

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE
EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLE
A PARTIR DE OBJETOS APERIODICOS

T E S I S
MAESTRIA EN CIENCIAS

Abundio Davila Alvarez

RESUMEN de la Tesis de Abundio Dávila Alvarez ,
presentada como requisito parcial para la obtención del
grado de MAESTRO EN CIENCIAS en FISICA APLICADA con opción
en OPTICA. Ensenada, Baja California , México. Febrero de
1986 .

GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES
A PARTIR DE OBJETOS APERIODICOS

Resumen aprobado por :



Dr. Enrique Landgrave M.

Director de Tesis

Este trabajo es el resultado de un estudio teórico y
experimental sobre las imágenes autorreproducibles
generadas a partir de objetos aperiódicos. Este estudio no
pretendió ser, desde luego, exhaustivo; estuvo limitado,
entre otras cosas, al análisis de imágenes generadas con
placas zonales .

El tratamiento teórico lo iniciamos con una revisión
del fenómeno en iluminación coherente. Enseguida nos
concentramos en el caso de iluminación incoherente, ya que
las imágenes que obtuvimos con este tipo de iluminación
resultaron de mejor calidad.

La formación de imágenes autorreproducibles con luz incoherente posee una estrecha relación con el sistema que utilizamos para generarlas. Tomando una placa zonal como punto de partida, dedujimos primeramente algunas propiedades de estas imágenes, tales como su periodicidad e intensidad relativa. Utilizando la teoría escalar de difracción, conseguimos posteriormente determinar la estructura y las características particulares de cada imagen.

En la parte experimental del trabajo, desarrollamos técnicas para la fabricación de las placas zonales necesarias, y también para generar las propias imágenes. Finalmente, corroboramos experimentalmente un fenómeno complementario que no ha recibido suficiente atención: el enfocamiento simultáneo de una serie de objetos bidimensionales, colocados en forma periódica en la entrada del sistema que utilizamos para generar las imágenes autorreproducibles.

CENTRO DE INVESTIGACION CIENTIFICA Y DE

EDUCACION SUPERIOR DE ENSENADA

DIVISION DE FISICA APLICADA

DEPARTAMENTO DE OPTICA

GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES

A PARTIR DE OBJETOS APERIODICOS

TESIS

que para cubrir parcialmente los requisitos necesarios para

obtener el grado de MAESTRO EN CIENCIAS presenta

ABUNDIO DAVILA ALVAREZ

Ensenada, B. C., Febrero de 1986.

TESIS PRESENTADA PARA SU DEFENSA POR:



Dr. Enrique Landgrave Manjarrez, Director del Comité



Dr. Héctor Escamilla Taylor, Miembro del Comité



Dr. Luis Enrique Celaya Salcido, Miembro del Comité



M.C. Martín Luis Celaya Barragán, Miembro del Comité



Dr. Enrique Gómez Treviño, Miembro del Comité



M.C. Ricardo Villagómez Tamez, Jefe Interino del Departamento de Optica



M.C. Martín Luis Celaya Barragán, Director de la División de Física Aplicada

C. Nava B.

M.C. Cuauhtémoc Nava Button, Director Académico Interino

Tesis presentada en Febrero 28, 1986

DEDICATORIA

A mis padres , hermano y familia .

A mis amigos .

A ti lector deseando que esta tesis te sea Útil .

AGRADECIMIENTOS

Deseo agradecer primeramente a las siguientes instituciones el apoyo que me brindaron durante el desarrollo de esta tesis :

Centro de Investigaciones en Optica , A. C. (CIO)

Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada . (CICESE)

Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología . (CONACYT)

Agradezco a mi asesor , Dr. Enrique Landgrave M. , su paciencia , dedicación y esfuerzo encaminados al buen término de la tesis .

Así mismo deseo hacer patente mi agradecimiento a los Drs. Hector Escamilla T. y Jorge Ojeda C. , por valiosos comentarios relacionados con este trabajo ; los investigadores del Departamento de Optica del CICESE , por haber contribuido en mi formación ; todas aquellas personas que cooperaron indirectamente en la realización de la tesis .

CONTENIDO

Página

INTRODUCCION	1
CAPITULO 1 TEORIA BASICA SOBRE LA FORMACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES	7
1.1 Condiciones que debe satisfacer un objeto para producir imágenes autorreproducibles .	8
1.2 Generación de imágenes autorreproducibles utilizando un interferómetro Fabry-Perot .	15
1.3 Explicación heurística de la replicación de campos ópticos .	19
1.4 Actuación de una placa zonal generalizada en la formación de imágenes autorreproducibles .	22
CAPITULO 2 ESTRUCTURA DE LAS IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES GENERADAS POR MEDIO DE PLACAS ZONALES FABRY-PEROT	34
2.1 Difracción de Fresnel en el caso de una pupila con simetría circular .	35
2.2 Función de Punto Extendido .	37
2.3 Distribución de intensidad a lo largo del eje óptico .	51
2.4 Función de Transferencia Optica .	55

CAPITULO 3	FABRICACION DE PLACAS ZONALES PARA LA GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES	67
3.1	Fabricación de una Placa Zonal Fabry-Perot .	68
3.2	Fabricación de un filtro espacial de Montgomery .	74
CAPITULO 4	CONSTITUCION Y FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA OPTICO PARA GENERAR IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES	78
4.1	Arreglo experimental para generar imágenes autorreproducibles .	79
4.2	Distancia entre dos imágenes autorreproducibles consecutivas .	84
4.3	Generación de imágenes autorreproducibles con iluminación coherente .	86
4.4	Generación de imágenes autorreproducibles con iluminación incoherente .	88
4.5	Fenómeno inverso .	92
CONCLUSIONES		96
LITERATURA CITADA		101
APENDICES		
I	Perfil de intensidad de un anillo monocromático de un patrón de interferencia Fabry-Perot .	106
II	Listados de los programas FPE , IEE y FTO .	108

LISTA DE FIGURAS

Figura	Página
1 Propagación de una onda monocromática de extensión infinita en la dirección del eje z .	9
2 Sistema utilizado para observar el patrón de interferencia de un Fabry- Perot .	16
3 Sistema óptico generador de imágenes autorreproducibles .	18
4 Replicación de un campo monocromático en el plano A sobre el plano B .	20
5 Transmitancia de amplitud de una placa zonal de Fresnel como función de la coordenada radial r .	23
6 Transmitancia de amplitud de una placa zonal de Fresnel como función de la variable μ .	24
7 (a) Perfil Lorentziano . (b) Amplitud relativa de las imágenes generadas por una PZ con anillos de perfil Lorentziano .	30
8 Formación de imágenes autorreproducibles .	31
9 Notación utilizada para encontrar la FPE del sistema óptico representado en la Fig. 8 del capítulo anterior . U , U_i , U'_i y U_o representan las amplitudes del campo óptico en los planos de la PZ , anterior y posterior a la lente , y de observación , respectivamente .	37
10 Grabación de una PZ F-P .	42

- | Figura | Página |
|---|--------|
| 11 Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m=0$ a $m=7$, cuando estas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 5. | 47 |
| 12 Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m=0$ a $m=7$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 30 anillos de fineza 5. | 48 |
| 13 Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m=0$ a $m=7$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 7. | 49 |
| 14 Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a la imagen autorreproducible $m=7$ de la Fig. 11, graficada sobre un rango mayor de la variable ζ_λ . | 50 |
| 15 Distribución de intensidad a lo largo del eje óptico del sistema que genera las imágenes autorreproducibles, cuando en éste se inserta una placa zonal Fabry-Perot con 10 anillos de fineza 15. | 53 |
| 16 Distribución de intensidad a lo largo del eje óptico del sistema que genera las imágenes autorreproducibles, cuando en éste se inserta una placa zonal Fabry-Perot con 10 anillos de fineza 5. | 54 |
| 17 Gráfica de Δ vs. θ' . | 59 |

- | Figura | Página |
|---|--------|
| 18 Función de Transferencia Optica correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m=0$, $m=1$ y $m=2$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 5 . | 64 |
| 19 Función de Transferencia Optica correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m=0$, $m=1$ y $m=2$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 70 anillos de fineza 5 . | 65 |
| 20 Función de Transferencia Optica correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m=0$, $m=1$ y $m=2$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 15 . | 66 |
| 21 Arreglo experimental para la grabación de una Placa Zonal Fabry-Perot . | 70 |
| 22 Fotografía de una placa zonal Fabry-Perot . Tamaño natural . | 73 |
| 23 Arreglo utilizado para la reducción fotográfica en el proceso de fabricación de un Filtro Espacial de Montgomery . | 76 |
| 24 Arreglo experimental para la observación de imágenes autorreproducibles . | 80 |
| 25 Patrón de prueba USAF . | 83 |
| 26 Fotografía de la imagen autorreproducible $m=0$ del patrón de prueba de la Fig. 24 , en iluminación coherente . | 87 |
| 27 Imágenes autorreproducibles del patrón de prueba de la Fig. 25 en iluminación incoherente .
(a) $m=0$, (b) $m=1$, (c) $m=2$, (d) $m=3$,
(e) $m=-1$ y (f) $m=-2$. | 88 |

<u>Figura</u>	<u>Página</u>
28 Representación artística del sistema óptico de la Fig. 24 . Un objeto genera varias imágenes .	93
27 Representación artística del fenómeno inverso . Varios objetos son enfocados simultáneamente en un plano .	93
30 Imagen de tres objetos colocados en tandem en la entrada del sistema óptico de la Fig. 28 , cuando se remueve la PZ del sistema . Iluminación incoherente .	95
31 Enfocamiento simultáneo de tres objetos colocados en tandem en la entrada del sistema óptico de la Fig. 28 . Iluminación incoherente .	95

INTRODUCCION

Por imágenes autorreproducibles entenderemos en este trabajo una sucesión de imágenes espaciadas periódicamente a lo largo del eje óptico del sistema que las genera , sin que existan entre ellas lentes u otros artefactos ópticos . De manera natural surgen una serie de preguntas acerca de estas imágenes : ¿ cómo se generan ? ¿ qué tanto se asemejan al objeto que dió lugar a ellas ? ¿ qué tanto se asemejan entre si ? . Estas y otras preguntas similares dieron lugar al presente estudio .

Los trabajos mas antiguos que tratan sobre el fenómeno de imágenes autorreproducibles datan de 1836 y son debidos a F. Talbot (de hecho , cuando el objeto que da lugar a las imágenes autorreproducibles es periódico , el fenómeno se conoce como efecto Talbot) . Básicamente Talbot descubrió que al iluminar una red se forman réplicas de ella a distancias periódicas , en planos perpendiculares a la dirección de iluminación . Este proceso requiere que la

iluminación sobre la red sea espacialmente coherente , y depende del período de la red , la longitud de onda utilizada y la curvatura del frente de onda del haz de iluminación .

Después de Talbot el fenómeno ha sido estudiado extensivamente . Se han utilizado diferentes tipos de iluminación y estados de coherencia (Cowley y Moodie [1956] , Fujiwara [1974] , Szapiel y Patorski [1979] , Lohmann y Ojeda [1983]) ; objetos de amplitud y objetos de fase (Talbot [1836] , Wolfe [1913] , Zernike [1935] , Cowley y Moodie [1957] , Patorski [1980] , Patorski [1981]) ; se han considerado los efectos del tamaño finito del objeto (Montgomery [1968] , Deckers [1976]) ; y se ha estudiado la estructura del campo óptico entre los planos de las diferentes imágenes (Hidemann y Breazeale [1959] , Winthrop y Worthington [1965] , Cohen-Sabban y Joyeux [1983] , Indebetouw [1984]) . Sus aplicaciones han sido en áreas muy diversas : restauración y sustracción de imágenes (Edgar [1969] , Damman et al. [1971] , Patorski et al. [1975] , Kalestynski [1978]) ; colimación de haces (Silva [1971]) ; codificación de profundidad (Chavel y Strand [1981]) ; interferometría (Lohmann [1961] , Lohmann y Silva [1971] , Yokozeki y Suzuki [1971] , Lohmann y Silva [1972] , Chang et al. [1975] .) ; filtraje espacial (Eu et al. [1973]) ; y fibras ópticas (Bryngdahl [1973]) . En la mayoría de estos

trabajos , sin embargo , los objetos que se han utilizado han sido periódicos .

El propósito del presente trabajo fue el de generar imágenes autorreproducibles partiendo de objetos aperiódicos . Para ello nos basamos fundamentalmente en dos trabajos : el primero , completamente teórico , se debe a W. D. Montgomery . En él se demuestra que las frecuencias asociadas a una imagen autorreproducible deben estar confinadas a círculos de radio

$$\rho_n = \left(\frac{2n}{\lambda d} \right)^{1/2}, \quad (1)$$

donde λ es la longitud de onda del haz de iluminación , n un entero y d la separación entre dos imágenes .

El segundo trabajo se debe a G. Indebetouw . Indebetouw demostró experimentalmente que se puede transformar el espectro espacial asociado a un objeto cualquiera al espectro de Montgomery [Ec. (1)] , utilizando un interferómetro Fabry Perot (F-P).

Nosotros partimos de un procesador óptico convencional , con un filtro espacial constituido por anillos claros distribuidos a la manera de un interferograma F-P . Los

resultados que obtuvimos no fueron alentadores , ya que el ruido coherente inundaba las imágenes , resultando poco menos que imposible distinguirlas . Al reducir la coherencia de la iluminación , sin embargo , las imágenes se tornaban mas nítidas , y su semejanza con el objeto aperiódico que dió lugar a ellas era , por consiguiente , mucho mayor . Debe aclararse que en este caso el filtro deja de funcionar como tal y desempeña el papel de la pupila de un sistema telecéntrico.

En las primeras dos secciones del capítulo 1 hemos resumido los dos trabajos que fueron nuestro punto de partida (Montgomery [1967] , Indebetouw [1983]) . En la tercer sección , en cambio , mostramos una manera alternativa de analizar el fenómeno ; mediante argumentos heurísticos , deducimos en ella la condición necesaria para la replicación de un campo óptico .

Los análisis antes mencionados estan restringidos a radiación monocromática . Para explicar el fenómeno en el caso de radiación cuasi-monocromática , en la última sección del capítulo 1 analizamos el papel que juega una " placa zonal generalizada " (el término se define en esta sección) en la formación de imágenes autorreproducibles . Como resultado de este análisis , se obtienen expresiones para determinar la intensidad relativa de cada imagen , y para localizar su posición a lo largo del eje óptico del sistema .

Con el fin de comparar la estructura de las diferentes imágenes cuando éstas se generan con iluminación incoherente, en el capítulo 2 derivamos expresiones para la función de punto extendido, la función de transferencia y la intensidad a lo largo del eje óptico del sistema. En los tres casos utilizamos la teoría escalar de difracción como punto de partida. Los resultados se graficaron para los casos de mayor interés. Los programas que se utilizaron para elaborar estas gráficas los incluimos en el apéndice II de este trabajo.

El propósito del capítulo 3 es describir el proceso de fabricación de dos placas zonales de particular interés. La primera, con un perfil de transmitancia Lorentziano para los anillos, se elaboró utilizando un interferómetro Fabry-Perot, y se empleó posteriormente para generar imágenes autorreproducibles en luz incoherente. Su papel, por consiguiente, era el de apodizar la pupila del sistema óptico; la descripción del proceso que seguimos para su elaboración corresponde a la primera sección del capítulo.

En la segunda y última sección del capítulo 3 describimos el proceso que utilizamos para elaborar la segunda placa zonal de interés. Esta tiene una transmitancia de intensidad que se aproxima a la función

$$t(r) = \sum_{n=1}^N \delta(r-r_n),$$

donde δ es la función de impulso y

$$r_n = c\sqrt{n} \quad n = 0, 1, 2, \dots, N$$

siendo C una constante . Esta placa zonal se empleó con iluminación coherente ; el papel que desempeñaba , por consiguiente , era el de un filtro espacial .

El capítulo 4 consta de dos partes . En la primera describimos el sistema óptico que utilizamos para generar imágenes autorreproducibles , tanto en iluminación coherente como incoherente . En esta parte presentamos también fotografías de las imágenes que observamos utilizando ambos tipos de iluminación . En la segunda parte , por otro lado , examinamos un fenómeno complementario : el enfocamiento simultáneo de objetos bidimensionales , colocados en forma periódica en la entrada del sistema óptico que utilizamos con anterioridad para generar las imágenes autorreproducibles . En esta segunda parte incluimos también fotografías de las imágenes que observamos .

CAPITULO 1 TEORIA BASICA SOBRE LA FORMACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES

Como ya se mencionó en la introducción, los primeros experimentos con imágenes autorreproducibles nos llevaron a reducir la coherencia espacial de la iluminación que utilizamos. Este cambio requiere adiciones a la teoría que se invoca usualmente para explicar el fenómeno. Por ello, este capítulo que es esencialmente teórico se divide en dos partes. La primera (Seccs. 1.1 a 1.3), presupone el uso de luz coherente y resume los dos trabajos que fueron nuestro punto de partida. En la segunda parte (Secc. 1.4), se muestra el papel que juega en la formación de imágenes autorreproducibles una función de pupila cuya transmitancia de amplitud es la de una placa zonal generalizada. Los resultados que se derivan en esta última parte pueden ser utilizados para explicar algunos aspectos del fenómeno en luz espacialmente incoherente.

1.1 CONDICIONES QUE DEBE SATISFACER UN OBJETO PARA PRODUCIR IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES

La formación de imágenes autorreproducibles a partir de objetos aperiódicos fue estudiada por W. D. Montgomery en 1967. Montgomery se formuló entonces la siguiente pregunta: ¿cuáles son las condiciones necesarias y suficientes que un objeto debe satisfacer para que se forme una imagen real y fiel suya en un plano perpendicular a la dirección de iluminación? Su trabajo demostró que las frecuencias espaciales asociadas al objeto deberían encontrarse en círculos cuyos radios fueran proporcionales a la raíz de los enteros positivos. Esta teoría, que se presenta enseguida, se hizo para objetos bidimensionales infinitos iluminados con luz coherente.

Supongamos que una onda de luz monocromática de extensión infinita, que viaja en la dirección positiva de z , incide sobre el plano (x,y) (Fig. 1)

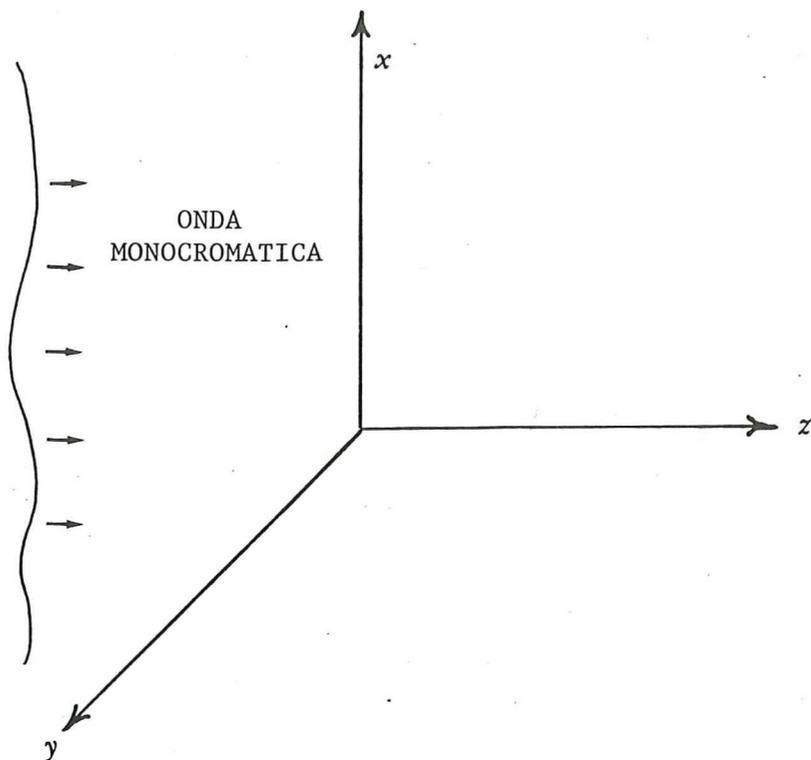


Fig. 1. Propagación de una onda monocromática de extensión infinita en la dirección del eje Z .

La perturbación que produce una componente del vector eléctrico en el punto (x, y, z) a un tiempo t se puede expresar entonces de la siguiente forma :

$$\psi(x, y, z, t) = \varphi(x, y, z) e^{i\omega t},$$

donde $\omega = 2\pi\nu$, siendo ν la frecuencia de la radiación .

Debido a que $\psi(x, y, z, t)$ representa una onda óptica, debe satisfacer la ecuación de onda escalar:

$$\left(\nabla^2 - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \psi(x, y, z) e^{i\omega t} = 0,$$

que en nuestro caso se reduce a

$$\nabla^2 \psi(x, y, z) - \frac{(i\omega)^2}{c^2} \psi(x, y, z) = 0.$$

Con $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$, donde λ es la longitud de onda de la radiación, podemos escribir esta ecuación en su forma estándar (Ecuación de Helmholtz):

$$\left(\nabla^2 + k^2 \right) \psi(x, y, z) = 0. \quad (1.1-1)$$

Por otro lado, la función $\psi(x, y, z)$ puede ser expresada en la región $z \geq 0$ como la transformada inversa de su espectro

$$\begin{aligned} \Phi(f_x, f_y, z) &: \\ \psi(x, y, z) &= \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi(f_x, f_y, z) e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y. \end{aligned} \quad (1.1-2)$$

Substituyendo la Ec. (1.1-2) en la Ec. (1.1-1) obtenemos

$$\iint_{-\infty}^{\infty} \Phi(f_x, f_y, z) \left[k^2 - 4\pi^2(f_x^2 + f_y^2) \right] + \frac{\partial}{\partial z^2} \left[\Phi(f_x, f_y, z) \right] e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y = 0. \quad (1.1-3)$$

Por conveniencia hagamos

$$\rho^2 = f_x^2 + f_y^2, \quad (1.1-4)$$

$$K = [k^2 - 4\pi^2\rho^2]^{1/2}. \quad (1.1-5)$$

Entonces la Ec. (1.1-3) implica que

$$\Phi(f_x, f_y, z) K^2 + \frac{\partial}{\partial z^2} \Phi(f_x, f_y, z) = 0. \quad (1.1-6)$$

Haciendo ahora

$$\Phi(f_x, f_y, z) = \Phi_0(f_x, f_y) Z(z), \quad (1.1-7)$$

de la Ec. (1.1-6) tenemos que

$$K^2 Z(z) + \frac{\partial}{\partial z^2} Z(z) = 0.$$

Una solución elemental de esta ecuación es

$$Z(z) = e^{iKz}.$$

Como K puede ser compleja [Ec. (1.1-5)], conviene expresarla como

$$K = k [1 - \lambda \rho^2]^{1/2}, \quad (1.1-8)$$

por lo que

$$Z(z) = \begin{cases} e^{iKz} & \text{si } \rho < \frac{1}{\lambda} \\ e^{-Kz} & \text{si } \rho > \frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

Substituyendo estas soluciones en la Ec. (1.1-7) obtenemos finalmente la solución general :

$$\Phi(f_x, f_y, z) = \begin{cases} \Phi_0(f_x, f_y) e^{iKz} & \text{si } \rho < \frac{1}{\lambda} \\ \Phi_0(f_x, f_y) e^{-Kz} & \text{si } \rho > \frac{1}{\lambda} \end{cases}$$

La primer solución oscila al incrementar z , mientras que la segunda tiende a cero, representando por ello a una onda evanescente. La solución oscilatoria, que corresponde a la llamada formación "débil" de imágenes, se puede re-expresar como [Ecs. (1.1-2) y (1.1-7)]

$$\varphi(x, y, z) = \iint_{-\infty}^{\infty} \Phi_0(f_x, f_y) e^{iKz} e^{i2\pi(f_x x + f_y y)} df_x df_y .$$

En esta ecuación se puede apreciar que el efecto que produce la propagación de $\varphi(x, y, z)$ de un plano $z = \text{cte.}$ a

otro paralelo , es simplemente un cambio en las fases relativas de las componentes que constituyen su espectro angular . Así , al propagarse entre dos planos separados por una distancia d , $\varphi(x, y, z+d) = \varphi(x, y, z)$ si

$$K d = 2\pi \left(\gamma + n'(f_x, f_y) \right) ,$$

en donde γ y n' son enteros . Esto es , si [Ec. (1.1-8)]

$$\frac{2\pi}{\lambda} \left(1 - \lambda^2 \rho^2 \right)^{\frac{1}{2}} d = 2\pi \left(\gamma + n'(f_x, f_y) \right) .$$

Eliminando factores comunes y aproximando la raíz en esta ecuación , obtenemos la siguiente condición :

$$\frac{d}{\lambda} \left(1 - \frac{\lambda^2 \rho^2}{2} \right) \sim \gamma + n'(f_x, f_y) . \quad (1.1-9)$$

Si suponemos $\Phi_0 \neq 0$,

$$\frac{d}{\lambda} = \gamma + n'(0,0) ,$$

por lo que

$$\gamma = \frac{d}{\lambda} - n'(0,0) .$$

Substituyendo en la Ec. (1.1-9) tenemos entonces que

$$\frac{d}{\lambda} \left(1 - \frac{\lambda^2 \rho^2}{2} \right) = \frac{d}{\lambda} - \left(n'(0,0) - n'(f_x, f_y) \right). \quad (1.1-10)$$

Finalmente, introduciendo el entero $n(f_x, f_y) = n'(0,0) - n'(f_x, f_y)$ podemos re-expresar la Ec. (1.1-10) como

$$\rho = \left(\frac{2 n(f_x, f_y)}{\lambda d} \right)^{1/2}. \quad (1.1-11)$$

Esta es la relación fundamental que nos proporciona el espectro espacial que debe poseer un objeto para replicarse a si mismo a intervalos de distancia d cuando es iluminado coherentemente. Conviene señalar que los círculos a los que esta confinado el espectro son los mismos que separan las zonas claras de las oscuras en una placa zonal. Esta fórmula fue derivada de una manera diferente por Lord Rayleigh, quien encontró que la distancia d a la cuál ocurre la primera réplica de una red, esta dada por

$$d = \frac{2 a^2}{\lambda},$$

en donde a es el período de la red.

