

**Centro de Investigación Científica y de Educación
Superior de Ensenada, Baja California**



**Maestría en Ciencias
en Ciencias de la Tierra
con orientación en Geofísica Aplicada**

**Inversión conjunta bidimensional de datos magnetotelúricos y
gravimétricos en zonas geotérmicas utilizando mapas de
correspondencia**

Tesis
para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para obtener el grado de
Maestro en Ciencias

Presenta:

Jonathan Carrillo López

Ensenada, Baja California, México
2016

Tesis defendida por
Jonathan Carrillo López

y aprobada por el siguiente Comité

Dr. Luis Alonso Gallardo Delgado
Director de tesis

Dr. José Manuel Romo Jones

Dr. Carlos Francisco Flores Luna

Dr. Carlos Alberto Brizuela Rodríguez

Dr. Daniel Díaz Alvarado



Dr. Juan García Abdeslem
Coordinador del Posgrado en Ciencias de la
Tierra

Dra. Rufina Hernández Martínez
Directora de Estudios de Posgrado

Resumen de la tesis que presenta **Jonathan Carrillo López** como requisito parcial para la obtención del grado de Maestro en Ciencias en Ciencias de la Tierra con orientación en Geofísica Aplicada.

Inversión conjunta bidimensional de datos magnetotelúricos y gravimétricos en zonas geotérmicas utilizando mapas de correspondencia

Resumen aprobado por:

Dr. Luis Alonso Gallardo Delgado
Director de tesis

En los años recientes la energía geotérmica ha recobrado relevancia como una fuente alterna de energía renovable. Como la energía geotérmica debe ser extraída del subsuelo, requiere de varios métodos de exploración en superficie para ubicar, evaluar y caracterizar las zonas con mayor potencial geotérmico. En este trabajo, se desarrolló una estrategia de caracterización de zonas geotérmicas que emplea conjuntamente datos magnetotelúricos y gravimétricos. Para lograrlo se exploró una nueva metodología de inversión conjunta basada en relaciones funcionales directas entre la densidad y resistividad del subsuelo. Se presentan los fundamentos teóricos, la solución numérica y la implementación computacional; así como la validación mediante experimentos sintéticos y la aplicación a datos de campo de la zona geotérmica de Cerro Prieto. Los resultados muestran que la asimilación de múltiples tipos de datos a través de la inversión conjunta permite: reducir la variabilidad, aumentar la coherencia y aumentar la resolución de los modelos del subsuelo. En el perfil de estudio en la zona geotérmica de Cerro Prieto, se obtuvo una relación lineal positiva entre la densidad y la resistividad. La zona del basamento de 3 a 8 km de profundidad se mostró como una zona de alta resistividad (aproximadamente 1000 ohm-m) y alto contraste de densidad, mientras que la cuenca sedimentaria, que alberga la zona de producción de energía geotérmica, mostró resistividades (1 a 10 ohm-m) y contrastes de densidad (-0.4 g/cm^3) más bajas que el basamento.

Palabras clave: inversión conjunta, método gravimétrico, método magnetotelúrico, zonas geotérmicas

Abstract of the thesis presented **by Jonathan Carrillo López** as a partial requirement to obtain the Master of Science degree in Earth Sciences with orientation in Applied Geophysics.

Inversión conjunta bidimensional de datos magnetotelúricos y gravimétricos en zonas geotérmicas utilizando mapas de correspondencia

Abstract approved by:

Dr. Luis Alonso Gallardo Delgado
Thesis Director

In recent years geothermal energy has regained importance as an alternative source of renewable energy. Since geothermal energy must be extracted from the subsurface, it requires several surface exploration strategies to locate, evaluate and characterize zones with the largest geothermal potential. In this work, it was developed a strategy for the characterization of geothermal areas that use jointly magnetotelluric and gravity data. To achieve this, a new joint inversion methodology based on direct subsurface density-resistivity functional relationships was explored. There are shown the theoretical foundation, numerical solution and computational implementation; as well as testing through synthetic experiments and the application to the Cerro Prieto geothermal field data. The results show that the assimilation of multiple data types through joint inversion enables the subsurface models to: reduce their variability, increase their cross-coherence and increase their resolution. In the studied profile in Cerro Prieto Geothermal area, it was obtained a positive linear relationship between density and resistivity. The basement area between 3 km to 8 km deep was shown as a high (more than 1000 ohm m) resistivity and high density contrast, whereas the sedimentary basin, that allocates the geothermal energy production zone, showed lower resistivities (1 to 10 ohm-m) and density contrasts (-0.4 g/cm^3) than the basement.

Keywords: joint inversion, magnetotelluric, gravity, geothermal

Dedicatoria

A la memoria de mi abuelo Conrado.

Gracias por sembrarme la semilla de la disciplina y el conocimiento.

A mi abuela, Paulina. Gracias por su apoyo y amor.

Lo más valioso de mi vida lo aprendí de ustedes.

A mis padres, Sandra y Toño. Gracias por sus consejos y motivación.

A mis hermanos, Sandy y Nene.

A mis tíos, Mirna y Ulisses.

Agradecimientos

A mi director de tesis, Dr. Luis Alonso Gallardo Delgado, por su dedicación, sugerencias y discusiones en el desarrollo de este trabajo. Gracias por su paciencia y por guiarme en el mundo de la inversión.

A mi comité de tesis, Dr. Carlos Francisco Flores Luna, Dr. José Manuel Romo Jones, Dr. Carlos Alberto Brizuela Rodríguez y Dr. Daniel Díaz Alvarado, gracias por sus valiosos comentarios y observaciones.

A la planta de profesores que me formaron académicamente en la maestría: Dr. Mario González, Dr. John Fletcher, Dr. Antonio González, Dr. Enrique Treviño, Dr. Rogelio Vázquez, Dr. Francisco Esparza, Dr. Carlos Flores, Dr. José Manuel Romo Jones y M.C. Javier González.

A mis amigos y compañeros del CICESE que hicieron mi camino agradable desde que llegué, en especial a Eliana, Miguel Oliver, Abel, Yessi, Gera, Aideliz, Betty, Fernando, Miguel, Mariana, Yadira, Rubén, Gerardo, Juve, Iván, Luis y Daniela. Me llevo buenos recuerdos con todos ustedes.

Al CICESE por la calidez con la que fui recibido. Al CONACYT por el apoyo económico como becario No. 572269 y al CemieGeo por los datos proporcionados y el apoyo económico durante mi estancia en San Diego, en especial al Dr. José Manuel Romo.

Al personal técnico y administrativo, Ana Rosa, Bárbara Uribe, Mónica, José Mojarro, Sergio Arregui y Humberto.

Al Dr. Kerry Key por recibirme en SCRIPPS, por facilitarme el código Occam2D y por su ayuda en el manejo del mismo.

A Cinthia, gracias por todo tu apoyo y valiosos consejos durante estos largos años de travesía.

Tabla de contenido

Resumen en español	ii
Resumen en inglés	iii
Dedicatoria	iv
Agradecimientos	v
Lista de figuras	ix
Lista de tablas.....	xv
Lista de anexos	xvi
 Capítulo 1. Introducción	 1
1.1 Exploración geotérmica y datos geofísicos	1
1.2 Inversión conjunta de datos geofísicos	3
1.3 Antecedentes	4
1.3.1 Inversión mediante relaciones estructurales	4
1.3.2 Relaciones petrofísicas e inversión mediante mapas de correspondencia	4
1.3.3 Inversión conjunta mediante mapas de correspondencia	5
1.4 Hipótesis	6
1.5 Objetivos	8
 Capítulo 2. Modelado numérico de datos gravimétricos y magnetotelúricos.....	 9
2.1 Ecuaciones fundamentales del método gravimétrico.....	9
2.1.1 Procesamiento de datos gravimétricos	10
2.2 Modelado numérico bidimensional de datos gravimétricos	10
2.3 Ecuaciones fundamentales del método magnetotelúrico	13
2.4 Modelado numérico bidimensional de datos magnetotelúricos	16
2.4.1 Algoritmo Occam 2D.....	18
 Capítulo 3. Inversión conjunta de datos gravimétricos y magnetotelúricos	 19
3.1 Datos y parámetros del problema inverso.....	20
3.2 Función objetivo	20
3.3 Solución del problema	21
3.4 Caso 1: relación de correspondencia conocida.....	23
3.5 Caso 2: relación de correspondencia desconocida	25
3.6 Diagrama de flujo de búsqueda de la solución	28

Capítulo 4. Pruebas sintéticas y validación del método	30
4.1 Ajuste polinomial de dos conjuntos de datos	31
4.2 Pruebas sintéticas con la formulación completa	36
4.3 Adaptación de los códigos de inversión 2D de datos gravimétricos y magnetotelúricos	39
4.4 Experimento 1: modelos con una relación unívoca	40
4.4.1 Datos gravimétricos y magnetotelúricos de prueba	40
4.4.2 Relación de correspondencia de prueba	42
4.4.3 Inversión por separado	43
4.4.4 Inversión conjunta	44
4.4.5 Análisis de la convergencia y estabilidad	48
4.5 Experimento 2: polinomio completo	54
4.5.1 Inversión conjunta	54
4.5.2 Análisis de convergencia y estabilidad	56
4.6 Experimento 3: modelos con una relación no unívoca	58
4.6.1 Datos gravimétricos y magnetotelúricos de prueba	58
4.6.2 Relación de correspondencia de la densidad y resistividad de prueba	59
4.6.3 Inversión por separado	61
4.6.4 Inversión conjunta	62
4.6.5 Análisis de la convergencia y estabilidad	66
4.7 Experimento 4: mayor peso a la función de correspondencia	67
4.7.1 Análisis de convergencia y estabilidad	70
4.8 Experimento 5: ajustando una relación con un polinomio de orden menor	73
4.8.1 Inversión conjunta	73
4.8.2 Análisis de convergencia y estabilidad	76
Capítulo 5. Aplicación a un caso en una zona geotérmica: Cerro Prieto	78
5.1 Ubicación	78
5.2 Marco geológico del Valle de Mexicali	79
5.2.1 Modelo conceptual geotérmico	81
5.3 Estudios geofísicos previos	81
5.4 Inversión por separado	83
5.4.1 Datos magnetotelúricos	83
5.4.2 Datos gravimétricos	86
5.5 Inversión conjunta	88
5.6 Interpretación y discusión del resultado de la inversión conjunta	92

Capítulo 6. Conclusiones 94

 6.1 Sobre la inversión por separado y la inversión conjunta 94

 6.2 Sobre la implementación numérica y validación del método..... 94

 6.3 Sobre la aplicación a datos de campo 95

 6.4 Trabajos a futuro..... 95

Literatura citada 97

Anexos 100

Lista de figuras

Figura 1. Construcción de un modelo conceptual a partir de la información preliminar, la exploración y las pruebas de pozo. (Modificado de International Geothermal Association, 2014).....	2
Figura 2. Datos de entrada en el proceso de inversión conjunta mediante mapas de correspondencia. ...	6
Figura 3. Aproximación a un cuerpo bidimensional mediante un polígono de N lados (arriba). Para la construcción de un medio 2D se utilizó una rejilla en la que se calcula la respuesta para cada celda rectangular contigua con la formulación de Talwani (abajo).	12
Figura 4. Descomposición de una onda electromagnética plana en un modelo 2D. A) Descomposición del número de onda k en los planos YZ y XZ. B) Los campos eléctricos y magnéticos asociados (E y B) y sus componentes. Descomposición de una onda polarizada en dos ondas. C) Polarización E (modo TE). D) Polarización B (modo TM). Modificada de Meqbel (2009).	16
Figura 5. Esquema simple del problema inverso y el problema directo.	19
Figura 6. Diagrama de flujo del algoritmo de inversión conjunta.	29
Figura 7. Mapa de correspondencia de dos parámetros m_1 y m_2 sin ruido, y su ajuste a una circunferencia.	33
Figura 8. Vistas de perfil desde m_1 (arriba), desde m_2 (al centro) y en planta del ajuste a una circunferencia sin ruido.	33
Figura 9. Mapa de correspondencia de dos parámetros m_1 y m_2 , con ruido del 5% y su ajuste a una circunferencia.	35
Figura 10. Vistas de perfil desde m_1 (arriba), m_2 (al centro) y vista en planta (abajo) del ajuste a una circunferencia con ruido del 5%.	35
Figura 11. Modelos originales (arriba) y recuperados (abajo) de la inversión conjunta usando la matriz de sensibilidad como identidad.	37
Figura 12. Mapa de correspondencia original (rojo) y recuperado (azul) de la inversión conjunta utilizando la matriz de sensibilidad como identidad.	38
Figura 13. Perfiles desde m_1 (arriba), desde m_2 (al centro) y vista en planta del mapa de correspondencia recuperado de la inversión conjunta utilizando la matriz de sensibilidad como identidad.	38
Figura 14. Anomalía de gravedad producida por el modelo de contrastes de densidad de prueba con ruido aleatorio de 2 mGal para el experimento 1.	40
Figura 15. Ilustración del modelo de resistividades de prueba para el experimento 1.	41

- Figura 16.** Relación entre la resistividad y el contraste de densidad del modelo de prueba. Arriba, la distribución de densidad; en medio, la distribución de resistividad; abajo, el mapa de correspondencia punto a punto del valor del parámetro en cada celda para el experimento 1. 42
- Figura 17.** Inversión por separado de los datos gravimétricos de prueba (asociado a dos cuerpos de diferentes densidades) en el experimento 1. 43
- Figura 18.** Modelo de resistividades recuperado mediante la inversión por separado de datos MT para el experimento 1..... 44
- Figura 19.** Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de los modos TE y TM para los 11 sitios para el experimento 1. 44
- Figura 20.** Comparación entre los modelos reales (izquierda), estimados por inversión separada (en medio) y estimados a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 1. Debajo de cada par de modelos se muestra su mapa de correspondencia..... 46
- Figura 21.** Evolución de los modelos recuperados mediante inversión conjunta y su función de correspondencia para el experimento 1. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones 4, 8, 12, 16 y 20..... 46
- Figura 22.** Ajuste a los datos gravimétricos mediante la inversión conjunta para el experimento 1. 47
- Figura 23.** Ajuste a los datos de resistividad aparente y fase de los modos TE y TM mediante la inversión conjunta para cada sitio para el experimento 1. 47
- Figura 24.** RMS del ajuste a los datos y la suavidad en las diferentes iteraciones para el experimento 1. 48
- Figura 25.** Convergencia de los modelos de densidad, resistividad y coeficientes del polinomio para el experimento 1..... 49
- Figura 26.** Modelos recuperados de la inversión conjunta en la iteración 6 para el experimento 1..... 50
- Figura 27.** Ajuste en los datos gravimétricos en la iteración 6 para el experimento 1. Se muestra un mal ajuste, con un RMS de 3.5196. 50
- Figura 28.** Modelos recuperados de la inversión conjunta en la iteración 12 para el experimento 1..... 51
- Figura 29.** Distribución de los valores de densidad estimados en la iteración 12 y su respuesta gravimétrica con un ajuste (RMS) de 2.06. 51
- Figura 30.** Modelos recuperados de la inversión conjunta en la iteración 20 para el experimento 1..... 52
- Figura 31.** Respuesta gravimétrica del modelo estimado en la iteración 20 en el experimento 1, la cual corresponde a un valor RMS de residuales de 2.55..... 52

Figura 32. Evolución de los modelos de densidad y resistividad en inversión conjunta utilizando un polinomio completo para un orden 2. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 3, 6, 9 y 12 para el experimento 2.....	55
Figura 33. Respuesta gravimétrica del modelo estimado en la iteración 8 para el experimento 2.....	55
Figura 34. Ajuste a los datos de resistividad aparente y fase de los modos TE y TM mediante la inversión conjunta para cada sitio para el experimento 2.	56
Figura 35. RMS del ajuste a los datos y la suavidad en las diferentes iteraciones del experimento 2.	56
Figura 36. Cambio en los modelos y los coeficientes del polinomio de ajuste en el experimento 2.....	57
Figura 37. Anomalía de Bouguer sintética producida por el modelo de contrastes de densidad del experimento 3.....	58
Figura 38. Modelo de resistividades real con el cual se realizó el experimento 3.....	59
Figura 39. Modelos de resistividad-contraste de densidad propuesto para el experimento 3 y su mapa de correspondencia.	60
Figura 40. Inversión por separado de los datos gravimétricos del experimento 3.....	61
Figura 41. Modelo recuperado mediante la inversión por separado de datos MT del experimento 3. ...	62
Figura 42. Resistividad aparente y fase de los modos TE y TM obtenidos por el modelo de resistividades de la figura 41.	62
Figura 43. Comparación entre el modelo de prueba (izquierda), recuperado a partir de inversión por separado (en medio) y recuperado a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 3. Debajo de cada modelo se muestra su mapa de correspondencia.....	63
Figura 44. Mapas de correspondencia de los modelos recuperados mediante inversión conjunta (izquierda) e inversión por separado (derecha) para el experimento 3.	64
Figura 45. Evolución de los modelos de contraste de densidad y resistividad estimados por inversión conjunta para el experimento 3. Se muestran, de arriba hacia abajo, las iteraciones: 3, 6, 9 y 13.	64
Figura 46. Anomalía gravimétrica producida por el modelo estimado por inversión conjunta para el experimento 3.....	65
Figura 47. Respuesta de resistividad aparente y fase de los modos TE y TM del modelo de resistividad obtenido por inversión conjunta para cada sitio para el experimento 3.....	65
Figura 48. Valores RMS de los diferentes elementos de la función objetivo para las diferentes iteraciones del experimento 3.....	66

Figura 49. Convergencia de los modelos de densidad, resistividad y coeficientes del polinomio para el experimento 3.....	66
Figura 50. Comparación entre los modelos reales (izquierda), recuperados a partir de inversión por separado (en medio) y recuperados a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 4. Debajo de cada par de modelos, se muestra su mapa de correspondencia.	68
Figura 51. Mapas de correspondencia de los modelos recuperados mediante inversión conjunta (izquierda) e inversión por separado (derecha) para el experimento 4.	68
Figura 52. Evolución en la recuperación de los modelos de densidad y resistividad mediante inversión conjunta para el experimento 4. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 4, 8, 12, 16 y 20.	69
Figura 53. Ajuste de los datos gravimétricos con el modelo obtenido mediante inversión conjunta para la prueba 4.....	70
Figura 54. Ajuste a los datos restividad aparente (arriba) y fase (abajo) para el modo TE (verde) y TM (rojo) para cada sitio para la prueba 4.....	70
Figura 55. Cambio del RMS para cada elemento de la función objetivo con cada iteración para el experimento 4.....	71
Figura 56. Cambios en los modelos de resistividad/densidad, y en los coeficientes en cada iteración para el experimento 4.....	71
Figura 57. Comparación entre los modelos reales (izquierda), recuperados a partir de inversión por separado (en medio) y recuperados a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 5. Debajo de cada par de modelo, se muestra su mapa de correspondencia.....	74
Figura 58. Evolución en la recuperación de los modelos de densidad y resistividad mediante inversión conjunta para el experimento 5. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 4, 8, 12, 16 y 20.	74
Figura 59. Ajuste de los datos gravimétricos con el modelo obtenido mediante inversión conjunta para el experimento 5.....	75
Figura 60. Ajuste a los datos restividad aparente (arriba) y fase (abajo) para el modo TE (verde) y TM (rojo) para cada sitio para el experimento 5.	75
Figura 61. Cambio del RMS para cada elemento de la función objetivo con cada iteración para el experimento 5.....	76
Figura 62. Cambios en los modelos de resistividad y densidad, y en los coeficientes en cada iteración para el experimento 5.....	77

Figura 63. Ubicación del perfil de estudio y las estaciones de medición. Se utilizaron 25 estaciones de gravedad de datos tomados por la campaña del Cemie-Geo en Junio del 2016, y 12 estaciones de datos magnetotelúricos de la campaña del Cemie-Geo en 2015.	78
Figura 64. Sección geológica del Valle de Mexicali (abajo) y su ubicación en planta (arriba, en línea verde). Modificado de Lira (2005).	80
Figura 65. Modelo conceptual del campo geotérmico de Cerro Prieto. Modificado de Lira (2005).	81
Figura 66. Modelo de densidades en la zona geotérmica de Cerro Prieto obtenido por Grannell (1983).	82
Figura 67. Modelo post sismo del Valle de Mexicali obtenido a partir de la inversión serie paralelo de los modos TE y TM. Se muestran los hipocentros de los sismos registrados en el periodo 1991-2003 (puntos negros) y del sismo del 4 de abril del 2010 (estrella amarilla). La líneas verticales continuas son pozos y las discontinuas son las fallas reportadas: FI: Falla Indiviso, FCP: Falla Cerro Prieto, FG: Falla Guerrero, FS: Falla Saltillo y FIM: Falla Imperial. Tomada de Cortés Arroyo (2011).	82
Figura 68. Reproyección de las estaciones MT sobre una línea recta para la inversión 2D del perfil en Cerro Prieto.	84
Figura 69. Comportamiento del ajuste en los datos y la rugosidad en la inversión por separado de datos magnetotelúricos de la línea A en la zona geotérmica de Cerro Prieto.	85
Figura 70. Modelo 2D de resistividades obtenido a partir de la inversión por separado de los datos MT en la línea A de Cerro Prieto.	85
Figura 71. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de los modos TE (verde) y TM (rojo) para todos los sitios en la línea A obtenidos mediante la inversión por separado.	86
Figura 72. Reproyección de las ubicaciones de las estaciones de gravedad en una línea recta para la inversión 2D de la línea A en Cerro Prieto.	87
Figura 73. Inversión por separado de los datos gravimétricos en la línea A de Cerro Prieto.	88
Figura 74. Modelos recuperados de la inversión conjunta de la línea A. Comparación entre los modelos y el mapa de correspondencia de la inversión por separado (derecha) y la inversión conjunta (izquierda).	89
Figura 75. Evolución en la recuperación de los modelos de densidad y resistividad mediante inversión conjunta para la línea A en Cerro Prieto. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 3, 6, 9, 12 y 18.	90
Figura 76. Valores RMS para cada elemento de la función objetivo con cada iteración para la inversión conjunta de la línea A en Cerro Prieto.	91

Figura 77. Cambios en los modelos de resistividad y densidad, y en los coeficientes en cada iteración para la inversión conjunta en la línea A en Cerro Prieto. Se omitieron las primeras dos iteraciones ya que los cambios en los coeficientes quedaron fuera de rango (valores de 215 y 89). 91

Lista de tablas

Tabla 1. Conjuntos de datos más relevantes durante el proceso de exploración geotérmica (Modificado de International Geothermal Association, 2014).	3
Tabla 2. Coeficientes originales y recuperados de la distribución de datos sin ruido.	34
Tabla 3. Coeficientes recuperados en un mapa de correspondencia con ruido del 5%.	35
Tabla 4. Frecuencias utilizadas para el modelado de datos magnetotelúricos para el experimento 1.	41
Tabla 5. Correspondencia de los valores de los parámetros de resistividad y contraste de densidad para el experimento 1.	42
Tabla 6. Valores de los parámetros de la inversión conjunta para el experimento 1. Note que los cinco factores corresponden a la ponderación de los cinco elementos de la función objetivo.	45
Tabla 7. Frecuencias utilizadas para el modelado de datos magnetotelúricos en el experimento 3.	59
Tabla 8. Valores de contraste de densidad y resistividad del modelo del experimento 3.	60
Tabla 9. Valores de los parámetros de la inversión conjunta para el experimento 3.	63
Tabla 10. Valores de los parámetros de ponderación para cada elemento de la función objetivo para la inversión conjunta del experimento 4.	67
Tabla 11. Frecuencias muestreadas en los datos magnetotelúricos de la línea A en Cerro Prieto.	83
Tabla 12. Valores de los parámetros de la inversión conjunta para la línea A de Cerro Prieto.	88

Lista de anexos

ANEXO A: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase del modo TE y TM de los datos magnetotelúricos del experimento 1.....	100
ANEXO B: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión por separado del experimento 1.	101
ANEXO C: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 1.	105
ANEXO D: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 2.	109
ANEXO E: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase del modo TE y TM de los datos magnetotelúricos del experimento 3.....	113
ANEXO F: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión por separado del experimento 3.	114
ANEXO G: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 3.	118
ANEXO H: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 4.	122
ANEXO I: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 5.	126
ANEXO J: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase del modo TE y TM de los datos magnetotelúricos de la línea A de datos de campo en Cerro Prieto.	130
ANEXO K: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión por separado de los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto.....	131
ANEXO L: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta de los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto.	135

Capítulo 1. Introducción

El declive en la producción de combustibles fósiles y sus efectos acumulados en el clima global han acelerado la adopción de nuevas fuentes de energía limpia. Es así como la geotermia está recibiendo renovada atención como una fuente alterna de energía. A diferencia de otras fuentes de energía renovables, la energía geotérmica debe ser extraída del subsuelo siguiendo procedimientos de perforación; por lo que las limitantes técnicas y económicas de estos procedimientos hacen imperante la aplicación de métodos geofísicos de exploración en superficie para ubicar, evaluar y caracterizar el recurso existente del subsuelo y optimizar su extracción sustentable.

Aunado a los avances en la adquisición misma de datos geofísicos, se han mejorado las técnicas que nos permiten utilizarlos para inferir la estructura y propiedades físicas del subsuelo. Dentro de estas técnicas, la inversión de datos ha tomado un lugar preponderante como la conexión entre los datos geofísicos observados y la información que deseamos obtener del sistema físico de estudio.

1.1 Exploración geotérmica y datos geofísicos

Un proyecto geotérmico involucra diferentes fases hasta su etapa de operación. De acuerdo a la *International Geothermal Association* (2014), las etapas generales son:

1. Estudios preliminares
2. Exploración
3. Pruebas de perforación
4. Revisión del proyecto y planeación
5. Desarrollo de campo
6. Construcción de la planta geotérmica
7. Puesta en marcha
8. Operación

En este proceso, las primeras etapas son cruciales ya que la probabilidad de éxito depende de la cantidad y calidad de la información dada por los estudios preliminares, la exploración en superficie y las pruebas de perforación. La integración de la información de estas tres primeras fases es decisiva en la construcción de un modelo conceptual (figura 1).

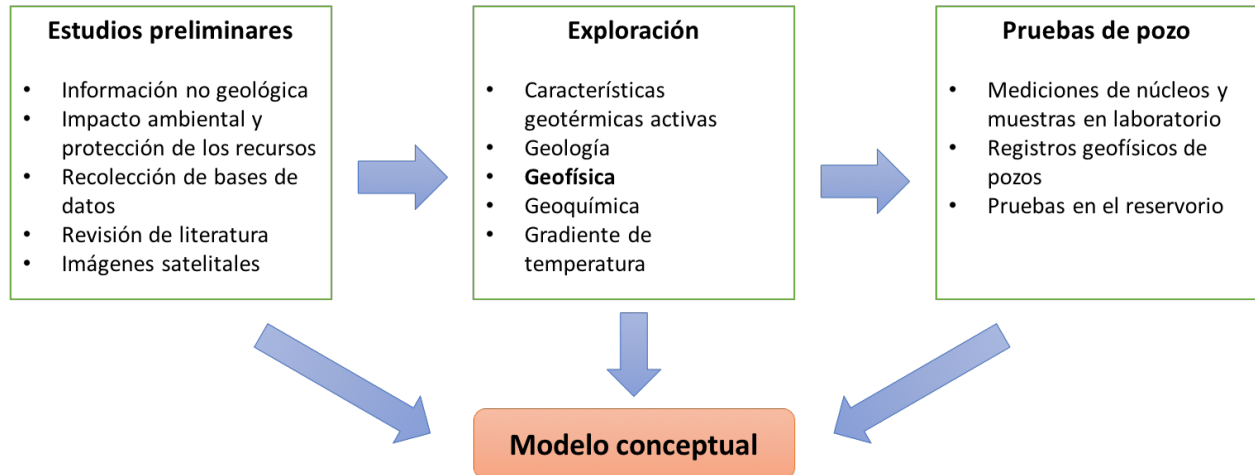


Figura 1. Construcción de un modelo conceptual a partir de la información preliminar, la exploración y las pruebas de pozo. (Modificado de International Geothermal Association, 2014).

La primer fase involucra una recopilación de la información disponible. En la segunda fase, se realiza una exploración geotérmica que comprende principalmente técnicas de geología, geofísica y geoquímica. Estas técnicas nos ayudan a estimar algunos parámetros críticos en la toma de decisiones como la temperatura, la profundidad, la permeabilidad y la extensión del recurso. En la tabla 1 se muestran detalladamente las técnicas que aportan información relevante para la exploración geotérmica. Una vez que se tiene esta información, es posible acotar los lugares ideales para hacer pruebas de perforación, y con ello, refinar el modelo conceptual mediante la integración de estas tres etapas.

Es así, que en la actualidad es común encontrar más de un tipo de datos geofísicos en áreas de interés geotérmico. Por ejemplo, en la zona geotérmica del volcán Lastarria en Chile, se realizaron levantamientos sísmicos y magnetotelúricos en la búsqueda de la fuente de calor geotérmico y, en este caso, ambos tipos de datos encontraron una zona anómala similar. Por un lado Díaz, et. al. (2015) encontraron una zona conductiva debajo del volcán Lastarria, y por otro lado Spica, et. al. (2015) encontraron que la misma zona es una región de bajas velocidades de la onda S. Es de esperar que, en algunos escenarios, se pueda encontrar una correspondencia natural entre los modelos obtenidos por dos tipos de datos de manera independiente. Lo cual lleva a la pregunta de si pudiera existir alguna ventaja en aprovechar esta correspondencia natural entre los modelos asociados a diferentes tipos de datos geofísicos y emplearlas en la determinación de un modelo único más congruente para los diferentes tipos de datos.

Tabla 1. Conjuntos de datos más relevantes durante el proceso de exploración geotérmica (Modificado de International Geothermal Association, 2014).

Características geotérmicas activas	Datos geológicos
• Ubicación, temperatura y pH • Conductividad eléctrica • Tasa de flujo • Presencia de gas y su composición • Presencia de olores (derivados de sulfuros y otros) • Presencia de precipitados en los fluidos • Mapas locales detallados	• Mapas geológicos • Secciones geológicas transversales • Estratigrafía y litología en columnas estratigráficas • Geología estructural regional y local • Identificación de la fuente potencial de calor • Presencia de mineralización asociada con sistema hidrotermales
Datos geoquímicos	Datos geofísicos
• Ubicación, nombre y características de puntos de muestreo • Temperatura, pH, EC y tasa de flujo en el tiempo del muestreo • Método de filtración de muestras y de preservación • Nombre del laboratorio que proporciona el análisis • Información del tratamiento de inhibición de la Calcita	• Percepción remota • Estudios gravimétricos • Estudios geomagnéticos • Estudios magnetotelúricos (MT) • Resistividad eléctrica (DC) • Potencial espontáneo (SP) • Estudios sísmicos (2D y 3D) • Estudios del gradiente de flujo de calor/temperatura

En la práctica cotidiana, sólo se ha caracterizado a los sistemas geotérmicos mediante la interpretación de datos geofísicos por separado, lo que ha requerido la asimilación de suposiciones individuales para cada tipo de datos y que ha resultado, en mayor o menor medida, en modelos con diferencias inducidas por estas suposiciones. En este trabajo, nos enfocaremos a la exploración mediante dos de los métodos geofísicos estándar en la exploración geotérmica: el método magnetotelúrico y el gravimétrico y plantearemos un marco teórico para determinar la posible correspondencia entre los modelos asociados de densidad y resistividad a través de una técnica de inversión conjunta.

1.2 Inversión conjunta de datos geofísicos

El objetivo principal en la inversión de datos geofísicos es determinar un modelo del subsuelo capaz de replicar dichos datos. Desafortunadamente, todos los datos geofísicos son naturalmente insuficientes para determinar un modelo único del subsuelo, por lo que se les tiene que proveer de información adicional que les ayude a seleccionar el modelo más simple o más razonable geológicamente. En la primer vertiente, una estrategia común es favorecer modelos más homogéneos estableciendo “condiciones de

suavidad”. Mientras que, en la segunda vertiente, es común favorecer modelos más próximos a una preconcepción geológica o a registros y muestras de pozos y superficie. Una vertiente diferente, es la de usar la información proveniente de otro tipo de datos geofísicos y, cuando ambos tipos de datos geofísicos son empleados simultáneamente para obtener un modelo del subsuelo, estaremos hablando de la Inversión **Conjunta** de datos geofísicos.

Para lograr incorporar la información de otro método, la inversión conjunta requiere de una relación funcional (o conexión) entre los múltiples datos o los modelos. En años recientes, se han propuesto y desarrollado varias de estas relaciones. Por ejemplo, Gallardo y Meju (2003) propusieron una relación funcional entre los cambios de las propiedades físicas para medir la similitud estructural de dos modelos (cross-gradients) y la emplearon en inversión conjunta.

1.3 Antecedentes

1.3.1 Inversión mediante relaciones estructurales

En este enfoque la idea es usar una relación funcional entre la topología (estructura) de los modelos en el problema inverso. En este contexto se han desarrollado diferentes relaciones estructurales, destacando la propuesta por Haber y Oldenburg (1997) quienes consideraron como estructuras similares aquellas cuyos cambios ocurren en las mismas ubicaciones físicas y que cuantificaron con un operador laplaciano normalizado. De uso más amplio, es la propuesta por Gallardo y Meju (2003) quienes definieron la similitud de estructura utilizando los productos cruzados de los gradientes de los campos.

1.3.2 Relaciones petrofísicas e inversión mediante mapas de correspondencia

En una segunda familia de funciones de correlación, se aprovecha el hecho de que muchos experimentos de laboratorio y campo han demostrado la existencia de relaciones funcionales entre los mismos parámetros físicos. Estas relaciones son conocidas como relaciones petrofísicas (cuando se hace alusión al origen de la relación en materiales rocosos) o como mapas de correspondencia (en un término más genérico derivado del campo del procesamiento de imágenes digitales).

Archie (1942) fue el primero en establecer una relación petrofísica entre diferentes parámetros hidráulicos (saturación de agua y porosidad) y eléctricos (resistividad) y, mediante mediciones en pozos, determinó algunos parámetros empíricos para diferentes tipos de rocas (exponente de saturación, factor de cementación y factor de tortuosidad). A partir de entonces, se han hecho algunos intentos de encontrar una relación entre otras propiedades físicas. Barton (1986) encontró una relación entre la velocidad de la onda P y la densidad para diferentes rocas. Jones et al. (2009) encontraron una relación cualitativa entre la velocidad sísmica y el logaritmo en base 10 de la conductividad en una zona del manto litosférico. Moorkamp (2007) realizó una inversión conjunta 1D de datos magnetotélúricos y de onda P y concluyó que la estructura sísmica y eléctrica coinciden. Todos los autores anteriores, sin embargo, han encontrado gran dispersión en los datos y zonas donde no hay una relación clara entre los parámetros.

En el caso de zonas geotérmicas no se tienen antecedentes de inversión conjunta utilizando relaciones directas. En general, los pocos intentos que se han hecho por establecer una relación entre la densidad y la resistividad parten de las ecuaciones de Archie en medios sedimentarios mediante la parametrización de una tercera variable: la porosidad.

1.3.3 Inversión conjunta mediante mapas de correspondencia

En los últimos años, los métodos de inversión conjunta que utilizan relaciones estructurales han sido muy recurridos por su ventaja de poder generalizar un problema. Sin embargo, estas metodologías no aprovechan la relación que pudiera existir entre los parámetros físicos en cada objetivo geológico.

Otra forma de establecer una conexión entre dos modelos geofísicos, es mediante la relación directa entre sus propiedades físicas (conocida como mapa de correspondencia). Dicho nombre proviene del hecho de que se realiza un mapa punto a punto de los valores de los parámetros de cada modelo, y se propone una función de relación (por ejemplo, una relación lineal, polinómica, exponencial, etc.). Dicha técnica es una generalización de las relaciones petrofísicas, pero a diferencia de éstas últimas, no es necesario parametrizar o imponer una relación fundamentada en física de rocas.

Los mapas de correspondencia no han sido muy utilizados ya que todas las aplicaciones reportadas han deliberadamente prescrito relaciones empíricas muy particulares para una zona de estudio, perdiendo

parte de la generalización, a costa de ganar detalle en objetivo de estudio [e.g Colombo & De Stefano, 2007; Lelievre et. al., 2012; Moorkamp, et. al., 2011].

En la figura 2 se muestra un resumen de los datos utilizados en el proceso de inversión conjunta. En este caso, el elemento nuevo es la relación directa entre los parámetros de los modelos en cuestión como información adicional.

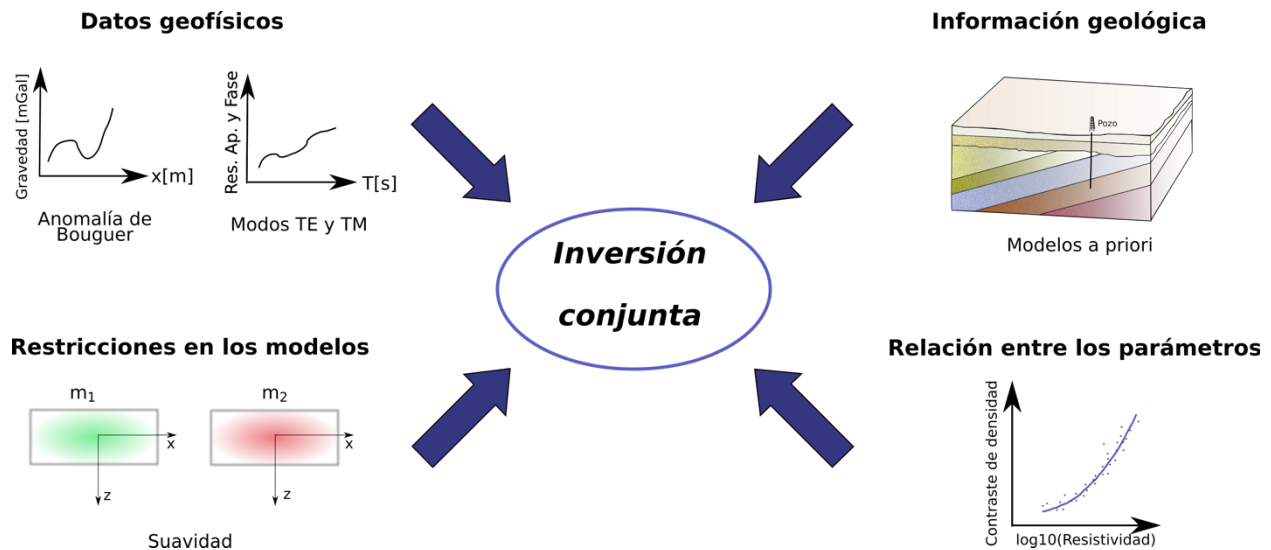


Figura 2. Datos de entrada en el proceso de inversión conjunta mediante mapas de correspondencia.

1.4 Hipótesis

La pregunta fundamental en el presente trabajo es: ¿Existe una correlación entre la resistividad y la densidad en zonas geotérmicas que se pueda detectar con los datos geofísicos? y, si llegara a existir, ¿Podría ser utilizada a priori como una función de correlación para la inversión conjunta empleando modelos de resistividad eléctrica y densidad?

Nuestra hipótesis es que esta correlación sí existe y es detectable mediante datos geofísicos y que esta relación ayudaría como información adicional en el proceso de inversión. Tanto para facilitar la búsqueda de los modelos de resistividad y densidad como para reducir los errores debido a suposiciones propias de cada método.

En todos los sistemas geotérmicos se llevan a cabo procesos físico-químicos que alteran simultáneamente las características físicas de las rocas y fluidos que los componen. De hecho, el simple cambio de la proporción de fluidos hidrotermales afecta directamente tanto la resistividad como la densidad de las rocas. Y en un sistema sedimentario saturado, en particular, la resistividad y la densidad dependen directamente de la porosidad del medio de acuerdo a la relación de Archie (1942) y a la definición misma de la densidad de las rocas. Siguiendo las mismas leyes, la temperatura del fluido también afecta de forma simultánea a la densidad y la resistividad de las rocas en el yacimiento. Ya que, por un lado, el incremento en la temperatura dilata las rocas, es decir, disminuye su densidad, y por otro lado, disminuye su resistividad eléctrica. En un tercer caso, la presión litostática es otra variable que podemos suponer que afecta a ambas propiedades, ya que un incremento en la presión litostática cierra los espacios porosos incrementando la densidad y la resistividad de los materiales.

Lo anterior lleva a plantear que la relación entre ambas propiedades en un sistema geotérmico no es aleatoria, y que podría ser utilizada como información en el proceso de inversión. Sin embargo, de todas las variables mencionadas anteriormente sólo podríamos inferir su comportamiento de manera aislada y en condiciones de laboratorio. Conocer su efecto agregado sobre la densidad y la resistividad del yacimiento, a las que sólo se tiene acceso en registros de pozo en ubicaciones puntuales, sería una tarea con resultados muy difíciles de predecir. En su lugar, en este trabajo proponemos encontrar dicha relación sin hacer suposiciones ni parametrizaciones con otras variables. Es decir, la relación de correspondencia entre la densidad y la resistividad es también una incógnita en nuestro problema inverso, y esa relación cambiaría para cada caso y zona de estudio utilizando únicamente los datos gravimétricos y magnetotelúricos.

Finalmente, esperamos que la relación entre las propiedades físicas sea no unívoca y particular, es decir, que no esperamos encontrar una correspondencia tan simple que nos relacione, por ejemplo, un sólo valor de resistividad a un sólo valor de densidad, y mucho menos que esa relación sea una relación general aplicable a cualquier zona de estudio. A pesar de que inicialmente este parece ser un inconveniente, podría resultar en una ventaja, ya que esto explicaría otros rasgos importantes del sistema de estudio, lo cual nos permitirá obtener una mejor caracterización que la que podríamos obtener con inversión mediante relaciones estructurales.

1.5 Objetivos

Objetivo principal

- Caracterizar una zona geotérmica mediante el análisis de sus propiedades físicas utilizando una inversión conjunta bidimensional de datos magnetotelúricos y gravimétricos.

Para lograrlo, se plantean los siguientes objetivos específicos:

- Realizar una revisión exhaustiva de los algoritmos 2D de modelado e inversión de datos magnetotelúricos y gravimétricos para elegir los que se adapten al algoritmo de inversión conjunta a implementar.
- Realizar la inversión por separado de los datos gravimétricos y magnetotelúricos a lo largo de un perfil en el área de estudio.
- Implementar de forma numérica y computacional un algoritmo que realice la inversión conjunta bidimensional de datos magnetotelúricos y gravimétricos utilizando mapas de correspondencia.
- Validar los resultados de la inversión conjunta en experimentos sintéticos.
- Aplicar el código de inversión conjunta en datos de campo de una zona geotérmica.

Capítulo 2. Modelado numérico de datos gravimétricos y magnetotélúricos

2.1 Ecuaciones fundamentales del método gravimétrico

La gravimetría mide el campo de gravedad de la Tierra; más comúnmente a través de la medición de las variaciones de la gravedad entre dos puntos sobre su superficie. Aunque estas variaciones tienen diversos orígenes, en geofísica de exploración estamos interesados en aquellas que se deben a los cambios de la densidad de las rocas debajo de su superficie.

Fuera del límite relativista, el campo gravitacional es conservativo y por ende se puede describir a través del gradiente de un potencial gravitacional escalar U que obedece el principio de superposición. Así, el potencial gravitacional de una colección de masas es la suma de los potenciales gravitacionales de las masas individuales. Para una distribución espacial de masas diferenciales $dm = \rho(x, y, z) dx dy dz$ el potencial de gravedad en un punto de observación $P(x_0, y_0, z_0)$ está dado por:

$$U(x_0, y_0, z_0) = k \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho(x, y, z)}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{1/2}} dx dy dz \quad (1)$$

Donde la integración es sobre el volumen ocupado por la masa, ρ es la densidad y k es la constante de gravitación universal. En la práctica, la mayoría de los gravímetros sólo son sensibles a cambios en la magnitud del campo de gravedad (nuestra definición de la vertical), por lo que en nuestro desarrollo sólo consideraremos la atracción que producen los cuerpos del subsuelo en esa dirección (g_z). En un sistema cartesiano local, la componente vertical del gradiente del potencial, g_z , está dada por:

$$g_z(x_0, y_0, z_0) = k \int_{z_1}^{z_2} \int_{y_1}^{y_2} \int_{x_1}^{x_2} \frac{\rho(z - z_0)}{[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2]^{3/2}} dx dy dz \quad (2)$$

2.1.1 Procesamiento de datos gravimétricos

En exploración gravimétrica estamos interesados en determinar las variaciones de la densidad de las rocas en las regiones más someras del subsuelo. Sin embargo, los datos tomados en superficie son el resultado de las contribuciones de todos los materiales dentro y fuera de la Tierra misma. Es por ello que antes de inferir un modelo en el subsuelo, debemos eliminar esa parte de la señal que no nos interesa y quedarnos con la parte “anómala”, que es la contribución de un subsuelo no homogéneo. Esta remoción de información se realiza a través de correcciones sucesivas a los valores de gravedad destacando *i)* correcciones temporales por marea y deriva instrumental, *ii)* correcciones por su posición debido a la masa, forma y rotación de la Tierra y *iii)* correcciones debido a su posición relativa sobre la superficie de la Tierra (correcciones de aire libre y Bouguer). Un mayor enfoque de los datos se logra a través de la separación de efectos asociados a cuerpos mayores (o muy profundos) de efectos más locales (separación regional-residual). Todos estos procedimientos de corrección están detallados en la mayoría de los libros de prospección geofísica [cf., Dobrin & Savit (1988)] y de métodos potenciales [cf. Blakely (1996)].

2.2 Modelado numérico bidimensional de datos gravimétricos

En muchos casos, estructuras geológicas como diques, fracturas y pliegues se extienden mucho más en una dirección que en las otras dos por lo que se pueden describir utilizando solamente dos de sus tres direcciones. Esta característica es aprovechada para simplificar el cálculo numérico de las alteraciones que estos cuerpos producen en los campos gravitacionales, eléctricos y magnéticos naturales en la Tierra.

Para calcular las anomalías de gravedad vertical producidas por variaciones bidimensionales de la densidad, partimos de la suposición de que el subsuelo está constituido por un conjunto de poliedros homogéneos bidimensionales de sección transversal recta. Para ocupar la totalidad del espacio, se supone que cada cara es compartida por dos poliedros contiguos.

Para calcular la respuesta de dicho modelo se siguió la formulación de Talwani et al. (1959) para un prisma recto de sección poligonal arbitraria como se encuentra descrita en Blakely (1996). Esta formulación es versátil para construir una malla de cualquier tipo de polígonos. Sin embargo, para facilitar su empate con

el modelo de resistividades en la inversión conjunta sólo se utilizaron prismas bidimensionales con rectángulos en su sección transversal.

Si tomamos la ecuación 2, para un cuerpo homogéneo que se extiende indefinidamente en la dirección “y”, y resolvemos la integral en dicha dirección, obtenemos la ecuación:

$$g_z(0,0) = 2\gamma\rho \iint \frac{z'dx'dz'}{x'^2 + z'^2} \quad (3)$$

Donde las coordenadas relativas están dadas por $x' = x - x_0$, $z' = z - z_0$.

Integrando esta ecuación en la dirección x' tenemos:

$$g = 2\gamma\rho \int \left[\tan^{-1} \frac{x'}{z'} \right]_{x'_1}^{x'_2} dz' \quad (4)$$

donde x'_1 y x'_2 son funciones de z' , y como se muestra en la figura 3 representan trayectorias alrededor de la sección transversal. En el caso más general, la integral de línea sobre la sección queda:

$$g = 2\gamma\rho \oint \tan^{-1} \frac{x'}{z'} dz' \quad (5)$$

Y resolviendo para un polígono de N lados (figura 3), tenemos que:

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \int_{z_n}^{z_{n+1}} \tan^{-1} \frac{x'}{z'} dz' \quad (6)$$

donde z_n y z_{n+1} son los puntos extremos del lado n. Y la expresión que nos relaciona a x' con z' es la ecuación de una línea recta

$$x' = \alpha_n z' + \beta_n \quad (7)$$

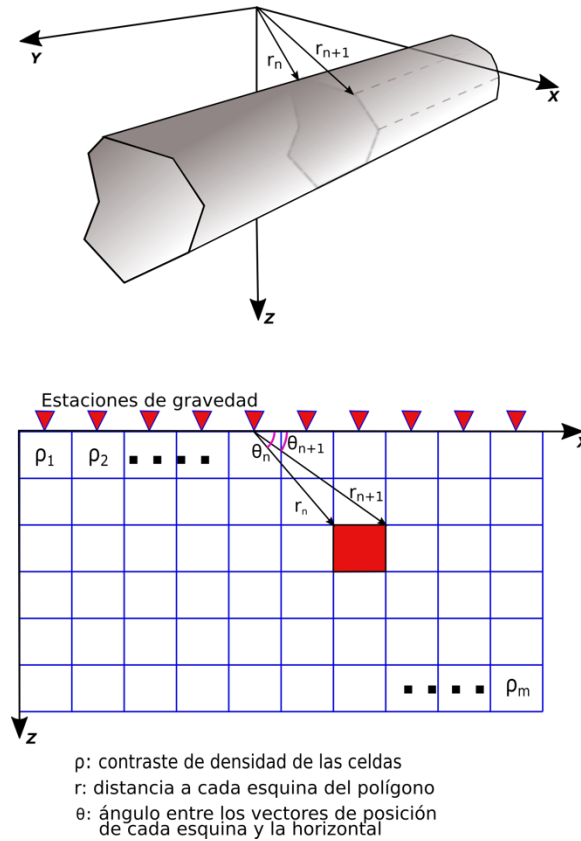


Figura 3. Aproximación a un cuerpo bidimensional mediante un polígono de N lados (arriba). Para la construcción de un medio 2D se utilizó una rejilla en la que se calcula la respuesta para cada celda rectangular contigua con la formulación de Talwani (abajo).

Donde

$$\alpha_n = \frac{x_{n+1} - x_n}{z_{n+1} - z_n} \quad (8)$$

$$\beta_n = x_n - \alpha_n z_n \quad (9)$$

Sustituyendo en 6 y simplificando nos queda

$$g = 2\gamma\rho \sum_{n=1}^N \frac{\beta_n}{1 + \alpha_n^2} \left[\log \frac{r_{n+1}}{r_n} + \alpha_n(\theta_{n+1} - \theta_n) \right] \quad (10)$$

De manera que la gravedad causada por el cuerpo bidimensional depende de la posición de las esquinas del polígono.

2.3 Ecuaciones fundamentales del método magnetotelúrico

El método magnetotelúrico mide campos electromagnéticos naturales en la superficie terrestre para inferir la conductividad eléctrica de las rocas del interior de la Tierra en un rango de profundidad desde algunas decenas de metros hasta varios cientos de kilómetros. Esto, aprovechando el hecho de que dicha propiedad influencia las diferencias de amplitud, fase y dirección entre los campos eléctricos y magnéticos en la superficie de la Tierra.

La base teórica del método se resume en las ecuaciones de Maxwell y se relaciona con las propiedades del medio a través de las ecuaciones constitutivas. Las cuatro ecuaciones de Maxwell son

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (11)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (12)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (13)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = q \quad (14)$$

donde $\vec{E}$ es el campo eléctrico, $\vec{H}$ es el campo magnético, $\vec{D}$ es la corriente de desplazamiento y $\vec{J}$ es la densidad de corriente.

