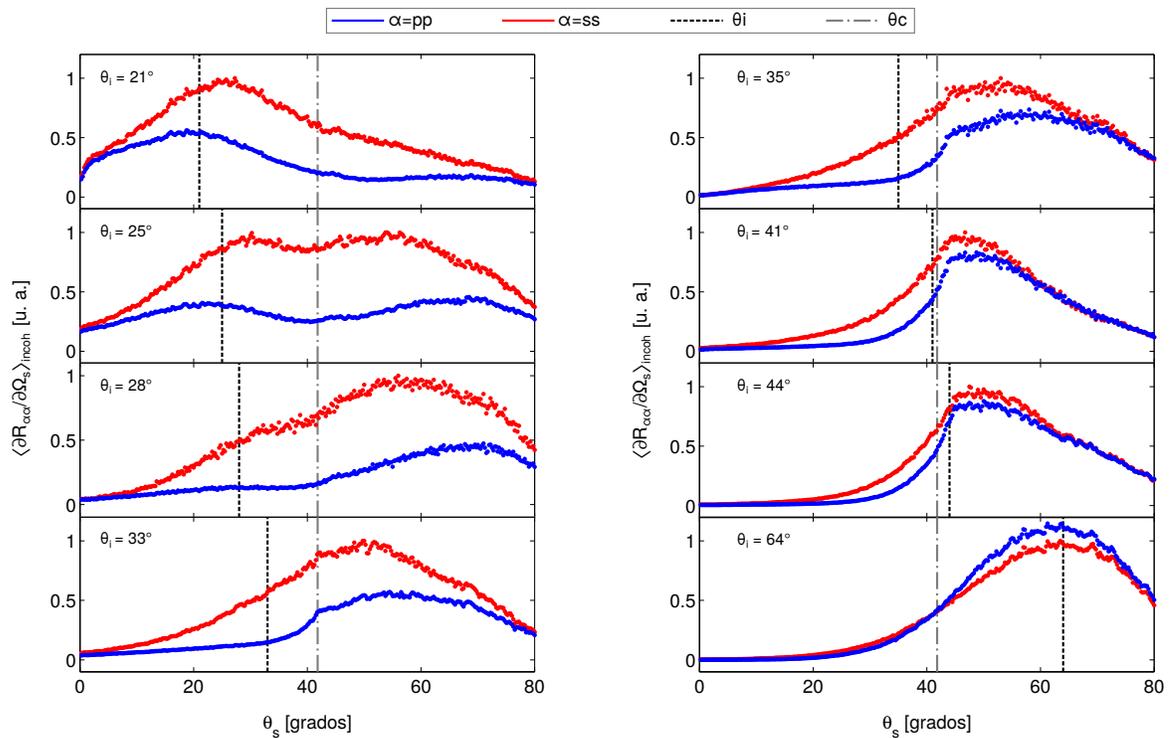


Figura 33: Mediciones de la distribución angular de la luz esparcida incoherentemente. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. Las mediciones están normalizadas con respecto a la intensidad máxima para polarización ss . La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 1.7 \mu\text{m}$ y $\delta = 124 \text{ nm}$.

También se realizaron mediciones de la distribución angular de luz esparcida por una superficie con función de correlación no-gaussiana. La superficie fue fabricada por medio de litografía óptica pero, en este caso, el “speckle” fue generado haciendo pasar el haz por un bloque delgado de teflón. Esto se hizo para tratar de fabricar una superficie con

detalle lateral más pequeño. Con este método de fabricación se espera que la función de correlación de la superficie se aproxime a una función *sinc* con una longitud de correlación que debe estar dentro del intervalo de $0.3 \mu m \leq a \leq 1 \mu m$ (??). En la Figura 34 se muestran los resultados obtenidos con una superficie que tiene una $\delta = 20 \text{ nm}$. Este parámetro de rugosidad fue estimado ópticamente y, en este caso, no fue posible estimar la longitud de correlación.

En la Figura 34, se puede observar que los picos Yoneda aparecen desde ángulos de incidencia más pequeños ($\theta_0 = 21^\circ$). Otro punto a destacar es que, en comparación con los casos anteriores, los picos Yoneda se pueden observar claramente para ambas polarizaciones y son más pronunciados y afilados.

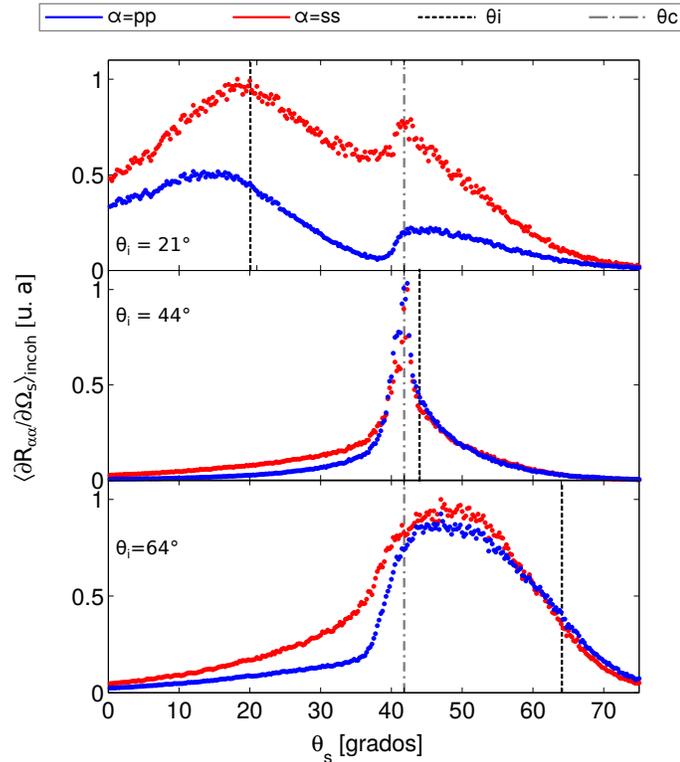


Figura 34: Mediciones de la distribución angular de la luz esparcida incoherentemente. Las líneas azules corresponden a polarización *pp* y las rojas a polarización *ss*. La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. Las mediciones están normalizadas con respecto a la intensidad máxima para polarización *ss*. La superficie tiene una función de correlación no-gaussiana con $\delta = 20 \text{ nm}$.

La nitidez de estos picos se atribuye al detalle lateral pequeño de la superficie. Cabe mencionar que esto es consistente con estudios teóricos realizados por varios autores en

superficies con función de correlación gaussiana con una longitud de correlación menor o igual a la longitud de onda ($a \leq \lambda$) (Kawanishi *et al.*, 1997; Hetland *et al.*, 2016).

En la figura 35 se muestran fotografías de los patrones de esparcimiento producidos por la muestra. A diferencia de las imágenes mostradas en la Figura 31, las cuales corresponden a una superficie con longitud de correlación más grande, se observa que los picos Yoneda aparecen a ángulos de incidencia menores, y que se ven de manera muy clara para los tres ángulos de incidencia que se muestran. Además, vale la pena mencionar que, particularmente para $\theta_i = 44^\circ$ y $\theta_i = 64^\circ$, los picos Yoneda son más afilados y el patrón de esparcimiento es más ancho.

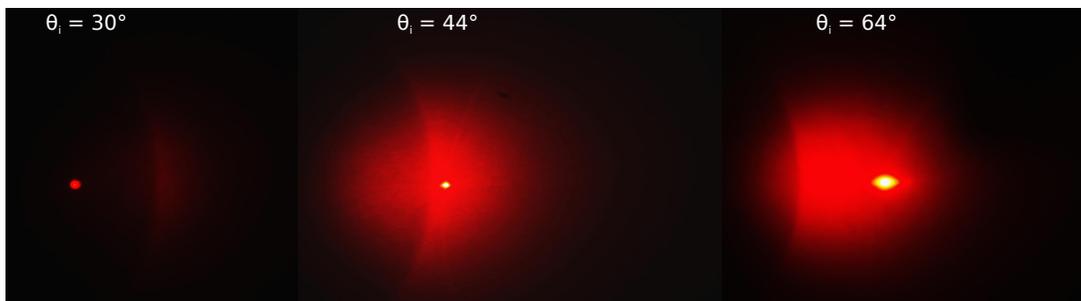


Figura 35: Fotografías de los patrones de intensidad de una superficie con función de correlación no-gaussiana con $\delta = 20 \text{ nm}$.

5.2. Análisis perturbativo de los picos Yoneda

En esta sección se presenta una breve descripción de la teoría perturbativa de amplitud (SAPT) que se utilizó para calcular la distribución angular de la luz esparcida por superficies con las mismas propiedades estadísticas que las utilizadas en el estudio experimental. Como se verá, la teoría perturbativa reproduce las observaciones en buena medida y permite realizar un análisis sencillo del problema.

Vale la pena mencionar que la teoría presentada en la sección 2.3.3.2 es sólo para superficies unidimensionales, por lo que es necesario introducir una variación de esta teoría perturbativa aplicable al caso de superficies rugosas con variaciones en dos direcciones (problema 3D).

El coeficiente de reflexión diferencial incoherente puede ser escrito como (Navarrete-

Alcalá *et al.*, 2009)

$$\left\langle \frac{\partial R_{\alpha\beta}}{\partial \Omega_s} \right\rangle_{incoh} = \frac{1}{S} \left(\frac{\omega}{2\pi c} \right)^2 \frac{\cos^2 \theta_s}{\theta_0} \left[\left\langle \left| R_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||}) \right|^2 \right\rangle - \left| \left\langle R_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||}) \right\rangle \right|^2 \right], \quad (73)$$

donde S es el área de la superficie, θ_s es el ángulo de esparcimiento, θ_0 es el ángulo de incidencia y $R_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||})$ es la amplitud del campo esparcido. Los subíndices α y β denotan las polarizaciones (p y s) de iluminación y detección, respectivamente.

Como ya se mencionó en el Capítulo 2, en la teoría perturbativa el campo esparcido se determina desarrollando el campo y otras cantidades que dependen del perfil de la superficie en serie de potencias. En este caso, el desarrollo de la función $I(\gamma | \mathbf{Q}_{||})$ en términos de $\zeta(\mathbf{x}_{||})$ viene dada por

$$I(\gamma | \mathbf{Q}_{||}) = (2\pi)^2 \delta(\mathbf{Q}_{||}) + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \sigma^n \hat{\zeta}^{(n)}(\mathbf{Q}_{||}) \quad (74)$$

donde

$$\hat{\zeta}^{(n)}(\mathbf{Q}_{||}) = \int d^2 x_{||} \zeta^n(\mathbf{x}_{||}) \exp[-i(\mathbf{Q}_{||}) \cdot \mathbf{x}_{||}]. \quad (75)$$

Asimismo, desarrollando $R_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||})$ en términos del perfil de la superficie se tiene que

$$\begin{aligned} R_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||}) &= (2\pi)^2 \delta(\mathbf{q}_{||} - \mathbf{k}_{||}) \mathbf{R}^{(0)}(\mathbf{k}_{||}) + \mathbf{R}^{(1)}(\mathbf{k}_{||}) \hat{\zeta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||}) \\ &+ \int \frac{d^2 p_{||}}{(2\pi)^2} \mathbf{R}^{(2)}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{p}_{||} | \mathbf{k}_{||}) \hat{\zeta}(\mathbf{q}_{||} - \mathbf{p}_{||}) \hat{\zeta}(\mathbf{q}_{||} - \mathbf{k}_{||}) + \dots \end{aligned} \quad (76)$$

Sustituyendo el desarrollo de $R_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||})$ en la ecuación (73), evaluando los promedios, y realizando el álgebra correspondiente, se tiene que conservando solamente hasta términos de primer orden en la ecuaciones (74) y (75), el perfil superficial, el coeficiente de reflexión diferencial incoherente está dado por

$$\left\langle \frac{\partial R_{\alpha\alpha}}{\partial \Omega_s} \right\rangle_{incoh} = \frac{1}{\pi^2} \left(\frac{\omega}{c} \right)^4 \cos^2 \theta_s \cos \theta_0 \delta^2 g(\mathbf{q}_{||} - \mathbf{k}_{||}) \left| \frac{\nu_{\alpha\beta}(\mathbf{q}_{||} | \mathbf{k}_{||})}{d_{\alpha} \mathbf{q}_{||} d_{\beta} \mathbf{k}_{||}} \right|, \quad (77)$$

donde $g(\mathbf{q}_{||} - \mathbf{k}_{||})$ es la densidad espectral de potencia asociada a las alturas de la super-

ficie. Además, para luz copolarizada ($\alpha = \beta$) se tiene que

$$\nu_{pp}(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||}) = \frac{\epsilon - 1}{\epsilon^2} \left[\epsilon q_{||} k_{||} - \alpha(q_{||}) \hat{\mathbf{q}}_{||} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{||} \alpha(k_{||}) \right], \quad (78)$$

$$\nu_{ss}(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||}) = (\epsilon - 1) \left(\frac{\omega}{c} \right)^2 \left(\hat{\mathbf{q}}_{||} \cdot \hat{\mathbf{k}}_{||} \right), \quad (79)$$

$$d_s(q_{||}) = \alpha_0(q_{||}) + \alpha(q_{||}) \quad (80)$$

y

$$d_p(q_{||}) = \alpha_0(q_{||}) + \frac{\alpha(q_{||})}{\epsilon}, \quad (81)$$

donde ϵ es la constante dieléctrica. Además, $\alpha_0(q_{||}) = [(\omega/c)^2 - q_{||}^2]^{1/2}$, $\alpha(q_{||}) = [\epsilon(\omega/c)^2 - q_{||}^2]^{1/2}$, $\mathbf{k}_{||} = (\omega/c) \sin \theta_0 (1, 0, 0)$ y $\mathbf{q}_{||} = (\omega/c) \sin \theta_s (\cos \theta_s, \sin \theta_s, 0)$.

Más detalles sobre la derivación de estas ecuaciones se pueden encontrar en Navarrete-Alcalá *et al.* (2009).

5.2.1. Distribución angular de la luz esparcida

Para realizar los cálculos, se supuso que el perfil de la superficie constituye una realización de un proceso aleatorio gaussiano con promedio cero. También se supuso que la función de correlación de las alturas es gaussiana, por lo que el espectro de potencia de la superficie es:

$$g(|\mathbf{q}_{||}|) = \pi a^2 \exp\left(-\frac{a^2 q_{||}^2}{4}\right). \quad (82)$$

Los parámetros estadísticos de la superficie son los mismos que se utilizaron en el estudio experimental. El índice de refracción del medio de incidencia es $n = 1.5$ y la longitud de onda en el vacío es $\lambda = 633 \text{ nm}$. Para el primer caso, se consideró que $a = 1.9 \mu\text{m}$ y $\delta = 22 \text{ nm}$ (correspondientes a la Figura 30). En la Figura 36 se muestran cálculos del MDRC incoherente en función del ángulo esparcimiento (θ_s) para diferentes ángulos de incidencia (θ_0).

Se puede observar que cuando $\theta_i = 28^\circ$ no se producen picos Yoneda. Sin embargo, cuando el ángulo de incidencia se incrementa y se acerca al ángulo crítico, los picos Yoneda aparecen en $\theta_s = \theta_c$. Asimismo, al igual que en los resultados experimentales, se

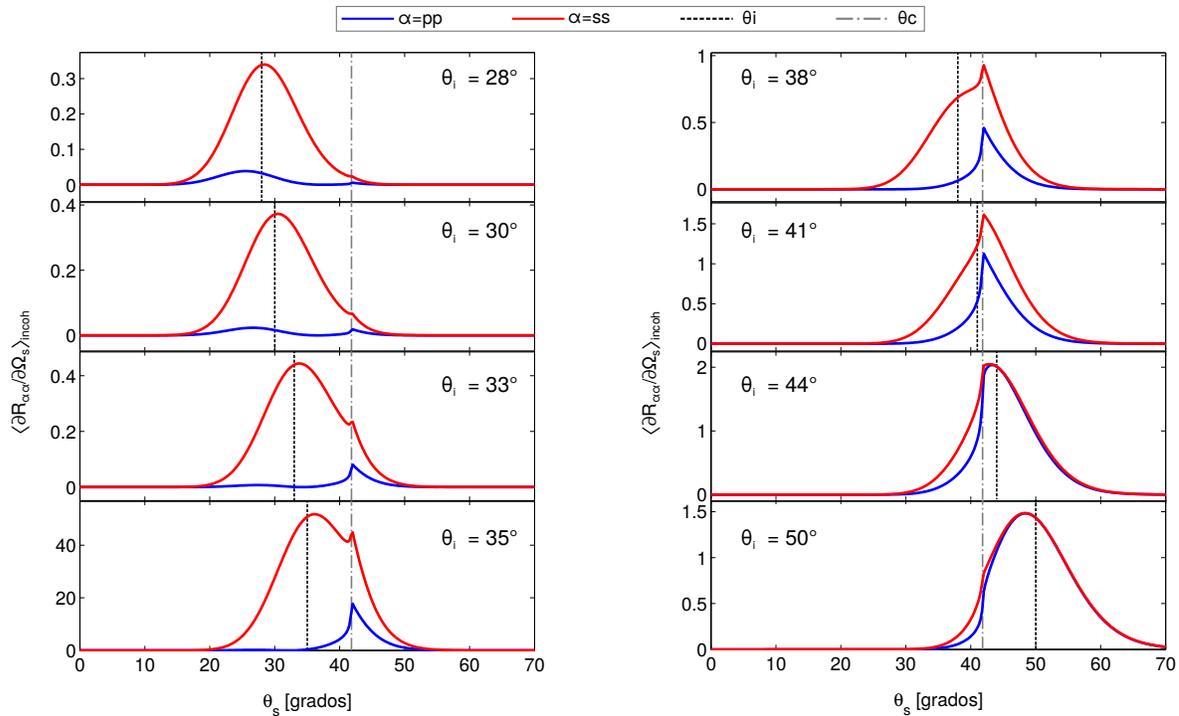


Figura 36: Cálculos del promedio del coeficiente de reflexión diferencial realizados con la teoría SPT. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 1.9 \mu\text{m}$ y $\delta = 22 \text{ nm}$.

observa que los picos Yoneda son más pronunciados para polarización pp .

Cabe señalar que existe una buena concordancia entre los cálculos mostrados en la Figura 36 y los resultados experimentales mostrados en la Figura 30, sobre todo en la posición angular a la que aparecen los picos Yoneda y en cómo evolucionan éstos conforme el ángulo de incidencia se incrementa. Sin embargo, es importante mencionar que no es posible comparar cuantitativamente cálculos y experimento. Esto se debe a que en los cálculos se consideró un problema de dos medios semi-infinitos y, en realidad, en el experimento se tiene un problema de tres medios. Además, como se mencionó anteriormente, dadas las condiciones experimentales no fue posible normalizar adecuadamente los datos experimentales.

Es importante mencionar que con la teoría perturbativa de primer orden utilizada aquí, no fue posible realizar cálculos con los parámetros estadísticos de la superficie con función de correlación gaussiana más rugosa (Figura 33), pues la desviación estándar de

alturas excede el límite de $\lambda/10$ que normalmente se toma como el criterio de validez de esta teoría.

También se realizaron cálculos de MDRC incoherente en una superficie con $a \approx \lambda$. Esto se hizo para mostrar que con detalles laterales pequeños, los picos Yoneda aparecen desde ángulos de incidencia menores, y que son más nítidos para ambas polarizaciones. Se consideró que $a = 0.7 \mu m$ y $\delta = 20 nm$. Los resultados se muestran en en la Figura 37.

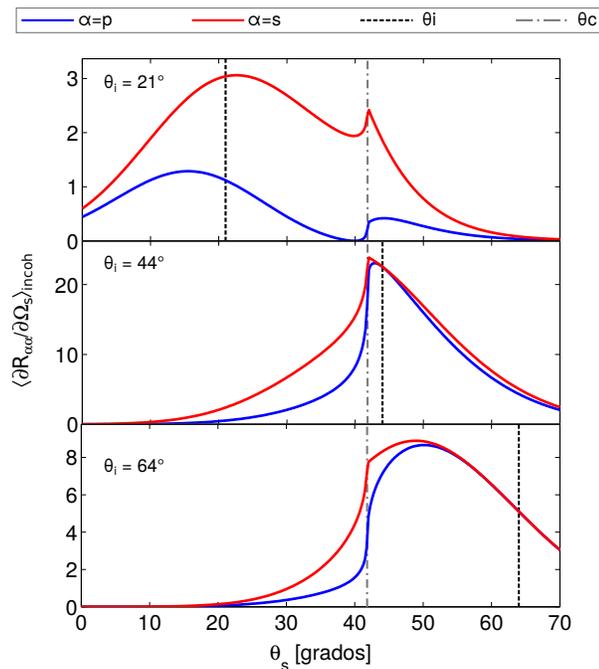


Figura 37: Cálculos del promedio del coeficiente reflexión diferencial realizados con la teoría SAPT. Las líneas azules corresponden a polarización pp y las rojas a polarización ss . La línea punteada color negro indica el ángulo de incidencia y la línea punteada gris corresponde al ángulo crítico $\theta_c = 41.81^\circ$. La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 0.7 \mu m$ y $\delta = 20 nm$.

Se puede observar que, sorprendentemente, la forma de los picos Yoneda en los cálculos y en los resultados experimentales presentados en la Figura 34 es muy parecida, sobre todo para los casos con $\theta_i = 21^\circ$ y $\theta_i = 64^\circ$.

Es importante mencionar que es posible realizar cálculos numéricos con superficies aleatorias como las utilizadas en el estudio experimental (problema de tres medios). Para esto, se debe dar solución numérica a la ecuación reducida de Rayleigh correspondiente (Hetland *et al.*, 2016; González-Alcalde, 2016). Sin embargo, dar solución numérica a la

RRE demanda mucho tiempo y recursos computacionales.

La interpretación física de los picos Yoneda ha sido tema de discusión en la comunidad de rayos X por décadas, y hasta hoy en día, no existe un consenso sobre el fenómeno físico predominante que les da origen. La explicación más convincente es que la aparición de los picos Yoneda se debe a la presencia de onda superficiales, las cuales se acoplan a través de la rugosidad de la superficie, propagándose a lo largo de la interfaz en el medio óptico menos denso. Cuando estas ondas laterales se propagan, pierden energía por la interacción con la rugosidad, fugándose a través de la interfaz cuando el ángulo de esparcimiento es cercano al ángulo crítico (Kawanishi *et al.*, 1997). Es importante mencionar que el análisis realizado con la teoría perturbativa SAPT predice la aparición de los picos Yoneda en la aproximación de primer orden.

5.3. Resumen y conclusiones parciales

En este capítulo se mostraron los primeros estudios experimentales de la distribución angular de la luz esparcida por una superficie rugosa en una configuración de reflexión interna. En particular, se estudiaron los llamados picos Yoneda. Los experimentos fueron realizadas en tres superficies rugosas aleatorias fabricadas especialmente para el estudio. Los resultados experimentales mostraron que, entre más pequeño sea el detalle lateral de la superficie, más nítidos y pronunciados son los picos Yoneda. Asimismo, se realizó un breve análisis con la teoría perturbativa de amplitud (SAPT). Se encontró una buena concordancia entre cálculos y mediciones experimentales.

Capítulo 6. Diseño de difusores aleatorios con características especiales de esparcimiento

Una iluminación direccional proveniente de una fuente angularmente pequeña, como la que produce el sol en un día claro, produce sombras pronunciadas y escenas de alto contraste. Las escenas que se observan en un día nublado tienen menos contraste y se consideran más agradables para observar ciertos detalles. Es por esto que, frecuentemente, los sistemas de iluminación utilizan una combinación de fuentes direccionales con elementos difusores, como las lámparas que utilizan focos y pantallas difusoras.

Las pantallas difusoras tienen muchos usos, que van desde soluciones en la vida cotidiana hasta aplicaciones científicas. Tienen también usos radiométricos y arquitectónicos y constituyen elementos ópticos fundamentales en algunos instrumentos y sistemas ópticos, como en sistemas de proyección, pantallas de computadora y microscopios, por mencionar algunos. No es entonces sorprendente que el diseño de difusores haya sido objeto de interés desde hace mucho tiempo.

Los difusores ópticos son elementos ópticos utilizados para producir luz difusa a través de la modificación de la distribución angular de la luz incidente. Los métodos convencionales usan tanto irregularidades de volumen (difusores opal), como de superficie (vidrio esmerilado), pero no tienen mucho control sobre las propiedades de esparcimiento. Los difusores con esparcimiento de volumen tienden a tener características Lambertianas (ley cosenoidal), mientras que los basados en esparcimiento superficial producen un patrón angular más angosto, parecido normalmente a una gaussiana. Para producir patrones de manera más controlada se han utilizado elementos ópticos difractivos (Mait, 1995; Tsukamoto y Nishiyama, 2006; Kress y Meyrueis, 2000; Rothenbach *et al.*, 2015). Éstos, tienen la ventaja de poder producir patrones de formas arbitrarias, pero sus propiedades dependen de manera importante de la longitud de onda y, por el método de diseño, su operación está limitada a ángulos relativamente pequeños. Por otra parte, también se han explorado diseños de difusores ópticos basados en arreglos de microlentes, que incluso se producen comercialmente (Schertler *et al.*, 2006). Aunque éstos tienen la ventaja de ser acromáticos, el patrón de esparcimiento que producen no es uniforme. También,

recientemente, se ha propuesto un tipo de difusores aleatorios basados las leyes de la óptica geométrica, más que en difracción (Méndez *et al.*, 2001; Maradudin *et al.*, 2011). Éstos presentan la ventaja de ser acromáticos y de no estar limitados a la región paraxial.

Por otra parte, la mayor parte del trabajo teórico en esparcimiento de luz por superficies rugosas se ha realizado con superficies que tienen propiedades altamente idealizadas y, para probar estas teorías, es necesario llevar a cabo experimentos con superficies que poseen, al menos aproximadamente, este tipo de propiedades. Con los métodos de esmerilado y de corrosión química no es posible controlar las propiedades estadísticas de la superficies. Además, estas superficies son difíciles de caracterizar debido a que contienen detalle en muchas escalas. Tal vez, el método más exitoso y más utilizado para fabricar pantallas de fase aleatorias es el método propuesto por Gray (1978). Este método es adecuado para fabricar superficies con estadísticas gamma (entre exponencial negativa y gaussiana) pero no tiene mucha flexibilidad en ese sentido.

En este capítulo se presenta el diseño y fabricación de superficies con propiedades de esparcimiento especiales. En la primera sección se describe el diseño de difusores uniformes acromáticos de banda limitada y se presentan resultados obtenidos mediante simulaciones numéricas para evaluar su desempeño. Los diseños de los difusores se probaron experimentalmente con un modulador espacial de luz y se fabricaron con impresoras tridimensionales. Finalmente, se muestran mediciones y fotografías de los patrones de intensidad obtenidos con los difusores fabricados.

En la segunda sección se presenta el diseño y fabricación de pantallas de fase aleatorias cuyo perfil es descrito por un proceso aleatorio gaussiano y diferentes funciones de correlación. Estas superficies poseen estadísticas altamente idealizadas.

6.1. Difusores uniformes acromáticos de banda limitada

Los difusores uniformes de banda limitada son elementos ópticos que producen una iluminación uniforme que está confinada en una región angular bien definida; es decir, que tienen un ángulo de corte abrupto y bien definido. Estos difusores tienen aplicaciones en diferentes áreas en las que se requiere un cierto perfil de intensidad en un rango angular delimitado.

El diseño de los difusores está basado en la aproximación de la pantalla delgada de fase. En esta aproximación, se considera que el difusor sólo introduce variaciones en la fase de onda, sin afectar la amplitud (Welford, 1980). El modelo es una buena aproximación cuando el detalle lateral de la superficie es mucho mayor que la longitud de onda. En esta aproximación, las variaciones de fase de la onda transmitida o reflejada están dadas por (Méndez *et al.*, 2001)

$$\phi(\mathbf{x}_{\parallel}) = a \frac{\omega}{c} \zeta(\mathbf{x}_{\parallel}), \quad (83)$$

donde, para ángulos pequeños de esparcimiento, se tiene que

$$a = \begin{cases} 2 & \text{reflexión,} \\ n_d - n_0 & \text{transmisión} \end{cases}. \quad (84)$$

Aquí, n_d es el índice de refracción del material, n_0 es el índice de refracción del medio de incidencia y $\zeta(\mathbf{x}_{\parallel})$ representa el perfil de la superficie.