1.2 GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES UTILIZANDO UN INTERFEROMETRO FABRY PEROT

En 1983 Indebetouw publicó un trabajo en el que demostró la posibilidad de generar imágenes autorreproducibles reales partiendo de objetos aperiódicos. La forma en que logró generar estas imágenes fue filtrando las frecuencias espaciales asociadas a un objeto arbitrario por medio de un interferómetro Fabry-Perot (F-P). A continuación describimos su método en detalle.

Consideremos el sistema óptico de la Fig. 2, que consiste de dos lentes que forman un sistema afocal de amplificación uno y de un interferómetro F-P, cuyas placas están separadas por una distancia h . Este arreglo se utiliza comúnmente en interferometría F-P, donde se coloca una fuente extendida en el plano P1, y se observan los anillos de interferencia sobre el plano P2, distribuidos según la siguiente relación:

$$r_n = f \sqrt{\frac{n\lambda}{h}} . \quad (1.2-1)$$

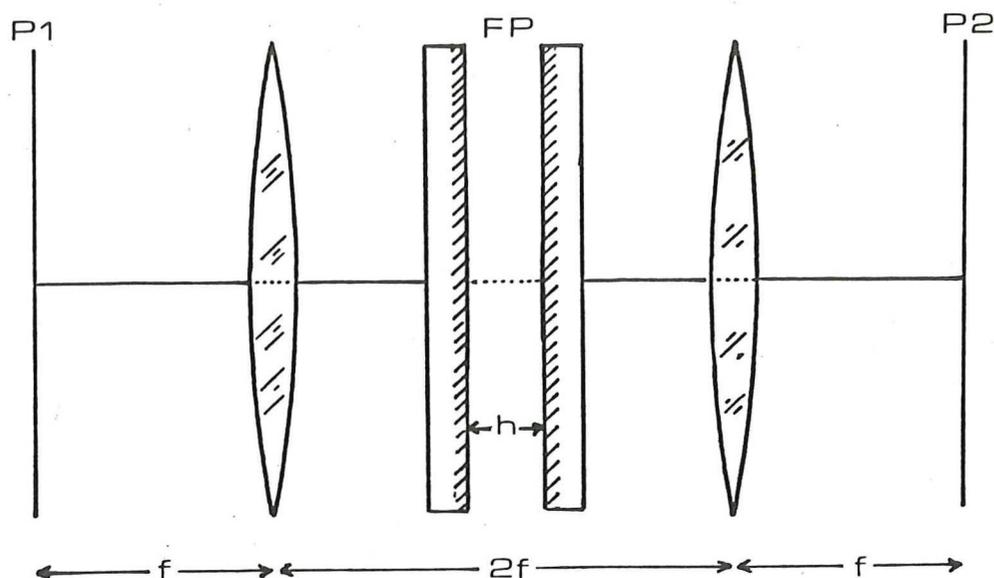


Fig. 2. Sistema utilizado para observar el patrón de interferencia de un Fabry-Perot .

Supongamos ahora que producimos el espectro de frecuencias espaciales de un objeto arbitrario sobre el plano P1 . Como una consecuencia directa , obtendremos sobre el plano P2 un espectro filtrado que tiene la forma de un interferograma F-P . Como los anillos claros corresponden a las frecuencias

$$\rho_n = \frac{r_n}{\lambda f} ,$$

utilizando la Ec. (1.2-1) encontramos que las frecuencias filtradas obedecen la siguiente relación :

$$\rho_n = \sqrt{\frac{n}{h\lambda}} ,$$

que es justamente la condición que descubrió Montgomery [Ec. (1.1-11)], con

$$d = 2h . \quad (1.2-2)$$

Mediante este esquema de filtraje , por lo tanto , se podrían generar imágenes autorreproducibles , espaciadas por una distancia $2h$. El sistema completo que se requeriría para conseguirlo se muestra en la Fig. 3 . La lente de transformación $LT1$ produciría primeramente el espectro del objeto que se desea replicar sobre el plano $P1$. Este sería filtrado al pasar al plano $P2$, y la lente de transformación $LT2$ re-transformaría el espectro filtrado , generando las imágenes en planos simétricos a su plano focal posterior . Utilizando este arreglo óptico fue como Indebetouw obtuvo las primeras imágenes autorreproducibles .

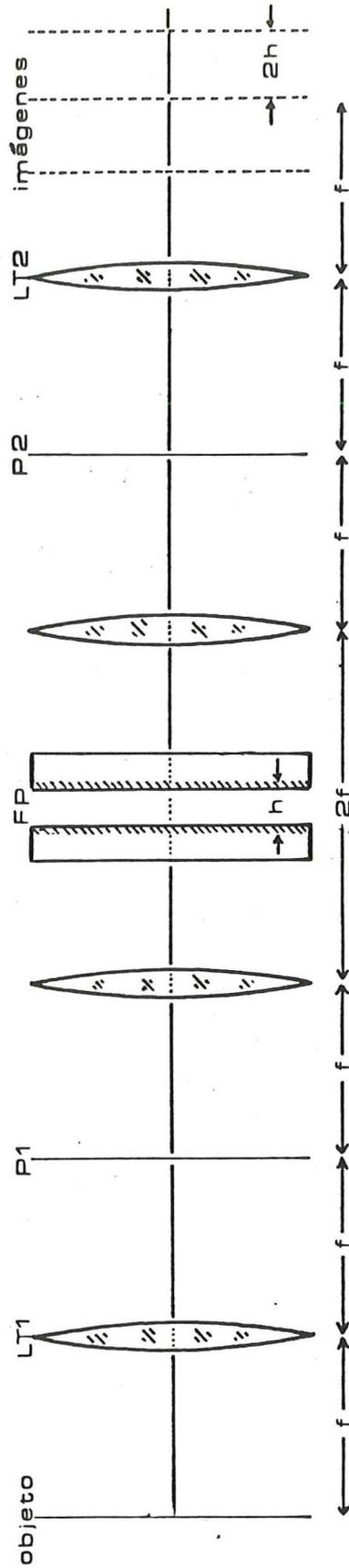


Fig. 3. Sistema óptico generador de imágenes autorreproducibles .

1.3 EXPLICACION HEURISTICA DE LA REPLICACION DE CAMPOS OPTICOS

La replicación de un campo óptico monocromático en planos paralelos y equidistantes sucesivos se puede explicar de manera sencilla si analizamos la propagación del espectro de ondas planas que lo conforma. Basandonos en este análisis, derivaremos nuevamente en esta sección la condición de replicación obtenida por Montgomery [Ec. (1.1-11)] .

Supongamos que deseamos replicar la distribución de un campo monocromático de extensión infinita en un plano A, sobre otro plano B, paralelo a A y separado por una distancia d (Fig. 4) . Como el campo en A es monocromático, podemos imaginarlo como una superposición de ondas planas que mantienen sus relaciones de fase constantes en el tiempo. Consideremos dos de estas ondas planas, una viajando en la dirección perpendicular a ambos planos - eje z de la Fig. 4, y otra en una dirección arbitraria, que forma un ángulo γ con la dirección de propagación de la primera onda. Es claro entonces que si deseamos preservar la relación de fase entre estas dos ondas al pasar del plano A al plano B, se requiere que el retraso de la onda inclinada con respecto a la onda que se propaga en la dirección z sea de un número entero de longitudes de onda ;

es decir , con relación a la Fig. 4 , es necesario que

$$d - s = n\lambda \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (1.3-1)$$

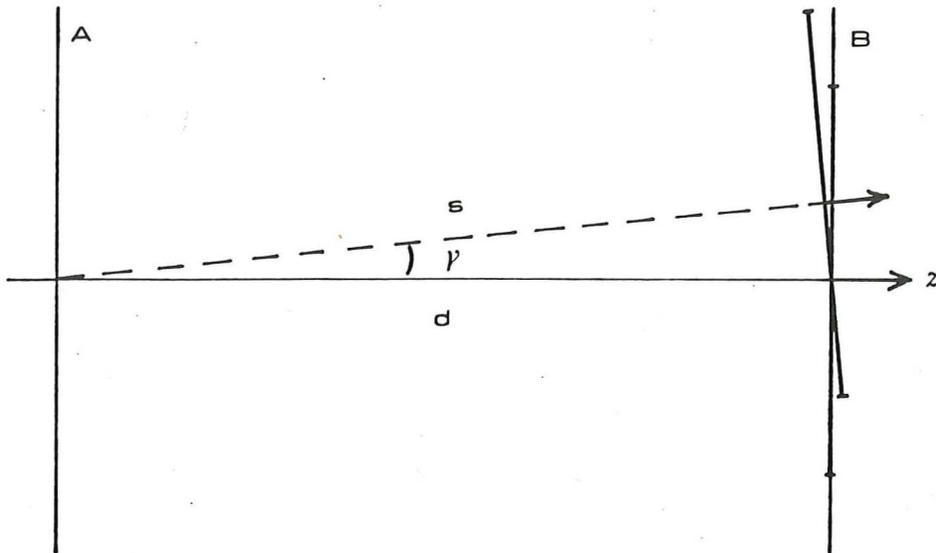


Fig. 4. Replicación de un campo monocromático en el plano A sobre el plano B .

Como

$$\cos \vartheta = \frac{s}{d} , \quad (1.3-2)$$

sustituyendo s en la primera ecuación tenemos que

$$1 - \frac{n\lambda}{d} = \cos \vartheta .$$

Por otro lado , utilizando la relación que existe entre

las frecuencias espaciales asociadas a una onda plana y los cosenos directores del vector de propagación de la misma, podemos re-escribir esta ecuación como

$$1 - \frac{n\lambda}{d} = \left(1 - \lambda^2 \rho^2 \right)^{1/2},$$

donde [Ec. (1.1-4)]

$$\rho^2 = f_x^2 + f_y^2.$$

Despejando ρ y aproximando el resultado obtenemos finalmente la siguiente relación :

$$\rho = \left(f_x^2 + f_y^2 \right)^{1/2}$$

$$= \left(\frac{2n}{\lambda d} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{n\lambda}{2d} \right)^{1/2}$$

$$\sim \left(\frac{2n}{\lambda d} \right)^{1/2},$$

(1.3-3)

que es la condición de Montgomery [Ec. (1.1-11)]. Del análisis anterior podemos concluir que la replicación del campo A a una distancia d será posible solamente si su espectro esta confinado a los círculos que se generan con los valores $n=0, 1, 2, \dots$ en la Ec. (1.3-3).

1.4 ACTUACION DE UNA PLACA ZONAL GENERALIZADA EN LA FORMACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES

En esta sección y las que le siguen, entenderemos por una placa zonal generalizada una placa cuya transmitancia de amplitud posee simetría radial y es una función periódica de r^2 , donde r es la distancia de un punto cualquiera de la placa a su centro de simetría. Además de explicar la razón por la cual las placas zonales generalizadas resultan útiles para formar imágenes autorreproducibles, la teoría que se desarrollará a continuación permite calcular la intensidad relativa de las imágenes como una función del perfil de transmitancia de amplitud de un anillo de la placa zonal (PZ). Este resultado lo utilizaremos para demostrar las ventajas que resultan de utilizar PZs con anillos de perfil Lorentziano en la formación de imágenes autorreproducibles.

Es sabido que una PZ es capaz de producir imágenes al igual que una lente o un espejo. Sin embargo, difiere de estos dos últimos elementos en dos aspectos básicos. Primero, la formación de imágenes se logra a costa de eliminar parte del frente de onda incidente, por lo que resultan poco eficientes como elementos ópticos. La segunda diferencia básica, que esta relacionada con la anterior, es que el frente de onda incidente da lugar a un número considerable de imágenes. Cuando el frente de onda es

plano , estas imágenes están localizadas de manera simétrica con respecto al plano de la PZ , por lo cual la mitad de ellas son virtuales .

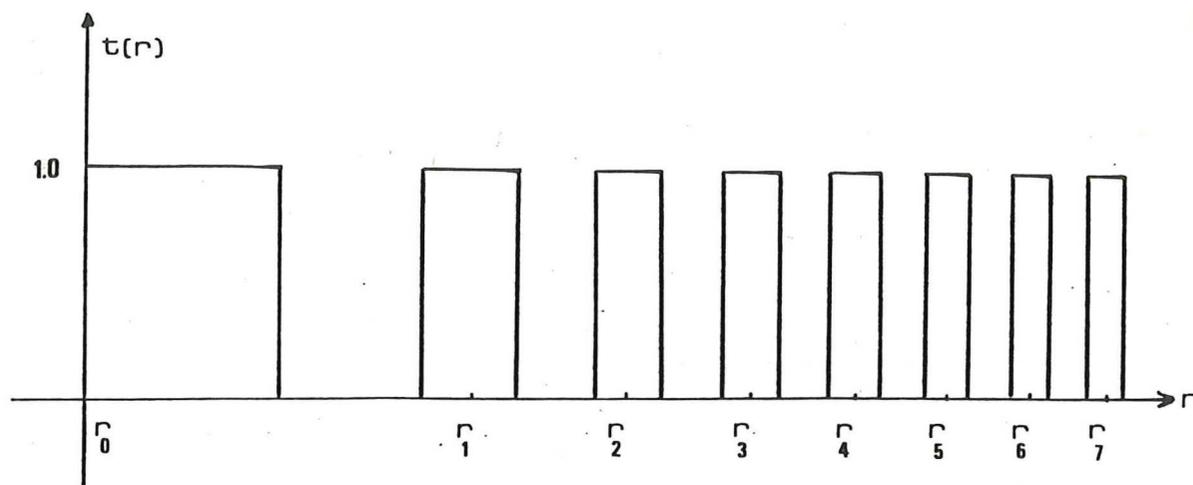


Fig. 5. Transmitancia de amplitud de una placa zonal de Fresnel como función de la coordenada radial r .

La Fig. 5 muestra la transmitancia de amplitud $t(r)$ de una PZ de Fresnel como función de la coordenada radial r ; nótese que al aumentar r el área de las secciones claras disminuye , pero no así el área de los anillos correspondientes , que es la misma para todos con excepción del primero . Sea A el área de uno de estos anillos . Entonces , con relación a la Fig. 5 , tenemos que

$$\pi r_1^2 = 2A ,$$

$$\pi r_2^2 = 4A ,$$

$$\vdots$$

$$\pi r_n^2 = n2A ,$$

por lo que

$$r_n^2 = n r_i^2. \quad (1.4-1)$$

Esta ecuación sugiere el siguiente cambio de variable

$$\gamma = \frac{r^2}{r_i^2},$$

de manera que la transmitancia de amplitud como función de γ , $\mathcal{T}(\gamma)$, es una función periódica con un período $T=1$ (Fig. 6).

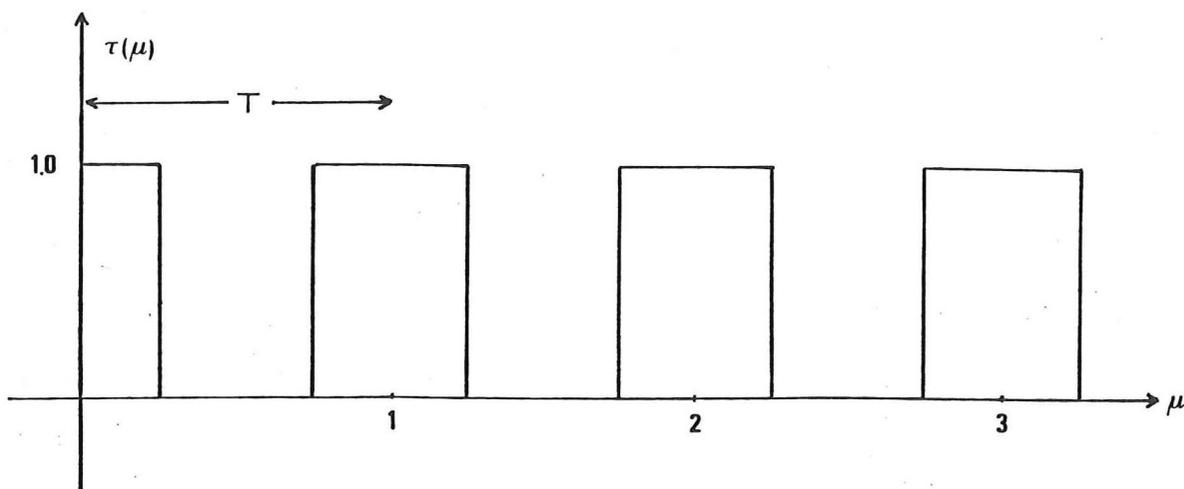


Fig. 6. Transmitancia de amplitud de una placa zonal de Fresnel como función de la variable μ .

Si bien es cierto que $\mathcal{T}(\gamma)$ está definida únicamente para valores positivos de γ , podemos representarla mediante una serie de Fourier compleja si suponemos que $\mathcal{T}(-\gamma) = \mathcal{T}(\gamma)$.

Una vez que acordamos esto , podemos escribir

$$T(y) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} C_m e^{i 2\pi \frac{m y}{T}}, \quad (1.4-2)$$

donde

$$C_m = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} T(y) e^{-i 2\pi \frac{m y}{T}} dy. \quad (1.4-3)$$

En el caso particular de una PZ de Fresnel , en el intervalo $-T/2 < y < T/2$,

$$T(y) = \begin{cases} 1 & |y| < \frac{T}{4} \\ 0 & |y| > \frac{T}{4} \end{cases}$$

Como $T=1$, sustituyendo la expresión anterior con este valor para T en la Ec. (1.4-3) tenemos que

$$C_m = \frac{1}{2} \frac{\text{sen}\left(\frac{\pi m}{2}\right)}{\frac{\pi m}{2}} = \frac{1}{2} \text{sinc}\left(\frac{m}{2}\right),$$

por lo que

$$T(y) = \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{m}{2}\right) e^{i 2\pi m y}$$

0

$$t(r) = \frac{1}{2} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \text{sinc}\left(\frac{m}{2}\right) e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r^2}{2m\lambda}}.$$

Imaginemos ahora que una onda plana de amplitud uno ilumina la PZ. De la ecuación anterior se puede apreciar fácilmente que el campo óptico después de la PZ está conformado por un conjunto de ondas esféricas convergentes y divergentes, que podemos caracterizar por el número m . La amplitud correspondiente a la onda m es

$$A_m = \text{sinc}\left(\frac{m}{2}\right), \quad (1.4-4)$$

mientras que su foco, el punto al que converge - o del cual diverge (según sea el caso), está localizado a una distancia

$$R_m = \frac{r_1^2}{2m\lambda}.$$

Los resultados anteriores se obtuvieron suponiendo que la PZ tenía una extensión infinita y que el perfil de los anillos era rectangular. Consideremos ahora el caso de una PZ de extensión finita, con anillos de perfil arbitrario.

Generalizando la Ec. (1.4-2) podemos escribir

$$T(\gamma) = \int_{-\infty}^{\infty} A(u) e^{i2\pi u \gamma} du.$$

Como $T(\gamma)$ es igual al campo óptico después de la PZ cuando ésta se ilumina con una onda plana de amplitud uno, de acuerdo con esta expresión podemos pensar este campo como la suma de un número infinito de ondas esféricas

$$e^{i \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r^2}{2R_u}},$$

cuyas amplitudes y distancias focales están dadas por

$$A(u) = \mathcal{F}\{T(\gamma)\} \quad (1.4-5)$$

y

$$R_u = \frac{r^2}{2u\lambda}, \quad (1.4-6)$$

donde el símbolo $\mathcal{F}\{\}$ denota transformación de Fourier.

Por otro lado, podemos escribir también

$$T(\gamma) = \left[\text{III}(\gamma) \otimes P(\gamma) \right] \square\left(\frac{\gamma}{2N+1}\right). \quad (1.4-7)$$

En esta expresión el símbolo \otimes significa convolución, $P(\gamma)$ es la transmitancia de amplitud de un anillo,

$$\text{III}(\gamma) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} \delta(\gamma - m)$$

y

$$\square\left(\frac{\gamma}{2N+1}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } |\gamma| < N + \frac{1}{2} \\ 0 & \text{si } |\gamma| > N + \frac{1}{2} \end{cases}$$

siendo δ la función impulso y N el número de anillos en la PZ. Combinando las Ecs. (1.4-7) y (1.4-5) y utilizando el teorema de la convolución obtenemos

$$\begin{aligned} A(u) &= (2N+1) \text{III}(u) \tilde{\mathcal{F}}\{P(\gamma)\} \otimes \text{sinc}(u(2N+1)) \\ &= (2N+1) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \tilde{P}(m) \text{sinc}[(2N+1)(u-m)], \end{aligned}$$

donde

$$\tilde{P}(u) = \tilde{\mathcal{F}}\{P(\gamma)\}.$$

De la expresión anterior para $A(u)$ se puede observar que las ondas de mayor amplitud son aquellas para las cuales $u = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. De acuerdo a la Ec. (1.4-6), éstas tienen sus focos a distancias

$$R_m = \frac{r_1^2}{2m\lambda}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (1.4-8)$$

y conforme N aumenta, su amplitud relativa se aproxima a $\tilde{P}(m)$, esto es

$$A_m = \tilde{P}(m). \quad (1.4-9)$$

De esta manera, podemos concluir que una PZ generalizada que posea un número razonable de anillos da lugar a una serie de focos cuya posición y amplitud relativa están dadas por las Ecs. (1.4-8) y (1.4-9), respectivamente.

Una PZ de particular interés es aquella que consiste de anillos con perfil lorentziano. En este caso

$$P(\gamma) = \frac{\frac{2\pi}{\Phi}}{\left(\frac{\pi}{\Phi}\right)^2 + (2\pi\gamma)^2}$$

$$A_m = \tilde{P}\{P(\gamma)\} = e^{-\frac{\pi}{\Phi}|m|},$$

donde Φ es un parámetro que gobierna la anchura de los anillos (Fig. 7). A diferencia de una PZ de Fresnel [Ec. (1.4-4)], esta PZ genera imágenes cuyas amplitudes

decaen gradualmente al incrementarse m (Fig. 7). Lo que es más , la constante de decaimiento esta ligada directamente a la anchura de los anillos , de manera que al reducirse ésta , se observará un mayor número de imágenes , y las amplitudes de las imágenes vecinas serán bastante similares . En lo futuro , denominaremos a este tipo de placas PZs F-P , ya que el perfil de un anillo monocromático en un patrón de anillos de interferencia Fabry-Perot es precisamente Lorentziano (Apendice I) .

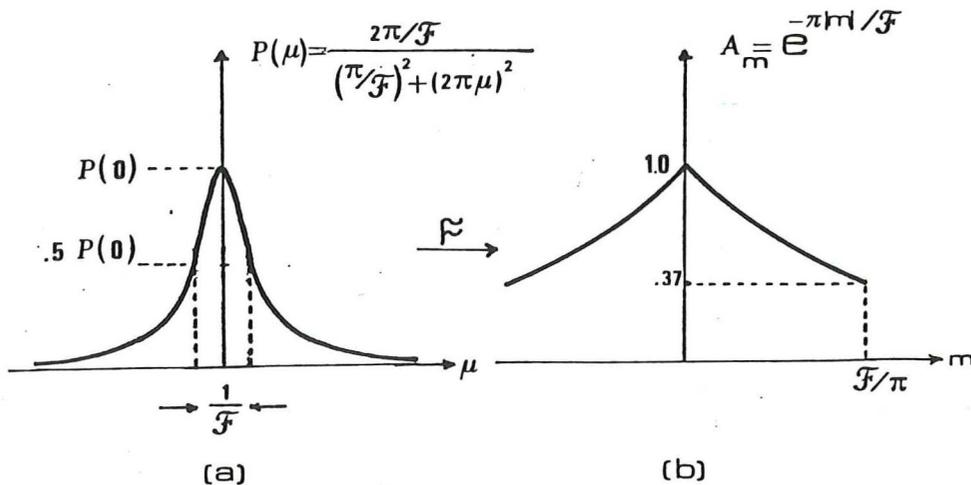


Fig. 7. (a) Perfil Lorentziano . (b) Amplitud relativa de las imágenes generadas por una PZ con anillos de perfil Lorentziano .

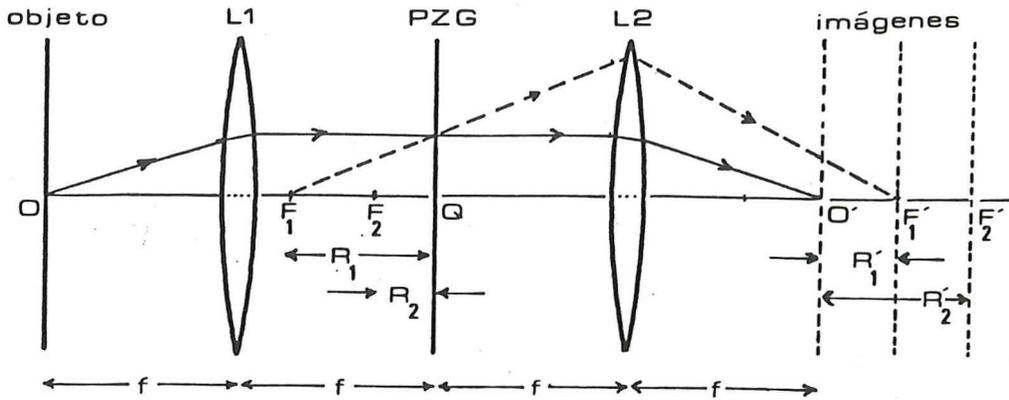


Fig. 8. Formación de imágenes autorreproducibles.