La ecuación 11 es la Ley de Faraday, que indica que el campo eléctrico inducido es igual a la tasa de cambio en tiempo del flujo magnético. La ecuación 12 es la Ley de Ampere que relaciona al campo

magnético con la densidad de corriente eléctrica y las corrientes de desplazamiento. La ecuación 13 es la Ley de Gauss para campos magnéticos, que establece que los monopolos magnéticos no existen. Y la ecuación 14 es la Ley de Gauss para campos eléctricos, que muestra que el campo eléctrico es el resultado de la distribución de cargas eléctricas. Además, para incorporar las propiedades electromagnéticas de medios lineales e isotrópicos (conductividad σ , permeabilidad magnética μ y permitividad eléctrica ϵ) se añaden tres ecuaciones más, conocidas como relaciones constitutivas:

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (15)$$

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} \quad (16)$$

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (17)$$

Además, sabemos que las variaciones de la permitividad eléctrica ϵ y la permeabilidad magnética μ para la mayoría de las rocas son muy pequeñas en comparación con la conductividad eléctrica, de manera que es común utilizar los valores para un espacio libre, $\epsilon = \epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$ y $\mu = \mu_0 = 1.25566 \times 10^{-6} H/m$. Utilizando 15, 16 y 17 podemos reescribir las ecuaciones de Maxwell como:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (18)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \mu_0 \sigma \vec{E} \quad (19)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{q}{\epsilon_0} \quad (20)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (21)$$

Para el caso magnetotelúrico, las fuentes reconocidas son el sistema de corrientes ionosféricas de gran escala, así como tormentas eléctricas a distancia. En ambos casos, las ondas electromagnéticas inciden en forma de ondas planas y las diferencias en las propiedades eléctricas del aire y la tierra las refractan en un ángulo cercano a la vertical. Comúnmente, el estudio de las ondas electromagnéticas se realiza en el

dominio de la frecuencia, por lo que se consideran los campos electromagnéticos para cada onda armónica de frecuencia angular ω y amplitud $\vec{E}_0, \vec{H}_0$ dados como:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i\omega t} \quad (22)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0 e^{i\omega t} \quad (23)$$

Además, para el rango de frecuencias empleadas en prospección electromagnética, las corrientes de desplazamiento son despreciables en comparación con las corrientes de conducción. De manera que la ecuación 19 toma la forma:

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \sigma \vec{E} \quad (24)$$

Mientras que las series de tiempo de los campos eléctricos y magnéticos se podrían emplear directamente para estimar la conductividad de los materiales en el subsuelo, es común transformarlos en series de resistividad aparente y fase. Estos valores resultan de la suposición de la existencia de un medio homogéneo en el subsuelo que justificaría cada par de campos (E y H) para cada frecuencia. Las expresiones que resultan son:

$$\rho_a = \frac{1}{\omega\mu} \left| \frac{E_y}{H_x} \right|^2 = \frac{1}{\omega\mu} |Z_{yx}|^2 \quad (25)$$

Y

$$\phi_{yx}(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{\text{Im}(Z_{yx})}{\text{Re}(Z_{yx})} \right) \quad (26)$$

Donde ρ_a es la resistividad aparente, y Z_{yx} la impedancia intrínseca medida en superficie. En un medio bidimensional, se tiene la combinación también de E_x y H_y lo que resulta en otro par de valores de resistividad aparente y fase.

2.4 Modelado numérico bidimensional de datos magnetotelúricos

Al igual que en el modelo de densidades, en nuestro modelo de conductividades suponemos que las variaciones existen únicamente en dos de las direcciones, en el plano YZ (figura 4).

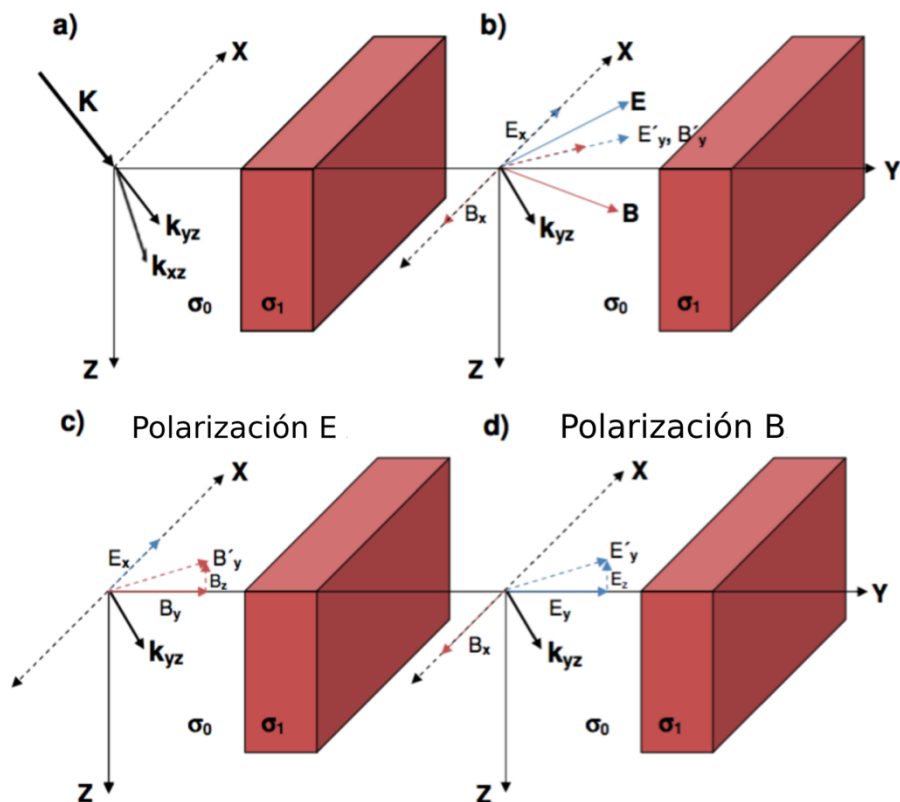


Figura 4. Descomposición de una onda electromagnética plana en un modelo 2D. A) Descomposición del número de onda k en los planos YZ y XZ. B) Los campos eléctricos y magnéticos asociados (E y B) y sus componentes. Descomposición de una onda polarizada en dos ondas. C) Polarización E (modo TE). D) Polarización B (modo TM). Modificada de Meqbel (2009).

Dado que, en el medio bidimensional de la figura 4, $\nabla_x \sigma = 0$ y que la onda incidente (caracterizada por el vector de número de onda k) es plana, las ecuaciones de Maxwell se desacoplan en dos modos distintos. El primer modo es llamado transversal eléctrico (TE) o polarización E. En este modo el sistema que está asociado con las componentes del campo eléctrico E_x es paralelo a la dirección del rumbo. De manera que las componentes eléctricas y magnéticas asociadas con este modo son E_x , B_y y B_z (figura 4c).

El segundo modo es llamado transversal magnético (TM) o polarización B. En este modo, la corriente eléctrica asociada con la componente del campo eléctrico E_y fluye perpendicular al rumbo. Las componentes acopladas con este modo son B_x , E_y y E_z (figura 4d).

Finalmente, las ecuaciones desacopladas tomando en cuenta sólo las componentes de ambos modos, resultan en:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = i\omega\mu_0\sigma E_x \quad (27)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\rho \frac{\partial B_x}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\rho \frac{\partial B_x}{\partial z} \right) = -i\omega\mu_0\sigma B_x. \quad (28)$$

Debido al desacople 2D, las impedancias Z_{xx} y Z_{yy} son nulas. Esto comúnmente se expresa como el tensor de impedancia que, en este caso queda simplemente como:

$$Z = \begin{pmatrix} 0 & Z_{xy} \\ Z_{yx} & 0 \end{pmatrix} \quad (29)$$

La solución numérica de las ecuaciones (27) y (28) para medios bidimensionales se puede realizar a través de ecuaciones integrales, diferencias o elementos finitos. Para las cuales existen diferentes aproximaciones y algoritmos ampliamente difundidos.

La solución a través de ecuaciones integrales provee un método rápido cuando hay pocas heterogeneidades, es decir, en modelos simples. Sin embargo, conforme la complejidad de los modelos aumenta, el tiempo de cómputo requerido se incrementa considerablemente. Otra desventaja es que únicamente se dividen las regiones anómalas en mallas, mientras que el resto del modelo que las rodea se mantiene fijo, frecuentemente en una estructura 1D.

Los algoritmos basados en ecuaciones diferenciales (diferencias finitas y elemento finito) que dividen el modelo completo (no sólo las regiones anómalas) en celdas donde cada una de las cuales se constriñen por una versión discreta de la ecuación 27 (modo TE) o 28 (modo TM). Estos métodos tienen un mejor desempeño en la resolución de modelos complejos, sin embargo, requieren un número considerable de

elementos, aún para modelos muy simples. El método de resolución del sistema de ecuaciones resultantes toma un lugar preponderante en la factibilidad de uso de una aproximación de solución en particular. Aún así, constituyen el método de solución numérica más utilizado.

En muchos escenarios, el método del elemento finito facilita la asimilación de interfaces irregulares como lo pueden ser el relieve (marino y/o topográfico) lo que en muchas veces favorece la adopción de esta aproximación numérica sobre las diferencias finitas.

2.4.1 Algoritmo Occam 2D

El algoritmo de modelado inverso utilizado en este trabajo es el ampliamente difundido ***Occam 2D*** de DeGroot-Hedlin & Constable (1990). Este algoritmo está basado en una aproximación lineal tipo Newton empleando el modelado directo por elementos finitos desarrollado por Wannamaker et. al. (1987) y el principio de reciprocidad para el cálculo de las derivadas de Fréchet (De Lugao & Wannamaker, 1996). El algoritmo adopta, para la regularización del problema inverso, una generalización bidimensional del procedimiento implícito en el algoritmo Occam 1D de Constable et. al. (1987).

El diagrama de flujo de este algoritmo (incluyendo el modelado numérico, cálculo de derivadas de Frechet y regularización) fue adoptado en la formulación del problema inverso conjunto como se relata en el capítulo siguiente.

Capítulo 3. Inversión conjunta de datos gravimétricos y magnetotelúricos

La teoría de inversión nos permite obtener información útil del mundo físico con base en inferencias logradas a partir de observaciones (Menke, 1989). El problema de predecir las observaciones atribuibles a nuestra representación del mundo físico (modelo) es llamado problema directo; mientras que el problema inverso consiste en predecir una mejor representación del mundo físico a partir de los resultados actuales de algunas mediciones (figura 5). Generalmente, si nuestro mundo físico puede ser unívocamente descrito por un modelo caracterizado por un conjunto finito de parámetros, el problema directo tiene una solución única, mientras que el problema inverso no (Tarantola A. , 2005). En la formulación de una solución a un problema inverso se debe prestar atención a varios aspectos, que incluyen nuestra parametrización del modelo, la definición de los datos observables empíricos, la definición de las características de nuestro modelo ideal (función objetivo), la metodología de solución del problema y el esquema numérico-computacional de búsqueda.

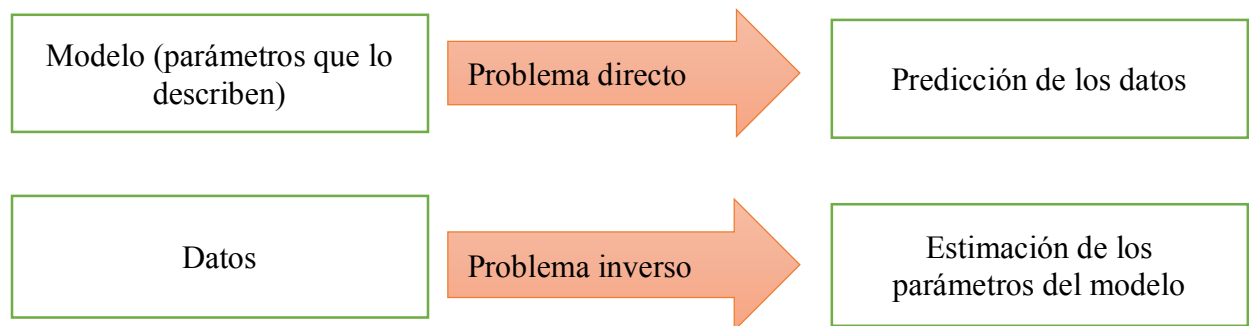


Figura 5. Esquema simple del problema inverso y el problema directo.

En este capítulo se describe la teoría de la metodología de inversión conjunta mediante mapas de correspondencia. Se presenta el problema, la información disponible para determinar los modelos de resistividad y densidad, la función objetivo y el desarrollo matemático para encontrar la solución del problema inverso. Finalmente, se describe el esquema numérico de búsqueda de la solución: las implicaciones, consideraciones y criterios de convergencia.

3.1 Datos y parámetros del problema inverso

Para resolver nuestro problema de inversión conjunta, el primer paso es seleccionar el tipo de datos que se planean invertir y los parámetros del modelo con los que pretendemos ajustar dichos datos.

En este trabajo de inversión conjunta se utilizarán datos de anomalía de gravedad vertical en combinación con datos de resistividad aparente y fase para diferentes frecuencias de los modos TE y TM. El modelo geofísico que se pretende inferir con estos dos conjuntos de datos está caracterizado por una distribución bidimensional de pares de contraste de densidad-logaritmo de resistividad.

Se supondrá que ambos conjuntos de datos, tanto para pruebas sintéticas como para su aplicación en datos de campo, se encuentran sobre un mismo perfil de manera que puedan muestrear una región común del subsuelo. Mientras que esto no es un requerimiento obligatorio, sí facilitará el establecimiento de una relación de correspondencia entre la densidad y la resistividad del modelo.

3.2 Función objetivo

En la presente formulación se propone establecer una función escalar (función objetivo) que nos mida el nivel en el que un conjunto de parámetros del modelo cumple nuestras expectativas. Comúnmente, la primera expectativa en un problema inverso en geofísica es encontrar un modelo que reproduzca adecuadamente los datos geofísicos observados. En nuestra aplicación en inversión conjunta extendemos nuestras expectativas y buscamos un modelo que cumpla con cinco condiciones:

- 1) Que ajuste a los datos del método magnetotelúrico, es decir, la resistividad aparente y fase de los modos TE y TM.
- 2) Que ajuste a los datos del método gravimétrico. En particular, a la anomalía de gravedad vertical.
- 3) Que privilegie una distribución homogénea de resistividad sobre una más heterogénea.
- 4) Que privilegie, también, una distribución de densidades homogénea sobre una más heterogénea.
- 5) Que imponga (o proponga) una relación matemática entre los valores correspondientes de densidad y resistividad del modelo.

Para concentrarnos en la novedad conceptual del objetivo propuesto, estos cinco elementos los proponemos en el marco de una norma cuadrática de valores de diferencias (mínimos cuadrados) convencional. El cual tiene una formulación simple de solución además de quedar fácilmente enmarcado en un contexto probabilístico (cf. Tarantola y Valette, 1982).

En el caso de que se busque *imponer* una función específica de correspondencia, la función objetivo se plantea como:

$$\begin{aligned} \phi = & \|d_1 - f(m_1)\|_{C_{dd1}^{-1}}^2 + \|d_2 - f(m_2)\|_{C_{dd2}^{-1}}^2 + \alpha_1 \|h_{1x}m_1\|^2 + \alpha_2 \|h_{1z}m_1\|^2 \\ & + \alpha_3 \|h_{2x}m_2\|^2 + \alpha_4 \|h_{2z}m_2\|^2 + \|g_{obs} - g(m_1, m_2)\|_{C_{gg}^{-1}}^2 \end{aligned} \quad (30)$$

Donde d_1 y d_2 son los datos observados gravimétricos y magnetotelúricos, respectivamente m_1 y m_2 son los modelos de contraste de densidad y $\log_{10}$ de la resistividad, $f(m_1)$ y $f(m_2)$ son las respuestas de ambos modelos, C_{dd1}^{-1} y C_{dd2}^{-1} son las inversas de las matrices de covarianza de los datos, que supondremos diagonal i.e. completamente descritas por las varianzas de los mismos.

h_{1x} , h_{1z} , h_{2x} , h_{2z} son operadores de suavidad en las direcciones horizontal y vertical para ambos modelos, que en el caso de este trabajo se restringieron a operadores de primera derivada. α_1 , α_2 , α_3 , α_4 son los factores que ponderan las condiciones de suavidad. En este trabajo se utilizaron los mismos factores para las direcciones horizontales y verticales, aunque no así para ambos modelos, ya que se supuso que las variaciones en la densidad de las rocas son menores que sus variaciones en resistividad.

Finalmente, g_{obs} es el valor de la función de correspondencia a imponer y $g(m_1, m_2)$ es el valor de la función de correspondencia obtenido para el par (m_1, m_2) . C_{gg}^{-1} es la covarianza de esa relación.

3.3 Solución del problema

Si definimos que

- a) Todos los observables pueden ser agrupados en un solo vector d_{obs}
- b) Todos los parámetros pueden también ser agrupados en un vector m
- c) Todas las relaciones entre datos d_{obs} y m se engloban en la ecuación $d=f(m)$

d) C_{dd} representa la matriz de covarianza que asimila todas las matrices de covarianza individuales del problema.

Entonces, la ecuación 30 se puede escribir como:

$$\phi(m) = [d_{obs} - f(m)]^T C_{dd}^{-1} [d_{obs} - f(m)] \quad (31)$$

En este contexto el problema inverso se define como encontrar el modelo $\hat{m}$ que minimice la función objetivo:

$$\text{viz} \quad \min \phi(\hat{m}). \quad (32)$$

Si ϕ es una función continua diferenciable, un mínimo de esta función debe satisfacer

$$\left. \frac{\partial \phi(m)}{\partial m} \right|_{\hat{m}} = 0 \quad (33)$$

Desarrollando

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial}{\partial m} \{ [d_{obs}^T - f(m)^T] C_{dd}^{-1} [d_{obs} - f(m)] \} \right|_{\hat{m}} &= 0 \\ \left. \frac{\partial}{\partial m} \{ d_{obs}^T C_{dd}^{-1} d_{obs} + f(m)^T C_{dd}^{-1} f(m) - d_{obs}^T C_{dd}^{-1} f(m) - f(m)^T C_{dd}^{-1} d_{obs} \} \right|_{\hat{m}} &= 0 \end{aligned} \quad (34)$$

Tomando en cuenta que los datos observados no dependen de los parámetros, y agrupando términos semejantes, tenemos que

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \phi}{\partial m} \right|_{\hat{m}} &= \left\{ 2 \left. \frac{\partial f^T(m)}{\partial m} \right|_{\hat{m}} C_{dd}^{-1} f(\hat{m}) - 2 \left. \frac{\partial f^T(m)}{\partial m} \right|_{\hat{m}} C_{dd}^{-1} d_{obs} \right\} = 0 \\ \left. \frac{\partial \phi}{\partial m} \right|_{\hat{m}} &= \left\{ \left. \frac{\partial f^T(m)}{\partial m} \right|_{\hat{m}} C_{dd}^{-1} [f(\hat{m}) - d_{obs}] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (35)$$

Para resolver podemos suponer que $f(m)$ puede aproximarse mediante

$$f(m) = f(m_0) + \left[\frac{\partial f(m)}{\partial m} \right] (m - m_0) + \dots +$$

$$f(m) = f(m_0) + \left[\frac{\partial f(m)}{\partial m} \right] m - \left[\frac{\partial f(m)}{\partial m} \right] m_0 \quad (36)$$

y llamando a la matriz de derivadas

$$A = \left. \frac{\partial f(m)}{\partial m} \right|_{\hat{m}_0} \quad (37)$$

Sustituyendo 37 en 36, y 36 en 35 tenemos

$$A^T C_{dd}^{-1} [f(\hat{m}_0) - A\hat{m}_0 + A\hat{m} - d_{obs}] = 0$$

$$A^T C_{dd}^{-1} A\hat{m} + A^T C_{dd}^{-1} [f(\hat{m}_0) - A\hat{m}_0 - d_{obs}] = 0$$

$$(A^T C_{dd}^{-1} A)\hat{m} = A^T C_{dd}^{-1} [d_{obs} - (f(\hat{m}_0) - A\hat{m}_0)]. \quad (38)$$

La solución de este sistema de ecuaciones lineales provee de una aproximación a la solución del problema inverso no lineal original a través de un método de búsqueda lineal y es conocido en teoría de optimización como método de Newton. Dependiendo del método de solución del sistema de ecuaciones lineales que se seleccione, la nomenclatura y desempeño del esquema computacional puede variar considerablemente.

3.4 Caso 1: relación de correspondencia conocida

En el primer caso, suponiendo que conocemos o deseamos imponer una relación de correspondencia en particular, nuestras incógnitas serían únicamente los modelos de contraste de densidad y logaritmo de resistividad, es decir:

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \end{bmatrix} \quad (39)$$

Las observaciones en campo son la anomalía de Bouguer (d_{obs1}), las curvas de resistividad aparente y fase en sus modos TE y TM (d_{obs2}), las restricciones de suavidad (h_{obs1} , h_{obs2}) y una relación de correspondencia g_{obs} .

$$d_{obs} = \begin{bmatrix} d_{obs1} \\ d_{obs2} \\ h_{obs1} \\ h_{obs2} \\ g_{obs} \end{bmatrix} \quad (40)$$

La matriz de covarianzas, en el caso más sencillo, es una matriz diagonal que contiene las covarianzas de los cinco tipos de datos. En el caso particular de la suavidad, se construye con los factores de peso (α), también llamados multiplicadores de Lagrange en el algoritmo *OCCAM 2D*:

$$C_{dd}^{-1} = \begin{bmatrix} C_{d1d1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{d2d2}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{h1h1}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{h2h2}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{gg}^{-1} \end{bmatrix} \quad (41)$$

La matriz de derivadas (también llamada de *sensibilidad*) general es:

$$A = \begin{bmatrix} A_{d1} & 0 \\ 0 & A_{d2} \\ A_{h1} & 0 \\ 0 & A_{h2} \\ A_{g1} & A_{g2} \end{bmatrix} \quad (42)$$

Donde

$$A_{d1} = \frac{\partial d_1}{\partial m_1} ; A_{d2} = \frac{\partial d_2}{\partial m_2} ; A_{h1} = \frac{\partial h_1}{\partial m_1} ; A_{h2} = \frac{\partial h_2}{\partial m_2} ; A_{g1} = \frac{\partial g}{\partial m_1} ; A_{g2} = \frac{\partial g}{\partial m_2}$$

Para este caso, el sistema de ecuaciones 38, lo podemos renombrar como

$$B\hat{m} = P \quad (43)$$

Donde

$$B = \begin{bmatrix} A_{d1}^T C_{d1}^{-1} A_{d1} + A_{h1}^T C_{h1}^{-1} A_{h1} + A_{g1}^T C_g^{-1} A_{g1} & A_{g1}^T C_g^{-1} A_{g2} \\ A_{g2}^T C_g A_{g1} & A_{d2}^T C_{d2}^{-1} A_{d2} + A_{h2}^T C_{h2}^{-1} A_{h2} + A_{g2}^T C_g^{-1} A_{g2} \end{bmatrix} \quad (44)$$

$$P = \begin{bmatrix} A_{d1}^T C_{d1}^{-1} [d_{obs1} - f_1(m_{01}) + A_{d1} m_{01}] + A_{h1}^T C_{h1}^{-1} [h_{obs1} - h_1(m_{01}) + A_{h1} m_{01}] + A_{g1}^T C_g [g_{obs} - g(m_1, m_2)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02}] \\ A_{d2}^T C_{d2}^{-1} [d_{obs2} - f_2(m_{02}) + A_{d2} m_{02}] + A_{h2}^T C_{h2}^{-1} [h_{obs2} - h_2(m_{02}) + A_{h2} m_{02}] + A_{g2}^T C_g [g_{obs} - g(m_1, m_2)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02}] \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} (\\ 4 \\ 5 \\) \end{matrix}$$

3.5 Caso 2: relación de correspondencia desconocida

En el caso más general, la relación de correspondencia entre dos propiedades es desconocida, pero si es parametrizada apropiadamente entonces estos parámetros pueden formar parte de las incógnitas a estimar. En nuestra aplicación, el problema general será encontrar los modelos de contraste de densidad, de resistividad y los parámetros que describen la relación entre ambas propiedades. Mientras que es posible emplear diferentes familias de funciones matemáticas, es nuestro interés emplear un agregado de funciones simples por lo que se seleccionó un desarrollo en funciones polinomiales dado por

$$g(m_1, m_2) = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q a_{ij} m_1^i m_2^j \quad (46)$$

Donde los coeficientes a_{ij} son los valores a determinar dentro del problema de inversión conjunta.

Definiendo de forma matricial el problema general, tendremos tres tipos de parámetros por determinar, añadiendo los coeficientes “a”:

$$m = \begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ a \end{bmatrix}. \quad (47)$$

Similarmente, el vector de observaciones está constituido por datos gravimétricos, magnetotelúricos, las hipótesis de suavidad y la función de correspondencia:

$$d_{obs} = \begin{bmatrix} d_{obs1} \\ d_{obs2} \\ h_{obs1} \\ h_{obs2} \\ g_{obs} \end{bmatrix}. \quad (48)$$

La matriz de covarianzas contiene las covarianzas de los cinco tipos de datos, y que en el caso de las condiciones de suavidad se trata de los factores de peso:

$$C_{dd}^{-1} = \begin{bmatrix} C_{d1d1}^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C_{d2d2}^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{h1h1}^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{h2h2}^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{gg}^{-1} \end{bmatrix} \quad (49)$$

Y la matriz de sensibilidades amalgama la sensibilidad de los datos geofísicos respecto a sus modelos, de la función de correspondencia respecto a los modelos y a los coeficientes que la describen, y los operadores derivada en el caso de las regularizaciones

$$A = \begin{bmatrix} A_{d1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{d2} & 0 \\ A_{h1} & 0 & 0 \\ 0 & A_{h2} & 0 \\ A_{g1} & A_{g2} & A_a \end{bmatrix}. \quad (50)$$

Para esta función, la matriz de derivadas de la relación de correspondencia respecto a los parámetros será:

$$A_{g1,k} = \frac{\partial g(a, m_1, m_2)}{\partial m_{1,k}} = \frac{\partial}{\partial m_{1,k}} \left\{ \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q a_{ij} m_{1k}^i m_{2k}^j \right\} \quad (51)$$

$$A_{g1,k} = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q a_{ij} i m_{1k}^{i-1} m_{2k}^j,$$

$$\begin{aligned} A_{g2,k} &= \frac{\partial g(a, m_1, m_2)}{\partial m_{2,k}} = \frac{\partial}{\partial m_{2,k}} \left\{ \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q a_{ij} m_{1k}^i m_{2k}^j \right\} \\ &= \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q a_{ij} j m_{1k}^i m_{2k}^{j-1} \quad \text{asi como} \end{aligned} \quad (52)$$

$$\begin{aligned} A_{a,kl} &= \frac{\partial g(a, m_1, m_2)}{\partial a_{kl}} = \frac{\partial}{\partial a_{kl}} \left\{ \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q a_{ij} m_1^i m_2^j \right\} = \\ &= m_1^k m_2^l. \end{aligned} \quad (53)$$

En esta formulación, el sistema de ecuaciones lineales $Bm=P$ queda definido como:

$$B = \begin{bmatrix} A_{d1}^T C_{d1}^{-1} A_{d1} + A_{h1}^T C_{h1}^{-1} A_{h1} + A_{g1}^T C_g^{-1} A_{g1} & A_{g1}^T C_g^{-1} A_{g2} & A_{g1}^T C_g A_a \\ A_{g2}^T C_g A_{g1} & A_{d2}^T C_{d2}^{-1} A_{d2} + A_{h2}^T C_{h2}^{-1} A_{h2} + A_{g2}^T C_g^{-1} A_{g2} & A_{g2}^T C_g A_a \\ A_a^T C_g A_{g1} & A_a^T C_g A_{g2} & A_a^T C_g A_a \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$P = \begin{bmatrix} A_{d1}^T C_{d1}^{-1} [d_{obs1} - f_1(m_{01}) + A_{d1} m_{01}] + A_{h1}^T C_{h1}^{-1} [h_{obs1} - h_1(m_{01}) + A_{h1} m_{01}] + A_{g1}^T C_g [g_{obs} - g(m_1, m_2)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02} + A_a a_0] \\ A_{d2}^T C_{d2}^{-1} [d_{obs2} - f_2(m_{02}) + A_{d2} m_{02}] + A_{h2}^T C_{h2}^{-1} [h_{obs2} - h_2(m_{02}) + A_{h2} m_{02}] + A_{g2}^T C_g [g_{obs} - g(m_1, m_2)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02} + A_a a_0] \\ A_a^T C_g [g_{obs} - g(m_1, m_2)_0 + A_{g1} m_{01} + A_{g2} m_{02} + A_a a_0] \end{bmatrix} \quad (55)$$

3.6 Diagrama de flujo de búsqueda de la solución

En este trabajo se implementará el caso más complejo, es decir, se buscan tres tipos de parámetros: el contraste de densidad, el logaritmo de la resistividad y los coeficientes del polinomio que describe la relación espacial entre densidad y resistividad.

Por un lado, tenemos un problema lineal (gravimétrico), y dos problemas no lineales que se pretenden linealizar en el esquema de búsqueda (magnetotelúrico y el ajuste polinomial). En la figura 6 se muestra de forma general el proceso de búsqueda tipo Newton de la solución óptima. En este proceso, primero se proponen tres grupos de parámetros óptimos iniciales, se calcula su respuesta y se calculan las matrices de sensibilidad de cada tipo de datos respecto a su modelo. En el caso del problema gravimétrico, al ser un problema lineal, su matriz de sensibilidad es constante respecto a la densidad, y sólo se calcula la primera vez. Para el caso del método magnetotelúrico, y del ajuste de la función polinomial de la regla de correspondencia, la matriz de sensibilidad se actualiza en cada iteración debido a que son problemas no lineales.

Para resolver el sistema de ecuaciones lineales $Bm=P$ de las ecuaciones 54 y 55, dado que la matriz B es simétrica, se emplea la descomposición de Cholesky. Para cada paso iterativo se actualizan todos los parámetros y se calculan las respuestas del nuevo modelo conjunto.

Finalmente, se calculan los RMS del ajuste de los datos gravimétricos y magnetotelúricos, el ajuste de la función de correspondencia y la suavidad de los modelos. También se calcula el cambio en los modelos del paso previo y el actual, y se procede a decidir si se continúa buscando una solución de acuerdo a los criterios de convergencia; los cuales, en este trabajo, son:

1. El ajuste a los datos y la suavidad ya alcanzaron un mínimo aceptable.
2. El cambio en los modelos ya es muy pequeño.
3. El número de iteraciones alcanzó un máximo definido por el usuario.

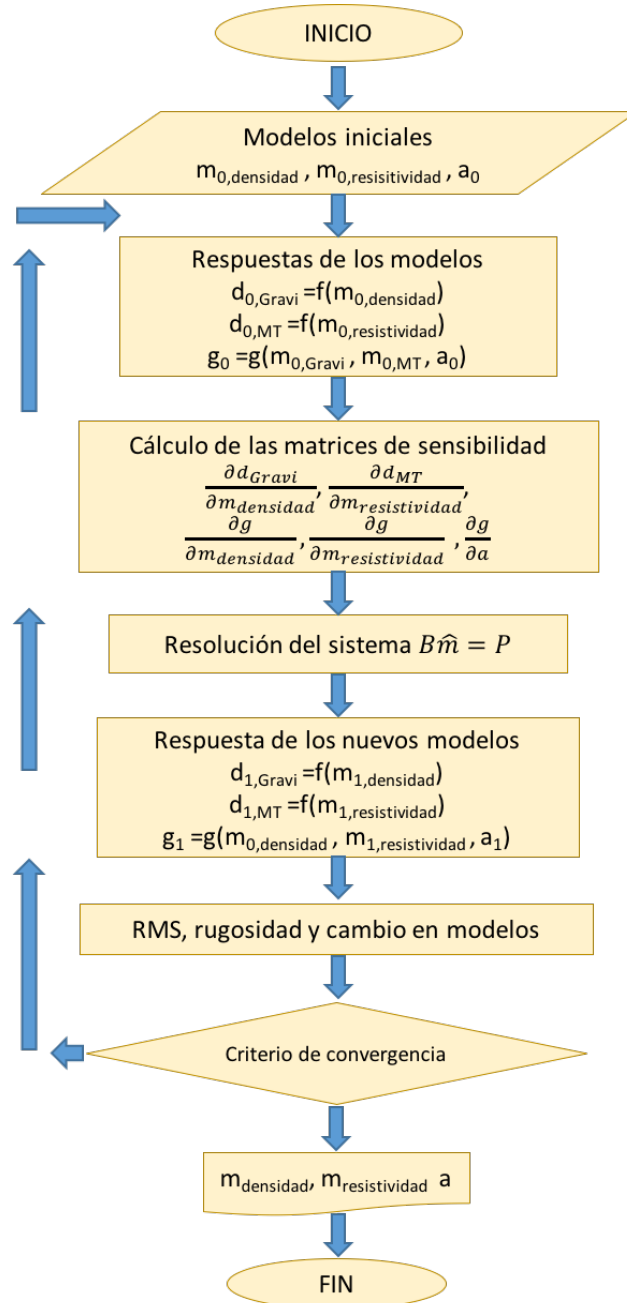


Figura 6. Diagrama de flujo del algoritmo de inversión conjunta.

Capítulo 4. Pruebas sintéticas y validación del método

En este capítulo se describirán algunas pruebas con modelos sintéticos para validar el método y evaluar su desempeño en el proceso de inversión. Se requiere conocer el papel de cada elemento de la función objetivo y, en particular, si las relaciones de correspondencia ayudan en la recuperación de la resistividad y densidad del modelo. Además, se requiere evaluar la estabilidad y convergencia del método de búsqueda.

La primer prueba consistió en evaluar el ajuste polinomial independientemente de las diferencias en sensibilidad propias de cada conjunto de datos geofísicos. El propósito fue determinar si el método de ajuste polinomial es adecuado y si se pueden recuperar los coeficientes de una relación polinomial cualesquiera aún en casos sencillos.

La siguiente prueba fue incorporar el ajuste polinomial en la formulación completa, es decir, en la resolución del sistema $Bm=P$ de las ecuaciones 54 y 55, en el caso en el que el ajuste a los datos se sustituye por un ajuste a un modelo a priori, i.e. cuando las matrices de sensibilidad de los datos geofísicos son la matriz identidad. El propósito fue comprobar que el proceso de inversión completo funcionaba, en especial, que las dimensiones de cada elemento fuera el correcto. En un caso simple como éste es sencillo ver qué parte contiene errores ya que los modelos sintéticos son los propios datos, y los coeficientes del polinomio son conocidos.

El siguiente paso fue efectuar pruebas que corresponden a la implementación del cálculo de los Jacobianos del método gravimétrico y magnetotelúrico en el algoritmo de inversión conjunta. Esta es la fase más importante y también la que requirió mayor tiempo ya que involucró la incorporación de los códigos de modelado de ambos métodos y hacer compatibles ambas mallas de modelado y operadores de suavidad.

Finalmente, una vez que se construyó el código computacional de la inversión conjunta, se propusieron modelos sintéticos de densidad y resistividad con cierta relación de correspondencia. Con ellos se generaron datos y se realizaron pruebas de inversión conjunta. Se analizaron los resultados, la convergencia y estabilidad del método de búsqueda, el peso de cada elemento de la función objetivo, su

influencia en los resultados, y se muestra la forma en que la inversión conjunta mediante mapas de correspondencia ayudó en la recuperación de los modelos.

4.1 Ajuste polinomial de dos conjuntos de datos

Se realizaron pruebas sintéticas con nubes de puntos que representan dos conjuntos de parámetros cualesquiera, con el fin de evaluar por separado el método de ajuste mediante un polinomio. En esta primer prueba el objetivo fue verificar si se pueden recuperar los coeficientes del polinomio que describe la relación conocida entre dos grupos de datos. Durante esta primer prueba, la relación teórica era un polinomio de grado 2 y el grado del polinomio de búsqueda fue de 4.

Caso 1. Circunferencia sin ruido

Se utilizó una regla de correspondencia circular de radio unitario como elemento de prueba, es decir, la distribución espacial de los parámetros m_1 y m_2 , haciendo la gráfica punto a punto, corresponde a la forma de una circunferencia.

La aproximación de la ecuación 46 considera un polinomio general, cuya función objetivo se aproxima a cero. Sin embargo, en la práctica, aproximar a cero en el proceso de inversión implica obtener la solución trivial, en la cual no estamos interesados. Es decir, si hacemos que todos los coeficientes del polinomio sean cero, obtenemos una de las soluciones al problema.

Para evitar la solución trivial se normalizó la función de correspondencia original (g) por el término independiente de la ecuación 46. En esta nueva función de correspondencia el término independiente es la unidad y puede usarse como valor objetivo. Es decir, si en la ecuación 46 definimos

$$\tilde{a}_{ij} = \frac{a_{ij}}{a_{00}}, \quad a_{00} \neq 0. \quad (56)$$

Entonces

$$\sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q a_{ij} m_1^i m_2^j = a_{00} \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \tilde{a}_{ij} m_1^i m_2^j \quad (57)$$

Y

$$\tilde{g}(m_1, m_2) = \sum_{i=0}^q \sum_{j=0}^q \tilde{a}_{ij} m_1^i m_2^j = 0 \quad (58)$$

siendo $\tilde{a}_{00}=1$.

Para ejemplificar, en el caso de un polinomio de cuarto grado tenemos:

$$g(m_1, m_2) = a_{00} + a_{01}m_2 + a_{02}m_2^2 + a_{10}m_1 + a_{11}m_1m_2 + a_{12}m_1m_2^2 + a_{20}m_1^2 + a_{21}m_1^2m_2 + a_{22}m_1^2m_2^2 = 0 \quad (59)$$

$$\tilde{g}(m_1, m_2) = 1 + \tilde{a}_{01}m_2 + \tilde{a}_{02}m_2^2 + \tilde{a}_{10}m_1 + \tilde{a}_{11}m_1m_2 + \tilde{a}_{12}m_1m_2^2 + \tilde{a}_{20}m_1^2 + \tilde{a}_{21}m_1^2m_2 + \tilde{a}_{22}m_1^2m_2^2 = 0 \quad (60)$$

Esta última restricción se puede reescribir como:

$$\tilde{a}_{01}m_2 + \tilde{a}_{02}m_2^2 + \tilde{a}_{10}m_1 + \tilde{a}_{11}m_1m_2 + \tilde{a}_{12}m_1m_2^2 + \tilde{a}_{20}m_1^2 + \tilde{a}_{21}m_1^2m_2 + \tilde{a}_{22}m_1^2m_2^2 = -1 \quad (61)$$

La ecuación 61 representa la ecuación de restricción de ajuste polinomial modificada. Como se observa, el valor objetivo ahora es -1 en lugar de cero. Esta sólo es una modificación algebraica y no tiene otro efecto en la búsqueda de la solución que el de evitar la solución trivial. El principal cuidado con esta formulación se dará en el caso en que $a_{00} \sim 0$.

En la figura 7 se muestra el resultado de la inversión para el caso de los coeficientes de una circunferencia, el eje vertical indica el valor estimado de la función que debe aproximarse a -1 para cada par de valores m_1 y m_2 .

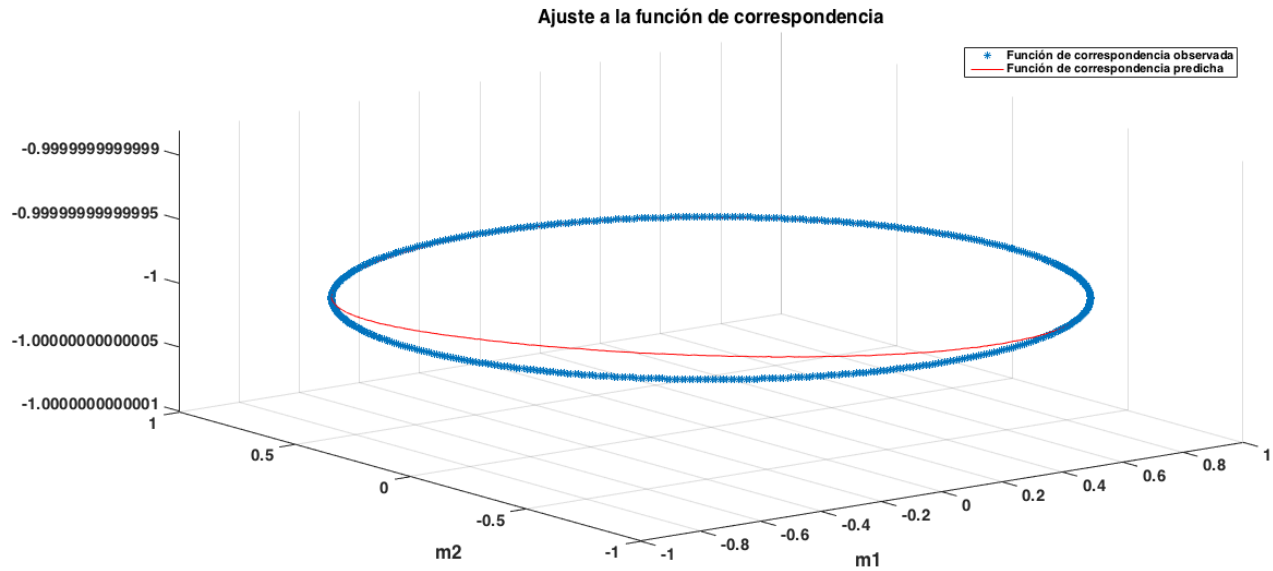


Figura 7. Mapa de correspondencia de dos parámetros m_1 y m_2 sin ruido, y su ajuste a una circunferencia.

En la figura 8 se observan 3 vistas de perfil de la figura 7, desde el eje del modelo 1, desde el eje del modelo 2, y una vista en planta desde el eje de la función polinomial. La tabla 2 muestra los valores numéricos estimados para cada coeficiente.

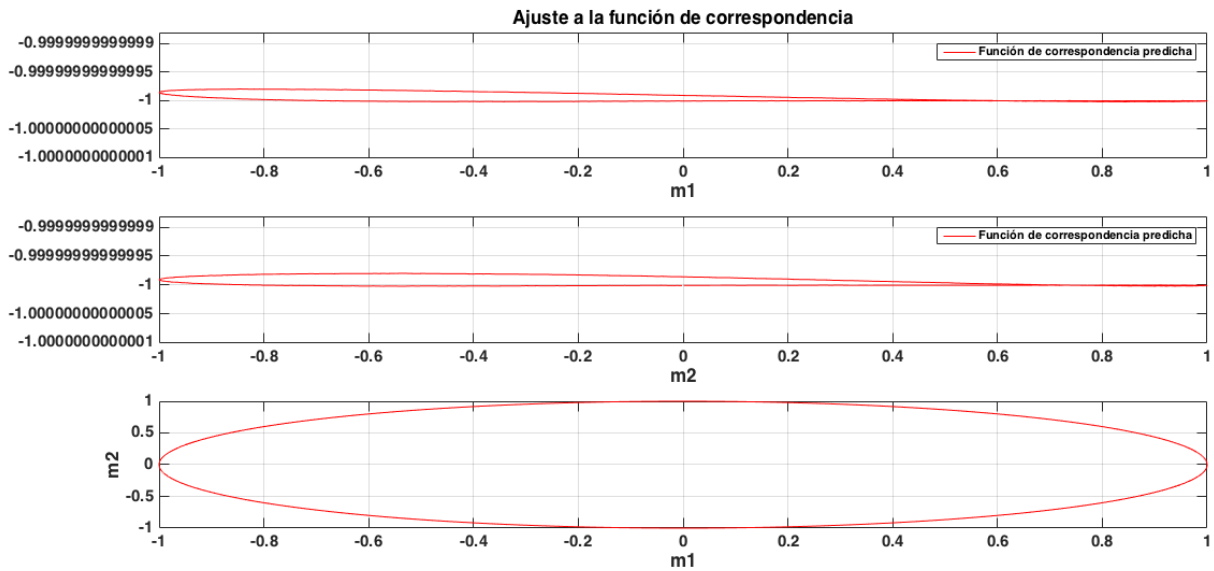


Figura 8. Vistas de perfil desde m_1 (arriba), desde m_2 (al centro) y en planta del ajuste a una circunferencia sin ruido.

Tabla 2. Coeficientes originales y recuperados de la distribución de datos sin ruido.

Coeficientes originales	Coeficientes recuperados
$\tilde{a}_{01} = 0.0$	-5.02766231424978e-15
$\tilde{a}_{02} = -1.0$	-0.999999999999996
$\tilde{a}_{10} = 0.0$	-7.50875056576561e-15
$\tilde{a}_{11} = 0.0$	1.01429281640364e-14
$\tilde{a}_{12} = 0.0$	6.67868538251071e-17
$\tilde{a}_{20} = -1.0$	-0.999999999999993
$\tilde{a}_{21} = 0.0$	-3.07392999943090e-15
$\tilde{a}_{22} = 0.0$	-3.84414722276460e-15

Es claro que, sin la presencia de ruido, el polinomio de segundo grado estimado adquirió la forma de la circunferencia unitaria original. Demostrando que el proceso establecido de búsqueda de coeficientes es viable en principio. Sin embargo es necesario probar su desempeño con datos: a) con ruido y b) incompletos. Como se describe en los experimentos siguientes.

Caso 2. Circunferencia con ruido.

Se planteó el mismo experimento de la circunferencia añadiendo ruido aleatorio de distribución normal (de media cero y desviación estándar del 5% de los datos) para cada elemento del par (m_1, m_2) correspondiente. El objetivo es valorar el desempeño en la recuperación de los coeficientes en un caso más realista, con información redundante pero incompatible (incompatibilidad debida al ruido aleatorio agregado).

Al igual que en el caso anterior, las figuras 9 y 10 muestran el ajuste a los datos para este caso, mientras que la tabla 3 resume los valores de los coeficientes encontrados. En general, el término constante estimado osciló entre -0.85 y -1.15. Es decir en un margen del 15% del valor objetivo de -1. Sin embargo, sólo el valor numérico del coeficiente $\tilde{a}_{22}$ presentó diferencias en su primer cifra significativa (11%) del valor teórico original. Esta es nuestra primer evidencia de potencial inestabilidad en el proceso de estimación de coeficientes de orden mayor cuando se consideren pares correspondientes generados de datos geofísicos con información incompleta.

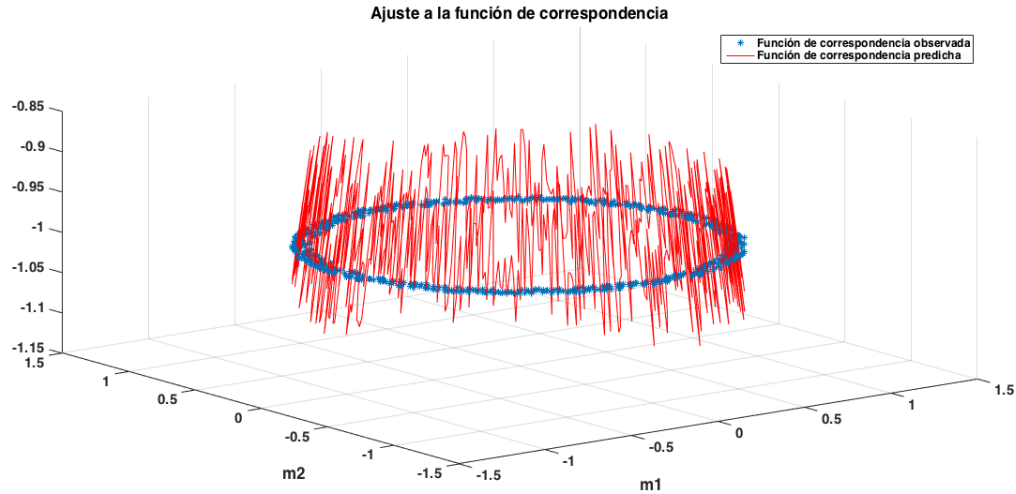


Figura 9. Mapa de correspondencia de dos parámetros m_1 y m_2 , con ruido del 5% y su ajuste a una circunferencia.

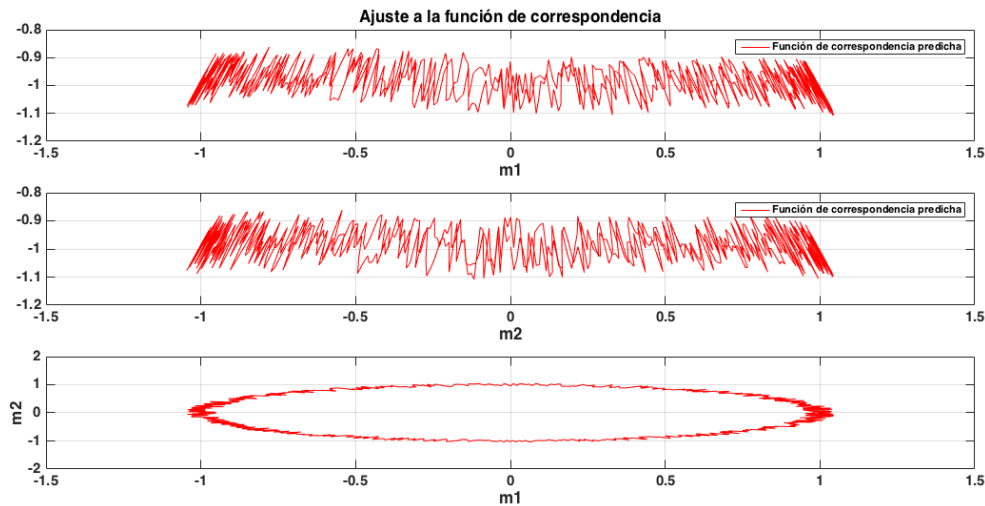


Figura 10. Vistas de perfil desde m_1 (arriba), m_2 (al centro) y vista en planta (abajo) del ajuste a una circunferencia con ruido del 5%.

Tabla 3. Coeficientes recuperados en un mapa de correspondencia con ruido del 5%.

Coeficientes originales	Coeficientes recuperados
$\tilde{a}_{01}= 0.0$	-0.0174886891508558
$\tilde{a}_{02}=-1.0$	-0.998822837490427
$\tilde{a}_{10}= 0.0$	-0.0139610769518651
$\tilde{a}_{11}= 0.0$	0.0184586140583810
$\tilde{a}_{12}= 0.0$	0.000583708225863327
$\tilde{a}_{20}=-1.0$	-0.994252720922224
$\tilde{a}_{21}= 0.0$	-0.00826212713814428
$\tilde{a}_{22}= 0.0$	0.115981098517648

4.2 Pruebas sintéticas con la formulación completa

Una vez que se probó la funcionalidad de la estimación de los coeficientes de una regla polinomial de correspondencia, el siguiente paso es combinarla con otros elementos de la función objetivo planeada para la inversión conjunta que se describe en la figura 6.

Para ello, primero se incorporó un modelo a priori como regularización ($d_{obs1} = m_{R1}, d_{obs2} = m_{R2}$) sustituyendo la matriz de sensibilidad de los datos geofísicos en la ecuación 54 y 55 por la matriz identidad ($A_{d1} = A_{d2} = I$). Esto nos permite probar de una forma sencilla el esquema de inversión.

Para este experimento, el esquema general $Bm=P$ queda planteado de la siguiente manera:

$$B = \begin{bmatrix} C_{d1}^{-1} + A_{g1}^T C_g^{-1} A_{g1} & A_{g1}^T C_g^{-1} A_{g2} & A_{g1}^T C_g^{-1} A_a \\ A_{g2}^T C_g^{-1} A_{g1} & C_{d2}^{-1} + A_{g2}^T C_g^{-1} A_{g2} & A_{g2}^T C_g^{-1} A_a \\ A_a^T C_g^{-1} A_{g1} & A_a^T C_g^{-1} A_{g2} & A_a^T C_g^{-1} A_a \end{bmatrix} \quad (62)$$

$$P = \begin{bmatrix} C_{d1}^{-1} m_{R1} + A_{g1}^T C_g^{-1} [\tilde{g}_{obs} - \tilde{g}(\hat{m}_{01}, \hat{m}_{02}) + A_{g1} \hat{m}_{01} + A_{g2} \hat{m}_{02} + A_a \hat{a}_0] \\ C_{d2}^{-1} m_{R2} + A_{g2}^T C_g^{-1} [\tilde{g}_{obs} - \tilde{g}(\hat{m}_{01}, \hat{m}_{02}) + A_{g1} \hat{m}_{01} + A_{g2} \hat{m}_{02} + A_a \hat{a}_0] \\ A_a^T C_g^{-1} [\tilde{g}_{obs} - \tilde{g}(\hat{m}_{01}, \hat{m}_{02}) + A_{g1} \hat{m}_{01} + A_{g2} \hat{m}_{02} + A_a \hat{a}_0] \end{bmatrix} \quad (63)$$

Mientras que nuestra formulación es independiente de cualquier patrón espacial de la distribución de m_1 y m_2 , es de esperar que dichos patrones espaciales existan e interactúen con la selección de una ley de correspondencia óptima. Así que, al igual que el caso anterior, se realizó una prueba suponiendo un mapa de correspondencia entre dos modelos que coincide con una circunferencia de radio unitario al cual se le asignó un patrón de variaciones espaciales de los parámetros a priori. Para esto se escogió la función de correspondencia paramétrica dada por:

$$(m_{R1}, m_{R2}) = \left(\cos\left(\frac{\pi x}{1000}\right), \sin\left(\frac{\pi x}{1000}\right) \right) \quad (64)$$

Espacialmente, estos modelos a priori presentan un patrón repetido en forma de capas verticales (figura 11a). Nótese que no se considera el agregar ruido aleatorio a ninguno de los elementos en 64.

El modelo estimado al resolver iterativamente la ecuación 63 se ilustra en la figura 11. Tal como se esperaba, ambos tipos de información (modelo a priori y regla de correspondencia) actuaron casi

independientemente. Por un lado, la distribución espacial de los modelos estimados corresponde a aquella de los modelos a priori; por el otro, la regla de correspondencia se ajustó a la circunferencia propuesta (figuras 12 y 13).