La amplitud de esparcimiento en la aproximación de la pantalla delgada de fase está dada por

$$R(\mathbf{q}_{\parallel}|\mathbf{k}_{\parallel}) = \int d^2x_{\parallel} \exp \left[-i \left(\mathbf{q}_{\parallel} - \mathbf{k}_{\parallel} \right) \mathbf{x}_{\parallel} - i\phi(\mathbf{x}_{\parallel}) \right], \quad (85)$$

mientras que el DRC se puede escribir de la siguiente manera

$$\left\langle \frac{\partial R_s}{\partial \Omega_s} \right\rangle = \frac{1}{S} \left(\frac{\omega}{2\pi c} \right)^2 \langle |R(\mathbf{q}_{\parallel}|\mathbf{k}_{\parallel})|^2 \rangle, \quad (86)$$

donde S representa el área de la superficie.

6.1.1. Difusores con simetría rectangular

El caso más sencillo en el diseño de difusores ópticos de banda limitada es el caso de difusores que producen un patrón de esparcimiento de forma rectangular. El diseño está basado en la superposición ortogonal de dos superficies unidimensionales. En tal situación, el perfil de la superficie estará dado por (Méndez *et al.*, 2001)

$$\zeta(\mathbf{x}_{\parallel}) = \zeta(x_1) + \zeta(x_2), \quad (87)$$

donde los perfiles $\zeta(x_1)$ y $\zeta(x_2)$ son estadísticamente independientes. Considerando el caso de incidencia normal, el DRC puede ser reescrito de la siguiente forma:

$$\left\langle \frac{\partial R_s}{\partial \Omega_s} \right\rangle = \frac{1}{L_1} \frac{1}{L_2} \left(\frac{\omega}{2\pi c} \right)^2 \langle |R(q_1)| \rangle^2 \langle |R(q_2)| \rangle^2, \quad (88)$$

donde L_1 y L_2 representan las longitudes de los perfiles a lo largo de x_1 y x_2 , y

$$R(q_j) = \int dx_1 \exp \left[-i \left(\frac{\omega}{c} \sin \theta_s x_1 - \phi(x_1) \right) \right]. \quad (89)$$

Por simplicidad, la ecuación (88) puede ser reescrita de la siguiente forma

$$\left\langle \frac{\partial R_s}{\partial \Omega_s} \right\rangle = K I_1(q_1) I_1(q_2), \quad (90)$$

donde $K = (1/L_1 L_2)(\omega/2\pi c)^2$ e $I_j(q_j) = \langle |R(q_j)| \rangle^2$. En primera instancia, se está interesado en el diseño de un difusor rectangular uniforme, por lo que el patrón de esparcimiento debe tener la siguiente forma:

$$I(q_j) = K \frac{1}{2\theta_m} \text{rect} \left(\frac{\theta_s}{2\theta_m} \right) \approx K \frac{1}{2q_m} \text{rect} \left(\frac{q}{2q_m} \right), \quad (91)$$

donde θ_m representa el ángulo máximo de esparcimiento y $q_m = (\omega/c) \sin \theta_m$. En el límite de la óptica geométrica, la intensidad promedio a lo largo de la dirección j está dada por (Méndez *et al.*, 2001)

$$I(q_j) = \frac{c}{\omega} \frac{2\pi L_j}{a} P_{\zeta'} \left(\frac{\theta_s}{a} \right), \quad (92)$$

donde $P_{\zeta'}$ representa la función de densidad de probabilidad de pendientes en la superficie y a está definida en la ecuación (84).

Para generar superficies unidimensionales, definimos un número de puntos igualmente espaciados a lo largo de x_1 (suponemos que la superficie es invariante a lo largo de x_2) con $x_n = nb$ donde b es la longitud característica y $n = 0, 1, 2, \dots$. Después, con el método del rechazo (Press *et al.*, 1992) se genera una secuencia de pendientes aleatorias (a_n) que siguen la densidad de probabilidad deseada y se construye el perfil de la superficie

mediante la expresión

$$\zeta_{(n+1)}(x_1) = \zeta_n(x_1) + a_n x_1; \quad nb \leq x_1 \leq (n+1)b. \quad (93)$$

Para generar la superficie se debe dar un valor inicial a $\zeta(x_1)$. En la Figura 38 se presenta una sección en la que se muestra las pendientes $\zeta'(x_1)$ y el perfil $\zeta(x_1)$ de una superficie generada por este método. Los parámetros utilizados fueron $b = 100 \mu m$ y $\theta_m = 10$ grados.

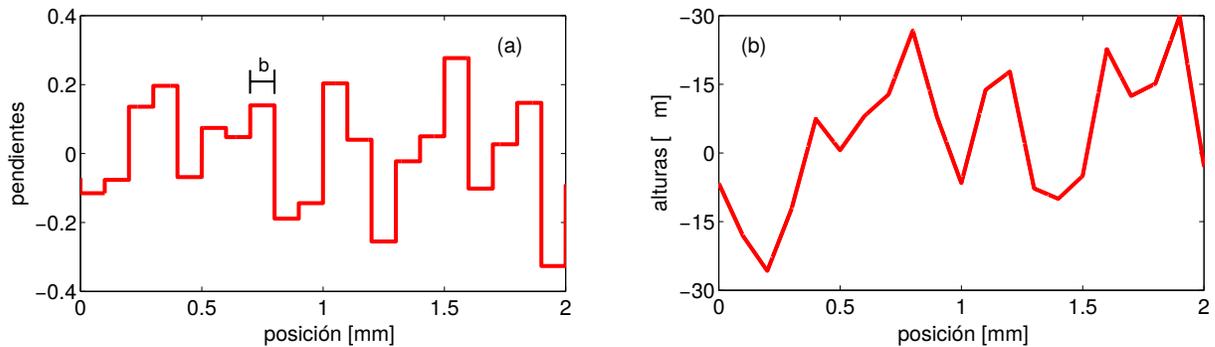


Figura 38: (a) Pendientes $\zeta'(x_1)$ de la superficie generada. (b) Perfil de la superficie $\zeta(x_1)$. Los parámetros utilizados son $b = 100 \mu m$ y un ángulo máximo de esparcimiento $\theta_m = 10$ grados.

Para generar superficies con variaciones en dos direcciones se siguieron los siguientes pasos:

1. Se genera una superficie unidimensional de N puntos a lo largo de x_1 .
2. Se extiende (copia) la superficie generada a lo largo de x_2 , tal y como se muestra en la figura 39. Con esto se tiene un superficie de $N \times N$ puntos, la cual es invariante a lo largo de x_2 .

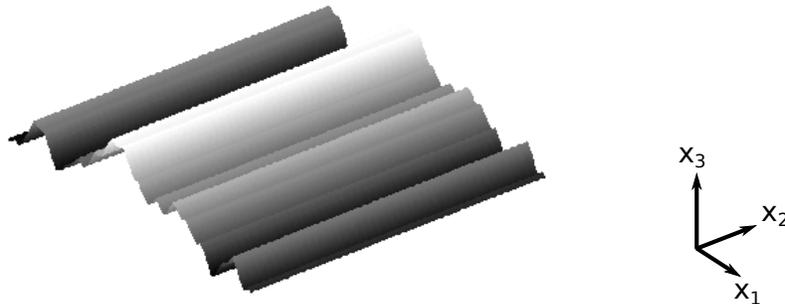


Figura 39: Perfil de una superficie $\zeta(x_{1j})$ invariante a lo largo de x_2 .

3. Después, se genera una superficie a lo largo de x_2 , pero ahora se extiende en la dirección de x_1 (ver figura 40).

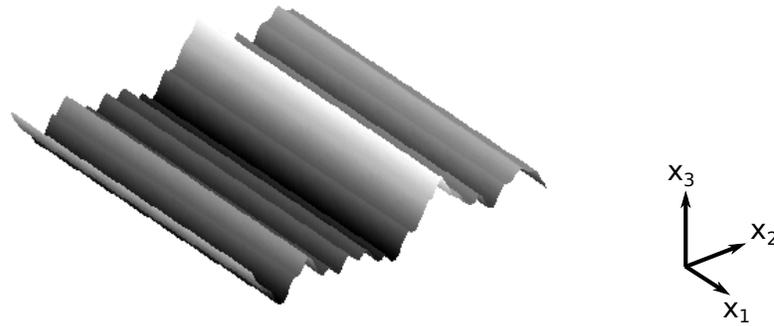


Figura 40: Perfil de una superficie $\zeta(\mathbf{x}_{||})$ invariante a lo largo de x_1 .

4. Se suman las alturas de las dos superficies generadas previamente para obtener un perfil que está dado por $\zeta(\mathbf{x}_{||}) = \zeta(x_1) + \zeta(x_2)$.

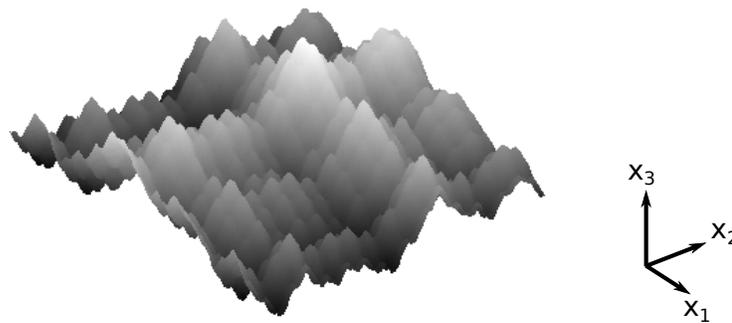


Figura 41: Perfil de una superficie bidimensional $\zeta(\mathbf{x}_{||})$ con variaciones en x_1 y x_2 .

6.1.1.1. Discretización de la superficie en facetas triangulares

La superficie fue discretizada en facetas triangulares con el fin de poder implementar un método semi-analítico para calcular el patrón de esparcimiento, así como para llevar a cabo la fabricación de ésta utilizando impresoras 3D. Por simplicidad, se utilizaron triángulos rectángulos de dos tipos, como se ilustra en la figura 42.

Para discretizar la superficie se deben conocer los vectores x_1 y x_2 , que contienen los puntos de discretización, y la matriz $\zeta(\mathbf{x}_{||})$. Estos vectores y matriz contienen la información de las dimensiones y las alturas de la superficie. El primer paso para llevar a cabo el

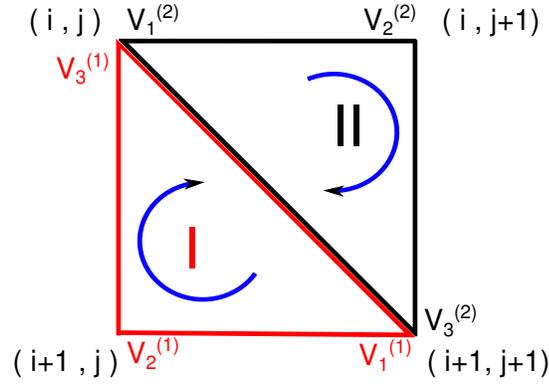


Figura 42: Ilustración del procedimiento de discretización de superficies bidimensionales en triángulos rectángulos.

proceso de discretización es construir las matrices $\tilde{x}_{1(m,n)}$ y $\tilde{x}_{2(m,n)}$ a partir de los vectores x_1 y x_2 , respectivamente. Para esto, repetimos dichos vectores hasta obtener una matriz de las mismas dimensiones que $\zeta(\mathbf{x}_{||})$. Con esto, se representa a $\tilde{x}_{1(m,n)}$, $\tilde{x}_{2(m,n)}$ y $\zeta(\mathbf{x}_{||})$ como matrices de $m \times n$ elementos, donde $m = n$.

$$\tilde{x}_{1(m,n)} = \begin{pmatrix} x_{1(1,1)} & x_{1(1,2)} & \cdots & x_{1(1,n)} \\ x_{1(2,1)} & x_{1(2,2)} & \cdots & x_{1(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1(m,1)} & x_{1(m,2)} & \cdots & x_{1(m,n)} \end{pmatrix}, \quad (94)$$

$$\tilde{x}_{2(m,n)} = \begin{pmatrix} x_{2(1,1)} & x_{2(1,2)} & \cdots & x_{2(1,n)} \\ x_{2(2,1)} & x_{2(2,2)} & \cdots & x_{2(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{2(m,1)} & x_{2(m,2)} & \cdots & x_{2(m,n)} \end{pmatrix} \quad (95)$$

y

$$\zeta(x_1, x_2)_{(m,n)} = \begin{pmatrix} \zeta(x_1, x_2)_{(1,1)} & \zeta(x_1, x_2)_{(1,2)} & \cdots & \zeta(x_1, x_2)_{(1,n)} \\ \zeta(x_1, x_2)_{(2,1)} & \zeta(x_1, x_2)_{(2,2)} & \cdots & \zeta(x_1, x_2)_{(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta(x_1, x_2)_{(m,1)} & \zeta(x_1, x_2)_{(m,2)} & \cdots & \zeta(x_1, x_2)_{(m,n)} \end{pmatrix}. \quad (96)$$

Cada triángulo está definido por las coordenadas de sus tres vértices, que para los triángulos tipo I están dadas por

$$V_1^{(I)} = (x_{1(i+1,j+1)}, x_{2(i+1,j+1)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i+1,j+1)}), \quad (97)$$

$$V_2^{(I)} = (x_{1(i+1,j)}, x_{2(i+1,j)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i+1,j)}), \quad (98)$$

$$V_3^{(I)} = (x_{1(i,j)}, x_{2(i,j)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i,j)}). \quad (99)$$

En cambio, las coordenadas de los vértices para los triángulos tipo II están definidas por

$$V_1^{(II)} = (x_{1(i,j)}, x_{2(i,j)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i,j)}), \quad (100)$$

$$V_2^{(II)} = (x_{1(i,j+1)}, x_{2(i,j+1)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i,j+1)}), \quad (101)$$

$$V_3^{(II)} = (x_{1(i+1,j+1)}, x_{2(i+1,j+1)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i+1,j+1)}), \quad (102)$$

donde i y j toman valores desde 1 hasta $m - 1$ y $n - 1$, siendo m y n el número de elementos de la matriz. En la figura 43 se muestra la discretización de una superficie con el método descrito anteriormente.

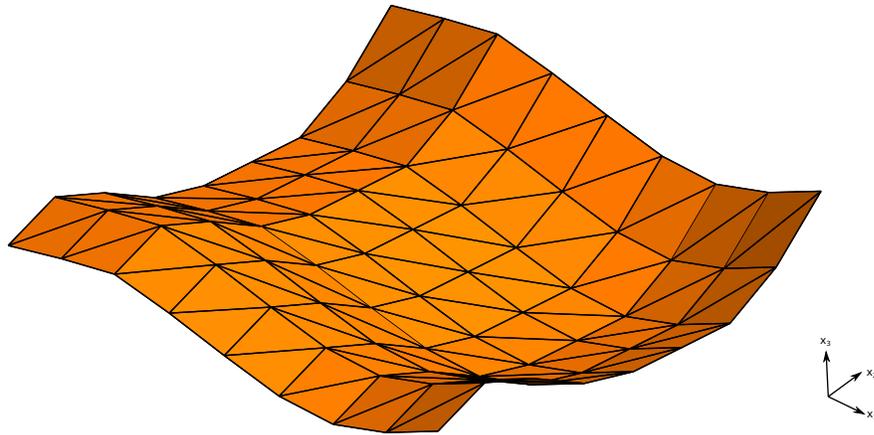


Figura 43: Superficie bidimensional discretizada en triángulos rectángulos.

6.1.1.2. Método semi-analítico para el cálculo del patrón de esparcimiento

Para calcular el patrón de esparcimiento se utilizó una solución semi-analítica basada en la aproximación de la pantalla delgada de fase (ecuación (85)). El procedimiento consiste en evaluar en el patrón de esparcimiento de cada triángulo que conforma la superficie para después sumar todas las contribuciones. Para ilustrar el procedimiento se

tomará como ejemplo el triángulo II (ver Figura 42).

Con referencia a la geometría mostrada en la Figura 44, vemos que para la integración sobre x_2 , se toman los límites de 0 a b . En cambio, la para x_1 se deben tomar los límites de $P(x_1, x_2) = mx_2$ a b , donde el punto $P(x_1, x_2) = x_2$ (ver figura 44), pues, al tratarse un de un triángulo rectángulo con dos lados iguales la pendiente es uno.

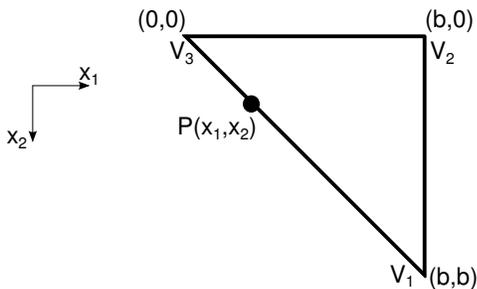


Figura 44: Diagrama esquemático.

Utilizando esta información en la ecuación (85), se encuentra que la contribución de este triángulo al campo esparcido viene dada por

$$R^{(2)}(x, y) = A_0 \int_0^b dx_2 \int_{x_2}^b dx_1 \exp \left[-i \left(\frac{kx}{z} x_1 + \frac{ky}{z} x_2 \right) - i\phi(x_1, x_2) \right], \quad (103)$$

donde el término de fase $\phi(x_1, x_2)$ está definido como (Maradudin *et al.*, 2011)

$$\phi(x_1, x_2) = \phi_0 + \mu_1 x_1 + \mu_2 x_2, \quad (104)$$

donde ϕ_0 representa un corrimiento en la fase, que está relacionado con la altura de la superficie $\zeta(x_1, x_2)$, y está definido como $\phi_0 = a(\omega/c)\zeta(0, 0)$. Los términos μ_1 y μ_2 representan las pendientes de fase, y dependen de la longitud de onda y de las pendientes de la superficie, y están dados por

$$\mu_1 = \frac{\omega}{c} a a_1, \quad \mu_2 = \frac{\omega}{c} a a_2, \quad (105)$$

donde a está definida en la ecuación (84), y a_1 y a_2 son las pendientes aleatorias generadas a lo largo de x_1 y x_2 .

Sustituyendo la ecuación (104) en la ecuación (103) se obtiene que la amplitud com-

pleja de esparcimiento para el triángulo II está dada por

$$R^{(2)}(x, y) = A_0 e^{-i\phi_0} \int_0^b dx_2 \int_{x_2}^b dx_1 \exp \left\{ -i \left[\left(\frac{k}{z} x + \mu_1 \right) x_1 + \left(\frac{k}{z} y + \mu_2 \right) x_2 \right] \right\}. \quad (106)$$

Evaluando las integrales, encontramos que

$$R^{(2)}(x, y) = \frac{A_0 e^{-i\phi_0}}{-i \left(\frac{k}{z} x + \mu_1 \right)} \times \left[\frac{e^{-i \left(\frac{k}{z} x + \mu_1 \right) b} \left(e^{-i \left(\frac{k}{z} y + \mu_2 \right) b} - 1 \right)}{-i \left(\frac{k}{z} y + \mu_2 \right)} - \frac{\left(e^{-i \left(\frac{k}{z} (x+y) + \mu_1 + \mu_2 \right) b} - 1 \right)}{-i \left(\frac{k}{z} (x+y) + \mu_1 + \mu_2 \right)} \right]. \quad (107)$$

Con un procedimiento similar para el triángulo I, se obtiene que

$$R^{(1)}(x, y) = \frac{A_0 e^{-i\phi_0}}{-i \left(\frac{k}{z} y + \mu_2 \right)} \times \left[\frac{e^{-i \left(\frac{k}{z} y + \mu_2 \right) b} \left(e^{-i \left(\frac{k}{z} x + \mu_1 \right) b} - 1 \right)}{-i \left(\frac{k}{z} x + \mu_1 \right)} - \frac{\left(e^{-i \left(\frac{k}{z} (x+y) + \mu_1 + \mu_2 \right) b} - 1 \right)}{-i \left(\frac{k}{z} (x+y) + \mu_1 + \mu_2 \right)} \right]. \quad (108)$$

Con las ecuaciones (107) y (108) es posible calcular el patrón de difracción de triángulos rectángulos con diferentes inclinaciones. Estas expresiones consideran que uno de los vértices del triángulo se encuentra en el origen del sistema de coordenadas, por lo que es necesario considerar que, según la posición de cada triángulo, habrá un corrimiento espacial. Este corrimiento se traduce en un término de fase en la amplitud de esparcimiento producida por cada triángulo. De esta manera, la amplitud compleja esparcida por la superficie está dada por

$$R(x, y) = \sum_{l=1}^{N-1} \sum_{j=1}^{N-1} \exp \left[-i \left(\frac{ky}{z} \right) (l-1)b - i \left(\frac{kx}{z} \right) (j-1)b \right] \times \left(R_{(i,j)}^{(1)}(x, y) + R_{(i,j)}^{(2)}(x, y) \right). \quad (109)$$

En esta ecuación, la doble sumatoria es sobre todos los triángulos de la superficie. Es decir, la amplitud compleja de esparcimiento está dada por la suma de los patrones de

difracción en el campo lejano de todos los triángulo que conforman la superficie.

6.1.1.3. Cálculos Numéricos

Se realizaron simulaciones numéricas para evaluar el patrón de esparcimiento de los difusores diseñados y generados con el método ya descrito. Los parámetros utilizados en la simulación fueron los siguientes: se generaron superficies de 375×375 triángulos, con longitud característica $b = 100 \mu m$ y ángulo máximo de esparcimiento $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 10$ grados. La longitud de onda utilizada fue $\lambda = 633 \text{ nm}$ y el índice de refracción del material $n = 1.5$. En la Figura 45 se muestra el patrón promedio de intensidad calculado en función de los ángulos θ_{1m} y θ_{2m} . Estos resultados representan un promedio del DRC sobre 5000 realizaciones de la superficie.

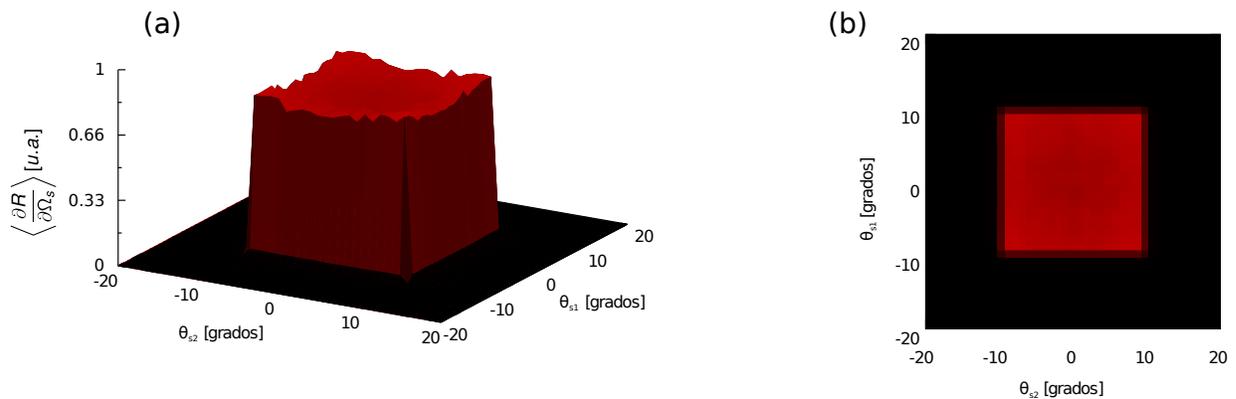


Figura 45: Patrón de esparcimiento en función de los ángulos θ_{s1} y θ_{s2} . El ángulo máximo de esparcimiento $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 10$ grados. Las dimensiones de las superficies son de $375b \times 375b$, la longitud característica $b = 100 \mu m$. La longitud de onda es $\lambda = 0.6328 \mu m$, el índice de refracción $n = 1.5$. Los resultados presentados representan un promedio sobre 5000 realizaciones de la superficie.

Se observa que el patrón de intensidad es uniforme en el intervalo $-\theta_{1m} \leq \theta_s \leq \theta_{1m}$ y, aún más importante, que tiene un ángulo de corte bien definido en 10 grados, como se planteó en el diseño. Es importante señalar que existe un suavizado en el decaimiento de la intensidad alrededor del ángulo de corte; esto es un efecto de difracción que depende de la longitud característica (b) escogida en el diseño. Si se tienen triángulos más grandes, es decir, con una longitud característica (b) más grande, los efectos de difracción alrededor del ángulo de corte serán menores. En cambio, si se tienen una longitud característica (b) pequeña, los efectos de difracción en el ángulo de corte serán mayores.

Se diseñaron difusores que producen otros tipos de patrones uniformes de esparci-

miento, manteniendo la suposición de que las variaciones en x y y son independientes. El objetivo fue generar patrones de intensidad uniformes con forma de rectángulos, líneas y cuadrículas. Para diseñar las superficies se utilizó el método descrito anteriormente, cambiando solamente la función de densidad de probabilidad de las pendientes (ecuación (92)).

Para un difusor que produce un patrón rectangular uniforme, el DRC puede ser escrito como

$$\left\langle \frac{\partial R_s}{\partial \Omega_s} \right\rangle = K \text{rect} \left(\frac{\theta_{s1}}{2\theta_{m1}} \right) \text{rect} \left(\frac{\theta_{s2}}{2\theta_{m2}} \right). \quad (110)$$

Para generar dos líneas uniformes se tiene que

$$\left\langle \frac{\partial R_s}{\partial \Omega_s} \right\rangle = K \text{rect} \left(\frac{\theta_{s1}}{2\theta_{m1}} \right) \left[\text{rect} \left(\frac{\theta_{s2} - \alpha}{2\theta_{m2}} \right) + \text{rect} \left(\frac{\theta_{s2} + \alpha}{2\theta_{m2}} \right) \right], \quad (111)$$

donde A es un parámetro que indica el desplazamiento de las líneas con respecto al origen. Similarmente, para generar cuatro cuadrados uniformes escribimos

$$\left\langle \frac{\partial R_s}{\partial \Omega_s} \right\rangle = K \left[\text{rect} \left(\frac{\theta_{s1} - \alpha}{2\theta_{m1}} \right) + \text{rect} \left(\frac{\theta_{s1} + \alpha}{2\theta_{m1}} \right) \right] \left[\text{rect} \left(\frac{\theta_{s2} - \beta}{2\theta_{m2}} \right) + \text{rect} \left(\frac{\theta_{s2} + \beta}{2\theta_{m2}} \right) \right]. \quad (112)$$

Para escribir estas expresiones se utilizó la función $\text{rect}(x)$ definida en Goodman (1985).

Se generaron superficies de 375×375 triángulos, la longitud característica fue $b = 100 \mu\text{m}$ y $n = 1.5$. Para la simulación se consideró una longitud de onda de $\lambda = 633 \text{ nm}$. Para producir un patrón rectangular uniforme se consideró un ángulo de máximo de esparcimiento $\theta_{m1} = 5^\circ$ y $\theta_{m2} = 10^\circ$ (Figura 46(a)). En cambio, para producir dos líneas uniformes se consideró $\theta_{m1} = 1^\circ$, $\alpha = 4^\circ$ y $\theta_{m2} = 10^\circ$ (Figura 46(b)). Finalmente para generar cuatro cuadrados uniformes se utilizó un $\theta_{m1} = \theta_{m2} = 0.5^\circ$, $\alpha = \beta = 4^\circ$ (Figura 46(c)). Los resultados se muestran en la Figura 46 y representan un promedio sobre 5000 realizaciones de la superficie.

Se observa que con este método es posible diseñar difusores que producen diferentes patrones de esparcimiento en campo lejano. Asimismo, se observa que el patrón de intensidad promedio es uniforme y que, salvo el suavizado debido a efectos de difracción, se tienen ángulos de corte bien definidos.