Consideremos ahora el sistema óptico que se muestra en la Fig. 8, que consiste de dos lentes idénticas L_1 y L_2 , separadas por una distancia igual a dos veces su distancia focal f . Imaginemos ahora que colocamos una PZG en el punto Q , equidistante de L_1 y L_2 , y un objeto en el plano focal anterior de L_1 . Resulta claro entonces que la luz que proviene del punto axial O del objeto dará lugar a una serie de imágenes puntuales F_1, F_2, \dots etc. una vez que atraviesa la PZG, y que estas imágenes, a su vez, serán mapeadas a los puntos F'_1, F'_2, \dots por la lente L_2 . Sea R_m la distancia de Q a la imagen F_m , y R'_m la distancia de O' a

Fm. De la ecuación de distancias conjugadas de Newton tenemos que

$$R_m R'_m = f^2.$$

Como [Ec. (1.4-6)]

$$R_m = \frac{r_1^2}{2m\lambda}, \quad m = 1, 2, \dots \quad (1.4-10)$$

se sigue que

$$R'_m = md, \quad m = 1, 2, \dots$$

donde

$$d = \frac{2\lambda f^2}{r_1^2}. \quad (1.4-11)$$

En otras palabras, las imágenes F'_1, F'_2, \dots se encuentran regularmente espaciadas, y su distancia a O' , la imagen de O , es un múltiplo de d . En el futuro llamaremos a O' la imagen cero, y a $F'_1, F'_1, F'_2, F'_2, \dots$ las imágenes $1, -1, 2, -2, \dots$ etc.

La discusión anterior puede ser extrapolada a otros puntos del objeto, de manera que, en base a argumentos puramente geométricos, podríamos demostrar la existencia de imágenes periódicas para el caso de objetos extendidos.

Esto nos llevaría a concluir que el fenómeno se observaría también en luz incoherente ; esto es , que , a diferencia del arreglo de Indebetouw , el sistema óptico representado en la Fig. 8 sería capaz de generar imágenes periódicas , aún cuando el objeto fuese iluminado por una fuente extendida de luz cuasi-monocromática .

Cuando discutimos el arreglo de Indebetouw encontramos que la distancia d entre dos imágenes autorreproducibles consecutivas era igual a dos veces la separación entre los espejos del interferómetro . Utilizando una PZG , de las Ecs. (1.4-10) y (1.4-11) , podemos ver que

$$d = \left(\frac{f}{R_1} \right) f ,$$

donde f y R_1 son , respectivamente , las distancias focales de la lente L_2 y la PZ . Conviene añadir que

$$R_1 = \frac{r_1^2}{2\lambda} ,$$

siendo r_1 el radio del primer anillo claro de la PZ (Fig. 5) .

CAPITULO 2 ESTRUCTURA DE LAS IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES
GENERADAS POR MEDIO DE PLACAS ZONALES
FABRY-PEROT

Las características mas importantes de un sistema óptico se pueden derivar a través de su respuesta al impulso , o función de punto extendido (FPE) , y de su función de transferencia óptica (FTO) , que nos proporciona su comportamiento frecuencial . En este capítulo derivaremos expresiones para calcular la FPE , la distribución de intensidad a lo largo del eje óptico , y la FTO para el sistema óptico mostrado en la Fig. 8 del capítulo anterior . El apéndice II contiene los listados de los programas de computación que utilizamos para realizar estos cálculos .

2.1 DIFRACCION DE FRESNEL EN EL CASO DE UNA PUPILA CON SIMETRIA CIRCULAR

Ya que la pupila del sistema óptico de la Fig. 8 posee simetría circular, nos conviene escribir la ecuación de difracción en coordenadas polares. Para ello supongamos que la pupila de salida del sistema esta localizada en el plano de la PZO. En coordenadas rectangulares, la amplitud del campo difractado a una distancia z , $U(x_i, y_i)$, esta relacionado con la amplitud del campo en la pupila, $U(x, y)$, a través de la ecuación

$$U(x_i, y_i) = e^{ikz} \frac{e^{ik \frac{(x_i^2 + y_i^2)}{2z}}}{i\lambda z} \iint_{-\infty}^{\infty} U(x, y) e^{ik \frac{(x^2 + y^2)}{2z}} e^{-ik \frac{(x_i x + y_i y)}{z}} dx dy,$$

donde $k=2\pi/\lambda$. Apliquemos ahora los siguientes cambios de variable:

$$x = r \cos \Theta$$

$$x_i = r_i \cos \varphi$$

$$y = r \operatorname{sen} \Theta$$

$$y_i = r_i \operatorname{sen} \varphi$$

La ecuación de difracción se puede re-escribir entonces como

$$U(r_1) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{ik \frac{r_1^2}{2z}} \int_0^\infty \left\{ \int_0^{2\pi} e^{-ik \frac{r r_1}{z} \cos(\theta - \phi)} d\theta \right\} U(r) e^{ik \frac{r^2}{2z}} r dr.$$

La integración en θ se puede realizar utilizando la representación integral de las funciones Bessel :

$$J_n(x) = \frac{i^{-n}}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{ix \cos \theta} e^{in\theta} d\theta.$$

Con $n=0$ y $x = -2\pi r \left(\frac{r_1}{\lambda z} \right)$ obtenemos finalmente la expresión usual para el campo difractado en coordenadas polares :

$$U(r_1) = \frac{e^{ikz}}{i\lambda z} e^{ik \frac{r_1^2}{2z}} 2\pi \int_0^\infty U(r) e^{ik \frac{r^2}{2z}} J_0 \left(2\pi r \frac{r_1}{\lambda z} \right) r dr. \quad (2.1-1)$$

2.2 FUNCION DE PUNTO EXTENDIDO

La generación de varias imágenes a partir de un sólo objeto significa que existe una función de punto extendido para cada imagen. A continuación derivaremos una expresión que nos permitirá calcularlas, suponiendo que el perfil de los anillos de la PZ es Lorentziano.

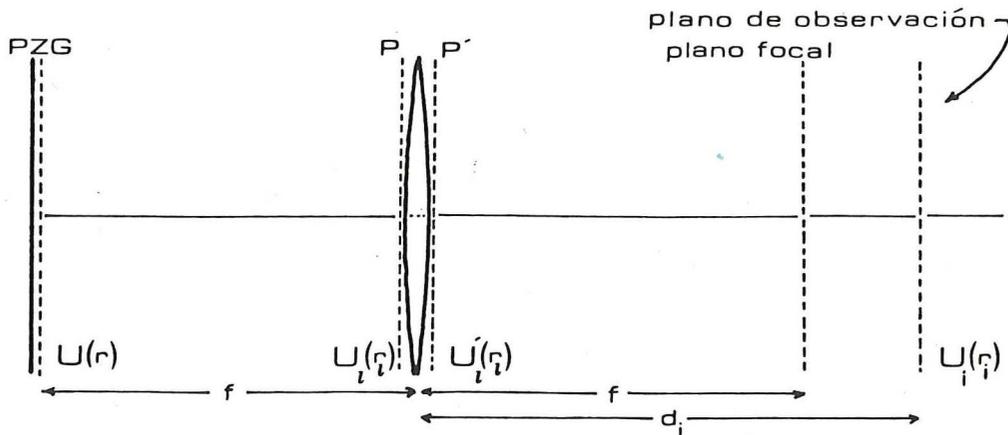


Fig. 9. Notación utilizada para encontrar la FPE del sistema óptico representado en la Fig. 8 del capítulo anterior.

U , U_l , U'_l y U_i representan las amplitudes del campo óptico en los planos de la PZ, anterior y posterior a la lente, y de observación, respectivamente.

Sea $U(r)$ la amplitud del campo óptico transmitido por la PZ y $U_l(r_l)$ el campo óptico sobre el plano P, en contacto con la cara anterior de la lente (Fig. 9). De la

discusión de la sección anterior sabemos que las amplitudes de estos campos están relacionadas a través de la ecuación

$$U_l(r_l) = \frac{e^{ikf}}{i\lambda f} e^{ik\frac{r_l^2}{2f}} 2\pi \int_0^\infty U(r) e^{ik\frac{r^2}{2f}} J_0\left(2\pi r \frac{r_l}{\lambda f}\right) r dr.$$

Por otro lado, si $U'_l(r_l)$ es el campo sobre el plano posterior P' , excepto por un factor de fase constante,

$$U'_l(r_l) = e^{-ik\frac{r_l^2}{2f}} U_l(r_l),$$

de manera que

$$U'_l(r_l) = K_f 2\pi \int_0^\infty U(r) e^{ik\frac{r^2}{2f}} J_0\left(2\pi r \frac{r_l}{\lambda f}\right) r dr,$$

donde

$$K_f = \frac{e^{ikf}}{i\lambda f}. \quad (2.2-1)$$

Finalmente, utilizando de nuevo la Ec. (2.1-1) podemos escribir la amplitud del campo en el plano de observación,

$U_i(r_i)$, como

$$\begin{aligned}
 U_i(r_i) &= K_i e^{ik \frac{r_i^2}{2d_i}} 2\pi \int_0^\infty U'_l(r_l) e^{ik \frac{r_l^2}{2d_i}} J_0\left(2\pi r_l \frac{r_i}{\lambda d_i}\right) r_l dr_l \\
 &= K_i K_f e^{ik \frac{r_i^2}{2d_i}} (2\pi)^2 \int_0^\infty \left\{ \int_0^\infty e^{ik \frac{r_l^2}{2d_i}} J_0\left(k \frac{r_l}{f}\right) J_0\left(k \frac{r_i}{d_i} r_l\right) r_l dr_l \right\} U(r) e^{ik \frac{r^2}{2f}} r dr,
 \end{aligned}$$

donde (Fig. 9)

$$d_i = f + md \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (2.2-2)$$

y

$$K_i = \frac{e^{ikd_i}}{i\lambda d_i} \quad (2.2-3)$$

La última expresión de $U_i(r_i)$ puede ser simplificada resolviendo la integral en r . Para ello usaremos los siguientes resultados (Gradshteyn y Ryzhik , 1980) :

$$\int_0^\infty x \operatorname{sen}(ax^2) J_\nu(bx) J_\nu(cx) dx = \frac{1}{2a} \cos\left(\frac{b^2+c^2}{4a} - \nu \frac{\pi}{2}\right) J_\nu\left(\frac{bc}{2a}\right) \quad (2.2-4)$$

$$\int_0^{\infty} x \cos(ax^2) J_{\nu}(bx) J_{\nu}(cx) dx = \frac{1}{2a} \operatorname{sen}\left(\frac{b^2+c^2}{4a} - \nu \frac{\pi}{2}\right) J_{\nu}\left(\frac{bc}{2a}\right) \quad (2.2-5)$$

Si $a > 0$, $b > 0$, $c > 0$ y $\operatorname{Re} \nu > -2$

Multiplicando la Ec. (2.2-4) por i y sumando la nueva ecuación a la Ec. (2.2-5) obtenemos

$$\int_0^{\infty} x e^{iax^2} J_{\nu}(bx) J_{\nu}(cx) dx = \frac{i}{2a} e^{-i\left(\frac{b^2+c^2}{4a} - \nu \frac{\pi}{2}\right)} J_{\nu}\left(\frac{bc}{2a}\right).$$

Con

$$\nu = 0,$$

$$a = \frac{k}{2d_i},$$

$$b = k \frac{r}{f},$$

$$c = k \frac{r_i}{d_i},$$

tenemos que

$$\frac{b^2+c^2}{4a} = kd_i \frac{r^2}{2f^2} + k \frac{r_i^2}{2d_i},$$

$$\frac{bc}{2a} = 2\pi r \frac{r_i}{\lambda f},$$

y por tanto

$$\int_0^{\infty} e^{ik \frac{r_i^2}{2d_i}} J_0\left(k \frac{r}{f} r_i\right) J_0\left(k \frac{r_i}{d_i} r_i\right) r_i dr_i = \frac{id_i}{k} e^{-ikd_i \frac{r^2}{2f^2}} e^{-ik \frac{r_i^2}{2d_i}} J_0\left(2\pi r \frac{r_i}{\lambda f}\right).$$

De aquí que

$$U_i(r_i) = K_i K_f \frac{id_i}{k} (2\pi)^2 \int_0^{\infty} U(r) e^{ik \frac{r^2}{2f}} J_0\left(2\pi \frac{r_i}{\lambda f} r\right) r dr.$$

Por último, substituyendo las expresiones para d_i , K_i y K_f [Ecs. (2.2-2), (2.2-3) y (2.2-1)], obtenemos una expresión más familiar para la amplitud del campo en el plano de observación :

$$U_i(r_i, m) = \frac{e^{ik(2f+md)}}{i\lambda f} 2\pi \int_0^{\infty} U(r) e^{-ikmd \frac{r^2}{2f^2}} J_0\left(2\pi \frac{r_i}{\lambda f} r\right) r dr. \quad (2.2-6)$$

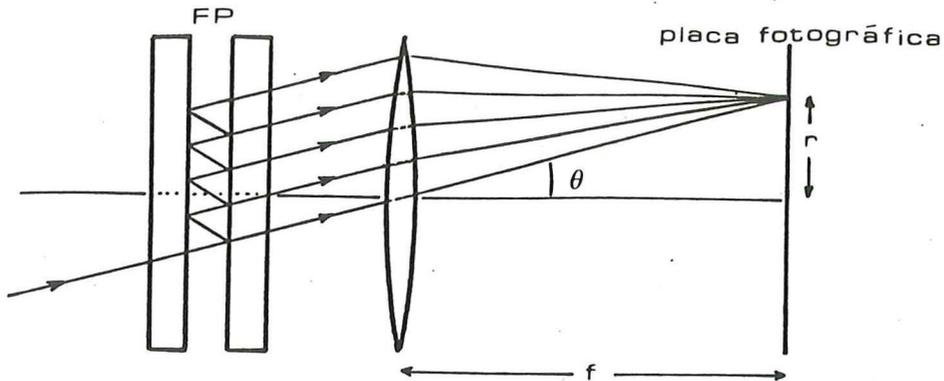


Fig. 10. Grabación de una PZ F-P .

Hasta ahora no hemos especificado la forma de la función de pupila $U(r)$. Consideremos el caso de una PZ Fabry-Perot . Entonces

$$U(r) = \begin{cases} G(\delta) = \frac{1}{1 + F \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2}} & \text{si } r \leq a \\ 0 & \text{si } r > a \end{cases} \quad (2.2-7)$$

donde a es el radio de la pupila . Si la PZ se obtuvo grabando un patrón de anillos de interferencia en una placa fotográfica (Fig. 10)

$$F = \left(\frac{2\Phi}{\pi} \right)$$

y

$$\delta = \frac{4\pi h}{\lambda} \cos \theta',$$

siendo \mathcal{F} la fineza de los anillos , h la separación entre los espejos del interferómetro y λ la longitud de onda de la luz que utilizamos . Por otro lado , de la Fig. 10 podemos ver que

$$\cos \theta' \sim 1 - \frac{1}{2} \theta'^2 \sim 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{f^2} .$$

De manera que si h es un múltiplo de λ , en la Ec. (2.2-7) podemos tomar

$$\mathcal{J} = \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{r^2}{2f^2} , \quad (2.2-8)$$

siendo $d=2h$ la separación entre imágenes adyacentes a que da lugar la PZ (Secc. 1.2) .

De la Ec. (2.2-8) se sigue que

$$\frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}_a} = \frac{r^2}{a^2} .$$

De aquí que , utilizando éste y los resultados anteriores , si omitimos un factor constante y definimos

$$\zeta_i = \frac{r_i}{\frac{\lambda f}{2a}} ,$$

podemos re-escribir la expresión para $U_i(r)$ [Ec. (2.2-6)] como

$$U_i(\zeta_i, m) = \int_0^{d_a} G(\sigma) e^{-im\sigma} J_0(\pi \zeta_i \sqrt{\frac{\sigma}{d_a}}) d\sigma \quad (2.2-9)$$

Supongamos ahora que la función $G(\sigma)$ es muestreada a intervalos regulares, de manera que

$$G_M(\sigma) = G(\sigma) \sum_{q=0}^p \delta(\sigma - \frac{q}{p} d_a),$$

siendo la función δ la función de impulso. Sustituyendo

$G_M(\sigma)$ por $G(\sigma)$ en la Ec. (2.2-9) obtenemos

$$U_i(\zeta_i, m) \sim \sum_{q=0}^p \frac{e^{-im\sigma_q}}{1 + F \lambda \pi^2 \frac{\sigma_q}{2}} J_0(\pi \zeta_i \sqrt{\frac{q}{p}}), \quad (2.2-10)$$

con

$$\sigma_q = \frac{q}{p} d_a$$

y

$$d_a = \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{d^2}{2f^2}.$$

Esta aproximación equivale a calcular la integral de la Ec. (2.2-9) utilizando la regla del punto medio (Burden y Fairies, 1981). El resultado será mejor, desde luego, cuanto mayor sea el valor de Q . En cualquier caso, sin

embargo , Q tendrá que ser mayor que el número de anillos N de la PZ . Es decir :

$$Q > N = \frac{\sigma_a}{2\pi} = \frac{d a^2}{2\lambda f^2}$$

Finalmente , una vez que conocemos U_i , la intensidad normalizada de la FPE se puede obtener a través de la siguiente ecuación :

$$I(\zeta_i, m) = \frac{\left[\operatorname{Re}\{U_i(\zeta_i, m)\} \right]^2 + \left[\operatorname{Im}\{U(\zeta_i, m)\} \right]^2}{\left[\operatorname{Re}\{U_i(0, m)\} \right]^2 + \left[\operatorname{Im}\{U(0, m)\} \right]^2} \quad (2.2-11)$$

Las Figs. 11 , 12 y 13 muestran gráficas de la intensidad de la FPE para las imágenes $m = 0$ a $m = 7$. Las gráficas de la Fig. 11 corresponden a una PZ con 10 anillos de fineza 5 . En las gráficas de la Fig. 12 se incrementó el número de anillos a 30 , manteniendo la fineza en 5 , mientras que en las gráficas de la Fig. 13 se incrementó la fineza a 7 , preservando el número de anillos original ($N = 10$) . El efecto que producen estos cambios es parecido , según se puede ver . En ambos casos se consigue una semejanza mayor entre las FPE , lo que significa un deterioro menor en la calidad de la imagen al pasar de una a

otra imagen en orden ascendente de m .

Si exploramos la FPE en un rango mayor de ζ_i , encontramos que su estructura no es tan simple como parecen indicar las gráficas anteriores . Circundando al máximo central existen numerosos anillos , cuya intensidad relativa depende del número de imagen y de la fineza de los anillos de la PZ . Esto podemos apreciarlo en la Fig. 14 , en que se muestra una extensión de la gráfica correspondiente a la imagen $m = 7$ en la Fig. 11 .

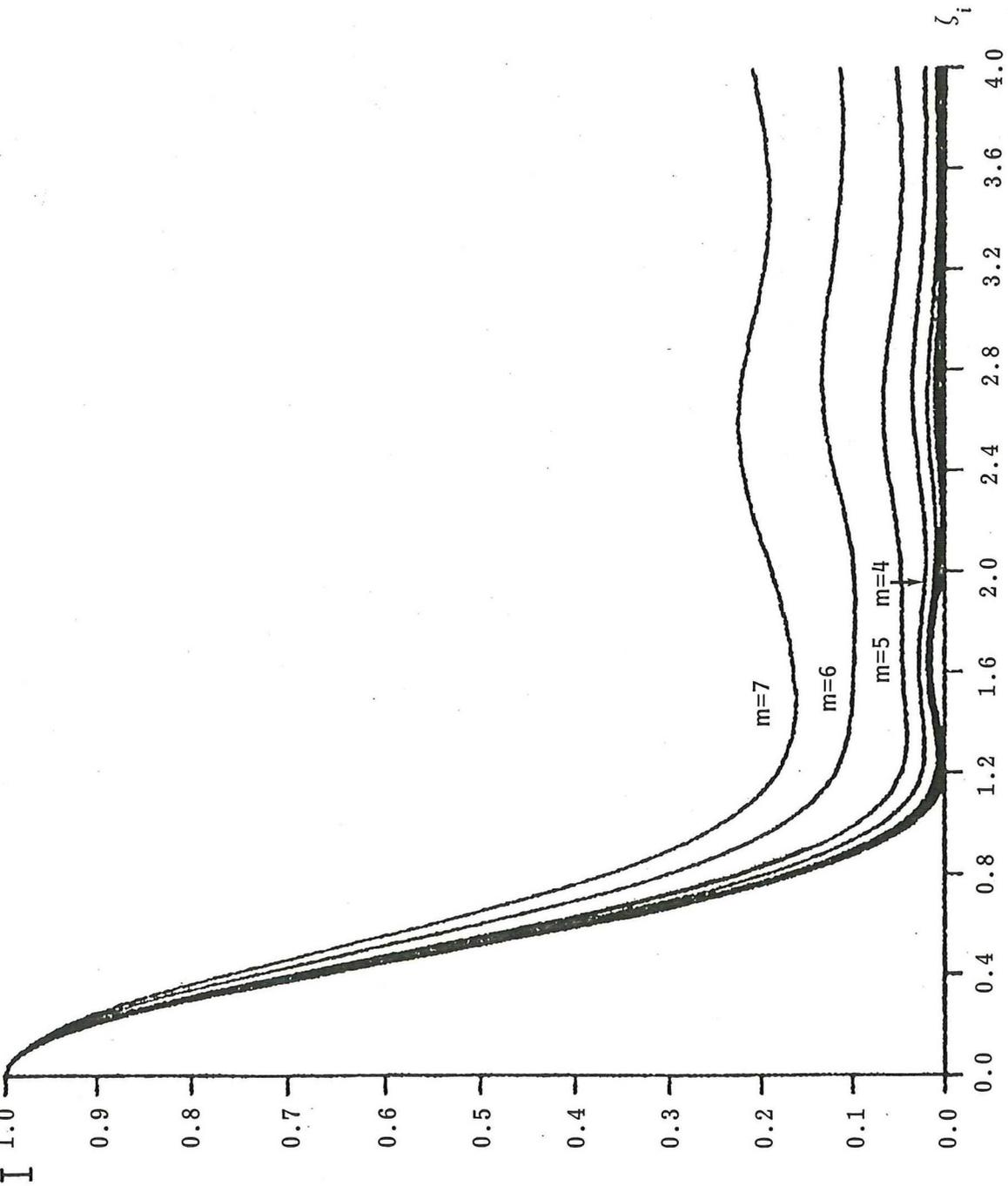


Fig. 11. Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m = 0$ a $m = 7$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 5.

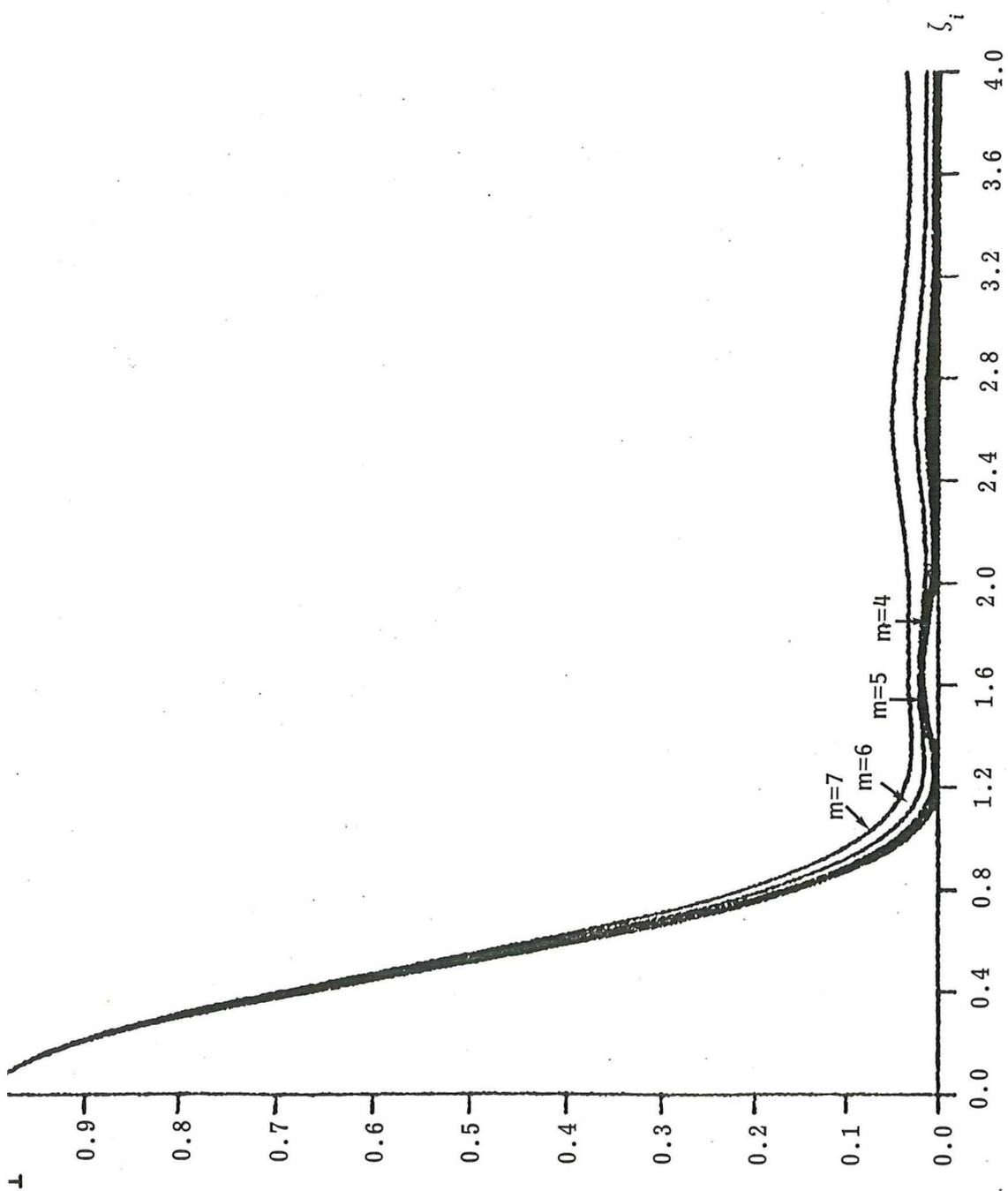


Fig. 12. Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m = 0$ a $m = 7$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 30 anillos de fineza 5.