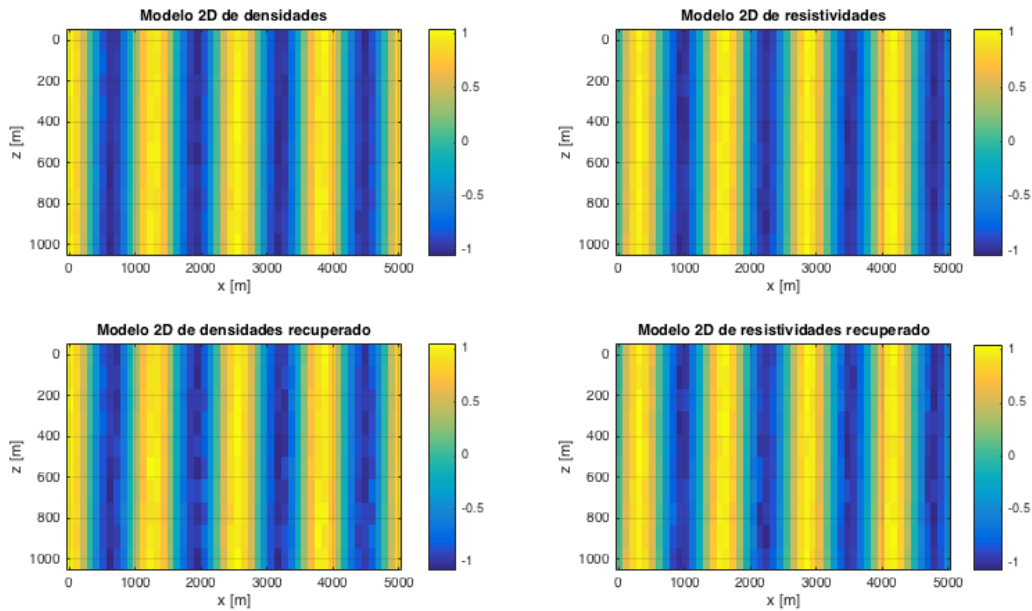


Figura 11. Modelos originales (arriba) y recuperados (abajo) de la inversión conjunta usando la matriz de sensibilidad como identidad.

En este experimento, el valor estimado de la constante de la función de correspondencia (cuyo valor objetivo es de -1) osciló entre -0.92 y -1.08, mientras que intervalos similares son encontrados en las variaciones de los valores de estimados $\hat{m}_1 - m_{R1}$ y $\hat{m}_2 - m_{R2}$ (cf. figura 13). Estas diferencias son notables considerando sobre todo que el modelo a priori empleado como dato no tenía ningún ruido numérico agregado. Esto evidencia el efecto de introducir más datos en la formulación ya que, en este experimento, el algoritmo buscó ajustar tres tipos de datos: los dos modelos apriori y la función de correspondencia.

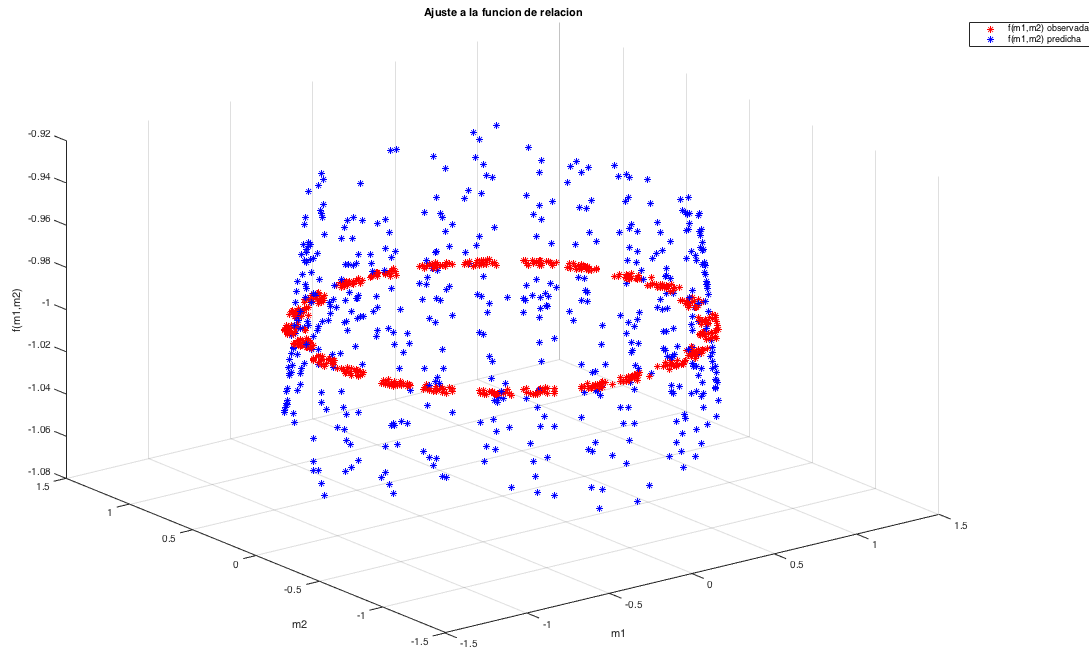


Figura 12. Mapa de correspondencia original (rojo) y recuperado (azul) de la inversión conjunta utilizando la matriz de sensibilidad como identidad.

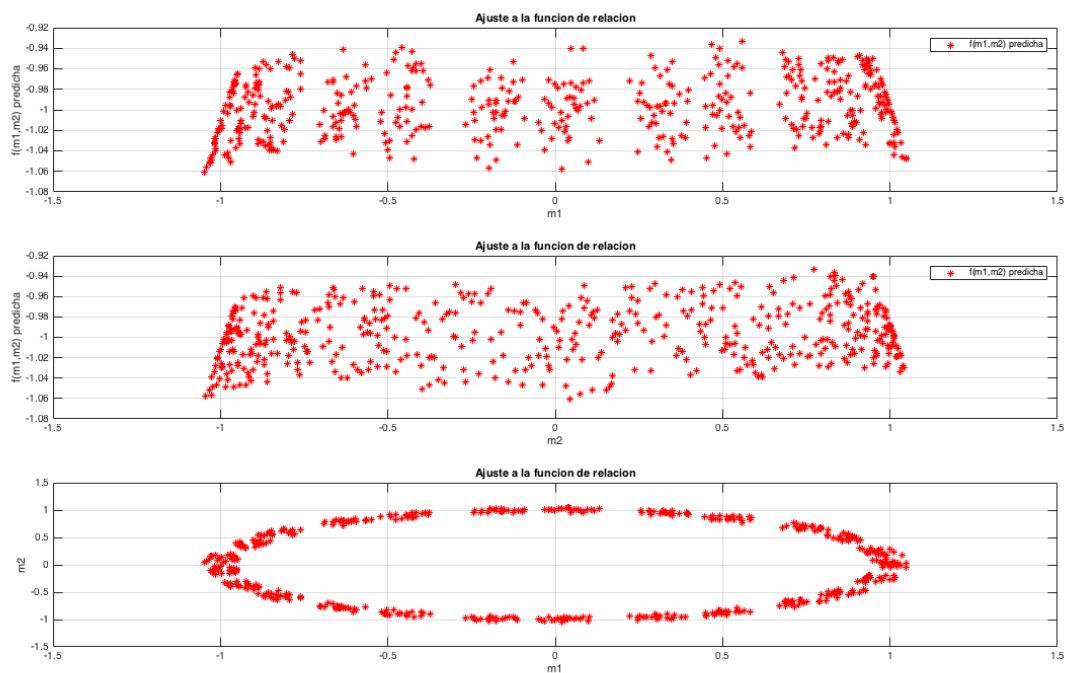


Figura 13. Perfiles desde m_1 (arriba), desde m_2 (al centro) y vista en planta del mapa de correspondencia recuperado de la inversión conjunta utilizando la matriz de sensibilidad como identidad.

4.3 Adaptación de los códigos de inversión 2D de datos gravimétricos y magnetotelúricos

Una vez realizadas las pruebas sintéticas con casos simples, el siguiente paso fue incorporar al algoritmo de inversión conjunta los códigos de inversión por separado en 2D. El diagrama de flujo del algoritmo (figura 6) nos permite tener una visión general de aquellas partes importantes que se requieren de cada código, que son: el cálculo del problema directo de cada método, el cálculo de los Jacobianos, y la estructura de los operadores de suavidad.

Finalmente, debido a que se requiere establecer una relación entre los parámetros, se debe de utilizar la misma malla de modelado inverso para ambos métodos. Esto nos ayuda a eliminar efectos debidos al submuestreo de celdas, que se traducen en puntos repetidos en los mapas de correspondencia. Y además, se evita la introducción de posibles errores numéricos durante el proceso de asignación de los valores de una celda de un modelo en la celda del otro modelo cuando sus vértices no coinciden espacialmente.

Para el caso del problema directo y el Jacobiano de gravimetría, se utilizó la formulación de Talwani implementando un código en fortran 90. Se adaptó también la malla 2D y la estructura de los operadores de suavidad para que coincidieran con la malla de elemento finito que utiliza el algoritmo *occam2D*. La única diferencia es el multiplicador o factor de ponderación de suavidad que se utilizó para cada modelo.

Para la parte del método magnetotelúrico se emplearon directamente las subrutinas del código *Occam2D* (DeGroot-Hedlin & Constable, 1990); es decir, la subrutina *FwdCalc*, que a su vez está basada en la subrutina de elementos finitos *PW2D* de Wannamaker et. al. (1987). Similarmente, para el caso del Jacobiano, se utilizó la subrutina *MAKJTJ* que construye la matriz de sensibilidad empleando reciprocidad mediante el adjunto de la función de Green.

4.4 Experimento 1: modelos con una relación unívoca

El primer experimento consistió en la inversión conjunta de datos gravimétricos y magnetotelúricos generados con un modelo de prueba con dos heterogeneidades: una de resistividad y densidad bajas, y otra de resistividad y densidad altas (figuras 15 y 16). Este modelo se discretizó en una malla común de resistividad-densidad con 1831 bloques para el modelado e inversión. Adecuando la malla de densidades a lo requerido por el algoritmo de *OCCAM2D* para MT.

Con el objetivo de analizar específicamente la influencia de la función de correspondencia, tanto la inversión por separado como la inversión conjunta se mantuvieron con factores de suavidad constantes y sin modelos a priori. Es decir, el único factor que influyó en el proceso de inversión conjunta diferente a la inversión por separado fueron los mapas de correspondencia.

4.4.1 Datos gravimétricos y magnetotelúricos de prueba

Para los datos gravimétricos, se consideró un perfil con 24 estaciones equiespaciadas cada kilómetro. La anomalía resultante muestra una anomalía negativa adyacente a una positiva de acuerdo a la densidad de los cuerpos subyacentes (figura 14). A estos datos se les agregó ruido aleatorio de distribución normal con desviación estándar de 2 mGal (5% del valor del residual de la anomalía).

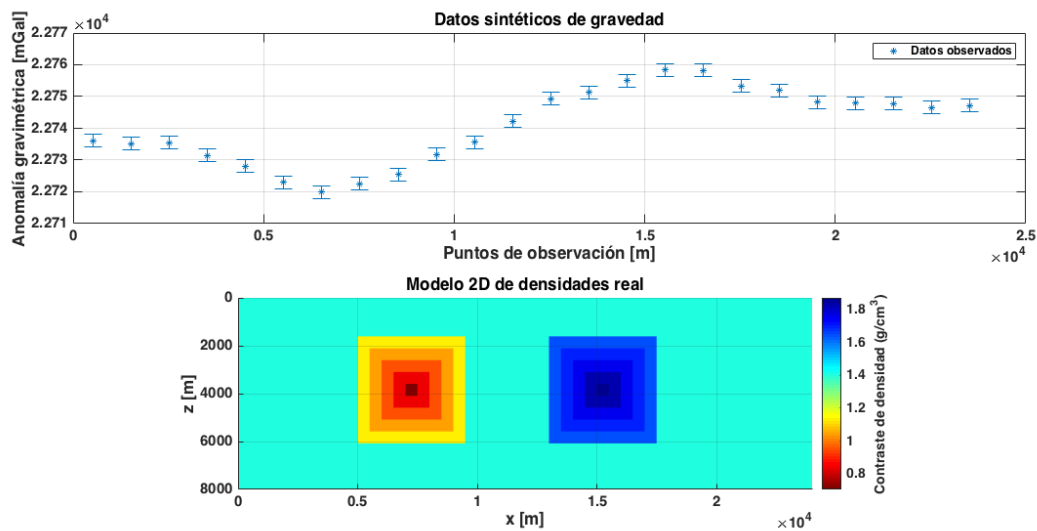


Figura 14. Anomalía de gravedad producida por el modelo de contrastes de densidad de prueba con ruido aleatorio de 2 mGal para el experimento 1.

Para el caso de datos magnetotelúricos, se supuso un perfil de 12 estaciones con un espaciamiento entre ellas de 2 km y frecuencias de 100 a 0.001 Hz logarítmicamente equiespaciadas (tabla 4). Empleando el modelo de la figura 15, se calcularon valores de resistividad aparente y fase para ambos modos (TE y TM) a los que se les agregó ruido aleatorio de distribución normal ($N(0, 5\%)$ para la resistividad y $N(0, 1.45^\circ)$ para la fase).

Tabla 4. Frecuencias utilizadas para el modelado de datos magnetotelúricos para el experimento 1.

Frecuencia (Hz)	
1.00E+02	2.51E-01
6.33E+01	1.58E-01
3.98E+01	1.00E-01
2.51E+01	6.31E-02
1.58E+01	3.98E-02
1.00E+01	2.51E-02
6.31E+00	1.58E-02
3.98E+00	1.00E-02
2.51E+00	6.31E-03
1.58E+00	3.98E-03
1.00E+00	2.51E-03
6.31E-01	1.58E-03
3.98E-01	1.00E-03

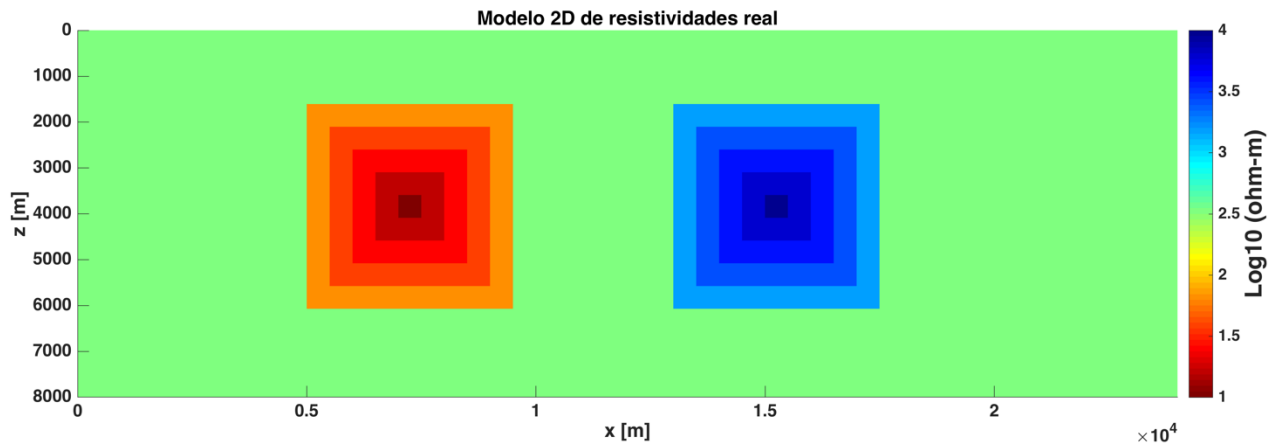


Figura 15. Ilustración del modelo de resistividades de prueba para el experimento 1.

Los datos magnetotelúricos de prueba se presentarán junto con la respuesta de los modelos resultantes de la inversión y las pseudosecciones de resistividad aparente en la sección de anexos.

4.4.2 Relación de correspondencia de prueba

La relación existente entre las densidades (m_1) y el logaritmo de resistividades (m_2) del modelo de prueba en este experimento (figura 16) queda establecida por la ecuación:

$$m_2 = m_1^2 + 0.5 \quad (65)$$

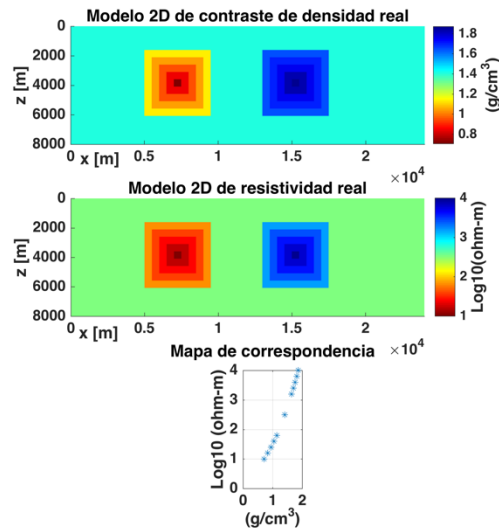


Figura 16. Relación entre la resistividad y el contraste de densidad del modelo de prueba. Arriba, la distribución de densidad; en medio, la distribución de resistividad; abajo, el mapa de correspondencia punto a punto del valor del parámetro en cada celda para el experimento 1.

Tabla 5. Correspondencia de los valores de los parámetros de resistividad y contraste de densidad para el experimento 1.

Log10(resistividad)	Contraste de densidad	
1.0	0.707106781	Cuerpo de baja densidad y baja resistividad
1.2	0.836660027	
1.4	0.948683298	
1.6	1.048808848	
1.8	1.140175425	
3.2	1.643167673	Cuerpo de alta densidad y alta resistividad
3.4	1.702938637	
3.6	1.760681686	
3.8	1.816590212	
4.0	1.870828693	
2.5	1.414213562	Medio homogéneo

4.4.3 Inversión por separado

Inversión de datos de gravedad

Como primer experimento, se realizó la inversión por separado de los datos sintéticos generados por el modelo propuesto. El ajuste en los datos de gravedad medido mediante el RMS fue de 0.86 (figura 17), por lo que resulta aceptable. Sin embargo, el modelo recuperado también absorbió la suavidad impuesta al proponer una distribución somera de cuerpos con bajos contrastes de densidad.

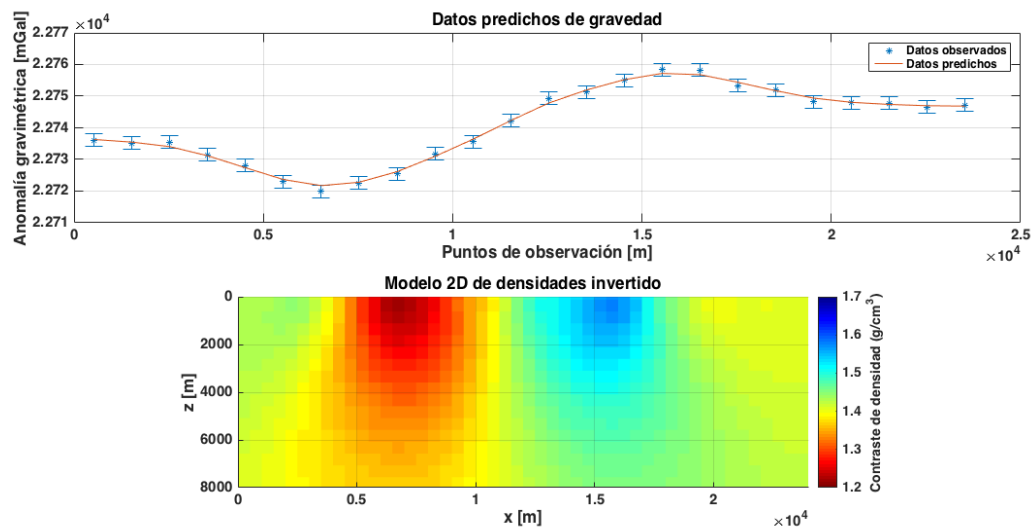


Figura 17. Inversión por separado de los datos gravimétricos de prueba (asociado a dos cuerpos de diferentes densidades) en el experimento 1.

Inversión de datos MT

La inversión por separado de los datos magnetotelúricos (mediante el algoritmo *Occam2D*) resultó en la distribución de resistividades de la figura 18. Al igual que el caso anterior, el ajuste a los datos magnetotelúricos fue aceptable (RMS de 0.701, figura 19) y las heterogeneidades muestran una variación espacial gradual de resistividad asociada a la suavidad impuesta. Sin embargo, y a diferencia de las densidades, la ubicación de las heterogeneidades estimadas de resistividad coincide con aquellas del modelo original de prueba.

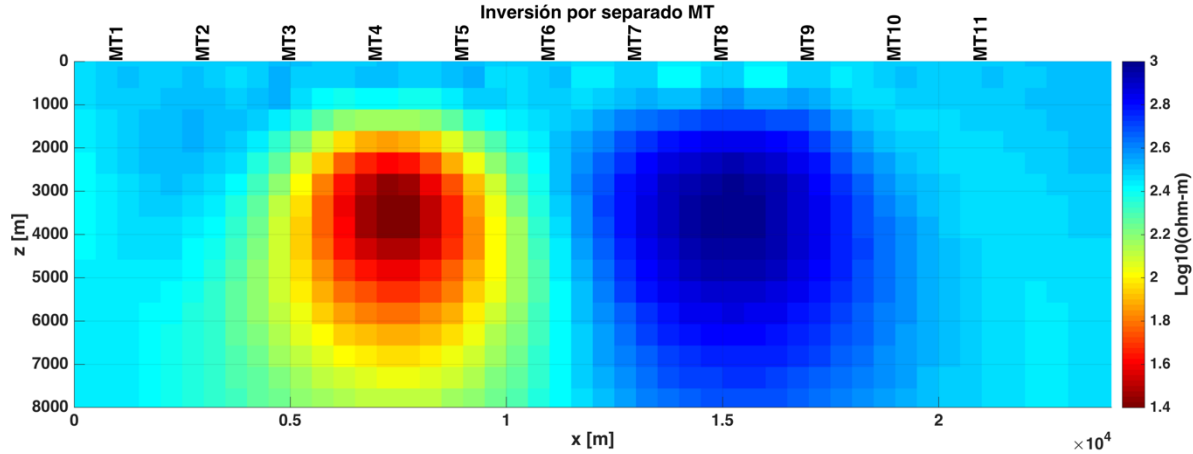


Figura 18. Modelo de resistividades recuperado mediante la inversión por separado de datos MT para el experimento 1.

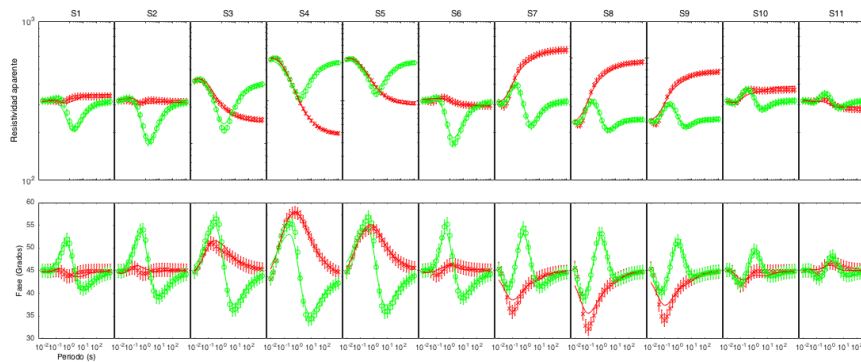


Figura 19. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de los modos TE (verde) y TM (rojo) para los 11 sitios para el experimento 1.

4.4.4 Inversión conjunta

Con la experiencia y factores de suavidad óptimos seleccionados de la inversión separada, se realizó la inversión conjunta de los datos de prueba. Se restringió la exploración de una regla de correspondencia a un polinomio de la forma de la ecuación 65 y se le asignó una desviación estándar al término constante del 10% (0.1).

La tabla 6 muestra un resumen de los parámetros de ponderación utilizados en los cinco elementos de la función objetivo de la formulación (ecuación 49).

Tabla 6. Valores de los parámetros de la inversión conjunta para el experimento 1. Note que los cinco factores corresponden a la ponderación de los cinco elementos de la función objetivo.

Factor de suavidad	Modelo de densidad	100
	Modelo de resistividad	302.8307
Desviación estándar	Datos de gravedad	2 mGal
	Datos MT	5% de la resistividad aparente y 1.45° de fase
	Función de correspondencia	0.1

Modelos óptimos estimados

A diferencia de otros procesos iterativos en inversión separada y conjunta, nuestro proceso de búsqueda se inicia con un conjunto de valores aleatorios de resistividad y densidad más que de un medio homogéneo. Esto para iniciar con un mapa de correspondencia disperso que permita explorar los coeficientes del polinomio de ajuste.

Para este experimento, el proceso de inversión llevó a cabo 20 iteraciones, y el modelo óptimo seleccionado se muestra en la figura 20. En este modelo es notable que su distribución de resistividad resultó ser muy similar a la obtenida en la inversión por separado; y que esto favoreció la distribución de su densidad. Específicamente en la ubicación de sus heterogeneidades a profundidad y a la ampliación de los contrastes de densidad estimados.

Para este modelo, el polinomio estimado de la relación de correspondencia fue (figura 20):

$$m_2 = 1.1922m_1^2 + 0.1162 \quad (66)$$

Como fue requerido en la función objetivo, la figura 20 muestra que la dispersión del mapa de correspondencia alrededor del polinomio estimado por inversión conjunta es menor que aquella proveniente de la inversión separada. Lo cual es la principal causa de que el modelo de densidades haya mejorado.

También podemos observar, para ambos casos, que el rango de contrastes de densidad y resistividades del modelo recuperado está por debajo del rango original de los modelos verdaderos. Este efecto se produce al entrar en conflicto algunos de los elementos de la función objetivo. En particular, la restricción de suavidad que favorece la homogeneidad en los modelos.

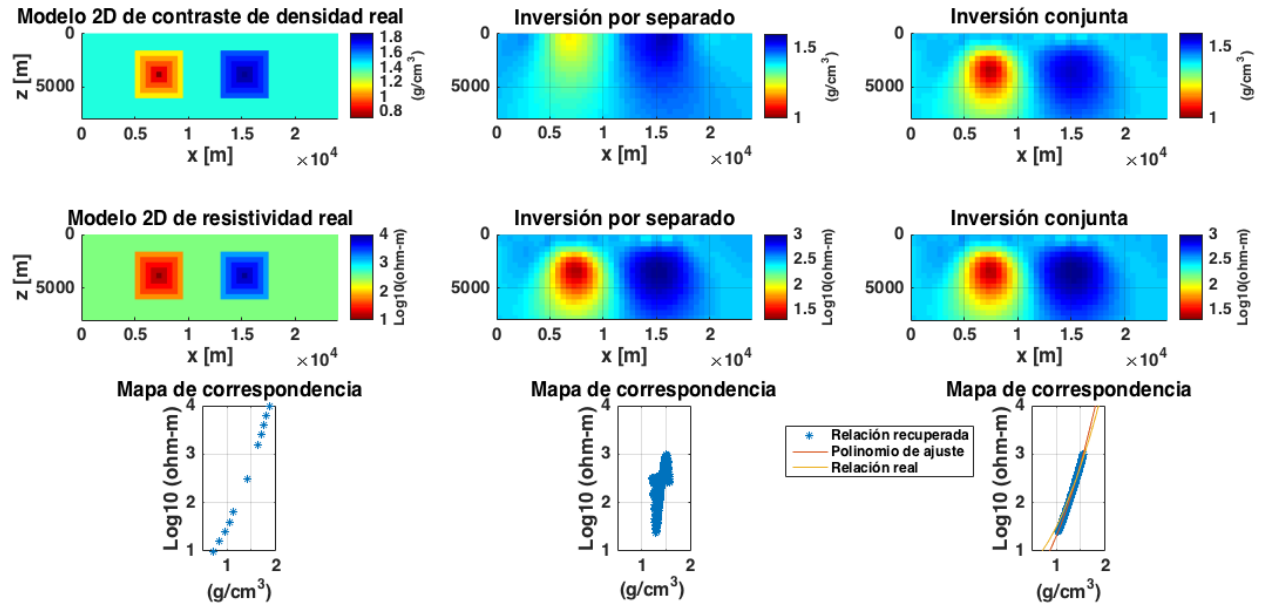


Figura 20. Comparación entre los modelos reales (izquierda), estimados por inversión separada (en medio) y estimados a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 1. Debajo de cada par de modelos se muestra su mapa de correspondencia.

En la figura 21 se muestra la evolución del contraste de densidad y la resistividad en las iteraciones 4, 8, 12, 16 y 20 de la inversión conjunta. Se observa cómo, a partir de la iteración 8 el proceso se enfoca en disminuir la dispersión del mapa de correspondencia.

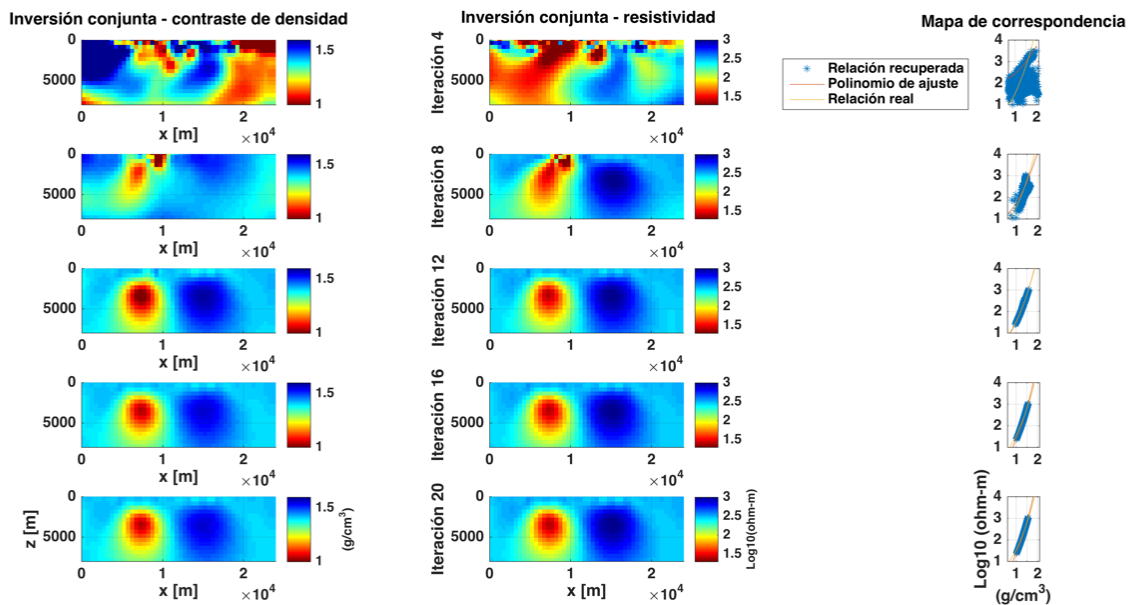


Figura 21. Evolución de los modelos recuperados mediante inversión conjunta y su función de correspondencia para el experimento 1. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones 4, 8, 12, 16 y 20.

Ajuste a los datos

Las figuras 22 y 23 muestran la respuesta gravimétrica y magnetotelúrica del modelo estimado por la inversión conjunta. Al igual que en la inversión por separado, tanto los datos de gravedad como los datos de resistividad aparente y fase reprodujeron los datos sintéticos originales al nivel de ruido agregado. Sin embargo, la anomalía de gravedad calculada muestra una diferencia sistemática que evidencia el conflicto inducido por otros términos de la función objetivo, efecto ausente en la respuesta magnetotelúrica. Imágenes más detalladas de estas respuestas se muestran en el anexo C.

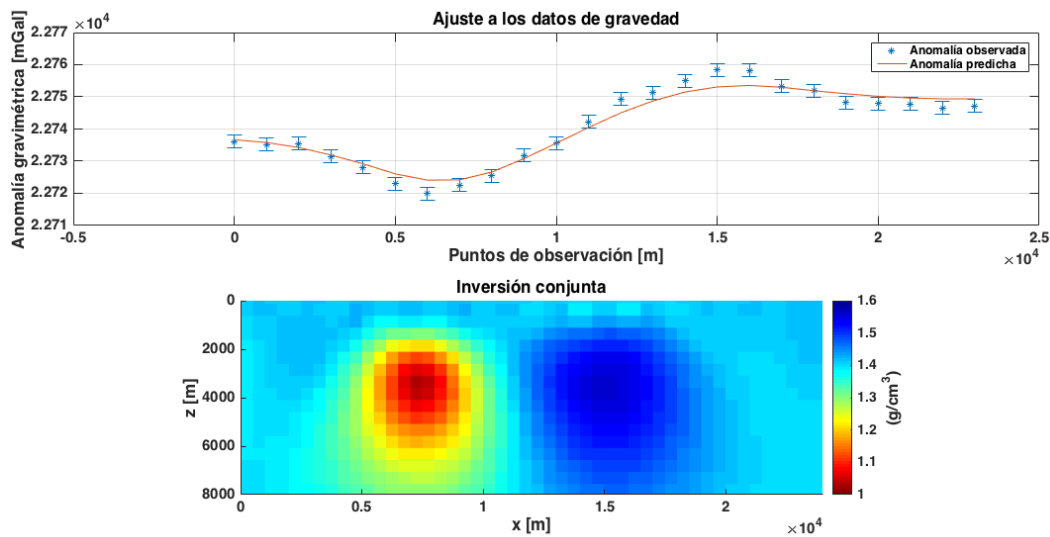


Figura 22. Ajuste a los datos gravimétricos mediante la inversión conjunta para el experimento 1.

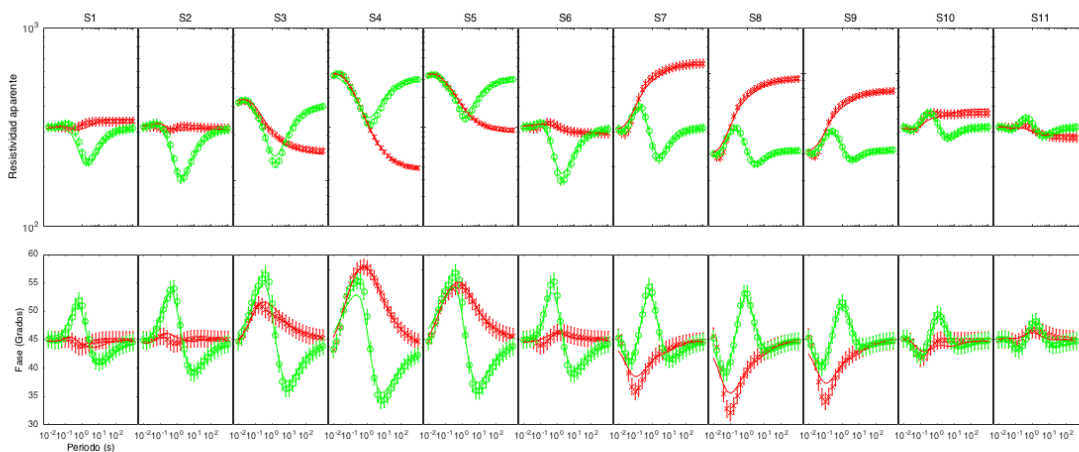


Figura 23. Ajuste a los datos de resistividad aparente y fase de los modos TE (verde) y TM (rojo) mediante la inversión conjunta para cada sitio para el experimento 1.

4.4.5 Análisis de la convergencia y estabilidad

Para completar nuestro análisis, se realizó la gráfica de los valores RMS de los residuales de cada término de la función objetivo (incuyendo la suavidad) para cada iteración (figura 24). Se observa cómo todos los valores decrecen y que a partir de la décima iteración permanecen casi constantes. Durante las primeras iteraciones, los valores RMS más grandes corresponden a la suavidad y al ajuste de los datos MT, mientras que en las últimas corresponde al ajuste de los datos gravimétricos. Esto puede considerarse normal ya que se requieren más heterogeneidades para lograr un buen ajuste en los datos magnetotelúricos que en los gravimétricos y estas heterogeneidades en resistividad son agregadas gradualmente durante las iteraciones.

En procesos iterativos de búsqueda, es posible que los valores de algunos elementos de la función objetivo muestren un incremento con las iteraciones; esto mientras que otros elementos reducen sus valores. Un ascenso del RMS en este experimento se muestra en el valor RMS de los residuales de los datos gravimétricos después de la iteración 12. Esto permitió concentrarse en el ajuste de la función de correspondencia y, con ello, en la reubicación de los cuerpos de densidad anómalos a una posición más cercana a la del modelo original. Esto a un ligero costo en el ajuste de los datos gravimétricos.

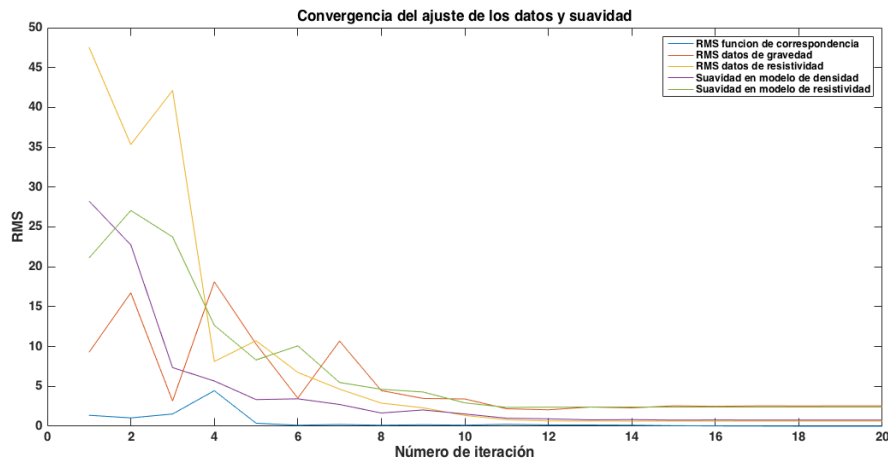


Figura 24. RMS del ajuste a los datos y la suavidad en las diferentes iteraciones para el experimento 1.

Para completar el análisis de los resultados del proceso durante las iteraciones, se realizó una gráfica del cambio relativo en los parámetros; en nuestro caso la densidad, la resistividad y los coeficientes de los polinomios de la ley de correspondencia (figura 25). En esta gráfica se muestra la inestabilidad en la

estimación de los coeficientes en la inversión conjunta, que son los que presentan los cambios mayores después de la iteración 12, cuando los valores RMS de la función objetivo permanecen prácticamente constantes (cf. figura 24).

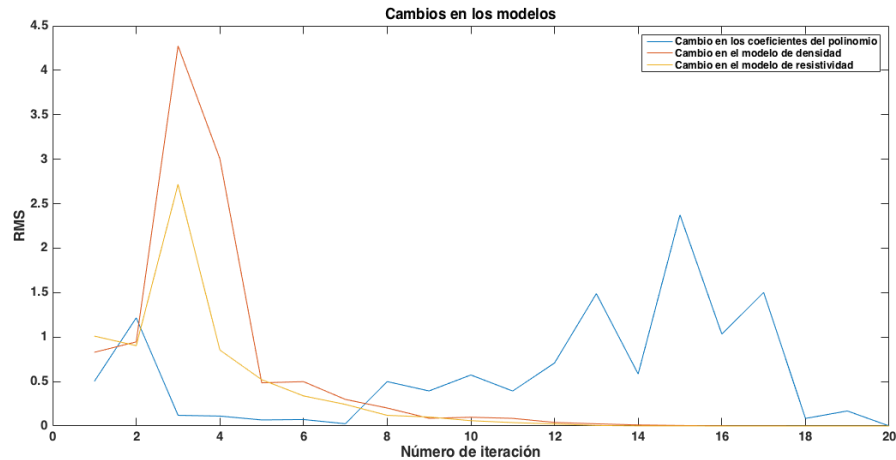


Figura 25. Convergencia de los modelos de densidad, resistividad y coeficientes del polinomio para el experimento 1.

Análisis de la evolución del modelo estimado

La figura 25 muestra que todos los parámetros fueron cambiando durante las iteraciones de inversión conjunta. Sin embargo, nos enfocaremos en la función de correspondencia y en los valores de densidad que fueron los que presentaron una diferencia notable con respecto a los obtenidos de la inversión separada. Para esto se seleccionaron los parámetros estimados en tres iteraciones representativas del proceso de inversión para su análisis.

El modelo de la iteración 6 (figura 26) está alejado del modelo original de prueba. Esto se refleja no sólo en la distribución inadecuada de las heterogeneidades de densidad y resistividad, sino también en un mapa de correspondencia muy disperso, en datos gravimétricos (figura 27) y magnetotélúricos deficientemente ajustados.

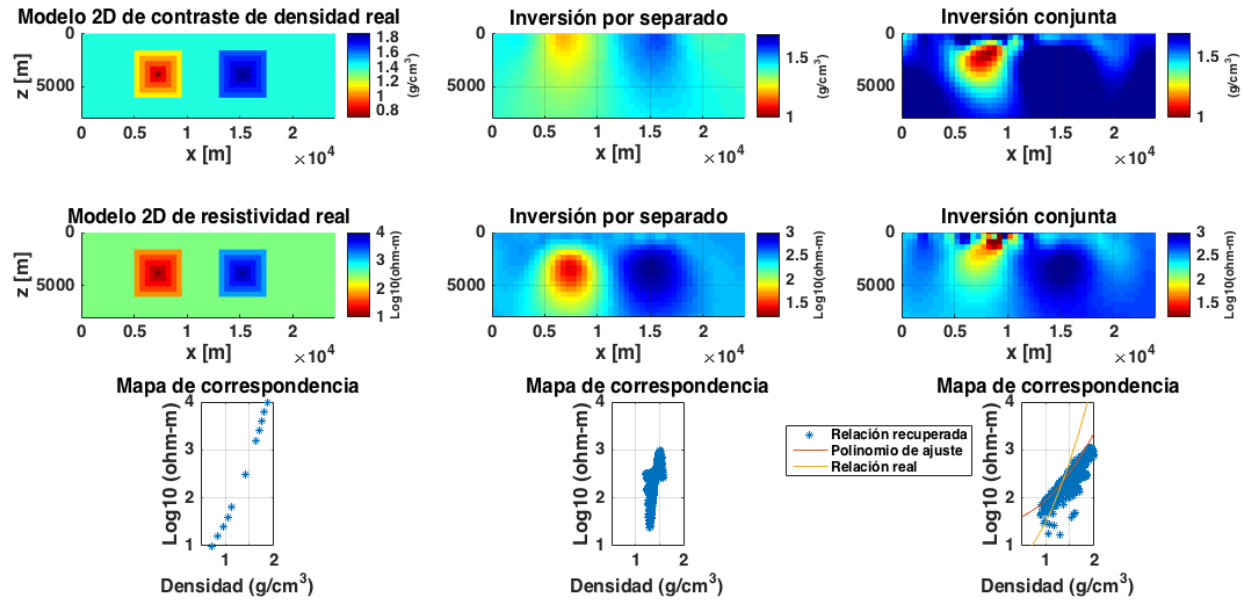


Figura 26. Modelos recuperados de la inversión conjunta en la iteración 6 para el experimento 1.

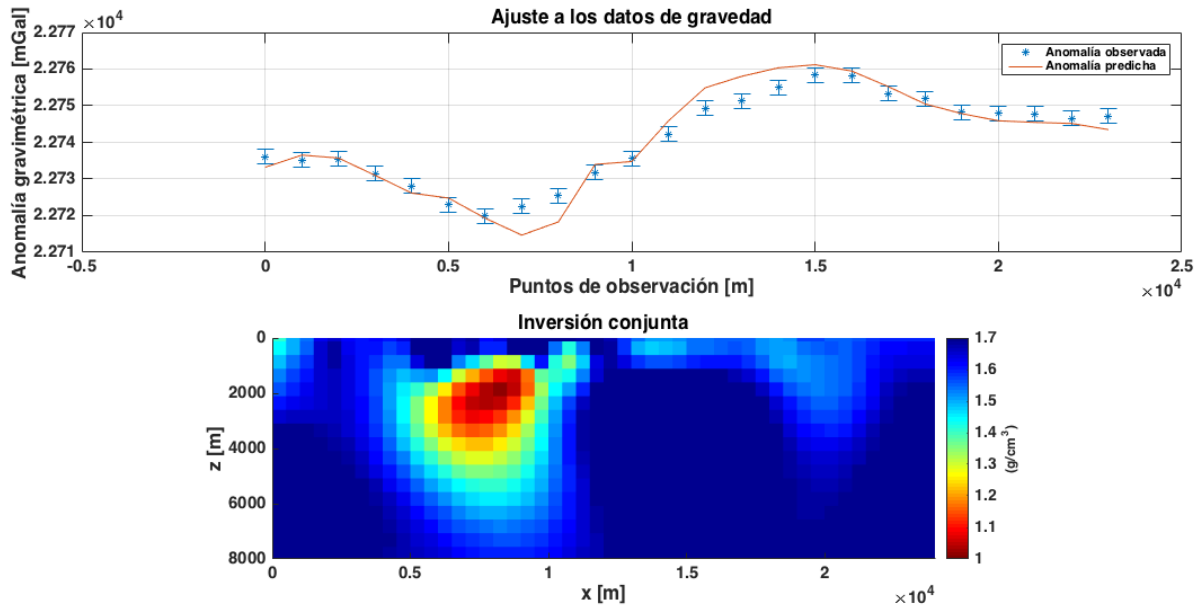


Figura 27. Ajuste en los datos gravimétricos en la iteración 6 para el experimento 1. Se muestra un mal ajuste, con un RMS de 3.5196.

El modelo de la iteración 12 tiene un par de cuerpos mejor delimitados y posicionados que aquellos recuperados de la inversión por separado. Similarmente, la relación de correspondencia recuperada (figura 28) tiene menor dispersión y el polinomio de ajuste es muy parecido a la relación original.

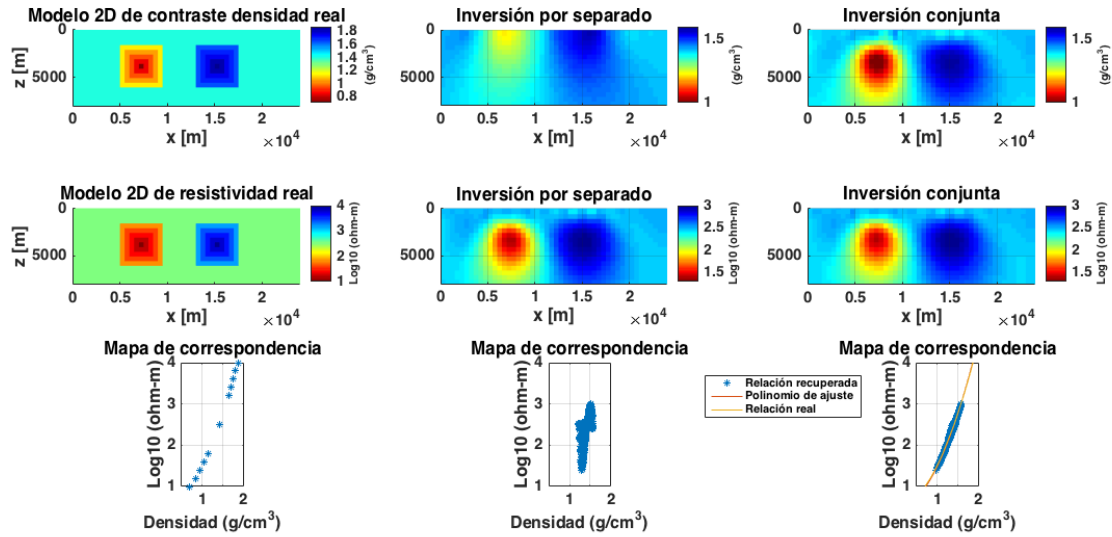


Figura 28. Modelos recuperados de la inversión conjunta en la iteración 12 para el experimento 1.

Por otro lado, el ajuste en los datos de gravedad medido mediante el RMS alcanzó su mínimo y a partir de este punto comienza a subir ligeramente. Los puntos observados se encuentran en el límite de la desviación estándar (figura 29).

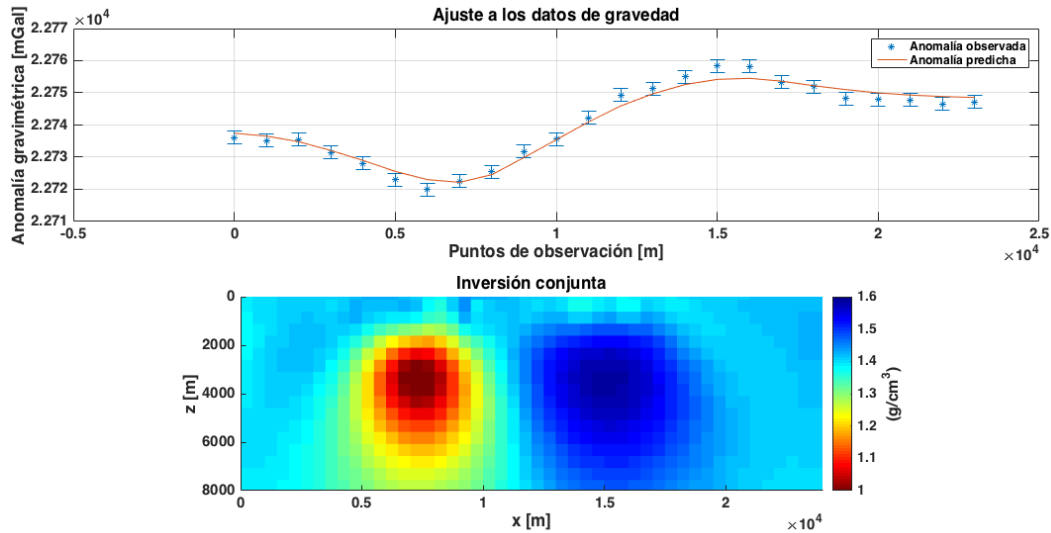


Figura 29. Distribución de los valores de densidad estimados en la iteración 12 y su respuesta gravimétrica con un ajuste (RMS) de 2.06.

El modelo de la iteración 20 presenta sólo cambios menores en la densidad y resistividad (aprox. 0.1 de RMS de cambio respecto al modelo anterior) y, a pesar de que presenta diferencias significativas en los

valores de los coeficientes del polinomio, la función de correspondencia recuperada tiene una dispersión mínima y es muy parecida a la impuesta en el modelo de prueba original (figura 30).

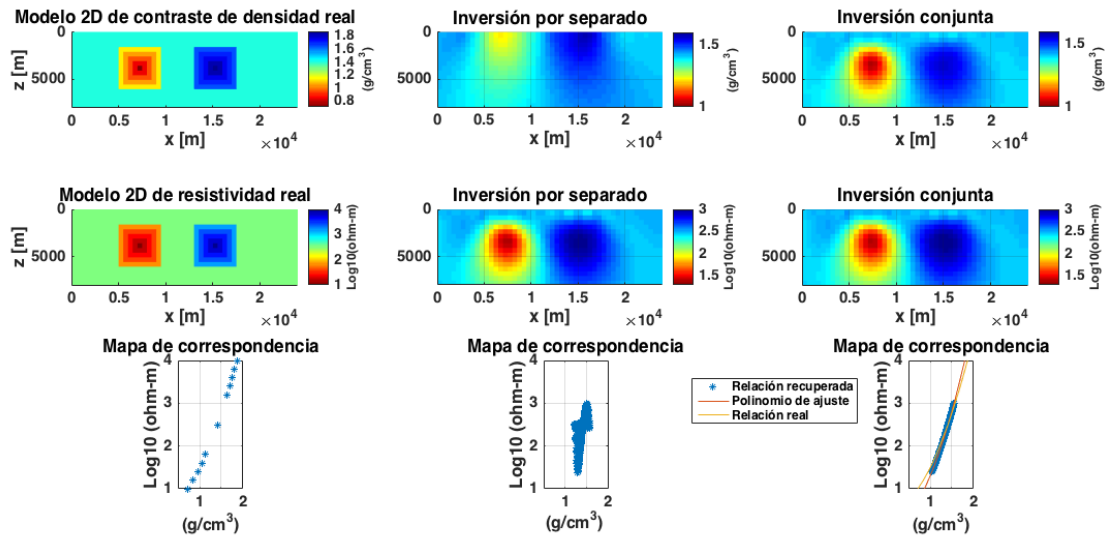


Figura 30. Modelos recuperados de la inversión conjunta en la iteración 20 para el experimento 1.

No existe cambio significativo en la respuesta geofísica de los modelos respecto a los modelos de las iteraciones anteriores (figura 31).