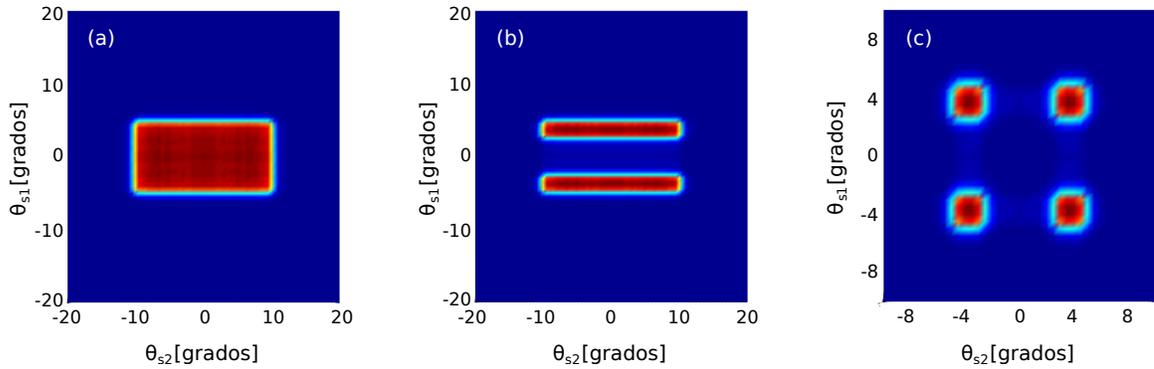


Figura 46: Patrón de esparcimiento en función de los ángulos θ_{s1} y θ_{s2} . El ángulo máximo de esparcimiento (a) $\theta_{m1} = 5^\circ$ y $\theta_{m2} = 10^\circ$, (b) $\theta_{m1} = 1^\circ$, $\alpha = 4^\circ$ y $\theta_{m2} = 10^\circ$ y (c) $\theta_{m1} = \theta_{m2} = 0.5^\circ$, $\alpha = \beta = 4^\circ$. Las dimensiones de las superficies son de $375b \times 375b$, la longitud característica $b = 100 \mu\text{m}$. La longitud de onda es $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, el índice de refracción $n = 1.5$. Los resultados presentados representan un promedio sobre 5000 realizaciones de la superficie.

6.1.1.4. Experimentos con el modulador espacial de luz

Para probar experimentalmente los diseños se utilizó un modulador espacial de luz (SLM, por sus siglas en inglés). El SLM es un dispositivo electro-óptico que permite modificar la fase de un frente onda incidente. El modulador consiste, básicamente, de una matriz de píxeles de cristal líquido; es decir, de un material birrefringente capaz de inducir cambios en el estado de polarización y de la fase del frente de onda mediante diferentes niveles de voltajes.

El SLM utilizado (HOLOEYE LC-R 2500) opera en reflexión y tiene una resolución de 1024×760 píxeles con dimensiones de $19 \times 19 \mu\text{m}$. El SLM puede desplegar un máximo de 75 imágenes por segundo y trabaja con 256 tonos de gris. Es importante señalar que el SLM sólo puede realizar cambios de fase de 0 a 2π , y que para realizar un cambio de fase de tipo refractivo en el intervalo de 0 a 2π , se necesitan al menos cinco píxeles. Cabe señalar que aunque se tienen limitaciones en cuanto al tamaño de la superficie, con el SLM es posible realizar un promedio de ensamble sobre una serie de realizaciones de la superficie, lo que permite comparar cuantitativamente simulaciones y experimentos.

Como ya se mencionó, el SLM requiere al menos cinco píxeles para realizar un cambio de fase de 0 a 2π . Es por esto que la longitud característica de los diseños (b) debe cumplir la condición $b \gg 5\Delta x$, donde Δx representa el muestreo con el cual se genera la superficie, que en este caso está relacionada con el tamaño del píxel del modulador

($\Delta x = 19\mu m$).

Para enviar información de fase al modulador, se generó una superficie ($\zeta(\mathbf{x}_{||})$) de 1024×768 puntos (Figura 47 (a)) y se codificó el perfil de la superficie en información de fase $\phi(\mathbf{x}_{||}) = 2(\omega/c)\zeta(\mathbf{x}_{||})$ (Figura 47 (b)). Posteriormente, se realizó un procedimiento para acotar las fases entre 0 y 2π (Figura 47(c)). Las pantallas de fase se enviaron al SML a través de una computadora. Para visualizar el patrón de difracción se colocó una pantalla a 1 m del SML y los patrones de difracción proyectados sobre la pantalla fueron fotografiados con una cámara digital. En la Figura 48 se muestra el arreglo utilizado para tomar las fotografías.

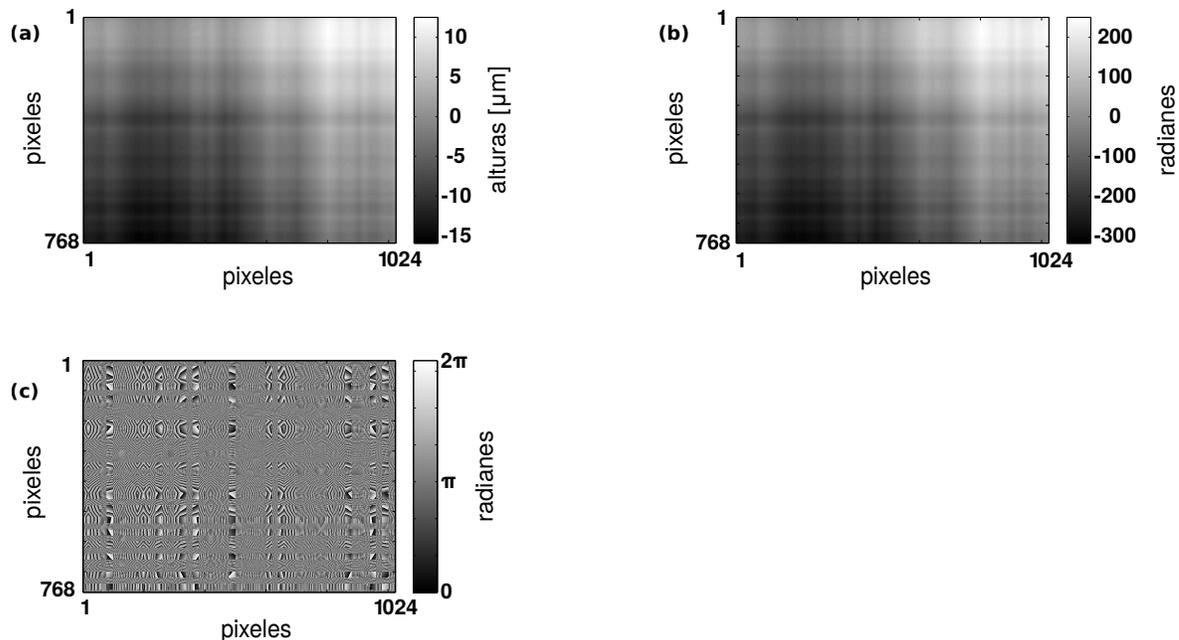


Figura 47: Metodología empleada para convertir las alturas de la superficie en información de fase.

Para realizar el promedio de ensamble se generó un video con varios mapas de fase estadísticamente independientes. El video tiene una resolución de sesenta imágenes por segundo. Se escogió una longitud característica $b = 380 \mu m$ para asegurar que cada pendiente de la superficie está formada por 20 pixeles. En la figura 49 se muestran fotografías del patrón promedio de intensidad. Se puede observar que las pantallas de fase enviadas al modulador generan un patrón de intensidad con forma cuadrada. Es importante señalar que la componente especular que se observa en las imágenes (punto brillante), proviene de la difracción por la separación del arreglo periódico de los pixeles del modulador.

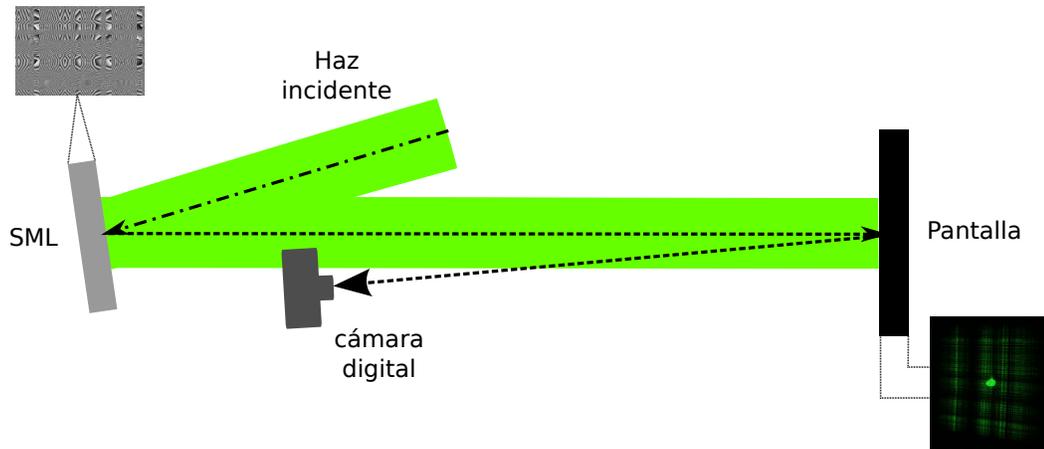


Figura 48: Arreglo experimental utilizado para capturar los patrones de difracción.

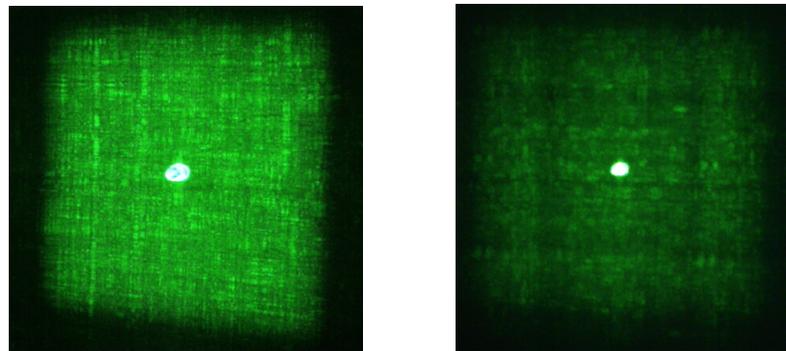


Figura 49: Patrones de intensidad promedio obtenidos con el SML para una secuencia de mapas de fase. Los mapas se desplegaron a una velocidad de 60 imágenes por segundo y el tiempo de exposición de la cámara fue de 20 segundos. El ángulo máximo de esparcimiento es (a) $\theta_m = 0.5$ grados y (b) $\theta_m = 1.0$ grado.

Otra manera de obtener un ensamble de realizaciones es promediando los patrones de difracción. Para esto, se capturó el patrón de difracción de cada pantalla de fase con una cámara CCD y posteriormente se promediaron las imágenes. En la Figura 50 se muestra el arreglo utilizado para capturar con un CCD el patrón de difracción que produce cada pantalla de fase. En este caso, se implementó un sistema óptico $4f$ para reducir el tamaño de la imagen del patrón de difracción y ajustarlo al área de sensado del CCD. Los resultados se muestran en la Figura 51. Las imágenes representan un promedio de ensamble sobre 80 pantallas de fase.

Se observa que los patrones de esparcimiento observados tiene cierto parecido con los resultados numéricos pero, a diferencia de éstos, los patrones obtenidos con el SML

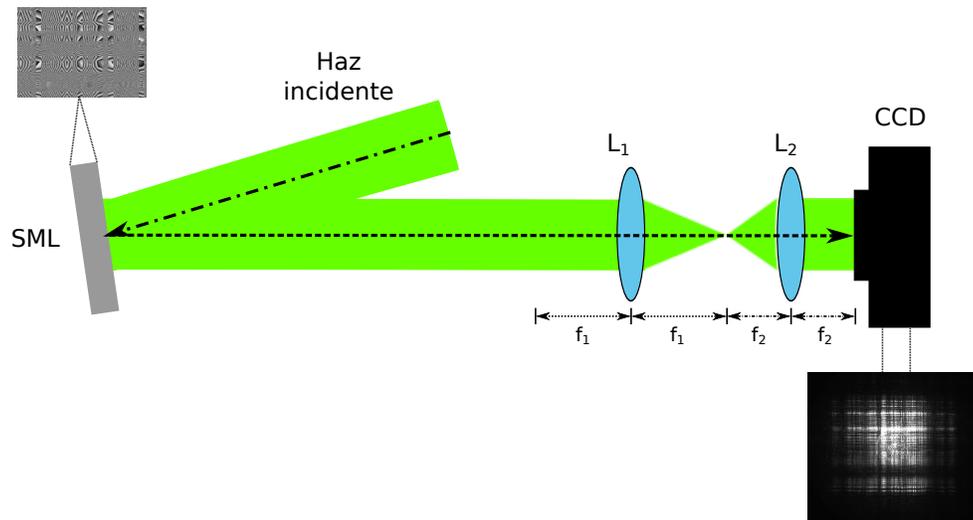


Figura 50: Arreglo experimental utilizado para capturar los patrones de difracción con una cámara CCD.

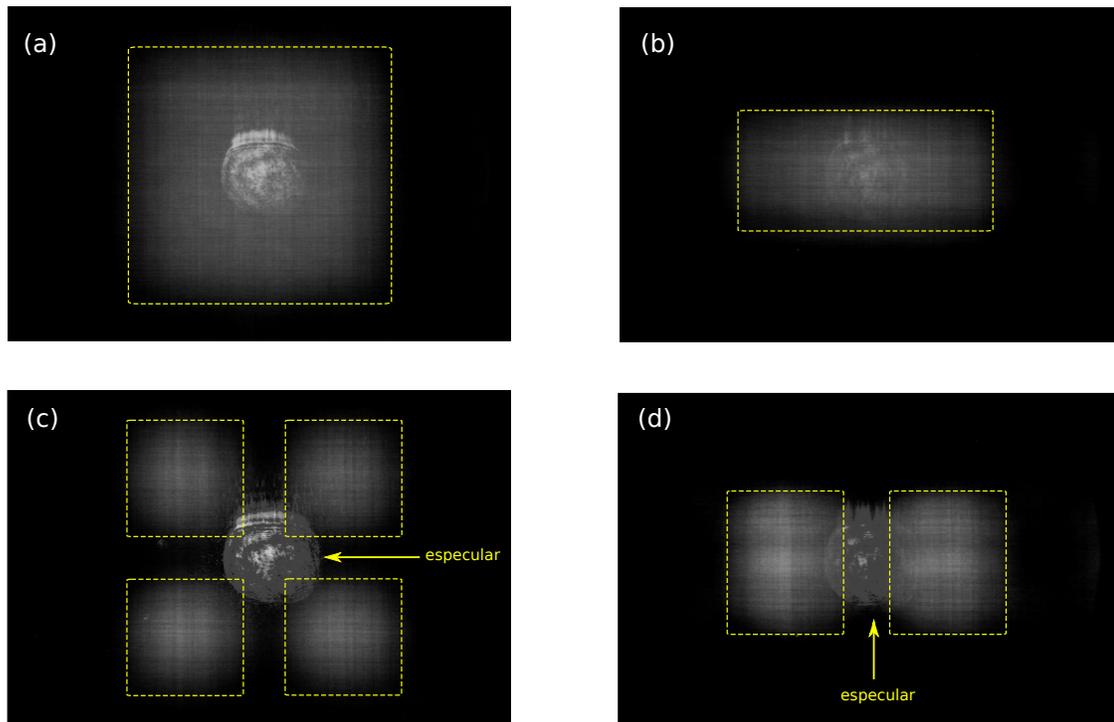


Figura 51: Patrones de intensidad obtenidos al promediar 80 mapas de fase mediante software. Los patrones se capturaron con un CCD. El ángulo máximo de esparcimiento es $\theta_s = 1^\circ$.

no tienen bordes bien definidos. Esto se atribuye a efectos relacionados con la discretización de los mapas de fase en los segmentos en los que la fase debería ser lineal. La situación se ilustra en la Figura 52. También se observa que los patrones no son del todo uniformes en intensidad. Esto se debe a que sólo se realizó un promedio de ensamble

sobre 80 mapas de fase, y debido a esto, aún se tienen fluctuaciones estadísticas.

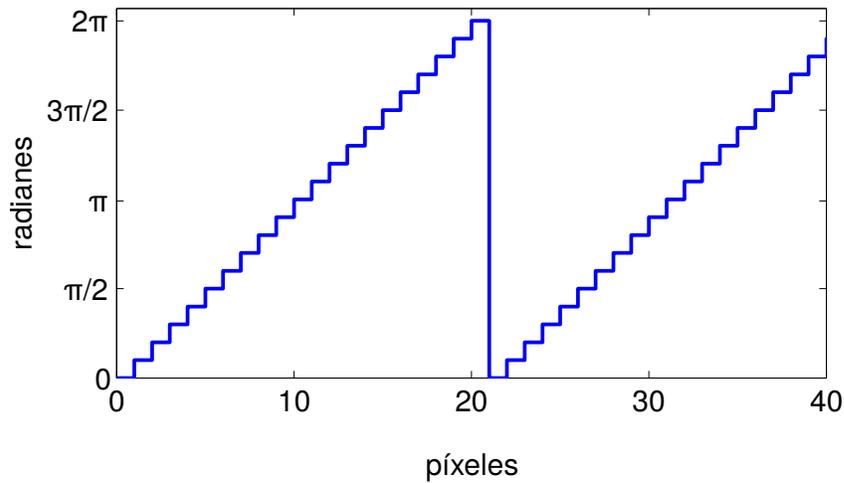


Figura 52: Discretización de los segmentos de fase.

Cabe señalar, que una de las restricciones de utilizar el SML es que sólo se pueden generar pantallas de fase con un $\theta_m < 1.2$ grados. Si se generan pantallas de fase con un ángulo de corte mayor a este valor, los patrones de intensidad se traslapan espacialmente. Esto es resultado de la convolución entre el patrón de difracción de los mapas de fase y los órdenes de difracción producidos por el arreglo periódico de los píxeles del SML.

6.1.1.5. Fabricación de difusores con impresoras 3D

En las secciones anteriores se demostró con cálculos numéricos y el SML que es posible diseñar difusores cuyo patrón de intensidad promedio es uniforme en una región angular y que no esparcen luz fuera de ella; es decir, que tienen un ángulo de corte bien definido.

Una parte fundamental del estudio consistió en encontrar un método de fabricación de este tipo de difusores. Los métodos más comunes para fabricar superficies estructuradas son la litografía por haz de electrones (EBL, por sus siglas en inglés) y la fotolitografía. El método EBL es adecuado para fabricar estructuras binarias con alta resolución. Sin embargo, grabar estructuras con varios niveles, como los que se requieren por estos diseños, sería demasiado complicado. Además, el área de escritura que se puede tener con este método es pequeña (1 mm aproximadamente). Por otra parte, existen varios métodos

basados en técnicas de fotolitografía que, en su mayoría, recurren al uso de mascarillas, lo cual limita el tipo de diseños que se pueden fabricar. Debido a las limitaciones de estos métodos, se decidió explorar el potencial de las impresoras tridimensionales para la fabricación de este tipo de superficies. Las impresoras 3D son capaces de construir objetos tridimensionales a partir de un diseño numérico creado en una computadora. Sin embargo, su uso presenta algunas desventajas. La principal es que debido al proceso de fabricación introducen una rugosidad adicional al diseño y discontinuidades en la escala vertical. Estas discontinuidades se deben a que la impresora 3D fabrica el difusor capa por capa, por lo que las alturas del difusor estarán discretizadas.

En este caso, para que el perfil de alturas de la superficie aleatoria sea continuo, es primordial que la impresora tenga una alta resolución en la escala vertical. Esta resolución está determinada por el espesor de la capa mínima que se puede imprimir con la impresora 3D. Dadas las características de los diseños, sería deseable contar con impresoras con una resolución vertical de $\sim 1 \mu m$ y una resolución horizontal $\sim 25 \mu m$. Actualmente, existen impresoras con estas características (por ejemplo, OWL MC-1) pero no se ha tenido acceso a éstas.

En esta tesis, para fabricar los difusores se utilizaron dos impresoras 3D. Éstas son: una Ultimaker 2 y una Form +1. Las impresoras tienen una resolución vertical de $20 \mu m$ y $25 \mu m$, y una resolución horizontal de $400 \mu m$ y $300 \mu m$, respectivamente. Debido a la baja resolución de estas impresoras, los diseños tuvieron que ser escalados.

Para fabricar un difusor en una impresora 3D se debe seguir una serie de pasos. El primero es convertir las matrices que contienen las alturas y dimensiones del difusor a un archivo “.stl”. El procedimiento se encuentra descrito en el apéndice B. Una vez que se obtiene el archivo, se envía a la impresora y se seleccionan los parámetros de impresión.

Se fabricó un difusor con una $b = 1.2 mm$ y con $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 3^\circ$. Éste tiene dimensiones de $49.2 mm \times 49.2 mm$ y se fabricó con la impresora Form +1. En la Figura 53 se presentan una fotografía del difusor fabricado. Cabe señalar que este difusor fue sometido a un proceso de pulido para tratar de eliminar la rugosidad adicional que introduce la impresora al diseño.

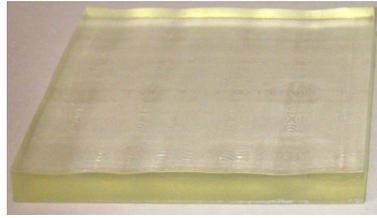


Figura 53: Difusor fabricado con una impresora Form +1. El difusor tiene dimensiones de $49.2 \text{ mm} \times 49.2 \text{ mm}$ y se utilizó una $b = 1.2 \text{ mm}$.

Con el fin de corroborar si la impresora es capaz de reproducir fielmente el diseño, en la Figura 54 se presentan imágenes de los perfiles del difusor fabricado y se comparan con los perfiles generados numéricamente (líneas verdes). Se puede observar que los perfiles numéricos y experimentales son muy parecidos, lo que muestra que la impresora 3D es capaz de reproducir las estructuras diseñadas, al menos con esta resolución limitada.

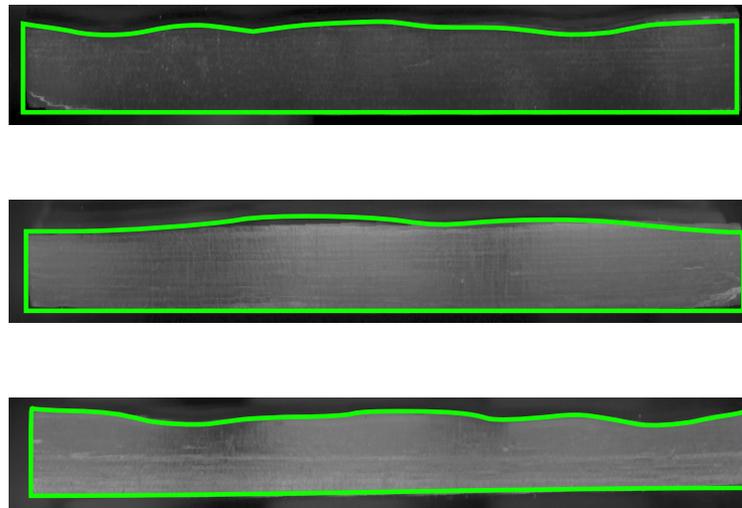


Figura 54: Comparación de los perfiles generados numéricamente y los perfiles obtenidos al fabricar el difusor con una impresora 3D Form+1.

Cabe señalar que el número de longitudes de correlación (irregularidades estadísticamente independientes) dentro de la muestra es pequeño. En este caso, la superficie consta de 41×41 triángulos, lo cual constituye una limitante que tiene su origen en la baja resolución de la impresora. Debido a que la superficie tiene pocos triángulos, el patrón de intensidad presenta fluctuaciones estadísticas en la intensidad esparcida. Para ilustrar esto, en la Figura 55 se muestra una simulación numérica en la que se utiliza un

difusor estadísticamente equivalente al fabricado. Como se puede observar, el patrón de esparcimiento producido por el difusor tiene fluctuaciones en intensidad. Es decir, que el difusor produce un patrón de moteado que, además, tiene una intensidad promedio que depende de la posición. Sin embargo, tiene un ángulo de corte bien definido.

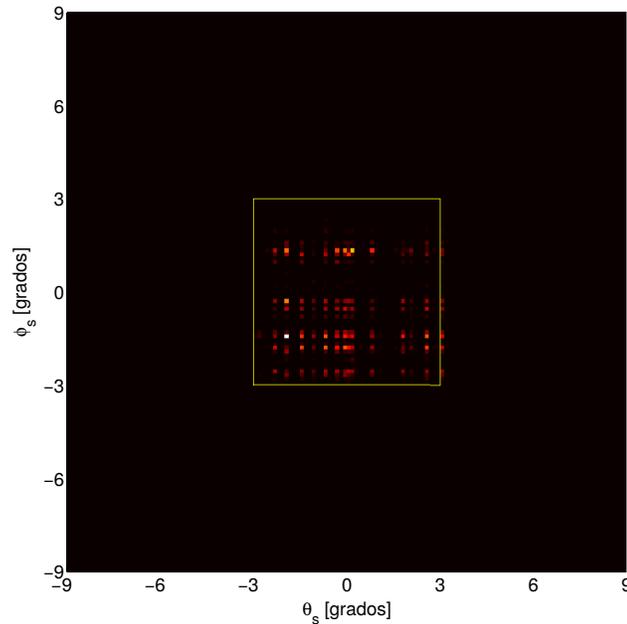


Figura 55: Patrón de esparcimiento de la realización de una superficie en función de los ángulos θ_{s1} y θ_{s2} . El ángulo máximo de esparcimiento es $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 3^\circ$. Las dimensiones de la superficie son $41b \times 41b$. La longitud característica $b = 1.2 \text{ mm}$, la longitud de onda $\lambda = 0.632 \mu\text{m}$ y el índice de refracción $n = 1.45$.

Para evaluar el desempeño de los difusores se utilizó iluminación coherente, con un láser, y luz blanca. Los arreglos utilizados se muestran en las Figuras 56 y 57, respectivamente. En la Figura 58 se muestran fotografías del patrón de esparcimiento que produce el difusor fabricado.

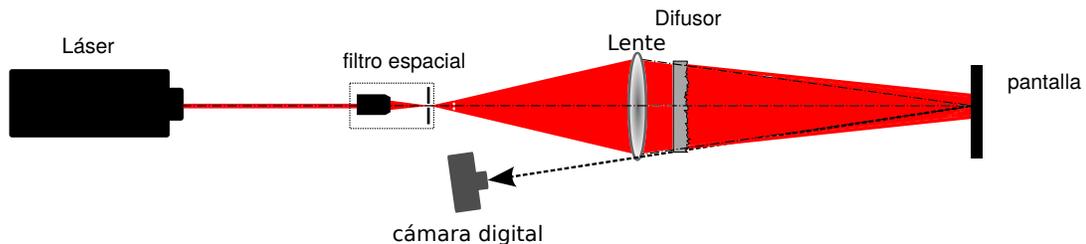


Figura 56: Arreglo experimental utilizado para iluminar los difusores con luz láser.

Se observa que el difusor produce un patrón de intensidad con forma más o menos

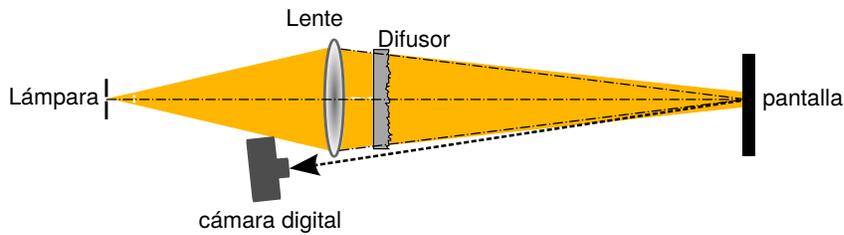


Figura 57: Arreglo experimental utilizado para iluminar los difusores con luz blanca.

cuadrada con ambos tipos de iluminación. Como ya se mencionó, debido al bajo número de áreas de correlación de la superficie, se tienen fluctuaciones estadísticas que hacen que los patrones de esparcimiento no sean uniformes. Además, se observa que se tiene algo de luz esparcida fuera de la región de diseño. Esto se debe a la rugosidad adicional que introduce la impresora en el proceso de fabricación. Para intentar corregir este problema se sometió el difusor a un proceso de pulido. Para esto, fue importante tratar de no modificar el diseño original y, aunque los resultados mejoraron, no fue posible corregir el problema por completo.