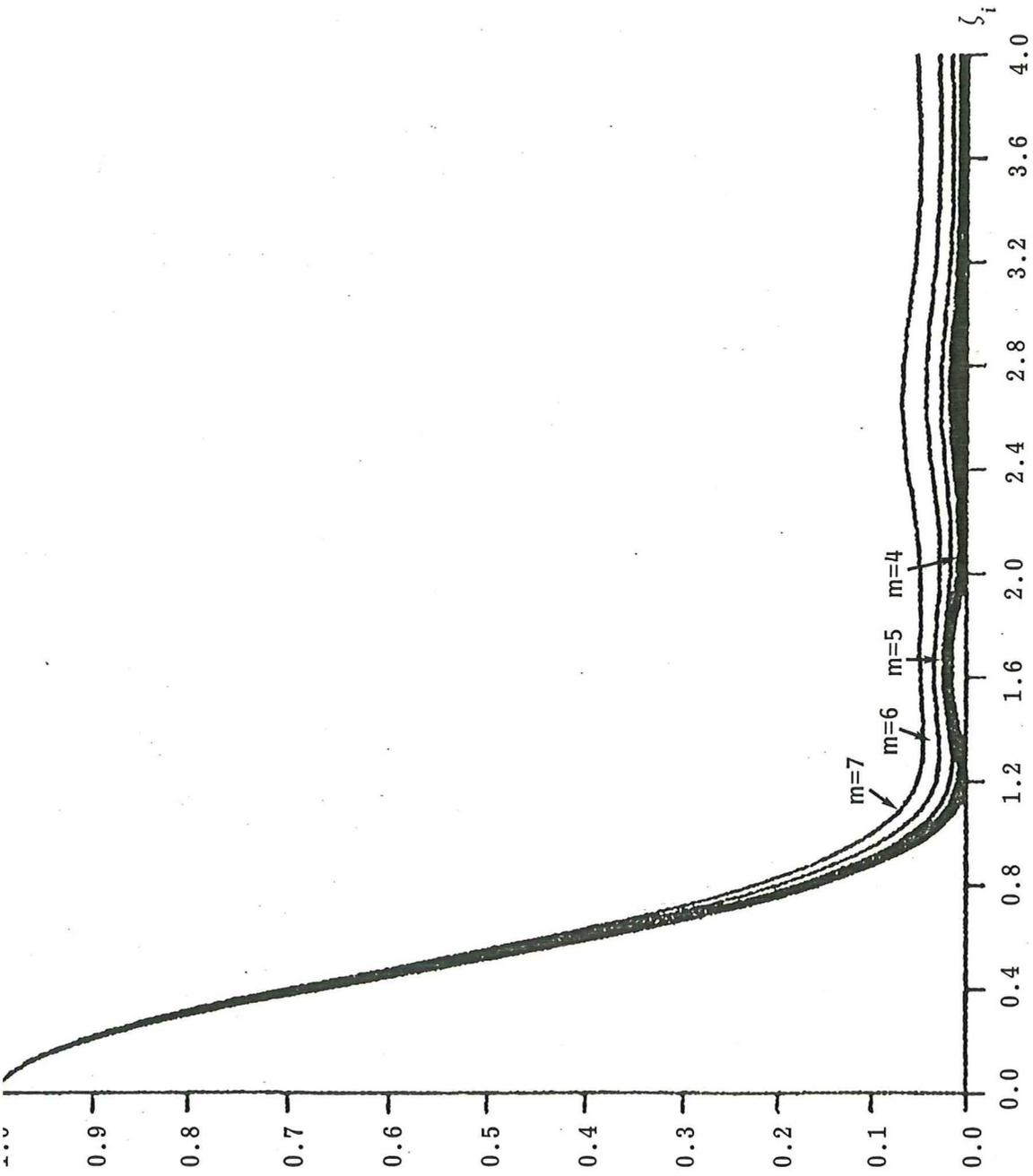


Fig. 13. Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m = 0$ a $m = 7$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 7.

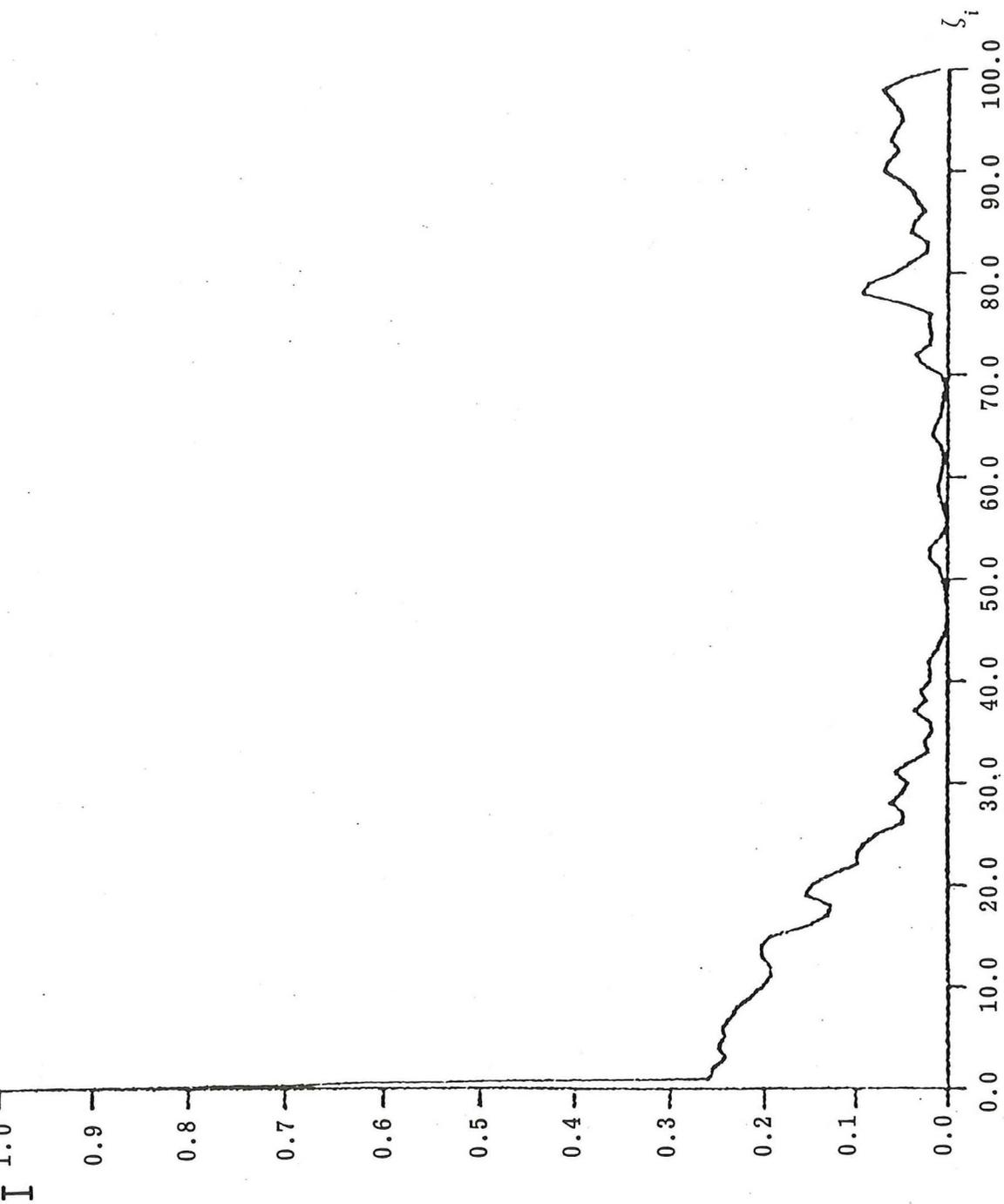


Fig. 14. Intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente a la imagen autorreproducible $m = 7$ de la Fig. 11, graficada sobre un rango mucho mayor de la variable ζ_i .

2.3 DISTRIBUCION DE INTENSIDAD A LA LARGO DEL EJE OPTICO

Para puntos sobre el eje óptico $\zeta_i = 0$ y por tanto la Ec. (2.2-9) se reduce a

$$U_i(0, m) = \int_0^{f_a} G(\sigma) e^{-im\sigma} d\sigma.$$

Resolviendo esta integral llegaríamos a resultados similares a los que obtuvimos en la sección 1.4. Para propósitos de cómputo, sin embargo, podemos aprovechar los resultados que derivamos en la sección anterior. Si normalizamos la intensidad a lo largo del eje óptico con respecto a la intensidad en $m=0$, de la Ec. (2.2-11) tenemos que

$$I(0, m) = \frac{[\operatorname{Re}\{U_i(0, m)\}]^2 + [\operatorname{Im}\{U_i(0, m)\}]^2}{[\operatorname{Re}\{U_i(0, 0)\}]^2 + [\operatorname{Im}\{U_i(0, 0)\}]^2},$$

o utilizando la Ec. (2.2-10)

$$I(m) = \frac{\left[\sum_{q=0}^{\infty} \frac{\cos m\delta_q}{1 + \left(\frac{2F}{\pi} \sin \frac{\delta_q}{2}\right)^2} \right]^2 + \left[\sum_{q=0}^{\infty} \frac{\sin m\delta_q}{1 + \left(\frac{2F}{\pi} \sin \frac{\delta_q}{2}\right)^2} \right]^2}{\left[\sum_{q=0}^{\infty} \frac{1}{1 + \left(\frac{2F}{\pi} \sin \frac{\delta_q}{2}\right)^2} \right]^2} \quad (2.3-1)$$

Las gráficas de las Figs. 15 y 16 muestran la intensidad del campo a lo largo del eje óptico cuando se emplea una PZ con 10 anillos , en la Fig. 15 de fineza 15 , y en la Fig. 16 de fineza 5 . Se puede apreciar en ellas el decaimiento paulatino de los máximos que se ajusta aproximadamente a la ecuación (Secc. 1.4)

$$I(m) = e^{-\frac{2\pi}{\Phi} m}, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

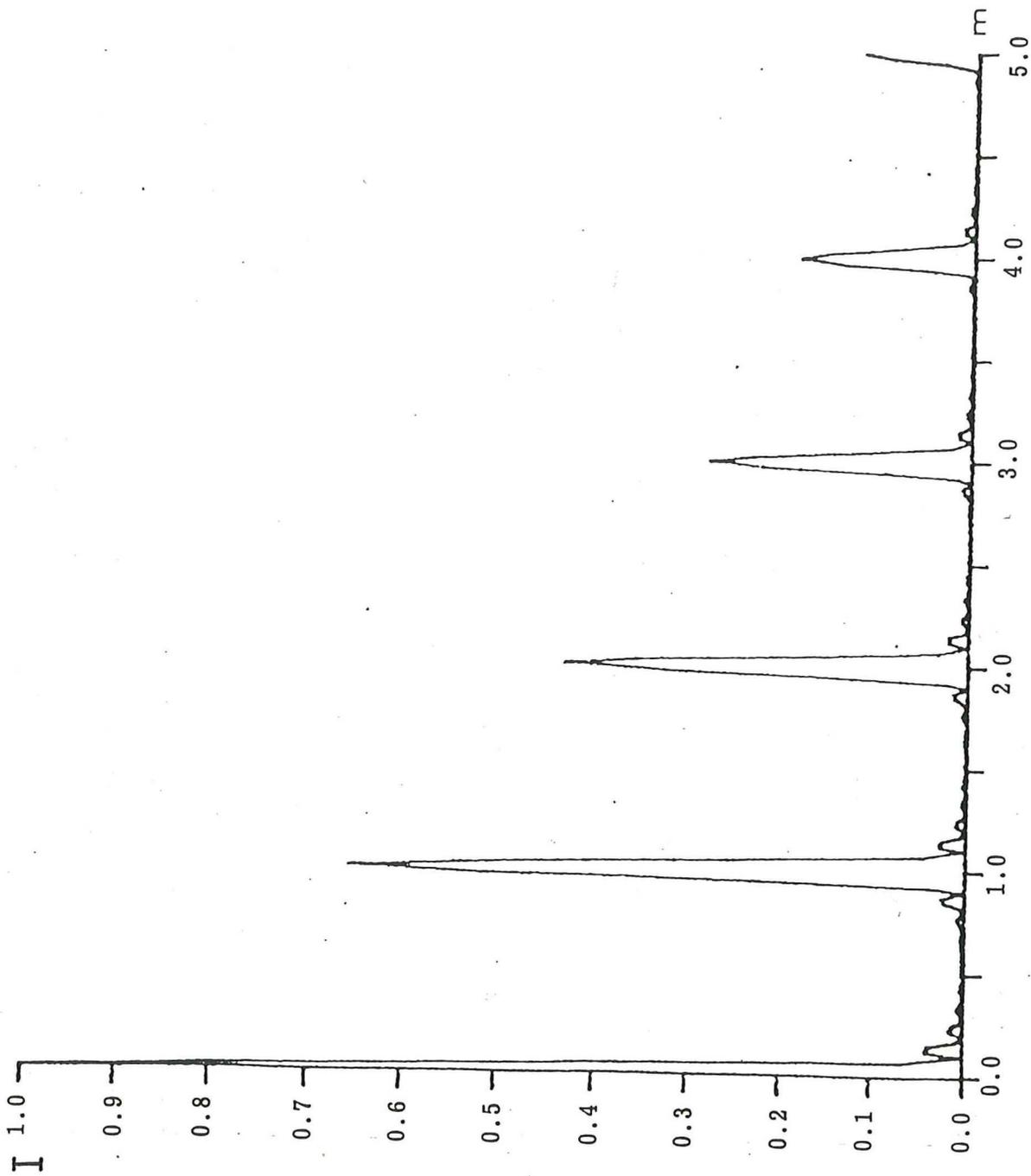


Fig. 15. Distribución de intensidad a lo largo del eje óptico del sistema que genera las imágenes autorreproducibles, cuando en éste se inserta una placa zonal Fabry-Perot con 10 anillos de fineza 15.

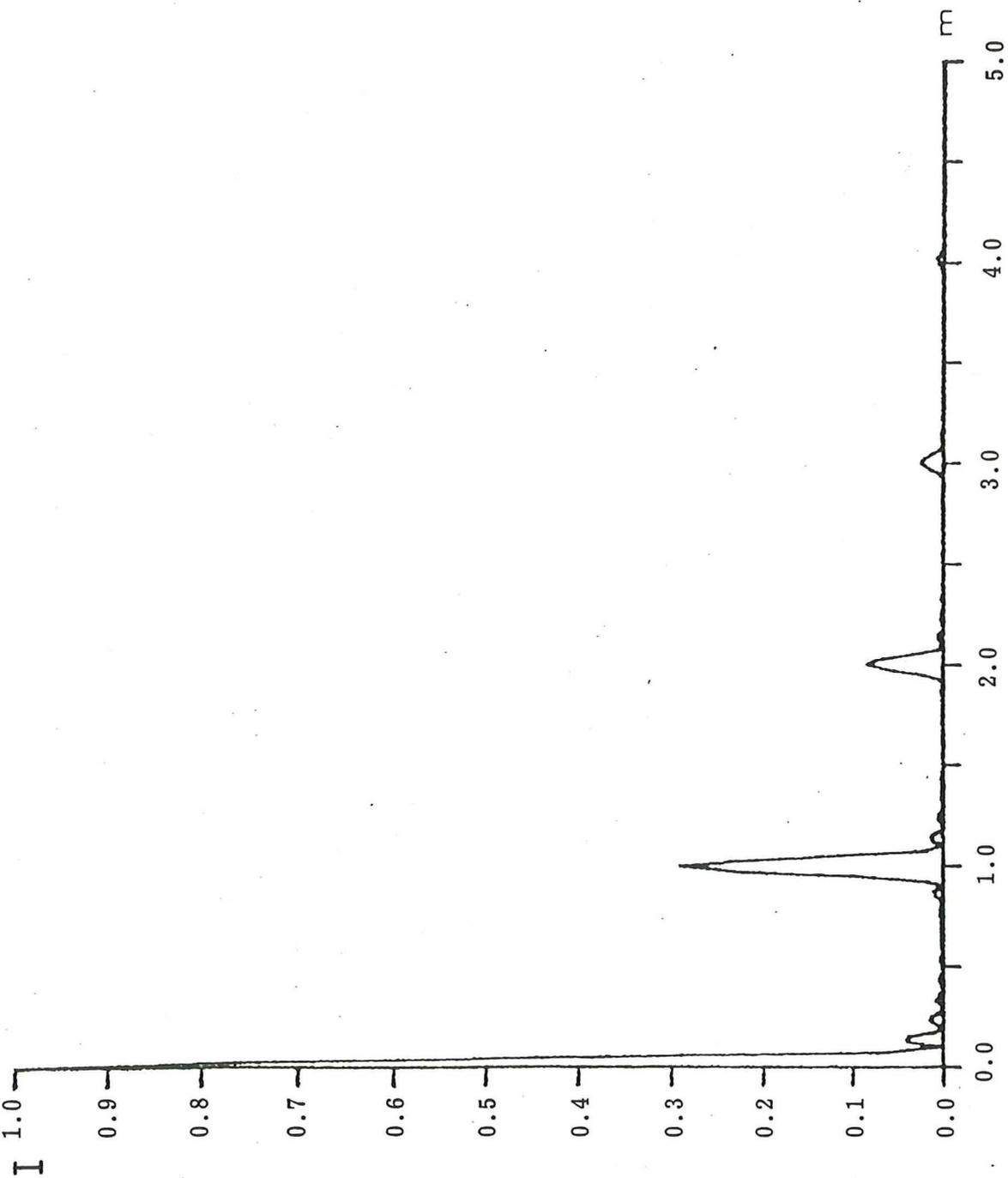


Fig. 16. Distribución de intensidad a lo largo del eje óptico del sistema que genera las imágenes autorreproducibles, cuando en éste se inserta una placa zonal Fabry-Pérot con 10 anillos de finesa 5.

2.4 FUNCION DE TRANSFERENCIA OPTICA

Una vez analizada la FPE del sistema óptico que genera las imágenes autorreproducibles (Fig. 8) , pasaremos ahora a discutir su función de transferencia . Como es sabido , la FTO nos permite conocer de una manera indirecta el comportamiento de un sistema óptico . En el lenguaje de la óptica de Fourier , tanto el objeto como la imagen poseen un espectro espacial . Si el objeto es iluminado incoherentemente , su espectro es la transformada de Fourier de la distribución de intensidad que observamos en él . Lo mismo sucede con la imagen , Únicamente que su espectro depende , obviamente , de las características del sistema óptico con que fue formada . La FTO resume precisamente estas características , de manera que el espectro de la imagen se obtiene al multiplicar esta función por el espectro del objeto .

En el caso de iluminación incoherente , la FTO se puede obtener como

- i) La transformada de Fourier de la intensidad de la FPE

ii) La autocorrelación de la función de pupila .

En ambos casos la operación se realiza por lo general numéricamente .

En la práctica , el primero de los dos métodos es el más utilizado . Para que resulte conveniente , sin embargo , se requiere que la FPE pueda ser representada por un número razonable de muestras ; si ésta tiene oscilaciones de amplitud apreciable en un intervalo relativamente grande (Fig. 14) , resulta más confiable y eficiente el segundo método .

Sea $P(x,y)$ la función de pupila del sistema y $H(u,v)$ su función de transferencia óptica sin normalizar . Entonces

$$H(u,v) = \iint_{-\infty}^{\infty} P(x,y) P^*(x+\lambda fu, y+\lambda fv) dx dy, \quad (2.4-1)$$

donde λ es la longitud de onda empleada para iluminar el objeto y f la distancia focal de la lente L2 en la Fig. 8 .

Para nuestros propósitos , conviene escribir la Ec. (2.4-1) en coordenadas polares . Como ésta tiene la forma

$$H(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} P(\xi', \eta') P^*(\xi' + \xi, \eta' + \eta) d\xi' d\eta', \quad (2.4-2)$$

las ecuaciones de transformación apropiadas son :

$$\begin{aligned} \xi &= r \cos \varphi & \xi' &= r' \cos \varphi' \\ \eta &= r \operatorname{sen} \varphi & \eta' &= r' \operatorname{sen} \varphi'. \end{aligned} \quad (2.4-3)$$

Por tanto

$$H(r) = \int_0^{\infty} \int_0^{2\pi} P(r') P^*(R) r' dr' d\theta,$$

donde

$$\begin{aligned} R^2 &= (\xi' + \xi)^2 + (\eta' + \eta)^2 \\ &= r'^2 + r^2 + 2rr' \cos \theta, \end{aligned} \quad (2.4-4)$$

siendo

$$\theta = \varphi' - \varphi.$$

Combinando las Ecs. (2.4-4) y (2.2-8) obtenemos

$$\Delta = \delta^r + \delta + 2\sqrt{\delta^r} \sqrt{\delta} \cos \theta, \quad (2.4-5)$$

donde

$$\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{R^2}{2f^2} d.$$

De manera que , excepto por un factor constante ,

$$\begin{aligned} H(\delta) &= \int_0^{\infty} P(\delta') \left\{ \int_0^{2\pi} P^*(\Delta) d\theta \right\} d\delta' & (2.4-6) \\ &= \int_0^{\infty} P(\delta') L(\delta', \delta) d\delta', \end{aligned}$$

siendo

$$L(\delta', \delta) = \int_0^{2\pi} P^*(\Delta) d\theta.$$

En nuestro caso ,

$$P(\delta') = G(\delta') e^{-im\delta'} \operatorname{circ}\left(\frac{\delta'}{\delta_a}\right). \quad (2.4-7)$$

La función $G(\delta')$ fue definida en la sección anterior como [Ec. (2.2-7)]

$$G(\delta') = \frac{1}{1 + F \operatorname{sen}^2 \frac{\delta'}{2}}.$$

Por otro lado ,

$$\operatorname{circ}\left(\frac{\delta'}{\delta_a}\right) = \begin{cases} 1 & \text{si } \delta' \leq \delta_a \\ 0 & \text{si } \delta' > \delta_a \end{cases}$$

donde [Ec. (2.2-8)]

$$\delta_a = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{a^2}{2f^2} d,$$

siendo a el radio de la pupila .

Substituyendo la expresión para la función $P(\delta')$ [Ec. (2.4-7)] en la Ec. (2.4-6) tenemos que

$$H(\delta) = \int_0^{\delta_a} G(\delta') e^{-im\delta'} L(\delta', \delta) d\delta',$$

donde

$$L(\delta', \delta) = \int_0^{2\pi} G^*(\Delta) e^{im\Delta} \text{circ}\left(\frac{\Delta}{\delta_a}\right) d\theta.$$

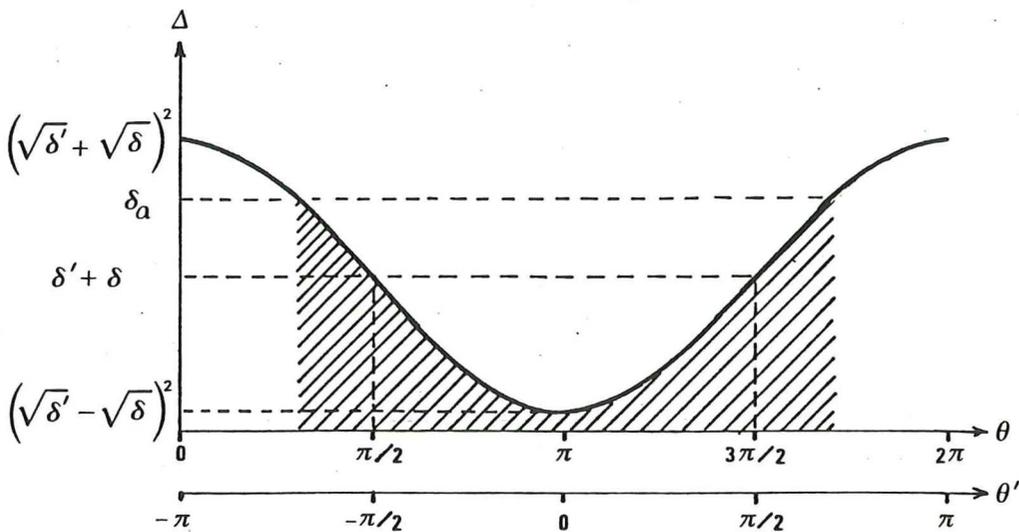


Fig. 17. Gráfica de Δ vs. θ' .