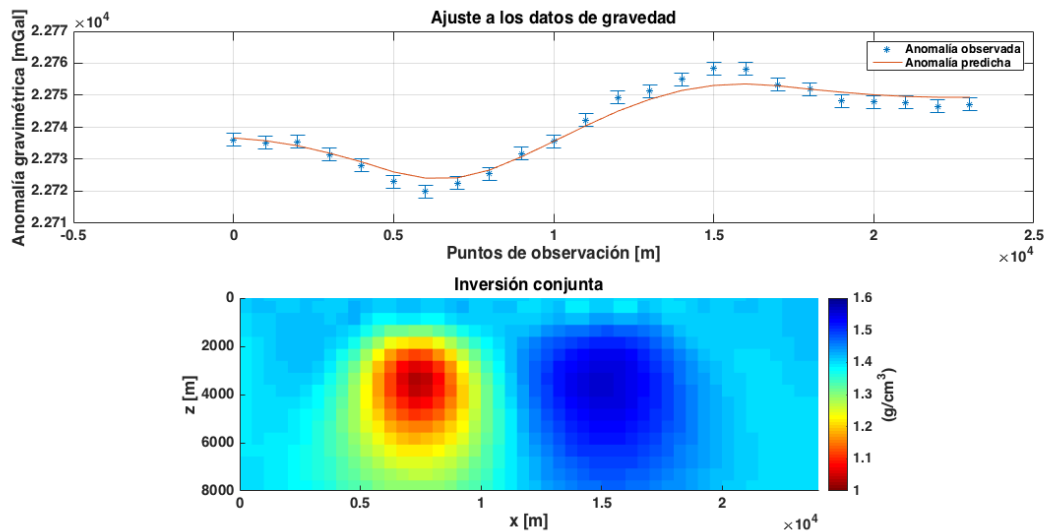


Figura 31. Respuesta gravimétrica del modelo estimado en la iteración 20 en el experimento 1, la cual corresponde a un valor RMS de residuales de 2.55.

Conclusiones del experimento 1

En esta prueba sintética se observó el papel de la función de correspondencia como información extra en el proceso de inversión. Gracias a ella, se estimaron valores de densidad y resistividad correspondientes con una distribución espacial coherentes y que ajustan ambos tipos de datos geofísicos simultáneamente. Es particularmente notable la mejoría en los valores y la distribución de la densidad del modelo con respecto al modelo óptimo de la inversión separada.

El proceso exigió un sacrificio menor en el ajuste en los datos gravimétricos; esto en aras de disminuir la dispersión del mapa de correspondencia y con ello de absorber las variaciones espaciales compartidas por la resistividad del modelo.

4.5 Experimento 2: polinomio completo

Se realizó una segunda prueba con los mismos datos sintéticos del experimento anterior, pero utilizando la formulación del polinomio completo de cuarto grado. Es decir, no se restringió la búsqueda a los coeficientes del polinomio con el que se generaron los datos.

En la prueba anterior se observó la inestabilidad en la recuperación de los coeficientes del polinomio a pesar de que estaba restringido a tres coeficientes. El objetivo de esta prueba es conocer si la búsqueda del polinomio de ajuste puede ser utilizado de forma completa sin introducir inestabilidad a la inversión.

Es de esperar que una vez que se añadan más términos, el número de soluciones posibles aumenta y por lo tanto las oscilaciones en su búsqueda también. Para este caso se utilizó la forma:

$$\begin{aligned} \tilde{a}_{01}m_2 + \tilde{a}_{02}m_2^2 + \tilde{a}_{10}m_1 + \tilde{a}_{11}m_1m_2 + \tilde{a}_{12}m_1m_2^2 + \tilde{a}_{20}m_1^2 + \tilde{a}_{21}m_1^2m_2 + \tilde{a}_{22}m_1^2m_2^2 \\ = -1 \end{aligned} \quad (67)$$

4.5.1 Inversión conjunta

Se realizó la inversión conjunta utilizando los mismos factores de suavidad y desviaciones estándar del ejemplo anterior, de manera que el único cambio se dió en la forma del polinomio de ajuste. Sin embargo, el proceso divergió y el último polinomio de correspondencia reportado (en la iteración 13) fue:

$$\begin{aligned} -17211392m_2 + 6377472m_2^2 + 4784128m_1 + 15753216m_1m_2 - 6459392m_1m_2^2 \\ - 2525184m_1^2 - 3313664m_1^2m_2 + 1580032m_1^2m_2^2 = -1 \end{aligned} \quad (68)$$

Esta relación es lejana a la relación con la que se generaron los datos de prueba, que en su forma implícita está dada por:

$$-2m_2 + 2m_1^2 = -1. \quad (69)$$

En la figura 32 se muestra la evolución del modelo en varias iteraciones. En la iteración 3 los modelos conservan la aleatoriedad de los valores de contraste de densidad y resistividad. En la iteración 6 los

valores de resistividad ya delinean los dos cuerpos de prueba, y en la iteración 9 aparecen los mismos cuerpos en los valores de contraste de densidad. Sin embargo, el modelo presenta rasgos de aleatoriedad en los valores de las propiedades físicas, los cuales se agrupan en la parte central del mapa de correspondencia y comienzan a dispersarse, especialmente en sus valores de densidad (cf. figura 33). Después de la iteración 12 los valores de contraste de densidad y resistividad son muy grandes y dispersos.

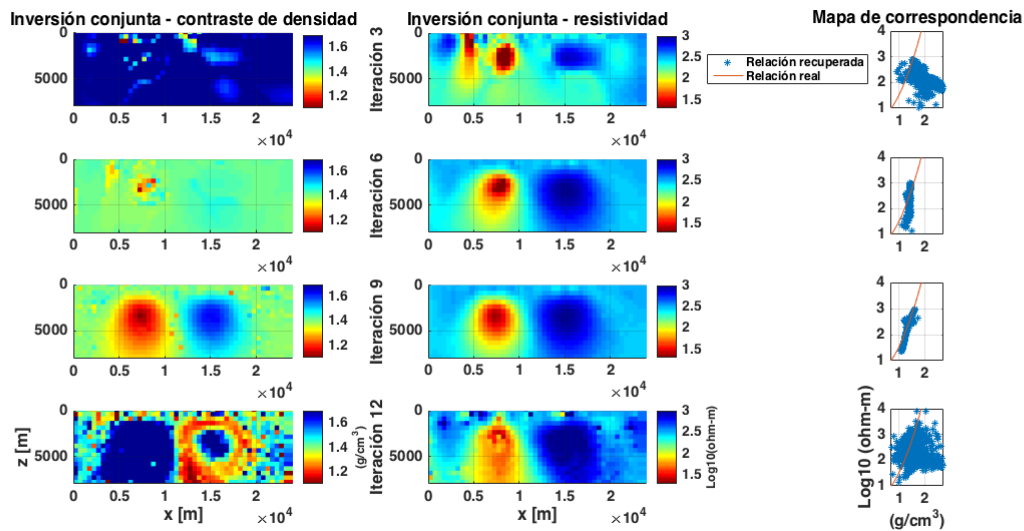


Figura 32. Evolución de los modelos de densidad y resistividad en inversión conjunta utilizando un polinomio completo para un orden 2. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 3, 6, 9 y 12 para el experimento 2.

Ajuste a los datos

En las figuras 33 y 34 se muestran las respuestas gravimétrica y magnetotelúrica del modelo estimado en la iteración 8. En este punto, el ajuste estaba ligeramente fuera del intervalo de la desviación estándar del ruido agregado solamente para los datos gravimétricos. Una vista detallada sitio por sitio del ajuste a los datos MT se muestra en el anexo D.

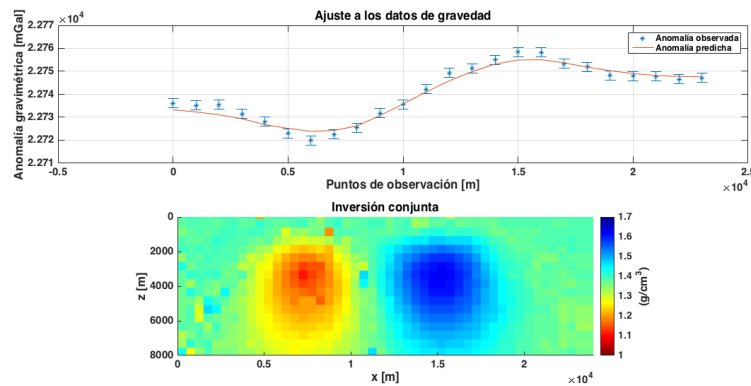


Figura 33. Respuesta gravimétrica del modelo estimado en la iteración 8 para el experimento 2.

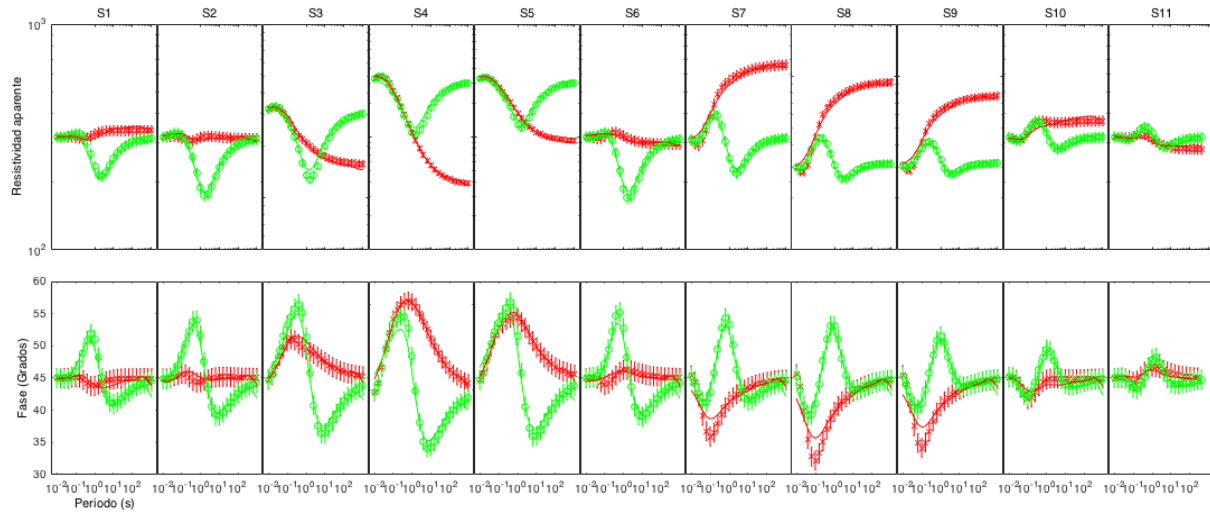


Figura 34. Ajuste a los datos de resistividad aparente y fase de los modos TE (verde) y TM (rojo) mediante la inversión conjunta para cada sitio para el experimento 2.

4.5.2 Análisis de convergencia y estabilidad

La figura 35 muestra los valores RMS de todos los elementos de función objetivo hasta la iteración 11 antes de que el proceso divergiera.

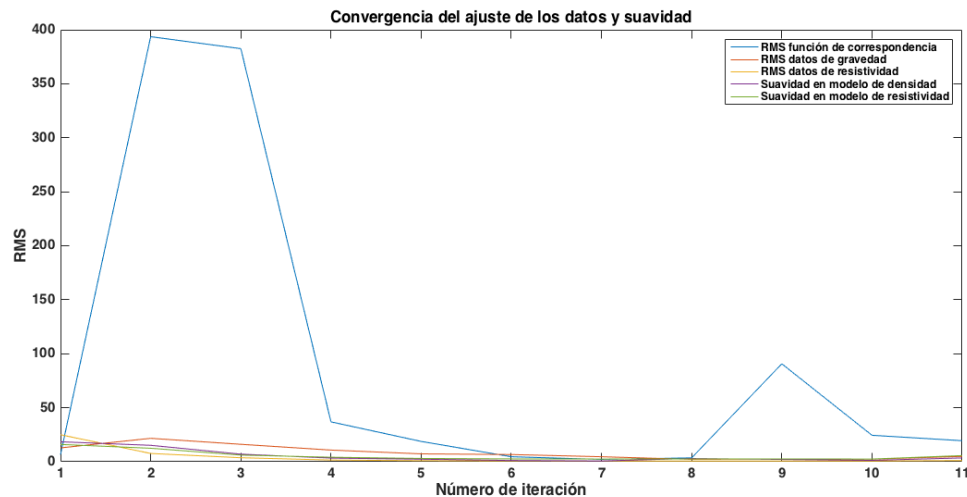


Figura 35. RMS del ajuste a los datos y la suavidad en las diferentes iteraciones del experimento 2.

El cambio en los parámetros del modelo de la figura 36 muestra que los primeros elementos en variar y eventualmente divergir fueron los coeficientes del polinomio de la función de correspondencia.

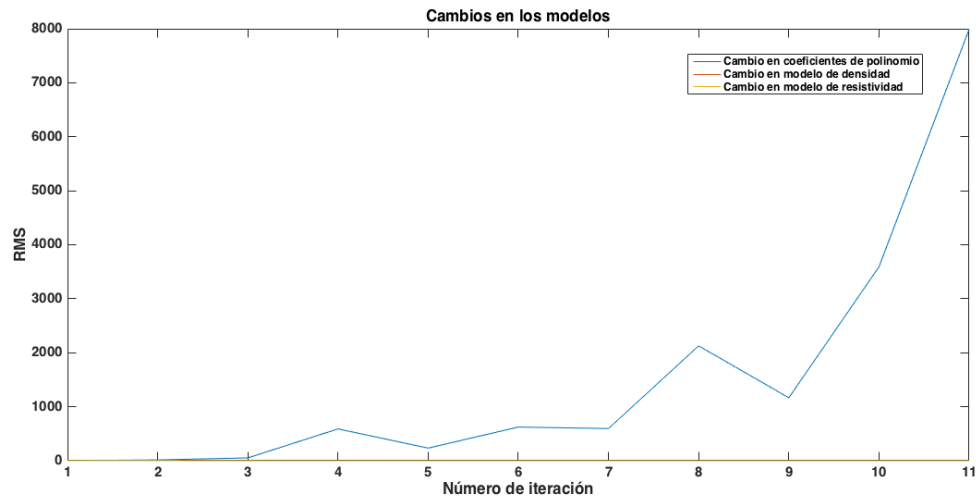


Figura 36. Cambio en los modelos y los coeficientes del polinomio de ajuste en el experimento 2.

Conclusiones del experimento 2

La prueba 2 permitió conocer las limitaciones de utilizar varios coeficientes del polinomio de ajuste. La divergencia del proceso de búsqueda podría asociarse con el gran número de polinomios de segundo orden que podrían satisfacer una relación de correspondencia con el limitado número de muestras (celdas) en el modelo sintético. Es también de esperar que fuera de la zona muestreada, los polinomios pueden presentar oscilaciones que eventualmente pueden ser absorbidas por algunas celdas que aparecen como aleatoriamente distribuidas en el espacio.

4.6 Experimento 3: modelos con una relación no unívoca

La tercer prueba consistió en un modelo con una relación no unívoca, donde dos celdas de diferente densidad pueden tener la misma resistividad. En este modelo se utilizaron 1831 celdas para el modelado e inversión a las que se les asignó densidad y resistividad siguiendo una relación parabólica. En esta prueba, se conservó la misma estrategia de procesamiento de los ejemplos anteriores; es decir, se inició el proceso con un medio de propiedades físicas aleatorias y se mantuvieron multiplicadores de Lagrange fijos en la inversión por separado y la inversión conjunta.

4.6.1 Datos gravimétricos y magnetotelúricos de prueba

Al igual que el experimento anterior, para los datos gravimétricos, se consideró un perfil con 24 estaciones equiespaciadas cada kilómetro. La anomalía resultante muestra una anomalía negativa adyacente a una positiva de acuerdo a la densidad de los cuerpos subyacentes (figura 37). A estos datos se les agregó ruido aleatorio de distribución normal con desviación estándar de 2 mGal (5% del valor del residual de la anomalía).

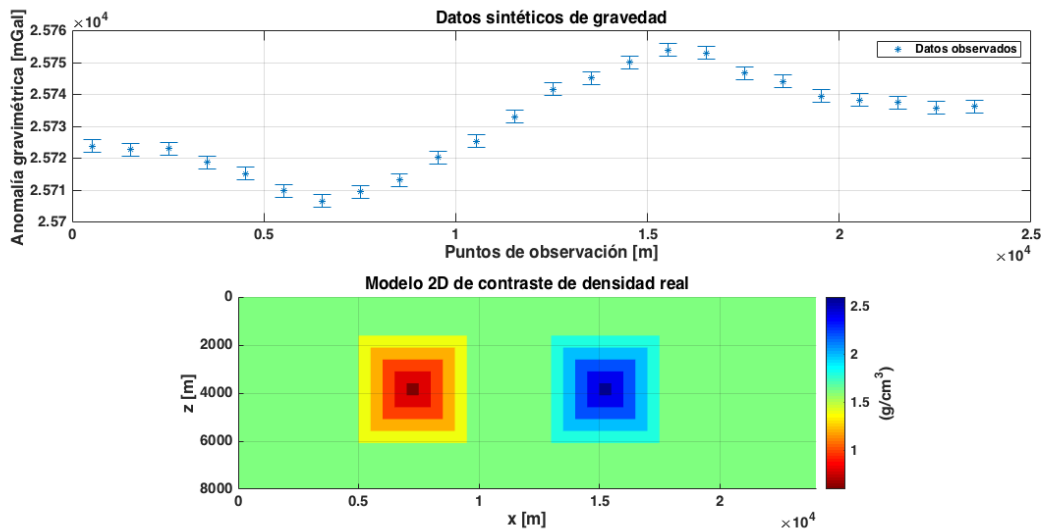


Figura 37. Anomalía de Bouguer sintética producida por el modelo de contrastes de densidad del experimento 3.

Para el caso de datos magnetotelúricos, se supuso un perfil de 11 estaciones con un espaciado entre ellas de 2 km y frecuencias de 100 a 0.001 Hz (tabla 7). Empleando el modelo de la figura 38, se calcularon

valores de resistividad aparente y fase para ambos modos (TE y TM) a los que se les agregó ruido aleatorio de distribución normal ($N(0, 5\%)$ para la resistividad y $N(0, 1.45^\circ)$ para la fase). En el anexo E se muestran las pseudosecciones de resistividad aparente y fase para estos datos.

Tabla 7. Frecuencias utilizadas para el modelado de datos magnetotelúricos en el experimento 3.

Frecuencia (Hz)	
1.00E+02	2.51E-01
6.33E+01	1.58E-01
3.98E+01	1.00E-01
2.51E+01	6.31E-02
1.58E+01	3.98E-02
1.00E+01	2.51E-02
6.31E+00	1.58E-02
3.98E+00	1.00E-02
2.51E+00	6.31E-03
1.58E+00	3.98E-03
1.00E+00	2.51E-03
6.31E-01	1.58E-03
3.98E-01	1.00E-03

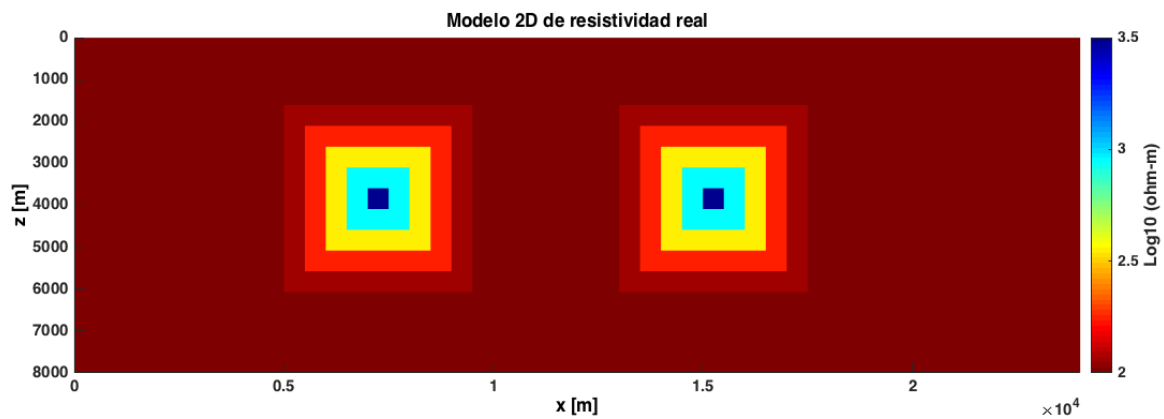


Figura 38. Modelo de resistividades real con el cual se realizó el experimento 3.

4.6.2 Relación de correspondencia de la densidad y resistividad de prueba

La relación de correspondencia entre el contraste de densidad (m_1) y el logaritmo de resistividad (m_2) propuesta para las celdas del modelo de prueba (figura 39) está dada por:

$$m_2 = 1.5m_1^2 - 4.8m_1 + 5.84. \quad (70)$$

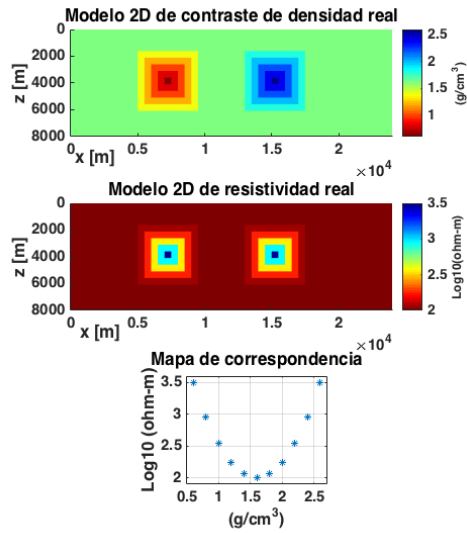


Figura 39. Modelos de resistividad-contraste de densidad propuesto para el experimento 3 y su mapa de correspondencia.

Los valores de las resistividades y contrastes de densidad utilizados para este modelo se encuentran en la tabla 8.

Tabla 8. Valores de contraste de densidad y resistividad del modelo del experimento 3.

Log10(resistividad)	Contraste de densidad	
3.5	0.6	Cuerpo de baja densidad y alta resistividad
2.96	0.8	
2.54	1.0	
2.24	1.2	
2.06	1.4	
2.06	1.8	Cuerpo de alta densidad y alta resistividad
2.24	2.0	
2.54	2.2	
2.96	2.4	
3.5	2.6	
2	1.6	Medio homogéneo

4.6.3 Inversión por separado

Inversión de datos de gravedad

Primeramente, se realizó la inversión por separado de los datos sintéticos generados por el modelo propuesto. La inversión de los datos gravimétricos resultó en el modelo de contraste de densidad estimado de la figura 40. Este modelo produce una respuesta de gravedad que se ajusta dentro del margen de ruido agregado a los datos de prueba. Al igual que en el ejemplo del primer caso sintético, la ubicación de las heterogeneidades estimadas de contraste de densidad es afectado por la suposición de homogeneidad (suavidad) implícita en la función objetivo.

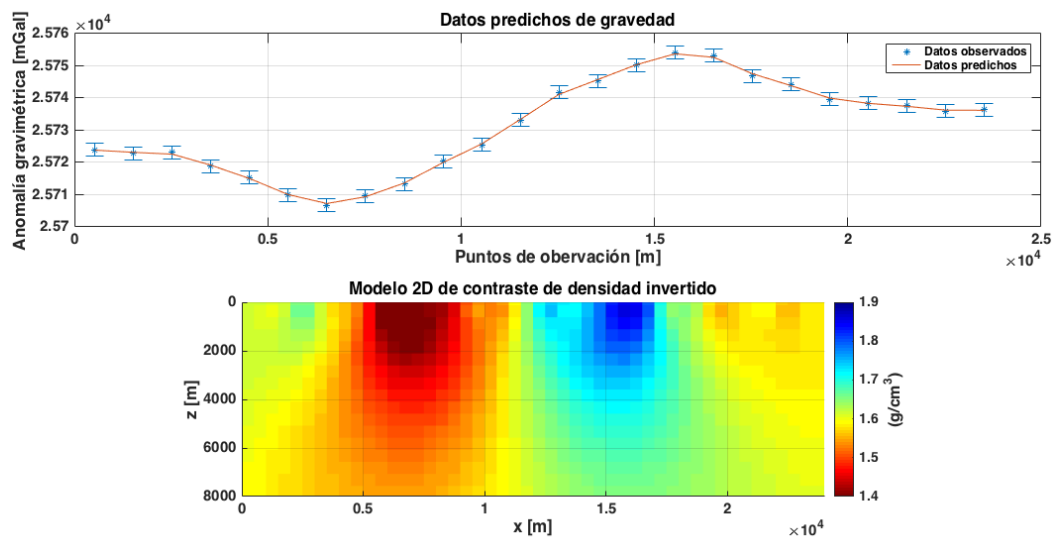


Figura 40. Inversión por separado de los datos gravimétricos del experimento 3.

Inversión de datos MT

La inversión por separado de los datos magnetotelúricos resultó en un modelo con una mejor delimitación espacial. Sin embargo, las resistividades más altas no fueron recuperadas debido al efecto de las condiciones de suavidad (figura 41). El ajuste a los datos de resistividad aparente y fase se mantuvo dentro del intervalo de la desviación estándar (figura 42). Una vista detallada sitio por sitio se muestra en el anexo F.

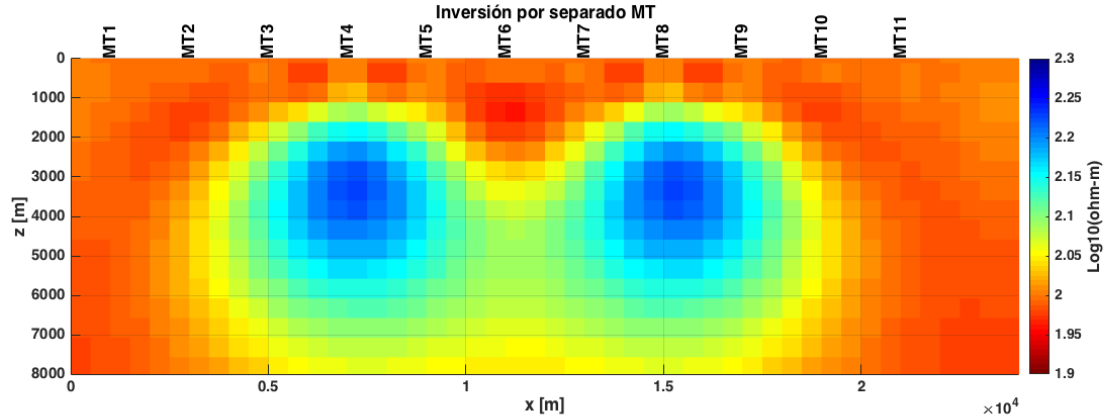


Figura 41. Modelo recuperado mediante la inversión por separado de datos MT del experimento 3.

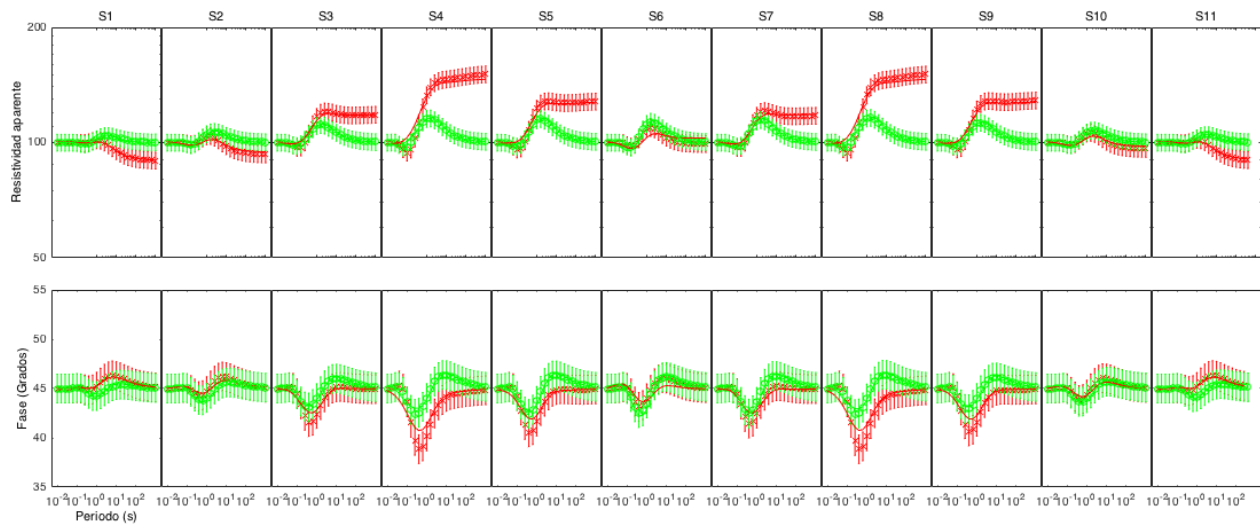


Figura 42. Resistividad aparente y fase de los modos TE (verde) y TM (rojo) obtenidos por el modelo de resistividades de la figura 41.

4.6.4 Inversión conjunta

Se realizó la inversión conjunta utilizando los mismos valores de desviación estándar y factores de suavidad de la inversión por separado (tabla 9). Se eligió una desviación estándar para la relación de correspondencia de 0.05, tomando en cuenta que el intervalo de resistividades de este ejemplo es menor que en el primer caso sintético, y además, que se relajaron las suavidades, lo que permite ser más estrictos con el ajuste en la función de correspondencia.

Tabla 9. Valores de los parámetros de la inversión conjunta para el experimento 3.

Factor de suavidad	Modelo de densidad	10
	Modelo de resistividad	292.11
Desviación estándar	Datos de gravedad	5% de la anomalía residual
	Datos MT	5% de la resistividad aparente y fase
	Función de correspondencia	0.05

Modelos óptimos estimados

El proceso de inversión conjunta requirió de 13 iteraciones y produjo el modelo ilustrado en la figura 43. La distribución de resistividad es similar a la obtenida por inversión separada, mientras que los contrastes de densidad se distribuyeron a profundidades mayores. En ambos casos las heterogeneidades son distribuidas en una superficie mayor produciendo cuerpos difusos a profundidad.

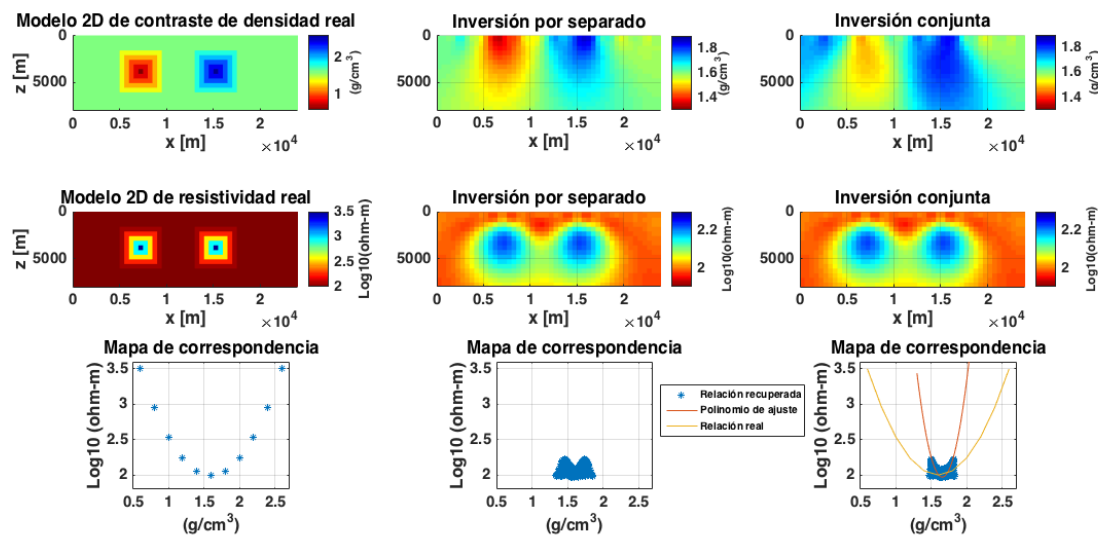


Figura 43. Comparación entre el modelo de prueba (izquierda), recuperado a partir de inversión por separado (en medio) y recuperado a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 3. Debajo de cada modelo se muestra su mapa de correspondencia.

El polinomio de ajuste que define la relación de correspondencia recuperada fue:

$$m_2 = 11.4926m_1^2 - 38.0938m_1 + 33.5397 \quad (71)$$

Como se observa en la figuras 43 y 44, la condición de suavidad impidió que los pares de densidad-resistividad se alejaran significativamente de los valores que corresponden al medio homogéneo, por lo

que la relación recuperada (rojo) solamente aproxima la relación de prueba original (amarillo) en los valores que corresponden a dicho medio homogéneo.

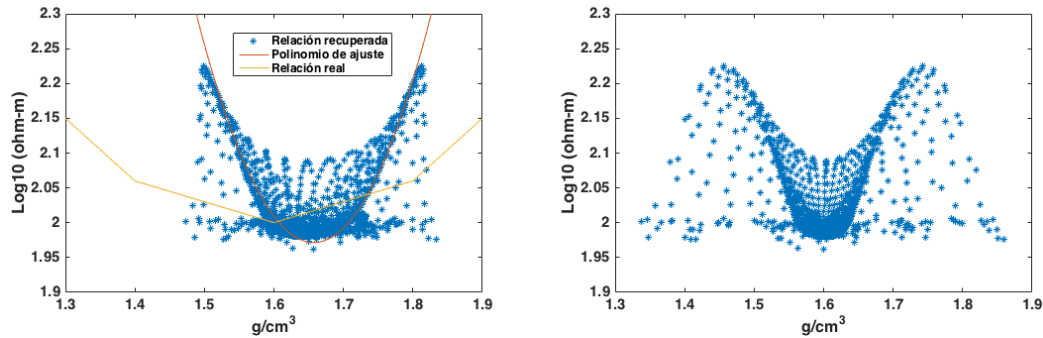


Figura 44. Mapas de correspondencia de los modelos recuperados mediante inversión conjunta (izquierda) e inversión por separado (derecha) para el experimento 3.

En la figura 45 se muestra la evolución en la recuperación de los modelos para algunas iteraciones. En las iteraciones 3, 6 y 9 se observa una gran dispersión en los mapas de correspondencia y el polinomio de mejor ajuste varía considerablemente entre iteraciones. Esto se traduce en que el modelo de densidad no se vea beneficiado por la inversión conjunta durante estas iteraciones.

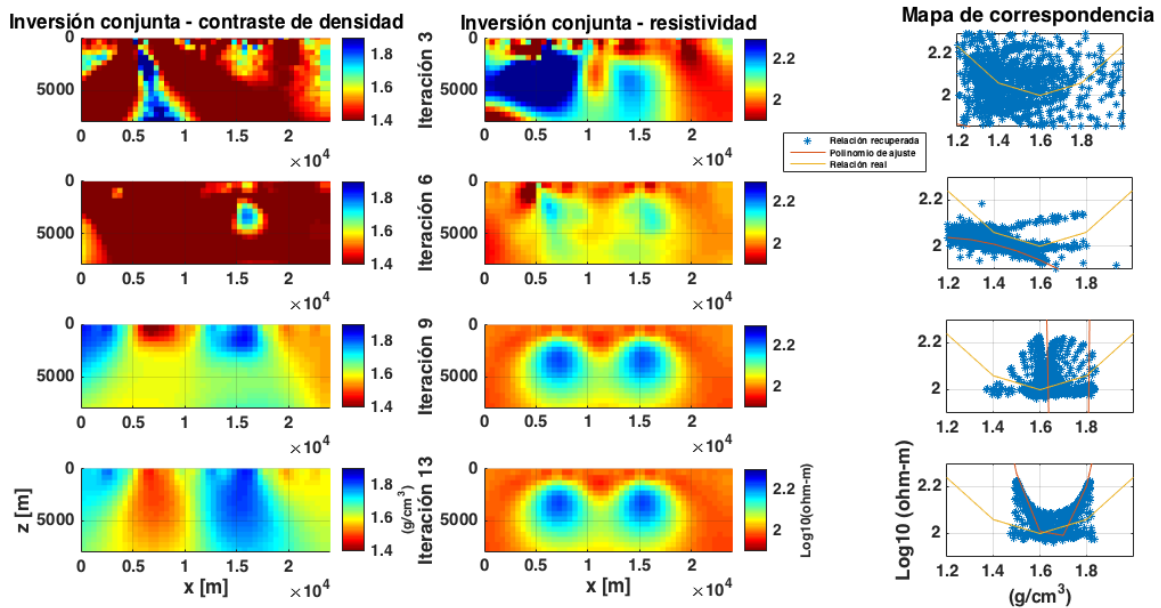


Figura 45. Evolución de los modelos de contraste de densidad y resistividad estimados por inversión conjunta para el experimento 3. Se muestran, de arriba hacia abajo, las iteraciones: 3, 6, 9 y 13.

Ajuste a los datos

Las figuras 46 y 47 muestran la respuesta gravimétrica y magnetotelúrica del modelo de la figura 43. Estas respuestas, al igual que aquellas de los modelos obtenidos por inversión separada, reproducen los datos sintéticos al nivel del ruido agregado. Una vista sitio por sitio del ajuste a los datos MT se encuentra en el anexo G.

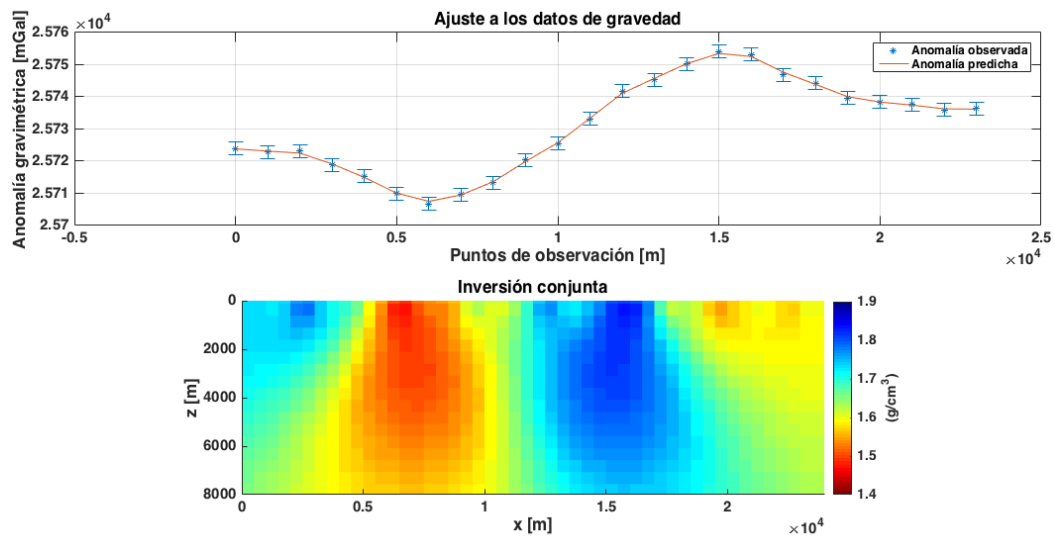


Figura 46. Anomalía gravimétrica producida por el modelo estimado por inversión conjunta para el experimento 3.

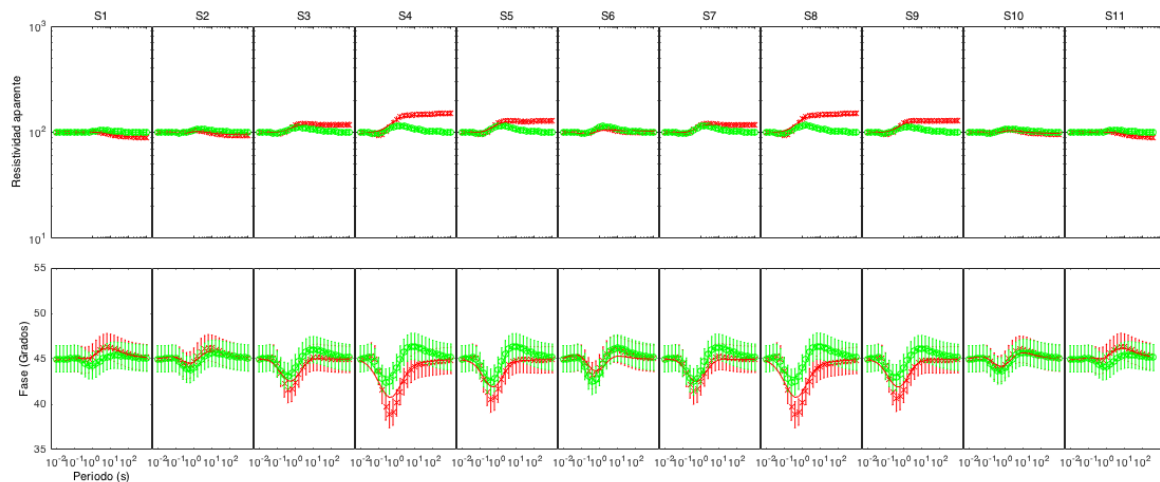


Figura 47. Respuesta de resistividad aparente y fase de los modos TE (verde) y TM (rojo) del modelo de resistividad obtenido por inversión conjunta para cada sitio para el experimento 3.

4.6.5 Análisis de la convergencia y estabilidad

La figura 48 muestra los valores RMS de cada elemento de la función objetivo. En este experimento todos los valores decrecieron con las iteraciones y permanecieron casi constantes a partir de la iteración 8. Para el modelo óptimo seleccionado, el RMS mayor fue el del ajuste de los datos de gravedad con un valor de 0.36 para la inversión por separado, y de 0.41 para la inversión conjunta.

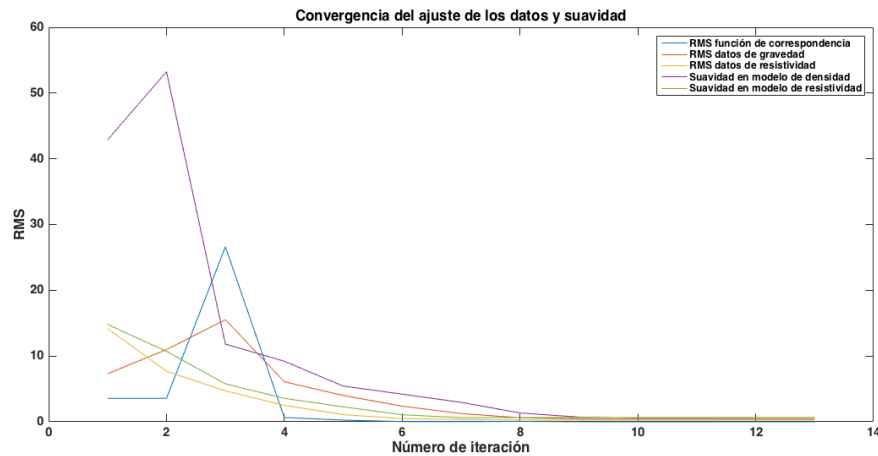


Figura 48. Valores RMS de los diferentes elementos de la función objetivo para las diferentes iteraciones del experimento 3.

La figura 49 muestra los valores RMS del cambio en los parámetros del modelo. Es notable que, como en los casos anteriores, los valores estimados de los coeficientes del polinomio varían considerablemente de una iteración a otra hasta que se estabilizan después de la iteración 10. Análogamente, los cambios en la densidad se estabilizan a partir de la iteración 8. Las variaciones en resistividad, en cambio, decrecen en todas las iteraciones.

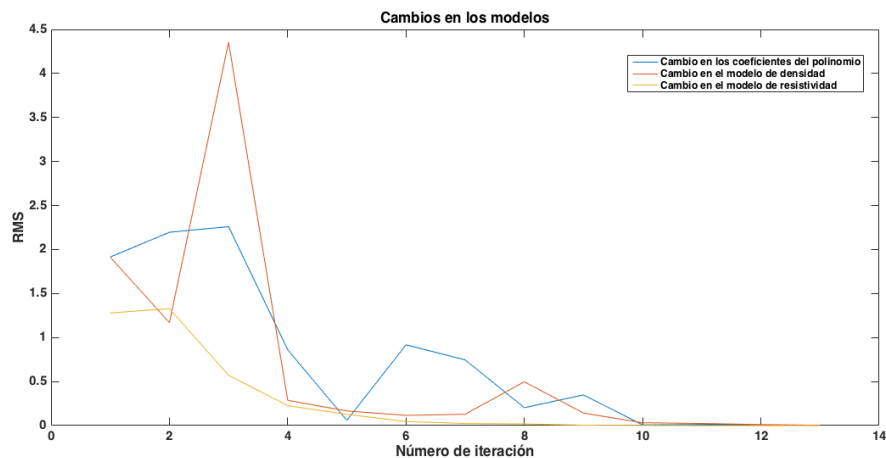


Figura 49. Convergencia de los modelos de densidad, resistividad y coeficientes del polinomio para el experimento 3.

4.7 Experimento 4: mayor peso a la función de correspondencia

Utilizando los mismos modelos sintéticos del ejemplo anterior, se realizó una segunda prueba para obtener modelos menos homogéneos que aprovechen más aun la relación de correspondencia dándole un peso cinco veces mayor en la función objetivo y conservando los demás parámetros de ponderación usados en la prueba 3 (tabla 10).

Tabla 10. Valores de los parámetros de ponderación para cada elemento de la función objetivo para la inversión conjunta del experimento 4.

Factor de suavidad	Modelo de densidad	10
	Modelo de resistividad	292.11
Desviación estándar	Datos de gravedad	5% de la anomalía residual
	Datos MT	5% de la resistividad aparente y fase
	Función de correspondencia	0.01

Modelos óptimos estimados

El modelo óptimo estimado para este experimento se muestra en la figura 50. Este modelo tiene varios atributos que lo hacen más adecuado que aquellos del experimento anterior y de la inversión separada, entre los que podemos destacar:

- i) el intervalo de variación de las resistividades estimadas para el modelo de este experimento resultó ser más amplio,
- ii) la distribución espacial de las heterogeneidades de densidad es más acorde a la del modelo original de prueba,
- iii) la diferencia entre la geometría de los cuerpos del modelo de resistividades y de densidades disminuyó y
- iv) la dispersión del mapa de correspondencia disminuyó.

El polinomio de ajuste a la función de correspondencia recuperada fue

$$m_2 = 6.4271m_1^2 - 21.1031m_1 + 19.3089 \quad (72)$$

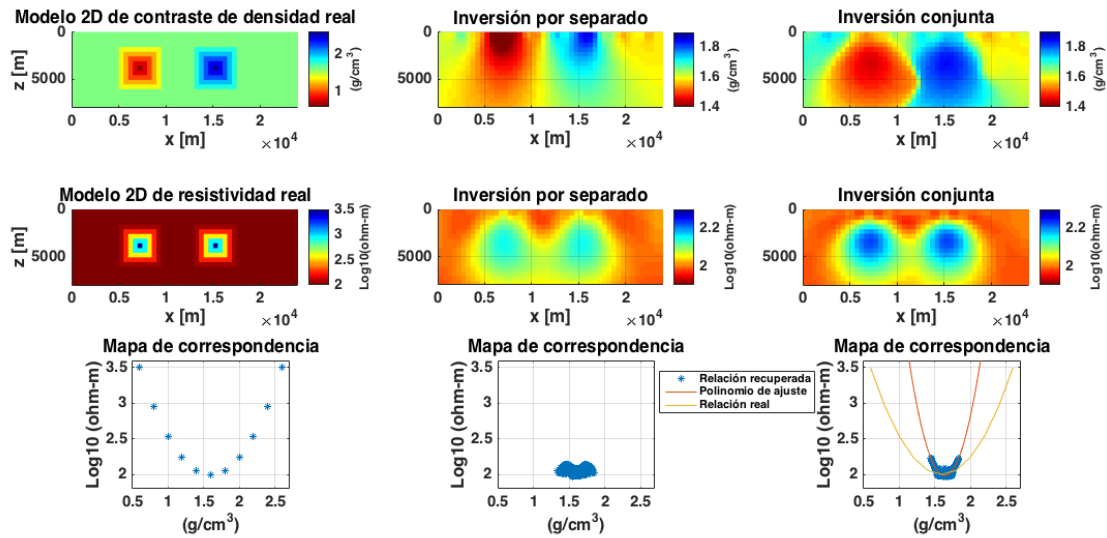


Figura 50. Comparación entre los modelos reales (izquierda), recuperados a partir de inversión por separado (en medio) y recuperados a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 4. Debajo de cada par de modelos, se muestra su mapa de correspondencia.

Una visión más detallada de las características de modelo se muestra en la figura 51, donde se observa como la nube de puntos de los modelos de resistividad y densidad se agrupó sobre la relación de ajuste polinomial mediante la reducción en la dispersión de los puntos. La abertura de la parábola de ajuste sigue siendo menor que la abertura de la parábola de la relación de correspondencia original del modelo de pueba.

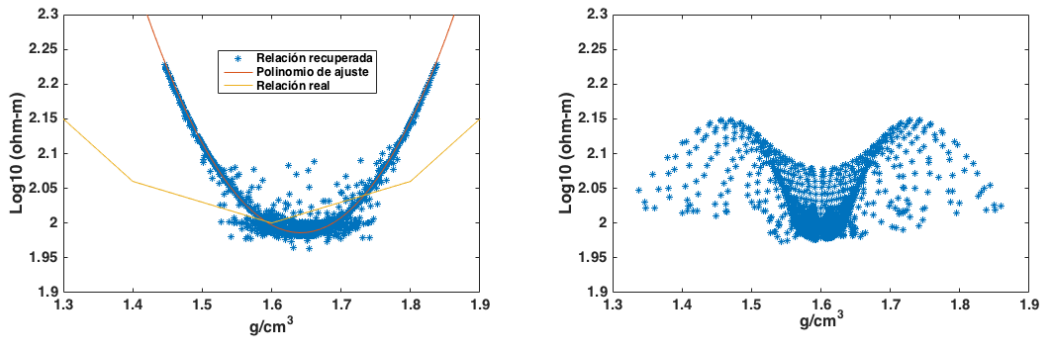


Figura 51. Mapas de correspondencia de los modelos recuperados mediante inversión conjunta (izquierda) e inversión por separado (derecha) para el experimento 4.

En la figura 52 se muestra la evolución del modelos de resistividad y densidad. En las iteraciones 4 y 8 el modelo de densidad aún no absorbe información de la función de correspondencia. A partir de la iteración 12 comienza a delimitar los dos cuerpos de densidades anómalas aprovechando que el modelo de

resistividad está prácticamente resuelto. A partir de este punto la función de correspondencia comienza a trabajar en disminuir la dispersión de los puntos hasta agruparlos en una parábola en la última iteración.

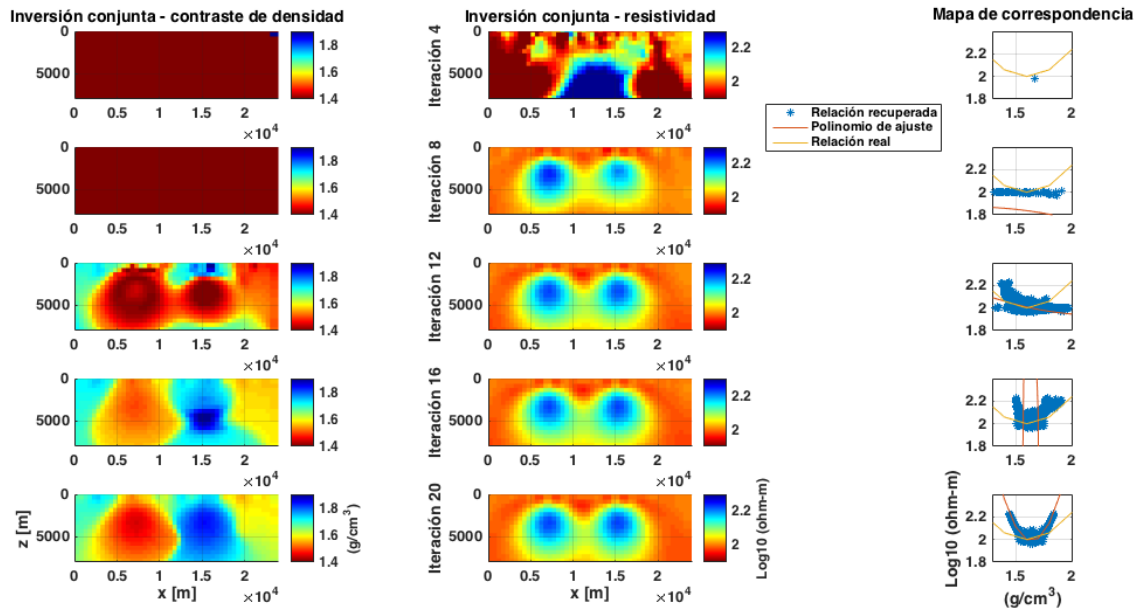


Figura 52. Evolución en la recuperación de los modelos de densidad y resistividad mediante inversión conjunta para el experimento 4. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 4, 8, 12, 16 y 20.

Ajuste a los datos

En la figura 53 se muestra el ajuste a los datos gravimétricos, y en la figura 54 se muestra un resumen de los ajustes para las curvas de resistividad aparente y fase para todos los sitios del método magnetotelúrico. En el anexo H se muestra detalladamente cada sitio en una sola ventana.

La única diferencia respecto a la prueba 3 se dio en el caso del RMS de los datos de gravedad, en este caso el RMS fue de 0.63 mientras que en el caso anterior fue de 0.41. El aumento en el peso del ajuste a la función de correspondencia dio como resultado este ligero desajuste en los datos de gravedad. Sin embargo, los residuales en los dos tipos de datos se mantuvieron dentro de la desviación estándar.