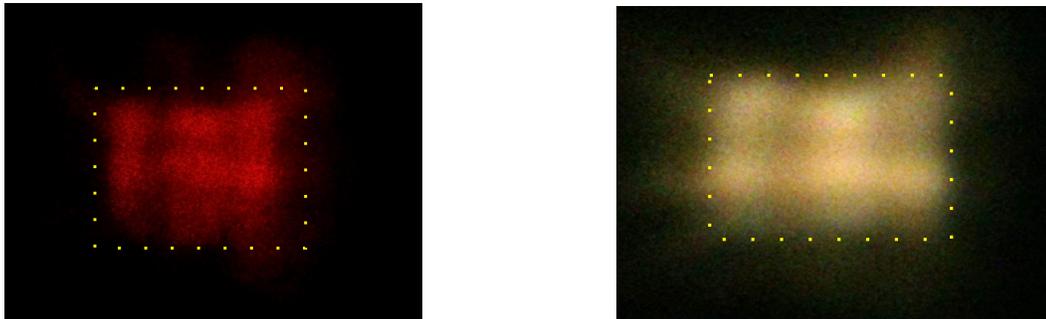


Figura 58: Fotografías del patrón de intensidad de un difusor uniforme de banda limitada. El difusor tiene un ángulo de corte de $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 3^\circ$. Para iluminar los difusores se utilizó (a) un láser y (b) luz blanca. Se utilizó una geometría de transmisión. El difusor fue fabricado con una impresora 3D Form +1.

También se fabricó un difusor unidimensional con dimensiones de $99.6 \text{ mm} \times 99.6 \text{ mm}$, una $b = 1.6 \text{ mm}$ y con $\theta_{1m} = \theta_{2m} = 2^\circ$ con una impresora Ultimaker 2. En este caso, la superficie tiene una longitud de $62b$. Debido a que la impresora utiliza un material opaco para la impresión, fue necesario fabricar una copia del difusor utilizando una resina transparente. En la Figura 59 se muestra una simulación numérica de un difusor estadísticamente equivalente. Al igual que en el caso anterior, se observa que el difusor

produce un patrón de moteado con un ángulo de corte bien definido.

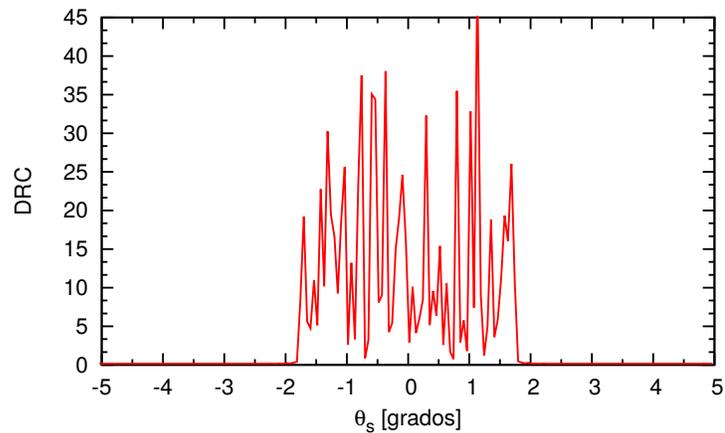


Figura 59: Patrón de esparcimiento de la realización de una superficie unidimensional en función del ángulo θ_s . El ángulo máximo de esparcimiento es $\theta_m = 2^\circ$. Las dimensiones de la superficie son $62b \times 62b$. La longitud característica $b = 1.6 \text{ mm}$, la longitud de onda $\lambda = 0.632 \text{ }\mu\text{m}$ y el índice de refracción $n = 1.45$.

En la Figura 60 se muestra una fotografía del patrón de esparcimiento y la medición de la distribución angular de la luz esparcida por el difusor. Se observa que, en este caso, el difusor produce un patrón de intensidad con forma de una línea, lo cual corresponde a un difusor unidimensional. Sin embargo, se observa que el patrón no es uniforme en intensidad. Esto se puede apreciar tanto en la fotografía del patrón de esparcimiento como en la medición de la distribución angular de luz esparcida. Un punto a destacar es que se tiene un ángulo de corte bien definido en $\theta_m = 2^\circ$.

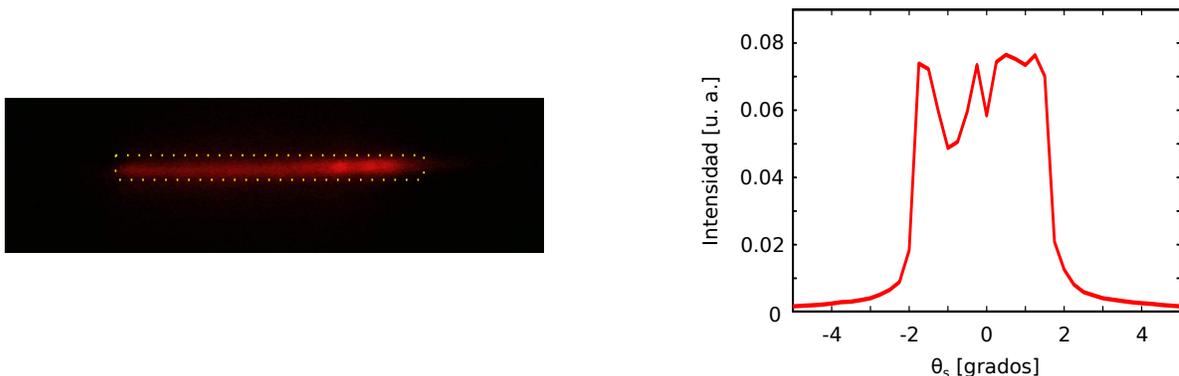


Figura 60: (a) Fotografía del patrón de intensidad de un difusor unidimensional de banda limitada. (b) Medición de la distribución angular de la luz esparcida por el difusor. Se utilizó una geometría de transmisión. El difusor fue fabricado con una impresora 3D Ultimaker 2.

A pesar de estas limitaciones, los resultados constituyen una demostración del con-

cepto y muestran que, es posible utilizar impresoras 3D para la fabricación de difusores ópticos. Las limitaciones tienen que ver con la resolución de la impresora, pero este es un parámetro que cambia continuamente con el avance de las nuevas tecnologías.

6.1.2. Difusores de banda limitada con simetría circular

Los métodos presentados hasta ahora sólo permiten diseñar difusores donde la variación en x y y son independientes. Sin embargo, también es importante diseñar difusores con características más generales. En esta sección se presenta el diseño de superficies bidimensionales que esparcen luz de manera específica dentro de una región con simetría circular.

La superficie fue diseñada con el método descrito por Maradudin *et al.* (2011). La idea es sencilla. El método consiste en generar triángulos equiláteros con diferentes inclinaciones. La inclinación de cada triángulo está determinada por dos pendientes s_1 y s_2 (ver figura 61) que son generadas con números aleatorios que satisfacen una PDF conjunta. Con esto, cada triángulo refleja o refracta la luz dentro de un rango específico de ángulos.

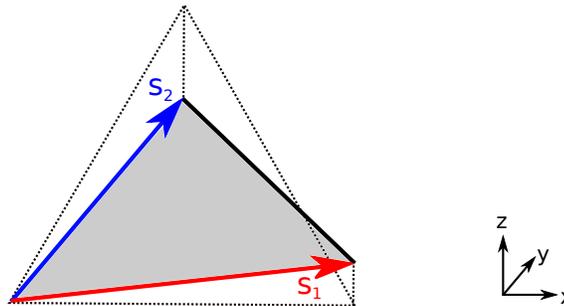


Figura 61: Diagrama esquemático del tipo de triángulo utilizado para construir la superficie. Las pendientes son denotadas como s_1 y s_2 .

En este caso, para incidencia normal el coeficiente de reflexión diferencial puede ser escrito de la siguiente forma (Maradudin *et al.*, 2011):

$$\left\langle \frac{\partial R}{\partial \Omega_s} \right\rangle = \frac{\omega/c}{4\pi^2 S} \int d^2 x_{||} \int d^2 u_{||} \exp[-i(\mathbf{q}_{||} - \mathbf{k}_{||}) \cdot \mathbf{u}_{||}] \langle \exp[-ia\mathbf{u}_{||} \cdot \nabla \zeta(\mathbf{x}_{||})] \rangle. \quad (113)$$

Para generar patrones de esparcimiento con diferentes formas, el DRC debe tomar la

forma

$$\left\langle \frac{\partial R}{\partial \Omega_s} \right\rangle = K f \left(\frac{k_1 - q_1}{a}, \frac{k_2 - q_2}{q} \right), \quad (114)$$

donde $s_1 = (k_1 - q_1)/a$ y $s_2 = (k_2 - q_2)/a$.

Para construir la superficie se debe especificar la densidad de probabilidad conjunta, que contiene a su vez las densidades de probabilidad marginal y condicional. La PDF conjunta es la que determina la forma del patrón de esparcimiento en campo lejano mientras que la marginal y condicional permiten orientar los triángulos que definen a la superficie de manera secuencial. La superficie se genera numéricamente utilizando el siguiente procedimiento (ver Figura 62):

1. Se da un valor inicial $h_{m,n} = 0$.
2. Se genera una pendiente aleatoria s_1 utilizando la PDF marginal. Con esto se calcula la altura de uno de los vértices del triángulo $h_{m+1,n}$.
3. Se utiliza la pendiente s_1 para generar la pendiente aleatoria s_2 utilizando la PDF condicional. Con esto se determina la altura $h_{m,n+1}$.
4. Con esto, el triángulo $(m + \frac{1}{3}, n + \frac{1}{3})$ queda definido.
5. Se determina la pendiente \tilde{s}_1 con las alturas $h_{m,n+1}$ y $h_{m+1,n}$ del triángulo $(m + \frac{1}{3}, n + \frac{1}{3})$.
6. Se utiliza la pendiente \tilde{s}_1 para calcular la pendiente \tilde{s}_2 utilizando la PDF condicional. Con esto se calcula la altura $h_{m+1,n+1}$.
7. Con esto, el triángulo $(m + \frac{2}{3}, n + \frac{2}{3})$ queda definido.
8. Se calcula la pendiente del triángulo $\tilde{\tilde{s}}_1$ con las alturas $h_{m+1,n+1}$ y $h_{m+1,n}$.
9. Se utiliza la pendiente $\tilde{\tilde{s}}_1$ para calcular la pendiente $\tilde{\tilde{s}}_2$ utilizando la PDF condicional. Con esto se determina la altura $h_{m+2,n}$.
10. Con esto, el triángulo $(m + \frac{4}{3}, n + \frac{1}{3})$ queda definido.
11. Repitiendo los pasos 5 al 9 se genera toda la primera fila de la superficie.

12. La altura $h_{m,n+2}$ se calcula a partir de las alturas $h_{m,n+1}$ y $h_{m+1,n+1}$. Con estas dos alturas se determina la pendiente s_1 .
13. Se utiliza la pendiente s_1 para calcular la pendiente s_2 utilizando la PDF condicional. Con esto se calcula la altura $h_{m,n+2}$.
14. El triángulo $(m + \frac{1}{3}, n + \frac{4}{3})$ queda definido.
15. Se calcula la pendiente del triángulo \tilde{s}_1 con las alturas $h_{m,n+2}$ y $h_{m+1,n+1}$.
16. Se utiliza la pendiente \tilde{s}_1 para calcular la pendiente \tilde{s}_2 utilizando la PDF condicional. Con esto se calcula la altura $h_{m+1,n+2}$.
17. El triángulo $(m + \frac{2}{3}, n + \frac{5}{3})$ queda definido.
18. Las alturas del triángulo $(m + \frac{4}{3}, n + \frac{4}{3})$ han quedado determinadas por las alturas de los triángulos vecinos.
19. Se calcula la pendiente del triángulo $\tilde{\tilde{s}}_1$ con las alturas $h_{m+1,n+2}$ y $h_{m+2,n+1}$.
20. Se utiliza la pendiente $\tilde{\tilde{s}}_1$ para calcular la pendiente $\tilde{\tilde{s}}_2$ utilizando la PDF condicional. Con esto se determina la altura $h_{m+2,n+2}$.
21. Se repiten los pasos 15-20 para generar la segunda fila de la superficie.
22. La tercera, cuarta, quinta, ..., fila se construye repitiendo los pasos 12 al 20.

Como se muestra en la Figura 62, dependiendo de su orientación, existen dos tipos de triángulos isósceles en la superficie, denotados con los números I y II.

Las ecuaciones para determinar las pendientes, así como el procedimiento para generar numéricamente la superficie se encuentran descritos detalladamente en la sección 3.1.4.1 de libro "Designer Surfaces" (Maradudin *et al.*, 2011).

6.1.2.1. Generación de números aleatorios y construcción de la superficie

Para el caso de difusores uniformes con simetría circular el DRC puede ser escrito como

$$\left\langle \frac{\partial R}{\partial \Omega_s} \right\rangle (q_1, q_2) = K(q_m - (q_1^2 + q_2^2)^{\frac{1}{2}}), \quad (115)$$

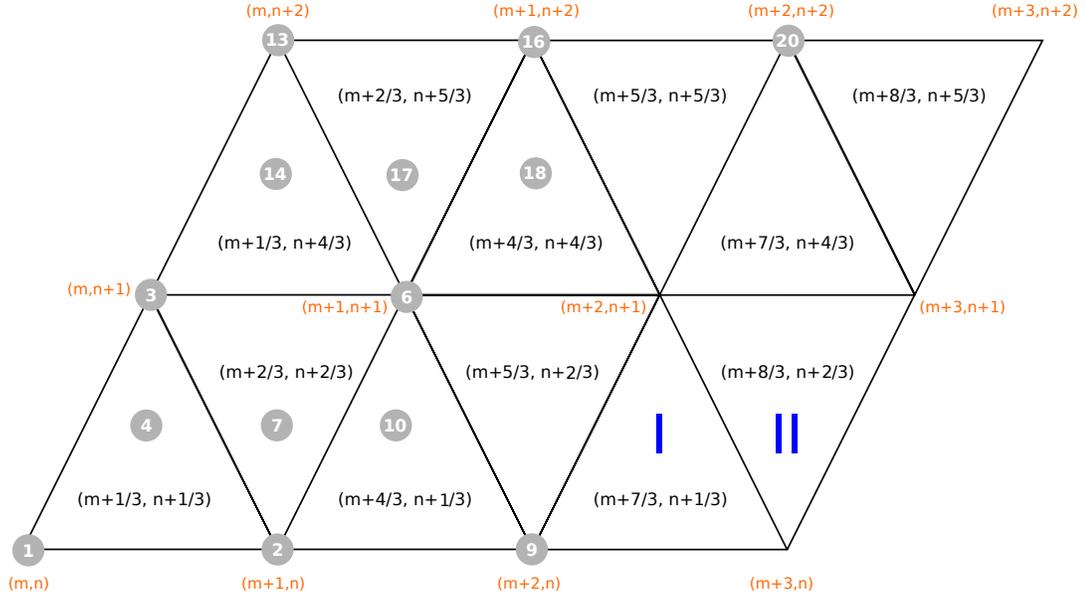


Figura 62: Triángulos utilizados para la generación de la superficie.

con $q_1 = (\omega/c) \sin \theta_s \cos \phi_s$, $q_2 = (\omega/c) \sin \theta_s \sin \phi_s$ y $q_m = (\omega/c) \sin \theta_m$, donde θ_m es el ángulo máximo de esparcimiento. La PDF conjunta de las pendientes de las superficie está dada por (Maradudin *et al.*, 2011)

$$f(s_1, s_2) = \frac{1}{\pi} \frac{1 + s_m^2}{s_m^2} \frac{1}{(1 + s_{\parallel}^2)^2} \theta(s_m - s_{\parallel}), \quad (116)$$

donde $s_m \approx \tan\left(\frac{\theta_m}{2}\right)$, $s_{\parallel} = (s_1^2 + s_2^2)^{1/2}$. Cabe señalar que s_1 y s_2 representan la pendientes aleatorias generadas. La PDF marginal $f(s_1)$ se obtiene integrando la ecuación (116) con respecto a s_2 , y está dada por

$$f(s_1) = \frac{1}{\pi} \frac{1 + s_m^2}{s_m^2} \left[\frac{1}{1 + s_m^2} \frac{(s_m^2 - s_1^2)^{1/2}}{1 + s_1^2} + \frac{1}{(1 + s_1^2)^{3/2}} \tan\left(\frac{s_m^2 - s_1^2}{1 + s_1^2}\right)^{1/2} \right] \theta(s_m - |s_1|). \quad (117)$$

En este caso, también se debe conocer la PDF condicional $f(s_1 | s_2)$, definida como

$$f(s_2 | s_1) = \frac{f(s_1, s_2)}{f(s_1)}. \quad (118)$$

Se generaron números aleatorios que satisfacen las funciones de densidad de probabilidad descritas en las ecuaciones (116), (117) y (118) con el método del rechazo. En la Figura 63 se muestran los histogramas correspondientes. Los histogramas muestran que, efectivamente, los números aleatorios generados son congruentes con las funciones de densidad de probabilidad deseadas.

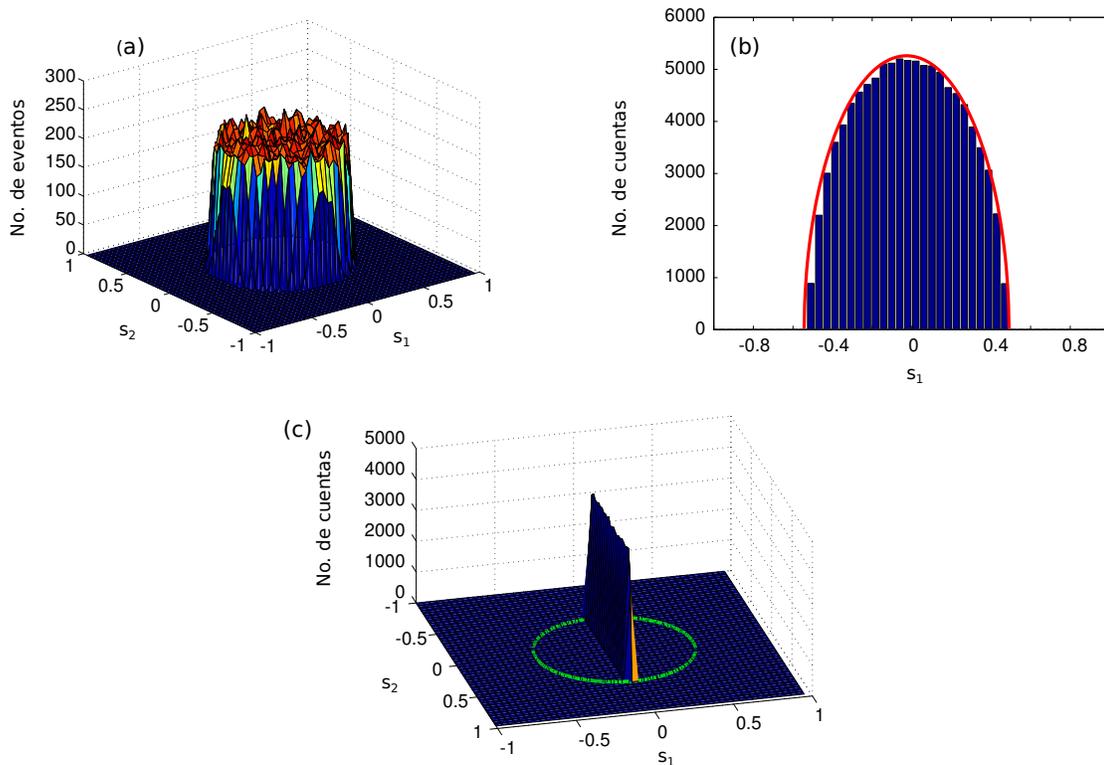


Figura 63: Histogramas de números aleatorios que satisfacen una PDF (a) conjunta, (b) condicional y (c) condicional.

La superficie se construyó con el método descrito anteriormente. Sin embargo, se presentaron algunos inconvenientes a la hora de construir superficies con un gran número de triángulos. El problema se origina debido a que a medida que se construye la superficie se encuentra que las alturas de los vértices de algunos triángulos, y por lo tanto sus pendientes, están completamente determinados por triángulos vecinos. Esto representa un problema, ya que las pendientes de estos triángulos pueden no caer dentro de la PDF conjunta.

Para ilustrar el problema se tomará el triángulo $(m+4/3, n+4/3)$ (Figura 62). Los vértices de este triángulo son determinados por los triángulos vecinos $(m+2/3, n+2/3)$, $(m+5/3,$

$n+2/3$) y $(m+2/3, n+5/3)$. Para este triángulo, sus pendientes pueden no caer dentro de la PDF conjunta. Cuando se tiene esta situación, se trata de corregir el problema generando una nueva serie de números aleatorios para el triángulo $(m+2/3, n+5/3)$. Esta nueva serie cumple con la PDF conjunta y condicional para ambos triángulos. Sin embargo, a medida que se construye la superficie, el problema se vuelve a repetir (por ejemplo el triángulo $(m+7/3, n+4/3)$), por lo que se debe generar una nueva serie de número aleatorios. La generación y rechazo selectivo de números aleatorios cada vez que se repite este problema introduce un sesgo en la estadística, y ocasiona que el patrón de esparcimiento no sea uniforme. Para tratar de evitar este sesgo, se implementó la siguiente estrategia: cuando se genera la nueva serie de números aleatorios, si después de N iteraciones no se encuentran números que satisficieran la PDF condicional y conjunta, se deja la última serie generada. El costo que se paga es que se introduce esparcimiento fuera de la región deseada.

6.1.2.2. Cálculo del patrón de esparcimiento de los difusores con simetría circular

El patrón de esparcimiento se calcula tomando en cuenta las contribuciones de todos los triángulos que conforman la superficie. Para incidencia normal el DRC está dado por (Maradudin *et al.*, 2011)

$$\left\langle \frac{\partial R}{\partial \Omega_s} \right\rangle = \frac{1}{4\pi^2 S} \left\langle |r_1(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||}) + r_2(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||})|^2 \right\rangle, \quad (119)$$

donde

$$\begin{aligned}
r_1(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||}) &= i\frac{\sqrt{3}}{2}b \sum_{m=-N}^{N-1} \sum_{n=-N}^{N-1} \frac{\exp(-iab_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(0)})}{q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(1)}} \\
&\times \left\{ \exp \left[-i(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(1)}) \left(m + \frac{1}{2}n + \frac{1}{2} \right) b \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - i\frac{\sqrt{3}}{2}(q_2 - k_2 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(2)}) \left(n + \frac{1}{2} \right) b \right] \right\} \\
&\times \left\{ \exp \left[-i(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(1)}) \frac{b}{4} \right] \operatorname{sinc} \left[\frac{\sqrt{3}}{4}b(q_2 - k_2 - aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(2)}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{b}{4}(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(1)}) \right] - \exp \left[i(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(1)}) \frac{b}{4} \right] \right. \\
&\quad \left. \times \operatorname{sinc} \left[\frac{\sqrt{3}}{4}b(q_2 - k_2 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(2)}) - \frac{b}{4}(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(1)}) \right] \right\}, \tag{120}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
r_2(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||}) &= i\frac{\sqrt{3}}{2}b \sum_{m=-N}^{N-1} \sum_{n=-N}^{N-1} \frac{\exp(-iab_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(0)})}{q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(1)}} \\
&\times \left\{ \exp \left[-i(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(1)}) \left(m + \frac{1}{2}n + 1 \right) b \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - i\frac{\sqrt{3}}{2}(q_2 - k_2 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(2)}) \left(n + \frac{1}{2} \right) b \right] \right\} \\
&\times \left\{ \exp \left[-i(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(1)}) \frac{b}{4} \right] \operatorname{sinc} \left[\frac{\sqrt{3}}{4}b(q_2 - k_2 - aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(2)}) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \frac{b}{4}(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(1)}) \right] - \exp \left[i(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(1)}) \frac{b}{4} \right] \right. \\
&\quad \left. \times \operatorname{sinc} \left[\frac{\sqrt{3}}{4}b(q_2 - k_2 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(2)}) - \frac{b}{4}(q_1 - k_1 + aa_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(1)}) \right] \right\}. \tag{121}
\end{aligned}$$

Las funciones $r_1(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||})$ y $r_2(\mathbf{q}_{||}|\mathbf{k}_{||})$ representan la amplitud compleja de esparcimiento de los triángulos tipo I y II, respectivamente. Es necesario mencionar que $q_1 = \omega/c \sin \theta_s \cos \phi_s$, $q_2 = \omega/c \sin \theta_s \sin \phi_s$ y $a = (\omega/c)(\cos \theta_0 + \cos \theta_s)$. Los coeficientes $b_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(0)}$, $a_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(1)}$, $a_{m+\frac{1}{3},n+\frac{1}{3}}^{(2)}$, $b_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(0)}$, $a_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(1)}$ y $a_{m+\frac{2}{3},n+\frac{2}{3}}^{(2)}$ se obtiene a partir de un sistema de ecuaciones. Estas ecuaciones se muestran en la sección 3.1.4.1 del libro Maradudin *et al.* (2011).

6.1.2.3. Simulaciones numéricas

Se realizaron simulaciones numéricas para evaluar el patrón de esparcimiento de los difusores diseñados. Para mostrar la problemática del sesgo en la estadística en superficies con un gran número de triángulos, se presentan simulaciones para tres diferentes casos donde las superficies generadas tenían diferentes dimensiones. Para el primer caso, se generaron superficies con dimensiones de $300 \mu m \times 200 \mu m$ (Figura 64(a)). Para el segundo caso se generaron superficies de $1.5 mm \times 1.5 mm$ (Figura 64(b)). Para el último caso, se generaron superficies de $3 mm \times 3 mm$ (Figura 64(c)). Se utilizó una longitud característica $b = 100 \mu m$, $\lambda = 633 nm$ y $q_m = \omega/c \sin(20^\circ)$. Los resultados presentados representan un promedio sobre 100,000 realizaciones de la superficie para la Figura 64(a), 10,000 realizaciones para la Figura 64(b) y 5,000 realizaciones para la Figura 64(c).

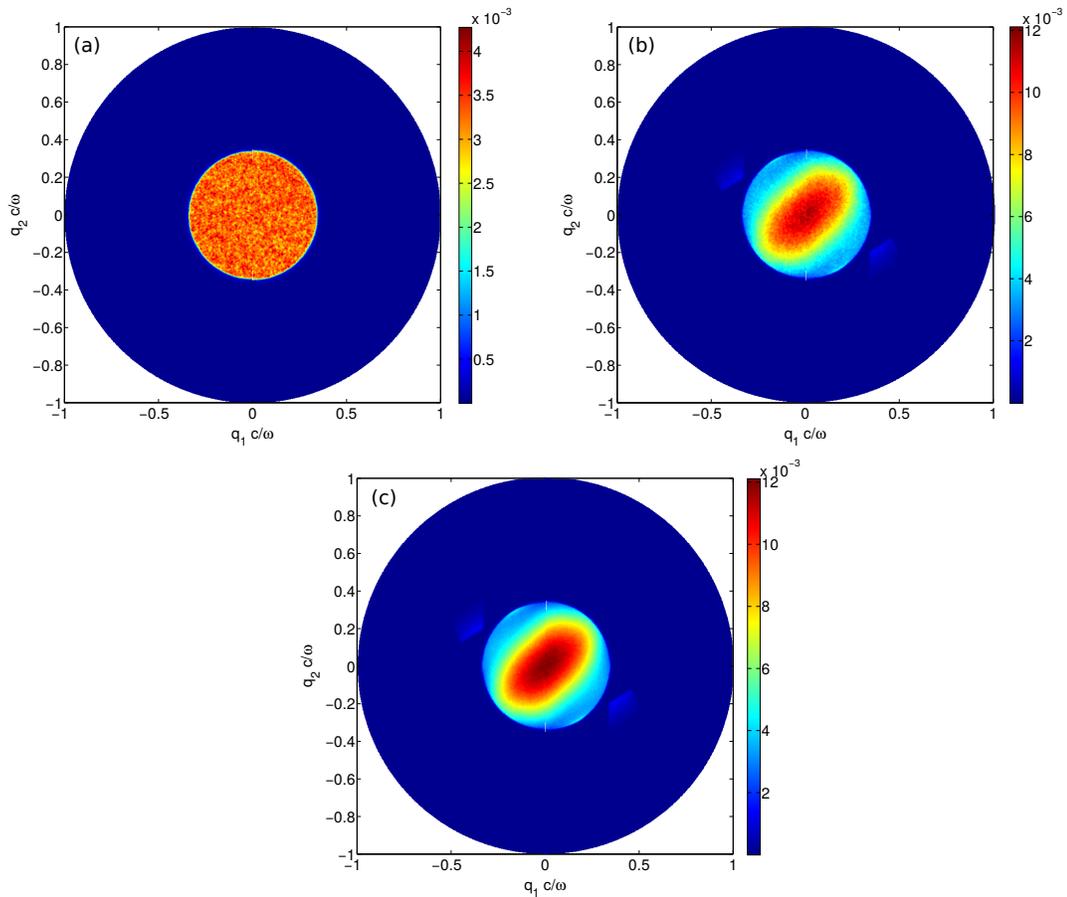


Figura 64: Patrón de esparcimiento en función de q_1 y q_2 . Las dimensiones de las superficies son de (a) $3b \times 2b$, (b) $15b \times 15b$ y (c) $30b \times 30b$. La longitud característica $b = 100 \mu m$, $\lambda = 633 nm$ y $q_m = \omega/c \sin(20^\circ)$.