Graficando Δ como función de Θ [Ec. (2.4-5) , Fig. 17] , podemos observar que Δ es una función par de la variable $\Theta' = \Theta - \pi$ en el intervalo de interés . Por tanto , $G(\Delta)$ es también una función par ; como además es real ,

$$L(s', s) = 2 \int_0^{\pi} G(\Delta) e^{im\Delta} \operatorname{arc}\left(\frac{\Delta}{s_a}\right) d\Theta',$$

siendo ahora

$$\begin{aligned} \Delta &= s' + s - 2\sqrt{s}\sqrt{s'} \cos \Theta' \\ &= (\sqrt{s'} + \sqrt{s})^2 - 4\sqrt{s'}\sqrt{s} \cos^2 \frac{\Theta'}{2}. \end{aligned} \quad (2.4-8)$$

Despejando Θ' en esta última ecuación obtenemos

$$\Theta' = 2 \operatorname{arc} \cos \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{s'} + \sqrt{s})^2 - \Delta}{\sqrt{s'}\sqrt{s}}}, \text{ si } \Delta \leq (\sqrt{s'} + \sqrt{s})^2,$$

de manera que

$$L(s', s) = 2 \int_0^{\Theta'_{\max}} G(\Delta) e^{im\Delta} d\Theta',$$

donde (Fig. 17)

$$\Theta'_{\max} = \begin{cases} 2 \arccos \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(\sqrt{\delta'} + \sqrt{\delta})^2 - \delta_a}{\sqrt{\delta'} \sqrt{\delta}}} & \text{si } \delta_a \geq (\sqrt{\delta'} + \sqrt{\delta})^2 \\ 0 & \text{si } (\sqrt{\delta'} - \sqrt{\delta})^2 \leq \delta_a \leq (\sqrt{\delta'} + \sqrt{\delta})^2 \\ 0 & \text{si } \delta_a \leq (\sqrt{\delta'} - \sqrt{\delta})^2 \end{cases} \quad (2.4-9)$$

Con estos cambios, la FTO normalizada toma finalmente la forma

$$\hat{H}(\delta) = \frac{H(\delta)}{H(0)}, \quad (2.4-10)$$

siendo

$$H(\delta) = 2 \int_0^{\delta_a} G(\delta') e^{-im\delta'} \left\{ \int_0^{\Theta'_{\max}} G(\Delta) e^{im\Delta} d\Theta' \right\} d\delta',$$

donde Δ y Θ'_{\max} están dados por las Ecs. (2.4-8) y (2.4-9), respectivamente. Nótese que, como cabe esperar,

$$H(0) = 2\pi \int_0^{\delta_a} G^2(\delta') d\delta'.$$

Por otro lado, como

$$\delta_a \leq (\sqrt{\delta'} - 2\sqrt{\delta_a})^2 \quad \text{si } \delta' \leq \delta_a,$$

en el intervalo de integración de δ^r , $\Theta'_{\max} = 0$ cuando $\delta \gg 4\delta_a$ [Ec. (2.4-9)]. Por tanto

$$H(\delta) = 0 \quad \text{si} \quad \frac{\delta}{4\delta_a} \gg 1.$$

De las Ecs. (2.4-1), (2.4-2) y (2.2-8) observamos que

$$\frac{\delta}{4\delta_a} = \frac{r^2}{4a^2} = \frac{\xi^2 + \eta^2}{4a^2} = \frac{u^2 + v^2}{(2a/\lambda f)^2} \gg 1$$

o

$$\rho = \sqrt{u^2 + v^2} \gg \frac{2a}{\lambda f}.$$

$2a/\lambda f$, como se recordará, no es otra cosa que la frecuencia de corte en el caso de iluminación incoherente

Los parámetros que mayormente afectan la FTO son la fineza \mathcal{F} , y el número de anillos N . La Fig. 18 muestra la FTO para las imágenes $m=0$, $m=1$, $m=2$, cuando $\mathcal{F} = 5$ y $N = 10$. El amortiguamiento que sufre la FTO al incrementarse el número de imagen resulta evidente.

En la Fig. 19 se ha incrementado el número de anillos de la PZ a 70, preservando la fineza en 5. El efecto de este cambio, según se puede apreciar, es solamente una reducción de las oscilaciones que se observaban en las gráficas de la figura anterior.

Si ahora incrementamos la fineza a 15 , manteniendo el número de anillos en 10 , el amortiguamiento de la FTO es similar para las tres imágenes , aunque de magnitud considerable (Fig. 20) . Como cabía esperar , un incremento de la fineza da lugar a imágenes menos contrastadas , pero mas semejantes entre sí .

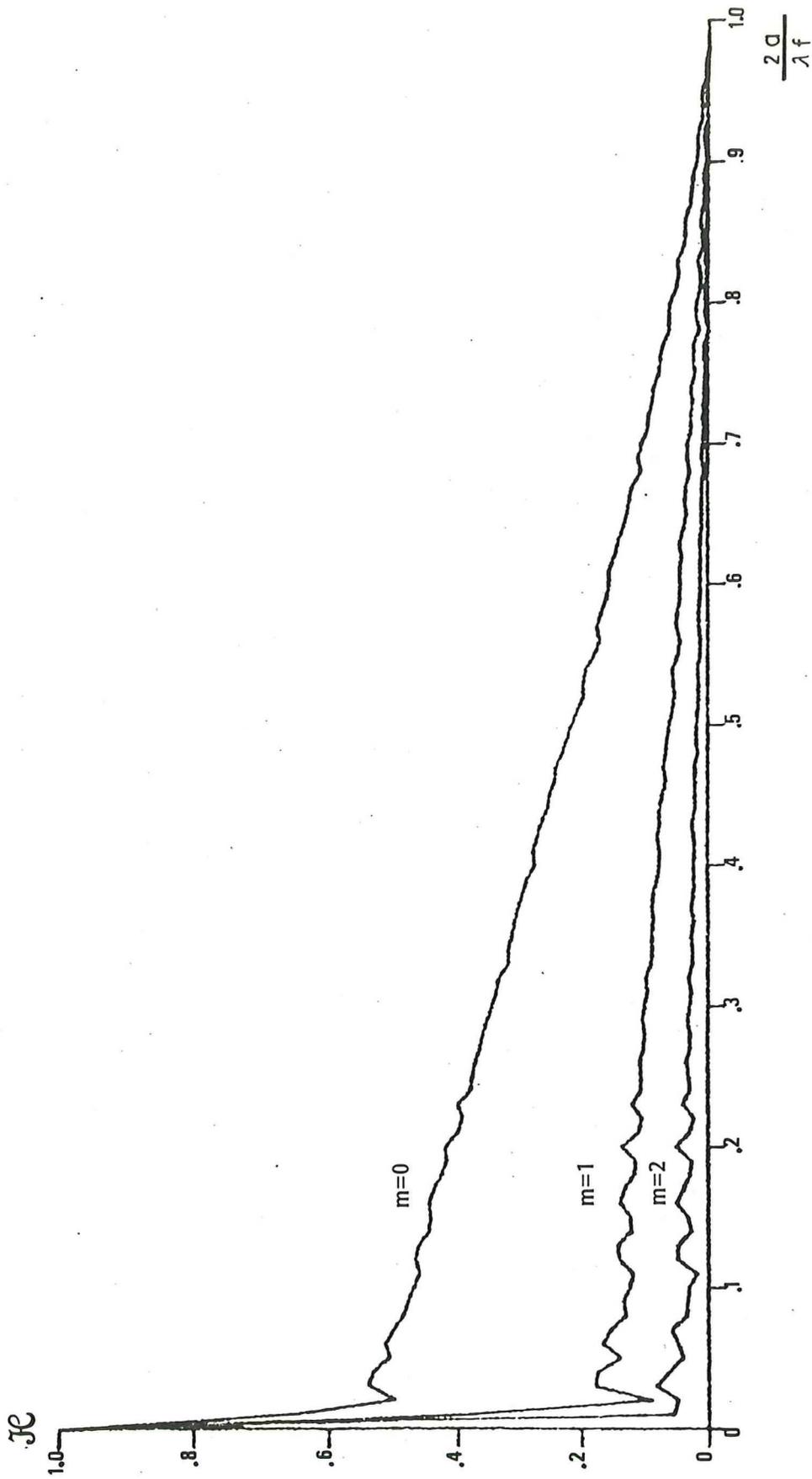


Fig. 18. Función de Transferecia Optica correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m = 0$, $m = 1$ y $m = 2$, cuando éstas se generaran con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 5 .

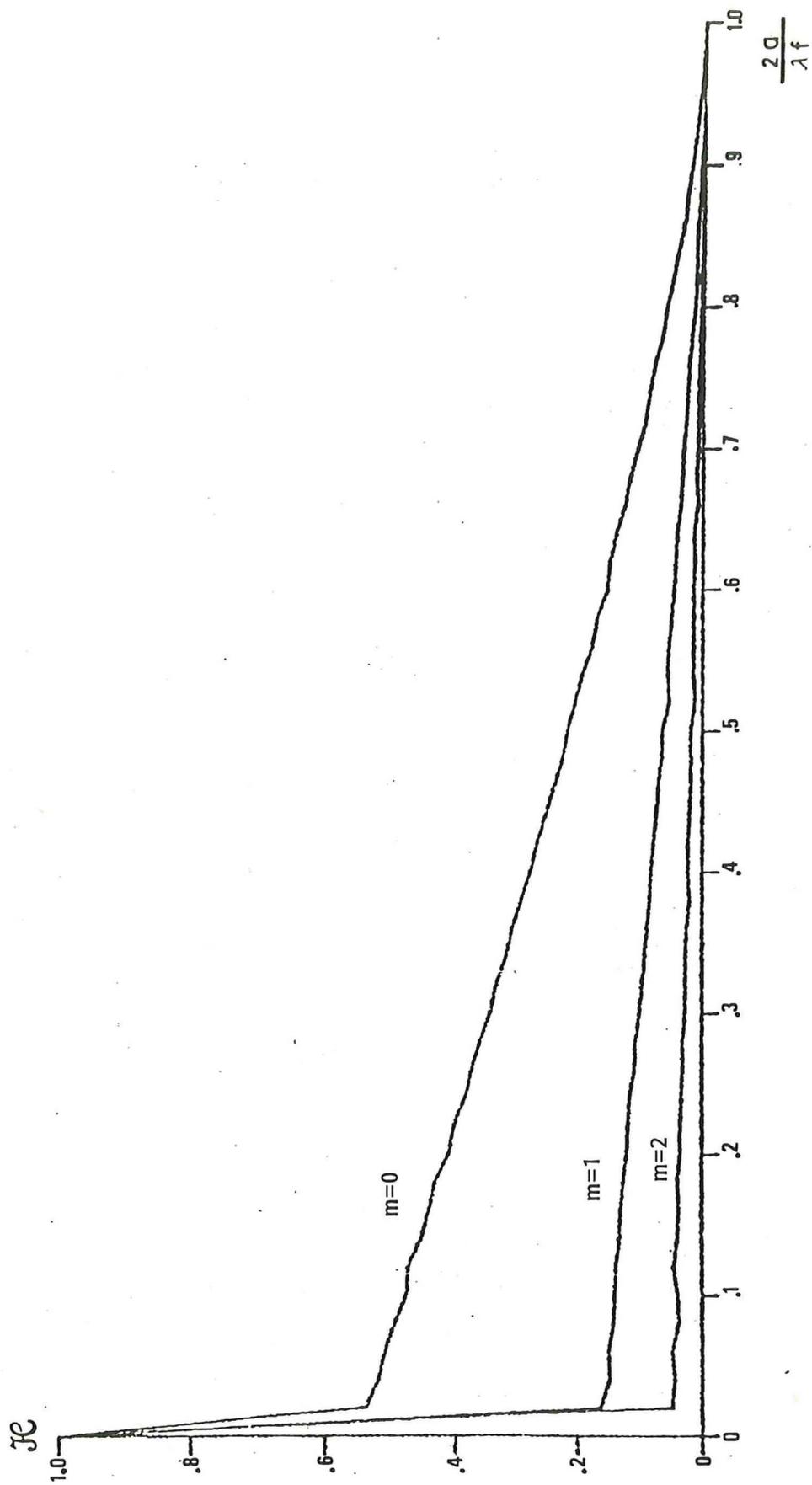


Fig. 19. Función de Transferecia Optica correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m = 0$, $m = 1$ y $m = 2$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 70 anillos de fineza 5 .

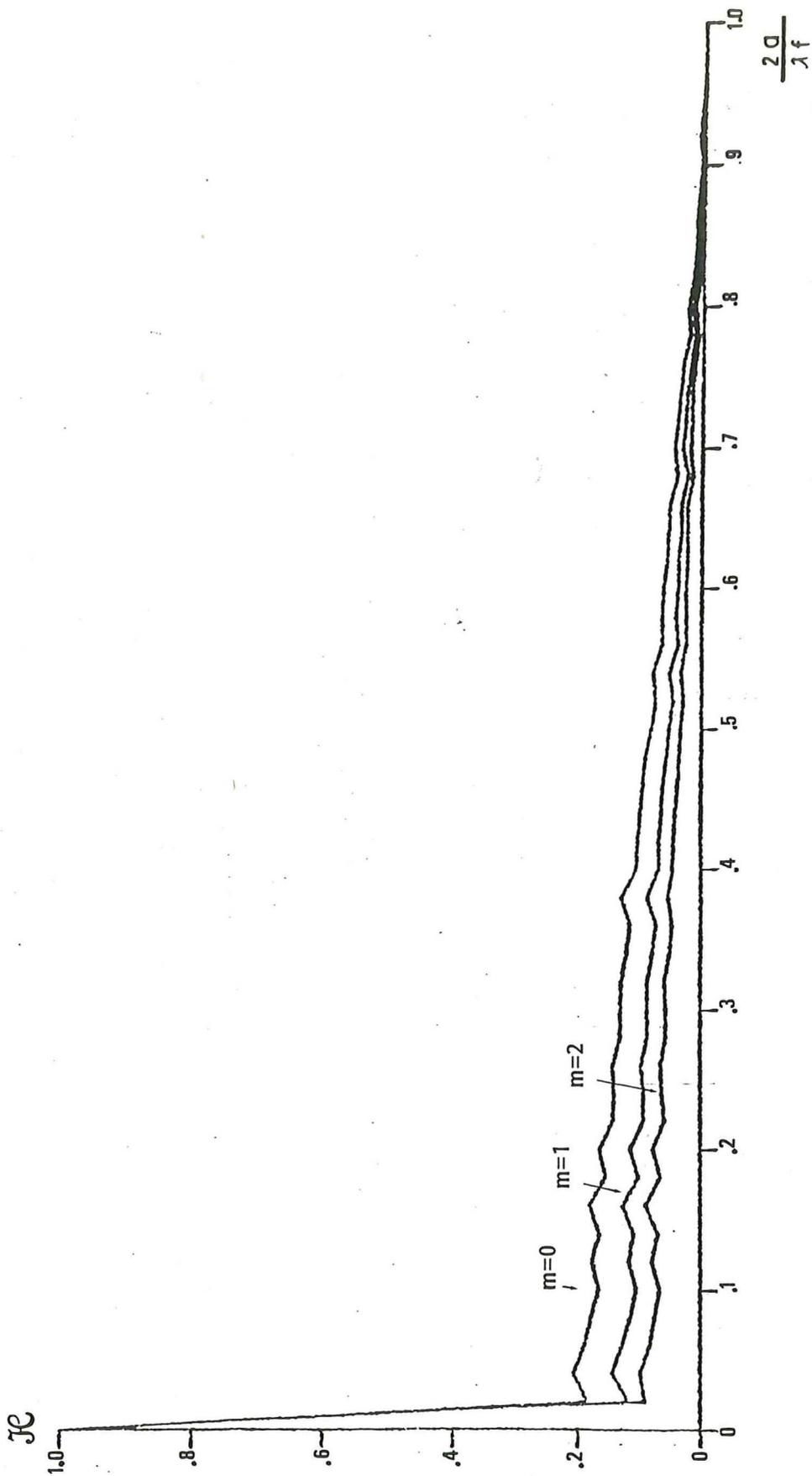


Fig. 20. Función de Transferencia Óptica correspondiente a las imágenes autorreproducibles $m = 0$, $m = 1$ y $m = 2$, cuando éstas se generan con una placa zonal Fabry-Perot de 10 anillos de fineza 15.

CAPITULO 3 FABRICACION DE PLACAS ZONALES PARA LA GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES

Según hemos visto (Secc. 1.4) , para la generación de imágenes autorreproducibles son de especial interés las placas zonales con perfil Lorentziano , a las cuales hemos denominado placas zonales Fabry-Perot (PZ F-P) . Utilizando este tipo de placas , la intensidad relativa de las imágenes que generamos es una función monotónica decreciente del número de imagen m , cuya constante de decaimiento esta estrechamente relacionada con el perfil de transmitancia de la placa . A continuación , describiremos los procedimientos experimentales que utilizamos para la fabricación de placas zonales Fabry-Perot , y también de los filtros espaciales de Montgomery . Estos últimos , cómo veremos , son de interés en la generación de imágenes autorreproducibles en luz coherente .

3.1 FABRICACION DE UNA PLACA ZONAL FABRY-PEROT

El método que utilizamos para obtener una PZ F-P consiste básicamente de dos etapas . En la primera , se graba el patrón de anillos de interferencia producido por un interferómetro Fabry-Perot , utilizando luz estrictamente monocromática . Resulta indispensable por ello el uso de un láser que oscile en un solo modo y que este estabilizado en frecuencia ; con ello se garantiza que habrá sólo un conjunto de anillos , y que estos permanecerán estacionarios durante el tiempo de exposición , que puede ser mayor a 1 minuto . Una vez que se graba el interferograma , mediante una impresión por contacto se obtiene una segunda placa que posee las características de una PZ F-P . Debe advertirse , sin embargo , que estas solo se aproximan a las características ideales , ya que los materiales fotográficos de grabación poseen una latitud limitada ; en otras palabras , debido a limitaciones inherentes al proceso fotográfico , la transmitancia de la PZ que obtenemos no reproduce fielmente la distribución de intensidad que se expuso en un principio .

La Fig. 21 muestra en forma esquemática el arreglo experimental que utilizamos para grabar el patrón de anillos de interferencia. El haz de un láser de He-Ne, con las características que mencionamos en el párrafo anterior, se expande mediante un objetivo de microscopio, para ser colimado después por la lente L1. Una vez colimado el haz, se hace incidir sobre el difusor rotatorio DR; con el fin de controlar el área de iluminación y de eliminar luz espúrea, se introduce entre DR y L1 el diafragma D1. A continuación la luz difundida por DR es colectada y proyectada a través del interferómetro F-P por la lente L2, separada de DR por su distancia focal. Finalmente, mediante la lente L3 se forma, en su plano focal posterior, el patrón de interferencia que deseamos registrar.

Conviene mencionar aquí un problema técnico importante. Resulta evidente que, en general, la distorsión introducida por la lente L3 será diferente de la que introduce la primera lente de transformación en el sistema óptico que utilizamos para generar las imágenes autorreproducibles (Fig. 8). Como consecuencia de esta discrepancia, en iluminación coherente las ondas planas del espectro angular que constituyen el espectro de Montgomery no serán enfocadas exactamente sobre los anillos de la PZ; el desacoplamiento será particularmente notorio, desde luego, en los anillos de mayor radio, ya que éstos se encuentran muy próximos

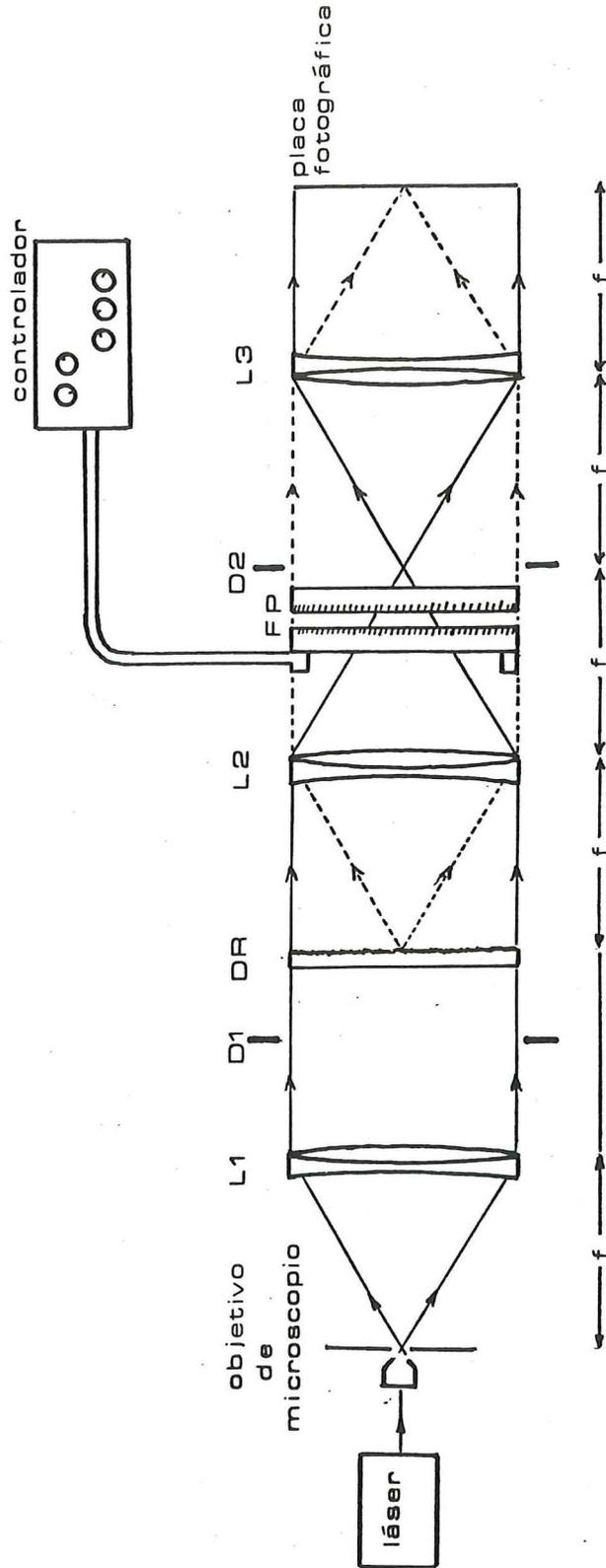


Fig. 21. Arreglo experimental para la grabación de una placa zonal Fabry-Perot .

entre sí . A fin de evitar este fenómeno , conviene utilizar la primera lente de transformación para formar el patrón de anillos en la etapa de grabación , cuidando que su pupila de entrada esté localizada en su plano focal anterior . Esto último se puede lograr fácilmente al colocar el diafragma D2 en esta posición .

Una vez que se alinea el sistema óptico de grabación , se procede a ajustar el paralelismo y la separación entre los espejos del interferómetro . Para ello empleamos un ocular de microscopio , enfocado en el plano en que se colocará posteriormente la placa fotográfica . Aspirando a alcanzar el máximo de simetría en el patrón de anillos de interferencia , ajustamos primeramente el paralelismo de los espejos mediante los controles mecánicos del interferómetro . Frecuentemente sucede que , después de este ajuste, se pueden detectar asimetrías residuales desenfocando ligeramente el ocular . Los ajustes adicionales se realizan entonces con el controlador , que posiciona uno de los espejos del interferómetro por medio de tres cristales piezoeléctricos (Fig. 21) . Una vez conseguido el paralelismo óptimo entre los espejos , mediante el controlador se ajusta también su separación , de manera que el centro del patrón corresponda a un máximo de interferencia .

Antes de exponer la placa fotográfica , conviene cerciorarse de que toda luz espúrea que pudiera alcanzarla ha sido bloqueada completamente . Para efectuar la exposición , obstruimos primeramente el haz del láser , y colocamos a continuación la placa fotográfica en su montura . Naturalmente ésta deberá ser la que se utilizó para realizar las observaciones que nos permitieron ajustar los espejos del interferómetro ; sólo así podemos garantizar que el patrón de anillos se enfocará exactamente sobre la emulsión fotográfica .

Una vez que se coloca la placa , se remueve la obstrucción del haz , y se procede a rotar lentamente el difusor DR . Como el tiempo de exposición es relativamente largo , según dijimos , este movimiento tiene el efecto de suavizar la estructura granular ("speckle") que se observaría si el difusor se hubiere mantenido estático . Una vez revelada la placa , se realiza la impresión por contacto para obtener finalmente la PZ . La Fig. 22 muestra en tamaño natural la fotografía de una de estas PZs . Para su fabricación se utilizaron placas Technical Pan en sus dos etapas , ya que su velocidad y contraste se pueden variar ampliamente durante el proceso de revelado , manteniendo al mismo tiempo un tamaño de grano razonablemente pequeño (Compañía Eastman Kodak) .

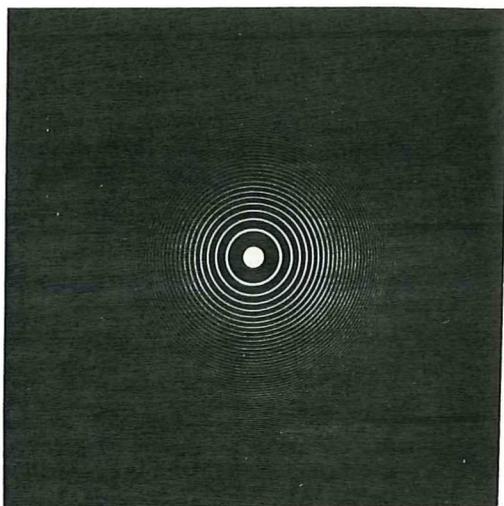


Fig. 22. Fotografía de una Placa Zonal Fabry-Perot . Tamaño natural .

3.2 FABRICACION DE UN FILTRO ESPACIAL DE MONTGOMERY

De acuerdo a la teoría de W. D. Montgomery , revisada en el Capítulo 1 , el espectro espacial asociado a una imagen autorreproducible deberá satisfacer la Ec. (1.1-11) . Mediante una operación de filtraje espacial , sin embargo , el espectro de un objeto cualquiera podría reducirse - en principio - al espectro prescrito por Montgomery . Por esta razón , al filtro que efectuase esta reducción le llamaremos en lo sucesivo filtro espacial de Montgomery .