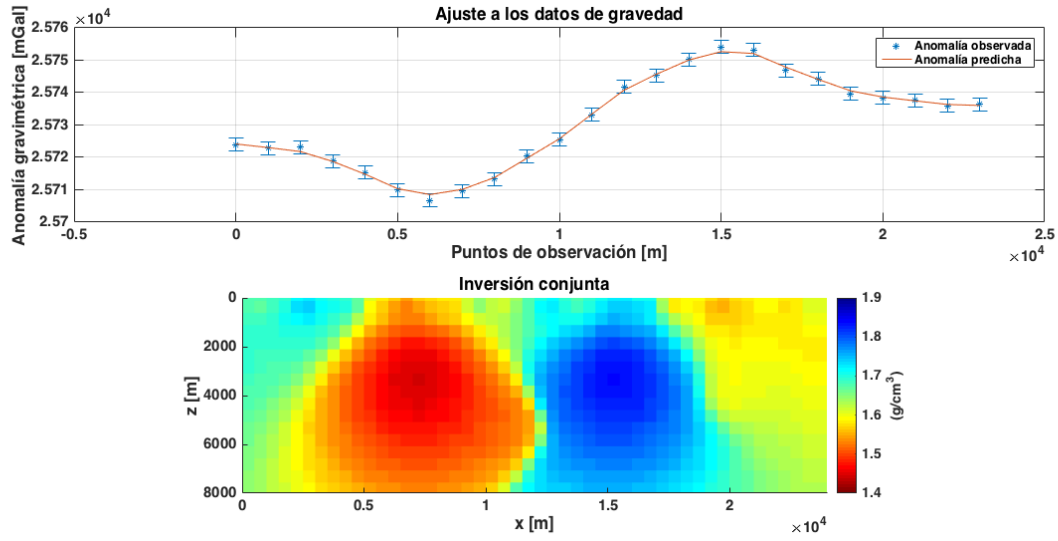


Figura 53. Ajuste de los datos gravimétricos con el modelo obtenido mediante inversión conjunta para la prueba 4.

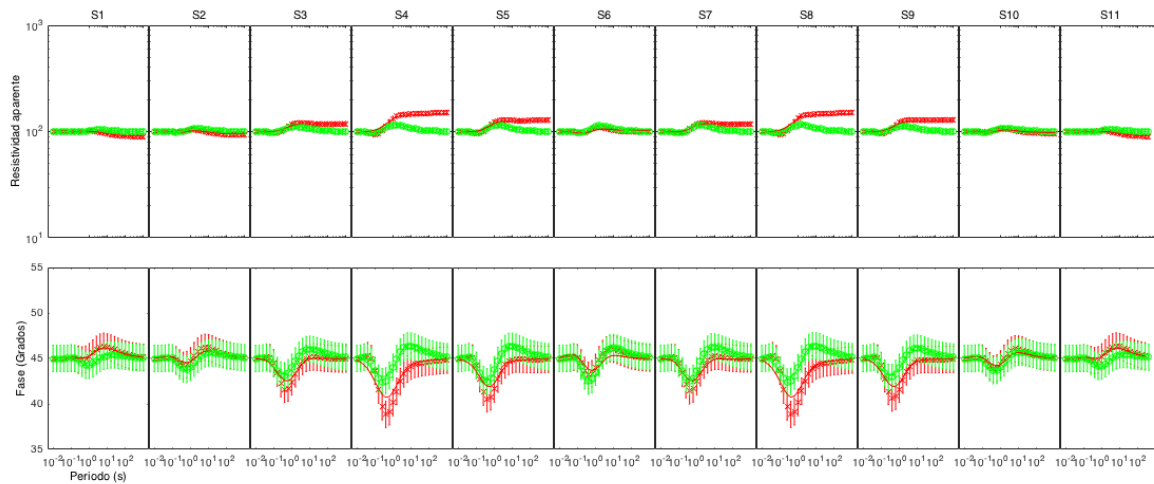


Figura 54. Ajuste a los datos resistividad aparente (arriba) y fase (abajo) para el modo TE (verde) y TM (rojo) para cada sitio para la prueba 4.

4.7.1 Análisis de convergencia y estabilidad

La convergencia en esta prueba fue casi idéntica a la prueba anterior. Se requirieron 20 iteraciones para llegar a la solución (figura 55), a diferencia de las 14 requeridas en la prueba 3. Esto es consecuencia de que se exigió un mayor ajuste a la función de correspondencia.

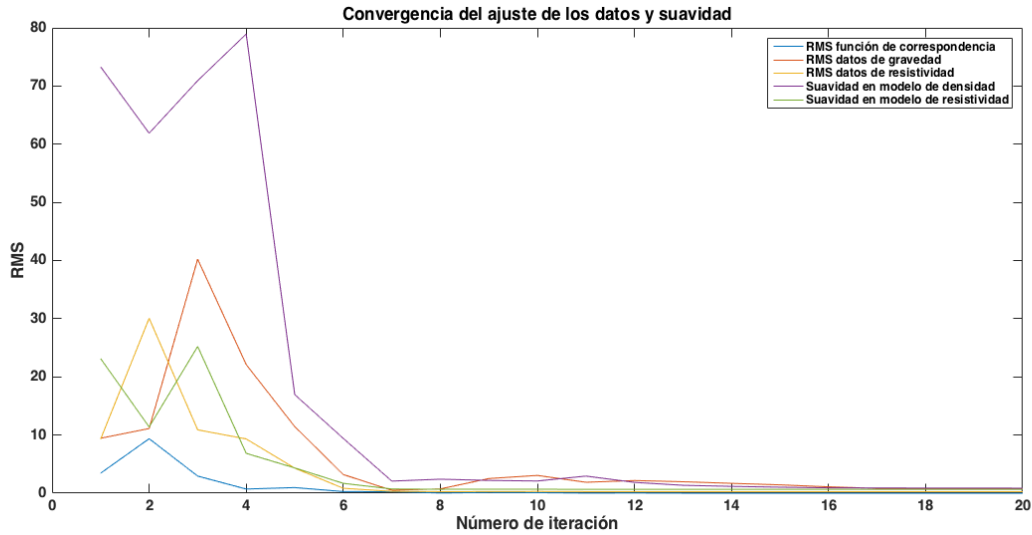


Figura 55. Cambio del RMS para cada elemento de la función objetivo con cada iteración para el experimento 4.

Los cambios en los modelos muestran nuevamente mayor inestabilidad en la recuperación de los coeficientes del polinomio de ajuste (figura 56). El modelo más estable es el modelo de resistividad, a pesar de que es el modelo que tiene mayores dificultades para ajustar a los datos y a la suavidad.

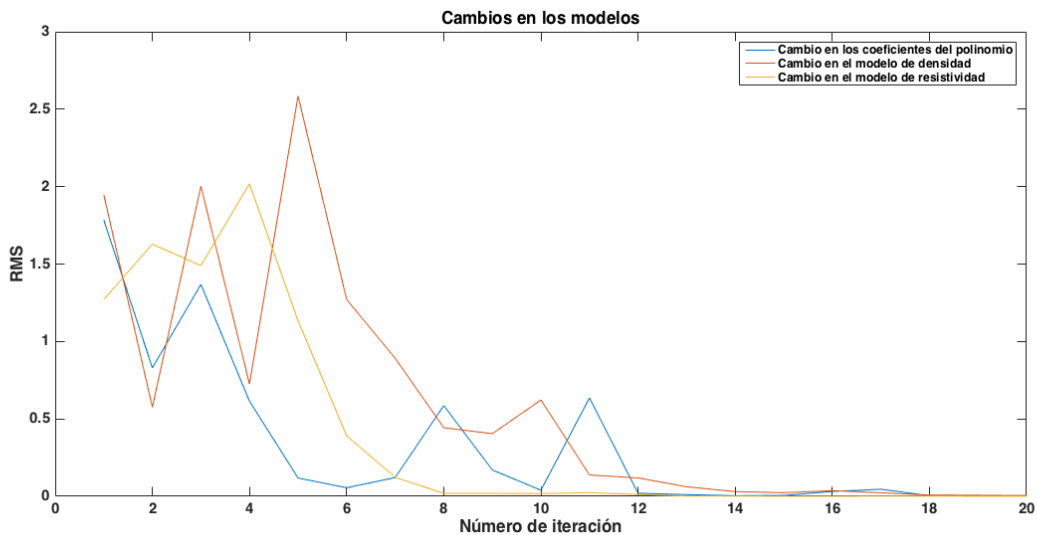


Figura 56. Cambios en los modelos de resistividad/densidad, y en los coeficientes en cada iteración para el experimento 4.

Conclusiones de los experimentos 3 y 4

Se mostró cómo el peso en la función de correspondencia desempeña un papel importante en la búsqueda de la solución mediante la reducción de la dispersión en la nube de puntos. El modelo de densidades recuperado mediante la inversión conjunta mostró una mejor ubicación espacial respecto al modelo recuperado en la prueba 3, al reunir los puntos dispersos dentro de la función parabólica de ajuste (figura 51).

El ajuste en los datos se mantuvo dentro del rango de la desviación estándar, sin embargo, se observó un ligero desajuste en los datos de gravedad como consecuencia de la reducción en la desviación estándar de la función de correspondencia.

4.8 Experimento 5: ajustando una relación con un polinomio de orden menor

Ya que la prueba 2 exploró las consecuencias de usar un polinomio con más coeficientes que los existentes en el modelo, se realizó una prueba utilizando menos coeficientes. En este caso, se retoma el modelo y datos sintéticos de la prueba 3 y 4, que corresponde a una relación de correspondencia parabólica, el cual se pretende ajustar exclusivamente con una relación lineal. El objetivo es conocer el comportamiento del algoritmo cuando se intenta imponerle una relación incompleta.

4.8.1 Inversión conjunta

Se realizó la inversión conjunta utilizando los parámetros de la prueba 4 (tabla 10). La única diferencia fue la adecuación del código para buscar únicamente el coeficiente lineal de ambos modelos en el ajuste a un polinomio.

Modelos recuperados

En esta prueba los modelos recuperados sufrieron cambios notables (figura 57). En el caso del modelo de resistividad el intervalo aumentó hacia las altas resistividades, y los cuerpos recuperados sufrieron una distorsión en su simetría. El cuerpo entre 5 km y 10 km es más grande y resistivo que el cuerpo que se encuentra entre 15 km y 20 km. Por otro lado, el modelo de contrastes de densidad sufrió un efecto parecido, se recuperaron dos cuerpos sin simetría, uno más grande entre 5 km y 10 km, y el otro entre 15 y 20 km. Sin embargo, otro cambio importante fueron los valores de densidad, ambos cuerpos resultaron de densidad baja cuando se esperaba que el cuerpo ubicado entre 15 y 20 km fuera de densidad alta. Este efecto se puede observar en la función de correspondencia recuperada, al tratar de ajustar el mapa de correspondencia con una línea recta, se perdió información de una de las alas de la parábola, en este caso, la del lado que contenía a las altas densidades asociadas a altas resistividades.

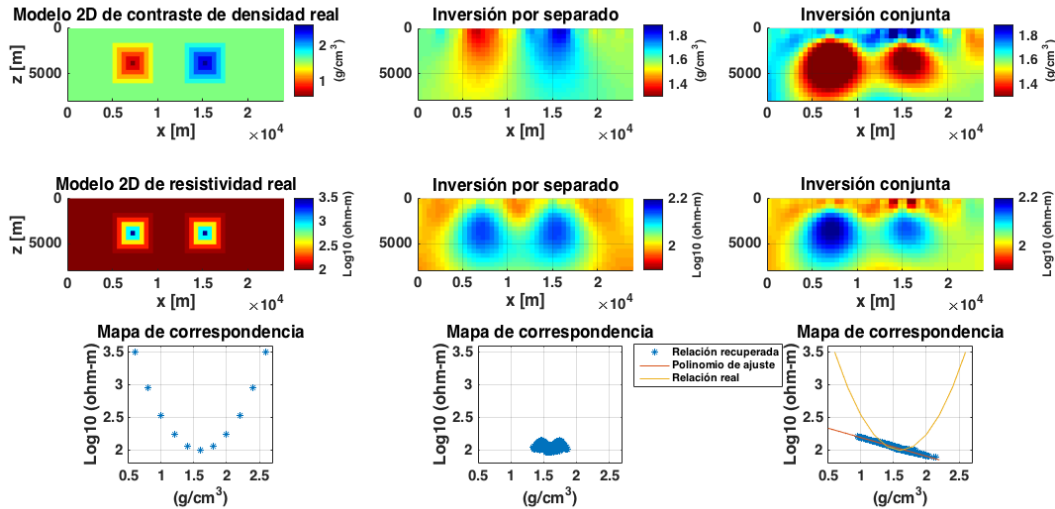


Figura 57. Comparación entre los modelos reales (izquierda), recuperados a partir de inversión por separado (en medio) y recuperados a partir de la inversión conjunta (derecha) para el experimento 5. Debajo de cada par de modelo, se muestra su mapa de correspondencia.

Los valores RMS de los diferentes elementos de la función objetivo se muestran en la figura 58. En las iteraciones 5 y 10 la línea de ajuste se muestra inestable, con una pendiente positiva primero, y negativa después. El modelo recuperado de resistividad comienza a detectar los dos cuerpos resistivos, pero el modelo de densidad aún no muestra coherencia. A partir de la iteración 15 los modelos recuperados ya son muy parecidos a los finales, y la única diferencia es la disminución en la dispersión sobre la recta de ajuste.

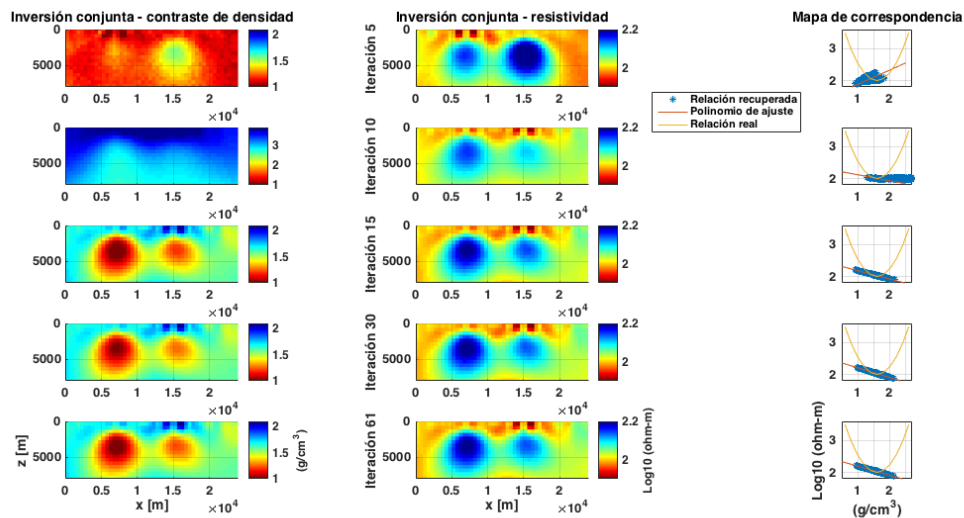


Figura 58. Evolución en la recuperación de los modelos de densidad y resistividad mediante inversión conjunta para el experimento 5. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 4, 8, 12, 16 y 20.

Ajuste a los datos

Nuevamente, la densidad y resistividad del modelo se muestran en la figura 59. La zona de mayor desajuste corresponde a la zona que cambió al cuerpo de alta densidad por una de baja densidad, subestimando los valores de gravedad. En el caso de los datos MT el ajuste se mantuvo dentro del intervalo de la desviación estándar (figura 60) debido a que el modelo recuperado no sufrió un cambio tan drástico como el caso de densidades. En el anexo I se muestra a detalle el ajuste sitio por sitio de las curvas de resistividad aparente y fase.

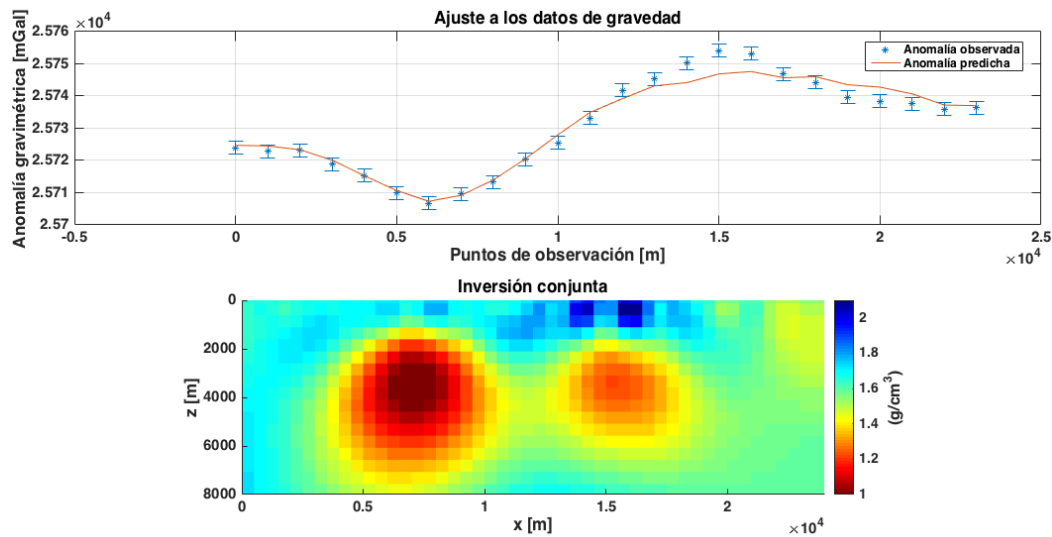


Figura 59. Ajuste de los datos gravimétricos con el modelo obtenido mediante inversión conjunta para el experimento 5.

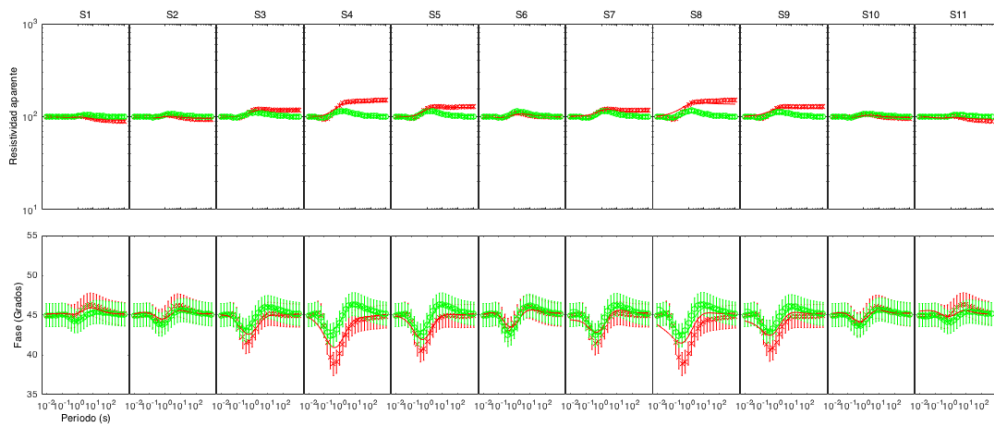


Figura 60. Ajuste a los datos resistividad aparente (arriba) y fase (abajo) para el modo TE (verde) y TM (rojo) para cada sitio para el experimento 5.

4.8.2 Análisis de convergencia y estabilidad

La inversión conjunta requirió 61 iteraciones para alcanzar la solución. El RMS en los datos y en la suavidad durante las iteraciones se muestra en la figura 61. A partir de la iteración 10 el ajuste fue prácticamente constante, y el algoritmo se enfocó en el ajuste de los datos de gravedad y su suavidad. Esto se debe a que el modelo de densidad es el que está tratando de acoplarse al modelo de resistividad y está teniendo ligeras variaciones. Por otro lado, el ajuste a los datos de MT, su suavidad y el ajuste a la función de correspondencia fueron muy estables y su desajuste cayó rápidamente desde la iteración 5.

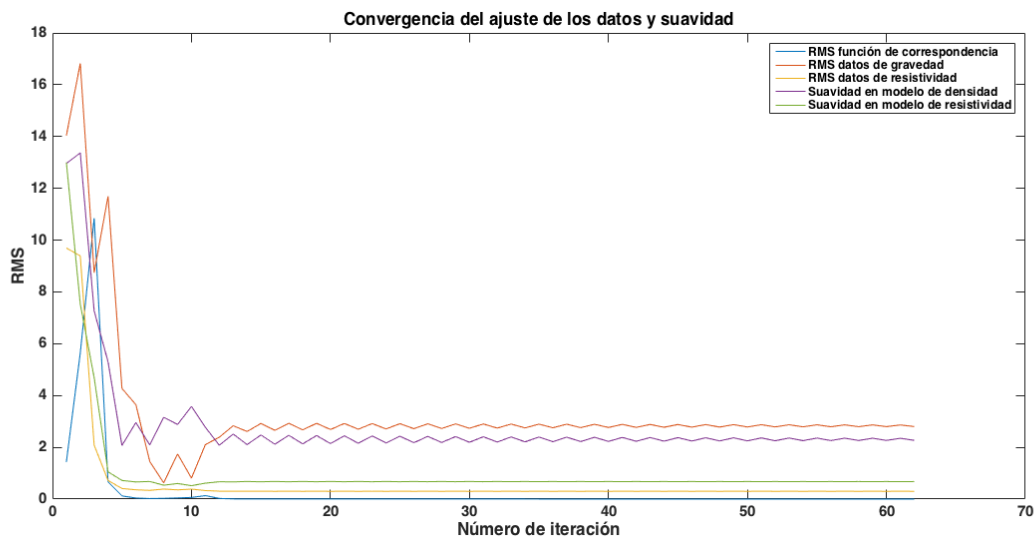


Figura 61. Cambio del RMS para cada elemento de la función objetivo con cada iteración para el experimento 5.

El cambio en los modelos muestra que el modelo de densidad fue el que tuvo mayores variaciones, sobre todo en las primeras 12 iteraciones. Los coeficientes del polinomio fueron más estables en comparación a los ejemplos anteriores debido a que sólo eran dos coeficientes y una vez que se encontró una tendencia sólo tuvo variaciones menores en la pendiente para disminuir la dispersión en el mapa de correspondencia (figura 62).

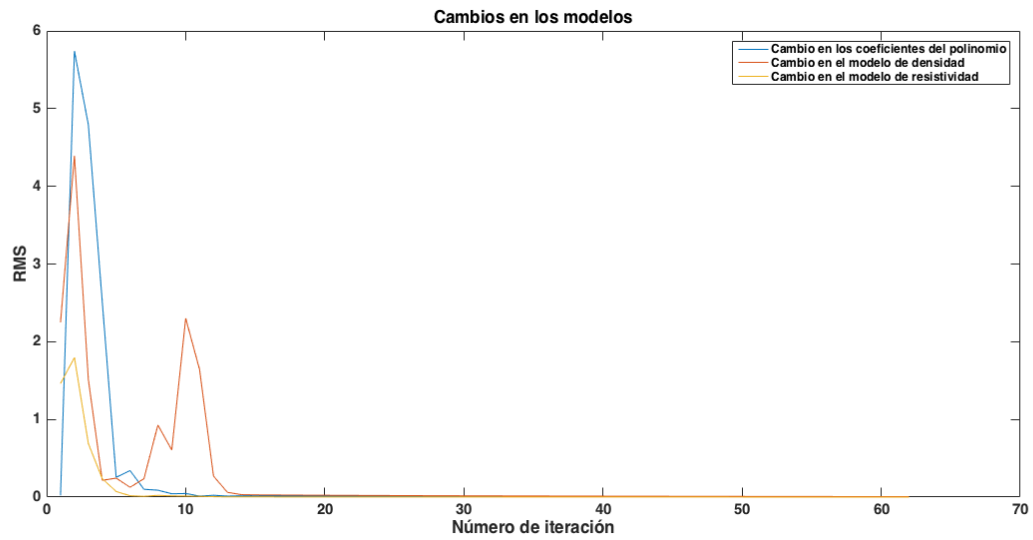


Figura 62. Cambios en los modelos de resistividad y densidad, y en los coeficientes en cada iteración para el experimento 5.

Capítulo 5. Aplicación a un caso en una zona geotérmica: Cerro Prieto

En este capítulo se describe la aplicación del método de inversión conjunta a un caso en la zona geotérmica de Cerro Prieto. El objetivo es conocer el desempeño del algoritmo en un caso con datos reales e identificar aquellos problemas que no son visibles en casos sintéticos. Por otro lado, se desea conocer la relación entre la distribución de la resistividad y la densidad en esta zona, y cómo ésta nos puede ayudar en el proceso de inversión.

5.1 Ubicación

La zona de estudio se encuentra en el campo geotérmico de Cerro prieto, en el Valle de Mexicali a aproximadamente 30 km al sureste de la ciudad de Mexicali, Baja California. Para el estudio se utilizarán las mediciones de 24 estaciones gravimétricas y 12 estaciones de datos magnetotelúricos (figura 63) acomodadas a lo largo de un perfil de 25 km ubicado al sureste del campo geotérmico.

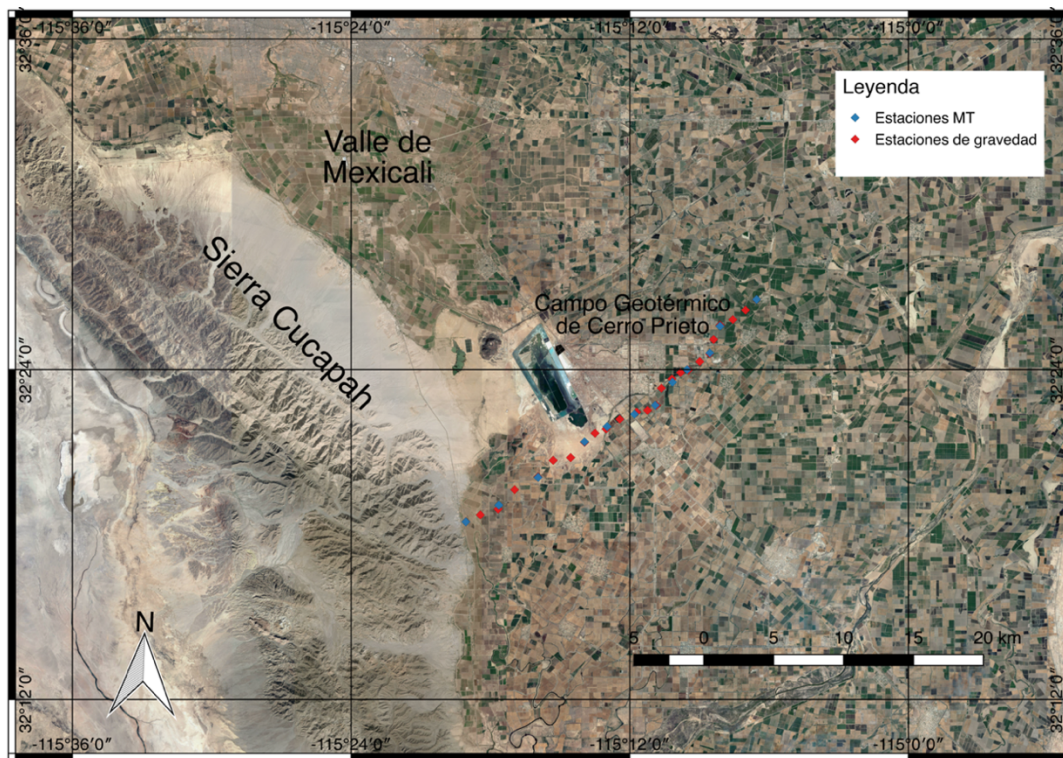


Figura 63. Ubicación del perfil de estudio y las estaciones de medición. Se utilizaron 25 estaciones de gravedad de datos tomados por la campaña del Cemie-Geo en Junio del 2016, y 12 estaciones de datos magnetotelúricos de la campaña del Cemie-Geo en 2015.

5.2 Marco geológico del Valle de Mexicali

La zona geotérmica se localiza dentro de la cuenca de Salton, la cual abarca desde el Mar de Salton en la porción sur del estado de California, Estados Unidos, hasta el Golfo de California, y forma parte del sistema tectónico de San Andrés, formado por fallas transcurrentes con desplazamientos normales, de dirección predominante NW-SE. Las fallas más importantes reconocidas en la zona son las de Cucapah, Imperial, Cerro Prieto y Michoacán (Lira Herrera, 2005). El mismo autor reconoció cinco unidades litológicas principales mediante información de 321 pozos, estas son:

Basamento

Un estudio de Pérez (1996) reconoció tres tipos de basamento en la zona que denominó: Territorio Baja California (TBC), Territorio Norteamérica (TNA) y básico intrusivo (IM). El TNA está conformado por rocas metamórficas y es el más antiguo. Le sigue el TBC compuesto por rocas graníticas del Cretácico y finalmente el IM es un intrusivo básico con probable edad del Terciario-Plioceno. Se cree que éste último es la fuente de calor del sistema geotérmico de Cerro Prieto.

Unidad de lutita gris

Se compone de lutitas y lutitas limolíticas que varían de color gris claro a negro, con intercalaciones de arenisca. Tiene un espesor aproximado de 3000 m y sobreyace al basamento granítico (TBC) e intrusivo máfico (IM). La cima se encuentra a 400 m en la parte suroeste del campo y profundiza hasta 2850 m en la parte noreste (ver figura 64).

Unidad de lutita café

Está conformada por lutitas y lutitas limolíticas de color café con intercalaciones de areniscas y arenas muy permeables, de medianamente a bien clasificadas, cementadas por carbonatos. Esta capa descansa sobre la unidad de lutita gris y su cima se encuentra a aproximadamente 600 m en la parte suroeste de la sección, y alcanza los 2500 m en la parte noreste.

Sedimentos clásticos no consolidados

Es la capa más somera y está compuesta por arcillas, limos, arenas y escasas gravas. Su espesor va de los 400 m a los 2500 m con el mismo patrón de las capas que la subyacen: es más somera al suroeste de la sección y más profunda al noreste.

La figura 64 muestra una sección geológica donde se observan las unidades descritas.

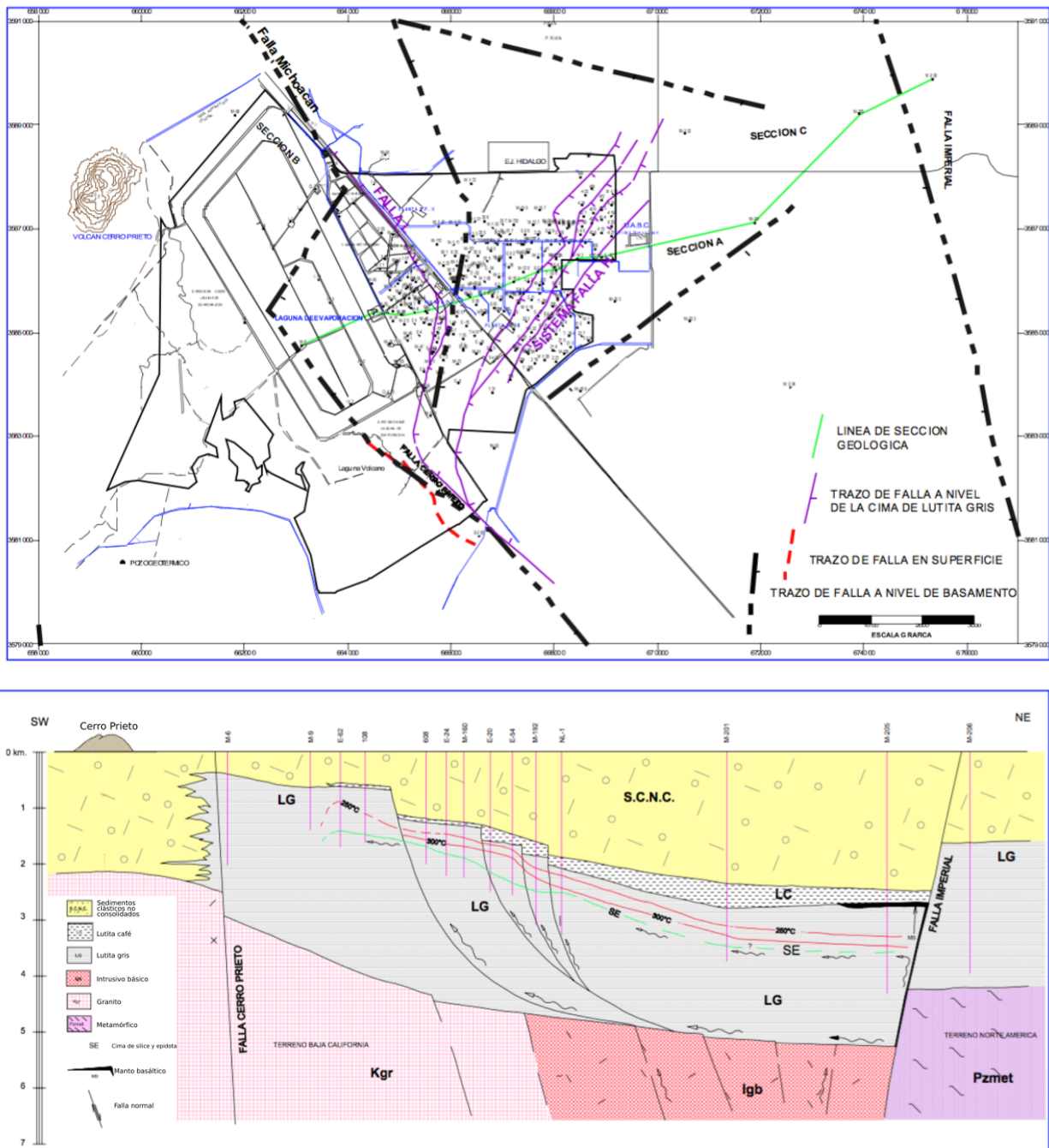


Figura 64. Sección geológica del Valle de Mexicali (abajo) y su ubicación en planta (arriba, en línea verde). Modificado de Lira (2005).

5.2.1 Modelo conceptual geotérmico

De acuerdo a Lira (2005) los sedimentos terciarios lutíticos con intercalaciones de arenisca constituyen la capa que almacena fluidos hidrotermales. Estos fluidos son calentados al pasar por la zona donde se localiza la fuente de calor, que en este caso es el intrusivo básico. Posteriormente ascienden a través de las fallas lístricas hasta las capas permeables de areniscas y son bloqueados por la capa sello conformada por estratos de lutitas. En la parte suroeste del campo se encuentran pozos inyectando fluidos de menor temperatura para mantener la presión del yacimiento (flechas azules en la figura 65).

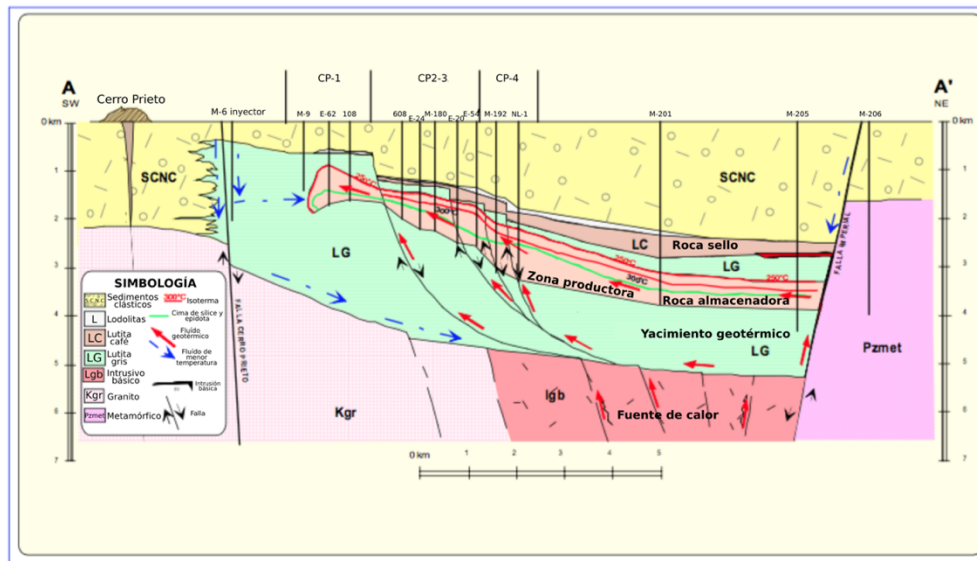


Figura 65. Modelo conceptual del campo geotérmico de Cerro Prieto. Modificado de Lira (2005).

5.3 Estudios geofísicos previos

Se han realizado diferentes estudios geofísicos en la zona de interés a lo largo de los últimos años.

García Abdeslem et. al. (2001) obtuvieron un modelo 2D de la corteza en la región de Laguna Salada y hasta la parte occidental del Valle de Mexicali. Su modelo sugiere que la corteza de la Sierra de Juárez tiene una raíz que se extienda hasta los 42 km de profundidad y en la zona occidental del Valle de Mexicali, cerca de nuestra zona de estudio, la interfase corteza-manto alcanza los 25 km.

Granell (1983) obtuvo un modelo de densidades a partir de la anomalía de Bouguer en el campo geotérmico. En la figura 66 se observan los bloques que utilizó y sus densidades, que de manera general coinciden con la geología conocida de la zona.

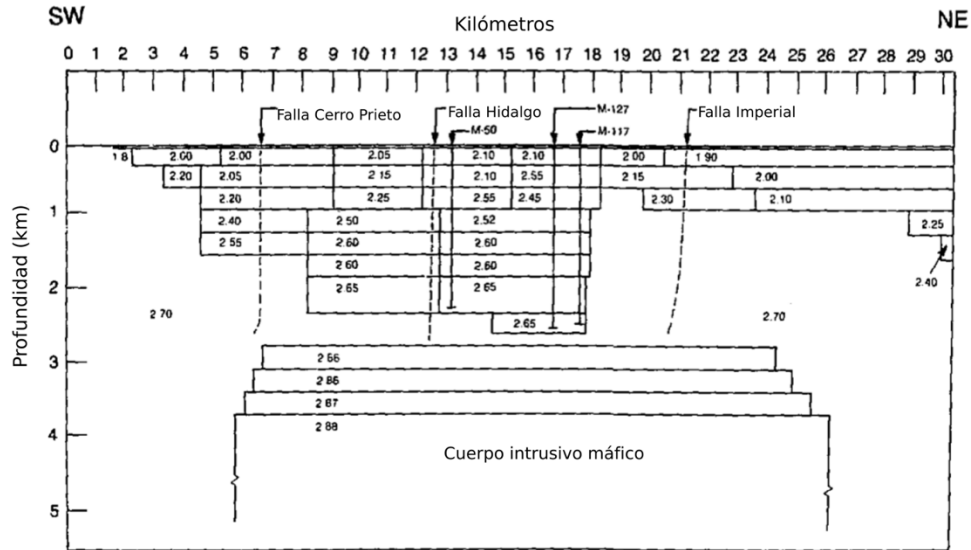


Figura 66. Modelo de densidades en la zona geotérmica de Cerro Prieto obtenido por Grannell (1983).

Cortés Arroyo (2011) realizó un perfil magnetotelúrico a lo largo de la región de la Sierra Juárez, Laguna Salada y el Valle de Mexicali. Encontró un cuerpo conductor, de 1 a 10 ohm-m, que correspondería al paquete sedimentario reportado por Lira Herrera (2005), cuyo espesor aumenta de 2 km en la parte suroeste, hasta 5 km en la parte noreste del perfil (figura 67).

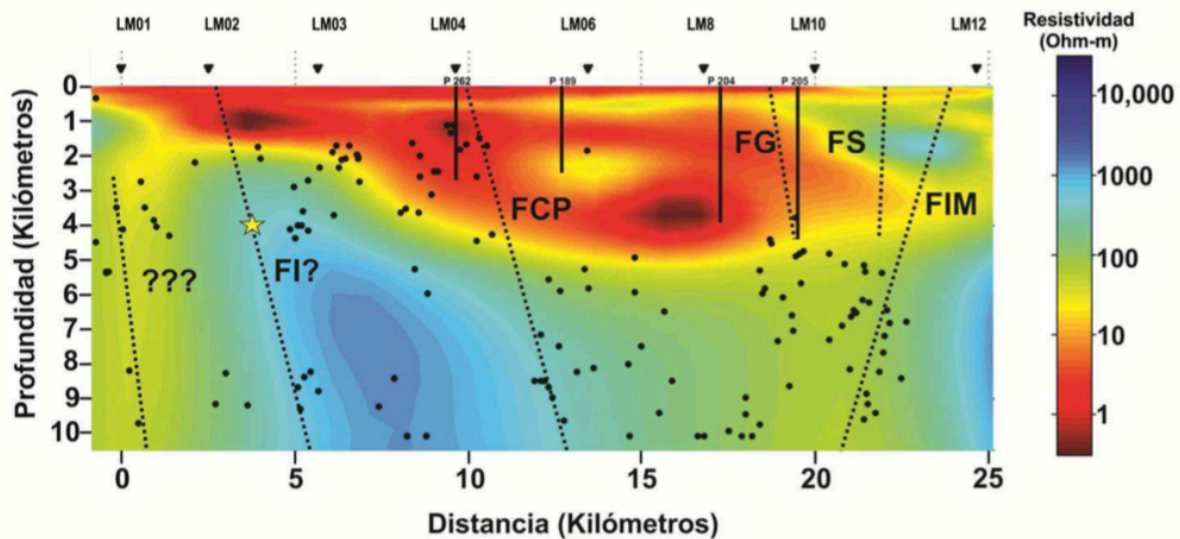


Figura 67. Modelo post sismo del Valle de Mexicali obtenido a partir de la inversión serie paralelo de los modos TE y TM. Se muestran los hipocentros de los sismos registrados en el periodo 1991-2003 (puntos negros) y del sismo del 4 de abril del 2010 (estrella amarilla). Las líneas verticales continuas son pozos y las discontinuas son las fallas reportadas: FI: Falla Indiviso, FCP: Falla Cerro Prieto, FG: Falla Guerrero, FS: Falla Saltillo y FIM: Falla Imperial. Tomada de Cortés Arroyo (2011).

5.4 Inversión por separado

Se realizó la inversión por separado para ambos tipos de datos utilizando una malla de 4763 celdas. Las dimensiones de las celdas varían, siendo muy grandes en los bordes del modelo, y reduciéndose en la zona de interés hasta 500 m por 100 m en la dirección horizontal y vertical respectivamente.

Para la inversión de los datos magnetotelúricos se utilizó el software *OCCAM2D*. Se requirieron 20 iteraciones a partir de las cuales el misfit comenzó a permanecer constante. Posteriormente se realizó la inversión de los datos de la anomalía residual de gravedad mediante el algoritmo de Talwani implementado en este trabajo de tesis.

5.4.1 Datos magnetotelúricos

Los datos magnetotelúricos fueron tomados en 2015 por el grupo del CemieGeo. Se midió en 12 sitios con una separación de aproximadamente 2 km entre cada uno. Las frecuencias utilizadas en el muestreo se presentan en la tabla 11, con valores que van de 1000 Hz hasta 0.00083 Hz.

En este trabajo se retomaron los datos de los modos TE y TM procesados por Oliver Ocaño en 2016.

Tabla 11. Frecuencias muestreadas en los datos magnetotelúricos de la línea A en Cerro Prieto.

Frecuencias (Hz)								
1.00E+03	2.31E+02	5.34E+01	1.05E+01	2.06E+00	4.04E-01	9.33E-02	1.83E-02	3.59E-03
8.50E+02	1.96E+02	4.53E+01	8.90E+00	1.75E+00	3.73E-01	7.92E-02	1.56E-02	3.05E-03
7.22E+02	1.67E+02	3.85E+01	7.56E+00	1.48E+00	3.43E-01	6.73E-02	1.32E-02	2.60E-03
6.14E+02	1.42E+02	3.27E+01	6.43E+00	1.26E+00	2.92E-01	5.72E-02	1.12E-02	2.21E-03
5.21E+02	1.20E+02	2.78E+01	5.46E+00	1.07E+00	2.48E-01	4.86E-02	9.55E-03	1.87E-03
4.43E+02	1.02E+02	2.36E+01	4.64E+00	9.11E-01	2.10E-01	4.13E-02	8.11E-03	1.59E-03
4.26E+02	8.70E+01	2.01E+01	3.94E+00	7.74E-01	1.79E-01	3.51E-02	6.89E-03	1.35E-03
3.76E+02	7.39E+01	1.71E+01	3.35E+00	6.58E-01	1.52E-01	2.98E-02	5.86E-03	1.15E-03
3.20E+02	6.28E+01	1.45E+01	2.85E+00	5.59E-01	1.29E-01	2.54E-02	4.98E-03	9.77E-04
2.72E+02	5.47E+01	1.23E+01	2.42E+00	4.75E-01	1.10E-01	2.15E-02	4.23E-03	8.30E-04

Proyeccion sobre una línea recta

Se realizó una proyección de los sitios sobre una línea recta. Esto es necesario para ubicarlas correctamente en su posición equivalente en la inversión 2D (figura 68).

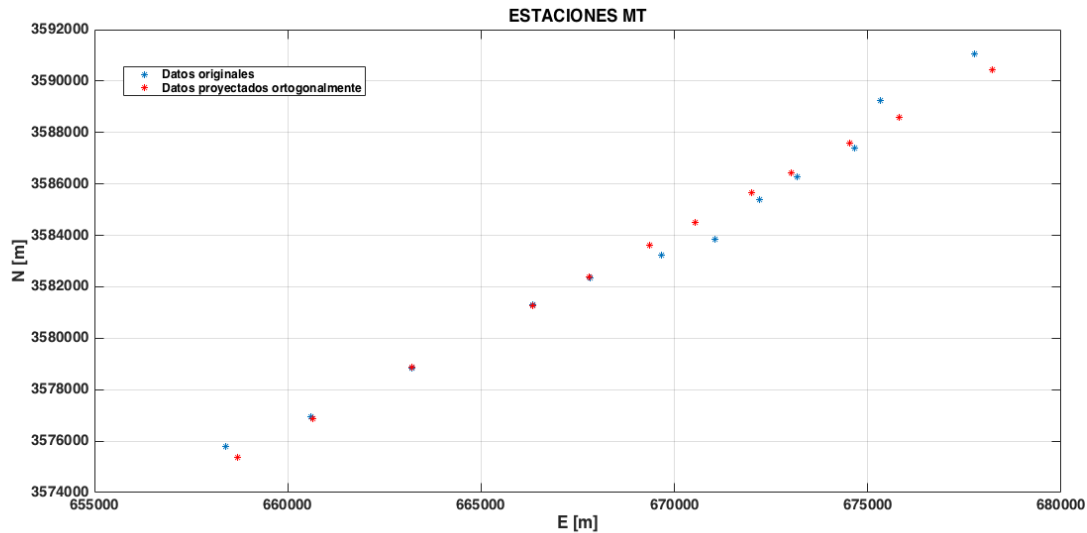


Figura 68. Reproyección de las estaciones MT sobre una línea recta para la inversión 2D del perfil en Cerro Prieto.

Generalidades de la inversión

Se utilizó un modelo inicial homogéneo de 100 ohm-m. Se restringió el proceso para detenerse cuando se alcanzara el ajuste a los datos al nivel de desviación estándar, o cuando el modelo tuviera un cambio relativo menor de 0.1, o cuando se alcanzaran las 20 iteraciones. En este experimento, el proceso se detuvo en la iteración 20. En la figura 69 se muestra que el valor RMS del ajuste fue disminuyendo con las iteraciones (hasta aproximarse al valor de 8.0), mientras que la rugosidad fue aumentando conforme avanzaron las iteraciones. Finalmente, una comparación entre el ajuste y la rugosidad muestra que los mejores ajustes se alcanzaron con modelos más heterogéneos, y los peores ajustes durante las primeras iteraciones corresponden a modelos más homogéneos ya que el algoritmo comienza con valores del factor de suavidad muy grandes y los va relajando conforme avanza el proceso.

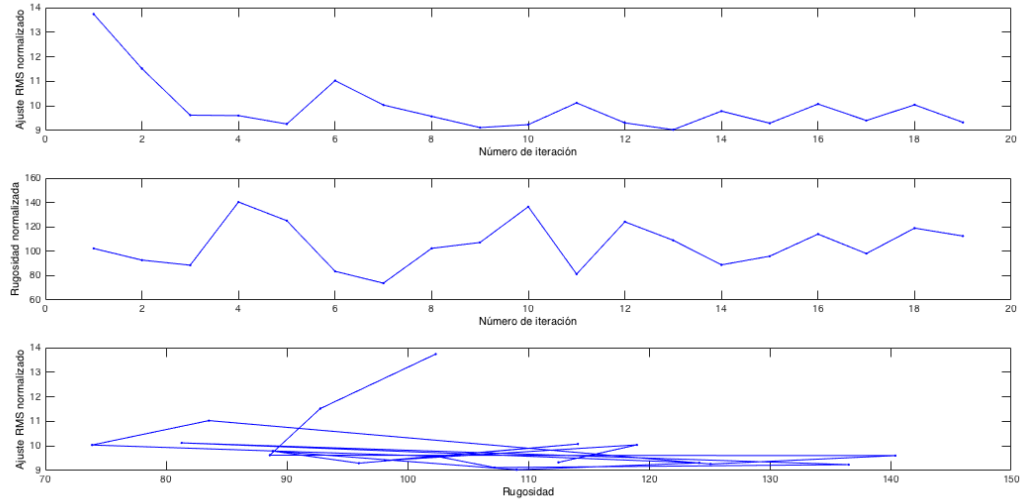


Figura 69. Comportamiento del ajuste en los datos y la rugosidad en la inversión por separado de datos magnetotelúricos de la línea A en la zona geotérmica de Cerro Prieto.

Modelo recuperado

El modelo obtenido mediante la inversión de los datos MT muestra una región conductiva de 1 a 10 ohm-m en los primeros 3 km que correspondería al paquete de rocas sedimentarias conformado de sedimentos clásticos no consolidados, y unidades de lutita gris y café reportados por Lira (2005). A partir de los 3 km se observa un cambio abrupto en la resistividad con valores de 1000 hasta 10000 ohm-m (figura 70). Este cuerpo corresponde al basamento de la cuenca, que coincide con las profundidades reportadas en estudios previos.

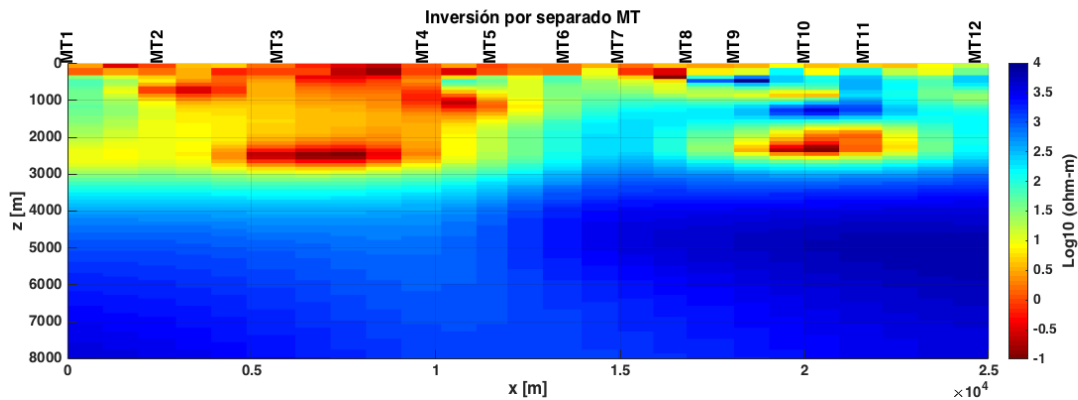


Figura 70. Modelo 2D de resistividades obtenido a partir de la inversión por separado de los datos MT en la línea A de Cerro Prieto.

Ajuste a los datos

En la figura 71 se muestra un resumen del ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de los modos TE y TM en casa sitio. En el anexo K se muestra el ajuste sitio por sitio. En general, se observa un mejor ajuste para la resistividad aparente del modo TE (verde) que para el resto de los datos. En particular, la resistividad aparente del modo TM tiene demasiada dispersión en algunos sitios como el 5, 7 y 8, lo cual se traduce en un ajuste malo en estos lugares.