En la Figura 64(a) se observa que el patrón de intensidad es uniforme, y que los difusores sólo esparce en la región $-q_m(c/\omega) < q_s(c/\omega) < q_m(c/\omega)$. Sin embargo, en las Figuras 64(b) y 64(c) se observa que aunque la mayor parte de la intensidad se concentra en la región $-q_m(c/\omega) < q_s(c/\omega) < q_m(c/\omega)$, el patrón de esparcimiento no es uniforme. Este problema ocurre para superficies con un número grande de triángulos. Cabe señalar que en estos casos se implementó la estrategia descrita en la sección anterior, y aunque se redujo el sesgo en la estadística, no se obtuvieron patrones de esparcimientos uniformes en la región $-q_m(c/\omega) < q_s(c/\omega) < q_m(c/\omega)$. Se implementaron diferentes estrategias para tratar de corregir este problema, pero no se obtuvieron resultados satisfactorios. Hasta ahora no se ha encontrado una estrategia para corregir el problema y diseñar superficies que produzcan patrones de esparcimiento de forma más general.

6.2. Pantallas de fase con estadísticas gaussianas y diferentes funciones de correlación

Una suposición común en las teorías de esparcimiento por superficies rugosas es que el perfil de la superficie constituye un proceso aleatorio gaussiano. En tal caso, la función de densidad de probabilidad es conocida para cualquier orden, lo cual simplifica el problema y permite resolverlo analíticamente o numéricamente. Es por esto que esta suposición, junto con la de que la función de correlación es gaussiana lleva a superficies que poseen propiedades estadísticas altamente idealizadas. Si se desea probar teorías de esparcimiento por medio de experimentos, es necesario contar con superficies que poseen, al menos aproximadamente, este tipo de propiedades.

Por otra parte, la fabricación de superficies con propiedades estadísticas idealizadas permite estudiar fenómenos físicos que, por el momento, no pueden ser estudiados de manera teórica. En este contexto, el método propuesto por Gray (1978) ha permitido fabricar superficies con estadísticas gaussianas y estudiar fenómenos como el retroesparcimiento reforzado y otros fenómenos de esparcimiento múltiple.

En esta sección se presenta la fabricación de superficies cuyo perfil es descrito por un proceso aleatorio gaussiano y diferentes funciones de correlación. Las superficies se generaron numéricamente utilizando un método espectral (Simonsen *et al.*, 2011) y se

fabricaron utilizando una impresora 3D.

6.2.1. Generación numérica de superficies con un método espectral

Para generar numéricamente la superficie se debe generar una matriz de puntos de $\mathbf{x}(m,n) = (m,n,0)\Delta x$ con $m,n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. El perfil de la superficie en $\mathbf{x}_{||} = \mathbf{x}(m, n)$ se puede escribir de la siguiente forma:

$$\zeta(\mathbf{x}(m, n)) = \delta \sum_{k,l} W_{k,l} X_{k+m,l+n}, \quad (122)$$

donde $W_{k,l}$ es una función de peso real a determinar y $X_{k+m,l+n}$ contiene variables aleatorias gaussianas, las cuales son estadísticamente independientes entre sí, con media cero y desviación estándar de uno. La función de autocorrelación de la superficie está dada por

$$\langle \zeta(\mathbf{x}(m, n)) \zeta(\mathbf{x}(m+i, n+j)) \rangle = \delta^2 \sum_{k,l} W_{k,l} W_{k-i,l-j} \quad (123)$$

$$= \delta^2 \int \frac{d^2 \mathbf{Q}_{||}}{(2\pi)^2} g(\mathbf{Q}_{||}) [i\mathbf{Q}_{||} \cdot \mathbf{x}(i, j)]. \quad (124)$$

Si introducimos la representación

$$W_{m,n} = \int \frac{d^2 P_{||}}{(2\pi)^2} \hat{W}(\mathbf{P}_{||}) \exp [i\mathbf{Q}_{||} \cdot \mathbf{x}(m, n)], \quad (125)$$

encontramos de la ecuación (123), que $\hat{W}(\mathbf{Q}_{||}) = \Delta x g^{1/2}(\mathbf{Q}_{||})$, por lo que

$$W_{m,n} = \Delta x \int \frac{d^2 Q_{||}}{(2\pi)^2} g^{1/2}(\mathbf{Q}_{||}) \exp [i\mathbf{Q}_{||} \cdot \mathbf{x}(m, n)]. \quad (126)$$

Aunque en principio es posible generar las superficies aleatorias con base en la ecuación (122), es conveniente modificarla para poder utilizar la transformada rápida de Fourier (FFT). Reescribimos entonces la ecuación (122) de la forma

$$\zeta(\mathbf{x}(m, n)) = \frac{\delta}{2M\Delta x} \sum_{k,l=-M}^{M-1} \frac{1}{\sqrt{2}} (M_{k,l} + iN_{k,l}) g^{1/2}(\mathbf{Q}_{||}) \exp [i\mathbf{Q}_{||} \cdot \mathbf{x}(m, n)], \quad (127)$$

donde los elementos de las matrices $M_{k,l}$ y $N_{k,l}$ son variables aleatorias gaussianas, estadísticamente independientes, con media cero y desviación estándar de uno, mientras que $g(\mathbf{Q}_{||})$ representa la densidad espectral de potencia de las alturas de la superficie.

La metodología para generar la superficie describe a continuación:

1. Se genera una matriz compleja de variables aleatorias gaussianas de $M \times M$ puntos $(\frac{1}{\sqrt{2}}(M_{k,l} + iN_{k,l}))$. En la Figura 65(a) se muestra el módulo de una realización de números aleatorios.
2. Se escoge la función de correlación de alturas de la superficie $W(|\mathbf{x}_{||}|)$ y su correspondiente espectro de potencia $g(\mathbf{Q}_{||})$. Para el caso de superficies gaussianas, la densidad espectral de potencia $g(\mathbf{Q}_{||})$ está dada por la ecuación (82) y se ilustra en la Figura 65(b).
3. Se multiplican las matrices $\frac{1}{\sqrt{2}}(M_{k,l} + iN_{k,l}) \cdot g^{1/2}(\mathbf{Q}_{||})$. El módulo de esta multiplicación se muestra en la Figura 65(c).
4. Se aplica la FFT en dos dimensiones a la matriz cuya imagen es mostrada en la Figura 65(c).
5. El perfil de la superficie $\zeta(\mathbf{x}(m, n))$ se obtiene al conservar la parte real de la matriz resultante de aplicar la FFT y dividirla por la constante de normalización. En la Figura 65(d) se presenta un mapa de las alturas de la superficie aleatoria obtenida mediante este procedimiento.

En la Figura 66 se muestran mapas de alturas de superficies bidimensionales aleatorias generadas con el método descrito y diferentes funciones de correlación. Estas son: (a) función de correlación gaussiana con $a = 0.633 \mu m$, (b) función de correlación exponencial negativa con $a = 0.633 \mu m$ y $f_c = 1.5/a$, (c) función de correlación $\sin x/x$ con $a = 0.633 \mu m$, y (d) función de correlación $(\sin x/x)^2$ con $a = 0.633 \mu m$ y $f_c = 1.5/a$. En todos los casos $\delta = 0.633 \mu m$.

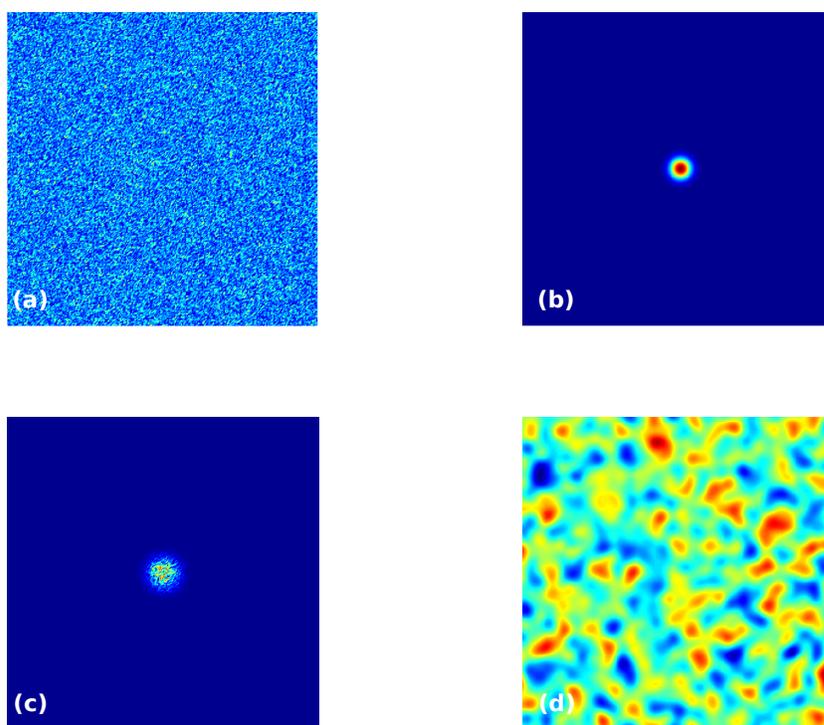


Figura 65: Metodología empleada para generar superficies con el método espectral. La superficie tiene una función de correlación gaussiana con $a = 0.633 \mu m$ y $\delta = 0.633 \mu m$.

6.2.2. Fabricación de pantallas aleatorias de fase con impresoras 3D

Las superficies se fabricaron utilizando una impresora 3D (Form +1). Para ello, fue necesario discretizar los perfiles generados numéricamente mediante el procedimiento descrito en el apéndice B.

En la figura 67 se muestran fotografías de superficies unidimensionales cuyo perfil se generó siguiendo un procedimiento similar al aquí descrito Maradudin *et al.* (1990). Se utilizaron tres diferentes funciones de correlación, que son: (a) gaussiana, (b) $\sin x/x$ y (c) exponencial negativa. En todos los casos $a = 1 mm$ y $\delta = 1 mm$ y la frecuencia de corte para la superficie con función de correlación exponencial negativa es $f_c = 1.5/a$. Las dimensiones de las superficies son de $40 mm \times 40 mm$.

Asimismo, en la Figura 68 se presentan imágenes de los perfiles de las superficies fabricadas y se comparan con los perfiles generados numéricamente (líneas verdes). De las imágenes se puede observar que, para las superficies con función de correlación gaussiana y función de correlación $\sin x/x$, existe una buena concordancia entre los perfiles

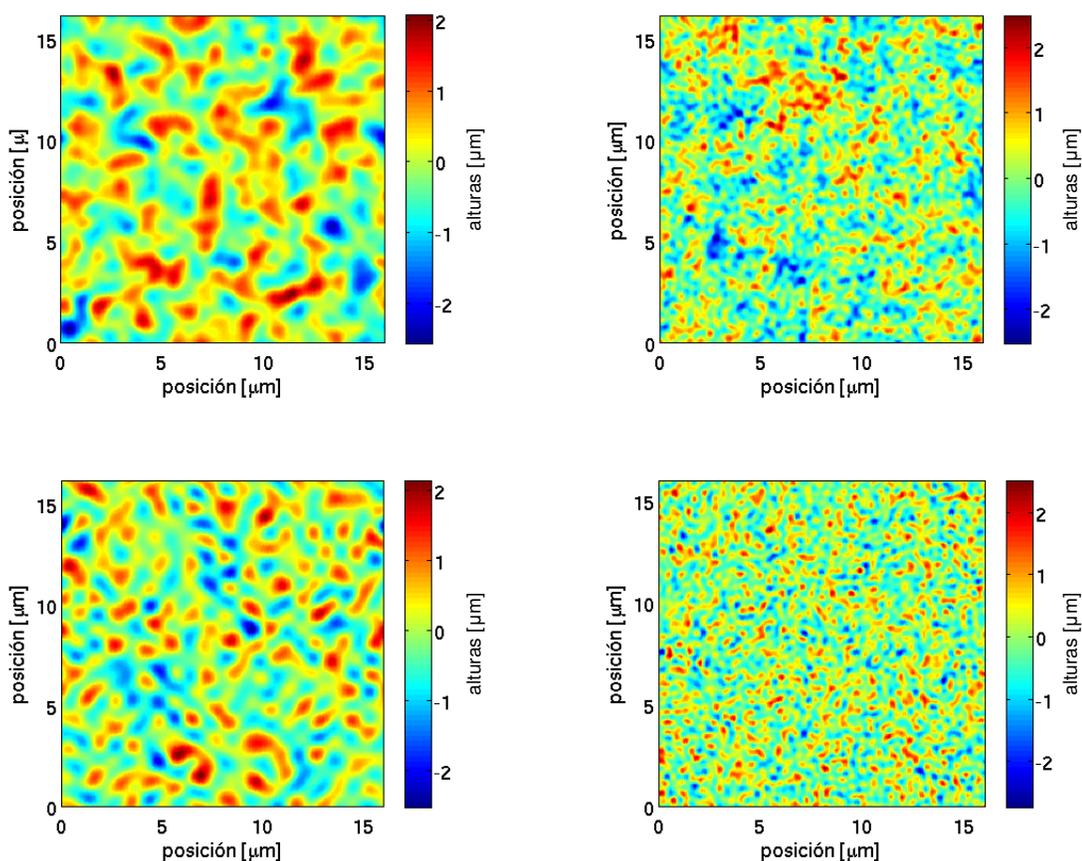


Figura 66: Superficies aleatorias bidimensionales con diferentes funciones de correlación: (a) función de correlación gaussiana $a = 0.633 \mu m$, (b) función de correlación exponencial negativa con $a = 0.633 \mu m$ y $f_c = 1.5/a$, (c) función de correlación $\sin x/x$ con $a = 0.633 \mu m$, y (d) función de correlación $(\sin x/x)^2$ con $a = 0.633 \mu m$ y $f_c = 1.5/a$. En todos los casos $\delta = 0.633 \mu m$.

numéricos y los fabricados con la impresora. Sin embargo, para la superficie con función de correlación exponencial negativa, vemos que la impresora no es capaz de reproducir el detalle fino del perfil.

También se fabricaron superficies bidimensionales cuyo perfil constituye una realización de un proceso aleatorio gaussiano con función de correlación gaussiana. En la Figura 69 se muestran fotografías para una superficie de $50 mm \times 50 mm$ con $a = 1 mm$ y $\delta = 1 mm$. En la Figura 70 se presentan imágenes del perfil de la superficie fabricada y se comparan con el perfil generado numéricamente (líneas verdes). Se puede observar que existe una buena concordancia entre los perfiles numéricos y los fabricados con la impresora.

Los resultados muestran que es posible utilizar impresoras 3D para fabricar pantallas

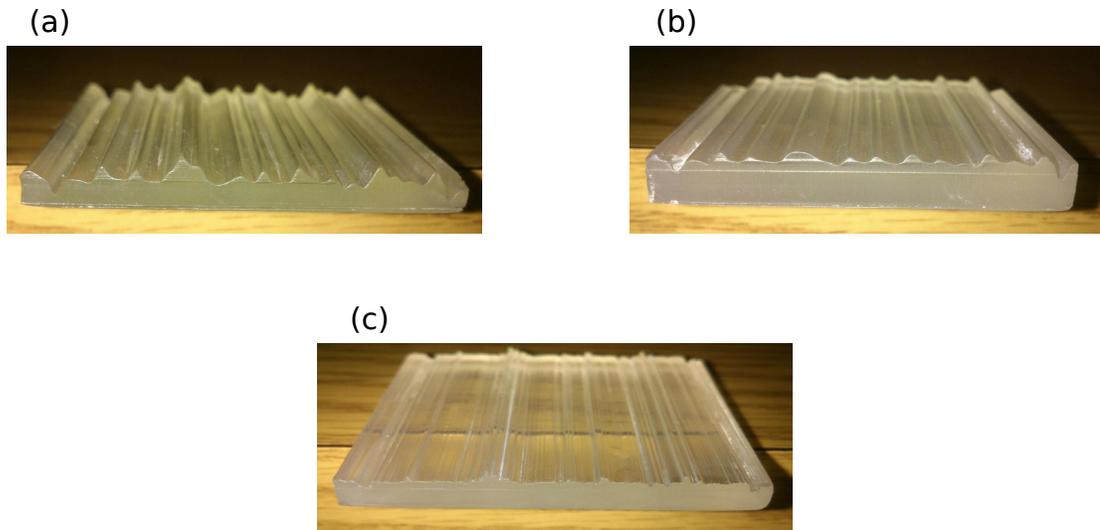


Figura 67: Fotografías de superficies unidimensionales descritas por un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es (a) gaussiana (b) $\sin x/x$ y (c) exponencial negativa. La longitud de correlación (a) es igual a la desviación estándar de alturas $\delta = 1$ mm.

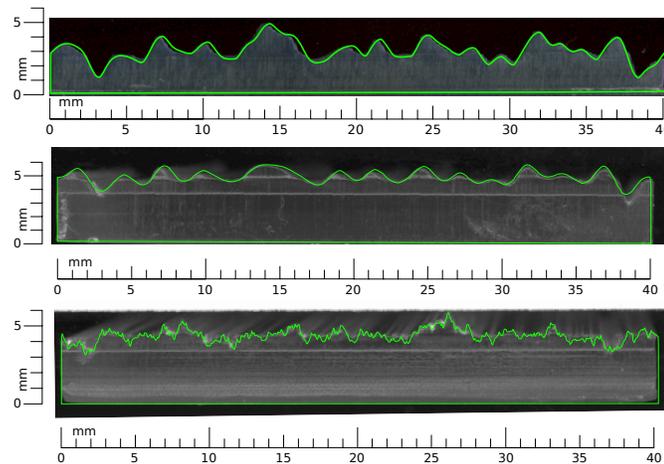


Figura 68: Fotografías de superficies unidimensionales cuyo perfil constituye un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es (a) gaussiana con $a = \delta = 1$ mm, (b) $\sin x/x$ con $a = \delta = 1$ mm y (c) exponencial negativa con $a = \delta = 1$ mm y $f_c = 1.5/a$. La desviación estándar de pendientes es $\delta_d = \sqrt{2}$.

de fase con estadísticas gaussianas y diferentes funciones de correlación. Vale la pena señalar que la desviación estándar de pendientes de las superficies es de $\delta_d = \sqrt{2}$, por lo que las pendientes superficiales son grandes. Es importante mencionar que es difícil fabricar superficies con pendientes tan grandes con los métodos tradicionales (fotolitografía, esmerilado, etc). Por otro lado, también es importante mencionar que, debido a la resolución de la impresora, existen limitaciones con los diseños que pueden ser impre-



Figura 69: Fotografías de una superficie bidimensional cuyo perfil es descrito por un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es gaussiana. La longitud de correlación (α) es igual a la desviación estándar de alturas $\delta = 1$ mm.

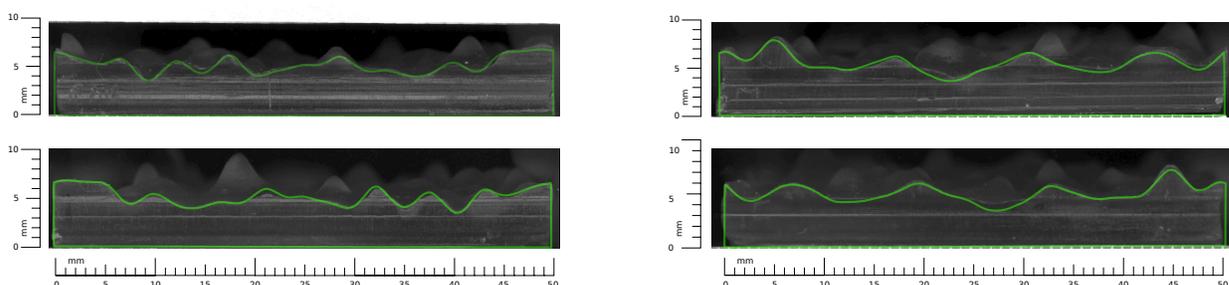


Figura 70: Fotografías de superficies bidimensionales descritas por un proceso aleatorio gaussiano. La función de correlación es gaussiana. La longitud de correlación (α) es igual a la desviación estándar de alturas $\delta = 1$ mm.

sos. Por el momento, sólo fue posible fabricar superficies con longitudes de correlación y desviaciones estándar que están en el orden de milímetros.

Hasta hoy en día, no existen teorías para estudiar el esparcimiento de luz en superficies rugosas dieléctricas con pendientes grandes ($\delta_d \geq 1$), por lo que la fabricación de estas superficies podría ayudar a probar nuevas teorías y estudiar nuevos fenómenos físicos.

6.3. Resumen y conclusiones parciales

En este capítulo se presentó el diseño y fabricación de difusores aleatorios con características especiales de esparcimiento utilizando impresoras tridimensionales (3D). En particular, se abordó el diseño y fabricación de difusores que producen una distribución de intensidad uniforme dentro de un intervalo angular y no producen luz esparcida fuera de éste. Antes de su fabricación, los difusores fueron evaluados por medio de simulaciones

numéricas y un SML. Los resultados indican que la metodología de diseño es adecuada. Aunque limitados por la resolución de las impresoras, los resultados constituyen una prueba del concepto.

Asimismo, con esta misma técnica de fabricación, se exploró la posibilidad de fabricar superficies con estadísticas idealizadas que se pueden usar para probar teorías de esparcimiento.

Capítulo 7. Diseño de superficies resonantes que funcionan como espejos dieléctricos

Recientemente, el desarrollo de nuevas técnicas de fabricación a escalas nanométricas ha motivado el diseño de dispositivos ópticos novedosos, creando así una nueva área de investigación que ha sido objeto de gran interés por parte de la comunidad científica; la llamada nano-óptica o nanofotónica. Entre los desarrollos recientes se encuentra el diseño de elementos ópticos basados en rejillas de silicio con periodos de sublongitud de onda (SWG, por sus siglas en inglés). Se ha encontrado que, bajo ciertas condiciones, estas estructuras funcionan como espejos de alta reflectividad en una región relativamente ancha del infrarrojo cercano. Dado que en dicha región el silicio se comporta como un dieléctrico transparente, las pérdidas que se presentan son bajas.

Los espejos dieléctricos basados en SWG presentan algunas diferencias y ciertas ventajas con respecto a los espejos metálicos y a los espejos dieléctricos convencionales. Comúnmente, los espejos dieléctricos están basados en reflexiones tipo Bragg y, para lograr altas reflectividades, es necesario depositar un apilamiento o “stack” de películas delgadas, lo cual es un proceso complicado y relativamente costoso.

El diseño de SWG que funcionan como espejos dieléctricos ha sido abordado en la literatura por varios autores (Mateus *et al.*, 2004; Ricciardi *et al.*, 2010; Zheng *et al.*, 2014). Sin embargo, por ahora todos los trabajos se centran en el diseño y optimización de la rejilla para maximizar su reflectividad, sin explorar su potencial en otro tipo de aplicaciones. Se ha argumentado que la alta reflectividad en estas rejillas se debe a un fenómeno que se ha llamado resonancia de modo guiado (Magnusson y Shokooh-Saremi, 2008; Karagodsky *et al.*, 2010), pero no se han discutido mucho los mecanismos físicos microscópicos que producen la alta reflectividad. Las investigaciones recientes sobre la excitación de resonancias de tipo dipolar magnético en estructuras dieléctricas con alto contraste de índices, hacen pensar que en estas estructuras de silicio es posible excitar tanto resonancias eléctricas como magnéticas. Esto, entre otras cosas, abriría la posibilidad de diseñar espejos dieléctricos magnéticos.

Los espejos magnéticos presentan diferencias importantes con respecto a los espejos

convencionales (como los espejos metálicos) (Liu *et al.*, 2014). Quizás, la más importante es que el campo eléctrico reflejado no experimenta un cambio de fase de π con respecto al campo eléctrico incidente (ver Figura 71) y, por lo tanto, el campo eléctrico en la frontera es diferente de cero (Jackson, 1975). Esto puede ser aprovechado para reforzar efectos de superficie y amplificar el campo a nivel local; esto resulta especialmente interesante si el espejo se desea usar como sustrato para algún tipo de excitación óptica. Por ejemplo, si se coloca un dipolo cerca de la superficie de un espejo magnético, la interacción entre la onda incidente y la onda reflejada hace que el dipolo puede emitir o absorber luz de manera más eficiente que en un espejo convencional. Es por ello que los espejos magnéticos resultan buenos candidatos para la realización de estudios de fluorescencia u otras técnicas de espectroscopia de superficie, como el SERS (Surface-enhanced Raman spectroscopy) y el SEIRAS (Surface-enhanced infrared absorption spectroscopy).

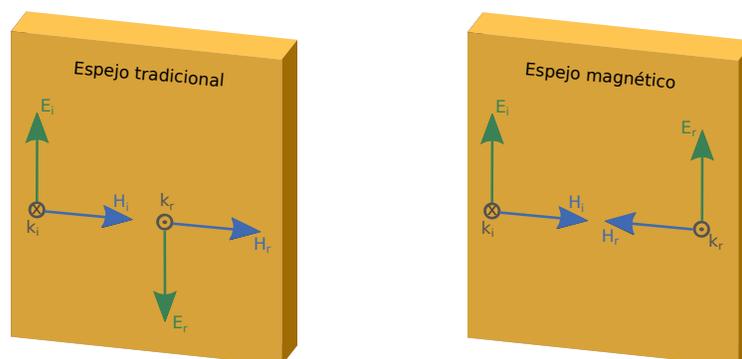


Figura 71: Cambios de fase del campo después de una reflexión (a) espejo convencional (b) espejo magnético.

En este capítulo, se presenta el diseño y la evaluación del desempeño de rejillas con periodos de sublongitud de onda que funcionan como espejos dieléctricos de banda ancha para el infrarrojo cercano y la parte visible del espectro electromagnético. Uno de los objetivos de este estudio es ver si en algún intervalo de longitudes de onda estas estructuras se comportan como espejos magnéticos. Además, es interesante explorar si la alta reflectividad se origina por resonancias de tipo eléctrico o magnético.

7.1. Diseños de dispositivos basados en resonancias de modo guiado

El modo de operación de la rejilla está basado en un fenómeno conocido como resonancia de modo guiado (GMR, por sus siglas en inglés). Los GMR son básicamente

modos radiativos (modos con fuga o “leaky modes”) de una guía de onda que son acoplados y desacoplados a través de una rejilla de difracción (Wang y Magnusson, 1993). En este caso, la SWG se comporta, a la vez, como guía de onda (medio efectivo) y rejilla de difracción. Esto se ilustra en la Figura 72.