El funcionamiento de un procesador óptico coherente es conocido ampliamente , por lo que no consideramos pertinente describirlo aquí con detalle . Para nuestros propósitos , nos basta señalar que las frecuencias asociadas a un objeto cualquiera se encuentran distribuidas en el plano de Fourier (Fig. 8 , Cap. 4) de acuerdo a las siguientes relaciones :

$$X_f = f_x \lambda f ,$$

$$Y_f = f_y \lambda f ,$$

donde X_f y Y_f representan coordenadas en el plano de Fourier , f_x y f_y frecuencias espaciales asociadas al objeto , λ la longitud de onda de la luz empleada en el procesador , y f la distancia focal de la lente de transformación . Por consiguiente , un filtro de Montgomery consistirá de anillos

claros concéntricos sobre un fondo oscuro , de radio

$$r_n = f \sqrt{\frac{2n}{\lambda d}} = r_1 \sqrt{n}, \quad n=0,1,2,\dots$$

El proceso de fabricación de este tipo de filtros es esencialmente un proceso de reducción fotográfica . Primeramente se dibuja una versión escalada (60 x 60 cm) del filtro , que posteriormente se reduce fotográficamente . Para realizar el dibujo , conviene utilizar una graficadora de plumillas operada por una computadora . En nuestro caso utilizamos una graficadora COMPLIT y un programa en FORTRAN basado en la subrutina CIRCLE de la biblioteca de programas del CICESE . Mediante esta subrutina , es posible dibujar un círculo con sólo proporcionar su radio y las coordenadas de su centro .

La principal limitación en el proceso de graficación es el grueso de la línea que traza la plumilla (~ .5mm) . Si se intenta dibujar un filtro con muchos anillos , puede suceder que los anillos exteriores se traslapen , limitando así la cantidad de ellos que se pueden representar .

La Fig. 23 muestra esquemáticamente el arreglo que utilizamos para la reducción fotográfica . Este consiste esencialmente de una pantalla transiluminada y de una cámara fotográfica de formato amplio (4 x 5 pulgadas) , montada en

un tripié . La magnitud de la reducción es controlada por la amplificación de la cámara , que a su vez depende de su distancia a la pantalla . Una vez ajustada la magnitud de la reducción , y antes de colocar el patrón de anillos , es necesario orientar la cámara correctamente ; esto es , se requiere que su eje óptico sea aproximadamente perpendicular al plano de la pantalla , lo cuál se puede lograr usando un láser y las técnicas habituales de alineación .

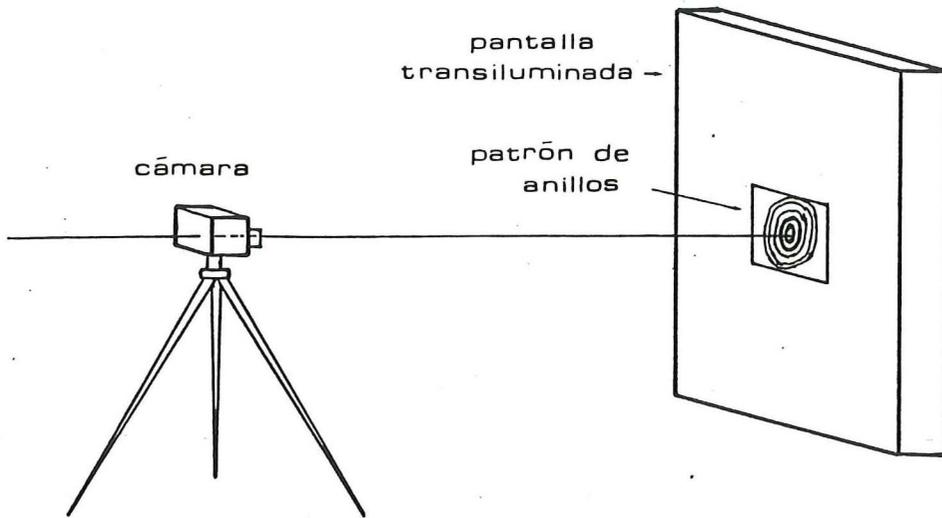


Fig. 23. Arreglo utilizado para la reducción fotográfica en el proceso de fabricación de un Filtro Espacial de Montgomery .

Una vez alineado el arreglo , se coloca el patrón de anillos sobre la pantalla , cuidando que el centro de éstos coincida aproximadamente con el eje óptico de la cámara . Finalmente , se toma la fotografía , de preferencia con película de alto contraste (Kodalith) , y al revelarse ésta se obtiene directamente el filtro espacial de Montgomery .

Existen dos problemas técnicos importantes en el proceso de reducción fotográfica :

i) Si en el dibujo hay dos círculos muy cercanos , puede suceder que la película o la cámara no los puedan resolver .

ii) Una alineación deficiente entre la cámara , la pantalla y el patrón de anillos , registrará los círculos del patrón como elipses en la película fotográfica .

Por otro lado , como el filtraje espacial realizado con el filtro de Montgomery produce resultados muy similares a los que se logran con una PZ F-P , en el siguiente capítulo presentaremos solamente los resultados que obtuvimos utilizando una PZ F-P .

CAPITULO 4 CONSTITUCION Y FUNCIONAMIENTO DEL SISTEMA
OPTICO PARA GENERAR IMAGENES
AUTORREPRODUCIBLES

En las primeras dos secciones de este capítulo presentamos la constitución y el funcionamiento del sistema óptico que utilizamos en la generación de imágenes autorreproducibles así como la derivación de una expresión que nos permite calcular la separación entre estas imágenes. A continuación, en las siguientes dos secciones, se muestran las imágenes generadas por este sistema óptico, tanto en iluminación coherente como incoherente. Finalmente, en la última sección se demuestra la existencia de un fenómeno complementario: el enfocamiento simultáneo de objetos bidimensionales colocados en forma periódica a la entrada del sistema óptico antes mencionado.

4.1 ARREGLO EXPERIMENTAL PARA GENERAR IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES

La Fig. 24 muestra esquemáticamente el sistema óptico que utilizamos para generar imágenes autorreproducibles . Como se puede observar , esta diseñado para operar tanto con iluminación coherente como incoherente .

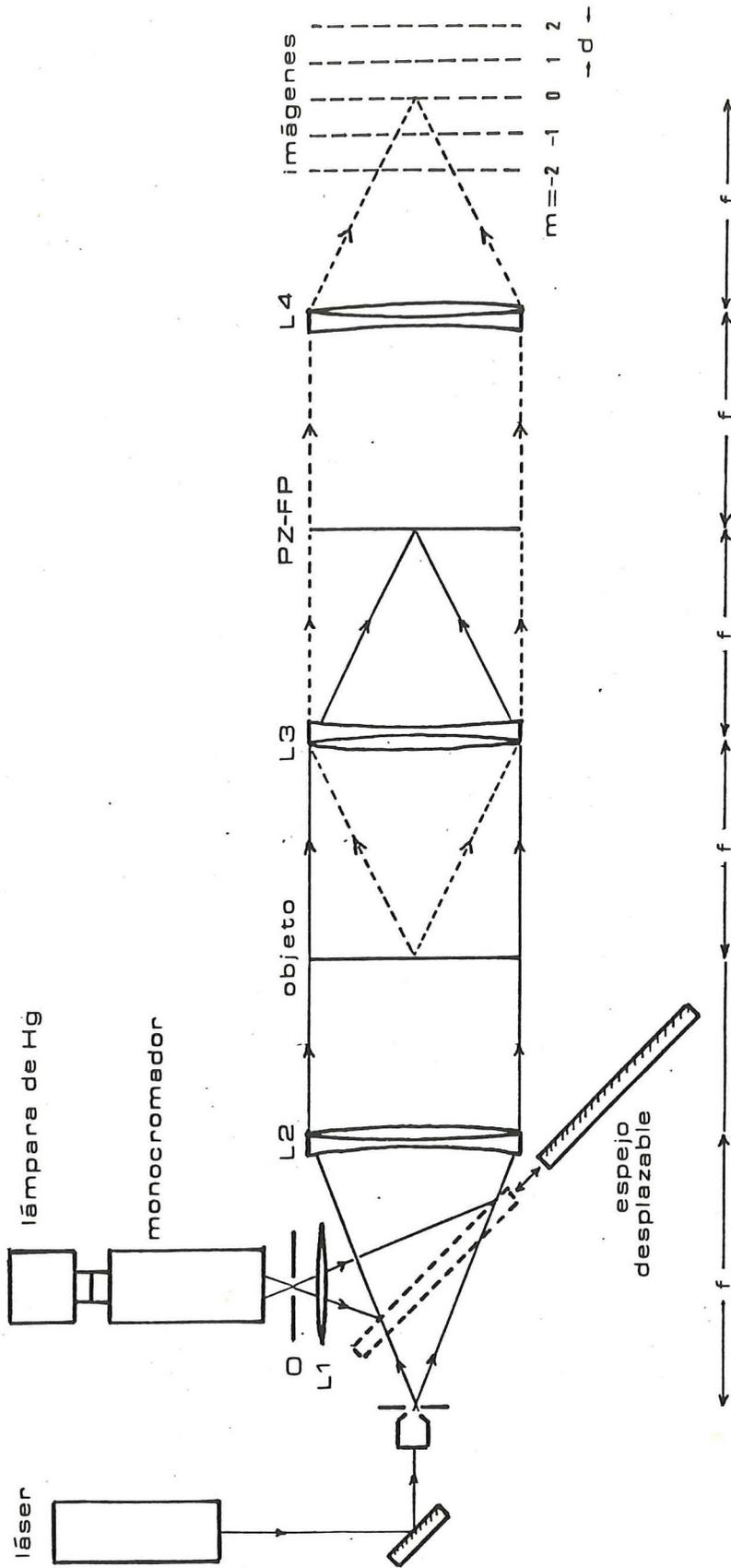


Fig. 24. Arreglo experimental para la observación de imágenes autorreproducibles .

Sin duda alguna , la formación de imágenes autorreproducibles con luz incoherente (cuasimonocromática) es la de mayor interés . Para iluminar el objeto en este caso , seleccionamos la línea verde ($\lambda = 5681 \text{ \AA}$) de una lámpara de vapor de mercurio mediante un monocromador de resolución moderada . En el plano en que el monocromador proyecta la imagen de la fuente , colocamos el diafragma O y un difusor , de manera que el conjunto constituye lo que se conoce comúnmente como la fuente efectiva del sistema . A continuación , se selecciona la lente L1 de manera tal que el plano del objeto y el plano de la fuente efectiva son conjugados del sistema conformado por las lentes L1 y L2 . Obviamente , cuando utilizamos este tipo de iluminación , el espejo desplazable ocupa la posición señalada por las líneas interrumpidas en la Fig. 24 . Conviene añadir que la amplificación del sistema constituido por las lentes L1 y L2 debe ser mucho mayor que 1 , ya que usualmente el área de iluminación sobre el objeto es mucho mayor que el tamaño de la fuente efectiva . En la práctica esto significa que la distancia focal de L1 es mucho menor que la de L2 .

El sistema de iluminación descrito en el párrafo anterior se podrá reconocer como el de iluminación crítica (Born y Wolf , 1980) . Gracias al difusor , y al hecho de que la fuente efectiva y el objeto se encuentran en planos

conjugados , se puede garantizar que la iluminación sobre éste será uniforme y espacialmente incoherente . La iluminación coherente , por otro lado , se realiza utilizando un láser de He-Ne ($\lambda = 6328 \text{ \AA}$) . El haz proveniente del láser se expande con un objetivo de microscopio y se colima posteriormente utilizando la lente L2 . Conviene " limpiar " el haz por medio de un orificio , o filtro espacial , colocado frente al objetivo . El área de iluminación sobre el objeto se pueda delimitar colocando un diafragma después de L2 .

Aún cuando no se desee utilizar el sistema de iluminación coherente , conviene mantener el láser como parte integral del arreglo experimental . La razón es que éste , una vez que se remueve el objetivo de microscopio y el filtro espacial , simplifica considerablemente la alineación del sistema .

El sistema óptico para generar las imágenes autorreproducibles es el mismo para ambos tipos de iluminación , y lo hemos descrito ya en la Secc. 1.4 . Aquí nos limitaremos a proporcionar las características de L3 y L4 , la FZ F-P y el objeto de prueba .

Las lentes L3 y L4 son en realidad dos dobletes acromáticos idénticos . En nuestro caso su distancia focal

era de 500 mm y su diámetro de 60 mm . Es importante que se orienten propiamente , ya que usualmente se diseñan para operar con un conjugado al infinito . Para L3 este se encontraría en la dirección del objeto , y para L4 en la de las imágenes .

La PZ F-P consistía de 70 anillos . El anillo más pequeño tenía un radio de 1.4 mm , y el más grande de 11.7 mm . La fineza aproximada de los anillos era de 10 .

El objeto que utilizamos fué el patrón de prueba de la Fuerza Aérea de Estados Unidos (USAF) . Este es un patrón binario (transmitancia 0 ó 1) , que consiste de barras y números de tamaño decreciente , según se muestra en la fotografía de la Fig. 25 . Sus dimensiones aproximadas eran de 16 x 16 mm .

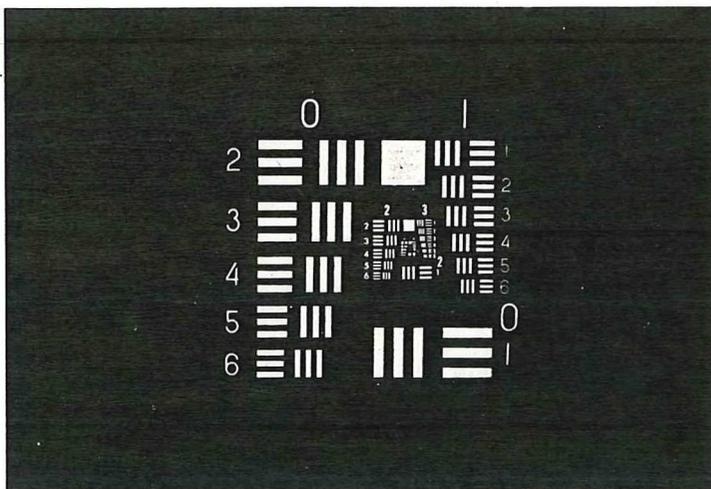


Fig. 25. Patrón de prueba USAF .

4.2 DISTANCIA ENTRE DOS IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES CONSECUTIVAS

En la práctica resulta importante predecir , obviamente , la distancia entre dos imágenes autorreproducibles consecutivas . El la Secc. 1.4 encontramos que ésta se podía calcular a través de la Ec. (1.4-11) :

$$d = \frac{2 \lambda f^2}{r_1^2} , \quad (4.2-1)$$

donde λ es la longitud de onda de la luz que empleamos para iluminar el objeto , f la distancia focal de las lentes L2 y L3 en la Fig. 24 , y r_1 es el radio del primer anillo de la PZ . Por otro lado , de la Ec. (1.2-1) en la Secc. 1.2 , tenemos que

$$r_1 = f^* \sqrt{\frac{\lambda^*}{h}} , \quad (4.2-2)$$

donde λ^* es la longitud de onda de la luz que utilizamos para grabar la PZ , f^* la distancia focal de la lente que forma el patrón de interferencia (L3 , en la Fig. 21) , y h la separación entre las placas del interferómetro Fabry-Perot . Sustituyendo la Ec. (4.2-2) en la Ec. (4.2-1) obtenemos

$$d = \frac{\lambda}{\lambda^*} \left(\frac{f}{f^*} \right)^2 2h. \quad (4.2-3)$$

Cuando $\lambda = \lambda^*$ y $f = f^*$ tenemos que

$$d = 2h,$$

resultado que ya conocíamos (Secc. 1.2). Si la longitud de onda de operación y fabricación son diferentes , sin embargo , y/o si $f \neq f^*$, la Ec. (4.2-3) proporcionará el valor de d . Esta expresión para d , por consiguiente , es de mayor generalidad . En la Secc. 4.4 la utilizaremos para calcular la separación de las imágenes formadas con luz cuasimonocromática .

4.3 GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES CON ILUMINACION COHERENTE

Cuando la iluminación sobre el objeto en el sistema óptico representado por la Fig. 24 es monocromática, la formación de las imágenes autorreproducibles se puede explicar fácilmente como una operación de filtraje espacial. Dicho de otra forma, con luz coherente el sistema que forma las imágenes actúa como un procesador óptico. La PZ F-P, o filtro espacial, sin embargo, selecciona solamente un número reducido de las frecuencias espaciales que conforman la distribución de amplitud en el objeto. Por esta razón, las imágenes en este caso no son en la práctica una réplica fiel del objeto. De hecho, tampoco guardan gran similitud entre ellas. Debido a la anchura de los anillos en el filtro, éste selecciona frecuencias adicionales a las prescritas por Montgomery, lo que da lugar a una degradación de las imágenes conforme aumenta m .

La Fig. 26 muestra una fotografía de la imagen $m=0$ en iluminación coherente. Como se puede observar, el ruido de difracción es tan grande que resulta difícil pensar en una aplicación útil de este fenómeno.

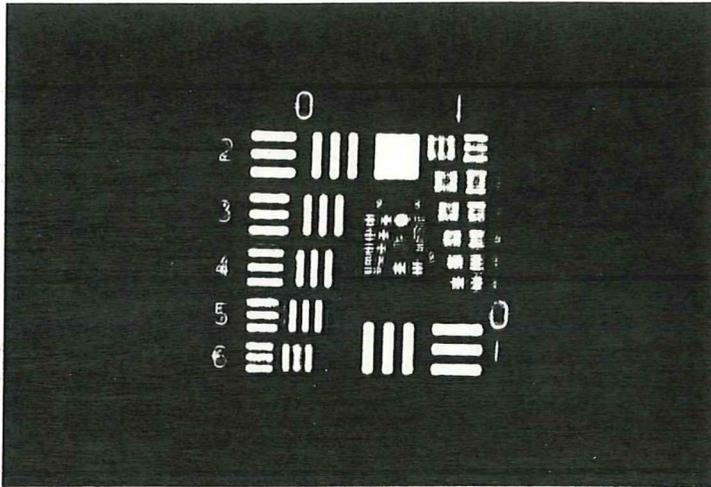
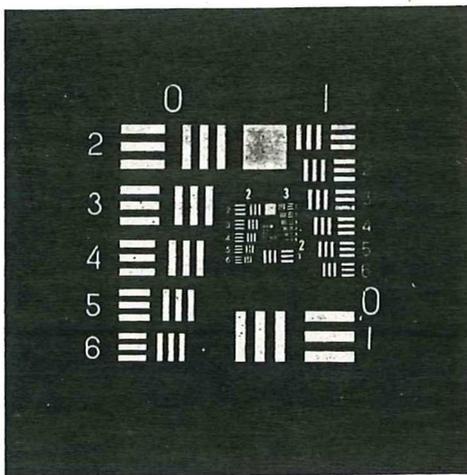


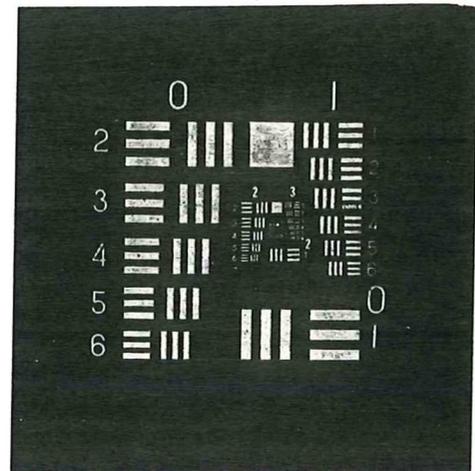
Fig. 26. Fotografía de la imagen autorreproducible $m = 0$ del patrón de prueba de la Fig. 24 , en iluminación coherente .

4.4 GENERACION DE IMAGENES AUTORREPRODUCIBLES CON ILUMINACION INCOHERENTE

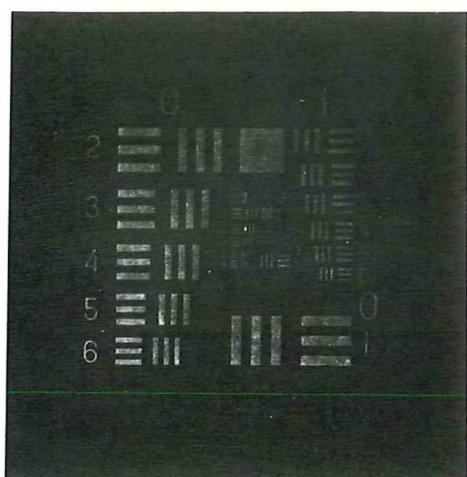
Con iluminación cuasimonocromática, el arreglo representado en la Fig. 24 corresponde a un sistema telecéntrico con pupila apodizada. Según vimos en la Secc. 1.4, la formación de imágenes autorreproducibles en este caso se puede explicar en base a los múltiples focos a que da lugar la PZ. Los resultados que obtuvimos se pueden apreciar en la Fig. 27, que muestra fotografías de las imágenes autorreproducibles $m=0$, $m=1$, $m=2$, $m=3$, $m=-1$ y $m=-2$, respectivamente. Con el fin de identificarlas, en la Fig. 24 se muestra en forma esquemática la posición que ocupa cada una de ellas.



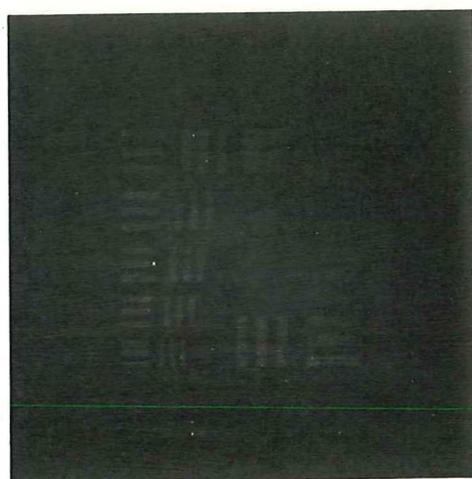
(a)



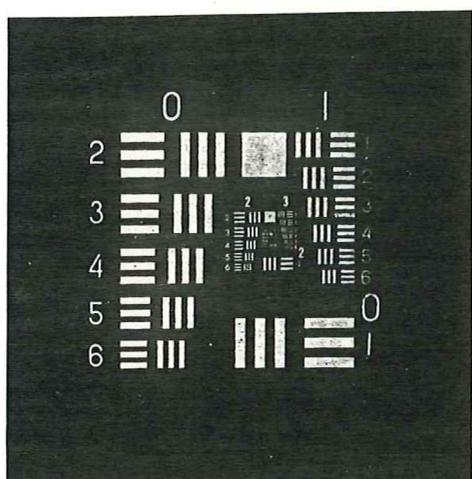
(b)



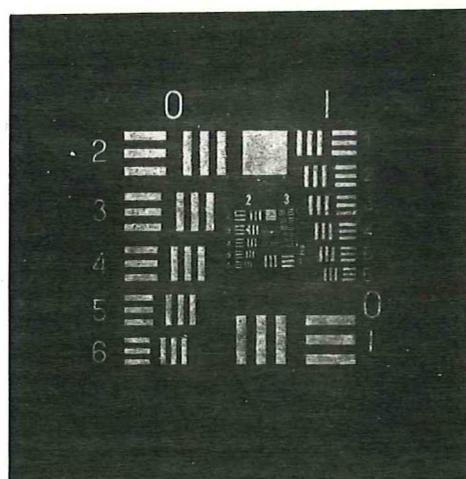
(c)



(d)



(e)



(f)

Fig. 27. Imágenes autorreproducibles del patrón de prueba de la Fig. 25 en iluminación incoherente. (a) $m = 0$, (b) $m = 1$, (c) $m = 2$, (d) $m = 3$, (e) $m = -1$ y (f) $m = -2$.

Comparando las fotografías de la Fig. 27 con la de la Fig. 26, resulta evidente que las imágenes en luz incoherente reproducen con mucha mayor fidelidad al objeto que las genera. Existe en ellas, sin embargo, un fondo claro que disminuye notablemente su contraste. Este fenómeno concuerda con los resultados que obtuvimos para la FTO en el capítulo 2. Si se recuerda, una característica común a todas las gráficas de la FTO que se mostraron en ese capítulo era un pico pronunciado en el origen. Este pico corresponde precisamente al halo, o "componente directa", que se observa en las fotografías de la Fig. 27. Por otro lado, examinando cuidadosamente estas fotografías, se advierte que la estructura fina del objeto se preserva en gran medida en las imágenes, lo que significa que son las frecuencias medias, y no las altas, las que se ven mayormente afectadas en el proceso de formación de las imágenes. Esto lo podemos corroborar de nuevo en las gráficas de las Figs. 19 a 20 del Capítulo 2.

Para grabar la PZ con que se generaron las imágenes de la Fig. 27 se utilizó la primera lente de transformación (Secc. 3.1) y un láser de He-Ne. Las imágenes, propiamente, se formaron en luz verde, utilizando una lámpara de vapor de mercurio (Fig. 24). Con

$$f = f^*,$$

$$\lambda^* = 6328 \text{ \AA},$$

$$\lambda = 5461 \text{ \AA},$$

y tomando en cuenta que la separación h entre los espejos del interferómetro era de 8 cm, de la Ec. 4.2-3 obtenemos un valor para d de 13.8 cm. Este resultado concuerda con la distancia entre imágenes consecutivas medida en laboratorio, que fue de 14 cm.