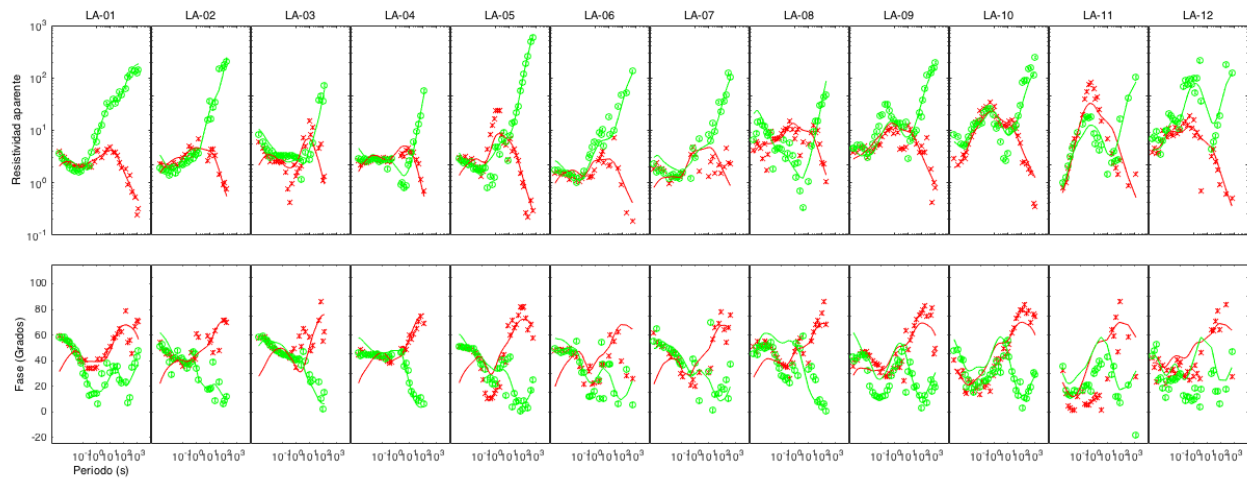


Figura 71. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de los modos TE (verde) y TM (rojo) para todos los sitios en la línea A obtenidos mediante la inversión por separado.

5.4.2 Datos gravimétricos

Los datos gravimétricos fueron tomados en 2016 por el grupo del CemieGeo. El espaciamiento entre estaciones utilizado fue de aproximadamente 1 km, coincidiendo con el perfil de la línea de datos magnetotelúricos y con aproximadamente la mitad del espaciamiento que fue usado para la estaciones de MT. Se utilizó el gravímetro Scintrex CG5.

Proyección sobre el perfil

Al igual que con los datos magnetotelúricos, se reprojectaron las 24 estaciones gravimétricas sobre la línea recta que mejor se ajusta al perfil (figura 72). El objetivo es asignarle la ubicación más cercana a una línea recta, es decir, la proyección ortogonal sobre el perfil que se va a utilizar para la inversión 2D.

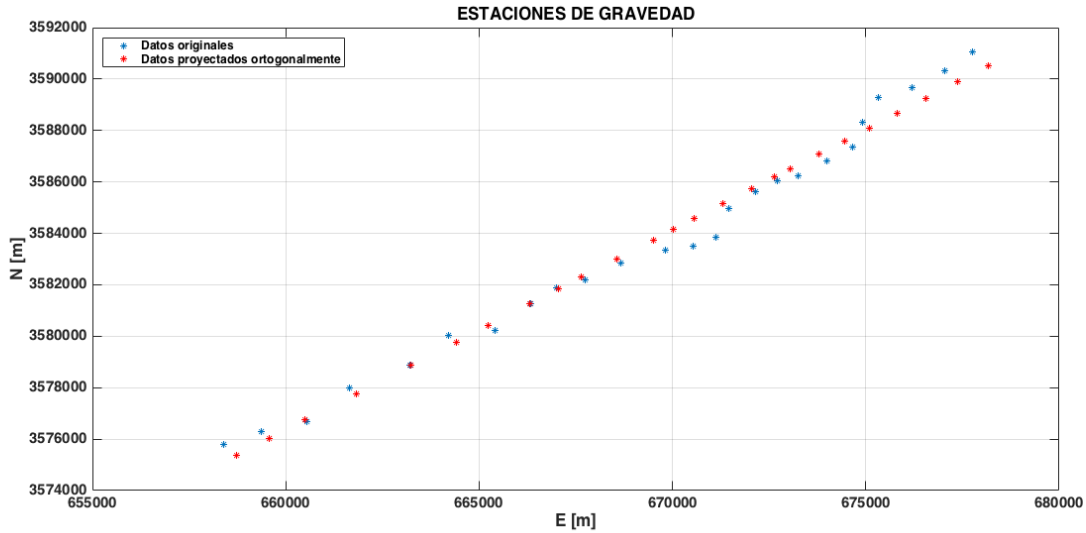


Figura 72. Reproyección de las ubicaciones de las estaciones de gravedad en una línea recta para la inversión 2D de la línea A en Cerro Prieto.

Procesamiento de los datos

Se realizaron las correcciones temporales y espaciales de los datos para obtener la anomalía de Bouguer simple. Para la inversión se utilizó el residual de la anomalía de Bouguer, con el fin de detectar los cuerpos más someros que corresponden al yacimiento geotérmico. La elección del residual se hizo tomando en cuenta el efecto de la Sierra Cucapah al Suroeste del perfil de estudio, de manera que se calculó la tendencia de este alto gravimétrico mediante una interpolación lineal simple y se eliminó de la anomalía de Bouguer total, quedándonos únicamente con el efecto de la cuenca del Valle de Mexicali, que corresponde a una anomalía residual negativa.

Modelo recuperado

El modelo obtenido a partir de la inversión por separado se muestra en la figura 73. El ajuste de los datos es muy bueno. El modelo presenta las mismas características del caso sintético; los cuerpos usados para justificar los datos se encuentran justo debajo de la superficie.

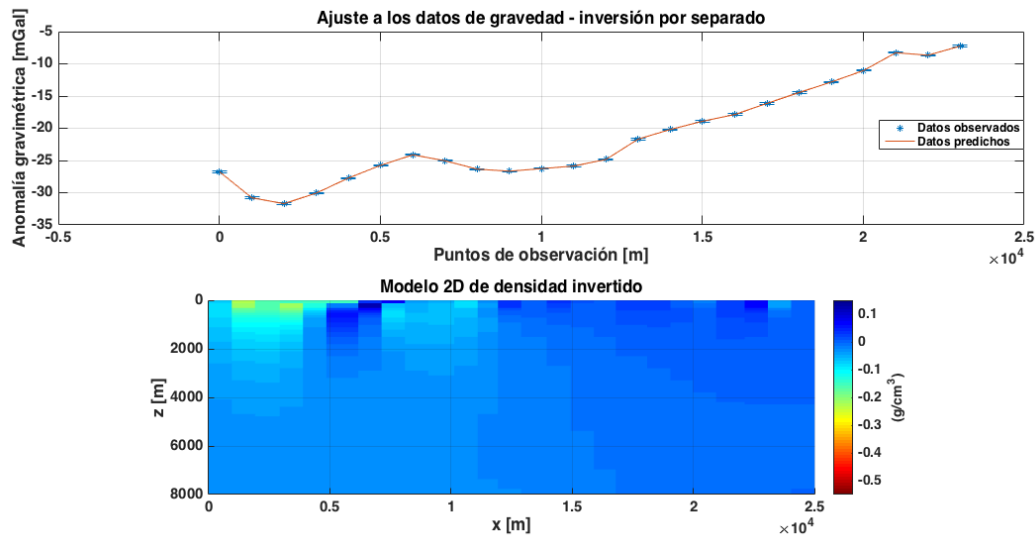


Figura 73. Inversión por separado de los datos gravimétricos en la línea A de Cerro Prieto.

5.5 Inversión conjunta

Se realizó la inversión conjunta de los datos magnetotelúricos y gravimétricos. Inicialmente se realizaron pruebas con polinomios de grados mayores y multiplicador de lagrange fijo, sin embargo dichas pruebas fallaron. Por un lado, el proceso resultó en modelos de resistividad con valores dentro de intervalos muy grandes y por otro el problema de la inestabilidad en la recuperación de coeficientes de órdenes mayores observado en las pruebas sintéticas se agravó por la imprecisión de los datos de campo.

Para resolver estos problemas se utilizó una relación de correspondencia lineal y se reutilizó la estrategia de búsqueda del multiplicador de Lagrange implementada en el algoritmo *Occam2D*, y utilizando el mismo valor para el multiplicador del modelo de densidad. En la tabla 12 se muestra un resumen de los parámetros utilizados.

Tabla 12. Valores de los parámetros de la inversión conjunta para la línea A de Cerro Prieto.

Factor de suavidad	Modelo de densidad	Variable (de igual valor al de resistividad)
	Modelo de resistividad	Variable
Desviación estándar	Datos de gravedad	0.1 mGal
	Datos MT	10% de la resistividad aparente y fase
	Función de correspondencia	0.1

Modelos recuperados

En la figura 74 se muestran los modelos recuperados de la inversión conjunta. El modelo de resistividades recuperado por inversión conjunta es muy parecido al recuperado por inversión por separado. El modelo de densidades por otro lado mostró una nueva distribución dando mayor continuidad lateral a los cuerpos, estableciendo una cuenca de contraste de densidad negativa, que coincide con zona de resistividades bajas. A partir de los 2000 metros, el contraste de densidad aumenta y se mantiene en valores próximos a cero, en la zona que corresponde a resistividades altas. En general, se observa cómo el modelo de densidad adoptó la estructura del modelo de resistividad.

El polinomio de ajuste a la relación de correspondencia recuperada fue:

$$m_2 = 8.2354m_1 + 2.8912 \quad (73)$$

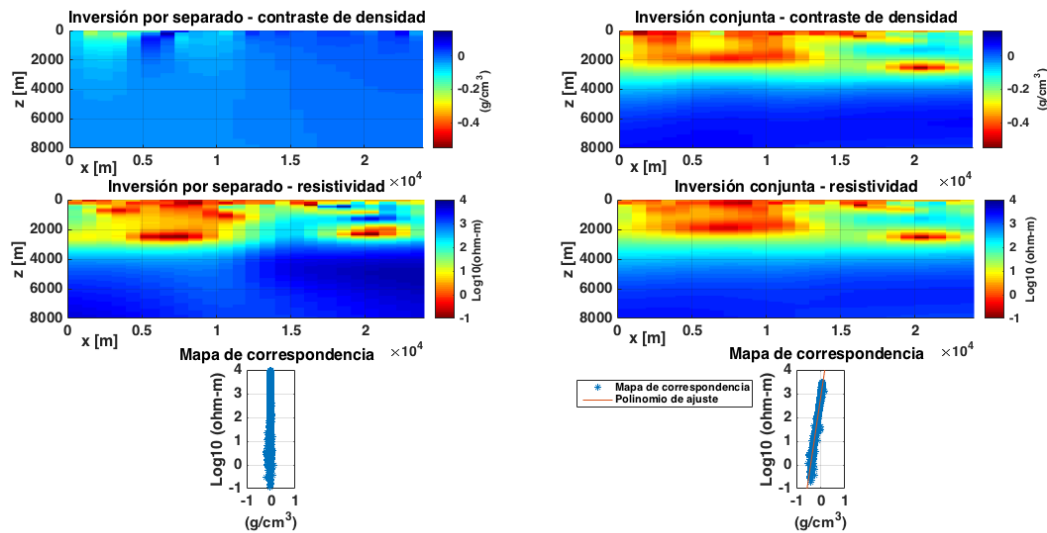


Figura 74. Modelos recuperados de la inversión conjunta de la línea A. Comparación entre los modelos y el mapa de correspondencia de la inversión por separado (izquierda) y la inversión conjunta (derecha).

En la figura 75 se muestra la evolución de los modelos recuperados hasta la iteración 18. Se observa como el modelo de densidad se va acoplando al de resistividad. Conforme avanzan las iteraciones el mapa de correspondencia disminuye su dispersión respecto a la recta de ajuste. En la iteración 3 y 6, el modelo de densidades aún tiene un rango amplio de valores, lo que se traduce en un mapa de correspondencia

disperso, y que le da mayor peso a la zona de las altas resistividades, que son las que ocupan mayor espacio de la malla, y por tanto tienen mayor peso.

A partir de la iteración 9, el modelo de densidad alcanza un rango aceptable, y además comienza a absorber la estructura del modelo de resistividad, asignando contrastes negativos a la zona de bajas resistividades, y contrastes nulos a la parte de la zona de altas resistividades. En la iteración 18, se observan modelos con estructuras muy parecidas, y el mapa de correspondencia ya tiene una dispersión muy pequeña respecto a la recta de ajuste.

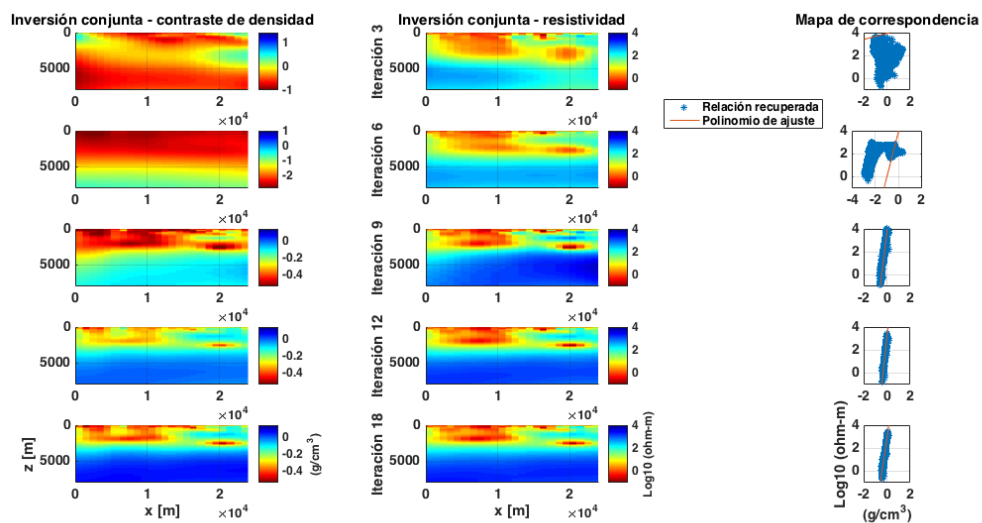


Figura 75. Evolución en la recuperación de los modelos de densidad y resistividad mediante inversión conjunta para la línea A en Cerro Prieto. Se muestran de arriba hacia abajo las iteraciones: 3, 6, 9, 12 y 18.

Convergencia y estabilidad

Se realizaron 18 iteraciones del proceso de inversión conjunta, hasta que el cambio en los modelos fue menor al 1%. En la figura 76 se muestra el RMS de los datos y la suavidad a lo largo de las iteraciones. Se observa como los datos con mayor desajuste, al igual que en la inversión por separado, fueron los datos magnetotéluricos. Por otro lado el ajuste en los datos gravimétricos alcanzo valores RMS menores a 0.16 a partir de la iteración 12.

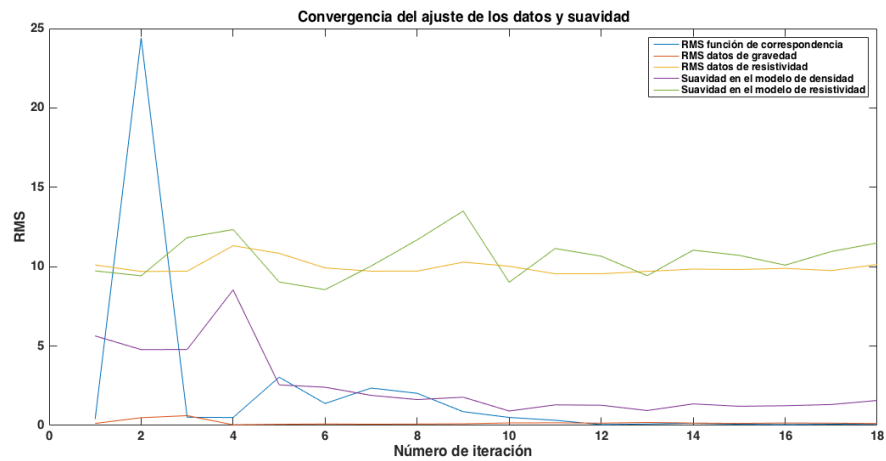


Figura 76. Valores RMS para cada elemento de la función objetivo con cada iteración para la inversión conjunta de la línea A en Cerro Prieto.

Por otro lado, los cambios en los modelos muestran que el modelo de densidad fue el más variable, seguido por los coeficientes en el polinomio, a pesar de estar restringido a los términos lineales. El modelo más estable fue el modelo de resistividades (figura 77).

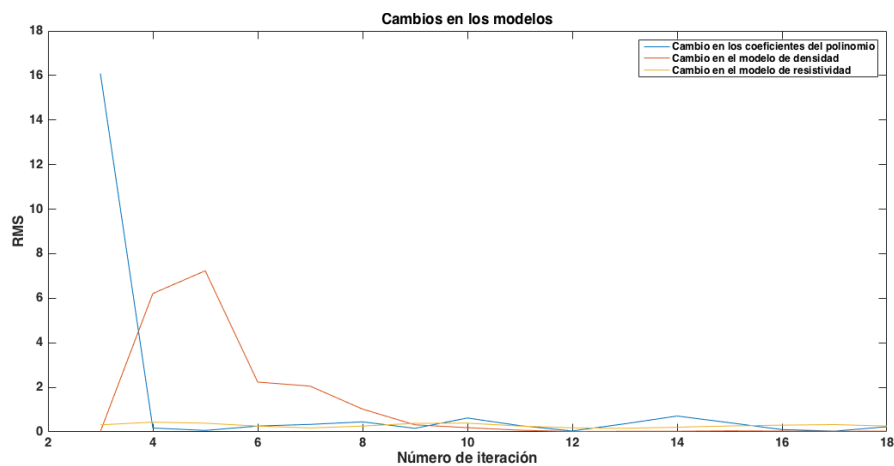


Figura 77. Cambios en los modelos de resistividad y densidad, y en los coeficientes en cada iteración para la inversión conjunta en la línea A en Cerro Prieto. Se omitieron las primeras dos iteraciones ya que los cambios en los coeficientes quedaron fuera de rango (valores de 215 y 89).

5.6 Interpretación y discusión del resultado de la inversión conjunta

De acuerdo a Cumming (2009) los sistemas geotérmicos volcánicos suelen presentar ciertos elementos diagnósticos. Uno de los más importantes es la capa de arcilla, cuya presencia puede ser detectada con métodos geofísicos, especialmente con los métodos resistivos ya que se trata de una capa con resistividades muy bajas características de entre 1 a 10 ohm-m y se encuentra como capa sello en la parte superior del reservorio.

Al ser impermeable, esta capa previene que el flujo ascendente alcance la superficie reduciendo el escape del fluido geotérmico. La composición de esta capa es variable, pero en la mayoría de los sistemas geotérmicos bien desarrollados se conforma de esmectita hidratada o una mezcla de arcillas, como esmectita-ilita o esmectita-clorita. Además, la capa de arcilla es un indicador de que un sistema geotérmico volcánico podría ser comercialmente explotable, sin embargo, una vez detectado se deben hacer otro tipo de estudios para confirmarlo. Por otro lado, sin la capa de arcilla, las probabilidades de que exista un reservorio explotable comercialmente son muy pocas.

El modelo recuperado de resistividad muestra una capa de baja resistividad (entre 1 y ohm-m) entre los 0 y 3 km en la parte Sur del perfil, y entre 2 y 3 km en la parte Norte. Además, hay una zona en la cual se acentúan las bajas resistividades y que pareciera ser una capa relativamente continua en todo el perfil entre los 2 y 3 km que podría corresponder a la capa de arcilla. Esta zona de muy bajas resistividades además coincide con la zona de la roca sello asignada en el modelo conceptual de Lira (2005), y que corresponde a capas de lutita gris y café.

Por otro lado, el modelo recuperado de densidad muestra que la misma capa de baja resistividad corresponde con una zona de contrastes de densidad negativos, es decir, concuerda con la idea de una cuenca sedimentaria que alberga fluidos geotérmicos. Sin embargo, la capa sello compuesta de arcillas sería una excepción a esta regla que no fue detectada por la relación de correspondencia, en parte, debido a la simplicidad de la relación empleada que es incapaz de reproducir tendencias locales. Es decir, en la zona de la capa sello se esperaría una tendencia lineal negativa, ya que la disminución de la porosidad produce un aumento en la densidad, a su vez acompañada por las bajas resistividades características de esta capa.

La zona más profunda, a partir de entre 2 y 3 km, y que corresponde con el basamento, muestra un contraste de densidad aproximadamente nulo, lo cual tiene su explicación en el hecho de que estamos modelando sólo la parte residual de la anomalía de Bouguer que corresponde con la cuenca sedimentaria. La parte del basamento fue considerado, aún sin utilizar modelos a priori, como parte del regional de la zona. Este es un resultado importante, ya que a diferencia de la inversión por separado, en la que sólo se mostraban contrastes laterales de densidad, en el modelo de inversión conjunta se obtuvo un modelo mucho más coherente y con continuidad lateral, que es lo que se esperaría de una cuenca sedimentaria.

Finalmente, la relación de correspondencia encontrada coincide cualitativamente con la información previa de física de rocas, específicamente, con las ecuaciones de Archie que predicen un aumento en la densidad conforme aumenta la resistividad en rocas sedimentarias. Esto también es un resultado importante ya que la búsqueda de la solución no se sometió a algún tipo de imposición, simplemente eligió aquella relación que al mismo tiempo satisfizo el ajuste en los datos, la suavidad en los modelos, y la dispersión mínima en torno al polinomio de ajuste.

Capítulo 6. Conclusiones

6.1 Sobre la inversión por separado y la inversión conjunta

1. Como era de esperar, en todos los experimentos, el método gravimétrico tiene una mala resolución vertical, mientras que, cuando se cuenta con una variedad de sitios, el método magnetotelúrico tiene una buena resolución en ambas direcciones.
2. La metodología de inversión conjunta mediante mapas de correspondencia muestra que, de existir una relación entre dos propiedades diferentes, su uso ayuda a mejorar los modelos recuperados reduciendo el intervalo de soluciones posibles y mostrando modelos más coherentes al reducir la necesidad de suposiciones.
3. En todos los casos, la estimación de la distribución de densidad se benefició de la heterogeneidad en la distribución de resistividades requerida por los datos magnetotelúricos

6.2 Sobre la implementación numérica y validación del método

1. Aún utilizando modelos iniciales aleatorios, y sin restricciones de distribuciones a priori, el proceso de inversión conjunta convergió a un modelo integral óptimo.
2. En general, los elementos de la función objetivo se mostraron estables durante el proceso de inversión. En todos los casos se obtuvieron ajustes aceptables en los datos gravimétricos desde las primeras iteraciones, mientras el ajuste de los datos magnetotelúricos fue gradual y requería de más iteraciones.
3. La recuperación de los coeficientes de la función de correspondencia se mostró inestable al utilizar polinomios de grados mayores a 2, independientemente si eran requeridos o no en la función de correspondencia.
4. En la mayoría de los casos, el alcanzar un acoplamiento entre la densidad y resistividad del modelo se acompañó de un ligero incremento en el desajuste a los datos, pero siempre dentro del límite de la desviación estándar.

6.3 Sobre la aplicación a datos de campo

1. La inversión por separado de los datos magnetotelúricos de Cerro Prieto produjo un modelo con una zona de bajas resistividades en los primeros 3 km de profundidad, que correspondería con el paquete sedimentario de la cuenca del Valle de Mexicali.
2. En la inversión por separado de los datos gravimétricos se obtiene un modelo con contrastes de densidad negativos que corresponden a la cuenca del Valle de Mexicali, con valores más negativos hacia el Sur (al inicio del perfil).
3. En la inversión conjunta, el modelo de resistividad recuperado fue muy similar al modelo recuperado en la inversión por separado. El modelo de densidad por otro lado, mostró una mejor continuidad lateral y mayor coherencia geológica. El contraste de densidades fue negativo para toda la zona de la cuenca sedimentaria, y el basamento se mantuvo en un valor cercano al cero.
4. Se encontró una relación lineal positiva entre el contraste de densidad y el logaritmo en base 10 de la resistividad en el perfil de estudio.
5. La cuenca sedimentaria muestra resistividades de entre 1 y 10 ohm-m, y son especialmente bajas (de aproximadamente 1 ohm-m) entre los 2 y 3 km, lo que podría corresponder con la zona de arcillas (capa sello) del sistema geotérmico.

6.4 Trabajos a futuro

1. En primer lugar, con el objetivo de mejorar el ajuste a los mapas de correspondencia, se propone adoptar alguna metodología para estabilizar el proceso de búsqueda de los coeficientes de los polinomios. Una posible respuesta a este problema está en el ajuste mediante polinomios ortogonales, cuyos términos son independientes uno del otro. Esto permitiría agregar coeficientes de mayor orden conforme se vaya logrando un mejor ajuste.
2. Por otro lado, un estudio de la dispersión en los mapas de correspondencia más detallado debe ser realizado y calibrado con información de pozos. En los casos sintéticos la mejora en los modelos recuperados se traducía en un decremento en la dispersión en los mapas de correspondencia y su ajuste a la curva polinomial. Sin embargo, en el caso de datos de campo esta dispersión es muy grande, lo que se traduce por una parte en la inestabilidad en la recuperación

de coeficientes, y por otro lado, en incertidumbre en no saber qué tanto los datos son dispersos debido a ruido o a suposiciones y limitaciones de los métodos, y qué tanto es dispersión natural debido a la distribución real de la densidad y resistividad en el medio.

3. Finalmente, la relación de correspondencia encontrada en la zona geotérmica de Cerro Prieto cumple con lo que se conoce de física de rocas, a mayor densidad, mayor resistividad. Sin embargo, sería conveniente definir una estrategia para asimilar información de registros de pozos que incrementen la confiabilidad del método.

Literatura citada

- Archie, G., 1942. The electrical resistivity log as an aid in determining some reservoir characteristics. *Petroleum Trans AIME* , 146:54-62.
- Blakely, R. J., 1996. *Potential Theory in Gravity and Magnetic Applications*. Cambridge University Press.
- Barton, P., 1986. The relationship between seismic velocity and density in the continental crust - a useful constraint? *Geophysical Journal International* , 87, 195-208.
- Colombo, D., & De Stefano, M., 2007. Geophysical modeling via simultaneous joint inversion of seismic, gravity, and electromagnetic data: Application to prestack depth imaging. *The Leading Edge* , 326-331.
- Constable, S., Parker, R., & DeGroot-Hedlin, C., 1987. Occam's inversion: A practical algorithm for generating smooth models from electromagnetic sounding data. *Geophysics* , 52 (3), 289-300.
- Cortés Arroyo, O. J., 2011. Perfil magnetotélúrico a través de una zona de deformación activa en el norte de baja california . Tesis de maestría. Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada, Baja California. 177 pp.
- Cumming, W., 2009. Geothermal resource conceptual models using surface exploration data. *PROCEEDINGS, Thirty-Fourth Workshop on Geothermal Reservoir Engineering* .
- De la Cruz, L. M., 2015. Modelación computacional de sistemas geofísicos. Reunión Anual de la Unión Geofísica Mexicana, (págs. 17-18). Puerto Vallarta.
- de Lugo, P. P., & Wannamaker, P. E., 1996. Calculating the two-dimensional magnetotelluric Jacobian in finite elements using reciprocity. *Geophysical Journal International* , 127, 806-810.
- DeGroot-Hedlin, C., & Constable, S., 1990. Occam's inversion to generate smooth, two-dimensional models from magnetotelluric data. *Geophysics* , 55 (12), 1613-1624.
- Díaz, D., Heise, W., & Zamudio, F., 2015. Three-dimensional resistivity image of the magmatic system beneath Lastarria volcano and evidence for magmatic intrusion in the back arc (northern Chile). *Geophysical Research Letters* , 42: doi:10.1002/.
- Dobrin, M. B., & Savit, C. H., 1988. *Introduction to Geophysical Prospecting*. Mc-GRAW HILL INTERNATIONAL EDITIONS.
- Edwards, R., Nobes, D., & Gómez-Treviño, E., 1984. Offshore electrical exploration of sedimentary basins: The effects of anisotropy in horizontally isotropic, layered media. *Geophysics* , 49:566-576.
- Egbert, G. D., & Kelbert, A., 2012. Computational recipes for electromagnetic inverse problems. *Geophysical Journal International*, 189:251–267.
- Gallardo Delgado, L. A., 2007. Multiple cross-gradient joint inversion for geospectral imaging. *Geophysical Research Letters* , 34:L19301.
- Gallardo Delgado, L. A., & Meju, M. A., 2004. Joint two-dimensional dc resistivity and seismic traveltime inversion with cross-gradients constraints. *Geophysical Research Letters* , 109B:3311–3315.

- Gallardo Delgado, L. A., & Meju, M. A., 2011. Structure-coupled multiphysics imaging in geophysical sciences. *Geophysical Research Letters*, doi:10.1029/2010RG000330.
- Gallardo Delgado, L. A., Fontes, S. L., Meju, M. A., Buonora, M., & De Lugao, P., 2012. Robust geophysical integration through structure-coupled joint inversion and multispectral fusion of seismic reflection, magnetotelluric, magnetic and gravity images: example from Santos Basin, offshore Brazil. *Geophysics*, 77:B237–B251.
- Gallardo, L. A., & Meju, M. A., 2003. Characterization of heterogeneous near-surface materials by joint 2D inversion of dc resistivity and seismic data. *Geophysical Research Letters*, 30 (13), 1-4.
- García-Abdeslem, J., Espinosa-Cardena, J. M., Munguía-Orozco, L., Wong-Ortega, V. M., & Ramírez-Hernández, J., 2001. Crustal structure from 2-D gravity and magnetic data modeling, magnetic power spectrum inversion, and seismotectonics in the Laguna Salada basin, northern Baja California, Mexico. *Geofísica Internacional*, 40 (2), 67-85.
- Granell, R., Randale, G., Zhou, H., & Phibbs, J., 1983. Quantitative interpretation of the Bouguer anomaly over the Cerro Prieto geothermal field, Mexico. En L. B. Laboratory, Earth Sciences Division Annual Report (págs. 161-163). Berkeley, California: University of California.
- Haber, E., & Gazit, M. H., 2013. Model Fusion and Joint Inversion. *Surveys in Geophysics*, 34(5), 675-695.
- Haber, E., & Oldenburg, D. W., 1997. Joint inversion: a structural approach. *Inverse problems*, 13: 63–77.
- Hohmann, G. W., & Raiche, A. P., 1988. Inversion of Controlled-Source Electromagnetic Data. En M. N. Nabighian, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics-Theory* (págs. 469-503). Oklahoma: Society of Exploration Geophysicists.
- International Geothermal Association., 2014. Best practices guide for geothermal exploration.
- Jones, A. G., Fishwick, S., Evans, R. L., & Team, S., 2009. Correlation of lithospheric velocity and electrical conductivity. 11th SAGA biennial technical meeting and exhibition, Swaziland, 428-434.
- Jupp, D. L., & Vozoff, K., 1977. Two-dimensional magnetotelluric inversion. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society*, 50:333-352.
- Kelbert, A., Meqbel, N., Egbert, G. D., & Tandon, K., 2014. ModEM: A modular system for inversion of electromagnetic geophysical data. *Computers & Geosciences*, 66:40-53.
- Lelievre, P. G., Farquharson, C. G., & Hurich, C. A., 2012. Joint inversion of seismic traveltimes and gravity data on unstructured grids with application to mineral exploration. *Geophysics*, 77 (1), K1-K15.
- McGillivray, P., & Oldenburg, D., 1990. Methods for Calculating Fréchet Derivates and Sensitivies for the Non-Linear Inverse Problem: A Comparative Study. *Geophysical Prospecting*, 38: 499-524.
- Mackie, R. L., Madden, T. R., & Wannamaker, P. E., 1993. Three-dimensional magnetotelluric modeling using difference equations- Theory and comparisons to integral equation solutions. *Geophysics*, 58 (2), 215-226.
- Menke, W., 1989. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. Academic Press, Inc.
- Meqbel, N. M., 2009. The electrical conductivity structure of the Dead Sea Basin derived from 2D and 3D inversion of magnetotelluric data. Freie Universität Berlin.

- Moorkamp, M., Heincke, B., Jegen, M., Roberts, A. W., & Hobbs, R. W., 2011. A framework for 3-D joint inversion of MT, gravity and seismic refraction data. *Geophysical Journal International* , 184 (1), 477-493.
- Moorkamp, M., Jones, A. G., & Eaton, D. W., 2007. Joint inversion of teleseismic receiver functions and magnetotelluric data using a genetic algorithm: Are seismic velocities and electrical conductivities compatible? *Geophysical Research Letters* , 34:L16311.
- Rodi, W. L., 1976. A Technique for Improving the Accuracy of Finite Element Solutions for Magnetotelluric Data. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* , 44:483-506.
- Rodi, W., & Mackie, R. L., 2001. Nonlinear conjugate gradients algorithm for 2-D magnetotelluric inversion. *Geophysics* , 66:174–187.
- Scales, J. A., Smith, M. L., & Treitel, S., 2001. *Introductory Geophysical Inverse Theory*. Colorado: Samizdat Press.
- Siripunvaraporn, W., & Egbert, G., 2007. Data space conjugate gradient inversion for 2-D magnetotelluric data. *Geophysical Journal International* , 170:986–994.
- Spica, Z., Legrand, D., Iglesias, A., Walter, T. R., Heimann, S., Dahmb, T., y otros., 2015. Hydrothermal and magmatic reservoirs at Lazufre volcanic area, revealed by a high-resolution seismic noise tomography. *Earth and Planetary Science Letters* , 421:27–38.
- Talwani, M., Worzel, J. L., & Landisman, M., 1959. Rapid gravity computations for two-dimensional bodies with application to the Mendocino submarine fracture zone. *Journal of Geophysical Research* , 64 (1), 49-59.
- Tarantola, A. (2005). *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation*. París: SIAM.
- Tarantola, A., & Valette, B., 1982. Generalized nonlinear inverse problems solved using the least squares criterion. *Reviews of Geophysics* , 20 (2), 219-232.
- Vatankhah, S. A., 2014. A method for 2-dimensional inversion of gravity data. *Journal of the Earth and Space Physics* , 40 (3), 23-33.
- Vozzof, K., 1991. The magnetotelluric method. En M. N. Nabighian, *Electromagnetic Methods in Applied Geophysics-Theory* (págs. 641-711). Tulsa, Oklahoma: Society of Exploration Geophysicists.
- Wannamaker, P. E., Stodt, J. A., & Rijo, L., 1987. A stable finite element solution for two-dimensional magnetotelluric modelling. *Geophysical Journal of the Royal Astronomical Society* , 88, 277-296.

ANEXO A: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase del modo TE y TM de los datos magnetotelúricos del experimento 1.

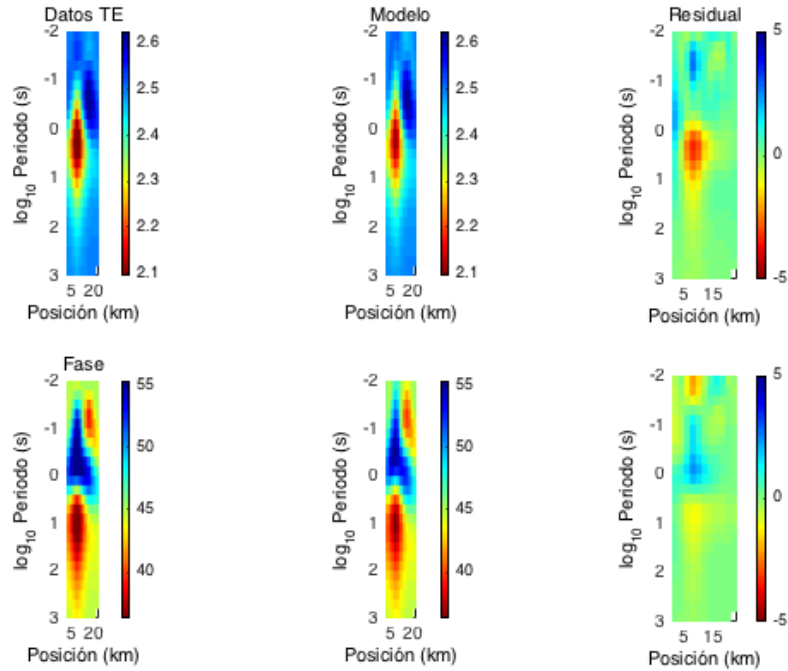


Figura A1: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase para el modo TE de los datos del ejemplo sintético 1.

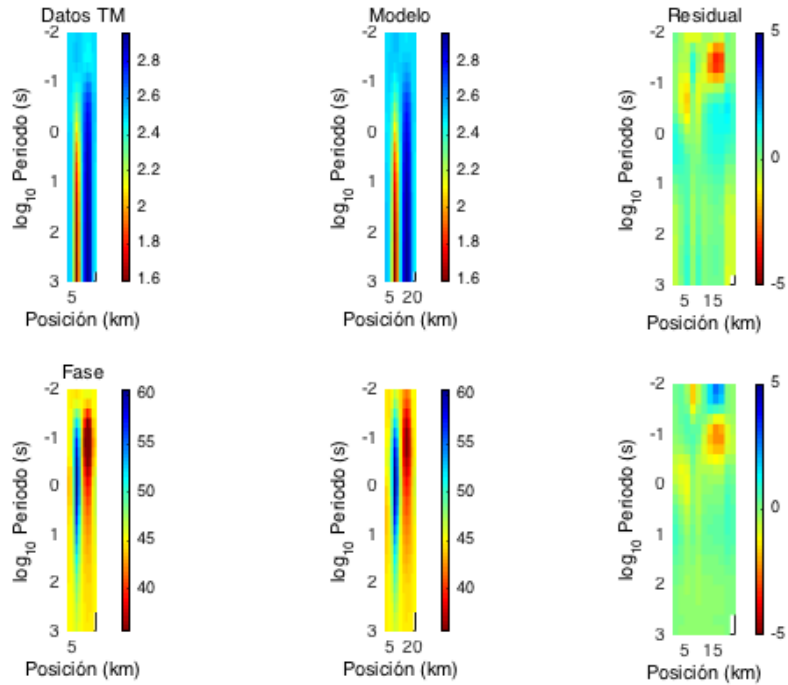


Figura A2: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase para el modo TM de los datos del ejemplo sintético 1.

ANEXO B: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión por separado del experimento 1.

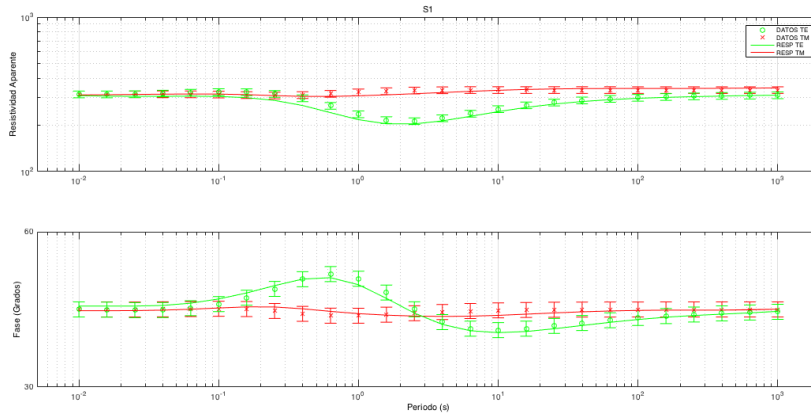


Figura B1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 1 del ejemplo 1.

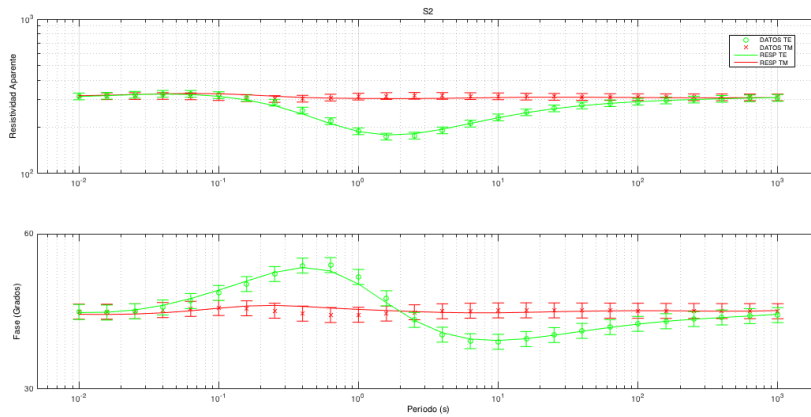


Figura B2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 2 del ejemplo 1.

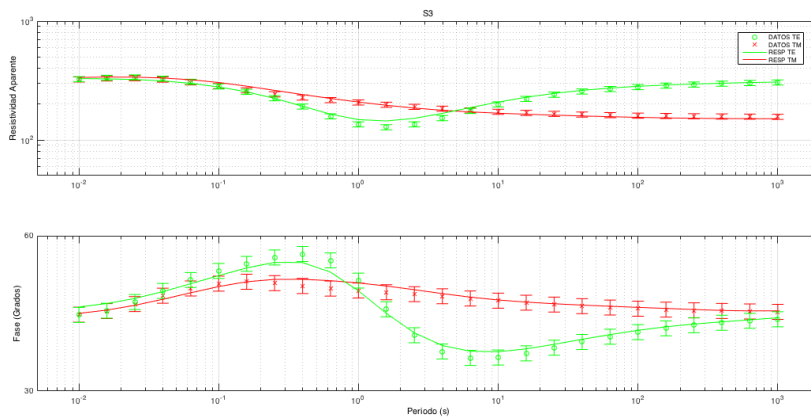


Figura B3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 3 del ejemplo 1.

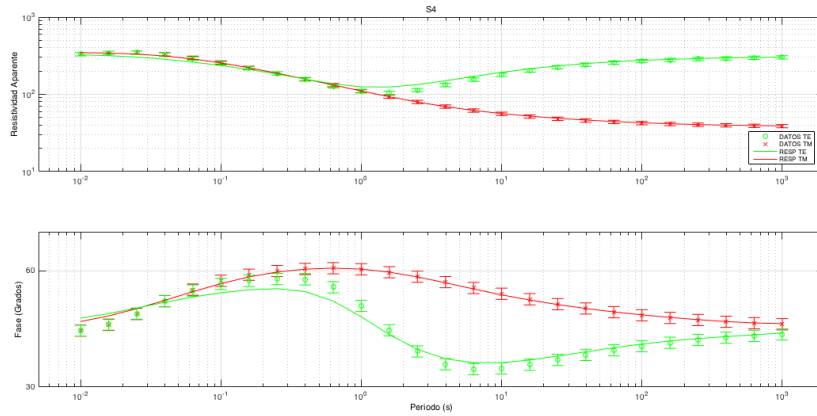


Figura B4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 4 del ejemplo 1.

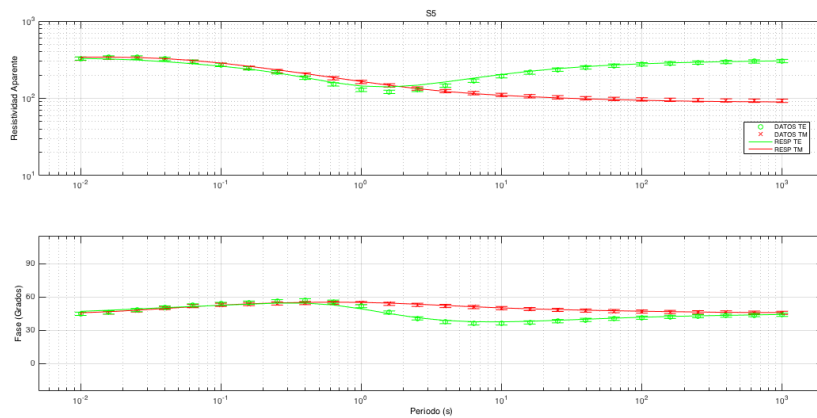


Figura B5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 5 del ejemplo 1.

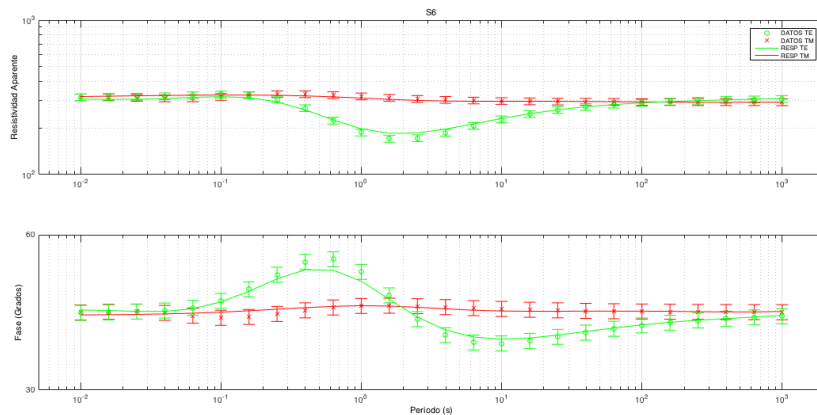


Figura B6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 6 del ejemplo 1.

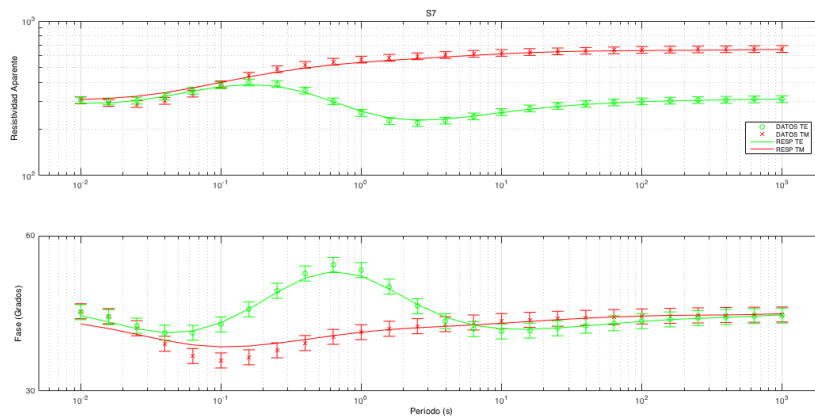


Figura B7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 7 del ejemplo 1.

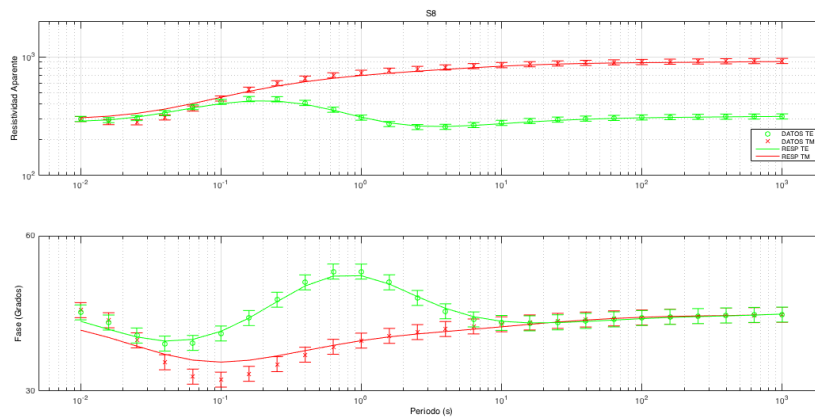


Figura B8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 8 del ejemplo 1.

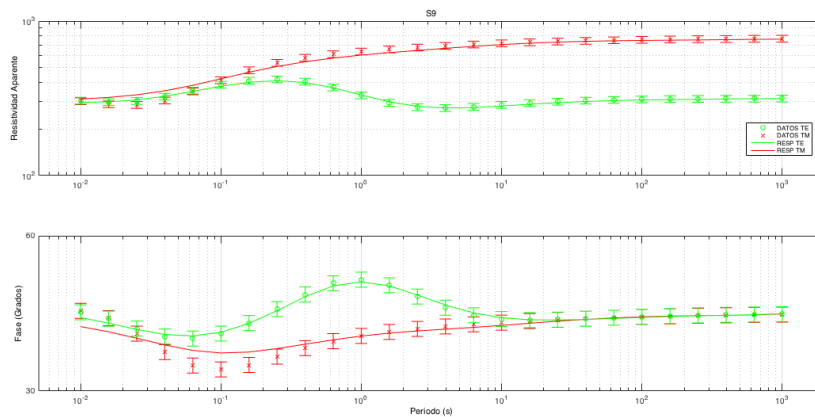


Figura B9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 9 del ejemplo 1.

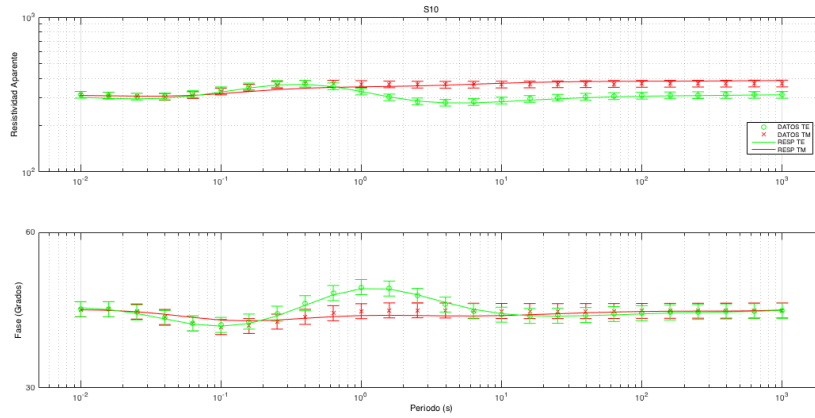


Figura B10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 10 del ejemplo 1.

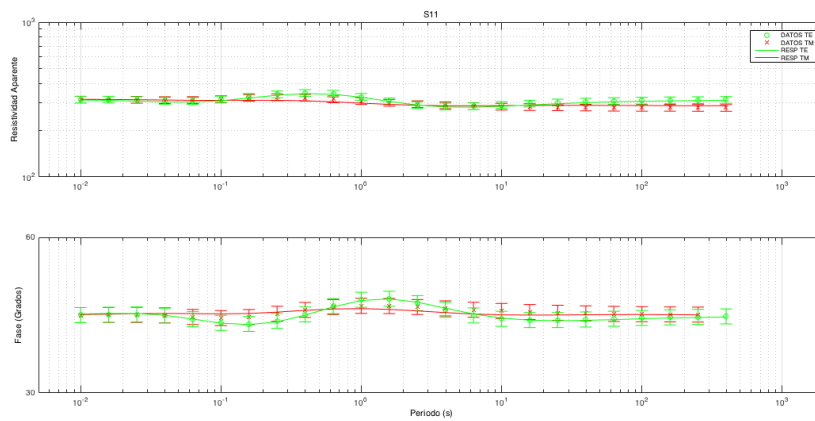


Figura B11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 11 del ejemplo 1.

ANEXO C: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 1.

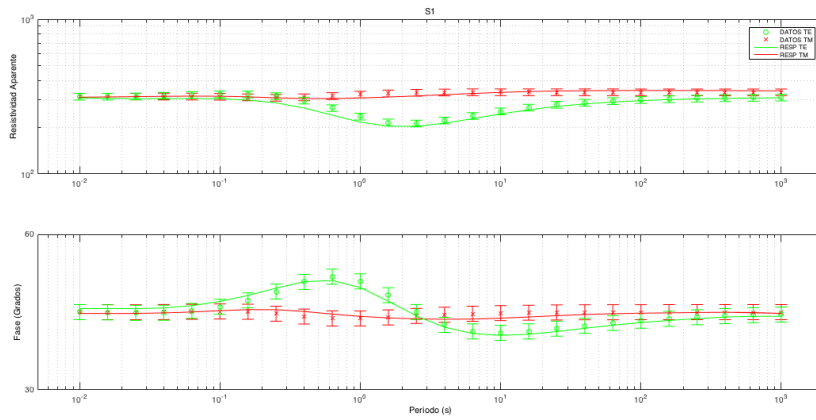


Figura C1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 1 del ejemplo 1.

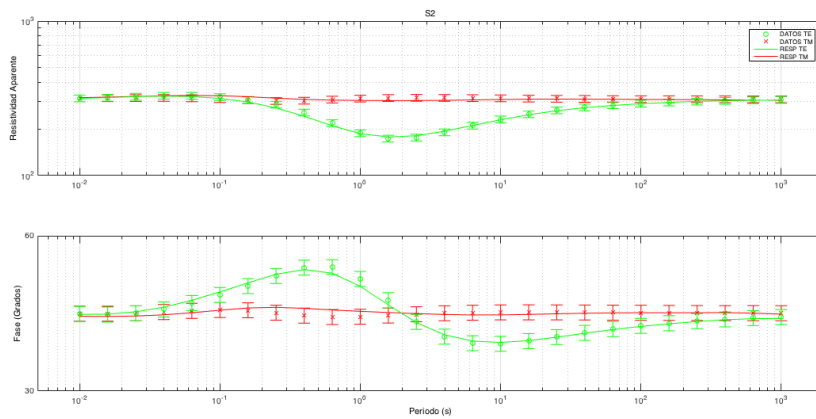


Figura C2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 2 del ejemplo 1.