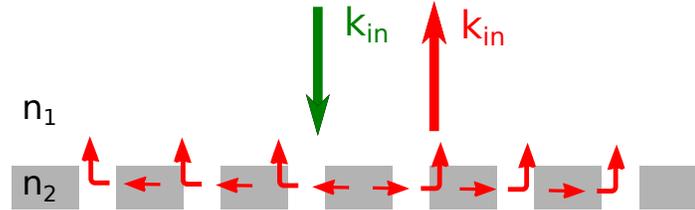


Figura 72: Resonancias de modo guiado.

La resonancia ocurre cuando un haz de luz ilumina la SGW. Como consecuencia, parte de la luz es transmitida y reflejada especularmente, y la otra parte es difractada. Si las condiciones son apropiadas, la luz difractada se puede acoplar a la guía de onda. Sin embargo, así como se puede acoplar, también se puede desacoplar, y la luz acoplada y difractada interfiere con la luz transmitida y reflejada en la dirección especular. Si las condiciones son adecuadas, la luz difractada interferirá destructivamente con la luz transmitida y toda la luz será reflejada. El ancho espectral de esta resonancia depende de la profundidad de la rejilla y del factor de llenado (Rosenblatt *et al.*, 1997).

Para excitar resonancias de modo guiado en una SWG es necesario establecer los parámetros físicos requeridos para maximizar, por ejemplo, la reflectancia. El problema de diseño consistirá en determinar el periodo, el factor de llenado y la profundidad de la rejilla.

El índice de refracción efectivo \tilde{n} se puede obtener de la teoría de medio efectivo (Wang y Magnusson, 1993). Para placas plano paralelas y polarización s tenemos que (Nakamura *et al.*, 2005)

$$\tilde{n}_s = (fn_2^2 + (1-f)n_1^2)^{1/2}, \quad (128)$$

mientras que para polarización p ,

$$\tilde{n}_p = (fn_2^{-2} + (1-f)n_1^{-2})^{-1/2}. \quad (129)$$

Aquí, la variable f representa es el factor de llenado de la rejilla.

El periodo de la SGW se encuentra a partir de la constante de propagación de los modos de la guía de onda y de la ecuación de la rejilla. La constante de propagación de los modos de una guía de onda plana dieléctrica (Figura 73) puede ser escrita como (Saleh y Teich, 2013)

$$\beta_m = \tilde{n}k_0 \cos \theta_m, \quad (130)$$

donde m es el orden del modo, \tilde{n} es el índice de refracción del núcleo y θ_m es el ángulo del modo.

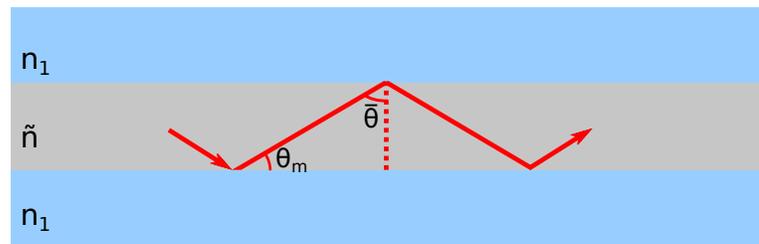


Figura 73: Guía de onda plana dieléctrica.

La ecuación de la rejilla está dada por

$$n_1 \sin \theta_0 - \tilde{n} \sin \theta_D = j \frac{\lambda}{\Lambda} \quad (131)$$

donde j es el orden difractado, Λ es el periodo de la rejilla, n_1 es el índice de refracción del medio de incidencia, \tilde{n} es el índice de refracción efectivo del medio donde se difracta el orden, θ_0 es el ángulo de incidencia y θ_D es el ángulo del orden difractado.

Para excitar una resonancia de modo guiado, un orden difractado debe ser acoplado a un modo de la guía de onda (ver Figura 74). Esto sólo se logra cuando la constante de propagación del modo (β_m) es igual a la constante de propagación del orden difractado. Es decir, cuando $\cos \theta_m = \sin \theta_D$, por lo que reescribiendo la ecuación anterior se tiene que

$$k_0 n_1 \sin \theta_0 - \beta_m = j \frac{2\pi}{\Lambda}. \quad (132)$$

Considerando ahora el caso de incidencia normal ($\theta_0 = 0^\circ$) y acoplamiento a la guía por difracción en los primeros órdenes; es decir, que $j = \pm 1$. Tenemos entonces que el

periodo de la rejilla (Λ) viene dado por

$$\Lambda = \pm \frac{2\pi}{\beta_m}. \quad (133)$$

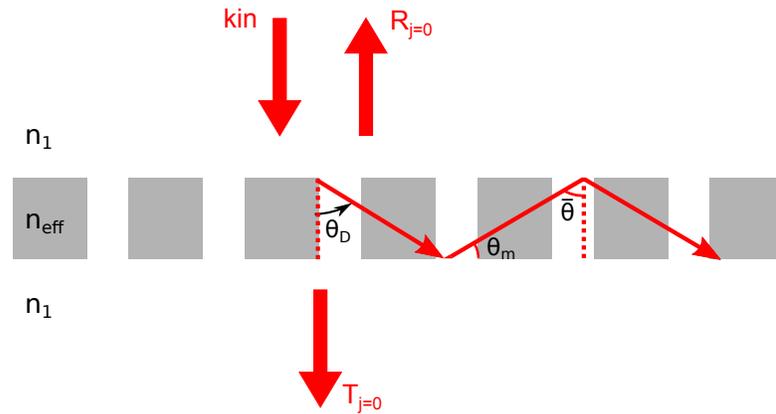


Figura 74: Estructura para excitar resonancias de modo guiado.

Otro de los parámetros a determinar es la profundidad (t) de la SWG. Ésta se puede encontrar con el número de modos que puede propagar la guía, que está dado por (Saleh y Teich, 2013)

$$M \doteq \frac{2t}{\lambda} (\tilde{n}^2 - n_1^2)^{1/2}. \quad (134)$$

Esto es para ambas polarizaciones. Tomando sólo el modo fundamental $M = 1$, se tiene que la profundidad de la rejilla viene dada por

$$t = \frac{\lambda}{2\sqrt{\tilde{n}^2 - n_1^2}}. \quad (135)$$

7.2. Metodología de diseño de la SWG

En la sección anterior se mostraron ecuaciones sencillas que permiten determinar parámetros apropiados para acoplar luz a la SGW y, con esto, poder excitar resonancias de modo guiado. A partir de estas ecuaciones se encontraron parámetros de la SWG, como el periodo de la rejilla, su profundidad y el índice de refracción efectivo.

A continuación describimos la metodología empleada para diseñar las rejillas. Lo pri-

mero es establecer la longitud de onda o la región del espectro electromagnético en que se desea trabajar. Posteriormente, se escoge un material dieléctrico de alto índice de refracción con baja absorción. Después, se propone el factor de llenado (f) de la SWG y se calcula el índice de refracción efectivo (\tilde{n}), que depende de la polarización de la onda incidente (ecuaciones (128) y (129)). Una vez obtenido el \tilde{n} se calcula el periodo de la rejilla (Λ), con base en la ecuación (133). Finalmente, con la ecuación (135) se calcula la profundidad de la rejilla (t).

Es importante señalar que la profundidad de la rejilla (t) debe ser optimizada para sintonizar la resonancia en la longitud de onda de diseño. Esto se debe a que la teoría del medio efectivo utilizada es muy simple (y aproximada) y a que la profundidad dada por la ecuación (135) considera que $\theta_m = 0^\circ$, lo cual no siempre es realista. Sin embargo, la profundidad obtenida con esta ecuación representa un buen punto de partida para encontrar el valor óptimo.

Como se mencionó anteriormente, una parte fundamental de la etapa de diseño es elegir un material dieléctrico de alto índice. Esto debido a que el índice de refracción efectivo (\tilde{n}) debe ser mayor que el del medio de incidencia (n_1). Para el infrarrojo cercano se utilizó silicio debido a que a frecuencias ópticas este material tiene un comportamiento dieléctrico y a que para $\lambda \geq 1 \mu m$, la parte imaginaria del índice de refracción es prácticamente cero. En la Figura 75(a) se muestra la parte real del índice de refracción del silicio en la región $1 \mu m \leq \lambda \leq 2.5 \mu m$ (Tatian, 1984; Green y Keevers, 1995). Para el diseño de estructuras en la región visible del espectro se consideró dióxido de titanio (TiO_2), ya que en dicha región tiene un índice bastante alto y la absorción es baja (DeVore, 1951). El comportamiento del índice de refracción del TiO_2 como función de la longitud de onda se muestra en la Figura 75(b).

7.3. Evaluación numérica de los diseños

En esta sección se presentan diseños de SWG que funcionan como espejos dieléctricos de banda ancha para la región visible del espectro e infrarrojo cercano. Los diseños se evaluaron numéricamente con el método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD, por sus siglas en inglés). Este método se describe brevemente en el Apéndice C.

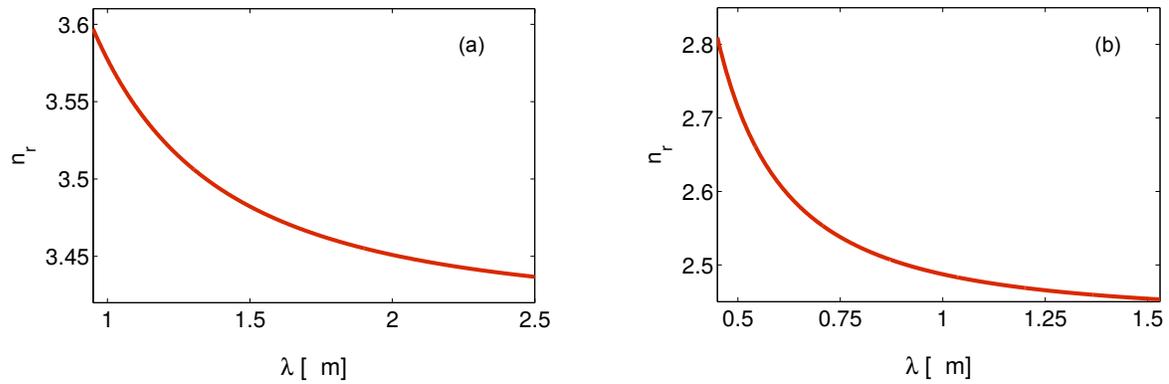


Figura 75: (a) Índice de refracción del silicio en la región $1 \mu m \leq \lambda \leq 2 \mu m$. (b) Índice de refracción del TiO_2 en la región $0.43 \mu m \leq \lambda \leq 1.5 \mu m$.

7.3.1. Rejilla de silicio con periodo de sublongitud de onda suspendida en aire

El primer diseño que se evaluó fue el de una SWG de silicio, invariante en una dirección y suspendida en aire. La longitud de onda del diseño fue $\lambda = 1060 \text{ nm}$, el periodo de la rejilla es $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$. Para la simulación se utilizó un muestreo $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 5 \text{ nm}$, $\Delta_t = 0.118 \text{ ps}$ y el número de iteraciones en el tiempo fue $N_{it} = 50000$. Se consideró iluminación por medio de una onda plana con una polarización p e incidencia normal. La geometría considerada se muestra en la Figura 76. Cabe señalar que, como el periodo es de sublongitud de onda, solamente debe aparecer el orden cero de difracción; es decir, que la luz es reflejada y transmitida solamente a lo largo de la normal a la superficie.

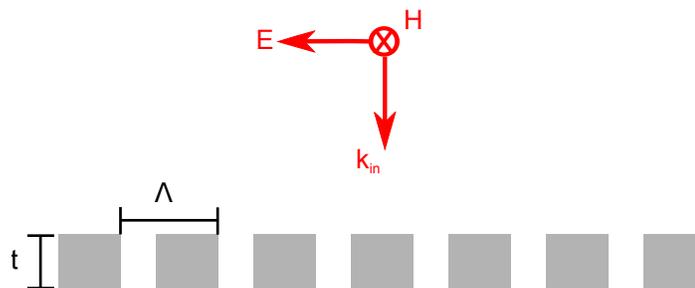


Figura 76: Geometría del sistema. El periodo de la rejilla es $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad de la rejilla $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$. El medio de incidencia es aire. La rejilla es iluminada con una onda plana con polarización p cuyo vector de propagación es normal a la superficie.

En la Figura 77 se muestran curvas de reflectividad, transmisividad y absorción del diseño propuesto. Se puede observar que la SWG presenta una alta reflectividad ($R \geq$

0.95) en el intervalo de $0.95 \mu\text{m}$ a $1.54 \mu\text{m}$.

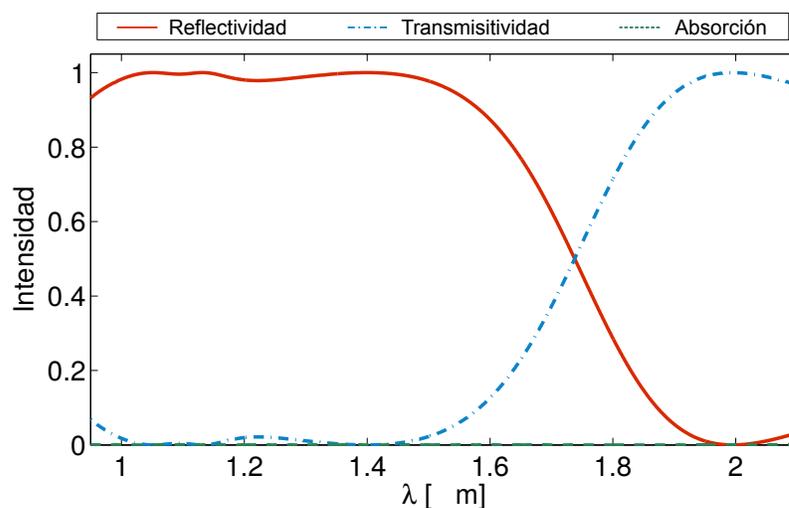


Figura 77: Reflectividad y transmisividad para polarización p en función de la longitud de onda. La SWG tiene un periodo $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$.

Como se mencionó anteriormente, una de las motivaciones de este estudio, es conocer si la SWG se comporta como un espejo magnético. Sin embargo, de las curvas presentadas en la Figura 77 no es posible determinar esta cuestión. Una manera de abordar el problema consiste en evaluar la fase de la onda reflejada por la SWG y compararla con la fase de la onda reflejada por un espejo de oro. Esto se muestra en la Figura 78.

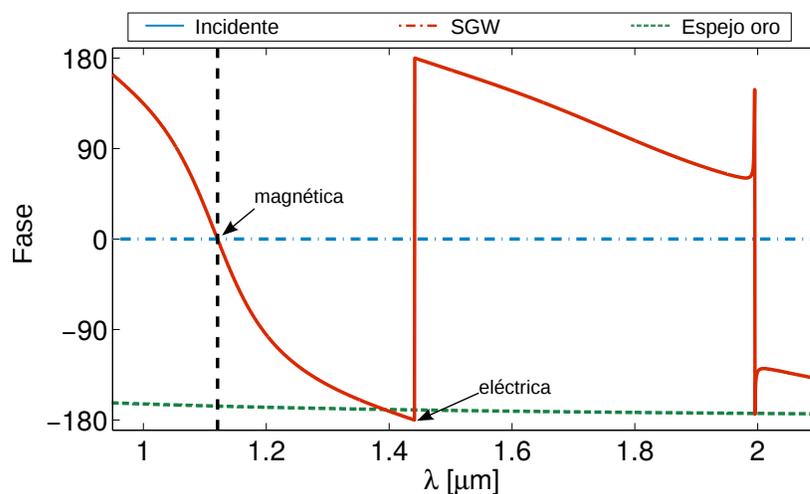


Figura 78: Fase de la onda incidente (línea azul) y de las ondas reflejadas por la SWG (línea roja) y por una superficie de oro (línea verde).

Se observa que la onda reflejada por el espejo de oro presenta un defase de casi

180° con respecto a la onda incidente para todas las longitudes de onda. Esto no es sorprendente, ya que los espejos basados en materiales con buena conductividad eléctrica invierten la fase de la onda reflejada. Para un conductor perfecto, por ejemplo, el campo eléctrico debe ser cero sobre la superficie, por lo que las ondas incidentes y reflejadas deben tener signo opuesto; es decir, $E_r = -E_{in}$. Por otra parte, se observa que en $\lambda = 1.121 \mu m$, la onda reflejada por la SGW no experimenta un cambio de fase con respecto a la onda incidente. Un punto a destacar es que la reflectividad para esta longitud de onda es uno ($R=1$), por lo que la SWG se comporta como un conductor magnético perfecto (PMC, por sus siglas en inglés).

Con el fin de validar esta conclusión se calculó la impedancia de la superficie. La idea es verificar si la estructura se comportaba como una superficie de alta impedancia (HIS, por sus siglas en inglés) en la región espectral de interés. En dicho caso, la componente tangencial del campo magnético es pequeña, y la onda incidente se refleja con la misma fase, adoptando el comportamiento de un PMC. El comportamiento de conductor magnético de las superficies de alta impedancia hace que las corrientes paralelas a la superficie estén en fase con las corrientes originales, favoreciendo el hecho de que el campo eléctrico sea más intenso en la superficie.

La impedancia de un medio o un material se define como

$$Z = \frac{\mu}{\epsilon}, \quad (136)$$

donde μ es la permeabilidad magnética y ϵ es la permitividad eléctrica. Los coeficientes de reflexión pueden ser escritos en términos de la impedancia y, para el caso de incidencia normal, se puede escribir que

$$r = \frac{Z - 1}{Z + 1}. \quad (137)$$

Para tener un espejo perfecto ($R=1$) se tiene dos posibilidades. La primera es $Z \rightarrow 0$, que corresponde al caso de un espejo convencional, y la otra, es el caso de un espejo magnético, para el cual $Z \rightarrow \infty$, que corresponde al caso $\mu \gg \epsilon$.

La impedancia de una oblea o "slab" se puede obtener a través de los coeficientes de reflexión y transmisión. Para esto, se supone que la película está suspendida en aire

por congruencia con la geometría considerada que tenemos, de incidencia normal. La impedancia puede entonces ser escrita como (Smith *et al.*, 2002; Zhou *et al.*, 2016)

$$Z_{eff} = \pm \frac{\sqrt{(1+r)^2 - t^2}}{\sqrt{(1-r)^2 - t^2}}, \quad (138)$$

donde r y t son los coeficientes de reflexión y transmisión.

Sustituyendo los coeficiente de reflexión y transmisión obtenidos con la simulación numérica en el ecuación (138) se calculó la impedancia de la SGW. Los resultados se muestran en la Figura 79.

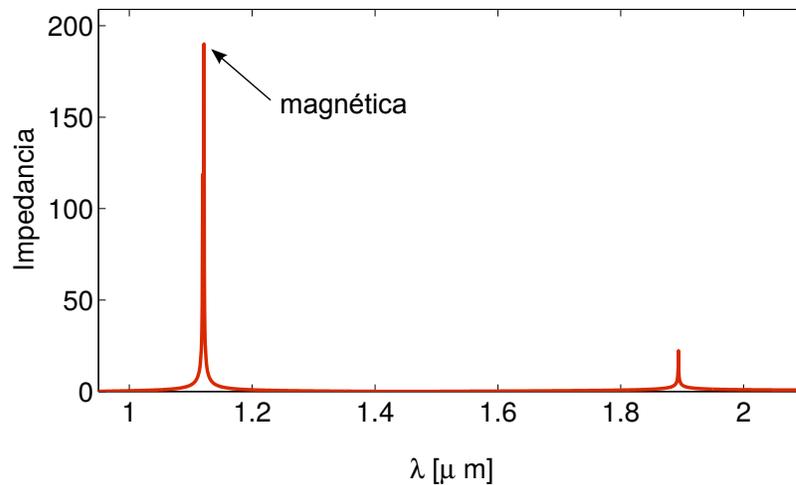


Figura 79: Impedancia de la SGW a incidencia normal. La SWG tiene un periodo $\Lambda = 590$ nm, la profundidad $t = 335$ nm y el factor de llenado $f = 0.75$.

De la Figura 79 se observa que la SWG tiene una alta impedancia en $\lambda = 1121.6$ nm. Esto valida la conjetura de que la superficie se comporta como un espejo magnético perfecto para esta longitud de onda. Además, vale la pena señalar que para $\lambda = 1451.2$ nm la superficie se comporta como un conductor eléctrico perfecto (PEC, por sus siglas en inglés).

Otra forma de visualizar el comportamiento de la SWG como un PMC, es a través de los mapas de campo cercano. Se realizaron simulaciones numéricas para generar mapas de la intensidad del campo cercano a la SGW y a una superficie de oro (utilizada como referencia). Los resultados se muestran en la Figura 80. Se observa que los patrones de interferencia están corridos entre sí, por medio periodo, por lo que la onda reflejada por la

SWG está en fase con el campo incidente. Estos resultados concuerdan con los cálculos mostrados en las Figuras 78 y 79. Por otro lado, vale la pena hacer notar que, en el caso de la SGW, el campo eléctrico en la superficie ($z=0$) es diferente de cero. Asimismo, de las escalas de intensidad de estos dos mapas, vemos que la intensidad del campo eléctrico es mucho mayor a esta longitud de onda. Estos resultados confirman que, al menos en $\lambda = 1121.6 \text{ nm}$ la SWG funciona como un espejo magnético casi perfecto.

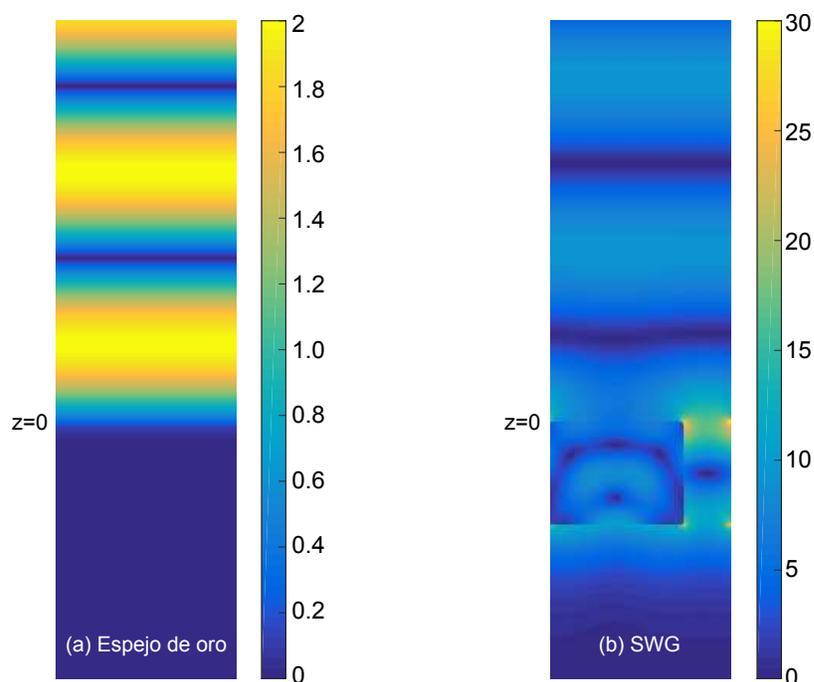


Figura 80: Mapas de campo cercano de la SWG y una superficie de oro para una $\lambda = 1121.6 \text{ nm}$. La SWG tiene un periodo $\Lambda = 590 \text{ nm}$, la profundidad $t = 335 \text{ nm}$ y el factor de llenado $f = 0.75$

Es importante mencionar que no es posible identificar la naturaleza de la resonancia del mapa de campo cercano. Sin embargo, parece ser que el comportamiento magnético de la SWG a esa longitud de onda se debe a un acoplamiento entre las resonancias de los bloques de silicio más que a una resonancia magnética.

7.3.2. Diseño realista para el infrarrojo cercano

El diseño presentado anteriormente es una estructura poco realista, pues los bloques de silicio están suspendidos en aire. Por tal motivo, se decidió explorar configuraciones más relevantes desde el punto de vista práctico.

Con la idea de facilitar la fabricación, se basó el diseño en un sustrato SOI (silicon

on insulator) que es ampliamente utilizado en fotónica de silicio y puede encontrarse comercialmente con facilidad.

Utilizando litografía óptica o de haz de electrones y técnicas de erosión iónica, se pueden generar estructuras como la mostrada en la Figura 81. Ahora la SGW se encuentra entre dos dieléctricos con diferentes índices de refracción, por lo que los parámetros de diseño se deben modificar respecto al caso anterior. Para este caso, escogemos un periodo $\Lambda = 635\text{nm}$, un factor de llenado $f = 0.7$ y una profundidad de la rejilla $t = 400\text{nm}$. El problema electromagnético consiste, básicamente, en un problema de tres interfaces. La primer interfaz corresponde a un medio semi-infinito de silicio, la segunda interfaz corresponde a una película de dióxido de silicio cuyo espesor es de $2\ \mu\text{m}$ y la tercera interfaz corresponde a la SWG. La geometría se muestra en la Figura 81. La simulación numérica se llevó a cabo utilizando un muestreo $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 5\ \text{nm}$, $\Delta_t = 0.118\ \text{ps}$ y el número de iteraciones en el tiempo fue $N_{it} = 100000$. La rejilla se iluminó con una onda plana con una polarización p y sólo se consideró el caso de incidencia normal.

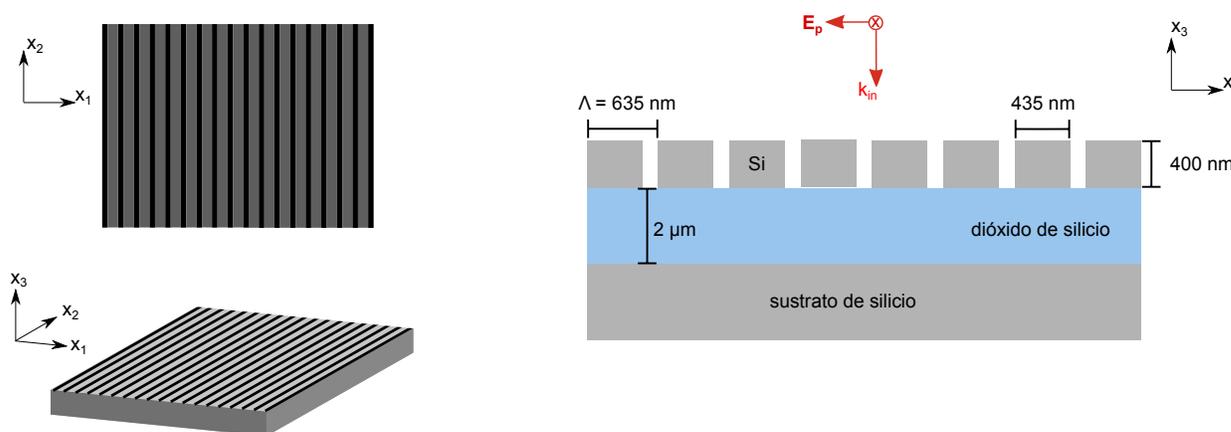


Figura 81: Geometría del diseño. El periodo de la rejilla es $\Lambda = 635\ \text{nm}$ y la profundidad de la rejilla $t = 400\ \text{nm}$.

En la Figura 82 se muestra las curvas de reflectancia y transmitancia en función de la longitud de onda. Se observa que la estructura se comporta como un espejo perfecto ($R = 1$) en la región $1.18\ \mu\text{m} \leq \lambda \leq 1.6\ \mu\text{m}$. Esto muestra que es posible diseñar SGW que presenten una alta reflectividad considerando un sustrato.