4.5 FENOMENO INVERSO

La simetría del sistema óptico que utilizamos para generar las imágenes autorreproducibles sugiere su operación en la dirección opuesta ; esto es , colocar una serie de objetos en las posiciones que usualmente ocupan las imágenes autorreproducibles , para superponer sus imágenes (de estos objetos) en el plano en que usualmente colocamos el objeto aperiódico .

Esta idea se puede comprender fácilmente con ayuda de las Figs. 28 y 29 . En la Fig. 28 hemos representado el arreglo convencional para generar imágenes autorreproducibles . Imaginemos que en él colocamos tres objetos diferentes , A , B y C , el objeto A en la posición nominal de la imagen $m=-1$, el B en la de la imagen $m=0$, y el C en la de la imagen $m=1$, tal y como se muestra en la Fig. 29 . Si estos objetos se colocan de manera tal que al ser iluminados incoherentemente no se obstruyen entre sí , en el plano posterior del arreglo observaremos tres imágenes nítidas superpuestas , una por cada objeto que colocamos en la entrada del sistema .

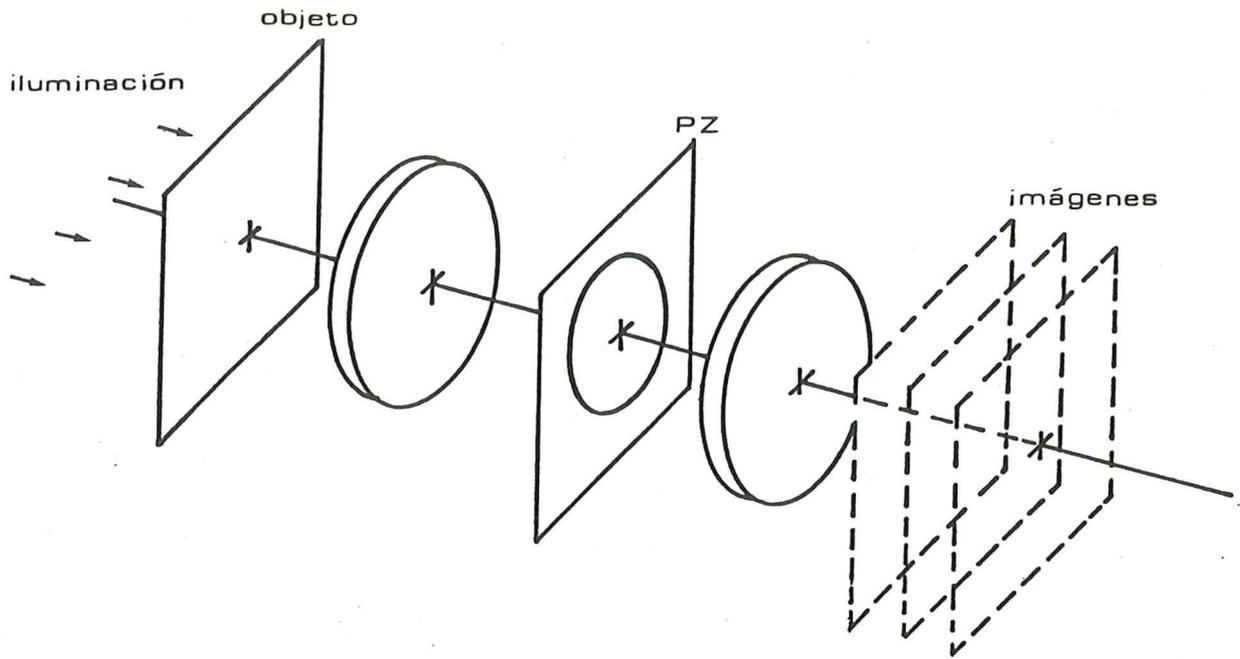


Fig. 28. Representación artística del sistema óptico de la Fig. 24 . Un objeto genera varias imágenes .

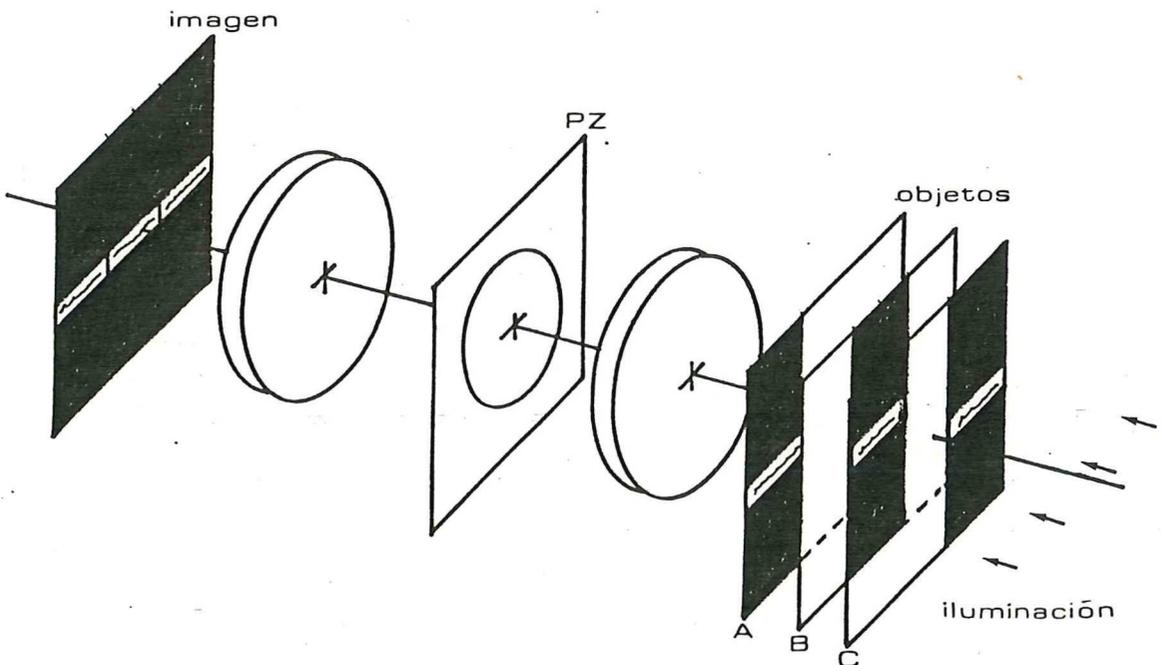


Fig. 29. Representación artística del fenómeno inverso . . Varios objetos son enfocados simultáneamente en un plano .

En la práctica los objetos A , B y C de la Fig. 29 se obtuvieron seccionando en tres partes la leyenda " Centro de Investigación Científica y de Educación Superior de Ensenada " . El objeto B se colocó en el plano focal anterior del sistema , y los objetos A y C antes y después de B , a una distancia de 14 cm . La Fig. 30 muestra una fotografía del plano focal posterior del sistema , cuando éste opera sin la PZ . Se puede observar claramente que las imágenes de los objetos A y C están completamente desenfocados , mientras que la del objeto B aparece nítida . Si ahora insertamos la PZ entre las dos lentes , observaremos una disminución notable en el nivel de iluminación , pero ahora las imágenes de los objetos A y C aparecerán tan nítidas como la de B . Este fenómeno se puede apreciar claramente en la fotografía de la Fig. 31 . Naturalmente la calidad de la imagen es bastante inferior a la de la fotografía de la Fig. 30 . Con todo y esto , aún es posible distinguir claramente los diferentes caracteres alfabéticos que aparecen en ella .

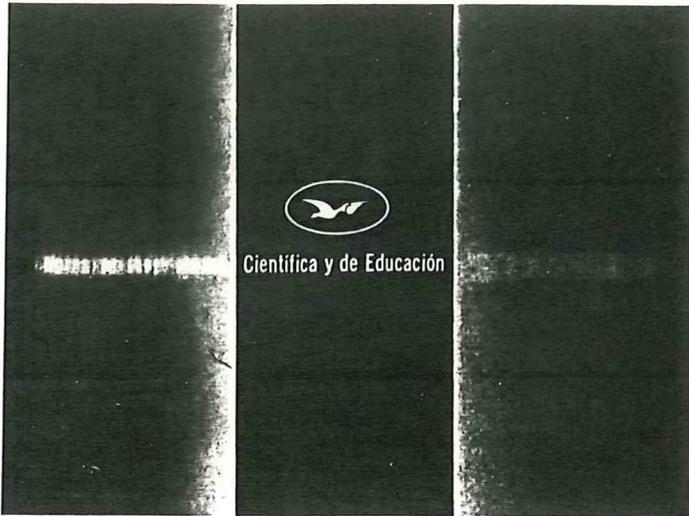


Fig. 30. Imagen de tres objetos colocados en tandem en la entrada del sistema óptico de la Fig. 28 , cuando se remueve la PZ del sistema . Iluminación incoherente .



Fig. 31. Enfocamiento simultáneo de tres objetos colocados en tandem en la entrada del sistema óptico de la Fig. 28 . Iluminación incoherente .

CONCLUSIONES

A lo largo de este trabajo hemos podido responder en gran medida a las preguntas que nos formulamos en un principio . Muchas de las respuestas a estas preguntas las encontramos analizando la estructura de las imágenes autorreproducibles mediante la teoría escalar de difracción ; este análisis , sin embargo , estuvo orientado siempre por los resultados que observamos en el laboratorio .

El resultado experimental de mayor trascendencia fue sin duda la imposibilidad de generar imágenes autorreproducibles fieles con iluminación coherente . Por esta razón , tanto el análisis teórico como el trabajo experimental se orientaron al estudio de las imágenes generadas con luz incoherente . Cuando el objeto se iluminaba incoherentemente , encontramos que las imágenes guardaban mayor similitud con él , aunque la presencia de un fondo claro en todas ellas reducía considerablemente su contraste . La ausencia del ruido de difracción que se observa en todas las imágenes formadas con luz coherente , sin embargo , compensó ventajosamente esta reducción de contraste .

Como resultado del análisis teórico pudimos establecer los siguientes puntos :

i) La formación de imágenes autorreproducibles utilizando placas zonales se explica por la estructura común que poseen estos elementos . En otras palabras , la periodicidad de su transmitancia en intensidad , cuando ésta se expresa como función de la coordenada radial al cuadrado , es lo que explica la generación de estas imágenes .

ii) El perfil de transmitancia particular de cada placa zonal , por otro lado , está íntimamente relacionado con la intensidad relativa de las diferentes imágenes autorreproducibles . Como función de la coordenada radial al cuadrado , este perfil se puede expresar como la convolución de un peine de Dirac con el perfil de un anillo . (El resultado de esta convolución se tendría que multiplicar , desde luego , por una función rectángulo , a fin de delimitar el tamaño de la placa zonal). La intensidad relativa de cada imagen está dada precisamente por la Transformada de Fourier del perfil de transmitancia del anillo , evaluada en la posición que ocupa la imagen en cuestión .

iii) La función de punto extendido correspondiente a cada imagen no es una función monotónica decreciente . Su estructura es compleja , pudiéndose observar máximos

secundarios de intensidad apreciable a distancias considerables del máximo principal . En todo caso , la función de punto extendido no resulta de gran utilidad para analizar los efectos que producen placas zonales con diferente números de anillos o perfil de transmitancia en la estructura de las imágenes autorreproducibles .

iv) Las gráficas de la función de transferencia en un sistema en que se utilizan diferentes tipos de placas zonales indican que una reducción en la anchura de los anillos en las placas da lugar a imágenes que se asemejan más entre sí . Sin embargo , la similitud que guardan estas imágenes con el objeto original es menor que la que se observaría en el caso de utilizar placas zonales de anillos más anchos .

v) Los cálculos realizados para encontrar la distribución de intensidad en eje en la salida del sistema óptico que genera las imágenes autorreproducibles , confirman la relación que existe entre el perfil de transmitancia de las placas zonales y la intensidad relativa de las diferentes imágenes autorreproducibles .

En el terreno experimental , se desarrollaron técnicas para la fabricación de placas zonales con perfiles Lorentzianos ; este tipo de placas resultaron de particular interés en la generación de imágenes autorreproducibles con

luz incoherente . Para el estudio de estas imágenes en luz coherente , se fabricaron placas con anillos muy delgados y de igual grosor . La función de las primeras , que denominamos placas zonales Fabry-Perot , era la de apodizar la pupila del sistema óptico que genera las imágenes autorreproducibles . El segundo tipo de placas , por otro lado , actuaba como filtro espacial , y nos referimos a ellas como filtros de Montgomery .

Las imágenes autorreproducibles se observaron con iluminación coherente e incoherente utilizando el mismo sistema óptico . En estas observaciones se empleo un objeto binario aperiódico . Los resultados se registraron en forma de fotografías de las diferentes imágenes autorreproducibles en el caso de iluminación incoherente . Debido al ruido de difracción , no consideramos necesario registrar mas que una imagen en el caso de iluminación coherente .

Finalmente , se demostró también , en forma experimental , la posibilidad de enfocar simultáneamente diferentes objetos , colocados en forma periódica en la entrada del sistema óptico que genera las imágenes autorreproducibles . Por razones obvias , a este fenómeno le denominamos " fenómeno inverso " .

Existen algunos aspectos en la generación de imágenes autorreproducibles con placas zonales que ameritan futuras investigaciones . Entre ellos podemos destacar tres :

i) El uso de placas zonales de fase para incrementar la luminosidad de las imágenes .

ii) La reducción del fondo claro que aparece en las imágenes que se forman con luz incoherente .

iii) La utilización del fenómeno inverso para incrementar la profundidad de foco de un sistema óptico .

LITERATURA CITADA

- Born, M. y Wolf, E. 1980. Principles of Optics. Pergamon Press, New York. Secc. 7.6.
- Bryngdahl, O. 1973. Image formation using self-imaging techniques. J. Opt. Soc. Am. 63 : 416.
- Burden, R. L., Douglas, J. F. y Reynolds, A. C. 1981. Numerical Analysis. Prindle, Weber y Schmidt, Boston. Secc. 4.3.
- Chang, B. J., Alfernes, R. y Leith, E. N. 1975. Space-invariant achromatic grating interferometers theory. Applied Optics. 14 : 1592.
- Chavel, P. y Strand, T. 1981. Pseudocolor encoding of depth information using Talbot effect, p. 431. En : Optics in Four Dimensions-1980, ICO, Ensenada (H. A. Machado y L. M. Narducci, eds.). American Institute of Physics. New York. 745 pp.
- Cohen-Sabban, Y. y Joyeux, D. 1983. Aberration-free nonparaxial self-imaging. J. Opt. Soc. Am. 73 : 707.

- Cowley, J. M. y Moodie, A. F. 1957. Proc. phys. Soc. B 70 : 486.
- Cowley, J. M. y Moodie, A. F. 1956. Fourier images. Parts I-III. Proc. phys. Soc. B 70 : 486.
- Damman, H., Groh, G. y Kock, M. 1971. Restoration of faulty images of periodic objects by means of self-imaging. Applied Optics, 10 : 1454.
- Deckers, Ch. 1976. Nouv. Revue Optique. 7 : 113.
- Edgar, R. F. 1969. The Fresnel diffraction images of periodic structures. Optica Acta. 16 (3) : 281.
- Eu, J. T. K., Liu, C. Y. C. y Lohmann, A. W. 1973. Spatial filters for differentiation. Opt. Commun. 9 : 168.
- Fujizawa, H. 1974. Effects of spatial coherence on Fourier imaging of a periodic object. Optica Acta. 21 : 861.
- Gradshteyn, I. S. y Ryshink, I. M. 1980. Tables of Integrals, Series, and Products. Academic Press, New York. p. 758.

- Hiedenann, E. A. y Breazeale, M. A. 1959. Secondary interference in the Fresnel zone of gratings. *J. Opt. Soc. Am.* 49 : 372.
- Indebetouw, G. 1983. Self-imaging through a Fabry-Perot interferometer. *Optica Acta.* 30 (10) : 1463.
- Indebetouw, G. 1984. Propagation of spatially periodic wavefields. *Optica Acta.* 31 (5) : 531.
- Kalestynski, A. y Smolinska, B. 1978. Self-restoration of the autoidolon of defective periodic objects. *Optica Acta.* 25 (2) : 125.
- Lohmann, A. W. 1961. A new Fourier-spectrometer consisting of a two-grating interferometer. p. 58-61. Proceedings of the ICO Conference on Optical Instruments (K. J. Habell ed.). Chapman and Hall Ltd., London. 520 pp.
- Lohmann, A. W. y Ojeda-Gastañeda, J. 1983. Spatial periodicities in partially coherent fields. *Optica Acta.* 4 (30) : 475.
- Lohmann, A. W. y Silva, D. E. 1972. A Talbot interferometer with circular gratings. *Opt. Commun.* 4 : 326.

- Lohmann, A. W. y Silva, D. E. 1971. An interferometer based on the Talbot effect. *Opt. Commun.* 2 : 413.
- Montgomery, W. D. 1967. Self-imaging objects of infinite aperture. *J. Opt. Soc. Am.* 57 (6) : 772.
- Montgomery, W. D. 1968. Algebraic formulation of diffraction applied to self-imaging. *J. Opt. Soc. Am.* 58 : 1112.
- Patorski, K. y Parfjanowicz, G. 1981. Self-imaging phenomenon of sinusoidal complex object. *Optica Acta.* 28 (3) : 357.
- Patorski, K. , Yokozeki, S. y Suzuki. 1975. Image subtraction using Fourier imaging phenomenon. *Nouv. Revue Optique.* 6 : 25.
- Patorski, K. 1980. *Optik.* 55 : 39.
- Publicación Kodak P-255MSp. 1981. Kodak Technical Pan Film 2415.
- Silva, D. E. 1971. A simple interferometric method of beam collimation. *Applied Optics.* 10 : 1980.

- Szapiel, S. y Patorski, K. 1979. Fresnel diffraction images of periodic objects under Gaussian beam illumination. *Optica Acta.* 26 : 439.
- Talbot, H. F. 1836. Facts relating to optical science. *Phil. Mag. and Sci. London.* 9 : 401.
- Winthrop, J. T. y Worthington, C. R. 1965. Theory of Fresnel images and plane periodic objects in monochromatic light. *J. Opt. Soc. Am.* 55 : 373.
- Wolfke, M. 1913. *Ann. Physik.* 40 : 194.
- Yokozecki, S. y Suzuki, T. 1971. Shearing interferometer using the grating as the beam splitter. *Applied Optics.* 10 : 1575.
- Zernike, F. 1935. *Physik. Z.* 36 : 848.¶

APENDICE I PERFIL DE INTENSIDAD DE UN ANILLO
MONOCROMATICO DE UN PATRON DE
INTERFERENCIA FABRY-PEROT

El propósito de este apéndice es demostrar que el perfil de intensidad de un anillo monocromático de un patrón de interferencia Fabry-Perot es Lorentziano .

Es sabido que la distribución de intensidad en un patrón de anillos de interferencia F-P es proporcionada por la fórmula de Airy (Born y Wolf , 1980) :

$$\frac{I^{(+)}}{I^{(\lambda)}} = \frac{1}{1 + F \operatorname{sen}^2 \frac{\delta}{2}} ,$$

donde

$$F = \left(\frac{2\mathcal{F}}{\pi} \right)^2 \quad (I-1)$$

y

$$\delta = \frac{4\pi h}{\lambda} \cos \theta ,$$

siendo \mathcal{F} la fineza de los anillos , h la separación entre los espejos del interferómetro y θ el radio angular del punto de observación . La intensidad relativa $I^{(+)} / I^{(\lambda)}$ es máxima

cuando δ es igual a $2n\pi$ (n entero) . Si tomamos valores de δ en la vecindad de $2n\pi$ y suponemos $F \gg 1$ podemos aproximar

$$\text{sen}^2 \frac{\delta}{2} = \text{sen}^2 \left(\frac{\delta}{2} - n\pi \right) \sim \pi^2 \left(\frac{\delta}{2\pi} - n \right)^2.$$

Haciendo $\gamma = \frac{\delta}{2\pi} - n$ y utilizando la Ec. (I-1) tenemos que

$$\frac{I^{(+)}}{I^{(\lambda)}} \Bigg|_{\gamma \ll 1} = \frac{\left(\frac{\pi}{F} \right)^2}{\left(\frac{\pi}{F} \right)^2 + (2\pi\gamma)^2}.$$

Esta ecuación representa al perfil de intensidad de uno de los anillos del patrón de interferencia . Su dependencia funcional en γ es conocida como Lorentziana , y su gráfica es idéntica a la de la Fig. 8-a , excepto por un factor constante de normalización .

APENDICE II LISTADOS DE LOS PROGRAMAS FPE , IEE
y FTO

En este apéndice se incluyen los listados de los programas FPE , IEE y FTO en lenguaje FORTRAN.

El programa FPE calcula la intensidad de la Función de Punto Extendido correspondiente al sistema óptico de la Fig. 8 , cuando en éste se inserta una Placa Zonal Fabry-Perot . El cálculo se basa en la Ec. (2.2-11) , y requiere de la evaluación de funciones Bessel . Para ello se utilizó la subrutina BESJ del Paquete de Subrutinas Científicas IBM (IBM SYSTEM/360 , PROGRAMER'S MANUAL). Los datos de entrada incluyen el número de imagen autorreproducible [M], el número de anillos en la placa zonal [NM], y su fineza [FIN]. El programa ofrece la opción de apodizar la placa zonal mediante dos funciones : una senoidal y una exponencial decreciente. Estas funciones pueden ser remplazadas sin alterar mayormente el programa . Los datos de salida son la variable ζ_i [ZI], y la intensidad (normalizada) de la Función de Punto Extendido correspondiente [II] .

El programa IEE calcula la Intensidad En Eje en la salida del sistema óptico antes mencionado . Su estructura es bastante parecida a la del programa FPE . Utiliza la Ec. (2.3-1) y sus datos de entrada incluyen el número de anillos [NN] y su fineza [FIN] . Ofrece también la posibilidad de apodizar la pupila . Los datos de salida son el número de imagen autorreproducible m [MI], que es una variable continua, y la Intensidad (normalizada) En Eje [II] .

Finalmente , el programa FTO evalua la Función de Transferencia Optica del mismo sistema. Está basado en la Ec. (2.4-8), que es una expresión de la autocorrelación de la función de pupila generalizada (que se supone axialmente simétrica), e incluye las subrutinas QUADK , QUADH , FUNH , KERNEL , y la función G .

Las subrutinas QUADH y QUADK se emplean, respectivamente, para evaluar las integrales externa e interna de la Ec. (2.4-8) . Son virtualmente idénticas ; el impedimento de que una subrutina se llame a si misma nos obligó a esta duplicación .

Tanto QUADH como QUADK utilizan el método trapezoidal de integración . Este método es poco eficiente, pero confiable cuando el integrando presenta oscilaciones

abruptas, como era en nuestro caso (se probaron algoritmos de integración mas rápidos, con escaso éxito en lo que se refiere a confiabilidad) .

QUADH y QUADK están diseñadas para realizar simultáneamente la integración de la parte real y la parte imaginaria de sus integrandos correspondientes. Como la función de pupila posee simetría axial, la parte imaginaria de la integral externa deberá ser cero ; de todas formas conviene evaluarla, a fin de verificar que el programa funciona correctamente .

Las subrutinas FUNH y FUNK evalúan el integrando de las integrales externa e interna, respectivamente. Ambos integrandos son imaginarios, y se requiere por tanto la evaluación de dos funciones .

La subrutina KERNEL es la que entrega los resultados de la integración interna a la subrutina FUNH . Utiliza, desde luego, la subrutina QUADK , pero no siempre le resulta necesario ; cuando la variable δ [DEL] o la variable δ' [DELP] es cero, la solución a la integral interna es trivial (su integrando se torna independiente de la variable de integración θ' [TETAP]) .

La función G (de Airy) evalúa la transmitancia de amplitud de la placa zonal. En este sub-programa se puede añadir un factor de apodización, como en el caso de los programas FPE y IEE .

Los datos de entrada para el programa FTO incluyen , de nuevo , el número de imagen autorreproducible m [M], el número de anillos [NN], y su fineza [FIN]. Los datos de salida son : la frecuencia normalizada [ROI], el valor (normalizado) de la Función de Transferencia Optica correspondiente [HHI], la parte real de esta función [HR], y su parte imaginaria [HI] .

El tiempo de ejecución del programa FTO es bastante grande cuando el número de anillos en la placa zonal y su fineza son elevados. Conviene por ello escoger cuidadosamente los errores tolerables en los procesos de integración. (El margen de error de la integral interna tendrá que ser menor, obviamente, que el de la integral externa .)