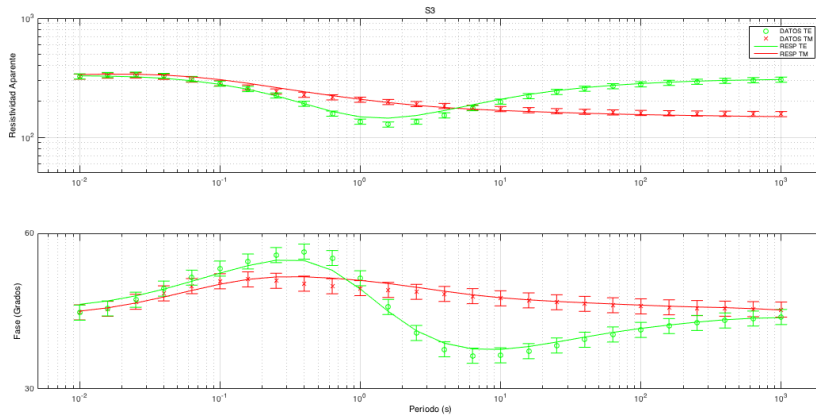


Figura C3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 3 del ejemplo 1.

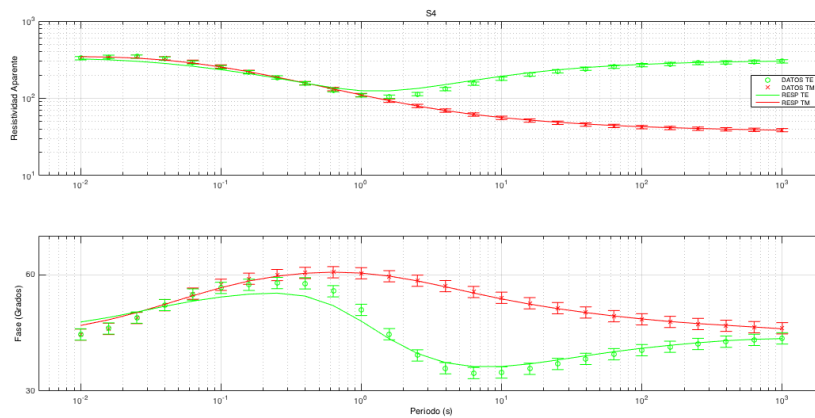


Figura C4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 4 del ejemplo 1.

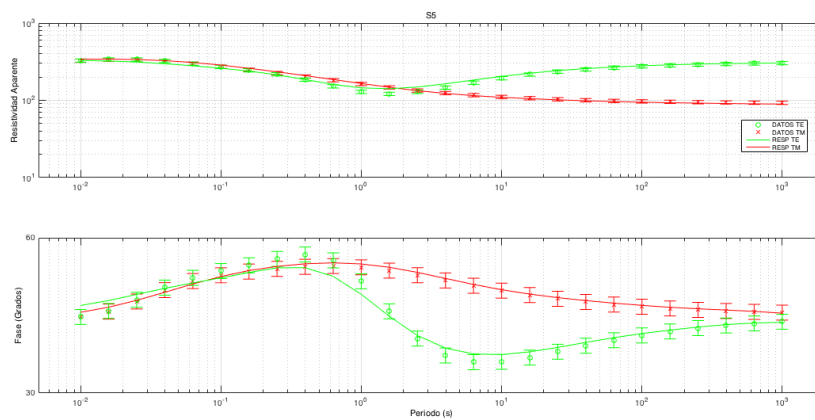


Figura C5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 5 del ejemplo 1.

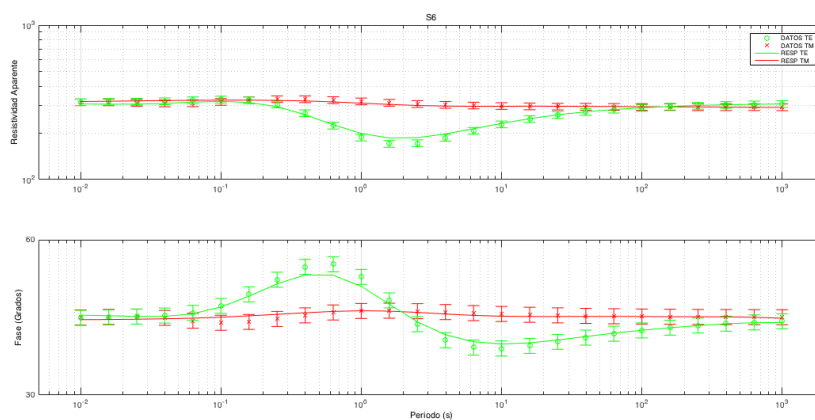


Figura C6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 6 del ejemplo 1.

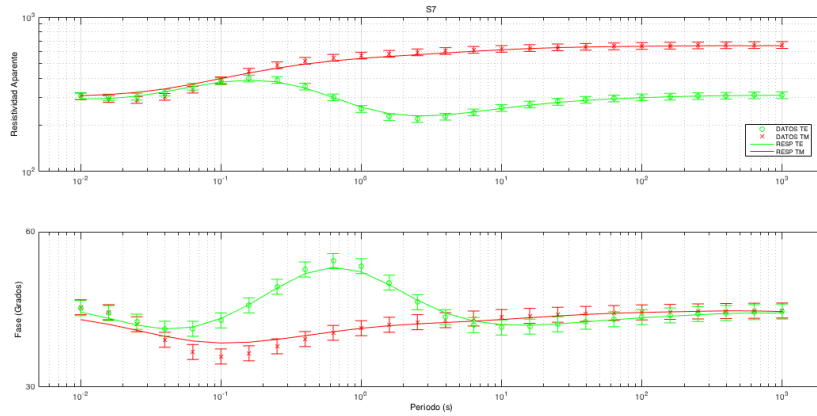


Figura C7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 7 del ejemplo 1.

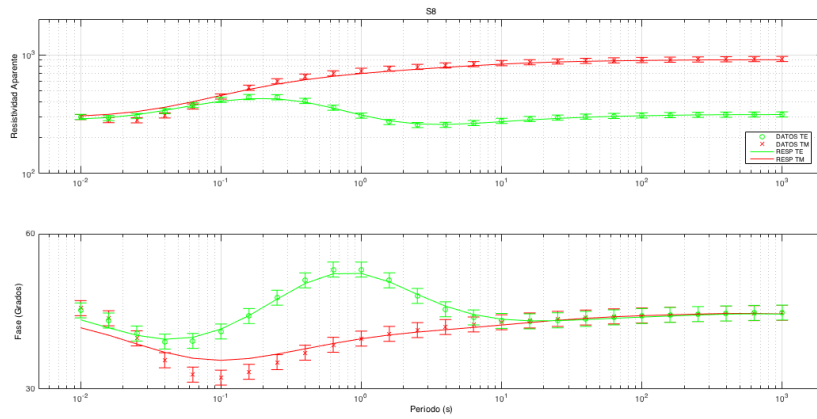


Figura C8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 8 del ejemplo 1.

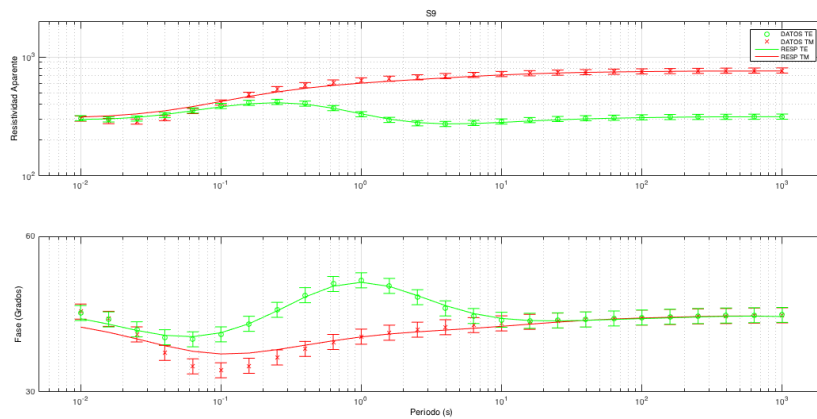


Figura C9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 9 del ejemplo 1.

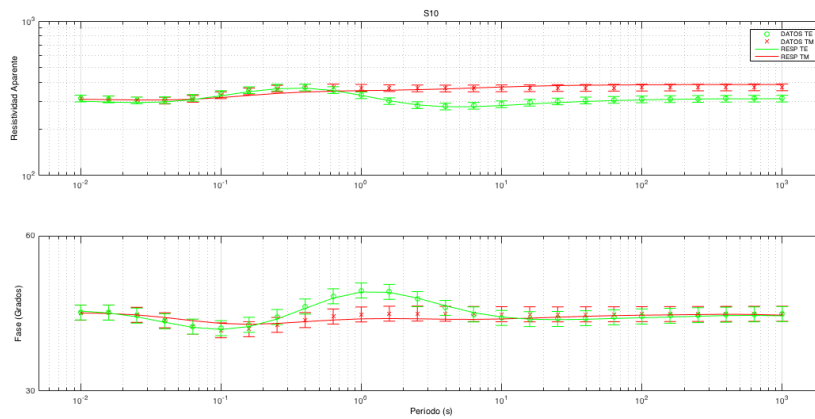


Figura C10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 10 del ejemplo 1.

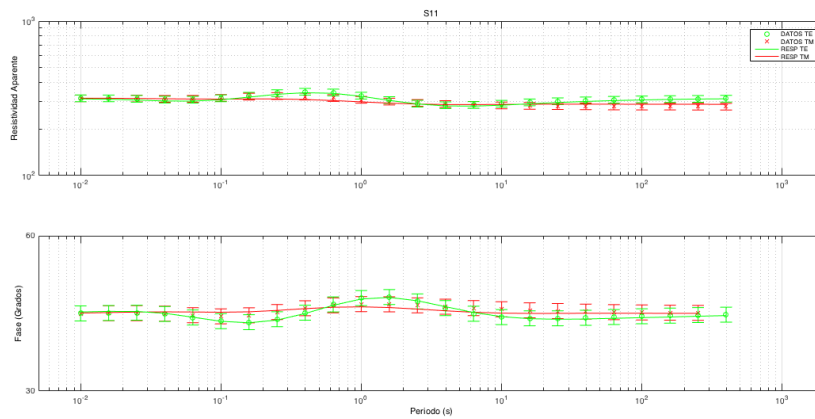


Figura C11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 11 del ejemplo 1.

ANEXO D: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 2.

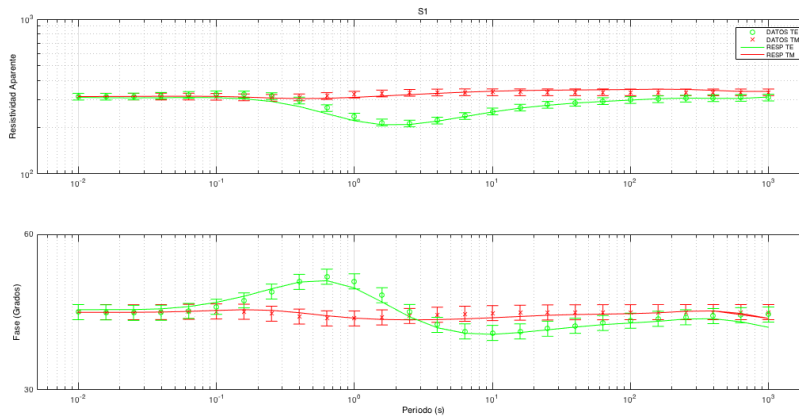


Figura D1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 1 del ejemplo 2.

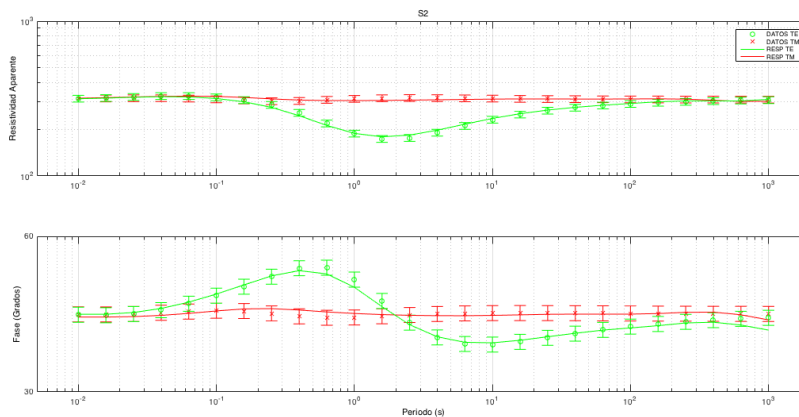


Figura D2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 2 del ejemplo 2.

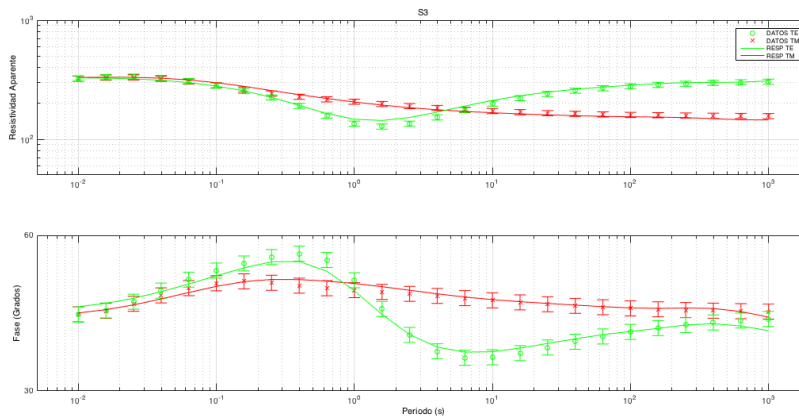


Figura D3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 3 del ejemplo 2.

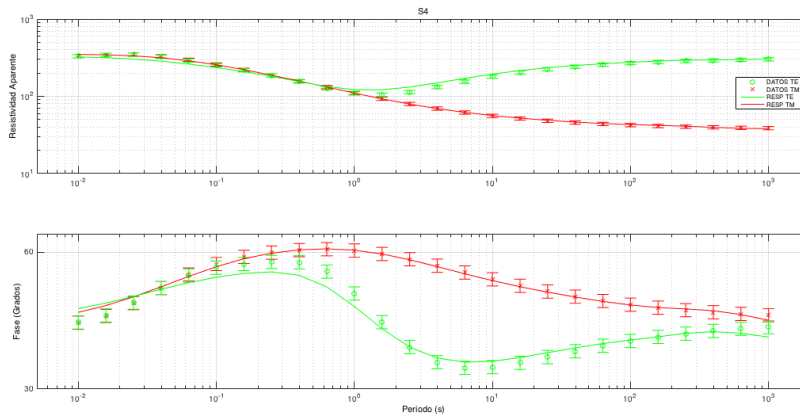


Figura D4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 4 del ejemplo 2.

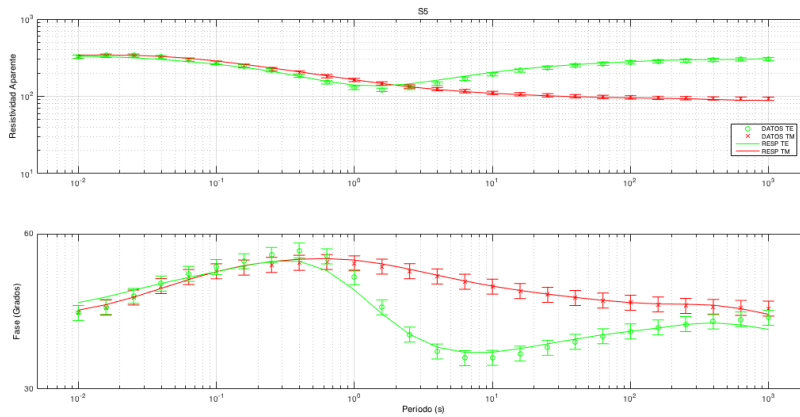


Figura D5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 5 del ejemplo 2.

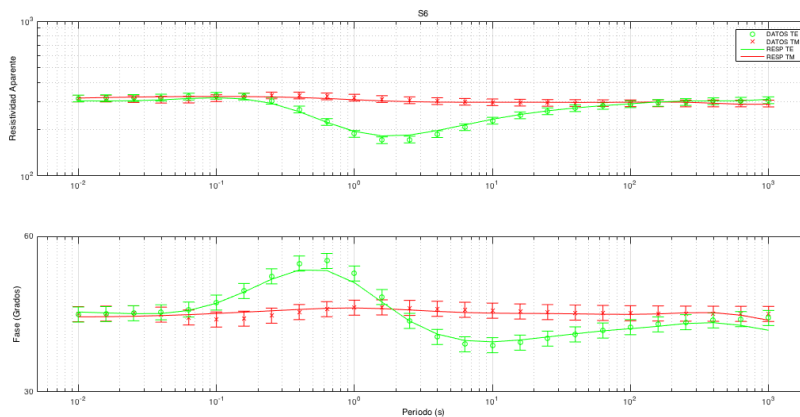


Figura D6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 6 del ejemplo 2.

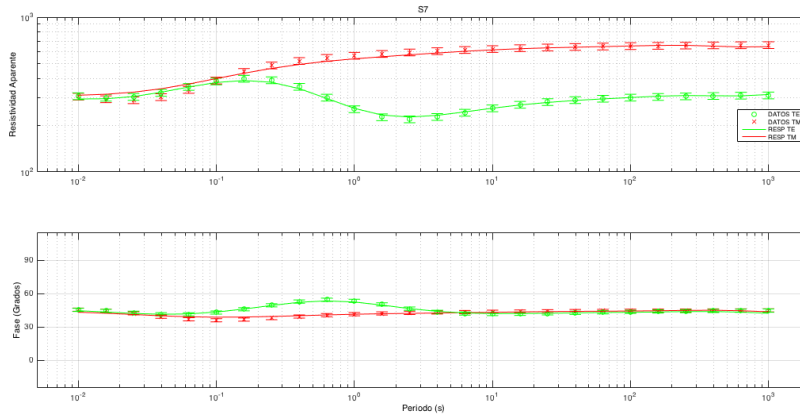


Figura D7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 7 del ejemplo 2.

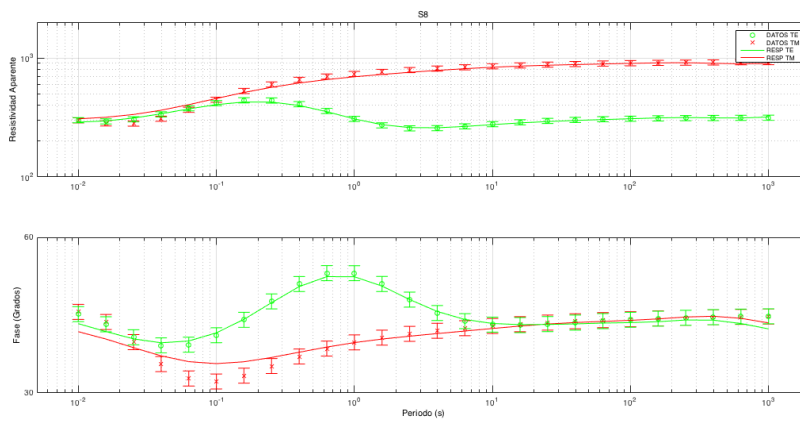


Figura D8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 8 del ejemplo 2.

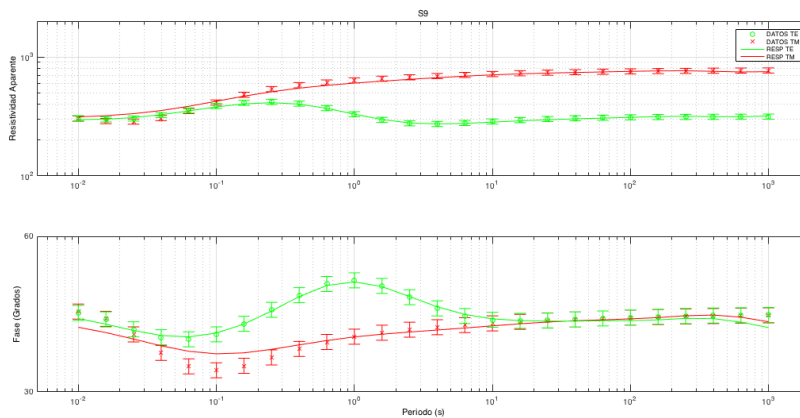


Figura D9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 9 del ejemplo 2.

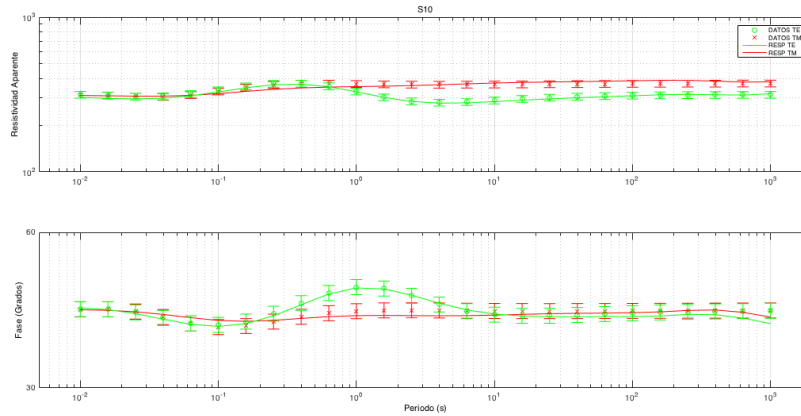


Figura D10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 10 del ejemplo 2.

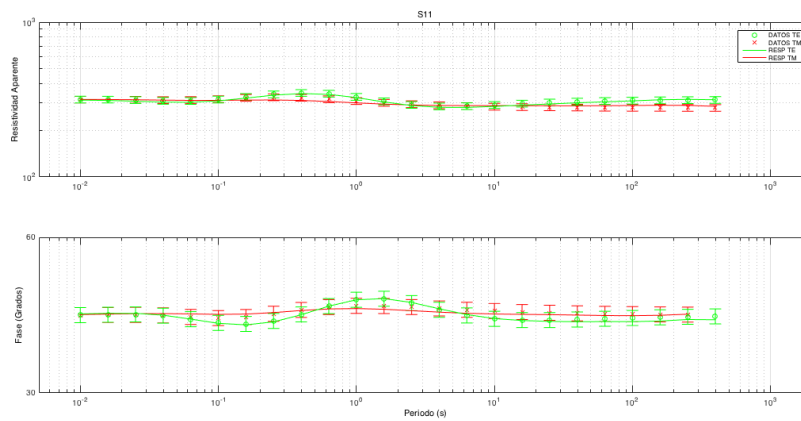


Figura D11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 11 del ejemplo 2.

ANEXO E: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase del modo TE y TM de los datos magnetotelúricos del experimento 3.

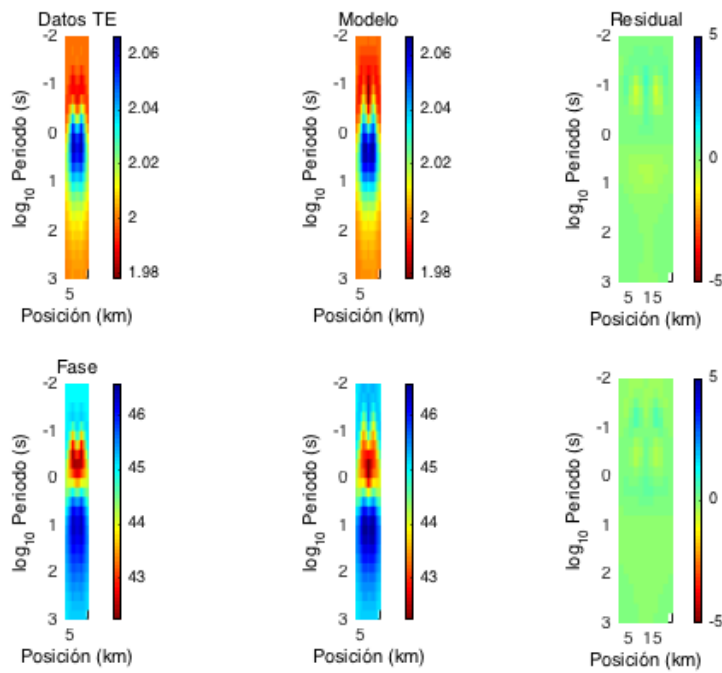


Figura E1: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase para el modo TE de los datos del ejemplo sintético 3.

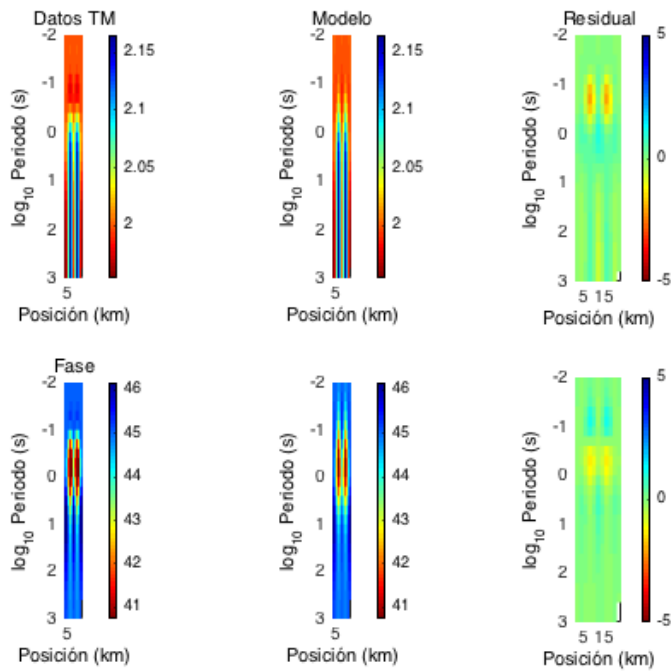


Figura E2: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase para el modo TM de los datos del ejemplo sintético 3.

ANEXO F: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión por separado del experimento 3.

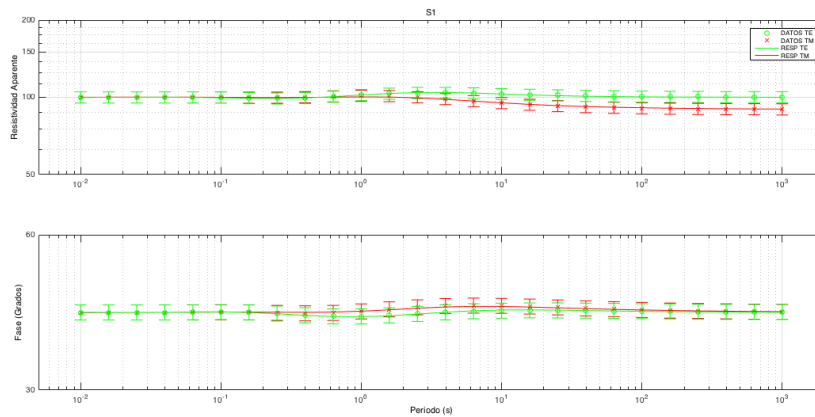


Figura F1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 1 del ejemplo 3.

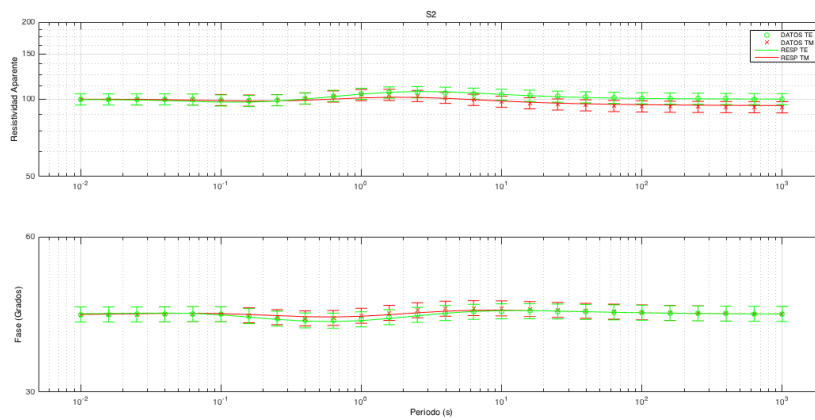


Figura F2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 2 del ejemplo 3.

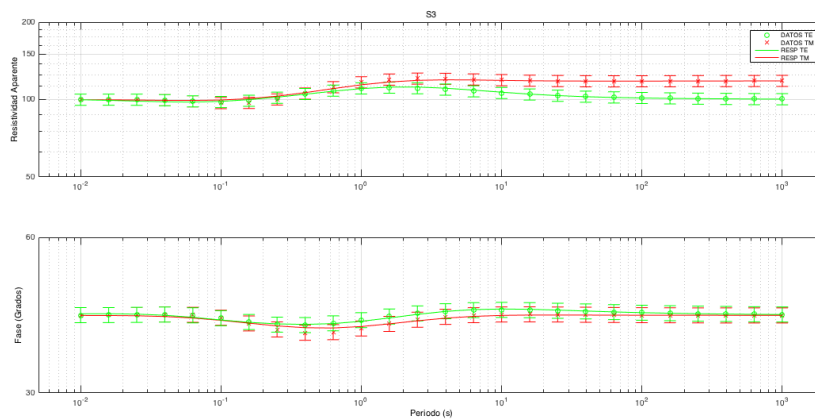


Figura F3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 3 del ejemplo 3.

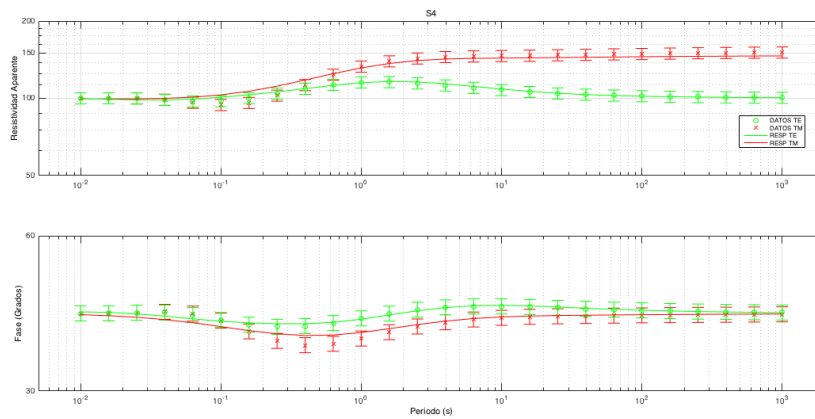


Figura F4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 4 del ejemplo 3.

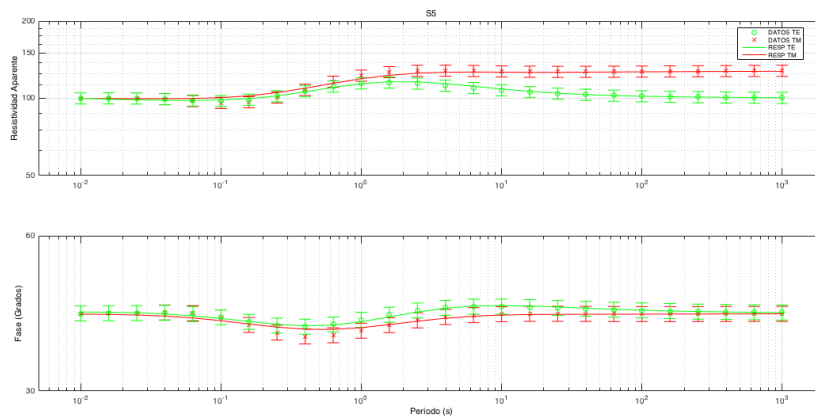


Figura F5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 5 del ejemplo 3.

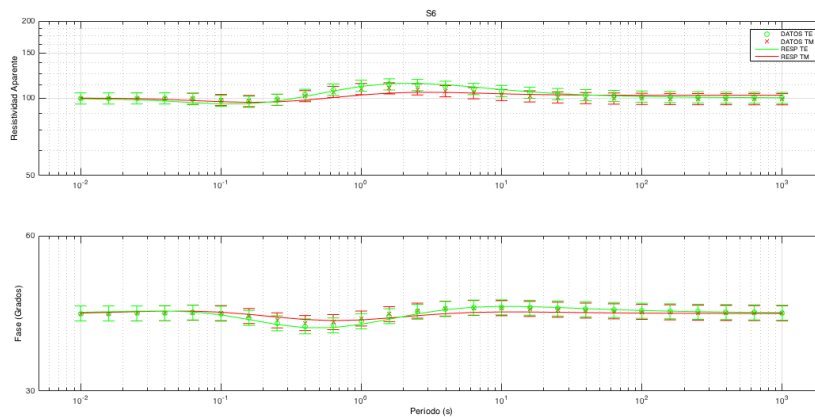


Figura F6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 6 del ejemplo 3.

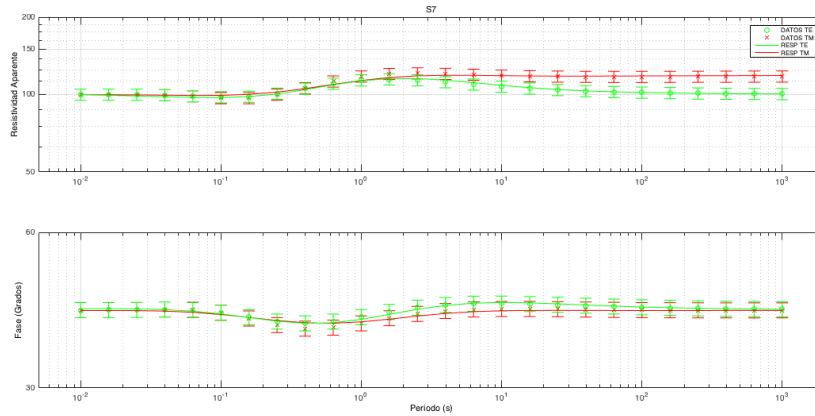


Figura F7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 7 del ejemplo 3.

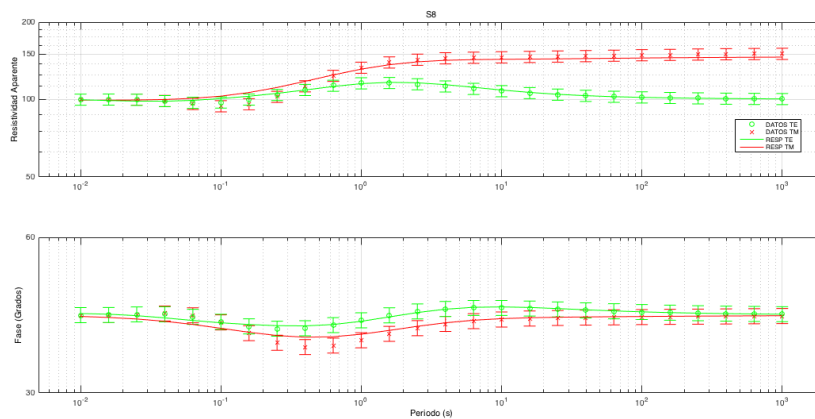


Figura F8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 8 del ejemplo 3.

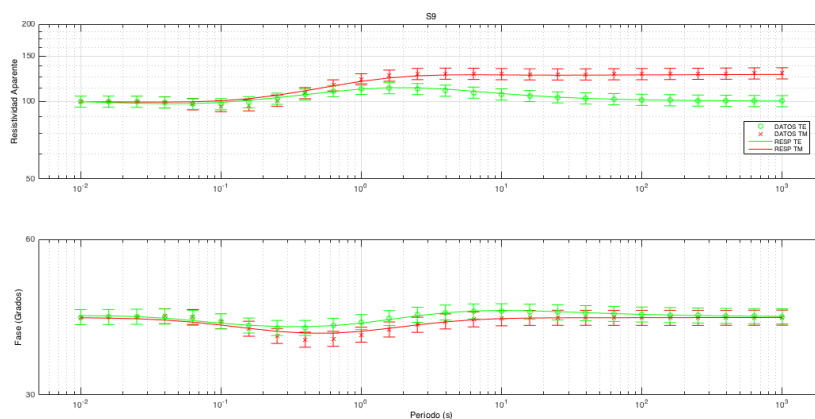


Figura F9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 9 del ejemplo 3.

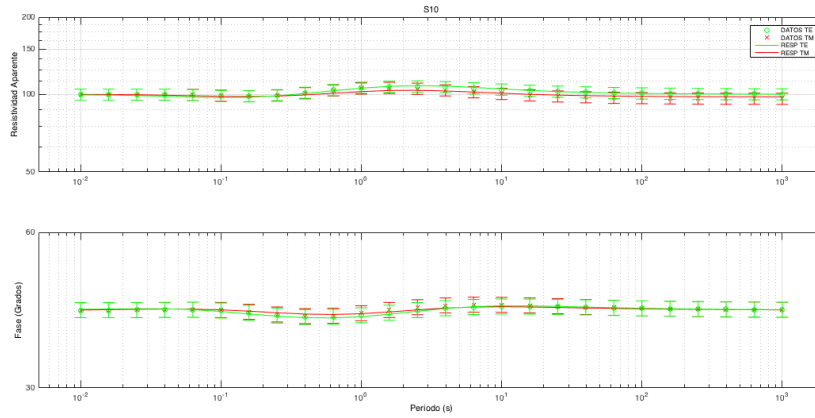


Figura F10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 10 del ejemplo 3.

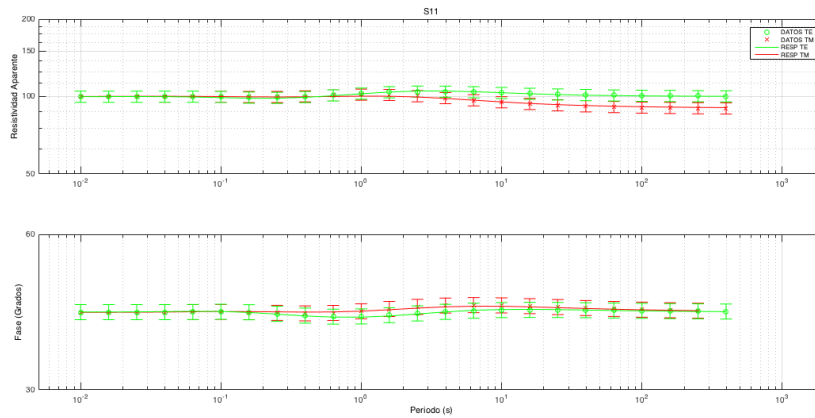


Figura F11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para el sitio 11 del ejemplo 3.

ANEXO G: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 3.

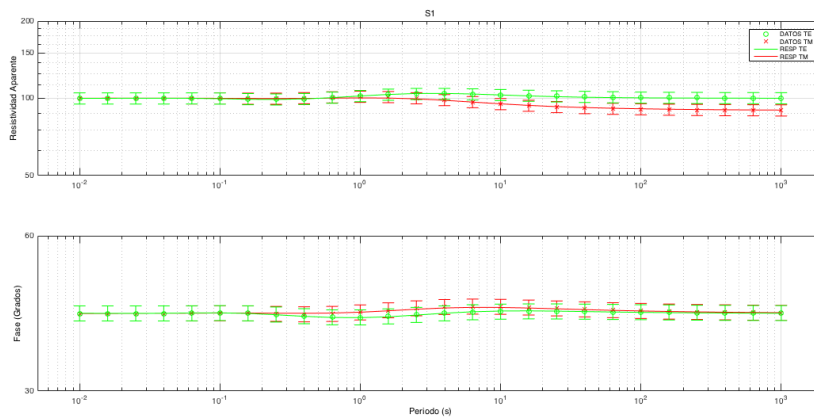


Figura G1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 1 del ejemplo 3.

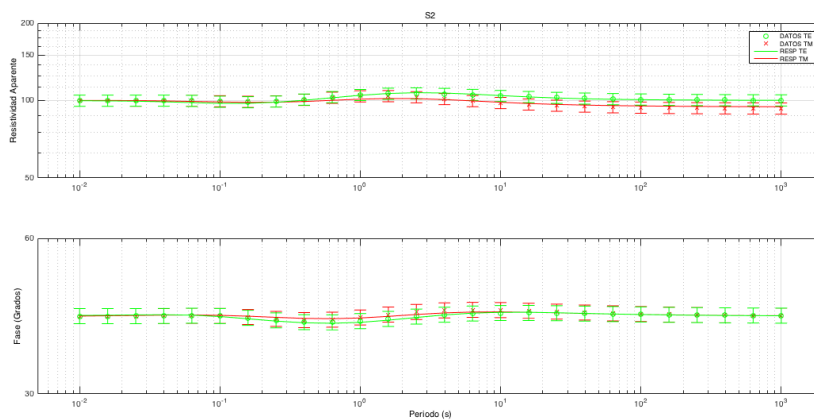


Figura G2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 2 del ejemplo 3.

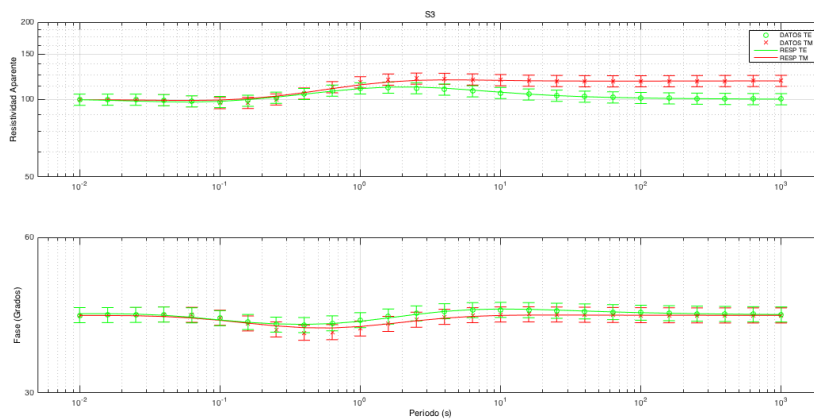


Figura G3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 3 del ejemplo 3.

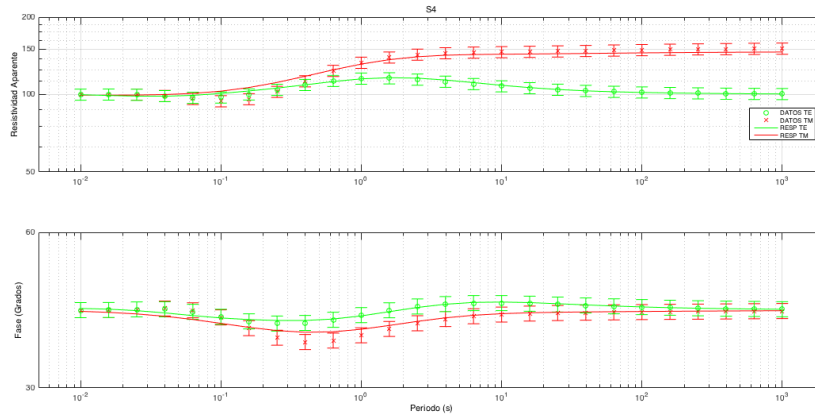


Figura G4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 4 del ejemplo 3.

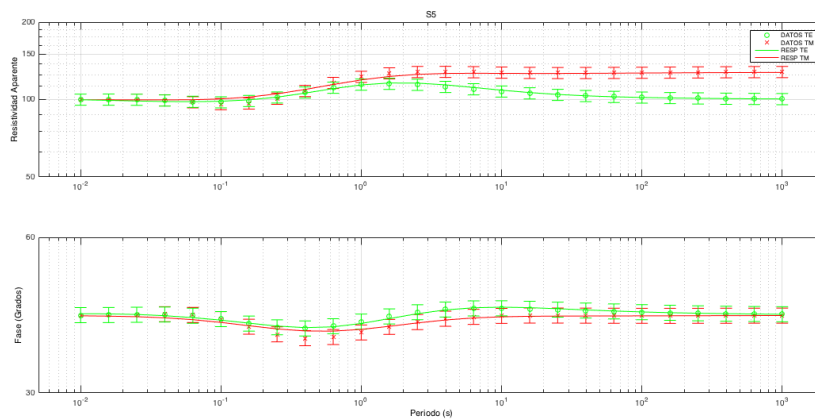


Figura G5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 5 del ejemplo 3.

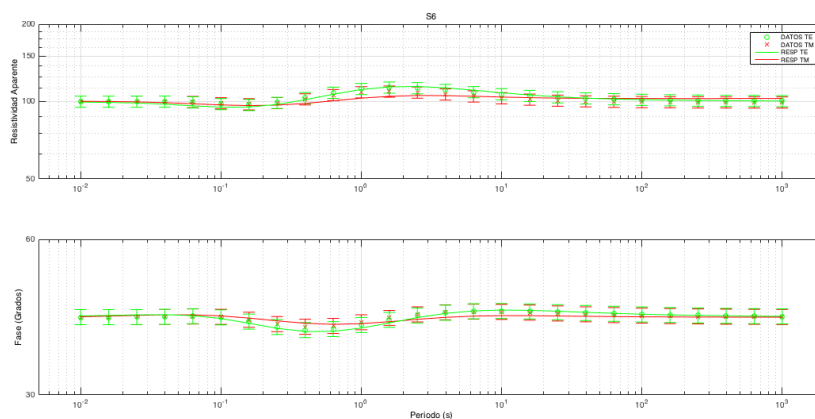


Figura G6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 6 del ejemplo 3.

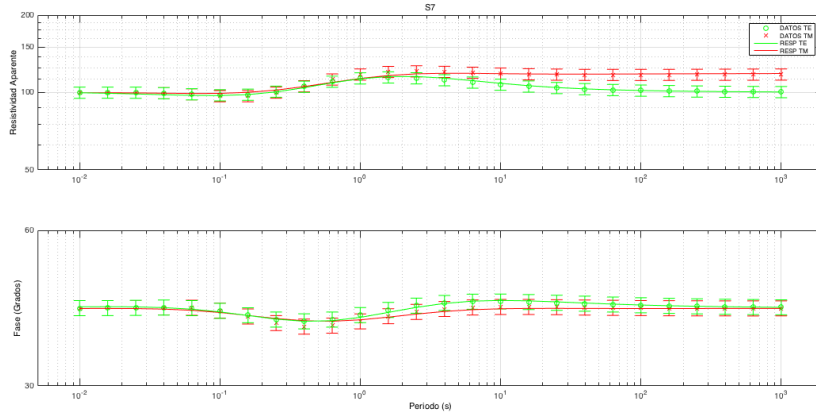


Figura G7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 7 del ejemplo 3.

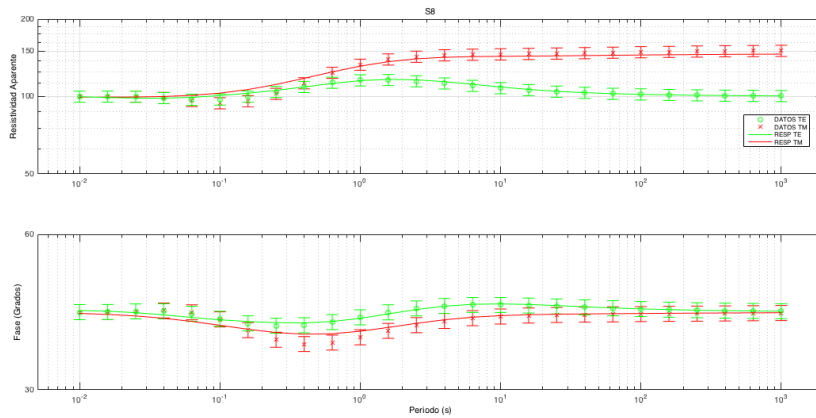


Figura G8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 8 del ejemplo 3.

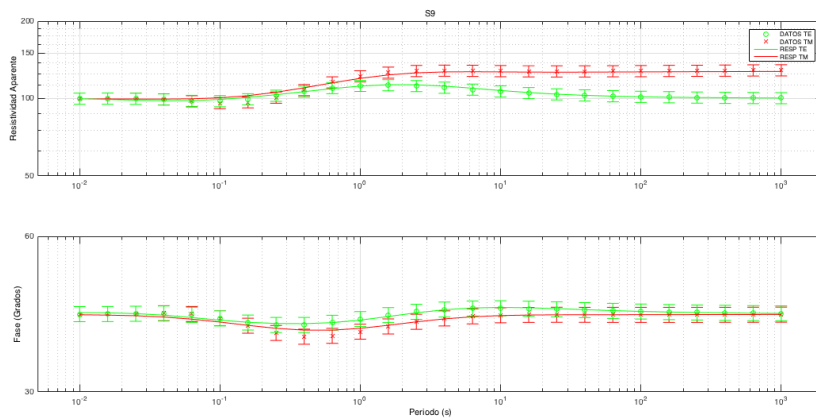


Figura G9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 9 del ejemplo 3.

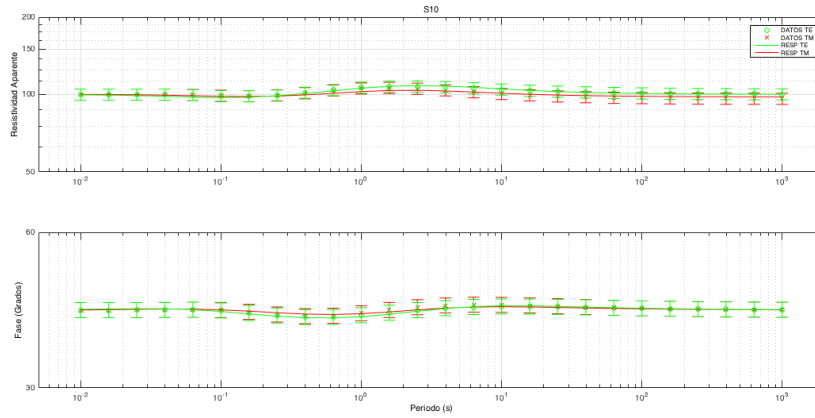


Figura G10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 10 del ejemplo 3.

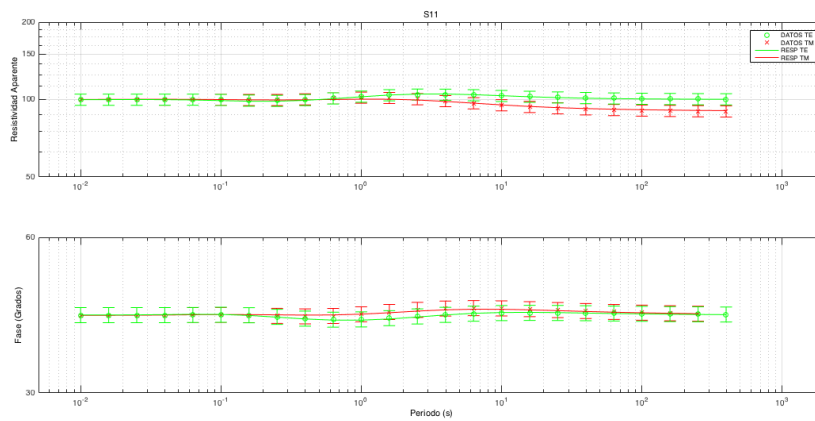


Figura G11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 11 del ejemplo 3.

ANEXO H: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 4.

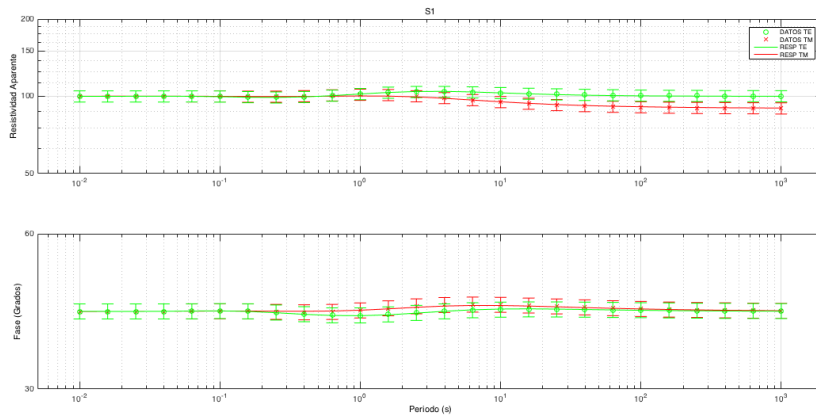


Figura H1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 1 del ejemplo 4.

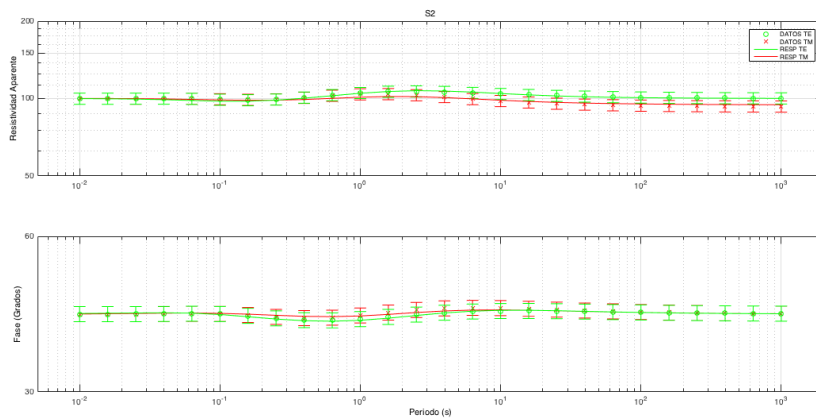


Figura H2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 2 del ejemplo 4.