Con el fin de encontrar la longitud de onda a la cual la superficie se comporta como

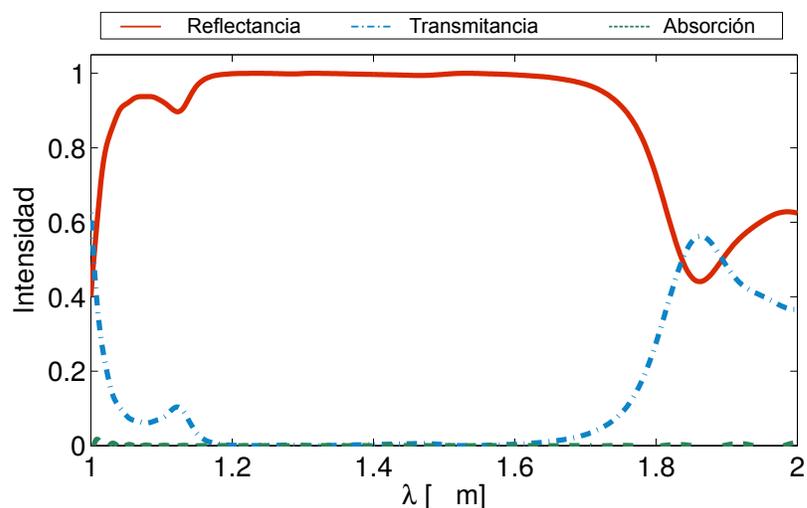


Figura 82: Reflectividad y transmitividad en función de la longitud de onda. La rejilla tiene un $\Lambda = 635 \text{ nm}$, una profundidad de $t = 400 \text{ nm}$ y un factor de llenado $f = 0.7$. La superficie se iluminó con polarización p .

un espejo magnético, se calculó la fase de la onda reflejada y se comparó con la fase de la onda incidente. Asimismo, se calculó la fase de la onda reflejada por un espejo de oro, el cual se utilizó como referencia. Los resultados se muestran en la Figura 83.

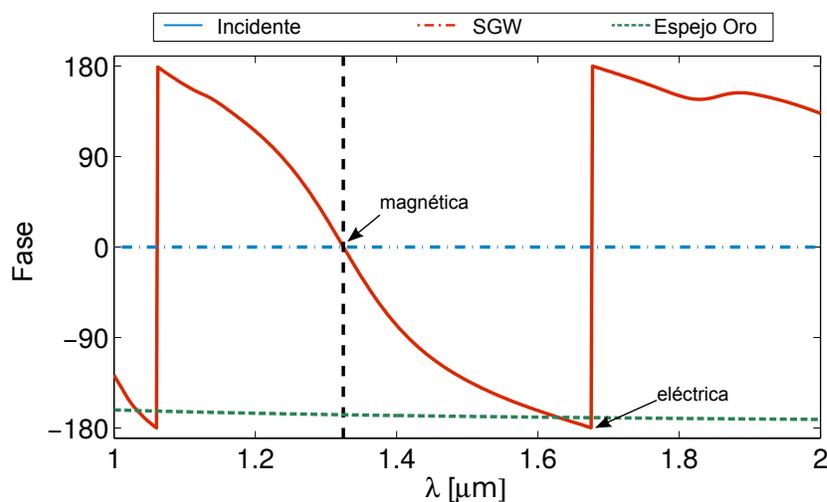


Figura 83: Fase de la onda incidente (azul) y de las ondas reflejadas por la metasuperficie (rojo) y superficie de oro (verde).

Se observa que la superficie no introduce un defase en la onda reflejada en $\lambda = 1.325 \mu\text{m}$. Es decir, la estructura funciona como un espejo magnético perfecto ($R=1$) a esta longitud de onda. En cambio, se observa que la onda reflejada por el espejo de oro sufre un defase de π con respecto a la onda incidente para todas las longitudes de onda. Otro

aspecto a destacar es que en $\lambda = 1675 \text{ nm}$ la superficie se comporta como espejo convencional, es decir, la onda refleja sufre un desfase de π con respecto a la onda incidente.

Estos resultados muestran que es posible diseñar superficies que se comporten como espejos magnéticos perfectos para el infrarrojo cercano. Los diseños están basados en obleas SOI que se pueden encontrar comercialmente. Dadas las dimensiones y geometría de la superficie, ésta puede ser fabricada fácilmente con litografía óptica. La ventaja de utilizar litografía óptica, en vez de litografía por haz de electrones, es que se puede grabar rejillas en un área relativamente grande (centímetros). Cabe señalar que los diseños pueden ser escalados fácilmente a otras longitudes de onda, variando el periodo y la profundidad de la rejilla.

7.3.3. Diseño para la región visible del espectro

En esta sección se presenta la evaluación de una superficie resonante que funciona como espejo dieléctrico para la parte visible del espectro electromagnético. Como ya se mencionó, se eligió dióxido de titanio (TiO_2) como material dieléctrico de alto índice. Además, se consideró un sustrato de cuarzo.

En este caso los parámetros optimizados para esta estructura son los siguientes: el periodo de la rejilla $\Lambda = 300 \text{ nm}$, el factor de llenado $f = 0.5$ y la profundidad de la rejilla $t = 225 \text{ nm}$. El problema electromagnético consiste en un problema de dos interfaces. La primer interfaz corresponde a un medio semi-infinito de cuarzo y la segunda interfaz corresponde a la SWG. La geometría se muestra en la Figura 81. Los parámetros de la simulación fueron los siguientes: se utilizó un muestreo $\Delta_x = \Delta_y = \Delta_z = 5 \text{ nm}$, $\Delta_t = 0.118 \text{ ps}$ y el número de iteraciones en el tiempo fue $N_{it} = 50000$. La rejilla se iluminó con una onda plana con una polarización p y sólo se consideró el caso de incidencia normal. El diseño de la superficie se ilustra en la Figura 84.

En la Figura 85 se muestra la reflectividad de la superficie en función de la longitud de onda. Se observa que a diferencia de la estructura diseñada para el infrarrojo, el intervalo de longitudes de onda en las cuales la reflectividad es casi uno se reduce drásticamente. Esto puede atribuirse a que el índice de refracción del TiO_2 es menor que el del silicio. Sin embargo, se puede observar que la estructura presenta una alta reflectividad ($R \geq 0.98$)

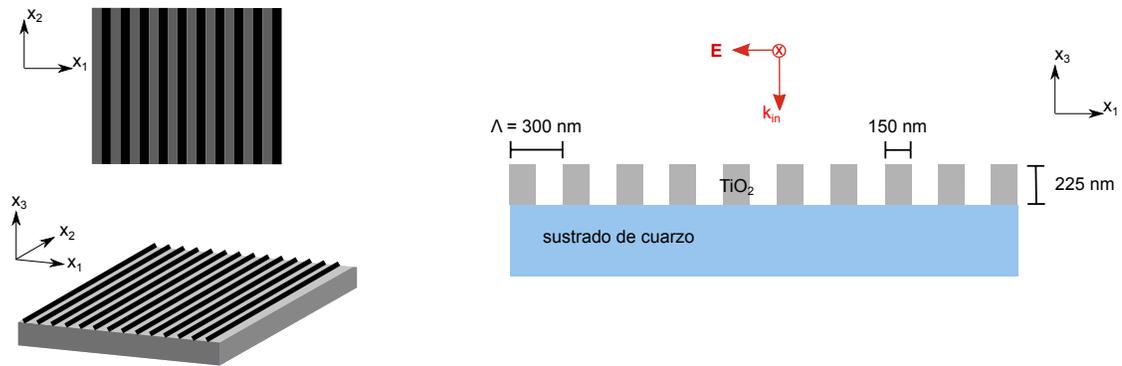


Figura 84: Geometría de la superficie. La rejilla tiene un periodo de $\Lambda = 300 \text{ nm}$, el factor de llenado $f = 0.5$, la profundidad de la rejilla $t = 225 \text{ nm}$.

en un intervalo de unos 100 nm .

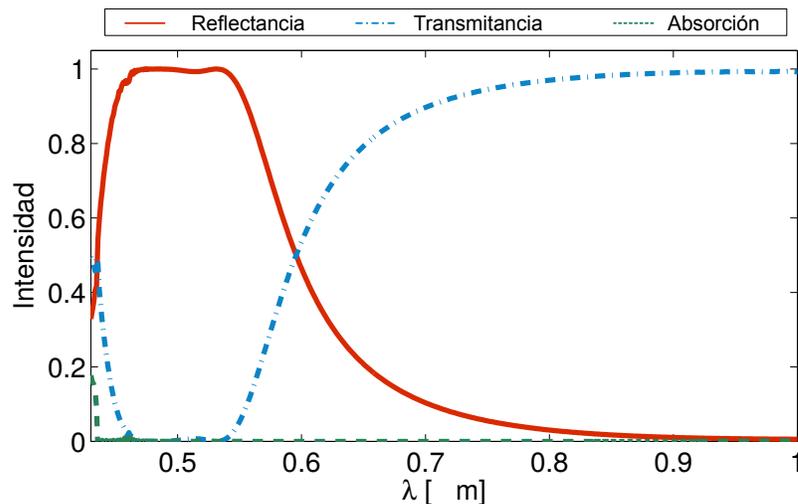


Figura 85: Reflectividad de la superficie en función de la longitud de onda. La rejilla tiene un periodo $\Lambda = 300 \text{ nm}$, el factor de llenado $f = 0.5$, la profundidad de la rejilla $t = 225 \text{ nm}$.

En la Figura 86 se muestra la fase de la onda reflejada y se compara con la fase de la onda incidente. Asimismo, se muestra la fase de la onda reflejada por un espejo de aluminio que se utiliza como referencia. En este caso, se observa que la superficie se comporta como un espejo magnético en $\lambda = 0.513 \mu\text{m}$.

Los resultados mostrados demuestran que es posible diseñar superficies que se comporten como espejos magnéticos en la región visible del espectro. Aunque es difícil fabricar una superficie con un periodo tan pequeño, esta metasuperficie puede ser fabricada con litografía óptica.

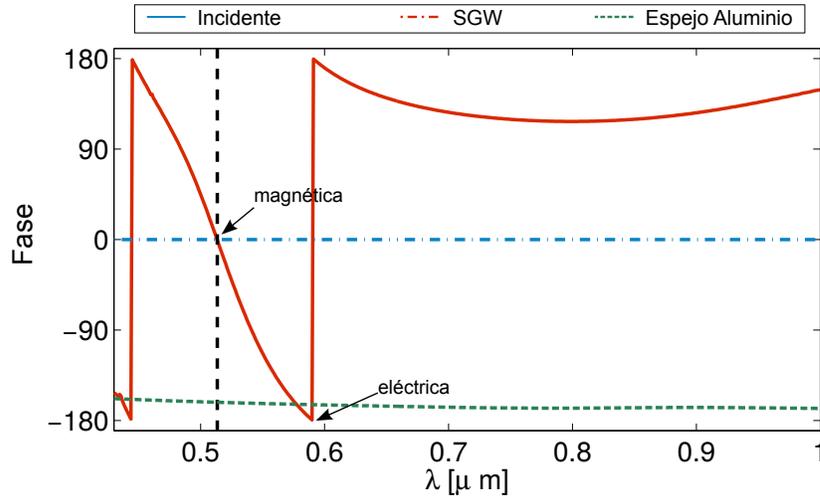


Figura 86: Fase de la onda incidente (azul) y de las ondas reflejadas por la metasuperficie (rojo) y la superficie de aluminio (verde).

7.4. Resumen y conclusiones parciales

En esta sección se mostró el diseño y evaluación de metasuperficies que basan su funcionamiento en resonancias de modo guiado. Estas metasuperficies funcionan como espejos dieléctricos de banda ancha y, además, se comportan como espejos magnéticos para una longitud onda.

Capítulo 8. Resumen y conclusiones

En esta tesis se ha presentado un estudio sobre varios aspectos novedosos o poco estudiados de la interacción de luz con superficies estructuradas, o no planas. A continuación se presenta un resumen de las aportaciones más importantes del trabajo, así como las principales conclusiones alcanzadas.

i) Reflectancia de superficies rugosas iluminadas con luz difusa

En el Capítulo 3 se presentaron los resultados de un estudio sobre el problema de la reflectancia de superficies rugosas aleatorias iluminadas con luz difusa. El capítulo contiene resultados teóricos y numéricos para superficies 1D, así como resultados experimentales con superficies 2D. A pesar de la importancia del problema en la óptica de medios no homogéneos cabe señalar que los cálculos y mediciones aquí presentados, constituyen los primeros resultados que se pueden encontrar en la literatura sobre la reflectancia en superficies rugosas aleatorias iluminadas con luz difusa.

El estudio numérico para superficies 1D está basado en el método de la ecuación integral. Uno de los objetivos del estudio fue explorar el rango de validez de los métodos numéricos y de algunas teorías aproximadas como: la aproximación de Kirchhoff (KA), la ecuación reducida de Rayleigh (RRE), la teoría de perturbativa de amplitudes pequeñas (SAPT) y la teoría perturbativa de autoconservación de energía (SEPT). Para el caso de reflectancia externa, es decir una interfaz aire-dieléctrico, se encontró que el método integral arroja resultados confiables para superficies que tienen una desviación estándar de pendientes $\delta_d \leq 0.28$. Asimismo, se encontró que las teorías SAPT y SEPT no son adecuadas para realizar cálculos de reflectancia en superficies rugosas iluminadas con luz difusa y que la KA y la RRE pueden utilizarse para este tipo de cálculos solamente dentro de un cierto intervalo de parámetros; la KA sólo es válida para superficies con $\delta_d \leq 0.23$, pero tiene también la restricción de que la longitud de correlación deber ser mucho mayor que la longitud de onda ($a \gg \lambda$). La RRE, por otro lado, no tiene esta restricción sobre a y funciona bien con superficies con $\delta_d \leq 0.14$, con la restricción de que $\delta \leq \lambda/10$. El caso de reflectancia interna, es decir, una situación en la que se ilumina la interfaz desde el medio óptico más denso, es aún más problemático, ya que sólo el método integral y el método numérico basado en la RRE entregan resultados confiables;

esto, siempre y cuando $\delta_d \leq 0.14$.

En términos generales se encontró que, para superficies con índice de refracción de $n = 1.5$, la reflectancia difusa-difusa puede aumentar o disminuir dependiendo del detalle lateral de las irregularidades de la superficie; la reflectancia disminuye cuando el detalle lateral de la superficie es mucho mayor a la longitud de onda y aumenta cuando la superficie tiene detalles laterales pequeños. Esto contrasta con la tendencia encontrada en superficies con un índice de refracción de $n = 3.88$ (es decir, un contraste dieléctrico alto), ya que la inclusión de detalles muy finos en la superficie disminuye la reflectancia.

Las tendencias encontradas para las reflectancias interna y externa de superficies 1D son las mismas, pero vale la pena hacer notar que la reflectancia interna es normalmente bastante más alta. Para el caso de superficies planas, existe una relación entre las reflectancias interna y externa, pero se encontró que dicha relación no es válida para el caso de superficies rugosas.

Como se ha mencionado, también se realizó un estudio experimental de la reflectancia externa e interna de superficies rugosas dieléctricas 2D preparadas especialmente para estos propósitos. Se fabricaron tanto superficies gaussianas, como superficies multiescala. La tendencia encontrada en los resultados experimentales confirman las tendencias encontradas en los cálculos numéricos (superficies 1D). Es importante señalar que las mediciones de reflectancia difusa-difusa no son nada sencillas y todavía más compleja, es la medición de la reflectancia interna difusa-difusa. Para realizar estas mediciones fue necesario fabricar y caracterizar una esfera integradora sólida.

ii) Distribución angular de la luz esparcida en una configuración de reflexión interna

En el Capítulo 5 se presentan estudios de la distribución angular de la luz esparcida por superficies en una configuración de reflexión interna. También es importante mencionar que los resultados presentados en esta sección representan las primeras mediciones experimentales de esparcimiento de luz por superficies rugosas que muestran fenómenos asociados a los llamados picos Yoneda.

Los experimentos fueron realizados en superficies que tienen una función de correla-

ción de alturas que es aproximadamente gaussiana, con una longitud de correlación de $a \approx 3\lambda$. Con la superficie con menor parámetro rugosidad se observó que, conforme el ángulo de incidencia (θ_i) se incrementa y se acerca al ángulo crítico (θ_c), van apareciendo los picos Yoneda centrados alrededor de θ_c . Además, se encontró que los picos son más notorios para polarización pp que para polarización ss . Por otra parte, con la superficie que tiene una rugosidad más pronunciada, se observó que los picos Yoneda aparecen a ángulos de incidencia menores. Esto, para ambas polarizaciones. Sin embargo, en este caso, los picos son más anchos y no tan nítidos. También se realizaron mediciones con una superficie que tiene una escala lateral comparable con la longitud de onda ($a \approx \lambda$). A diferencia de las superficies con escala lateral más grande, se observó que los picos Yoneda son más pronunciados y nítidos. Éstos aparecen desde ángulos de incidencia menores y se pueden ver claramente con ambas polarizaciones. Los resultados experimentales obtenidos con estas tres superficies nos muestran que, entre más pequeño sea el detalle lateral de la superficie, más nítidos y pronunciados son los picos Yoneda.

Los resultados experimentales que se han descrito están respaldados por cálculos realizados con la teoría perturbativa de amplitud de primer orden en el perfil superficial (SAPT). Se encontró que, existe una buena concordancia entre los cálculos y las mediciones experimentales, no solo en la posición angular a la que aparecen los picos Yoneda, sino también en su evolución conforme el ángulo de incidencia se incrementa.

iii) Diseño de difusores aleatorios con características especiales de esparcimiento

El Capítulo 6 contiene una descripción del trabajo realizado sobre el diseño y la fabricación de superficies rugosas aleatorias con propiedades especiales de esparcimiento angular. Se trata de un tipo de problema inverso.

Se muestra que es posible diseñar superficies aleatorias que producen un patrón de intensidad promedio uniforme con un ángulo de corte bien definido. Los diseños fueron probados por medio de simulaciones numéricas y un arreglo experimental que utiliza un modulador espacial de luz (SML). También se mostró un método para generar pantallas aleatorias de fase con estadísticas gaussianas y funciones de correlación de diferentes formas.

Una parte fundamental del estudio consistió en explorar el potencial de las impresoras 3D para la fabricación de este tipo de superficies aleatorias. Sin embargo, se encontraron algunas dificultades en la fabricación. Dadas las características de las impresoras utilizadas en esta tesis, fue necesario escalar los diseños y someter a los difusores a un proceso de pulido. A pesar de las limitaciones encontradas por la resolución de las impresoras y la rugosidad adicional que se imprimía en el proceso de fabricación, los resultados obtenidos constituyen una prueba del concepto y muestran que es posible fabricar este tipo de superficies con impresoras 3D.

Cabe señalar que las limitaciones en la fabricación tienen que ver con la resolución de la impresora y no con los métodos de diseño. También es importante mencionar que actualmente es posible solucionar este problema, pues existen impresoras con resoluciones 25 y 250 veces mejores a las utilizadas en este trabajo (por ejemplo: OWL MC-1 y OWL MC-2). Por otro lado, existen también empresas que han desarrollado tecnologías para imprimir superficies ópticas (“Luxexcel 3D Printed Optics”).

iv) Diseño de superficies resonantes que funcionan como espejos dieléctricos

El Capítulo 7 trata sobre el diseño y la evaluación del desempeño de rejillas con periodos de sublongitud de onda que funcionan como espejos dieléctricos de banda ancha.

En dicho capítulo, se presentan diseños de estructuras (SWG) que pueden ser fabricadas con técnicas de litografía óptica y erosión iónica, y que funcionan como espejos altamente reflejantes en las regiones para la parte visible del espectro y del infrarrojo cercano. Los diseños para el infrarrojo cercano están basados en sustratos SOI (silicon on insulator) que se utilizan en fotónica de silicio. Se encontraron diseños que presentan una alta reflectividad en el rango de $1.17 \mu m \leq \lambda \leq 1.65 \mu m$. Es especialmente interesante la observación de que la estructura se comporta como un espejo magnético perfecto en $\lambda = 1.325 \mu m$. Para la parte visible de espectro se diseñó una rejilla (SWG) de dióxido de titanio sobre un sustrato de cuarzo. En este caso, se observó que la estructura presenta una alta reflectividad en el rango de $0.45 \mu m \leq \lambda \leq 0.55 \mu m$ y que, se comporta como un espejo magnético perfecto en $\lambda = 0.513 \mu m$.

Es importante mencionar que en los trabajos reportados sobre SWG, que basan su

funcionamiento en resonancias de modo guiado, no se ha explorado la cuestión de si estas estructuras pueden funcionar como espejos magnéticos, por lo que el análisis aquí presentado tiene cierta originalidad. Aún más importante es el hecho de que no han sido reportados diseños de espejos magnéticos para la parte visible del espectro, de manera que el trabajo presentado aquí constituye el primer diseño específico para esta región del espectro.

Literatura citada

- Allen, W. A. (1973). Transmission of isotropic light across a dielectric surface in two and three dimensions three dimensions. *Journal of the Optical Society of America*, 63: 664–666.
- Baylard, C., Maradudin, A. A., y Greffet, J.-J. (1993). Coherent reflection factor of a random rough surface: applications. *J. Opt. Soc. Am. A*, 10(12): 2637–2647.
- Beckmann, P. y Spizzichino, A. (1963). *The scattering of electromagnetic waves from rough surfaces*. International series of monographs on electromagnetic waves. Pergamon Press.
- Born, M. y Wolf, E. (1980). *Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Pergamon Press.
- Brown, G., Celli, V., Haller, M., y Marvin, A. (1984). Vector theory of light scattering from a rough surface: Unitary and reciprocal expansions. *Surface Science*, 136(2): 381 – 397.
- DeVore, J. R. (1951). Refractive indices of rutile and sphalerite. *J. Opt. Soc. Am.*, 41(6): 416–419.
- Ginn, J. C., Brener, I., Peters, D. W., Wendt, J. R., Stevens, J. O., Hines, P. F., Basilio, L. I., Warne, L. K., Ihlefeld, J. F., Clem, P. G., y Sinclair, M. B. (2012). Realizing optical magnetism from dielectric metamaterials. *Phys. Rev. Lett.*, 108: 097402.
- González-Alcalde, A. K. (2012). *Interacción de luz difusa con superficies rugosas*. Tesis de maestría, (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada).
- González-Alcalde, A. K. (2016). Experimental and numerical studies of the scattering of light from a two-dimensional randomly rough interface in the presence of total internal reflection: Optical yoneda peaks. *Opt. Express*, 18(16): 16973–16988.
- Goodman, J. (1985). *Statistical optics*. Wiley.
- Gray, P. (1978). A method of forming optical diffusers of simple known statistical properties. *Optica Acta: International Journal of Optics*, 25(8): 765–775.
- Green, M. A. y Keevers, M. J. (1995). Optical properties of intrinsic silicon at 300 k. *Progress in Photovoltaics: Research and Applications*, 3(3): 189–192.
- Hetland, O. S., Maradudin, A. A., Nordam, T., y Simonsen, I. (2016). Numerical studies of the scattering of light from a two-dimensional randomly rough interface between two dielectric media. *Phys. Rev. A*, 93: 053819.
- Jackson, J. (1975). *Classical electrodynamics*. Wiley.
- Karagodsky, V., Sedgwick, F. G., y Chang-Hasnain, C. J. (2010). Theoretical analysis of subwavelength high contrast grating reflectors. *Opt. Express*, 18(16): 16973–16988.
- Kawanishi, T., Ogura, H., y Wang, Z. L. (1997). Scattering of an electromagnetic wave from a slightly random dielectric surface: Yoneda peak and brewster angle in incoherent scattering. *Waves in Random Media*, 7(3): 351–384.

- Kress, B. C. y Meyrueis, P. (2000). *Digital Diffractive Optics: An Introduction to Planar Diffractive Optics and Related Technology*. Wiley.
- Leskova, T. A., Maradudin, A. A., y Novikov, I. V. (2000). Scattering of light from the random interface between two dielectric media with low contrast. *J. Opt. Soc. Am. A*, **17**(7): 1288–1300.
- Liu, S., Sinclair, M. B., Mahony, T. S., Jun, Y. C., Campione, S., Ginn, J., Bender, D. A., Wendt, J. R., Ihlefeld, J. F., Clem, P. G., Wright, J. B., y Brener, I. (2014). Optical magnetic mirrors without metals. *Optica*, **1**(4): 250–256.
- Magnusson, R. y Shokooh-Saremi, M. (2008). Physical basis for wideband resonant reflectors. *Opt. Express*, **16**(5): 3456–3462.
- Mait, J. N. (1995). Understanding diffractive optic design in the scalar domain. *J. Opt. Soc. Am. A*, **12**(10): 2145–2158.
- Maradudin, A., Méndez, E., y Leskova, T. (2011). *Designer Surfaces*. Elsevier Science.
- Maradudin, A. A., Michel, T., McGurn, A., y Méndez, E. (1990). Enhanced backscattering of light from a random grating. *Annals of Physics*, **203**(2): 255–307.
- Maradudin, A. A., Luna, R., y Méndez, E. R. (1993). The brewster effect for a one-dimensional random surface. *Waves in Random Media*, **3**(1): 51–60.
- Mateus, C. F. R., Huang, M. C. Y., Chen, L., Chang-Hasnain, C. J., y Suzuki, Y. (2004). Broad-band mirror (1.12-1.62 x003bc;m) using a subwavelength grating. *IEEE Photonics Technology Letters*, **16**(7): 1676–1678.
- McGurn, A. R., Maradudin, A. A., y Celli, V. (1985). Localization effects in the scattering of light from a randomly rough grating. *Phys. Rev. B*, **31**: 4866–4871.
- Méndez, E. R., García-Guerrero, E. E., Escamilla, H. M., Maradudin, A. A., Leskova, T. A., y Shchegrov, A. V. (2001). Photofabrication of random achromatic optical diffusers for uniform illumination. *Appl. Opt.*, **40**(7): 1098–1108.
- Nakamura, T., Shimizu, M., Kimura, H., y Sato, R. (2005). Effective permittivity of amorphous mixed materials. *Electronics and Communications in Japan (Part I: Communications)*, **88**(10): 1–9.
- Navarrete-Alcalá, A., Chaikina, E., Méndez, E., Leskova, T., y Maradudin, A. (2009). Specular and diffuse scattering of light from two-dimensional randomly rough metal surfaces: experimental and theoretical results. *Waves in Random and Complex Media*, **19**(4): 600–636.
- Nordam, T., Letnes, P. A., y Simonsen, I. (2013). Numerical simulations of scattering of light from two-dimensional rough surfaces using the reduced rayleigh equation. *Frontiers in Physics*, **1**(8).
- Press, W. H., Flannery, B. P., Teukolsky, S. A., y Vetterling, W. T. (1992). *Numerical Recipes: The Art of Scientific Computing (FORTRAN Version)*. Numerical recipes in FORTRAN. Cambridge University Press.

- Rayleigh, J. (1894). *The Theory of Sound*. Número v. 1 en: *The Theory of Sound*. Macmillan and Company.
- Rayleigh, L. (1907). On the dynamical theory of gratings. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, **79**(532): 399–416.
- Ricciardi, A., Campopiano, S., Cusano, A., Krauss, T. F., y O’Faolain, L. (2010). Broadband mirrors in the near-infrared based on subwavelength gratings in soi. *IEEE Photonics Journal*, **2**(5): 696–702.
- Rice, S. O. (1951). Reflection of electromagnetic waves from slightly rough surfaces. *Communications on Pure and Applied Mathematics*, **4**(2-3): 351–378.
- Rosenblatt, D., Sharon, A., y Friesem, A. A. (1997). Resonant grating waveguide structures. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, **33**(11): 2038–2059.
- Rothenbach, C. A., Kravchenko, I. I., y Gupta, M. C. (2015). Optical diffraction properties of multimicrogratings. *Appl. Opt.*, **54**(7): 1808–1818.
- Ruiz-Santos, B. E. (2001). *Estudio numérico de la interacción de luz con superficies y guías de onda rugosas basado en un método de Rayleigh*. Tesis de maestría, (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada).
- Saleh, B. y Teich, M. (2013). *Fundamentals of Photonics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics. Wiley.
- Sales, T. R. M., Schertler, D. J., y Chakmakjian, S. (2006). Deterministic microlens diffuser for lambertian scatter. *Proc. SPIE*, **6290**: 629005–629005–10.
- Sánchez-Gil, J. A. y Nieto-Vesperinas, M. (1991). Light scattering from random rough dielectric surfaces. *J. Opt. Soc. Am. A*, **8**(8): 1270–1286.
- Sánchez-Gil, J. A., Méndez, E. R., y Maradudin, A. A. (1995). Limits of validity of three perturbation theories of the specular scattering of light from one-dimensional, randomly rough, dielectric surfaces. *J. Opt. Soc. Am. A*, **12**(7): 1547–1558.
- Saunderson, J. L. (1942). Calculation of the color of pigmented plastics. *Journal of the Optical Society of America*, **32**: 727–736.
- Schertler, D. J., Sales, T. R. M., Chakmakjian, S., y Morris, G. M. (2006). Led luminaire with controlled light distribution. *Proc. SPIE*, **6337**: 63371E–63371E–11.
- Schwanecke, A. S., Fedotov, V. A., Khardikov, V. V., Prosvirnin, S. L., Chen, Y., y Zheludev, N. I. (2007). Optical magnetic mirrors. *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, **9**(1): L1.
- Shen, J. y Maradudin, A. A. (1980). Multiple scattering of waves from random rough surfaces. *Phys. Rev. B*, **22**: 4234–4240.
- Simonsen, I. (2010). Optics of surface disordered systems. *The European Physical Journal Special Topics*, **181**(1): 1–103.