**** PROGRAMA FPE ****

ESTE PROGRAMA CALCULA LA FUNCION DE PUNTO EXTENDIDO DE
UN SISTEMA OPTICO TELECENTRICO CON UNA PLACA ZONAL F-P DE PUPILA

*** LISTA DE VARIABLES ***

M = NUMERO DE IMAGEN AUTORREPRODUCIBLE
 NN = NUMERO DE ANILLOS EN LA PLACA ZONAL
 FIN = FINEZA DE LOS ANILLOS EN LA PLACA ZONAL (ENTERO)
 A = FACTOR DE ATENUACION EN LA APODIZACION EXPONENCIAL
 NMF = NUMERO DE MUESTRAS POR ANILLO DE LA PLACA ZONAL
 IINF = LIMITE INFERIOR DE LA VARIABLE ZETA I
 ISUP = LIMITE SUPERIOR DE LA VARIABLE ZETA I
 NK = NUMERO DE INTERVALOS DE LA VARIABLE ZETA I
 YSUP = LIMITE MAXIMO PARA LA INTENSIDAD NORMALIZADA DE LA FPE
 ($0.0 < YSUP < 1.0$) . PERMITE TRUNCAR LA INTENSIDAD
 NORMALIZADA DE LA FPE PARA PROPOSITOS DE GRAFICADO

NP = NUMERO DE MUESTRAS ENTRE DOS ANILLOS DE LA PLACA ZONAL
 NPP = ALMACENA TEMPORALMENTE EL VALOR DE NP
 HALF = MITAD DEL NUMERO DE MUESTRAS ENTRE 2 ANILLOS DE LA
 PLACA ZONAL

NQ = NUMERO TOTAL DE MUESTRAS DE LA VARIABLE DELTA
 D1 = INCREMENTO EN LA VARIABLE DELTA
 Q = CONTADOR DE INCREMENTOS EN LA VARIABLE DELTA
 DQ = VALOR CORRIENTE DE LA VARIABLE DELTA
 TDQ = VALORES DE TRANSMITANCIA DE LA PLACA ZONAL
 AP = VALOR DE APODIZACION

SD1 = PRIMERA SUMA DEL DENOMINADOR DE LA EC. (2.2-11)
 SD2 = SEGUNDA SUMA DEL DENOMINADOR
 SN1 = PRIMERA SUMA DEL NUMERADOR
 SN2 = SEGUNDA SUMA DEL NUMERADOR

ZI = VALOR CORRIENTE DE LA VARIABLE ZETA I
 ZII = CONJUNTO DE VALORES DE LA VARIABLE ZETA I
 II = VALORES DE LA FPE CORRESPONDIENTES

ARG = ARGUMENTO DE LA FUNCION BESSEL
 OR = ORDEN DE LA FUNCION BESSEL
 EX = EXACTITUD REQUERIDA DE LA FUNCION BESSEL
 IER = CODIGO DE ERROR DE LA SUBROUTINA BESJ

```

REAL      M, II
INTEGER   FIN, NP, HALF, NQ, NPP, P
DIMENSION ZII(501), II(501), TDQ(1200)

```

```

PI = 4.0 * ATAN(1.0)
OR = 0.0
EX = 10.0

```

*** ENTRADA DE DATOS ***

```

WRITE (5,*) ' EN CUAL IMAGEN AUTORREPRODUCIBLE ? '
READ (5,*)      M

```

```

WRITE (5,*) ' NUMERO DE ANILLOS EN LA PZ ? '
READ (5,*)      NN

```

```

WRITE (5,*) ' FINEZA DE LOS ANILLOS EN LA PZ ? '
READ (5,*)      FIN

```

```

WRITE (5,*) ' FACTOR DE ATENUACION EN LA APODIZACION EXP. ? '
READ (5,*)      A

```

```

WRITE (5,*) ' NUMERO DE MUESTRAS POR ANILLO DE LA PZ ? '
READ (5,*)      NMF

```

```

WRITE (5,*) ' LIMITE INFERIOR DE LA VARIABLE ZETAI ? '
READ (5,*)      ZIINF

```

```

WRITE (5,*) ' LIMITE SUPERIOR DE LA VARIABLE ZETAI ? '
READ (5,*)      ZISUP

```

```

WRITE (5,*) ' NUMERO DE INTERVALOS DE LA VARIABLE ZETAI ? '
READ (5,*)      NK

```

```

WRITE (5,*) ' LIM. MAX. DE INTENSIDAD DE LA FPE ( 0.0 - 1.0 ) ? '
READ(5,*)      YSUP

```

```

NN1 = NN + 1
NP = NMF * FIN
D1 = 2. * PI / FLOAT(NP)
HALF = INT( .5 * FLOAT(NP) )
NQ = NN + NP + HALF
DZI = ( ZISUP - ZIINF ) / FLOAT(NK)
NPP = NP
NK = NK+1

```

**** VALORES DE TRANSMITANCIA EN LA PLACA ZONAL ****

```
DO 1 P=1 , NPP
DQ = FLOAT(P-1) * D1
TDQ(P) = 1. / ( 1. + (2. * FLOAT(FIN) * SIN(DQ/2. ) / PI ) ** 2 )
CONTINUE
```

**** CALCULO DEL DENOMINADOR ****

```
AP = 1.0
Q = -1.0
SD1 = 0.0
SD2 = 0.0
```

```
DO 2 N=1 , NN1
IF (N.EQ.NN1)
IF (NPP.EQ.0)
```

```
NPP=HALF
GO TO 2
```

```
DO 3 P=1 , NPP
Q = Q + 1.
DQ = Q * D1
```

-SI SE DESEA APODIZAR USENSE DOS DE LAS TRES SIGUIENTES LINEAS
(VER TAMBIEN LINEAS PUNTEADAS EN LAS SIGUIENTES INSTRUCCIONES)

```
RAIZ = SQRT(Q/FLOAT(NQ))
AP = (SIN((PI*RAIZ**2)/2. ))**2
AP = EXP(-A*RAIZ**2)
```

```
TERM = AP * TDQ(P)
SD1 = SD1 + TERM * COS(M*DQ)
SD2 = SD2 + TERM * SIN(M*DQ)
CONTINUE
```

CONTINUE

```
DEN = SD1**2 + SD2**2
```

**** * * * * *

```
DO 4 K=1 , NK
ZI = DZI * FLOAT(K-1) + ZIINF
Q = -1.0
SN1 = 0.0
SN2 = 0.0
NPP = NP
```

```
DO 5 N=1 , NN1
IF ( N .EQ. NN1 )
IF ( NPP .EQ. 0 )
```

```
NPP=HALF
GO TO 5
```

```
DO 6 P=1 , NPP
Q = Q + 1.
DQ = Q * D1
RAIZ = SQRT(Q/FLOAT(NQ))
ARG = PI * ZI * RAIZ
CALL BESJ ( ARG , OR , BE , EX , IER )
```

```
--SI SE DESEA APODIZAR USESE UNA DE LAS DOS SIGUIENTES INSTRUCC.
AP=( SIN( (PI*RAIZ**2)/2. ) )**2
AP=EXP(-A*RAIZ**2)
```

```
TERM = AP * TDQ(P) * BE
SN1 = SN1 + TERM*COS(I1*DQ)
SN2 = SN2 + TERM*SIN(M*DQ)
```

```
CONTINUE
```

```
CONTINUE
```

```
**** SALIDA DE DATOS ****
```

```
ZII(K) = ZI
II(K) = (SN1**2 + SN2**2)/DEN
IF (II(K).GT.YSUP)
WRITE (5,*) II(K) , ZII(K)
```

```
II(K)=YSUP
```

```
CONTINUE
```

```
CALL EXIT
END
```

***** SUBROUTINA BESJ *****

SUBROUTINE BESJ (X , N , BJ , D , IER)

IMPLICIT REAL *8 (A-H,O-Z)

X ARGUMENTO DE LA FUNCION BESSEL

N ORDEN DE LA FUNCION BESSEL

BJ VALOR DE LA FUNCION BESSEL

D EXACTITUD REQUERIDA

IER CODIFICACION DE ERROR :

IER=0 NO HAY ERROR

IER=1 N ES NEGATIVO

IER=2 X ES NEGATIVO O CERO

IER=3 NO SE OBTUVO EXACTITUD REQUERIDA

IER=4 RANGO DE N COMPARADO CON X NO ES CORRECTO . VER
SYSTEM/360 SCIENTIFIC SUBROUTINE PACKAGE ,
VERSION III , P. 363

BJ = 0.0

IF (N) 10, 20, 20

IER = 1

RETURN

IF (X) 30, 330, 31

IER = 2

RETURN

***** ADVERTENCIA *****

MODIFICACION A LA RUTINA IBM . A LA INSTRUCCION SIGUIENTE SE LE
CAMBIO SU ETIQUETA A 330 . LA ETIQUETA ORIGINAL ERA 30

BJ = 1.0

IF (N.GE.1) BJ=0.000

IER = 2

RETURN

IF (X-15.) 32, 32, 34

NTEST = 20. + 10.*X - X**2/3

GO TO 36

NTEST = 90. + X/2.

IF (N-NTEST) 40, 38, 38

IER = 4

RETURN

IER = 0

N1 = N + 1

BPREV = 0.0

CALCULA VALOR INICIAL DE M

IF (X-5.) 50, 60, 60

MA = X + 6.

GO TO 70

```

MA = 1.4 * X + 60. /X
MB = N + X/4 + 2
MZERO = MAXO( MA , MB )

```

LIMITE SUPERIOR DE M

```

MMAX=NTEST
DO 190 M=MZERO, MMAX, 3
FM1=1.0E-28
FM=0.0
ALPHA=0.0
IF(M-(M/2)*2) 120, 110, 120
JT=-1
GO TO 130
JT=1
M2=M-2
DO 160 K=1, M2
MK=M-K
BMK=2. *DFLOAT(MK)*FM1/X-FM
FM=FM1
FM1=BMK
IF(MK-1-N) 150, 140, 150
BJ=BMK
JT=-JT
S=1+JT
ALPHA=ALPHA+BMK*S
BMK=2. *FM1/X-FM
IF(N) 180, 170, 180
BJ=BMK
ALPHA=ALPHA+BMK
BJ=BJ/ALPHA
IF (ABS(BJ-BPREV)-ABS(D*BJ)) 200, 200, 190
BPREV=BJ
IER=3
RETURN
END

```



```

REAL      MINF, MSUP, M, MI, II
INTEGER +4 FIN, NP, HALF, NQ, NPP, P
DIMENSION MI(501), II(501), TDG(1200)

```

```
PI = 4.0 * ATAN(1.0)
```

```
*** ENTRADA DE DATOS ***
```

```
WRITE (5,*) ' NUMERO DE ANILLOS EN LA PZ ?'
READ (5,*)      NN
```

```
WRITE (5,*) ' FINEZA DE LOS ANILLOS EN LA PZ ?'
READ (5,*)      FIN
```

```
WRITE (5,*) ' FACTOR DE ATENUACION EN LA APODIZACION EXP. ?'
READ (5,*)      A
```

```
WRITE (5,*) ' NUMERO DE MUESTRAS POR ANILLO DE LA PZ ?'
READ (5,*)      NMF
```

```
WRITE (5,*) ' LIMITE INFERIOR DE LA VARIABLE M ?'
READ (5,*)      MINF
```

```
WRITE (5,*) ' LIMITE SUPERIOR DE LA VARIABLE M ?'
READ (5,*)      MSUP
```

```
WRITE (5,*) ' NUMERO DE INTERVALOS DE LA VARIABLE M ?'
READ (5,*)      NI
```

```
WRITE (5,*) ' LIM. MAX. DE INTENSIDAD DE LA FPE ( 0.0 - 1.0 ) ?'
READ (5,*)      YSUP
```

```

NN1 = NN + 1
NP = NMF * FIN
D1 = 2. * PI / FLOAT(NP)
HALF = INT( .5 * FLOAT(NP) )
NQ = NN + NP + HALF
DM = ( MSUP - MINF ) / FLOAT(NI)
NPP = NP

```

**** VALORES DE TRANSMITANCIA EN LA PLACA ZONAL ****

```
DO 1 P=1 , NPP
DQ = FLOAT(P-1) * D1
TDQ(P) = 1. / ( 1. + (2. * FLOAT(FIN) * SIN(DQ/2. ) / PI ) **2 )
CONTINUE
```

***** CALCULO DEL DENOMINADOR *****

```
AP = 1.0
Q = 0.0
SD = 0.0
```

```
DO 2 N = 1 , NN1
IF ( N .EQ. NN1 )
IF ( NPP .EQ. 0 )
```

```
NPP=HALF
GO TO 2
```

```
DO 3 P = 1 , NPP
```

---SI SE DESEA APODIZAR USENSE 3 DE LAS 4 SIGUIENTES INSTRUCC.
(VER TAMBIEN LINEAS PUNTEADAS EN LAS SIGUIENTES INSTRUCCIONES)

```
Q = Q + 1.
RAIZ = SQRT(Q/FLOAT(NQ))
AP = ( SIN( (PI*RAIZ**2)/2. ) ) **2
AP = EXP(-A*RAIZ**2)
```

```
TERM = AP * TDQ(P)
SD = SD + TERM
CONTINUE
```

```
CONTINUE
```

```
DEN = SD**2
```

```
I = 1
CONTINUE
M = MINF + FLOAT(I-1) * DM
IF ( M .GT. MSUP )
```

```
GO TO 100
```

```

Q = 0.0
SN1 = 0.0
SN2 = 0.0
NPP = NP

```

```

DO 4 N = 1 , NN1
IF ( N .EQ. NN1 )
IF ( NPP .EQ. 0 )

```

```

NPP=HALF
GO TO 4

```

```

DO 5 P = 1 , NPP
Q = Q + 1.
DQ = Q * D1

```

```

---SI SE DESEA APODIZAR USENSE DOS DE LAS TRES SIGUIENTES INSTRUCC.
RAIZ = SQRT(Q/FLOAT(NQ))
AP = ( SIN( (PI*RAIZ**2)/2.0 ) )**2
AP = EXP(-A*RAIZ**2)
---
```

```

TERM = AP * TDQ(P)
SN1 = SN1 + TERM * COS(M*DQ)
SN2 = SN2 + TERM * SIN(M*DQ)
CONTINUE

```

```

CONTINUE

```

```

**** SALIDA DE DATOS ****

```

```

MI(I) = M
II(I) = ( SN1**2 + SN2**2 )/DEN
IF ( II(I) .GT. YSUP )
WRITE ( 5,* ) II(I) , MI(I)
I = I + 1
GO TO 200

```

```

II(I)=YSUP

```

```

CONTINUE
CALL EXIT
END

```

**** PROGRAMA FTO ****

 PROGRAMA PARA CALCULAR LA AUTOCORRELACION
 DE UNA PUPILA GENERALIZADA CON SIMETRIA AXIAL

*** LISTA DE VARIABLES ***

[NOTACION BASADA EN LA EC. (2.4 -10)]

M = NUMERO DE IMAGEN AUTORREPRODUCIBLE
 N = NUMERO DE ANILLOS EN LA PLACA ZONAL
 FIN = FINEZA DE LOS ANILLOS EN LA PLACA ZONAL (ENTERO)
 NIF = NUMERO DE INTERVALOS DE FRECUENCIA
 EPSH = MARGEN DE ERROR EN LA INTEGRACION EXTERNA
 EPSK = MARGEN DE ERROR EN LA INTEGRACION INTERNA
 FACTOR = NUMERO F EN LA FORMULA DE AIRY [APENDICE I EC. (I-1)]
 DELA = LIMITE SUPERIOR DE LA INTEGRAL EXTERNA
 DEL = VALOR CORRIENTE DE LA VARIABLE DELTA
 RO = VALOR CORRIENTE DE LA FRECUENCIA NORMALIZADA
 (LA NORMALIZACION ES CON RESPECTO A LA FREQ. DE CORTE)
 HHO = FACTOR DE NORMALIZACION DE LA FTO
 HR = VALOR DE LA PARTE REAL DE LA INTEGRAL EXTERNA
 HI = VALOR DE LA PARTE IMAGINARIA DE LA INTEGRAL EXTERNA
 ROI = CONJUNTO DE VALORES DE LA VARIABLE RO
 HHI = VALORES DE LA FTO CORRESPONDIENTES

 REAL M
 INTEGER +4 FIN
 DIMENSION ROI(502), HHI(502)
 COMMON /BLOCK1/PI, M, FACTOR, DEL /BLOCK2/DELA, EPSK, SSUMBA, SDIFBA

PI = 4.0 * ATAN(1.0)

*** ENTRADA DE DATOS ***

WRITE (5,*) ' NUMERO DE IMAGEN AUTOREPRODUCIBLE (REAL) ?'
 READ (5,*) M

WRITE (5,*) ' NUMERO DE ANILLOS EN LA PZ (ENTERO) ?'
 READ (5,*) N

WRITE (5,*) ' FINEZA DE LOS ANILLOS EN LA PZ (ENTERO) ?'
 READ (5,*) FIN

WRITE(5,*) ' NUMERO DE INTERVALOS DE FRECUENCIA (ENTERO) ?'
 READ(5,*) NIF

WRITE(5,*) ' MARGEN DE ERROR EN LA INT. EXTERNA (REAL) ?'
 READ(5,*) EPSH

WRITE(5,*) ' MARGEN DE ERROR EN LA INT. INTERNA (REAL) ?'
 READ(5,*) EPSK

**** PROGRAMA PRINCIPAL ****

DELA = 2.0*PI*FLOAT(N)
 FACTOR = (2.0*FLOAT(FIN)/PI)**2
 NIF1 = NIF + 1

DO 1 I = 1, NIF1
 RO = FLOAT(I-1)/FLOAT(NIF)
 DEL = 4.0*DELA*(RO**2)
 CALL QUADH(0.0, DELA, EPSH, 5.0E-03, HR, HI)
 IF (I .EQ. 1) HHO = HR
 HHI(I) = HR/HHO
 ROI(I) = RO
 WRITE (5,*) ROI(I) , HHI(I) , HR , HI
 CONTINUE

END

```
SUBROUTINE QUADH( A, B, EPSH, DXMIN, QF1, QF2 )
```

```

SUBROUTINA DE INTEGRACION. LAS PARTES REAL E IMAGINARIA DEL
INTEGRANDO LAS PROPORCIONA LA SUBROUTINA FUNH. SE UTILIZA
PARA EVALUAR LA INTEGRAL EXTERNA

```

```
*** LISTA DE VARIABLES ***
```

```

A = LIMITE INFERIOR DE LA INTEGRAL
B = LIMITE SUPERIOR DE LA INTEGRAL
EPSH = ERROR MAXIMO TOLERABLE EN LAS INTEGRALES

F1A = VALOR DEL INTEGRANDO EN A
F1B = VALOR DEL INTEGRANDO EN B

DX = INTERVALO DE PARTICION ( DECRECIENTE )
DXMIN = INTERVALO MINIMO DE PARTICION

QF1 = VALOR DE LA PARTE REAL DE LA INTEGRAL
QF2 = VALOR DE LA PARTE IMAGINARIA DE LA INTEGRAL

```

```

DX = B-A
CALL FUNH( A, F1A, F2A )
CALL FUNH( B, F1B, F2B )
SUMF1 = ( F1A + F1B )/2.0
SUMF2 = ( F2A + F2B )/2.0
QAF1 = DX * SUMF1
QAF2 = DX * SUMF2

X = DX/2.0

IF ( X .GT. B ) GO TO 1
CALL FUNH( X, F1, F2 )
SUMF1 = SUMF1 + F1
SUMF2 = SUMF2 + F2
X = X + DX
GO TO 2

DX = DX/2.0
QF1 = DX * SUMF1
QF2 = DX * SUMF2

IF ( DX .GT. 0.1*(B-A) ) GO TO 3

```



```

DX = B-A
CALL FUNK( A, F1A, F2A )
CALL FUNK( B, F1B, F2B )
SUMF1 = ( F1A + F1B )/2.0
SUMF2 = ( F2A + F2B )/2.0
QAF1 = DX * SUMF1
QAF2 = DX * SUMF2

X = DX/2.0

IF ( X .GT. B) GO TO 1
CALL FUNK( X, F1, F2 )
SUMF1 = SUMF1 + F1
SUMF2 = SUMF2 + F2
X = X + DX
GO TO 2

DX = DX/2.0
QF1 = DX * SUMF1
QF2 = DX * SUMF2

IF ( DX .GT. 0.1*(B-A) ) GO TO 3
FACT1 = ABS( QF1 )
FACT2 = ABS( QF2 )
IF (FACT1 .LT. 1.0) FACT1 = 1.0
IF (FACT2 .LT. 1.0) FACT2 = 1.0

IF ( ABS( QF1-QAF1 ) .LT. EPSK*FACT1 .AND.
*   ABS( QF2-QAF2 ) .LT. EPSK*FACT2 ) GO TO 4

IF ( DX .LT. DXMIN ) GO TO 5

QAF1 = QF1
QAF2 = QF2
GO TO 6

CONTINUE
RETURN

CONTINUE

RETURN
END

```

SUBROUTINE FUNH(DELP, FHR, FHI)

SUBROUTINA PARA EVALUAR LAS PARTES REAL E IMAGINARIA DEL
INTEGRANDO DE LA INTEGRAL EXTERNA

*** LISTA DE VARIABLES ***

[NOTACION BASADA EN LA EC. (2.4-10)]

DELP = VALOR CORRIENTE DE LA VARIABLE DELTA PRIMA

ARG = ARGUMENTO DE LA EXPONENCIAL EN LA INTEGRAL EXTERNA

FG = VALOR CORRIENTE DE LA FUNCION G (DE AIRY)

KR = VALOR DE LA PARTE REAL DE LA INTEGRAL INTERNA

KI = VALOR DE LA PARTE IMAGINARIA DE LA INTEGRAL INTERNA

FHR = VALOR DE LA PARTE REAL DEL INTEGRANDO DE LA
INTEGRAL EXTERNA

FHI = VALOR DE LA PARTE IMAGINARIA DEL INTEGRANDO DE LA
INTEGRAL EXTERNA

REAL M, KR, KI

COMMON /BLOCK1/ PI, M, FACTOR, DEL

CALL KERNEL(DELP, KR, KI)

ARG = M*DELP

C = COS(ARG)

S = SIN(ARG)

FG = G(DELP)

FHR = (KR*C + KI*S)*FG

FHI = (-KR*S + KI*C)*FG

RETURN

END

SUBROUTINE FUNK(TETAP,FKR,FKI)

 SUBROUTINA PARA EVALUAR LAS PARTES REAL E IMAGINARIA
 DEL INTEGRANDO DE LA INTEGRAL INTERNA

*** LISTA DE VARIABLES ***

[NOTACION BASADA EN LA EC. (2.4-10)]

TETAP = VALOR CORRIENTE DE LA VARIABLE TETA PRIMA
 DELTA = VALOR DE LA FUNCION DELTA MAYUSCULA

ARG = ARGUMENTO DE LA EXPONENCIAL
 FG = VALOR CORRIENTE DE LA FUNCION G (DE AIRY)

FKR = VALOR DE LA PARTE REAL DEL INTEGRANDO DE LA
 INTEGRAL INTERNA

FKI = VALOR DE LA PARTE IMAGINARIA DEL INTEGRANDO DE LA
 INTEGRAL INTERNA

SSUMBA = FUNCION EVALUADA EN LA SUBROUTINA KERNEL

SDIFBA = FUNCION EVALUADA EN LA SUBROUTINA KERNEL

 REAL M
 COMMON /BLOCK1/PI, M, FACTOR, DEL /BLOCK2/DELA, EPSK, SSUMBA, SDIFBA

DELTA = SSUMBA - SDIFBA * COS(TETAP)

ARG = M*DELTA

FG = G(DELTA)

FKR = FG*COS(ARG)

FKI = FG*SIN(ARG)

RETURN

END

SUBROUTINE KERNEL(DELP, KR, KI)

 ESTA SUBROUTINA EVALUA LAS PARTES REAL E IMAGINARIA DE LA INTEGRAL INTERNA (KR Y KI). PARA ELLO UTILIZA LA SUBROUTINA DE INTEGRACION QUADK, AUNQUE NO SIEMPRE LE RESULTA NECESARIO

*** LISTA DE VARIABLES ***

[NOTACION BASADA EN LA EC. (2.4-10)]

DEL = VALOR CORRIENTE DE LA VARIABLE DELTA
 DELP = VALOR CORRIENTE DE LA VARIABLE DELTA PRIMA
 DELTA = VALOR DE LA FUNCION DELTA MAYUSCULA

 ARG = ARGUMENTO DE LA EXPONENCIAL EN LA INTEGRAL INTERNA

 DELA = LIMITE SUPERIOR DE LA INTEGRAL EXTERNA
 TETAMP = LIMITE SUPERIOR DE LA INTEGRAL INTERNA

 KR = VALOR DE LA PARTE REAL DE LA INTEGRAL INTERNA
 KI = VALOR DE LA PARTE IMAGINARIA DE LA INTEGRAL INTERNA

 REAL M, KR, KI
 COMMON /BLOCK1/PI, M, FACTOR, DEL /BLOCK2/DELA, EPSK, SSUMBA, SDIFBA
 IF(DELP .GT. 1.0E-10 .AND. DEL .GT. 1.0E-10) GO TO 1

COMO LA VARIABLE DELTA PRIMA O LA VARIABLE DELTA ES CERO, EL INTEGRANDO SE TORNA INDEPENDIENTE DE LA VARIABLE DE INTEGRACION TETA PRIMA [EC. (2.4-8)]. POR CONSEGUENTE, LA INTEGRACION PARA ESTE CASO RESULTA TRIVIAL

DELTA = DELP + DEL
 IF (DELA .LE. DELTA) GO TO 2
 FUN = PI*G(DELTA)
 ARG = M+DELTA
 KR = FUN+COS(ARG)
 KI = FUN+SIN(ARG)

 RETURN

ALCULO DEL LIMITE DE INTEGRACION TETAPM

```

CONTINUE
RDELP = SQRT(DELP)
RDEL  = SQRT(DEL)
DIF = RDELP - RDEL
A = DIF*DIF
IF (DELA .LE. A)                                GO TO 2
SUM = RDELP + RDEL
B = SUM*SUM
IF (DELA .GE. B)    TETAPM = PI
IF (DELA .LT. B)   TETAPM = 2.0*ACOS( SQRT( (B-DELA)/(B-A) ) )

SSUMBA = 0.5*( B + A )
SDIFBA = 0.5*( B - A )
CALL QUADK( 0.0, TETAPM, EPSK, 3.0E-03, KR, KI )
RETURN

```

```

CONTINUE
KR = 0.0
KI = 0.0
RETURN

```

END

FUNCTION G(X)

FUNCION DE AIRY

```

REAL H
COMMON /BLOCK1/PI, M, FACTOR, DEL  /BLOCK2/DELA, EPSK, SSUMBA, SDIFBA

```

```

G=1. / ( 1.0 + FACTOR*( ( SIN(X/2.0) )**2 ) )

```

```

RETURN
END

```