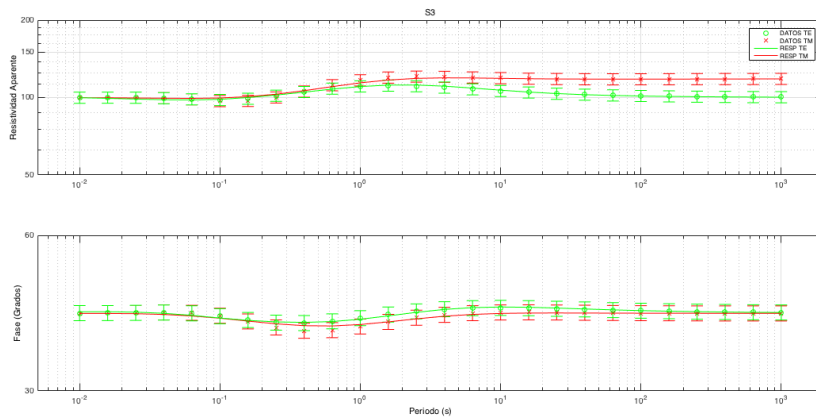


Figura H3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 3 del ejemplo 4.

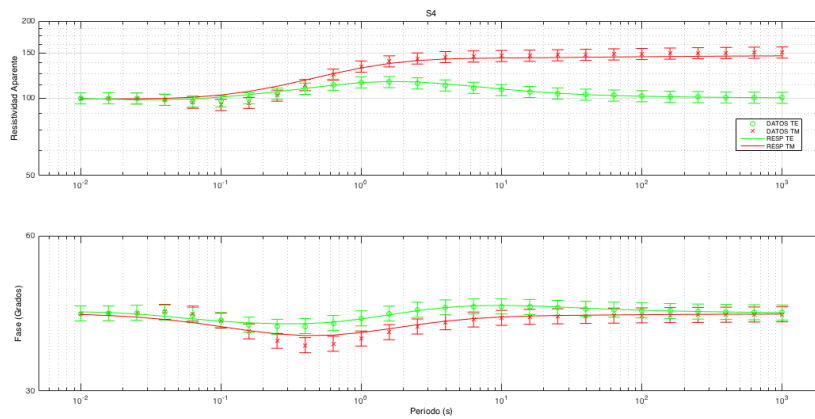


Figura H4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 4 del ejemplo 4.

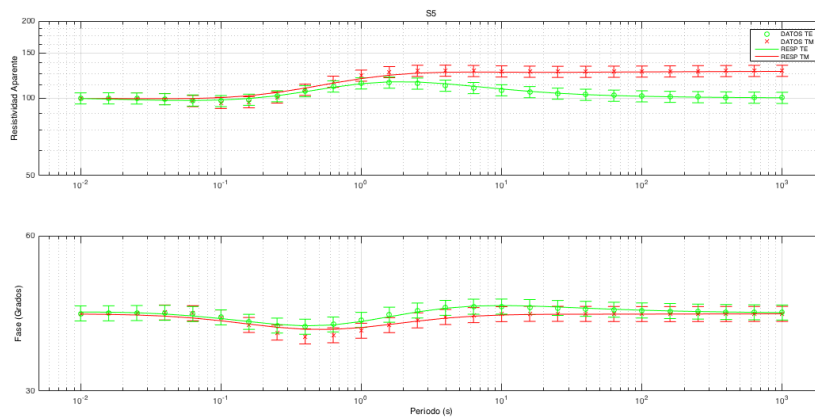


Figura H5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 5 del ejemplo 4.

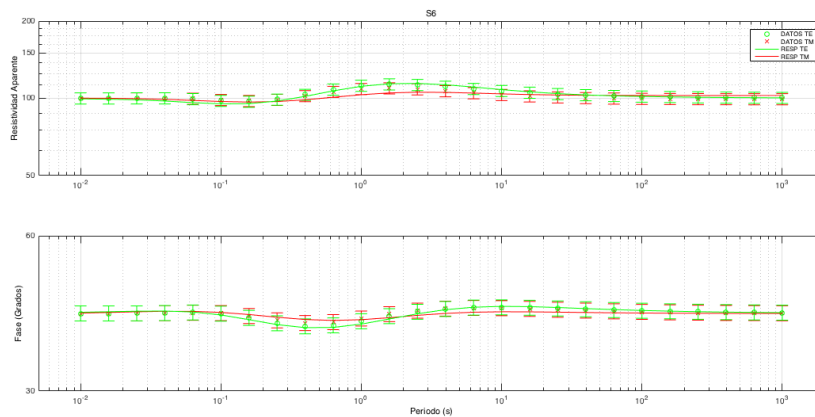


Figura H6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 6 del ejemplo 4.

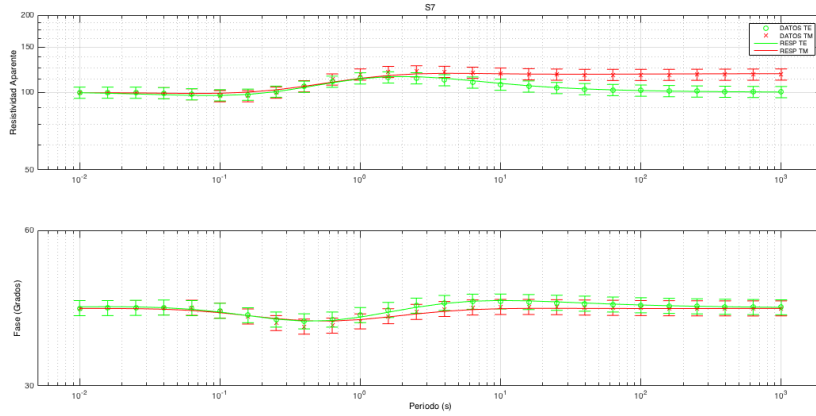


Figura H7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 7 del ejemplo 4.

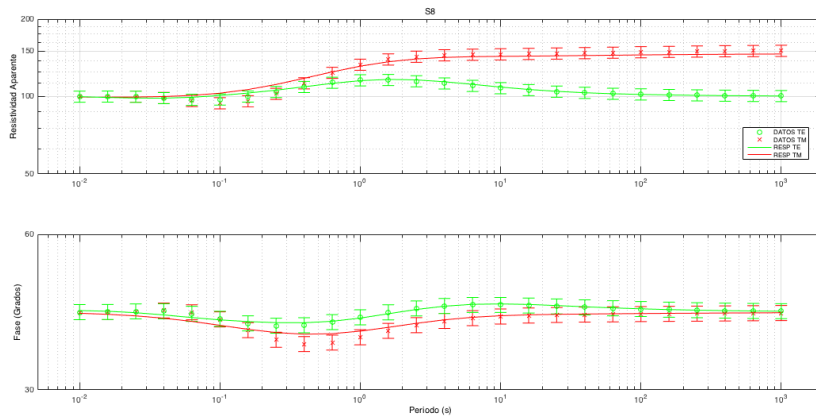


Figura H8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 8 del ejemplo 4.

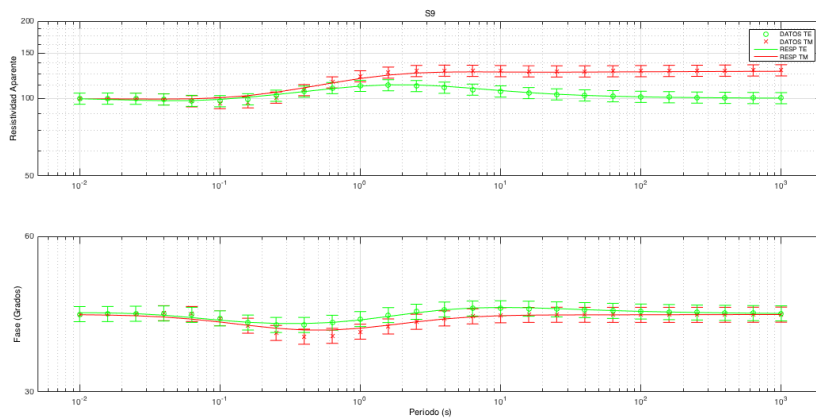


Figura H9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 9 del ejemplo 4.

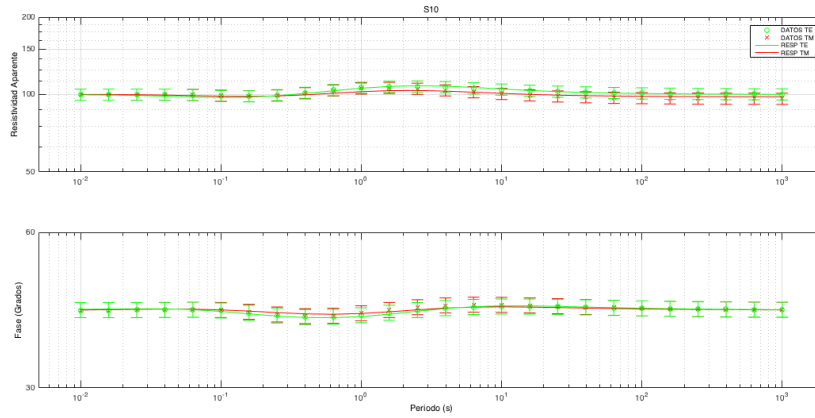


Figura H10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 10 del ejemplo 4.

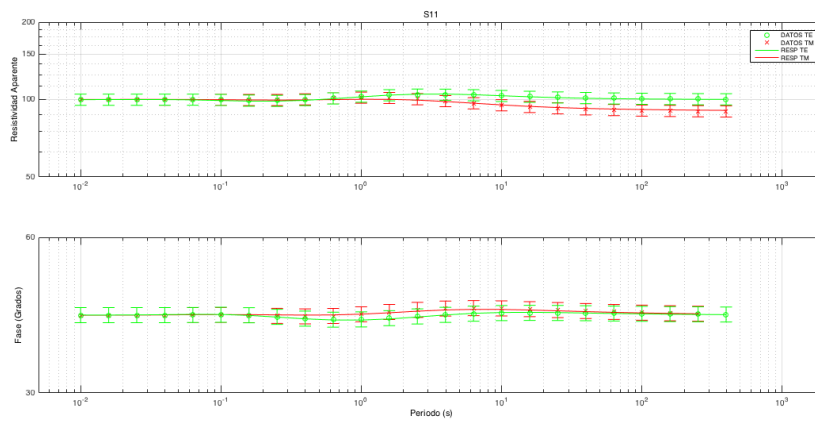


Figura H11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 11 del ejemplo 4.

ANEXO I: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta del experimento 5.

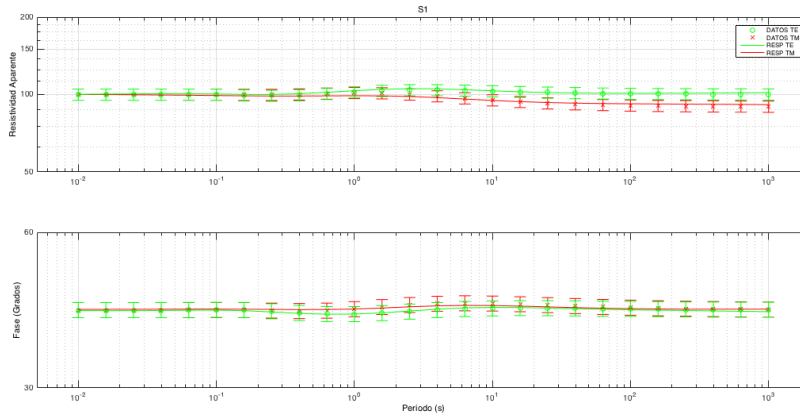


Figura I1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 1 del ejemplo 5.

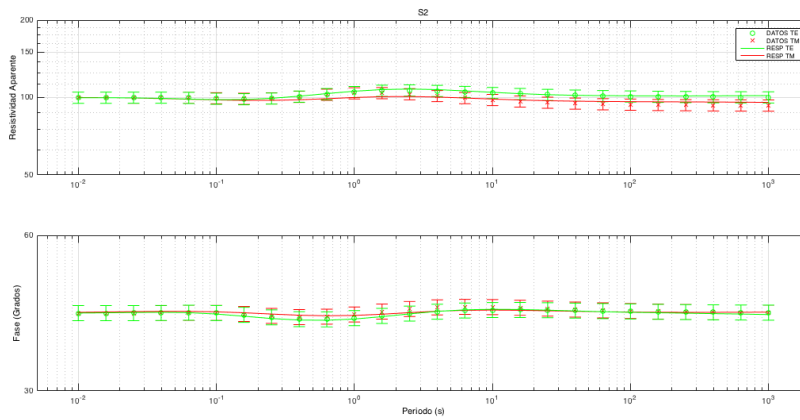


Figura I2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 2 del ejemplo 5.

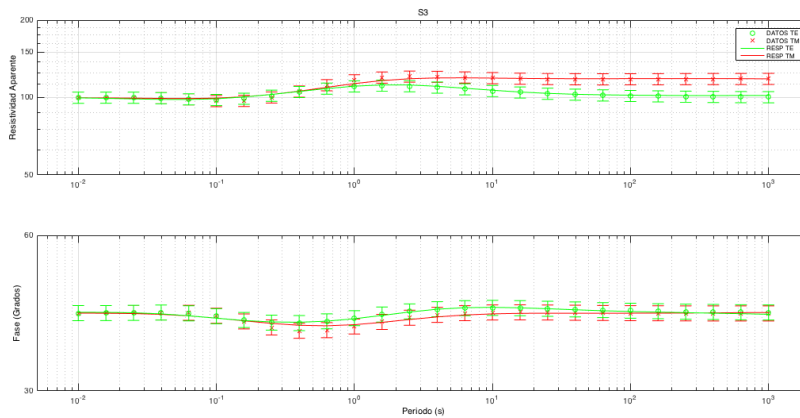


Figura I3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 3 del ejemplo 5.

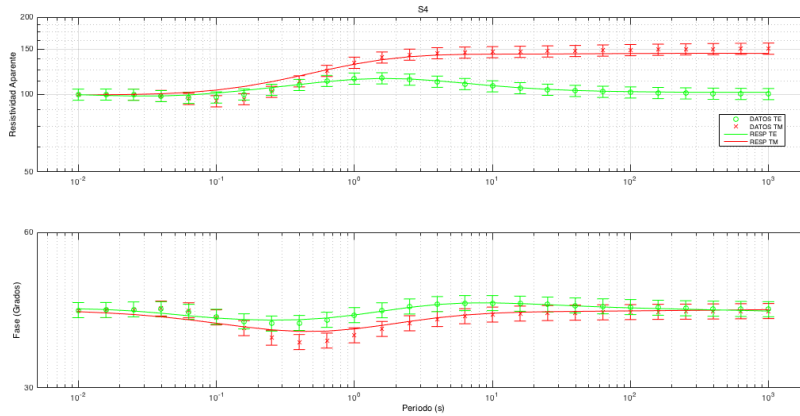


Figura 14. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 4 del ejemplo 5.

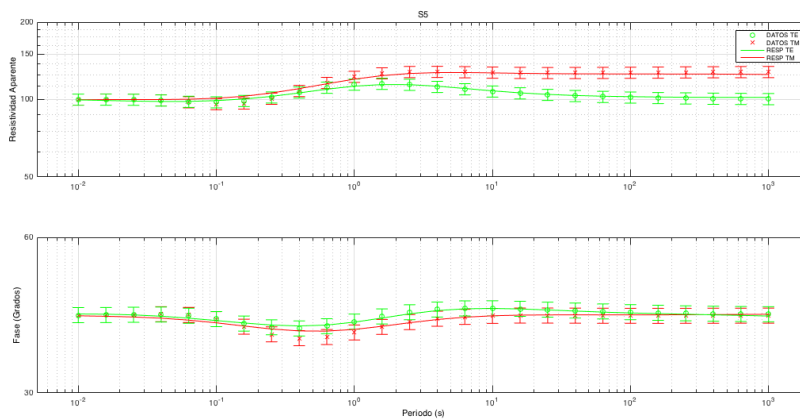


Figura 15. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 5 del ejemplo 5.

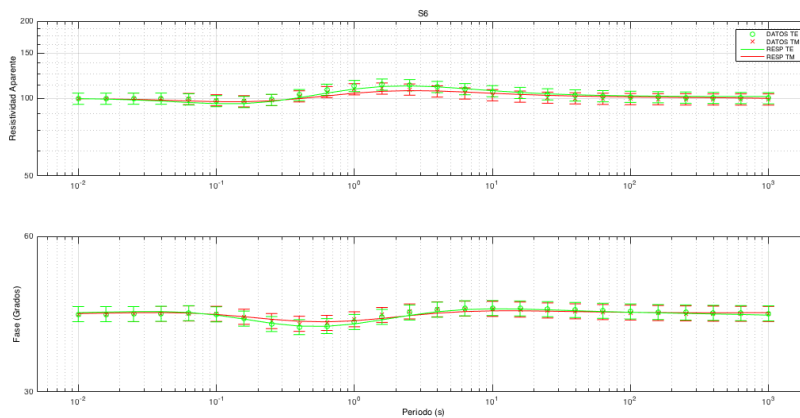


Figura 16. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 6 del ejemplo 5.

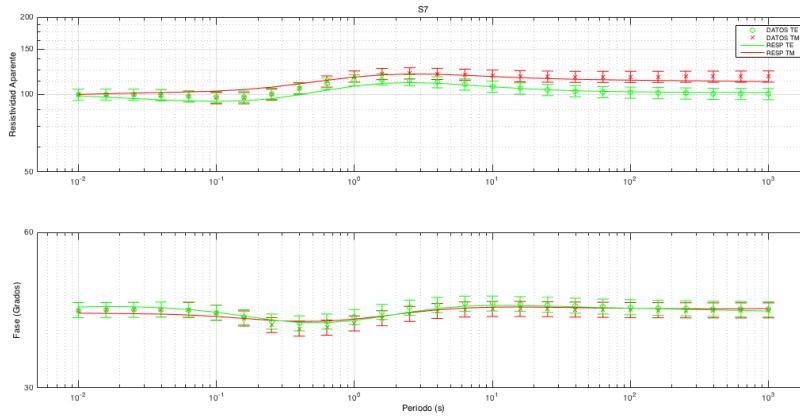


Figura 17. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 7 del ejemplo 5.

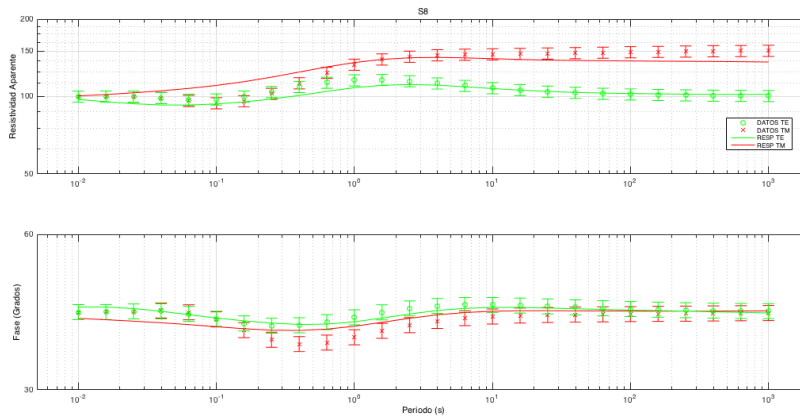


Figura 18. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 8 del ejemplo 5.

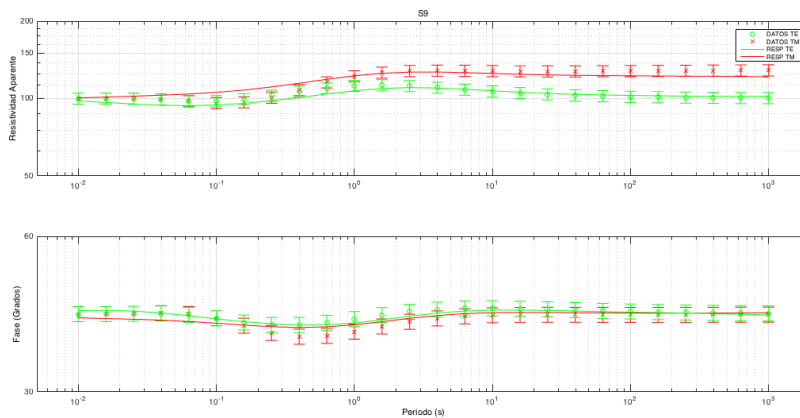


Figura 19. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 9 del ejemplo 5.

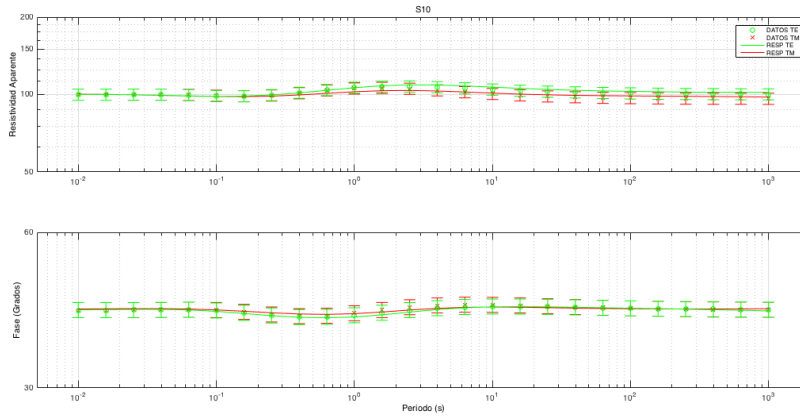


Figura I10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 10 del ejemplo 5.

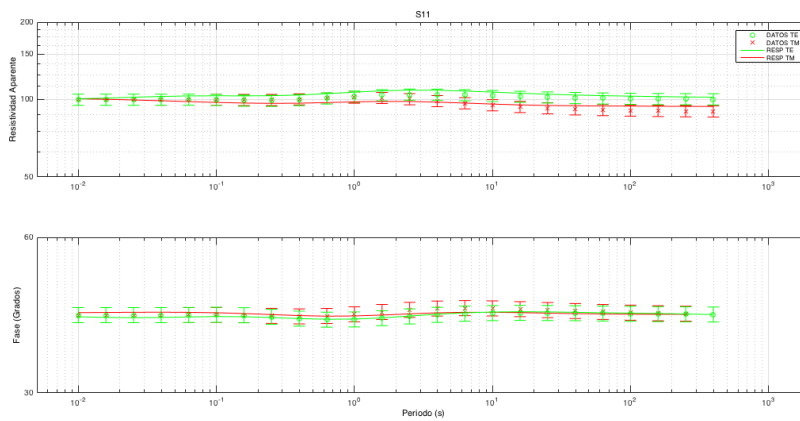


Figura I11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para el sitio 11 del ejemplo 5.

ANEXO J: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase del modo TE y TM de los datos magnetotelúricos de la línea A de datos de campo en Cerro Prieto.

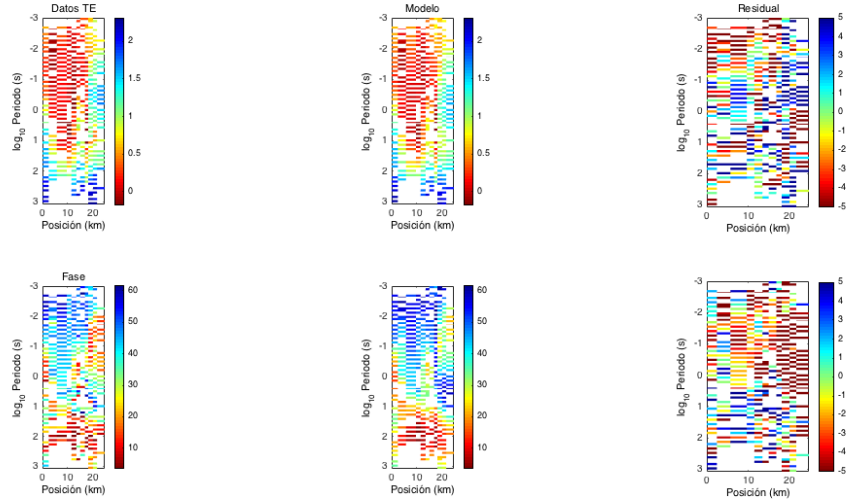


Figura J1: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase para el modo TE de los datos de la línea A de Cerro Prieto.

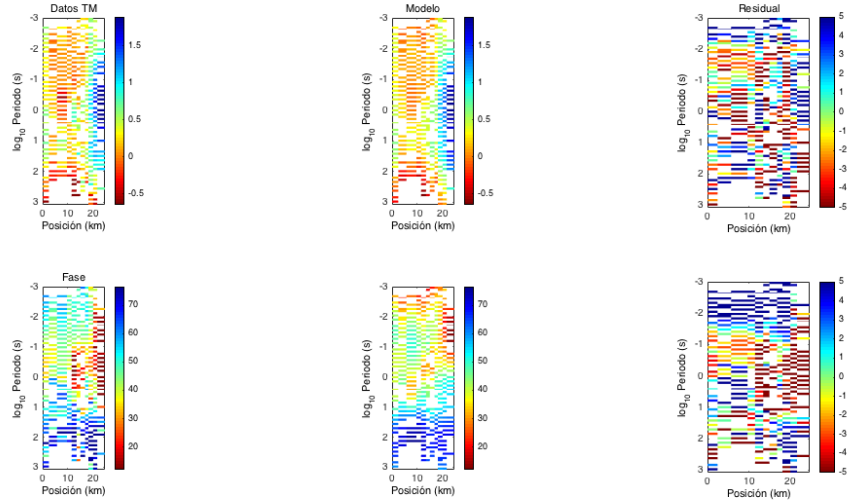


Figura J2: Pseudosecciones de resistividad aparente y fase para el modo TM de los datos de la línea A de Cerro Prieto.

ANEXO K: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión por separado de los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto.

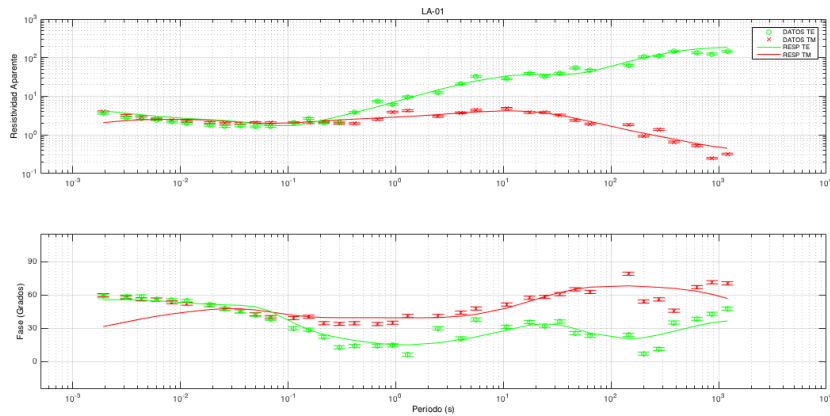


Figura K1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 1.

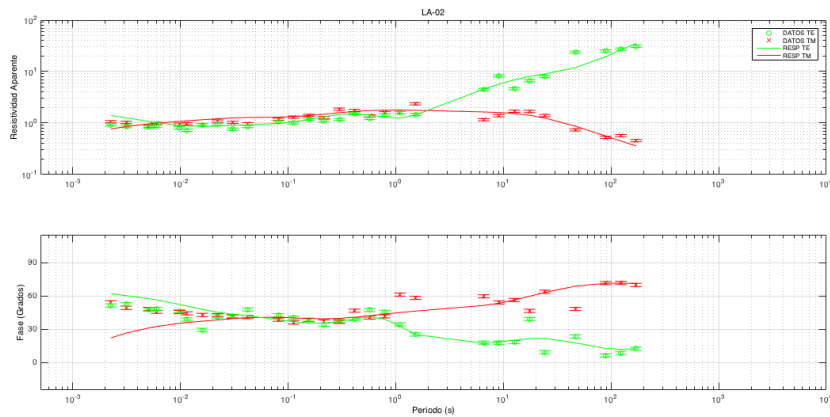


Figura K2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 2.

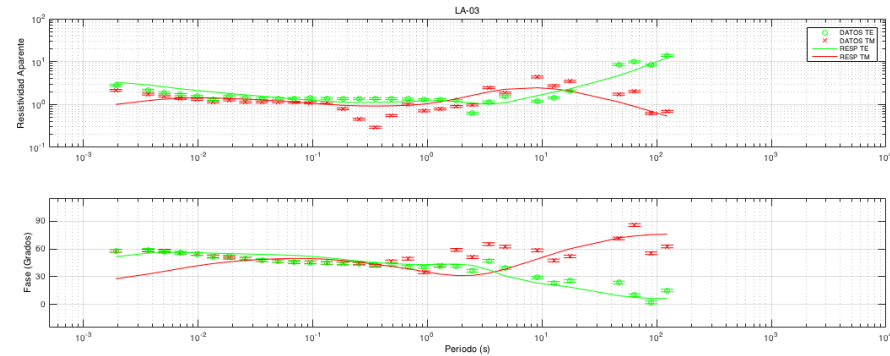


Figura K3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 3.

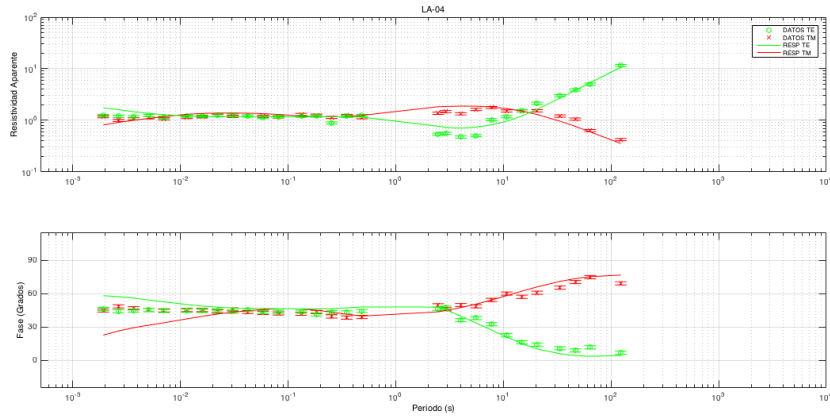


Figura K4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 4.

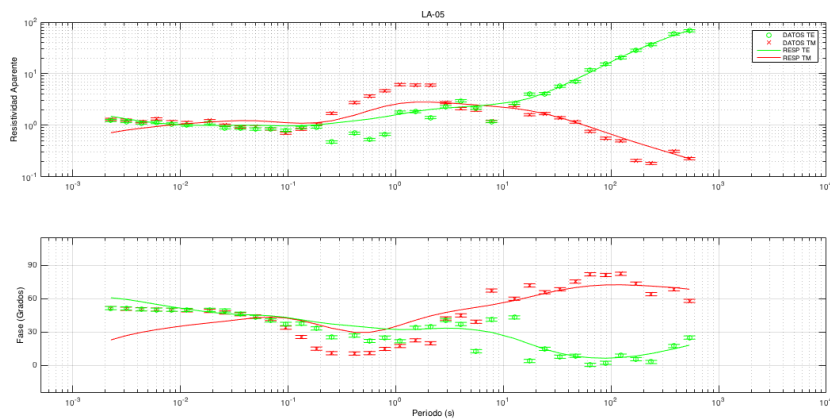


Figura K5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 5.

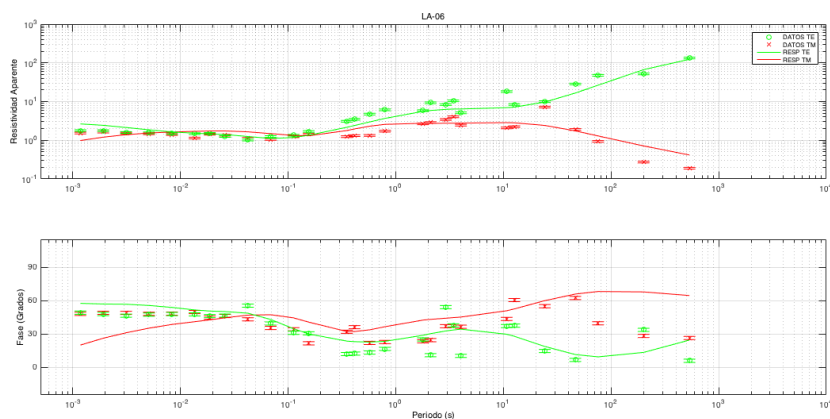


Figura K6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 6.

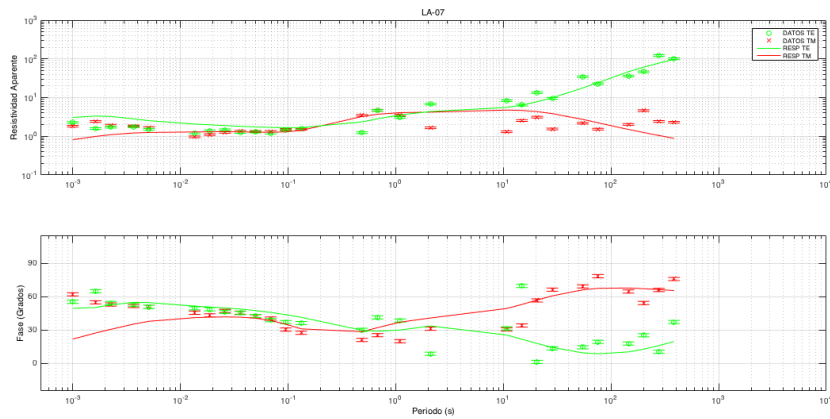


Figura K7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 7.

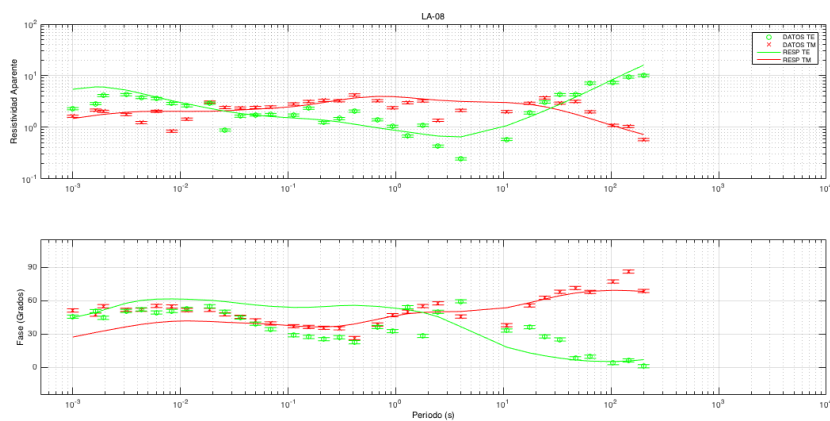


Figura K8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 8.

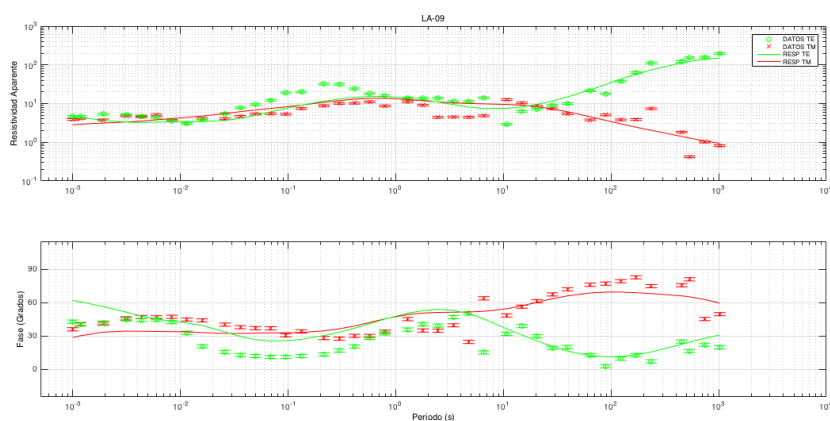


Figura K9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 9.

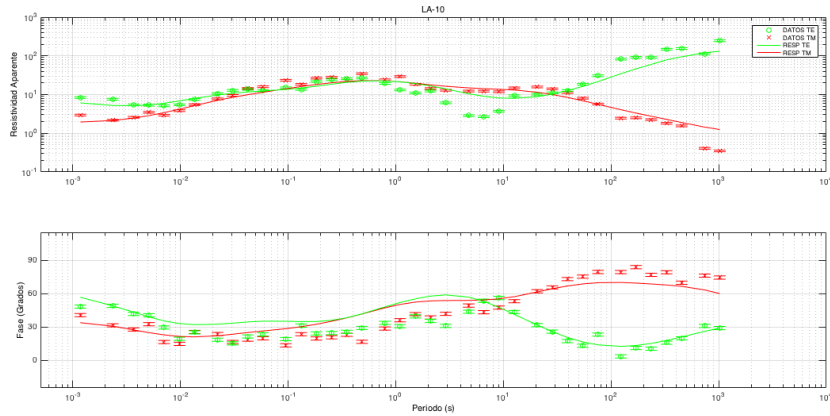


Figura K10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 10.

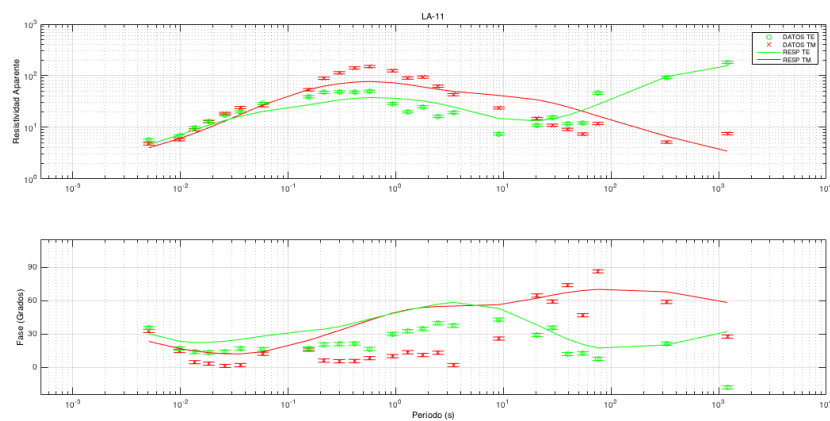


Figura K11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 11.

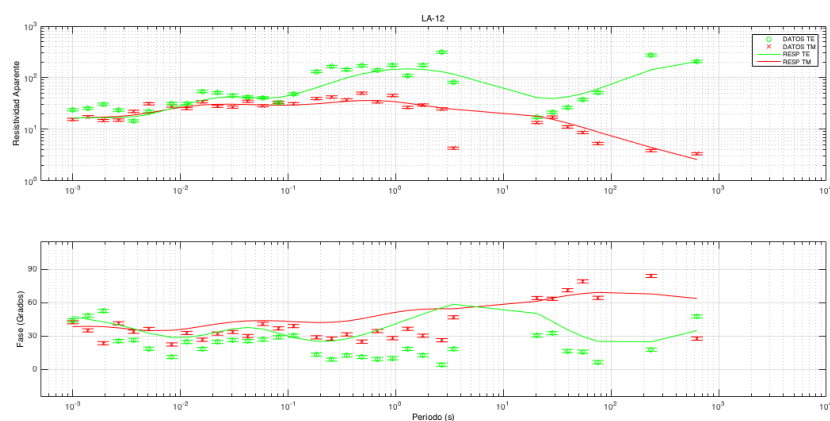


Figura K12. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión por separado para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 12.

ANEXO L: Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase de la inversión conjunta de los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto.

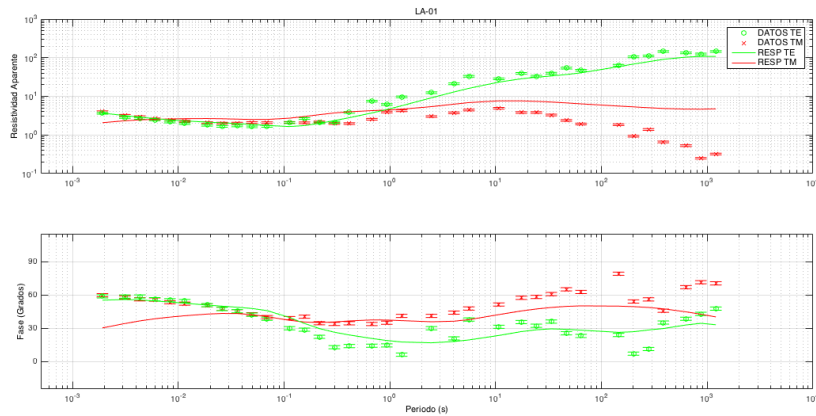


Figura L1. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 1.

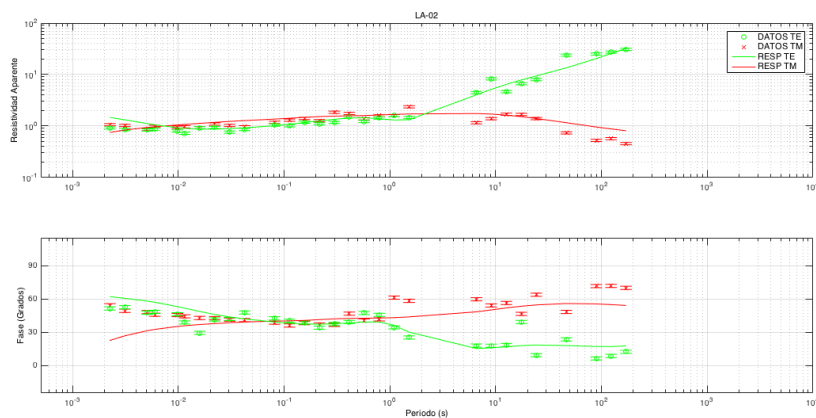


Figura L2. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 2.

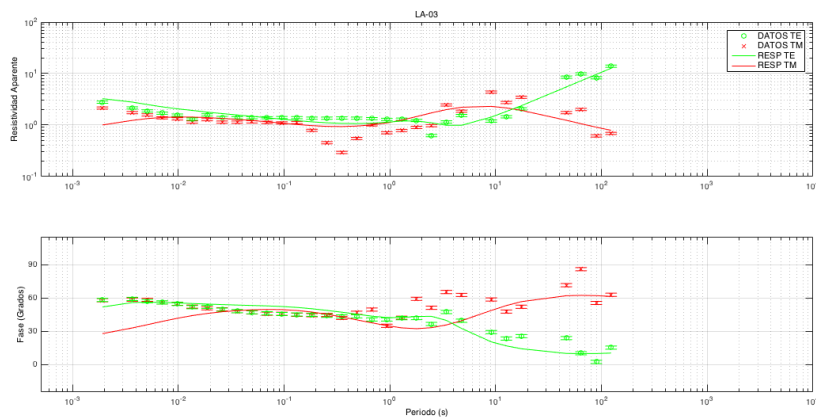


Figura L3. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 3.

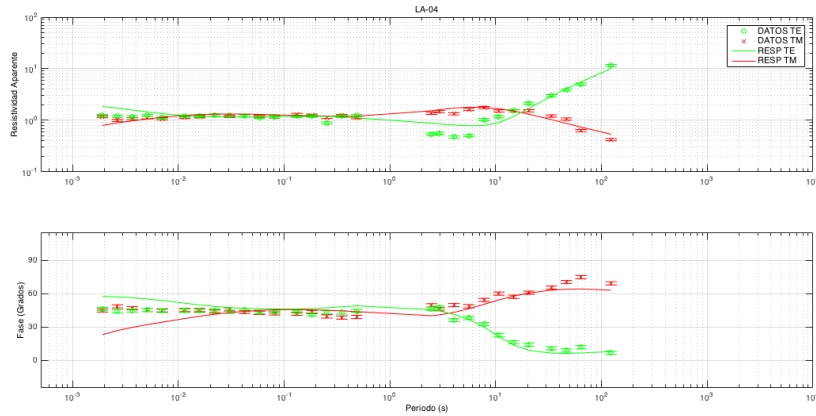


Figura L4. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 4.

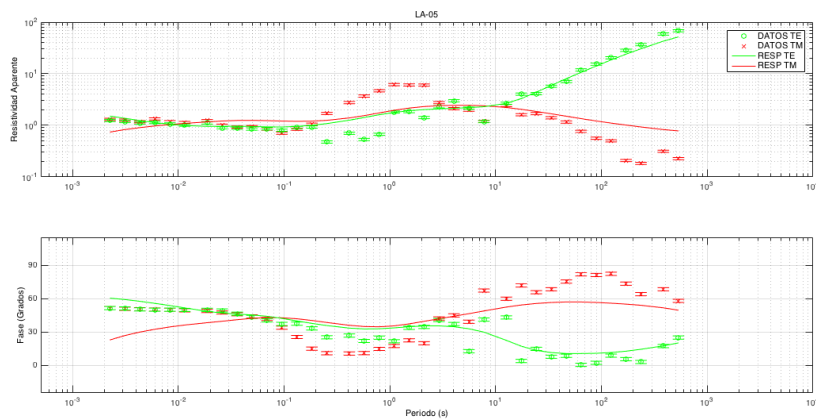


Figura L5. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 5.

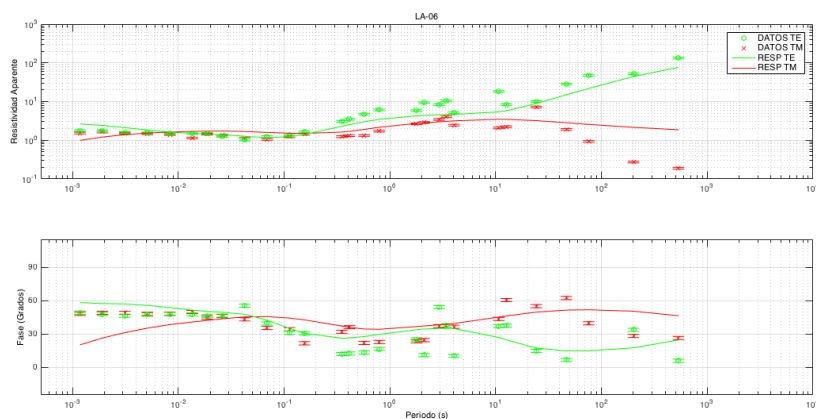


Figura L6. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 6.

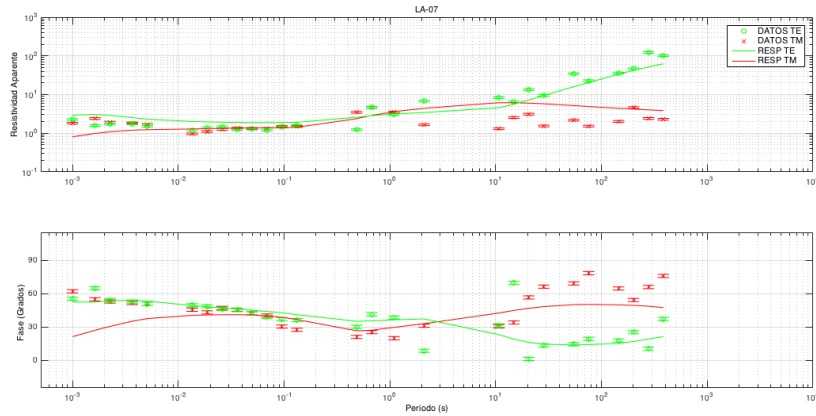


Figura L7. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 7.

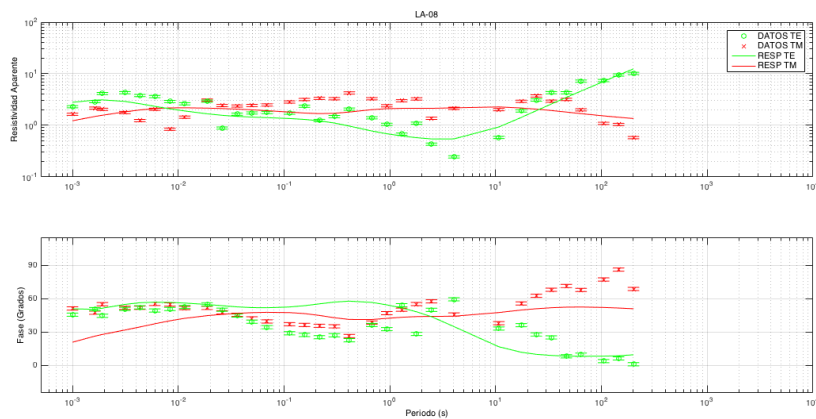


Figura L8. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 8.

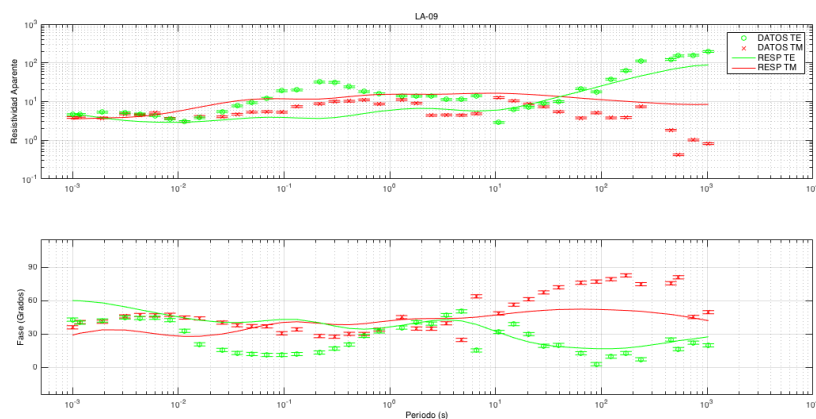


Figura L9. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 9.

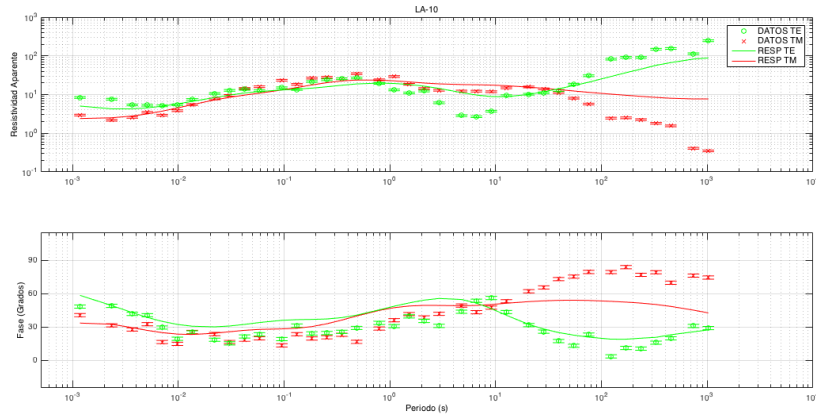


Figura L10. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 10.

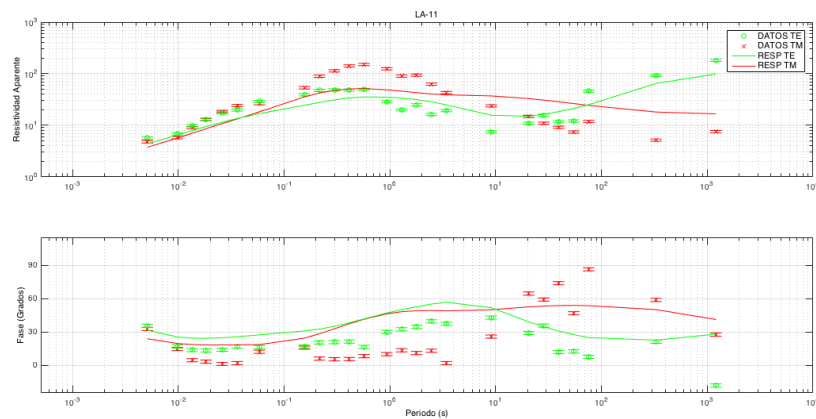


Figura L11. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 11.

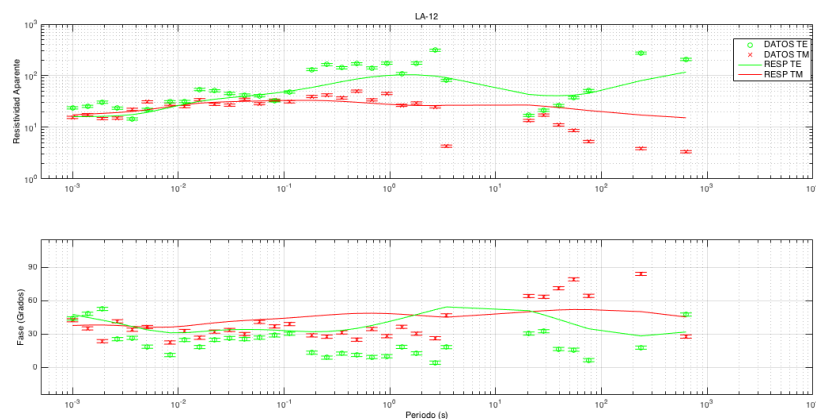


Figura L12. Ajuste a las curvas de resistividad aparente y fase del modo TE y TM mediante inversión conjunta para los datos de campo de la línea A en Cerro Prieto en el sitio 12.