- Simonsen, I., Kryvi, J. B., Maradudin, A. A., y Leskova, T. A. (2011). Light scattering from anisotropic, randomly rough, perfectly conducting surfaces. *Computer Physics Communications*, **182**(9): 1904 – 1908. Computer Physics Communications Special Edition for Conference on Computational Physics Trondheim, Norway, June 23-26, 2010.
- Smith, D. R., Schultz, S., Markoš, P., y Soukoulis, C. M. (2002). Determination of effective permittivity and permeability of metamaterials from reflection and transmission coefficients. *Phys. Rev. B*, **65**: 195104.
- Stern, F. (1964). Transmission of isotropic radiation across an interface between two dielectrics. *Applied Optics*, **3**(1): 111–113.
- Tatian, B. (1984). Fitting refractive-index data with the sellmeier dispersion formula. *Applied optics*, **23**(24): 4477–4485.
- Terán-Bobadilla, E. (2010). *Consecuencias del esparcimiento múltiple en la absorción de algunos sistemas biológicos*. Tesis de doctorado, (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada).
- Tsukamoto, H. y Nishiyama, M. (2006). Diffractive white-light diffuser with subwavelength structure. *Japanese Journal of Applied Physics*, **45**(8S): 6678.
- Walls, R. H. (2003). *Esparcimiento de ondas electromagnéticas a ángulos rasantes por superficies multiescala*. Tesis de doctorado, (Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada).
- Walsh, J. W. (1924). The reflection factor of a polished glass surface for diffused light. *Department of Scientific and Industrial Research (Brit.), Illumination Research, Technical paper*, **2**(10).
- Wang, S. S. y Magnusson, R. (1993). Theory and applications of guided-mode resonance filters. *Appl. Opt.*, **32**(14): 2606–2613.
- Welford, W. T. (1980). Laser speckle and surface roughness. *Contemporary Physics*, **21**(4): 401–412.
- Yoneda, Y. (1963). Anomalous surface reflection of x rays. *Phys. Rev.*, **131**: 2010–2013.
- Zheng, G., Chen, Y., Xu, L., Su, W., y Liu, Y. (2014). High reflectivity broadband infrared mirrors with all dielectric subwavelength gratings. *Optics Communications*, **318**: 57 – 60.
- Zhou, Y., He, X.-T., Zhao, F.-L., y Dong, J.-W. (2016). Proposal for achieving in-plane magnetic mirrors by silicon photonic crystals. *Opt. Lett.*, **41**(10): 2209–2212.

Apéndice A. Fabricación de la esfera integradora.

En este apéndice se describe el proceso de fabricación y caracterización de una esfera integradora sólida. Esta esfera fue utilizada para realizar las mediciones de reflectancia difusa-difusa interna. El proceso de fabricación se dividió en tres etapas: fabricación de la esfera, recubrimiento de las paredes con un material difusor (lambertiano) y altamente reflejante, y posicionamiento de los puertos de iluminación, de detección y de la muestra. Por otro lado, el proceso de caracterización de la esfera consistió en determinar la reflectancia de las paredes de la esfera y la constante de la esfera α .

La esfera se fabricó con una resina de poliéster transparente (PP-CRISTAL). En esta resina la transformación líquido a sólido se lleva a cabo con una reacción exotérmica y se alcanzan temperaturas de 160 grados. Por tal motivo, se debe escoger un molde que no sufra deformaciones con la temperatura. Para fabricar la esfera se utilizó un molde esférico de caucho (pelota de frontenis). El proceso de fabricación se describe a continuación:

1. Se vierte la resina y el catalizador en un vaso de precipitado en una proporción 100:1, respectivamente.
2. Se mezcla la resina y el catalizador hasta tener una mezcla homogénea.
3. Se coloca la mezcla en una campana de vacío por 10 minutos para eliminar burbujas.
4. Se vierte la resina en el molde de caucho.
5. Se deja curar por 24 horas, y posteriormente, se hornea por 2 horas a 60 grados.
6. Se desmolda la pieza.

La segunda etapa de fabricación consistió en recubrir las paredes con un material que refleje la luz de manera lambertiana. Para lograr esto, se bombardeó la esfera con arena (sand blasting), y posteriormente, se recubrió con pintura acrílica blanca mate. El bombardeo con arena fue con el fin introducir una rugosidad en las paredes, lo cual favorece la reflexión de luz en muchas direcciones (ver Figura A.1). Posteriormente, se

recubrió la esfera con pintura blanca, de manera que la combinación de la rugosidad con la pintura hace que la pared actué como reflector lambertiano, con una alta reflectividad. Es importante verificar que la capa de pintura sea lo suficientemente gruesas y no deje escapar luz de la esfera.

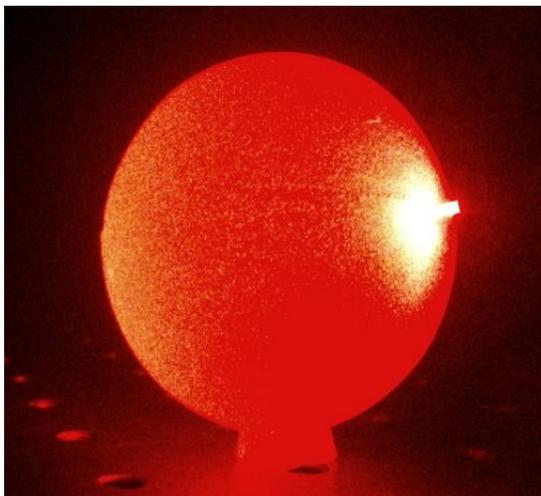


Figura A.1: Esfera integradora sometida a un proceso de bombardeo de arena.

La etapa final de la fabricación consistió en posicionar los puertos de iluminación, detección y de la muestra. En este caso, debido a que la esfera no cuenta con bafle, se posicionaron los puertos de tal manera que el detector, la muestra y el puerto de iluminación no se puedan “ver” directamente.

El proceso de caracterización de la esfera consistió en determinar la reflectancia de las paredes de la esfera (m) y la constante α . La dificultad de estimar la reflectancia de la pared de la esfera es que ésta es una reflectancia interna, por lo que se debió fabricar una muestra especial con la que se hizo una medición indirecta. Primeramente se fabricó una placa planoparalelea utilizando la misma resina de poliéster que se utilizó para fabricar la esfera. Después, se introdujo rugosidad en una de las caras mediante bombardeo con arena (sand blasting), y posteriormente, se recubrió esta cara con pintura blanca (ver Figura A.3).

La reflectancia total de la muestra, interface aire-resina está determinada por las reflexiones y esparcimiento múltiple entre las dos interfaces. El flujo que incide sobre la primera interfaz, se divide en 2 componentes; una componente reflejada de manera difu-

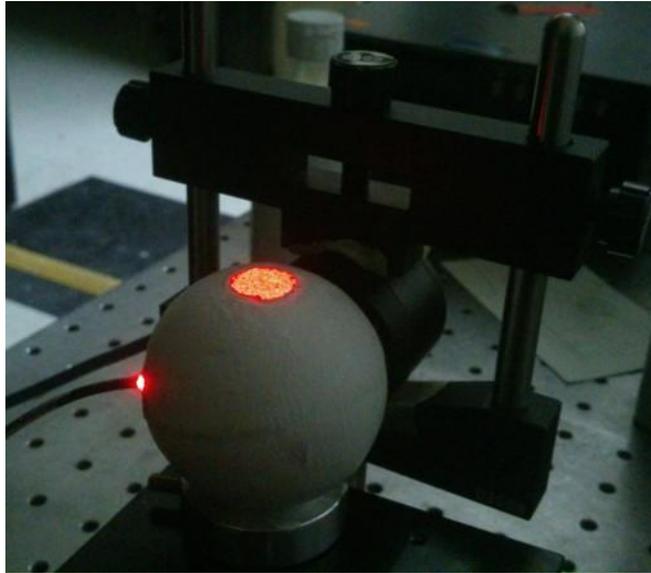


Figura A.2: Prototipo final de esfera integrado integrador.

sa (R_{de}) y una componente transmitida ($1 - R_{de}$). La componente transmitida iluminará la segunda cara de la muestra, por lo que se tiene una reflexión difusa interna (R_{di}); que debe ser igual a la de la pared de la esfera. La luz reflejada de manera difusa, a su vez, iluminará la cara superior internamente, dividiendo esta luz en una componente reflejada ($R_{di}^{(p)}$) y una transmitida ($1 - R_{di}^{(p)}$).

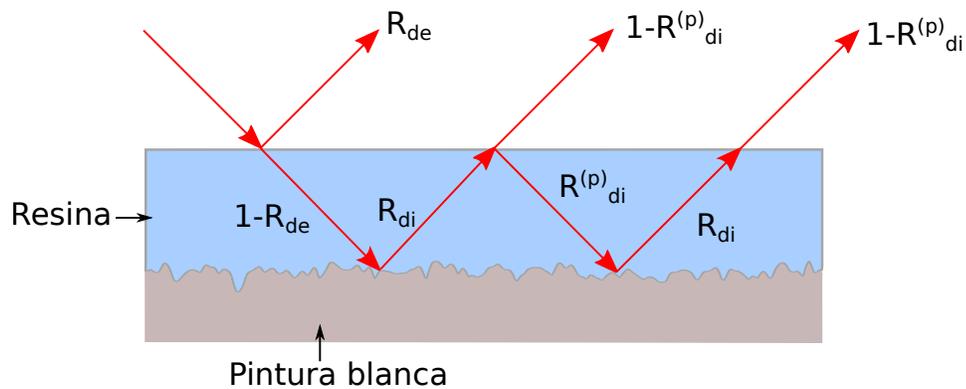


Figura A.3: Estimación de la reflectancia de las paredes de la esfera

Continuando con el procedimiento, vemos que la reflectancia difusa de la muestra se

puede escribir como la suma de todas estas contribuciones

$$\begin{aligned} R_{DM} &= R_{de} + (1 - R_{de})(R_{di})(1 - R_{di}^{(p)}) + (1 - R_{de})(R_{di})(R_{di}^{(p)})(R_{di})(1 - R_{di}) + \dots \\ &= R_{de} + (1 - R_{de})(R_{di})(1 - R_{di}^{(p)})[1 + R_{di}^{(p)}R_{di} + (R_{di}^{(p)}R_{di})^2 + \dots]. \end{aligned} \quad (139)$$

Puesto que $R_{di}^{(p)} < 1$ y $R_{di} < 1$, la serie geométrica converge, y se puede escribir que

$$R_{DM} = R_{de} + (1 - R_{de})(R_{di})(1 - R_{di}^{(p)}) \frac{1}{1 + R_{di}^{(p)}R_{di}} \quad (140)$$

donde R_{DM} es la reflectancia total de la muestra, R_{de} es la reflectancia externa de la interfaz plana, $R_{di}^{(p)}$ es la reflectancia interna de la interfaz plana y R_{di} es la reflectancia de la pared de la esfera.

La reflectancia de la pared de la esfera R_{di} se obtuvo a partir de una medición y de dos valores analíticos. La reflectancia externa difusa-difusa (R_{de}) y la reflectancia interna difusa-difusa ($R_{di}^{(p)}$) se calcularon analíticamente con los coeficientes de Fresnel (Walsh, 1924; Allen, 1973). La reflectancia R_{DM} se obtuvo de mediciones con una esfera integradora (configuración de reflexión externa). Al sustituir los valores de las reflectancias R_{de} , $R_{di}^{(p)}$ y R_{DM} en la ecuación (140) se obtuvo que la reflectancia de la pared de la esfera es aproximadamente 0.72.

Para finalizar el proceso de caracterización, se determinó la constante α de la esfera. Para esto, se midieron las áreas de los puertos de iluminación, detección y de la muestra. Las áreas son de aproximadamente de 1 mm^2 , 1 cm^2 y 1 cm^2 , respectivamente. Sustituyendo estos valores en la ecuación (48) se obtuvo que la constante de la esfera es $\alpha = 0.93$.

Es importante señalar que, en esta esfera, el puerto de detección tiene un área grande. Esto se hizo con el fin de coleccionar la mayor cantidad de luz en el detector óptico de potencia ya que, en este caso, la reflectancia de las paredes de la esfera es 0.72 por lo que se pierde luz en cada reflexión.

Apéndice B. Archivos *stl*

En este apéndice se describe la metodología empleada para convertir las matrices que contienen las alturas y dimensiones de un difusor a un archivo *stl*.

Un archivo *stl* es un formato de diseño asistido por computadora (CAD) que define la geometría de objetos tridimensionales. Este es el formato estándar utilizado por las impresoras 3D. Este formato contiene el diseño discretizado en facetas triangulares. El tamaño de las facetas triangulares está directamente relacionado con la resolución de la impresión, ya que entre más pequeñas sean las facetas, mayor será la resolución. Esto se ilustra en la Figura B.1.

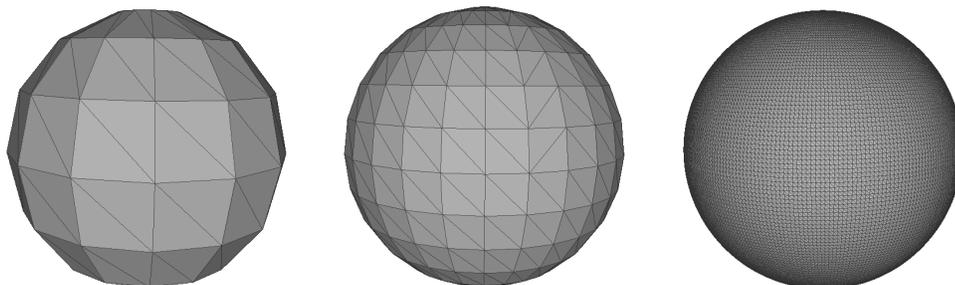


Figura B.1: Resolución del objeto tridimensional en función del número de facetas triangulares.

Debido al método de diseño, las superficies generadas numéricamente son superficies abiertas (Figura B.2(a)). Por lo que el primer paso es convertir dichas superficies en un objeto cerrado (Figura B.2(b)).

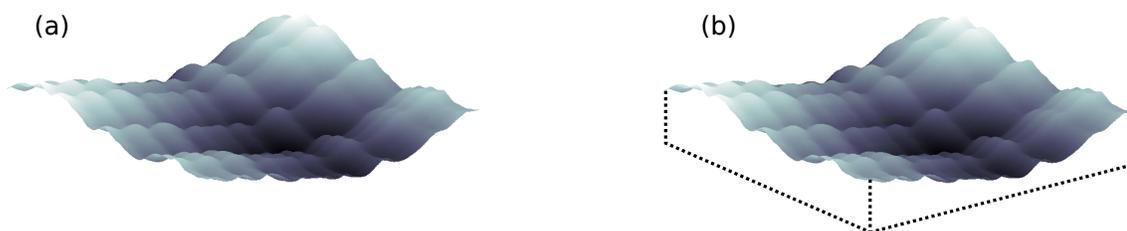


Figura B.2: Difusor representado como (a) superficie abierta y (b) superficie cerrada.

En este caso, las matrices x_1 , x_2 y $\zeta(\mathbf{x}_{||})$ nos dan información acerca de las dimensiones y las alturas de la superficie. Estas matrices tienen $m \times n$ elementos, donde $m = n$.

$$x_{1(m,n)} = \begin{pmatrix} x_{1(1,1)} & x_{1(1,2)} & \cdots & x_{1(1,n)} \\ x_{1(2,1)} & x_{1(2,2)} & \cdots & x_{1(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{1(m,1)} & x_{1(m,2)} & \cdots & x_{1(m,n)} \end{pmatrix}, \quad (141)$$

$$x_{2(m,n)} = \begin{pmatrix} x_{2(1,1)} & x_{2(1,2)} & \cdots & x_{2(1,n)} \\ x_{2(2,1)} & x_{2(2,2)} & \cdots & x_{2(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{2(m,1)} & x_{2(m,2)} & \cdots & x_{2(m,n)} \end{pmatrix} \quad (142)$$

y

$$\zeta(x_{||})_{(m,n)} = \begin{pmatrix} \zeta(x_1, x_2)_{(1,1)} & \zeta(x_1, x_2)_{(1,2)} & \cdots & \zeta(x_1, x_2)_{(1,n)} \\ \zeta(x_1, x_2)_{(2,1)} & \zeta(x_1, x_2)_{(2,2)} & \cdots & \zeta(x_1, x_2)_{(2,n)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \zeta(x_1, x_2)_{(m,1)} & \zeta(x_1, x_2)_{(m,2)} & \cdots & \zeta(x_1, x_2)_{(m,n)} \end{pmatrix}. \quad (143)$$

EL procedimiento para convertir la superficie en un objeto cerrado consta de dos etapas. En la primera etapa se deben generar las paredes de la superficie. Éstas se generan redimensionando las matrices que contienen las alturas y las dimensiones la superficie. En la segunda etapa se debe generar numéricamente la base de la superficie.

Para generar las paredes es necesario escoger la altura mínima del difusor, la cual denotaremos como ζ_b . Después, las matrices x_1 , x_2 y $\zeta(\mathbf{x}_{||})$ son redimensionadas de la siguiente forma

Por último, para cerrar la superficie se debe que generar la base. Para esto se construye una matriz cuyas alturas son iguales a la altura mínima del superficie ζ_b . Esta matriz puede se escribe como

$$H_{\zeta_b} = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N \zeta_b. \quad (147)$$

En la Figura B.3 se muestra un ejemplo del algoritmo descrito para transformar el difusor en un superficie cerrada.

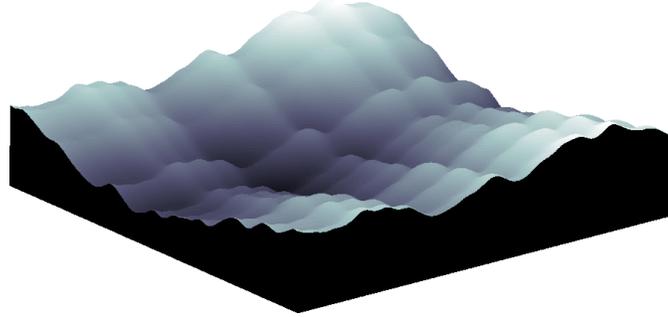


Figura B.3: Difusor representado con como un objeto tridimensional cerrado.

Una vez redimensionadas las matrices se procede a discretizar la superficie en facetas triangulares. Se utilizaron dos tipos de triángulos rectángulos. Esto se ilustra en la figura B.4.

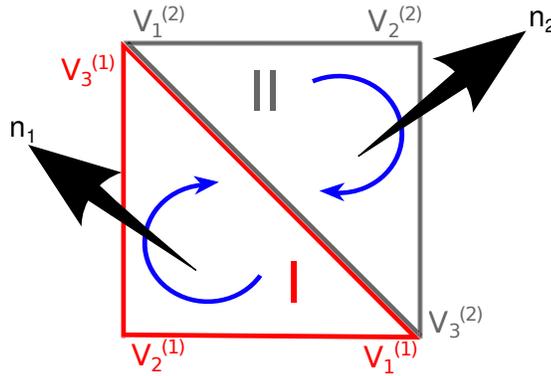


Figura B.4: Tipos de triángulos rectángulos utilizados para discretizar la superficie.

Cada triángulo es definido por las coordenadas de sus tres vértices y el vector normal del triángulo. Las coordenadas de los vértices del triángulo I están definidas por

$$V_1^{(I)} = (x_{1(i+1,j+1)}, x_{2(i+1,j+1)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i+1,j+1)}), \quad (148)$$

$$V_2^{(I)} = (x_{1(i+1,j)}, x_{2(i+1,j)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i+1,j)}), \quad (149)$$

$$V_3^{(I)} = (x_{1(i,j)}, x_{2(i,j)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i,j)}). \quad (150)$$

y el vector normal es

$$N_1^{(1)} = \frac{(V_2^{(I)} - V_1^{(I)}) \times (V_2^{(I)} - V_1^{(I)})}{|(V_2^{(I)} - V_1^{(I)}) \times (V_2^{(I)} - V_1^{(I)})|}. \quad (151)$$

En cambio, las coordenadas de los vértices del triángulo II están definidas por

$$V_1^{(II)} = (x_{1(i,j)}, x_{2(i,j)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i,j)}), \quad (152)$$

$$V_2^{(II)} = (x_{1(i,j+1)}, x_{2(i,j+1)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i,j+1)}), \quad (153)$$

$$V_3^{(II)} = (x_{1(i+1,j+1)}, x_{2(i+1,j+1)}, \zeta(x_1, x_2)_{(i+1,j+1)}). \quad (154)$$

y el vector normal

$$N_2^{(1)} = \frac{(V_2^{(II)} - V_1^{(II)}) \times (V_2^{(II)} - V_1^{(II)})}{|(V_2^{(II)} - V_1^{(II)}) \times (V_2^{(II)} - V_1^{(II)})|}. \quad (155)$$

Donde $i = 1, 2, \dots, M - 1$ y $j = 1, 2, \dots, N - 1$. Es importante señalar que los vértices deben cumplir la regla de la mano derecha.

Para finalizar, se debe escribir el archivo *stl*. Cabe señalar que existen dos tipos de archivos: binario y ascii. En este apéndice sólo se muestra como escribir un archivo *stl* binario. Se eligió este formato debido a que el peso de los archivos es mucho menor.

A continuación se muestra la sintaxis que se empleo para escribir el archivo *stl*

```

character(len=80) superficie      !Nombre de la superficie
integer*4 nfacets                 !No de facetas triangulares
integer*2 cbyte                   !contador de bites
real*4 n1(3), n1(3)              !Vector normal
real*4 v1x(3), v1y(3), v1z(3)    !Vertices triangulo 1
real*4 v2x(3), v2y(3), v2z(3)    !Vertices triangulo 2

```

!*****

!AL INICIO DEL ARCHIVO

!*****

```
write (5) superficie
```

```
write (5) nfacets
```

```
!*****
```

```
!PROCESO DE ESCRITURA PARA CADA TRIANGULO DE LA SUPERFICIE
```

```
!*****
```

```
!Coordenadas del vector normal
```

```
write n(1)
```

```
write n(2)
```

```
write n(3)
```

```
!_____
```

```
!Coordenadas del vertice 1
```

```
write v1x(1)
```

```
write v1y(1)
```

```
write v1z(1)
```

```
!_____
```

```
!Coordenadas del vertice 2
```

```
write v1x(2)
```

```
write v1y(2)
```

```
write v1z(2)
```

```
!_____
```

```
!Coordenadas del vertice 3
```

```
write p1x(3)
```

```
write p1y(3)
```

```
write p1z(3)
```

```
!_____
```

```
!Coordenadas de bites
```

```
cbyte=0
```

```
write cbyte
```

```
!*****
```

```
!FIN DE ESCRITURA DE UN TRIANGULO
```

!*****

Este proceso de escritura se debe repetir para cada triangulo que conforma la superficie. Es importante señalar que las dimensiones de los diseños deben estar en milímetros o pulgadas, ya que son las unidades estándar utilizadas por las impresoras 3D.

Apéndice C. FDTD

El método de diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD, por sus siglas en inglés) es un método numérico ampliamente utilizado para resolver problemas electromagnéticos. Debido a que el método se encuentra descrito ampliamente en la literatura, en este apéndice sólo se presentan una descripción breve.

El método FDTD soluciona la ecuaciones de Maxwell en el dominio del tiempo utilizando diferencias finitas. Éste, está basado en la solución numérica correspondiente a las dos ecuaciones de Maxwell que involucran el rotacional:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (156)$$

y

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J} \quad (157)$$

con $\vec{D} = \hat{\epsilon} \vec{E}$ y $\vec{B} = \hat{\mu} \vec{H}$. Los tensores $\hat{\epsilon}$ y $\hat{\mu}$ representan la permitividad y permeabilidad del medio.

Para ilustrar como funciona el FDTD tomaremos la ecuación (157). Esta ecuación puede ser reescrita de la siguiente manera:

$$\frac{H_y}{\partial x} - \frac{H_x}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} + \vec{J}_z. \quad (158)$$

Si se considera un instante de tiempo $t + 1/2$ en el punto $n + 1/2$, se tiene que

$$\frac{H_y|^{n+1/2}}{\partial x} - \frac{H_x|^{n+1/2}}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z|^{n+1/2}}{\partial t} + \vec{J}_z|^{n+1/2}. \quad (159)$$

donde el superíndice n representan la coordenada temporal (t).

La ecuación anterior puede ser discretizada utilizando diferencias finitas centradas. Para llevar a cabo dicha discretización se utilizan la siguiente expresión

$$f(x+h) - f(x-h) \approx \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h} \quad (160)$$

por lo que

$$f'(x) \approx \frac{f(x + \frac{h}{2}) - f(x - \frac{h}{2})}{h}. \quad (161)$$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación (159) se obtiene que

$$\frac{H_y|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} - H_y|_{i-1/2,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_x|_{i,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y} = \epsilon_{i,j,k} \frac{E_z|_{i,j,k}^{n+1} - E_z|_{i,j,k}^n}{\Delta t} - J_z|_{i,j,k}^{n+1/2} \quad (162)$$

donde los subíndices i, j, k denotan las direcciones espaciales x, y, z . Con esto, la componente z del campo viene dada por

$$E_z|_{i,j,k}^{n+1} = E_z|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon_{i,j,k}} \frac{H_y|_{i+1/2,j,k}^{n+1/2} - H_y|_{i-1/2,j,k}^{n+1/2}}{\Delta x} - \frac{H_x|_{i,j+1/2,k}^{n+1/2} - H_x|_{i,j-1/2,k}^{n+1/2}}{\Delta y}. \quad (163)$$

La componente del campo eléctrico E se obtiene en cada instante de tiempo n de las componentes del campo magnético conocidas en el instante anterior $(n-1/2)$, y viceversa.

Las ecuaciones de la FDTD son ecuaciones explícitas, es decir que en la actualización de las ecuaciones se tiene solamente un término desconocido, y éste es el que se desea calcular.

Las ecuaciones que se utilizan en el FDTD son aproximaciones discretas de la ecuaciones de Maxwell. Por tal motivo, la evaluación de estas ecuaciones pueden presentar errores debido a la discretización. Los errores pueden ser significativos, por lo que para minimizar éstos se debe cumplir la condición

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c\sqrt{N}} \quad (164)$$

donde Δt es el muestreo temporal, Δx representa el muestreo espacial, c es la velocidad de la luz y N es el número de dimensiones del problema.

Esta condición nos indica que el muestreo temporal (Δt) debe ser lo suficientemente pequeño como para que la onda tenga tiempo suficiente para propagarse a través de la discretización espacial.

Es claro que para aumentar la precisión de la simulación se debe tener una muestreo

espacial fino, lo cual tiene como consecuencia que el tiempo de cómputo aumentará significativamente.

Para dar solución numérica a un problema electromagnético utilizando FDTD es necesario acotar el dominio computacional. Sin embargo, el utilizar una malla de tamaño finito trae como consecuencia reflexiones en las fronteras de la malla. Para eliminar estas reflexiones es necesario utilizar capas perfectamente empatadas (PLM, por sus siglas en inglés).

Las PML son capas que tienen una impedancia igual a la del medio donde se resuelva el problema. Dichas capas absorben todas las ondas incidentes, evitando así las reflexiones.